

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA

**Abordagem Flexível, Robusta e Estruturada  
para o Projeto de Controladores  
PID Multivariáveis**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Marcelo Escobar

**Porto Alegre**

**2006**

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA

**Abordagem Flexível, Robusta e Estruturada  
para o Projeto de Controladores  
PID Multivariáveis**

Marcelo Escobar

Dissertação de Mestrado apresentada como  
requisito parcial para obtenção do título de  
Mestre em Engenharia

Área de concentração: Controle de Processos

**Orientador:**  
**Prof. Dr. Jorge Otávio Trierweiler**

**Porto Alegre**

**2006**

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA

A Comissão Examinadora, abaixo assinada, aprova a Dissertação *Abordagem Flexível, Robusta e Estruturada para o Projeto de Controladores*, elaborada por Marcelo Escobar, como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia.

Comissão Examinadora:

---

Prof. Dr. Argimiro Resende Secchi - DEQUI/UFRGS

---

Dr. Pedro Rafael Bolognese Fernandes - TRISOLUTIONS

---

Prof. Dr. Walter Fetter Lages - DELET/UFRGS

"Ora (dizeis) ouvir estrelas! Certo perdeste o senso!" E eu vos direi, no entanto, que, para ouvi-las muita vez desperto e abro as janelas, pálido de espanto...

E conversamos toda noite, enquanto a Via Láctea, como um pálido aberto, cintila. E, ao vir o sol, saudoso e em pranto, inda as procuro pelo céu deserto.

Dizeis agora: "Tresloucado amigo! Que conversas com elas? Que sentido tem o que dizes, quando não estão contigo?"

E eu vos direi: "Amai para entendê-las! Pois só quem ama pode ter ouvido capaz de ouvir e de entender estrelas".

Olavo Bilac –Ouvir Estrelas

## Agradecimentos

Em primeiro lugar gostaria de agradecer ao professor e orientador Jorge Otávio Trierweiler, por acreditar em meu potencial, oferecendo-me a oportunidade de realizar esse trabalho. Por todo seu apoio, disponibilidade e sua atenção consciente e lúcida, em 93.141592... % do tempo.

Agradeço também a Universidade Federal do Rio Grande do Sul e ao Departamento de Engenharia Química, especialmente ao grupo de trabalho GIMSCOP pela excelente infra-estrutura disponibilizada e pela ‘atmosfera’ agradável e motivadora para o crescimento não apenas profissional como pessoal.

Agradecimentos explícitos aos que contribuíram de forma técnica para o desenvolvimento desse trabalho, dentre os quais posso citar o Professor Argimiro Secchi, Flavio Faccin, Luciano Farina, Marcelo Farenzena, Ariel Kempf e Ricardo Duraisk, a todos pela disponibilidade e colaboração em esclarecimentos ao longo dessa trajetória.

Ainda mais importante, devo certamente agradecer aqueles que fizeram qualquer esforço ter algum sentido. Os que me ensinaram e fizeram valer a pena. Agradeço a Débora, Patrice, Luciane, Nina, Gabriela, Paula, e aos demais integrantes da esfera evolutiva. Agradecimentos especiais a alguns colegas de trabalho como a Letícia, pela sua felicidade contagiante, a Larissa, pelo seu jeito revolucionário e inspirador, ao Stephan, pelas intermináveis partidas mentais, e ao David por ser o amigo “mais certo nos momentos incertos”.

Agradeço a toda minha família pelo apoio, credibilidade e pela certeza de seu amor e com isso a certeza de não estar sozinho nem por um minuto. Gostaria de agradecer ao Mister J. por seu imenso esforço em me tentar fazer entender as coisas que eu também não entendo. Apenas a certeza de sua presença, do seu amor, da sua tradução “é um silêncio que há em mim e tudo basta”.

Gostaria de agradecer a todos que de uma forma ou de outra contribuíram para este acontecimento; a todos os amigos que acreditaram na minha capacidade, em especial àqueles que se esforçaram ao máximo para me mostrar que ainda valia a

pena continuar e que eu venceria mais este desafio. À turma da Torre, ao meu grande amigo Marcos pelo incentivo e apoio. À Ana Paula por plantar em mim a semente de valores que vem dando muitos frutos, mas especialmente pela sua pessoa admirável.

Aprendi muito mais que o necessário para o desenvolvimento técnico do presente trabalho, aprendi a dar valor a pequenas grandes coisas. Por esse motivo, agradeço ao outro lado de mim mesmo, sem ultrapassar a linha da compreensão no raro enlevo de sermos ouvidos.

No mais quero planos perfeitos para o futuro, que a mescla de tanta esperança às costas, uma vida à frente e um bom tradutor no meio, me faça desafogar com magia todos os tormentos com que aqui cheguei. Com esse trabalho rompi as amarras do meu coração!... Agora só faltam as da cadeira... A (r)evolução começa agora.

## Resumo

O rápido avanço industrial, em resposta às exigências de mercado e ao desenvolvimento tecnológico, levou a um aumento na complexidade dos processos modernos, aumentando não apenas o nível de interação entre as variáveis do processo, como também o número de malhas de controle necessárias para manter as condições desejadas de operação e a qualidade dos produtos obtidos. Apesar desse cenário e do desenvolvimento de novas técnicas, a grande maioria das malhas de controle industriais não funcionam de forma satisfatória.

Visando atender as exigências e necessidades deste contexto, neste trabalho foi desenvolvida uma metodologia genérica para o projeto de controladores estruturados de baixa ordem do tipo PID, com elevado caráter prático e flexibilidade. Nesse contexto, o controlador PID é fatorado em blocos, permitindo levar em consideração as distintas formas nas quais a ação derivativa é implementada nos sistemas comerciais. A metodologia proposta permite a seleção do desempenho para o sistema que é então aproximado no domínio da frequência para um controlador de estrutura e ordem selecionado pelo projetista. Foram propostas alternativas no sentido de sistematizar todo o procedimento de projeto. A partir do desenvolvimento de um estudo de caso capaz de gerar comportamentos dinâmicos representativos separados em classes, foram feitas diversas análises no sentido de verificar a potencialidade e as limitações da metodologia proposta.

A metodologia foi integrada a uma ferramenta existente desenvolvida em Matlab® com interface amigável, possibilitando a qualquer profissional da área de controle de processos a exploração, em todas as dimensões, do problema de projeto global de controle, abrangendo a escolha da estrutura e projeto do controlador propriamente dito. Para processos mais complexos, foi desenvolvida uma metodologia alternativa através da sua caracterização por um conjunto de modelos lineares representativos de diferentes pontos operacionais, levando a um compromisso entre desempenho e robustez estabelecido por um único controlador PID.

## **Abstract**

The fast industrial progress, in response to the market demands and to the technological development caused an increased complexity of the modern processes, promoting not just an increased of the interaction level among the variables of the process, as well as the number of necessary control loops to maintain the conditions of the desired operations and the quality of the obtained products.

Aiming to attend the demands and needs in this context, in this work, a generic methodology was developed for the design of structured low order controllers, with high practical character and flexibility. In that development, the PID controller was considered as a basis, due to its simplicity and capacity of providing a satisfactory performance for a great variety of processes. In that context, the PID controller is factored into blocks, allowing taking in consideration the different forms in which the derivative action is implemented in the commercial systems. The proposed methodology allows the selection of the desired closed-loop performance for the system that is then approximated in the frequency domain for a controller with structure and order selected by the designer. Alternatives were proposed in the sense of systematizing the whole project procedure. Starting from the development of a case study capable of generating representative dynamic behaviors, separated in classes, they were made several analyses in the sense of verifying the potentiality and the limitations of the proposal methodology.

The whole methodology was integrated into an existent tool developed in Matlab® with a friendly interface providing to any professional in the area of control of processes the exploration, in all the dimensions, of the problem of global control design, embracing the choice of the structure and the controller's design. For more complex processes, an alternative methodology was developed through its characterization by a set of representative linear models at different operating points. thus taking to a compromise among performance and robustness established by only one PID controller.

# Sumário

<b>Capítulo 1. Introdução .....</b>	<b>1</b>
1.1 Motivação.....	2
1.2 Objetivos .....	4
1.3 Estrutura da Dissertação.....	5
<b>Capítulo 2. Revisão Bibliográfica .....</b>	<b>7</b>
2.1 Controladores Multivariáveis.....	8
2.1.1 Sintonia Multi-SISO.....	9
2.1.2 Sintonia MIMO .....	10
2.2 Abordagem Multivariável no Domínio da Frequência .....	11
<b>Capítulo 3. Desenvolvimento Teórico .....</b>	<b>15</b>
3.1 Introdução .....	15
3.2 Projeto de Controle por FRA para sistemas SISO .....	15
3.2.1 Idéia Básica .....	15
3.2.2 Aproximação do Controlador Ideal.....	16
3.3 Desenvolvimento para sistemas MIMO.....	19
3.3.1 Otimização Coluna por Coluna .....	19
Procedimento de Resolução .....	20
3.3.2 Otimização Global .....	24
3.4 Desempenho Alcançável.....	25
3.5 Número de Performance Robusta (RPN).....	26
3.6 Escalonamento RPN .....	27
3.6 Procedimento Global.....	27
3.7 Projeto de Controle para uma unidade de Destilação com Integração Energética.....	29
3.8 Aumento da Ordem.....	34
Procedimento de Resolução .....	36
<b>Capítulo 4. Classes Dinâmicas .....</b>	<b>39</b>
4.1 Descrição da Unidade .....	39
4.2 Análise do Modelo .....	42
4.2.1 Modelos de Fase não Mínima .....	42
4.2.2 Decentralização do Modelo.....	44
4.2.3 Índice de Matriz de Ganhos Relativos (RGAI).....	45
4.2.4 Bases Dinâmicas .....	46
Tanques Superiores e Inferiores.....	46
Tanques Intermediários.....	47
4.3 Classes Dinâmicas.....	49
4.4 Pontos de Operação.....	50
<b>Capítulo 5. Projeto de Controladores.....</b>	<b>55</b>
5.1 Considerações Iniciais.....	56

5.2 Efeito da especificação Desempenho.....	57
5.3 Efeito de Fatores de Fase não Mínima.....	60
5.3.1 Efeito do Tempo Morto.....	60
5.3.2 Efeito do Zero de Transmissão no SPD.....	61
5.4 Efeito da Estrutura do Controlador.....	63
5.5 Efeito da Ordem do Controlador.....	66
Inserção de Filtros.....	68
5.6 Efeito da Não Linearidade.....	71
5.7 Conclusões Preliminares.....	73
<b>Capítulo 6. Abordagem Multi-Modelo.....</b>	<b>75</b>
6.1 Introdução ao estudo da não Linearidade.....	75
6.2 Representação Multi-Modelo.....	76
6.2.1 Condicionamento Mínimo.....	77
6.3 Número de Performance Robusta não Linear (nRPN).....	77
6.3.1 Máxima Diferença entre os Condicionamentos.....	77
6.3.2 Máxima Razão entre os Valores Singulares.....	77
6.3.3 Matriz e Fator de Projecção.....	77
6.3.4 NRPN.....	78
6.4 Formulação Matemática.....	79
6.5 Procedimento Global.....	81
6.6 Estudo de Caso.....	82
6.6.1 Projeto Nominal.....	84
6.7 Projeto de Controladores com Politopo.....	86
6.8 Conclusões Preliminares.....	90
<b>Capítulo 7. Comparação com outras Técnicas.....</b>	<b>91</b>
7.1 Model Predictive Control (MPC).....	91
7.1.1 Comparação com MPC.....	93
7.2 Controladores Robustos.....	96
7.2.1 Técnica $H_2$ e $H_\infty$ .....	97
7.2.2 Comparação com Técnicas Robustas.....	99
7.3 Projetos de Controladores de Baixa Ordem.....	102
7.3.1 Métodos do Tipo 1: Redução do Modelo.....	102
Síntese direta e IMC.....	102
7.3.2 Métodos do Tipo 2: Redução do Controlador.....	104
Dong e Brosilow (1997).....	105
Tan et al. (2002).....	105
Comparação.....	106
7.3.3 Métodos do Tipo 3: Otimização direta.....	107
7.4 Conclusões Preliminares.....	109
<b>Capítulo 8. Conclusão.....</b>	<b>111</b>
8.1 Considerações Finais e Contribuições.....	111
8.3 Sugestões para Trabalhos Futuros.....	113
<b>Apêndice A. Conceitos e Definições.....</b>	<b>115</b>
A.1 Descrição de Sistemas.....	115

A.1.1 Representação de Modelos Lineares .....	116
Espaço de Estados e Função de Transferência.....	116
A.2 Pólos e Zeros de Transmissão .....	117
Zeros de transmissão .....	117
Pólos .....	117
Direcionalidade de zeros e pólos.....	118
Fatoração de zeros e pólos .....	119
A.3 Estabilidade e Robustez .....	120
Estabilidade BIBO (Bounded-Input-Bounded-Output) .....	120
Estabilidade Interna ou Lyapunov .....	120
Robustez.....	121
Estabilidade Robusta.....	121
Desempenho Robusto .....	122
A.4 Ferramentas para Análise de Robustez e Grau de Desacoplamento .....	122
A.4.1 Ganho Multivariável .....	122
A.4.2 Condicionamento Mínimo .....	122
A.4.3 RGA-Matriz de Ganhos Relativos .....	123
Interações Positivas e Negativas .....	124
A.7 Malha de Controle com dois graus de liberdade (2GL).....	125
Relações Fundamentais.....	125
Malha 2GL com Controlador PID .....	127
<b>Apêndice B. Fatoração e Desempenho Alcançável .....</b>	<b>129</b>
B.1 Fatoração Blaskche.....	129
B.1.1 Fatoração de Zeros Positivos.....	129
Fatoração de Entrada.....	129
Fatoração de saída .....	130
B.1.2 Fatoração de Pólos Positivos.....	131
Fatoração de entrada .....	131
Fatoração de saída .....	131
B.2 Fatoração de Tempo Morto .....	132
B.3 Performance Alcançável.....	132
B.3.1 Zeros Positivos .....	132
B.3.2 Pólos Positivos .....	133
B.3.3 Tempo Morto.....	133
B.3.4 Generalização .....	134
<b>Apêndice C. Critérios de Avaliação e Desempenho .....</b>	<b>135</b>
C.1 Critérios de Desempenho .....	135
C.2 Especificação de Desempenho .....	137
Sistemas de Primeira Ordem.....	137
Sistemas de Segunda Ordem.....	137
Sistemas de Ordem Geral.....	140
<b>Apêndice D. Parametrizações do Controlador PID .....</b>	<b>141</b>
<b>Apêndice E. RPN Toolbox 3.0 .....</b>	<b>149</b>

<b>Referências Bibliográficas.....</b>	<b>159</b>
--	------------

# Lista de figuras

<b>Figura 1.1:</b> Variabilidade do Processo antes e depois da aplicação de uma estratégia de controle confiável. ....	2
<b>Figura 3.1:</b> Malha de Controle por realimentação padrão. ....	15
<b>Figura 3.2:</b> Malha por realimentação Proposta. ....	17
<b>Figura 3.3:</b> Visão geral do procedimento de otimização coluna por coluna. ....	24
<b>Figura 3.4:</b> Comportamento típico da função peso RPN. ....	27
<b>Figura 3.5:</b> Procedimento Global de Projeto. ....	29
<b>Figura 3.6:</b> A Coluna de Destilação com Integração Energética. ....	30
<b>Figura 3.7:</b> Performance do Problema Regulador do Controlador $C_1$ . ....	32
<b>Figura 3.8:</b> Performance do Problema Servo do Controlador $C_1$ . ....	33
<b>Figura 3.9:</b> Performance do Problema Regulador do Controlador $C_2$ . ....	33
<b>Figura 3.10:</b> Performance do Problema Servo do Controlador $C_2$ . ....	34
<b>Figura 3.11:</b> Malha por realimentação proposta com inserção do filtro $C_F$ . ....	35
<b>Figura 3.12:</b> Esquema de implementação da base ortogonal para cada saída. ....	36
<b>Figura 3.13:</b> Visão geral do procedimento coluna por coluna com aumento de ordem. ....	39
<b>Figura 4.1:</b> Unidade de 6 tanques esféricos proposta. ....	40
<b>Figura 4.2:</b> Lugar das raízes de $\det(G(s))$ para variação em $\eta$ . ....	43
<b>Figura 4.3:</b> Localização da parte real do zero em função da soma de $x_1$ e $x_2$ . ....	43
<b>Figura 4.4:</b> RGA estacionário em função da variável $\eta$ (a) e curvas de nível de $\eta$ (b). ...	45
<b>Figura 4.5:</b> Curvas de nível de $\tau$ para os tanques superiores (a) /inferiores(b). ....	46
<b>Figura 4.6:</b> Curvas de nível da constante de tempo $\tau$ e do fator de amortecimento $\zeta$ para os tanques intermediários com $h_S = 0.2$ . ....	47
<b>Figura 4.7:</b> Resposta ao degrau unitário para os modelos do OP 1,2 e 4. ....	50
<b>Figura 4.8:</b> Resposta ao degrau unitário para os modelos do OP 3 e 5. ....	51
<b>Figura 4.9:</b> RGA Dinâmico para todos os pontos considerados (OP de 1 a 5). ....	52
<b>Figura 5.1:</b> Resposta servo (1; -1) e regulatória (200.(1; -1)) na análise do efeito da especificação da velocidade para modelo M3 sem tempo morto. ....	58
<b>Figura 5.2:</b> Resposta servo (1; -1) e regulatória (200.(1; -1)) na análise do efeito da especificação da velocidade para modelo M3 com tempo morto. ....	59
<b>Figura 5.3:</b> Resposta servo (1; -1) e regulatória (200.(1; -1)) na análise do efeito da especificação da velocidade para modelo M4 sem tempo morto. ....	60
<b>Figura 5.4:</b> Resposta servo (1; -1) e regulatória (200.(1; -1)) na análise do efeito da intensidade do tempo morto. ....	61
<b>Figura 5.5:</b> Resposta servo (1; -1) e regulatória (200.(1; -1)) na análise do efeito da intensidade do zero de transmissão. ....	62
<b>Figura 5.6:</b> Resposta servo (1; -1) e regulatória (200.(1; -1)) na análise do efeito da estrutura para o modelo M1 e Td1 (a) e M1 e Td5 (b). ....	64
<b>Figura 5.7:</b> Resposta servo (1; -1) e regulatória (200.(1; -1)) na análise do efeito da estrutura para o modelo M3 e Td5. ....	64
<b>Figura 5.8:</b> Resposta servo (1; -1) e regulatória (200.(1; -1)) na análise do efeito da estrutura para o modelo M4 e Td5. ....	65
<b>Figura 5.9:</b> Resposta servo (1; -1) e regulatória (200.(1; -1)) na análise do efeito do aumento da ordem para o modelo M3 e Td1. ....	67

<b>Figura 5.10:</b> Resposta servo (1; -1) e regulatória (200.(1; -1)) na análise do efeito do aumento da ordem para o modelo M1t e Td1. ....	68
<b>Figura 5.12:</b> Resposta servo (1; -1) e regulatória (500.(1; -1)) na análise do efeito da ordem para o modelo M2t e Td1. ....	70
<b>Figura 5.13:</b> Resposta servo (1; -1) e regulatória (200.(1; -1)) na análise do efeito da não linearidade para o modelo M1t e Td1. ....	71
<b>Figura 5.14</b> Resposta servo (1; -1) e regulatória (200.(1; -1)) na análise do efeito da não linearidade para o modelo M4 e Td1. ....	72
<b>Figura 6.1:</b> Fluxograma do procedimento global de projeto com multi-modelos. ....	82
<b>Figura 6.2:</b> Resposta ao degrau unitário para os pontos de operação G1,G2 e G3. ....	83
<b>Figura 6.3:</b> Resposta servo (1; -1) e regulatória (500.(1; -1)) para os pontos G1,G2 e G3 com o desempenho D1. ....	84
<b>Figura 6.4:</b> Simulação do controlador projetado no ponto G1 com os modelos G2 e G3. ....	85
<b>Figura 6.5:</b> Simulação do controlador projetado no ponto G3 com os modelos G1 e G2. ....	85
<b>Figura 6.6:</b> Simulação com o controlador projetado para o conjunto, simulado com G1, G2 e G3. ....	86
<b>Figura 6.7:</b> Simulação não linear com o controlador projetado para o ponto nominal G3 com o controlador projetado para o politopo P. ....	87
<b>Figura 6.6:</b> Simulação não linear com o controlador $C_n$ e o controlador $C_p$ . ....	89
<b>Figura 7.1:</b> Representação esquemática do MPC. ....	92
<b>Figura 7.1:</b> Resposta ao degrau unitário dos modelos G1, G1t e G1p. ....	94
<b>Figura 7.2:</b> Resposta servo (1; -1) e regulatória (500.(1; -1)) na vazão em t=50min e (0.25.(1; -1)) em x em t=100 min para os controladores projetados para G1 e D1. ....	95
<b>Figura 7.3:</b> Resposta servo (1; -1) e regulatória (500.(1; -1)) na vazão em t=50min e (0.25.(1; -1)) em x em t=100 min para os controladores projetados para G1t e D1. ....	95
<b>Figura 7.4:</b> Resposta servo (1; -1) e regulatória (500.(1; -1)) na vazão em t=50min e 0.25.(1; -1)) em x em t=100 min para os controladores projetados para G1p e D1. ....	96
<b>Figura 7.5:</b> Malha feedback genérica. ....	98
<b>Figura 7.6:</b> Malha feedback detalhada. ....	98
<b>Figura 7.7:</b> Resposta servo (1; -1) e regulatória (500.(1; -1] )para os controladores projetados para G3 e D2. ....	100
<b>Figura 7.8:</b> Resposta servo (1; -1) e regulatória (500.(1;-1)) para os controladores reduzidos a partir do controlador de $H_\infty$ . ....	101
<b>Figura 7.9:</b> Abordagens para o projeto de controladores de baixa ordem. ....	102
<b>Figura 7.8:</b> Malha feedback com modelo interno. ....	103
<b>Figura 7.9:</b> Resposta ao degrau unitário para cada saída. ....	107
<b>Figura 7.10:</b> Resposta ao degrau unitário para cada saída. ....	108
<b>Figura A.1:</b> Configuração feedback para análise da estabilidade interna. ....	121
<b>Figura A.2:</b> Malha de controle 2GL. ....	125
<b>Figura A.3:</b> Malha 2GL com PID. ....	127
<b>Figura C.1:</b> Resposta típica de processos de segunda ordem subamortecidos. ....	135
<b>Figura C.2:</b> Comportamento Dinâmico de Sistemas de 2ª Ordem para diferentes valores de fator de amortecimento ( $\zeta$ ). ....	138

<b>Figura C.3:</b> Efeito da posição de um zero na dinâmica de um processo de segunda ordem. 139	
<b>Figura C.4:</b> Resposta ao degrau unitário das funções de transferência da tabela variando a ordem (m). .....	140
<b>Figure E.1:</b> Janela Inicial do RPN-Toolbox 3.0.....	150
<b>Figure E.2:</b> Janela para o carregamento de modelos. ....	151
<b>Figure E.3:</b> Janela Analisis do RPN-Toolbox 3.0.....	151
<b>Figure E.4:</b> Janela RPN do RPN Toolbox 3.0. ....	152
<b>Figure E.5:</b> Sub-janela para seleção de desempenho.....	152
<b>Figure E.6:</b> Janela nRPN do RPN Toolbox 3.0. ....	153
<b>Figure E.7:</b> Janela PID do RPN Toolbox 3.0.....	154
<b>Figure E.8:</b> Janela PID do RPN Toolbox 3.0.....	154
<b>Figure E.9:</b> Janela MPC do RPN Toolbox 3.0.....	155
<b>Figure E.10:</b> Janela Simulation do RPN Toolbox 3.0. ....	156
<b>Figure E.11:</b> Arquivo em simulink para simulação.....	156
<b>Figure E.12:</b> Janela adaptada do MvTools. ....	157

## Lista de tabelas

<b>Tabela 3.1:</b> Desempenho Desejável para cada saída do sistema.....	31
<b>Tabela 3.2:</b> RGA estacionário para o sistema.....	31
<b>Tabela 3.3:</b> Parâmetros do Controlador $C_1$ .....	32
<b>Tabela 3.4:</b> Parâmetros do Controlador PID $C_2$ .....	34
<b>Tabela 4.1:</b> Classes Dinâmicas.....	48
<b>Tabela 4.2:</b> Classe Dinâmicas para sistemas $2 \times 2$ .....	49
<b>Tabela 4.3:</b> Parâmetros.....	49
<b>Tabela 4.4:</b> Coeficientes de Descarga para os Pontos de Operação.....	49
<b>Tabela 4.5:</b> Pontos de Operação.....	50
<b>Tabela 4.6:</b> Dados referentes aos pontos de operação.....	51
<b>Tabela 5.1:</b> Desempenhos desejáveis utilizados.....	56
<b>Tabela 5.2:</b> Parâmetros do controlador e índices de qualidade obtidos no estudo do efeito da velocidade para o modelo M3 sem tempo morto.....	57
<b>Tabela 5.3:</b> Parâmetros do controlador e índices de qualidade obtidos no estudo do efeito da velocidade para o modelo M3 com tempo morto.....	58
<b>Tabela 5.4:</b> Parâmetros do controlador e índices de qualidade obtidos no estudo do efeito da velocidade para o modelo M4 sem tempo morto.....	60
<b>Tabela 5.5:</b> Parâmetros do controlador e índices de qualidade obtidos no estudo do efeito do tempo morto para o modelo M3tt com desempenho Td1.....	61
<b>Tabela 5.6:</b> Parâmetros alterados para a definição dos novos pontos de operação.....	62
<b>Tabela 5.6:</b> Parâmetros do controlador e índices de qualidade obtidos no estudo do efeito da velocidade para o modelo M4 sem tempo morto.....	62
<b>Tabela 5.7:</b> Parâmetros do controlador e índices de qualidade obtidos no estudo do efeito da estrutura do controlador para o modelo M1.....	63
<b>Tabela 5.8:</b> Parâmetros do controlador e índices de qualidade obtidos no estudo do efeito da estrutura do controlador para o modelo M3 e Td5.....	64
<b>Tabela 5.9:</b> Parâmetros do controlador e índices de qualidade obtidos no estudo do efeito da estrutura do controlador para o modelo M1.....	65
<b>Tabela 5.10:</b> Parâmetros do controlador e índices de qualidade obtidos no estudo do efeito do aumento da ordem com M3t.....	66
<b>Tabela 5.11:</b> Parâmetros do controlador e índices de qualidade obtidos no estudo do efeito do aumento da ordem com M1t.....	67
<b>Tabela 5.12:</b> Parâmetros dos controladores obtidos no estudo do aumento de ordem por bases ortogonais.....	69
<b>Tabela 5.13:</b> Índices de qualidade obtidos no estudo do efeito da ordem para M4t e Td5.....	69
<b>Figura 5.11:</b> Resposta servo (1; -1) e regulatória (500.(1; -1)) na análise do efeito da ordem do controlador para M4t e Td5.....	69
<b>Tabela 5.14:</b> Parâmetros dos controladores obtidos no estudo da ordem para M2t-Td1.....	70
<b>Tabela 5.15:</b> Índices de qualidade obtidos no estudo da ordem para M2t-Td1.....	70
<b>Tabela 6.1:</b> Pontos de Operação.....	83
<b>Tabela 6.2:</b> Desempenho desejável utilizado.....	83

<b>Tabela 6.3:</b> Parâmetros do controlador e índices de qualidade obtidos para os pontos G1,G2 e G3 com o desempenho D1. ....	84
<b>Tabela 6.5:</b> Parâmetros do controlador e índices de qualidade obtidos para o projeto com o politopo e desempenho D1. ....	86
<b>Tabela 6.4:</b> Parâmetros do controlador e índices de qualidade obtidos para o projeto com o politopo e desempenho D1. ....	88
<b>Tabela 6.6:</b> Parâmetros do controlador obtidos para o projeto com o politopo e com o ponto nominal com aumento de ordem. ....	88
<b>Tabela 6.7:</b> Parâmetros do controlador na simulação não linear com $C_n$ e $C_p$ . ....	89
<b>Tabela 7.1:</b> Parâmetros dos controladores MPC projetados via sintonia RPN. ....	93
<b>Tabela 7.2(a):</b> Parâmetros dos controladores PID projetados. ....	94
<b>Tabela 7.2(b):</b> Índices de qualidade dos controladores PID projetados. ....	94
<b>Tabela 7.3:</b> Desempenho Desejável Utilizado para comparação com a técnica $H_\infty$ . ....	99
<b>Tabela 7.4:</b> Parâmetros dos controladores PID e índices de qualidade obtidos nos projetos para comparação com técnicas robustas. ....	100
<b>Tabela 7.5:</b> Parâmetros dos controladores PID Índices de qualidade obtidos nos projetos para comparação com técnicas robustas. ....	101
<b>Tabela 7.7:</b> Parâmetros dos controladores PID projetados para comparação. ....	108
<b>Tabela C.1:</b> Critérios de desempenho que utilizam pontos da resposta do sistema. ....	136
<b>Tabela C.2:</b> Critérios de Desempenho Integrais. ....	137
<b>Tabela C.3:</b> Funções de transferência com coeficientes otimizados baseado critério ITAE a uma resposta ao degrau unitário. ....	140
<b>Tabela D.1:</b> Fórmulas de Conversão entre os algoritmos PID na forma série e paralela. ....	141
<b>Tabela D.2 :</b> Algoritmos PID e respectivas formas convertidas para a configuração base*. ....	143
<b>Tabela D.3:</b> Coeficientes da equação genérica para o filtro da variável de referência ( $C_{SP}$ ). ....	145
<b>Tabela D.4:</b> Coeficientes da equação genérica para o filtro da variável de processo ( $C_{PV}$ ). ....	145
<b>Tabela D.5:</b> Parâmetros da Equação E.19 e E.20. ....	146

## Notação e Simbologia

$G(s)$	Matriz de transferência genérica para o processo
$C(s)$	Matriz de transferência genérica para o controlador
$P(s)$	Grupo de modelos (politopo)
$S(s)$	Função de sensibilidade
$T(s)$	Função em malha fechada
$T_0(s), T_d(s)$	Função desempenho desejável
$C_{PI}(s)$	Filtro com ação proporcional e integral
$C_{SP}(s)$	Filtro com ação derivativa para a variável de referência
$C_{PV}(s)$	Filtro com ação derivativa para a variável de processo
$C_F(s)$	Filtro para o aumento da ordem
$I$	Matriz identidade
$K_P$	Constante proporcional
$T_I$	Constante de tempo integral
$T_D$	Constante de tempo derivativa
$T_F$	Constante de tempo para filtro de aumento de ordem
$L_S, R_S$	Matriz diagonal de escalonamento das saídas, entradas
$M_S$	Matriz $M$ escalonada
$N$	Número de pontos do vetor de frequências
$F_I, F_O$	Filtro de fatoração de entrada, saída Blaskche
$y$	Variáveis de saída/ controladas
$y_r$	Variáveis de referência
$u$	Variáveis de entrada/ manipuladas
$n_i, n_o$	Número de entradas, saídas
$p$	Pólo
$u_p, y_p$	Direção de entrada/saída do pólo $p$
$z$	Zero de transmissão
$u_z, y_z$	Direção de entrada/saída do zero $z$
$t_s$	Tempo de subida
$\mathbf{a}$	Parâmetro de ajuste dos filtros
$\mathbf{l}$	Frequência de expansão para base ortogonal
$\mathbf{z}$	Fator de amortecimento
$\mathbf{t}$	Constante de tempo
$\mathbf{w}_n$	Frequência natural
$M^H$	Transposta conjugada da matriz $M$
$\tilde{M}^{-1}$	Pseudo-inversa da matriz $M$
$\mathbf{s}(M)$	Valor singular da matriz $M$
$\overline{\mathbf{s}}(M), \underline{\mathbf{s}}(M)$	Máximo, mínimo valor singular da matriz $M$
$\mathbf{g}(M)$	Condicionamento da matriz $M$
$\mathbf{g}^*(M)$	Condicionamento mínimo da matriz $M$
$\Gamma(G, T)$	Número de performance robusta
$\Gamma^\#(P, T)$	Número de performance robusta não linear

## Lista de Acrônimos

BTX	Modelo Benzeno-Tolueno-Xileno
DMC	<i>Dynamic Matrix Control</i>
DS	Síntese direta
FO	Função Objetivo
FRA	Método de aproximação no domínio da frequência
IAE	Integral do Erro Absoluto
IMC	Controle de modelo interno ( <i>Internal Model Control</i> )
ITAE	Integral do Erro Absoluto ponderado no tempo
MIMO	Sistema multivariável ( <i>Multi-Input Multi-Output</i> )
MPC	<i>Model Predictive Control</i>
nRPN	Número de performance robusta não linear
OP	Ponto de operação
OV	Máxima sobre-elevação
PI	Controle de ação proporcional e integral
PID	Controle de ação proporcional, integral e derivativa
PIDF	Controle PID mais filtro de aumento de ordem por <i>lead-lag</i>
PIDG	Controle PID mais filtro de aumento de ordem por base ortogonal
RGA	Matriz de ganho relativo
RGAI	Índice de matriz de ganho relativo
RPN	Número de performance Robusta
SISO	Sistema monovariável ( <i>Single-Input Single-Output</i> )
SPD	Semi-plano direito
SVD	Decomposição em valores singulares

# Capítulo 1

## Introdução

Em um mercado cada vez mais exigente, tendo à disposição um leque de ofertas muito diversificado e que busca por produtos de maior qualidade e confiabilidade, fica claro a exigência de que os processos produtivos respondam de forma ágil e confiável.

A automação industrial é a resposta natural para estes problemas, pois busca essencialmente promover a transformação de matérias primas em bens de consumo de modo padronizado, permitindo transições entre os objetivos de produção de acordo com objetivos pré-estabelecidos.

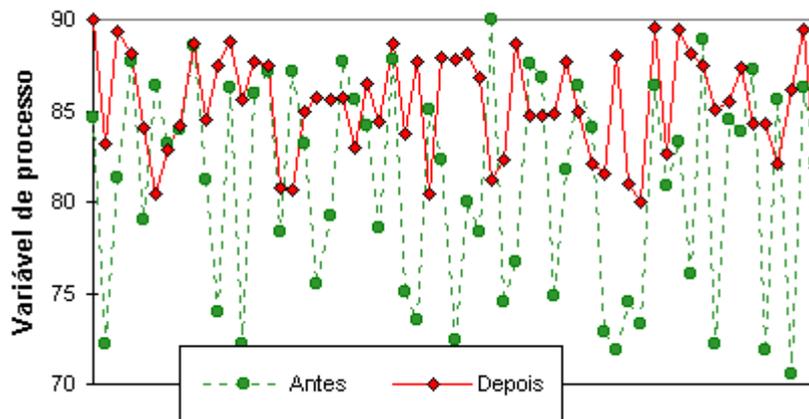
O controle automático tem desempenhado um papel fundamental no avanço da engenharia e da ciência, além de ter se tornado de grande importância e parte integrante dos modernos processos industriais e de produção. Basicamente o que se espera de um sistema automático de controle é que mantenha o processo em que atua operando eficientemente em uma condição desejada, que pode ser alterada com o tempo, rejeitando o efeito de perturbações conhecidas e/ou desconhecidas.

Embora diversas técnicas de controle automático de processo tenham sido desenvolvidas significativamente nas últimas décadas, o aproveitamento desse desenvolvimento tecnológico pelas indústrias tem se dado de forma extremamente lenta. Esta realidade deve-se em parte à falta de conhecimento das novas técnicas pelos possíveis usuários, mas também, a sua difícil aplicação prática, pois envolvem em sua grande maioria informações e modelos de difícil obtenção.

O desenvolvimento de novas metodologias de controle de processos com caráter mais prático, que sejam simples tanto no seu entendimento quanto na sua aplicação, porém eficientes, consiste em um tópico de grande impacto, aproximando a teoria e a aplicação nos modernos processos industriais, sendo esse o objetivo mais amplo desse trabalho.

## 1.1 Motivação

Um sistema de controle confiável permite operar próximo aos limites impostos pela segurança, pelo meio ambiente e pelo processo, o que permite alterar as condições de operação normais (linha tracejada na Figura 1.1) para uma condição mais favorável (linha contínua) reduzindo o tempo de produção fora da especificação, e consequentemente resultando em um maior retorno econômico do processo.



**Figura 1.1:** Variabilidade do Processo antes e depois da aplicação de uma estratégia de controle confiável.

Um sistema de controle confiável requer um projeto adequado de toda a estrutura de controle, que pode ser definida como a etapa do projeto de controle que antecede o projeto do controlador propriamente dito. Compreende três fases: a seleção de entradas e saídas, que consiste na definição do número, local e tipo de atuadores (que manipulam as entradas do processo) e sensores (que medem as saídas); a seleção da configuração de controle que define a forma de conexão e a hierarquia entre as variáveis controladas e manipuladas; a escolha da estrutura e ordem do controlador, que finaliza esta fase, e determina o tipo do algoritmo de controle que será utilizado.

O rápido avanço industrial levou a um elevado aumento da complexidade das plantas modernas, tanto em termos de fluxo de material como também de fluxo energético, promovendo um significativo aumento no número de malhas de controle necessárias para manter as condições de operações desejadas e a qualidade dos produtos obtidos. Em geral, estas malhas possuem interações que não são incorporadas durante o projeto de controladores utilizando técnicas aplicáveis apenas a sistemas SISO.

Nas últimas décadas o controle multivariável vem sendo alvo de muitos estudos e, consequentemente, de grande evolução. Entretanto, apesar de existir um grande número de métodos para sintonizar controladores de baixa ordem, do tipo Proporcional-Integral-Derivativo (PID) em malhas SISO, o número de técnicas aplicadas a sistemas de múltiplas malhas com interação (MIMO ou Multi-SISO com interação) ainda é bastante reduzido.

Os controladores PID destacam-se por serem um dos mais importantes métodos da automação e controle de processos industriais. O PID é um algoritmo robusto, de fácil

entendimento e que é capaz de prover uma performance satisfatória para um grande número de processos. Em particular, o controlador proporcional-integral (PI) ainda é a técnica de controle de processo mais utilizada industrialmente. Apesar dos avanços e da popularidade dessa abordagem, o projeto de controladores PID ainda precisa ter sua aplicação industrial intensificada.

De acordo com uma pesquisa sobre sistemas de controle de processos realizada em 1989 pela '*Japan Electric Measuring Instrument Manufacturers Association*', mais de 90% das malhas de controle são do tipo Proporcional-Integral-Derivativa (PID). Ainda, segundo uma pesquisa realizada em diversas fábricas de papel e celulose no Canadá, reportada em ÅSTRÖM e HÄGGLUND (1995), uma indústria típica possui mais de 2000 malhas de controle e em 97% delas é utilizado o controlador PI.

Embora controladores do tipo PID sejam tão antigos, tão estudados e os mais utilizados no cenário industrial, muitas malhas de controle apresentam uma performance não satisfatória, aumentando a variabilidade dos processos ao invés de reduzir, como desejado (WANG, 2001).

ÅSTRÖM e HÄNGLUNG (1995) reportaram que somente 20% das malhas de controle funcionam de forma adequada. Dentre aquelas que não funcionam corretamente, 30% apresentam problemas relativos à sintonia dos parâmetros. ENDER (1993) sustenta que 30% dos controladores instalados nos processos operam em manual e que 20% dessas malhas parâmetros padrão fornecidos pelos fabricantes.

Sendo esse tipo de controlador comumente utilizado no cenário industrial, técnicas de ajuste consistem em um tópico de pesquisa atual na área de controle de grande importância. Embora controladores PID apresentem apenas 3 parâmetros de ajuste (no caso SISO), não é tão trivial, um procedimento sistemático de sintonia desses parâmetros. Uma comprovação disto é que a ação derivativa embora possa trazer grandes benefícios em alguns casos, muitas vezes não é utilizada devido à dificuldade envolvida em sua sintonia, o que em grande parte se deve à existência de inúmeras formas nas quais esta ação é implementada nos diferentes sistemas comerciais.

No tocante a sistemas multivariáveis, além do algoritmo de controle utilizado, um aspecto importante a ser considerado é a estrutura do controlador. Controladores descentralizados são bastante utilizados na indústria e preferíveis frente a estruturas centralizadas devido a sua simplicidade e facilidade na manutenção e operação. Além disso, a performance desses controladores diagonais é, em geral, adequada para muitas aplicações em controle de processos. Em muitos casos, estruturas de controle mais sofisticadas não resultam em um ganho que justifique a complexidade adicional e o seu respectivo custo de implementação e manutenção.

A necessidade dos processos de trabalhar em diferentes pontos de operação e as incertezas inerentes a sua modelagem, indicam que além do desempenho, a robustez é uma característica desejável dos sistemas de controle por pelo menos duas razões. Em primeiro

lugar, deve ser preocupação permanente de todo projetista que os sistemas de controle funcionem satisfatoriamente, ainda que as condições de operação sejam distintas daquelas consideradas no modelo de projeto (nominal). Em segundo lugar, as condições de robustez podem ser utilizadas com o objetivo de se adotar um modelo de projeto intencionalmente simplificado, não só para facilitar a análise, como também por seu impacto sobre a complexidade do controlador resultante (CRUZ, 1996).

Por outro lado, o projeto de controle robusto descentralizado permanece como um problema aberto; uma vez que métodos padrões de projeto de controle robusto, em sua grande maioria não permitem a estruturação do controlador.

Surge então um problema desafiador dado o espaço para o desenvolvimento de uma metodologia genérica de projeto que contemple essas necessidades. Essa nova proposta deve conter embasamento teórico para ser justificável, no entanto deve ser simples em seu entendimento e uso para ter aceitação por parte dos usuários. Os resultados devem ser obtidos de forma rápida e eficiente e de tal maneira que possam ser implementados diretamente nos sistemas comerciais. Além disso, a técnica deve estabelecer um ponto de equilíbrio entre a robustez e o desempenho e cobrir uma vasta gama de processos industriais. Neste cenário se enquadra o foco deste trabalho cujos objetivos são claramente especificados na próxima seção.

## 1.2 Objetivos

Os principais objetivos do presente trabalho consistem no desenvolvimento de uma metodologia de projeto de controle que contemple as seguintes características:

- ✓ Seja aplicável à sistemas multivariáveis;
- ✓ Permita o projeto de controladores estruturados de baixa ordem (PID);
- ✓ Permita levar em consideração as diferentes formas em que a ação derivativa é implementada nos diferentes sistemas comerciais;
- ✓ Seja fácil de entender e simples de usar, cujos resultados possam ser implementados diretamente na prática;
- ✓ Seja uma metodologia robusta, que permita o projeto com o uso de uma representação multi-modelos para os processos industriais;
- ✓ Seja uma metodologia flexível, eficiente e rápida.

Além do desenvolvimento dessa nova metodologia, o escopo desse trabalho inclui a disponibilização dos resultados através do uso de um interface amigável desenvolvida em MATLAB® v5.3 (R11).

## 1.3 Estrutura da Dissertação

Essa dissertação apresenta-se dividida em 8 capítulos. Neste primeiro capítulo foram levantadas as principais questões a serem abordadas e sua relativa importância diante do cenário atual. No Capítulo 2 é realizada uma breve revisão bibliográfica a respeito dos métodos existentes para o projeto de controladores multivariáveis estruturados de baixa ordem.

A metodologia de controle proposta é então apresentada passo a passo para o projeto de controladores estruturados PID e de ordens superiores no Capítulo 3. Neste capítulo é apresentada a formulação do problema de otimização resolvido e são discutidas algumas características e particularidades do procedimento proposto. Para exemplificar o uso da metodologia é utilizado um estudo de caso (Coluna de Destilação BTX).

No Capítulo 4 é apresentado um estudo de caso didático desenvolvido nesse trabalho, visando gerar distintos comportamentos dinâmicos separados por classes, que visam representar os mais diversos comportamentos apresentados por processos industriais em situações reais.

No Capítulo 5, a metodologia é então avaliada de forma aprofundada, com base nas classes definidas no capítulo anterior. São analisados efeitos relativos à especificação do desempenho e à escolha da estrutura e da ordem do controlador.

No Capítulo 6, a metodologia é então estendida para a representação multi-modelos, visando conferir um caráter robusto ao projeto desenvolvido. A extensão da metodologia requer a definição de alguns conceitos que são então apresentados neste capítulo.

No Capítulo 7, a metodologia é comparada com outras técnicas de controle visando identificar a competitividade do método frente a outras abordagens e também suas limitações, identificando em quais situações outras técnicas seriam recomendáveis.

O Capítulo 8 consiste na conclusão do presente trabalho e na definição de diretrizes e novos trabalhos que podem ser realizados visando o aprimoramento da técnica.

Neste trabalho foram desenvolvidos alguns Apêndices que visam complementar os textos desenvolvidos nos capítulos. No Apêndice A são apresentados conceitos e fundamentos necessários para um completo entendimento da metodologia proposta. No Apêndice B é apresentada a fatoração de desempenho utilizada para sistemas de fase não mínima. Os critérios de avaliação para o desempenho de malhas de controle utilizados nesse trabalho, bem como a apresentação de propostas para a definição do desempenho desejável para o sistema são apresentados no Apêndice C. No Apêndice D são apresentadas as distintas parametrizações do controlador PID utilizadas nesse trabalho na configuração base proposta. E por fim, no Apêndice E é apresentada a interface desenvolvida para a aplicação da metodologia proposta.



## Capítulo 2

### Revisão Bibliográfica

O processo de automação industrial surgiu aproximadamente no início do século XVIII, durante a denominada ‘Segunda Revolução Industrial’. O objetivo da substituição da mão de obra humana por equipamentos mecânicos em trabalhos que exigiam a força bruta veio da natural necessidade de incrementar capacidade e qualidade dos processos de produção então existentes.

A primeira realização na área de controle automático de processos é atribuída a JAMES WATT que, em 1769, introduziu o conceito de realimentação negativa para o controle da velocidade de máquinas a vapor. O primeiro estudo sistemático sobre estabilidade de sistemas realimentados foi realizado por J. C. MAXWELL, em 1868, que descreveu as equações diferenciais que governavam o sistema desenvolvido por WATT. Com seu trabalho, MAXWELL demonstrou a importância e a utilidade de modelos e métodos matemáticos para a compreensão dos processos industriais e da própria teoria de controle.

Estudos a respeito da estabilidade foram desenvolvidos por HURWITZ (1875) e ROUTH (1905), sendo estendido para sistemas não lineares por um matemático russo chamado LYAPUNOV (1893).

Os primeiros controladores realimentados consideravam implicitamente ou explicitamente as ações proporcionais, integrais e derivativas em suas estruturas. No entanto, somente em 1922 (MINORSK, 1922) considerações teóricas rigorosas foram dadas ao controlador chamado PID.

Comercialmente, esses controladores se tornaram disponíveis nos anos 30 (ZIEGLER, 1975), e o interesse em seu projeto é relevante até os dias de hoje. Em 1932, um controlador com ação derivativa foi introduzido por RALPH CLARRIDGE da ‘Taylor Instrument Companies’. Naquele tempo essa funcionalidade era chamada de ‘pre-act’ e foi inicialmente testada apenas em casos especiais.

Nos primeiros anos no mercado, apesar do controlador PID ter demonstrado sua importância em algumas aplicações consideradas difíceis, ainda havia uma grande dificuldade na sua difusão nos processos industriais, principalmente devido à inexistência de regras simples para o ajuste dos parâmetros.

Em 1932, em seu trabalho de nome “Regeneration Theory”, NYQUIST descreveu como determinar a estabilidade de sistemas no domínio da frequência. Com base na contribuição de NYQUIST, em 1942, através do artigo “*Optimum Settings for Automatic Controllers*”, de autoria de J. G. ZIEGLER e N. B. NICHOLS, ambos da ‘*Taylor Instrument Companies*’, foram apresentados dois procedimentos para sintonia dos controladores, através de simples regras de ajuste baseadas em características dinâmicas do processo. Este artigo foi um marco na história do controlador PID, dando nascimento à metodologia que ainda é uma das mais comumente utilizadas no projeto de sistemas de controle, e uma das razões da disseminação dos controladores PID.

Vários métodos de ajuste de controladores PID em malhas do tipo SISO foram propostos nos últimos sessenta anos. Esses métodos podem ser de tentativa e erro (ZIEGLER-NICHOLS, 1942; TYREUS-LUYBEN, 1992), baseados em dados experimentais (*step tests*, curvas de reação do processo ou obtenção dos parâmetros via tabelas ou fórmulas deduzidas em função das características dinâmicas estimadas), baseados em minimização de índices de erro (IAE, ISE, ITAE), ou metodologias baseadas em modelo (Método da síntese direta, DS; ou método IMC, Internal Model Control).

Uma boa coletânea de métodos de ajuste de controladores PID pode ser encontrada em livros como ÅSTRÖM e HÄGGLUND (1995) e O’DWYER (2003). Dentre os vários tipos de métodos, os mais difundidos são os métodos que apresentam regras de ajuste baseadas em um modelo aproximado do processo, representado normalmente por uma função de transferência de primeira ordem com tempo morto. Em FACCIN (2004) foi realizado um levantamento e uma comparação dentre estes tipos de métodos de sintonia.

## 2.1 Controladores Multivariáveis

Em meados da década de 50, os engenheiros de processo começaram a verificar que as técnicas existentes para sintonia de controladores SISO não funcionavam de forma adequada para sistemas MIMO. A partir desse momento engenheiros e pesquisadores começaram a investir esforços no projeto de controle multivariável em paralelo ao desenvolvimento de novas técnicas de sintonia SISO.

O desenvolvimento da representação de modelos dinâmicos na forma espaço de estados no início da década de 1960 possibilitou a resolução de problemas lineares de controle multivariável de uma forma matematicamente elegante, impulsionado a então chamada teoria de controle moderna.

O projeto de controladores MIMO é um desafio para os engenheiros de controle devido a sua natureza complexa. Uma abordagem muito comum e simplificada consiste em aproximar o sistema MIMO por várias malhas SISO (projeto Multi-SISO).

### 2.1.1 Sintonia Multi-SISO

Existem algumas abordagens encontradas na literatura para sintonia de malhas Multi-SISO, uma delas utiliza a idéia de “de-sintonia” dos parâmetros. O método BLT (*Biggest Locus Modulus*) constitui um exemplo desse tipo de abordagem. Desenvolvido por LUYBEN (1986) para realizar a sintonia de controladores PI em múltiplas malhas, é utilizado como referência para a maioria dos trabalhos desenvolvidos nessa área.

A principal vantagem desse método é a sua simplicidade, podendo ser usado como ponto de partida para futuras sintonias. No entanto, a sua principal desvantagem consiste no fato de que as malhas são sintonizadas individualmente, não levando em conta durante a sintonia, as diferentes interações entre as malhas.

Uma outra abordagem muito comum na literatura é o chamado Método Sequencial. Este método foi proposto a partir do início dos anos 70 por MAYNE (1973), BHALODIA e WEBER (1979), CHIU e ARKUN (1992), HOVD e SKOGESTAD (1994). Nessa abordagem, as malhas são fechadas sequencialmente, uma após a outra. Com o propósito de garantir uma menor interação entre os canais, a seqüência de fechamento das malhas geralmente começa pela malha caracterizada pela dinâmica mais rápida; a interação dinâmica de tal malha é então considerada quando a segunda malha é fechada e assim sucessivamente.

As principais desvantagens são representadas pelo fato de que o valor final dos parâmetros é dependente da ordem que se fecham as malhas e que esse procedimento de iteração pode alterar a resposta nos canais para os quais o controlador foi sintonizado anteriormente. Por outro lado, a principal vantagem desse método é que podem ser usadas as técnicas de sintonia SISO bem desenvolvidas e que em geral apresentam resultados melhores que o método BLT.

Além dos métodos de de-sintonia e sequencial, duas outras metodologias podem ser identificadas: os métodos iterativos e os métodos de projeto independente.

O procedimento iterativo prevê a sintonia exatamente como no caso sequencial, no entanto, uma vez fechada todas as malhas, estas vão sendo ajustadas individualmente mantendo as outras malhas em automático e assim sucessivamente até a convergência dos parâmetros. Estudo sobre esse método tem sido desenvolvido por SHEN e YU (1994).

Métodos de projeto independentes foram estudados por ECONOMOU e MORARI (1986), e SKOGESTAD e MORARI (1992). O projeto das malhas é feito de maneira independente, tentando respeitar a performance desejada e a estabilidade de cada malha, de alguma maneira, considerando a interação entre as malhas. Uma vez que esses controladores não usam informações detalhadas a respeito do efeito da dinâmica do controlador nas outras malhas, os resultados obtidos, na maioria das vezes, são muito pobres em termos de performance.

Quando as interações entre as variáveis são elevadas, a resposta do sistema pode não ser satisfatória pelo uso de controladores descentralizados. No entanto, antes de partir para uma estrutura de controlador mais centralizada, se usam técnicas para redução da interação entre as malhas, geralmente baseados em ação preditiva. Os blocos inseridos na malha de controle que visam diminuir ou eliminar (teoricamente) a interação entre as malhas são chamados de desacopladores.

Esses desacopladores podem ser estáticos ou dinâmicos. Os primeiros reduzem o acoplamento entre as malhas somente em estado estacionário. Consistem em matrizes de ganho na saída do controlador, o que os tornam simples de implementar. Os desacopladores dinâmicos levam em consideração a dinâmica dos processos, podem apresentar problemas de realização e dificuldade na implementação. Deve-se ter em mente que uma perfeita compensação da planta só é possível se o modelo do processo é perfeitamente conhecido. Como essa situação é hipotética, o desacoplamento é apenas parcial. Esta não é uma técnica muito utilizada industrialmente, pois requer um esforço significativo na modelagem do processo, em seu ajuste e manutenção.

### **2.1.2 Sintonia MIMO**

Um alternativa para processos de elevada interação consiste no uso de estruturas centralizadas de controle que muitas vezes são evitadas devido a complexidade e dificuldades envolvidas na implementação. Além das metodologias aplicáveis no projeto de controladores PID descentralizados, existem outras metodologias mais versáteis que permitem a estruturação do controlador, podendo ser utilizadas para projeto de controladores do tipo PID centralizado.

Em uma primeira abordagem, pode-se assumir que o controlador tenha uma estrutura equivalente a um controlador PID e estimar os parâmetros usando algum método de otimização (controle ótimo) bem conhecido, por exemplo, síntese  $H_\infty$  (GRIMBLE, 1990), síntese mista  $H_\infty/H_2$  (CHEN et al., 1995) e abordagem por programação semi-definida (BAO, 1999). Estes métodos podem ser usados para a obtenção dos parâmetros, de tal forma que o controlador apresente uma boa performance no domínio do tempo e robustez no domínio da frequência. O principal problema com essa abordagem é que a estrutura fixa do controlador gera um problema de otimização não convexo. Mesmo quando uma solução pode ser encontrada, em geral apresenta elevado consumo de tempo computacional. Por exemplo, para um sistema 2x2 com uma estrutura descentralizada (BAO, 1999) reporta que se levam duas horas para a obtenção dos 6 parâmetros usando um computador Pentium II 333MHz.

Uma outra abordagem consiste em projetar o controlador com uma estrutura arbitrária utilizando qualquer técnica avançada e então reduzir a ordem do controlador, ou aproximar esse controlador obtido por um controlador PID. DONG e BROSILOW (1997) é um exemplo para este método: Inicialmente um controlador IMC é projetado e então este controlador é reduzido para a forma PID. A mesma idéia é adotada (TAN et al., 1998) para sistemas do tipo SISO, onde um controlador por  $H_\infty$  com 'Loop-Shaping' é projetado e então reduzido a um PID. O problema com essa metodologia é que, embora a performance do sistema possa ser garantida com o controlador originalmente projetado, não fica garantida a performance para o controlador de ordem reduzida.

Vários outros tipos de controladores multivariáveis diferentes do PID têm sido propostos durante as últimas décadas. A pesquisa sobre controle ótimo da década de 60 lança mão de métodos variacionais para gerar controladores multivariáveis que minimizam algum índice de performance quadrático. O método é então chamado de Linear Quadrático (LQ) (ATHANS, 1986). A matemática é elegante, mas existem poucos casos de aplicação na indústria química.

Sem dúvidas, o mais popular controlador multivariável é a extensão do controlador preditivo multivariável DMC-*Dynamic Matrix Control* (CUTLER e RAMAKER, 1979). Aplicações desse tipo de controlador MPC (*Model Predictive Control*) são reportadas para indústria de petróleo, nas unidades de craqueamento e torres de fracionamento. Essas operações são caracterizadas como sendo multivariáveis em natureza, tendo muitas restrições e processamento de grandes volumes materiais. Entretanto o MPC não demonstrou ainda grandes vantagens em relação a estratégias convencionais sobre um número importante de processos, especialmente em processos químicos. A idéia básica do MPC é utilizar o modelo do processo (linear ou não) para calcular as melhores mudanças nas variáveis manipuladas de acordo com um resultado desejado nas variáveis controladas.

Uma outra técnica consiste na extensão do método IMC para sistemas multivariáveis (GARCIA e MORARI, 1985). Na prática, essa não é um extensão direta como o DMC, existe um projeto definido a se seguir, e alguns passos no procedimento de projeto não são quantitativos, mas envolvem alguma “arte”. Um dos problemas relativos à sua aplicação consiste na seleção da parte inversível do processo, uma vez que se têm muitas possibilidades de escolha. Os problemas relacionados à essa abordagem são discutidos no livro de MORARI e ZAFIRIOU (1989).

Apesar do enorme interesse pelas técnicas de controle modernas por parte dos acadêmicos, controladores PID são ainda preferidos em controle de processo industrial. A razão disso é que os controladores projetados com ajuda de técnicas de controle modernas são usualmente de elevada ordem, difíceis de se implementar, e virtualmente impossíveis de re-sintonizar on-line, enquanto que por outro lado, controladores PID são simples, fáceis de implementar, e comparativamente fáceis de re-sintonizar.

## 2.2 Abordagem Multivariável no Domínio da Frequência

Para resolver o problema de controle de processos industriais, cujos modelos são geralmente derivados de experimentos ruidosos e normalmente imprecisos, muitas pesquisas foram realizadas para desenvolver aproximações no domínio da frequência para sistemas de controle multivariável. Neste sentido existem duas grandes linhas de pesquisa que foram desenvolvidas. A primeira delas se baseia em transformar o sistema MIMO em uma série de sistemas SISO. Representativos trabalhos neste ramo são: o procedimento de projeto sequencial (“Sequential Design Procedure”, MAYNE, 1973), o método derivado de Nyquist (“Inverse Nyquist Array”, ROSENBROCK, 1972) e o método de decomposição em valores singulares (HUNG e MACFARLANE, 1982).

A segunda linha de pesquisa desenvolvida consiste na generalização dos conceitos no domínio da frequência existentes para sistemas SISO. Trabalhos significativos nessa área foram a generalização dos conceitos do gráfico de NYQUIST e do lugar das raízes (“Root Locus”) para sistemas MIMO (MACFARLANE e POSTLEHWAITE, 1977).

A falha da então moderna representação em espaço de estados para alguns processos industriais promoveu um aumento de interesse pela pesquisa na área de controle robusto, sendo desenvolvido o método da norma infinita ( $H_\infty$ ). A principal motivação de ZAMES (1981) era incorporar as incertezas da planta, especificadas no domínio da frequência, no projeto de controladores para sistemas MIMO. Nesta metodologia, a norma infinita ( $H_\infty$ ) é usada para descrever o nível de incerteza associada à modelagem e ao ganho da planta.

A principal desvantagem dessa metodologia é que a solução para o problema da estabilização robusta nem sempre é exata e além disso, não há uma metodologia clara para a seleção dos pesos utilizados na formulação do problema de otimização.

O desenvolvimento nessa área é conduzido para dois importantes projetos de controle robusto. O LSPD-*Loop Shaping Design Procedure* (MACFARLANE e GLOVER, 1992), no qual a performance desejada é especificada juntamente com o requerimento da estabilidade robusta. A outra metodologia é a síntese- $\mu$ , na qual a estabilidade robusta e a performance são asseguradas pela minimização do então chamado valor singular estruturado  $\mu(M)$  de uma matriz de transferência  $M$  (DOYLE; 1982, 1985). Essas duas metodologias resolvem o problema de robustez até certo ponto. No LSPD a seleção dos pesos é difícil. Para a  $\mu$ -síntese não existe um método direto, e o procedimento disponível, iterações DK (BALAS, et al., 1991), usualmente fornece somente um ótimo local para o problema. O controle robusto de sistemas multivariáveis ainda é um problema aberto para os pesquisadores.

Com o desenvolvimento dos computadores, os métodos gráficos tradicionais usados no domínio da frequência podem ser executados facilmente. Além disso, procedimentos previamente realizados por tentativa e erro foram substituídos por algoritmos de otimização resolvidos numericamente com auxílio de computadores. O projeto de controle por aproximação no domínio da frequência (“Frequency Response Approximation Design Method”-FRA), que foi desenvolvido originalmente para sistemas SISO (ENGELL, 1988) é um desses métodos. Nesta metodologia, o clássico procedimento de projeto no domínio da frequência é entendido como a aproximação de um controlador ideal conduzindo a um desejado comportamento em malha fechada por um controlador de baixa ordem. Em (MÜLLER, 1990) e em (ENGELL e MÜLLER, 1993) esta metodologia foi estendida para sistemas multivariáveis sendo ampliada e generalizada em (TRIERWEILER et al., 2000). As vantagens dessa metodologia consistem nos fatos de que ela é fácil de entender e manipular, o procedimento de otimização é rápido e pode ser usado para processos com tempo morto e zeros no SPD (Semi Plano Direito), que aparecem frequentemente em processos químicos.

Algumas pesquisas foram desenvolvidas desde então para melhorar e adequar o procedimento FRA para sistemas multivariáveis com incertezas. Em TRIERWEILLER (1997) foi apresentado um procedimento sistemático para o projeto da estrutura de controle

(CSD, “Control Structure Design”), e foi apresentado o Número de Performance Robusta (RPN) que representa o potencial de dificuldade na obtenção de uma performance robusta desejada para um dado sistema. Em WANG (1999) o procedimento FRA foi associado com a metodologia LSPD para o desenvolvimento de uma metodologia robusta.

Como dito anteriormente, controladores PID são os controladores mais difundidos no mundo, além de serem disponíveis em praticamente todo sistema de controle comercial. FACCIN (2004) desenvolveu uma metodologia baseada na metodologia FRA que permite incorporar na etapa de projeto o tipo de parametrização (algoritmo) comercial do PID visando a fácil implementação da metodologia em ambiente industrial. Este procedimento foi estendido para uma representação multi-modelos aumentando a robustez do algoritmo. Sem dúvida foi uma “abordagem inovadora”, mas com uma limitante; a metodologia desenvolvida é aplicável apenas para sistemas SISO.

As técnicas existentes para o projeto de controladores estruturados de baixa ordem são em geral complexas e de difícil resolução matemática. Além disso, a grande maioria não leva em consideração ainda na etapa de projeto a facilidade de implementação do controlador projetado. Com base nessas necessidades, foi adotado o método FRA desenvolvido para sistemas multivariáveis associados à abordagem de FACCIN (2004) para o desenvolvimento de uma nova proposta para o projeto de controladores que satisfaçam os objetivos especificados no capítulo anterior.



## Capítulo 3

### Desenvolvimento Teórico

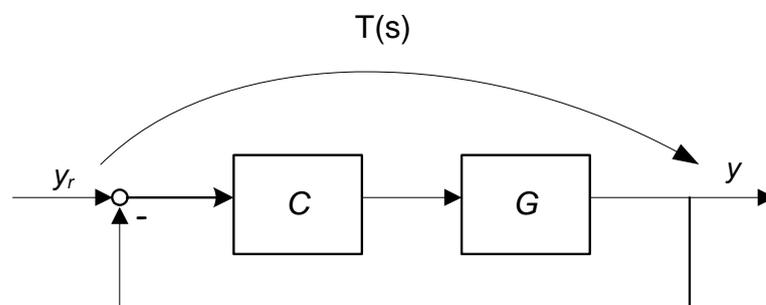
#### 3.1 Introdução

Neste capítulo é apresentada a metodologia utilizada para o projeto de controladores por aproximação no domínio da frequência. Inicialmente é apresentada a idéia básica, na forma como esta metodologia foi originalmente concebida. Em seguida, a metodologia é aplicada à configuração base utilizada com controladores PID, onde será descrito o equacionamento e a estratégia de resolução do problema de otimização formulado a seguir. No Apêndice A são apresentados conceitos e fundamentos, de caráter complementar, necessários para um completo entendimento da metodologia proposta.

#### 3.2 Projeto de Controle por FRA para sistemas SISO

##### 3.2.1 Idéia Básica

Considere a malha por realimentação padrão apresentada na Figura 3.1, onde  $G$  é modelo do processo em estudo,  $C$  é o controlador,  $y$  é a variável controlada e  $y_r$  a variável de referência.



**Figura 3.1:** Malha de Controle por realimentação padrão.

A relação estabelecida entre as variáveis  $y$  e  $y_r$  é dada pela chamada função de transferência em malha fechada ( $T$ ), cuja expressão para um sistema SISO é dada pela expressão (3.1)

$$T(s) = \frac{y(s)}{y_r(s)} = \frac{G(s)C(s)}{1 + G(s)C(s)} \quad (3.1)$$

Sendo  $T(s)$  entendido como o desempenho desejado para o sistema, especificado por uma função arbitrária predeterminada  $T_0(s)$ , dado o modelo estável e de fase mínima  $G(s)$ , o controlador correspondente  $C_0(s)$  que compensa exatamente o modelo estabelecendo a trajetória especificada pode ser calculado a partir da equação (3.1)

$$C_0(s) = \frac{1}{G(s)} \frac{T_0(s)}{1 - T_0(s)} \quad (3.2)$$

A manipulação algébrica resultando na equação (3.2) é realizada sem nenhuma restrição e conseqüentemente não há garantia de que o controlador obtido seja realizável fisicamente, ou seja, implementável em sistemas físicos reais. Além disso, esse procedimento em geral resulta em controladores de elevada ordem, inviabilizando sua aplicabilidade em situações práticas. No entanto, este controlador pode ser chamado de controlador ideal porque fornece a informação necessária a respeito da resposta ideal no domínio da frequência que o controlador deve ter para compensar o modelo. Através dessa informação pode ser concebido um controlador realizável, de estrutura e ordem especificadas, e esta consiste na idéia básica de projeto por aproximação no domínio da frequência proposta por ENGELL (1988).

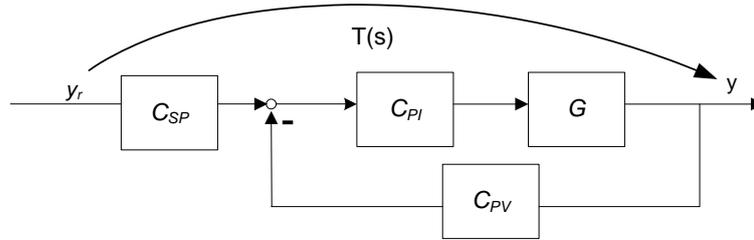
### 3.2.2 Aproximação do Controlador Ideal

A aproximação do controlador ideal pode ser realizada teoricamente através de alguma norma da diferença da resposta ponderada pelo sinal  $\kappa(s)$  entre a estrutura proposta  $C(s)$  e o controlador ideal  $C_0(s)$ . Para se facilitar a obtenção numérica de uma solução, pode-se usar um conjunto discreto de pontos no domínio da frequência.

$$\|\Delta C(s) \cdot \kappa(s)\| = \|(C(s) - C_0(s)) \cdot \kappa(s)\| \quad (3.3)$$

Na prática, é mais interessante a aproximação do desempenho fornecido pelo controlador ideal, do que a aproximação do controlador ideal propriamente dito. De forma que ao invés de aproximar  $\Delta C(j\omega)$  pode-se aproximar  $\Delta T(j\omega)$  (a diferença  $T - T_0$ ). De fato, a aproximação em termos de  $\Delta T$  pode ser entendida como uma aproximação de  $\Delta C$  ponderada pela função de sensibilidade na entrada e na saída da planta, favorecendo o ajuste na região da frequência de corte do sistema. Além disso, na formulação com dois graus de liberdade apresentada a seguir, a aproximação em  $\Delta T$  promove uma conexão entre os blocos em que o controlador foi fatorado, uma vez que não existe uma única 'entidade' que possa ser chamada de controlador.

A malha por realimentação proposta por FACCIN e TRIERWEILER (2004) é apresentada na Figura 3.2 e consiste na configuração base na qual a metodologia proposta foi desenvolvida. Nesta configuração, o bloco compensador  $C_{PI}(s)$  preserva as ações inerentes aos modos proporcional e integral que em geral é bastante similar nos diversos equacionamentos existentes para o controlador PID. Os blocos  $C_{SP}(s)$  e  $C_{PV}(s)$  são pré-filtros que implementam a ação derivativa tendo sua estrutura flexível e definida pela parametrização (algoritmo) utilizada.



**Figura 3.2:** Malha por realimentação Proposta.

A obtenção das expressões para os pré-filtros podem ser extraídas diretamente do algoritmo do PID que relaciona as ações de controle ( $u$ ) com as variáveis de processo ( $y$ ) e de referência ( $y_r$ ) sendo genericamente expresso por

$$u(s) = C_{PI}(C_{SP}y_r(s) - C_{PV}y(s)) \equiv C_R(s)y_r(s) - C_V y(s) \quad (3.3)$$

Para o caso MIMO, fixando a estrutura do bloco  $C_{PI}(s)$  como em (3.4), onde  $K_P$  e  $K_I$  correspondem a matrizes que expressam a constante proporcional e a constante integral de todos os canais respectivamente.

$$C_{PI}(s) = K_P + K_I \frac{1}{s} \quad (3.4)$$

As expressões resultantes para os pré-filtros podem ser obtidas algebricamente

$$C_{SP} = C_{PI}(s)^{-1} C_R(s) \quad e \quad C_{PV} = -C_{PI}(s)^{-1} C_V(s) \quad (3.5)$$

Na Tabela D.2 do Apêndice D são fornecidas as expressões destes blocos para os algoritmos do controlador PID mais comumente encontrados na literatura. Para a configuração proposta, a função em malha fechada para um sistema SISO é dada pela equação (3.6).

$$T(s) = \frac{y(s)}{y_r(s)} = \frac{G(s)C_{PI}(s)C_{SP}(s)}{1 + G(s)C_{PI}(s)C_{PV}(s)} \quad (3.6)$$

Neste caso, o termo de interesse  $\Delta T(s)$  é expresso para a malha feedback proposta através da equação (3.7) considerando a função  $T_0(s)$  especificada pelo projetista.

$$\Delta T(s) = T(s) - T_0(s) = \frac{G(s)C_{PI}(s)C_{SP}(s)}{1 + G(s)C_{PI}(s)C_{PV}(s)} - T_0(s) \quad (3.7)$$

Rearranjando a equação (3.7)

$$\Delta T(s) = \frac{G(s)C_{PI}(s)(C_{SP}(s) - T_0(s).C_{PV}(s)) - T_0(s)}{1 + G(s)C_{PI}(s)C_{PV}(s)} \quad (3.8)$$

O problema (3.9) é formulado no domínio da frequência para um vetor  $\omega$  com  $N$  pontos ( $\omega = [\omega_1 \ \dots \ \omega_N]$ ).

$$\alpha = \text{Arg} \min_{\alpha \in \mathbb{R}} FO = \text{Arg} \min_{\alpha \in \mathbb{R}} \sum_{s=j\omega_1}^{j\omega_N} \left| \left( [\Delta T(s)] \frac{1}{s} \right)^2 \right| = \text{Arg} \min_{\alpha \in \mathbb{R}} \sum_{s=j\omega_1}^{j\omega_N} \left| \left( [T(s) - T_0(s)] \frac{1}{s} \right)^2 \right| \quad (3.9)$$

O problema de otimização expresso em (3.9) consiste na diferença entre a resposta ao degrau unitário entre a função desempenho para o controlador aproximado  $T(s)$  e a função de desempenho para o controlador ideal  $T_0(s)$ , onde  $\alpha$  consiste no conjunto de parâmetros do controlador aproximado, que por sua vez são as variáveis de decisão do problema de otimização a ser resolvido. Substituindo a equação (3.8) no argumento em (3.9) tem-se

$$FO = \sum_{s=j\omega_1}^{j\omega_N} \left| \left( \left[ \frac{G(s)C_{PI}(s)(C_{SP}(s) - T_0(s).C_{PV}(s)) - T_0(s)}{1 + G(s)C_{PI}(s)C_{PV}(s)} \right] \frac{1}{s} \right)^2 \right| \quad (3.10)$$

A equação (3.10) pode ainda ser arranjada a partir da definição

$$S(s) = \frac{1}{1 + G(s)C_{PI}(s)C_{PV}(s)} \quad (3.11)$$

Se utilizarmos a aproximação de que a função de sensibilidade seja aproximadamente a função de sensibilidade desejada ( $S(s) \approx S_0(s)$ ), ou seja, considerando que a aproximação realizada seja suficientemente boa, chega-se à expressão (3.12), transformando o problema de otimização não convexo (3.10) em um sub-problema menos complexo (3.12).

$$\alpha = \arg \min_{\alpha \in \mathbb{R}} \sum_{s=j\omega_1}^{j\omega_N} \left| \left[ (1 - T_0(s)).(G(s)C_{PI}(s)(C_{SP}(s) - T_0(s).C_{PV}(s)) - T_0(s)) \frac{1}{s} \right]^2 \right| \quad (3.12)$$

Este problema, formulado por FACCIN e TRIERWEILER (2004), foi resolvido através de um procedimento sequencial iterativo, onde inicialmente se considera os filtros  $C_{SP}(s)$  e  $C_{PV}(s)$  valores unitários ( $T_D=0$ ) e se otimiza os parâmetros do bloco  $C_{PI}(s)$ . Os parâmetros  $K_P$  e  $K_I$  obtidos são então fixados e o mesmo problema é resolvido para encontrar o parâmetro  $T_D$  dos filtros  $C_{SP}(s)$  e  $C_{PV}(s)$ . A função de sensibilidade  $S(s)$  é atualizada como em (3.11) a partir do conhecimento dos parâmetros estimados na iteração anterior. Essa

seqüência é repetida até que o critério de parada utilizado, o erro percentual relativo entre parâmetros estimados em iterações consecutivas, seja satisfeito.

### 3.3 Desenvolvimento para sistemas MIMO

Com base na contribuição da abordagem de FACCIN (2004) é que este trabalho teve seu ponto de partida, associando essa contribuição à idéia básica de aproximação no domínio da frequência consolidada por TRIERWEILER et al. (2000), com o intuito de fornecer flexibilidade e caráter pratico a uma solução simples e eficiente.

Na extensão dessa metodologia para sistemas multivariáveis, além do aumento da dimensão do problema, deve-se ter uma certa cautela na manipulação algébrica dos blocos uma vez que a multiplicação agora matricial é não comutativa.

Para a resolução do problema de otimização equivalente, inicialmente é realizada uma aproximação que visa não apenas a convexidade do problema de otimização, mas também a redução na dimensionalidade do problema a ser resolvido, como será apresentada na próxima seção. A solução aproximada obtida é então utilizada como valor inicial para a solução de um problema de otimização global.

#### 3.3.1 Otimização Coluna por Coluna

A função de transferência em malha fechada para sistemas MIMO usando a malha por realimentação proposta é dada pela seguinte expressão.

$$T(s) = [I + G(s)C_{PI}(s)C_{PV}(s)]^{-1} G(s)C_{PI}(s)C_{SP}(s) \quad (3.13)$$

Considerando que o sistema tem  $no$  saídas e  $ni$  entradas, sendo  $G(s)$  de dimensão  $no \times ni$ , a dimensão do controlador correspondente  $C_{PI}(s)$  é  $ni \times no$  e os filtros  $C_{PV}(s)$  e  $C_{SP}(s)$  são matrizes quadradas de dimensão  $no$ . A função de desempenho desejável é especificada para cada saída do processo de forma independente através de uma matriz de transferência diagonal  $T_0(s)$  de dimensão  $no \times no$

$$T_0(s) = \underset{i=1,2,\dots,no}{diag} \{T_{0i}(s)\} \quad (3.14)$$

A diferença  $\Delta T(s)$  pode ser generalizada para sistemas MIMO pela expressão

$$\Delta T(s) = T(s) - T_0(s) = [I + G(s)C_{PI}(s)C_{PV}(s)]^{-1} (G(s)C_{PI}(s)C_{SP}(s)) - T_0(s) \quad (3.15)$$

A função de sensibilidade  $S(s)$  é dada pela equação (3.16)

$$S(s) = [I + G(s)C_{PI}(s)C_{PV}(s)]^{-1} \quad (3.16)$$

Após uma manipulação algébrica com a substituição de (3.16) em (3.15) tem-se

$$\Delta T(s) = S(s) \left[ G(s) C_{PI}(s) (C_{SP}(s) - C_{PV}(s) T_0(s)) - T_0(s) \right] \quad (3.17)$$

A expressão (3.17) é a representação generalizada para sistemas multivariáveis equivalente à expressão (3.8) para sistemas SISO. Visando facilitar a resolução do problema de otimização descrito a seguir, é realizada a aproximação de que  $S_0(s) \approx S(s)$ , que de fato é uma aproximação aceitável se a aproximação obtida do controlador ideal é suficientemente boa.

$$\Delta T(s) \approx S_0(s) \left[ G(s) C_{PI}(s) (C_{SP}(s) - C_{PV}(s) T_0(s)) - T_0(s) \right] \quad (3.18)$$

Para o caso em que  $C_{SP}(s) = C_{PV}(s)$  tem-se

$$S_0(s) = (I - T_0(s)) \quad (3.19)$$

Neste trabalho os blocos dos filtros  $C_{SP}(s)$  e  $C_{PV}(s)$  são definidos como blocos diagonais. Tal definição simplifica a fatoração do algoritmo PID considerado para a configuração base, uma vez que cada elemento constituinte da diagonal destes blocos pode ser obtido exatamente como na fatoração para sistemas SISO. Outra questão de ordem prática, é que a implementação destes filtros nos sistemas comerciais fica muito mais simplificada. Por último e mais ainda importante é a constatação de que para esta situação, a otimização da  $j$ -ésima coluna de  $\Delta T$  é influenciada apenas pela  $j$ -ésima coluna dos blocos  $C_{PI}(s)$ ,  $C_{SP}(s)$  e  $C_{PV}(s)$ , o que significa que cada coluna de  $\Delta T$  pode ser aproximada separadamente pela resolução de  $no$  problemas de otimização independentes.

Do ponto de vista matemático, os blocos diagonais implicam em uma mesma ação derivativa em todos os canais presentes na mesma coluna da matriz de controle. Esta imposição restringe as ações de controle, no entanto, uma vez que este problema é resolvido através de um procedimento iterativo, a realimentação dos blocos atenua essa limitação pela modificação dos parâmetros do bloco  $C_{PI}(s)$  na busca da solução ótima.

Da mesma forma que na seção anterior, esse problema é resolvido no domínio da frequência para um vetor  $\omega$  com  $N$  pontos ( $\omega = [\omega_1 \ \dots \ \omega_N]$ ) através da resolução de um problema de otimização para cada coluna  $j$  expresso em (3.19), onde o subscrito  $j$  indica a coluna  $j$  e o subscrito  $jj$  o elemento algébrico situado na linha  $j$  e coluna  $j$  do termo correspondente.

$$\min_{X,Y} FO_j = \sum_{s=j\omega_1}^{s=j\omega_N} \left\| S_0(s) \left[ G(s) C_{PI,j}(s) (C_{SP}(s) - C_{PV}(s) T_{0,j}(s)) \right]_{jj} - T_{0,j}(s) \right\|_S^2 \quad (3.20)$$

### Procedimento de Resolução

O procedimento listado a seguir corresponde ao procedimento utilizado para a resolução do  $j$ -ésimo problema de otimização. Esse procedimento é executado *no* vezes até que as colunas de todos os blocos ( $C_{PI}(s)$ ,  $C_{SP}(s)$  e  $C_{PV}(s)$ ) sejam calculadas.

✓ Passo 1:

Inicialmente, os filtros  $C_{SP}(s)$  e  $C_{PV}(s)$  são considerados matrizes identidades de ordem  $no$  e o problema de otimização expresso em (3.20) é resolvido para a obtenção da coluna  $j$  do bloco  $C_{PI}(s)$ . Na formulação, este bloco é fatorado segundo a equação (3.21), onde a matriz  $\theta(s)$  corresponde à matriz contendo os termos em  $s$  e a matriz  $X$  corresponde à matriz de parâmetros do controlador.

$$C_{PI}(s) = \theta(s) \cdot X \quad (3.21)$$

De forma detalhada essas matrizes podem ser visualizadas na expressão (3.22), onde cada  $X_j$  corresponde ao vetor de parâmetros da  $j$ -ésima coluna do bloco  $C_{PI}(s)$ .

$$\theta(s) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{s} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{s} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & \frac{1}{s} \end{bmatrix}_{ni \times 2ni} \quad e \quad X_j = \begin{bmatrix} a_{1j,0} \\ a_{1j,1} \\ a_{2j,0} \\ a_{2j,1} \\ a_{3j,0} \\ \vdots \\ a_{nij,0} \\ a_{nij,1} \end{bmatrix}_{2ni \times 1} \quad (3.22)$$

De acordo com a expressão de um controlador do tipo PI pode-se identificar que

$$K_{Pij} = a_{ij,0} \quad e \quad T_{Iij} = \frac{K_{Pij}}{a_{ij,1}} \quad (3.23)$$

O problema resultante consiste em um problema de mínimos quadrados do tipo

$$\min_{X_j} \sum \{A_j(s)X_j - b_j(s)\}^2 = \min_{X_j} \|A_j(s)X_j - b_j(s)\|_2^2 \quad (3.24)$$

A expressão do método de mínimos quadrados pode ser genericamente escrita como

$$\min_x \|Ax - b\|_2^2 = \min_x \{(Ax - b)^T (Ax - b)\} = \min_x \{x^T A^T Ax - 2x^T A^T b + b^T b\} \quad (3.25)$$

Uma vez que o termo  $b^T b$  não tem influência sobre o resultado do problema de otimização, o problema acima é equivalente ao problema de programação quadrática (QP) expresso em (3.26).

$$\min_x \left\{ \frac{1}{2} x^T Q x + x^T u \right\} \quad (3.26)$$

Onde

$$Q = (A)^T A \quad e \quad u = -(A)^T b \quad (3.27)$$

Cada um dos  $N$  pontos de frequência do vetor  $\omega = [\omega_1 \quad \omega_2 \quad \dots \quad \omega_N]$ , corresponde a um conjunto de  $no$  equações que devem ser satisfeitas. Considerando que a matriz  $A_j$  e o vetor  $b_j$  avaliados na frequência apresentam em sua constituição números complexos, a necessidade de uma solução real para os parâmetros do vetor  $X_j$  requer que a parte real e a parte imaginária sejam satisfeitas, gerando um total de  $2Nno$  equações.

Para este problema, pode-se reconhecer que

$$A_j(s) = \left[ \frac{S_0(s)G(s)\theta(s)}{s} \right] (C_{SP}(s) - T_0(s)C_{PV}(s))_{jj} \quad e \quad b_j(s) = \left[ \frac{S_0(s)T_0(s)}{s} \right]_j \quad (3.28)$$

Onde o subscrito  $j$  ao colchete implica na coluna  $j$  da matriz correspondente. Para cada ponto do vetor de frequências  $A_j$  e  $b_j$  vão sendo concatenados verticalmente gerando um sistema sobre determinado.

$$A_j(\omega) = \begin{bmatrix} A_j(j\omega_1) \\ A_j(j\omega_2) \\ \vdots \\ A_j(j\omega_N) \end{bmatrix}_{no.N \times 2ni} \quad e \quad b_j(\omega) = \begin{bmatrix} b_j(j\omega_1) \\ b_j(j\omega_2) \\ \vdots \\ b_j(j\omega_N) \end{bmatrix}_{no.N \times 1} \quad (3.29)$$

A estruturação do controlador é considerada através de restrições fornecidas ao problema de otimização. Por exemplo, se em um determinado canal  $i$  da coluna  $j$  não se deseja um controlador PI, os parâmetros correspondentes podem ser fixados em 0.

✓ Passo 2:

Com o bloco  $C_{PI}(s)$  do passo anterior pode-se determinar o valor da ação derivativa apropriada. Os parâmetros conhecidos são então fixados, e o seguinte problema de otimização partindo da equação (3.20) é formulado.

$$\min_{T_{D,j}} \sum \left\{ A_{D,j}(s) (C_{SP}(s) - T_0(s)C_{PV}(s))_{jj} - b_{D,j}(s) \right\}^2 \quad (3.30)$$

Onde

$$A_{D,j}(s) = \left[ \frac{S_0(s)G(s) \cdot C_{PI}(s)}{s} \right]_j \quad e \quad b_{D,j}(s) = \left[ \frac{S_0(s)T_0(s)}{s} \right]_j \quad (3.31)$$

Os filtros  $C_{SP}(s)$  e  $C_{PV}(s)$  podem ser descritos sem perda de generalidade para qualquer tipo de parametrização pelas expressões abaixo, para cada linha e coluna  $j$ . Os valores assumidos pelos coeficientes, são fornecidos na tabela (D.3) e (D.4) do Apêndice D.

$$C_{SP,jj}(s) = \frac{\alpha_{SP}(s)T_{D,j} + 1}{\beta_{SP}(s)T_{D,j} + \gamma_{SP}(s)} \quad e \quad C_{PV,jj}(s) = \frac{\alpha_{PV}(s)T_{D,j} + 1}{\beta_{PV}(s)T_{D,j} + \gamma_{PV}(s)} \quad (3.32)$$

O termo que contém a variável de decisão  $T_{D,j}$  pode ser reescrito como apresentado na equação (3.33), onde os valores assumidos pelos coeficientes são fornecidos na tabela (D.5) do Apêndice D.

$$(C_{SP}(s) - T_0(s)C_{PV}(s))_{jj} = \frac{\alpha_T(s)T_{D,j} + 1}{\beta_T(s)T_{D,j} + \gamma_T(s)} \quad (3.33)$$

Substituindo a expressão (3.33) em (3.30), e rearrumando a expressão resultante, pode-se chega-se ao seguinte problema de otimização

$$\min_{T_{D,j}} \sum \left\{ A_j^*(s)T_{D,j} - b_j^*(s) \right\}^2 \quad (3.34)$$

Onde os vetores  $A_j^*$  e  $b_j^*$  são dados pelas equações (3.35)

$$A_j^*(s) = \alpha_T(s)A_{D,j}(s) - \beta_T(s)b_{D,j}(s) \quad e \quad b_j^*(s) = \gamma_T(s)b_{D,j}(s) - A_{D,j}(s) \quad (3.35)$$

Neste caso,  $T_{D,j}$  é um escalar, e os vetores  $A_j^*(s)$  e  $b_j^*(s)$  são concatenados verticalmente para os  $N$  pontos do vetor de frequência ( $\omega$ ), e o problema de mínimos quadrados resultante é formulado como um QP de maneira análoga ao problema anterior. No caso em que não se deseja a ação derivativa em uma coluna  $j$ , a resolução do problema (3.34) se torna desnecessária e para esta coluna, o problema de otimização é interrompido no final do passo 1 gerando o controlador PI desejado.

✓ Passo 3:

Após a resolução dos problemas sequenciais (passos 1 e 2), são obtidos os resultados da primeira iteração ( $k=1$ ). Com os parâmetros conhecidos, o procedimento descrito é então

repetido seqüencialmente sempre fixando  $C_{SP}(s)$  e  $C_{PV}(s)$  (no passo 1) e  $C_{PI}(s)$  (no passo 2) com os valores obtidos na iteração anterior, até que o critério de parada (3.36) seja satisfeito com  $\varepsilon$  estabelecido pelo projetista e  $k$  corresponde ao número da iteração. Uma visão geral desse procedimento é apresentada na Figura 3.3.

$$\frac{\|X_j^k - X_j^{k-1}\|}{\|X_j^k\|} 100\% \leq \varepsilon \quad \text{e} \quad \left\| \frac{T_{D,j}^k - T_{D,j}^{k-1}}{T_{D,j}^k} \right\| 100\% \leq \varepsilon \quad (3.36)$$

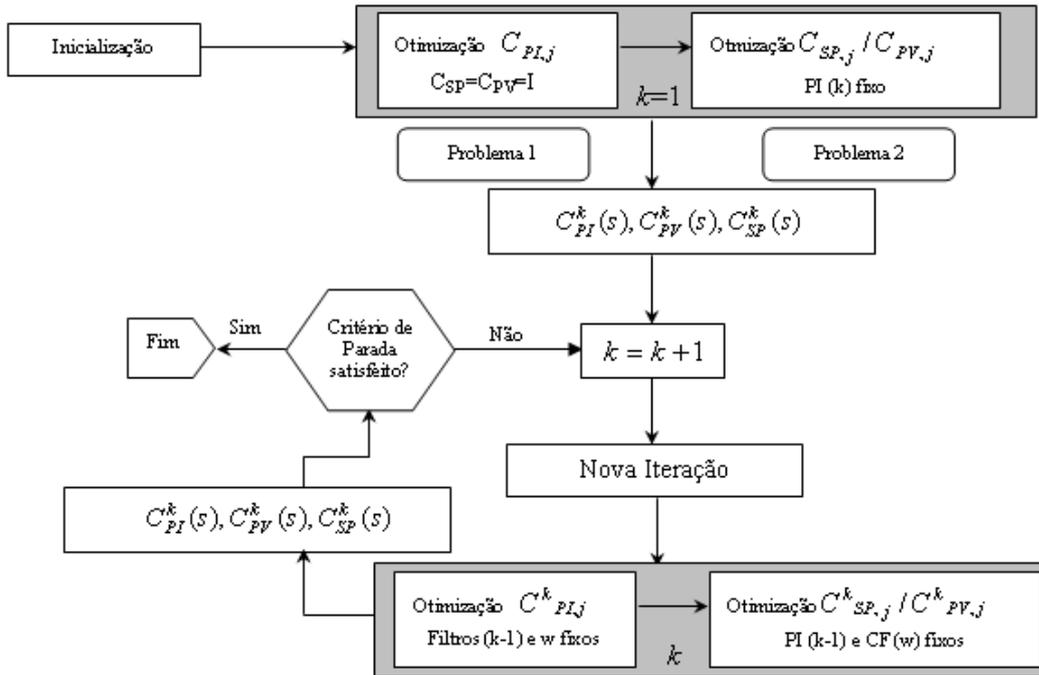


Figura 3.3: Visão geral do procedimento de otimização coluna por coluna.

### 3.3.2 Otimização Global

Na otimização coluna por coluna foi assumido que  $S(s) \approx S_0(s)$ . Se a diferença  $\Delta C$  não é suficientemente pequena, a função de sensibilidade  $S$  desvia de  $S_0$  e o erro computacional na otimização coluna por coluna pode ser grande. Para evitar esse comportamento indesejado, o ajuste do controlador otimizado anteriormente pode ser melhorado por uma otimização não linear que considera a aproximação em malha fechada diretamente.

A função objetivo na otimização não linear pode ser escrita como em (3.37) com  $\Delta T$  fornecido pela equação (3.17)

$$FO_{Global} = \sum_{k=1}^{no} \sum_{i=1}^{no} \sum_{l=1}^N \left\| \frac{\Delta T_{ik}(j.\omega_l)}{j.\omega_l} \right\|_2^2 = \sum_{l=1}^N \left\| \frac{\Delta T(j.\omega_l)}{j.\omega_l} \right\|_2^2 \quad (3.37)$$

O problema de otimização (3.37) é resolvido através de uma formulação do tipo min-max como expresso em (3.38), utilizando como valor inicial os resultados obtidos no final do procedimento anterior, que embora possam não ser necessariamente o melhor ponto de partida, é uma possibilidade razoável, uma vez que este procedimento é relativamente rápido não exigindo muito esforço computacional.

$$\begin{aligned} \min_{\gamma, x \in \mathbb{R}} \gamma \\ \text{sujeito a: } FO_{Global}(x) - w \cdot \gamma \leq 0 \end{aligned} \quad (3.38)$$

A formulação min-max é eficiente por minimizar o pior caso (máximo desvio), favorecendo o ajuste para todas as restrições consideradas. Nesta formulação, não há nenhuma aparente vantagem sendo  $FO_{Global}$  uma variável escalar. No entanto, o problema pode ser facilmente reformulado em termos de canais da diferença  $\Delta T$  ao invés de uma única variável global, o que além de favorecer o ajuste para todas as restrições consideradas ainda permite o uso de pesos diferenciados para canais presentes na diagonal. Além disso, a formulação (3.38) permite uma rápida e fácil adaptação para o caso em que se deseja trabalhar com multi-modelos pela simples inserção de novas restrições, como será apresentado no capítulo 6.

### 3.4 Desempenho Alcançável

O desempenho desejável pode ser estabelecido por qualquer comportamento dinâmico típico, sendo especificado de forma independente para cada variável de saída do processo em estudo. No Apêndice C, são definidos critérios de avaliação de desempenho que servem como base para a apresentação de algumas possibilidades nesta escolha, visando a sistematização do procedimento. Cabe ressaltar que esta é uma escolha que depende diretamente dos objetivos e que deve ser feita de forma adequada, compatível com a ordem da dinâmica da planta.

O desempenho para cada saída é estabelecido através de especificações no domínio do tempo que são então mapeadas para uma função genérica. Para uma função de segunda ordem (3.39), pode-se especificar o tempo de subida e a sobre-elevação permitida em malha fechada.

$$T_d(s) = \frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 2\frac{\zeta \cdot s}{\omega_n} + 1} \quad (3.39)$$

Na expressão (3.39),  $\omega_n$  é a frequência natural não amortecida e  $\zeta$  é o fator de amortecimento. Com base na máxima sobre-elevação permitida e no tempo de subida, esses parâmetros são facilmente determinados. A escolha dos parâmetros deve ser feita considerando-se as restrições do processo. Limitações no desempenho por ruído de medição, restrições nas entradas (saturação), e incertezas associadas ao modelo estão sempre presentes nas malhas de controle e essas limitações devem ser consideradas, mesmo que de forma qualitativa, na escolha do desempenho desejável. Por um lado, controladores muito rápidos

podem passar a responder aos ruídos e são mais fáceis de levar o sistema a uma condição de saturação. Por outro, controladores muito lentos podem demorar na supressão aos distúrbios sobre os quais o processo se encontra sujeito.

Além dessas limitações, existem as limitações inerentes ao processo, como por exemplo, elementos de fase não mínima (zeros de transmissão no SPD e tempo morto) e instabilidades (pólos no SPD), que devem ser consideradas no desempenho desejável, estabelecendo o chamado desempenho alcançável do sistema. Os fatores de fase não mínima limitam a máxima velocidade com que o controlador pode atuar, enquanto que a presença de pólos no SPD estabelece a velocidade mínima que o controlador deve atuar para evitar a instabilidade do sistema em malha fechada.

De maneira geral, essas características devem estar presentes na equação em malha aberta do sistema, o que pode ser realizado pela fatoração do sistema e a inserção dos filtros obtidos no desempenho desejável, de forma a obter o desempenho alcançável. A fatoração do sistema, bem como detalhes sobre essa relação desejável-alcançável é fornecida no Apêndice B. Considerando os filtros  $F_{O,z}$  (fatoração de zero na saída)  $F_{I,p}$  (fatoração de pólo na entrada)  $D_I$  e  $D_O$  (fatoração de tempo morto na entrada e na saída do sistema respectivamente) o desempenho alcançável  $T(s)$  pode ser obtido a partir do desempenho desejável  $T_d(s)$  através da expressão (3.40), onde se preserva as características estáticas ( $T(0)=T_d(0)$ ) e as propriedades de robustez especificadas ( $T$  e  $T_d$  tem os mesmo valores singulares).

$$T(s) = D_O(s)F_{O,z}(s)\tilde{F}_{O,z}^{-1}(0)\left[I - (I - T_d(s))\tilde{F}_{I,p}^{-1}(0)F_{I,p}(s)\right]D_I(s) \quad (3.40)$$

### 3.5 Número de Performance Robusta (RPN)

O RPN foi introduzido por TRIERWEILER (1997) como uma maneira sistemática para a determinação da controlabilidade entrada-saída de um sistema, sendo um índice quantitativo que auxilia a escolha de uma estrutura de controle apropriada. O RPN leva em consideração, ao mesmo tempo, o grau de acoplamento entre as diversas malhas de controle do processo e a região de frequência de operação da malha, sendo definido pela expressão (3.41), onde  $\bar{\sigma}(M)$  e  $\gamma^*(M)$  representam o máximo valor singular e condicionamento mínimo respectivamente da matriz  $M$ .

$$RPN \stackrel{\Delta}{=} \Gamma_{\sup}(G, T, \omega) = \sup_{\omega \in \mathfrak{R}} [\Gamma(G, T)] \quad (3.41)$$

$$\Gamma(G, T) \stackrel{\Delta}{=} \sqrt{\bar{\sigma}([I - T(j\omega)]T(j\omega)) \left( \gamma^*(G(j\omega)) + \frac{1}{\gamma^*(G(j\omega))} \right)} \quad (3.42)$$

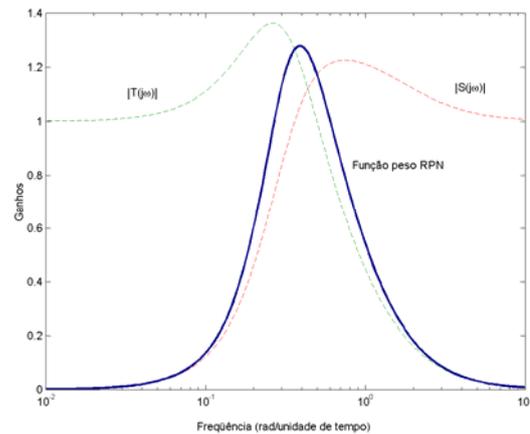
O RPN é composto de dois termos:

- ✓ O termo  $\bar{\sigma}([I - T(j\omega)]T(j\omega))$  é chamado de função peso RPN e tem seu máximo próximo a frequência de corte do sistema, região na qual incertezas

em sua proximidade são as mais importantes para a estabilidade robusta do projeto de controle.

- ✓ O termo  $\left( \gamma^*(G(j\omega)) + \frac{1}{\gamma^*(G(j\omega))} \right)$  é responsável pela avaliação da direcionalidade do sistema.

O RPN indica o desempenho e a robustez para uma dada estrutura de controle, servindo como ferramenta para avaliar o projeto de controladores baseados em uma simples inversão da planta. Este número representa o potencial de dificuldade de se alcançar o desempenho desejado para o sistema com o modelo analisado. Uma boa estrutura de controle é aquela com *RPN* reduzido. A Figura 3.4 ilustra um comportamento típico da função peso *RPN* em comparação com a função de sensibilidade (*S*) e com a função complementar de sensibilidade (*T*).



**Figura 3.4:** Comportamento típico da função peso *RPN*.

### 3.6 Escalonamento RPN

Sistemas bem condicionados facilitam o desempenho numérico do algoritmo de otimização e produzem respostas com erros relativos menores. Surge então a importância de se escalonar o sistema de forma que ele tenha o menor condicionamento possível. Com esse objetivo, são escolhidas matrizes diagonais  $L_S$  e  $R_S$ , através do procedimento de escalonamento RPN descrito a seguir

1-Determinação da frequência  $\omega_{sup}$ , onde a curva RPN,  $\Gamma(G, T, \omega)$  alcança seu valor máximo;

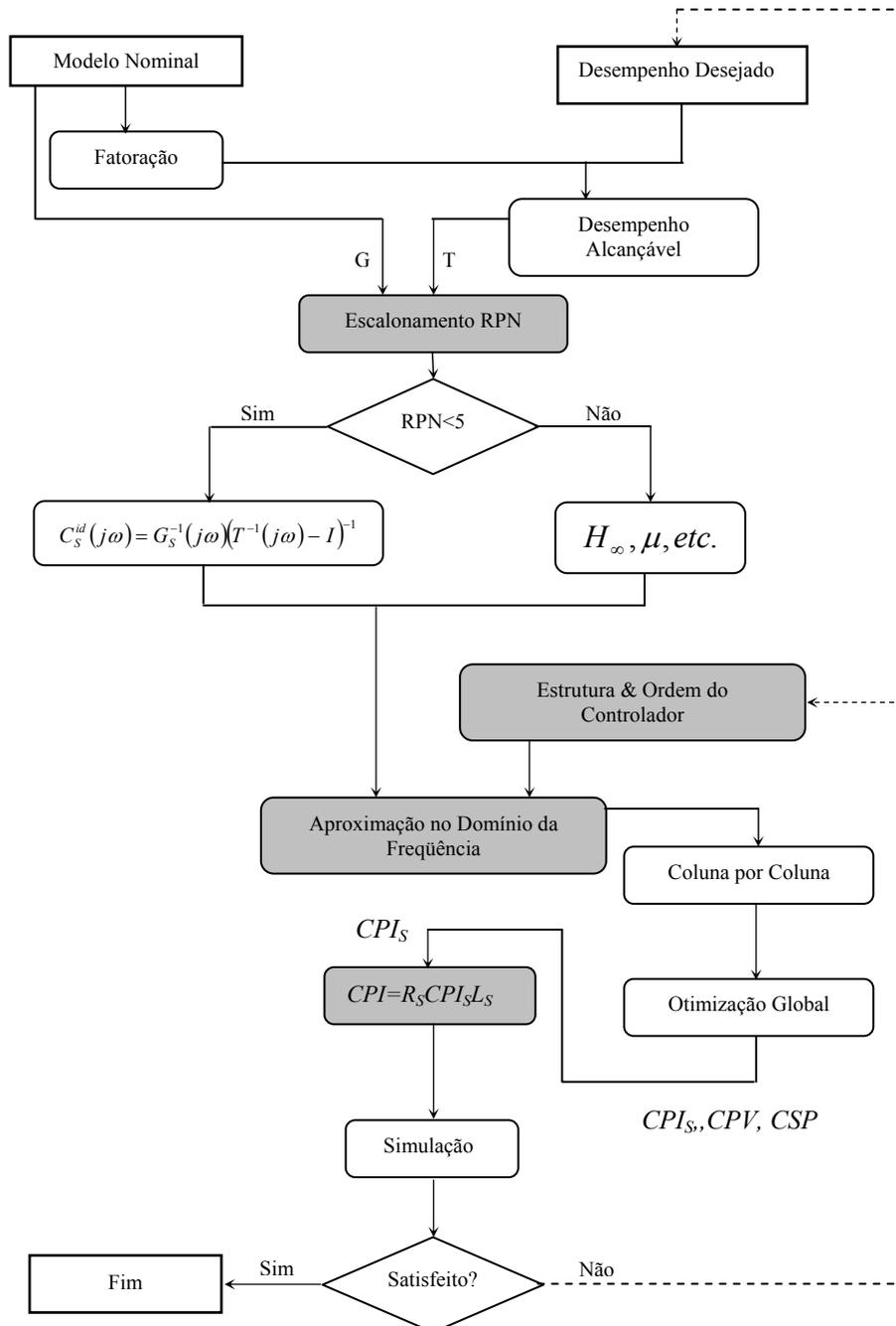
2-Cálculo das matrizes de escalonamento de forma que o condicionamento do sistema,  $\gamma(L_S G(j.\omega_{sup}) R_S)$  seja minimizado na frequência  $\omega_{sup}$ ,  $\gamma^*(G(j.\omega_{sup}))$ ;

3-Escalonamento do sistema com as matrizes  $L_S$  e  $R_S$ ,  $G_S(s) = L_S G(s) R_S$ .

### 3.6 Procedimento Global

O procedimento global pode ser visualizado na Figura 3.5. Inicialmente, o modelo nominal  $G(s)$  é fatorado (detalhes no Apêndice B). Os filtros obtidos com a fatoração são inseridos no desempenho desejável  $T_d(s)$  especificado segundo a expressão (3.40), definindo o desempenho alcançável do sistema  $T(s)$ .

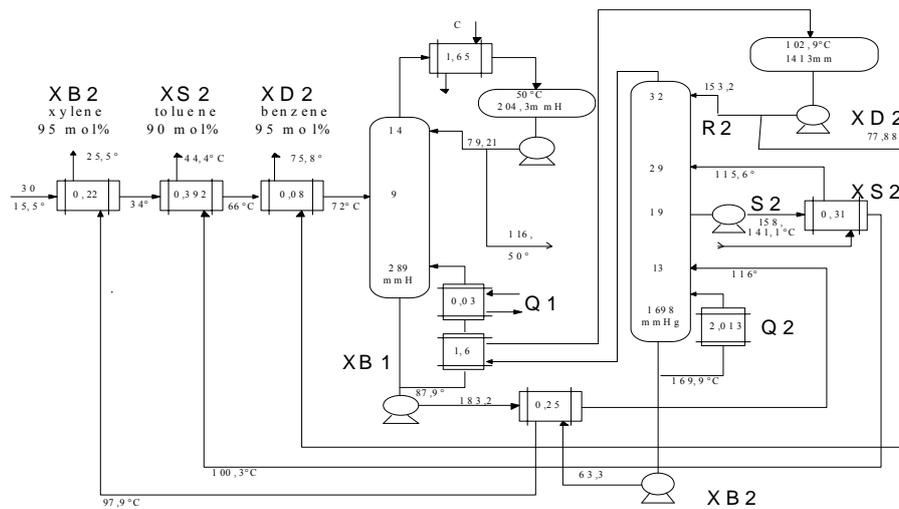
A partir de  $G(s)$  e  $T(s)$ , o Número de Performance Robusta é calculado, e são determinadas as matrizes  $L_S$  e  $R_S$  pelo procedimento de escalonamento RPN para a faixa de frequência selecionada. No caso em que o RPN é suficientemente baixo, o controlador ideal é então reduzido para a estrutura e ordem do controlador selecionado pelo procedimento previamente descrito para a obtenção dos blocos  $C_{PI}(s)$ ,  $C_{SP}(s)$  e  $C_{PV}(s)$ . Os blocos são então retornados às unidades originais. Os resultados são simulados para verificação do desempenho obtido, quando não satisfeito, pode-se redefinir o desempenho desejável ou a estrutura e/ou ordem do controlador.



**Figura 3.5:** Procedimento Global de Projeto.

### 3.7 Projeto de Controle para uma unidade de Destilação com Integração Energética

Nessa seção, será discutido o projeto de controladores para uma coluna de destilação com integração energética para separação de benzeno/tolueno/xileno (BTX) (DING e LUYBEN, 1989). Esse sistema consiste de duas colunas de destilação, onde a primeira atua como uma pré-fracionadora que provê uma separação inicial da corrente de alimentação. O topo da primeira coluna contém uma corrente pobre em xileno e a corrente o fundo é pobre em benzeno. Essas duas correntes são alimentadas em diferentes pratos da segunda coluna, onde a separação realmente ocorre. No topo é obtida uma corrente rica em benzeno com pureza XD2 e no fundo uma corrente com pureza XB2 rica em xilenos. O produto tolueno



com pureza XS2 é obtido através de em uma retirada lateral. As variáveis manipuladas são as correntes de vapor nos refervedores das duas colunas ( $Q_1$  e  $Q_2$ ), o refluxo da segunda coluna  $R_2$  e a vazão de retirada lateral na segunda coluna  $S_2$ .

**Figura 3.6:** A Coluna de Destilação com Integração Energética.

Para um ponto de operação de baixa pureza, o comportamento dinâmico do sistema é bem capturado pelo seguinte modelo linear

$$\begin{bmatrix} XB_1 \\ XD_2 \\ XS_2 \\ XB_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-7.39e^{-s}}{(1s+1)(s+1)} & 0 & 0 & 0 \\ -0.11(200s+1)e^{-5s} & \frac{10.1e^{-s}}{(28s+1)(4s+1)} & \frac{1.18e^{-11s}}{(31s+1)(6s+1)} & \frac{-18.3e^{-s}}{(28s+1)(5s+1)} \\ \frac{1.9e^{-2s}}{(4s+1)^2} & \frac{1.7(200s+1)e^{-1.4s}}{(108s+1)(s+1)^2} & \frac{-3.15e^{-s}}{(3s+1)(0.3s+1)} & \frac{-1.27(188s+1)e^{-s}}{(68s+1)(s+1)} \\ \frac{4.9e^{-1.6s}}{(40s+1)(3s+1)} & \frac{-8.21e^{-2.5s}}{(24s+1)(3s+1)} & \frac{12e^{-1.5s}}{(29s+1)(3s+1)} & \frac{19.4e^{-s}}{(26s+1)(3s+1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q1 \\ R2 \\ S2 \\ Q2 \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

Com constantes de tempo expressas em minutos. DING e LUYBEN (1989) consideraram distúrbios de diferentes composições de alimentação. Funções de transferências típicas para os distúrbios na composição de carga são dadas pelas seguintes equações

$$Z_1(s) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-2.42e^{-5s}}{(3s+1)(26s+1)^2} & \frac{-0.592e^{-5s}}{(7s+1)^2} & \frac{15.1e^{-19s}}{(45s+1)(5s+1)^2} \end{bmatrix}^T \quad (3.44)$$

$$Z_2(s) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-2.47e^{-5s}}{(3s+1)(22s+1)^2} & \frac{1.83e^{-6s}}{(25s+1)(2s+1)} & \frac{-4.52e^{-8s}}{(50s+1)(7s+1)^2} \end{bmatrix}^T \quad (3.45)$$

Este modelo (3.43) deve ser fatorado, uma vez que apresenta tempo morto e um zero positivo em 0.7895 com direção de saída dada por  $y_z = [0.1346, -0.5088, 0.1623, 0.8346]$ . Para o tempo morto não fatorado foi utilizado a aproximação de Padé. A direção de saída do zero fornece uma informação importante principalmente no projeto de controladores de baixa ordem, neste caso as saídas XD2 e XB2 devem ser reguladas mais lentamente do que as saídas XB1 e XS2 devido ao maior efeito do zero de transmissão.

Inicialmente o seguinte desempenho foi especificado:

**Tabela 3.1:** Desempenho Desejável para cada saída do sistema.

	<b>XB<sub>1</sub></b>	<b>XD<sub>2</sub></b>	<b>XS<sub>2</sub></b>	<b>XB<sub>2</sub></b>
<b>Ordem</b>	2 <sup>a</sup>	2 <sup>a</sup>	2 <sup>a</sup>	2 <sup>a</sup>
<b>T. Subida (min)</b>	4	6	4	6
<b>Sobre Elevação (%)</b>	10	10	10	10
<b>Função de Transferência</b>	$\frac{1}{3.91s^2 + 2.34s + 1}$	$\frac{1}{8.8s^2 + 3.5s + 1}$	$\frac{1}{3.91s^2 + 2.34s + 1}$	$\frac{1}{8.8s^2 + 3.5s + 1}$

Para esta configuração, o valor do RPN é de 3.3769. Uma vez que este o valor é inferior a 5, o que corresponde ao valor usado como referência para a utilização da técnica, a metodologia baseada na inversão do sistema pode ser utilizada.

**Tabela 3.2:** RGA estacionário para o sistema.

<b>RGA</b>	<b>Q1</b>	<b>R2</b>	<b>S2</b>	<b>Q2</b>
<b>XB1</b>	1	0	0	0
<b>XD2</b>	0	1.188	0.068	-0.256
<b>XS</b>	0	1.057	0.369	-0.426
<b>XB2</b>	0	-1.245	0.563	1.683

A variável XB1 sofre influência apenas da variável Q1, no entanto, Q1 tem influência sobre as demais variáveis de saída, embora a matriz RGA estática apresente um valor nulo. As

demais malhas de controle apresentam um nível de interação elevado devido à integração energética das colunas. Deste modelo foi estabelecido um controlador estruturado, sendo essa estrutura estabelecida pela região de valores de RGA não nulos da Tabela 3.2.

O algoritmo de PID série padrão (3.46) foi considerado para o projeto, cujas expressões para os blocos  $C_{SP}(s)$  e  $C_{PV}(s)$  são fornecidas na Tabela D.2, com  $\alpha$  igual a 0.1.

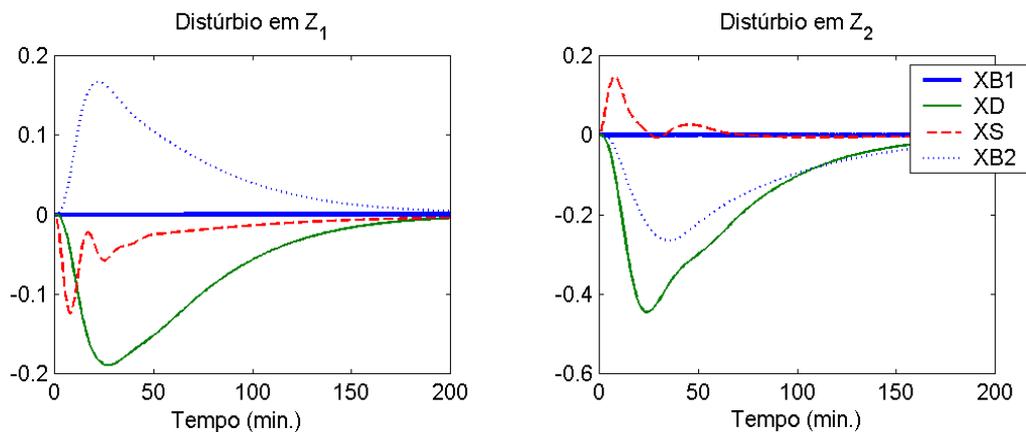
$$\Delta u(s) = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_I s} \right) \left( \frac{T_D s + 1}{\alpha T_D s + 1} \right) [\Delta y_R(s) - \Delta y(s)] \quad (3.46)$$

O controlador projetado  $C_1$  de acordo com a metodologia proposta neste capítulo, tem os seus parâmetros apresentados na Tabela 3.3.

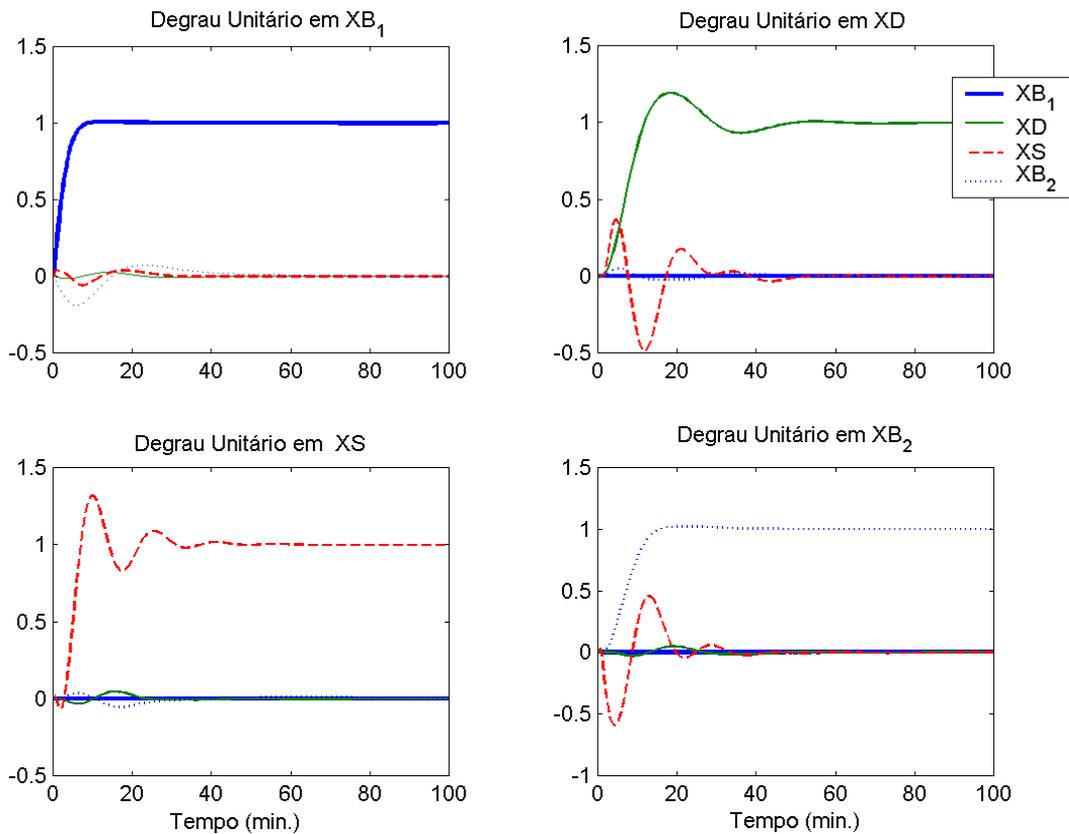
**Tabela 3.3:** Parâmetros do Controlador  $C_1$ .

Parâmetro	(i,j)	1	2	3	4
$K_P$	1	-0.3033	0	0	0
	2	0	0.2889	0.0044	0.1698
	3	0	0.4620	-0.2357	0.2923
	4	0	-0.1371	0.0628	0.1067
$T_I$	1	10.4730	0	0	0
	2	0	13.6791	0.0355	10.9921
	3	0	46.6771	10.0250	38.3382
	4	0	-48.322	0.9254	11.7975
$T_D$	1,2,3,4	0	1.6118	1.1082	0

As Figuras 3.7 e 3.8 apresentam as performances em relação ao problema regulador (degrau unitário nos distúrbios) e ao problema servo (degrau unitário nas variáveis de referência).



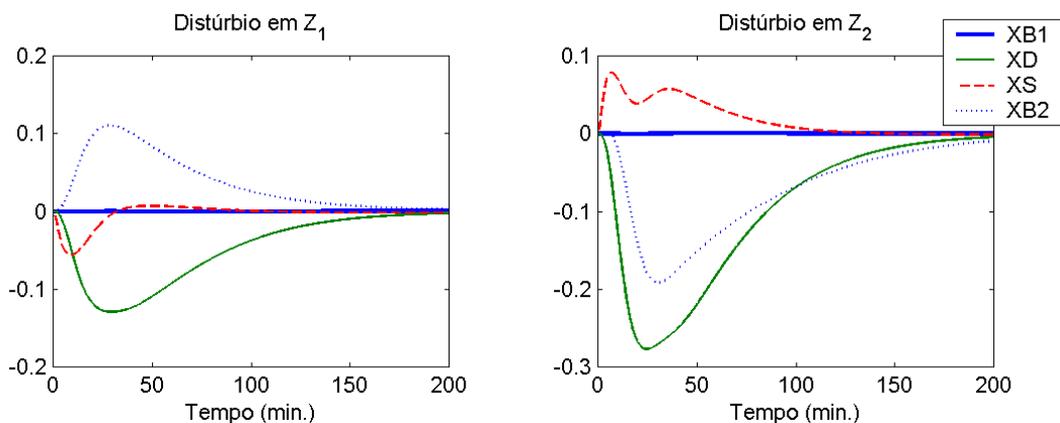
**Figura 3.7:** Performance do Problema Regulador do Controlador  $C_1$ .



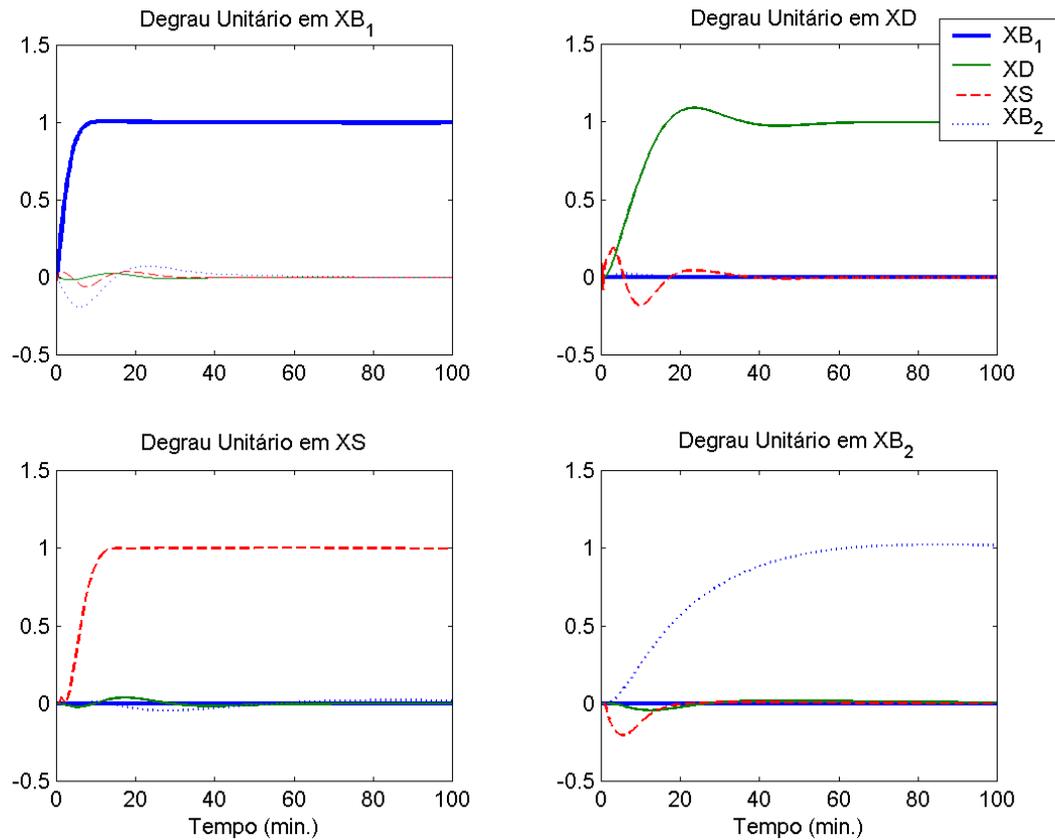
**Figura 3.8** Performance do Problema Servo do Controlador  $C_1$

Pode-se perceber pelas figuras que existe uma forte interação da saída  $X_S$  com as demais variáveis. Neste caso, a performance pode ser melhorada por uma modificação no desempenho desejado, sendo interessante fazer com que  $X_S$  responda de forma mais lenta. O tempo de subida dessa saída foi então aumentado de 4 para 6 minutos, mantendo os demais parâmetros especificados na Tabela 3.1.

A nova performance pode ser verificada nas Figuras 3.9 e 3.10.



**Figura 3.9:** Performance do Problema Regulador do Controlador  $C_2$ .



**Figura 3.10:** Performance do Problema Servo do Controlador  $C_2$ .

Como se pode perceber, a interação entre as variáveis diminuiu, no entanto o desempenho de XB<sub>2</sub> ficou muito mais lento. Esta situação evidencia a importância na escolha do desempenho desejável para o sistema, além de exemplificar o uso e a eficiência da metodologia proposta.

Os parâmetros do controlador C<sub>2</sub> podem ser vistos na Tabela 3.4

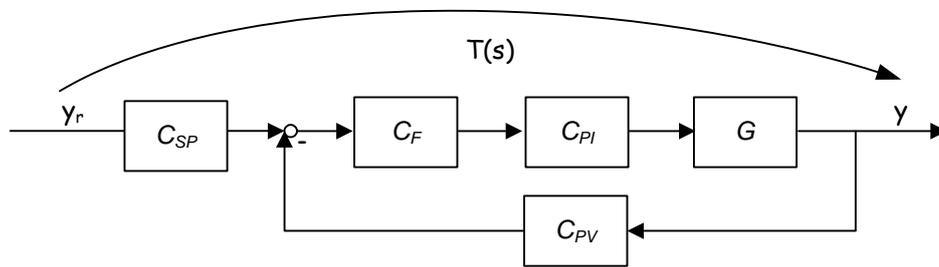
**Tabela 3.4:** Parâmetros do Controlador PID  $C_2$ .

Parâmetro	(i,j)	1	2	3	4
$K_P$	1	-0.3026	0	0	0
	2	0	0.2320	-0.0296	0.0662
	3	0	0.3694	-0.1805	0.2522
	4	0	-0.1077	0.0327	0.0463
$T_I$	1	10.4612	0	0	0
	2	0	15.2451	-0.2970	5.7153
	3	0	42.5873	9.6703	36.6188
	4	0	-98.887	0.6072	6.7233
$T_D$	1,2,3,4	0	0.9823	0.6512	0

### 3.8 Aumento da Ordem

Processos de elevada ordem ou com comportamentos oscilatórios justificam o uso de controladores de ordem mais elevada. Como visto na última seção, para melhorar o desempenho do controlador se fez necessário fazer com o controlador atuasse de forma mais lenta. O aumento de ordem pode ser uma estratégia alternativa para melhorar a performance quando não se abre mão de uma atuação mais rápida, já que este tem um efeito estabilizador, permitindo que o controlador atue nessa condição sem que sua performance seja muito prejudicada por oscilação. Essa situação será evidenciada na aplicação da metodologia.

O aumento de ordem pode ser realizado pela inserção de um bloco  $C_F(s)$  na malha proposta, na forma como apresentada na Figura 3.11.



**Figura 3.11:** Malha por realimentação proposta com inserção do filtro  $C_F$ .

O bloco  $C_F(s)$  consiste de um bloco diagonal pela mesma justificativa dada anteriormente para os blocos dos blocos  $C_{SP}(s)$  e  $C_{PV}(s)$  (isto é, tornar o problema de otimização independente na coluna, para a primeira aproximação e facilidade na implementação). O bloco  $C_F(s)$  tem dimensão  $no \times no$  conforme a expressão (3.47).

$$C_F(s) = \text{diag}\{C_{F,1}(s), C_{F,2}(s), \dots, C_{F,no}(s)\} \quad (3.47)$$

Para esta configuração, foram propostas duas formas distintas para a seleção do filtro. A primeira consiste na inserção de filtros tipo *lead-lag* conforme descrito pela equação (3.48), Onde  $n_j$  corresponde a ordem do filtro e  $T_{F,j}$  a variável de decisão acrescida no problema de otimização, sendo  $\alpha = 0.1$ . A principal vantagem consiste na facilidade de implementação desses filtros, que estão presentes nos sistemas de controle comerciais.

$$C_{F,j}(s) = \left( \frac{T_{F,j}s + 1}{\alpha T_{F,j}s + 1} \right)^{n_j} \quad (3.48)$$

A segunda opção consiste na utilização de em filtro expandido em uma base ortogonal generalizada, conforme descrito pela equação (3.49).

$$C_{F,j}(s) = \sum_{k=0}^{n_j} T_{Fk,j} \varphi_k(s) \quad (3.49)$$

Onde  $\varphi_k(s)$  corresponde ao termo da base de ordem  $k$ .

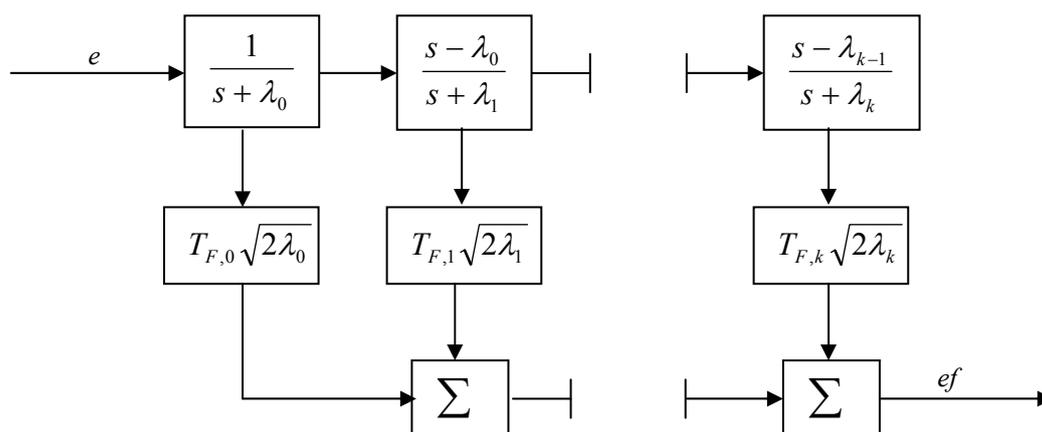
$$\varphi_0(s) = \frac{\sqrt{2\lambda_0}}{s + \lambda_0} \quad e \quad \varphi_k(s) = \frac{\sqrt{2\lambda_k}}{s + \lambda_k} \prod_{i=0}^{k-1} \frac{s - \lambda_i}{s + \lambda_i} \quad (3.50)$$

Na expressão (3.50),  $\lambda$  são os pólos nos quais se deseja expandir a base ortogonal. Esses pólos são especificados em número máximo, sendo este inferior ou igual à ordem da base  $n_j$ . No caso em que o número de pólos especificados é inferior à ordem da base, estes podem ser repetidos de forma cíclica. Na falta de uma metodologia clara para a definição desses pólos, optou-se nesse trabalho por expandir a base em um único pólo, sendo este definido na frequência onde o ajuste tem o seu máximo desvio.

A principal vantagem de se projetar  $C_F(s)$  usando essa configuração reside na facilidade inerente à otimização, visto que em geral o problema de otimização é bem condicionado e linear nos parâmetros. Sendo cada termo da série ortogonal entre si e de ordem crescente, os parâmetros  $T_{Fk,j}$  tendem a zero com o aumento da ordem e independem do anterior tendo em vista a ortogonalidade.

A afirmação anterior permite a constatação de que a ordem do filtro a ser usada seja determinada indiretamente pelo procedimento de otimização, basta para isso que seja realizado um projeto com um filtro de ordem elevada e em seguida truncar nos termos onde não se tem uma melhoria significativa.

A implementação desses filtros pode ser realizada para cada saída pelo diagrama apresentado na Figura 3.12, onde  $e$  consiste do desvio entre as variáveis de referência filtrada por  $C_{SP}(s)$  e de processo filtrada por  $C_{PV}(s)$ , resultando em um sinal de erro filtrado  $ef$  que é então fornecido ao bloco  $C_{PI}(s)$ .



**Figura 3.12:** Esquema de implementação da base ortogonal para cada saída.

### Procedimento de Resolução

A nova expressão para a diferença  $\Delta T$  é dada pela equação (3.51)

$$\Delta T(s) = S_0(s) [G(s)C_{PI}(s)C_F(s)(C_{SP}(s) - C_{PV}(s)T_0(s)) - T_0(s)] \quad (3.51)$$

O acréscimo de  $C_F(s)$  aumenta a dimensionalidade e a não linearidade do problema de otimização não linear resolvido na etapa de otimização global, mas esta é realizada da mesma forma como anteriormente, considerando as novas variáveis de decisão inseridas no problema.

A principal diferença reside na resolução do problema coluna por coluna. Considerando que os blocos  $C_{PI}(s)$ ,  $C_{SP}(s)$  e  $C_{PV}(s)$  são conhecidos do procedimento seqüencial e iterativo apresentado anteriormente, estes blocos são fixados e então o parâmetro  $T_{F,j}$  é então determinado pela resolução do seguinte problema (3.52).

$$\min_{T_{F,j}} \sum \{A_{F,j}C_{F,j} - b_{F,j}\}^2 \quad (3.52)$$

Onde

$$A_{F,j}(s) = \left[ \frac{S_0(s)G(s) \cdot C_{PI}(s)(C_{SP}(s) - T_0(s)C_{PV}(s))}{s} \right]_j \quad e \quad b_{F,j}(s) = \left[ \frac{S_0(s)T_0(s)}{s} \right]_j \quad (3.53)$$

Este problema pode ser convertido a um problema como expresso em (3.54) que é então concatenado para todos os  $N$  pontos do vetor de frequência sendo resolvido como um problema do tipo QP de forma análoga aos problemas anteriores.

$$\min_{T_{F,j}} \sum \{A_{F,j}^* T_{F,j} - b_{F,j}^*\}^2 \quad (3.54)$$

Para a formulação com *lead-lag*, o termo entre chaves na expressão (3.54) pode ser reescrito como

$$A_{F,j} \left( \frac{T_{F,j} s + 1}{\alpha T_{F,j} s + 1} \right)^{nj} = b_{F,j} \quad (3.55)$$

A expressão (3.55) pode ser arrumada de forma que os seguintes vetores sejam identificados, onde a potenciação é realizada pontualmente para cada elemento do vetor correspondente.

$$A_{F,j}^* = A_{F,j}^{\frac{1}{nj}} - \alpha (b_{F,j})^{\frac{1}{nj}} \quad e \quad b_{F,j}^* = (b_{F,j})^{\frac{1}{nj}} - A_{F,j} \quad (3.56)$$

No caso de projeto usando a base ortogonal proposta, o termo entre chaves na expressão (3.54) pode ser reescrito como na equação (3.57)

$$A_{F,j}(s) \sum_{n=0}^k T_{Fn,j} \varphi_{n,j}(s) = B_{F,j}(s) \tag{3.57}$$

O somatório da expressão (3.57) pode ser escrito matricialmente pelo produto das expressões (3.58) e (3.59).

$$F(s) = [\varphi_{0,j}(s) \quad \varphi_{1,j}(s) \quad \cdots \quad \varphi_{nj,j}(s)] \tag{3.58}$$

$$T_{F,j} = [T_{F0,j} \quad T_{F1,j} \quad \cdots \quad T_{Fnj,j}(s)]^T \tag{3.59}$$

E finalmente, os vetores na formulação (3.54) são então obtidos (3.60)

$$A_{F,j}^* = A_{F,j} F(s) \quad e \quad b_{F,j}^* = b_{F,j} F(s) \tag{3.60}$$

### Procedimento Seqüencial Iterativo

No caso de um aumento de ordem, o controlador PID é determinado exatamente como descrito anteriormente na seção 3.3.1, considerando o filtro  $C_F(s)$  como uma matriz identidade. Com o primeiro PID fixo, o problema descrito para o cálculo do  $C_F(s)$  é executado conforme o tipo de filtro selecionado. Uma vez determinado o bloco  $C_F(s)$ , este é então fixado e o procedimento seqüencial iterativo é então resolvido para determinar os demais blocos, gerando um procedimento seqüencial duplamente iterativo. Este procedimento é repetido até que todos os parâmetros determinados satisfaçam o critério de parada como em (3.36), considerando agora os novos parâmetros estimados. Uma visualização global desse procedimento é apresentada na Figura 3.13.

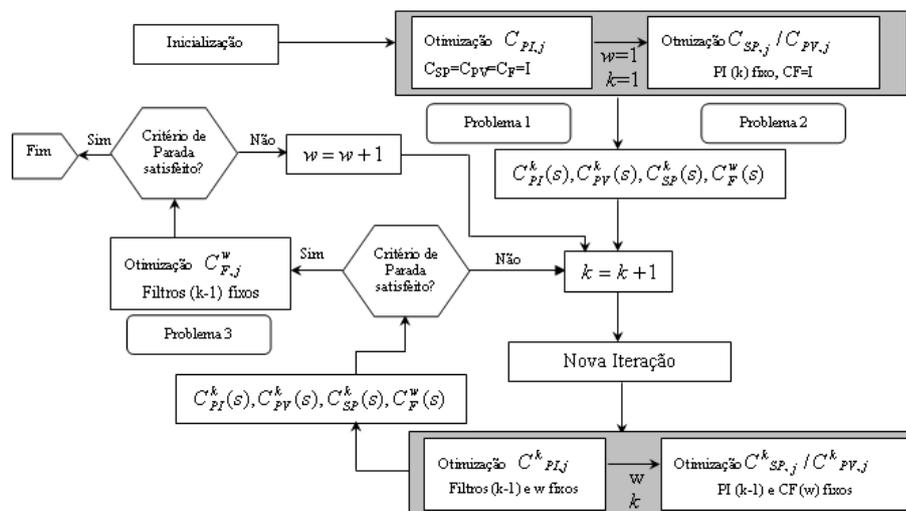


Figura 3.13: Visão geral do procedimento coluna por coluna com aumento de ordem.



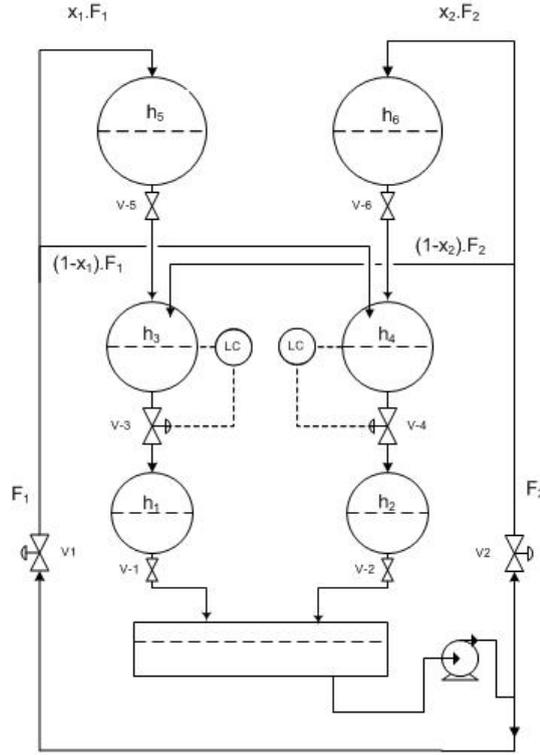
## Capítulo 4

### Classes Dinâmicas

Os processos industriais modernos são altamente complexos. Estes podem apresentar zeros de transmissão positivos, tempo morto, comportamentos oscilatórios, dinâmicas integradoras e pólos instáveis. Essas características são inerentes do processo e limitam o projeto de controle da unidade. Embora as operações unitárias da engenharia química em geral sejam modeladas por equações diferenciais de primeira ordem, que em série geram sistemas de ordem superior, estes processos, quando monovariáveis, são incapazes de gerar pólos complexos no sistema tendo em vista que estes só ocorrem aos pares conjugados. No entanto, muitas vezes a realização de um projeto de controle em distintas sub-unidades do processo que interagem entre si pode gerar pólos complexos devido à presença do controlador. Em geral, em sistemas físicos reais nem sempre com um único estudo de caso se consegue uma representatividade dessas distintas dinâmicas, sendo necessário um grande conjunto de exemplos para se avaliar o desempenho e a robustez de uma determinada técnica de controle multivariável. O presente capítulo tem como objetivo definir um estudo de caso didático, porém factível, que contemple a grande maioria dos comportamentos dinâmicos de sistemas multivariáveis reais pela alteração de apenas alguns parâmetros, e que pode ser facilmente construída. A partir deste estudo de caso foram definidas classes de comportamentos dinâmicos que visam a obtenção de conclusões generalizadas a respeito do projeto de controle para as mesmas.

#### 4.1 Descrição da Unidade

A unidade proposta consiste em uma planta de seis tanques esféricos que interagem entre si. O objetivo consiste em controlar os níveis dos tanques inferiores ( $h_1$  e  $h_2$ ) utilizando como variáveis manipuladas as vazões ( $F_1$  e  $F_2$ ), sendo os níveis dos tanques intermediários ( $h_3$  e  $h_4$ ) controlados por malhas independentes, utilizando para isso a manipulação do coeficiente de descarga ( $R$ ) dos respectivos tanques. Na Figura 4.1,  $x_1$  e  $x_2$  assumem valores entre 0 e 1, e indicam a fração da vazão que alimenta diretamente o tanque superior. O complementar dessa vazão ( $1-x_1$ ,  $1-x_2$ ) alimenta o tanque intermediário do lado oposto.



**Figura 4.1:** Unidade de 6 tanques esféricos proposta.

A modelagem fenomenológica dessa unidade permite a sua representação pelo seguinte modelo não linear considerando o uso de controladores do tipo Proporcional-Integral nas malhas intermediárias.

$$\begin{aligned}
 A_5(h_5) \frac{dh_5}{dt} &= f_1 = x_1 \cdot F_1 - R_5 \sqrt{h_5} \\
 A_3(h_3) \frac{dh_3}{dt} &= f_2 = R_5 \sqrt{h_5} + (1-x_2) \cdot F_2 - R_3 \sqrt{h_3} \\
 A_1(h_1) \frac{dh_1}{dt} &= f_3 = R_3 \sqrt{h_3} - R_1 \sqrt{h_1} \\
 A_6(h_6) \frac{dh_6}{dt} &= f_4 = x_2 \cdot F_2 - R_6 \sqrt{h_6} \\
 A_4(h_4) \frac{dh_4}{dt} &= f_5 = (1-x_1) \cdot F_1 + R_6 \sqrt{h_6} - R_4 \sqrt{h_4} \\
 A_2(h_2) \frac{dh_2}{dt} &= f_6 = R_4 \sqrt{h_4} - R_2 \sqrt{h_2} \\
 \frac{dI_3}{dt} &= \frac{1}{T_{I3}} (h_{3s} - h_3) \\
 \frac{dI_4}{dt} &= \frac{1}{T_{I4}} (h_{4s} - h_4) \\
 R_k &= R_{ks} + K_{Pk} (h_{ks} - h_k) + K_{Pk} I_k \quad k = 3,4
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Onde  $A_i$  corresponde a área da seção transversal do tanque  $i$  (dependente do nível  $h_i$ ),  $K_{Pk}$  é a constante proporcional e  $T_{Ik}$  o tempo integral do controlador PI  $k$ , com  $k$  assumindo valores de 3 ou 4. Na notação utilizada, o subscrito  $iS$  implica no valor estacionário da variável de número  $i$  correspondente.

Para a aplicação da metodologia, se torna necessário o conhecimento do modelo linearizado em torno do ponto de operação. Considerando duas entradas ( $\Delta F_1$  e  $\Delta F_2$ ), e duas saídas ( $\Delta h_1$  e  $\Delta h_2$ ), para este sistema de equações diferenciais, pode-se obter a uma representação em espaço de estados pelas matrizes ( $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ) dadas pelas equações (4.2), (4.3) e (4.4).

$$A = \begin{bmatrix} \frac{-1}{t_5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_3}{k_3 t_3} & \frac{-1}{t_3}(1 + kr_3 kp_3) & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(kr_3 kp_3)}{t_3} & 0 \\ 0 & \frac{k_1}{k_3 t_1}(1 + kr_3 kp_3) & \frac{-1}{t_1} & 0 & 0 & 0 & -\frac{k_1}{k_3 t_1} \frac{(kr_3 kp_3)}{t_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{T_6} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{k_4}{k_6 t_4} & \frac{-1}{t_4}(1 + kr_4 kp_4) & 0 & 0 & \frac{(kr_4 kp_4)}{t_4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{k_2}{k_4 t_2}(1 + kr_4 kp_4) & \frac{-1}{t_2} & 0 & -\frac{k_2}{k_4 t_2} \frac{(kr_4 kp_4)}{t_4} \\ 0 & \frac{-1}{T_{I3}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{T_{I4}} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$$B^T = \begin{bmatrix} \frac{x_1 k_5}{t_5} & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-x_1)k_4}{t_4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{(1-x_2)k_3}{t_3} & 0 & \frac{x_2 k_6}{t_6} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Onde as constantes são definidas em (4.5)

$$k_i = \frac{2\sqrt{h_{is}}}{R_{is}}, \quad kr_i = -\frac{2h_{is}}{R_{is}} \quad e \quad t_i = \mathbf{p}(D_i h_{is} - h_{is}^2)k_i = A_{is} k_i \quad (4.5)$$

As constantes  $k_i$  e  $kr_i$  correspondem ao ganho do nível do tanque  $i$  para sua vazão de entrada  $F_{in,i}$ , e o coeficiente de descarga  $R_i$  respectivamente. Enquanto que  $t_i$  consiste na constante de tempo associada à dinâmica de primeira ordem estabelecida nestas duas relações ( $h_i - F_{in,i}$  e  $h_i - R_i$ ).

As funções de transferência  $K_3(s)$  e  $K_4(s)$  são dadas por

$$K_k(s) = K_{pk} \left( 1 + \frac{1}{T_{lk}s} \right) \quad k = 3,4 \quad (4.6)$$

são usadas para controlar respectivamente os níveis dos tanques 3 e 4.

Após se proceder a transformação da representação em espaço de estados para a representação em matriz de transferência, obtém-se a seguinte expressão

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{x_1 k_1 (1 + kr_3 K_3(s))}{(\mathbf{t}_1 s + 1)(\mathbf{t}_5 s + 1)[(\mathbf{t}_3 s + 1) + kr_3 K_3(s)]} & \frac{(1 - x_2) k_1 (1 + kr_3 K_3(s))}{(\mathbf{t}_1 s + 1)[(\mathbf{t}_3 s + 1) + kr_3 K_3(s)]} \\ \frac{(1 - x_1) k_2 (1 + kr_4 K_4(s))}{(\mathbf{t}_2 s + 1)[(\mathbf{t}_4 s + 1) + kr_4 K_4(s)]} & \frac{x_2 k_2 (1 + kr_4 K_4(s))}{(\mathbf{t}_2 s + 1)(\mathbf{t}_6 s + 1)[(\mathbf{t}_4 s + 1) + kr_4 K_4(s)]} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

## 4.2 Análise do Modelo

A escolha de tanques esféricos está baseada no aumento da não linearidade da planta real, tendo em vista que a área da seção transversal varia conforme o nível. Essa situação permite que modelos linearizados em níveis estacionários diferentes tenham resposta iniciais também diferentes. No entanto, o comportamento estático do sistema independe da geometria dos tanques e será analisado a seguir.

### 4.2.1 Modelos de Fase não Mínima

A presença de tempo morto e de zeros de transmissão no SPD caracterizam sistemas de fase não mínima. Tais características limitam o desempenho do controlador impondo uma barreira à velocidade máxima de atuação do controlador em malha fechada.

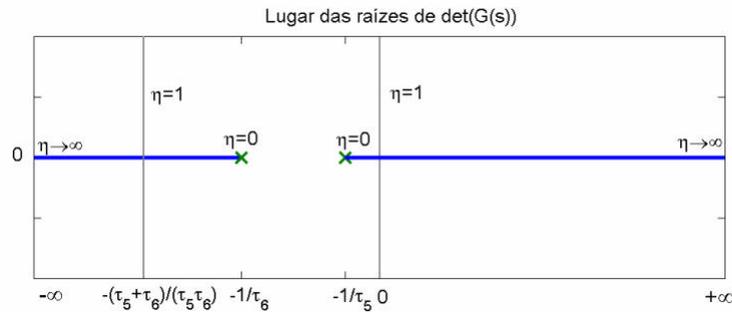
Qualquer sistema físico real apresenta, por menor que seja, um tempo morto associado às suas relações de entrada e saída, indicando que alguma alteração em uma das entradas do sistema não acarreta em uma alteração instantânea nas saídas. Nesta planta, o tempo morto é proveniente do próprio escoamento do fluido na tubulação e é dependente das condições operacionais e da geometria do escoamento. O tempo morto pode ser facilmente identificado a partir de dados experimentais. Neste estudo foi considerado um atraso de 0.3 minutos na relação da vazão de entrada para o nível de cada tanque.

Na prática, operações unitárias em paralelo geram zeros de transmissão que, dependendo das variações dinâmicas, podem estar alocados no semi-plano direito. Os zeros são pontos de singularidade na matriz de transferência, em outras palavras, pontos que anulam o determinante dessa matriz. Para o modelo proposto, os zeros são tais que satisfazem a expressão (4.8).

$$\det(G(s)) = 0 \Rightarrow (t_5 s + 1)(t_6 s + 1) - \frac{x_1 x_2}{(1-x_1)(1-x_2)} = (t_5 s + 1)(t_6 s + 1) - \mathbf{h} = 0 \quad (4.8)$$

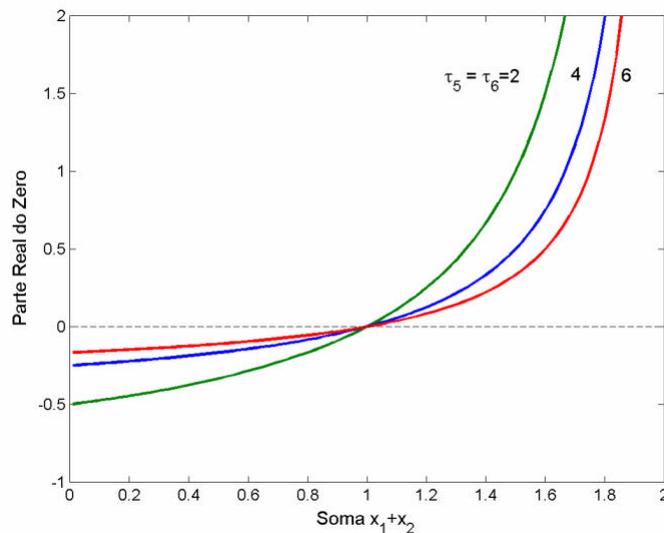
$$\mathbf{h} \stackrel{\Delta}{=} \frac{x_1 x_2}{(1-x_1)(1-x_2)} \quad (4.9)$$

Se  $x_1$  e  $x_2$  tendem a zero, o termo  $\mathbf{h}$  também tende a zero e as raízes da equação (4.8) se aproximam de  $-1/t_5$  e  $-1/t_6$  e tem seus valores alocados no semi-plano esquerdo. Quando a soma de  $x_1$  e  $x_2$  é igual a 1, o sistema tem necessariamente um zero localizado na origem e outro esta localizado em  $-(t_5 + t_6)/(t_5 t_6)$ . A medida que  $x_1$  e  $x_2$  aumentam,  $\mathbf{h}$  tende ao infinito e os zeros se afastam cada vez mais da origem, um sendo deslocado ao longo semi-plano esquerdo e outro ao longo do semi-plano direito (Figura 4.2).



**Figura 4.2:** Lugar das raízes de  $\det(G(s))$  para variação em  $\mathbf{h}$ .

A Figura 4.3 ilustra o comportamento do zero de interesse (alocado no SPD) em função da soma  $x_1$  e  $x_2$ . Pode-se observar que quanto mais lentas forem as dinâmicas dos tanques superiores ( $t_5$  e  $t_6$  maiores), para a mesma soma dos parâmetros  $x_1$  e  $x_2$ , mais próximo da origem estará localizado o zero positivo e conseqüentemente será possível observar um maior efeito sobre o sistema.



**Figura 4.3:** Localização da parte real do zero em função da soma de  $x_1$  e  $x_2$ .

### 4.2.2 Desacoplamento do Modelo

Essa unidade pode facilmente gerar comportamentos desde os totalmente desacoplados, até modelos com elevado grau de acoplamento entre as variáveis, apenas pela modificação de  $x_1$  e  $x_2$ .

Se  $x_1$  e  $x_2$  são iguais a zero, tem-se um modelo desacoplado. Uma vez que não ocorre nenhuma alimentação direta nos tanques superiores, o emparelhamento adequado consiste em utilizar  $F_1$  para controlar  $h_2$  e  $F_2$  para controlar  $h_1$ . Por outro lado, se  $x_1$  e  $x_2$  são iguais a 1, obtém-se um modelo com um zero no SPD e a descentralização total. Neste caso, a alimentação é realizada diretamente nos tanques superiores, que passam a interferir na dinâmica do modelo, e neste caso o emparelhamento adequado consiste em utilizar  $F_1$  para controlar  $h_1$  e  $F_2$  para controlar  $h_2$ .

Entre esses dois extremos, pode-se obter modelos com distintos graus de acoplamento. Para analisar de que forma esse acoplamento varia se torna necessário verificar a matriz de ganhos estacionários deste modelo expressa em (4.10).

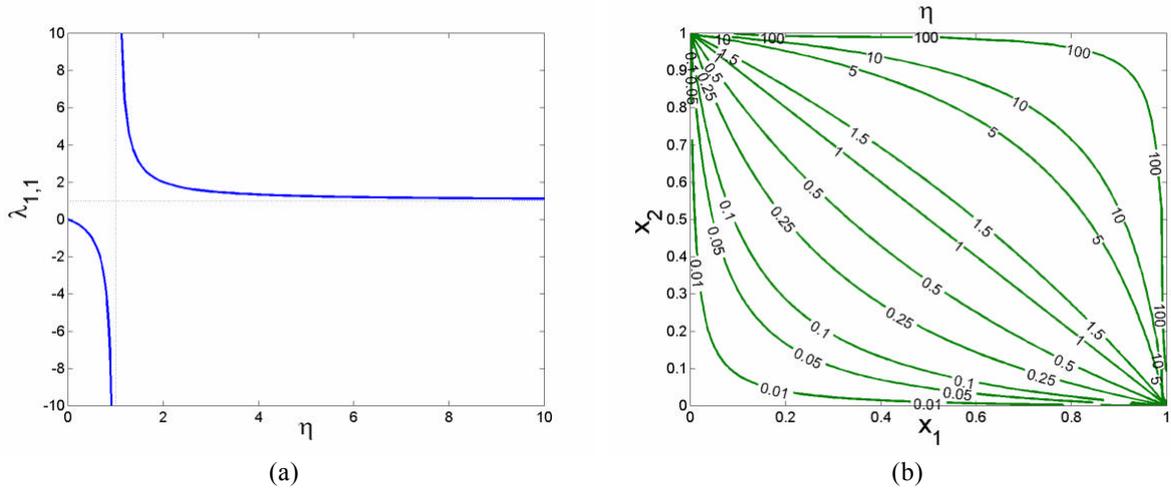
$$G(0) = \begin{bmatrix} x_1 k_1 & (1-x_2)k_1 \\ (1-x_1)k_2 & x_2 k_2 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

Baseado na matriz de ganhos (4.10) pode-se calcular o primeiro elemento da matriz de ganhos relativos (RGA), o qual é dado pela seguinte expressão

$$RGA_{1,1} = \mathbf{I}_{1,1} = \frac{x_1 x_2}{x_1 x_2 - (1-x_1)(1-x_2)} = \frac{\mathbf{h}}{\mathbf{h}-1} \quad (4.11)$$

Pode-se constatar que o RGA depende apenas dos parâmetros  $x_1$  e  $x_2$ . Na região de fase não mínima ( $x_1+x_2>1$  ou  $\mathbf{h} > 1$ ), quanto maior for a soma desses parâmetros, maior será o valor da variável  $\mathbf{h}$  e mais desacoplado será o sistema, uma vez que  $\mathbf{I}_{1,1}$  tende assintoticamente para 1 e nesta situação  $F_1$  passa a ter maior efeito sobre  $h_1$  e  $F_2$  maior efeito sobre  $h_2$ .

Na região de fase mínima ( $x_1+x_2<1$  ou  $\mathbf{h} < 1$ ), quanto menor for a soma de  $x_1+x_2$ , menos efeito é observado de  $F_1$  sobre  $h_1$  e de  $F_2$  sobre  $h_2$  porque o valor  $\mathbf{I}_{1,1}$  tende a zero. Ainda, nessa região o valor do  $\mathbf{I}_{1,1}$  é negativo, indicando que os ganhos em malha aberta e em malha fechada têm sinais contrários, o que deve ser evitado para evitar problemas de instabilidade operacional. Estas situações podem ser visualizadas nos gráficos da Figura 4.3, onde se tem o valor do primeiro elemento RGA em função da variável  $\mathbf{h}$ , cuja relação com  $x_1$  e  $x_2$  é dada pelas curvas de nível.



**Figura 4.4:** *RGA* estacionário em função da variável  $\eta$  (a) e curvas de nível de  $\eta$  (b).

### 4.2.3 Bases Dinâmicas

As bases dinâmicas de um modelo são estabelecidas pelos seus pólos. Para que se possam estabelecer comportamentos dinâmicos desejados deve-se alocar os pólos de acordo com a seleção dos pontos de operação. Para verificar a influência da definição das variáveis sobre o posicionamento desses pólos, foram feitas algumas análises, inicialmente para os tanques superiores e inferiores por serem totalmente análogos e em seguida para os tanques intermediários, cuja dinâmica é modificada pela presença do controlador.

### Tanques Superiores e Inferiores

Esses tanques apresentam dinâmicas de primeira ordem com constante de tempo ( $t$ ) estabelecida pela equação (4.5). Na Figura 4.5 são fornecidas as curvas de nível de  $t$  em função da vazão de entrada e do coeficiente de descarga dos tanques superiores e inferiores.

Na Figura 4.5 pode ser percebida a região de viabilidade operacional, entre o tanque completamente cheio ( $h=D$ ) e completamente vazio ( $h=0$ ). Para uma vazão de entrada fixa, estabelecida pela escolha de  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $x_1$  e  $x_2$ , pode-se perceber que aumentando o coeficiente de descarga a partir do seu valor mínimo possível (estabelecida na curva em que  $h=D$ ), se tem um comportamento não linear pronunciado em relação às curvas de nível de  $t$ . Pode-se perceber que trabalhar em níveis próximos aos limites superiores e inferiores levam a dinâmicas rápidas, e que próximo à região intermediária as dinâmicas são mais lentas. Uma observação importante consiste no fato de que a manipulação do coeficiente de descarga por válvulas manuais permite alterar o comportamento dinâmico dos tanques e conseqüentemente de todo o sistema.

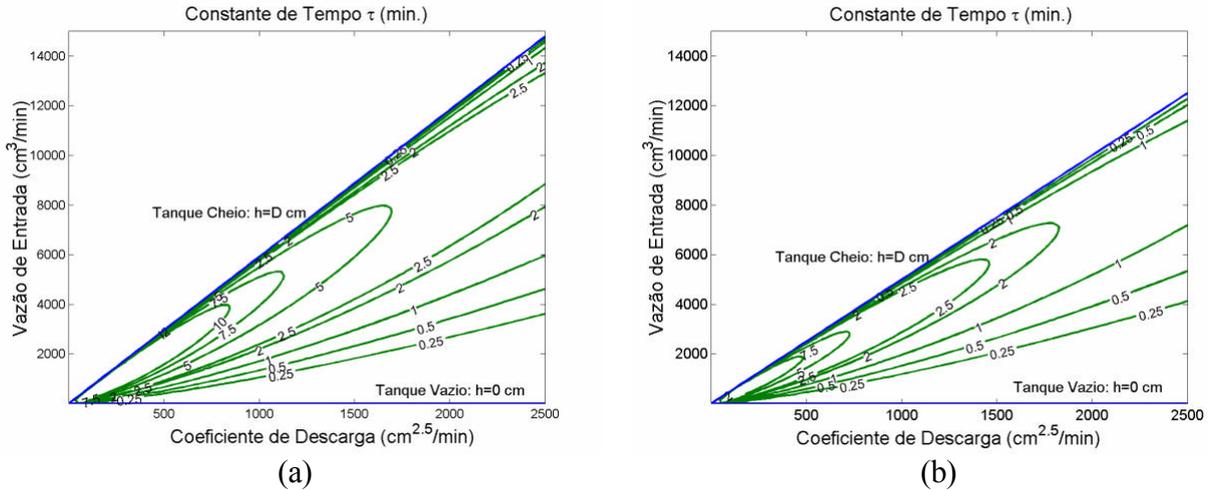


Figura 4.5: Curvas de nível de  $t$  para os tanques superiores (a) /inferiores(b).

### Tanques Intermediários

Devido à presença dos controladores de nível, os tanques intermediários apresentam uma dinâmica de segunda ordem. Sistemas de segunda ordem são bem caracterizados pela constante de tempo  $t$  e o fator de amortecimento  $z$ , cujo valor, quando situado entre 0 e 1, implica na existência de pólos complexos. Quanto menor for o valor de  $z$ , maior será essa oscilação e no limite quando  $z = 0$ , se tem uma oscilação sustentada. Um sistema de segunda ordem apresenta uma equação característica (4.14) cujas raízes são os pólos do sistema.

$$t_n^2 s^2 + 2z t_n s + 1 \quad (4.12)$$

Para este processo em estudo, as constantes são dadas por

$$t_n = \sqrt{\frac{T_I t}{K_p k r}} \quad e \quad z = \left( \frac{1 + K_p k r}{2 K_p k r} \right) \frac{T_I}{t_n} \quad (4.13)$$

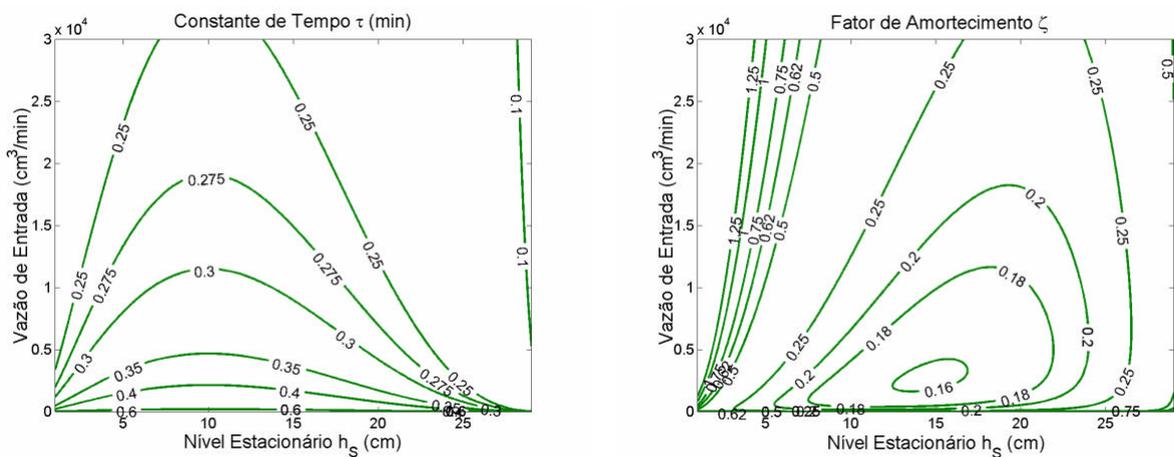
Para a sistematização do cálculo dos parâmetros do controlador utilizado, foram utilizadas as equações (4.16) e (4.17) que consistem nas expressões obtidas pela minimização do critério ITAE para diferentes valores de  $t/q$ , neste caso para supressão de distúrbios na carga. Os parâmetros  $t$  e  $kr$  são dados pela equação (4.5) e  $q$  consiste no tempo morto do processo.

$$K_p = \frac{0.859}{kr} \left( \frac{t}{q} \right)^{0.977} \quad (4.14)$$

$$T_I = \frac{t}{0.674} \left( \frac{q}{t} \right)^{0.68} \quad (4.15)$$

Se o ajuste fornecido pelas equações (4.16) e (4.17) for suficientemente bom, o comportamento do sistema em malha fechada deve apresentar um nível de oscilação baixo. Para que se possa ter um controle efetivo sobre o nível de oscilação do sistema, pode se lançar mão de um artifício que consiste em projetar o controlador para um nível estacionário  $h_S$ , mais baixo que o nível estacionário realmente desejado para a operação do sistema ( $h_{3S}$  para o tanque 3 e  $h_{4S}$  para o tanque 4).

Na Figura 4.6 pode-se perceber a utilidade prática desse artifício, onde foi projetado o controlador para o nível estacionário  $h_S=0.2$ . Como era de se esperar, a dinâmica do sistema é mais lenta quando se deseja operar com os níveis estacionários intermediários. Esta situação também acarreta menores valores para o fator de amortecimento, que por sua vez implicam em uma maior oscilação. Desta forma, fica evidenciado que a escolha do ponto estacionário para o projeto do controlador  $h_S$  permite definir a constante de tempo e o fator de amortecimento. Aproximando o valor de  $h_S$  dos valores desejados de operação para os níveis intermediários tende a tornar a dinâmica do sistema mais lenta e mais amortecida, indicando que a escolha de  $h_S$  permite “ajustar” o nível de oscilação do sistema.



**Figura 4.6:** Curvas de nível da constante de tempo  $t$  e do fator de amortecimento  $\zeta$  para os tanques intermediários com  $h_S=0.2$ .

Além do aumento de ordem na dinâmica, a presença do controlador insere um zero no sistema dado pela expressão (4.18). Como  $kr$  e  $K_P$  têm o mesmo sinal (negativo), sendo  $T_I$  positivo, pois o contrário iria inserir resposta inversa na malha de controle, o zero sempre estará localizado no semi-plano esquerdo.

$$z = \frac{-krK_P}{T_I(1+krK_P)} \quad (4.16)$$

### 4.3 Classes Dinâmicas

Os sistemas dinâmicos lineares podem ser classificados por suas características estáticas e dinâmicas. Com base nessa idéia, foram definidas cinco classes que visam representar os mais distintos comportamentos assumidos na modelagem dos sistemas.

A separação em classes foi realizada com base nas interações estáticas e dinâmicas entre as malhas de controle. Sistemas com baixa interação implicam que cada canal pode ser considerado de forma independente dos demais, tornando o projeto do controlador mais fácil. No entanto, deve-se ter em mente que a interação não é algo ruim a princípio. Em muitos casos, pode ser um benefício, uma vez que problemas de restrições nos atuadores podem ser reduzidos. Ainda, o efeito de zeros no SPD não acoplados a uma saída pode ser movido de um canal para o outro, o mesmo se aplica até certo ponto para o tempo morto, etc. O principal problema com a interação é que se passa a ter mais graus de liberdade, e usualmente mais liberdade requer mais conhecimento e entendimento para que se possa utilizá-la corretamente.

Para saber o quanto se precisa conhecer sobre o sistema e inferir sobre o tipo de controlador adequado, é necessário mensurar o grau e o tipo de interação. A interação estática do sistema é bem capturada pela análise RGA. O tipo de interação pode ser positiva ou negativa conforme definida no Apêndice A. De maneira geral, o emparelhamento é estabelecido pela configuração que fornece um ganho diagonalmente dominante, mas essa análise não leva em consideração a interação fornecida pela dinâmica do sistema. Para medir esse tipo de interação foi considerada a variação dinâmica em relação à diagonal principal do sistema. Considerando a dinâmica dominante como sendo a dinâmica rápida foram então definidas as classes fornecidas na Tabela 4.1.

**Tabela 4.1:** Classes Dinâmicas.

<b>Classe</b>	<b>Caracterização</b>	<b>Observações</b>
<b>I</b>	Sistema com dinâmica e ganho dominante na diagonal principal.	Quanto mais rápida for a dinâmica diagonal, menor a interação.
<b>II</b>	Sistemas com dinâmica e ganho de igual magnitude com interações negativas.	Apresentam elevada interação e podem apresentar problemas de condicionamento.
<b>III</b>	Sistemas com dinâmica e ganho de igual magnitude com interações positivas.	Elevada interação sem problemas de mal condicionamento.
<b>IV</b>	Sistemas com ganho diagonalmente dominante, mas com dinâmica dominante fora da diagonal, com interação negativa.	Este comportamento é evidenciado pela presença de zeros localizados no SPD.
<b>V</b>	Sistemas com ganho diagonalmente dominante, mas com dinâmica dominante fora da diagonal, com interação positiva.	Em geral, esses sistemas apresentam zeros complexos que podem estar localizados no SPD.

Na Tabela 4.2, tais características são traduzidas em termos de RGA e a presença ou não de zeros de transmissão positivos.

**Tabela 4.2:** Classe Dinâmicas para sistemas 2x2.

<b>Classe</b>	<b>RGA</b>	<b>Zero</b>
<b>I</b>	$I_{1,1} \gg 1$	$z < 0$
<b>II</b>	$I_{1,1} > 1$	$z < 0$
<b>III</b>	$I_{1,1} < 1$	$z < 0$
<b>IV</b>	$I_{1,1} > 1$	$z > 0$
<b>V</b>	$I_{1,1} < 1$	$z > 0$

## 4.4 Pontos de Operação

Com base nas análises realizadas nas seções anteriores, tendo em mente a geração de comportamentos que sejam representativos para cada classe, foram estabelecidos alguns pontos de operação.

Nas Tabelas 4.3 e 4.4 são estabelecidos os parâmetros utilizados para este estudo. Nos tanques intermediários, o coeficiente de descarga é variável devido à sua manipulação para manter o nível intermediário no seu respectivo valor de referência. Nos tanques superiores e inferiores, válvulas manuais permitem operar com distintos valores de coeficiente de descarga.

**Tabela 4.3:** Parâmetros.

<b>Parâmetros</b>	<b>Valor</b>
D <sub>5</sub> D <sub>6</sub> [cm]	35
D <sub>3</sub> D <sub>4</sub> [cm]	30
D <sub>1</sub> D <sub>2</sub> [cm]	25

**Tabela 4.4:** Coeficientes de Descarga para os Pontos de Operação.

<b>OP</b>	<b>R<sub>1</sub>, R<sub>2</sub> (cm<sup>2.5</sup>min<sup>-1</sup>)</b>	<b>R<sub>3</sub>, R<sub>4</sub> (cm<sup>2.5</sup>min<sup>-1</sup>)</b>	<b>R<sub>5</sub>, R<sub>6</sub> (cm<sup>2.5</sup>min<sup>-1</sup>)</b>
1	1936,1936	1936,1936	375,375
2	1936,1936	1936,1936	2276, 2276
4	2372, 2372	1936,1936	1125, 1125

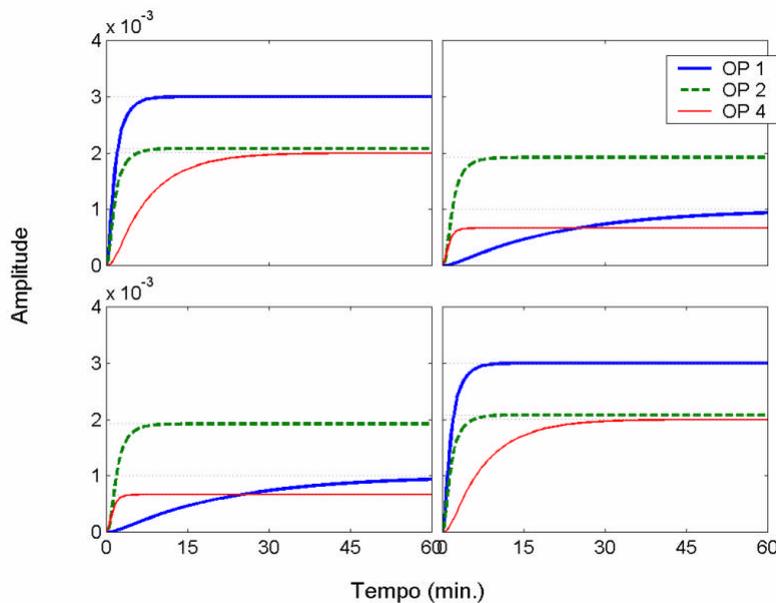
Na Tabela 4.5, são definidos os pontos de operação selecionados. A definição de um ponto pode ser feita pela escolha das vazões  $F_1$  e  $F_2$ , seleção dos fatores  $x_1$  e  $x_2$ , seleção dos valores de referência para os níveis intermediários  $h_{3S}$  e  $h_{4S}$ , e pela escolha do nível utilizado para projetar os controladores de nível intermediário  $h_S$ . A escolha das vazões é determinada pela operação, os parâmetros  $x_1$  e  $x_2$  permitem a “decentralização/centralização” do modelo, além da escolha da existência de zero de transmissão no SPD. A escolha de  $h_S$  permite escolher o nível de oscilação do sistema, uma vez estabelecido os valores de referência para

os tanques intermediários  $h_{3S}$  e  $h_{4S}$ . Os coeficientes de descarga podem ser alterados manualmente para os tanques superiores e inferiores de forma a tornar a dinâmica desses tanques mais rápidas ou mais lentas. Considerando os parâmetros do processo e os coeficientes de descarga (automaticamente definidos para os níveis intermediários), a solução estacionária fornece os níveis dos tanques superiores e inferiores.

**Tabela 4.5:** Pontos de Operação.

OP	Classe	$F_1, F_2$ (L/min)	$x_1, x_2$	$h_1, h_2$ (cm)	$h_{3S}, h_{4S}$ (cm)	$h_5, h_6$ (cm)	$h_s$ (cm)
1	I	7.5,7.5	0.25,0.25	15,15	15,15	25,25	15,15
2	II	7.5,7.5	0.48,0.48	15,15	15,15	2.5,2.5	15,15
4	IV	7.5,7.5	0.75,0.75	10,10	15,15	25,25	15,15

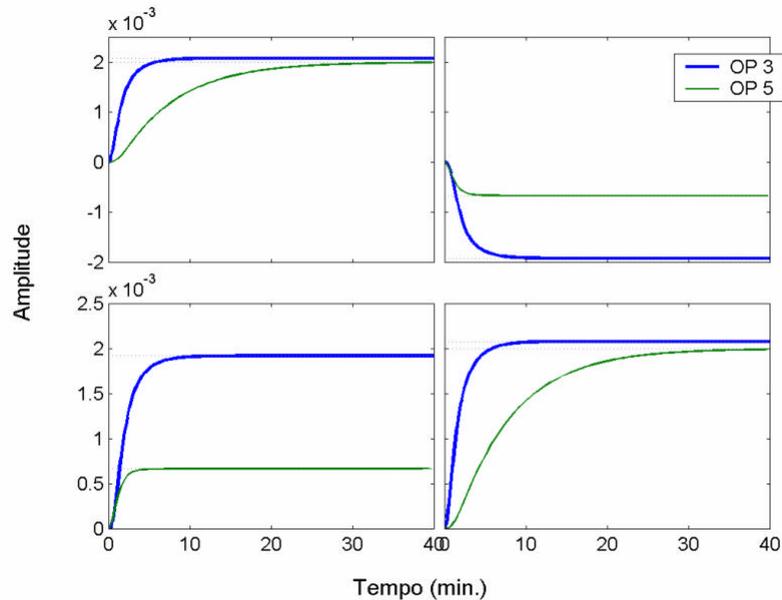
Na Figura 4.7 podem ser verificadas as respostas ao degrau unitário para as matrizes de transferência gerada pela expressão (4.7) para os pontos operacionais 1, 2 e 4, onde para os pontos 1 e 2, foi considerado o emparelhamento matricial invertido ( $F_1-h_2, F_2-h_1$ ) na diagonal principal, tendo em vista manter a dominância diagonal do sistema.



**Figura 4.7:** Resposta ao degrau unitário para os modelos do OP 1,2 e 4.

A partir da visualização da Figura 4.4 (a), pode-se perceber que este sistema é incapaz de gerar algum ponto de operação que apresente seu primeiro RGA localizado entre 0 e 1, de forma que a interação do sistema (quando existente) é sempre do tipo negativa. A obtenção de pontos que possam ser identificados pelas classes III e V, só pode ser gerada artificialmente. Com esse objetivo, foram gerados os pontos 3 e 5, bastando para isso trocar o sinal do ganho de um canal do sistema para os pontos 2 e 4, respectivamente. Para gerar os pontos 3 e 5, foi

então invertido o sinal do ganho na posição  $i=1$  e  $j=2$  para os modelos 2 e 4, como pode ser verificado na Figura 4.8.



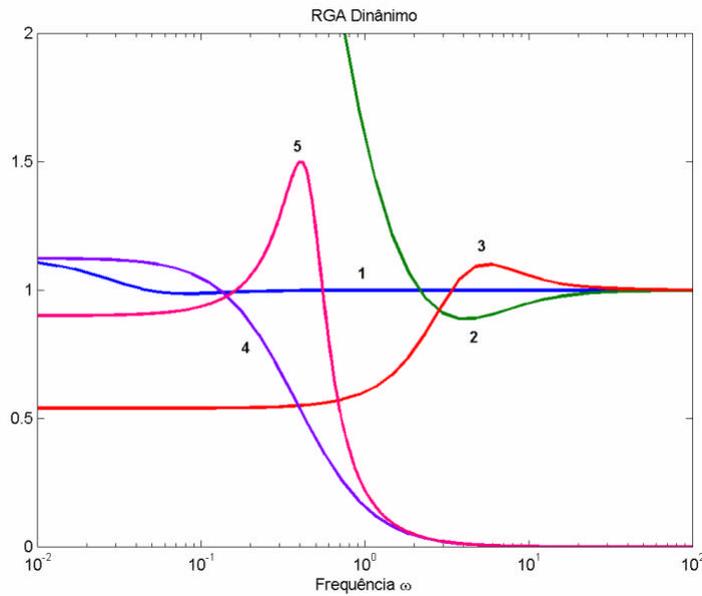
**Figura 4.8:** Resposta ao degrau unitário para os modelos do OP 3 e 5.

Na Tabela 4.6 são fornecidos alguns dados sobre estes pontos. Pelo RGA pode-se perceber o elevado grau de interação dos pontos 2 e 3. Além disso, a mudança do sinal na geração do ponto 3 gera um sistema com interação do tipo positiva, reduzindo o condicionamento do sistema ao mínimo possível.

**Tabela 4.6:** Dados referentes aos pontos de operação.

OP	Zero no SPD	Condicionamento (?)	RGA- $I_{1,1}$
1	-	2	1.125
2	-	25	6.760
3	-	1	0.540
4	0.2865	1	1.125
5	-	1	0.900

A análise do RGA dinâmico (Figura 4.9) permite verificar o comportamento da interação ao longo da frequência. Os pontos 1, 2 e 3 tendem ao desacoplamento total do sistema a elevadas frequências, mesmo que estaticamente apresentem comportamentos distintos. Outra constatação é que os pontos 4 e 5, pela análise estacionária, indicam um sistema desacoplado, no entanto, a elevadas frequências ocorre inversão de emparelhamento, uma vez que o RGA dinâmico tende a zero nessa situação. Isto ocorre devido à dinâmica dominante não coincidir com o ganho dominante do sistema. Estes comportamentos, embora apresentados especificamente para estes pontos, são característicos das classes correspondentes.



**Figura 4.9:** RGA Dinâmico para todos os pontos considerados (OP de 1 a 5).

Se torna necessário responder qual tipo de controlador, estrutura, ordem adequado para cada classe proposta. Para responder essas questões, a metodologia proposta foi analisada para os pontos definidos. No decorrer dos próximos capítulos, novos pontos serão definidos, exemplificando não só o uso da metodologia de projeto, como a versatilidade da planta proposta.

# Capítulo 5

## Projeto de Controladores

Neste capítulo, são projetados diversos controladores para a unidade de seis tanques esféricos previamente proposta, mais especificamente para os modelos definidos pertencentes às classes dinâmicas identificadas. O objetivo deste estudo consiste não apenas em exemplificar o uso da metodologia proposta, mas também analisar os efeitos importantes a serem considerados no projeto de controladores a partir da utilização dessa técnica. Esta análise por sua vez, visa não só esclarecer as nuances do método, como também identificar estratégias a serem utilizadas em distintas situações e as principais limitações inerentes à metodologia.

A sistemática desenvolvida requer a seleção de parâmetros e argumentos de entrada que são escolhidos pelo projetista. Embora tenha sido desenvolvida uma interface amigável com o usuário (ver Apêndice E), que permite o uso da técnica sem que para isso seja preciso um entendimento mais profundo por parte do usuário da programação matemática envolvida, deve-se ter em mente que a seleção adequada dos argumentos de entrada do algoritmo favorece o encontro de uma boa solução.

Na tentativa de se desenvolver uma metodologia flexível, pode-se acabar caindo na tentação de fornecer tanta opção ao usuário que se gerem dúvidas a respeito das escolhas necessárias ao projeto. Desde o início desse trabalho, se tinha em mente um desenvolvimento de forma mais genérica, com a implementação de uma interface amigável para difundir o seu uso e aceitação.

Com esse objetivo esclarecedor é que foram analisados a especificação do desempenho, o efeito de fatores de fase não mínima e de que forma estes podem ser atenuados. Foi discutida a seleção da estrutura e ordem adequada no projeto para distintas situações. Por fim, foi verificado a efeito da não linearidade através da simulação com o modelo não linear.

## 5.1 Considerações Iniciais

Com o objetivo de simplificar o entendimento, feitas realizadas algumas considerações iniciais. Na Tabela 5.1 são fornecidos todos os desempenhos desejáveis que foram utilizados no projeto dos controladores ao longo desse capítulo.

**Tabela 5.1:** Desempenhos desejáveis utilizados.

Índice	Ordem	Tempo de Subida (min)	Sobre Elevação (%)	Função de Transferência
1	2 <sup>a</sup> , 2 <sup>a</sup>	2,2	10,10	$\frac{1}{0.978s^2 + 1.17s + 1.00}$
2	2 <sup>a</sup> , 2 <sup>a</sup>	3,3	10,10	$\frac{1}{2.20s^2 + 1.75s + 1.00}$
3	2 <sup>a</sup> , 2 <sup>a</sup>	4,4	10,10	$\frac{1}{3.91s^2 + 2.34s + 1.00}$
4	2 <sup>a</sup> , 2 <sup>a</sup>	5,5	10,10	$\frac{1}{6.11s^2 + 2.92s + 1.00}$
5	2 <sup>a</sup> , 2 <sup>a</sup>	6,6	10,10	$\frac{1}{8.80s^2 + 3.51s + 1.00}$
6	2 <sup>a</sup> , 2 <sup>a</sup>	8,8	10,10	$\frac{1}{15.64s^2 + 4.68s + 1.00}$

A verificação do desempenho obtido pelo controlador foi realizada através da simulação obtida na configuração a ser analisada. Para tanto, se lançou mão de critérios de desempenho integrais (Apêndice C) como o ITAE e o IAE. Estes critérios são então fornecidos através de vetores que correspondem respectivamente ao critério calculado para a 1<sup>a</sup> e a 2<sup>a</sup> saída na simulação correspondente até o instante final. Além disso, é fornecido a variável FO (Função Objetivo) dado pela equação (3.37) como critério de ajuste de forma que se possa fazer uma análise comparativa.

Por fim, foi utilizado um sinal padrão para a comparação dos resultados. Este constituiu em uma mudança do tipo degrau unitária simultânea em sentidos contrários (1; -1), e após a estabilização do sistema (de acordo com a dinâmica) é então realizada uma mudança simultânea nas variáveis de entrada (1; -1) para verificar a atenuação dos distúrbios. Neste caso o degrau unitário é multiplicado por um fator que tem como objetivo uma melhor visualização na escala do gráfico correspondente.

## 5.2 Efeito da Especificação Desempenho

Uma etapa de grande importância na aplicação da metodologia consiste na escolha do desempenho desejável para o sistema em estudo. Essa escolha não é meramente arbitrária e às vezes é muito restrita. Limitações impostas por ruídos de medição, presença de distúrbios e fatores de fase não mínima restringem o espaço de escolha. Ainda, dentro da região viável, o ajuste pode ser favorecido estabelecendo um compromisso entre o desejável e o alcançável provendo uma performance satisfatória para o sistema.

Como discutido na seção 3.4 e no Apêndice C, o desempenho pode ser especificado pela seleção de critérios estabelecidos no domínio do tempo. Essa especificação consiste em determinar basicamente o quão rápido o controlador deve agir em malha fechada, sendo essa característica indiretamente mapeada pelo tempo de subida ou pelo tempo de assentamento da resposta do sistema a ser aproximado.

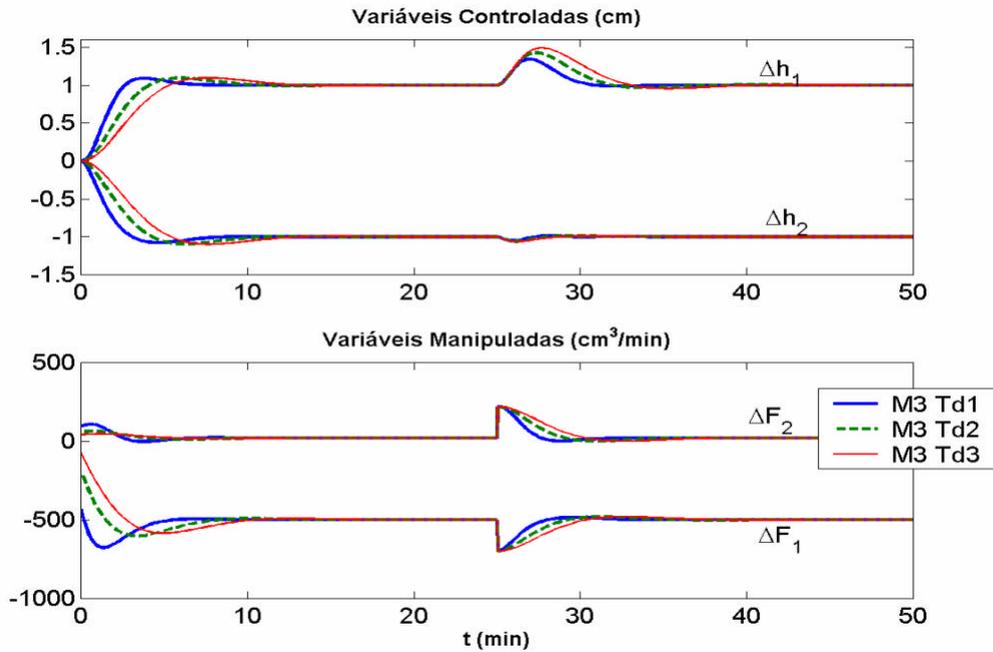
A especificação da sobre-elevação desejada, permite certa folga ao sistema. Embora o controlador seja projetado para uma mudança do tipo degrau nas variáveis de referência, na maior parte do tempo em aplicações práticas, o controlador irá atuar na supressão de distúrbios, de forma que, ser muito conservador na escolha do desempenho não permitindo uma sobre-elevação mínima na especificação pode vir a prejudicar a supressão aos distúrbios.

Qualquer que seja a dinâmica desejável para o sistema em malha fechada, esta considera a velocidade de atuação do controlador. Em processos industriais, em geral, se deseja que a malha fechada, além de manter a estabilidade operacional, seja mais rápida que em malha aberta.

Inicialmente, para analisar o efeito da velocidade de atuação do controlador, foram projetados 3 controladores centralizados do tipo PI usando o modelo M3 (definido na classe dinâmica III) sem tempo morto, para os desempenhos Td1, Td2 e Td3 respectivamente definidos na Tabela 5.1. Na Tabela 5.2, são fornecidos os parâmetros obtidos no projeto e os índices de qualidade, cujos critérios foram calculados com base na simulação apresentada na Figura 5.1.

**Tabela 5.2:** Parâmetros do controlador e índices de qualidade obtidos no estudo do efeito da velocidade para o modelo M3 sem tempo morto.

Caso	Controlador		Índices de Qualidade		
	$K_P$	$T_I$	$FO.10^7$	IAE	ITAE
<b>M3 Td1</b>	$\begin{bmatrix} 265.48 & 168.66 \\ -168.66 & 265.48 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.19 & 0.80 \\ 0.80 & 1.19 \end{bmatrix}$	1.229	[2.61 1.71]	[29.74 5.48]
<b>M3 Td2</b>	$\begin{bmatrix} 123.09 & 64.94 \\ -64.94 & 123.09 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.83 & 0.47 \\ 0.47 & 0.83 \end{bmatrix}$	0.664	[4.06 2.58]	[51.89 9.58]
<b>M3 Td3</b>	$\begin{bmatrix} 57.66 & 16.27 \\ -16.27 & 57.66 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.52 & 0.16 \\ 0.16 & 0.52 \end{bmatrix}$	0.059	[5.46 3.39]	[74.84 14.26]



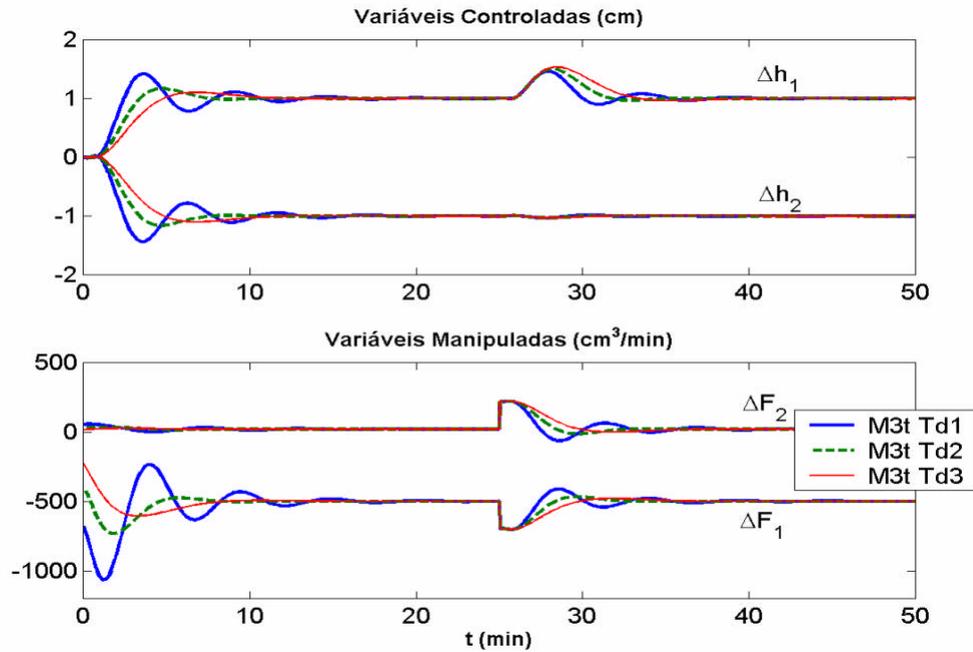
**Figura 5.1:** Resposta servo (1; -1) e regulatória (200.(1; -1)) na análise do efeito da especificação da velocidade para modelo M3 sem tempo morto.

Para uma comparação mais ampla, foram realizados 3 novos projetos mantendo a mesma configuração, no entanto considerando agora o tempo morto no modelo M3 conforme especificado no capítulo 4, de 0.3 minutos na relação vazão de entrada-nível para cada tanque.

Na Tabela 5.3 e na Figura 5.2, são apresentados os resultados obtidos para esse projeto. Pode-se verificar que a presença do tempo morto limita a velocidade de atuação do controlador, pois à medida que se tenta fazer o desempenho muito rápido a partir de um certo ponto, o comportamento do sistema tende a oscilar.

**Tabela 5.3:** Parâmetros do controlador e índices de qualidade obtidos no estudo do efeito da velocidade para o modelo M3 com tempo morto.

Caso	Controlador		Índices de Qualidade		
	$K_P$	$T_I$	$FO \cdot 10^4$	IAE	ITAE
<b>M3t Td1</b>	$\begin{bmatrix} 363.94 & 312.38 \\ -312.38 & 363.94 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.83 & 1.69 \\ 1.69 & 1.83 \end{bmatrix}$	2.183	[4.72 3.38]	[55.37 14.86]
<b>M3t Td2</b>	$\begin{bmatrix} 206.86 & 179.53 \\ -179.53 & 206.86 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.47 & 1.38 \\ 1.38 & 1.47 \end{bmatrix}$	0.932	[4.25 2.71]	[51.37 7.45]
<b>M3t Td3</b>	$\begin{bmatrix} 121.06 & 104.65 \\ -104.65 & 121.06 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.13 & 1.05 \\ 1.05 & 1.13 \end{bmatrix}$	0.566	[5.46 3.33]	[74.06 10.99]



**Figura 5.2:** Resposta servo (1; -1) e regulatória (200.(1; -1)) na análise do efeito da especificação da velocidade para modelo M3 com tempo morto.

Os sistemas de fase mínima não apresentam limitação na velocidade de atuação, tendo em vista que, com o aumento da velocidade do controlador, o mesmo tipo de comportamento dinâmico é mantido. Tal constatação identifica que, do ponto de vista de projeto, sistemas desse tipo podem ser tão rápidos quanto se queira em malha fechada. Mas é preciso observar também que mesmo estes sistemas apresentam ações de controle maiores e variações nestas ações mais bruscas. Além disso, na prática, se o processo está sujeito a ruídos, um controlador muito rápido pode passar a responder a esses ruídos, o que seria extremamente indesejado.

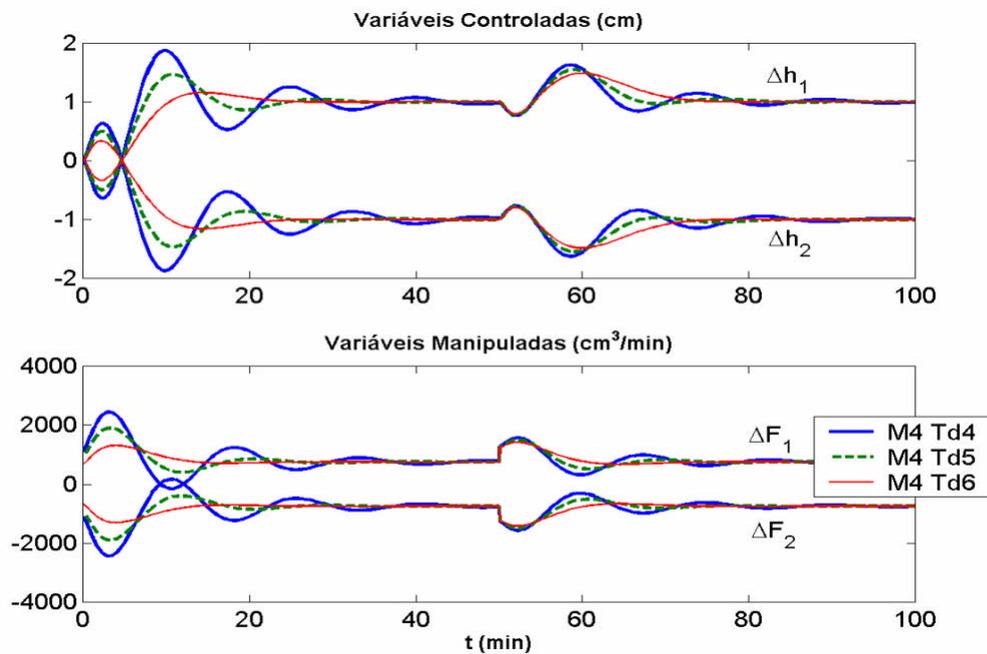
Uma característica que deve ser ressaltada é que a presença de tempo morto não só limita a velocidade de atuação como também dificulta o ajuste do controlador, o que pode ser percebido pela comparação dos valores obtidos para a função objetivo (FO) para o projeto com e sem tempo morto. Ainda, pode-se perceber que os ganhos obtidos para os controladores projetados para o mesmo desempenho são maiores quando considerado o tempo morto no processo em uma tentativa de compensar a presença desse fator.

Além do tempo morto, a presença de zeros de transmissão consiste em um outro fator que configura sistemas de fase não mínima. Para entender o efeito desse fator na especificação da velocidade, foram projetados 3 controladores para o ponto M4, usando os desempenhos Td4, Td5 e Td6.

Na Tabela 5.4 e na Figura 5.3 são apresentados os resultados obtidos para esse estudo. Pode-se perceber que a presença de um zero limita a velocidade de atuação em malha fechada, da mesma forma qualitativa que a presença de tempo morto, provendo um comportamento oscilatório ao sistema à medida que se tenta fazer o controlador relativamente mais rápido. Além disso, pode-se perceber uma resposta inversa na resposta inicial do sistema.

**Tabela 5.4:** Parâmetros do controlador e índices de qualidade obtidos no estudo do efeito da velocidade para o modelo M4 sem tempo morto.

Caso	Controlador		Índices de Qualidade		
	$K_p$	$T_I$	$FO.10^5$	IAE	ITAE
<b>M4 Td4</b>	$\begin{bmatrix} 666.67 & -435.11 \\ -435.11 & 666.67 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5.47 & 12.72 \\ 12.72 & 15.47 \end{bmatrix}$	4.576	[18.64 18.64]	[332.80 332.80]
<b>M4 Td5</b>	$\begin{bmatrix} 539.43 & -395.09 \\ -395.09 & 539.43 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5.12 & 12.65 \\ 12.65 & 5.12 \end{bmatrix}$	3.245	[12.95 12.95]	[195.11 195.11]
<b>M4 Td6</b>	$\begin{bmatrix} 369.43 & -306.63 \\ -306.63 & 369.43 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4.41 & 12.10 \\ 12.10 & 4.41 \end{bmatrix}$	2.514	[11.69 11.69]	[187.88 187.88]



**Figura 5.3:** Resposta servo (1; -1) e regulatória (200.(1; -1)) na análise do efeito da especificação da velocidade para modelo M4 sem tempo morto.

## 5.3 Efeito de Fatores de Fase Não Mínima

Na seção anterior foi verificado de que forma os fatores de fase não mínima limitam a especificação da velocidade de atuação na malha fechada. Nesta seção é verificado qual o efeito da intensidade desses fatores, através de projetos de controladores para o mesmo desempenho desejável.

### 5.3.1 Efeito do Tempo Morto

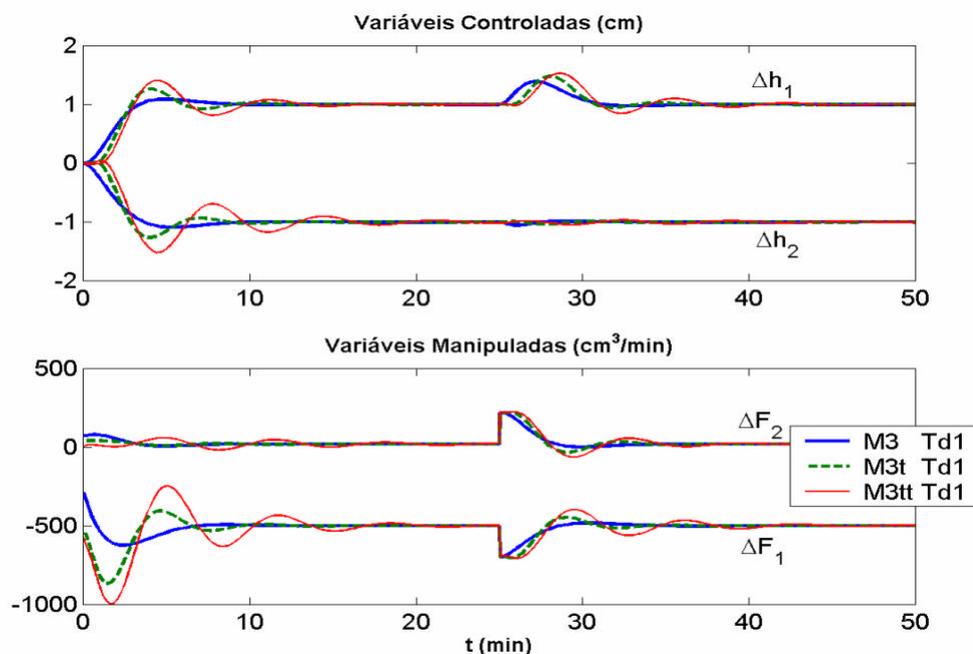
Para analisar o efeito do tempo morto no projeto do controlador, foi comparado o projeto para o desempenho Td1 para 3 casos. No primeiro caso foi utilizado o modelo M3 e

nenhum tempo morto foi considerado. No modelo M3t foi considerado o tempo morto nominal de 0.3 minutos para cada tanque, e no caso M3tt esse tempo morto é acrescido de 50% do seu valor nominal aumentando o atraso na informação. As duas primeiras situações foram projetadas anteriormente, cujos dados são fornecidos na Tabela 5.2 para M3-Td1 e na Tabela 5.3 para M3t-Td1. Os resultados obtidos podem ser verificados na Figura 5.4 e os resultados decorrentes do novo projeto na Tabela 5.5

Pode-se perceber que para um mesmo desempenho, quanto maior o tempo morto proveniente das interações do sistema, maior é a sua limitação sobre o desempenho final. De forma que a velocidade do desempenho deve ser maior que o tempo morto existente.

**Tabela 5.5:** Parâmetros do controlador e índices de qualidade obtidos no estudo do efeito do tempo morto para o modelo M3tt com desempenho Td1.

Caso	Controlador		Índices de Qualidade		
	$K_p$	$T_I$	$FO \cdot 10^4$	IAE	ITAE
<b>M3tt Td1</b>	$\begin{bmatrix} 289.86 & -284.59 \\ -284.59 & 289.86 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.84 & 1.99 \\ 1.99 & 1.84 \end{bmatrix}$	4.042	[5.91 5.18]	[80.36 36.55]



**Figura 5.4:** Resposta servo (1; -1) e regulatória (200.(1; -1)) na análise do efeito da intensidade do tempo morto.

### 5.3.2 Efeito do Zero de Transmissão no SPD

Para a verificação do efeito do zero, foram construídos dois novos pontos de operação para a planta de 6 tanques, partindo de algumas pequenas modificações do ponto operacional 4. Foram alteradas as frações  $x_1$  e  $x_2$ , diminuindo seus valores, de forma aproximar o zero de transmissão da origem. Para manter os níveis estacionários e conseqüentemente a mesma resposta inicial do sistema, foram alterados apenas os coeficientes de descarga dos tanques superiores. Todos os demais parâmetros especificados nas Tabelas 4.3 e 4.4 se mantêm. Os

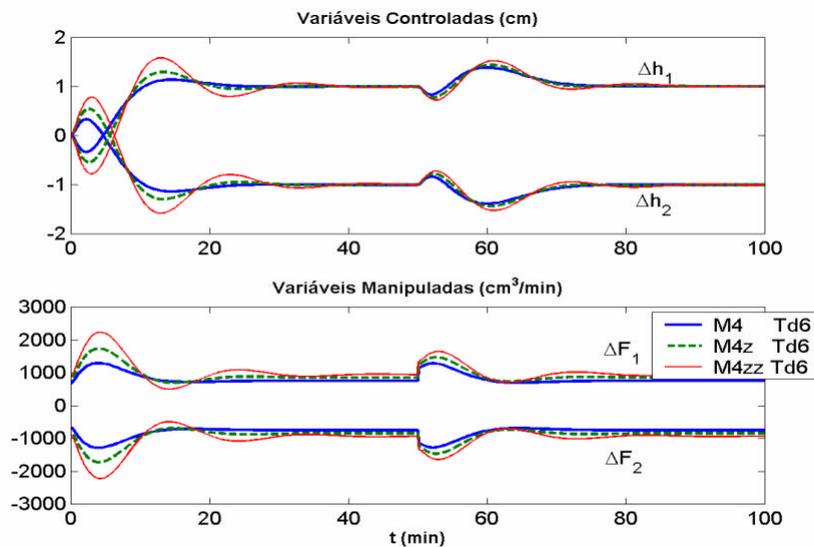
modelos M4, M4z e M4zz apresentam um zero no SPD localizado respectivamente nas posições, 0.286, 0.216 e 0.178, todos com as mesmas direções de entrada e saída já especificadas no capítulo 4 para o modelo M4.

**Tabela 5.6:** Parâmetros alterados para a definição dos novos pontos de operação.

OP	$x_1, x_2$	$R_5, R_6$ ( $\text{cm}^{2.5}\text{min}^{-1}$ )
M4z	0.7,0.7	1050,1050
M4zz	0.65,0.65	975,975

**Tabela 5.6:** Parâmetros do controlador e índices de qualidade obtidos no estudo do efeito da velocidade para o modelo M4 sem tempo morto.

Caso	Controlador		Índices de Qualidade		
	$K_P$	$T_I$	$FO \cdot 10^3$	IAE	ITAE
<b>M4z</b> <b>Td6</b>	$\begin{bmatrix} 421.88 & -374.65 \\ -374.65 & 421.88 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4.99 & 13.64 \\ 13.64 & 4.99 \end{bmatrix}$	6.853	[16.51 16.51]	[372.38 372.38]
<b>M4zz</b> <b>Td6</b>	$\begin{bmatrix} 467.91 & -427.45 \\ -427.45 & 467.91 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5.46 & 13.89 \\ 13.89 & 5.46 \end{bmatrix}$	13.07	[21.88 21.88]	[500.83 500.83]



**Figura 5.5:** Resposta servo (1; -1) e regulatória (200.(1; -1)) na análise do efeito da intensidade do zero de transmissão.

Pela análise da simulação apresentada na Figura 5.5, pode-se perceber que quanto mais próximo da origem estiver o zero de transmissão, maior será a limitação imposta por esse fator na especificação do desempenho. Qualitativamente, essa limitação será tão maior na saída em que o zero tem um maior efeito.

## 5.4 Efeito da Estrutura do Controlador

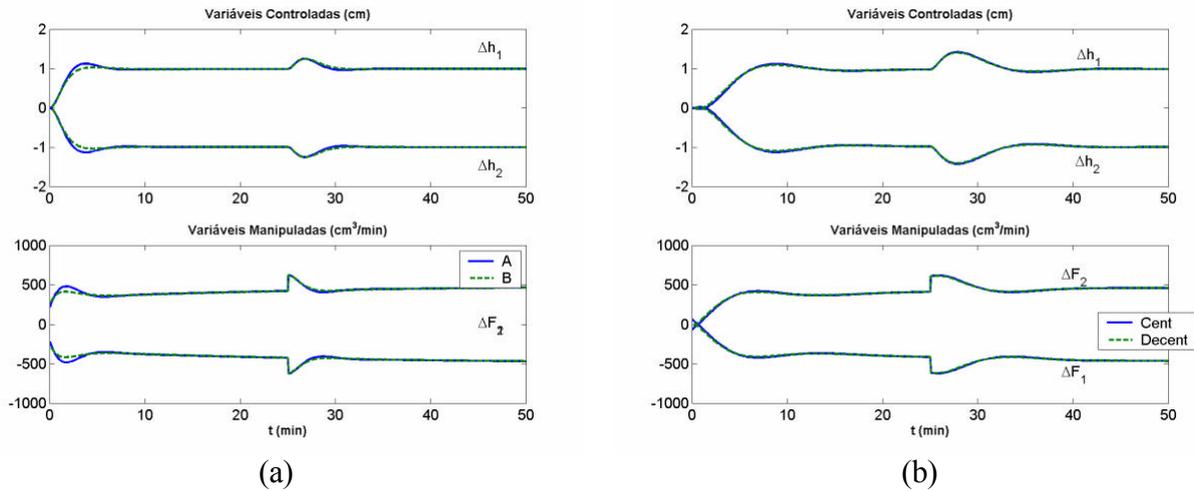
Além da seleção do desempenho para o sistema, um outro fator que dever ser selecionado pelo projetista consiste na estrutura do controlador a ser utilizado. Por motivos práticos, estruturas descentralizadas são preferíveis frente a estruturas centralizadas. Em geral, os melhores controladores são os mais simples que alcançam um desempenho satisfatório.

Para verificar o efeito da estrutura, inicialmente foram projetados controladores com estrutura centralizada e descentralizada para o modelo M1 para dois desempenhos distintos, Td1 e Td5, especificados na Tabela 5.1. Os parâmetros obtidos nesse estudo, bem como os índices de qualidade, são apresentados na Tabela 5.7, e os resultados da simulação na Figura 5.6. Os resultados indicam que para o modelo M1, que apresenta um nível de interação baixo entre as malhas de controle, praticamente não há melhoria na performance do sistema usando uma estrutura de controle centralizada. Embora não significativa, o uso de mais graus de liberdade em uma estrutura centralizada, permite um melhor ajuste do sistema. Alguma diferença só pode ser percebida quando se tenta fazer o controlador rápido como em Td1.

**Tabela 5.7:** Parâmetros do controlador e índices de qualidade obtidos no estudo do efeito da estrutura do controlador para o modelo M1.

Caso	Controlador		Índices de Qualidade		
	$K_p$	$T_I$	$FO \cdot 10^6$	IAE	ITAE
<b>M1 Td1 Cent</b>	$\begin{bmatrix} 239.95 & 25.05 \\ 25.05 & 239.95 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.82 & -0.45 \\ -0.45 & 0.82 \end{bmatrix}$	1.636	[2.56 2.56]	[26.79 26.79]
<b>M1 Td1 Decent</b>	$\begin{bmatrix} 254.04 & 0 \\ 0 & 254.04 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.93 & 0 \\ 0 & 0.93 \end{bmatrix}$	3.279	[2.52 2.52]	[28.71 28.71]
<b>M1 Td5 Cent</b>	$\begin{bmatrix} -35.00 & 30.72 \\ 30.72 & -35.00 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.38 & -1.87 \\ -1.87 & -0.38 \end{bmatrix}$	18.57	[7.12 7.12]	[92.93 92.93]
<b>M1 Td5 Decent</b>	$\begin{bmatrix} -46.20 & 0 \\ 0 & -46.20 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.42 & 0 \\ 0 & -0.42 \end{bmatrix}$	33.07	[6.68 6.68]	[86.75 86.75]

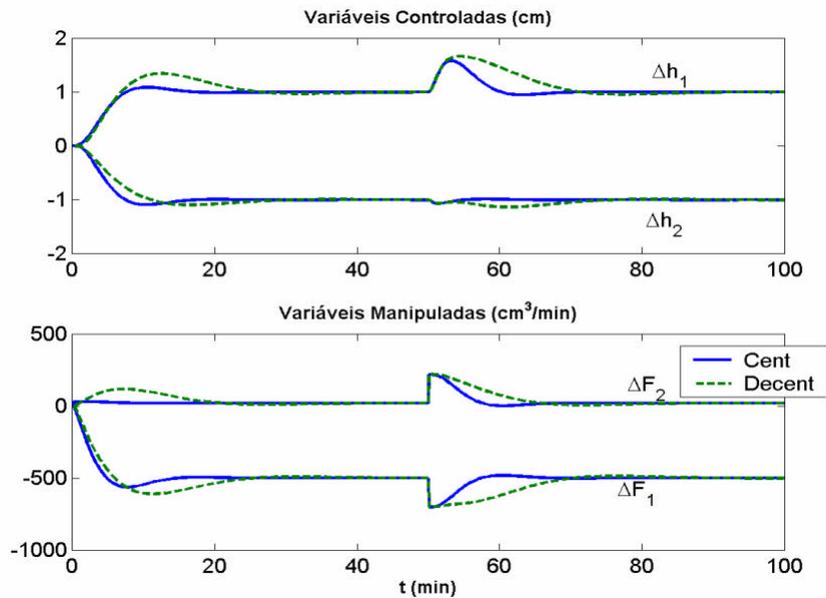
Quando o modelo apresenta um comportamento centralizado, a perda de performance já é mais significativa, como pode ser percebido no projeto para o modelo M3 com Td5 (Figura 5.7), para distintas estruturas. Os parâmetros e índices, nesse caso, são expressos na Tabela 5.8. Pode-se perceber não apenas um melhor ajuste com estrutura centralizada, pela comparação entre os valores de FO, como melhores critérios, pela comparação dos valores IAE e ITAE.



**Figura 5.6:** Resposta servo (1; -1) e regulatória (200.(1; -1)) na análise do efeito da estrutura para o modelo M1 e Td1 (a) e M1 e Td5 (b).

**Tabela 5.8:** Parâmetros do controlador e índices de qualidade obtidos no estudo do efeito da estrutura do controlador para o modelo M3 e Td5.

Caso	Controlador		Índices de Qualidade		
	$K_p$	$T_I$	$FO \cdot 10^7$	IAE	ITAE
<b>M3 Td5 Cent</b>	$\begin{bmatrix} -3.43 & 28.67 \\ 28.67 & -3.43 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.05 & -0.43 \\ -0.43 & -0.05 \end{bmatrix}$	7.054	[8.03 4.87]	[206.11 30.70]
<b>M3 Td5 Decent</b>	$\begin{bmatrix} -9.78 & 0 \\ 0 & -40.12 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.35 & 0 \\ 0 & -0.35 \end{bmatrix}$	256.1	[16.09 8.44]	[540.93 164.97]



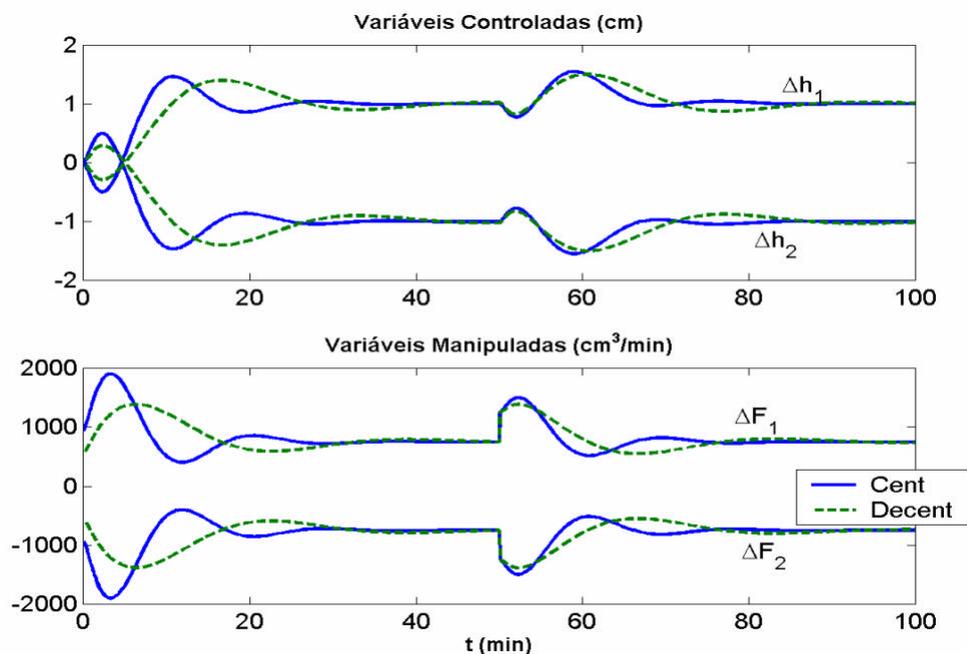
**Figura 5.7:** Resposta servo (1; -1) e regulatória (200.(1; -1)) na análise do efeito da estrutura para o modelo M3 e Td5.

O modelo M4, por sua vez, é caracterizado como um sistema desacoplado pela análise do RGA, como visto no capítulo anterior. Para verificar o efeito da estrutura nesse caso, foram projetados dois controladores com distintas estruturas para o desempenho Td5 usando esse modelo.

Os resultados, simulação e parâmetros, são apresentados na Figura 5.8 e na Tabela 5.9 respectivamente, indicando que os resultados não são similares, como poderia se esperar, o que ocorre devido ao acoplamento dinâmico entre as malhas de controle. Como em altas frequências ocorre uma inversão na seleção do emparelhamento, o uso de uma estrutura centralizada permite compensar esse efeito com uma atuação rápida do controlador.

**Tabela 5.9:** Parâmetros do controlador e índices de qualidade obtidos no estudo do efeito da estrutura do controlador para o modelo M1.

Caso	Controlador		Índices de Qualidade		
	$K_P$	$T_I$	$FO \cdot 10^5$	IAE	ITAE
<b>M4 Td5 Cent</b>	$\begin{bmatrix} 539.43 & -395.09 \\ -395.09 & 539.43 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5.13 & 12.65 \\ 12.65 & 5.13 \end{bmatrix}$	3.245	[15.96 15.96]	[376.80 376.80]
<b>M4 Td5 Decent</b>	$\begin{bmatrix} 543.92 & 0 \\ 0 & 543.92 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3.97 & 0 \\ 0 & 3.97 \end{bmatrix}$	37.62	[20.97 20.97]	[603.71 603.71]



**Figura 5.8:** Resposta servo (1; -1) e regulatória (200.(1; -1)) na análise do efeito da estrutura para o modelo M4 e Td5

## 5.5 Efeito da Ordem do Controlador

Além da especificação adequada do desempenho de acordo com as restrições inerentes ao processo e à modelagem, e ainda à escolha da estrutura mais simples do controlador que atende ao desempenho requerido, um outro aspecto importante consiste na seleção e definição da ordem do controlador a ser utilizado.

Em geral, os processos industriais são de elevada ordem, tais processos podem ter sua performance prejudicada à medida que se aumenta a velocidade de atuação do controlador, como comprovado em análises das seções anteriores. Normalmente esse fato ocorre quando o processo apresenta restrições inerentes à modelagem, devido à presença de fatores de fase não mínima. Muitas vezes essa restrição é muito evidente, e em muitos casos bastante limitante. Para melhorar a performance, esta pode ser feita mais lenta, ou pode-se lançar mão de um aumento na ordem do controlador como alternativa, já que este tende a estabilizar a resposta do sistema e fornece mais graus de liberdade para o problema de otimização.

Foi verificado na seção 5.2 que o comportamento em malha fechada do controlador projetado para o modelo M3, considerando o tempo morto para o desempenho Td1, tende a oscilar. Na mesma seção, pode ser verificado que com a diminuição da velocidade do controlador, o sistema tem a sua estabilização com Td2 e Td3. Considerando que a velocidade especificada em Td1 fosse realmente desejada para o sistema, a especificação de novos desempenhos mais lentos não seriam uma alternativa interessante.

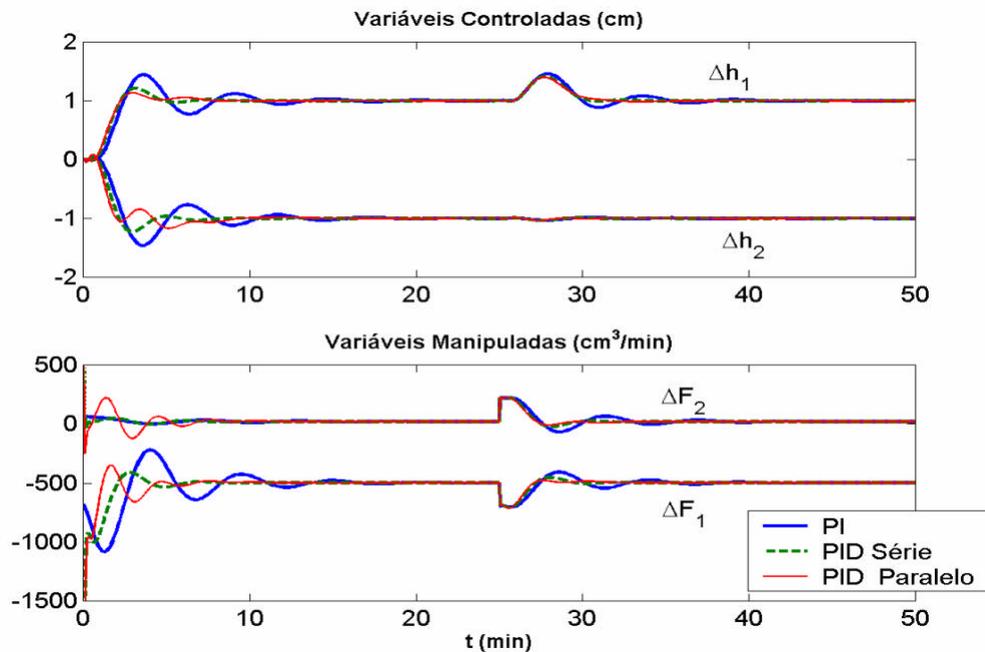
Com base nessa condição, foram projetados dois controlador do tipo PID, inserindo a ação derivativa usando as configurações dos tipos série e paralelo (vide Apêndice D). Os parâmetros obtidos são apresentados na Tabela 5.10, e a simulação foi então comparada com o projeto do controlador PI previamente projetado, sendo apresentado na Figura 5.9.

**Tabela 5.10:** Parâmetros do controlador e índices de qualidade obtidos no estudo do efeito do aumento da ordem com M3t.

Caso	Controlador			Índices de Qualidade	
	$K_P$	$T_I$	$T_D$	FO.10 <sup>7</sup>	IAE/ITAE
M3t Td1 PID Série	$\begin{bmatrix} 269.13 & 150.46 \\ -228.17 & 269.13 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.25 & 0.76 \\ 1.15 & 0.84 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.56 & 0.99 \\ 0.56 & 0.99 \end{bmatrix}$	5.688	$\begin{bmatrix} 2.90 & 2.00 \\ 30.72 & 5.09 \end{bmatrix}$
M3t Td1 PID Paralelo	$\begin{bmatrix} 364.46 & 256.94 \\ -314.49 & 297.34 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.65 & 1.22 \\ 1.54 & 1.31 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.52 & 0.99 \\ 0.52 & 0.99 \end{bmatrix}$	9.273	$\begin{bmatrix} 2.79 & 2.09 \\ 31.82 & 7.27 \end{bmatrix}$

Pode-se verificar que o aumento de ordem tem um efeito estabilizador, assim como a diminuição da velocidade do controlador, mas com a grande vantagem de manter a velocidade de atuação especificada inicialmente no projeto. Um outro aspecto a ser considerado é o tipo de parametrização (algoritmo) selecionado para o aumento da ordem pela inserção da ação derivativa. Em geral, a configuração em paralelo é mais versátil que a configuração série,

porque tal configuração permite gerar zeros complexos no controlador, mas apresenta uma maior sensibilidade aos parâmetros resultando em um ajuste mais complexo. Tal situação justifica o fato de que o ajuste do controlador para a configuração em paralelo exemplificado apresente um maior valor para a função objetivo e um desempenho mais pobre que a configuração série.



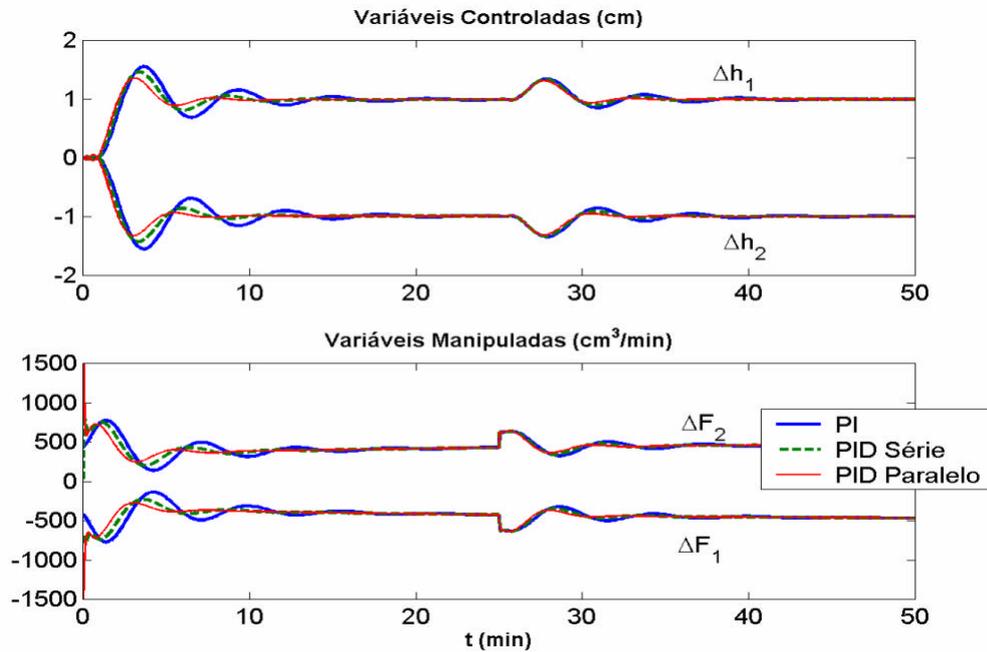
**Figura 5.9:** Resposta servo (1; -1) e regulatória (200.(1; -1)) na análise do efeito do aumento da ordem para o modelo M3 e Td1.

**Tabela 5.11:** Parâmetros do controlador e índices de qualidade obtidos no estudo do efeito do aumento da ordem com M1t.

Caso	Controlador			Índices de Qualidade	
	$K_P$	$T_I$	$T_D$	FO.10 <sup>6</sup>	IAE/ITAE
M1t Td1 PI	$\begin{bmatrix} 438.97 & 0 \\ 0 & 438.97 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.64 & 0 \\ 0 & 1.64 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	7.227	$\begin{bmatrix} 4.50 & 4.50 \\ 47.07 & 47.07 \end{bmatrix}$
M1t Td1 PID Série	$\begin{bmatrix} 329.65 & 0 \\ 0 & 329.65 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.18 & 0 \\ 0 & 0.76 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.52 & 0 \\ 0 & 0.97 \end{bmatrix}$	4.161	$\begin{bmatrix} 4.04 & 3.77 \\ 39.95 & 37.10 \end{bmatrix}$
M1t Td1 PID Paralelo	$\begin{bmatrix} 523.70 & 0 \\ 0 & 522.87 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.84 & 0 \\ 0 & 1.83 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.95 & 0 \\ 0 & 0.99 \end{bmatrix}$	2.621	$\begin{bmatrix} 3.27 & 3.10 \\ 31.22 & 29.77 \end{bmatrix}$

Foram projetados 3 controladores para o Modelo M1t (com tempo morto) considerando o desempenho Td1, um controlador do tipo PI e dois PID, com a configuração série e paralelo. Os resultados são expressos na Tabela 5.11 e a simulação na Figura 5.10. Esse exemplo permite verificar que o efeito do aumento da ordem independe da estrutura do

controlador. Além disso, o ajuste em paralelo apresenta um melhor desempenho e um melhor ajuste que a configuração série para esta situação, em contraposição ao exemplo anterior.



**Figura 5.10:** Resposta servo (1; -1) e regulatória (200.(1; -1)) na análise do efeito do aumento da ordem para o modelo  $M1t$  e  $Td1$ .

### Inserção de Filtros

Processos de elevada ordem, ou com comportamento bastante oscilatório para um determinado desempenho com um controlador do tipo PI, podem requerer um controlador de ordem superior a um PID. Para atender esse tipo de situação, foi desenvolvido o aumento de ordem apresentado na seção 3.8, que embora possa trazer uma complexidade adicional a nível de implementação, pode ser justificável pela melhoria imposta ao desempenho da malha.

Para exemplificar o uso da base ortogonal para o aumento da ordem, foi realizado o projeto de 3 controladores, PI, PID série e um PID série + filtro de 1ª ordem. Os resultados são dispostos na Tabela 5.12 e 5.13 e a simulação na figura 5.13.

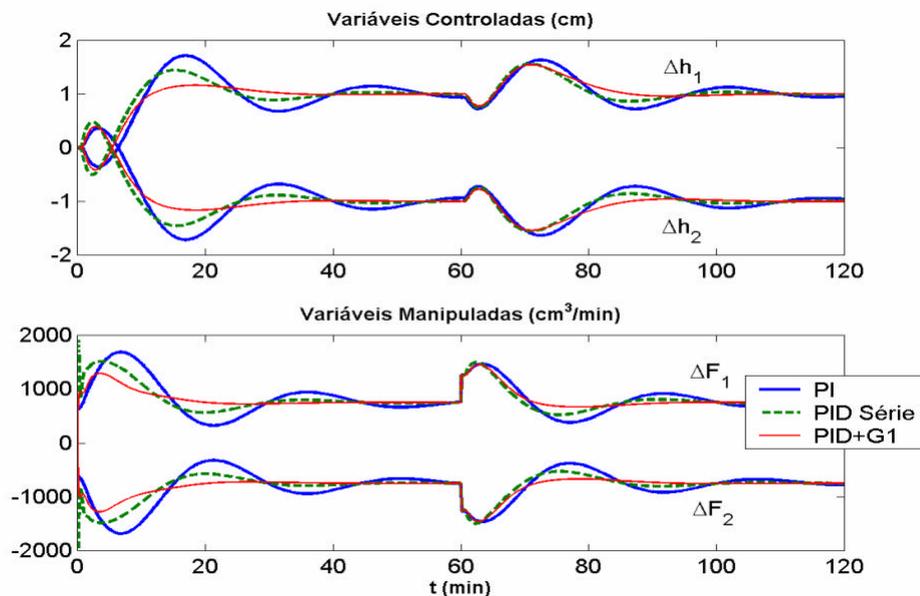
Os índices de qualidade e o valor obtido para a função objetivo indicam que o aumento da ordem tem um efeito benéfico sobre o desempenho, já que provê mais graus de liberdade para o ajuste, sendo uma alternativa para casos em que, ainda com a inserção da ação derivativa haja um comportamento não satisfatório e não seja aceitável tornar o sistema mais lento em malha fechada.

**Tabela 5.12:** Parâmetros dos controladores obtidos no estudo do aumento de ordem por bases ortogonais.

Caso	Controlador				
	$K_p$	$T_I$	$T_D$	$T_F$	$I$
<b>M4t-Td5 PI</b>	$\begin{bmatrix} 336.48 & -264.51 \\ -264.51 & 336.48 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3.06 & 8.59 \\ 8.59 & 3.06 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	-	-
<b>M4t-Td5 PID Série</b>	$\begin{bmatrix} 227.59 & -259.37 \\ -248.71 & 274.99 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2.04 & 8.11 \\ 7.63 & 2.47 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.70 & 1.02 \\ 1.70 & 1.02 \end{bmatrix}$	-	-
<b>M4t-Td5 PID Série+G1</b>	$\begin{bmatrix} 227.59 & -259.37 \\ -248.71 & 274.99 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2.04 & 8.11 \\ 7.63 & 2.47 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.70 & 1.02 \\ 1.70 & 1.02 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.49 & 0.48 \\ 0.49 & 0.48 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.87 & 0.87 \\ 0.87 & 0.87 \end{bmatrix}$

**Tabela 5.13:** Índices de qualidade obtidos no estudo do efeito da ordem para M4t e Td5.

Caso	Índices de Qualidade		
	$FO \cdot 10^4$	IAE	ITAE
<b>M4t-Td5/PI</b>	4.674	$[32.07 \ 32.07]$	$[1220.27 \ 1220.27]$
<b>M4t-Td5/PID Série</b>	2.214	$[27.74 \ 22.12]$	$[718.95 \ 737.41]$
<b>M4t-Td5/PID Série+G1</b>	1.059	$[18.59 \ 18.60]$	$[617.08 \ 618.26]$

**Figura 5.11:** Resposta servo (1; -1) e regulatória (500.(1; -1)) na análise do efeito da ordem do controlador para M4t e Td5.

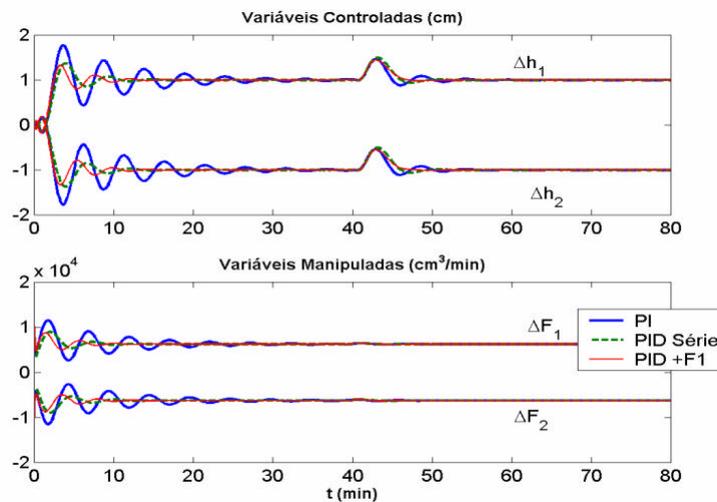
Outra alternativa no aumento de ordem é o uso de filtros do tipo “lead-lag”, como descrito na seção 3.8. Para exemplificar este caso, foram projetados 3 controladores para o modelo M2t, um PI, um PID série e o PID série acrescido de um filtro lead-lag de 1ª ordem. Os parâmetros e os índices de qualidade obtidos são apresentados nas Tabelas 5.14 e 5.15, e a simulação na Figura 5.12. Os resultados indicam que a inserção do filtro tende a uma melhoria na performance do sistema.

**Tabela 5.14:** Parâmetros dos controladores obtidos no estudo da ordem para M2t-Td1.

Caso	Controlador						
	$K_P$		$T_I$		$T_D$	$T_F$	$I$
<b>M2t-Td1 PI</b>	$\begin{bmatrix} 2168.04 & 2168.04 \\ -1828.09 & -1828.09 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 0.89 & 0.81 \\ 0.81 & 0.89 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	-	-
<b>M2t-Td1 PID Série</b>	$\begin{bmatrix} 630.79 & -391.35 \\ -506.21 & 500.51 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 0.34 & 0.23 \\ 0.29 & 0.27 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 0.85 & 1.00 \\ 0.85 & 1.00 \end{bmatrix}$	-	-
<b>M2t-T15 PID Série+F1</b>	$\begin{bmatrix} 630.79 & -391.35 \\ -506.21 & 500.51 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 0.34 & 0.23 \\ 0.29 & 0.27 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 0.85 & 1.00 \\ 0.85 & 1.00 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.68 & 1.68 \\ 1.68 & 1.68 \end{bmatrix}$	-

**Tabela 5.15:** Índices de qualidade obtidos no estudo da ordem para M2t-Td1.

Caso	Índices de Qualidade		
	$FO.10^6$	IAE	ITAE
<b>M2t-Td1/PI</b>	3.695	[7.20 7.20]	[66.24 66.24]
<b>M2t-Td1/PID Série</b>	7.415	[3.40 3.40]	[13.85 13.85]
<b>M2t-Td1/PID Série+F1</b>	7.221	[3.06 3.10]	[12.05 12.38]

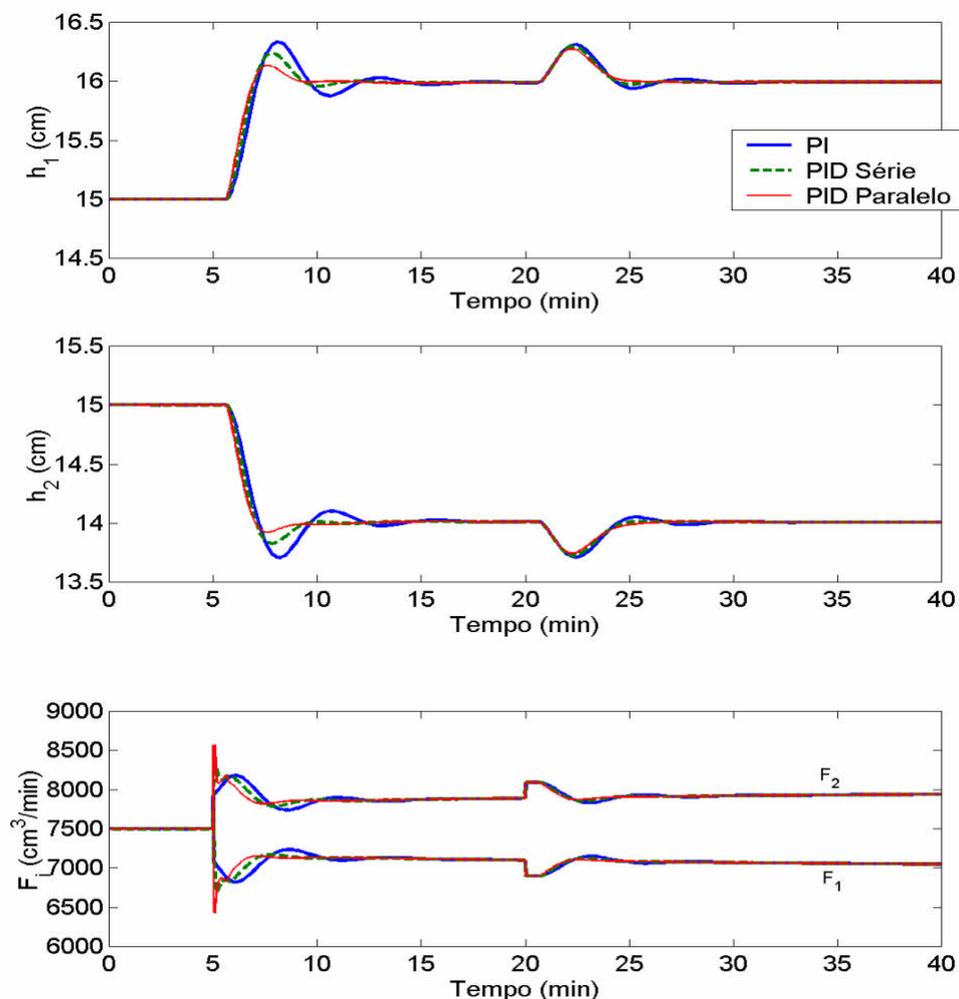


**Figura 5.12:** Resposta servo (1; -1) e regulatória (500.(1; -1)) na análise do efeito da ordem para o modelo M2t e Td1.

## 5.6 Efeito da Não Linearidade

A verificação do desempenho obtido no projeto dos controladores nas seções anteriores se deu através de uma simulação para uma mudança nas variáveis de referência e a um sinal de perturbação padrão. No entanto, todas as simulações previamente realizadas assumiram a validade do modelo linearizado em torno do ponto de operação considerado. Na prática, o comportamento do sistema é não linear e o modelo só é válido para uma região próxima à região de linearização. Para que se possa verificar o efeito da não linearidade, foram realizadas simulações com o modelo não linear apresentado no Capítulo 4.

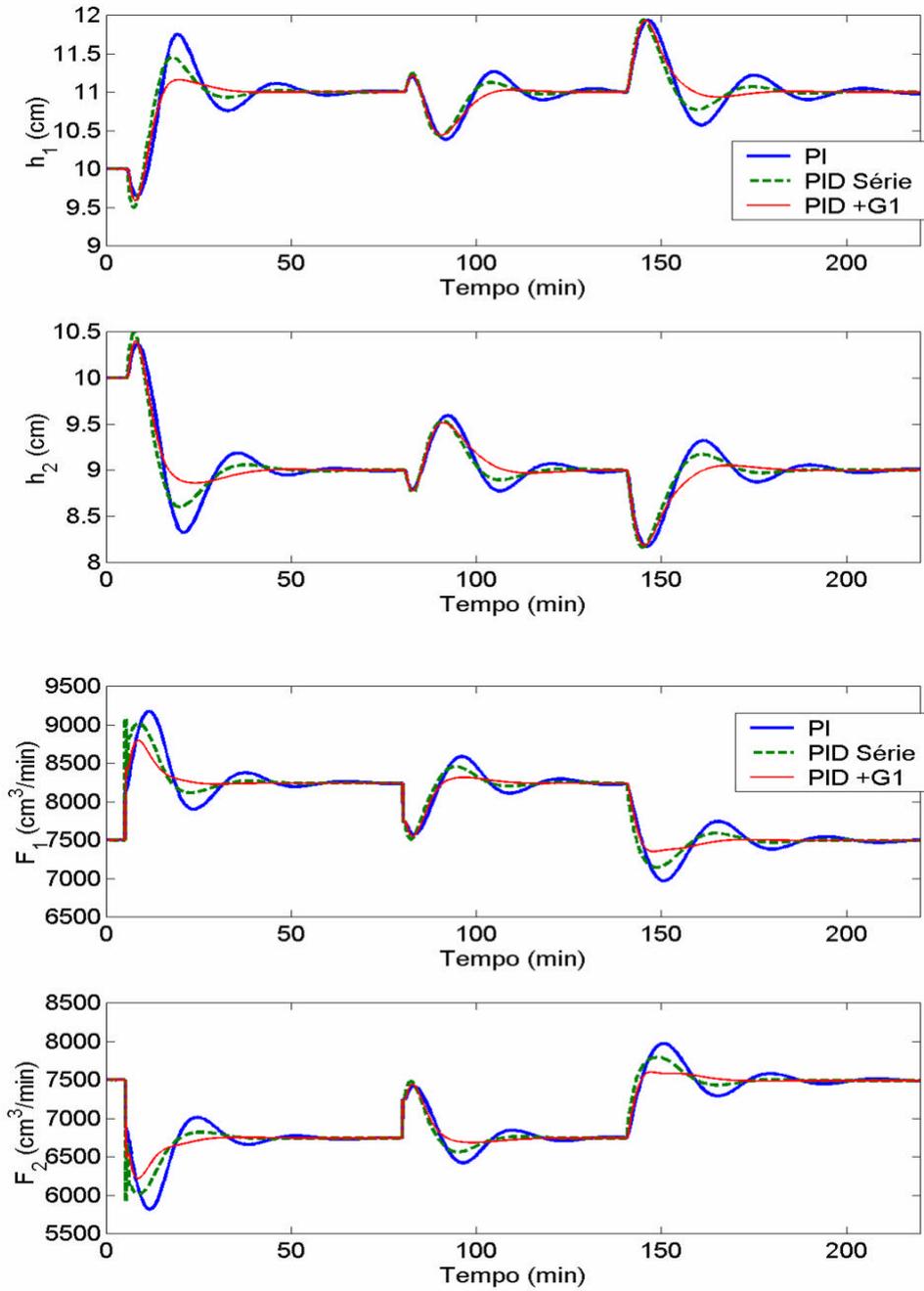
Inicialmente, foi verificado o comportamento dos casos projetados para o modelo M1t e Td1, previamente apresentados para o modelo linear na Figura 5.10. A mudança nas referências foram realizadas no instante de tempo igual a 5 minutos e a simulação com o modelo não linear pode ser visto na Figura 5.13.



**Figura 5.13:** Resposta servo (1; -1) e regulatória (200.(1; -1)) na análise do efeito da não linearidade para o modelo M1t e Td1.

Na Figura 5.14 é apresentada a simulação não linear para os casos projetados para o modelo M4t e Td5 na seção anterior. Os resultados apresentados são condizentes com a

simulação linear, indicando a validade aproximada do modelo linear. Um aspecto relevante é que o efeito estabilizador do aumento da ordem é mais evidenciado na simulação não linear.



**Figura 5.14** Resposta servo (1; -1) e regulatória (200.(1; -1)) na análise do efeito da não linearidade para o modelo M4 e Td1.

## 5.7 Conclusões Preliminares

A presença de fatores de fase não mínima impõe limites quanto à máxima velocidade de atuação do controlador em malha fechada, levando o sistema a um comportamento oscilatório à medida que se tenta operar próximo a esses limites. A limitação inerente a esses fatores é tanto maior, quanto maior for o tempo morto comum associado às suas saídas e/ou mais próximo da origem estiver localizado o zero de transmissão positivo.

Sistemas de classe I, apresentam resultados satisfatórios com o uso de controladores descentralizados. Por outro lado, sistemas com elevado nível de interação entre as malhas de controle, classe II e III, podem apresentar uma performance muito pobre com controladores descentralizados, sendo o ajuste favorecido por estruturas mais centralizadas. No caso de sistemas de classe II, estes podem apresentar problemas de mal condicionamento principalmente a baixas frequências, sendo o ajuste da performance favorecido com o uso de controladores relativamente rápidos.

Sistemas de classe IV e V, embora apresentem características descentralizadas estaticamente, podem ter sua performance melhorada pelo uso de estruturas centralizadas, principalmente se desejamos uma atuação rápida em malha fechada, porque em altas frequências ocorre inversão na seleção do emparelhamento adequado para um projeto descentralizado, e exatamente por este motivo que o ajuste e a performance são prejudicados em atuações relativamente rápidas.

No tocante ao aumento da ordem, a inserção da ação derivativa é uma opção que pode ser utilizada como uma alternativa para que se possa trabalhar mais próximo aos limites impostos ao projeto. Ou ainda, quando somente a ação derivativa não provê melhoria significativa ou desejável, pode-se usar filtros para o aumento de ordem com o mesmo objetivo. Tal artifício se torna necessário para sistemas de classe IV e V, ou qualquer tipo de classe com elevados valores de tempo morto.

De maneira geral, através de vários exemplos, foi verificada a funcionalidade e flexibilidade do método proposto, permitindo o projeto de controladores para sistemas complexos, com fatores de fase não mínima, com elevado grau de acoplamento entre as malhas, e de ordem elevada.

A flexibilidade vai desde a escolha da estrutura e da ordem do controlador, à seleção do algoritmo de controle e do desempenho desejável para o sistema em malha fechada, resultando em uma metodologia alternativa eficiente e de alta praticidade.



## Capítulo 6

### Abordagem Multi-Modelo

Neste capítulo a metodologia proposta é estendida quase que intuitivamente para que se permita o projeto de controladores levando em consideração mais de um modelo na sua concepção, sendo esta abordagem interessante devido às incertezas associadas na identificação dos sistemas e à necessidade prática de se operar em distintos pontos de operação ao longo do tempo.

#### 6.1 Introdução ao Estudo da não Linearidade

Na prática, os sistemas reais sempre apresentam componentes não lineares. Este comportamento não deve ser considerado como um inconveniente inevitável em toda realização material dos sistemas de controle, e pode até ser empregado beneficentemente.

O que se pode afirmar a respeito da comparação entre sistemas lineares e não-lineares é que os primeiros existem somente como uma idealização dos segundos e que, mesmo que se conseguisse obter sistemas lineares reais, sua única virtude indiscutível seria a de aceitarem análise simples e elegante.

A modelagem linear permite a utilização de toda teoria de controle linear que é bem desenvolvida. Mas de fato, os processos são não-lineares e os modelos, por mais sofisticada que seja a técnica de identificação utilizada, continuam sendo uma representação aproximada da realidade.

Supondo na melhor das hipóteses, que se consiga obter um modelo por identificação não linear e que este modelo seja a perfeita representação da realidade, ainda assim, para aplicação da teoria de controle linear seria necessário a linearização em torno de um ponto de operação, restringindo assim a validade representativa desse modelo.

Devido às incertezas associadas à obtenção de modelos, pode ser interessante o uso de múltiplas representações lineares de um mesmo sistema físico real. Essas múltiplas representações podem ser oriundas de distintas metodologias, ou mesmo de uma única abordagem com incertezas inerentes à estimativa dos parâmetros que compõe esse modelo.

Uma outra questão muito importante decorre de uma situação prática. As plantas industriais normalmente não operam indefinidamente em um único ponto de operação, seja porque distúrbios externos insistem em removê-lo do estacionário, ou mesmo devido uma real necessidade do processo de operar em distintos pontos, que são ditados em geral pela produtividade da unidade ou pela necessidade da obtenção produtos diferenciados (como é muito comum em processos poliméricos).

Estes casos requerem a obtenção de um modelo linear para cada região de operação, o que do ponto de vista teórico poderia implicar em controlador projetado com o modelo nominal para cada um desses pontos. No entanto, essa solução na prática é dificultada devido à descontinuidade dos parâmetros entre um ponto e outro, o que pode levar o sistema à condição de saturação ou mesmo à instabilidade operacional.

Para evitar essa complexidade, muitas vezes se projeta o controlador para um único ponto de operação visando manter a estabilidade robusta do sistema. Ou seja, projetando para um ponto de operação tal que garantida a estabilidade nesse ponto, fica garantida a estabilidade nos demais.

Esta alternativa pode levar a uma performance bastante precária nas outras regiões diferentes da qual o controlador foi projetado, de forma que seria interessante considerar os múltiplos modelos (devido à incerteza) para os múltiplos pontos de operação (questão de ordem prática) com seus respectivos níveis de confiança (pesos) para projetar um único controlador que permita estabelecer um compromisso entre a estabilidade e a performance do sistema, levando-o em malha fechada para uma condição mais robusta de operação.

Essa concepção não chega a resultar em uma técnica de controle não-linear, mas permite que uma técnica que lança mão de toda teoria de controle linear possa ser usada com sistemas não lineares, desde que essa não linearidade não seja excessiva.

## 6.2 Representação Multi-Modelo

Uma região não linear  $P$ , pode ser representada por um conjunto discreto de  $k$  modelos lineares  $G_k$ , definindo um modelo resultante dito politópico, onde  $G_i$  representa o modelo linear  $i$  pra cada ponto de operação.

$$P \in Co_{\Delta} \{G_1, \dots, G_k\} \quad (6.1)$$

### 6.2.1 Condicionamento Mínimo

O condicionamento mínimo para o conjunto de modelos lineares  $P$  é definido como

$$g^\#(P) = \min_{L^\#, R^\#} \sup g(L^\# P R^\#) = \min_{L^\#, R^\#} \sup \left\{ g_1(L^\# G_1 R^\#), \dots, g_k(L^\# G_k R^\#), \dots \right\} \quad (6.2)$$

Ou seja, são usadas as mesmas matrizes  $L^\#$  e  $R^\#$  de forma a minimizar o máximo condicionamento entre os modelos que compõe o politopo  $P$ .

## 6.3 Número de Performance Robusta não Linear (nrpn)

Para a sistematização da metodologia, se torna necessário o uso de um índice quantitativo que permita mensurar a grau de não-linearidade de um processo que opera em uma região definida. Para tanto será utilizado o índice nrpn (FARENZENA e TRIERWEILER, 2004) como métrica da não-linearidade.

Toda a concepção desse índice pode ser vista em detalhes em FARENZENA (2003). Cabe uma breve descrição apenas do equacionamento matemático que permite o seu cálculo.

### 6.3.1 Máxima Diferença entre os Condicionamentos

A máxima diferença entre o condicionamento do sistema politópico é definida pela equação (6.3). Este termo capta a maior variação de condicionamento entre os modelos que compõe o politopo, em outras palavras, capta a máxima variação na direcionalidade dentro da região de operação.

$$\Delta g^\#(P) = \max \left( g(L^\# G_1 R^\#, \dots, L^\# G_k R^\#) \right) - \min \left( g(L^\# G_1 R^\#, \dots, L^\# G_k R^\#) \right) \quad (6.3)$$

### 6.3.2 Máxima Razão entre os Valores Singulares

A máxima razão entre o máximo e o mínimo valor singular dentre todos os modelos que compões o politopo é definida pela expressão (6.4) e representa a quantificação da alteração de ganho multivariável do sistema.

$$s^\#(P(jw)) = \frac{\max \left\{ \bar{s}(L^\# G_1 R^\#), \dots, \bar{s}(L^\# G_k R^\#) \right\}}{\min \left\{ \underline{s}(L^\# G_1 R^\#), \dots, \underline{s}(L^\# G_k R^\#) \right\}} \quad (6.4)$$

### 6.3.3 Matriz e Fator de Projeção

Para a matriz de ganhos estacionários do sistema politópico, a matriz  $m^\#$  é definida como matriz de projeção do sistema cujos elementos  $i,j$  são obtidos pela expressão (6.5)

$$m_{i,j}^\#(P(0)) = \max \left\{ \text{abs}(u_{k,i}^H u_{k,j} - 1), \text{abs}(v_{k,i}^H u_{k,j} - 1) \right\} \quad (6.5)$$

Onde os vetores  $u_{k,i}$  e  $v_{k,i}$  são os  $k$ -ésimos vetores colunas obtidos da decomposição em valores singulares da matriz de ganhos do modelo  $i$  que compõe  $P$ .

O termo expresso pela equação (6.6) é chamado de fator de projeção e é responsável pela captação da inversão do sinal do ganho multivariável.

$$\mathbf{u}^\#(P(0)) \stackrel{\Delta}{=} 10^{\max(m^\#(P(0)))} \quad (6.6)$$

### 6.3.4 NRPN

Com base nas definições anteriores, o nRPN é definido pela expressão (6.7)

$$\Gamma^\#(P, T, \mathbf{w}) = \left[ \mathbf{s}^\#(P(j\mathbf{w})) + \Delta \mathbf{g}^\#(P(j\mathbf{w})) \right] \mathbf{u}^\#(P(0)) \Gamma(G, T, \mathbf{w}) \quad (6.7)$$

Onde o termo  $G(G, T, \mathbf{w})$  corresponde à função RPN, dependente da frequência, do modelo nominal e do desempenho alcançável. Fica claro perceber que o nRPN é sempre maior ou igual ao RPN nominal e quanto maior for essa diferença, mais não-linear pode ser entendido o sistema.

A não-linearidade pode ser entendida como a contribuição de duas parcelas, a não linearidade estática e a dinâmica. A primeira provê uma contribuição constante ao longo da frequência e é responsável pelo paralelismo entre as duas curvas (RPN e nRPN) e a segunda parcela é constituída pela parte do nRPN desacrescida da contribuição estática.

Essa separação é importante, pois fornece a informação sobre o tipo de controlador necessário para o sistema em estudo no caso em que um controlador não linear se faz necessário. Se a maior parte da não-linearidade é proveniente da contribuição estática, um controlador compensador de ganho, conhecido como *Gain Scheduling*, é suficiente, caso contrário, é necessário se lançar mão de um controlador não linear capaz de compensar ambas as variações.

Com base nas definições das funções  $G(G, T)$  e  $G^\#(P, T)$ , o nRPN é um índice capaz de capturar a distância entre as curvas e conseqüentemente ser um índice quantitativo para mensurar a não linearidade sendo definido pela equação (6.8).

$$nRPN = \left( \frac{\int_{w_{\min}}^{w_{\max}} \Gamma^\#(P, T, \mathbf{w}) d \log \mathbf{w} - \int_{w_{\min}}^{w_{\max}} \Gamma(G, T, \mathbf{w}) d \log \mathbf{w}}{\int_{w_{\min}}^{w_{\max}} \Gamma(G, T, \mathbf{w}) d \log \mathbf{w}} \right) \quad (6.8)$$

Segundo FARENZENA (2003), sistemas que apresentam valor de nRPN inferior a unidade são considerados lineares, ou seja, situação na qual um controlador linear seria capaz

de prover uma performance satisfatória. A faixa de nRPN compreendida entre 1 e 2 corresponde a uma faixa onde a aplicação de controladores lineares podem resultar em uma perda de desempenho, cabendo ao engenheiro selecionar se essa perda é significativa para o seu processo. Ainda, para valores acima de 2, a não-linearidade é considerada elevada e nesses casos um controlador não-linear se faz necessário.

## 6.4 Formulação Matemática

A extensão para sistemas politópicos é direta e intuitiva. A natureza da resolução proposta para o problema de otimização continua sendo a mesma, sendo que a presença de multi-modelos resulta em novas equações, estruturalmente idênticas às anteriores, que são inseridas no problema de otimização original com pesos diferenciados, se assim desejado.

Na primeira aproximação (Coluna por Coluna), são resolvidos *no* problemas de otimização pelo método de mínimos quadrados, cuja função objetivo é expressa pela equação (6.9), onde o subscrito  $J$  indica a coluna  $j$  da matriz correspondente.

$$FO_J = \min_{KPJ, TI, J, TD, J, TF, J} \sum_{s=jw_0}^{s=jw_N} \left\| \frac{\Delta T_J^P(s)}{s} \right\|_W^2 = \sum_{s=jw_0}^{s=jw_N} \left[ \frac{\Delta T_J^P(s)}{s} \right]^T W \left[ \frac{\Delta T_J^P(s)}{s} \right] \quad (6.9)$$

Com o vetor coluna para o politopo  $\Delta T_J^P(s)$  definido pela concatenação vertical de todos os vetores colunas  $\Delta T_J^{G_i}(s)$ , onde  $G_i$  corresponde ao modelo  $i$  dos  $k$  modelos que compõe o politopo  $P$ .

$$\Delta T_J^P(s) = \left[ \left( \Delta T_J^{G_1}(s) \right)^T \quad \dots \quad \left( \Delta T_J^{G_k}(s) \right)^T \right]^T \quad (6.10)$$

$W$  é uma matriz bloco diagonal contendo os vetores de pesos referentes às equações de cada modelo  $W^{G_i}$ , onde cada vetor linha  $W^{G_i}$  tem dimensão igual ao número de saídas do sistema (*no*). De forma que se pode ponderar cada modelo e cada saída. Além disso, se poderia ponderar cada frequência, mas esta situação seria redundante tendo em vista que a resolução de  $\Delta T$  ao invés de  $\Delta C$  já provê uma ponderação na frequência favorecendo o ajuste na região da frequência de corte do sistema conforme mencionado no Capítulo 3.

$$W = \text{diag} \left\{ W_{G_1} \quad \dots \quad W_{G_k} \right\} \quad (6.11)$$

Este problema consiste em um problema de mínimos quadrados ponderados, que nesta abordagem é resolvido pela utilização de um problema de programação quadrática (*QP*).

Originalmente, cada um dos problemas sequenciais que são resolvidos para cada coluna gera um problema do tipo  $Ax = b$ , onde  $A$  corresponde à matriz numérica (ou vetor, no caso de  $T_D$  e  $T_F$ ) dos coeficientes dos parâmetros a serem determinados (disposto no vetor coluna  $x$ ) e o vetor numérico de termos independentes ( $b$ ).

No problema multi-modelos, para o mesmo conjunto de parâmetros  $x$ , são inseridas novas equações (pela concatenação vertical da matriz  $A$  e do vetor  $b$ ), gerando a matriz aumentada  $A^P$  e o vetor aumentado  $b^P$ . Para cada conjunto de equações provenientes de um dado modelo, se deseja um peso diferenciado devidamente disposto na matriz diagonal  $Weq$ , passando a ser um problema de mínimos quadrados ponderados. Este por sua vez, pode ser resolvido como um problema de mínimos quadrados comum pela solução do problema de índice subscrito  $*$ , como apresentado na equação (6.13).

$$(A^P x = b^P)_{Weq} \Leftrightarrow A^* x = b^* \text{ onde } A^* = \left[ (A^P)^T Weq \right]^{-1} (A^P)^T Weq A^P \text{ e } b^* = b^P \quad (6.12)$$

As matrizes  $A^*$  e  $b^*$  são então convertidas em matrizes  $Q$  e  $u$  através das equações já apresentadas em (3.50), gerando um problema do tipo  $QP$ . Após a resolução dos  $no$ 's problemas de otimização, pelo procedimento seqüencial e iterativo descrito na seção 3.3, tem-se a matriz completa dos parâmetros desejados, que são então utilizados como valor inicial para a otimização global.

A otimização global é diretamente estendida para multi-modelos apenas com o acréscimo de tantas equações de restrição quantos forem os modelos, conforme a expressão (6.14), onde o sobrescrito  $G_k$  indica que a matriz  $\Delta T$  correspondente foi obtida pelo uso do modelo  $G_k$ , e o sub-escrito  $ij$  indica o canal  $ij$  da matriz  $\Delta T$ .

$$FO_{Global,k} = FO_k = \sum_{i=1}^{no} \sum_{j=1}^{no} \sum_{s=jw_0}^{s=jw_N} \left\| \frac{\Delta T_{ij}^{G_k}(s)}{s} \right\|^2 \quad (6.13)$$

O seguinte problema de otimização é então resolvido

$$\begin{aligned} & \min \mathbf{g} \\ & \mathbf{g}, x \in \mathfrak{R}^+ \\ & \text{subject to: } \begin{bmatrix} FO_1(x) - w_1 \mathbf{g} \leq 0 \\ \vdots \\ FO_k(x) - w_k \mathbf{g} \leq 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.14)$$

Neste caso,  $x$  é o vetor contendo todas as variáveis de otimização, com exceção da variável auxiliar  $\mathbf{g}$  que visa minimizar a máxima discrepância dentre as restrições consideradas. Como cada  $FO_k$  consiste em um valor algébrico,  $w_k$  também o será e corresponde ao peso do modelo  $k$ . No entanto,  $FO_k$  pode ser calculado por saída, por canal ou por frequência, permitindo formas distintas de trabalhar com os pesos. É importante salientar que essa definição de pesos em todos os casos não é algo excludente, por exemplo, pode ser interessante ponderar cada modelo, e, além disso, favorecer o ajuste (peso maior) na diagonal da matriz  $\Delta T$ . No entanto, quanto maior for o número de pesos necessários, maior será o

número de restrições inseridas por cada modelo, e como neste caso o problema sendo não linear, pode-se ter um aumento do tempo computacional de maneira significativa.

## 6.5 Procedimento Global

Na seção anterior foi apresentada a forma matemática de resolução para os problemas obtidos com a inserção de novos modelos. Cabe ainda uma descrição de todo o procedimento.

Os modelos são carregados e o desempenho desejável para todos os modelos é então estabelecido. Cada modelo  $G_k$  é fatorado, o que resulta em um desempenho alcançável  $T_k$  para cada modelo  $k$  a ser considerado no projeto.

É calculado o condicionamento mínimo para o grupo de modelos  $P$  de acordo com a expressão (6.2), de forma que são estimadas as matrizes  $L^\#(\mathbf{w})$  e  $R^\#(\mathbf{w})$  dependentes de cada ponto do vetor da frequência. Assim como no procedimento de escalonamento RPN, são selecionadas as matrizes  $L^\#$  e  $R^\#$  que minimizam o condicionamento na frequência onde a curva nRPN assume seu máximo valor, estabelecendo assim um compromisso entre as frequências de corte de todos os modelos que compõe o sistema. Essas matrizes são então utilizadas para escalonar a saída e a entrada respectivamente de cada modelo.

É verificado o RPN referente ao modelo nominal para o desempenho alcançável e são então calculados os termos necessários para o cálculo do nRPN (6.7), bem como o cálculo do índice definido em (6.8). Se o RPN for menor que 5 e o nRPN for menor que 2 (de preferência menor do que 1), a metodologia proposta pode ser utilizada com premissa de controlabilidade do sistema. Caso contrário, um controlador robusto ou não linear se torna necessário caso não se permita alguma perda de performance.

Com a aplicação da metodologia, são selecionadas a estrutura e a ordem do controlador, que são fornecidos para o algoritmo de otimização abordado com o procedimento de resolução matemática dos problemas de otimização apresentados na seção anterior. O controlador obtido é então retornado para as unidades originais do sistema e a simulação permite uma análise da performance obtida. Uma visão geral desse procedimento pode ser verificada na Figura (6.1).

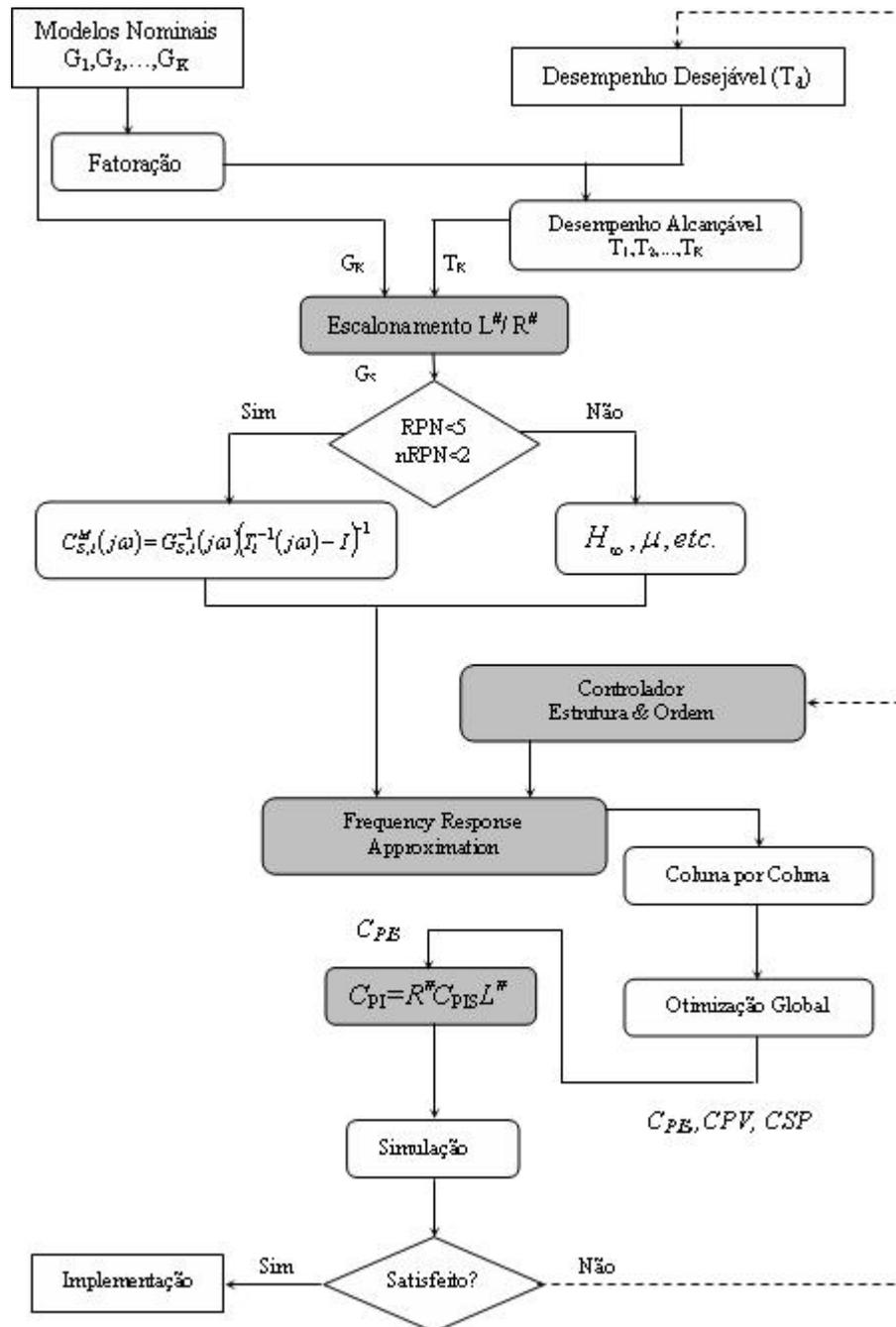


Figura 6.1: Fluxograma do procedimento global de projeto com multi-modelos.

## 6.6 Estudo de Caso

Para exemplificar o uso da metodologia nessa nova abordagem, foi utilizado o mesmo estudo de caso apresentado no capítulo 4, a planta de 6 tanques esféricos. Para tanto foram considerados três pontos de operação, considerados como sendo as regiões de operação usuais do processo em questão.

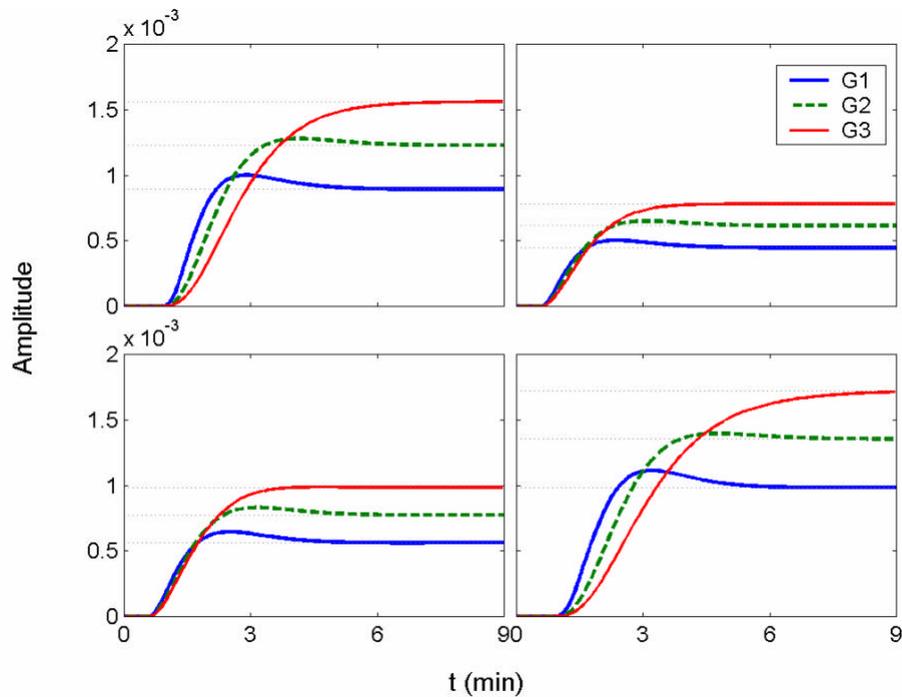
Para fins comparativos, serão considerados os mesmos desempenhos utilizados para os projetos nominais nos pontos de operação 1 e 3 que correspondem às regiões extremas de operação (carga baixa e carga alta respectivamente). O objetivo é comparar a performance e a

robustez entre um projeto nominal utilizado em todos os pontos, com um projeto que leve em consideração todos esses pontos em sua concepção.

Os pontos de operação são definidos na Tabela 6.1 e a resposta ao degrau unitário na Figura 6.2.

**Tabela 6.1:** Pontos de Operação.

OP	$F_1, F_2$ (L/min)	$x_1, x_2$	$h_1, h_2$ (cm)	$h_{3s}, h_{4s}$ (cm)	$h_5, h_6$ (cm)	$h_s$ (cm)
G1	4.0,4.0	0.6,0.7	8.20,9.48	15,15	4.41,6.00	15,15
G2	5.5,5.5	0.6,0.7	5.06,5.86	15,15	2.72,3.71	15,15
G3	7.5,7.5	0.6,0.7	2.67,3.09	15,15	1.44,1.96	15,15



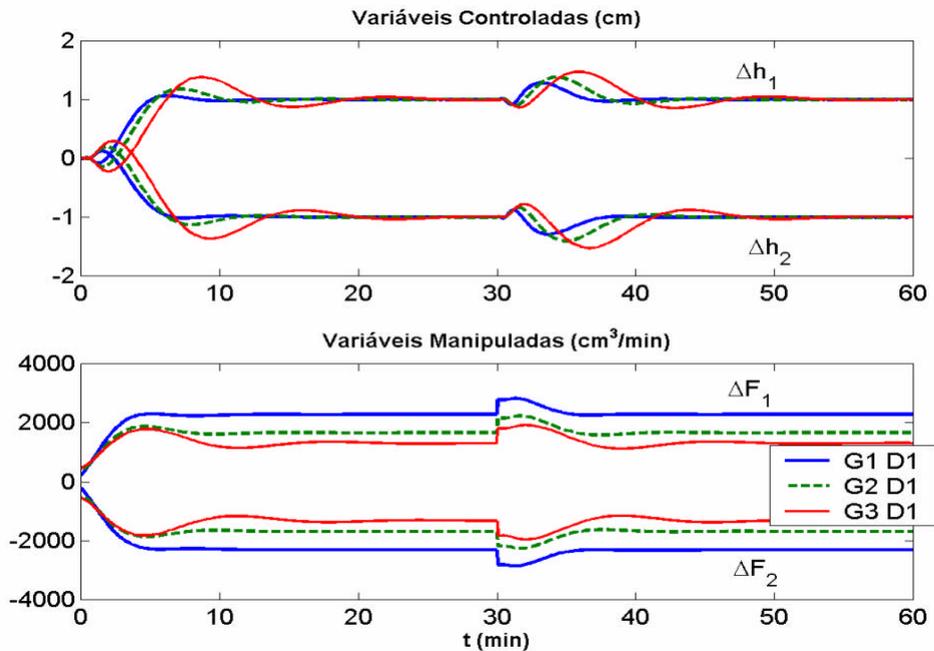
**Figura 6.2:** Resposta ao degrau unitário para os pontos de operação G1,G2 e G3.

**Tabela 6.2:** Desempenho desejável utilizado.

Índice	Ordem	Tempo de Subida (min)	Sobre Elevação (%)	Função de Transferência
D1	2 <sup>a</sup> , 2 <sup>a</sup>	3.5,4.5	10,10	$\frac{1}{2.99s^2 + 2.05s + 1.00}$ , $\frac{1}{4.95s^2 + 2.63s + 1.00}$

### 6.6.1 Projeto Nominal

Inicialmente foi realizado o projeto de três controladores PI, um para cada região (G1, G2 e G3), considerando o desempenho D1 estabelecido na Tabela 6.2 para o sistema. Os parâmetros obtidos no projeto são apresentados na Tabela 6.3, e os resultados das simulações com o modelo linearizado nos respectivos pontos, na Figura 6.2. A partir dos critérios de desempenho e pelo ajuste pode-se perceber que o projeto na região G3 é mais difícil, uma vez que esse modelo apresenta um zero de transmissão positivo mais próximo da origem.



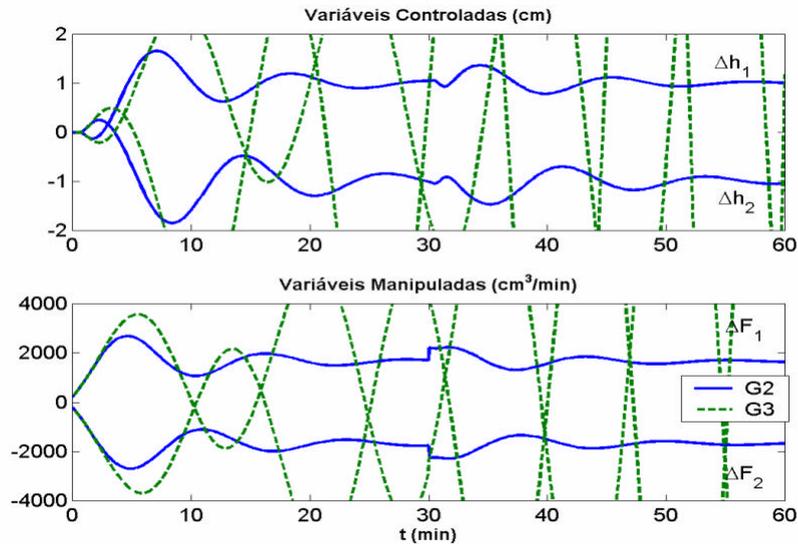
**Figura 6.3:** Resposta servo (1; -1) e regulatória (500.(1; -1)) para os pontos G1,G2 e G3 com o desempenho D1.

**Tabela 6.3:** Parâmetros do controlador e índices de qualidade obtidos para os pontos G1,G2 e G3 com o desempenho D1.

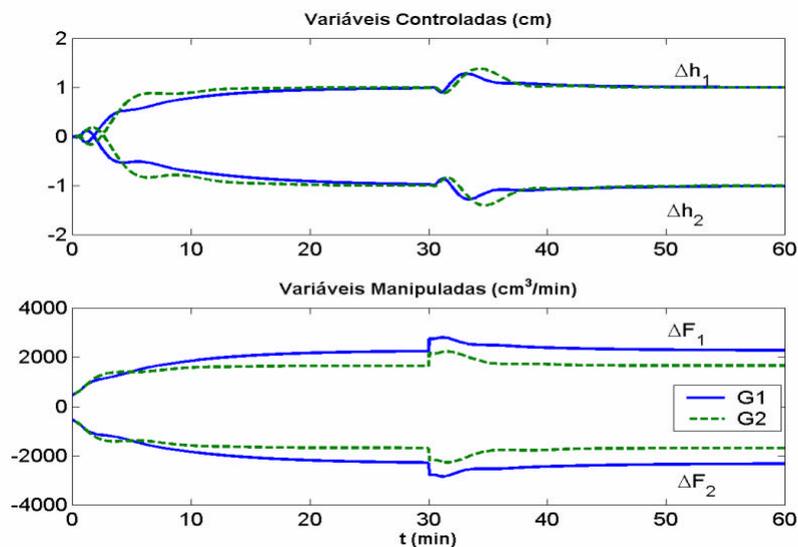
Caso	Controlador		Índices de Qualidade		
	$K_p$	$T_I$	$FO \cdot 10^3$	IAE	ITAE
<b>G1 D1</b>	$\begin{bmatrix} 125.82 & -64.67 \\ -199.91 & 14.22 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.26 & 0.38 \\ 0.74 & 0.04 \end{bmatrix}$	3.35	[3.94 4.66]	[20.67 24.98]
<b>G2 D1</b>	$\begin{bmatrix} 215.91 & -119.99 \\ -262.82 & 133.98 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.67 & 1.04 \\ 1.48 & 0.56 \end{bmatrix}$	4.35	[5.36 6.01]	[38.30 42.81]
<b>G3 D1</b>	$\begin{bmatrix} 280.29 & -162.96 \\ -315.81 & 222.16 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.22 & 1.96 \\ 2.59 & 1.25 \end{bmatrix}$	7.23	[8.65 9.49]	[89.16 97.55]

Suponha-se que na prática a planta possa operar nesses 3 pontos, e a alternância entre eles possa ser constante de forma que o uso de um único conjunto de parâmetros seria adequado para controlar o processo. No caso de escolha de um dos três controladores

projetados, surge a dúvida sobre qual deles deveria ser usado. Para responder a essa pergunta, na Figura 6.4 é apresentada a simulação do controlador projetado na região G1, e simulado nas regiões G2 e G3. Como pode ser percebido, esse controlador se torna instável quando simulado na região G3. Na Figura 6.4, é apresentada a simulação do controlador projetado para a região G3, nas demais regiões. Pode-se perceber que o desempenho fica relativamente lento, no entanto não é verificada instabilidade.



**Figura 6.4:** Simulação do controlador projetado no ponto G1 com os modelos G2 e G3.



**Figura 6.5:** Simulação do controlador projetado no ponto G3 com os modelos G1 e G2.

O modelo representativo da região G3 será considerado nominalmente como o pior caso, sendo esse o modelo a ser considerado em um projeto representativo para todas as regiões, de forma que garantida a estabilidade para o pior caso, fica garantida a estabilidade nas demais regiões. Em geral, o pior caso consiste no modelo de maior ganho e dinâmica mais lenta.

## 6.7 Projeto de Controladores com Politopo

Considerando o mesmo desempenho D1, foi projetado um único controlador PI levando em consideração as três regiões operacionais definidas, tendo todas o mesmo nível de importância (mesmo peso). Os parâmetros do controlador obtido são apresentados na Tabela 6.5 e a simulação nas 3 regiões é apresentada na Figura 6.6. Pode-se perceber que o controlador projetado, tem um comportamento qualitativo similar ao projeto nominal considerando o pior caso, o que é de se esperar, uma vez que o pior caso sempre limita o desempenho global do sistema.

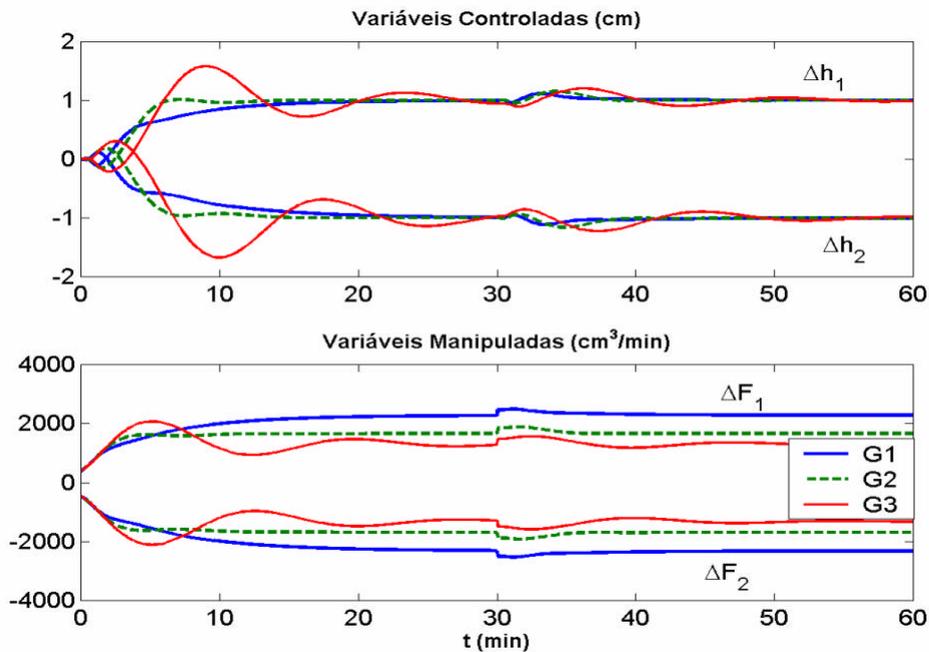


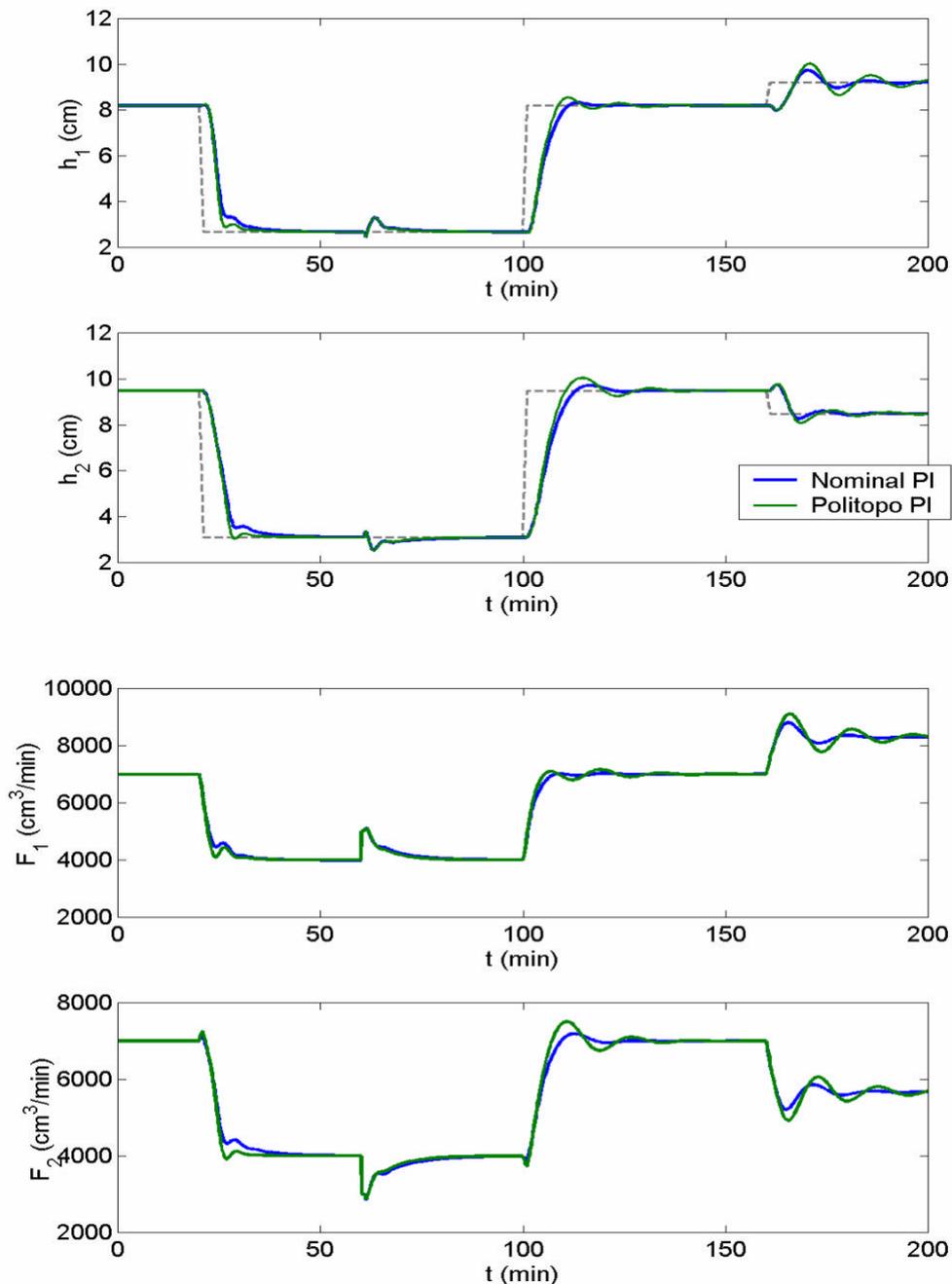
Figura 6.6: Simulação com o controlador projetado para o conjunto, simulado com G1, G2 e G3.

Tabela 6.5: Parâmetros do controlador e índices de qualidade obtidos para o projeto com o politopo e desempenho D1.

Caso	Controlador P		$FO \cdot 10^3$	Índices de Qualidade	
	$K_P$	$T_I$		IAE	ITAE
<b>P D1 Com G1</b>				[7.24 8.53]	[78.68 101.26]
<b>P D1 Com G2</b>	$\begin{bmatrix} 248.21 & -137.50 \\ -291.18 & 169.96 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.92 & 1.38 \\ 1.99 & 0.81 \end{bmatrix}$	4.61	[5.84 6.93]	[64.23 80.97]
<b>P D1 Com G3</b>				[13.76 16.54]	[242.05 297.71]

Pelos índices de qualidade pode-se perceber que nas regiões extremas (G1 e G3) a performance é mais prejudicada do que na região intermediária (G2), e que entre as regiões extremas a que define o pior caso tem uma performance ainda mais precária. A comparação de maior interesse consiste em utilizar o controlador projetado para o pior caso nominal

(ponto G3) e o controlador projetado para o conjunto. Para isso foi utilizado o modelo não linear. O sinal utilizado para análise começa no ponto G3, vai para o ponto G1, sofre a ação de um distúrbio simultâneo nas vazões de entrada no valor de  $1000 \text{ cm}^3/\text{min}$ , volta para o ponto G3 e sofre uma mudança simultânea na variável de referência em sentidos contrários. Os resultados obtidos são expressos na Figura 6.7.



**Figura 6.7:** Simulação não linear com o controlador projetado para o ponto nominal G3 com o controlador projetado para o politopo P.

Pode-se perceber que o controlador projetado para o politopo consegue melhor desempenho fora da região para o qual o controlador nominal foi projetado comparando os índices de qualidade obtidos na simulação até o tempo de 100 minutos. Acima desse tempo, a

comparação é realizada na região nominal de forma que o desempenho obtido nessa região será sempre inferior (no limite, igual), tendo em vista que o controlador para o politopo leva em consideração toda a região de baixo ganho. Neste caso, pode-se perceber que devido à limitação imposta pelo pior caso, o desempenho não pode ser feito muito rápido na região de baixo ganho porque isso levaria a um comportamento extremamente oscilatório na região de alta ordem. Para tentar a atenuação deste problema de oscilação na região de alto ganho, pode-se lançar mão do aumento de ordem. Foram então projetados 3 novos controladores, cujos parâmetros são apresentados na Tabela 6.6.

**Tabela 6.4:** Parâmetros do controlador e índices de qualidade obtidos para o projeto com o politopo e desempenho D1.

<i>Caso</i>	<i>Índices de Qualidade</i>			
	<i>IAE</i>		<i>ITAE.10<sup>3</sup></i>	
	<i>t: 0 → 100</i>	<i>t: 100 → 200</i>	<i>t: 0 → 100</i>	<i>t: 100 → 200</i>
<b>Nominal PI</b>	[28.85 38.17]	[33.36 40.49]	[0.84 1.11]	[4.08 4.65]
<b>Politopo PI</b>	[24.94 33.08]	[37.82 42.65]	[0.70 0.92]	[4.97 5.05]

**Tabela 6.6:** Parâmetros do controlador obtidos para o projeto com o politopo e com o ponto nominal com aumento de ordem.

<i>Caso</i>	<i>Controlador</i>				
	<i>K<sub>P</sub></i>	<i>T<sub>I</sub></i>	<i>T<sub>D</sub></i>	<i>T<sub>F</sub></i>	<i>I</i>
<b>G3 PID Série (C<sub>n</sub>)</b>	$\begin{bmatrix} 157.054 & -122.15 \\ -257.01 & 114.28 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.68 & 1.43 \\ 2.05 & 0.64 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.88 & 1.02 \\ 0.88 & 1.02 \end{bmatrix}$	-	-
<b>P PID Série</b>	$\begin{bmatrix} 103.19 & -84.84 \\ -217.73 & 41.07 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.38 & 0.84 \\ 1.46 & 0.19 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.85 & 1.00 \\ 0.85 & 1.00 \end{bmatrix}$	-	-
<b>P PID Série+ G1 (C<sub>p</sub>)</b>	$\begin{bmatrix} 103.19 & -84.84 \\ -217.73 & 41.07 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.38 & 0.84 \\ 1.46 & 0.19 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.85 & 1.00 \\ 0.85 & 1.00 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.97 & 0.89 \\ 0.97 & 0.89 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2.23 & 1.85 \\ 2.23 & 1.85 \end{bmatrix}$

Pode-se perceber que o aumento da ordem (Figura 6.6) para o controlador nominal não apresenta grandes benefícios neste desempenho. No caso do politopo, verifica-se que o aumento da ordem tem um efeito muito mais evidenciado na região de alto ganho, sem alterar significativamente o ajuste na região de baixo ganho. Assim, fica evidenciado que o aumento de ordem para projetos politópicos é muito mais importante do que para casos nominais, considerando o mesmo desempenho.

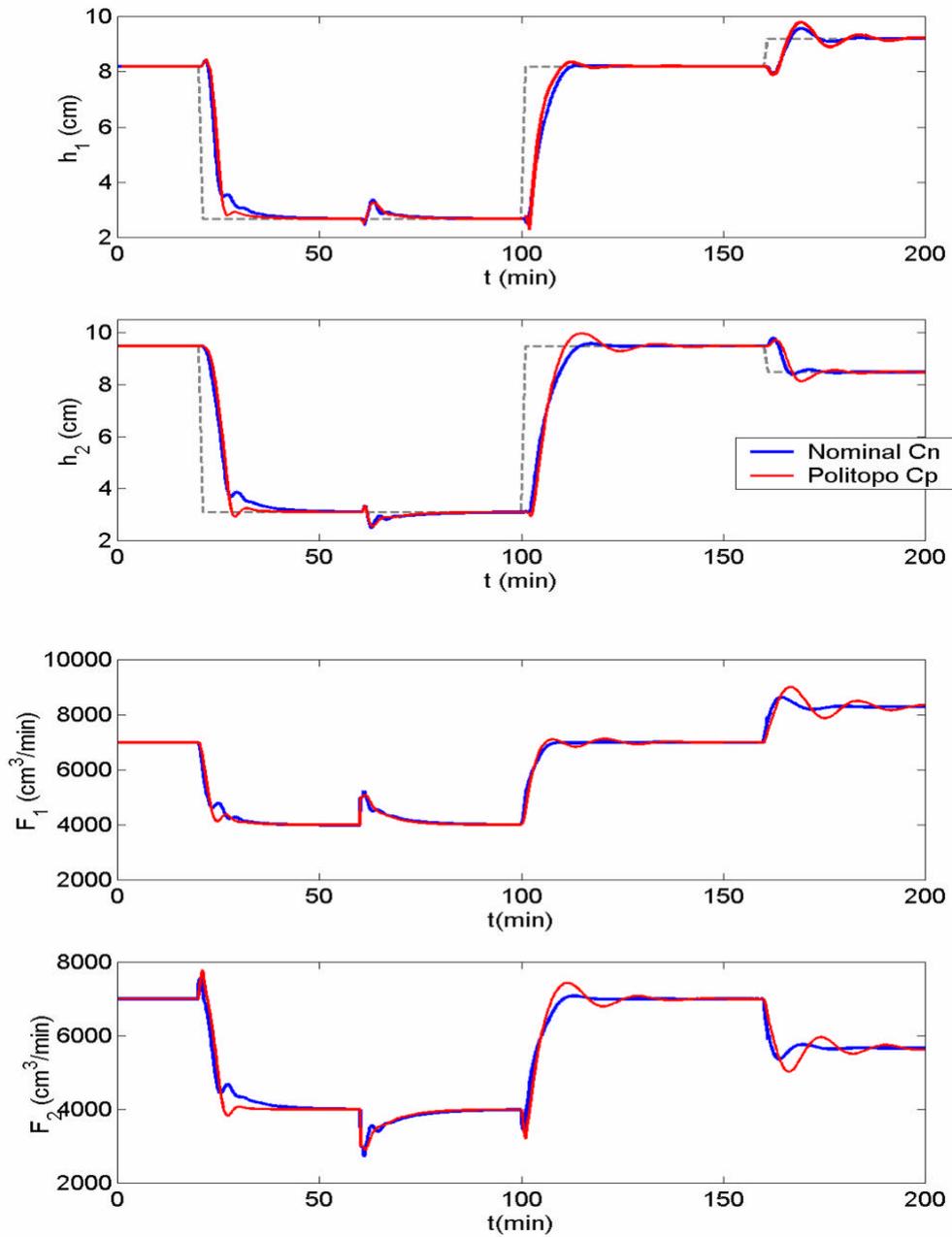


Figura 6.6: Simulação não linear com o controlador  $C_n$  e o controlador  $C_p$ .

Tabela 6.7: Parâmetros do controlador na simulação não linear com  $C_n$  e  $C_p$ .

Caso	Índices de Qualidade			
	IAE		ITAE. $10^{-3}$	
	$t: 0 \rightarrow 100$	$t: 100 \rightarrow 200$	$t: 0 \rightarrow 100$	$t: 100 \rightarrow 200$
Nominal $C_n$	[29.16 38.58]	[30.16 38.02]	[0.852 1.125]	[3.62 4.29]
Politopo $C_p$	[27.68 36.55]	[31.07 42.27]	[0.780 1.017]	[5.10 5.16]

## 6.8 Conclusões Preliminares

A metodologia proposta associa um baixo esforço exigido com uma complexidade suficiente para levar em consideração sistemas multi-modelos capazes de representar processos com características não-lineares, em diferentes pontos de operação. Isso permite melhorar o desempenho de sistemas complexos sem a necessidade de estratégias complicadas e dispendiosas.

A metodologia permite considerar mais de um modelo para o projeto de controladores, apresentado as mesmas características da metodologia para o projeto considerando um único modelo, apenas pelo acréscimo de novas equações com pesos selecionados pelo projetista.

Duas alternativas podem ser identificadas, um delas seria o uso do projeto nominal para o pior caso identificado no qual fica garantida a estabilidade nas demais regiões. Ou se utiliza o projeto proposto para o conjunto de modelos, de forma a garantir um compromisso de desempenho em todas as regiões. Ainda, outra grande vantagem no segundo caso consiste na eventual escolha de pesos para os distintos modelos, permitindo favorecer o ajuste de um ponto em relação ao outro.

Foi verificado também que o aumento de ordem permite melhorar a performance do projeto multi-modelos, quando para o desempenho desejado se obtém um comportamento oscilatório na região de alto ganho sem prejudicar a performance na região de baixo ganho.

## Capítulo 7

### Comparação com outras Técnicas

Neste capítulo a metodologia proposta é comparada visando verificar sua competitividade frente a outras técnicas de projeto de controladores. O objetivo consiste em mostrar uma alternativa simples e eficiente para resolução de problemas de controle multivariável. A presença de alternativas é bastante interessante, pois consiste em um grau de liberdade na escolha da solução para o problema em estudo.

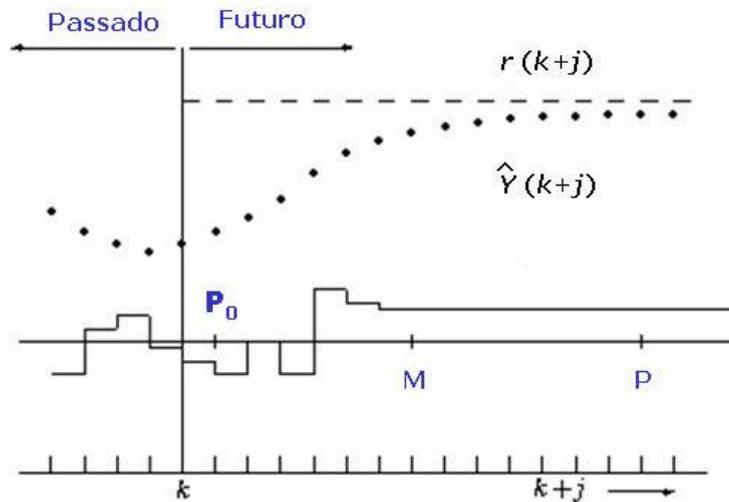
#### 7.1 Model Predictive Control (MPC)

O controle preditivo (MPC) é uma estratégia de controle avançado largamente empregada na indústria de processos. Tal popularidade se deve ao fato do MPC lidar de modo eficiente com várias características dos processos químicos, tais como: restrições nas variáveis manipuladas e controladas, tempos-mortos, inclusão de objetivos econômicos na função custo, dentre outros.

Os primeiros algoritmos de controle preditivo multivariável baseado em modelo (MPC) surgiram no final da década de 70 com o chamado DMC (*Dynamic Matrix Control*) proposto por CUTLER e RAMAKER (1979). O método era baseado em horizonte de predição finito e em coeficientes de resposta ao degrau e ao impulso.

O controle preditivo multivariável é um algoritmo de controle em tempo discreto que incorpora internamente um modelo do processo que permite prever instantes futuros a resposta do sistema (horizonte de predição). Em cada instante de amostragem, a lei de controle (seqüência discretizada de ações das variáveis manipuladas) é obtida a partir da otimização de uma função objetivo, a qual é formulada ao longo de um horizonte de otimização (horizonte de controle). Somente a primeira ação de controle é implementada e no instante de amostragem seguinte todo o procedimento é repetido.

Na Figura 7.1, este procedimento pode ser visualizado. Aqui  $k$  é o instante atual, os instantes entre  $P_0$  e  $P$  consistem no horizonte de predição,  $M$  o horizonte de controle,  $r$  referência para as variáveis controladas  $y$ .



**Figura 7.1:** Representação esquemática do MPC.

A cada instante  $k$ , é resolvido um problema de otimização tipicamente expresso pela equação (7.1), ou seja, com base no desvio da variável de processo para sua referência, são estimadas as ações de controle ótimas de forma a minimizar  $J$ , onde  $Q$  e  $W$  são matrizes de pesos. A escolha do tempo de amostragem ( $t_s$ ), os horizontes ( $P$  e  $M$ ) e as matrizes  $W$  e  $Q$  consistem nos parâmetros de sintonia para este controlador.

$$J = \min_u \left\{ \sum_{j=P_0}^P \|\hat{y}(k+j|k) - r(k+j)\|_Q^2 + \sum_{j=1}^M \|\Delta u(k+j-1)\|_W^2 \right\} \quad (7.1)$$

Um procedimento sistemático foi proposto por TRIERWEILLER e FARINA (2003) chamado de sintonia RPN. Este procedimento foi utilizado para comparação com a metodologia proposta neste trabalho, uma vez que se encontra implementado no RPN Toolbox, permitindo uma fácil comparação entre as distintas técnicas. Neste procedimento, o controlador é projetado para o desempenho especificado, que juntamente com os fatores de fase não mínima, são utilizados para estimar os pesos.

Deve-se salientar que medir a qualidade do controle antes e depois da aplicação do MPC é difícil, já que esta está diretamente relacionada com o nível de distúrbios e mudanças de 'setpoints' estabelecidas no período de operação. Muitas vezes as melhorias decorrentes da aplicação do MPC pode ser resultado de engenharia simples de assegurar básicas funções de controle propriamente (sintonia, reparo de válvulas, etc.). A aplicação requer novas informações ou reconsiderações sobre informações antigas, aumentando o grau de conhecimento do processo principalmente a respeito das restrições, sendo que esse conhecimento pode ser usado para melhorar o nível regulatório.

Os controladores preditivos comerciais assumem que o erro no instante atual é constante ao longo de todo horizonte, o que pode levar a uma subestimativa do distúrbio e consequentemente a uma subestimativa da ação da resposta requerida. Uma outra dificuldade no projeto de um MPC consiste no número de parâmetros de ajuste requerido. Ironicamente, uma promessa inicial dos MPC's é que eles seriam simples de sintonizar, mas os controladores correntes contêm um número grande de parâmetros para definir o seu comportamento. Como regulamentos em uma democracia, cada parâmetro não pode fazer sentido isoladamente; em conjunto, a escolha consiste em um desafio considerável para qualquer engenheiro de controle.

### 7.1.1 Comparação com MPC

Para comparação com MPC, foi considerado o modelo G1 (do capítulo anterior), a partir desse modelo foram gerados dois novos pontos operacionais, o G1t no qual o tempo morto original foi aumentado em 50% do seu valor, e o G1p que tem o mesmos parâmetros que o ponto G1 com exceção do  $h_S$  (nível para sintonia dos controladores intermediários), que foi utilizado no valor de 0.2, conferindo um comportamento oscilatório para o sistema. A resposta ao degrau unitário para esses 3 pontos é apresentada na Figura 7.1.

Para cada um desses pontos foi projetado um controlador MPC pela sintonia RPN para o desempenho D1, cujos parâmetros são fornecidos na Tabela 7.1.

**Tabela 7.1:** Parâmetros dos controladores MPC projetados via sintonia RPN.

<b>Parâmetro</b>	<b>Controlador MPC</b>		
	<b>G1-D1</b>	<b>G1t-D1</b>	<b>G1p-D1</b>
Tempo de Amostragem ( $t_s$ )	0.96	0.96	0.96
Horizonte de Predição	8	8	8
Horizonte de Controle	2	2	2
Q	[0.786 2.165]	[0.784 2.132]	[0.786 2.165]
W	[0.515 1.188]	[0.514 1.187]	[0.515 1.188]
IAE	[17.59 9.23]	[17.59 9.23]	[18.98 8.36]
ITAE	[807.31 336.96]	[807.31 336.96]	[904.22 292.98]

Analogamente, para cada ponto foi projetado um controlador PID para o desempenho D1, cujos parâmetros são apresentados nas Tabelas 7.2(a) e 7.2(b). Na Figura 7.2 é realizada a primeira comparação entre o controlador PI e o MPC projetado para o ponto G1. Neste caso, pode-se perceber que, embora o MPC apresente uma resposta mais suave para a mudança nas referências, este apresenta uma resposta mais lenta e oscilatória para supressão de distúrbios.

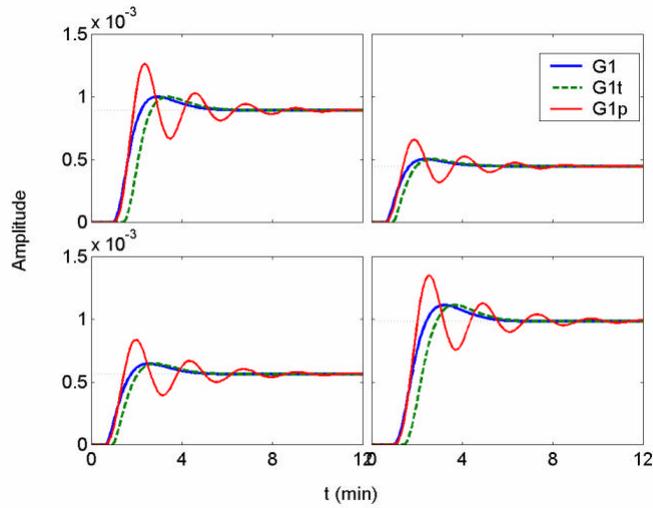


Figura 7.1: Resposta ao degrau unitário dos modelos G1, G1t e G1p.

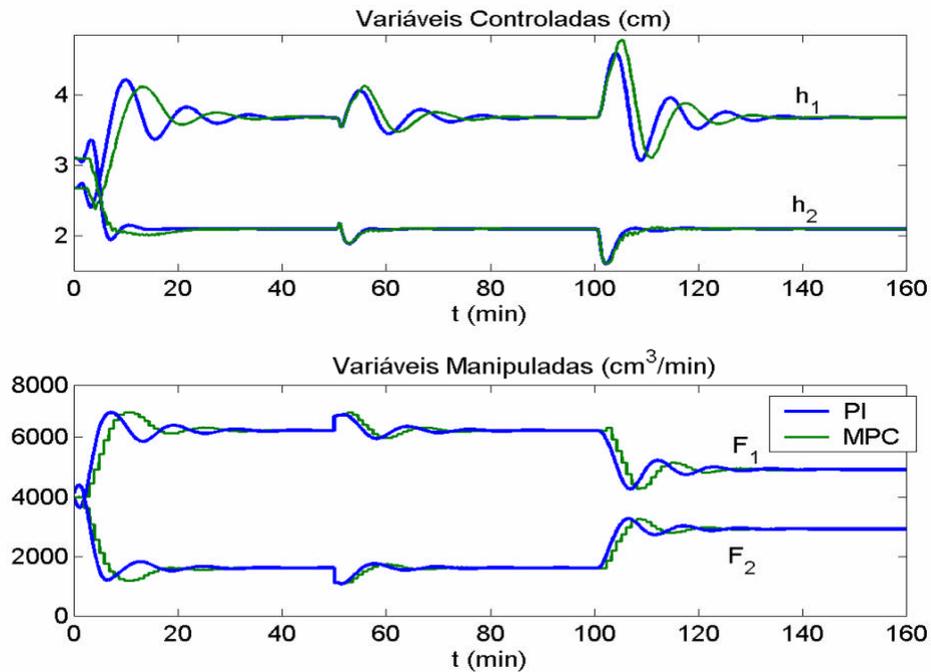
Tabela 7.2(a): Parâmetros dos controladores PID projetados.

Caso	Controlador		
	$K_P$	$T_I$	$T_D$
<b>G1-D1 PI</b>	$\begin{bmatrix} -68.57 & -82.34 \\ -63.89 & 40.90 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.14 & 0.33 \\ 0.23 & 0.08 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
<b>G1t-D1 PI</b>	$\begin{bmatrix} 83.04 & -150.17 \\ -159.15 & 168.12 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.17 & 0.61 \\ 0.58 & 0.33 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
<b>G1t-D1 PID Paralelo</b>	$\begin{bmatrix} -48.01 & -47.24 \\ -94.56 & -48.05 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.099 & 0.19 \\ 0.35 & -0.10 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.52 & 0.99 \\ 0.52 & 0.99 \end{bmatrix}$
<b>G1p-D1 PID</b>	$\begin{bmatrix} 71.68 & -119.58 \\ -165.68 & 86.30 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.1539 & 0.53 \\ 0.64 & -0.18 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.73 & 0.96 \\ 0.73 & 0.96 \end{bmatrix}$

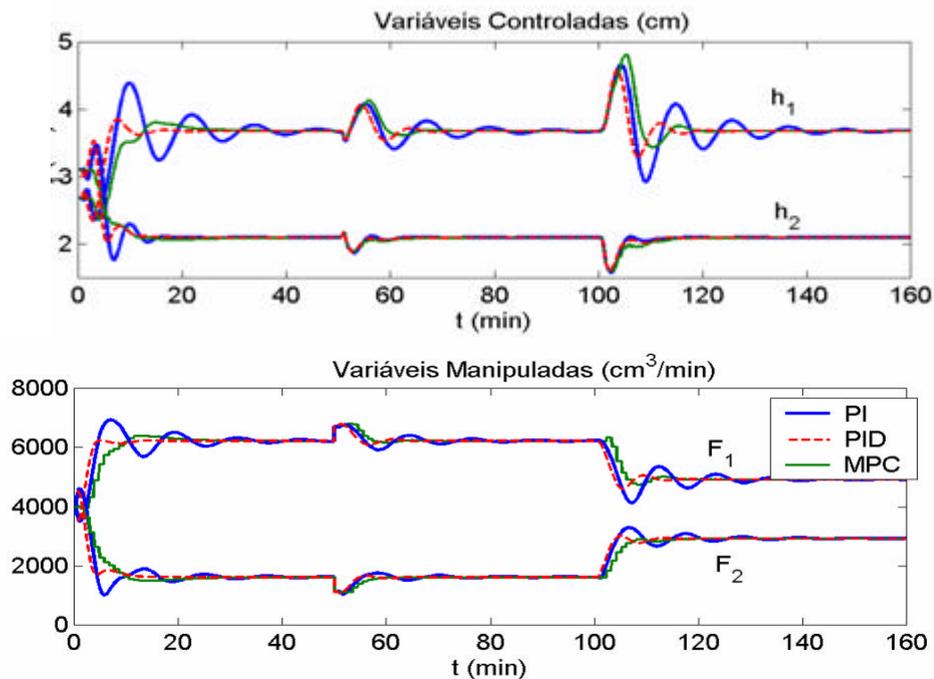
Tabela 7.2(b): Índices de qualidade dos controladores PID projetados.

Caso	Índices de Qualidade	
	IAE	ITAE
<b>G1-D1 PI</b>	[21.23 8.14]	[1500 250.00]
<b>G1t-D1 PI</b>	[26.88 9.31]	[1500 250.00]
<b>G1t-D1 PID Paralelo</b>	[10.89 7.99]	[504.18 238.14]
<b>G1p-D1 PID</b>	[13.28 7.45]	[605.36 216.55]

Na situação em que o tempo morto é aumentado (simulação na Figura 7.3), o comportamento do PI começa a oscilar para este desempenho e a ação derivativa deve ser inserida para aumentar a estabilidade da resposta conforme verificado, e neste caso percebe-se que o PID obtém melhores índices de desempenho que o MPC, indicando que para um certo nível de tempo morto o aumento da ordem pode levar a uma performance satisfatória.

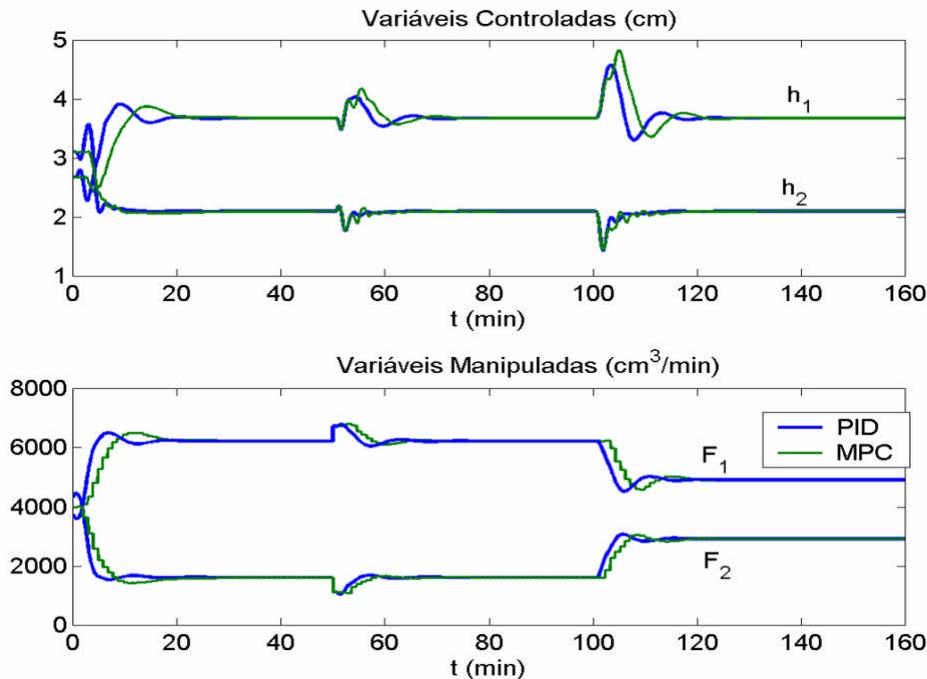


**Figura 7.2:** Resposta servo (1; -1) e regulatória (500.(1; -1)) na vazão em  $t=50$ min e (0.25.(1; -1)) em  $x$  em  $t=100$  min para os controladores projetados para G1 e D1.



**Figura 7.3:** Resposta servo (1; -1) e regulatória (500.(1; -1)) na vazão em  $t=50$ min e (0.25.(1; -1)) em  $x$  em  $t=100$  min para os controladores projetados para G1 e D1.

Na Figura 7.4 é apresentada a simulação para o modelo G3p com comportamento oscilatório. Pode-se perceber que, com o uso da metodologia mesmo para um controlador de baixa ordem, é possível reduzir a oscilação do sistema em malha fechada, e que o desempenho obtido a partir dos índices de qualidade é superior ao do MPC.



**Figura 7.4:** Resposta servo (1; -1) e regulatória (500.(1; -1)) na vazão em  $t=50$ min e 0.25.(1; -1)) em  $x$  em  $t=100$  min para os controladores projetados para G1p e D1.

## 7.2 Controladores Robustos

Na operação da planta real, existem perturbações desconhecidas, ruídos de medição e mudanças nas condições operacionais. Nestas condições, o controle do sistema torna-se difícil, pois surgem incertezas na modelagem do processo, o que requer o uso de controladores robustos.

A robustez é uma característica desejável dos sistemas de controle e deve ser preocupação permanente de todo projetista que os sistemas de controle funcionem satisfatoriamente, ainda que as condições de operação sejam distintas daquelas consideradas no modelo de projeto (nominal). Visando suplantar esse problema, no início dos anos 80 surgem as primeiras metodologias para o projeto de controladores robustos. A técnica de controle robusto consiste em um método de projeto no domínio da frequência para sistemas de controle que não sejam sensíveis às variações sofridas pelo modelo da planta ou distúrbios. Claramente, a questão chave em controle robusto é a incerteza e como o sistema de controle pode lidar com este problema.

Métodos de controle robusto buscam limitar a incerteza no lugar de expressar isto na forma de uma distribuição. Dado um limite de incertezas, o controle pode devolver resultados que atingem os requerimentos para o sistema de controle em todos os casos. Então, a teoria de

controle robusto poderia ser declarada como uma análise do pior caso no lugar de um método para o caso típico (nominal). Deve ser reconhecido que a performance pode ser sacrificada para garantir que o sistema alcance certos requerimentos de projeto.

O uso de controladores robustos é completamente justificável principalmente devido à grande dificuldade envolvidas no processo de modelagem de um sistema físico real. Existe uma variedade de técnicas desenvolvidas para controle robusto. Em geral, estas técnicas são difíceis de entender e tediosas para implementar. As descrições destas técnicas em artigos e livros tendem a focar os detalhes da matemática envolvida e não o conceito geral por trás da técnica. Por esse motivo, as técnicas para controle robusto têm sido criticadas pelos engenheiros práticos devido à sua acessibilidade, à tediosidade, e o conservatismo que estas técnicas frequentemente apresentam. Para atender as exigências de projeto, em geral, geram controladores de elevada ordem.

Para aumentar o apelo industrial dessas técnicas, uma variedade de ferramentas vem sendo desenvolvidas. Entretanto, sempre exista uma questão sobre a coerência das ferramentas, especialmente quando estas são usadas para simplificar uma técnica muito complexa. O elevado volume de pesquisa em controle robusto nos últimos 20 anos conduz a um amadurecimento nessas técnicas. Com o grande nível de pesquisas sendo desenvolvidas nesse ramo, o espaço entre a teoria de controle robusto e a sua aplicação tende a diminuir.

Para comparação com a metodologia proposta nesse trabalho foi utilizada a técnica  $H_8$ . Para que isto fosse possível foram utilizadas as rotinas disponíveis na ferramenta MvTools. E neste caso foi então descrito, de maneira sucinta, de que forma os controladores robustos são projetados. O MvTools é um toolbox para Matlab desenvolvido pelo departamento de sistemas elétricos e automação (DSEA) da Universidade de Pisa (Itália) com o objetivo de oferecer para os usuários do Matlab (em especial aos engenheiros de controle e estudantes nessa área) um toolbox para análise de sistemas lineares e síntese de controladores robustos.

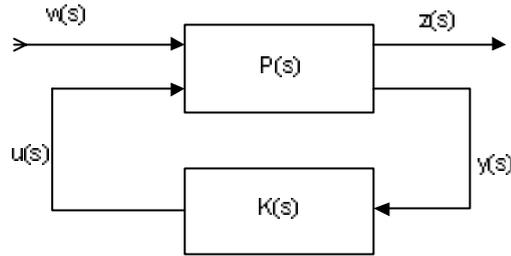
### 7.2.1 Técnica $H_2$ e $H_8$

Antes da própria descrição da técnica, se torna necessário a introdução da definição das normas 2 (7.2) e 8 (7.3) de uma matriz de transferência qualquer  $G(s)$ .

$$\|G(s)\|_2^{\Delta} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_i s_i^2(G(j\omega)) d\omega} \quad (7.2)$$

$$\|G(s)\|_{\infty}^{\Delta} = \max_{\omega} \bar{\sigma}(G(j\omega)) \quad (7.3)$$

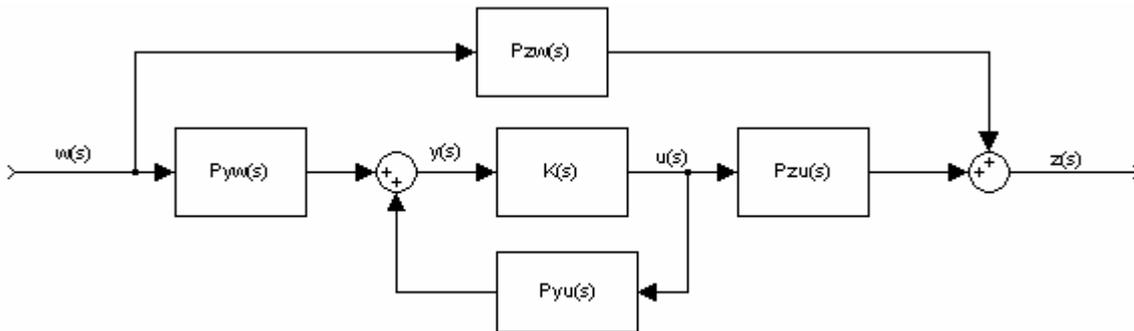
Pelas equações acima, percebe-se que a norma 2 tende a ‘puxar’ todos os valores singulares em todas as frequências para baixo, enquanto que a norma infinita tende a ‘puxar’ apenas o máximo pico na frequência.



**Figura 7.5:** Malha feedback genérica.

A Figura 7.5 expressa uma malha feedback genérica, onde o sinal  $w(s)$  contém todas as entradas externas (distúrbios, referências, ruídos), a saída  $z(s)$  é o sinal do erro,  $y(s)$  são as variáveis medidas e  $u(s)$  as entradas do controlador;  $P(s)$  é a planta generalizada (modelo corrente e todas as funções pesos necessárias) e  $K(s)$  é o controlador. Uma malha mais detalhada é expressa na Figura 7.6.

Os problemas  $H_2$  e  $H_\infty$  consistem em encontrar, entre todos os controladores que resultam em uma malha internamente estável, um controlador  $K(s)$  que minimiza respectivamente a norma 2 da saída  $z(s)$  da planta  $P(s)$  com ruído branco na entrada (Problema  $H_2$ ) e o máximo valor singular ao longo da frequência (norma infinita) de  $Pzw(s)$  (problema  $H_\infty$ ).



**Figura 7.6:** Malha feedback detalhada.

Então, o primeiro passo na síntese implementada consiste (síntese  $H_2$  e  $H_\infty$ ) na escolha das matrizes que devem ser minimizadas para construir a planta relativa padrão  $P(s)$  de tal maneira que a matriz de transferência  $Pzw(s)$  inclua as funções usadas para expressar as condições:

- ✓ Se o usuário deseja minimizar as matrizes  $[T_0(s); S_0(s)]$

$$P_{zw}(s) = [T_0(s)W_T(s); S_0(s)W_S(s)] \quad (7.4)$$

- ✓ Se o usuário deseja minimizar as matrizes  $[L_0(s); S_0(s)]$

$$P_{zw}(s) = [L_0(s)W_L(s); S_0(s)W_S(s)] \quad (7.5)$$

Onde

$$W_L(s) = 1/L_{\max}(s), W_T(s) = 1/T_{\max}(s) \text{ e } W_S(s) = 1/S_{\max}(s) \quad (7.6)$$

A forma das funções pesos  $W_S$  e  $W_T$  (ou  $W_L$ ), e conseqüentemente os limites superiores das matrizes  $S_0$ ,  $T_0$  (ou  $L_0$ ), podem ser modificadas pela escolha de dois parâmetros  $X_1$  e  $X_2$ .  $X_1$  é o ganho em dB da função  $L$  e  $10^{X_2}$  é a frequência de corte para  $L$ ,  $S$  ou  $T$ . Visando uma sistematização da comparação com as técnicas presentes no MvTools, este foi ‘linkado’ ao RPN Toolbox, de forma que a partir do desempenho selecionado são estabelecidos os melhores valores para  $X_1$  e  $X_2$  que devem então ser usados para fins comparativos. Após as sínteses dos controladores em janela externas, a simulação é gerenciada pelo RPN Toolbox, permitindo inclusive a redução dos controladores obtidos.

### 7.2.2 Comparação com Técnicas Robustas

O MvTools permite o projeto de controladores ótimos e controladores robustos por diversas técnicas, nesse trabalho foi comparado o projeto apenas com a técnica da norma infinita. Pra tanto, foi utilizado o modelo G3 descrito no capítulo anterior, por ser o modelo com o zero mais próximo da origem e conseqüentemente de mais difícil controle. Além disso, foi considerado um desempenho mais rápido para o sistema, como D2 definido na Tabela 7.3.

**Tabela 7.3:** Desempenho Desejável Utilizado para comparação com a técnica  $H_8$ .

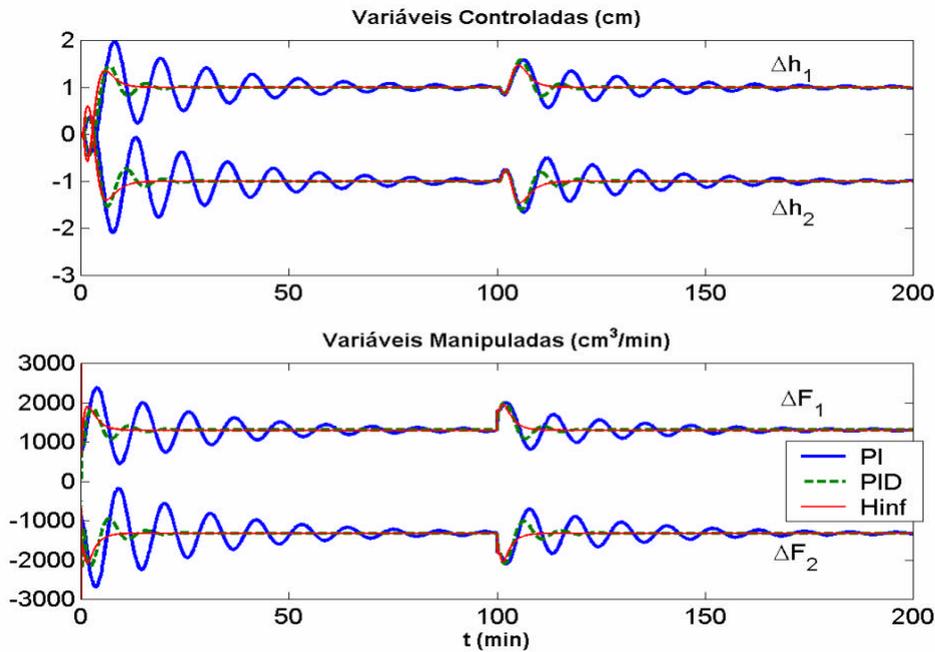
Índice	Ordem	Tempo de Subida (min)	Sobre Elevação (%)	Função de Transferência
D2	2 <sup>a</sup> , 2 <sup>a</sup>	2.5,2.5	10,10	$\frac{1}{1.53s^2 + 1.46s + 1.00}$

Com essa configuração, foi projetado um PI, um PID série, e via MvTools, um controlador por  $H_8$ ; os resultados obtidos pela simulação são apresentados na Figura 7.7, e os parâmetros correspondentes na Tabela 7.7.

Mais uma vez fica evidenciado o efeito da inserção da ação derivativa, amortecendo a resposta do PI que é bastante oscilatória para o desempenho selecionado. Pode-se perceber que o controlador projetado pela técnica da  $H_8$  tem uma performance ainda mais satisfatória comprovada pelos melhores índices: (IAE, [8.05 8.94] e ITAE, [153.73 172.73]). No entanto, o controlador obtido foi de elevada ordem, sendo que no espaço de estados em sua realização mínima são necessários 18 estados para sua descrição e por esse motivo não foi expresso por extenso.

Tal situação comprova que as técnicas robustas em geral levam a controladores de elevada ordem, que embora possam apresentar bons resultados teóricos, a implementação de tais controlares requer a sua redução a controlares de baixa ordem, de forma que ou o

desempenho ou a robustez obtida deverá ser sacrificada, levando a dúvidas se a complexidade envolvida em seu projeto é compensada.



**Figura 7.7:** Resposta servo (1; -1) e regulatória (500.(1; -1)) para os controladores projetados para G3 e D2.

**Tabela 7.4:** Parâmetros dos controladores PID e índices de qualidade obtidos nos projetos para comparação com técnicas robustas.

Caso	Controlador			Índices de Qualidade	
	$K_P$	$T_I$	$T_D$	IAE	ITAE
G3-D2 PI	$\begin{bmatrix} 392.73 & -266.97 \\ -378.59 & 438.54 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.26 & 2.19 \\ 2.51 & 1.52 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	[36.53 45.49]	[153.73 172.73]
G3-D2 PID	$\begin{bmatrix} 286.42 & -215.04 \\ -342.74 & 280.69 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.90 & 1.66 \\ 2.16 & 0.95 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.64 & 0.98 \\ 0.64 & 0.98 \end{bmatrix}$	[11.52 13.08]	[256.18 301.27]

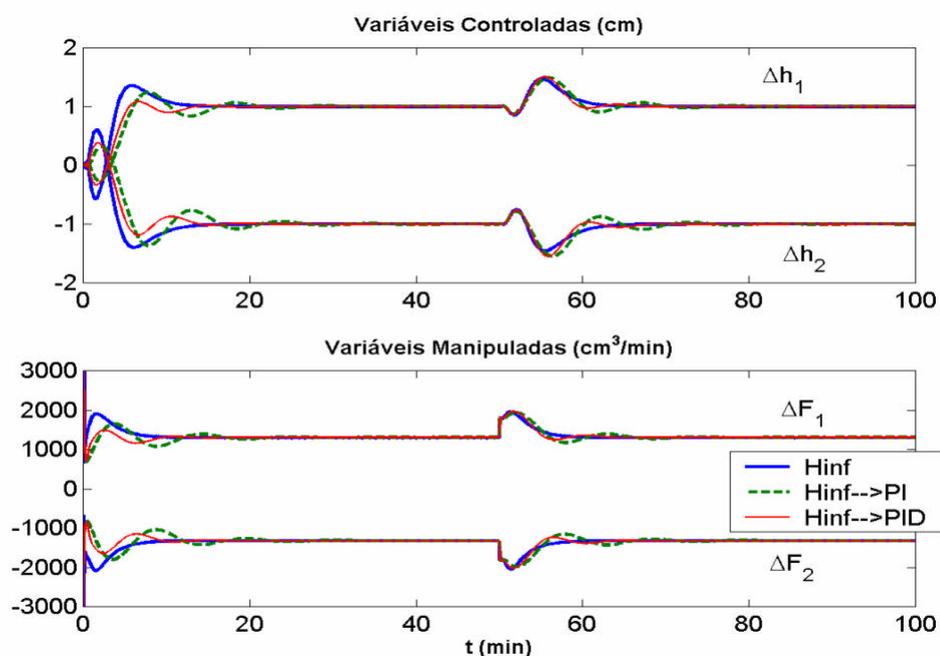
Conforme citado na seção anterior, através da interface do RPN Toolbox o controlador obtido pode ser então reduzido. Do ponto de vista da implementação, se torna necessário apenas que a resposta na frequência do controlador ideal seja substituída pela resposta obtida pelo controlador obtido pela técnica  $H_8$ .

Para exemplificar tal situação, o controlador obtido foi reduzido a um PI e a um PID série cujos parâmetros e índices são apresentados nas últimas linhas da Tabela 7.5, e a simulação comparando esses controladores reduzidos com o controlador de elevada ordem é apresentada na Figura 7.8.

Os resultados comprovam a eficiência do método proposto, não apenas para o projeto de controladores, mas também como uma técnica alternativa para a redução de ordem de controladores obtidos por técnicas mais sofisticadas. A comparação entre os índices de qualidade indica que embora o PI apresente uma performance mais pobre que o controlador pela síntese  $H_8$ , o controlador PID reduzido apresenta melhor desempenho.

**Tabela 7.5:** Parâmetros dos controladores PID Índices de qualidade obtidos nos projetos para comparação com técnicas robustas.

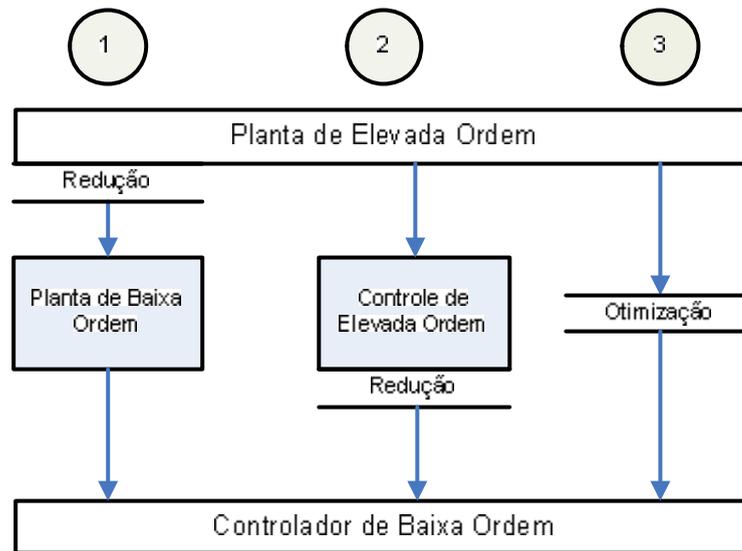
Caso	Controlador			Índices de Qualidade	
	$K_P$	$T_I$	$T_D$	IAE	ITAE
$H_8 ?$ PI	$\begin{bmatrix} 344.17 & -242.25 \\ -313.29 & 394.38 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.83 & 3.06 \\ 3.14 & 2.30 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	[9.65 11.23]	[205.42 248.99]
$H_8 ?$ PID	$\begin{bmatrix} 257.74 & -194.06 \\ -283.92 & 254.21 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.59 & 0.91 \\ 0.59 & 0.91 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.34 & 2.35 \\ 2.75 & 1.45 \end{bmatrix}$	[7.45 8.29]	[146.42 168.56]



**Figura 7.8:** Resposta servo (1; -1) e regulatória (500.(1;-1)) para os controladores reduzidos a partir do controlador de  $H_8$ .

## 7.3 Projetos de Controladores de Baixa Ordem

Conforme apresentado no capítulo 2, há uma série de técnicas existentes na literatura que se destinam ao projeto de controladores de baixa ordem do tipo PID Multi-SISO (seção 2.1.1) ou mesmo para sistemas MIMO (seção 2.1.2). Essas técnicas, de acordo com a natureza de sua implementação, podem ser agrupadas em três distintas abordagens, conforme apresentado na Figura 7.8, para processos industriais de elevada ordem.



**Figura 7.9:** Abordagens para o projeto de controladores de baixa ordem.

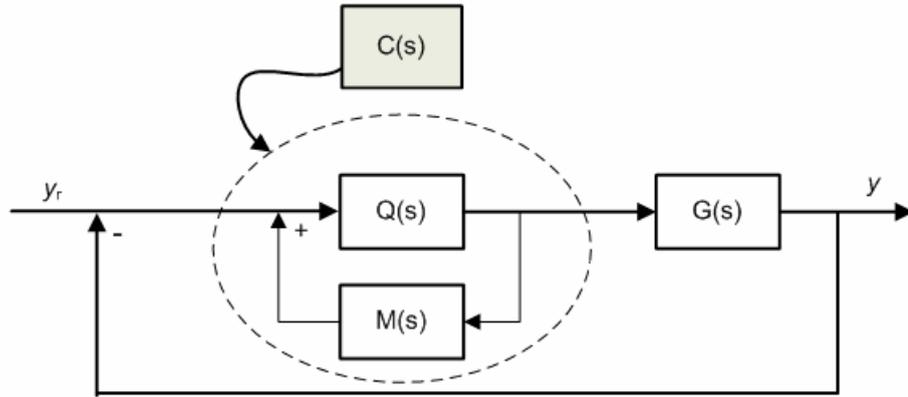
As duas primeiras abordagens requerem algum tipo de redução, seja do modelo (tipo 1), ou do controlador obtido (tipo 2). Nessas duas abordagens há perda de informação no processo de redução, que depende das técnicas utilizadas. Na terceira abordagem, a partir do modelo de elevada ordem é projetado um controlador de baixa ordem. Esta formulação, embora intuitivamente apresente uma trajetória mais direta para a solução do problema, conduz a problemas de otimização não convexos e de difícil resolução se comparados com as outras duas abordagens.

### 7.3.1 Métodos do Tipo 1: Redução do Modelo

Nessa abordagem se encaixam a grande maioria dos métodos utilizados para o projeto de controladores Multi-SISO, uma vez que, para a aplicação dessas técnicas é requerido um modelo de baixa ordem (geralmente de primeira ordem com tempo morto). Nesse trabalho, é de interesse comparativo os métodos que permitem a seleção do comportamento em malha fechada, dentre os quais se destacam o método da síntese direta (DS) e o método IMC, cujas idéias básicas são apresentadas a seguir.

#### **Síntese direta e IMC**

Seja a seguinte malha de controle, onde  $M(s)$  consiste em um modelo interno para o processo  $G(s)$ .



**Figura 7.8:** Malha feedback com modelo interno.

O processo  $G(s)$  pode ser visto, através da fatoração ‘inner-outer’ (7.8), como o produto de um filtro de fase mínima  $G^-(s)$  por um filtro  $G^+(s)$  que contém toda a parte de fase não mínima, ou seja, toda dinâmica não inversível, de forma que  $G^+(0)=I$ . Para manter a estabilidade interna da malha de controle, o desempenho alcançável pode ser determinado a partir do desempenho desejável ( $Td$ ) e a fatoração da planta (7.9).

$$G(s) = G^-(s)G^+(s) \quad (7.8)$$

$$T(s) = Td(s)G^+(s) \quad (7.9)$$

No caso da síntese direta, o controlador é então determinado algebricamente (7.10).

$$C(s) = G^{-1}(s)T(s)(I - T(s))^{-1} = G_-^{-1}(s)(T_d^{-1}(s) - G_+(s))^{-1} \quad (7.10)$$

No caso da técnica IMC, é usado um modelo interno  $M(s)$ , que é fatorado da mesma forma que o processo original, e o controlador resultante  $C(s)$  é determinado pelas equações (7.11) e (7.12).

$$Q(s) = M_-^{-1}(s)Td(s) \quad (7.11)$$

$$C(s) = Q(s)(I - M(s)Q(s))^{-1} = M_-^{-1}(s)(T_d^{-1}(s) - M_+(s))^{-1} \quad (7.12)$$

Se  $G(s)$  for igual a  $M(s)$ , o método IMC provê os mesmos resultados que o método da síntese direta. Cabe salientar que o controlador obtido através dessa manipulação algébrica é exatamente o chamado controlador ideal, definido no capítulo 3. A diferença básica entre essas técnicas e a proposta consiste na redução de ordem realizada no domínio da frequência.

A redução de ordem utilizada para sistemas multivariáveis, sugere que o controlador obtido por tal manipulação algébrica é de elevada ordem e não necessariamente realizável, mesmo que o modelo e o desempenho sejam de baixa ordem. Ainda, para sistemas multivariáveis cuja relação de entrada e saída seja estabelecida através dos estados, surgem

problemas numéricos no processo de inversão da matriz de transferência. Esta situação é burlada pela técnica proposta, uma vez que toda manipulação algébrica é realizada no domínio da frequência, ou seja, não é necessário inverter a matriz  $G(s)$ , mas apenas a sua resposta no domínio da frequência.

Nessa manipulação algébrica não é necessário se preocupar com a parte não inversível do sistema, uma vez que a aproximação é realizada em termos de  $\Delta T$ , e a inserção de filtros oriundos da fatoração Blaskche no desempenho desejável ao sistema garante a estabilidade interna da malha.

O uso da fatoração Blaskche, representa uma vantagem numérica em relação à fatoração 'inner-outer'. Esta última requer a solução de um problema padrão LQ. Este procedimento, implementado em CHIAN e SAFONOV (1992), requer que o sistema seja estável e não tenha pólos e zeros no infinito, levando a problemas numéricos na inversão do sistema. Embora a fatoração Blaskche para sistemas com zeros complexos positivos assuma uma realização em espaço de estados com coeficientes complexos (HAVRE e SKOGESTAD, 1996), uma vez que a manipulação proposta é realizada no domínio da frequência, este tipo de representação não impõe nenhum tipo de limitação na análise do sistema.

Tendo em vista a dificuldade envolvida na manipulação algébrica de sistemas MIMO para a obtenção dos controladores, essas técnicas (DS e IMC), em geral, são usadas para projetar controladores descentralizados, seja por um projeto independente (tratado como se SISO fosse) no caso de baixas interações, ou através de um procedimento seqüencial, onde o modelo aproximado da malha a ser fechada leva em consideração os controladores projetados para as malhas fechadas anteriormente. Nesse contexto, é obtido um modelo de baixa ordem para cada par no projeto descentralizado, cujos parâmetros dos respectivos controladores são obtidos através de tabelas, de acordo com o tipo de modelo identificado.

Uma vantagem do método IMC é a sua flexibilidade de considerar a modelagem do processo por uma variedade de modelos muito maior que outros métodos, permitindo o seu uso mesmo com um conhecimento limitado do processo. Além disso, pode considerar diferentes parametrizações do controlador PID, desde que a ordem e o número de graus de liberdade do controlador resultante sejam compatíveis com a parametrização escolhida. Não há dúvidas que este método representa um das melhores relação custo benefício para o projeto de controladores SISO e Multi-SISO.

O projeto descentralizado apresenta uma similaridade com o caso SISO, que foi abordado no trabalho de FACCIN (2004), onde foi realizada uma comparação com outras técnicas, inclusive o método de ajuste SIMC proposto em SKOGESTAD (2003).

### **7.3.2 Métodos do Tipo 2: Redução do Controlador**

Neste caso se enquadram os métodos que em sua concepção, geram controladores de elevada ordem. Dentre eles pode-se citar os que usam técnicas de controle ótimo, técnicas de controle robusto, técnicas por síntese direta e IMC aplicadas diretamente aos sistemas MIMO, ou mesmo a técnica proposta nesse trabalho.

Na redução do controlador, características robustas ou de performance podem ser sacrificadas, no entanto, não há nenhuma restrição a respeito do modelo a ser considerado. Pelo uso das técnicas disponíveis, podem ser gerados controladores ótimos e robustos que, mesmo após a redução, funcionem de forma satisfatória.

Dois métodos foram utilizados para comparação: o método proposto por DONG e BROSILOW (1997) e o método adotado por TAN et al (2002), cujas idéias básicas são apresentadas a seguir.

### **Dong e Brosilow (1997)**

Nesta proposta, o controlador obtido via IMC é visto como na equação (7.13)

$$C(s) = s^{-1} f(s) \quad (7.13)$$

Esse controlador é então expandido em uma série de Maclaurin, sendo truncado no segundo termo conforme a equação (7.14), de forma que os parâmetros de um controlador PID são reconhecidos diretamente e expresso em (7.15).

$$C(s) = s^{-1} (f(0) + sf'(0) + s^2 f''(0) + \dots) \quad (7.14)$$

$$K = f'(0), K_I = f(0) \text{ e } K_D = f''(0)/2 \quad (7.15)$$

### **Tan et al. (2002)**

O controlador de elevada ordem é obtido pelo procedimento ‘Loop-Shaping’ (MCFARLANE e GLOVER, 1992), resultando em um controlador descrito por (7.16).

$$\begin{cases} \dot{x} = A_k x + B_k y \\ u = C_k x + D_k y \end{cases} \quad (7.16)$$

A partir de uma transformação no sistema original, de tal forma que a nova matriz  $A$  seja escrita como expresso em (7.17), o novo sistema é dado por (7.18).

$$T A_k T^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix} \quad (7.17)$$

$$C(s) = [C_1 \quad C_2] \begin{bmatrix} s - I & 0 \\ 0 & sI - A_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} + D_k \quad (7.18)$$

O controlador de elevada ordem obtido é expandido em uma série de Maclaurin, truncando no termo de segunda ordem, leva ao reconhecimento dos parâmetros de um PID.

$$K = D_k - C_2 A_2^{-1} B_2, \quad K_I = C_1 B_1, \quad K_D = -C_2 A_2^{-2} B_2 \quad (7.19)$$

## Comparação

Para a comparação, foi considerado o modelo da planta em escalada piloto de uma coluna de destilação reportado por WOOD e BARRY (SEBORG, 1989). Este processo foi utilizado por TAN para comparação com o método proposto por DONG e BROSILOW.

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{12.8e^{-s}}{16.7s+1} & \frac{-18.9e^{-3s}}{21s+1} \\ \frac{6.6e^{-7s}}{10.9s+1} & \frac{-19.4e^{-3s}}{14.4s+1} \end{bmatrix} \quad (7.20)$$

Os dados dos controladores para as técnicas descritas, juntamente com a metodologia proposta, são apresentados na Tabela 7.6 e os resultados da simulação para a resposta ao degrau unitário para cada saída, na Figura 7.9. O desempenho selecionado para o sistema foi o mesmo utilizado no trabalho de DONG e BROSILOW (1997) que consiste em uma função de primeira ordem de ganho unitário e constante de tempo no valor de 4 e 4.5 unidades de tempo para saídas 1 ( $X_D$ ) e 2 ( $X_B$ ), respectivamente.

**Tabela 7.6:** Parâmetros dos controladores PID obtidos por distintas técnicas.

Caso	Controlador		
	$K_P$	$T_I$	$T_D$
<b>FRA (Proposta)</b>	$\begin{bmatrix} 0.2735 & -0.0089 \\ -0.0199 & -0.0527 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 6.9192 & 0.314 \\ -1.5634 & 2.5989 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.364 & 1.04 \\ 1.364 & 1.04 \end{bmatrix}$
<b>DONG</b>	$\begin{bmatrix} 0.283 & -0.041 \\ 0.0097 & -0.121 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 9.9264 & 1.8787 \\ 9.4274 & 8.1757 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
<b>TAN</b>	$\begin{bmatrix} 0.2796 & 0.006 \\ -0.038 & -0.1089 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 8.37 & -0.7176 \\ 381 & 8.007 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.99 & -16.08 \\ 12.895 & -0.399 \end{bmatrix}$

Para a primeira saída, o controlador obtido por TAN et al.(2002) , apresentou uma elevada interação entre as malhas, enquanto que os outros métodos apresentaram performances similares, embora mais lentas. Na segunda saída, o controlador obtido pela técnica proposta, foi mais rápido, apresentando maior sobre-elevação, no entanto o mesmo nível de interação que o método de TAN et al. (2002). O método de DONG e BROSILOW (1997), para este exemplo apresentou o melhor compromisso. Cabe salientar que o controlador na metodologia proposta foi projetado exclusivamente para o desempenho considerado no artigo, o desempenho do sistema poderia ser melhorado através do restabelecimento do desempenho desejável para o sistema.

No entanto cabe salientar que estes métodos não permitem a estruturação do controlador e se limitam a projetar controladores PID do tipo paralelo. A metodologia

proposta apresenta resultados competitivos, associados a uma maior flexibilidade que os métodos descritos.

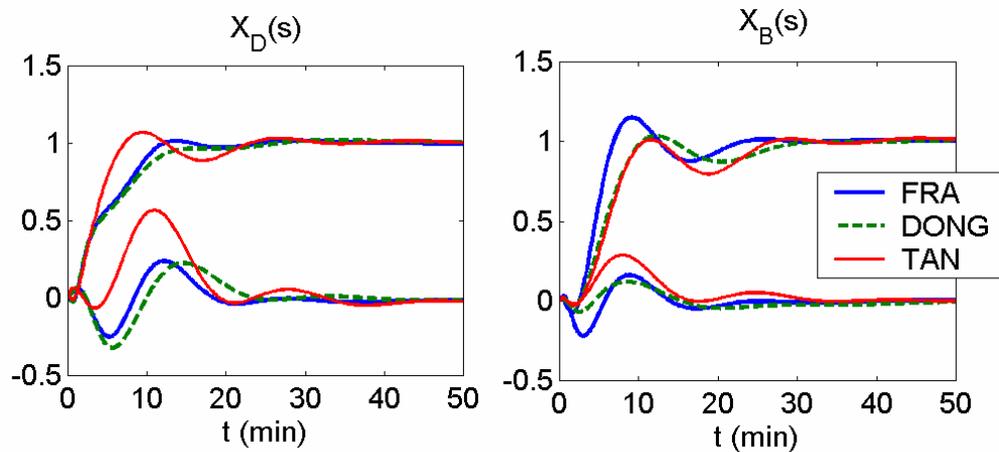


Figura 7.9: Resposta ao degrau unitário para cada saída.

### 7.3.3 Métodos do Tipo 3: Otimização direta

Nesse tipo de abordagem, a estrutura do controlador é assumida como de um controlador de baixa ordem e considerada no problema de otimização. O grande problema inerente consiste na não convexidade do problema resultante, gerando problemas de otimização de difícil resolução. Nessas abordagens se encaixam os métodos (GRIMBLE, 1990), (CHEN et al., 1995), (BAO, 1999) citados na seção 2.1.2.

O método proposto por SAEKI (2005) mais recentemente foi utilizado para comparação. Neste caso, as inequações associadas à condição de  $H_8$  são aproximadas para cada frequência por um LMI. Maiores detalhes são fornecidos no artigo que apresenta uma formulação matemática bastante rebuscada, no entanto, para exemplificar a metodologia, é utilizado um modelo bastante simples expresso na equação (7.3). Visando manter o mesmo desempenho para cada saída, o controlador na metodologia proposta nesse trabalho foi projetado via tentativa e erro. Foram comparados os projetos descentralizados (Decent.) e o projeto centralizado (Cent.).

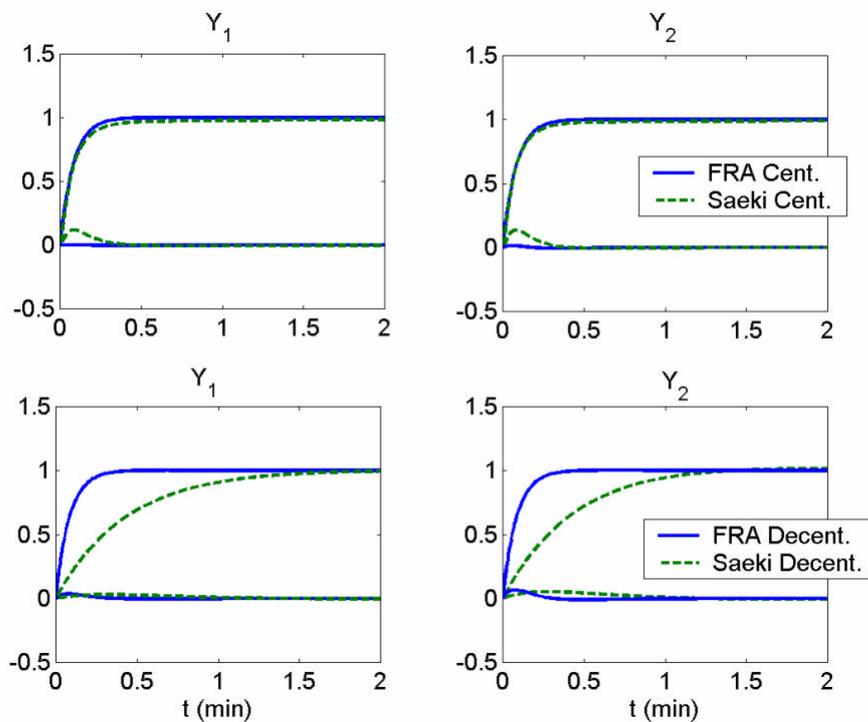
$$P(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s+1} & \frac{0.2}{s+3} \\ \frac{0.1}{s+2} & \frac{1}{s+1} \end{bmatrix} \quad (7.3)$$

Os resultados obtidos são apresentados pela simulação da Figura 7.10, enquanto que os parâmetros obtidos são apresentados na tabela 7.7. Pode-se perceber resultados equivalentes para as mudanças de referência, no entanto, o método proposto conseguiu eliminar praticamente a baixa interação existente entre as malhas no caso centralizado.

Mantendo o desempenho para o caso descentralizado, pode-se perceber que o controlador projetado através da metodologia proposta é muito mais rápido do que o método considerado. Cabe salientar que essa técnica, assim como as que usam esse tipo de abordagem, requer um chute inicial, além de algum tipo de aproximação visando simplificar o problema de otimização. Por outro lado, a técnica proposta parte de uma resolução analítica, não sendo necessário um valor inicial para convergência dos parâmetros. Evidente que a solução encontrada é sub-ótima, mas esta afirmação a coloca no mesmo patamar das que lançam mão dessa abordagem, além de uma simplificada e clara formulação matemática.

**Tabela 7.7:** Parâmetros dos controladores PID projetados para comparação.

<b>Caso</b>	<b>Controlador</b>					
	$K_P$		$T_I$		$T_D$	
<b>FRA Cent</b>	20.347	-3.547	1.01	2.70	0	1
	-1.848	22.33	1.92	1.08	0	1
<b>FRA Decent</b>	12.09	0	0.98	0	0	0
	0	11.98	0	0.97	0	1
<b>Saeki Cent</b>	2.189	-0.435	0.34	-1.76	4.49	-5.53
	-0.234	2.36	-4.11	0.30	-12.63	4.45
<b>Saeki Decent</b>	2.35	0	2.42	0	7.35	0
	0	2.39	0	2.89	0	7.12



**Figura 7.10:** Resposta ao degrau unitário para cada saída.

## 7.4 Conclusões Preliminares

Neste capítulo, a técnica proposta foi comparada qualitativa e quantitativamente através de vários exemplos com outras abordagens apresentadas na literatura. Inicialmente a metodologia foi comparada com um controlador MPC utilizando para isso a sintonia sistemática existente no RPN Toolbox (Apêndice E). Os resultados indicaram que o controlador MPC pode apresentar pouca robustez, principalmente na supressão de distúrbios. Ainda, em processos com comportamentos oscilatórios e de grande tempo morto, desde que não pronunciado, o aumento da ordem do controlador consiste em uma alternativa que pode trazer benefícios superiores a um controlador MPC.

Sobre as técnicas robustas, pode-se dizer que sua grande maioria são complexas e dispendiosas, e que o seu uso leva a controladores de elevada ordem. Através de um exemplo, o controlador obtido pela metodologia proposta foi comparado com a técnica robusta  $H_8$  implementada na ferramenta desenvolvida em Matlab MvTools. Foi comprovado através de um exemplo, que apesar da complexidade, a técnica  $H_8$  apresentou uma excelente performance. No entanto, foi verificado que o controlador resultante apresentou uma ordem muito elevada, de forma que o controlador obtido deve ser reduzido, sendo sacrificada a performance obtida pela elevada ordem. Nesse aspecto, foi apresentado que a técnica, além ser utilizada para o projeto de controladores de baixa ordem, pode ser utilizado como uma técnica de redução de ordem de controladores obtidos por técnicas mais complexas, de forma que o controlador obtido foi reduzido a um PI e a um PID.

Foram identificadas 3 distintas abordagens para o projeto de controladores de baixa ordem para processos de elevada ordem: as que necessitam de modelos reduzidos, as que reduzem o controlador de elevada ordem obtido e as que fazem uma aproximação direta para um controlador de baixa ordem.

A primeira delas requer a redução de ordem do modelo, de forma que pode existir perda de informação a respeito da dinâmica do processo considerado. Dentre as que permitem a especificação do desempenho, IMC e DS, estas funcionam muito bem para projeto descentralizado. Para sistema multivariáveis, a manipulação algébrica é dificultada na inversão do modelo, gerando controladores de elevada ordem mesmo com modelos de baixa ordem.

No segundo grupo, parte do desempenho e/ou da robustez pode ser sacrificada no processo de redução do controlador, no entanto não oferecem restrição quanto ao modelo utilizado. Foi verificada a competitividade da técnica proposta neste trabalho, e sua versatilidade diante das outras abordagens (via IMC e via  $H_8$ ), que não levam em consideração a parametrização do controlador e nem permitem a estruturação do mesmo.

Por fim, as técnicas que realizam determinação direta do controlador levam a problemas de otimização não convexos, exigindo alguma simplificação na sua resolução, além de requerer uma estimativa de chutes iniciais para a convergência. Por outro lado, a técnica proposta faz a aproximação do problema não convexo para gerar o seu chute inicial a partir de uma solução seqüencial e interativa de problemas com solução analítica.



## Capítulo 8

### Conclusão

Este trabalho pode ser visto como sendo a continuidade dos desenvolvimentos inicialmente feitos para o caso SISO por FACCIN (2004), o qual em uma de suas sugestões para trabalhos futuros escreveu:

“Outra sugestão que teria um forte apelo em termos de utilização em nível industrial, seria a extensão da metodologia desenvolvida para controladores PID multivariáveis (MIMO). Esta nova metodologia estaria baseada nas particularidades discutidas neste trabalho, porém o projeto dos controladores PID MIMO (com desacopladores), também seria obtido através da resolução de um problema multiobjetivo, onde todos os canais da matriz do controlador seriam calculados simultaneamente, levando em conta o acoplamento entre eles e as restrições de cada canal.”

#### 8.1 Considerações Finais e Contribuições

Foi desenvolvida uma metodologia genérica para o projeto de controladores estruturados de baixa ordem, com elevado caráter prático e extremamente flexível.

No Capítulo 3, toda a base teórica e formulação matemática é expressa de forma simples e clara, sem nebulosidades que visam mistificar a simplicidade existente na aproximação de um problema complexo. No final dos Capítulos 5,6 e 7, são apresentadas conclusões preliminares específicas de cada capítulo.

Diversas análises permitiram evidenciar a potencialidade da metodologia para o projeto de controladores nos moldes propostos, podendo ser utilizada com processos complexos, com fatores de fase não mínima ou mesmo instáveis.

Nas análises realizadas pode-se perceber que a especificação do desempenho do sistema deve ser feita respeitando as restrições inerentes ao modelo, sendo apresentada de que forma a presença de fatores de fase não mínima limitam a máxima velocidade de atuação do controlador em malha fechada. Foi verificado que, quanto maior o tempo morto e/ou mais

próximo da origem se encontra o zero de transmissão positivo maior é essa limitação, de forma que essas limitações devem ser consideradas na seleção do desempenho.

Foi verificado que para sistemas de fase mínima, com a exceção de problemas mal condicionados, matematicamente, pode ser obtido o desempenho que se queira, respeitando apenas as limitações inerentes ao processo: saturação, distúrbios e ruídos, uma vez que controladores muito rápidos tomam ações de controles mais bruscas e mais intensas, além de responder a ruídos em alta frequência. Por outro lado, controladores muito lentos podem demorar muito a responder aos distúrbios aos quais o processo se encontra sujeito.

Foi apresentado que a metodologia pode ser usada para o projeto de controladores estruturados, permitindo o projeto de controladores desde descentralizado até estruturas completamente cheias, o que é uma flexibilidade bastante desejável, uma vez que controladores descentralizados são muito mais simples de entender e de se colocar em operação. A rapidez com que os resultados são obtidos permite uma rápida comparação entre controladores de diferentes estruturas. Foi evidenciado que, na presença de sistemas desacoplados estaticamente, mas com elevado acoplamento dinâmico, há um ganho considerável na utilização de estrutura centralizada.

A técnica proposta permite o projeto de controladores PID levando em consideração os diferentes algoritmos comerciais, bastando para isso que o equacionamento seja reduzido a configuração base utilizada. Foi verificado que a inserção da ação derivativa tem um efeito estabilizador sobre a resposta do sistema, permitindo certa folga ao mesmo para operar mais próximo aos limites impostos pelas restrições. Para sistemas mais complexos, a metodologia permite a inserção de filtros com estrutura fixa de ordem selecionável. Tal aumento pode ser feito tanto por 'lead-lags' como pelo uso de uma base ortogonal generalizada. A utilização da base fornece mais flexibilidade porque pode ser realizada a escolha da frequência na qual a base vai ser expandida, e apresenta a vantagem de poder determinar a ordem do filtro indiretamente a partir do projeto de seus coeficientes.

A extensão multi-modelos permite trabalhar com não linearidades desde que não pronunciadas, além de permitir favorecer o ajuste na região de maior interesse. Foi identificado que o aumento da ordem se torna de suma importância para melhoria de desempenho na região de elevado ganho sem prejudicar o ajuste na região de menor ganho. Além disso, o uso da representação multi-modelos no projeto permite estabelecer um compromisso entre a robustez e o desempenho para todas as regiões consideradas.

Por fim, a metodologia foi comparada com outras técnicas como MPC, técnicas robustas e técnicas específicas para o projeto de controladores de baixa ordem, evidenciado sua competitividade e sua potencialidade como alternativa para a solução no projeto de controladores lineares. Foi verificado que a grande maioria dos métodos existentes são complexos e/ou pouco flexíveis.

No tocante às contribuições, este trabalho pode ser considerado como um passo no sentido de fornecer soluções simplificadas para problemas complexos, sendo que tal tipo de

solução é extremamente desejada no cenário atual. Inicialmente pode se citar a própria versatilidade e flexibilidade da metodologia, seu caráter genérico e prático visando o projeto de controladores simples a partir de processos complexos, e ainda, o uso de controladores PID na sua configuração base, já que este controlador é bastante difundido e aceito no cenário industrial. Isto representa uma solução alternativa com grande capacidade de aceitação.

Outra contribuição de suma importância consiste na integração da metodologia em um aplicativo (RPN Toolbox 3.0) desenvolvido em Matlab, que permite um acesso rápido e fácil aos resultados, permitindo o projeto de controladores para modelos de processos genéricos sem que haja necessidade de conhecimento aprofundado sobre a metodologia. Maiores detalhes sobre a interface podem ser encontrados no Apêndice E.

Por fim, uma contribuição não menos importante, consiste na planta piloto proposta no Capítulo 4. A unidade é bastante didática, capaz de gerar comportamentos dinâmicos distintos: centralizados/decentralizados, fase mínima, fase não mínima, ordem elevada/baixa ordem, linear/não linear. Isso permite a avaliação de técnicas de distintas naturezas, seja de identificação, projeto de controladores, entre outras. Diversos trabalhos desenvolvidos no GIMSCOP (UFRGS) utilizaram essa planta como estudo de caso, o que motivou inclusive a sua construção que se encontra em andamento.

## 8.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

Desenvolvimento e/ou levantamento de técnicas robustas para inversão de sistemas lineares invariantes no tempo representados por matrizes de transferência estritamente próprias. Através dessas rotinas, poderia ser realizada uma comparação entre a fatoração Blaschke e a fatoração 'inner-outer', além de permitir o conhecimento da matriz de transferência que representa o controlador ideal.

Desenvolvimento de um índice quantitativo  $RPN_{dec}$  (RPN descentralizado), em analogia ao RPN, que conseguisse capturar a perda de performance associada à estrutura descentralizada, de forma que a avaliação dessa perda possa ser realizada através da comparação com a curva RPN. A idéia básica é que a curva  $RPN_{dec}$  seja sempre maior que a curva RPN, e no limite quando o sistema fosse totalmente desacoplado essas curvas iriam coincidir. Este índice permitiria uma sistematização para a seleção da estrutura apropriada para o controlador.

Uma limitação inerente à aplicação da metodologia consiste na necessidade do conhecimento de um modelo para o processo, no entanto, embora a técnica seja baseada em modelo, foi verificada a necessidade do conhecimento apenas da resposta na frequência desse modelo. Dessa forma, poderia se utilizar um procedimento de identificação em malha fechada do desempenho atual da planta a partir do controlador instalado. De posse do controlador e do desempenho atual do sistema, pode-se algebricamente determinar a resposta no domínio da frequência do modelo requerido que poderia então ser utilizado para o projeto de um novo controlador a partir da seleção de um novo desempenho.

De forma a explorar a formulação com dois graus de liberdade, poderia ser avaliada a especificação de dois desempenhos, um para o problema regulador e o outro para o problema servo. O primeiro deles seria utilizado no projeto considerando a ação derivativa apenas na variável de processo. Uma vez projetado o controlador, seria resolvido um segundo problema para definir o filtro da variável de referência visando especificar o desempenho para a o problema servo.

Visando conformidade com a idéia expressa no parágrafo anterior, seria interessante a avaliação do reposicionamento do bloco  $C_F(s)$  para o aumento da ordem, sendo a sua aplicação exclusivamente na variável de processo.

No desenvolvimento proposto, os blocos de aumento de ordem foram considerados diagonais devido a simplificação de independência na coluna e conseqüentemente a facilidade envolvida na implementação, tanto da metodologia quanto do controlador nos sistemas comerciais. No entanto, seria interessante analisar a possibilidade de trabalhar com essas matrizes cheias tendo um maior aproveitamento do aumento da ordem. No novo problema de otimização, o uso das matrizes diagonais poderia ser utilizada como chute inicial.

Uma proposta inovadora seria a substituição do bloco  $C_{PI}(s)$  por um controlador MPC, visando aumentar a robustez dessa técnica. Nesse contexto, a malha na configuração base seria utilizada para identificação do modelo que deveria ser inserido no projeto do MPC, permitindo inclusive o uso de multi-modelos na concepção desse novo bloco.

Seria interessante a comparação do modelo e dos resultados obtidos para a planta piloto de 6 tanques esféricos, e por fim, a migração da programação desenvolvida em Matlab para a linguagem C++ com o objetivo de desvincular aplicação da metodologia e sua interface da plataforma original e com isso permitir acessibilidade e difundir com mais facilidade a sua utilização em ambiente industrial.

# Referências Bibliográficas

- ALMEIDA, A F, “Sintonia de Controladores PID”. Tese de Mestrado-Universidade Federal da Bahia, Salvador-BA (1998).
- ÁSTRON, K.J., “PID Controllers Instrument Society of America”, (1995).
- ÅSTRÖM, K. J. e HÄGGLUND, T. “PID Controllers: Theory, Design, and Tuning”. 2ª ed. Research Triangle Park: Instrument Society of America (1995).
- ATHANS, M. “A tutorial on the LQG/LTR method”. In: American Control Conference. Proceedings. Seattle, WA, jun. (1986).
- BALAS, G; J., J. C. DOYLE e K. GLOVER. “A Packard and R. Smath  $\mu$ -Analysis and Synthesis Toolbox. User’s Guide. Matlab functions for the Analysis and Design of Robust Control Systems”. Musyn Inc. and the Math Works Inc., Natick. (1991)
- BAO, J.; J. F. FORBES, e P. J. MCLELLAN, “Robust multiloop PID controller design: a successive semi definite programming approach,” *Ind. Eng. Chem. Res.*, vol. 38, pp. 3407–3413 (1999).
- BARNES, T.J.D. “Frequency domain design of PID controllers for achievable performance”. M.Sc. Thesis, University of Toronto. (1994).
- BODE, H. W. “Network Analysis and Feedback Amplifier Design”. New York, Van Nostrand, (1945).
- BRISTOL, E.H. “On a new measure of interaction for multivariable process control”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-11, pp.133-4, (1966).
- CHIOCCARELLO, R. “Manual de fórmulas e tabelas matemáticas”. Mc Graw Hill, (1973).
- CHEN B. S., Y. M. CHIANG, and C. H. LEE, “A genetic approach to mixed  $H_2/H_{\infty}$  optimal PID control,” *IEEE Control System Magazine*, vol. 15, pp. 51–56 (1995).
- CHIANG R.Y. e M.G. SAFONOV “Robust Control Toolbox”. The MathWorks, Inc., Natick, MA, (1992).
- CHIU, M. S.; ARKUN, Y. “A methodology for sequential design of robust decentralized control systems”. *Automatica*, 28, 997-1002. (1992)

- CORRIPIO, A. B. "Tuning of Industrial Control Systems". Instrumental Society América. 2ª edição (2001).
- CRUZ, J. J. "Controle Robusto Multivariável". Editora da USP, Brasil (1996).
- CUTLER, C. R.; e RAMAKER, B. L. "Dynamic Matrix Control- a computer algorithm." AICHE 86<sup>th</sup> National Meeting, Houston, TX. (1979).
- DONG J.W. e G. B. BROSILOW, "Design of robust multivariable PID controllers via IMC," *Proc. American Control Conference*, (Albuquerque, New Mexico), pp. 3380–3384 (1997).
- DOYLE, J.C. and G. Stein, "Multivariable Feedback Design: Concepts for a Classical/Modern Synthesis," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-26, pp. 416, Feb. (1981).
- DOYLE J. C., "Analysis of feedback systems with structured uncertainties". IEE Proc-D, Vol.129, No.6, pp.242-250, Nov. (1982).
- DOYLE, J. C. (1985). "Structured uncertainty in control system design". Proceedings of 24th IEEE conference on decision control.(1985).
- ECONOMOU, C. G. e MORARI, M., "Internal Model Control 6: Multiloop Design," *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, **25**, 411 (1986).
- ELLIS, T.M.R., PHILIPS, I. R. e LAHEY, T. M. "Fortran 90 programming", Addison Wesley (1994).
- EMBIRUÇU, M., ALFANO, C. e ALMEIDA, "Controle PID". Apostila. Programa de pós Graduação em Engenharia Química. Universidade Federal da Bahia, Salvador(2000).
- ENDER, B.; "Process control performance: Not as good as you think," *Contr. Eng.*, vol. 40, no. 10, pp. 121–127, June (1993).
- ENGELL, S. "Optimale lineare Regelung". Berlin: Springer-Verlag. (1988).
- ENGELL, S. E MÜLLER, R." Multivariable Controller Design by Frequency Response Approximation". *Proc. of the 2nd European Control Conference*, **3**, 1715-1720 (1993).
- FACCIN, F. "Abordagem inovadora no projeto de controladores PID", Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, (2004).
- FARENZENA, M. "Número de Desempenho Robusto Não-Linear: uma Nova Medida do Grau de Não-Linearidade". Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre (2003).

- FARINA, L. A.. “RPN Toolbox: uma ferramenta para o desenvolvimento de estruturas de controle”. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre (2000).
- GARCIA, M.V. “Design and implementation of a PID controller utilizing a digital signal processor”. M.S. Thesis, Texas A & I University. (1992).
- GOODWIN, G. C.; GRAEBE, S. F.; SALGADO, M. E. “Control System Design”. Upper Saddle River: Prentice Hall (2001).
- GRIMBLE, M. J. “ $H_{\infty}$  controllers with a PID structure,” *Trans. ASME J. Dynam. Syst. Meas. Control*, vol. 112, pp. 325–330 (1990).
- HANSELMAN, D. & LITTLEFIELD, B. “Matlab 6: Curso Completo”, Prentice Hall. São Paulo (2003).
- HAVRE, K. & S. SKOGESTAD. “Effect of RHP Zeros and Poles on Performance in Multivariable Systems”. Proc. Conf. CONTROL'96, Exeter, pp. 930-935 (1996)
- HAVRE, K. & S. SKOGESTAD. “Directions and Factorization of zeros and poles in multivariable systems”. Norwegian University of Science and Technology. Trondheim, Norway (1996)
- HOVD, M.; SKOGESTAD, S.; “*Sequential Design of Decentralized Controllers*”, Elsevier Science Ltd. (1994).
- HUNG, Y. S. & A. G. J. MACFARLANE. “Multivariable feedback: A Quasi-Classical Approach”. vol. 40 in Lecture Notes in Control and Information Sciences. Springer Verlag, Berlin.
- HURWITZ, A., "On the Conditions Under Which an Equation Has Only Roots With Negative Real Parts," *Mathematische Annalen*, vol. 46, pp. 273-284, (1895).
- JOHANSSON, K. H. “The Quadruple-Tank Process: A Multivariable Laboratory Process” (2000).
- LJUNG, L. & GLAD T., “Control Theory-Multivariable and Nonlinear Methods”, Taylor & Francis, London 27-82. (2000).
- LUYBEN, W. L., “Simple Method for Tuning SISO Controllers in Multivariable Systems,” *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, **25**, 654. (1986).
- LUYBEN, M. L. e LUYBEN, W. L. “Essentials of Process Control”. New York: McGraw-Hill (1997).

- MCFARLANE D. & K. GLOVER, "A loop shaping design procedure using  $H_{\infty}$  synthesis". IEEE Trans. Automatic Control, 37 (6), 759–769 (1992).
- MACFARLANE, A.G.J., & I. POSTLETHWAITE, "The Generalized Nyquist Stability Criterion and Multivariable Root Loci," *Int. J. Contr.*, vol. 25, pp. 81-127, (1977).
- MARLIN, T. E. "*Process Control*". New York: McGraw-Hill (1995).
- MATHWORKS INC, THE. "Signal Processing Toolbox for use with MATLAB", Natick/MA/EUA. (1999)
- MAYNE D.Q. (1973). "The design of linear multivariable systems". *Automatic*, 9, 201-207. (1973).
- MAXWELL, J.C., "On Governors," *Proc. Royal Soc. London*, vol. 16, pp. 270-283, (1868).
- MCCLUSKY, E.G. "Rule-based automatic PID controller tuning". Ph.D. Thesis, Queen's University, Belfast. (1989).
- MINORSKY, "Directional Stability of automatically steere bodies". J. Am. Soc. Naval Eng., 34, p. 284 (1922).
- MORARI, M. and E. ZAFIRIOU "Robust Process Control". Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey. (1989).
- MÜLLER, R. "Regrentwurf für Mehrgrößensysteme durch Approximation des idealen Reglers". Diplomarbeit an der TH Karlsruhe, Fakultät für Elektrotechnik. (1990)
- MÜLLER, R. "Entwurf von Mehrgrößenreglern durch Frequenzgang-Approximation". Tese de Doutorado, Lehrstuhl für Anlagensteuerungstechnik, University of Dortmund. Shaker Verlag (1996).
- NYQUIST, H., "Regeneration Theory," *Bell Syst. Tech. J.*, (1932).
- O'DWYER, "A. Handbook of PI and PID Controller Tuning Rules". London: World Scientific (2003).
- OGATA, K. "Engenharia de Controle Moderno". Tradução de: KOHN, A. F. e MORAES, J. C. T. B. Rio de Janeiro: Prentice/Hall do Brasil (1982).
- OGUNNAIKE, B.A. ; W. H. Ray, "Process Dynamics, Modeling, and Control", Oxford University Press, New York, Oxford, (1994).
- OTHMANN, M.Z. "Design of self-repairing digital PID controllers for non-square multivariable plants". Ph.D. Thesis, university of Salford. (1989).

- PERRY R. H., GREEN D. W. e J. O. MALONEY, “Chemical Engineer’s Handbook”, 6<sup>th</sup> Ed. McGraw-Hill, New York, (1984).
- RAISCH, J., “ Mehrgrößen-regelung im Frequenzbereich”, R. Oldenbourg Verlag München Wien 72-73 ,84-88,359-364. (1994)
- RIVERA, D.E., M. MORARI & S. SKOGESTAD. “ Internal model control. 4. PID controller design”. *Ind. Eng. Chem. Res.* **25**(1), 252–265. (1986).
- ROSENBROCK, H. H.. “The stability of multivariable systems”. *IEE Trans. Auto. Control*, vol. AC-17, pp. 105-107. (1994).
- ROUTH, E. J. “The Advanced Part of a Treatise on the Dynamics of a System of Rigid Bodies”, MacMillan, London, (1905).
- SAEKI, M. “Fixed structure PID controller design for standard Hinf control problem”. *Automatica* **42** (2006) 93 – 100, Hiroshima, Japan (2005).
- SCHUBERT, R. “Desenvolvimento de uma estratégia de controle multivariável para reatores de polimerização de HDPE Multiproduto”. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre (2003).
- SEBORG, D.E., T.F. Edgar and D.A. Mellichamp “Process Dynamics and Control” JohnWiley & Sons. (1989).
- SECCHI, A. R. “Otimização de Processos”. Apostila, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre (2001).
- SHEN, S. H.; YU, C. C. “Use of Relay-Feedback test for Automatic Tuning of Multivariable Systems”. *AIChE J.*, **42**(9), 2555-2562. (1996).
- SKOGESTAD, S., and M. MORARI . “Variable selection for decentralized control. Modeling Identification and Control.” **13**, 113125 (1992).
- SKOGESTAD, S. e POSTLETHWAITE, I. “Multivariable Feedback Control: Analysis and Design”. Chichester: John Wiley & Sons (1996).
- SMITH, C. A. e CORRIPIO, A. B. “Principles and Practice of Automatic Process Control”. New York: John Wiley & Sons (1985).
- STEPHANOPOULOS, G. “Chemical Process Control”. Englewood Cliffs: Prentice Hall (1984).

- TAN W.; J. Z. LIU, and P. K. S. TAM, "PID tuning based on loop-shaping  $H_{\infty}$  control," *IEE Proc. on Control and Applications*, vol. 145, pp. 485–490 (1998).
- TAN, W. T. CHEN, & H.J. MARQUEZ "Robust Controller Design and PID Tuning for Multivariable Processes." *Asian Journal of Control*, "Special Issue on Advances in PID Control", Vol. 4, No. 4, (2002).
- TRIERWEILER, J. O. "A Systematic Approach to Control Structure Design". Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Química, Universidade de Dortmund. Dortmund (1997).
- TRIERWEILER, J. & S. ENGEELL (1997). "A The robust performance number : A new tool for control structure design". *Proc. Joint of 6th International Symposium on Process Systems Engineering and 30th European Symposium on Computer Aided Process Engineering, Trondheim.*(1997).
- TRIERWEILER, J. O. & FARINA, L. A . "RPN tuning strategy for model predictive" control. *Journal of Process Control*, Oxford- Inglaterra - Elsevier, v. 13, p. 591-598, (2003).
- TRIERWEILER, J. O.; MÜLLER, R.; ENGELL, S. "Multivariable Low Order Structured-Controller Design by Frequency Response Approximation." *Brazilian Journal of Chemical Engineering*, **17**, n.º 4, 793-807 (2000).
- TYREUS, B.D. & W.L. LUYBEN ."Tuning PI controllers for integrator/dead time processes". *Ind. Eng. Chem. Res.* pp. 2628–2631. (1992).
- WANG, W., "A robust frequency response design procedure for multivariable control systems", Dissertação de Doutorado, Universität Dortmund (1999).
- WANG, Q., Book review: "Autotuning of PID controllers". *Journal of Process Control*, **11**, 105-107 (2001).
- WEBER, T.W. e BHALODIA, M. "Optimum behavior of a third order process under feedback control", *Industrial and Engineering Chemistry Process Design and Development*, **18**, 217-223. (1979).
- WILKINSON, J.H.. "Rounding Errors in Algebraic Processes", Prentice-Hall. (1963)
- ZAMES, G. (1981), Feedback and Optimal Sensitivity: Model Reference Transformations, Multiplicative Seminorms, and Approximate Inverse, *IEEE Trans. AC*, Vol.AC-26, No2 pp.301--320. 30.

- 
- ZHUANG, M. "Computer aided PID controller design". D. Phil thesis, University of Sussex (1992).
- ZIEGLER, J.G. "Those magnificent men and their controlling machines Transactions of ASME", Journal of dynamic systems measurement and control, 97, 279(1975).
- ZIEGLER, J.G. e N.B. NICHOLS. "Optimum settings for automatic controllers". *Trans. of the A.S.M.E.* **64**, 759–768. (1942).

# Apêndice A

## Conceitos e Definições

### A.1 Descrição de Sistemas

Toda e qualquer técnica de controle, desde a mais elementar até a mais sofisticada, requer algum grau de conhecimento sobre o comportamento do sistema para investigar como as suas saídas mudam com o tempo sob a influência de mudanças nas perturbações externas e variáveis manipuladas, e conseqüentemente projetar o controlador apropriado. Para a obtenção de sucesso no projeto de um sistema de controle é inicialmente necessário entender como o processo opera, e esse entendimento é tipicamente expresso na forma de um modelo matemático.

Modelos matemáticos podem ser obtidos pela descrição das equações e leis físicas que governam a natureza do processo em estudo (modelos fenomenológicos) ou através de técnicas de identificação de sistemas a partir de um conjunto de dados experimentais (modelos empíricos). Quanto à linearidade os modelos matemáticos podem ser classificados como lineares e não lineares. O uso de modelos lineares se baseia na hipótese de que os sistemas têm um comportamento dinâmico descrito satisfatoriamente por uma aproximação linear. O seu uso é difundido, pois a teoria de controle linear é bem desenvolvida e as equações lineares em geral tem solução analítica, o que permite a fácil e rápida obtenção de resultados.

Em particular, na área de controle de processos, a principal forma de operação nas grandes indústrias é no estado estacionário e os pequenos desvios associados ao efeito de perturbações não chega a afastar o sistema de um comportamento aproximadamente linear. Entretanto, deve-se ter em mente que a realidade é não linear. As crescentes exigências qualitativas e quantitativas impostas para o cenário industrial defrontam com situações de operações extremas, onde os efeitos não lineares são muito mais evidenciados. Ainda, existem inúmeros processos que são operados em batelada ou semi-batelada (polímeros, produtos farmacêuticos, etc.). Neste tipo de operação, não há estado estacionário, e o comportamento do processo é fortemente não linear.

É importante salientar que ao se modelar o sistema de interesse, deve-se ter em mente que um modelo muito complexo não tem utilidade prática em análise e projeto de sistemas de controle. Muitas leis de controle são obtidas a partir de versões simplificadas do comportamento do processo e/ou são ajustadas usando essas versões. Em um processo iterativo de projeto, via tentativa e erro, o uso freqüente do modelo matemático também requer que o mesmo seja uma versão simplificada da realidade, caso contrário o esforço computacional requerido seria muito grande. Ainda, muitas leis de controle mais avançadas incluem um modelo do processo que, conseqüentemente, tem que ser resolvido em linha, o que inviabiliza o uso de modelos muito complexos.

### **A.1.1 Representação de Modelos Lineares**

#### **Espaço de Estados e Função de Transferência**

Um sistema linear invariante no tempo pode ser descrito por um conjunto de equações algébrico-diferenciais com coeficientes constantes, como se segue

$$\begin{aligned} E \frac{dx}{dt} &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

Sendo  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  e  $E$ , matrizes reais e  $x$ ,  $u$  e  $y$  os vetores dos estados, entradas e saídas do sistema, respectivamente. Quando o sistema pode ser descrito apenas por equações diferenciais, a matriz  $E$  não apresenta singularidade, podendo ser representada juntamente com  $A$  e  $B$ . O conjunto de equações (A.1) corresponde à representação na forma de espaço de estados para a função de transferência que relaciona as entradas  $u$  e as saídas  $y$  de um dado sistema. Esta representação é, computacionalmente, a mais eficiente, pois os algoritmos para os cálculos de controle de processos (como determinação de pólos e zeros, representação da resposta no domínio do tempo e da freqüência, etc.) para esta representação são mais robustos, o que impulsionou o desenvolvimento da chamada teoria de controle “moderna” (WILKINSON, 1963).

Outro modo de representar a relação entre as entradas e saídas é através de uma matriz de transferência. A grande vantagem deste modo de representação é a similaridade com a notação normalmente usada para o estudo de casos SISO, mas a grande desvantagem são os problemas para execução de operações numéricas com o modelo, que tende a ser mal condicionado, principalmente para sistemas com ordem superior a 10 (MATHWORKS, 1998). O modo de representação do sistema como matriz de transferência tem a seguinte forma

$$y(s) = G(s)u(s) \quad (\text{A.2})$$

onde  $u(s)$  e  $y(s)$  são as transformadas de Laplace da entrada e da saída, respectivamente, e  $G(s)$  a matriz de transferência que as relaciona. A matriz de transferência pode ser entendida como um arranjo matricial de funções de transferência para casos SISO, onde cada elemento corresponde a um canal do sistema completo, ou seja, relaciona uma entrada e uma saída. Nesta representação cada coluna corresponde a uma entrada e cada linha a uma saída. Como ambas as representações (função de transferência ou espaço de estados) têm o mesmo significado existe uma expressão que permite sua inter-relação, que pode ser descrita por

$$G(s) = C(Es - A)^{-1}B + D \quad (\text{A.3})$$

Será adotada a seguinte notação ao longo do texto

$$G(s) \triangleq (A, B, C, D) \triangleq \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

O caminho inverso, ou seja, a representação de uma função de transferência na forma de espaço de estado (operação denominada realização do sistema) não é tão trivial, porém também é possível e facilmente encontrada na literatura (ver em ZHOU & DOYLE, 1998, pg. 35). Como é possível concluir a partir da expressão (A.3): são possíveis diversas realizações para uma mesma função de transferência.

## A.2 Pólos e Zeros de Transmissão

A dinâmica de um sistema linear é definida pelos seus pólos e zeros. Os pólos expressam os modos próprios do sistema constituindo a base dinâmica para a resposta do sistema enquanto os zeros expressam as conexões diretas entre as entradas e as variáveis de estado do sistema constituindo a ponderação dessa base.

### **Zeros de transmissão**

Zeros de transmissão, também chamados de zeros multivariáveis para distinguir dos zeros dos canais da matriz de transferência, estão diretamente relacionados ao posto da matriz de ganho (o posto de uma matriz representa o número de linhas ou colunas linearmente independentes). Os zeros de transmissão de um sistema multivariável correspondem aos valores de  $s$  que tornam o posto da matriz de ganho  $G(s)$  inferior ao seu valor normal, ou seja, valores  $z$  nos quais  $G(z)$  perde o posto.

### **Pólos**

Os pólos de um sistema multivariável em descrição de espaço de estados são os valores característicos  $\lambda$  da matriz  $A$ ,  $\lambda_i(A)$ ,  $i=1, \dots, n_x$ . O pólo ou equação característica do polinômio é definido como

$$\phi(s) = \det(sI - A) = \prod_{i=1}^{n_x} (s - p_i) \quad (\text{A.5})$$

### **Direcionalidade de zeros e pólos**

Em sistemas multivariáveis é importante levar em conta a direcionalidade dos sinais, e, deste modo, a presença de zeros em determinados canais de um sistema não necessariamente indica que há zeros de transmissão ou, havendo zeros no sistema, que sua posição é equivalente.

Para sistemas multivariáveis, além da energia é importante estudar a distribuição desta energia nos diversos canais. Zeros multivariáveis apresentam as chamadas direções de entrada e saída indicando que quanto mais próxima for a direção do sinal de entrada e a do zero de transmissão, maior efeito da presença do zero poderá ser observado. Além disso, a direção de saída fornece a informação sobre em quais variáveis o efeito do zero será mais sentido.

As direções de entrada ( $u_z$ ) e saída ( $y_z^H$ ) um zero de transmissão são tais que

$$\begin{aligned} G(z)u_z &= 0 \\ y_z^H G(z) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Os zeros de transmissão e suas direções podem ser calculados pela solução de um problema generalizado de valores característicos

$$\begin{bmatrix} A - sI & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{z,I} \\ u_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.7})$$

$$\begin{bmatrix} x_{z,O}^H & y_z^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A - sI & B \\ C & D \end{bmatrix} = [0 \quad 0] \quad (\text{A.8})$$

Ou pela decomposição em valores singulares (SVD) de  $G(z)$

$$G(z) = U_z \Sigma_z V_z^H = \sum_{i=1}^{n_r} u_i \sigma_i v_i^H = u_1 \sigma_1 v_1^H + \dots + u_{nr} \sigma_{nr} v_{nr}^H \quad (\text{A.9})$$

Nesse caso os zeros precisam ser conhecidos e não é possível obter as direções de entrada e saída dos estados. A direção de entrada e saída do zero ( $\sigma_{nr}$ ) é fornecida pelos vetores  $u_{nr}$  e  $v_{nr}^H$  respectivamente, onde  $nr$  corresponde ao posto normal da matriz de transferência  $G(s)$ . Dessa forma, se  $G(s)$  não tem um posto cheio pode ser difícil identificar qual entrada e qual saída corresponde ao zero uma vez que mais de um valor singular é identicamente nulo na decomposição. Se um zero e um pólo tem a mesma localização, mas apresentam direções diferentes, eles não se cancelam, e a decomposição SVD não fornece as

direções corretas devido a problemas numéricos avaliando a expressão (A.10) (HAVRE & SKOGESTAD, 1996).

$$G(z) = C(zI - A)^{-1}B + D \quad (\text{A.10})$$

Da mesma maneira os pólos de um sistema multivariável estão associados com as direções de entrada ( $u_p$ ) e de saída ( $y_p^h$ ), tais que o sistema apresenta ganho infinito nessas direções

$$\begin{aligned} G(p)u_p &= \infty \\ y_p^H G(p) &= \infty \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

Para evitar problemas numéricos, pode-se reescrever as equações (A.11) como

$$\begin{aligned} G^{-1}(p)y_p &= 0 \\ u_p^H G^{-1}(p) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

A suposição da existência da inversa de  $G(s)$  implica no fato de que os mesmos algoritmos vistos anteriormente para os zeros de transmissão podem ser utilizados para o cálculo das direções dos pólos bastando substituir  $G(s)$  por  $G^{-1}(s)$  e  $z$  por  $p$  como em (A.12). Uma observação importante é que as direções dos pólos independem da matriz  $D$  da realização do sistema, ou seja, pode-se alterar  $D$  livremente sem alterar as direções dos pólos. Essa constatação permite uma maior flexibilidade na avaliação numérica das direções dos pólos, pois independente da nova matriz  $D$  escolhida, os pólos do sistema original serão fatalmente zeros do sistema modificado. Essa é uma constatação importante tendo em vista que a inversão de um sistema linear passa pela inversão da matriz  $D$  que na maioria dos sistemas de engenharia química, cuja inter-relação entre entradas e saídas é realizada através dos estados, é uma matriz singular nula.

No entanto, uma outra maneira (simples) para obtenção das direções de entrada e saída dos pólos de um sistema em sua realização é descrita a seguir

$$y_p = Cx_R; \quad u_p = B^H x_L \quad (\text{A.13})$$

Onde

$$\begin{aligned} Ax_R &= px_R \\ x_L^H A &= x_L^H p \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

### **Fatoração de zeros e pólos**

O conhecimento das direções dos pólos e zeros de um sistema multivariável, além de permitir a análise do efeito desses fatores, serve de base para a fatoração do sistema, promovendo uma separação de características, como pólos e zeros localizados no semi-plano

direito (SPD). Esses caracteres são limitações inerentes do processo e não podem ser cancelados em malha fechada para manter a estabilidade interna da malha de controle. Esta fatoração pode ser feita via fatoração Blaschke gerando a fatoração de entrada e saída do sistema respectivamente.

$$G(s) = G_I(s)F_I(s); \quad G(s) = F_O(s)G_O(s) \quad (\text{A.15})$$

Onde  $F_I$  e  $F_O$  são matrizes de transferência contendo os zeros/pólos no SPD. Onde os filtros  $F_I(s)$  e  $F_O(s)$  consistem no produto de uma série de filtros de primeira ordem “all pass” contendo todos os zeros/pólos no SPD do sistema. Estes filtros apresentam dimensão  $k \times k$ . Onde  $k$  corresponde ao número de saídas para a fatoração na saída e ao número de entradas para a fatoração na entrada.

Filtros “all pass”, são filtros cuja magnitude espectral é unitária e tem como objetivo promover uma mudança de fase (“phase shift”) do sinal de entrada.

No Apêndice B pode-se ter acesso aos detalhes envolvidos nessa fatoração que consiste em uma etapa importante do desenvolvimento teórico, sendo essa etapa fundamental para o sucesso na aplicação da metodologia.

### A.3 Estabilidade e Robustez

A estabilidade e a robustez são características desejadas em um projeto de controle. Em análise de sistemas de controle existem dois tipos de estabilidade, a estabilidade de entrada e saída também chamada de BIBO (Bounded-Input Bounded-Output Stability), e a estabilidade Lyapunov ou estabilidade interna.

#### ***Estabilidade BIBO (Bounded-Input-Bounded-Output)***

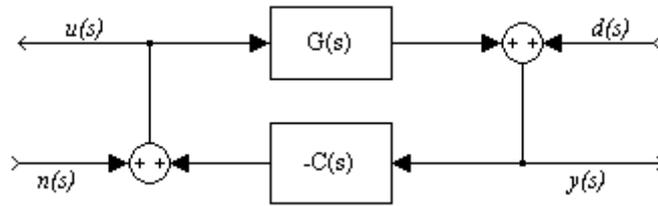
Como o próprio nome sugere um sistema é considerado estável se ele apresenta uma resposta limitada para qualquer condição inicial e sinal de entrada também limitado. Um sistema linear invariante no tempo apresenta estabilidade BIBO se e somente se todos os pólos do sistema tem a parte real menor do que zero.

#### ***Estabilidade Interna ou Lyupanov***

Um sistema é considerado com estabilidade interna se os estados permanecerão limitados todo o tempo para qualquer condição inicial finita. Esta definição é necessária, mas não suficiente para garantir a estabilidade de um sistema de controle. Para completar a definição é necessário garantir que não ocorra cancelamento de zeros de transmissão ou pólos no SPD pelo controlador.

Uma definição mais genérica, que é suficiente e abrange os dois conceitos anteriores baseia-se no fato de, para um sistema estável, a inserção de um sinal finito em qualquer ponto

da malha deve provocar apenas sinais também finitos em todos pontos da malha. Esta definição fica clara acompanhando-se a Figura A.1 a seguir



**Figura A.1:** Configuração feedback para análise da estabilidade interna.

Analisando-se a figura acima percebe-se que ela representa uma malha feedback padrão, apenas rearranjada para evidenciar a importância do sinal interno  $u(s)$ , de entrada da planta, que também deve ser limitado uma vez que existem limites físicos (saturação) para as variáveis que o compõem. As funções de transferência das entradas para as saídas do modelo na Figura 2.1 podem ser escritas com

$$\begin{aligned} u &= (I + CG)^{-1}n - C(I + GC)^{-1}d \\ y &= G(I + CG)^{-1}n + (I + GC)^{-1}d \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

Com as expressões em (A.16) pretende-se mostrar que os distúrbios na entrada e saída do processo (sempre presentes em qualquer sistema físico) inviabilizam o cancelamento perfeito de um zero ou pólo.

Para um modelo de processo com um zero de transmissão de fase não mínima, a inserção, na função de transferência do controlador, de um pólo na mesma posição e direções, com o intuito de cancelá-lo, vai gerar, em malha fechada, um sistema com pólo instável na função de transferência de  $d$  para  $u$  (o que satura as variáveis de entrada e conseqüentemente leva à instabilidade também na saída) e um sistema com zero de fase não mínima na função de  $n$  para  $y$ . Para um modelo com um pólo no SPD, na tentativa de cancelamento por um zero de transmissão no controlador, ocorre o surgimento de resposta inversa na função de transferência de  $d$  para  $u$  e de instabilidade na função de  $n$  para  $y$  (o que caracteriza a instabilidade como genericamente é discutida).

## **Robustez**

Consiste na habilidade de uma malha de controle de manter a estabilidade, quando os parâmetros do processo diferem de seus valores nominais.

## **Estabilidade Robusta**

Um sistema de controle é dito possuir estabilidade robusta, se ele é internamente estável para todas as condições de operação da planta levando em consideração a incerteza associada ao modelo.

## **Desempenho Robusto**

Um sistema de controle apresenta um desempenho robusto se ele não apresentar instabilidade no seu desempenho para todos os pontos de operação, uma vez projetado para uma dada condição de operação.

## **A.4 Ferramentas para Análise de Robustez e Grau de Desacoplamento**

### **A.4.1 Ganho Multivariável**

A análise da direcionalidade se baseia na generalização do conceito de ganho para sistemas multivariáveis e é realizada com base na intensidade do sinal de saída, ou seja, na energia retornada por um sistema em resposta a uma energia oferecida pela entrada. Essa intensidade pode ser medida de forma eficiente pela norma euclidiana

$$\|G(0)\|_2 = \bar{\sigma}(G(0)) \quad (\text{A.17})$$

Sendo  $\bar{\sigma}(G(0))$  o máximo valor singular na decomposição de  $G(0)$  em valores singulares. A expressão A.17 consiste no máximo ganho do sistema no estado estacionário. Essa norma pode ser avaliada ao longo da frequência resultando em curvas de ganhos dinâmicos, de forma que o ganho de um sistema multivariável é limitado acima e abaixo pelo máximo e pelo mínimo valor singular respectivamente.

### **A.4.2 Condicionamento Mínimo**

A forma mais tradicional de mensurar o grau de direcionalidade de um dado sistema é através do condicionamento do sistema definido pela razão entre o máximo e o mínimo valor singular da matriz de ganhos do sistema

$$\gamma = \frac{\bar{\sigma}(G(0))}{\underline{\sigma}(G(0))} \quad (\text{A.18})$$

Sistemas que apresentam valores elevados de condicionamento são fortemente sensíveis às incertezas na entrada implicando em certa dificuldade no projeto do controlador.

O condicionamento do sistema é influenciado diretamente pelo sistema métrico de unidades utilizado para a medida das variáveis de entrada e saída, de forma que o escalonamento do sistema de forma adequada diminui a sensibilidade do sistema às incertezas sem interferir na interação entre as malhas de controle.

Matematicamente o escalonamento do sistema pode ser realizado multiplicando-se matrizes diagonais reais e não singulares a esquerda ( $L$ ) e a direita ( $R$ ) do sistema  $G(s)$ . Os

valores ótimos assumidos por essas matrizes podem ser obtidos pela solução do seguinte problema de otimização

$$\gamma^*(G(j\omega)) \stackrel{\Delta}{=} \min_{L,R} [\gamma(LG(j\omega)R)] \quad (\text{A.19})$$

Indicando que as matrizes de escalonamento são dependentes da frequência em que é calculado. Desta forma, um sistema pode apresentar problemas de direcionalidade em determinadas frequências e em outras, ser bem condicionado. Na prática deve-se escolher em qual frequência essas matrizes serão usadas para escalonar o sistema original, o que é feito utilizando a frequência mais importante para a malha como será abordado em seção posterior.

### A.4.3 RGA-Matriz de Ganhos Relativos

Interação é uma importante propriedade do sistema e constitui a diferença entre sistemas MIMO e sistemas SISO. Um sistema MIMO com pequena interação pode ser considerado com um sistema Multi-SISO. Isto significa que cada canal pode ser considerado de forma independente dos demais tornando o projeto do controlador mais fácil e a sintonia on-line direta. Interação não é algo ruim em princípio, em muitos casos pode ser um benefício, uma vez que problemas de restrições nos atuadores podem ser reduzidos, o efeito de RHP zeros não acoplados a uma saída pode ser movido de um canal para o outro, o mesmo se aplica até certo ponto para tempo morto, etc. O principal problema com interação de sistemas é que se passa a ter mais liberdade, e usualmente mais liberdade requer mais conhecimento e entendimento para que se possa utilizá-la de corretamente. Para saber o quanto precisamos saber sobre o sistemas, é necessário mensurar o grau e o tipo de interação. A medida clássica é o RGA.

O RGA, ou Matriz de Ganhos Relativos (*Relative Gain Array*), foi introduzido por BRISTOL (1966) como uma medida do grau de interação entre todos os possíveis pares de sistemas SISO, em estado estacionário, em uma determinada configuração de controle.

O RGA de uma matriz complexa não singular  $M$ , de dimensão  $n \times n$ , é denotado como  $RGA(M)$  definido pela expressão A.20, onde a operação  $\times$  indica em uma multiplicação elemento a elemento (frequentemente chamada de Hadamard ou produto Schur).

$$RGA(M) \stackrel{\Delta}{=} M \times (M^{-1})^T \quad (\text{A.20})$$

O RGA pode ser pontualmente calculado por

$$\lambda_{ij} = (-1)^{i+j} \frac{m_{ij} \det(M^{ij})}{\det(M)} \quad (\text{A.21})$$

Onde  $\det(M^{ij})$  indica o determinante da matriz resultante da remoção da linha  $i$  e da coluna  $j$  da matriz  $M$  e  $m_{ij}$  o elemento da linha  $i$  e coluna  $j$ .

O *RGA* é uma medida muito importante da controlabilidade de um dado sistema, sendo uma medida do grau de interação, da dominância diagonal. O *RGA* mede a sensibilidade de um sistema sendo independente do escalonamento.

Valores de  $\lambda_{ij} = 0$  indicam que a variável de saída  $i$  não sofre influência da variável de entrada  $j$ , quanto mais este valor se aproxima de 1, mais forte é a dependência da variável de saída  $i$  com a variável de entrada  $j$ . Valores negativos de  $\lambda_{ij}$  indicam que o sinal do ganho em malha aberta em relação a malha fechada tem sinais diferentes o que é perigoso, uma vez que o sistema é condicionalmente estável, devendo ser evitado na escolha do emparelhamento.

A análise de sistemas através da Matriz de Ganhos Relativos foi introduzida como uma medida da interação estacionária entre entradas e saídas para o projeto de controladores descentralizados, porém sua utilização pode ser estendida avaliando-se a matriz para  $G(j\omega)$  para diversas frequências. As regras para escolha do emparelhamento são semelhantes às descritas para o *RGA* estacionário: busca-se uma matriz de ganhos relativos mais próxima à identidade na região da frequência de corte do sistema (SKOGESTAD & POSTLETHWAITE, 1996).

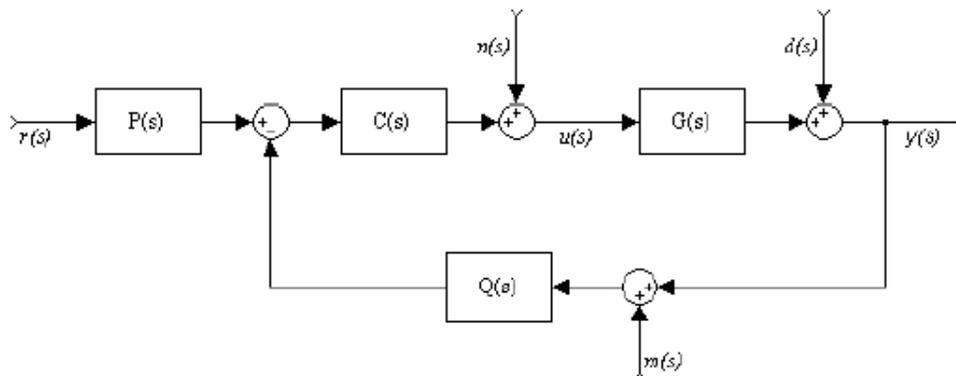
### ***Interações Positivas e Negativas***

A interação entre duas malhas é dita positiva, se todos os elementos *RGA* oriundos dessa relação são positivos. Para um sistema 2x2 é fácil verificar que se há um número par de valores positivos na matriz de ganho do sistema, o valor do  $\lambda_{1,1} = 1/(1 - k_{1,2}k_{2,1}/k_{1,1}k_{2,2})$  será positivo e compreendido entre 0 e 1. Esse é um tipo comum de interação em sistemas multivariáveis, e sobre essas condições uma malha favorece a outra. Ou seja, na tentativa de suprimir um distúrbio em uma das malhas, as ações de controle tomadas favorecem as duas malhas consideradas, não há competição entre as malhas.

Na existência de um número ímpar de valores positivos na matriz de ganho do sistema, o valor do primeiro *RGA* ( $\lambda_{1,1}$ ) será ou menor que 0 ou maior que 1, neste caso o tipo de interação é dito negativo. Nesta condição, haverá valores de *RGA* negativo, indicando sinais contrários em malha aberta e em malha fechada. Para este tipo de interação, as malhas têm um efeito desfavorável entre si.

## A.7 Malha de Controle com dois graus de liberdade (2GL)

Considerando a malha de controle feedback apresentada pela figura abaixo



**Figura A.2:** Malha de controle 2GL.

A ‘planta’ é representada pela matriz de transferência  $G(s)$ , que retorna as saídas  $y(s)$ , acrescidas dos denominados distúrbios do processo  $d(s)$  referentes a incertezas na modelagem, para um conjunto de entradas  $u(s)$  somadas ao distúrbio na carga  $n(s)$  referentes a uma alteração de propriedades não controladas do processo, e ao erro de medida  $m(s)$ .

Os blocos  $C(s)$ ,  $P(s)$  e  $Q(s)$  representam controladores, matrizes de transferência (que relacionam entradas e saídas de um bloco) projetadas para melhorar o desempenho do processo e mantê-lo no ponto de operação desejado. O controlador  $C(s)$  denominado de compensador feedback tem o objetivo de reduzir os efeitos da incerteza (distúrbios e erros de modelagem) mantendo o processo no ponto de operação. O pré-filtro  $P(s)$  propicia mudanças de setpoint de acordo com objetivos pré-estabelecidos, além de eliminar possíveis distúrbios no valor de referência  $r(s)$ . Por fim, o controlador  $Q(s)$ , pode ser utilizado para filtrar erros de medida ou de modelagem antes destes serem realimentados ao sistema.

### **Relações Fundamentais**

#### Função de transferência da malha aberta

Corresponde à função de transferência do sinal de referência para as saídas em malha aberta, ou seja, é equivalente às funções de transferência do controlador e da planta, em série.

$$L = GCP \quad (\text{A.27})$$

#### Função de sensibilidade

Representa a sensibilidade do sistema aos distúrbios na entrada e saída da planta, ou seja, é a função de transferência de  $d(s)$  para  $y(s)$ . Para o nosso sistema corresponde a

$$S = (I + GCQ)^{-1} \quad (\text{A.28})$$

### Função em malha fechada

Representa a função de transferência do sinal de referência para as saídas em malha fechada, podendo ser expressa por

$$T = SL = (I + GCQ)^{-1}GCP \quad (\text{A.29})$$

A partir da função de sensibilidade e da função em malha fechada é possível determinar o intervalo de frequências no qual o sistema deve operar em malha fechada, sendo por isso de especial interesse para o controle feedback.

Para a configuração com um grau de liberdade ( $P(s) = Q(s)$ ) a função  $T$  é chamada de função ‘complementar’ de sensibilidade, cujo nome vem de uma propriedade matemática, de fácil comprovação, segundo a qual  $S + T = I$ . Assim, se  $S$  for elevado  $T$  deve ser baixo, e vice-versa. Para o caso multivariável a generalização da curva das funções de sensibilidade pode ser obtida através de bandas superior e inferior, calculadas a partir dos valores singulares máximo e mínimo da matriz de transferência destas funções para cada frequência.

A partir das relações acima, considerando um grau de liberdade

$$y = Tr + Sd - Tm \quad (\text{A.30})$$

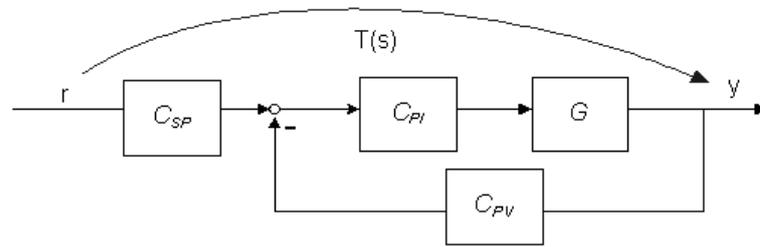
$$e = y - r = -Sr + Sd - Tm \quad (\text{A.31})$$

O controle perfeito de uma unidade é obtido se  $e = 0$ , quando a variável controlada se encontra exatamente no valor desejado. Para esta condição a solução trivial é  $S = T = 0$ . Porém isto não é possível, pois se a função complementar de sensibilidade  $T$  não transmite os erros de medida ( $m(T \approx 0)$ ), a função de sensibilidade passará a responder a distúrbios na entrada e saída da planta ( $S \approx I$ ), e do mesmo modo, se  $S \approx 0$ , então  $T \approx I$ . Este paradoxo, onde tanto  $T$  quanto  $S$  precisam ser minimizados para que a malha de controle seja eficiente é o que torna o problema de controle feedback difícil e interessante.

Na prática da indústria química os níveis de incerteza e de ruído na medida se tornam relevantes somente a altas frequências, enquanto a rejeição a distúrbios é geralmente necessária a baixas frequências, deste modo, um bom sistema de controle deve possuir  $S$  reduzido a baixas frequências e  $T$  reduzido a altas frequências. Além disso, o uso de dois graus de liberdade invalida a idéia de complementabilidade permitindo maior flexibilidade, pois nesse caso a especificação da função  $T$  não implica na especificação automática da função de sensibilidade  $S$ .

### Malha 2GL com Controlador PID

Aplicando uma nova notação na malha 2GL vista anteriormente, tem-se



**Figura A.3:** Malha 2GL com PID

Onde no bloco compensador é mantida a ação proporcional e integral, que em geral é bastante similar nas diversas parametrizações existentes. Os blocos  $C_{SP}(s)$  e  $C_{PV}(s)$  são pré-filtros que implementam a ação derivativa tendo sua estrutura definida pela parametrização utilizada. Um algoritmo PID pode ser visto como a relação entre as ações de controle é dada pela seguinte expressão

$$\Delta u(s) = C_{PI} (C_{SP} \Delta y_R(s) - C_{PV} \Delta y(s)) = C_R(s) \Delta y_R(s) - C_V \Delta y(s) \quad (\text{A.32})$$

A estrutura da malha 2GL com controlador PID na forma apresentada, foi utilizada com sucesso em FACCIN (2004) onde foram apresentadas uma série de vantagens no projeto de controle listadas a seguir

- ✓ Consiste em uma forma de representação universal, de forma que qualquer parametrização de um PID comercial pode ser convertida para ela;
- ✓ Permite-se implementar a parametrização desejada em qualquer SDCD;
- ✓ Permite uma maior flexibilidade, pois a ação derivativa pode ser aplicada somente na variável de processo, evitando problemas numéricos na avaliação da derivada no caso de mudanças brusca nos set-points;
- ✓ É facilmente convertida para uma forma discreta, evitando problemas numéricos de discretização;
- ✓ Pode preservar estratégia “anti-windup” ao se manter o bloco  $C_{PI}(s)$  fixo;
- ✓ Fornece uma separação do problema de otimização em duas partes, de forma a facilitar a estratégia de resolução do problema, como será visto no próximo capítulo;

Além das vantagens citadas, a flexibilidade permite que o bloco  $C_{PI}(s)$  possa ser substituído por outros tipos de controladores, como por exemplo, o MPC.



## Apêndice B

# Fatoração e Desempenho Alcançável

### B.1 Fatoração Blaskche

A seguinte notação será utilizada para a representação de uma matriz de transferência em função das matrizes de realização do sistema

$$G(s) \cong \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \quad (\text{B.1})$$

Um sistema linear  $G(s)$  pode ser fatorado na entrada e na saída conforma a expressão (B.2). Onde  $F_1$  e  $F_0$  são matrizes de transferência contendo os zeros/pólos do sistema localizados no SPD. Os filtros  $F_1(s)$  e  $F_0(s)$  consistem em uma série de filtros de primeira ordem de forma que  $F_1(s)$  tem dimensão  $k \times k$ . Onde  $k$  corresponde ao número de saídas para a fatoração na saída e ao número de entradas para a fatoração na entrada.

$$G(s) = G_I(s)F_I(s); \quad G(s) = F_O(s)G_O(s) \quad (\text{B.2})$$

#### B.1.1 Fatoração de Zeros Positivos

##### Fatoração de Entrada

Seja  $G(s)$  um sistema linear contendo  $N_z$  zeros no SPD, com direções de entrada  $\hat{x}_{z,i}$  e  $\hat{u}_{z,i}$  definidas por

$$\begin{bmatrix} A - z_i I & B_{i-1} \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_{z,i} \\ \hat{u}_{z,i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.3})$$

Este sistema pode ser fatorado em,  $G(s) = G_I(s)F_I(s)$  onde

$$G_I(s) = \begin{bmatrix} A & B' \\ C & D \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

A matriz modificada  $B'$  e o filtro  $B_I$  pode ser calculada através de um procedimento iterativo para  $i = 1, \dots, N_z$  com  $B_0 = B$  e  $B' = B_{N_z}$ . A cada iteração as equações (B.4), (B.5) e (B.6) são calculadas exatamente nessa ordem.

$$B_i = B_{i-1} - 2\text{Re}(z_i) \hat{x}_{z,i} \hat{u}_{z,i}^H \quad (\text{B.5})$$

$$F_i(s) = I - \frac{2\text{Re}(z_i)}{s + \bar{z}_i} \hat{u}_{z,i} \hat{u}_{z,i}^H \quad (\text{B.6})$$

$$F_I(s) = F_{N_z}(s) F_{N_z-1}(s) \dots F_1(s) = \prod_{i=0}^{N_z-1} F_{N_z-i}(s) \quad (\text{B.7})$$

É importante salientar que as direções não são as mesmas dos zeros de transmissão, com exceção do primeiro zero fatorado, uma vez que o sistema é modificado.

## Fatoração de saída

$G(s)$  contendo  $N_z$  SPD-zeros  $z_i$ , com direções de saída  $\hat{x}_{z,i}$  e  $\hat{y}_{z,i}$  definidas por

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_{z,i}^H & \hat{y}_{z,i}^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A - z_i I & B \\ C_{i-1} & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.8})$$

pode ser fatorado em,  $G(s) = F_O(s) G_O(s)$  onde

$$G_O(s) = \begin{bmatrix} A & B \\ C' & D \end{bmatrix} \quad (\text{B.9})$$

A matriz modificada  $C'$  pode ser calculada através de um procedimento iterativo para  $i = 1, \dots, N_z$  com  $C_0 = C$  e  $C' = C_{N_z}$ . A cada iteração as equações (B.9), (B.10) e (B.11) são calculadas exatamente nessa ordem.

$$C_i = C_{i-1} - 2\text{Re}(z_i) \hat{y}_{z,i} \hat{x}_{z,i}^H \quad (\text{B.10})$$

$$F_i(s) = I - \frac{2\text{Re}(z_i)}{s + \bar{z}_i} \hat{y}_{z,i} \hat{y}_{z,i}^H \quad (\text{B.11})$$

$$F_O(s) = F_{N_z}(s) F_{N_z-1}(s) \dots F_1(s) = \prod_{i=0}^{N_z-1} F_{N_z-i}(s) \quad (\text{B.12})$$

## B.1.2 Fatoração de Pólos Positivos

### Fatoração de entrada

Seja  $G(s)$  um sistema linear contendo  $N_p$  SPD-pólos  $p_i$ , com direções de entrada  $\hat{x}_{p,i}$  e  $\hat{u}_{p,i}$  definidas por

$$\hat{x}_{p,i}^H (A_{i-1} - p_i I) = 0; \quad \hat{u}_{p,i} = B^T \hat{x}_{p,i} \quad (\text{B.13})$$

pode ser fatorado em,  $G(s) = G_I(s)F_I(s)$  onde

$$G_I(s) = \begin{bmatrix} A' & B \\ C' & D \end{bmatrix} \quad (\text{B.14})$$

As matrizes modificadas  $A'$  e  $C'$  podem ser calculadas através de um procedimento iterativo para  $i = 1, \dots, N_p$  com  $C_0 = C$ ,  $C' = C_{Nz}$ ,  $A_0 = A$  e  $A' = A_{Nz}$ .

$$A_i = A_{i-1} - 2\text{Re}(p_i) B \hat{u}_{p,i} \hat{x}_{p,i}^H \quad / \quad C_i = C_{i-1} - 2\text{Re}(p_i) D \hat{u}_{p,i} \hat{x}_{p,i}^H \quad (\text{B.15})$$

$$F_i(s) = I + \frac{2\text{Re}(p_i)}{s - p_i} \hat{u}_{p,i} \hat{u}_{p,i}^H \quad (\text{B.16})$$

$$F_I(s) = F_{Np}(s) F_{Np-1}(s) \dots F_1(s) = \prod_{i=0}^{Np-1} F_{Np-i}(s) \quad (\text{B.17})$$

### Fatoração de saída

$G(s)$  contendo  $N_p$  SPD-pólos  $p_i$ , com direções de saída  $\hat{x}_{p,i}$  e  $\hat{y}_{p,i}$  definidas por

$$(A_{i-1} - p_i I) \hat{x}_{p,i} = 0; \quad \hat{y}_{p,i} = C \hat{x}_{p,i} \quad (\text{B.18})$$

pode ser fatorado em,  $G(s) = F_O(s)G_O(s)$  onde

$$G_O(s) = \begin{bmatrix} A' & B' \\ C & D \end{bmatrix} \quad (\text{B.19})$$

As matrizes modificadas  $A'$  e  $B'$  podem ser calculadas através de um procedimento iterativo de  $i = 1, \dots, N_p$  com  $B_0 = B$ ,  $B' = B_{Nz}$ ,  $A_0 = A$  e  $A' = A_{Nz}$ .

$$A_i = A_{i-1} - 2\text{Re}(p_i) \hat{x}_{p,i} \hat{y}_{p,i}^H C \quad / \quad B_i = B_{i-1} - 2\text{Re}(p_i) \hat{x}_{p,i} \hat{y}_{p,i}^H D \quad (\text{B.20})$$

$$F_i(s) = I + \frac{2\operatorname{Re}(p_i)}{s - p_i} \hat{y}_{p,i} \hat{y}_{p,i}^H \quad (\text{B.21})$$

$$F_O(s) = F_{N_p}(s)F_{N_p-1}(s)\dots F_1(s) = \prod_{i=0}^{N_p-1} F_{N_p-i}(s) \quad (\text{B.22})$$

## B.2 Fatoração de Tempo Morto

Um sistema linear  $G(s)$  com tempo morto pode ser fatorado como

$$G(s) = D_o(s)G_m(s)D_l(s) \quad (\text{B.23})$$

Sendo  $G_m$  a matriz de transferência com a dinâmica do sistema e o tempo morto residual não passível de fatoração.

$$D_o = \exp\{\operatorname{diag}(-\alpha_1, \dots, -\alpha_{n_o})\} \quad \backslash \quad D_l = \exp\{\operatorname{diag}(-\beta_1, \dots, -\beta_{n_l})\} \quad (\text{B.24})$$

Onde  $\beta_i$  corresponde ao menor tempo morto entre todas as saídas para a entrada  $i$  (menor tempo morto na coluna  $i$  da matriz  $G(s)$ ) e  $\alpha_i$  corresponde ao menor tempo morto entre todas as entradas para a saída  $i$  (menor tempo morto na linha  $i$  da matriz  $G(s)$ ).

Não fica garantido a não existência de tempo morto em  $G_m(s)$ , no entanto, o tempo morto persistente pode ser substituído por uma aproximação de Padé.

## B.3 Performance Alcançável

### B.3.1 Zeros Positivos

Se  $G(s)$  tem um zero no SPD ( $z$ ), com direção de saída  $y_z$ , para manter a estabilidade interna da malha, o sistema feedback não deve cancelar o esse zero. Assim,  $L = GC$  deve ter um zero alocado na mesma posição com a mesma direção de saída.

$$y_z^H G(z) = 0 \Rightarrow y_z^H G(z)C(z) = 0 \quad (\text{B.25})$$

como  $T = LS$ , as restrições de interpolação levam ao seguinte resultado

$$y_z^H T(z) = 0; \quad y_z^H S(z) = y_z^H \quad (\text{B.26})$$

Uma possível solução é dada pela expressão

$$T(s) = F_{o,z}(s)\tilde{F}_{o,z}^{-1}(0)T_d(s) \quad (\text{B.27})$$

Onde  $T_d(s)$  é o desempenho ideal, desejado para o sistema,  $F_{O,z}(s)$  é o filtro da fatoração da saída do sistema para os zeros positivos e  $\tilde{F}_{O,z}^{-1}$  é a pseudo-inversa de  $B_{O,z}(0)$ . Sendo  $z$  é um zero de  $F_{O,z}(s)$ .

O fator  $\tilde{F}_{O,z}^{-1}$  é inserido para que  $F_{O,z}(s)\tilde{F}_{O,z}^{-1}(0) = I$  preservando assim as características estacionárias  $T(0) = T_d(0)$ .

$T(s)$  é diferente de  $T_d(s)$ , mas tem exatamente os mesmos valores singulares, uma vez que  $F_{O,z}(s)$  contém todos os SPD-zeros do sistema, as propriedades de robustez são mantidas são preservadas na saída da planta.

### B.3.2 Pólos Positivos

Se  $G(s)$  tem um pólo no SPD ( $p$ ), com direção de saída  $y_p$ , para manter a estabilidade interna da malha, o sistema feedback não deve cancelar o pólo no SPD. Assim,  $L^{-1} = (GC)^{-1}$  deve ter um zero no SPD com a mesma direção de  $G(s)$

$$G^{-1}(p)y_p = 0 \Rightarrow C^{-1}(p)G^{-1}(p)y_p = 0 \quad (\text{B.28})$$

como  $T = LS \Rightarrow S = TL^{-1}$ , as restrições

$$S(p)y_p = 0; \quad T(p)y_p = y_p \quad (\text{B.29})$$

devem ser satisfeitas, o que significa que  $S$  deve ter um SPD-zero com a mesma direção de entrada correspondente à direção de saída  $y_p$ , portanto

$$T(s) = I - (I - T_d(s))\tilde{F}_{I,p}^{-1}(0)F_{I,p}(s) \quad (\text{B.30})$$

O fator  $\tilde{F}_{I,p}^{-1}$  é inserido para que  $\tilde{F}_{I,p}^{-1}(0)F_{I,p}(s) = I$  preservando assim as características estacionárias  $T(0) = T_d(0)$ .

$$F_{I,p}(p)y_p = 0 \Rightarrow T(p)y_p = (I - (I - T_d(p))\tilde{F}_{I,p}^{-1}(0)F_{I,p}(p))y_p \Leftrightarrow T(y_p)y_p = y_p \quad (\text{B.31})$$

De novo,  $\sigma_i(T(j\omega)) = \sigma_i(T_d(j\omega))$ , e  $F_{I,p}(s)$  contendo todos os SPD-pólos do sistema, as propriedades de robustez especificadas são preservadas.

### B.3.3 Tempo Morto

Grandes tempos mortos deterioram a performance de controle. Se o sistema apresenta tempo morto e pode ser fatorado.

$$T(s) = D_o(s)T_d(s)D_i(s) \quad (\text{B.32})$$

Então, se o sistema tem atrasos na entrada, a performance alcançável não pode ser mais rápida do que a capacidade de manipular essas entradas. De maneira equivalente, se o sistema tem atraso de tempo na saída,  $T$  não pode ser mais rápida que a nossa capacidade de mensurar as saídas.

### **B.3.4 Generalização**

De forma genérica, se  $G(s)$  apresenta SPD-zeros, SPD-pólos e atraso de tempo, a performance alcançável pode ser obtida pela expressão abaixo

$$T(s) = D_o(s)F_{o,z}(s)\tilde{F}_{o,z}^{-1}(0)\left(I - (I - T_d(s))\tilde{F}_{l,p}^{-1}(0)F_{l,p}(s)\right)D_l(s) \quad (\text{B.33})$$

Se nenhum fator de fase não mínima se encontra presente no sistema.  $D_o, D_l, F_{o,z}$  e  $F_{l,p} = I$ , logo

$$T(s) = T_d(s) \quad (\text{B.34})$$

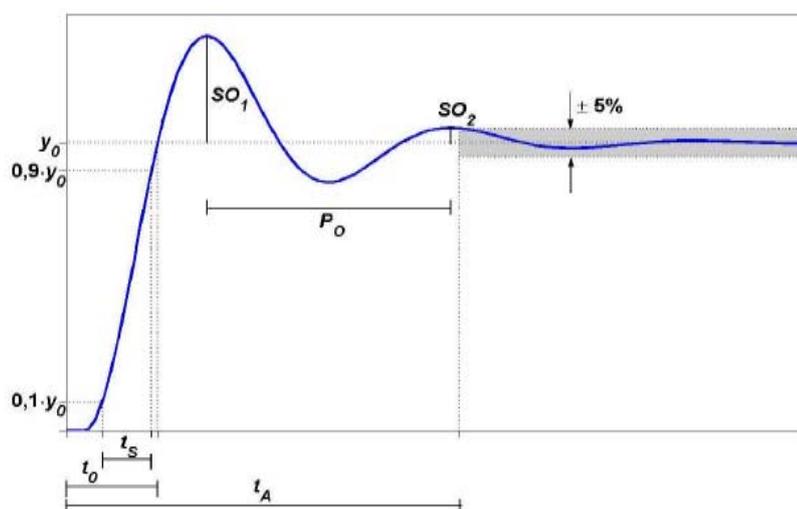
## Apêndice C

### Critérios de Avaliação e Desempenho

A resposta do sistema controlado depende fortemente dos parâmetros selecionados para o controlador. No projeto de controle por realimentação deve-se definir qual controlador feedback deve ser usado para controlar um dado processo e de que forma se pode selecionar os valores para os parâmetros ajustáveis (problema de sintonia).

Para responder a estas duas questões de projeto é necessário a utilização de uma medida quantitativa para comparar as alternativas e selecionar o melhor tipo de controlador e conseqüentemente os melhores valores para seus parâmetros. Esses critérios são chamados de critérios de desempenho e consistem em uma série de parâmetros mensuráveis que indicam o quão bom (ou ruim) é o sistema de controle avaliado.

#### C.1 Critérios de Desempenho



**Figura C.1:** Resposta típica de processos de segunda ordem subamortecidos.

Os critérios de desempenho podem ser avaliados em estado estacionário ou em regime transiente (resposta dinâmica). O principal critério de desempenho em estado estacionário é a medida do erro estacionário ('offset'), que corresponde à diferença entre o valor estacionário da variável controlada e seu valor de referência. É altamente desejado seu valor como sendo nulo.

Maiores informações sobre o desempenho dinâmico de um sistema é obtido em regime transiente. A avaliação do desempenho dinâmico de um sistema em malha fechada pode ser realizada com base em dois tipos de critérios:

- ✓ Critérios que utilizam poucos pontos da resposta. Estes critérios são simples, mas fornecem valores aproximados;
- ✓ Critérios que usam toda a resposta em malha fechada, do tempo inicial ( $t=0$ ) até um tempo  $t$  (final da simulação) muito grande. Estes critérios são mais precisos, embora sejam mais trabalhosos de se estimar.

Do primeiro grupo pode-se destacar dentre os mais importantes e mais comumente usados:

**Tabela C.1:** Critérios de desempenho que utilizam pontos da resposta do sistema.

<b>Tempo de Assentamento (<math>t_A</math>):</b> tempo necessário para se ter a resposta no interior de uma faixa percentual arbitrária do valor estacionário, no caso 5% (D'AZZO e HOUPIS, 1978).	
<b>Tempo de Duplicação (<math>t_0</math>):</b> tempo necessário para se ter, pela primeira vez, erro nulo, em resposta à mudança no valor da variável de referência (D'AZZO e HOUPIS, 1978).	
<b>Tempo de Subida (<math>t_s</math>):</b> tempo que o sistema leva para passar de 10% até 90% do valor estacionário para resposta frente à mudança no valor da variável de referência (ASTROM e HAGGLUND, 1995).	
<b>Razão de Decaimento (RD):</b> Razão entre dois valores máximos consecutivos do sinal de erro (ASTROM e HAGGLUND, 1995).	$RD = \frac{SO_2}{SO_1}$
<b>Overshoot Percentual (OV):</b> Razão entre o máximo valor assumido pelo sinal de erro ,após o tempo de duplicação , e o valor estacionário da variável $y$ ( $y_0$ ) normalizado pelo ganho do processo ( $K$ ) para uma mudança no valor de referência.	$OV(\%) = \left  \frac{SO_1}{y_0/K} \right  \cdot 100\%$
<b>Período de Oscilação (<math>P_0</math>):</b> Diferença de tempo entre dois valores máximos consecutivos do sinal de erro (MARLIN, 1995).	

Na tabela C.2 encontram-se o os principais critérios que utilizam todos os pontos da resposta do sistema.

**Tabela C.2:** Critérios de Desempenho Integrais.

<b>Integral do Erro (IE):</b> Integral do sinal de erro no tempo. Este critério não é usual pois erros positivos cancelam erros negativos podendo mascarar resultados para respostas sub amortecidas (MARLIN, 1995)	$IE = \int_0^{\infty} e(t) dt$
<b>Integral do Erro Absoluto (IAE):</b> Integral do valor absoluto do sinal do erro no tempo. Equivale a soma das áreas acima e abaixo do valor de referência (MARLIN, 1995).	$IAE = \int_0^{\infty}  e(t)  dt$
<b>Integral do Erro Absoluto ponderado no tempo (ITAE):</b> Integral do produto do valor absoluto do sinal de erro pelo tempo. Esse índice penaliza erros que se mantêm no tempo (MARLIN, 1995).	$ITAE = \int_0^{\infty}  e(t)  t dt$
<b>Integral do Erro Quadrático (ISE):</b> Integral do quadrado do valor do erro. Esse índice penaliza mais, valores maiores do sinal do erro (MARLIN, 1995).	$ISE = \int_0^{\infty} e^2(t) dt$

## C.2 Especificação de Desempenho

Da mesma forma que se pode utilizar os critérios de desempenho para análise da resposta do sistema de controle e seleção dos parâmetros do controlador, pode-se estabelecer de acordo com os graus de liberdade, a função de transferência que satisfaça determinados critérios previamente estabelecidos.

### Sistemas de Primeira Ordem

Um sistema de primeira ordem com ganho unitário e sem tempo morto pode ser representado pela seguinte equação em Laplace

$$T_d(s) = \frac{1}{\tau s + 1} \quad (\text{C.1})$$

Neste caso só há um grau de liberdade e conseqüentemente apenas um parâmetro pode ser especificado e como sistemas de primeira ordem não podem gerar pólos complexos tendo em vista que estes só ocorrem aos pares, este parâmetro só tem influência na velocidade com que o sistema responde.

### Sistemas de Segunda Ordem

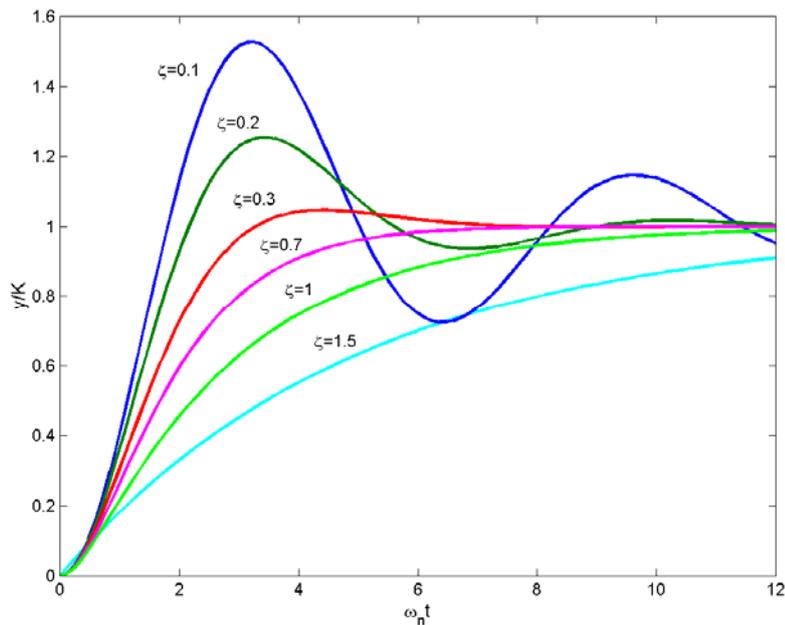
Um sistema de segunda ordem apresenta a equação em Laplace

$$T(s) = \frac{1}{\frac{1}{\omega_n^2} s^2 + \left(2\zeta \frac{1}{\omega_n}\right) s + 1} \quad (\text{C.2})$$

A resposta ao degrau unitário para sistemas subamortecidos ( $\zeta < 1$ ) é expressa por

$$Y(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin\left(\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t + \cos^{-1} \zeta\right) \quad (\text{C.3})$$

A Figura C.2 apresenta o comportamento de uma função de transferência de segunda ordem para diferentes valores de fator de amortecimento.



**Figura C.2:** Comportamento Dinâmico de Sistemas de 2ª Ordem para diferentes valores de fator de amortecimento ( $\zeta$ ).

Exceto para certas aplicações onde oscilações não são permitidas é desejável que a resposta seja suficientemente rápida e suficientemente amortecida. É recomendável valores de fator de amortecimento na faixa entre 0.4 e 0.8, pois acima dessa faixa a resposta é muito amortecida (lenta) e abaixo dessa faixa a resposta tem uma sobre-elevação muito grande.

Para um sistema de segunda ordem podem ser especificados dois parâmetros, como por exemplo, o tempo de subida e a sobre-elevação máxima permitida, que são fatores que dependem da natureza do processo.

## Segunda Ordem com Zero

A função de transferência padrão de segunda ordem pode ser modificada pela presença de um zero mantendo o ganho unitário como na expressão (C.4). Onde  $z$  corresponde ao valor do zero.

$$G(s) = \frac{(1/z)(s+z)}{\frac{1}{\omega_n^2} s^2 + \left(2\zeta \frac{1}{\omega_n}\right) s + 1} \quad (\text{C.4})$$

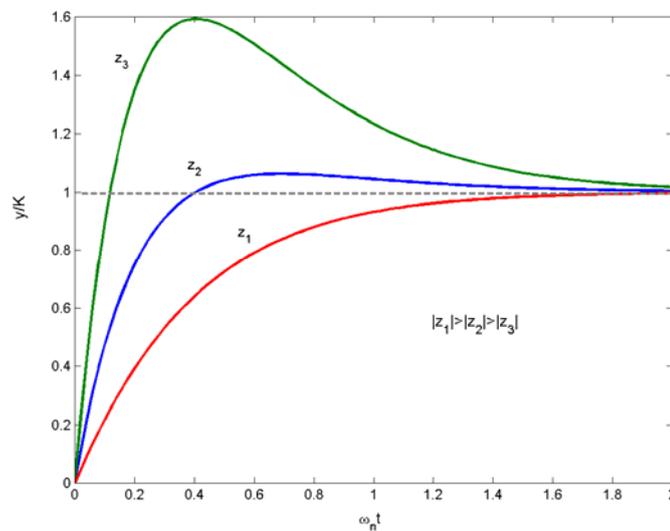
Neste caso a resposta do sistema é modificada em relação a resposta original ( $Y(t)$  da expressão (C.3))

$$Y_z(t) = Y(t) + \frac{1}{z} \frac{dY}{dt} \quad (\text{C.5})$$

O que implica no fato de que o zero insere um termo funcional que consiste na derivada da resposta sem o zero. O que se pode perceber é que se o valor de  $z$  em módulo é muito grande o termo da derivada é pequeno e a resposta é basicamente a mesma do sistema sem o zero. No entanto se o valor do zero é pequeno esse termo passa a ter bastante influência na resposta. De fato isso ocorre quando a magnitude do zero é menor que o pólo mais próximo da origem.

A inserção de um zero se torna interessante para um processo de elevada ordem, e só é justificável quando o zero inserido é mais rápido que os pólos do sistema, caso contrário o mesmo comportamento poderia ser gerado em tese por uma função de segunda ordem padrão sem zero.

A Figura C.3 apresenta um aspecto qualitativo do efeito de um zero inserido na função de transferência de 2ª ordem. Quando menor o valor do zero em módulo, mais rápida será a atuação desse zero e mais sentido será esse efeito na resposta do sistema. Deve-se observar que a sobre-elevação proveniente de um zero não produz oscilação.



**Figura C.3:** Efeito da posição de um zero na dinâmica de um processo de segunda ordem.

## Sistemas de Ordem Geral

Quando se deseja trabalhar com funções de transferência de ordens superiores pode-se trabalhar com funções de transferências cujos coeficientes foram otimizados segundo o critério ITAE (FACCIN, 2004). A única limitação é que estas funções só tem um parâmetro de ajuste e dinâmicas padrões.

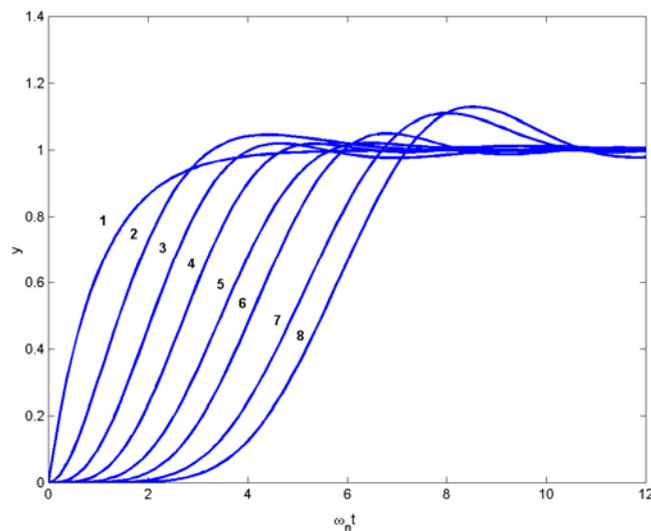
$$T_0(s) = \frac{b_0}{s^m + b_{m-1}s^{m-1} + \dots + b_1s + b_0} \quad (\text{C.6})$$

**Tabela C.3:** Funções de transferência com coeficientes otimizados baseados critério ITAE a uma resposta ao degrau unitário.

---


$$\begin{aligned}
 & s + \omega_n \\
 & s^2 + 1.4\omega_n s + \omega_n^2 \\
 & s^3 + 1.75\omega_n s^2 + 2.15\omega_n^2 s + \omega_n^3 \\
 & s^4 + 2.1\omega_n s^3 + 3.4\omega_n^2 s^2 + 2.7\omega_n^3 s + \omega_n^4 \\
 & s^5 + 2.8\omega_n s^4 + 5.0\omega_n^2 s^3 + 5.5\omega_n^3 s^2 + 3.4\omega_n^4 s + \omega_n^5 \\
 & s^6 + 3.25\omega_n s^5 + 6.6\omega_n^2 s^4 + 8.6\omega_n^3 s^3 + 7.45\omega_n^4 s^2 + 3.95\omega_n^5 s + \omega_n^6 \\
 & s^7 + 4.475\omega_n s^6 + 10.42\omega_n^2 s^5 + 15.08\omega_n^3 s^4 + 15.54\omega_n^4 s^3 + 10.64\omega_n^5 s^2 + 4.58\omega_n^6 s + \omega_n^7 \\
 & s^8 + 5.2\omega_n s^7 + 12.8\omega_n^2 s^6 + 21.6\omega_n^3 s^5 + 25.75\omega_n^4 s^4 + 22.2\omega_n^5 s^3 + 13.3\omega_n^6 s^2 + 5.15\omega_n^7 s + \omega_n^8
 \end{aligned}$$


---



**Figura C.4:** Resposta ao degrau unitário das funções de transferência da tabela variando a ordem (m).

## Apêndice D

### Parametrizações do Controlador PID

Os algoritmos PID ideais mais difundidos são representados esquematicamente pelas expressões abaixo

$$C(s) = K_{P,S} \left( 1 + \frac{1}{T_{I,S}s} \right) (1 + T_{D,S}s) \text{ (série)} \quad (\text{D.1})$$

$$C(s) = K_{P,P} \left( 1 + \frac{1}{T_{I,P}s} + T_{D,P}s \right) \text{ (paralela)} \quad (\text{D.2})$$

A equivalência dos parâmetros entre essas duas parametrizações são fornecidas na Tabela D.1.

**Tabela D.1:** Fórmulas de Conversão entre os algoritmos PID na forma série e paralela.

Série → Paralelo	Paralelo → Série ( $T_{I,S} \geq T_{D,S}$ )*	Paralelo → Série ( $T_{D,S} \geq T_{I,S}$ )*
$K_{P,P} = K_{P,S} \left( 1 + \frac{T_{I,S}}{T_{D,S}} \right)$	$K_{P,S} = \frac{K_{P,P}}{2} \left( 1 + \sqrt{1 - 4 \frac{T_{D,P}}{T_{I,P}}} \right)$	$K_{P,S} = \frac{K_{P,P}}{2} \left( 1 - \sqrt{1 - 4 \frac{T_{D,P}}{T_{I,P}}} \right)$
$T_{I,P} = T_{I,S} + T_{D,S}$	$T_{I,S} = \frac{T_{I,P}}{2} \left( 1 + \sqrt{1 - 4 \frac{T_{D,P}}{T_{I,P}}} \right)$	$T_{I,S} = \frac{T_{I,P}}{2} \left( 1 + \sqrt{1 - 4 \frac{T_{D,P}}{T_{I,P}}} \right)$
$T_{D,P} = \frac{T_{I,S} T_{D,S}}{T_{I,S} + T_{D,S}}$	$T_{D,S} = \frac{T_{I,P}}{2} \left( 1 - \sqrt{1 - 4 \frac{T_{D,P}}{T_{I,P}}} \right)$	$T_{D,S} = \frac{T_{I,P}}{2} \left( 1 + \sqrt{1 - 4 \frac{T_{D,P}}{T_{I,P}}} \right)$

\* Fórmulas válidas somente para ( $T_{I,P} \geq 4T_{D,P}$ )\*

Pode-se perceber que os parâmetros na forma série sempre possuem equivalentes na forma paralela, no entanto a recíproca não é verdadeira. Considerando que os parâmetros assumem valores reais, a forma série só consegue reproduzir a forma paralela se o radicando das expressões da Tabela D.1 assumir valores maiores ou iguais a zero, o que acontece quando a restrição de que  $T_{I,P} \geq 4T_{D,P}$  seja satisfeita.

Caso a restrição não seja satisfeita haverá o surgimento de zeros complexos, o que consiste em uma maior flexibilidade do algoritmo paralelo. Alguns estudos indicam que a forma paralela produz melhores resultados que a forma série, mas apresenta uma maior sensibilidade aos parâmetros resultando em ajuste mais complexo requerendo uma metodologia sistemática mais apurada. A forma série apresenta uma maior interação entre seus parâmetros (também chamada de forma interativa) facilitando o ajuste, o que torna esse algoritmo muito popular.

Na prática a ação derivativa não pode ser implementada da forma como foi apresentada nas equações D.1 e D.2 porque tal implementação resultaria em uma função de transferência não realizável (ordem do numerador maior do que a ordem do denominador). Sistemas reais não podem ser representados por uma função de transferência não realizável, porque isso implicaria em um sistema capaz de responder sem que necessariamente lhe seja transmitido um sinal de entrada. A ação derivativa como expressa nos algoritmos apresentados inserem um ganho crescente em altas frequências. Tal situação pode comprometer o desempenho do sistema de controle quando há presença de ruídos em altas frequências mesmo que em pequenas magnitudes.

Inserção de um filtro de atraso associado à ação derivativa, não só atenua os elevados ganhos em altas frequências como torna a função de transferência do controlador capaz de ser realizada.

É bastante comum se implementar a ação derivativa como expressa abaixo

$$D(s) = \frac{T_D s}{\alpha T_D s + 1} \quad (D.3)$$

Quanto menor for o valor assumido por  $\alpha$ , mais próximo da ação derivativa pura. Normalmente se utiliza  $\alpha=0.1$ , ou em torno desse valor.

De uma forma ou de outra a expressão D.3 sugere algoritmos padrões para a forma série e para a forma paralelo, mas a partir dessas, surgem uma série de variações principalmente no que diz respeito sobre em quais variáveis (de referência ou de processo) as ações básicas do controlador PID irão atuar.

A Tabela D.2 apresenta as parametrizações mais comumente encontradas na literatura sua respectiva conversão para a configuração base (com filtros  $C_{SP}$  e  $C_{PV}$ ), apresentada no capítulo 2, para controladores SISO.

**Tabela D.2** : Algoritmos PID e respectivas formas convertidas para a configuração base\*.

<b>Algoritmo</b>	<b>Conversão</b>
<i>PID série padrão:</i> $\Delta U(s) = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_I s} \right) \left( \frac{T_D s + 1}{\alpha T_D s + 1} \right) [\Delta Y_R(s) - \Delta Y(s)]$	$C_{SP} = C_{PV} = \left( \frac{T_D s + 1}{\alpha T_D s + 1} \right)$
<i>PID série alternativo:</i> $\Delta U(s) = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_I s} \right) \left( 1 + \frac{T_D s}{\alpha T_D s + 1} \right) [\Delta Y_R(s) - \Delta Y(s)]$	$C_{SP} = C_{PV} = \left( \frac{(1 + \alpha) T_D s + 1}{\alpha T_D s + 1} \right)$
<i>PID série padrão -D atuando apenas sobre y:</i> $\Delta U(s) = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_I s} \right) \left( \Delta Y_R(s) - \frac{T_D s + 1}{\alpha T_D s + 1} \Delta Y(s) \right)$	$C_{SP} = 1; C_{PV} = \left( \frac{T_D s + 1}{\alpha T_D s + 1} \right)$
<i>PID série padrão -P e D atuando apenas sobre y:</i> $\Delta U(s) = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_I s} \right) \left( \Delta Y_R(s) - \left( 1 + \frac{T_D s + 1}{\alpha T_D s + 1} \right) \Delta Y(s) \right)$	$C_{SP} = \frac{1}{T_I s + 1}; C_{PV} = \left( \frac{T_D s + 1}{\alpha T_D s + 1} \right)$
<i>PID paralelo padrão:</i> $\Delta U(s) = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + \frac{T_D s}{\alpha T_D s + 1} \right) [\Delta Y_R(s) - \Delta Y(s)]$	$C_{SP} = C_{PV} = \frac{(1 + \alpha) T_I T_D s^2 + (T_I + \alpha T_D) s + 1}{\alpha T_I T_D s^2 + (T_I + \alpha T_D) s + 1}$
<i>PID paralelo alternativo:</i> $\Delta U(s) = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + \frac{T_D s}{\alpha s + 1} \right) [\Delta Y_R(s) - \Delta Y(s)]$	$C_{SP} = C_{PV} = \frac{(1 + \alpha) T_D s + 1}{\alpha T_D s + 1}$
<i>PID paralelo padrão -D atuando apenas sobre y:</i> $\Delta U(s) = K_P \left[ \left( 1 + \frac{1}{T_I s} \right) \Delta Y_R(s) - \left( 1 + \frac{1}{T_I s} \frac{T_D s}{\alpha T_D s + 1} \Delta Y(s) \right) \right]$	$C_{SP} = 1$ $C_{PV} = \frac{(1 + \alpha) T_I T_D s^2 + (T_I + \alpha T_D) s + 1}{\alpha T_I T_D s^2 + (T_I + \alpha T_D) s + 1}$
<i>PID paralelo padrão- P e D atuando apenas sobre y:</i> $\Delta U(s) = K_P \left[ \begin{array}{c} \left( \frac{1}{T_I s} \right) \Delta Y_R(s) \\ - \left( 1 + \frac{1}{T_I s} \frac{T_D s}{\alpha T_D s + 1} \Delta Y(s) \right) \end{array} \right]$	$C_{SP} = \frac{1}{T_I s + 1}$ $C_{PV} = \frac{(1 + \alpha) T_I T_D s^2 + (T_I + \alpha T_D) s + 1}{\alpha T_I T_D s^2 + (T_I + \alpha T_D) s + 1}$

\*Fonte-Faccin(2004).

Como pode-se perceber nas expressões dos algoritmos reais apresentados na Tabela D.2, alguns algoritmos apresentam relações diferenciadas entre a ação de controle com a variável de processo ( $y$ ) e a variável de referência ( $y_r$ ). Tal constatação justifica a geração de filtros diferenciados para cada uma dessas relações, mantendo o que todas elas têm em comum que é a forma com que a ação proporcional e integral são implementadas.

O controlador SISO pode então ser fatorado em três blocos sem perda de generalidade

$$C_{PI}(s) = \left( 1 + \frac{1}{T_I s} \right) \quad (D.4)$$

$$C_{SP}(s) = \frac{1}{C_{PI}} \left( \frac{\Delta U(s)}{\Delta Y_R(s)} \right) \quad (D.5)$$

$$C_{PV}(s) = - \frac{1}{C_{PI}(s)} \left( \frac{\Delta U(s)}{\Delta Y_R(s)} \right) \quad (D.6)$$

A equação em malha fechada para o sistema de controle feedback é estabelecida como

$$T(s) = \frac{G(s)C_{PI}(s)C_{SP}(s)}{1 + G(s)C_{PI}(s)C_{PV}(s)} \quad (D.7)$$

Se os filtros  $C_{SP}$  e  $C_{PV}$  são considerados como matrizes diagonais (consideração realizada nesse trabalho para o projeto de controladores MIMO), a extensão para multivariável é direta. Restringindo apenas que a ação derivativa seja a mesma para cada entrada do sistema, ou matematicamente, a ação derivativa seja mesma para cada coluna da matriz de transferência multivariável uma vez que as matrizes diagonais de filtros são multiplicadas matricialmente a direita do bloco  $C_{PI}$ .

Essa restrição não apenas permite a fatoração dos blocos de uma forma simplificada, como favorece a implementação da estratégia de otimização implementada e apresentada no capítulo 3, além de facilitar a implementação da ação derivativa na prática. Além disso, fixando o valor do tempo derivativo ( $T_D$ ), os demais parâmetros do controlador irão se deslocar de forma independente nos canais da matriz multivariável de forma a atenuar essa imposição.

Para facilitar a resolução dos problemas de otimização se torna conveniente escrever os filtros de forma a isolar a variável de decisão ( $T_D$ ). Se observarmos as equações da Tabela D.2 percebemos que todas as parametrizações podem ser escritas na forma:

$$C_{SP}(s) = \frac{\alpha_{SP}(s)T_D + 1}{\beta_{SP}(s)T_D + \gamma_{SP}(s)} \quad \text{e} \quad C_{PV}(s) = \frac{\alpha_{PV}(s)T_D + 1}{\beta_{PV}(s)T_D + \gamma_{PV}(s)} \quad (D.8)$$

**Tabela D.3:** Coeficientes da equação genérica para o filtro da variável de referência ( $C_{SP}$ ).

<b>Equação</b>	$\alpha_{SP}$	$\beta_{SP}$	$\gamma_{SP}$
<i>PID série padrão</i>	$s$	$\alpha s$	1
<i>PID série alternativo</i>	$(1 + \alpha)s$	$\alpha s$	1
<i>PID série padrão</i> <i>D atuando apenas sobre y</i>	0	0	1
<i>PID série padrão</i> <i>P e D atuando apenas sobre y</i>	0	0	$T_I s + 1$
<i>PID paralelo padrão</i>	$\frac{(1 + \alpha)T_I s^2 + \alpha s}{T_I s + 1}$	$\frac{\alpha T_I s^2 + \alpha s}{T_I s + 1}$	1
<i>PID paralelo alternativo</i>	$\frac{T_I s^2}{\alpha T_I s^2 + (T_I + \alpha)s + 1}$	0	1
<i>PID paralelo padrão</i> <i>D atuando apenas sobre y</i>	0	0	1
<i>PID paralelo padrão</i> <i>P e D atuando apenas sobre y</i>	0	0	$T_I s + 1$

**Tabela D.4:** Coeficientes da equação genérica para o filtro da variável de processo ( $C_{PV}$ ).

<b>Equação</b>	$\alpha_{PV}$	$\beta_{PV}$	$\gamma_{PV}$
<i>PID série padrão</i>	$s$	$\alpha s$	1
<i>PID série alternativo</i>	$(1 + \alpha)s$	$\alpha s$	1
<i>PID série padrão</i> <i>D atuando apenas sobre y</i>	$s$	$\alpha s$	1
<i>PID série padrão</i> <i>P e D atuando apenas sobre y</i>	$s$	$\alpha s$	1
<i>PID paralelo padrão</i>	$\frac{(1 + \alpha)T_I s^2 + \alpha s}{T_I s + 1}$	$\frac{\alpha T_I s^2 + \alpha s}{T_I s + 1}$	1
<i>PID paralelo alternativo</i>	$\frac{T_I s^2}{\alpha T_I s^2 + (T_I + \alpha)s + 1}$	0	1
<i>PID paralelo padrão</i> <i>D atuando apenas sobre y</i>	$\frac{(1 + \alpha)T_I s^2 + \alpha s}{T_I s + 1}$	$\frac{\alpha T_I s^2 + \alpha s}{T_I s + 1}$	1
<i>PID paralelo padrão</i> <i>P e D atuando apenas sobre y</i>	$(1 + \alpha)T_I s^2 + \alpha s$	$\alpha T_I s^2 + \alpha s$	1

Um termo que aparece na resolução do problema de otimização, descrito no Capítulo 3 para a resolução para determinação dos filtros corresponde à equação (D.9)

$$(C_{SP} - T_0 C_{PV}) = \frac{(\alpha_T T_D + 1)}{(\beta_T T_D + \gamma_T)} \quad (D.9)$$

Os valores correspondentes são fornecidos na Tabela D.5.

**Tabela D.5:** Parâmetros da Equação E.19 e E.20

Parametrização	$\alpha_T$	$\beta_T$	$\gamma_T$
$C_{SP} = C_{PV}$	$\alpha_{PV}$	$(1 - T_0)^{-1} \beta_{PV}$	$(1 - T_0)^{-1} \gamma_{PV}$
$C_{SP} \neq C_{PV}$	$V \begin{bmatrix} (\alpha_{SP} \gamma_{PV} + \beta_{PV}) \\ -T_0 (\alpha_{PV} \gamma_{SP} + \beta_{SP}) \end{bmatrix}$	$V (\beta_{SP} \gamma_{PV} + \beta_{PV} \gamma_{SP})$	$V (\gamma_{PV} \gamma_{SP})$

\*  $V = (\gamma_{PV} - T_0 \gamma_{SP})^{-1}$

Um outro grupo de algoritmos em que  $C_{SP} \neq C_{PV}$ , não permitem a relação direta entre seus parâmetros, uma vez que apresentam distintas formas de erro. A expressão D.10 apresenta uma forma generalizada a partir do algoritmo em paralelo.

$$\Delta U(s) = \frac{K_P}{T_{F1}s + 1} \left[ \frac{(\beta_P \Delta Y_R(s) - \Delta Y(s))}{T_{F2}s + 1} + \frac{(\beta_I \Delta Y_R(s) - \Delta Y(s))}{T_I s (T_{F3}s + 1)} + \frac{T_D s (\beta_P \Delta Y_R(s) - \Delta Y(s))}{T_{F4}s + 1} \right] \quad (D.10)$$

Selecionando os valores dos  $\beta$ s e  $T_F$ 's, pode-se obter a forma paralela desejada. A inserção de valores para  $T_F$  diferente de 0 implica um atraso na ação correspondente. Valores nulos de  $\beta$  permitem que a ação (proporcional, integral ou derivativa) atue apenas sobre a variável de processo ( $y$ ). O uso de  $0 < \beta_I < 1$  diminui o sobre sinal, no entanto torna a resposta mais lenta. O uso de  $\beta_D = 0$  pode ser conveniente, pois evita ações de controle bruscas para mudanças no valor de referência ( $y_r$ ).

Um controlador desse tipo é o controlador PID da ISA (*The Instrumentation, Systems and Automation Society*) que é representado matematicamente por

$$\Delta U(s) = K_P \left[ (b \Delta Y_R(s) - \Delta Y(s)) + \frac{(\Delta Y_R(s) - \Delta Y(s))}{T_I s (T_{F3}s + 1)} + \frac{T_D s (c \Delta Y_R(s) - \Delta Y(s))}{\alpha T_D s + 1} \right] \quad (D.11)$$

Cuja expressão para os blocos de filtro são

$$C_{SP}(s) = \frac{(c + \alpha b)T_I T_D s^2 + (bT_I + \alpha T_D)s + 1}{\alpha T_I T_D s^2 + (T_I + \alpha T_D)s + 1} \quad (D.12)$$

$$C_{PV}(s) = \frac{(1 + \alpha)T_I T_D s^2 + (T_I + \alpha T_D)s + 1}{\alpha T_I T_D s^2 + (T_I + \alpha T_D)s + 1} \quad (D.13)$$

Como era de se esperar, a equação para o filtro da variável de processo ( $C_{PV}$ ) é idêntica à configuração paralela padrão, pois a inserção dos novos parâmetros ( $b$  e  $c$ ) influenciam apenas a relação entre a ação de controle ( $\Delta U$ ) e variável de referência ( $\Delta Y_R$ ).

É bastante comum se utilizar  $c=0$  e  $b=1$  como parâmetros fixos e nesse caso o filtro da variável de referência assume um valor unitário ( $C_{SP}(s)=1$ ).

Nesse trabalho foram considerados os algoritmos apresentados na Tabela D.2, no entanto, qualquer algoritmo proposto pode ser convertido facilmente nessa configuração e consequentemente ser usado na metodologia de projeto proposta.



## Apêndice E

### RPN Toolbox 3.0

O RPN-Toolbox 3.0 é a implementação em ambiente MATLAB<sup>®</sup> v5.3 (R11), adaptada para trabalhar também na versão 6.1 (R12.1) do ambiente de programação, da metodologia RPN e de uma série de ferramentas para o estudo da controlabilidade de sistemas. O objetivo desta implementação é tornar possível a qualquer profissional da área de controle de processos a exploração, em todas as dimensões, do problema de projeto global de controle, abrangendo escolha da estrutura e projeto do controlador propriamente dito.

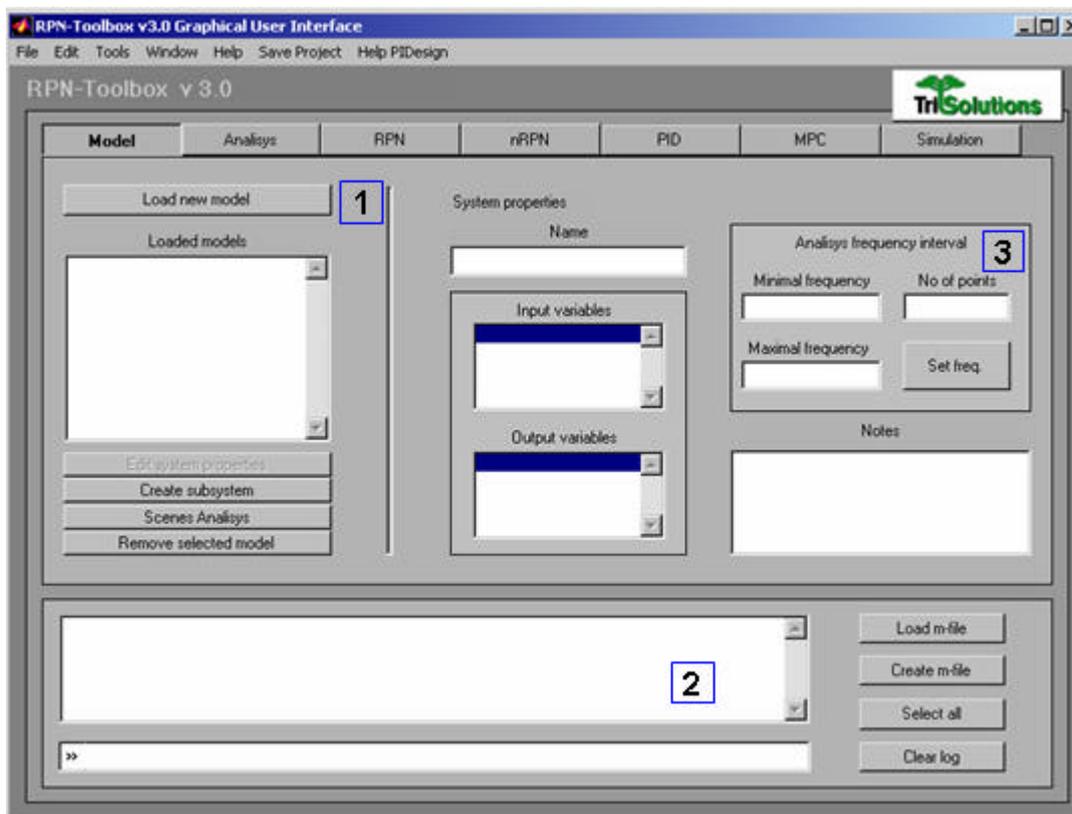
O RPN-Toolbox foi desenvolvido originalmente em 2000 por FARINA, com a implementação da metodologia (RPN) que deu nome ao Toolbox. A partir de novos desenvolvimentos novas funcionalidades, como análise do grau de não linearidade e a metodologia RPN para sintonia de controles MPC, que passaram a fazer parte do toolbox, foi gerada a segunda versão do RPN-Toolbox. A metodologia desenvolvida para o projeto de controladores PID foi implementada nesse ambiente gerando a versão 3.0, cuja potencialidade já era almejada desde seu estágio embrionário.

Neste trabalho foram desenvolvidas as rotinas (m-files) e a interface gráfica das janelas *PID* e *Simulation* presentes na interface do RPN. Na janela *PID*, foi implementada a metodologia de projeto de controladores PID apresentada, e na janela *Simulation* rotinas que permitem uma maior versatilidade na simulação bem como a comparação entre os controladores projetados.

O RPN-Toolbox trabalha com uma variável estrutural chamada RPNst que armazena de forma hierárquica a partir de um esquema do tipo árvore. Na raiz, e em cada ramificação são definidos os campos que o compõem, sejam eles informados como dados de entrada ou calculados pelas rotinas. A área gráfica apenas atualiza esta estrutura de forma intuitiva do ponto de vista do usuário, mas todas as rotinas podem ser executadas através de comandos de linha fora da interface cujas sintaxes são fornecidas pelo ‘log’ da seção gerado dentro da própria interface.

O RPN Toolbox apresenta uma grande variedade de sub-funcionalidades que foge ao escopo desse Apêndice. O aplicativo acompanha um manual detalhado a respeito de sua funcionalidade, de forma que o objetivo corrente consiste em apenas exemplificar a sua utilização com foco na metodologia proposta.

A partir do prompt do Matlab no diretório contendo as rotinas da pasta RPN-Toolbox, a interface pode ser executada pelo comando *rpn* e a seguinte interface será visualizada.



**Figure E.1:** Janela Inicial do RPN-Toolbox 3.0.

No campo 1, pode-se acessar a sub-janela para o carregamento de modelos. No campo 2 é gerado um log da seção permitindo um gerenciado do Matlab incluindo um acesso ao *prompt* para a execução de comandos de linha sem que para isso seja necessário minimizar ou sair da interface.

No campo 3 pode ser selecionado o intervalo de frequências a partir do mínimo, máximo e do número de pontos, o que pode feito automaticamente para cada modelo selecionado. Ao se clicar no botão *Load new model* do campo 1, uma nova janela irá ser acionada permitindo que modelos sejam carregados (Figura E.2). Os dados podem ser carregados a partir do *workspace* ou arquivos de dados conforme selecionado no campo 4, e no campo 5 são apresentados os possíveis objetos presentes no diretório do campo 6.

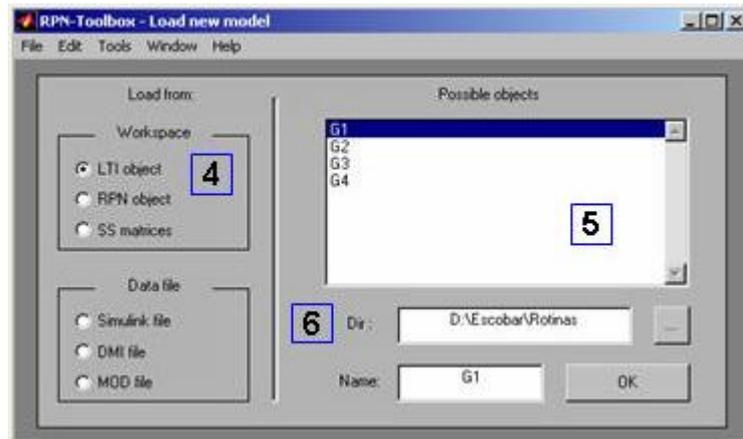


Figure E.2: Janela para o carregamento de modelos.

Na janela *Analysis* (Figura E.3) é possível analisar o modelo em malha aberta (campo 7), verificar a matriz RGA (campo 8), o condicionamento mínimo (campo 9) e os pólos e zeros do sistema, identificando a presença desses caracteres no SPD, e fornecendo, nesse caso, suas respectivas direções de entrada e saída (campo 10).

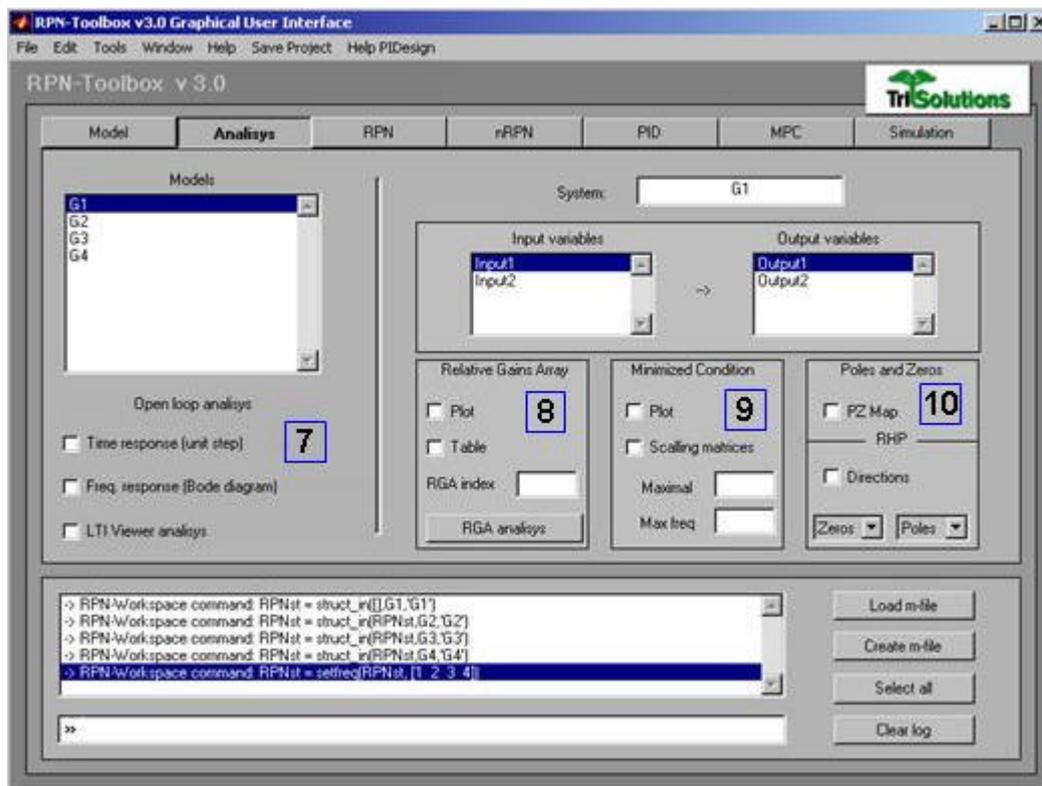
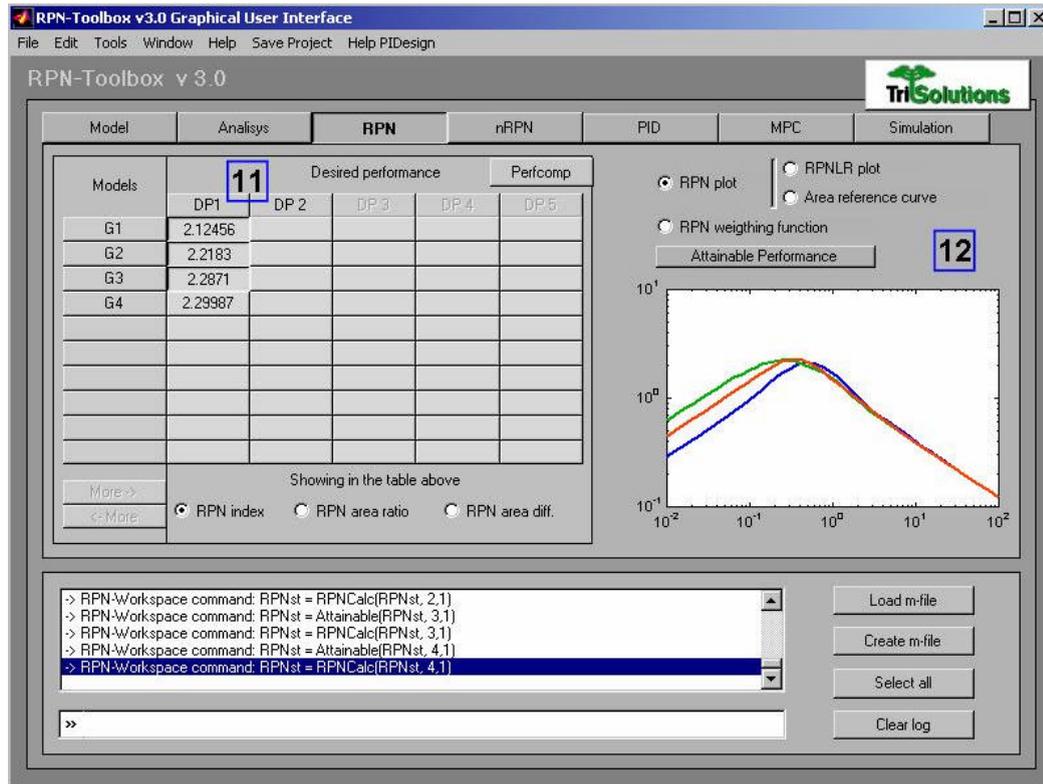


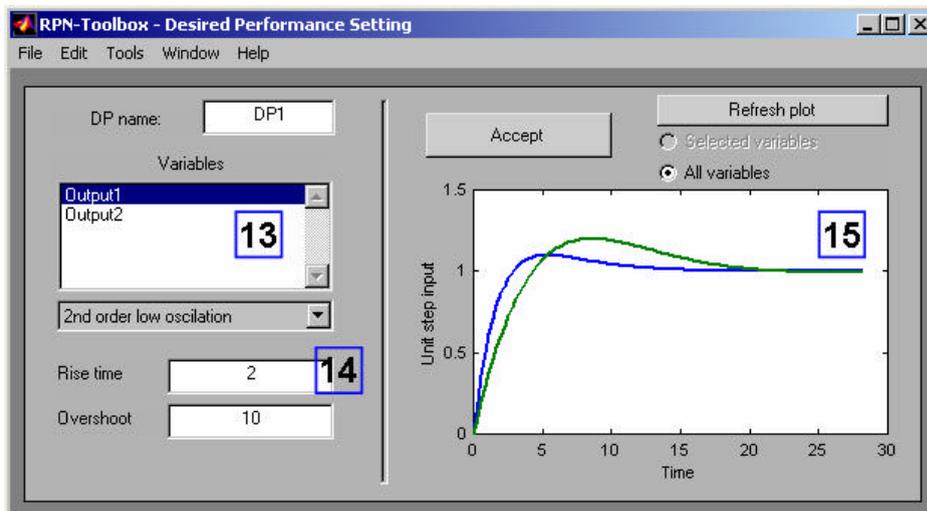
Figure E.3: Janela Analysis do RPN-Toolbox 3.0.

Na janela RPN (Figura E.5), pode-se estabelecer desempenhos desejáveis para os sistemas em análise. A janela permite a análise de 10 modelos para 5 desempenhos distintos simultaneamente. Uma vez selecionado o desempenho desejado (clitando no campo 11 da figura), o número de performance robusta pode ser calculado, sendo os resultados apresentados pelas curvas no campo 12, e o valor numérico do RPN na matriz do campo 11, na posição correspondente ao modelo e ao desempenho selecionado.



**Figure E.4:** Janela RPN do RPN Toolbox 3.0.

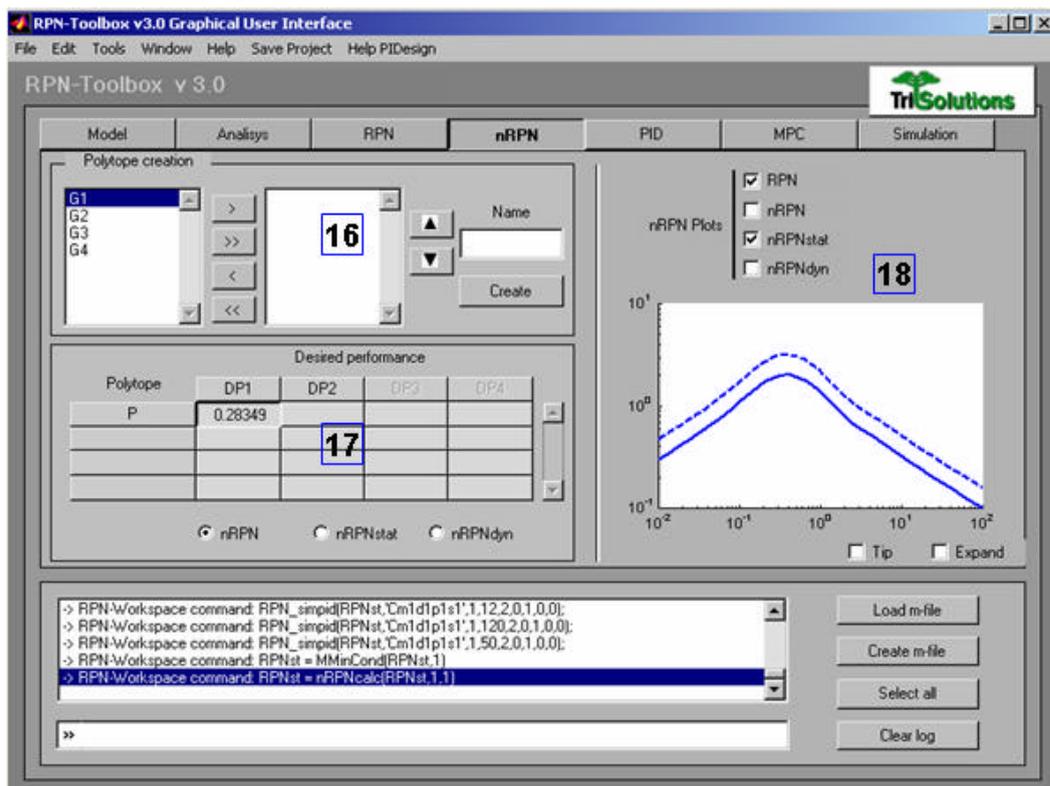
A seleção do desempenho é realizada a partir da janela apresentada na Figura E.5. No campo 13 é selecionada a variável de saída, e no campo 14 o tipo de função de transferência a ser utilizado (conforme apresentado no Apêndice C) No campo 15, é realizada a especificação no domínio do tempo para a saída selecionada de acordo com o tipo de função. No campo 16, pode ser visualizada a resposta ao degrau unitário para a configuração especificada. Uma vez satisfeito clicando em *Accept*, o gerenciamento de fluxo é retornado à janela RPN, permitindo que os índices sejam calculados. Nesse procedimento, o desempenho alcançável é automaticamente calculado (vide Apêndice B) e também as matrizes de escalonamento.



**Figure E.5:** Sub-janela para seleção de desempenho.

Os resultados são plotados, permitindo ao usuário verificar se o RPN é suficientemente baixo para a aplicação da metodologia, e se a faixa de frequência foi devidamente selecionada.

No caso em que se deseja criar grupos de modelos, todos estes devem ser carregados da mesma forma como descrito anteriormente. Na janela nRPN (Figura E.6), é permitida a seleção de sub-grupos dentre todos os modelos carregados (campo 18), gerando os politopos, cuja natureza de análise é análoga à descrita pela janela RPN (campo 17). Os gráficos são plotados, juntamente com o RPN do modelo nominal, considerado o primeiro modelo que compõe o politopo (campo 18).



**Figure E.6:** Janela nRPN do RPN Toolbox 3.0.

Com os modelos e politopos definidos juntamente com os desempenhos, pode-se partir para o projeto do controlador. Na Figura E.7, é apresentada a janela gráfica para o projeto de controladores PID. No campo 19, é selecionado o modelo ou o politopo para o qual se deseja projetar o controlador. No campo 20 e no campo 21, pode ser selecionado o desempenho desejável para o sistema e a parametrização do controlador para a ação derivativa respectivamente. O campo 22 permite a criação de estruturas (incluindo a ordem) para o controlador desejado a partir de uma sub-janela (Figura E.8). As estruturas definidas ficam disponíveis no campo 23. O campo 24 permite configurar a otimização, definindo opções e o tipo de otimização a ser realizada (apenas problema aproximado ou problema global), além da definição de pesos para os modelos.

O botão *Calculate* do campo 25 executa o procedimento de otimização, a partir da leitura dos campos definidos anteriormente, sendo os controladores projetados

disponibilizados no campo 26. O campo 27 permite a visualização dos parâmetros obtidos (inclusive sua edição, caso desejado), as curvas (L,T,S) no domínio da frequência, além do critério de ajuste (Função Objetivo). No campo 28 é possível realizar uma simulação rápida, a partir da seleção do modelo, do controlador, da variável de saída na qual se deseja um degrau e do tempo final de simulação.

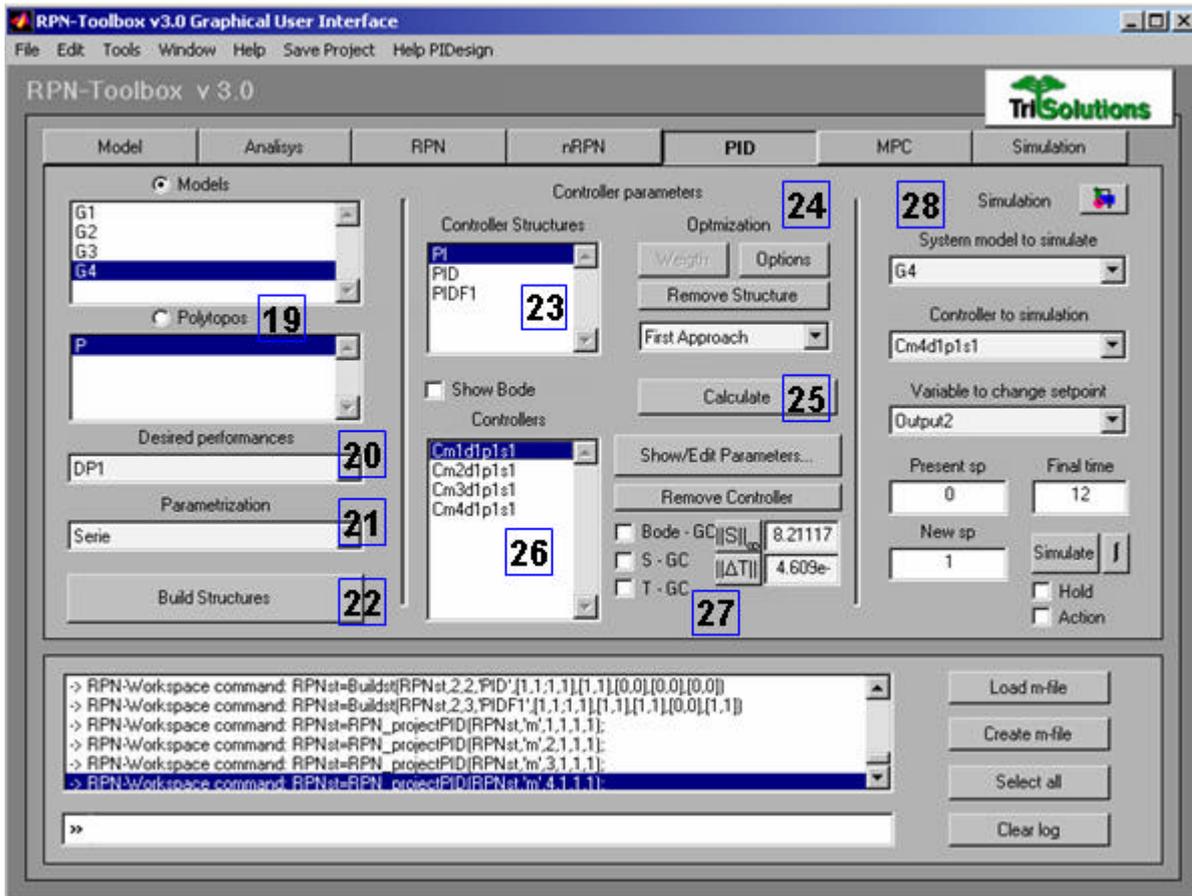


Figure E.7: Janela PID do RPN Toolbox 3.0.

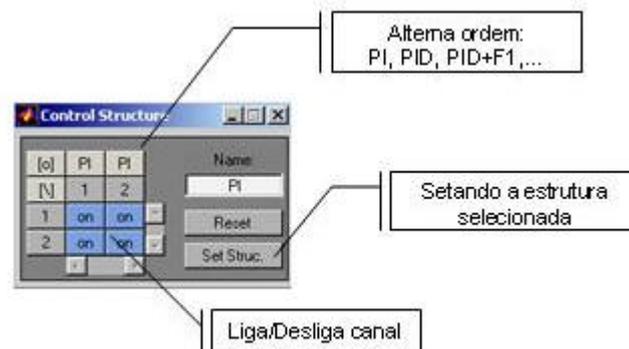
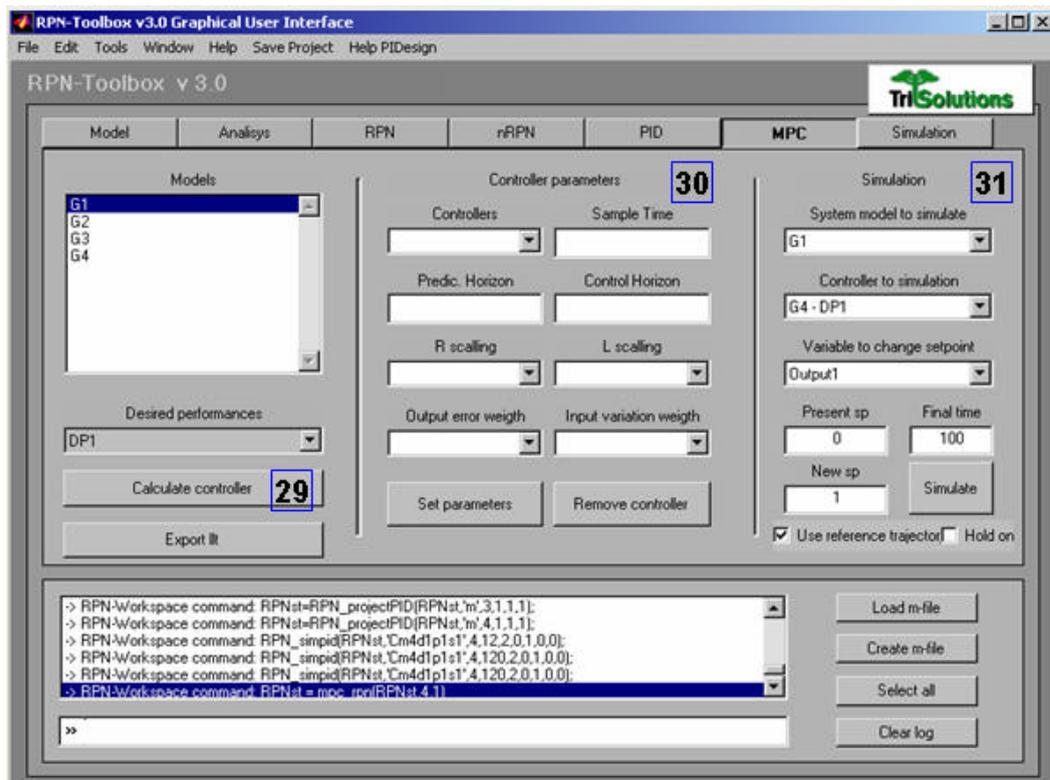


Figure E.8: Janela PID do RPN Toolbox 3.0.

Na sub-janela E.8, conforme citado anteriormente, é definida a estrutura desejada. Selecionando a ordem (por coluna), ligando ou desligando cada canal e definindo o nome da estrutura, ao clicar em *Set Struc*, configuração é disponibilizada no campo 23 da janela PID.

Apenas a nível de exemplificação, a janela MPC (Figura E.9), permite ao usuário o projeto de controladores preditivos. A partir do modelo selecionado, no campo 29 é executada a rotina para o cálculo dos pesos, com base na definição do tempo de amostragem e dos horizontes, podendo ser estimados automaticamente caso nenhum valor seja fornecido. No campo 30, todos os parâmetros selecionados são fornecidos, permitindo inclusive sua edição. No campo 31, é realizada a simulação para o controlador projetado e o modelo selecionado.



**Figure E.9:** Janela MPC do RPN Toolbox 3.0.

Na janela Simulation (Figura E.10), é possível a simulação de todos os controladores projetados (seja na janela PID ou MPC) permitindo assim uma comparação sistemática. No campo 32 é selecionado o modelo, ou o arquivo (*s-function*) contendo o modelo não linear. No campo 33 é selecionado o controlador projetado, incluindo os reduzidos a partir do MvTools.

No campos 34 e 35, são definidas as mudanças nas variáveis de referências e os distúrbios respectivamente, seguindo o padrão do *Simulink*. No campo 36 é estabelecido o limite para as variáveis de saída (se desejado). No campo 37 é definido o tempo final para simulação e é acionada a simulação propriamente dita a partir da leitura dos dados definidos anteriormente.

No campo 38, são disponibilizadas opções para simulação a partir dos *check-boxes*. A opção *hold*, permite que a simulação seja plotada na janela de simulação aberta. Action, plota a ação de controle além da variável de saída. A opção *Mpcplot*, usa o comando a plotagem via *mpcplot* para uma comparação isolada de cada variável.

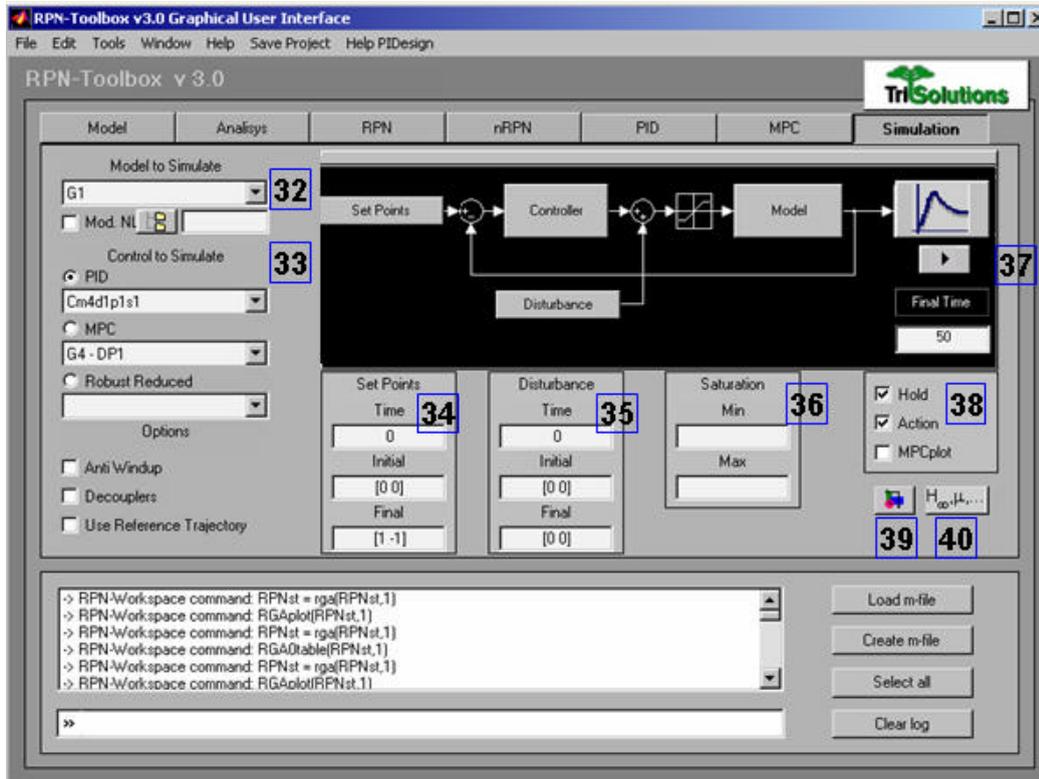


Figure E.10: Janela Simulation do RPN Toolbox 3.0.

No campo 39, é permitido acesso ao modelo em simulink genérico utilizado para a simulação, conforme Figura E.11.

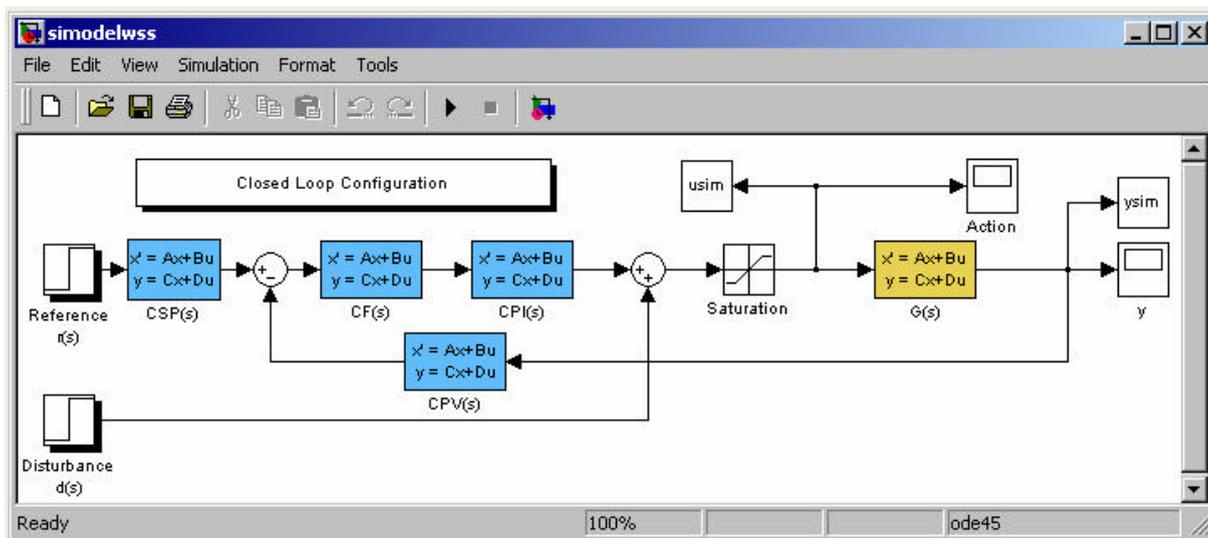
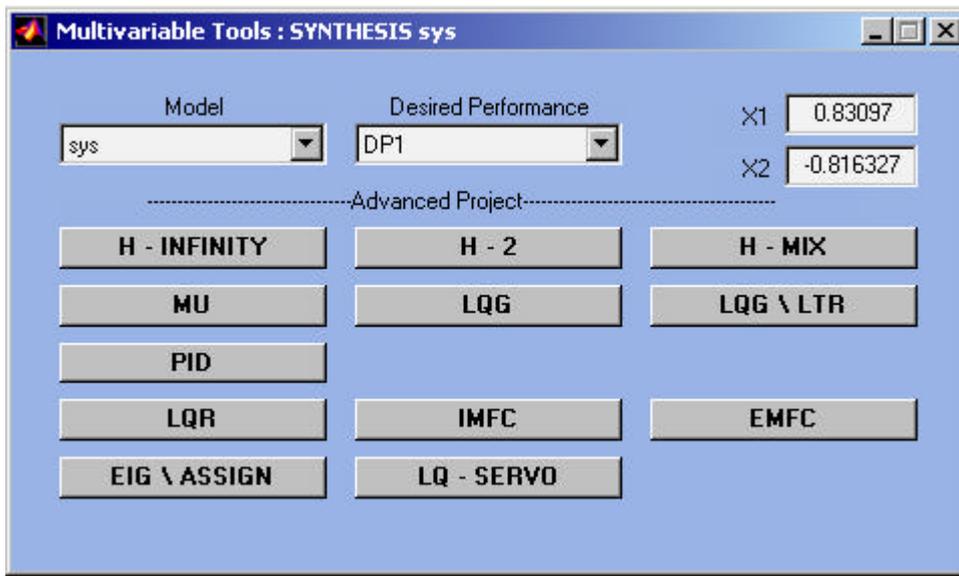


Figure E.11: Arquivo em simulink para simulação.

Ao clicar no botão do campo 40, uma sub-janela é aberta (Figura E.12) com a adaptação do MvTools para o RPN Toolbox. Nesta janela, pode ser selecionado o modelo e a performance desejada para o sistema de forma que os parâmetros de ajuste X1 e X2 do MvTools são estimados. A simulação dos controladores projetados é realizada pela sub-janela, porém os dados para simulação são lidos do RPN Toolbox, permitindo inclusive (usando o *hold*) que a simulação seja plotada na mesma janela utilizada para simulação dos controladores projetados via RPN. O projeto de controladores via MvTools, gera um botão no campo 40 de nome *Reduce*, que permite a redução do controlador robusto gerenciada pela seleção de configuração da janela PID, e cujos controladores obtidos são disponibilizados no campo 33, como uma terceira opção para simulação.



**Figure E.12:** Janela adaptada do MvTools.

Por fim, no menu da janela do RPN Toolbox 3.0 é disponibilizado um comando *Save Project* que salva todo o projeto atual (modelos, desempenhos, politopos e controladores) em um arquivo de extensão \*.rpn que pode ser carregado na janela inicial.

