

CENTRO ESTADUAL DE PESQUISAS EM SENSORIAMENTO  
REMOTO E METEOROLOGIA

**O PROBLEMA DO PIXEL MISTURA:  
UM ESTUDO COMPARATIVO \***

Daniel Caimi

Dissertação realizada sob a orientação do Dr. Vitor Haertel , apresentada ao Centro Estadual de Pesquisa em Sensoriamento Remoto e Meteorologia em preenchimento parcial aos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Sensoriamento Remoto.

Porto Alegre  
1993

---

\*Trabalho financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

## AGRADECIMENTOS

Ao término deste trabalho agradeço às pessoas que o tornaram possível:

Ao professor Vitor Haertel por seu conhecimento , experiência e amizade essenciais para o bom desenvolvimento deste trabalho.

Ao Clóvis, à Sidia e à Mônica pelo apoio e incentivo demonstrados a todo instante.

Aos colegas pelo companheirismo e amizade.

Aos funcionários Zé, Régis e Laurindo pela colaboração na obtenção de elementos desta tese.

Ao colega Alex pela cessão e auxílio na análise da imagem da Lagoa do Peixe.

A todos os funcionários e corpo docente do CEPSRM pelo apoio e amizade.

Às entidades que contribuíram para a sua execução - CNPq e CEPSRM.

## RESUMO

# O PROBLEMA DO PIXEL MISTURA: UM ESTUDO COMPARATIVO

Daniel Caimi

Junho de 1993

Os satélites para sensoriamento remoto atualmente disponíveis à comunidade científica possuem diferentes resoluções espaciais, por exemplo: SPOT 20 e 10 metros, LANDSAT-TM 30 metros e NOAA-AVHRR 1100 metros. Esta resolução frequentemente não é grande o suficiente para um grande número de aplicações que necessitam de uma percepção da cena mais detalhada.

Muitas vezes, no interior de uma célula de resolução (pixel) mais de uma classe ocorre. Este caso é conhecido como pixel mistura. Na classificação de imagens obtidas por sensoriamento remoto é comum a utilização de metodologias que atribuem somente uma classe a um pixel, como o procedimento clássico da máxima verossimilhança. Esse procedimento resulta frequentemente em uma estimativa errônea das áreas ocupadas pelas classes presentes na cena. Em alguns casos, especialmente quando não há uma classe dominante, isto pode ser a fonte de um erro significativo.

Desde o início dos anos 70, diferentes metodologias têm sido propostas para o trabalho num nível de subpixel. A grande vantagem do trabalho neste nível é que um pixel não é necessariamente atribuído a somente uma classe. O pixel tem um grau que o correlaciona a cada classe: de zero (se a classe não ocorre no pixel) até 1 (a classe ocorre no pixel inteiro). Assim, cada pixel tem um vetor associado que estima a proporção de cada classe nele.

A metodologia mais comumente utilizada considera a refletância do pixel mistura como uma combinação linear da refletância média de cada classe componente. De acordo com essa visão as refletâncias associadas às classes componentes são consideradas constantes

conhecidas i.e., não são variáveis aleatórias. Assim, a proporção de cada classe no pixel é obtida pela resolução de um sistema de equações lineares.

Uma outra metodologia é assumir as refletâncias que caracterizam as classes como sendo variáveis aleatórias. Nesta visão, as informações a respeito das distribuições das classes é utilizada. A estimativa das proporções de cada classe é obtida pelo vetor de proporções que maximiza a função de verossimilhança.

Mais recentemente, uma visão diferente foi proposta: a utilização da lógica fuzzy. Esta metodologia utiliza o conceito de função de pertinência, que é essencial à teoria dos conjuntos fuzzy. Esta função utiliza elementos com natureza estatística ou não para a estimação das proporções. No presente trabalho, duas funções de pertinência foram definidas: a primeira baseada na função densidade probabilidade gaussiana e a segunda baseada diretamente na distância de Mahalanobis.

O objetivo deste estudo é avaliar cada uma das metodologias anteriores em termos de acurácia, performance e dados necessários. Para este objetivo, as metodologias foram implementadas computacionalmente e alimentadas com imagens LANDSAT- TM. Para a avaliação da acurácia dos modelos um estudo qualitativo foi executado.

## ABSTRACT

### THE MIXTURE PIXEL PROBLEM : A COMPARATIVE STUDY

Daniel Caimi

June 1993

The Remote Sensing satellites, now available to the international community present different spatial resolutions, for example: SPOT 20 and 10 meters, LANDSAT-TM 30 meters and NOAA-AVHRR 1100 meters. This resolution often isn't large enough for a high number of applications which need a more detailed perception of the scene.

Many times, within a single resolution cell (pixel) more than one class occurs. This case is known as mixture pixel. In the classification of remote sensing images the use of methods which attribute to one pixel only one class is common, like the classical maximum likelihood procedure. In this procedure, the missclassification or simply the no classification of one pixel can originate an estimate of the class area below reality. In some cases, especially in the absence of a dominant class, this may be the source of a significant error.

Since the beginning of the 70s, different methods have been proposed to work on a subpixel level. The great advantage of work at this level is that a pixel is not necessarily assigned to only one class. The pixel has a degree which correlates it to each class: zero (the class doesn't occur on the pixel) to 1 (the class covers the whole pixel). So, each pixel has a vector associated which estimates the proportion of each class in it.

The most commonly used method considers the mixture pixel's reflectance as a linear combination of the mean reflectance of each class component. According to this approach the reflectances associated to the component classes are considered known constants i.e.: non-random variables. So, the proportion of each class in the pixel is obtained by the resolution of a system of linear equations.

Another method is to assume the reflectances of each class as random variables. In this approach, the information about classes distribution is largely used. The estimate of the proportion of each class is obtained by the vector of proportions that, introduced in the likelihood function, produces the higher result.

More recently, a different approach was proposed: the use of fuzzy logic. This method uses the concept of membership function, which is essential to the fuzzy sets theory. This function uses elements with or without statistic nature for the estimation of the proportions. In this work, two pertinence functions were defined: the first based on the Gaussian density probability function and the second based directly on the Mahalanobis' distance.

The aim of this study is to evaluate each one of the former methods in terms of accuracy, performance and required data. To reach this objective, the methods were implemented on a PC-486 compatible computer. The input data were the six reflective bands of the LANDSAT-TM system of an area in southern Brazil. In order to check the accuracy of the obtained results a qualitative study was performed.

# Sumário

<b>I</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>II</b>	<b>Revisão Bibliográfica</b>	<b>4</b>
II.1	Classificação de imagens digitais . . . . .	4
II.1.1	Definição de classes . . . . .	5
II.2	O problema da mistura . . . . .	7
II.3	Conjuntos Fuzzy aplicados a reconhecimento de padrões e processamento de imagens . . . . .	8
II.3.1	Conjuntos fuzzy vs. probabilidade . . . . .	8
II.4	Modelo de mistura utilizando conceitos de matemática Fuzzy . . . . .	9
II.4.1	Função de pertinência . . . . .	9
II.4.2	Experimentos utilizando conjuntos fuzzy . . . . .	10
II.5	Classificação pelo método da máxima verossimilhança . . . . .	14
II.5.1	Classificador de Bayes . . . . .	14
II.5.2	Regra de decisão da máxima verossimilhança . . . . .	14
II.5.3	Máxima verossimilhança gaussiana . . . . .	15
II.5.4	Limiares . . . . .	16
II.6	O Modelo Linear de Mistura . . . . .	16
II.6.1	Experimentos utilizando o modelo linear de mistura . . . . .	17
II.6.2	Modelo linear de mistura aplicado à máxima verossimilhança gaussiana . . . . .	19
II.7	Amostragem das classes . . . . .	20
II.7.1	Análise do "simplex" de sinais . . . . .	21
II.8	Conversão de número digital para refletância . . . . .	21
II.9	O sistema LANDSAT-TM . . . . .	24
II.10	Avaliação do desempenho dos modelos . . . . .	25

<b>III</b>	<b> Materiais e Métodos</b>	<b>27</b>
III.1	Metodologia . . . . .	27
III.1.1	Modelo linear de mistura . . . . .	28
III.1.2	Modelo linear via mínimos quadrados com restrições . . . . .	30
III.1.3	Modelo Linear associado a função de verossimilhança . . . . .	43
III.1.4	Modelo Fuzzy . . . . .	47
III.2	Materiais . . . . .	50
<b>IV</b>	<b> Experimentos</b>	<b>52</b>
IV.1	Experimento Rio Grande . . . . .	52
IV.1.1	Razões da escolha e características da imagem . . . . .	52
IV.1.2	Dados geográficos da imagem . . . . .	55
IV.1.3	Cálculo da refletância . . . . .	55
IV.2	Experimento Lagoa do Peixe . . . . .	56
IV.2.1	Razões da escolha e características da imagem . . . . .	56
IV.2.2	Dados geográficos da imagem . . . . .	57
IV.2.3	Cálculo da refletância . . . . .	57
IV.3	Amostragem e classificação . . . . .	57
<b>V</b>	<b> Resultados obtidos</b>	<b>59</b>
V.1	Análise visual dos resultados obtidos . . . . .	61
V.1.1	Experimento Lagoa do Peixe . . . . .	61
V.1.2	Experimento Rio Grande . . . . .	68
V.2	Avaliação do desempenho dos modelos . . . . .	74
V.2.1	Modelo Fuzzy com função de pertinência baseada na distribuição gaussiana . . . . .	74
V.2.2	Modelo fuzzy com função e pertinência baseado diretamente na distância de Mahalanobis . . . . .	75
V.2.3	Modelo linear associado à função de verossimilhança . . . . .	76
V.2.4	Modelo linear com mínimos quadrados sujeito a restrições . . . . .	77
<b>VI</b>	<b> Conclusão e Recomendações</b>	<b>78</b>
<b>VII</b>	<b> Referências Bibliográficas</b>	<b>82</b>

<b>A</b>	<b>Coefficientes</b>	<b>87</b>
A.1	Valores dos coeficientes para o modelo linear via mínimos quadrados . . . .	87
A.1.1	Três bandas de entrada . . . . .	87
A.1.2	Seis bandas de entrada . . . . .	89
<b>B</b>	<b>Programas</b>	<b>97</b>
B.1	Programa Propor . . . . .	97
B.2	Programa Elevação . . . . .	98
B.3	Programa Linear3 . . . . .	98
B.4	Programa Linear6 . . . . .	98
B.5	Programa Fuzzy6 . . . . .	99
B.6	Programa mahala3 . . . . .	99
B.7	Programa mahala6 . . . . .	99
B.8	Programa Veross3 . . . . .	100
B.9	Programa Veross6 . . . . .	100
B.10	Programa Classes . . . . .	101
B.11	Programa Amostras . . . . .	101
B.12	Programa Reflete . . . . .	102
B.13	Programa Display . . . . .	102
<b>C</b>	<b>Fluxo de operação</b>	<b>103</b>

## Relação de Figuras

II.1	Distribuição de padrões num plano biespectral . . . . .	5
II.2	Classes espectrais x Classes de informação . . . . .	6
II.3	Exemplo de definição de função de pertinência - Caso analisado . . . . .	11
II.4	Exemplo de definição da função de pertinência - Valores resultantes . . . . .	12
II.5	"Simplex" de sinais bem conformado para 3 classes e 2 canais(extraído de Aguiar(1991)) . . . . .	22
II.6	Exemplo de um "simplex" de sinais mal-conformado . . . . .	23
III.1	Casos possíveis para três classes componentes . . . . .	33
III.2	Região permitida , caso quatro classes componentes . . . . .	38
IV.1	Carta geográfica com a localização das áreas de teste . . . . .	53
IV.2	Área onde foi extraída imagem para teste no experimento Rio Grande . . . . .	54
IV.3	Área onde foi extraída imagem para teste no experimento Lagoa do Peixe . . . . .	56
V.1	Bandas espectrais do sistemas LANDSAT-TM e o comportamento espectral médio das classes . . . . .	60
V.2	Imagens da classe água no experimento Lagoa do Peixe em pseudo- cores.A partir da parte superior,Fuzzy F.P. Gaussiana,Linear com 3 bandas, Linear com 6 bandas, Fuzzy F.P distância de Mahalanobis com 3 bandas, Fuzzy F.P distância de Mahalanobis com 6 bandas,Linear aplicado a função de verossimilhança com 3 bandas,Linear aplicado a função de verossimilhança com 6 bandas. . . . .	62
V.3	Imagens da classe areia no experimento Lagoa do Peixe em pseudo-cores.A partir da parte superior,Fuzzy F.P. Gaussiana,Linear com 3 bandas, Linear com 6 bandas, Fuzzy F.P distância de Mahalanobis com 3 bandas, Fuzzy F.P distância de Mahalanobis com 6 bandas,Linear aplicado a função de verossimilhança com 3 bandas,Linear aplicado a função de verossimilhança com 6 bandas. . . . .	63

V.4	Imagens da classe vegetação no experimento Lagoa do Peixe em pseudo-cores. A partir da parte superior, Fuzzy F.P. Gaussiana, Linear com 3 bandas, Linear com 6 bandas, Fuzzy F.P distância de Mahalanobis com 3 bandas, Fuzzy F.P distância de Mahalanobis com 6 bandas, Linear aplicado a função de verossimilhança com 3 bandas, Linear aplicado a função de verossimilhança com 6 bandas. . . . .	64
V.5	Imagens da classe água no experimento Rio Grande em pseudo-cores. A partir da parte superior, Fuzzy F.P. Gaussiana, Linear com 3 bandas, Linear com 6 bandas, Fuzzy F.P distância de Mahalanobis com 3 bandas, Fuzzy F.P distância de Mahalanobis com 6 bandas, Linear aplicado a função de verossimilhança com 3 bandas, Linear aplicado a função de verossimilhança com 6 bandas. . . . .	69
V.6	Imagens da classe areia no experimento Rio Grande em pseudo-cores. A partir da parte superior, Fuzzy F.P. Gaussiana, Linear com 3 bandas, Linear com 6 bandas, Fuzzy F.P distância de Mahalanobis com 3 bandas, Fuzzy F.P distância de Mahalanobis com 6 bandas, Linear aplicado a função de verossimilhança com 3 bandas, Linear aplicado a função de verossimilhança com 6 bandas. . . . .	70
V.7	Imagens da classe vegetação no experimento Rio Grande em pseudo-cores. A partir da parte superior, Fuzzy F.P. Gaussiana, Linear com 3 bandas, Linear com 6 bandas, Fuzzy F.P distância de Mahalanobis com 3 bandas, Fuzzy F.P distância de Mahalanobis com 6 bandas, Linear aplicado a função de verossimilhança com 3 bandas, Linear aplicado a função de verossimilhança com 6 bandas. . . . .	71
C.1	Fluxo de operação dos programas desenvolvidos . . . . .	104

## Relação das Tabelas

II.1	Tabela de pertinência de pixels selecionados.(Wang,1990a) . . . . .	12
II.2	Função de pertinência exponencial (3 primeiros) X Função de pertinência linear .Extraído de Campana(1992) . . . . .	13
II.3	Estimação de cobertura de floresta nas áreas teste (por cento).Extraído de Cross et al.(1991). . . . .	18
II.4	Dados do LANDSAT-5 Fonte: Lillesand et al.(1987) . . . . .	25
II.5	Fonte:Markham e Barker(1986),págs. 4 e 5.Unidade: $mW\ cm^{-2}\ sr^{-1}$ . . . . .	25
II.6	Fonte:Slater(1980) . . . . .	26
III.1	Resultados possíveis para o caso de duas classes . . . . .	32
III.2	Resultados possíveis para o caso de três classes componentes (extraído de Shimabukuro e Smith,1991) . . . . .	34
III.3	Resultados possíveis para o caso de duas classes componentes . . . . .	35
III.4	Resultados possíveis para o caso de três classes componentes (extraído de Shimabukuro e Smith,1991) . . . . .	37
III.5	Resultados possíveis para o caso de quatro classes componentes. * $0 \leq (X_1 + X_2 + X_3) \leq 1$ . . . . .	39
III.6	Resultados possíveis para o caso de cinco classes componentes. * $0 \leq (X_1 + X_2 + X_3 + X_4) \leq 1$ . . . . .	41
III.7	Resultados possíveis para o caso de seis classes componentes. Região: $0 \leq (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5) \leq 1$ . . . . .	44
III.8	Resultados possíveis para o caso de seis classes componentes. (continuação) . . . . .	45
IV.1	Dados geográficos de Rio Grande (*) Fonte: Anuário astronômico . . . . .	55
IV.2	Dados geográficos da Lagoa do Peixe (*) Fonte: Anuário astronômico . . . . .	57
V.1	Comportamento da classe água no experimento Lagoa do Peixe . . . . .	66
V.2	Comportamento da classe areia no experimento Lagoa do Peixe . . . . .	67
V.3	Comportamento da classe vegetação no experimento Lagoa do Peixe . . . . .	68

V.4	Comportamento da classe vegetação no experimento Rio Grande . . . . .	72
V.5	Comportamento da classe água no experimento Rio Grande . . . . .	73
V.6	Comportamento da classe areia no experimento Rio Grande . . . . .	73
VI.1	Modelos recomendados em função das bandas disponíveis e classes presentes. Linear3, Linear6 (modelo linear com mínimos quadrados sujeito a restrições para 3 e 6 bandas), Veross3( modelo linear aplicado a função de verossimilhança para 3 bandas), Fuzzy3 e Fuzzy6(modelos fuzzy com 3 e 6 bandas de entrada) . . . . .	81

# Capítulo I

## Introdução

### O problema do pixel mistura: um estudo comparativo

O primeiro satélite para sensoriamento remoto da superfície terrestre foi lançado no início da década de setenta. Desta data até o presente, um número crescente de satélites com essa finalidade foi gradualmente sendo colocado a disposição da comunidade científica internacional. Os sistemas sensores colocados a bordo desses satélites fornecem imagens multiespectrais da superfície da Terra a intervalos regulares (Schowengerdt, 1982). Dispõe-se hoje de um conjunto de sensores - LANDSAT, SPOT, NOAA-AVHRR, CZCS, etc. - cada um com características de resolução espectral, espacial, radiométrica e temporal próprias.

O volume de dados, hoje disponíveis para análise, na área de recursos naturais e monitoramento do meio ambiente é grande. Essa análise é factível somente com a utilização de computadores.

Uma área que vem recebendo atenção é a que trata da classificação de imagens digitais multiespectrais em computadores. Algoritmos diversos estão hoje disponíveis para essa finalidade. Os atributos espectrais de uma imagem, isto é, o valor da radiância ou da refletância por pixel em cada banda espectral, são os mais utilizados nesse processo. Cada pixel é atribuído a uma classe que mais se assemelha às suas características espectrais. Está implícito nessa abordagem que a totalidade do pixel está contida em uma única classe. Essa suposição básica nem sempre corresponde à realidade.

Nos sistemas sensores hoje utilizados a resolução espacial assume valores distintos por exemplo, 20 metros e 10 metros no sistema SPOT; 72,5 metros e 36,25 metros no IRS-1A e LISS-I e II (Índia)(Dwivedi,1992) ; 825 metros no CZCS (Richards,1986);30 metros no sistema LANDSAT-TM; 1100 metros no sistema NOAA-AVHRR; ou de 60 a 5 metros no V/O Sojuscarta (Rússia)(Piskulin,1989). Nessas condições, é frequente que, em cenas

naturais, mais de uma classe ocorra num mesmo pixel. Um pixel com essas características vai apresentar uma resposta espectral que não é característica de nenhuma das classes componentes e ocorrerá portanto uma classificação errada. Esse fenômeno, denominado "mistura de classes" ou simplesmente de "pixel mistura" vem recebendo a atenção de alguns pesquisadores.

Na classificação e interpretação de imagens obtidas por sensoriamento remoto, a informação é correntemente representada no método um-pixel-uma-classe <sup>1</sup>. A expressiva limitação deste método tem causado inevitavelmente perda de informação o que leva a uma acurácia insatisfatória na classificação da imagem e uma pobre extração de informação (Wang 1990).

Basicamente foram sugeridos dois modelos matemáticos para identificar os "pixels mistura" em uma imagem e estimar as proporções das classes que entram em sua composição. O modelo mais conhecido é o chamado "modelo linear de mistura". Mais recentemente, Wang(1990) sugeriu uma abordagem distinta, que utiliza métodos baseados na lógica Fuzzy.

Dois metodologias foram implementadas seguindo o modelo linear de mistura: o modelo linear via mínimos quadrados sujeito a restrições e o modelo linear aplicado a função de verossimilhança.

De modo similar também duas metodologias foram desenvolvidas para o modelo que utiliza a lógica fuzzy: o modelo fuzzy com função de pertinência baseada na distribuição gaussiana e o modelo fuzzy com função de pertinência baseada diretamente na distância de Mahalanobis.

O presente trabalho tem por objetivo estudar de forma comparativa esses dois modelos em termos de exatidão, eficiência e recursos exigidos.

A seguir uma breve descrição dos itens desta dissertação.

**Revisão Bibliográfica** - Revisão sobre o problema da mistura, definição de classes, conjuntos fuzzy, método da máxima verossimilhança gaussiana e uma breve explicação dos modelos já desenvolvidos para tratá-lo.

**Materiais e métodos** - Descrição detalhada dos modelos desenvolvidos neste trabalho e recursos necessários.

**Experimentos** - Descrição dos experimentos realizados.

**Resultados** - Resultados obtidos e avaliação do desempenho dos modelos.

**Conclusões e recomendações** - Conclusões gerais sobre o desempenho dos modelos desenvolvidos e recomendações para utilização.

**Referência bibliográfica** - Artigos e livros consultados para a execução deste trabalho.

---

<sup>1</sup>one-pixel-one-class

**Apêndice A - Valores de coeficientes para o modelo linear via mínimos quadrados sujeito a restrições .**

**Apêndice B - Descrição dos softwares desenvolvidos para o trabalho.**

**Apêndice C - Fluxo para a operação dos softwares implementados.**

**Cabe ainda ressaltar que foi feita a opção pela não unificação das notações , ou seja, estas estão conforme apresentadas nos artigos originais.**

## Capítulo II

### Revisão Bibliográfica

#### II.1 Classificação de imagens digitais

Em sensoriamento remoto "Classificação é um método, através do qual, rótulos são ligados aos pixels em função de suas características espectrais" (Richards,1986). Estes rótulos são chamados classes espectrais ou, simplesmente, classes.

Em outras palavras , classificação pode ser definida como sendo o processo de atribuição de um padrão em estudo, no caso específico de sensoriamento remoto um pixel, a uma ou mais classes previamente definidas. Métodos quantitativos para classificação de imagens em forma digital constituem o objetivo da metodologia de análise de dados conhecida como "Reconhecimento de Padrões ". De uma maneira resumida o processo de classificação pode ser dividido em duas etapas:

1. As classes de interesse são caracterizadas através de atributos que lhe são representativos .
2. Os padrões(pixels) existentes na imagem são então classificados através de algoritmos que utilizam a caracterização das classes previamente executada .

A classificação de imagens digitais pode ser dividida em dois tipos distintos: classificação supervisionada e classificação não supervisionada.

Na classificação não supervisionada os pixels são atribuídos às classes através de um processo de agrupamento (também chamado clusterização ). A caracterização das classes pelo usuário é dispensada. Como no presente trabalho não são utilizados algoritmos de classificação não supervisionada, não será dado um maior detalhamento destes; maiores informações podem ser encontradas em Richards(1986) e Tou e Gonzalez. (1978).

Na classificação supervisionada é essencial a caracterização das classes pelo usuário, que deve selecionar alguns padrões,representativos de cada classe. A esse processo convencionou-se chamar "treinamento do classificador". Na seção II.5 está descrito o método de classi-

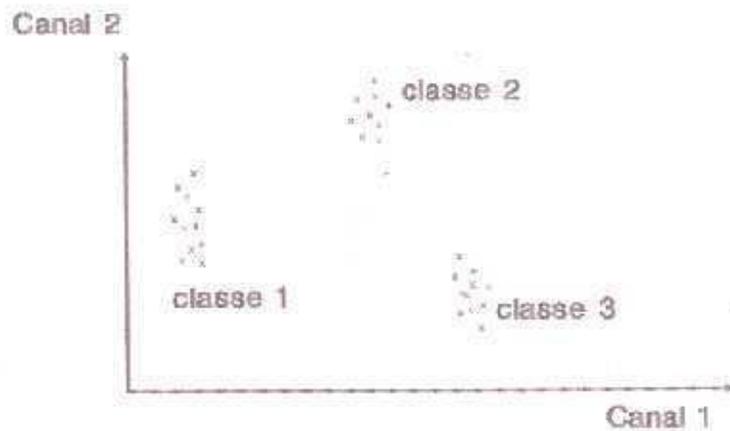


Figura II.1: Distribuição de padrões num plano biespectral

ficção mais comumente utilizado em Sensoriamento Remoto: a máxima verossimilhança gaussiana.

### II.1.1 Definição de classes

A abordagem mais comum para o problema da classificação em sensoriamento remoto consiste em localizar os pixels no espaço multiespectral. Este espaço é definido por eixos ortogonais, cada um associado a uma banda espectral. A dimensão deste espaço é, portanto, igual ao número de bandas espectrais utilizadas. Neste espaço cada pixel da imagem tem as suas coordenadas definidas pela resposta em cada uma das bandas utilizadas, seja em termos de refletância ou simplesmente em valores de contador digital conforme fornecido pelas fitas compatíveis com computador (CCT). A figura II.1 ilustra este conceito para duas dimensões (correspondente as bandas espectrais "Canal1 e Canal2). Neste plano é de se esperar que os pixels formem agrupamentos correspondentes as três classes presentes, sendo a forma e dimensão destes aglomerados condicionada por fatores como variações internas nas próprias classes além de outros fatores externos.

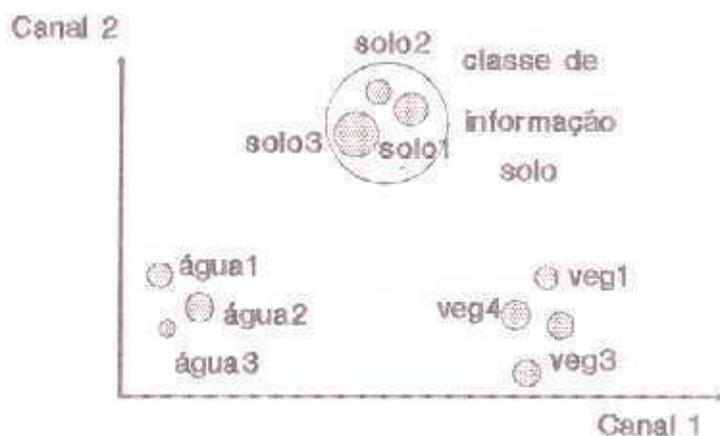


Figura II.2: Classes espectrais x Classes de informação

Os grupos de pixels são chamados classes de informação <sup>1</sup>, uma vez que eles são as classes efetivas que o computador precisará para a classificação. Em cenas naturais, a disposição dos pixels não é tão simples como a apresentada na figura II.1. É comum serem encontradas variações relativamente grandes dentro de uma mesma classe. Estas variações devem-se a fatores naturais tais como diferenças no teor de umidade, topografia, tipos de solo sob a vegetação, etc. Assim, classes num espaço multiespectral são melhor representadas por uma figura como a II.2, onde cada classe de informação é composta por várias classes espectrais.

Situações ainda mais complexas ocorrem com frequência em imagens de cenas naturais quando verificam-se superposições das classes de informação distintas no espaço multiespectral.

A definição das classes pode ser arbitrada em função do objetivo da classificação, das limitações do sistema sensor ou da qualidade dos dados de campo (verdade terrestre).

Não existe uma regra rígida para se estabelecer classes. A identificação destas é feita de um modo subjetivo. Um exemplo disso pode ser o apresentado em Ramson (1975): uma

<sup>1</sup>information class

área onde há uma vegetação herbácea esparsa sobre solo descoberto. Considerar a cena como sendo a composição de duas classes (solo e vegetação herbácea) ou considerá-la uma única classe (solo mais vegetação herbácea), são alternativas igualmente corretas.

## II.2 O problema da mistura

A não classificação de um determinado padrão (mais especificamente, em processamento de imagens digitais, de um pixel), ou a sua classificação errada são as consequências mais comuns da ocorrência de duas ou mais classes num mesmo pixel. Isto, segundo Horwitz et al. (1971), faz com que haja a tendência a uma subestimação da área ocupada por uma classe. Este fato não deve ser desconsiderado em levantamentos de recursos agrícolas e naturais que sirvam de apoio à tomada de decisão. Pace e Detchmندی (1972), citado em Ranson (1975), estimaram que os erros, devidos somente à coexistência de classes num mesmo pixel, na classificação pelo método da máxima verossimilhança com dados orbitais, estão próximos a 25 %. Horwitz et al. (1974), citado em Ranson (1975), indica que 30 % de todos os pixels dos campos agrícolas no "corn belt" do meio-oeste dos Estados Unidos continham mistura de classes.

Um dos principais causadores de mistura é o efeito das bordas das classes. Esse efeito acontece quando, em um pixel, ocorre o encontro entre duas ou mais classes. Um exemplo típico de borda ocorre ao longo das margens de um corpo d'água, causando a mistura de água e algum outro tipo de cobertura do solo. O programa de pesquisa USDA/NASA/NOAA AgriStars determinou que em mais de 65 % dos pixels de milho numa cena LANDSAT-MSS ocorria o efeito de bordas (Hord, 1986).

Densidades diferentes de cobertura vegetal podem também resultar na classificação errada de uma classe. A quantidade de cobertura vegetal em relação a outros materiais na cena como solo descoberto, restos de planta, palha etc..., influencia a resposta espectral total captada pelo sensor. Assim, se os dados de treinamento introduzidos no computador possibilitam apenas o reconhecimento de uma dada densidade de vegetação, haverá problemas para a classificação correta de densidades diferentes.

No tratamento de uma imagem por computador convencionou-se designar o pixel onde ocorre a coexistência de classes diferentes de "pixel mistura"<sup>2</sup>.

As rotinas de classificação tradicional (um pixel, uma classe) não são adequadas para modelar um ambiente contínuo, pois não conseguem representar gradientes entre as classes (Foody 1992), principalmente na ocorrência da transição de uma classe para outra.

<sup>2</sup>Alguns pesquisadores também utilizam o termo "mixel" (mixture pixel).

Esses fatos colocam em evidência a necessidade do desenvolvimento de modelos matemáticos para o tratamento adequado do problema da mistura.

## II.3 Conjuntos Fuzzy aplicados a reconhecimento de padrões e processamento de imagens

Segundo Pal et al.(1986), a teoria dos conjuntos fuzzy proposta por Zadeh e seu desenvolvimento subsequente proporciona ferramentas e técnicas matemáticas apropriadas para a análise de sistemas complexos e processos de decisão, onde a indeterminação do padrão é devida à variabilidade e/ou obscuridade inerente a ele próprio. A teoria dos conjuntos fuzzy tem provado ser de importância significativa em problemas de reconhecimento de padrões, para isso valendo-se de decisões estatísticas teóricas e visões sintáticas para o reconhecimento automático da fala ou para a classificação de pixels em uma cena , por exemplo.

Uma vez que as variações nas respostas espectrais de um pixel podem ser causados pelo fenômeno da mistura, os conceitos de lógica e conjuntos fuzzy parecem ser mais adequados do que os da teoria clássica dos conjuntos no processo de classificação digital de uma imagem digital. Neste contexto, parece ser mais adequado aplicar o conceito de lógica e conjuntos fuzzy ao invés da teoria clássica dos conjuntos . Assim , uma imagem pode ser considerada como sendo um *array* de células fuzzy descritos pelos valores de funções denominadas de "funções de pertinência"(detalhada na seção II.4) que estima o grau de associação de cada célula em particular às classes de informação existentes.

### II.3.1 Conjuntos fuzzy vs. probabilidade

Na sua essência, a teoria dos conjuntos fuzzy tem como objetivo o desenvolvimento de um corpo de conceitos e técnicas para lidar com fontes de incerteza ou imprecisão que são não estatísticas por natureza. Por exemplo, a proposição " X é um número pequeno", onde "número pequeno" é um rótulo para um subconjunto de inteiros não negativos, define uma distribuição de possibilidade <sup>3</sup> ao invés de uma distribuição de probabilidade para X. A proposição anterior não contém nenhuma informação a respeito da distribuição de probabilidade de X .Assim, a incerteza contida na proposição anterior é não estatística por natureza.

---

<sup>3</sup>Uma descrição da teoria da possibilidade pode ser encontrada em Kandel (1986)

É importante reconhecer que, embora alguns problemas caiam inteiramente na teoria da probabilidade e outros inteiramente na teoria da possibilidade, na maior parte dos casos de interesse prático ambas as teorias devem ser utilizadas em conjunto para produzir soluções realistas para problemas em análise de decisão sob incerteza. Assim, ao contrário da crença de alguns pesquisadores, a teoria da probabilidade não proporciona uma ferramenta adequada para a análise de problemas cuja disponibilidade de informações é incompleta, imprecisa ou inconfiável.

## II.4 Modelo de mistura utilizando conceitos de matemática Fuzzy

Conforme foi mencionado anteriormente, em uma cena natural, um pixel não é em geral constituído por apenas uma classe. É bastante comum acontecer o caso de uma célula de resolução da imagem incluir duas ou mais classes.

A noção de evento e sua probabilidade constituem os conceitos mais básicos da teoria da probabilidade. Um evento é uma coleção de pontos precisamente definida no espaço amostral. De um modo contrastante, na nossa experiência diária frequentemente encontramos situações em que um evento é uma coleção "nebulosa" (*fuzzy*) de pontos. Por exemplo: "X é aproximadamente igual a 5" é um evento fuzzy devido à imprecisão do significado da palavra "aproximadamente". Zedeh (1968).

A lógica Fuzzy atualmente é utilizada em várias áreas, principalmente na parte da computação que lida com inteligência artificial ou, mais especificamente, sistemas especialistas. A razão desta utilização é o fato dela se diferenciar da tradicional lógica Booleana que lida apenas com as atribuições verdadeiro e falso. A lógica Fuzzy admite vários graus de validade para uma sentença, não apenas verdadeiro ou falso, mas também atribuições mais abstratas como parcialmente falso ou verdadeiro, que traduzem a incerteza inerente a muitos processos naturais, mas não seu completo desconhecimento.

### II.4.1 Função de pertinência

A função de pertinência <sup>4</sup> é essencial a lógica fuzzy pois é com base nela que todo o processo de classificação fuzzy é executado. Na sua definição podem ou não estar incluídos elementos de natureza estatística. A atribuição de uma função de pertinência a um conjunto fuzzy é subjetiva por natureza e reflete o contexto em que o problema é visto.

Um exemplo bastante elucidativo pode ser encontrado em Pal et al. (1986): uma

---

<sup>4</sup> *membership function*

função de pertinência para a identificação de retas. As linhas retas - "vertical", "horizontal" e "oblíqua"- são definidas como:

$$\text{Vertical} \triangleq \int_x \mu_v(X)/X$$

$$\text{Horizontal} \triangleq \int_x \mu_h(X)/X$$

$$\text{Oblíqua} \triangleq \int_x \mu_{ob}(X)/X$$

onde  $\triangleq$  significa "é definido como".

$$\mu_v(X) = 1 - \left| \frac{1}{mx} \right| Fe, \quad |mx| > 1$$

= 0, caso contrário

$$\mu_h(X) = 1 - |mx| Fe, \quad |mx| < 1$$

= 0, caso contrário

$$\mu_{ob}(X) = 1 - \left| \frac{\theta - 45}{45} \right| Fe, \quad 0 < |mx| < \infty$$

= 0, caso contrário

$\mu_h(X)$ ,  $\mu_v(X)$  e  $\mu_{ob}(X)$  representam as funções de pertinência para vertical, horizontal e oblíqua respectivamente para um segmento de reta X formando um ângulo  $\theta$  com a linha de referência horizontal H (figura II.3),  $mx = \tan\theta$  e Fe é uma constante positiva.

O valor de Fe é o responsável por um aumento ou diminuição da discriminação entre os graus de valores de pertinência resultante das funções. Na figura II.4 pode-se ver os resultados plotados das funções de pertinências para um valor de Fe = 1.

Na seção III.1.4 estão definidas duas funções de pertinência distintas que objetivam tratar o problema da mistura: uma baseada na função densidade probabilidade gaussiana e outra baseada diretamente na distância de Mahalanobis.

#### II.4.2 Experimentos utilizando conjuntos fuzzy

Em Wang(1990a), o modelo Fuzzy com a função de pertinência baseada na função densidade probabilidade gaussiana foi utilizada para a estimação das classes componentes de um pixel mistura. Para a avaliação da acurácia do modelo, dois experimentos foram executados.

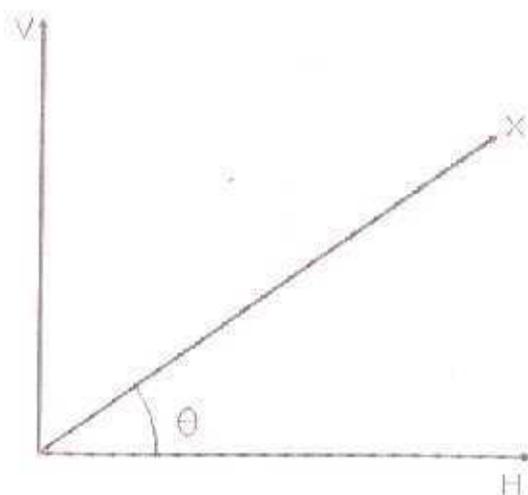


Figura II.3: Exemplo de definição de função de pertinência - Caso analisado

No primeiro experimento executado por Wang os resultados obtidos pelo modelo foram comparados com os resultados obtidos pelo método da máxima verossimilhança gaussiana (MVG). Para isto as amostras colhidas para o modelo fuzzy, que não são obrigatoriamente um-pixel-uma-classe, foram totalmente atribuídas à classe dominante nelas<sup>5</sup> para servir como entrada para o modelo da MVG. Foram então geradas três grades para efeito de comparação. A primeira corresponde a dados extraídos de fotografias aéreas obtidas no mesmo ano da imagem de teste. A segunda corresponde aos resultados obtidos pela MVG. E a terceira são os resultados do modelo fuzzy após terem sido *hardenizados*. Foram geradas matrizes de erro entre as matrizes dos modelos e a primeira matriz. A partir dessas matrizes de erro foi estimada uma acurácia de 91,21% para o modelo fuzzy e 86,06% para o da máxima verossimilhança gaussiana.

No segundo experimento, foram selecionados 8 pixels (rotulados com as letras A a H) numa região cujos dados de campo eram conhecidos a partir de fotografia aérea tomada 20 dias após a passagem do satélite. Segundo Wang (1990a), a comparação das proporções obtidas (tabela II.1) para os pixels com a localização aproximada destes na fotografia aérea

<sup>5</sup>Wang denomina esse processo de *hardenization* e os pixels resultantes de *hardenized*

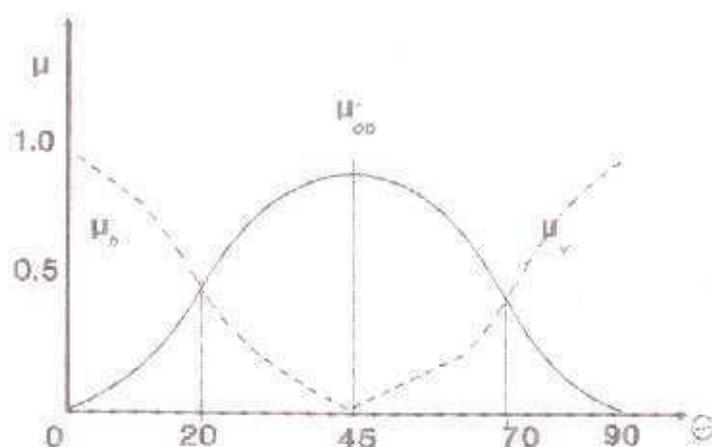


Figura II.4: Exemplo de definição da função de pertinência - Valores resultantes

demonstra que há uma conformidade boa entre a estimativa obtida e os dados de campo.

No trabalho de Campana (1992) foram feitos testes com duas bandas do sistema SPOT. Dois modelos foram utilizados para definir a forma da função de pertinência. O primeiro é idêntico ao modelo apresentado por Wang(1990a,b) (descrito na seção III.1.4). Enquanto que o segundo, por ele denominado função de pertinência linear, é descrito por

pixel	A	B	C	D	E	F	G	H
água	0	0	0	0	0	0	0	0
industrial	0	0	0	0	0	0	0	0
residencial	0	0	0	0	0.99	0.64	0.48	0.24
floresta	0.99	0.77	0.54	0	0	0.13	0	0
grama	0	0.23	0.45	0.87	0	0.22	0.17	0
pasto	0	0	0	0	0	0	0	0.14
solo exposto	0	0	0	0.12	0	0	0.35	0.62

Tabela II.1: Tabela de pertinência de pixels selecionados.(Wang,1990a)

ponto	construção	vegetação	solo exp	construção	vegetação	solo exp
01	.423	.574	.003	.415	.410	.175
02	.415	.001	.584	.753	.064	.183
03	1.000	0.000	.000	.714	.124	.162
04	0.000	.618	.382	.235	.391	.374
05	0.000	1.000	.000	.089	.823	.088
06	.867	.003	.130	.491	.188	.321
07	.945	.000	.055	.727	.050	.223
08	0.000	1.000	.000	.103	.809	.088
09	.002	.031	.967	.223	.285	.492
10	.004	.995	.001	.251	.587	.162
11	0.000	.000	1.000	.151	.057	.792
12	.978	.000	.022	.756	.056	.188
13	.019	.000	.981	.145	.024	.831

Tabela II.2: Função de pertinência exponencial (3 primeiros) X Função de pertinência linear  
 .Extraído de Campana(1992)

$$F_i(X) = \frac{1}{1 + d(X, \mu_i)}$$

onde:

$F_i(X)$  : função de pertinência para a classe i

X: vetor pixel

d: distância no espaço multiespectral entre o pixel e a média da classe i

$\mu_i$ : vetor média da classe i

A tabela II.2 apresenta o desempenho dos dois modelos para 13 pontos de controle. Os valores correspondem às estimativas da participação de cada uma das três classes estudadas nos pixels mistura.

Em Fisher e Pathirana(1990) também é utilizado o princípio de função de pertinência Fuzzy junto com o algoritmo "Fuzzy C-means"<sup>6</sup>. Neste trabalho é aceita a hipótese de que o valor de pertinência Fuzzy de um pixel a uma classe está relacionado com a proporção desta no interior do pixel.

<sup>6</sup> Algoritmo para clusterização não supervisionada

## II.5 Classificação pelo método da máxima verossimilhança

A classificação pela máxima verossimilhança é o método mais comumente utilizado em classificações supervisionadas de dados de sensoriamento remoto (Richards, 1986). De um modo breve, segue a descrição deste método. Uma apresentação mais detalhada pode ser encontrada em Richards (1986) e Tou et al. (1974).

### II.5.1 Classificador de Bayes

Sejam as classes espectrais de uma imagem representadas por

$$\omega_i, i = 1, 2, \dots, M$$

onde  $M$  é o número total de classes. Para determinar a classe à qual pertence um pixel na posição  $X$ , utilizamos a probabilidade condicional

$$p(\omega_i/X), i = 1, 2, \dots, M$$

sendo  $X$  o vetor pixel. A probabilidade  $p(\omega_i/X)$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ , conhecida como probabilidade *a posteriori* estima a probabilidade de ocorrência das classes definidas, dado um padrão ou pixel genérico  $X$ . A classificação é executada de acordo com a regra :

$$X \in \omega_i \text{ se } p(\omega_i/X) > p(\omega_j/X), \quad \forall j \neq i \quad (\text{II.1})$$

ou seja, o pixel  $X$  pertence à classe  $\omega_i$  se  $p(\omega_i/X)$  gerar o maior valor entre as "m" probabilidades *a posteriori*.

### II.5.2 Regra de decisão da máxima verossimilhança

O problema de II.1 é que  $p(\omega_i/X)$  é desconhecida. Porém, a partir de dados de treinamento, é possível a obtenção de uma estimativa de  $p(X/\omega_i)$ .

Através do teorema de Bayes (II.2) é possível uma relação entre  $p(\omega_i/X)$  e  $p(X/\omega_i)$ .

$$p(\omega_i/X) = p(X/\omega_i)p(\omega_i)/p(X) \quad (\text{II.2})$$

onde  $p(\omega_i)$  é a probabilidade da classe  $\omega_i$  ocorrer na imagem (probabilidade *a priori*) e  $p(X)$  representa a distribuição de  $X$ . Assim, aplicando o teorema II.2 a II.1 e levando em conta que  $p(X)$  independe de  $\omega$  ficamos com a seguinte regra de classificação

$$X \in \omega_i \text{ se } p(X/\omega_i)p(\omega_i) > p(X/\omega_j)p(\omega_j), \quad \forall j \neq i \quad (\text{II.3})$$

A regra II.3 é mais aceitável que a regra II.1, uma vez que  $p(X/\omega_i)$  pode ser estimada a partir dos dados de treinamento e  $p(\omega_i)$  também pode ser estimada a partir do conhecimento da região coberta pela imagem.

Por uma questão de conveniência matemática podemos reescrever a regra de decisão II.3 como

$$X \in \omega_i \text{ se } g_i > g_j, \forall j \neq i \quad (\text{II.4})$$

onde  $g_i$  é a chamada função discriminante e é definida por

$$g_i = \ln[p(X/\omega_i)p(\omega_i)] \quad (\text{II.5})$$

$$= \ln[p(X/\omega_i)] + \ln[p(\omega_i)] \quad (\text{II.6})$$

### II.5.3 Máxima verossimilhança gaussiana

Ao assumir que as classes seguem uma distribuição de probabilidades normal multivariada podemos particularizar a regra de decisão II.4 para o caso. Com o objetivo de se obter as funções discriminantes das classes representadas por suas distribuições de probabilidade

$$p(X/\omega_i) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} |\Sigma_i|^{1/2}} e^{-\frac{1}{2}(X-\mu_i)^T \Sigma_i^{-1} (X-\mu_i)} \quad (\text{II.7})$$

onde

$n$  = dimensão do vetor pixel

$m$  = número de classes pré-definidas

$\Sigma_i$  = matriz de covariância da classe  $\omega_i$

$\mu_i$  = vetor médio da classe  $\omega_i$

temos que  $\frac{1}{2} \ln(2\pi)$  é comum a todos  $g_i(X)$  e não auxilia na discriminação. Assim pode-se eliminá-lo e a forma da função discriminante pela máxima verossimilhança gaussiana passa a ser

$$g_i(X) = \ln(p(\omega_i)) - \frac{1}{2} \ln(|\Sigma_i|) - \frac{1}{2} (X - \mu_i)^T \Sigma_i^{-1} (X - \mu_i) \quad (\text{II.8})$$

Como, geralmente, não é disponível uma informação *a priori* do valor de  $p(\omega_i)$ , assume-se uma probabilidade igual de ocorrência para todas as classes. Assim  $\ln(p(\omega_i))$  pode ser

removido de II.8 pois é igual para todas as classes. Deste modo,  $\frac{1}{2}$  que é um fator comum também pode ser retirado resultando na função discriminante

$$g_i(X) = -\ln(|\Sigma_i|) - (X - \mu_i)^T \Sigma_i^{-1} (X - \mu_i) \quad (\text{II.9})$$

que deve ser aplicada a regra de decisão da máxima verossimilhança ( II.4).

#### II.5.4 Limiares

Finalmente, podem ainda ser aplicados à regra II.4 limiares que visam melhorar a classificação . Essa melhora ocorre ao serem desprezados padrões que possuam uma baixa probabilidade de ocorrência para *todas as classes*. Pixels com essa característica possivelmente pertencem a alguma classe não considerada no processo, e para a qual portanto não foi definida a função decisão respectiva ou então são resultado de ruído.

Assim, incorporando-se à regra de decisão II.4 um limiar que faz com que todos os padrões em que a função discriminante retornar um valor abaixo de  $t_i$  sejam classificados como não possuindo nenhuma das classes informadas. Ou seja a regra de decisão fica :

$$X \in \omega_i \text{ se } g_i > g_j, \forall j \neq i \quad (\text{II.10})$$

e

$$g_i(X) > T_i \quad (\text{II.11})$$

Wang(1990b) enfatiza o fato de que , para cada pixel pelo método da máxima verossimilhança , é calculada a sua distância de Mahalanobis para todas as classes e é então feita uma comparação . A classe mais próxima é atribuída ao pixel. *Uma vez que a pertinência do pixel é decidida , as distâncias são imediatamente descartadas.* A atribuição implica na pertinência total a uma classe e a mais nenhuma. A possibilidade que um pixel possa pertencer parcialmente a várias classes é excluída. O resultado final da classificação é representado numa imagem um-pixel-uma-classe .

## II.6 O Modelo Linear de Mistura

Ao contrário do modelo Fuzzy, que faz uso do conceito de função pertinência, o modelo linear supõe que a refletância do pixel é o resultado da combinação linear das refletâncias

das classes componentes, cada uma delas ponderada pela respectiva fração da área ocupada no pixel.

$$R_i = \sum_{j=1}^n (a_{ij} X_j) + e_i \quad (\text{II.12})$$

onde:

$i = 1, 2, 3, \dots, m$  ( $m = \text{número de bandas espectrais}$ )

$j = 1, 2, 3, \dots, n$  ( $n = \text{número de classes componentes}$ )

$R_i = \text{refletância registrada de um pixel na } i\text{-ésima banda espectral}$

$a_{ij} = \text{refletância conhecida do } j\text{-ésimo componente do pixel para a } i\text{-ésima banda espectral}$

$X_j = \text{proporção do } j\text{-ésimo classe componente no pixel}$

$e_i = \text{erro para a } i\text{-ésima banda espectral}$

A esse conjunto de  $m$  equações, são acrescentadas, ainda, as restrições

- (i) - A soma das proporções de todas as classes componentes no pixel deve resultar em 1.
- (ii) - O valor de cada proporção deve estar entre zero e 1.
- Ou seja:

$$\sum_{j=1}^n X_j = 1 \quad (\text{II.13})$$

$$0 \leq X_j \leq 1, \forall j \quad (\text{II.14})$$

Essa duas condições adicionais, necessárias para que as proporções  $X_j$  tenham significado físico, torna a solução do problema bastante mais complexa.

### II.6.1 Experimentos utilizando o modelo linear de mistura

Shimabukuro (1987,1991) e Aguiar(1991) adotam o modelo linear de mistura e empregam os métodos de mínimos quadrados com restrições (descrito detalhadamente na seção III.1.1) e mínimos quadrados ponderado para estimar as proporções das classes selecionadas. Abrahão et al. (1990) utiliza o modelo linear para determinar as proporções das classes água, solo, vegetação e sombra, criando, a seguir, imagens sintéticas para cada uma destas.

	Gana	Rondônia
TM(classificação )	42	73
AVHRR(classificação )	29	69
AVHRR(modelo de mistura)	47	69

**Tabela II.3:** *Estimação de cobertura de floresta nas áreas teste (por cento).Extraído de Cross et al.(1991).*

Outro método linear para estimar as proporções de cada classe no pixel é o chamado matriz inversa generalizada. Este método é brevemente descrito em Arai et al. (1992). Em Aguiar (1991) este método é descrito de forma mais completa.

Os resultados obtidos no estudo de Heimes(1977) indicam que a teoria das relações lineares entre os componentes da cena pode ser aceita estatisticamente. Em Rambal et al.(1990) é feita uma comparação dos valores estimados para o albedo e a temperatura sob duas técnicas: utilizando "pixels puros" e "pixels mistura", com o modelo linear sendo utilizado para a obtenção da proporção de cada classe.

Haertel e Centeno(1991) faz uso do modelo linear para fins de estimação das características espectrais de mistura de classes em várias proporções .

Em Cross et al. (1991) o modelo linear de mistura foi aplicado em imagens do sensor AVHRR. Este sensor possui uma baixa resolução espacial e , devido a este fato, pode estimar de forma incorreta algumas classes em imagens como as do estudo, situadas em regiões de florestas tropicais. Para o estudo foram utilizadas imagens co-registradas do AVHRR e LANDSAT-TM em duas regiões teste - Rondônia e Gana. A tabela II.3 sumariza os resultados obtidos pelo estudo.

Quarmby et al.(1992) vale-se do modelo linear aplicado a imagens AVHRR multi-temporais em uma região no norte da Grécia. A acurácia média obtida na estimação das áreas de plantações foi de 89%.Os resultados demonstram que essa técnica é rápida e potencialmente efetiva para a estimação de áreas de plantações numa escala regional.

Em Holben e Shimabukuro (1993) o modelo linear via mínimos quadrados sujeito a restrições foi aplicado a dados obtidos pelo sistema NOAA-AVHRR para a estimação de três classes componentes: vegetação , solo e sombra. Os resultados do modelo ao serem comparados com dados LANDSAT-TM mostram a potencialidade deste quando utilizado em imagens obtidas por sensores com baixa resolução espacial .

Arai e Terayama (1992) propõe a utilização de informações de contexto através de um método de estimação proporcional com informações *a priori* de proporções previamente

estimadas dos oito mixels ao redor do pixel em estudo. O resultado deste método é comparado com o método da matriz inversa generalizada que, ao contrário do método proposto, não utiliza informações de contexto. Os resultados obtidos demonstram que o método proposto por Arai possui uma acurácia superior, particularmente para pixels de fronteira que tenham uma feição de linha como estradas ou rios entre campos.

### II.6.2 Modelo linear de mistura aplicado à máxima verossimilhança gaussiana

Os processos até aqui descritos tem um ponto em comum: as refletâncias dos componentes (classes "puras") são tratadas como constantes. Uma abordagem possivelmente mais adequada é aquela apresentada por Horwitz et al (1971), na qual as refletâncias que caracterizam as classes são tratadas como variáveis aleatórias.

A classe pura  $i$  tem um vetor média denotado por  $a_i$  e uma matriz de covariâncias  $M_i$ . O vetor  $P$  possui as proporções onde  $P_i$  representa a proporção da classe  $i$  no pixel em questão.

A "classe mistura" (classe formada por mais de uma classe pura) tem os seus parâmetros estatísticos definidos por :

$$A_p = \sum_{i=1}^n P_i a_i$$

$$M_p = \sum_{i=1}^n P_i M_i$$

onde:

$i = 1, 2, 3, \dots, n$  (número de classes componentes)

$A_p$  = vetor média da classe mistura

$M_p$  = matriz de covariâncias da classe mistura

$P$  = vetor de proporções

$a$  = vetor média das classes puras

$M$  = matriz de covariâncias das classes puras

Neste modelo, o número máximo de classes admissível é igual ao número de bandas espectrais mais um.

Estimar por verossimilhança significa escolher os parâmetros que maximizam a função de verossimilhança

$$p(X) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} |M_p|^{1/2}} e^{-\frac{1}{2}(X-A_p)^T M_p^{-1} (X-A_p)} \quad (\text{II.15})$$

onde  $X$  é o vetor pixel.

A maximização de II.15 sujeita às restrições II.14 é de difícil execução. Assim, após testes satisfatórios, Horwitz et al.(1971) propõe a seguinte simplificação:

$$M_p = M = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n M_i$$

Deste modo,  $M$  torna-se constante e o problema da estimação das proporções que maximizam a função de verossimilhança se resume a determinar o vetor das proporções que maximize a função:

$$P = (X - A_p)^T M^{-1} (X - A_p)$$

Para a determinação do vetor  $P$  foram utilizados em Horwitz et al. (1971) o designado "método de força bruta" e métodos numéricos<sup>7</sup>.

## II.7 Amostragem das classes

O primeiro passo de qualquer procedimento de classificação supervisionada é o "treinamento" do programa de computador para reconhecimento das classes. Este aspecto da classificação é crítico para o sucesso do processo inteiro e frequentemente ocupa a maior parte do tempo do analista (Schowengerdt,1983).

A obtenção dos valores das refletâncias que caracterizam cada classe pode ser feito de dois modos. O método sujeito a um menor erro é a aquisição em laboratório ou campo, através de um radiômetro, dos valores característicos de cada classe em estudo. Esse método possui um sério problema ao ser executado pois um radiômetro nem sempre é disponível e ainda, os custos operacionais são geralmente elevados.

Assim, um segundo método para treinamento do classificador é habitualmente adotado: a aquisição de amostras na própria imagem. Conforme Quarmby et al.(1992) esta tarefa é de extrema importância, sendo o resultado final da classificação profundamente dependente da amostragem.

No processo de aquisição de amostras deve ter-se o cuidado de escolher classes bem distribuídas. Em Tou e Gonzalez (1974) estão descritos alguns problemas relativos a classes que podem ser interpretadas como combinações entre duas ou mais outras classes.

Pelos métodos tradicionais de classificação supervisionada um pixel mistura pode ser amostrado e atribuído a somente a uma classe. Isto não ocorre no modelo proposto por

<sup>7</sup>Pivotamento complementar, Frank e Wolfe, Theil e Van de Pane

Wang(1990a,b), nele um mesmo padrão pode servir como dado de treinamento para mais de uma classe através da decomposição do pixel mistura amostrado em suas classes componentes.

Outro cuidado que deve sempre ser tomado é que a distribuição das classes não possua uma dispersão muito grande, pois isso faz com que haja problemas graves de identificação quando ocorre a sobreposição entre duas ou mais classes no espaço multiespectral .

Em Young e Rheingans(1991) é apresentada uma ferramenta que permite a visualização de dados multivariados simultaneamente. Ferramentas semelhantes poderiam ser empregadas para analisar o "simplex" (descrito a seguir) dos sinais a fim de evitar os problemas anteriormente mencionados.

### II.7.1 Análise do "simplex" de sinais

Ao serem extraídas amostras de uma população normalmente distribuída, estas agrupam-se em nuvens de pontos cujo centro é o vetor média e cuja forma é determinada pela matriz de covariâncias. Isto pode ser observado na figura II.5 . Nela vemos as respostas de três classes para duas bandas espectrais , também chamada simplex de sinais.

Na figura II.5 pode-se ver , o assim chamado, simplex de sinais bem-conformado. Nele as respostas de cada classe não estão próximas de qualquer resposta correspondente a mistura de outras classes. Um contra-exemplo pode ser visto na figura II.6, o dito simplex mal-conformado.

Para a estimação das classes componentes de um pixel mistura o simplex representado na figura II.6 demonstra que as classes amostradas são inadequadas para o propósito, pois é impossível determinar para alguns pontos situados no elipsoide centrado em  $\mu_1$  se pertencem a classe 1 ou são uma combinação das outras duas classes ou até mesmo uma combinação das três.

## II.8 Conversão de número digital para refletância

Imagens digitais obtidas por satélites de sensoriamento de recursos naturais são fornecidas em fitas denominadas de CCT ( Computer Compatible Tape). O valor da energia, refletida ou emitida, associada a cada pixel é representado por uma grandeza denominada "contador ou número digital". Embora conveniente para fins de manipulação em computadores , o contador digital carece de um significado físico direto e não serve para ser implementado no modelo linear de mistura, que necessita de refletâncias. Para evitar essa

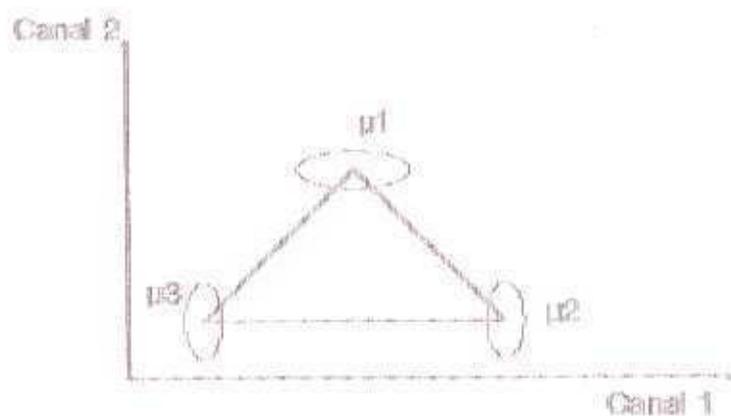


Figura II.5: "Simplex" de sinais bem conformado para 3 classes e 2 canais(extraído de Aguiar(1991))

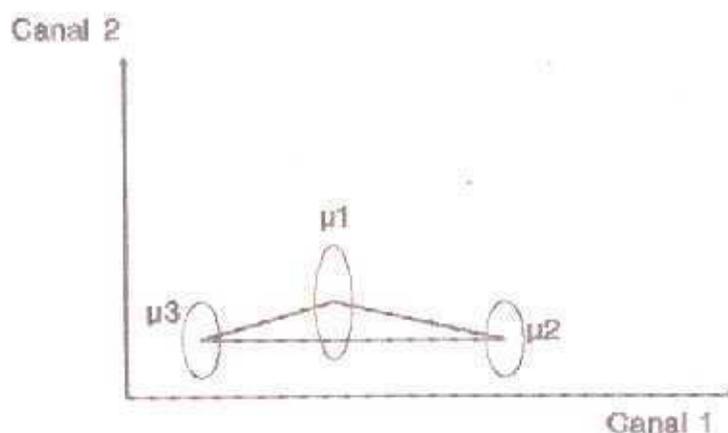


Figura II.6: Exemplo de um "simplex" de sinais mal-conformado

espécie de problema o contador digital de cada pixel deve ser convertido para um valor equivalente com significado físico, como a refletância <sup>8</sup>.

Um método para a conversão de contadores digitais em radiância e refletância é apresentado por Robonive(1982) para o sistema LANDSAT-MSS e por Abrahão et al. (1990) e Epiphany e Formaggio(1988) para o sistema LANDSAT-TM.

A conversão de valores de contador digital em valores de refletância requer o conhecimento de alguns dados relevantes. Inicialmente, é indispensável o conhecimento da irradiância <sup>9</sup> solar sobre a cena em estudo. A irradiância é função do ângulo zenital do Sol <sup>10</sup>, que por sua vez depende do instante da passagem do satélite, da época do ano e da latitude do lugar em que a cena se situa.

Em Vorontsov-Veliaminov(1985) está apresentado o seguinte meio de se obter a elevação solar <sup>11</sup>:

<sup>8</sup>Razão entre a radiação refletida por um alvo e a incidente no mesmo

<sup>9</sup>Medida do fluxo de radiante, por unidade de área, que é incidente num alvo

<sup>10</sup>A menor distância angular entre o zênite e a posição do Sol

<sup>11</sup>Também chamada altura, é o complemento da distância zenital, ou seja 90° menos distância zenital.

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos \tau$$

onde  $\varphi$  é a latitude do local,  $\delta$  é a declinação<sup>12</sup> solar e  $\tau$  é o ângulo horário<sup>13</sup>.

Em Walraven(1978) está descrito um procedimento para cálculo da elevação e azimute solar com uma acurácia de 0.01°. A declinação solar é calculada de forma aproximada não sendo necessária, deste modo, a sua obtenção a partir de anuários astronômicos.

A radiância para uma banda pode ser definida como:

$$\text{Radiância} = \frac{D_n}{D_{max}}(L_{max} - L_{min}) + L_{min}$$

onde

$D_n$  = valor digital do pixel na CCT

$D_{max}$  = o valor máximo que um contador digital pode assumir (8 bits = 255).

$L_{max}$  = radiância medida na saturação do sensor em  $mWcm^{-2}sr^{-1}$

$L_{min}$  = menor radiância medida pelo sensor em  $mWcm^{-2}sr^{-1}$  ou o valor limite da radiância que torna  $D_n = 0$

De posse da radiância é possível a obtenção da refletância segundo a seguinte relação :

$$\text{Refletância} = \frac{\pi}{E \sin \alpha} \text{Radiância}$$

onde

$E$  = irradiância no topo da atmosfera em  $mWcm^{-2}$

$\alpha$  = elevação solar

Note-se que o valor assim calculado corresponde à chamada "refletância no topo da atmosfera".

## II.9 O sistema LANDSAT-TM

O sensor *Thematic Mapper* (TM) a bordo dos satélites LANDSAT é, atualmente (1993), um dos sensores mais frequentemente utilizados para monitoramento de recursos terrestres. Possui uma resolução espacial de 30 metros em seis bandas situadas em regiões do visível e

<sup>12</sup> Ângulo medido sobre o círculo horário que passa pelo astro, do equador celeste ao astro, em questão. É positivo no hemisfério celeste Norte e negativo no Sul.

<sup>13</sup> Ângulo medido sobre o equador celeste, a partir do meridiano do lugar, até o círculo horário que passa pelo astro em questão. É contado no sentido do movimento diurno.

	órbita	tempo da órbita	hora de pas- sagem no equador
LANDSAT-5	98,2°	99 min.	9:45 A.M.

Tabela II.4: Dados do LANDSAT-5 Fonte: Lillesand et al.(1987)

infravermelho, e uma banda com resolução espacial de 120 metros situada no infravermelho termal.

Os dados coletados podem ser diferenciados por 256 níveis de cinza.

A varredura completa da terra é feita a cada 16 dias.

Nas tabelas II.4 e II.5 são apresentados os dados orbitais e de calibração, essenciais para o cálculo da refletância, do sistema LANDSAT-TM. Na tabela II.6 estão apresentadas as características espectrais do sistema sensor.

## II.10 Avaliação do desempenho dos modelos

Uma vez implementados os modelos é necessária uma avaliação do desempenho de cada um deles. Para este fim algumas técnicas podem ser empregadas.

Em Marsh et al.(1980) foram feitos testes da aplicabilidade e acurácia do modelo proposto, designado vrossimilhança aproximada, contra as técnicas de regressão linear e equação da média ponderada <sup>14</sup>. Somente duas classes foram admitidas para cada modelo em cinco cenas cujas verdades de campo eram conhecidas. Os resultados foram analisados através do erro quadrático médio.

<sup>14</sup>weighted average equation

Banda	Lmin	Lmax	ESUN
tm1	-0,15	15,21	195,7
tm2	-0,28	29,68	182,9
tm3	-0,12	20,43	155,7
tm4	-0,15	20,62	104,7
tm5	-0,037	2,719	21,93
tm6	0,1238	1,56	-
tm7	-0,015	1,438	7,457

Tabela II.5: Fonte: Markham e Barker(1986), págs. 4 e 5. Unidade:  $mW\ cm^{-2}\ sr^{-1}$

Banda	Comprimento de onda ( $\mu m$ )
tm1	0,45 - 0,52
tm2	0,52 - 0,60
tm3	0,63 - 0,69
tm4	0,76 - 0,90
tm5	1,55 - 1,75
tm6	10,4 - 12,5
tm7	2,08 - 2,35

Tabela II.6: Fonte:Slater(1980)

A verdade de campo, obtida através de fotointerpretação, também foi empregada em Fisher e Pathirana(1990) na avaliação da função de pertinência Fuzzy para classes numa área suburbana.

Arai e Terayama (1992) utiliza, para a avaliação de seu modelo, uma imagem sintética criada a partir do modelo linear de mistura.

## Capítulo III

# Materiais e Métodos

### III.1 Metodologia

Antes da descrição da metodologia empregada no presente trabalho é conveniente uma explicação das razões que motivaram a escolha, dentre as diversas possibilidades viáveis, das opções desenvolvidas.

Neste trabalho foram investigados quatro modelos, relacionados abaixo. Para sua implementação em computador, foram também desenvolvidos os softwares correspondentes. Os modelos são os seguintes:

1. O modelo linear de mistura utilizando o método dos mínimos quadrados.
2. O modelo linear de mistura associado a função de verossimilhança.
3. O modelo de mistura utilizando a lógica fuzzy com função de pertinência baseada na função densidade probabilidade gaussiana.
4. O modelo de mistura utilizando a lógica fuzzy com função de pertinência baseada diretamente na distância de Mahalanobis.

O primeiro modelo assume que as refletâncias que caracterizam as classes não são variáveis aleatórias. Cada classe componente é definida por apenas um parâmetro, a sua refletância média, e não por uma função densidade probabilidade. A refletância do pixel mistura é considerada como sendo uma função linear das refletâncias das classes componentes. A descrição do desenvolvimento deste modelo se encontra na subseção III.1.2.

O segundo modelo considera que as refletâncias que caracterizam as classes componentes são variáveis aleatórias que seguem uma distribuição gaussiana. Assim como no caso anterior a refletância do pixel mistura é considerada como sendo uma função linear das refletâncias das classes componentes. A descrição do desenvolvimento deste modelo se encontra na subseção III.1.3.

O terceiro e quarto modelos tem a sua base na lógica fuzzy. Duas funções de pertinência

distintas foram implementadas: uma utilizando diretamente a distância de Mahalanobis e outra utilizando a função densidade probabilidade gaussiana. Ambas se encontram detalhadas na subseção III.1.4.

Para fins de implementação desses modelos foram especificamente considerados dois casos:

1. A utilização de seis bandas espectrais
2. A utilização de três bandas espectrais

O sistema sensor LANDSAT-TM foi o escolhido para o desenvolvimento dos testes. Este sistema apresenta 6 bandas refletivas com resolução espacial de 30 metros (TM1, TM2, TM3, TM4, TM5 e TM7)<sup>1</sup>.

Questões de custo e ainda o alto grau de correlação entre algumas bandas do sistema LANDSAT-TM fazem com que seja comum a aquisição pelo usuário, de somente três bandas espectrais.

Assim, as metodologias anteriormente mencionadas foram desenvolvidas para essas duas possibilidades. Deste modo, no presente trabalho foram desenvolvidas as seguintes metodologias:

- (i) O modelo linear de mistura com o método dos mínimos quadrados para 6 bandas.
- (ii) O modelo linear de mistura com o método dos mínimos quadrados para 3 bandas.
- (iii) Modelo linear de mistura associado a função de verossimilhança para 6 bandas.
- (iv) Modelo linear de mistura associado a função de verossimilhança para 3 bandas.
- (v) O modelo de mistura utilizando a lógica fuzzy ,com a função de pertinência baseada diretamente na distância de Mahalanobis, para 6 bandas.
- (vi) O modelo de mistura utilizando a lógica fuzzy ,com a função de pertinência baseada diretamente na distância de Mahalanobis, para 3 bandas.
- (vii) O modelo de mistura utilizando a lógica fuzzy ,com a função de pertinência baseada na função densidade probabilidade Gaussiana, para 6 bandas.
- (viii) O modelo de mistura utilizando a lógica fuzzy ,com a função de pertinência baseada na função densidade probabilidade Gaussiana, para 3 bandas.

### III.1.1 Modelo linear de mistura

O modelo linear de mistura constitui-se no processo mais comumente utilizado na solução do problema da mistura. Uma descrição detalhada do modelo matemático bem

<sup>1</sup>A banda TM6 situado no infra-vermelho termal tem uma resolução de 120 metros

como de alguns processos numéricos para sua implementação, podem ser encontrados em vários autores, como por exemplo Shimabukuro(1987).

O modelo linear assume que a refletância do pixel mistura pode ser descrita por uma função linear das refletâncias das classes componentes e a partir dessa suposição, estima as proporções com que cada classe entra na composição do pixel.

Este modelo pode ser descrito por:

$$R_i = \sum_{j=1}^n (a_{ij} X_j) + e_i \quad (\text{III.1})$$

onde:

$i = 1, 2, 3, \dots, m$  (número de bandas espectrais)

$j = 1, 2, 3, \dots, n$  (número de classes componentes)

$R_i$  = refletância registrada de um pixel na  $i$ -ésima banda espectral.

$a_{ij}$  = refletância (conhecida) do  $j$ -ésimo componente do pixel para a  $i$ -ésima banda espectral

$X_j$  = proporção do  $j$ -ésimo componente no pixel

$e_i$  = erro para a  $i$ -ésima banda espectral

O modelo III.1 constitui-se portanto em um conjunto de  $m$  equações lineares (cada uma gerada por uma banda espectral) em  $n$  incógnitas (as frações  $X_j$ ).

Para que os valores  $X_j$  tenham a interpretação física desejada, são necessárias duas restrições:

$$\sum_{j=1}^n X_j = 1,$$

$$X_j \geq 0, \forall j$$

O modelo consiste portanto de ' $m+1$ ' equações lineares e mais a restrição que permite a aceitação de somente valores positivos para as proporções  $X_j$ , pois de outra forma a solução não teria sentido físico.

Como normalmente ' $m+1$ ' é maior que ' $n$ ', a solução do modelo III.1 implica em um processo de ajustamento por mínimos quadrados, sujeito às duas condições acima.

A seguir a descrição dos métodos empregados.

### III.1.2 Modelo linear via mínimos quadrados com restrições

Nesse processo, os valores  $X_j$  são tais que minimizam a soma dos quadrados dos erros  $e_i$  e sujeitos às condições impostas em  $X_j$ .

Rearranjando a equação III.1 :

$$e_i = R_i - \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j \quad (\text{III.2})$$

A função a ser minimizada é portanto descrita por:

$$F = \sum_{i=1}^m e_i^2 = \sum_{i=1}^m (R_i - \sum_{j=1}^n (a_{ij} X_j))^2 \quad (\text{III.3})$$

Sujeita às duas restrições :

$$0 \leq X_j \leq 1$$

$$\sum_{j=1}^n X_j = 1$$

O presente trabalho se propõe a analisar duas situações :

- (i) O emprego de 3 bandas do sistema sensor
- (ii) O emprego de 6 bandas do sistema sensor

Assim, seguem-se todas as possibilidades decorrentes dessas duas situações .

### Três Bandas

a - Duas classes componentes

$$R_1 = a_{11} X_1 + a_{12} X_2 + e_1$$

$$R_2 = a_{21} X_1 + a_{22} X_2 + e_2$$

$$R_3 = a_{31} X_1 + a_{32} X_2 + e_3$$

(III.4)

Neste caso, a função a ser minimizada é:

$$F = e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 = V_1 X_1^2 + V_2 X_2^2 + V_3 X_1 X_2 + V_4 X_1 + V_5 X_2 + V_6 \quad (\text{III.5})$$

No apêndice A.1 estão apresentados as expressões dos coeficientes  $V_1$  a  $V_8$ <sup>2</sup> para o caso de duas classes componentes e três bandas espectrais.

Tendo em vista a restrição proposta:

$$X_1 + X_2 = 1$$

podemos expressar  $X_2$  em função de  $X_1$ . Neste caso, a função  $F$  a ser minimizada fica:

$$F = U_1 X_1^2 + U_2 X_1 + U_3 \quad (\text{III.6})$$

No apêndice A.1 estão apresentados as expressões dos coeficientes  $U_1$  a  $U_3$  para o caso de duas classes componentes e três bandas espectrais.

A função III.6 deve ser minimizada, em função de  $X_1$ .

$$\frac{\partial F}{\partial X_1} = 2U_1 X_1 + U_2 = 0$$

Resultando:

$$X_1 = \frac{-U_2}{2U_1}$$

A solução para  $X_1$  foi obtida de quatro equações, três originárias das bandas espectrais utilizadas e a quarta originária da restrição  $\sum_{j=1}^n X_j = 1$ . A solução, para  $X_1$ , via método dos mínimos quadrados pode entretanto não satisfazer a restrição  $0 \leq X_1 \leq 1$ . Os diversos possíveis valores para  $X_1$  estão ilustrados na tabela III.1. Para os casos em que a condição anterior não é satisfeita por  $X_1$ , a solução adotada consistiu em optar-se pelo valor mais próximo situado na região de aceitação. Esse processo é melhor detalhado no caso seguinte.

#### b - Três classes componentes

$$R_1 = a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + a_{13}X_3 + e_1$$

$$R_2 = a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + a_{23}X_3 + e_2$$

$$R_3 = a_{31}X_1 + a_{32}X_2 + a_{33}X_3 + e_3$$

(III.7)

<sup>2</sup>Estes coeficientes são uma função das refletâncias assumidas para as classes componentes e do pixel mistura.

regra	$X_1$	$0 \leq X_1 \leq 1$	valor $X_1$	valor de $X_2$
1	POS	SIM	-	$1 - X_1$
2	POS	NÃO	$X_1 = 1$	0
3	NEG	NÃO	$X_1 = 0$	1

Tabela III.1: Resultados possíveis para o caso de duas classes

A função a ser minimizada é:

$$F = e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 = V_1 X_1^2 + V_2 X_2^2 + V_3 X_3^2 + V_4 X_1 X_2 + V_5 X_1 X_3 + V_6 X_2 X_3 + V_7 X_1 + V_8 X_2 + V_9 X_3 + V_{10} \quad (III.8)$$

Substituindo-se III.7 em III.8 obtêm-se as expressões para os coeficientes  $V_1, V_2, \dots, V_{10}$ . No apêndice A.1 estão apresentadas as expressões dos coeficientes  $V_1$  a  $V_{10}$  para 3 classes componentes e três bandas espectrais.

A restrição  $\sum_{j=1}^n X_j = 1$  gera uma equação linear adicional

$$X_1 + X_2 + X_3 = 1$$

como no caso anterior, essa equação adicional permite expressar uma proporção ( $X_3$ ) em função das demais. A função a ser minimizada fica, então:

$$F = U_1 X_1^2 + U_2 X_2^2 + U_3 X_1 X_2 + U_4 X_1 + U_5 X_2 + U_6 \quad (III.9)$$

No apêndice A.1 estão apresentados as expressões dos coeficientes  $U_1$  a  $U_6$  para três classes componentes e três bandas espectrais.

Seguindo o critério dos mínimos quadrados, a função III.9 deve ser minimizada em função de  $X_1$  e  $X_2$ :

$$\frac{\partial F}{\partial X_1} = 2U_1 X_1 + U_3 X_2 + U_4 = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial X_2} = 2U_2 X_2 + U_3 X_1 + U_5 = 0$$

A solução desse sistema fornece os valores para as proporções  $X_1$  e  $X_2$ .

Da mesma forma que no caso anterior, a solução via método dos mínimos quadrados, para as proporções  $X_1$  e  $X_2$ , na prática, geralmente não satisfazem a condição  $0 \leq$

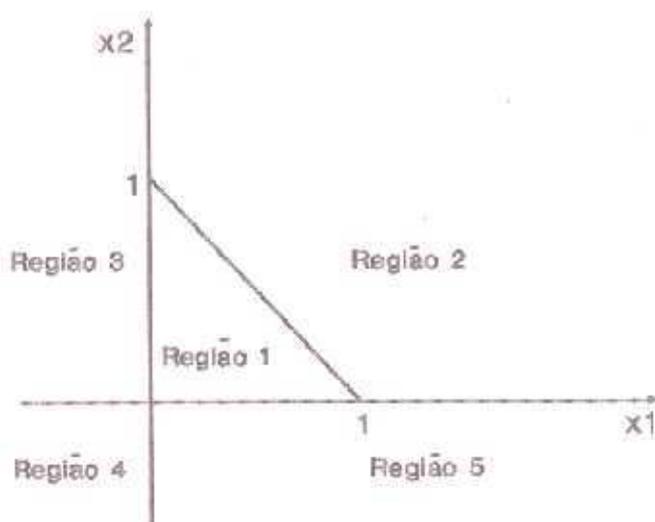


Figura III.1: Casos possíveis para três classes componentes

$X_1, X_2, X_3 \leq 1$ , necessária para que essas variáveis tenham o sentido físico desejado (proporções). Situações diversas podem acontecer, conforme ilustrado na figura III.1.

A região de aceitação é limitada pelos três segmentos de reta descritos pelas equações :

$$X_1 = 0$$

$$X_2 = 0$$

$$X_1 + X_2 = 1$$

Os cinco possíveis resultados fornecidos pela solução via mínimos quadrados estão apresentados na tabela III.2. Sempre que o par de valores  $(X_1, X_2)$  ocorre fora da região de aceitação, uma ou ambas as proporções  $X_1, X_2$  passam a ser estimadas pelo valor associado ao ponto mais próximo na região de aceitação e o problema é recalculado. Assim, por exemplo, se o valor resultante para  $X_1$  é negativo e para  $X_2$  é positivo (região 3)  $X_1$  passa a ser estimado pelo valor zero (ponto mais próximo na região de aceitação) e o problema é recalculado para  $X_2$ .

O caso mais trabalhoso ocorre quando quando  $X_1$  e  $X_2$  são positivos, mas sua soma excede à unidade (região 2). Neste caso, o ponto mais próximo situado na região de

Região	$X_1$	$X_2$	$0 < (X_1 + X_2) \leq 1$	valores a serem recalculados	$X_3$
1	POS	POS	SIM	-	$1 - X_1 - X_2$
2	POS	POS	NÃO	$X_1$ e $X_2$	0
3	NEG	POS	NÃO	$X_2 (X_1 = 0)$	$1 - X_2$
4	NEG	NEG	NÃO	$X_1 = X_2 = 0$	1
5	POS	NEG	NÃO	$X_1 (X_2 = 0)$	$1 - X_1$

Tabela III.2: Resultados possíveis para o caso de três classes componentes (extraído de Shimabukuro e Smith, 1991)

accitação ocorre sobre a reta  $X_1 + X_2 = 1$ . O procedimento adotado, é considerar este caso como o caso de duas classes componentes (uma vez que  $X_3$  é considerado igual a zero). Assim,  $X_2$  é expresso em função de  $X_1$  e o problema é resolvido conforme o item anterior.

Finalmente, em todos os casos, a proporção  $X_3$  é obtida da condição  $\sum_{j=1}^n X_j = 1$ .

### Seis Bandas

O modelo linear de mistura, quando um número maior de bandas espectrais é disponível é aqui ilustrado em detalhe, utilizando como exemplo o caso de seis bandas espectrais. Um maior número destas permite, em princípio, um maior número de classes componentes (número de bandas + 1) e portanto um conjunto maior de classes mistura. Deve-se mencionar entretanto que, dada a alta correlação geralmente existente entre as bandas espectrais do sistema LANDSAT-TM, a introdução de um número maior não acarreta num acréscimo significativo de informação. Mais grave ainda, o simplex gerado por um número maior de classes componentes tende a ser mal conformado, inviabilizando a utilização do modelo.

#### a - Duas classes componentes

$$R_i = a_{i1}X_1 + a_{i2}X_2 + e_i \quad (\text{III.10})$$

para  $i=1,2,3,\dots,6$

Neste caso a função a ser minimizada é:

$$F = e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_4^2 + e_5^2 + e_6^2 = V_1X_1^2 + V_2X_2^2 + V_3X_1X_2 + V_4X_1 + V_5X_2 + V_6 \quad (\text{III.11})$$

Região	$X_1$	$0 \leq X_1 \leq 1$	novo $X_1$	valor de $X_2$
1	POS	SIM	-	$1 - X_1$
2	POS	NÃO	$X_1 = 1$	0
3	NEG	NÃO	$X_1 = 0$	1

Tabela III.3: Resultados possíveis para o caso de duas classes componentes

No apêndice A.1 estão apresentados as expressões dos coeficientes  $V_1$  a  $V_6$  para duas classes componentes e seis bandas espectrais.

Tendo em vista a restrição proposta:

$$X_1 + X_2 = 1$$

podemos expressar  $X_2$  em função de  $X_1$ . Neste caso, a função  $F$  a ser minimizada fica:

$$F = U_1 X_1^2 + U_2 X_1 + U_3 \quad (\text{III.12})$$

No apêndice A.1 estão apresentados as expressões dos coeficientes  $U_1$  a  $U_3$  para duas classes componentes e seis bandas espectrais.

A função III.12 deve ser minimizada, em função de  $X_1$ .

$$\frac{\partial F}{\partial X_1} = 2U_1 X_1 + U_2 = 0$$

Daí temos:

$$X_1 = \frac{-U_2}{2U_1}$$

A solução para  $X_1$  foi obtida de sete equações, seis originárias das bandas espectrais utilizadas e a sétima originária da restrição  $\sum_{j=1}^n X_j = 1$ . A solução, para  $X_1$ , via método dos mínimos quadrados pode entretanto não satisfazer a restrição  $0 \leq X_1 \leq 1$ . Os diversos possíveis valores para  $X_1$  estão ilustrados na tabela III.3. Para os casos em que a condição anterior não é satisfeita por  $X_1$ , a solução adotada consistiu em optar-se pelo valor mais próximo situado na região de aceitação.

#### b - Três classes componentes

Neste caso, o modelo adquire a forma:

$$R_i = a_{i1}X_1 + a_{i2}X_2 + a_{i3}X_3 + e_i \quad (\text{III.13})$$

para  $i=1,2,3,\dots,6$

A função a ser minimizada é:

$$F = e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_4^2 + e_5^2 + e_6^2 = V_1X_1^2 + V_2X_2^2 + V_3X_3^2 + V_4X_1X_2 + V_5X_1X_3 + \\ V_6X_2X_3 + V_7X_1 + V_8X_2 + V_9X_3 + V_{10} \quad (\text{III.14})$$

Substituindo-se III.13 em III.14 obtêm-se as expressões para os coeficientes  $V_1$  a  $V_{10}$ .

No apêndice A.1 estão apresentados as expressões dos coeficientes  $V_1$  a  $V_{10}$  para três classes componentes e seis bandas espectrais.

A restrição  $\sum_{j=1}^n X_j = 1$  gera uma equação linear adicional

$$X_1 + X_2 + X_3 = 1$$

como nos casos anteriores, essa equação adicional permite expressar uma proporção ( $X_3$ ) em função das demais. A função a ser minimizada fica, então:

$$F = U_1X_1^2 + U_2X_2^2 + U_3X_1X_2 + U_4X_1 + U_5X_2 + U_6 \quad (\text{III.15})$$

No apêndice A.1 estão apresentados as expressões dos coeficientes  $U_1$  a  $U_6$  para três classes componentes e seis bandas espectrais.

Seguindo o critério dos mínimos quadrados, a função III.15 deve ser minimizada em função de  $X_1$  e  $X_2$ :

$$\frac{\partial F}{\partial X_1} = 2U_1X_1 + U_3X_2 + U_4 = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial X_2} = 2U_2X_2 + U_3X_1 + U_5 = 0$$

Resolvendo esse sistema de equações obtemos os valores de  $X_1$  e  $X_2$ .

Os procedimentos a serem executados com base nos valores estimados para  $X_1$  e  $X_2$  são os já descritos para o caso de três bandas espectrais de entrada. A tabela III.4 sumariza os casos possíveis e os procedimentos a serem adotados.

Região	$X_1$	$X_2$	$0 < (X_1 + X_2) \leq 1$	valores a serem recalculados	$X_3$
1	POS	POS	SIM	-	$1 - X_1 - X_2$
2	POS	POS	NÃO	$X_1$ e $X_2$	0
3	NEG	POS	NÃO	$X_2 (X_1 = 0)$	$1 - X_2$
4	NEG	NEG	NÃO	$X_1 = X_2 = 0$	1
5	POS	NEG	NÃO	$X_1 (X_2 = 0)$	$1 - X_1$

Tabela III.4: Resultados possíveis para o caso de três classes componentes (extraído de Shimabukuro e Smith, 1991)

c - Quatro classes componentes

Neste caso, o modelo adquire a seguinte forma:

$$R_i = a_{i,1}X_1 + a_{i,2}X_2 + a_{i,3}X_3 + a_{i,4}X_4 + e_i \tag{III.16}$$

para  $i=1,2,3,\dots,6$

Pelo critério dos mínimos quadrados a função a ser minimizada é:

$$F = e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_4^2 + e_5^2 + e_6^2 = V_1X_1^2 + V_2X_2^2 + V_3X_3^2 + V_4X_4^2 + V_5X_1X_2 + V_6X_1X_3 + V_7X_1X_4 + V_8X_2X_3 + V_9X_2X_4 + V_{10}X_3X_4 + V_{11}X_1 + V_{12}X_2 + V_{13}X_3 + V_{14}X_4 + V_{15} \tag{III.17}$$

Substituindo-se III.16 em III.17 obtém-se as expressões para os coeficientes  $V_1$  a  $V_{15}$ . No apêndice A.1 estes estão apresentados para o caso de 4 classes componentes e seis bandas espectrais.

A restrição  $\sum_{j=1}^n X_j = 1$  gera uma equação linear adicional

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 1$$

A função a ser minimizada fica, então:

$$F = U_1X_1^2 + U_2X_2^2 + U_3X_3^2 + U_4X_1X_2 + U_5X_1X_3 + U_6X_2X_3 + U_7X_1 + U_8X_2 + U_9X_3 + U_{10} \tag{III.18}$$

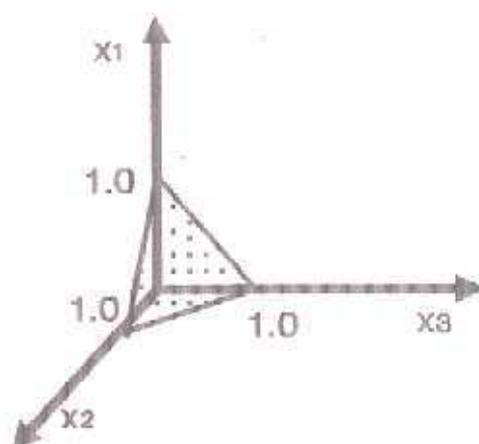


Figura III.2: Região permitida, caso quatro classes componentes

No apêndice A.1 estão apresentadas as expressões dos coeficientes  $U_1$  a  $U_{10}$  para 4 classes componentes e seis bandas espectrais.

Seguindo o critério dos mínimos quadrados, a função III.18 deve ser minimizada em função de  $X_1$ ,  $X_2$  e  $X_3$ .

$$\frac{\partial F}{\partial X_1} = 2U_1X_1 + U_4X_2 + U_5X_3 + U_7 = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial X_2} = 2U_2X_2 + U_4X_1 + U_6X_3 + U_8 = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial X_3} = 2U_3X_3 + U_5X_1 + U_6X_2 + U_9 = 0$$

Resolvendo esse sistema de equações obtemos os valores de  $X_1$  a  $X_3$ .

Na figura III.2 está representada a região permitida para o caso de quatro classes componentes.

A tabela III.5 sumariza os casos possíveis e os procedimentos a serem adotados. A coluna "exec" corresponde ao novo caso a ser executado, por exemplo: na segunda linha

$X_1$	$X_2$	$X_3$	Região *	valores a serem recalculados	$X_4$	excc
POS	POS	POS	SIM	-	$1 - X_1 - X_2 - X_3$	-
POS	POS	POS	NÃO	$X_3 = 1 - X_1 - X_2$	0	3class
POS	POS	NEG	NÃO	$X_3 = 0$	$1 - X_1 - X_2$	3class
POS	NEG	POS	NÃO	$X_2 = 0$	$1 - X_1 - X_3$	3class
POS	NEG	NEG	NÃO	$X_2 = X_3 = 0$ $X_1 = \frac{-U_1}{2U_1}$	-	2class
NEG	POS	POS	NÃO	$X_1 = 0$	$1 - X_2 - X_3$	3class
NEG	POS	NEG	NÃO	$X_1 = X_3 = 0$ $X_2 = \frac{-U_2}{2U_2}$	-	2class
NEG	NEG	POS	NÃO	$X_1 = X_2 = 0$ $X_3 = \frac{-U_3}{2U_3}$	0	2class
NEG	NEG	NEG	NÃO	$X_1 = X_2 = X_3 = 0$	1	-

Tabela III.5: Resultados possíveis para o caso de quatro classes componentes.

$$0 \leq (X_1 + X_2 + X_3) \leq 1$$

deve ser executado o modelo para três classes componentes já que é estimado que o valor da quarta classe componente é igual a zero.

#### d - Cinco classes componentes

$$R_i = a_{i1}X_1 + a_{i2}X_2 + a_{i3}X_3 + a_{i4}X_4 + a_{i5}X_5 + e_i \quad (\text{III.19})$$

para  $i=1,2,3,\dots,6$

Pelo critério dos mínimos quadrados a função a ser minimizada é:

$$F = e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_4^2 + e_5^2 + e_6^2 = V_1X_1^2 + V_2X_2^2 + V_3X_3^2 + V_4X_4^2 + V_5X_5^2 + V_6X_1X_2 + V_7X_1X_3 + V_8X_1X_4 + V_9X_1X_5 + V_{10}X_2X_3 + V_{11}X_2X_4 + V_{12}X_2X_5 + V_{13}X_3X_4 + V_{14}X_3X_5 + V_{15}X_4X_5 + V_{16}X_1 + V_{17}X_2 + V_{18}X_3 + V_{19}X_4 + V_{20}X_5 + V_{21} \quad (\text{III.20})$$

Substituindo-se III.19 em III.20 obtêm-se as expressões dos coeficientes  $V_1$  a  $V_{21}$ . No apêndice A.1 estas estão apresentadas para o caso de quatro classes componentes e seis bandas espectrais.

A restrição  $\sum_{j=1}^n X_j = 1$  gera uma equação linear adicional

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 = 1$$

A função a ser minimizada fica:

$$F = U_1 X_1^2 + U_2 X_2^2 + U_3 X_3^2 + U_4 X_4^2 + U_5 X_1 X_2 + U_6 X_1 X_3 + U_7 X_1 X_4 + U_8 X_2 X_3 + U_9 X_2 X_4 + U_{10} X_3 X_4 + U_{11} X_1 + U_{12} X_2 + U_{13} X_3 + U_{14} X_4 + U_{15} \quad (\text{III.21})$$

No apêndice A.1 estão apresentadas as expressões dos coeficientes  $U_1$  a  $U_{15}$  para cinco classes componentes e seis bandas espectrais.

Seguindo o critério dos mínimos quadrados, a função III.21 deve ser minimizada em função de  $X_1, X_2, X_3$  e  $X_4$ :

$$\frac{\partial F}{\partial X_1} = 2U_1 X_1 + U_5 X_2 + U_6 X_3 + U_7 X_4 + U_{11} = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial X_2} = 2U_2 X_2 + U_5 X_1 + U_8 X_3 + U_9 X_4 + U_{12} = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial X_3} = 2U_3 X_3 + U_6 X_1 + U_8 X_2 + U_{10} X_4 + U_{13} = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial X_4} = 2U_4 X_4 + U_7 X_1 + U_9 X_2 + U_{10} X_3 + U_{14} = 0$$

Resolvendo esse sistema de equações obtemos os valores de  $X_1$  a  $X_4$ .

A tabela III.6 sumariza os casos possíveis e os procedimentos a serem adotados.

Neste caso, a região permitida é aquela limitada pelo hiperplano  $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 1$ . Dezesesseis regiões adicionais ocorrem nesse espaço quadridimensional.

#### e - Seis classes componentes

$$R_i = a_{i1} X_1 + a_{i2} X_2 + a_{i3} X_3 + a_{i4} X_4 + a_{i5} X_5 + a_{i6} X_6 + c_i \quad (\text{III.22})$$

para  $i=1,2,3,\dots,6$

A função a ser minimizada é:

$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	Região *	valores a serem recalculados	$X_5$	exec
POS	POS	POS	POS	SIM	-	$1 - \sum_{i=1}^4 X_i$	-
POS	POS	POS	POS	NÃO	$X_4 = 1 - X_1 - X_2 - X_3$	$X_5 = 0$	4class
POS	POS	POS	NEG	NÃO	$X_4 = 0$	-	4class
POS	POS	NEG	POS	NÃO	$X_3 = 0$	-	4class
POS	POS	NEG	NEG	NÃO	$X_3 = X_4 = 0$	-	3class
POS	NEG	POS	POS	NÃO	$X_2 = 0$	-	4class
POS	NEG	POS	NEG	NÃO	$X_2 = X_4 = 0$	-	3class
POS	NEG	NEG	POS	NÃO	$X_2 = X_3 = 0$	-	3class
POS	NEG	NEG	NEG	NÃO	$X_1 = \frac{-U_{11}}{2U_1}$ $X_2 = X_3 = X_4 = 0$	-	2class
NEG	POS	POS	POS	NÃO	$X_1 = 0$	-	4class
NEG	POS	POS	NEG	NÃO	$X_1 = X_4 = 0$	-	3class
NEG	POS	NEG	POS	NÃO	$X_1 = X_3 = 0$	-	3class
NEG	POS	NEG	NEG	NÃO	$X_2 = \frac{-U_{12}}{2U_2}$ $X_1 = X_3 = X_4 = 0$	-	2class
NEG	NEG	POS	POS	NÃO	$X_1 = X_2 = 0$	-	3class
NEG	NEG	POS	NEG	NÃO	$X_3 = \frac{-U_{13}}{2U_3}$ $X_1 = X_2 = X_4 = 0$	-	2class
NEG	NEG	NEG	POS	NÃO	$X_4 = \frac{-U_{14}}{2U_4}$ $X_1 = X_2 = X_3 = 0$	-	2class
NEG	NEG	NEG	NEG	NÃO	$X_1 = X_2 = X_3 = X_4 = 0$	!	

Tabela III.6: Resultados possíveis para o caso de cinco classes componentes.

$$0 \leq (X_1 + X_2 + X_3 + X_4) \leq 1$$

$$\begin{aligned}
 F = e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_4^2 + e_5^2 + e_6^2 = & V_1 X_1^2 + V_2 X_2^2 + V_3 X_3^2 + V_4 X_4^2 + V_5 X_5^2 + V_6 X_6^2 + \\
 & V_7 X_1 X_2 + V_8 X_1 X_3 + V_9 X_1 X_4 + V_{10} X_1 X_5 + V_{11} X_1 X_6 + V_{12} X_2 X_3 + V_{13} X_2 X_4 + V_{14} X_2 X_5 + \\
 & V_{15} X_2 X_6 + V_{16} X_3 X_4 + V_{17} X_3 X_6 + V_{18} X_3 X_5 + V_{19} X_4 X_5 + V_{20} X_4 X_6 + \\
 & V_{21} X_5 X_6 + V_{22} X_1 + V_{23} X_2 + V_{24} X_3 + V_{25} X_4 + V_{26} X_5 + V_{27} X_6 + V_{28}
 \end{aligned}
 \tag{III.23}$$

Substituindo-se III.22 em III.23 obtêm-se as expressões para os coeficientes  $V_1$  a  $V_{28}$ . No apêndice A.1 estas estão apresentadas para seis classes componentes e seis bandas espectrais.

A restrição  $\sum_{j=1}^n X_j = 1$  gera uma equação linear adicional

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 = 1$$

A função a ser minimizada fica, então:

$$\begin{aligned}
 F = U_1 X_1^2 + U_2 X_2^2 + U_3 X_3^2 + U_4 X_4^2 + U_5 X_5^2 + U_6 X_1 X_2 + U_7 X_1 X_3 + U_8 X_1 X_4 + U_9 X_1 X_5 \\
 + U_{10} X_2 X_3 + U_{11} X_2 X_4 + U_{12} X_2 X_5 + U_{13} X_3 X_4 + U_{14} X_3 X_5 + U_{15} X_4 X_5 + U_{16} X_1 + \\
 U_{17} X_2 + U_{18} X_3 + U_{19} X_4 + U_{20} X_5 + U_{21}
 \end{aligned}
 \tag{III.24}$$

No apêndice A.1 estão apresentados as expressões dos coeficientes  $U_1$  a  $U_{21}$  para seis classes componentes e seis bandas espectrais.

Seguindo o critério dos mínimos quadrados a função III.24 deve ser minimizada em função de  $X_1, X_2, X_3, X_4$  e  $X_5$ .

$$\frac{\partial F}{\partial X_1} = 2U_1 X_1 + U_6 X_2 + U_7 X_3 + U_8 X_4 + U_9 X_5 + U_{16} = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial X_2} = 2U_2 X_2 + U_6 X_1 + U_{10} X_3 + U_{11} X_4 + U_{12} X_5 + U_{17} = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial X_3} = 2U_3 X_3 + U_7 X_1 + U_{10} X_2 + U_{13} X_4 + U_{14} X_5 + U_{18} = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial X_4} = 2U_4 X_4 + U_8 X_1 + U_{11} X_2 + U_{13} X_3 + U_{15} X_5 + U_{19} = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial X_5} = 2U_5 X_5 + U_9 X_1 + U_{12} X_2 + U_{14} X_3 + U_{15} X_4 + U_{20} = 0$$

Resolvendo o sistema de equações anterior para 5 variáveis obtemos os valores de  $X_1$  a  $X_5$ .

A tabela III.7 sumariza os casos possíveis e os procedimentos a serem adotados.

### III.1.3 Modelo Linear associado a função de verossimilhança

Para a estimação das classes componentes de um pixel mistura pelo modelo linear associado a função de verossimilhança, as refletâncias que caracterizam as classes são consideradas variáveis aleatórias seguindo uma distribuição de Gauss. Assim, neste trabalho, foi implementada a metodologia proposta por Horwitz et al. (1971), descrita a seguir.

#### 1- Estimação dos parâmetros das classes

Este modelo, conforme o exposto em Horwitz et al. (1971), supõe que as refletâncias que caracterizam cada classe componente seguem uma distribuição gaussiana com um vetor médias  $A_i$  e matriz de covariâncias  $M_i$ . Sendo a dimensão destes igual a 'm' que é o número de canais espectrais do sistema sensor.

O vetor média de cada classe componente é estimado por:

$$A_i = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \quad (\text{III.25})$$

onde

$n$  = Número de pixels que compõe a amostra

$X_i$  = Vetor que descreve a refletância do pixel "i" nas bandas espectrais utilizadas

A matriz de covariâncias de cada classe componente é estimada por:

$$M_i = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - A_i)(X_i - A_i)^T}{n - 1} \quad (\text{III.26})$$

A classe mistura tem associado um vetor  $P_i$  cujos elementos são iguais às proporções correspondentes às classes componentes, um vetor  $A_p$  que estima o vetor média da classe e uma matriz  $M_p$  que estima a matriz de covariâncias.

Com o intuito de se encontrar expressões para  $A_p$  e  $M_p$  pode ser analisado o seguinte exemplo:

$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	Região	novos valores	$X_6$	exec
POS	POS	POS	POS	POS	SIM	-	$1 - \sum_{i=1}^5 X_i$	-
POS	POS	POS	POS	POS	NÃO	$X_5 = 1 - \sum_{i=1}^4 X_i$	$X_6 = 0$	5class
POS	POS	POS	POS	NEG	NÃO	$X_5 = 0$	-	5class
POS	POS	POS	NEG	POS	NÃO	$X_4 = 0$	-	5class
POS	POS	POS	NEG	NEG	NÃO	$X_4 = X_5 = 0$	-	4class
POS	POS	NEG	POS	POS	NÃO	$X_3 = 0$	-	5class
POS	POS	NEG	POS	NEG	NÃO	$X_3 = X_5 = 0$	-	4class
POS	POS	NEG	NEG	POS	NÃO	$X_3 = X_4 = 0$	-	4class
POS	POS	NEG	NEG	NEG	NÃO	$X_3 = X_4 = X_5 = 0$	-	3class
POS	NEG	POS	POS	POS	NÃO	$X_2 = 0$	-	5class
POS	NEG	POS	POS	NEG	NÃO	$X_2 = X_5 = 0$	-	4class
POS	NEG	POS	NEG	POS	NÃO	$X_2 = X_4 = 0$	-	4class
POS	NEG	POS	NEG	NEG	NÃO	$X_2 = X_4 = X_5 = 0$	-	3class
POS	NEG	NEG	POS	POS	NÃO	$X_2 = X_3 = 0$	-	4class
POS	NEG	NEG	POS	NEG	NÃO	$X_2 = X_3 = X_5 = 0$	-	3class
POS	NEG	NEG	NEG	POS	NÃO	$X_2 = X_3 = X_4 = 0$	-	3class
POS	NEG	NEG	NEG	NEG	NÃO	$X_2 = X_3 = X_4 = X_5 = 0$	-	2class
NEG	POS	POS	POS	POS	NÃO	$X_1 = 0$	-	5class
NEG	POS	POS	POS	NEG	NÃO	$X_1 = X_5 = 0$	-	4class
NEG	POS	POS	NEG	POS	NÃO	$X_1 = X_4 = 0$	-	4class
NEG	POS	POS	NEG	NEG	NÃO	$X_1 = X_4 = X_5 = 0$	-	3class
NEG	POS	NEG	POS	POS	NÃO	$X_1 = X_3 = 0$	-	4class
NEG	POS	NEG	POS	NEG	NÃO	$X_1 = X_3 = X_5 = 0$	-	3class
NEG	POS	NEG	NEG	POS	NÃO	$X_1 = X_3 = X_4 = 0$	-	3class
NEG	POS	NEG	NEG	NEG	NÃO	$X_1 = X_3 = X_4 = X_5 = 0$	-	2class
NEG	NEG	POS	POS	POS	NÃO	$X_1 = X_2 = 0$	-	4class
NEG	NEG	POS	POS	NEG	NÃO	$X_1 = X_2 = X_5 = 0$	-	3class
NEG	NEG	POS	NEG	POS	NÃO	$X_1 = X_2 = X_4 = 0$	-	3class

Tabela III.7: Resultados possíveis para o caso de seis classes componentes.

Região:  $0 \leq (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5) \leq 1$

$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	Região	novos valores	$X_6$	exec
NEG	NEG	POS	NEG	NEG	NÃO	$X_1 = X_2 = X_4 = X_5 = 0$	-	2class
NEG	NEG	NEG	POS	POS	NÃO	$X_1 = X_2 = X_3 = 0$	-	3class
NEG	NEG	NEG	POS	NEG	NÃO	$X_1 = X_2 = X_3 = X_5 = 0$	-	2class
NEG	NEG	NEG	NEG	POS	NÃO	$X_1 = X_2 = X_3 = X_4 = 0$	-	2class
NEG	NEG	NEG	NEG	NEG	NÃO	$X_1 \alpha X_5 = 0$	$X_6 = 1$	-

Tabela III.8: Resultados possíveis para o caso de seis classes componentes. (continuação)

Um pixel possui apenas a classe componente 'i', em seu interior existem  $N_i$  elementos deste tipo. A cada um desses elementos está portanto associado uma variável aleatória com média  $A_i^*$  e matriz de covariâncias  $M_i^*$ .

Tem-se então:

$$A_i = N_i A_i^*$$

Se for ainda assumida a independência estatística entre estas  $N_i$  variáveis aleatórias temos também:

$$M_i = N_i M_i^*$$

Agora, se a proporção da classe componente 'i' no pixel é  $P_i$ , então o número de elementos deste tipo é  $P_i N_i$ . Assim

$$A_p = \sum_i P_i N_i A_i^* = \sum P_i A_i$$

Se for assumido que as variáveis aleatórias associadas aos elementos das diferentes classes componentes são também estatisticamente independentes temos que:

$$M_p = \sum_i P_i N_i M_i^* = \sum P_i M_i$$

Assumindo-se que as condições para a satisfação do teorema central do limite são satisfeitas, pode-se tomar a distribuição associada ao vetor proporções 'P' como sendo gaussiana.

## 2 - Estimação das proporções

Dado um vetor 'X' representando um pixel mistura captado em 'm' bandas espectrais, a estimação do vetor de proporções 'p' pelo método da máxima verossimilhança consiste em minimizar a expressão:

$$F_p = \ln | M_p | + (X - A_p)^T M_p^{-1} (X - A_p) \quad (\text{III.27})$$

sujeito às restrições

$$\sum P_i = 1$$

e

$$P_i \geq 0$$

### 3 - Unicidade da estimativa

A estimativa dos valores que minimizam III.27 pode não ser única ou seja, diferentes conjuntos de valores de proporções podem retornar um mesmo valor. Porém Horwitz et al.(1971) pondera que se as matrizes de covariâncias forem "pequenas" a estimativa é "quase" única. Mais precisamente:

$$M_{p,r} = r M_p, r > 0$$

e

$$F_{p,r} = \ln | M_{p,r} | + (X - A_p)^T M_{p,r}^{-1} (X - A_p)$$

então

$$r F_{p,r} = r \ln r + r \ln | M_p | + (X - A_p)^T M_p^{-1} (X - A_p)$$

A medida que  $r$  diminui,  $r F_{p,r}$  tende para:

$$R_p = (X - A_p)^T M_p^{-1} (X - A_p)$$

Essa função é convexa e portanto é minimizada por um único 'P'. A partir daí pode-se concluir que se as covariâncias são suficientemente "pequenas"  $R_p$  se aproximará de  $F_p$ . Assim o único 'P' que minimiza  $R_p$  estará próximo de qualquer 'P' que minimize  $F_p$ . Isto quer dizer que todos os 'Ps' que minimizam  $F_p$  estarão próximos uns dos outros e não serão a fonte de um erro significativo na estimativa.

#### 4 - Estimativa computacional

A metodologia computacional utilizada no presente trabalho foi o assim denominado "método da força bruta".  $F_p$  é minimizado por um conjunto de pontos onde cada componente  $P_i$  é um positivo de modo que  $\sum P_i = 1$ .

Uma simplificação proposta por Horwitz et al. (1971) para o método é a utilização de uma matriz de covariâncias única estimada por:

$$M_p = \frac{\sum_{i=1}^m M_i}{m} \quad (\text{III.28})$$

onde

$M_i$  = Matriz de covariâncias da classe componente  $i$

$m$  = número de classes componentes

Esta simplificação que visa uma melhora na performance computacional do modelo foi utilizada em testes de simulação. Os resultados obtidos por Horwitz et al. (1971) sugerem que esta simplificação é aceitável para os casos encontrados em situações comuns em sensoriamento remoto.

#### III.1.4 Modelo Fuzzy

No modelo de mistura baseado na lógica fuzzy podem ser identificadas três partes essenciais:

- (i) Definição da função de pertinência
- (ii) Estimação dos parâmetros relevantes à função de pertinência selecionada.
- (iii) Estimação das proporções das classes componentes no pixel mistura.

##### (i) - Definição da função de pertinência

Um conjunto fuzzy é caracterizado por sua função de pertinência. Desta forma, para executar a classificação num espaço multiespectral, uma função de pertinência deve ser definida. Esta função define as regras para a classificação de padrões desconhecidos. Como já foi visto em II.3.1 os conjuntos fuzzy admitem informações de caráter estatístico ou não. Deste modo, na definição da função de pertinência, elementos das duas naturezas podem ser empregados.

No presente trabalho serão utilizadas duas funções de pertinência distintas: a primeira baseada na função densidade probabilidade normal multivariada e a segunda baseada diretamente na distância de Mahalanobis.

**a - Função de pertinência baseada na distribuição normal multivariada**

A função de pertinência baseada na função densidade probabilidade de uma distribuição normal multivariada foi utilizado em Wang(1990a,b) e Campana(1992) .

Para uma classe  $c$  a função de pertinência é definida como

$$f_c(X) = \frac{P_c^*(X)}{\sum_{i=1}^m P_i^*(X)} \quad (\text{III.29})$$

onde  $P_c^*$  é definido como

$$P_c^*(X) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} |\Sigma_i^*|^{1/2}} e^{-\frac{1}{2}(X-\mu_i^*)^T \Sigma_i^{*-1} (X-\mu_i^*)} \quad (\text{III.30})$$

onde

$n$ = dimensão do vetor pixel

$m$ = número de classes componentes

$\mu_i^*$  = vetor média da classe  $i$

$\Sigma_i^*$  = matriz de covariâncias da classe  $i$

$X$  = vetor que descreve a refletância do pixel nas bandas espectrais utilizadas

**b - Função de pertinência baseada diretamente na distância de Mahalanobis**

A segunda função pertinência foi definida com base diretamente na distância de Mahalanobis. Como pode ser visto na definição (III.31) , esta distância possui uma relação inversamente proporcional ao valor resultante da função de pertinência. Dependendo da matriz de covariâncias associada à cada classe, quanto mais próximo (menor distância) o padrão estiver da média da classe  $i$  maior será o valor retornado por sua função de pertinência.

$$d_c^m(X) = \frac{1}{(X - \mu_i^*)^T \Sigma_i^* (X - \mu_i^*)} \quad (\text{III.31})$$

onde

$n$ = dimensão do vetor pixel

$m$ = número de classes componentes

$\mu_i^*$  = vetor média da classe  $i$

$\Sigma_i^*$  = matriz de covariâncias da classe  $i$

$X$  = vetor que descreve a refletância do pixel nas bandas espectrais utilizadas de modo semelhante à função de pertinência anteriormente descrita a estimação da proporção de cada classe no pixel é definida por :

$$f_c(X) = \frac{d_c^m(X)}{\sum_{i=1}^m d_i^m(X)} \quad (\text{III.32})$$

Em ambas as formas propostas para a função de pertinência, o somatório presente no denominador normaliza a função , isto é :

$$\sum_{c=1}^m f_c(X) = 1 \quad (\text{III.33})$$

Essa propriedade é essencial para que  $f_c(X)$  possa ser entendida como função pertinência do padrão  $X$ .

#### (ii) - Estimação dos parâmetros

A partir de amostras colhidas na imagem a estimativa da médias das classes é obtida por:

$$m_c^n = \frac{\sum_{i=1}^n f_c(X_i)X_i}{\sum_{i=1}^n f_c(X_i)} \quad (\text{III.34})$$

onde :

$m_c^n$  = estimativa de  $\mu_c^n$

$n$  = Número de amostras colhidas

$f_c$  = Função de pertinência do vetor pixel à classe  $c$

$X_i$  = Refletância do vetor pixel

Como pode ser visto , o modelo Fuzzy permite que os pixels amostrados para caracterizar cada classe não sejam, obrigatoriamente , pixels puros ( o valor de  $f_c(X_i)$  pode ser informado com um valor diferente de 1). O modelo implementado, entretanto, não utiliza esta vantagem do modelo Fuzzy devido a dificuldade de se avaliar precisamente, no pixel amostrado, a proporção da classe em questão. Assim , todos os pixels amostrados são considerados puros, ou seja,  $f_c(X_i) = 1$ .

A matriz de covariâncias fuzzy é de modo similar estimada por:

$$S_c^* = \frac{\sum_{i=1}^n f_c(X_i)(X_i - m_c^*)(X_i - m_c^*)^T}{(\sum_{i=1}^n f_c(X_i)) - 1} \quad (\text{III.35})$$

onde

$n$  = Número de amostras colhidas

$f_c$  = Função de pertinência do vetor pixel à classe  $c$

$X_i$  = Refletância do vetor pixel

$m_c^*$  = estimativa do vetor média

Na estimativa da matriz de covariâncias, de modo análogo a estimativa do vetor média, todos os pixels amostrados são considerados puros.

Cabe ainda ressaltar que, ao contrário de Wang(1990a,b) onde o denominador da matriz de covariâncias é igual a  $n(\sum_{i=1}^n f_c(X_i))$ , optou-se por utilizar-se um denominador igual a  $n-1$  devido ao fato de se tratar de uma amostra e não da população .

### (iii) - Estimativa das proporções das classes componentes no pixel mistura

A função de pertinência , no conceito da lógica fuzzy, estima o grau de pertinência ou associação de um determinado padrão (pixel) as classes existentes . Dentro do conceito de pixel mistura, esses diferentes graus de associação são interpretados como as frações do pixel ocupadas por cada uma das classes componentes. Os valores numéricos fornecidos pelas 'n' funções de pertinência , associados a um pixel constituem, portanto, a solução do problema da mistura via "modelo fuzzy".

## III.2 Materiais

Os modelos e ferramentas para este trabalho foram desenvolvidos e executados em equipamento compatível com PC-486(25Mhz).A execução dos *softwares* pode também ser executado em outros equipamentos da linha PC, porém ocorre, obviamente, um acréscimo no tempo necessário para a obtenção dos resultados.

Uma análise visual mais detalhada foi feita numa estação de trabalho *Sun* através do software para tratamento de imagens *planetes*(ORSTOM,França). As razões de ter sido escolhido o software *planetes* para a análise visual dos resultados obtidos deve-se ao fato deste ter uma maior facilidade de operação deste para a análise necessária e , principalmente, a qualidade do terminal gráfico a ele associado.

Para efeito de teste dos modelos desenvolvidos foram utilizadas duas imagens : uma de uma região situada nas proximidades da cidade de Rio Grande obtida em 03 de abril de

1988 e outra da região do Parque Nacional da Lagoa do Peixe, obtida em 15 de abril de 1989.

É importante ressaltar que foi feita a opção por uma política de desenvolvimento de software que maximizasse a autossuficiência do conjunto de programas desenvolvidos. Desta forma, o *software* desenvolvido é praticamente independentes do sistema de tratamento de imagens *SITIM*, atualmente em operação no Centro Estadual de Pesquisa em Sensoriamento Remoto e Meteorologia.

Como vantagens decorrentes dessa política temos o fato de não ser necessária um ambiente com a configuração do sistema *SITIM* para a execução dos programas desenvolvidos. Assim como estes não necessitam de alterações para o caso de mudança de versão do sistema em operação.

A única exigência para a execução dos programas é que a imagem de entrada esteja no formato *raster*.

## Capítulo IV

### Experimentos

Com o objetivo de avaliar o desempenho dos modelos desenvolvidos, dois experimentos foram efetuados. Para isso foram utilizadas duas imagens de áreas diferentes :uma correspondendo a uma área nas proximidades da cidade de Rio Grande e outra correspondendo a uma área situada nas proximidades do parque nacional da Lagoa do Peixe. A localização das áreas pode ser vista na figura IV.1

Além dos dois experimentos descritos neste capítulo foram também executados vários testes preliminares com os modelos durante a fase de desenvolvimento computacional destes . Alguns dos resultados destes testes encontram-se expostos no capítulo seguinte na seção de avaliação do desempenho dos modelos.

#### IV.1 Experimento Rio Grande

##### IV.1.1 Razões da escolha e características da imagem

Na figura IV.2 pode ser vista uma composição colorida (TM3 azul, TM4 verde, TM5 vermelho)da região de onde foi extraída a área para o experimento Rio Grande.

Dentre os motivos que levaram a escolha desta área para teste, o mais importante é a boa identificação visual das classes. As classes água e areia são facilmente identificáveis por ambas possuírem regiões contíguas e amplas.

A classe água , representada pelo oceano ,mostra a pluma originária da Lagoa dos Patos, assim como regiões com concentrações diferentes de sedimentos em suspensão. Esta característica é boa para o estudo , pois torna possível a avaliação dos modelos quanto à sensibilidade para classificar diferentes subclasses.

A classe areia apresenta-se disposta ao longo de toda a faixa litorânea.Na região mais continental da imagem é destacada a presença de grandes cordões arenosos. A classe

Figura IV.1: *Carta geográfica com a localização das áreas de teste*



Figura IV.2: Área onde foi extraída imagem para teste no experimento Rio Grande

Latitude	Longitude	meio-dia local	declinação solar
$\varphi$	$\lambda$	(aproximado)	$\delta$ °
32° 15' S	52° 15' W	12h 28min	5,694°

Tabela IV.1: *Dados geográficos de Rio Grande (\*) Fonte: Anuário astronômico*

vegetação ocupa pequenas regiões nesta região da imagem, estando também associada aos cordões arenosos.

A maior parte da imagem está coberta por pixels que contém uma mistura de vegetação e areia, o que permite uma análise do comportamento dos modelos para a estimação da mistura destas duas classes componentes.

#### IV.1.2 Dados geográficos da imagem

Na tabela IV.1 estão apresentados os dados geográficos da imagem da região próxima a Rio Grande, bem como a declinação solar para o dia da tomada da imagem (03 de abril de 1988).

#### IV.1.3 Cálculo da refletância

A partir da tabela II.4 é possível calcular que o satélite LANDSAT-5 passa na região de Rio Grande aproximadamente as 9h 36min. O ângulo horário ( $\tau$ ) do sol para este instante foi calculado em 35° 58'. Assim, utilizando a metodologia apresentada na seção II.8 obtemos uma distância zenital solar de 51° 01'. Consequentemente a elevação solar é de 38° 58' para a área em Rio Grande no dia 03 de abril de 1988 no instante da passagem do sistema sensor.

Visando eliminar o processo de cálculo manual foi desenvolvido o programa `elevacao.c`, cuja descrição encontra-se no apêndice B, que efetua os cálculos necessários e fornece o valor da elevação solar.

Os procedimentos detalhados em II.8 foram implementados no programa `reflete.c` e a imagem foi convertida de valores de contador digital para valores de refletância, expressos no intervalo numérico  $[0,1]$ . Essa refletância calculada corresponde ao valor medido no "topo da atmosfera", ou seja não há uma correção deste valor devido à contribuição atmosférica.



Figura IV.3: Área onde foi extraída imagem para teste no experimento Lagoa do Peixe

## IV.2 Experimento Lagoa do Peixe

### IV.2.1 Razões da escolha e características da imagem

Na figura IV.3 pode ser vista uma composição colorida (TM3 azul, TM4 verde, TM5 vermelho) da região de onde foi extraída a área para o experimento Lagoa do Peixe.

Esta área foi selecionada por vários motivos, dentre os quais o mais importante é o fato de ser uma área de fácil identificação visual de pelo menos 6 classes. Isto torna mais fácil a avaliação qualitativa dos modelos.

A imagem possui classes cujas respostas espectrais são adequadas para o estudo : água lacustre, água marítima, vegetação não-nativa (plantação de Pinus), areia, solo descoberto e vegetação nativa. Essas classes estão claramente separadas das demais sendo, portanto de fácil identificação .

Latitude $\varphi$	Longitude $\lambda$	meio-dia local (aproximado)	declinação solar $\delta^*$
31° 15' S	51° 15' W	12h24min	+9°40'51.8"

Tabela IV.2: Dados geográficos da Lagoa do Peixe (\*). Fonte: Anuário astronômico

#### IV.2.2 Dados geográficos da imagem

Na tabela IV.2 estão apresentados os dados geográficos da imagem da região situada nas proximidades do Parque Nacional da Lagoa do Peixe, bem como a declinação solar para o dia da tomada da imagem (15 de abril de 1989).

#### IV.2.3 Cálculo da refletância

A partir da tabela II.4 é possível calcular que o satélite LANDSAT-5 passa na área selecionada situada nas proximidades do Parque Nacional da Lagoa do Peixe aproximadamente às 9h36min. O ângulo horário ( $\tau$ ) do Sol para este instante foi calculado em 35° 54'. Assim, utilizando a metodologia apresentada na seção II.8 obtemos uma distância zenital solar de 53°15'. Consequentemente a elevação solar é de 36°45' para a área no dia 15 de abril de 1989 no instante da passagem do sistema sensor.

Assim como já foi mencionado para o experimento Rio Grande, os valores para a elevação solar e refletâncias dos contadores digitais foram obtidos pelos programas `elevacao.c` e `reflete.c`, respectivamente.

### IV.3 Amostragem e classificação

A classe água foi caracterizada por pixels da região oceânica e da lagoa. Foram amostradas regiões com diferentes concentrações de sedimentos em suspensão com o intuito de serem abrangidos diversos tipos de água. A classe vegetação foi caracterizada por amostras colhidas na região de plantação de Pinus. A classe areia foi caracterizada pelas dunas que são identificáveis na região costeira.

Para fins de inspeção visual do simplex, foi desenvolvido o programa `classes.c` que possibilita a compreensão da posição dos pontos amostrados no espaço multiespectral. Esta compreensão é consequência de uma análise visual do comportamento das amostras nas diversas combinações de eixos possíveis.

A partir de um arquivo de amostras gerado pelo programa `amostras.c` (cuja descrição encontra-se no apêndice B) foram testados os sete modelos de mistura descritos no capítulo

III para as duas imagens das áreas teste.

Os programas de computador desenvolvidos para implementar os modelos de mistura geraram então imagens sintéticas que contêm as proporções com que cada classe componente (água, vegetação, areia) entra na composição do pixel. Essas imagens foram então concatenadas num único arquivo por classe-experimento<sup>1</sup>, de modo a facilitar a visualização dos modelos e a comparação entre estes.

---

<sup>1</sup>Imagens apresentadas no capítulo V

## Capítulo V

### Resultados obtidos

Para uma análise dos resultados obtidos, é necessário o conhecimento do comportamento espectral das classes componentes utilizadas no estudo. A figura V.1 apresenta o comportamento espectral médio de algumas classes componentes que ocorrem com frequência em cenas naturais.

As estimativas para os parâmetros estatísticos <sup>1</sup> referentes as classes componentes utilizadas nos testes a partir das amostras disponíveis estão a seguir apresentados.

#### Areia

$$m = [0,051964 \ 0,225683 \ 0,107625 \ 0,072397 \ 0,075191 \ 0,002402]$$

$$S = \begin{bmatrix} 0,00082 & 0,0025 & 0,00082 & 0,00020 & 0,00044 & 0,0013 \\ & 0,01366 & 0,0027 & 0,0027 & 0,0013 & 0,0069 \\ & & 0,00177 & 0,0009 & 0,00096 & 0,0017 \\ & & & 0,0018 & 0,00051 & 0,0016 \\ & & & & 0,00056 & 0,0008 \\ & & & & & 0,0039 \end{bmatrix} \quad (V.1)$$

#### Água

$$m = [0,012587 \ 0,007814 \ 0,074291 \ 0,226711 \ 0,053422 \ 0,001234]$$

<sup>1</sup>m= vetor média, S= matriz de covariâncias

*Figura V.1: Bandas espectrais do sistema LANDSAT-TM e o comportamento espectral médio das classes*

$$S = \begin{bmatrix} 0,00018 & 0,0002 & -0,00008 & -0,00004 & -0,00003 & 0,00005 \\ & 0,00049 & -0,00014 & -0,00006 & -0,00005 & 0,00008 \\ & & 0,000107 & 0,00005 & 0,00039 & -0,00002 \\ & & & 0,00006 & 0,00002 & -0,00004 \\ & & & & 0,00002 & -0,00001 \\ & & & & & 0,000017 \end{bmatrix} \quad (V.2)$$

## Vegetação

$$m = [0,043740 \ 0,113218 \ 0,045416 \ 0,201822 \ 0,038270 \ 0,025992]$$

$$S = \begin{bmatrix} 0,00012 & 0,00011 & 0,000008 & 0,00008 & -0,00005 & -0,00001 \\ & 0,000534 & 0,00007 & 0,00008 & 0,00001 & 0,0001 \\ & & 0,000076 & 0,00004 & 0,00004 & 0,00005 \\ & & & 0,00022 & -0,00011 & -0,00003 \\ & & & & 0,00017 & 0,0001 \\ & & & & & 0,000134 \end{bmatrix} \quad (V.3)$$

## V.1 Análise visual dos resultados obtidos

## V.1.1 Experimento Lagoa do Peixe

Uma região (110 x 450 pixels) da área experimental da Lagoa do Peixe foi utilizada de modo a permitir uma análise visual simultânea dos resultados obtidos pelos modelos. Nas imagens<sup>2</sup> V.2, V.3 e V.4 são apresentados os resultados obtidos para as três classes definidas: água, areia e vegetação. A razão do número de classe ser igual a 3 é a restrição que o modelo linear com mínimos quadrados impõe de que o número de classes deve ser menor ou igual ao número de bandas espectrais mais um. Além disso, deve-se ainda levar em conta que o aumento do número de classes componentes, torna mais difícil a obtenção de um simplex bem conformado.

As tabelas V.1, V.2 e V.3 descrevem de um modo qualitativo as características observadas na imagens V.2, V.3 e V.4 respectivamente. Nelas estão apresentadas informações

<sup>2</sup>A direita está apresentado o histograma acumulado. Nele pode ser vista a escala de cores que representam a percentagem das classes em cada pixel. Esta percentagem segue uma distribuição linear, sendo a cor mais a esquerda (preto) equivalente a 0% e a mais a direita (laranja escuro) equivalente a 100%.

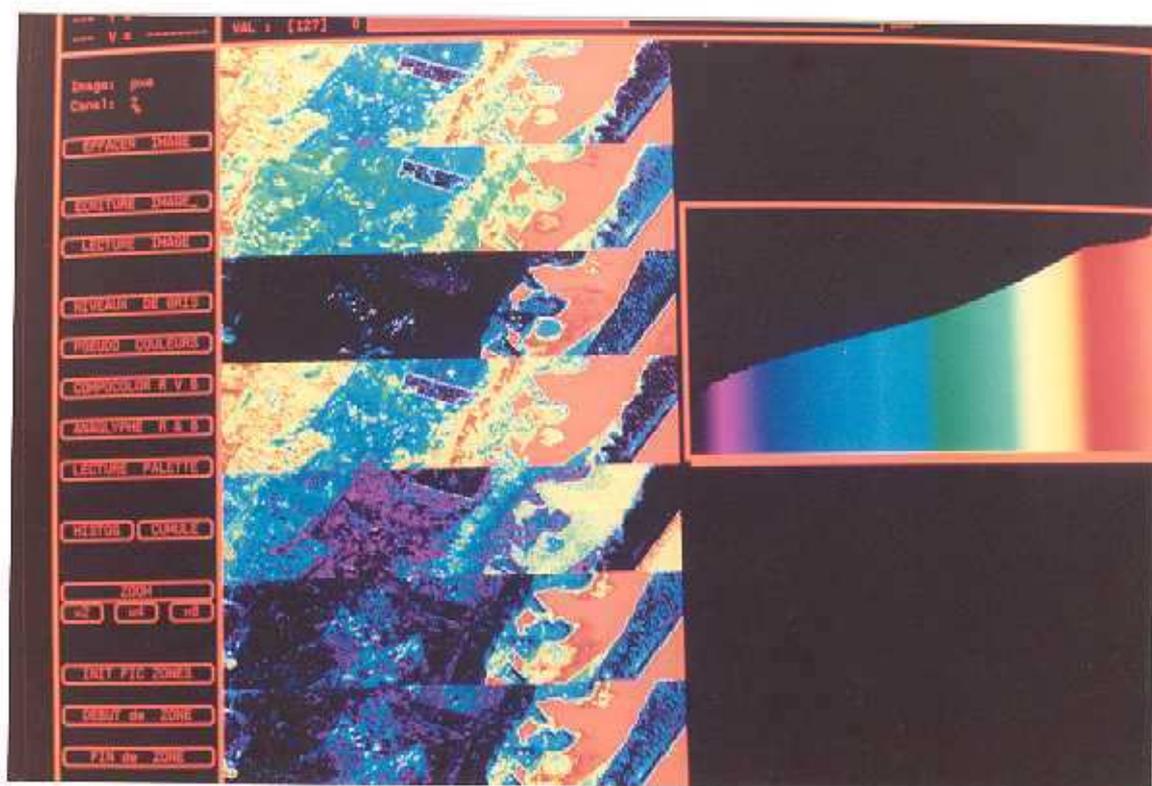


Figura V.2: Imagens da classe água no experimento Lagoa do Peixe em pseudo-cores. A partir da parte superior, Fuzzy F.P. Gaussiana, Linear com 3 bandas, Linear com 6 bandas, Fuzzy F.P distância de Mahalanobis com 3 bandas, Fuzzy F.P distância de Mahalanobis com 6 bandas, Linear aplicado a função de verossimilhança com 3 bandas, Linear aplicado a função de verossimilhança com 6 bandas.

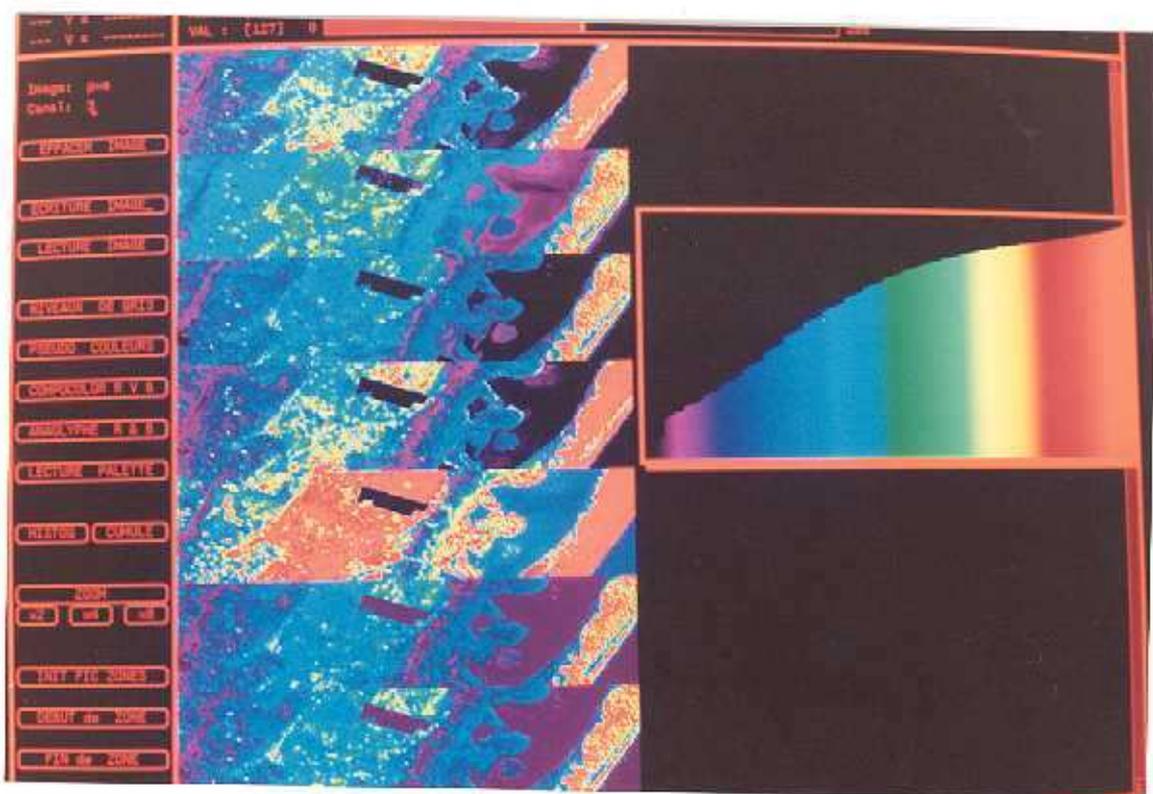


Figura V.3: Imagens da classe areia no experimento Lagoa do Peixe em pseudo-cores. A partir da parte superior, Fuzzy F.P. Gaussiana, Linear com 3 bandas, Linear com 6 bandas, Fuzzy F.P distância de Mahalanobis com 3 bandas, Fuzzy F.P distância de Mahalanobis com 6 bandas, Linear aplicado a função de verossimilhança com 3 bandas, Linear aplicado a função de verossimilhança com 6 bandas.

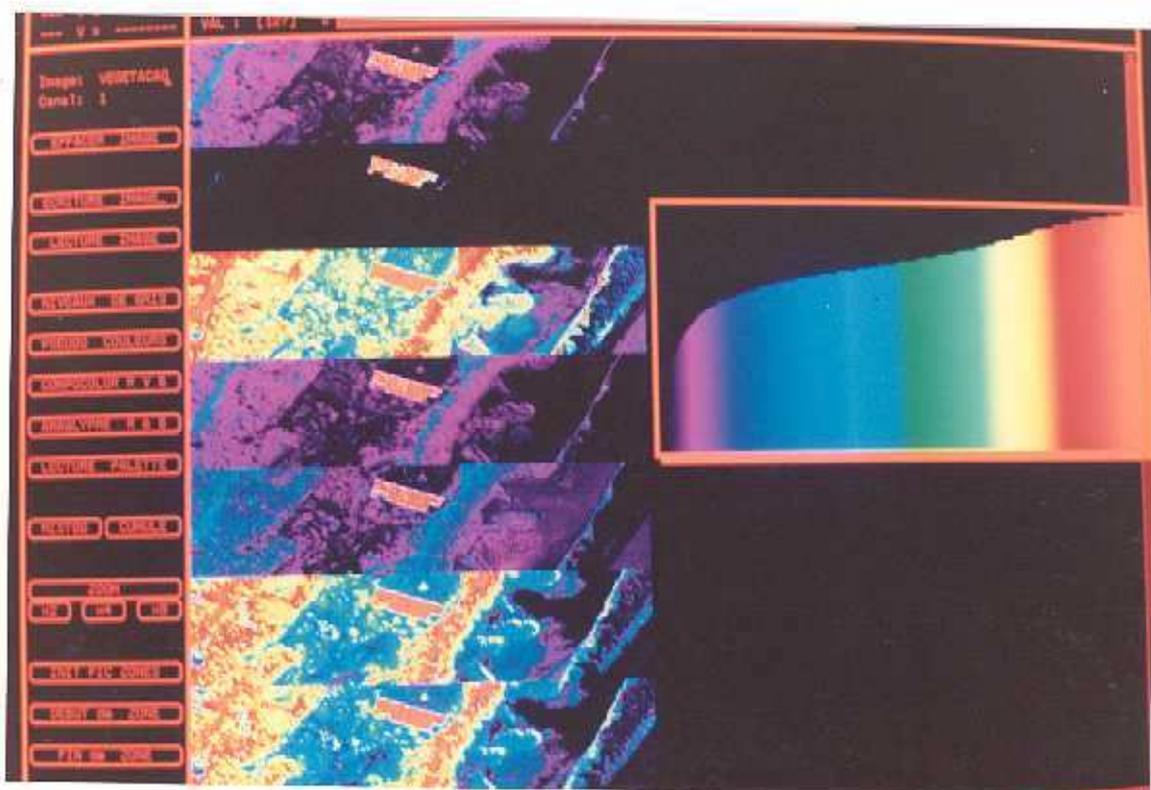


Figura V.4: Imagens da classe vegetação no experimento Lagoa do Peixe em pseudo-cores. A partir da parte superior, Fuzzy F.P. Gaussiana, Linear com 3 bandas, Linear com 6 bandas, Fuzzy F.P distância de Mahalanobis com 3 bandas, Fuzzy F.P distância de Mahalanobis com 6 bandas, Linear aplicado a função de verossimilhança com 3 bandas, Linear aplicado a função de verossimilhança com 6 bandas.

adicionais difíceis de serem extraídas diretamente das imagens apresentadas. Seu objetivo é dar uma melhor idéia da sensibilidade de cada modelo às classes definidas.

As informações apresentadas nas tabelas foram obtidas através da análise visual das imagens pelo software *planetes* (ORSTOM, França). Limiares são definidos para cada classe componente (100% a 10%). Por limiar entende-se aqui a fração do pixel ocupada pela classe componente sendo analisada. Desta forma limiar 100% equivale à totalidade do pixel sendo ocupado pela classe componente (pixel puro). Limiares menores que 100% implicam portanto na existência de mais de uma classe componente no pixel (pixel mistura).

A análise é feita portanto, de uma forma qualitativa, para cada classe componente, isoladamente.

Em suas codificações foi empregado o termo "interior" para designar a região mais continental da imagem onde existem algumas regiões com aproveitamento agrícola (plantação de cebola). A ,assim designada , região "intermediária" corresponde á região campestre compreendida entre o interior e lagoa.

As linhas apresentam os modelos utilizados e as colunas nos dão o limiar a partir do qual a imagem foi analisada. Por exemplo : na linha fuzzy e coluna 90 % da classe água é encontrada a letra H. Através da codificação para a classe água é possível ver que a letra H significa "Surgem alguns pontos no interior". Isto quer dizer que existem alguns pontos no interior da imagem classificados como tendo de 90% a 94% de água, o que não acontece com um limiar igual ou superior a 95%.

Os modelos que necessitam de apenas três bandas para sua execução foram alimentados com as bandas TM3, TM4 e TM5.

#### Classe água

A - Não aparece em nenhum pixel .

B - Aparece em alguns pixels .

C - As áreas da lagoa e do mar aparecem inteiras, sem regiões não classificadas em seu interior.

D - As áreas da lagoa e do mar aparecem com alguns pontos não classificados em seu interior.

E - Só a região mais próxima a praia do mar aparece bem como o extremo norte da lagoa.

F - Poucos pontos do mar e da lagoa aparecem.

G - As áreas do mar aparecem com pontos não classificados em seu interior e a extrem-

	100%	95 %	90 %	75 %	50 %	10 %
Fuzzy	A	C	H	K,L	P	R
Linear-3	A	D	H	M,N	N	S
Linear-6	B	E	H,I	C	H	II,L
Mahala-3	A	C	H	K,L	P	R
Mahala-6	A	F	J	O	K,L	N,T
Veross-3	A	G	C	H	Q	U
Veross-6	A	G	C	H	Q	U

Tabela V.1: Comportamento da classe água no experimento Lagoa do Peixe

idade sul da lagoa não aparece.

H - Surgem alguns pontos no interior

I - Mar e lagoa ainda com alguns pontos não classificados

J - Começa a aparecer a região do mar mais próxima à costa

K - Aparecem regiões no interior e margem ocidental da lagoa

L - Aparece uma linha no limite norte da área de reflorestamento

M - Aparecem algumas linhas no interior e margem ocidental da lagoa

N - Aparecem linhas contornando a área de reflorestamento

O - Forma da lagoa e mar bem definida, porém estes ainda possuem áreas não classificadas em seu interior

P - Só região compreendida entre o interior e litoral não foi classificada

Q - Surgem algumas pequenas regiões no interior

R - Só não aparecem área de reflorestamento e faixa de areia

S - Só não classificou pontos no interior e dunas orientadas

T - Aparece área inteira no interior

U - Classificou áreas de areia e algumas regiões no interior

#### Classe areia

A - Não aparece em nenhum pixel .

B - Aparece em alguns pixels .

C - Aparecem dunas orientadas

D - Aparece região litorânea

E - Aparece região compreendida entre o interior e margem ocidental da lagoa

F - Região litorânea aparece inteira, sem regiões não classificadas em seu interior.

	100%	95 %	90 %	75 %	50 %	10 %
Fuzzy	A	D	F	H	G	L,M,N
Linear-3	B	C	-	I	H	L,N
Linear-6	B	C	-	I	H	L,M,N
Mahala-3	A	D	F	H	G	L,M,N
Mahala-6	A	D,E	G	J	K	L,M
Veross-3	B	C	-	I	H	L,M,N
Veross-6	B	C	-	I	H	L,M,N

Tabela V.2: Comportamento da classe areia no experimento Lagoa do Peixe

G - Região compreendida entre o interior e margem ocidental da lagoa é totalmente preenchida, aparece o contorno da margem ocidental da lagoa

H - Aparecem pequenas regiões compreendidas entre o interior e margem ocidental da lagoa.

I - Aparecem alguns pontos entre o interior e margem ocidental da lagoa.

J - Toda a margem da lagoa é classificada.

K - Pequena faixa de vegetação nativa divide duas regiões inteiriças da margem da lagoa e região intermediária entre esta e o interior.

L - Só não classificou área de reflorestamento e linhas de vegetação nativa.

M - Só não classificou linhas de vegetação nativa.

N - Só não classificou corpos d'água.

### Classe Vegetação

A - Não aparece nenhum pixel .

B - Aparece em alguns pixels .

C - Aparece área de reflorestamento.

D - Aparece área de reflorestamento muito timidamente.

E - Aparece vegetação nativa próxima à lagoa e interior.

F - Aparece dunas primárias vegetadas.

G - Aparecem áreas no interior.

H - Aparece faixa mais contínua margem na ocidental da lagoa.

I - Margem ocidental da lagoa aparece inteiriça .

J - Aparece linha na margem oriental da lagoa.

K - Aparecem alguns contornos da margem ocidental da lagoa.

	100%	95 %	90 %	75 %	50 %	10 %
Fuzzy	A	C	-	-	-	L
Linear-3	B	C	-	-	-	-
Linear-6	B	C	E	F,G	I,J	M,N
Mahala-3	A	C	-	-	-	L
Mahala-6	A	D	-	-	-	L
Veross-3	A	A	C,E	F,G,H	J,K	I,M,O
Veross-6	A	A	C,E	F,G,H	J,K	I,M,O

Tabela V.3: Comportamento da classe vegetação no experimento Lagoa do Peixe

L - Aparecem primeiros sinais de vegetação nativa próxima à lagoa e interior.

M - Aparece uma segunda linha na praia.

N - Interior totalmente classificado.

O - Região entre Interior e lagoa totalmente classificado.

### V.1.2 Experimento Rio Grande

Uma região (110 X 450 pixels) da área experimental de Rio Grande foi utilizada de modo a permitir uma análise visual simultânea dos resultados obtidos pelos modelos nas imagens V.5, V.6 e V.7 estão os resultados obtidos para as três classes definidas: água, areia e vegetação.

Assim como no experimento anterior, os modelos que necessitam de apenas três bandas para sua execução foram alimentados com as bandas TM3, TM4 e TM5.

De modo similar ao experimento Lagoa do Peixe, para o experimento Rio Grande também foi feita uma análise a partir de limiares cujos resultados estão sumarizados nas tabelas V.4, V.5 e V.6. A metodologia adotada para a obtenção das informações foi a mesma já descrita anteriormente na subseção V.1.1.

#### Classe Vegetação

A - Não aparece em nenhum pixel.

B - Aparece em alguns pixels no interior.

C - Aparece região do mar próxima ao litoral.

D - Aparecem amplas regiões no interior.

E - Aparecem grandes regiões no interior.

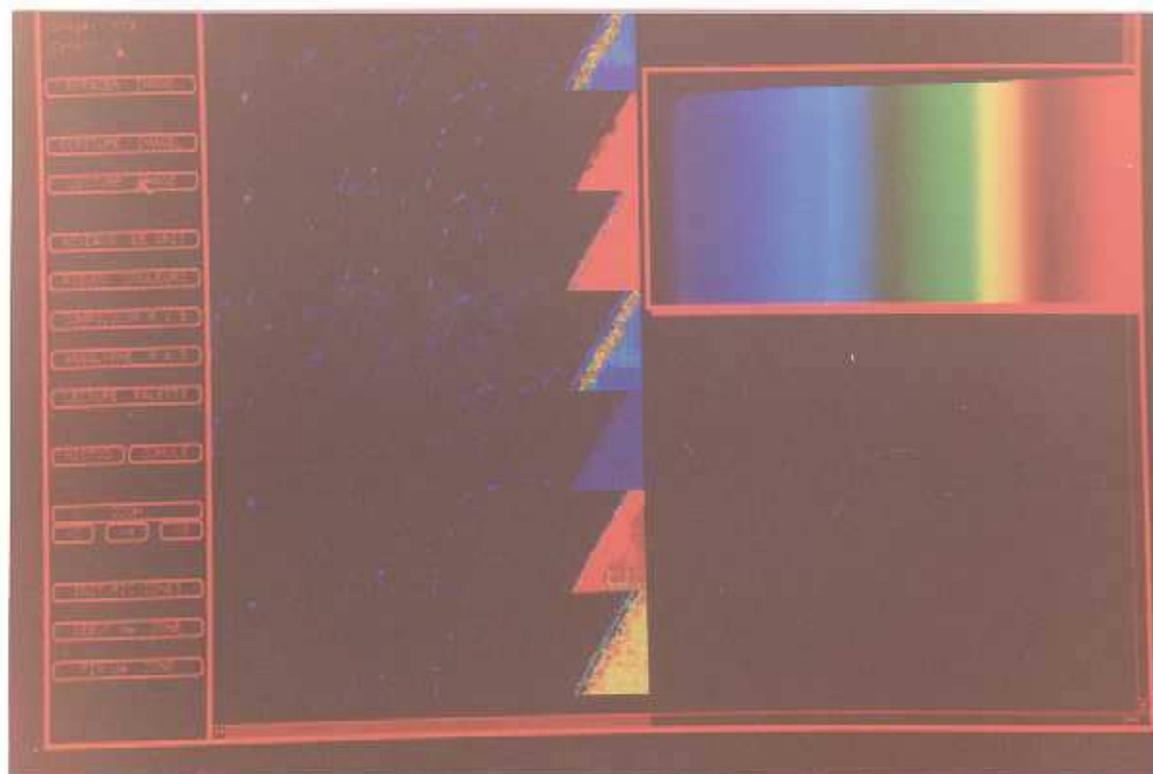


Figura V.5: Imagens da classe água no experimento Rio Grande em pseudo-cores. A partir da parte superior, Fuzzy F.P. Gaussiana, Linear com 3 bandas, Linear com 6 bandas, Fuzzy F.P distância de Mahalanobis com 3 bandas, Fuzzy F.P distância de Mahalanobis com 6 bandas, Linear aplicado a função de verossimilhança com 3 bandas, Linear aplicado a função de verossimilhança com 6 bandas.

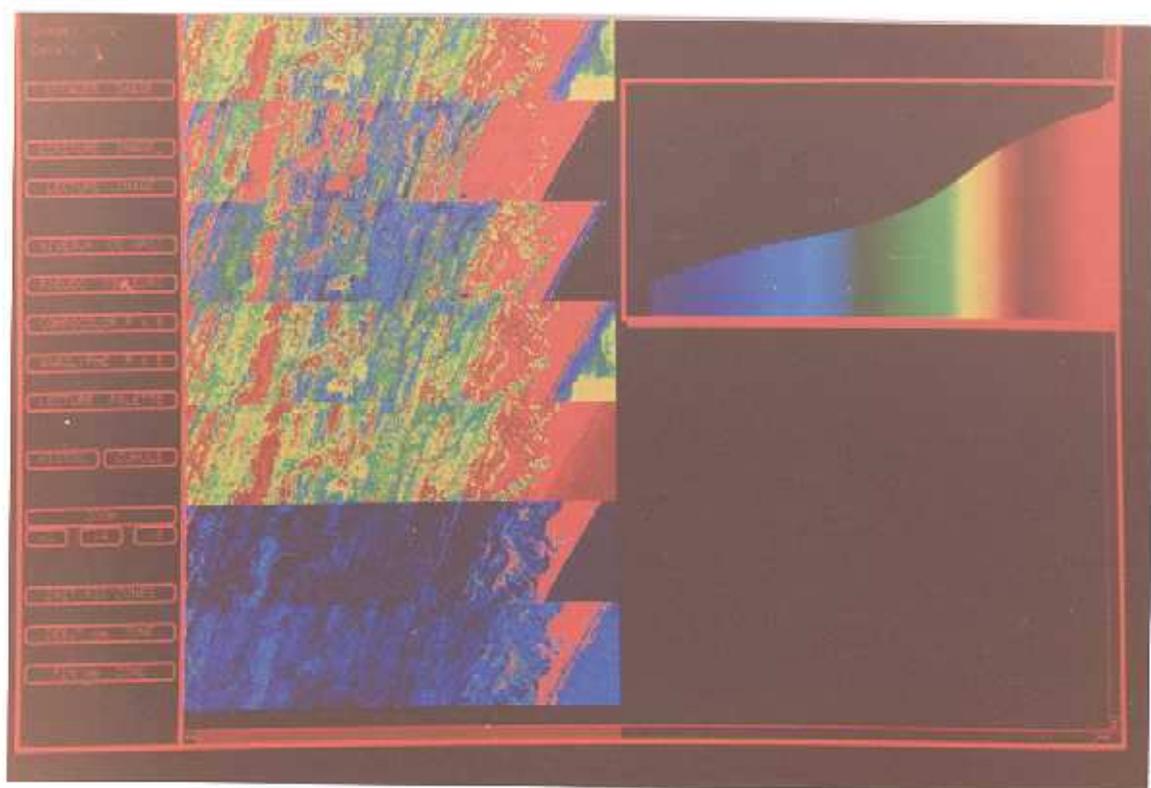


Figura V.6: Imagens da classe areia no experimento Rio Grande em pseudo-cores. A partir da parte superior, Fuzzy F.P. Gaussiana, Linear com 3 bandas, Linear com 6 bandas, Fuzzy F.P. distância de Mahalanobis com 3 bandas, Fuzzy F.P. distância de Mahalanobis com 6 bandas, Linear aplicado a função de verossimilhança com 3 bandas, Linear aplicado a função de verossimilhança com 6 bandas.

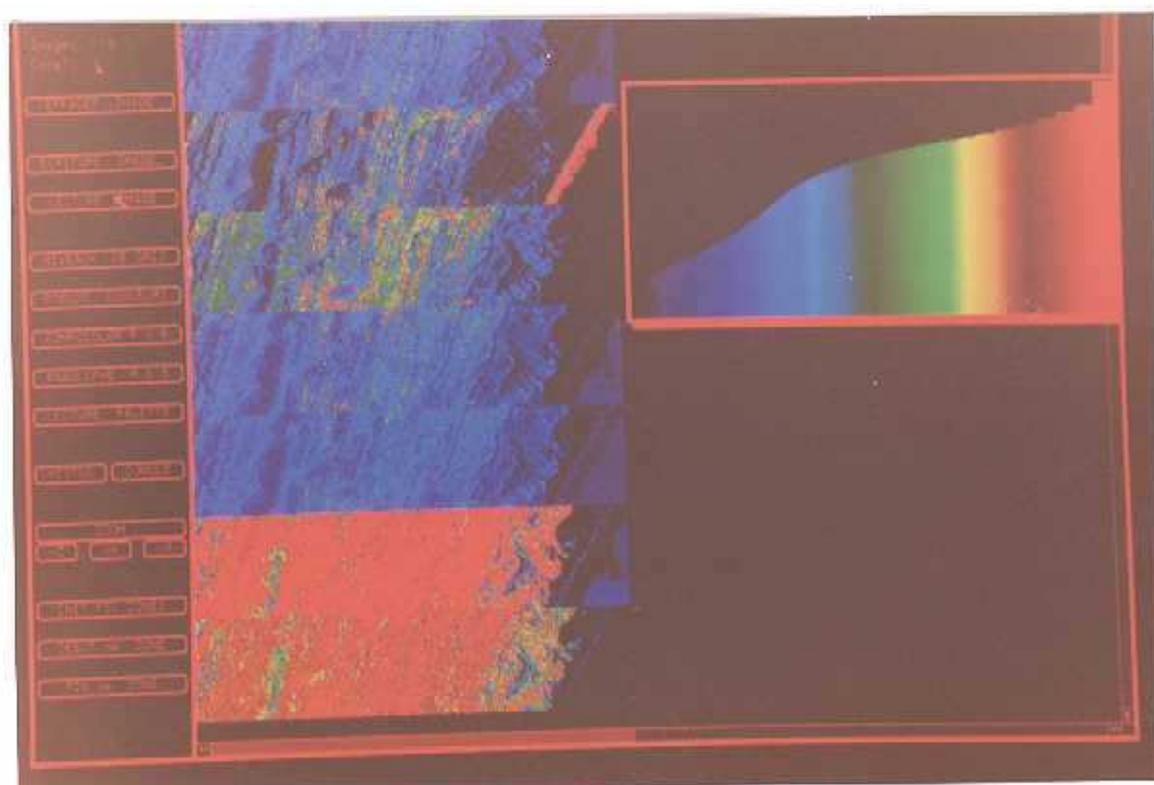


Figura V.7: Imagens da classe vegetação no experimento Rio Grande em pseudo-cores. A partir da parte superior, Fuzzy F.P. Gaussiana, Linear com 3 bandas, Linear com 6 bandas, Fuzzy F.P distância de Mahalanobis com 3 bandas, Fuzzy F.P distância de Mahalanobis com 6 bandas, Linear aplicado a função de verossimilhança com 3 bandas, Linear aplicado a função de verossimilhança com 6 bandas.

	100%	95 %	90 %	75 %	50 %	10 %
Fuzzy	A	B	B	F	H	M
Linear-3	C	-	F	-	-	L
Linear-6	B	-	F	-	I	K,M
Mahala-3	A	B	B	F	H	K,M
Mahala-6	A	-	-	B	F	K,M
Veross-3	A	D	-	G	-	J
Veross-6	A	E	-	G	-	K

Tabela V.4: Comportamento da classe vegetação no experimento Rio Grande

F - Aparecem pequenas regiões nos cordões arenosos.

G - Quase todo o interior é classificado.

H - Aparecem regiões médias nos cordões arenosos.

I - Aparecem grandes regiões nos cordões arenosos.

J - Só não classificou a pluma d'água.

K - Só não classificou o oceano.

L - Só não classificou algumas regiões costeiras.

M - Só não classificou pequenas regiões no interior.

### Classe Água

A - Não aparece em nenhum pixel.

B - Aparece parte do oceano.

C - Aparece todo o oceano de forma compacta.

D - Aparecem alguns pontos próximos à costa.

E - Aparece toda a água próxima ao litoral e a forma da pluma.

F - Pluma d'água começa a perder a sua definição.

G - Região próxima ao litoral bem definida.

H - Aparecem pixels no interior.

J - Oceano com muitos pontos não classificados em seu interior.

K - Começa a surgir pluma d'água.

L - Surgem pontos dispersos na imagem.

### Classe Arcia

	100%	95 %	90 %	75 %	50 %	10 %
Fuzzy	A	D	D	G	K	C,H
Linear-3	B	D	D	H	H	H
Linear-6	C	D	D	H	H	H
Mahala-3	A	D	D	G	K	C,H
Mahala-6	A	-	-	-	-	L
Veross-3	A	E	F	C	H	H
Veross-6	A	D	D	J	D,H	H

Tabela V.5: Comportamento da classe água no experimento Rio Grande

- A - Não aparece em nenhum pixel aparece.  
 B - Aparece toda região litorânea.  
 C - Aparecem regiões compactas no interior.  
 D - Aparecem regiões no interior.  
 E - Aparecem pixels no interior.  
 F - Aparecem grandes regiões compactas no interior.  
 G - Aparecem cordões arenosos no interior.  
 H - Praticamente toda a imagem foi classificada.  
 I - Só não classificou o oceano.  
 J - Só não classificou pequenas regiões no interior.  
 K - Só não classificou regiões médias no interior.  
 L - Só não classificou grandes regiões no interior.

	100%	95 %	90 %	75 %	50 %	10 %
Fuzzy	A	B,E	D	G	H	-
Linear-3	B,C	F	E	G	-	I,J
Linear-6	B,D	C	E	F,G	-	I,J
Mahala-3	A	B,E	D	G	H	-
Mahala-6	A	B,E	D	G	H	-
Veross-3	B	E	-	-	D	I,L
Veross-6	B	E	-	-	D	I,K

Tabela V.6: Comportamento da classe areia no experimento Rio Grande

## V.2 Avaliação do desempenho dos modelos

### V.2.1 Modelo Fuzzy com função de pertinência baseada na distribuição gaussiana

Diferentemente de todos os outros modelos propostos, o modelo fuzzy com função de pertinência baseada na distribuição gaussiana foi desenvolvido apenas para aceitar como dados de entrada as seis bandas do sistema LANDSAT-TM. A necessidade de um tempo adicional para a implementação e testes do modelo, foram os fatores determinantes do não desenvolvimento deste procedimento para apenas 3 bandas espectrais de entrada.

Em certas ocasiões o modelo implementado demonstrou alguns problemas como o de apresentar a soma das funções de pertinência das classes igual a zero. A origem deste problema é de ordem computacional, o chamado *underflow*, ou seja, um número muito pequeno é considerado igual a zero. Este número muito pequeno é consequência da natureza exponencial da função densidade probabilidade gaussiana. Ao nela ser introduzido um padrão com uma resposta espectral muito distante da média da classe o valor da distância de Mahalanobis (presente no expoente da função) resulta num valor "x" elevado. Este valor ao ser substituído em  $e^{-\frac{1}{2}x^2}$  resulta num número que, em função da precisão do compilador empregado, é considerado igual a zero.

Outro problema foi detectado para o caso específico da classe água. Em alguns experimentos efetuados os padrões amostrados no treinamento determinaram uma matriz de covariâncias com vários elementos nulos. Isto se deve ao comportamento espectral deste tipo de alvo que possui uma refletância uniforme, sem variações pixel a pixel, praticamente igual a zero na região do infra-vermelho. Este fato faz com que o modelo seja incapaz de lidar com este tipo de alvo pois no expoente da função densidade probabilidade gaussiana  $(-\frac{1}{2}(X - \mu_i)^T \Sigma_i^{-1}(X - \mu_i))$  ocorre o problema matemático da divisão por zero no processo de obtenção da matriz inversa da matriz de covariâncias.

Ao ser executado para um número de classes superior a quatro, o modelo apresentou para um número significativo de experimentos um resultado similar aos dos métodos de classificação tradicionais isto é, praticamente não foram detectados pixels mistura. Nas imagens há quase que somente pixels puros ou pixels não classificados. Uma análise visual demonstra uma coerência quanto à associação do pixel com a classe predominante neste. Este fato deve-se a natureza exponencial da função densidade probabilidade gaussiana que, ao ser aplicada aos pixels, retorna como resultados valores elevados para algumas classes (quando o padrão apresenta uma pequena distância de Mahalanobis) e muito baixos para outras (quando o padrão apresenta uma grande distância de Mahalanobis). Isso ao ser

aplicado à equação III.29 resulta em um valor igual a 1 (no caso de ocorrer *underflow* nas demais classes) ou muito próximo a 1, sendo, então, o pixel atribuído totalmente a uma classe.

### V.2.2 Modelo fuzzy com função e pertinência baseado diretamente na distância de Mahalanobis

A idéia do desenvolvimento deste modelo foi originada na constatação de que o modelo anterior tem como causa de grande parte dos seus resultados não satisfatórios na natureza exponencial da função de pertinência.

O modelo com seis bandas espectrais de entrada foi executado para cinco e seis classes componentes amostradas. O resultado demonstrou uma boa conformidade com o modelo linear aplicado ao critério dos mínimos quadrados, tendo ambos apresentado resultados condizentes com uma análise qualitativa da imagem original. Porém, ao ser executado para apenas três classes componentes o modelo demonstrou um desempenho sensivelmente inferior, cometendo sérios equívocos.

A exemplo do modelo fuzzy com função de pertinência baseada na função densidade probabilidade gaussiana, o modelo também apresentou os problemas relatados para a classe água no tocante à existência de elementos nulos na matriz de covariâncias.

Nos experimentos Rio Grande e Lagoa do Peixe os programas Mahala-3 (três bandas espectrais de entrada) e Mahala-6 (seis bandas espectrais de entrada), ao serem executados, produziram resultados significativamente diferentes. É importante notar, que para a classe água nos dois experimentos, o modelo que emprega as seis bandas espectrais apresentou o pior resultado dentre todos os modelos. Nesta classe, os dois modelos apresentaram também resultados não satisfatórios ao classificar erroneamente alguns de seus pixels puros como sendo areia.

Uma possível explicação para o pior desempenho nos experimentos Rio Grande e Lagoa do Peixe do modelo que utiliza as seis bandas espectrais em relação ao que usa três pode ser o fato que água turva e areia apresentam um comportamento espectral médio parecido nas bandas TM1 e TM2, estando ainda as respostas espectrais de ambas não muito distantes da classe vegetação. Este fato associado à variabilidade intra-classe ocasiona problemas para o classificador que se utiliza da distância de Mahalanobis.

### V.2.3 Modelo linear associado à função de verossimilhança

De modo diferente dos outros modelos, o modelo linear associado a função de verossimilhança foi implementado computacionalmente para apenas três classes, com o intuito de serem executados os experimentos Rio Grande e Lagoa do Peixe.

Devido a natureza rudimentar do processo numérico utilizado na solução do problema de minimização da função de verossimilhança, a sensibilidade deste modelo com respeito às variações do vetor das proporções é pequena quando comparada a dos outros modelos. Desta forma, a proporção de cada classe varia no intervalo de zero a 100% em "saltos" de 2 em 2%. Assim, caso se desejasse uma precisão maior (nos outros modelos é igual a 0,39%<sup>3</sup>) ocorreria um acréscimo de ordem exponencial no tempo de execução. Este acréscimo deve-se ao aumento no número de iterações para a geração dos vetores de proporções a serem introduzidos na função de verossimilhança.

Outro acréscimo de mesma ordem ocorre se for aumentado o número de classes componentes de 3 para 4,5,6, ou 7. Para o modelo ser executado num tempo tolerável deve-se ainda tomar o cuidado de limitar a imagem à área desejada, eliminando regiões que não se tenha interesse, para evitar a perda de tempo na classificação de pixels desnecessários.

Este modelo tem portanto como característica marcante o fato de necessitar um tempo computacional para a sua execução exageradamente elevado. O tempo necessário para a execução do modelo para as imagens das áreas teste (150 x 450 pixels) foi de aproximadamente 1 hora e 30 minutos num equipamento PC-486(25Mhz).

Assim como o modelo Fuzzy com função de pertinência baseada na distribuição gaussiana, também ocorreu o problema da classe água que apresenta valores nulos para as estimativas da variância em algumas bandas.

No experimento Lagoa do Peixe, o fato de utilizar 3 ou 6 bandas espectrais não resultou numa diferença significativa.

Já no experimento Rio Grande pode ser notada uma diferença na região oceânica. O modelo que utiliza as seis bandas espectrais considera parte da água como sendo composta por até 30 % de areia. Também na classe água pode ser acompanhada a definição da pluma d'água a um limiar de 94%.

Cabé ainda ressaltar que, para o experimento Rio Grande, os modelos demonstram ser pouco sensíveis aos cordões arenosos presentes no interior da imagem.

<sup>3</sup>Valor obtido pela divisão de 1 por 256(maior número num byte)

#### V.2.4 Modelo linear com mínimos quadrados sujeito a restrições

No desenvolvimento do modelo para seis bandas espectrais de entrada e seis classes componentes começaram a surgir problemas computacionais como o gerenciamento da memória principal. Este tipo de problema sinaliza a possibilidade de surgirem problemas maiores para o caso de ser desejado um aumento no número de classes componentes para sete. Porém, devido a dificuldade de obtenção de um simplex de sinais bem conformado para tal número de classes, este problema parece ser irrelevante.

Como já foi mencionado anteriormente o modelo linear com mínimos quadrados sujeito a restrições ao ser executado nos testes preliminares para cinco e seis classes componentes resultou em imagens classificadas (mistura) em boa conformidade com a realidade conhecida.

Assim como no modelo fuzzy baseado na distância de Mahalanobis, as imagens classificadas produzidas pelo modelo linear com mínimos quadrados para 3 e 6 bandas espectrais de entrada apresentam diferenças significativas para os experimentos Rio Grande e Lagoa do Peixe.

No experimento Rio Grande o modelo que utiliza 3 bandas espectrais difere-se dos demais por considerar a região oceânica mais próxima a costa como sendo vegetação.

Assim como o modelo linear associado a função de verossimilhança, os modelos demonstraram uma boa sensibilidade ao acusarem as regiões com água interdunais. Dentre todos os modelos, o modelo linear com 6 bandas acusa uma melhor separabilidade do banco de vegetação aquática no interior da Lagoa do Peixe.

Dentre todos os modelos de mistura implementados e testados, o modelo linear com mínimos quadrados sujeito a restrições foi o que apresentou os resultados mais satisfatórios na classificação das imagens de teste.

## Capítulo VI

### Conclusão e Recomendações

O problema do pixel mistura, decorrente da resolução espacial do sistema sensor, é tratado pelas diferentes metodologias desenvolvidas para este trabalho. Foram implementados computacionalmente quatro modelos distintos visando a solução deste problema:

- O modelo linear via mínimos quadrados sujeito a restrições
- O modelo linear aplicado a função de verossimilhança
- O modelo fuzzy com função de pertinência baseada na função densidade probabilidade gaussiana
- O modelo fuzzy com função de pertinência baseada diretamente na distância de Mahalanobis

Os quatro modelos foram originalmente desenvolvidos para aceitar as seis bandas espectrais reflectivas do sistema LANDSAT-TM como entrada. Devido ao alto grau de correlação entre as seis bandas e a aquisição habitual de apenas três delas pelos usuários, foram implementadas, também, versões dos programas para possibilitar a solução do problema da mistura para três bandas espectrais como entrada. Para o modelo fuzzy com função de pertinência baseada na função densidade probabilidade gaussiana, devido a problemas de tempo, não foi possível essa implementação adicional. Assim, um total de sete modelos diferentes foram desenvolvidos, são eles:

- O modelo linear via mínimos quadrados sujeito a restrições para três bandas como entrada
- O modelo linear via mínimos quadrados sujeito a restrições para seis bandas como entrada
- O modelo linear aplicado a função de verossimilhança para três bandas como entrada
- O modelo linear aplicado a função de verossimilhança para seis bandas como entrada
- O modelo fuzzy com função de pertinência baseada na função densidade probabilidade gaussiana para seis bandas como entrada

- O modelo fuzzy com função de pertinência baseada diretamente na distância de Mahalanobis para três bandas como entrada.

- O modelo fuzzy com função de pertinência baseada diretamente na distância de Mahalanobis para seis bandas como entrada.

Os programas computacionais para eles desenvolvidos foram respectivamente assim designados: *Linear3.c*, *Linear6.c*, *Veross3.c*, *Veross6.c*, *Fuzzy6.c*, *Mahala3.c* e *Mahala6.c*. Diversos *softwares* de apoio foram desenvolvidos visando melhorar a performance dos modelos (*reflete.c*, *classes.c*, *elevacao.c*), proporcionar o *input* necessário (*amostras.c*) e possibilitar uma melhor análise dos resultados (*propor.c*, *display.c*).

Vários testes preliminares foram efetuados e dois experimentos foram desenvolvidos minuciosamente para serem apresentados no presente trabalho - Experimento Rio Grande e Experimento Lagoa do Peixe.

Os resultados destes dois experimentos foram analisados qualitativamente, de modo a ser traçado um paralelo entre os sete modelos implementados. As principais características e recomendações para uso de cada modelo estão a seguir comentadas.

Os modelos desenvolvidos neste estudo - classificação de pixels mistura - são também afetados por problemas que afetam os processos de classificação de imagens digitais em geral e que se referem às classes presentes na cena e não amostradas e para as quais não existe portanto nenhuma função decisão (ou função de pertinência) associada. Neste caso, pixels associados a essas classes são classificados erroneamente ou no caso da utilização de "dispositivos de segurança" como limiares de decisão na função de aceitação nas funções decisão, permanecem como não classificados. No caso do pixel mistura, esse problema afeta o resultado, sempre que uma classe componente não é considerada. Assim, caso sejam amostradas 3 classes (p.ex. água, areia e vegetação) e ocorra um pixel de uma outra classe (p.ex. asfalto), este será classificado em função das 3 classes definidas. Assim, é importante que estas sejam caracterizadas em função da imagem a ser classificada, não ficando classes importantes sem a devida amostragem.

Todo processo de classificação supervisionada é profundamente dependente das amostras colhidas. Para o bom funcionamento das metodologias desenvolvidas é importante que as classes sejam apropriadamente definidas. Uma classe caracterizada de forma equivocada pode invalidar os resultados da classificação.

Uma característica importante para cada modelo é no tocante ao número máximo de classes que ele permite. Modelos que utilizam as relações lineares possuem uma limitação de ordem matemática. Os modelo linear com mínimos quadrados sujeito a restrições e o modelo linear aplicado a função de verossimilhança possuem a limitação de quatro classes

componentes para três bandas espectrais como entrada e sete classes componentes para seis bandas espectrais como entrada . Enquanto isso, os modelos que utilizam conjuntos fuzzy não possuem qualquer limite de ordem matemática, porém certamente isto deve ser barrado por um de ordem computacional, além ter associada a séria dificuldade de ser necessária a informação de classes cujo simplex de sinais não seja mal conformado .

O modelo fuzzy com função de pertinência baseado na distância de Mahalanobis ,embora com resultados promissores nos testes preliminares, não acusou um resultado satisfatório nos dois experimentos apresentados.

Já o modelo fuzzy com função de pertinência baseado na função densidade probabilidade gaussiana apresentou bons resultados nos experimentos Rio Grande e Lagoa do Peixe, porém estes resultados são inferiores em termos de acurácia aos dos modelos que utilizam relações lineares entre as classes componentes.

A utilização do modelo fuzzy é recomendada para casos em que haja um número de classes componentes superior a sete, ou quando houverem apenas três bandas disponíveis e um número de classes componentes maior que quatro . Mais uma vez deve ser aqui enfatizado que esta vantagem representa pouco significado prático, já que um número maior de classes componentes gera um simplex geralmente inadequado para o problema da mistura.

Os modelos que apresentaram os resultados de forma mais coerente com a realidade conhecida foram : o modelo linear com mínimos quadrados sujeito a restrições e o modelo linear aplicado a função de verossimilhança .

A grande vantagem do modelo linear com mínimos quadrados é o seu baixo tempo computacional em relação aos outros dois modelos baseados na função de verossimilhança . Porém é possível que , com a utilização de um método numérico mais adequado, o tempo computacional requerido para o modelo baseado na função verossimilhança seja significativamente menor.

O modelo linear com mínimos quadrados sujeito a restrições apresentou os melhores resultados em termos de acurácia e tempo de execução . A desvantagem de se utilizar todas as seis bandas espectrais em relação às três é compensada por resultados levemente superiores e um maior número de classes componentes possíveis.

A tabela VI.1 apresenta de um modo resumido as recomendações para o uso ou não de um determinado modelo para estimar as proporções das classes componentes de um pixel mistura . A sua apresentação é feita em função do número de bandas disponíveis e do número de classes componentes desejadas.

Nro. de classes	3 bandas	6 bandas
2	Linear3	Linear6
3	Linear3	Linear6
4	Linear3	Linear6
5	Fuzzy-3	Linear6
6	Fuzzy-3	Linear6
7	Fuzzy-3	Linear6
Mais de 7	Fuzzy-3	Fuzzy-3 ou Fuzzy-6

**Tabela VI.1:** Modelos recomendados em função das bandas disponíveis e classes presentes. *Linear3*, *Linear6* (modelo linear com mínimos quadrados sujeito a restrições para 3 e 6 bandas), *Veross3* (modelo linear aplicado a função de verossimilhança para 3 bandas), *Fuzzy3* e *Fuzzy6* (modelos fuzzy com 3 e 6 bandas de entrada)

## Capítulo VII

### Referências Bibliográficas

- Abrahão, Adriana, Eliana Miglioranza, Moacir Godoy Junior 1990, *Geração de imagens de proporções através de um modelo linear de mistura.*, VI Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto, Manaus-AM, Vol. I, p. 146-151
- Aguiar, Ana Paula Dutra de, 1991, *Utilização de atributos adicionais derivados de separações de classes na classificação multiespectral de imagens de sensoriamento remoto*, Diss. mestrado INPE,
- Arai, K., Terayama, Y. 1992, *Label relaxation using a linear mixture model*, International Journal of Remote Sensing, Vol.13, p.3217-3227
- Astronomical almanac for the year 1988, The, 1988, Washington: U.S. government printing office, London: Her majesty's stationery office
- Ayres Jr., Frank, 1962, *Theory and problems of matrices*, Schaum publishing company
- Bierwirth, P.N. 1990, *Mineral mapping and vegetation removal via data-calibrated pixel unmixing, using multispectral images*, International Journal of Remote Sensing, Vol.11, p.1999-2017
- Campana, Néstor Aldo, 1992, *Estimativa de parâmetros físicos de bacias utilizando técnicas de sensoriamento remoto e o sistema de informações geográficas*, Diss. mestrado IPH,
- Cross, A.M., Settle, J.J., Drake, N.A., Paivinen, R.T.M. 1991, *Subpixel measurement of tropical forest cover using AVHRR data*, International Journal of Remote Sensing, Vol.12, p.1119-1129
- Curran, Paul J., 1985, *Principles of Remote Sensing*, Longman Scientific & Technical

- De Caroli,A.J.,Callioli,C.A.,Feitosa,M.O., 1968, *Matrizes e sistemas lineares*,p. 66-71, Livro Tecnico S.A.,Rio de Janeiro
- Dwivedi, R.S 1991, *The effects of band-to- band misregistration on multi-spectral classification.* , **International Journal of Remote Sensing**, Vol.12, p. 1593-1597
- Dwivedi,R.S. 1992, *Monitoring and study of the effects of image scale on delineation of salt-affected soils in the Indo-Gangetic plains*, **International Journal of Remote Sensing**, Vol.13, p. 1527-1536
- Epiphanyo, José C.N.,Formaggio,Antonio Roberto 1988, *Abordagens de uso de número digital e de refletância em sensoriamento remoto com dados de satélites*, **V Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto**, Natal-RN, Vol.II, p. 400- 405
- Fisher,P.F.,Pathirana,S. 1990, *The evaluation of Fuzzy membership of land cover classes in the suburban zone*, **Remote Sensing of Environment**,Vol.34, p.121-132
- Foody,G.M. 1992, *A fuzzy sets approach to the representation of vegetation continua from remotely sensed data:an example from Lowland heath*, **Photogrametric Engineering and Remote Sensing**,Vol. 58, p.221
- Foschi,Patricia G. 1986, *Detection of subpixel woody features in simulated SPOT imagery*, **Symposium on Remote Sensing for Resources Development and Environmental Management**,Enschede, p.23-26
- Haertel,V.,Centeno,J.S 1991, *Utilização do conceito de pixel mistura no processo de classificação da cobertura vegetal em bacias hidrográficas*, **Revista Brasileira de Engenharia**,Vol.9, p.91-101
- Heimes,F.J., 1977, *Effects of scene proportions on spectral reflectance in lodgepole pine* ,*Diss. mestrado Colorado State University*,
- Holben,B.N.,Shimabukuro,Y.E. 1993, *Linear mixing model applied to AVHRR LAC data*, **VII Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto**,Curitiba-PR , Vol. II, p. 102-115
- Hord,R. Michael, 1986, *Remote Sensing Method and Applications*, John Wiley & Sons
- Horwitz,Harold M.,Nalepka,Richard F.,Hyde,Peter D.,Morgenstern,James P. 1971, *Estimating the proportions of objects within a single resolution element of a multispectral*

- scanner*, International Symposium on Remote Sensing of Environment , 7  
Ann Arbor, MI, May 7-21, 1971, p. 1307-1320
- Johnson,R.A.,Wichern,D.W., 1982, *Applied multivariate statistical analysis*, Prentice-Hall  
Inc, University of Wisconsin
- Kandel,Abraham, 1986, *Fuzzy mathematical techniques with applications*,p.72-73, Addison-  
Wesley publishing company
- Lillesand,Thomas.M.,Kiefer,Ralph W., 1987, *Remote sensing and image interpretation*, sec-  
ond edition, John Willey & sons
- Markham,B.L,Barker,J.L, Aug.1986, *Landsat and TM post-calibration dynamic ranges*,  
*exoatmospheric reflectances and at- satellite temperatures*, EOSAT Landsat Techni-  
cal Notes.SV(1):3
- Marsh,Stuart E.,Switzer,Paul,Kowalik,William S.,Lyon,Ronald J.P. 1980, *Resolving the*  
*percentage of component terrains within single resolution elements*, **Photogram-**  
**metric Engineering and Remote Sensing**, Vol. 56,No. 8, p. 1079-1086
- Pal, Sankar K., Majunder,Dwijesh K. Dutta, 1986, *Fuzzy mathematical approach to pattern*  
*reconition*,p.32-33, Halsted press, John Willey & Sons
- Piskulin,V.A. 1989, *Economic relations of the all-union trade association Sojuzkarta and the*  
*geodetic and cartographic services of the U.S.S.R. to foreign contries*, **International**  
**Journal of Remote Sensing**, Vol.10, p.319-332
- Quarmby,N.A,Townshend, Settle,J.J.,White,K.H.,Milnes,M.,Hindle,T.L.,Silleos,N. 1992, *Lin-*  
*ear mixture modelling applied to AVHRR data for crop area estimation*, **Internat-**  
**ional Journal of Remote Sensing**, Vol.13, p.415-425
- Rambal,S., Lacaze, B.,Winkel, T. 1990, *Testing an area-weighted model for albedo or surface*  
*temperature of mixed pixels in Mediterranean woodlands.*, **International Journal of**  
**Remote Sensing**, Vol.11, p.1495-1499
- Ranson, K.Jon, 1975, *Computer assisted classification of mixtures with simulated spectral*  
*signatures*,Master of Science Colorado State University ,
- Richards,John A., 1986, *Remote Sensing Digital Image Analysis*, Springer-Verlag Berlin  
Heidelberg

- Robinove, Charles J. 1982, *Computation with physical values from LANDSAT digital data*, Photogrammetric engineering and remote sensing, Vol. XX, p. 781
- Schowengerdt, Robert A., 1983, *Techniques for Image Processing and Classification in Remote Sensing*, Academic Press
- Shimabokuro, Yosio Edemir, 1987, *Shade images derived from linear mixing models of multispectral measurements of forested areas*, Colorado State University,
- Shimabokuro, Yosio Edemir; Smith, James A. 1991, *The least-squares mixing models to generate fraction images derived from remote sensing multispectral data*, IEEE transactions on geoscience and remote sensing, vol.29, no.1, 01/1991, p.16-20
- Slater, Philip, 1980, *Remote sensing optics and optical systems*, Addison-wesley publishing company
- Smith, Elske; Jacobs, Kenneth C., 1973, *Introductory astronomy and astrophysics*, p.8-13, W.B. Saunders company
- Smith, J.A., L.D. Miller e T. Ellis, 1972, *Pattern recognition routines for graduate training in the automatic analysis of remote sensing imagery*, Colorado State University
- Swain, P.H., S.M. Davis, 1978, *Remote Sensing: The quantitative approach*, McGraw-Hill
- Tou, Julius T., Gonzalez, Rafael C., 1974, *Pattern Recognition Principles*, Addison-Wesley Publishing Company
- Travaglia, Carlo, Di Gregorio, Antonio, Ferrari Carla, 1988, *Multithematic analogic interpretation of LANDSAT-TM imagery for the Rome region (A training exercise)*, Food and Agriculture Organization of the United Nations
- Vorontsov-Veliaminov, B.A., 1985, *Problemas y ejercicios prácticos de astronomia*, p70-73, Editorial MIR - Moscou
- Walraven, Robert 1978, *Calculating the position of the sun*, Solar Energy, Vol.20, p.393-397
- Wang, Fangju 1990a, *Fuzzy supervised classification of remote sensing images*, IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, Vol. 28, no.2, 03/1990, p.194-201

Wang, Fangju 1990b, *Improving Remote sensing image analysis through fuzzy information representation*, **Photogrammetric Engineering and Remote Sensing**, Vol. 56, p. 1163

Young, F.W., Rheingans, P. 1991, *Visualizing structure in high-dimensional multivariate data*, **IBM J. Res. Develop.**, Vol.35, no.1/2, 01-03/1991, p. 97-107

Zedeh, L.A. 1968, *Probability measures of fuzzy events*, **Journal of Mathematical Analysis and Applications**, Vol.23, p.421-427

Zedeh, Lofti A. 1988, *Fuzzy Logic*, **Computer**, Vol.21, no.4, p.83-93

## Apêndice A

### Coefficientes

#### A.1 Valores dos coeficientes para o modelo linear via mínimos quadrados

##### A.1.1 Três bandas de entrada

###### DUAS CLASSES COMPONENTES

Valores de  $V_1$  a  $V_6$ .

$$V_1 = \sum_{i=1}^3 (a_{i1})^2$$

$$V_2 = \sum_{i=1}^3 (a_{i2})^2$$

$$V_3 = 2 \sum_{i=1}^3 (a_{i1} a_{i2})$$

$$V_4 = -2 \sum_{i=1}^3 (a_{i1} R_i)$$

$$V_5 = -2 \sum_{i=1}^3 (a_{i2} R_i)$$

$$V_6 = \sum_{i=1}^3 R_i^2$$

Valores de  $U_1$  a  $U_3$ .

$$U_1 = V_1 + V_2 - V_3$$

$$U_2 = -2V_2 + V_3 + V_4 - V_5$$

$$U_3 = V_2 + V_5 + V_6$$

## TRÊS CLASSES COMPONENTES

Valores de  $V_1$  a  $V_{10}$ .

$$V_1 = \sum_{i=1}^3 (a_{i1})^2$$

$$V_2 = \sum_{i=1}^3 (a_{i2})^2$$

$$V_3 = \sum_{i=1}^3 (a_{i3})^2$$

$$V_4 = 2 \sum_{i=1}^3 (a_{i1} a_{i2})$$

$$V_5 = 2 \sum_{i=1}^3 (a_{i1} a_{i3})$$

$$V_6 = 2 \sum_{i=1}^3 (a_{i2} a_{i3})$$

$$V_7 = -2 \sum_{i=1}^3 (a_{i1} R_i)$$

$$V_8 = -2 \sum_{i=1}^3 (a_{i2} R_i)$$

$$V_9 = -2 \sum_{i=1}^3 (a_{i3} R_i)$$

$$V_{10} = \sum_{i=1}^3 R_i^2$$

Valores de  $U_1$  a  $U_6$ .

$$U_1 = V_1 + V_3 - V_5$$

$$U_2 = V_2 + V_3 - V_6$$

$$U_3 = V_4 + 2V_3 - V_5 - V_6$$

$$U_4 = V_7 - 2V_3 + V_5 - V_9$$

$$U_5 = V_8 - 2V_3 + V_6 - V_9$$

$$U_6 = V_{10} + V_9 + V_3$$

A.1.2 Seis bandas de entrada

DUAS CLASSES COMPONENTES

Valores de  $V_1$  a  $V_6$ .

$$V_1 = \sum_{i=1}^6 (a_{i1})^2$$

$$V_2 = \sum_{i=1}^6 (a_{i2})^2$$

$$V_3 = 2 \sum_{i=1}^6 (a_{i1} a_{i2})$$

$$V_4 = -2 \sum_{i=1}^6 (a_{i1} R_i)$$

$$V_5 = -2 \sum_{i=1}^6 (a_{i2} R_i)$$

$$V_6 = \sum_{i=1}^6 R_i^2$$

Valores de  $U_1$  a  $U_3$ .

$$U_1 = V_1 + V_2 - V_3$$

$$U_2 = -2V_2 + V_3 + V_4 - V_5$$

$$U_3 = V_2 + V_5 + V_6$$

TRÊS CLASSES COMPONENTES

Valores de  $V_1$  a  $V_{10}$ .

$$V_1 = \sum_{i=1}^6 (a_{i1})^2$$

$$V_2 = \sum_{i=1}^6 (a_{i2})^2$$

$$V_3 = \sum_{i=1}^6 (a_{i3})^2$$

$$V_4 = 2 \sum_{i=1}^6 (a_{i1} a_{i2})$$

$$V_5 = 2 \sum_{i=1}^6 (a_{i1} a_{i3})$$

$$V_6 = 2 \sum_{i=1}^6 (a_{i2} a_{i3})$$

$$V_7 = -2 \sum_{i=1}^6 (a_{i1} R_i)$$

$$V_8 = -2 \sum_{i=1}^6 (a_{i2} R_i)$$

$$V_9 = -2 \sum_{i=1}^6 (a_{i3} R_i)$$

$$V_{10} = \sum_{i=1}^6 R_i^2$$

Valores de  $U_1$  a  $U_6$ .

$$U_1 = V_1 + V_3 - V_5$$

$$U_2 = V_2 + V_3 - V_6$$

$$U_3 = V_4 + 2V_3 - V_5 - V_6$$

$$U_4 = V_7 - 2V_3 + V_5 - V_9$$

$$U_5 = V_8 - 2V_3 + V_6 - V_9$$

$$U_6 = V_{10} + V_9 + V_3$$

#### QUATRO CLASSES COMPONENTES

Valores de  $V_1$  a  $V_{15}$ .

$$V_1 = \sum_{i=1}^6 (a_{i1})^2$$

$$V_2 = \sum_{i=1}^6 (a_{i2})^2$$

$$V_3 = \sum_{i=1}^6 (a_{i3})^2$$

$$V_4 = \sum_{i=1}^6 (a_{i4})^2$$

$$V_5 = 2 \sum_{i=1}^6 (a_{i1} a_{i2})$$

$$V_6 = 2 \sum_{i=1}^6 (a_{i1} a_{i3})$$

$$V_7 = 2 \sum_{i=1}^6 (a_{i1} a_{i4})$$

$$V_8 = 2 \sum_{i=1}^6 (a_{i2} a_{i3})$$

$$V_9 = 2 \sum_{i=1}^6 (a_{i2} a_{i4})$$

$$V_{10} = 2 \sum_{i=1}^6 (a_{i3} a_{i4})$$

$$V_{11} = -2 \sum_{i=1}^6 (a_{i1} R_i)$$

$$V_{12} = -2 \sum_{i=1}^6 (a_{i2} R_i)$$

$$V_{13} = -2 \sum_{i=1}^6 (a_{i3} R_i)$$

$$V_{14} = -2 \sum_{i=1}^6 (a_{i4} R_i)$$

$$V_{15} = \sum_{i=1}^6 R_i^2$$

Valores de  $U_1$  a  $U_{10}$ .

$$U_1 = V_1 + V_4 - V_7$$

$$U_2 = V_2 + V_4 - V_9$$

$$U_3 = V_3 + V_4 - V_{10}$$

$$U_4 = V_5 + 2V_4 - V_7 - V_9$$

$$U_5 = V_6 + 2V_4 - V_7 - V_{10}$$

$$U_6 = V_8 + 2V_4 - V_9 - V_{10}$$

$$U_7 = V_{11} - 2V_4 + V_7 - V_{14}$$

$$U_8 = V_{12} - 2V_4 + V_9 - V_{14}$$

$$U_9 = V_{13} - 2V_4 + V_{10} - V_{14}$$

$$U_{10} = V_{14} + V_{15} + V_4$$

### CINCO CLASSES COMPONENTES

Valores de  $V_1$  a  $V_{21}$ .

$$V_1 = \sum_{i=1}^6 (a_{i1})^2$$

$$V_2 = \sum_{i=1}^6 (a_{i2})^2$$

$$V_3 = \sum_{i=1}^6 (a_{i3})^2$$

$$V_4 = \sum_{i=1}^6 (a_{i4})^2$$

$$V_5 = \sum_{i=1}^6 (a_{i5})^2$$

$$V_6 = 2 \sum_{i=1}^6 (a_{i1} a_{i2})$$

$$V_7 = 2 \sum_{i=1}^6 (a_{i1} a_{i3})$$

$$V_8 = 2 \sum_{i=1}^6 (a_{i1} a_{i4})$$

$$V_9 = 2 \sum_{i=1}^6 (a_{i1} a_{i5})$$

$$V_{10} = 2 \sum_{i=1}^6 (a_{i2} a_{i3})$$

$$V_{11} = 2 \sum_{i=1}^6 (a_{i2} a_{i4})$$

$$V_{12} = 2 \sum_{i=1}^6 (a_{i2} a_{i5})$$

$$V_{13} = 2 \sum_{i=1}^6 (a_{i3} a_{i4})$$

$$V_{14} = 2 \sum_{i=1}^6 (a_{i3} a_{i5})$$

$$V_{15} = 2 \sum_{i=1}^6 (a_{i4} a_{i5})$$

$$V_{16} = -2 \sum_{i=1}^6 (a_{i1} R_i)$$

$$V_{17} = -2 \sum_{i=1}^6 (a_{i2} R_i)$$

$$V_{18} = -2 \sum_{i=1}^6 (a_{i3} R_i)$$

$$V_{19} = -2 \sum_{i=1}^6 (a_{i4} R_i)$$

$$V_{20} = -2 \sum_{i=1}^6 (a_{i5} R_i)$$

$$V_{21} = \sum_{i=1}^6 R_i^2$$

Valores de  $U_1$  a  $U_{15}$ .

$$U_1 = V_1 + V_5 - V_9$$

$$U_2 = V_2 + V_5 - V_{12}$$

$$U_3 = V_3 + V_5 - V_{14}$$

$$U_4 = V_4 + V_5 - V_{15}$$

$$U_5 = V_6 + 2V_5 - V_9 - V_{12}$$

$$U_6 = V_7 + 2V_5 - V_9 - V_{14}$$

$$U_7 = V_8 + 2V_5 - V_9 - V_{15}$$

$$U_8 = V_{10} + 2V_5 - V_{12} - V_{14}$$

$$U_9 = V_{11} + 2V_5 - V_{12} - V_{15}$$

$$U_{10} = V_{13} + 2V_5 - V_{14} - V_{15}$$

$$U_{11} = V_{16} - 2V_5 + V_9 - V_{20}$$

$$U_{12} = V_{17} - 2V_5 + V_{12} - V_{20}$$

$$U_{13} = V_{18} - 2V_5 + V_{14} - V_{20}$$

$$U_{14} = V_{19} - 2V_5 + V_{15} - V_{20}$$

$$U_{15} = V_{20} + V_{21} + V_5$$

## SEIS CLASSES COMPONENTES

Valores de  $V_1$  a  $V_{26}$ .

$$V_1 = \sum_{i=1}^6 (a_{i1})^2$$

$$V_2 = \sum_{i=1}^6 (a_{i2})^2$$

$$V_3 = \sum_{i=1}^6 (a_{i3})^2$$

$$V_4 = \sum_{i=1}^6 (a_{i4})^2$$

$$V_5 = \sum_{i=1}^6 (a_{i5})^2$$

$$V_6 = \sum_{i=1}^6 (a_{i6})^2$$

$$V_7 = 2 \sum_{i=1}^6 (a_{i1} a_{i2})$$

$$V_8 = 2 \sum_{i=1}^6 (a_{i1} a_{i3})$$

$$V_9 = 2 \sum_{i=1}^6 (a_{i1} a_{i4})$$

$$V_{10} = 2 \sum_{i=1}^6 (a_{i1} a_{i5})$$

$$V_{11} = 2 \sum_{i=1}^6 (a_{i1} a_{i6})$$

$$V_{12} = 2 \sum_{i=1}^6 (a_{i2} a_{i3})$$

$$V_{13} = 2 \sum_{i=1}^6 (a_{i2} a_{i4})$$

$$V_{14} = 2 \sum_{i=1}^6 (a_{i2} a_{i5})$$

$$V_{15} = 2 \sum_{i=1}^6 (a_{i2} a_{i6})$$

$$V_{16} = 2 \sum_{i=1}^6 (a_{i3} a_{i4})$$

$$V_{17} = 2 \sum_{i=1}^6 (a_{i3} a_{i5})$$

$$V_{18} = 2 \sum_{i=1}^6 (a_{i3} a_{i6})$$

$$V_{19} = 2 \sum_{i=1}^6 (a_{i4} a_{i5})$$

$$V_{20} = 2 \sum_{i=1}^6 (a_{i4} a_{i6})$$

$$V_{21} = 2 \sum_{i=1}^6 (a_{i5} a_{i6})$$

$$V_{22} = -2 \sum_{i=1}^6 (a_{i1} R_i)$$

$$V_{23} = -2 \sum_{i=1}^6 (a_{i2} R_i)$$

$$V_{24} = -2 \sum_{i=1}^6 (a_{i3} R_i)$$

$$V_{25} = -2 \sum_{i=1}^6 (a_{i4} R_i)$$

$$V_{26} = -2 \sum_{i=1}^6 (a_{i5} R_i)$$

$$V_{27} = -2 \sum_{i=1}^6 (a_{i6} R_i)$$

$$V_{28} = \sum_{i=1}^6 R_i^2$$

Valores de  $U_1$  a  $U_{21}$ .

$$U_1 = V_1 + V_6 - V_{11}$$

$$U_2 = V_2 + V_6 - V_{15}$$

$$U_3 = V_3 + V_6 - V_{18}$$

$$U_4 = V_4 + V_6 - V_{20}$$

$$U_5 = V_5 + V_6 - V_{21}$$

$$U_6 = V_7 + 2V_6 - V_{11} - V_{15}$$

$$U_7 = V_8 + 2V_6 - V_{11} - V_{18}$$

$$U_8 = V_9 + 2V_6 - V_{11} - V_{20}$$

$$U_9 = V_{10} + 2V_6 - V_{11} - V_{21}$$

$$U_{10} = V_{12} + 2V_6 - V_{15} - V_{18}$$

$$U_{11} = V_{13} + 2V_6 - V_{15} - V_{20}$$

$$U_{12} = V_{14} + 2V_6 - V_{15} - V_{21}$$

$$U_{13} = V_{16} + 2V_6 - V_{18} - V_{20}$$

$$U_{14} = V_{17} + 2V_6 - V_{18} - V_{21}$$

$$U_{15} = V_{19} + 2V_6 - V_{20} - V_{21}$$

$$U_{16} = V_{22} - 2V_6 + V_{11} - V_{27}$$

$$U_{17} = V_{23} - 2V_6 + V_{15} - V_{27}$$

$$U_{18} = V_{24} - 2V_6 + V_{18} - V_{27}$$

$$U_{19} = V_{25} - 2V_6 + V_{20} - V_{27}$$

$$U_{20} = V_{26} - 2V_6 + V_{21} - V_{27}$$

$$U_{21} = V_{27} + V_{28} + V_6$$

## Apêndice B

### Programas

#### B.1 Programa Propor

##### Objetivo

Mostrar a proporção de cada classe em um pixel selecionado a partir da movimentação do cursor sobre a imagem.

##### Entradas

- Imagem sintética. (formato SITIM)
- Número de colunas da imagem
- A imagem sintética assumida é o arquivo CLA.n.I

##### Saídas

- Imagem na tela
- Proporção de cada classe
- Valores dos contadores digitais do TM

##### Operação

- Entrar com o nome da imagem sintética com as proporções de cada classe
- Entrar com o número de colunas da imagem
- Seguir as instruções apresentadas na tela para movimentação do cursor, apresentação dos valores e saída do programa

##### Comentários

- O número de linhas mostrado no monitor é uma função da capacidade desta, caso a imagem tenha menos linhas que a capacidade a última linha desta será repetida.
- A imagem apresentada para visualização corresponde a banda 5 do TM.
- A imagem informada deve estar no formato SITIM (ex: CLA.n.I, onde n é o número da classe).

## B.2 Programa Elevação

### Objetivo

Calcular a elevação solar necessária para o cálculo da refletância.

### Entradas

- Coordenadas geográficas da imagem
- Declinação solar

### Saídas

- Valor da elevação solar

### Operação

- Informar os dados solicitados

### Comentários

- O programa utiliza o sinal positivo para o hemisfério sul
- Algumas informações adicionais são apresentadas a título de curiosidade

## B.3 Programa Linear3

### Objetivo

Calcular a proporção de cada classe para cada pixel segundo o modelo linear, utilizando para isto apenas três bandas.

### Entradas

- Arquivo com as bandas do TM convertidas para valores de refletância. (DTES002.1, DTES002.2 e DTES002.3)

### Saídas

- Imagem sintética (CLA<sub>n</sub>.I, n=1,2 ou 3)

### Comentários

- O número máximo de classes permitido é três

## B.4 Programa Linear6

### Objetivo

Calcular a proporção de cada classe para cada pixel segundo o modelo linear, utilizando para isto todas as seis bandas.

### Entradas

- Arquivo com as bandas do TM convertidas para valores de refletância. (DTES002.1 a DTES002.6)

**Saídas**

- Imagem sintética (CLA.n.I, n=1,2,...,6)

**Comentários**

- O número máximo de classes permitido é seis

**B.5 Programa Fuzzy6****Objetivo**

Calcular a proporção de cada classe para cada pixel segundo o modelo Fuzzy, utilizando para isto todas as seis bandas. A função de pertinência utilizada é baseada na função de Gauss.

**Entradas**

- Arquivo com as bandas do TM convertidas para valores de refletância. (DTES002.1 a DTES002.6)

**Saídas**

- Imagem sintética (CLA.n.I, n=1,...6)

**Comentários**

- Foi arbitrado um número máximo de classes igual a seis

**B.6 Programa mahala3****Objetivo**

Calcular a proporção de cada classe para cada pixel segundo o modelo Fuzzy, utilizando para isto apenas três bandas. A função de pertinência utilizada é baseada na distância de Mahalanobis.

**Entradas**

- Arquivo com as bandas do TM convertidas para valores de refletância. (DTES002.1 a DTES002.3)

**Saídas**

- Imagem sintética (CLA.n.I, n=1,...6)

**Comentários**

- Foi arbitrado um número máximo de classes igual a seis

**B.7 Programa mahala6****Objetivo**

Calcular a proporção de cada classe para cada pixel segundo o modelo Fuzzy, utilizando para isto todas as seis bandas. A função de pertinência utilizada é baseada na distância de Mahalanobis .

**Entradas**

- Arquivo com as bandas do TM convertidas para valores de refletância.(DTES002.1 a DTES002.6)

**Saídas**

- Imagem sintética (CLA.n.I,n=1,...6)

**Comentários**

- Foi arbitrado um número máximo de classes igual a seis

### B.8 Programa Veross3

**Objetivo**

Calcular a proporção de cada classe para cada pixel segundo o modelo linear aplicado a função de verossimilhança, utilizando para isto apenas três bandas.

**Entradas**

- Arquivo com as bandas do TM convertidas para valores de refletância.(DTES002.1 a DTES002.3)

**Saídas**

- Imagem sintética (CLA.n.I,n=1,...4)

**Comentários**

- O número máximo de classes é igual a três

- O tempo de execução é demasiadamente elevado

### B.9 Programa Veross6

**Objetivo**

Calcular a proporção de cada classe para cada pixel segundo o modelo linear aplicado a função de verossimilhança, utilizando para isto todas as seis bandas.

**Entradas**

- Arquivo com as bandas do TM convertidas para valores de refletância.(DTES002.1 a DTES002.6)

**Saídas**

- Imagem sintética (CLA.n.I,n=1,...6)

**Comentários**

- O número máximo de classes é igual a três
- O tempo de execução é demasiadamente elevado

## B.10 Programa Classes

### Objetivo

Mostrar a distribuição das amostras das classes em planos formados pela combinação das bandas TM.

### Entradas

- Arquivo com as amostras das classes. (DTES000)

### Saídas

- Distribuição das amostras das classes.

### Operação

- Teclas '+' e '-' fazem que a escala aumente ou diminua para o fim de melhorar a visualização.
- Tecla 'x' sai do programa.

## B.11 Programa Amostras

### Objetivo

Seleção das amostras das classes na tela.

### Entradas

- Arquivos com as bandas originais TM.
- Banda a ser apresentada na tela.
- Número de linhas e colunas da imagem.
- Valor da elevação solar.

### Saídas

- Arquivo com as amostras das classes. (DTES000)

### Operação

- Teclas apresentadas na tela executam a movimentação do cursor, aquisição de amostras, troca de classe e saída do programa.

### Comentários

- O número de classes máximo é 6.
- O número de amostras máximo por classe é 100.

## B.12 Programa Reflete

### Objetivo

Conversão da imagem com as bandas TM em contador digital para arquivos com as refletâncias.

### Entradas

- Arquivos com as bandas originais TM.
- Número de linhas e colunas da imagem.
- Valor da elevação solar.

### Saídas

- Arquivo com os valores de refletância. (DTES002)

### Comentários

- O tempo de execução do programa pode ser relativamente grande
- Com o intuito de ser obtida uma maior precisão o arquivo DTES002 foi gerado com o formato double em C . Isto faz com que , para cada byte da imagem original, sejam gerados 8 bytes de saída.

## B.13 Programa Display

### Objetivo

Mostra, para a imagem toda, as proporções de uma classe na tela.

### Entradas

- Imagem sintética da classe.(formato SITIM)
- Limiar a partir do qual será dado o display.
- Número de linhas e colunas da imagem.
- Número da classe a ser mostrada.

### Saídas

- Imagem na tela .
- Área ocupada pela classe
- Área ocupada pela classe a partir do limiar

### Comentários

- O limiar informa a partir de quanto deve ser dado o display. Por exemplo 50 faz com que todos os pixels que possuam 50% ou mais da classe em questão sejam apresentados
- A imagem informada deve estar no formato SITIM (ex: CLA\_n.I, onde n é o número da classe).

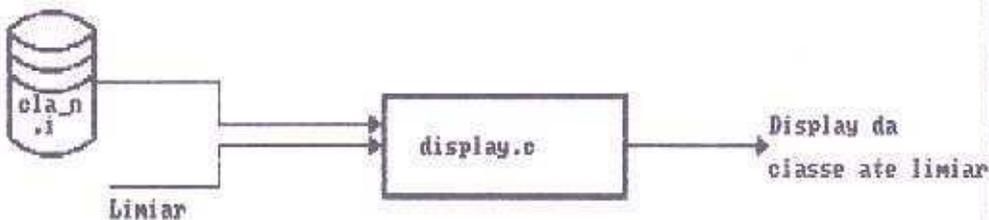
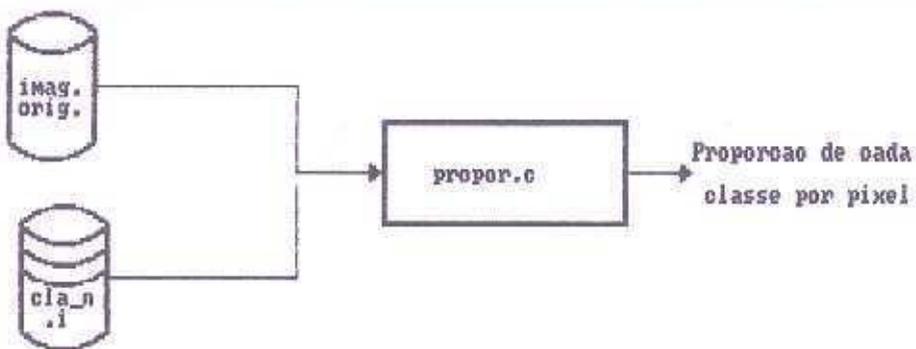
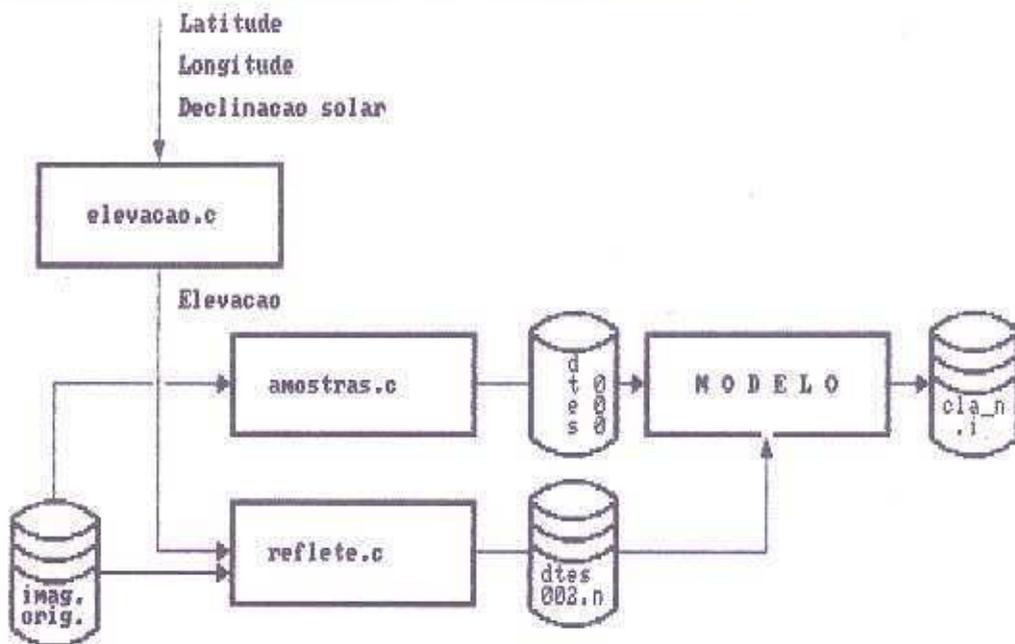
## Apêndice C

### Fluxo de operação

Neste apêndice está apresentado de forma sucinta o roteiro necessário para a execução dos modelos desenvolvidos e as ferramentas para a avaliação destes.

#### Passos a serem executados

1. Obter as coordenadas geográficas da imagem, bem como a declinação solar para o dia de aquisição desta.
2. Informar os dados do ítem 1 ao programa elevação .c.
3. Anotar o valor da elevação solar apresentado no monitor.
4. Executar o programa para coleta de amostras amostras.c.
5. Através do programa classes.c , verificar se as amostras coletadas caracterizam bem as classes e se não ocorrem problemas com a distribuição destas.
6. Executar o programa para conversão de valores de contador digital para refletância (reflete.c).
7. Executar o modelo desejado: veross3.c, veross6.c, fuzzy.c, linear3.c, linear6.c, mahala3.c ou mahala6.c .
8. Para a verificação dos resultados podem ser empregados os programas display.c e propor.c.



**LEGENDAS**

PROGRAMA



ar  
qui  
vo



arqui  
vos

Figura C.1: Fluxo de operação dos programas desenvolvidos