

ANÁLISE DE ESCOAMENTOS DE FLUIDOS QUASE-INCOMPRESSÍVEIS E
DAS VIBRAÇÕES INDUZIDAS EM OBJETOS IMERSOS

Luis Alberto Segovia González

Dissertação apresentada ao corpo docente do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **MESTRE EM ENGENHARIA**.

Porto Alegre
Julho de 1993

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de **MESTRE EM ENGENHARIA** e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pelo Curso de Pós-Graduação.



Prof. Armando Miguel Awruch
Orientador



Prof. Ademar Gilberto Groehs
Coordenador do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Banca examinadora:

- ▶ Prof. Armando Miguel Awruch (Orientador)
D. Sc. pela COPPE/UFRJ
- ▶ Prof. Ângela Pinto Maestrini
Ph. D. North Carolina State University
- ▶ Prof. Paulo Zíngano
Ph. D. New York University

AGRADECIMENTOS

Ao professor Armando Miguel Awruch, pela orientação e estímulo no desenvolvimento deste trabalho.

Aos colegas do Curso de Pós-Graduação, pela colaboração e pelas agradáveis horas de convivência.

Aos meus pais e irmãos, pela certeza de poder contar com seu apoio.

Muito especialmente a Macarena, por tudo.

A APG (Associação de Pós-Graduandos), pelo trabalho sério desenvolvido na defesa dos direitos dos pós-graduandos.

A CAPES (Coordenadoria de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) e ao CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico), pela ajuda financeira.

A Macarena, com amor.

SUMÁRIO

LISTA DE SÍMBOLOS.....	ix
LISTA DE FIGURAS.....	xii
RESUMO.....	xvii
ABSTRACT.....	xviii
INTRODUÇÃO.....	1
1 - O PROBLEMA DA INTERAÇÃO FLUIDO-ESTRUTURA.....	3
1.1 - Introdução.....	3
1.2 - O estudo de problemas de interação fluido- estrutura através de técnicas numéricas.....	4
1.2.1 - Generalidades.....	4
1.2.2 - Formulações.....	5
1.2.3 - Descrições do movimento do fluido.....	6
1.2.4 - Tipos de elementos finitos.....	6
1.2.5 - Métodos numéricos.....	7
2 - FORMULAÇÃO DO PROBLEMA: EQUAÇÕES GOVERNANTES.....	10
2.1 - Introdução.....	10
2.2 - Equações que governam o movimento do fluido.....	10
2.2.1 - Equações gerais.....	10
2.2.2 - Equações simplificadas.....	12
2.2.3 - Condições iniciais e condições de contorno	15
2.3 - Equação que governa o movimento da estrutura.....	16
2.3.1 - Equação geral.....	16
2.3.2 - Equação simplificada.....	16
2.3.3 - Condições iniciais.....	17
2.4 - Acoplamento do fluido com a estrutura.....	18
2.4.1 - Generalidades.....	18
2.4.2 - Condições de compatibilidade.....	18

2.4.3 - Condições de equilíbrio.....	19
2.4.4 - Contribuição do fluido nas matrizes de massa e de amortecimento da estrutura.....	19
3 - IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO.....	21
3.1 - Introdução.....	21
3.2 - Esquema para a análise do escoamento: método de Taylor-Galerkin.....	22
3.2.1 - Formulação variacional e método dos resíduos ponderados.....	22
3.2.2 - Discretização em elementos finitos e aplicação do método de Buvnov-Galerkin....	24
3.2.3 - Método de Taylor-Galerkin.....	29
3.3 - Esquema para a análise dinâmica da estrutura: método de Newmark.....	35
3.4 - Esquema para o acoplamento do fluido com a estrutura.....	38
3.4.1 - Aplicação da condição de compatibilidade..	38
3.4.2 - Aplicação da condição de equilíbrio.....	40
3.4.3 - Cálculo da contribuição do fluido nas matrizes de massa e de amortecimento da estrutura.....	41
3.5 - Cálculo de valores característicos do escoamento e da estrutura.....	44
3.6 - Implementação computacional.....	48
4 - TESTES REALIZADOS E RESULTADOS OBTIDOS.....	52
4.1 - Introdução.....	52
4.2 - Pré-processamento dos dados e pós-processamento dos resultados.....	52
4.2.1 - Pré-processamento.....	52
4.2.2 - Pós-processamento.....	54
4.3 - Testes realizados.....	56
4.3.1 - Propagação de uma onda de pressão em um fluido não viscoso contido em um canal fechado.....	56
4.3.1.1 - Descrição do problema.....	56
4.3.1.2 - Análise com malha de elementos	

	triangulares.....	58
4.3.1.3	- Análise com malha de elementos quadriláteros.....	60
4.3.1.4	- Comentários adicionais.....	61
4.3.2	- Escoamento entre placas paralelas (de Couette) sem gradiente de pressão.....	66
4.3.2.1	- Descrição do problema.....	66
4.3.2.2	- Análise com malha de elementos triangulares.....	68
4.3.2.3	- Análise com malha de elementos quadriláteros.....	70
4.3.2.4	- Comentários adicionais.....	71
4.3.3	- Escoamento entre placas paralelas (de Couette) com gradiente de pressão.....	72
4.3.3.1	- Descrição do problema.....	72
4.3.3.2	- Análise com malha de elementos triangulares.....	74
4.3.3.3	- Análise com malha de elementos quadriláteros.....	76
4.3.3.4	- Comentários adicionais.....	77
4.3.4	- Escoamento em uma cavidade.....	78
4.3.4.1	- Descrição do problema.....	78
4.3.4.2	- Escoamento com número de Reynolds igual a 100.....	81
4.3.4.3	- Escoamento com número de Reynolds igual a 1000.....	84
4.3.4.4	- Escoamento com número de Reynolds igual a 10000.....	87
4.3.4.5	- Comentários adicionais.....	91
4.3.5	- Escoamento em torno de um cilindro fixo...	92
4.3.5.1	- Descrição do problema.....	92
4.3.5.2	- Resultados obtidos.....	95
4.3.5.3	- Comentários adicionais.....	115
4.3.6	- Escoamento em torno de um cilindro oscilante.....	118
4.3.6.1	- Descrição do problema.....	118
4.3.6.2	- Resultados obtidos.....	122
4.3.6.3	- Comentários adicionais.....	139

5 - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	141
5.1 - Introdução.....	141
5.2 - Conclusões.....	141
5.3 - Recomendações.....	142
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	145

LISTA DE SÍMBOLOS

Caracteres latinos

- $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$: constantes da fórmula de Newmark
- A° : área do elemento finito
- b : projeção na direção do escoamento, da distância entre dois vórtices alternados
- C : velocidade do som
- C_0 : número de Courant
- C_D : coeficiente de arrasto
- C_L : coeficiente de sustentação
- C_M : coeficiente de momento torçor
- C_P^I : coeficiente de pressão no nó I
- \tilde{C}, c_{ij} : matriz de amortecimento da estrutura, e seus elementos
- D : diâmetro do cilindro
- e : energia interna específica
- f_1 : componente da força de campo na direção i
- f_n : frequência natural da estrutura
- f_v : frequência de desprendimento de um par de vórtices
- k : coeficiente de condutibilidade térmica; número de iterações
- \tilde{K}, k_{ij} : matriz de rigidez da estrutura, e seus elementos
- L : comprimento de referência
- \tilde{L}^I, l_{ij}^I : matriz de translação do centróide da estrutura ao ponto I da interface, e seus elementos
- \tilde{M}, m_{ij} : matriz de massa da estrutura, e seus elementos
- \tilde{M}° : matriz de massa do elemento finito
- \tilde{M}_D° : matriz de massa diagonalizada do elemento finito
- n : número de graus de liberdade da estrutura; número do intervalo de tempo
- n_j : coseno diretor na direção j do vetor normal a um contorno
- p : pressão
- p_0 : valor inicial da pressão; pressão de referência

\bar{p}^o : valor da pressão no elemento finito
 p^o : função de teste
 \bar{p}^{oo} : valor da função de teste no elemento finito
 \underline{P} : vetor que contém os valores da pressão em todos os elementos da malha
 \underline{Q}, q_1 : vetor de cargas da estrutura, e seus elementos
 \underline{Q}^c, q_1^c : vetor de cargas no centróide da estrutura, e seus elementos
 R : número de Reynolds
 St : número de Strouhal
 t : tempo
 Δt : intervalo de tempo
 \bar{t}_1 : valor prescrito da componente da força de superfície na direção i
 T : temperatura
 \underline{T}^o : matriz de um elemento finito, formada pelas matrizes de translação de seus nós
 $\underline{T}_s^I, t_{s_1}^I$: vetor de componentes da força de superfície que atua no nó I , localizado na interface, e seus elementos
 \underline{U}, u_j : vetor de deslocamentos da estrutura, e seus elementos
 \underline{U}^c, u_j^c : vetor de deslocamentos do centróide da estrutura, e seus elementos
 $\dot{\underline{U}}, \dot{u}_j$: vetor de velocidades da estrutura, e seus elementos
 $\dot{\underline{U}}^c, \dot{u}_j^c$: vetor de velocidades do centróide da estrutura, e seus elementos
 \underline{U}, \dot{u}_j : vetor de acelerações da estrutura, e seus elementos
 $\underline{U}^c, \dot{u}_j^c$: vetor de acelerações do centróide da estrutura, e seus elementos
 $\underline{\dot{U}}^I, \dot{u}_1^I$: vetor de componentes da velocidade no ponto I da estrutura, localizado na interface, e seus elementos
 v_1 : componente da velocidade na direção i
 v_{10} : valor inicial da componente da velocidade na direção i
 \bar{v}_1 : valor prescrito da componente da velocidade na direção i
 \underline{v}_1^o : vetor de valores nodais da componente da velocidade na direção i
 v_1^o : função de teste

\tilde{v}_1° : vetor de valores nodais da função de teste
 V_0 : velocidade do escoamento em uma zona não perturbada; velocidade de referência
 V_{OR} : velocidade de ressonância
 V_v : velocidade de translação dos vórtices
 \tilde{V}_1 : vetor que contém os valores da componente da velocidade na direção i em todos os nós da malha
 \tilde{V}_1^I, v_1^I : vetor de componentes da velocidade no ponto I do fluido, localizado na interface, e seus elementos
 x_i : coordenada cartesiana de direção i
 ΔX : dimensão característica de um elemento finito

Caracteres gregos

α : constante genérica; constante da fórmula de Newmark
 Γ : contorno do domínio do escoamento
 Γ_s : interface fluido-estrutura
 Γ_s^I : parte da interface fluido-estrutura onde são integradas as forças de superfície que atuam no nó I
 Γ_T : parte do contorno com forças de superfície prescritas
 Γ_v : parte do contorno com componentes da velocidade prescritas
 δ : constante da fórmula de Newmark
 δ_{ij} : delta de Kroenecker
 λ : coeficiente de viscosidade volumétrica
 μ : coeficiente de viscosidade de cisalhamento
 ρ : massa específica
 τ_{ij} : tensões de cisalhamento
 $\tilde{\Phi}$: vetor de funções de interpolação das componentes da velocidade
 Ψ : função de interpolação da pressão; função de corrente
 Ψ_R : função de corrente relativa
 Ω : domínio do escoamento; domínio de um elemento finito
 ω : vorticidade

LISTA DE FIGURAS

Figura 4.1 - Propagação de uma onda de pressão em um canal fechado: dimensões do canal (em m), condições de contorno e distribuição de pressão (em Pa) no instante inicial.....	56
Figura 4.2 - Malha de elementos triangulares.....	58
Figura 4.3 - Distribuições de pressão nos instantes $t = 0.0025$ s, $t = 0.0050$ s, $t = 0.0075$ s e $t = 0.0100$ s.....	59
Figura 4.4 - Distribuições de pressão nos instantes $t = 0.0025$ s, $t = 0.0050$ s, $t = 0.0075$ s e $t = 0.0100$ s, apresentadas por KAWAHARA & HIRANO [24].....	60
Figura 4.5 - Malha de elementos quadriláteros.....	61
Figura 4.6 - Distribuições de pressão nos instantes $t = 0.0025$ s, $t = 0.0050$ s, $t = 0.0075$ s e $t = 0.0100$ s.....	62
Figura 4.7 - Distribuições de pressão quando são usadas funções de interpolação da mesma ordem para as componentes da velocidade e para a pressão.....	63
Figura 4.8 - Distribuições de pressão quando são usadas funções de interpolação da mesma ordem para as componentes da velocidade e para a pressão e a técnica da "suavização".....	65
Figura 4.9 - Escoamento entre placas paralelas sem gradiente de pressão: dimensões e condições de contorno..	66
Figura 4.10 - Malha de elementos triangulares.....	68
Figura 4.11 - Perfis de velocidades v_1 nos instantes $t = 1.00$ s, $t = 2.00$ s, $t = 5.00$ s, $t = 10.00$ s e $t = 20.00$ s.....	69
Figura 4.12 - Perfis de velocidades v_1 apresentados por	

	SCHLICHTING [41] (em destaque o perfil correspondente ao caso analisado em que $P = 0$)	69
Figura 4.13	- Malha de elementos quadriláteros.....	70
Figura 4.14	- Perfis de velocidades v_1 nos instantes $t = 1.00$ s, $t = 2.00$ s, $t = 5.00$ s, $t = 10.00$ s e $t = 20.00$ s.....	71
Figura 4.15	- Escoamento entre placas paralelas com gradiente de pressão: dimensões e condições de contorno.....	72
Figura 4.16	- Malha de elementos triangulares.....	74
Figura 4.17	- Perfis de velocidades v_1 nos instantes $t = 1.00$ s, $t = 2.00$ s, $t = 5.00$ s, $t = 10.00$ s e $t = 20.00$ s.....	75
Figura 4.18	- Perfis de velocidades v_1 apresentados por SCHLICHTING [41] (em destaque o perfil correspondente ao caso analisado em que $P = 3.00$).....	75
Figura 4.19	- Perfis de velocidade v_1 obtidos por REDDY [39] em vários instantes de tempo, utilizando o método da penalidade.....	75
Figura 4.20	- Malha de elementos quadriláteros.....	76
Figura 4.21	- Perfis de velocidades v_1 nos instantes $t = 1.00$ s, $t = 2.00$ s, $t = 5.00$ s, $t = 10.00$ s e $t = 20.00$ s.....	77
Figura 4.22	- Escoamento em uma cavidade: dimensões e condições de contorno.....	78
Figura 4.23	- Malha de elementos quadriláteros.....	79
Figura 4.24	- Campo de velocidades do escoamento.....	81
Figura 4.25	- Perfis das componentes da velocidade nas linhas médias da cavidade (vertical e horizontal).....	82
Figura 4.26	- Perfis das componentes da velocidade nas linhas médias da cavidade (vertical e horizontal) obtidas por NALLASAMY & PRASAD [34].....	82
Figura 4.27	- Linhas de corrente do escoamento.....	83
Figura 4.28	- Linhas de corrente do escoamento obtidas por SHAY [43].....	83

Figura 4.29 - Linhas de isopressões do escoamento.....	83
Figura 4.30 - Linhas de isovorticidade do escoamento.....	83
Figura 4.31 - Campo de velocidades do escoamento.....	84
Figura 4.32 - Perfis das componentes da velocidade nas linhas médias da cavidade (vertical e horizontal).....	85
Figura 4.33 - Diversos perfis das componentes da velocidade (verticais e horizontais) obtidas por SCHREIBER & KELLER [42].....	85
Figura 4.34 - Linhas de corrente do escoamento.....	86
Figura 4.35 - Linhas de corrente do escoamento obtidas por SHAY [43].....	86
Figura 4.36 - Linhas de isopressões do escoamento.....	86
Figura 4.37 - Linhas de isovorticidade do escoamento.....	86
Figura 4.38 - Campo de velocidades ($\lambda = 0.00$).....	87
Figura 4.39 - Detalhe do campo de velocidades.....	87
Figura 4.40 - Campo de velocidades do escoamento ($\lambda = 0.01$ kg / m s).....	88
Figura 4.41 - Perfis das componentes da velocidade nas linhas médias da cavidade (vertical e horizontal).....	89
Figura 4.42 - Diversos perfis das componentes da velocidade (verticais e horizontais) obtidas por SCHREIBER & KELLER [42].....	89
Figura 4.43 - Linhas de corrente do escoamento.....	90
Figura 4.44 - Linhas de corrente do escoamento obtidas por SHAY [43].....	90
Figura 4.45 - Linhas de isopressões do escoamento.....	90
Figura 4.46 - Linhas de isovorticidade do escoamento.....	90
Figura 4.47 - Escoamento em torno de um cilindro fixo: dimensões do domínio e condições de contorno..	92
Figura 4.48 - Malha de elementos finitos.....	93
Figura 4.49 - Detalhe da malha de elementos finitos.....	93
Figura 4.50 - Campo de velocidades do escoamento.....	96
Figura 4.51 - Detalhe do campo de velocidades do escoamento.	97
Figura 4.52 - Linhas de corrente do escoamento.....	98
Figura 4.53 - Detalhe das linhas de corrente do escoamento no instante $t = 9.00$ s.....	99

Figura 4.54 - Linhas de isopressões do escoamento.....	100
Figura 4.55 - Linhas de corrente relativas do escoamento....	101
Figura 4.56 - Linhas de isovorticidade do escoamento.....	102
Figura 4.57 - Detalhe das linhas de isovorticidade do escoamento no instante $t = 9.00$ s.....	103
Figura 4.58 - Histórico da velocidade v_1 no nó 1621.....	104
Figura 4.59 - Histórico da velocidade v_1 no nó 1624.....	104
Figura 4.60 - Histórico da velocidade v_1 no nó 1598.....	105
Figura 4.61 - Histórico da velocidade v_1 no nó 1643.....	105
Figura 4.62 - Histórico da velocidade v_2 no nó 1621.....	106
Figura 4.63 - Detalhe do histórico da velocidade v_2 no nó 1621.....	106
Figura 4.64 - Histórico da velocidade v_2 no nó 1624.....	106
Figura 4.65 - Histórico da velocidade v_2 no nó 1598.....	107
Figura 4.66 - Histórico da velocidade v_2 no nó 1643.....	107
Figura 4.67 - Histórico da pressão p no nó 1621.....	108
Figura 4.68 - Histórico da pressão p no nó 1643.....	108
Figura 4.69 - Histórico do coeficiente de sustentação C_L	109
Figura 4.70 - Detalhe do histórico do coeficiente de sustentação C_L	109
Figura 4.71 - Histórico do coeficiente de arrasto C_D	110
Figura 4.72 - Detalhe do histórico do coeficiente de arrasto C_D	110
Figura 4.73 - Histórico do coeficiente de momento torçor C_M	111
Figura 4.74 - Detalhe do histórico do coeficiente de momento torçor C_M	111
Figura 4.75 - Perfis de coeficientes de pressão instantâneos C_p na superfície do cilindro.....	112
Figura 4.76 - Perfil de coeficientes de pressão médios C_{PM} na superfície do cilindro.....	113
Figura 4.77 - Linhas de corrente do escoamento (obtidas com o programa implementado) no instante $t =$ 1.00 s.....	116
Figura 4.78 - Fotografia obtida em ensaio experimental (apresentada por SCHLICHTING [41]).....	116
Figura 4.79 - Linhas de corrente do escoamento (obtidas com o programa implementado) no instante $t =$ 7.90 s.....	116

Figura 4.80 - Fotografia obtida em ensaio experimental (apresentada por SCHLICHTING [41]).....	117
Figura 4.81 - escoamento em torno de um cilindro oscilante: dimensões do domínio, condições de contorno para o fluido e vinculação do cilindro através de molas.....	118
Figura 4.82 - Malha de elementos finitos.....	119
Figura 4.83 - Detalhe do campo de velocidades do escoamento.	123
Figura 4.84 - Linhas de corrente do escoamento.....	124
Figura 4.85 - Detalhe das linhas de corrente do escoamento no instante $t = 4.50$ s.....	125
Figura 4.86 - Linhas de isopressões do escoamento.....	126
Figura 4.87 - Linhas de corrente relativas do escoamento....	127
Figura 4.88 - Linhas de isovorticidade do escoamento.....	128
Figura 4.89 - Detalhe das linhas de isovorticidade do escoamento no instante $t = 4.50$ s.....	129
Figura 4.90 - Histórico da velocidade v_2 no nó 1621.....	130
Figura 4.91 - Histórico da velocidade v_2 no nó 1624.....	130
Figura 4.92 - Histórico da velocidade v_2 no nó 1598.....	131
Figura 4.93 - Histórico da velocidade v_2 no nó 1643.....	131
Figura 4.94 - Histórico da pressão p no nó 1621.....	132
Figura 4.95 - Histórico da pressão p no nó 1643.....	132
Figura 4.96 - Histórico do coeficiente de sustentação C_L	133
Figura 4.97 - Histórico do coeficiente de arrasto C_D	133
Figura 4.98 - Histórico do coeficiente de momento torçor C_M .	134
Figura 4.99 - Perfis de coeficientes de pressão instantâneos C_p na superfície do cilindro.....	135
Figura 4.100 - Perfil de coeficientes de pressão médios C_{PM} na superfície do cilindro.....	136
Figura 4.101 - Histórico dos deslocamentos do centróide da seção do cilindro, na direção x_2	137
Figura 4.102 - Histórico da velocidade do centróide da seção do cilindro, na direção x_2	137
Figura 4.103 - Histórico da aceleração do centróide da seção do cilindro, na direção x_2	138

RESUMO

Este trabalho tem por objetivo apresentar um modelo numérico para simular as vibrações induzidas por escoamentos isotérmicos em estruturas imersas em fluidos quase-incompressíveis. Utiliza-se o método dos elementos finitos e considera-se o acoplamento do fluido com a estrutura imersa. Admite-se que as estruturas são corpos rígidos com restrições elásticas para giros e deslocamentos.

Para a análise do escoamento do fluido é utilizado um método explícito de dois passos de Taylor-Galerkin. Para a análise da estrutura imersa é utilizado o método de Newmark. O fluido e a estrutura são acoplados através da imposição de certas condições de compatibilidade e de equilíbrio, e da consideração da contribuição do fluido na massa e no amortecimento da estrutura.

São apresentados exemplos de aplicação à análise do escoamento em torno de um cilindro fixo e do escoamento em torno de um cilindro oscilante.

ABSTRACT

A numerical model to simulate isothermal flow induced vibrations of immersed structures in quasi-incompressible fluids, is presented in this work. Finite element method is used and fluid-structure interaction is considered. It is assumed that immersed structures are rigid bodies with elastic restrains for rotations and displacements.

For the fluid flow analysis is used an explicit two steps Taylor-Galerkin method. For the immersed structure is used Newmark's method. The fluid and the structure are coupled through the imposition of compatibility and equilibrium conditions, and the consideration of the fluid contribution to the mass and the damping of the structure.

Examples of application to the analysis of flow around one fixed cylinder and of flow around one oscillating cylinder, are presented.

INTRODUÇÃO

Os problemas de interação fluido estrutura são objeto do interesse de diferentes pesquisadores há bastante tempo. A complexidade do tema, porém, têm restringido seu estudo ao campo experimental, sendo numerosas as contribuições de pesquisadores desta área. Com a crescente utilização de computadores e a aplicação da técnica dos elementos finitos à mecânica dos fluidos, obteve-se uma ferramenta numérica importante para a abordagem destes problemas. Porém, a implementação de programas computacionais para a análise de problemas de interação fluido-estrutura exige técnicas numéricas refinadas e equipamento computacional de grande desempenho.

Dando continuidade a uma linha de pesquisa recentemente aberta em nosso meio, este trabalho tem por objetivo apresentar um modelo numérico para a análise das vibrações induzidas pelo escoamento em estruturas imersas em fluidos quase-incompressíveis. Consideram-se apenas escoamentos bi-dimensionais isotérmicos, e admite-se que as estruturas imersas são corpos rígidos com vinculações elásticas.

No Capítulo I são abordados alguns aspectos gerais do problema a ser analisado.

No Capítulo II são apresentadas as equações que governam o problema. São mostradas as equações gerais da dinâmica dos fluidos, particularizando-as para o caso de escoamentos isotérmicos bi-dimensionais de fluidos quase-incompressíveis. É mostrada também a equação do movimento da estrutura, particularizando-a para o caso de um corpo rígido com vinculações elásticas. Finalmente, são apresentadas as condições de acoplamento do fluido com a estrutura.

No Capítulo III é apresentado o modelo numérico implementado. É mostrada a formulação em elementos finitos, o

esquema de Taylor-Galerkin para a integração das equações da dinâmica dos fluidos no tempo, o método de Newmark para a integração da equação do movimento da estrutura no tempo e o esquema de acoplamento do fluido com a estrutura.

No Capítulo IV apresentam-se alguns exemplos de aplicação. O algoritmo desenvolvido foi testado aplicando-o na análise de vários casos de escoamentos clássicos, e posteriormente foi aplicado no estudo de um escoamento em torno de um cilindro fixo e um escoamento em torno de um cilindro oscilante.

Para finalizar, no Capítulo V são apresentadas algumas conclusões e recomendações dirigidas a futuros trabalhos a serem desenvolvidos na mesma linha de pesquisa.

1 - O PROBLEMA DA INTERAÇÃO FLUIDO-ESTRUTURA

1.1 - Introdução

O estudo de escoamentos transientes com estruturas imersas tem despertado o interesse de muitos pesquisadores ao longo do tempo. De fato, na breve revisão histórica sobre o estudo da mecânica dos fluidos feita por WHITE [48], verifica-se que já no século XIV Leonardo da Vinci realizou observações de escoamentos em torno de objetos imersos, notando o aparecimento do fenômeno do desprendimento de vórtices. Porém, vários séculos se passaram até que o problema pudesse ser abordado, já que as próprias equações da dinâmica dos fluidos só foram estabelecidas na forma em que hoje são conhecidas, na primeira metade do século XIX e ainda assim, durante muito tempo só foram conhecidas soluções para alguns poucos escoamentos simples.

Desta forma, inicialmente, os problemas de escoamentos com estruturas imersas foram abordados considerando o fluido e a estrutura de forma desacoplada. Com este tratamento, o escoamento é estudado através de um modelo que omite o comportamento da estrutura, considerando-a rígida, e as pressões determinadas na interface fluido-estrutura são utilizadas na seguinte etapa da análise como cargas aplicadas na estrutura. Procedimentos deste tipo aplicados ao estudo de estruturas sob a ação do vento, com fórmulas que utilizam coeficientes obtidos em ensaios em túneis de vento, são apresentados por SACHS [40] e por SIMIU & SCANLAN [44], e têm sido bastante utilizados. Com esta abordagem porém, não é possível analisar com detalhe o comportamento de uma estrutura sob certos fenômenos tais como o desprendimento de vórtices, a instabilidade dinâmica por galope, etc. Devido a sua complexidade, o estudo destes problemas tem ficado limitado ao campo experimental, sendo numerosas as

contribuições de pesquisadores desta área a partir de ensaios realizados em túneis de vento (ver por exemplo BLESSMANN [7] e [8]).

Nas últimas décadas, com a crescente utilização de computadores em todas as áreas do conhecimento, diferentes métodos numéricos têm sido desenvolvidos e aplicados com sucesso ao estudo de problemas de engenharia. Na mecânica dos fluidos, especificamente, a técnica numérica tradicional foi durante anos a de diferenças finitas; entretanto, a partir da publicação do primeiro trabalho sobre a aplicação da técnica dos elementos finitos na mecânica dos fluidos, por ZIENKIEWICZ & CHEUNG [49], grandes progressos têm sido feitos, já que ela permite o tratamento de geometrias e condições de contorno complexas, que constituíam as principais dificuldades na aplicação da técnica de diferenças finitas. Atualmente, o método dos elementos finitos está amplamente difundido (tendo contribuído para isto a publicação de excelentes livros que abordam o tema de forma didática, tais como BATHE & WILSON [3], HUGHES [22], REDDY [39], ZIENKIEWICZ & MORGAN [51], ZIENKIEWICZ & TAYLOR [52] e outros), e é aplicado também ao estudo de escoamentos em torno de estruturas imersas, permitindo considerar o fluido e a estrutura de forma acoplada, no que se conhece na literatura como "interação fluido-estrutura". Apesar de todos os progressos, porém, algumas simplificações ainda precisam ser feitas antes de abordar estes problemas, já que o caráter aleatório da turbulência e das condições de contorno dos escoamentos reais, são fatores que ainda dificultam a análise numérica.

1.2 - O estudo de problemas de interação fluido-estrutura através de técnicas numéricas

1.2.1 - Generalidades

O termo "interação fluido-estrutura" é empregado quando na análise de um determinado problema é considerado o movimento relativo entre o fluido e a estrutura, e pode ser aplicado tanto

a sistemas em que a estrutura está imersa no fluido (o caso que é estudado neste trabalho), quanto a sistemas em que o fluido está contido na estrutura. O tema envolve duas áreas: a dinâmica dos fluidos e a dinâmica das estruturas. Se ambas as áreas, individualmente, já são complexas, tratá-las de forma conjunta constitui um verdadeiro desafio. De fato, as cargas que atuam sobre a estrutura não são conhecidas "a priori", pois dependem das pressões exercidas pelo fluido na interface, e por sua vez, estas estão relacionadas com o escoamento do fluido em torno da estrutura, que depende do movimento desta.

Assim, o tratamento do problema envolve basicamente as seguintes tarefas:

- a) o desenvolvimento de um algoritmo para a análise do escoamento
- b) o desenvolvimento de um algoritmo para a análise da estrutura
- c) o desenvolvimento de um algoritmo de acoplamento do fluido com a estrutura

No campo da análise estrutural, a técnica dos elementos finitos, em conjunto com métodos numéricos para a resolução das equações associadas aos problemas desta área, é atualmente uma ferramenta flexível e universal para o estudo dos mais diversos tipos de problemas e estruturas, com a consideração de efeitos estáticos e dinâmicos, e não linearidade física ou geométrica. No campo da mecânica dos fluidos, esta técnica também é amplamente utilizada, mas a falta de métodos numéricos unificados e gerais para a resolução das equações associadas aos problemas desta área, faz com que cada método desenvolvido seja adequado apenas para o tratamento de um conjunto específico e limitado de casos. Consequentemente, as maiores dificuldades no tratamento numérico dos problemas de interação fluido-estrutura são as relativas ao desenvolvimento do algoritmo para a análise do escoamento.

1.2.2 - Formulações

A abordagem de qualquer problema da mecânica dos fluidos deve começar com uma distinção dos dois tipos de formulações existentes, conforme as variáveis utilizadas para descrever o

escoamento. Têm-se assim as formulações que utilizam como variáveis as componentes da velocidade v_1 e a pressão p (denominadas variáveis primitivas) e as formulações que utilizam como variáveis a função de corrente Ψ e/ou a vorticidade ω . A maioria dos trabalhos de aplicação de elementos finitos à mecânica dos fluidos utilizam a primeira formulação.

1.2.3 - Descrições do movimento do fluido

Existem duas alternativas bem conhecidas para descrever o movimento de um fluido: através da descrição Lagrangeana ou através da descrição Euleriana, ambas detalhadas por VALLENTINE [47].

No contexto da discretização do fluido pela técnica dos elementos finitos, se é utilizada a descrição Lagrangeana, a malha de elementos finitos é móvel e acompanha o movimento do fluido, e, se é utilizada a descrição Euleriana, a malha de elementos finitos é fixa e o fluido se move através dela. A descrição Lagrangeana fixa a atenção nas partículas de fluido, acompanhando-as em seu movimento. A descrição Euleriana estuda uma região particular ocupada pelo fluido, sem fixar-se nas partículas de fluido que vão passando por essa região.

Ambas as descrições apresentam vantagens e desvantagens na sua aplicação ao estudo de problemas de interação fluido-estrutura. A descrição Lagrangeana é apropriada para o tratamento da interface, mas apresenta distorções quando o fluido sofre grandes deslocamentos. Já a descrição Euleriana se adapta bem a grandes deslocamentos do fluido, mas não é compatível com grandes deslocamentos da estrutura.

Uma tentativa de contornar os inconvenientes mencionados é a introdução da descrição mixta Lagrangeana-Euleriana, onde a malha de elementos finitos se movimenta com uma velocidade arbitrária (ver HUGHES et alii [21]).

1.2.4 - Tipos de elementos finitos

Diversos tipos de elementos finitos têm sido testados em diferentes problemas da mecânica dos fluidos. Através destes

testes foi demonstrado que a utilização de elementos de alta ordem não acrescenta vantagens significativas em relação à utilização de elementos lineares simples. GARTLING et alii [17], por exemplo, apresentam comparações de cálculos realizados com elementos de ordens diferentes, podendo este fato ser notado. Considerando isto, pode-se afirmar que é melhor uma discretização adequada da malha com elementos lineares simples, que a utilização de elementos de maior ordem.

1.2.5 - Métodos numéricos

Como foi mencionado antes, enquanto que para a análise estrutural a técnica dos elementos finitos é um método consagrado (e inclusive se comercializam programas computacionais baseados nela), para a análise dos problemas da mecânica dos fluidos são conhecidos vários métodos numéricos, cada um deles adequado apenas para o tratamento de alguns tipos de problemas, não existindo até hoje métodos gerais que possam ser aplicados independentemente do caso em estudo.

Assim, o método clássico de Galerkin é utilizado na análise de escoamentos potenciais (ver CHUNG [11]) e o método de Galerkin com função de penalidade é aplicado a escoamentos de fluidos incompressíveis onde a convecção não é dominante (ver CAREY & ODEN [10] e REDDY [38], [39]).

Foi observado porém, que em problemas nos quais os termos de convecção das equações do escoamento são dominantes com relação aos termos viscosos, a utilização dos métodos anteriormente citados provoca a aparição de oscilações espúrias na solução. Para contornar este inconveniente, foi proposto o método dos resíduos ponderados de Petrov-Galerkin, analisado por HEINRICH et alii [19], KELLY et alii [26] e BROOKS & HUGHES [9].

Em KAWAHARA et alii [23] e [24], e HIRANO et alii [20] é apresentado um método explícito de dois passos que propõe eliminar as oscilações que aparecem na solução, através da diagonalização seletiva da matriz de massa. São apresentados exemplos de aplicação do método ao estudo de vários escoamentos, inclusive um em torno de um cilindro fixo.

Ainda para problemas com convecção dominante, DONEA [15] apresenta o método de Taylor-Galerkin no qual uma discretização no tempo através de séries de Taylor, precede à aplicação do método de Galerkin. Este método é também detalhado e aplicado por LAVAL & QUARTAPELLE [28] e DONEA et alii [12] e [14]. O presente trabalho trata da adaptação deste método ao estudo de escoamentos isotérmicos de fluidos quase-incompressíveis, com a consideração das equações completas de Navier-Stokes e da equação da continuidade devidamente adaptada (como será visto em detalhe no próximo capítulo) ao tipo de fluidos que se deseja estudar.

No contexto da análise de fluidos compressíveis o mesmo método é também analisado por LOHNER et alii [32], PERAIRE et alii [35] e MORGAN et alii [33], que propõem ainda a introdução de uma viscosidade artificial com o objetivo de "suavizar" a solução obtida.

Uma boa revisão destes e de outros métodos numéricos aplicados à mecânica dos fluidos, inclusive para formulações que não utilizam as variáveis primitivas, pode ser encontrada na dissertação de mestrado apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil da UFRGS por PORTELLA [37]. Mais recentemente, LANGE [27], também em sua dissertação de mestrado, analisou detalhadamente o método da função de penalidade e apresentou um modelo numérico baseado neste método.

Já no contexto específico dos problemas de interação fluido-estrutura, ZIENKIEWICZ & BETTES [50] apresentam uma introdução ao tratamento numérico do tema de forma didática e esquematizada.

Problemas onde o fluido e a estrutura são considerados de forma acoplada têm sido estudados nas áreas da tecnologia de reatores nucleares e de projetos de grandes reservatórios contendo líquidos que oscilam. Nestas áreas podem ser citados os trabalhos apresentados por BELYTSCHKO & KENNEDY [4], BELYTSCHKO & MULLEN [5], LIU & MA [29] e LIU & GVILDYS [30] da Northwestern University (Illinois, USA).

A pesquisa aeroespacial e nuclear também tem dado um forte impulso ao estudo dos problemas de interação fluido-estrutura, e atualmente existem vários centros de pesquisas com grupos de

cientistas dedicados exclusivamente a esta área. Alguns dos trabalhos apresentados por pesquisadores de um destes centros, a Applied Mechanical Division of the Joint Research Center of the Commission of the European Communities (Veneza, Itália), são os de DONEA [15] e DONEA et alii [13]. No primeiro, já citado anteriormente, é apresentado o método de Taylor-Galerkin, e no segundo são discutidos alguns aspectos da implementação de métodos numéricos baseados na descrição mixta Lagrangeana-Euleriana. Outros trabalhos importantes são os de ARGYRYS et alii [1] e [2] do Institute for Computer Applications (Stuttgart, Alemanha), onde é analisada a entrada do veículo espacial europeu Hermes na atmosfera terrestre. Nestes trabalhos são desenvolvidas várias técnicas para a eliminação das oscilações espúrias que aparecem nas soluções numéricas de problemas com ondas de choque.

Para finalizar esta revisão, deve ser citado também o trabalho de PETRY [36], que foi apresentado recentemente ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil da UFRGS, como tema de dissertação de mestrado, e que com o presente trabalho, constituem as primeiras contribuições do Curso para esta linha de pesquisa.

2 - FORMULAÇÃO DO PROBLEMA: EQUAÇÕES GOVERNANTES

2.1 - Introdução

Os problemas de interação fluido-estrutura estão governados por um sistema formado pelas equações que regem o escoamento do fluido e pela equação que rege o movimento da estrutura.

A continuação, estas equações são apresentadas e particularizadas, no caso do fluido, para escoamentos isotérmicos bidimensionais de fluidos quase-incompressíveis, e, no caso da estrutura, para sólidos com vinculações elásticas. Para o escoamento é utilizada a formulação em variáveis primitivas (velocidades e pressão) e a descrição Euleriana, que é mais simples de ser implementada em um modelo numérico, mas impõe que o movimento do sólido imerso se limite a pequenos deslocamentos, como foi comentado no capítulo anterior.

Para finalizar é apresentada a formulação do acoplamento do fluido com a estrutura, que é realizada através da imposição de certas condições de compatibilidade e de equilíbrio, e da consideração da contribuição do fluido na massa e no amortecimento da estrutura.

2.2 - Equações que governam o escoamento do fluido

2.2.1 - Equações gerais

As equações que regem o escoamento não isotérmico de um fluido viscoso compressível, em notação indicial, são as seguintes (WHITE [48]):

a) equação da conservação da quantidade de movimento:

$$\frac{\partial (\rho v_i)}{\partial t} + v_j \frac{\partial (\rho v_i)}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} - \rho f_i = 0 \quad i, j=1,2,3 \quad (2.1)$$

b) equação da conservação da massa:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v_j)}{\partial x_j} = 0 \quad j=1,2,3 \quad (2.2)$$

c) equação da conservação da energia:

$$\frac{\partial (\rho e)}{\partial t} + v_j \frac{\partial (\rho e)}{\partial x_j} + p \frac{\partial v_j}{\partial x_j} - \tau_{1j} \frac{\partial v_1}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(k \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) = 0 \quad 1, j=1,2,3 \quad (2.3)$$

d) equação constitutiva (fluido newtoniano):

$$\tau_{1j} = \mu \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_1} \right) + \lambda \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{1j} \quad 1, j, k=1,2,3 \quad (2.4)$$

e) equações de estado:

$$\rho = \rho (p, T)$$

$$\mu = \mu (p, T)$$

$$\lambda = \lambda (p, T)$$

(2.5)

$$e = e (p, T)$$

$$k = k (p, T)$$

onde:

v_1 : velocidade na direção i

p : pressão

t : tempo

x_1 : coordenada de direção i

ρ : massa específica

δ_{1j} : delta de Kroenecker

τ_{1j} : tensão de cisalhamento na direção j que atua no plano cuja normal tem a direção i

f_1 : força de campo na direção i

e : energia interna específica

k : coeficiente de condutibilidade térmica

T : temperatura

μ : coeficiente de viscosidade de cisalhamento (viscosidade dinâmica)

λ : coeficiente de viscosidade volumétrica

A equação constitutiva (2.4) é válida para fluidos newtonianos, para os quais é aplicada a hipótese de Stokes que estabelece que existe uma relação linear entre as tensões de cisalhamento e as taxas de deformação do fluido. As expressões (2.1) e (2.2) constituem as conhecidas equações de Navier-Stokes da dinâmica dos fluidos.

2.2.2 - Equações simplificadas

No presente trabalho são admitidas as seguintes hipóteses:

- a) O escoamento é bidimensional.
- b) O escoamento é isotérmico.
- c) O fluido é quase-incompressível.
- d) As forças de campo são desprezíveis.
- e) Os coeficientes de viscosidade do fluido são constantes.

A primeira hipótese (escoamento bidimensional) permite reduzir a região de estudo a um domínio bidimensional. Assim, as duas direções principais consideradas são x_1 e x_2 . Esta hipótese pode ser aplicada quando se admite que existe uma direção na qual as variáveis do problema não apresentam variação significativa. Isto simplifica bastante o trabalho, mas limita o estudo àqueles casos em que a consideração feita realmente se verifica, o que não é o caso de muitos problemas da mecânica dos fluidos, principalmente os que envolvem o fenômeno da turbulência, que tem um comportamento tridimensional.

A segunda hipótese (escoamento isotérmico) permite eliminar do sistema a equação da conservação da energia (2.3).

A terceira hipótese (fluido quase-incompressível) permite considerar a expressão que define a velocidade do som C em um fluido (WHITE [48]):

$$C^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho} \quad (2.6)$$

e sendo (já que o escoamento é isotérmico):

$$\rho = \rho(p)$$

obtém-se de (2.2) a equação da conservação da massa para um escoamento bidimensional:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v_j)}{\partial x_j} = 0 \quad j=1,2$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v_j)}{\partial x_j} = 0 \quad j=1,2$$

$$\frac{1}{\frac{\partial \rho}{\partial p}} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v_j)}{\partial x_j} = 0 \quad j=1,2$$

então:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v_j)}{\partial x_j} = 0 \quad j=1,2$$

ou:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + c^2 \frac{\partial (\rho v_j)}{\partial x_j} = 0 \quad j=1,2 \quad (2.7)$$

Estas expressões conduzem a uma interessante discussão sobre a "incompressibilidade" de um fluido; de fato, se o fluido é considerado incompressível, então da definição (2.6) tem-se que:

$$c^2 \Rightarrow \infty$$

$\rho = \text{constante}$

e a equação da conservação da massa (2.2) se reduz à conhecida expressão:

$$\frac{\partial v_j}{\partial x_j} = 0 \quad j=1,2$$

onde foi eliminada a massa específica por ser constante; por outro lado, se o fluido é considerado quase-incompressível, então a expressão (2.6) fornece um valor de c finito mas suficientemente grande como para que ainda neste caso, a massa específica possa ser considerada constante:

$$c^2 = \text{constante}$$

$\rho \cong \text{constante}$

ficando a seguinte equação da conservação da massa:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho c^2 \frac{\partial v_j}{\partial x_j} = 0 \quad j=1,2 \quad (2.8)$$

A quarta hipótese (forças de campo desprezíveis) permite excluir o último termo da equação da conservação da quantidade de movimento (2.1), considerando:

$$f_1 = 0 \quad (2.9)$$

A quinta hipótese (coeficientes de viscosidade constantes) dispensa a necessidade de considerar equações de estado que definam os valores dos coeficientes de viscosidade durante o processo transiente; assim, os valores destes coeficientes devem ser definidos no início, permanecendo constantes durante todo o tempo em que se analisa o escoamento:

$$\mu = \text{constante} \quad (2.10)$$

$$\lambda = \text{constante}$$

Estas hipóteses estabelecidas conduzem ao seguinte sistema de equações, mais simples que o anterior:

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_1}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_1} - \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v_1}{\partial x_j^2} + \frac{\partial^2 v_j}{\partial x_j \partial x_1} \right) + \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial^2 v_k}{\partial x_1 \partial x_k} = 0 \quad 1, j, k=1, 2 \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho c^2 \frac{\partial v_j}{\partial x_j} = 0 \quad j=1, 2 \quad (2.12)$$

podendo observar-se na equação (2.11):

$$v_j \frac{\partial v_1}{\partial x_j} \text{ ——— termos de convecção}$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_1} \text{ ——— termo de pressão}$$

$$- \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v_1}{\partial x_j^2} + \frac{\partial^2 v_j}{\partial x_j \partial x_1} \right) + \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial^2 v_k}{\partial x_1 \partial x_k} \text{ ——— termos de difusão}$$

e na equação (2.12):

$$\rho c^2 \frac{\partial v_j}{\partial x_j} \text{ ——— termo da divergência da velocidade}$$

Estas equações, com as variáveis v_1 , v_2 e p , são as

equações que governam o escoamento bidimensional isotérmico de um fluido quase-incompressível, e são válidas em todo o domínio do fluido, denominado Ω . A análise de um escoamento nas condições estabelecidas consiste na resolução deste sistema e na obtenção das funções $v_1(x_1, x_2, t)$, $v_2(x_1, x_2, t)$ e $p(x_1, x_2, t)$ que descrevem as velocidades e pressão do fluido em um ponto qualquer (x_1, x_2) do domínio e em um dado instante de tempo t .

2.2.3 - Condições iniciais e condições de contorno

Para que o sistema formado pelas equações (2.11) e (2.12) possa constituir um problema fechado que possa ser resolvido, devem ser conhecidos os valores das variáveis no instante inicial e as condições que devem ser satisfeitas no contorno do domínio, denominado Γ .

Como condições iniciais deve ter-se então:

$$\begin{aligned} v_1(x_1, x_2, 0) &= v_{10}(x_1, x_2) & i=1,2 & & (2.13) \\ p(x_1, x_2, 0) &= p_0(x_1, x_2) & & & \text{em } \Omega \end{aligned}$$

E as condições de contorno podem ser de dois tipos:

- condições essenciais:

$$v_1(x_1, x_2, t) = \bar{v}_1 \quad i=1,2 \quad \text{em } \Gamma_v \quad (2.14)$$

- condições naturais:

$$t_1(x_1, x_2, t) = (-p \delta_{1j} + \tau_{1j}) n_j = \bar{t}_1 \quad i, j=1,2 \quad \text{em } \Gamma_T \quad (2.15)$$

onde:

Ω : domínio do escoamento

v_{10} : valores iniciais das velocidades no domínio Ω

p_0 : valores iniciais da pressão no domínio Ω

Γ : contorno do domínio Ω

Γ_v : parte do contorno em que se aplica (2.14)

\bar{v}_1 : valores prescritos das velocidades no contorno Γ_v

Γ_T : parte do contorno em que se aplica (2.15)

\bar{t}_1 : valores prescritos das forças de superfície no contorno Γ_T

n_j : cosenos diretores do vetor normal ao contorno considerado

2.3 - Equação que governa o movimento da estrutura

2.3.1 - Equação geral

A equação que rege o movimento de uma estrutura discreta com n graus de liberdade, em notação indicial, é a seguinte (THOMSON [46]):

$$m_{ij} \ddot{u}_j + c_{ij} \dot{u}_j + k_{ij} u_j = q_i \quad i, j=1, 2, \dots, n \quad (2.16)$$

onde:

m_{ij} : elementos da matriz de massa da estrutura

c_{ij} : elementos da matriz de amortecimento da estrutura

k_{ij} : elementos da matriz de rigidez da estrutura

u_j : elementos do vetor de deslocamentos da estrutura

$\dot{u}_j = \frac{\partial u_j}{\partial t}$: elementos do vetor de velocidades da estrutura

$\ddot{u}_j = \frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2}$: elementos do vetor de acelerações da estrutura

q_i : elementos do vetor de cargas da estrutura

n : número de graus de liberdade da estrutura

2.3.2 - Equação simplificada

No presente trabalho são consideradas as seguintes hipóteses:

- a) O movimento é bidimensional.
- b) A estrutura tem movimento de corpo rígido com vinculações elásticas.
- c) Os deslocamentos são pequenos.

A primeira hipótese (movimento bidimensional) permite restringir o estudo do movimento da estrutura ao movimento de uma seção dela. Assim, as três direções principais são x_1 , x_2 e x_3 (que definem dois deslocamentos e uma rotação no mesmo plano). São válidas aqui as mesmas limitações mencionadas ao comentar a hipótese adotada do escoamento bidimensional do fluido.

A segunda hipótese (movimento de corpo rígido com vinculações elásticas) permite representar o movimento de toda a estrutura conhecendo apenas o movimento do seu centróide, e permite também representar a rigidez da estrutura através das constantes das molas que constituem as vinculações elásticas.

Estas duas primeiras hipóteses reduzem os graus de liberdade da estrutura a três: dois deslocamentos e uma rotação no mesmo plano dos deslocamentos, que devem ser avaliados no centróide e podem ser trasladados a qualquer ponto da estrutura. Assim, tem-se que o movimento da estrutura é representado pelos deslocamentos do centróide u_1^c e u_2^c , e pela rotação em torno do centróide θ^c , sendo que esta rotação passará a ser denominada u_3^c , para compatibilizar a notação.

A terceira hipótese (pequenos deslocamentos) permite que, no estudo da interação fluido-estrutura, ao analisar o escoamento, possa ser utilizada a descrição Euleriana.

Estas hipóteses estabelecidas conduzem à seguinte equação, mais simples que a anterior:

$$m_{1j} \ddot{u}_j^c + c_{1j} \dot{u}_j^c + k_{1j} u_j^c = q_1^c \quad 1, j=1, 2, 3 \quad (2.17)$$

Esta última equação, com as variáveis u_1^c , u_2^c e u_3^c , representa o sistema de três equações que governa o movimento bidimensional de uma estrutura considerada como corpo rígido com vinculações elásticas. A análise de uma estrutura nas condições estabelecidas, consiste na resolução deste sistema de equações e na obtenção das funções $u_1^c(t)$, $u_2^c(t)$ e $u_3^c(t)$ que descrevem os deslocamentos do centróide e a rotação em torno dele, em um dado instante t .

2.3.3 - Condições iniciais

Para que o conjunto de equações (2.17) possa constituir um problema fechado possível de ser resolvido, devem ser conhecidos os valores das variáveis no instante inicial:

$$\begin{aligned} u_1^c(0) &= \bar{u}_{10}^c & 1=1, 2, 3 \\ \dot{u}_1^c(0) &= \bar{\dot{u}}_{10}^c & 1=1, 2, 3 \\ \ddot{u}_1^c(0) &= \bar{\ddot{u}}_{10}^c & 1=1, 2, 3 \end{aligned} \quad (2.18)$$

onde:

\bar{u}_{10}^c : valores iniciais dos deslocamentos do centróide

$\bar{\dot{u}}_{10}^c$: valores iniciais das velocidades do centróide

$\bar{\ddot{u}}_{10}^c$: valores iniciais das acelerações do centróide

2.4 - Acoplamento do fluido com a estrutura

2.4.1 - Generalidades

Um aspecto fundamental na análise do escoamento de um fluido em torno de uma estrutura imersa, considerando a interação entre ambos, é o esquema a ser utilizado para o acoplamento.

No presente trabalho, este acoplamento é realizado através da imposição de certas condições de compatibilidade e de equilíbrio, e da consideração da contribuição do fluido na massa e no amortecimento da estrutura. O mesmo esquema de acoplamento, apesar da sua simplicidade, é utilizado por KAWAHARA et alii [25] mostrando bom desempenho.

2.4.2 - Condições de compatibilidade

As condições de compatibilidade que devem ser impostas consistem em igualar a velocidade do fluido e a velocidade do corpo, em todos os pontos da interface, isto é:

$$\dot{u}_1^I = v_1^I \quad i=1,2 \quad (2.19)$$

onde:

\dot{u}_1^I : velocidade do corpo na direção i , em um determinado ponto da interface

v_1^I : velocidade do fluido na direção i , no ponto da interface considerado

sendo que as velocidades \dot{u}_1^I são obtidas transladando as velocidades calculadas no centróide, \dot{u}_j^c , ao ponto da interface considerado, através da pré-multiplicação pela matriz de translação deste ponto, o que pode ser expresso como:

$$\dot{u}_1^I = l_{1j} \dot{u}_j^c \quad i=1,2; \quad j=1,2,3 \quad (2.20)$$

onde:

\dot{u}_1^I : elementos do vetor de velocidades do corpo, em um determinado ponto da interface

l_{1j} : elementos da matriz de translação do centróide ao ponto da interface considerado

\dot{u}_j^c : elementos do vetor de velocidades do centróide do corpo

2.4.3 - Condições de equilíbrio

As condições de equilíbrio que devem ser impostas consistem em igualar o carregamento que atua sobre o corpo no centróide e a integral de todas as forças de superfície com sinal trocado, devidas ao fluido e que atuam na interface, isto é:

$$q_j^c = - \int_{\Gamma_s} \left(l_{1j} \ t_{s_1}^I \right) d\Gamma_s \quad 1=1,2; \ j=1,2,3 \quad (2.21)$$

onde:

q_j^c : elementos do vetor de cargas que atuam no centróide do corpo

l_{1j} : elementos da matriz de translação do centróide a um determinado ponto da interface

$t_{s_1}^I$: elementos do vetor de forças de superfície que atuam sobre o corpo no ponto da interface considerado

Γ_s : interface fluido-estrutura (contorno do corpo)

sendo:

$$t_{s_1}^I = \left(-p \ \delta_{1j} + \tau_{1j} \right) n_j^I \quad 1,j=1,2 \quad (2.22)$$

$$\tau_{1j} = \mu \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_1} \right) + \lambda \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{1j} \quad 1,j,k=1,2 \quad (2.23)$$

onde o súpér-índice I indica que são utilizados os valores das variáveis na interface.

2.4.4 - Contribuição do fluido na massa e no amortecimento da estrutura

O esquema de acoplamento desenvolvido fica completo ao considerar que o fluido contribui na massa e no amortecimento da

estrutura, de tal forma que:

$$m_{ij} = m_{ij_S} + m_{ij_F}^I \quad i, j=1,2,3 \quad (2.24)$$

$$c_{ij} = c_{ij_S} + c_{ij_F}^I \quad i, j=1,2,3 \quad (2.25)$$

onde:

m_{ij} : elementos da matriz de massa total da estrutura

m_{ij_S} : elementos da matriz de massa da estrutura

$m_{ij_F}^I$: elementos da matriz de contribuição de massa da estrutura, devida ao fluido existente ao redor do corpo

c_{ij} : elementos da matriz de amortecimento total da estrutura

c_{ij_S} : elementos da matriz de amortecimento da estrutura

$c_{ij_F}^I$: elementos da matriz de contribuição de amortecimento da estrutura, devida ao fluido existente ao redor do corpo

Estas parcelas de contribuição nas matrizes de massa e amortecimento da estrutura, serão desenvolvidas com detalhe no próximo capítulo.

3 - IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO

3.1 - Introdução

No capítulo anterior foram apresentadas e particularizadas as equações que governam o tipo de problema que se deseja estudar. No presente capítulo são mostrados detalhes da implementação do modelo numérico para a resolução daquelas equações.

Inicialmente, é apresentada a implementação do esquema numérico para a análise do escoamento. Para abordar o problema de forma adequada à posterior implementação, mostra-se primeiro a formulação variacional através da aplicação do método dos resíduos ponderados e a formulação em elementos finitos. Posteriormente, descreve-se a aplicação do método de Taylor-Galerkin a um problema governado pela equação de convecção-difusão, extendendo depois sua aplicação às equações do escoamento tratadas no presente trabalho.

A seguir, é apresentado o método de Newmark para a análise dinâmica da estrutura. O método não é abordado em detalhe, por ser suficientemente conhecido na área da análise dinâmica de estruturas, mas são fornecidas as referências onde uma abordagem mais profunda pode ser encontrada.

Posteriormente, é apresentada a implementação do esquema de acoplamento do fluido com a estrutura imersa. Mostra-se a aplicação das condições de compatibilidade e de equilíbrio, e o cálculo da contribuição do fluido nas matrizes de massa e de amortecimento da estrutura.

Para finalizar, apresentam-se as fórmulas para o cálculo de alguns valores característicos do escoamento e da estrutura, e o algoritmo geral de todo o esquema numérico, com comentários sobre sua implementação em um programa computacional.

3.2 - Esquema para a análise do escoamento: método de Taylor-Galerkin

3.2.1 - Formulação variacional e método dos resíduos ponderados

Como foi visto no capítulo anterior, após as hipóteses que foram estabelecidas o escoamento fica governado pelas equações (2.11) e (2.12).

Com o objetivo de simplificar a análise a ser desenvolvida a seguir e tornar mais direta a implementação posterior, os índices que aparecem naquelas equações podem ser explicitados, seguindo as regras da notação indicial, obtendo-se as seguintes expressões:

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + v_2 \frac{\partial v_1}{\partial x_2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_1} - \frac{(2\mu + \lambda)}{\rho} \frac{\partial^2 v_1}{\partial x_1^2} - \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial^2 v_2}{\partial x_2 \partial x_1} - \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 v_1}{\partial x_2^2} = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial t} + v_1 \frac{\partial v_2}{\partial x_1} + v_2 \frac{\partial v_2}{\partial x_2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_2} - \frac{(2\mu + \lambda)}{\rho} \frac{\partial^2 v_2}{\partial x_2^2} - \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial^2 v_1}{\partial x_1 \partial x_2} - \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 v_2}{\partial x_1^2} = 0 \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho C^2 \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_2}{\partial x_2} \right) = 0 \quad (3.3)$$

A formulação variacional destas equações, também denominada forma fraca, é obtida através da aplicação do método dos resíduos ponderados, multiplicando as mesmas por funções de teste (ou funções de peso) e integrando o produto sobre todo o domínio do escoamento Ω , conforme é descrito detalhadamente por REDDY [39].

$$\int_{\Omega} v_1^* \left[\frac{\partial v_1}{\partial t} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + v_2 \frac{\partial v_1}{\partial x_2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_1} - \frac{(2\mu + \lambda)}{\rho} \frac{\partial^2 v_1}{\partial x_1^2} - \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial^2 v_2}{\partial x_2 \partial x_1} - \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 v_1}{\partial x_2^2} - \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 v_2}{\partial x_1 \partial x_2} \right] d\Omega = 0 \quad (3.4)$$

$$\int_{\Omega} v_2^* \left[\frac{\partial v_2}{\partial t} + v_1 \frac{\partial v_2}{\partial x_1} + v_2 \frac{\partial v_2}{\partial x_2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_2} - \frac{(2\mu + \lambda)}{\rho} \frac{\partial^2 v_2}{\partial x_2^2} - \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial^2 v_1}{\partial x_1 \partial x_2} - \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 v_2}{\partial x_1^2} - \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 v_1}{\partial x_2 \partial x_1} \right] d\Omega = 0 \quad (3.5)$$

$$\int_{\Omega} p^* \left[\frac{\partial p}{\partial t} + \rho c^2 \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_2}{\partial x_2} \right) \right] d\Omega = 0 \quad (3.6)$$

Nestas equações as funções de teste v_1^* , v_2^* e p^* que ponderam os termos, correspondem às primeiras variações das componentes da velocidade, δv_1 e δv_2 , e à primeira variação da pressão, δp , respectivamente. Para obter a expressão da formulação variacional, é necessário ainda integrar por partes os termos de derivadas superiores e os termos de pressão. Esta operação dá origem à forma fraca das equações (3.1), (3.2) e (3.3), assim denominada porque enfraquece as exigências relativas à continuidade das variáveis v_1 , v_2 e p . Da integração por partes surgem integrais sobre o contorno do domínio Γ , às quais se aplicam as condições de contorno naturais de cada equação. Procedendo desta forma, obtém-se as seguintes expressões:

$$\int_{\Omega} \left[\frac{\partial v_1}{\partial t} v_1^* + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial x_1} v_1^* + v_2 \frac{\partial v_1}{\partial x_2} v_1^* - \frac{1}{\rho} p \frac{\partial v_1^*}{\partial x_1} + \frac{(2\mu + \lambda)}{\rho} \frac{\partial v_1^*}{\partial x_1} \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial v_2}{\partial x_2} \frac{\partial v_1^*}{\partial x_1} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial v_1}{\partial x_2} \frac{\partial v_1^*}{\partial x_2} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial v_2}{\partial x_1} \frac{\partial v_1^*}{\partial x_1} \right] d\Omega = 0$$

$$\left. \frac{\partial v_1^*}{\partial x_2} \right] d\Omega + \int_{\Gamma} \left[\frac{1}{\rho} p v_1^* n_1 - \frac{(2\mu + \lambda)}{\rho} \frac{\partial v_1}{\partial x_1} v_1^* n_1 - \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial v_2}{\partial x_2} v_1^* n_1 - \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial v_1}{\partial x_2} v_1^* n_2 - \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial v_2}{\partial x_1} v_1^* n_2 \right] d\Gamma = 0 \quad (3.7)$$

$$\int_{\Omega} \left[\frac{\partial v_2}{\partial t} v_2^* + v_1 \frac{\partial v_2}{\partial x_1} v_2^* + v_2 \frac{\partial v_2}{\partial x_2} v_2^* - \frac{1}{\rho} p \frac{\partial v_2^*}{\partial x_2} + \frac{(2\mu + \lambda)}{\rho} \frac{\partial v_2}{\partial x_2} \frac{\partial v_2^*}{\partial x_2} + \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial v_1}{\partial x_1} \frac{\partial v_2^*}{\partial x_2} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial v_2}{\partial x_1} \frac{\partial v_2^*}{\partial x_1} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial v_1}{\partial x_2} \frac{\partial v_2^*}{\partial x_1} \right] d\Omega + \int_{\Gamma} \left[\frac{1}{\rho} p v_2^* n_2 - \frac{(2\mu + \lambda)}{\rho} \frac{\partial v_2}{\partial x_2} v_2^* n_2 - \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial v_1}{\partial x_1} v_2^* n_2 - \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial v_2}{\partial x_1} v_2^* n_1 - \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial v_1}{\partial x_2} v_2^* n_1 \right] d\Gamma = 0 \quad (3.8)$$

$$\int_{\Omega} \left[\frac{\partial p}{\partial t} p^* + \rho c^2 \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_2}{\partial x_2} \right) p^* \right] d\Omega = 0 \quad (3.9)$$

onde n_1 e n_2 são os cossenos diretores do vetor normal ao contorno considerado, conforme já foi definido no capítulo anterior.

3.2.2 - Discretização em elementos finitos e aplicação do método de Buvnov-Galerkin

Para resolver o problema variacional representado pelas expressões (3.7), (3.8) e (3.9), pode utilizar-se o método de Buvnov-Galerkin, aplicado no contexto do método de elementos finitos, conforme é descrito por REDDY [39].

Inicialmente o domínio é dividido em sub-domínios de geometria simples denominados elementos finitos, em cada um dos

quais as variáveis (componentes da velocidade e pressão) são aproximadas por funções constituídas por polinômios que interpolam, no interior e no contorno do elemento, o valor das variáveis em cada nó. Posteriormente, aplica-se o método de Buvnov-Galerkin, substituindo cada uma das funções de peso pela função de interpolação da respectiva variável multiplicada pelo valor nodal da função de peso.

A existência de solução e a convergência, dependem da observância de uma condição de consistência descrita por CAREY & ODEN [10], denominada condição de Babuska-Brezzi, cuja aplicação impõe a utilização de funções de interpolação de ordens diferentes na representação aproximada das componentes da velocidade e da pressão, e portanto também das funções de peso. Em geral, a ordem dos polinômios utilizados para interpolar as componentes da velocidade deve ser superior à ordem dos polinômios utilizados para interpolar a pressão. Isto conduz ao denominado enfoque misto, que para o problema em estudo equivale a uma formulação com a utilização de um multiplicador de Lagrange, cujos fundamentos matemáticos não são abordados no presente trabalho, mas podem ser encontrados suficientemente detalhados nas publicações de HUGHES [22] e ZIENKIEWICZ & TAYLOR [52].

No presente trabalho foram implementados dois tipos de elementos finitos: o triângulo linear de três nós e o quadrilátero isoparamétrico bilinear de quatro nós. Ambos os elementos são bem conhecidos, sendo estudados em detalhe por REDDY [39], e utilizam funções lineares para interpolar as componentes da velocidade e uma função constante para interpolar a pressão, o que equivale a dizer que a pressão é constante em todo o elemento. O elemento quadrilátero é denominado isoparamétrico porque as funções interpoladoras das componentes da velocidade são as mesmas que descrevem geometricamente o elemento, e é denominado bilinear porque estas funções interpoladoras são lineares nas duas direções dos eixos de coordenadas cartesianos.

Conforme foi descrito anteriormente, no interior e no contorno de um elemento as variáveis são interpoladas utilizando funções de interpolação, através das seguintes expressões:

$$\begin{aligned}
 \underline{v}_1 &= \underline{\Phi} \underline{v}_1^{\circ} \\
 \underline{v}_2 &= \underline{\Phi} \underline{v}_2^{\circ} \\
 p &= \Psi \bar{p}^{\circ}
 \end{aligned}
 \tag{3.10}$$

e as funções de peso são substituídas pela função de interpolação da respectiva variável multiplicada pelo valor nodal da função de peso:

$$\begin{aligned}
 \underline{v}_1^{\bullet} &= \underline{\Phi} \underline{v}_1^{\bullet\circ} \\
 \underline{v}_2^{\bullet} &= \underline{\Phi} \underline{v}_2^{\bullet\circ} \\
 p^{\bullet} &= \Psi \bar{p}^{\bullet\circ}
 \end{aligned}
 \tag{3.11}$$

onde

$\underline{\Phi}$: vetor que contém as funções interpoladoras (lineares) das componentes da velocidade, correspondentes a cada nó do elemento considerado (detalhadas por REDDY [39], para ambos os tipos de elementos utilizados no presente trabalho)

Ψ : função interpoladora (constante) da pressão, correspondente ao elemento considerado (e que por ser de um grau menor que as funções interpoladoras das componentes da velocidade, é constante, admitindo-se que $\Psi = 1$)

$\underline{v}_1^{\circ}, \underline{v}_2^{\circ}$: vetores que contém os valores nodais das componentes da velocidade v_1 e v_2

\bar{p}° : valor da pressão p no elemento

$\underline{v}_1^{\bullet\circ}, \underline{v}_2^{\bullet\circ}$: vetores que contém os valores nodais das funções de peso v_1^{\bullet} e v_2^{\bullet}

$\bar{p}^{\bullet\circ}$: valor da função de peso p^{\bullet} no elemento

Ao introduzir as expressões (3.10) e (3.11) nas equações (3.7), (3.8) e (3.9), os vetores que contém os valores nodais das funções de peso correspondentes às componentes da velocidade, $\underline{v}_1^{\bullet\circ}$ e $\underline{v}_2^{\bullet\circ}$, e o valor da função de peso correspondente à pressão, $\bar{p}^{\bullet\circ}$, podem ser eliminados, porque são arbitrários e aparecem em todos os termos das equações. Obtém-se assim as seguintes equações a nível de elemento:

$$\begin{aligned}
 \underline{M}^{\circ} \frac{\partial \underline{v}_1^{\circ}}{\partial t} &= - \underline{A}^{\circ} \underline{v}_1^{\circ} + \left(\underline{P}_1^{\circ} - \underline{P}_{1c}^{\circ} \right) \bar{p}^{\circ} - \left(\underline{D}_{11}^{\circ} - \underline{D}_{11c}^{\circ} \right) \underline{v}_1^{\circ} - \left(\underline{D}_{12}^{\circ} \right. \\
 &\left. - \underline{D}_{12c}^{\circ} \right) \underline{v}_2^{\circ}
 \end{aligned}
 \tag{3.12}$$

$$\begin{aligned} \tilde{M}^{\circ} \frac{\partial \tilde{v}_2^{\circ}}{\partial t} = & - \tilde{A}^{\circ} \tilde{v}_2^{\circ} + \left(\tilde{P}_2^{\circ} - \tilde{P}_{2c}^{\circ} \right) \bar{p}^{\circ} - \left(\tilde{D}_{22}^{\circ} - \tilde{D}_{22c}^{\circ} \right) \tilde{v}_2^{\circ} - \left(\tilde{D}_{21}^{\circ} \right. \\ & \left. - \tilde{D}_{21c}^{\circ} \right) \tilde{v}_1^{\circ} \end{aligned} \quad (3.13)$$

$$\tilde{A}^{\circ} \frac{\partial \bar{p}^{\circ}}{\partial t} = - \tilde{G}_1^{\circ} \tilde{v}_1^{\circ} - \tilde{G}_2^{\circ} \tilde{v}_2^{\circ} \quad (3.14)$$

sendo

$$\tilde{M}^{\circ} = \int_{\Omega} \tilde{\Phi}^T \tilde{\Phi} \, d\Omega \quad (3.15)$$

$$\tilde{A}^{\circ} = \int_{\Omega} \left(\tilde{\Phi} \tilde{v}_1^{\circ} \right) \left(\tilde{\Phi}^T \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial x_1} \right) d\Omega + \int_{\Omega} \left(\tilde{\Phi} \tilde{v}_2^{\circ} \right) \left(\tilde{\Phi}^T \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial x_2} \right) d\Omega \quad (3.16)$$

$$\tilde{P}_1^{\circ} = \frac{1}{\rho} \int_{\Omega} \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial x_1} \, d\Omega \quad (3.17)$$

$$\tilde{P}_{1c}^{\circ} = \frac{1}{\rho} \int_{\Gamma} \tilde{\Phi} \, n_1 \, d\Gamma \quad (3.18)$$

$$\tilde{D}_{11}^{\circ} = \frac{(2\mu + \lambda)}{\rho} \int_{\Omega} \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}^T}{\partial x_1} \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial x_1} \right) d\Omega + \frac{\mu}{\rho} \int_{\Omega} \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}^T}{\partial x_2} \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial x_2} \right) d\Omega \quad (3.19)$$

$$\tilde{D}_{11c}^{\circ} = \frac{(2\mu + \lambda)}{\rho} \int_{\Gamma} \left(\tilde{\Phi}^T \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial x_1} \right) n_1 \, d\Gamma + \frac{\mu}{\rho} \int_{\Gamma} \left(\tilde{\Phi}^T \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial x_2} \right) n_2 \, d\Gamma \quad (3.20)$$

$$\tilde{D}_{12}^{\circ} = \frac{\mu}{\rho} \int_{\Omega} \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}^T}{\partial x_1} \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial x_2} \right) d\Omega + \frac{\lambda}{\rho} \int_{\Omega} \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}^T}{\partial x_2} \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial x_1} \right) d\Omega \quad (3.21)$$

$$\tilde{D}_{12c}^{\circ} = \frac{\mu}{\rho} \int_{\Gamma} \left(\tilde{\Phi}^T \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial x_1} \right) n_2 \, d\Gamma + \frac{\lambda}{\rho} \int_{\Gamma} \left(\tilde{\Phi}^T \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial x_2} \right) n_1 \, d\Gamma \quad (3.22)$$

$$\tilde{P}_2^{\circ} = \frac{1}{\rho} \int_{\Omega} \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial x_2} \, d\Omega \quad (3.23)$$

$$\tilde{P}_{2c}^{\circ} = \frac{1}{\rho} \int_{\Gamma} \tilde{\Phi} n_2 d\Gamma \quad (3.24)$$

$$\tilde{D}_{22}^{\circ} = \frac{(2\mu + \lambda)}{\rho} \int_{\Omega} \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}^T}{\partial x_2} \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial x_2} \right) d\Omega + \frac{\mu}{\rho} \int_{\Omega} \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}^T}{\partial x_1} \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial x_1} \right) d\Omega \quad (3.25)$$

$$\tilde{D}_{22c}^{\circ} = \frac{(2\mu + \lambda)}{\rho} \int_{\Gamma} \left(\tilde{\Phi}^T \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial x_2} \right) n_2 d\Gamma + \frac{\mu}{\rho} \int_{\Gamma} \left(\tilde{\Phi}^T \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial x_1} \right) n_1 d\Gamma \quad (3.26)$$

$$\tilde{D}_{21}^{\circ} = \frac{\mu}{\rho} \int_{\Omega} \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}^T}{\partial x_2} \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial x_1} \right) d\Omega + \frac{\lambda}{\rho} \int_{\Omega} \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}^T}{\partial x_1} \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial x_2} \right) d\Omega \quad (3.27)$$

$$\tilde{D}_{21c}^{\circ} = \frac{\mu}{\rho} \int_{\Gamma} \left(\tilde{\Phi}^T \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial x_2} \right) n_1 d\Gamma + \frac{\lambda}{\rho} \int_{\Gamma} \left(\tilde{\Phi}^T \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial x_1} \right) n_2 d\Gamma \quad (3.28)$$

$$\tilde{A}^{\circ} = \int_{\Omega} \Psi^T \Psi d\Omega \quad (3.29)$$

$$\tilde{G}_1^{\circ} = \rho c^2 \int_{\Omega} \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial x_1} d\Omega \quad (3.30)$$

$$\tilde{G}_2^{\circ} = \rho c^2 \int_{\Omega} \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial x_2} d\Omega \quad (3.31)$$

onde

\tilde{M}° : matriz de massa do elemento

\tilde{A}° : matriz que contém as integrais dos termos de convecção das equações da conservação da quantidade de movimento

$\tilde{P}_{11}^{\circ}, \tilde{P}_{1c}^{\circ}$: matrizes que contém as integrais dos termos de pressão da primeira equação da conservação da quantidade de movimento

$\tilde{D}_{11}^{\circ}, \tilde{D}_{11c}^{\circ}, \tilde{D}_{12}^{\circ}, \tilde{D}_{12c}^{\circ}$: matrizes que contém as integrais dos termos de difusão da primeira equação da conservação da quantidade de movimento

$\tilde{P}_2^{\circ}, \tilde{P}_{2c}^{\circ}$: matrizes que contém as integrais dos termos de pressão da segunda equação da conservação da quantidade de movimento

$\tilde{D}_{22}^{\circ}, \tilde{D}_{22c}^{\circ}, \tilde{D}_{21}^{\circ}, \tilde{D}_{21c}^{\circ}$: matrizes que contém as integrais dos termos de difusão da segunda equação da conservação da quantidade de movimento

A° : área do elemento

$\tilde{G}_1^{\circ}, \tilde{G}_2^{\circ}$: matrizes que contém as integrais dos termos de divergência da velocidade da equação da conservação de massa

A seguir, pode ser montado um sistema de equações global, somando as contribuições de cada um dos elementos do domínio, mas este sistema ainda não estará em sua forma final, já que os termos de derivada temporal não foram discretizados. Somente após esta discretização, o sistema de equações global estará pronto para ser resolvido, fornecendo os valores das componentes da velocidade nos nós da malha e os valores da pressão nos elementos.

3.2.3 - Método de Taylor-Galerkin

O método de Taylor-Galerkin é um método apresentado nos trabalhos de DONEA [15] e DONEA et alii [12], [13] e [14], no qual todo o procedimento descrito anteriormente (formulação variacional, discretização em elementos finitos e aplicação do método de Buvnov-Galerkin) é precedido por uma discretização das derivadas temporais que aparecem nas equações, através de sua expansão em séries de Taylor.

Antes de apresentar a aplicação do método de Taylor-Galerkin às equações (3.1), (3.2) e (3.3), que governam o escoamento, o mesmo será introduzido através de sua aplicação a um problema de convecção-difusão transiente (DONEA et alii [14]) governado pela seguinte equação, em um domínio qualquer ξ :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = - a_j \frac{\partial u}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_j} + Q \quad (1, j=1,2) \quad (3.32)$$

onde

$$\begin{aligned}
u &= u \left(x_1, t \right) & (1=1,2) \\
a_j &= \text{constante} & (j=1,2) \\
v &= \text{constante} \\
Q &= Q \left(x_1, t \right) & (1=1,2)
\end{aligned} \tag{3.33}$$

e que também pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \left(- a_j \frac{\partial}{\partial x_j} + v \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_j} \right) u + Q \quad (1, j=1,2) \tag{3.34}$$

ou, introduzindo o operador \mathcal{L}

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \mathcal{L} \left(u, Q \right) \tag{3.35}$$

Expandindo (3.32) em séries de Taylor, obtém-se a expressão

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^{n+1} = \frac{u^{n+1} - u^n}{\Delta t} = \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^n + \frac{1}{2} \Delta t \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right)^n \tag{3.36}$$

onde Δt é o intervalo de tempo entre os instantes t^n e t^{n+1} .

Derivando (3.32) com relação ao tempo, fica

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = - a_j \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_j} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial t} \quad (1, j=1,2) \tag{3.37}$$

que também pode ser escrita na forma

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \left(- a_j \frac{\partial}{\partial x_j} + v \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_j} \right) \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial t} \quad (1, j=1,2) \tag{3.38}$$

ou, considerando a expressão (3.35)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \mathcal{L} \left(\frac{\partial u}{\partial t}, \frac{\partial Q}{\partial t} \right) \tag{3.39}$$

Introduzindo (3.35) e (3.39) em (3.36) obtém-se

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^{n+1} = \frac{u^{n+1} - u^n}{\Delta t} = \mathcal{L} \left(u^n, Q^n \right) + \frac{1}{2} \Delta t \mathcal{L} \left(\frac{\partial u^n}{\partial t}, \frac{\partial Q^n}{\partial t} \right) \tag{3.40}$$

que pode ser escrita de tal forma que possa ser iniciado o seguinte processo iterativo:

$$\Delta u^{k+1} = \Delta t \mathcal{L} \left(u^n, Q^n \right) + \frac{1}{2} \Delta t \mathcal{L} \left(\Delta u^k, \Delta Q \right) \quad (3.41)$$

onde o índice k indica o número de iterações.

Com o valor de Δu^{k+1} pode obter-se o valor de u^{n+1} , fazendo

$$u^{n+1} = u^n + \Delta u^{k+1} \quad (3.42)$$

No contexto do método dos elementos finitos, pode aplicar-se o princípio de Buvnov-Galerkin à expressão (3.41) obtendo-se a seguinte equação a nível de elemento

$$\underline{M}^e \Delta \underline{u}^{e,k+1} = \Delta t \left[\underline{L}^e \underline{u}^{e,n} + \underline{F}^{e,n} + \frac{1}{2} \left(\underline{L}^e \Delta \underline{u}^{e,k} + \Delta \underline{F}^e \right) + \underline{C}^e \right] \quad (3.43)$$

onde

\underline{M}^e : matriz de massa do elemento

$\Delta \underline{u}^{e,k+1}$, $\Delta \underline{u}^{e,k}$: vetores que contém as variações de u nos nós do elemento, no intervalo de tempo Δt (entre os instantes t^n e t^{n+1}), obtidas nas iterações k+1 e k respectivamente

$\underline{u}^{e,n}$: vetor que contém os valores de u nos nós do elemento, no instante t^n

\underline{L}^e , $\underline{F}^{e,n}$, $\Delta \underline{F}^e$: matrizes que contém as integrais dos termos de convecção, de difusão e de fonte

\underline{C}^e : matriz que contém as integrais de contorno originadas da integração por partes

sendo

$$\begin{aligned} \underline{M}^e &= \int_{\Omega} \underline{\Phi}^T \underline{\Phi} \, d\Omega \\ \underline{L}^e &= \int_{\Omega} \left(-a_j \underline{\Phi}^T \frac{\partial \underline{\Phi}}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial \underline{\Phi}^T}{\partial x_1} \frac{\partial \underline{\Phi}}{\partial x_j} \right) \, d\Omega \quad (1, j=1,2) \\ \underline{F}^{e,n} &= \int_{\Omega} \underline{\Phi}^T Q^n \, d\Omega \end{aligned} \quad (3.44)$$

$$\Delta \tilde{F}^e = \int_{\Omega} \tilde{\Phi}^T \Delta Q \, d\Omega$$

onde $\tilde{\Phi}$ é o vetor que contém as funções de interpolação utilizadas e Ω é o domínio de um elemento finito.

Para resolver a equação (3.43) é conveniente condensar a matriz de massa do membro esquerdo da equação. Para isto, escreve-se a expressão da seguinte forma:

$$\left(\begin{array}{c} \tilde{M}_D^e + \tilde{M}^e - \tilde{M}_D^e \\ \Delta \tilde{F}^e \end{array} \right) \Delta \tilde{u}^{e^{k+1}} = \Delta t \left[\begin{array}{c} \tilde{L}^e \tilde{u}^{e^n} + \tilde{F}^{e^n} + \frac{1}{2} \left(\tilde{L}^e \Delta \tilde{u}^{e^k} + \right. \\ \left. \Delta \tilde{F}^e \right) + \tilde{C}^e \end{array} \right] \quad (3.45)$$

onde \tilde{M}_D^e é a matriz de massa diagonalizada.

Operando sobre esta última expressão, obtém-se

$$\tilde{M}_D^e \Delta \tilde{u}^{e^{k+1}} = \Delta t \left\{ \begin{array}{c} \tilde{L}^e \tilde{u}^{e^n} + \tilde{F}^{e^n} + \frac{1}{2} \left[\left(\tilde{L}^e - \frac{\tilde{M}^e - \tilde{M}_D^e}{\Delta t / 2} \right) \Delta \tilde{u}^{e^k} + \right. \\ \left. \Delta \tilde{F}^e \right] + \tilde{C}^e \end{array} \right\} \quad (3.46)$$

a partir da qual, somando as contribuições de todos os elementos do domínio, forma-se um sistema de equações global que pode ser resolvido por um processo iterativo explícito, obtendo-se o vetor global $\Delta \tilde{U}^{k+1}$ que permite calcular

$$\tilde{U}^{n+1} = \tilde{U}^n + \Delta \tilde{U}^{k+1} \quad (3.47)$$

onde \tilde{U}^{n+1} e \tilde{U}^n são os vetores globais que contém os valores de u em cada nó do domínio, nos instantes t^{n+1} e t^n , respectivamente.

Para as equações de Navier-Stokes, dadas pelas expressões (3.1) e (3.2), o desenvolvimento da aplicação do método para o cálculo das componentes da velocidade é semelhante, e a equação da continuidade (3.3) pode ser utilizada para o cálculo da pressão. O processo consiste então em expandir as derivadas temporais das equações (3.1), (3.2) e (3.3) em séries de Taylor, obter a forma variacional das expressões resultantes, discretizar o domínio em elementos finitos e aplicar o método de Buvnov-Galerkin. As expressões que resultam, a nível de elemento, são as seguintes:

$$\begin{aligned}
\tilde{M}_D^o \Delta \tilde{v}_1^{o,k+1} = \Delta t \left\{ \left[- \tilde{A}^o \tilde{v}_1^{o,n} + \left(\tilde{P}_1^o - \tilde{P}_{1c}^o \right) \tilde{p}^{o,n} - \left(\tilde{D}_{11}^o - \tilde{D}_{11c}^o \right) \right. \right. \\
\tilde{v}_1^{o,n} - \left. \left(\tilde{D}_{12}^o - \tilde{D}_{12c}^o \right) \tilde{v}_2^{o,n} \right] + \frac{1}{2} \left[- \tilde{A}^o \Delta \tilde{v}_1^{o,k} + \left(\tilde{P}_1^o - \tilde{P}_{1c}^o \right) \Delta \tilde{p}^{o,k} \right. \\
\left. \left. - \left(\tilde{D}_{11}^o - \tilde{D}_{11c}^o \right) \Delta \tilde{v}_1^{o,k} - \left(\tilde{D}_{12}^o - \tilde{D}_{12c}^o \right) \Delta \tilde{v}_2^{o,k} - \frac{\tilde{M}^o - \tilde{M}_D^o}{\Delta t / 2} \Delta \tilde{v}_1^{o,k} \right] \right\}
\end{aligned}
\tag{3.48}$$

$$\begin{aligned}
\tilde{M}_D^o \Delta \tilde{v}_2^{o,k+1} = \Delta t \left\{ \left[- \tilde{A}^o \tilde{v}_2^{o,n} + \left(\tilde{P}_2^o - \tilde{P}_{2c}^o \right) \tilde{p}^{o,n} - \left(\tilde{D}_{22}^o - \tilde{D}_{22c}^o \right) \right. \right. \\
\tilde{v}_2^{o,n} - \left. \left(\tilde{D}_{21}^o - \tilde{D}_{21c}^o \right) \tilde{v}_1^{o,n} \right] + \frac{1}{2} \left[- \tilde{A}^o \Delta \tilde{v}_2^{o,k} + \left(\tilde{P}_2^o - \tilde{P}_{2c}^o \right) \Delta \tilde{p}^{o,k} \right. \\
\left. \left. - \left(\tilde{D}_{22}^o - \tilde{D}_{22c}^o \right) \Delta \tilde{v}_2^{o,k} - \left(\tilde{D}_{21}^o - \tilde{D}_{21c}^o \right) \Delta \tilde{v}_1^{o,k} - \frac{\tilde{M}^o - \tilde{M}_D^o}{\Delta t / 2} \Delta \tilde{v}_2^{o,k} \right] \right\}
\end{aligned}
\tag{3.49}$$

$$\tilde{A}^o \Delta \tilde{p}^{o,k+1} = \Delta t \left[- \left(\tilde{G}_1^o \tilde{v}_1^{o,n} + \tilde{G}_2^o \tilde{v}_2^{o,n} \right) - \left(\tilde{G}_1^o \Delta \tilde{v}_1^{o,k+1} + \tilde{G}_2^o \Delta \tilde{v}_2^{o,k+1} \right) \right]
\tag{3.50}$$

onde todos os elementos que aparecem nas expressões já foram definidos.

Como foi feito no exemplo de aplicação do método à equação de convecção-difusão transiente, mostrado anteriormente, somando as contribuições de todos os elementos do domínio, forma-se um sistema de equações global. Este sistema pode ser resolvido através de um processo iterativo explícito (já que a matriz de massa que aparece no membro esquerdo das duas primeiras equações está diagonalizada), obtendo-se os vetores globais $\Delta \tilde{v}_1^{o,k+1}$, $\Delta \tilde{v}_2^{o,k+1}$ e $\Delta \tilde{p}^{o,k+1}$, que contém os valores das variações das componentes da velocidade em todos os nós do domínio, e os valores das variações da pressão em todos os elementos do domínio, respectivamente, obtidas no intervalo de tempo Δt (entre os instantes t^n e t^{n+1}) na iteração $k+1$. Isto permite calcular depois os valores das componentes da velocidade (em todos os

nós) e os valores da pressão (em todos os elementos) no instante t^{n+1} , utilizando as seguintes expressões:

$$\underline{V}_1^{n+1} = \underline{V}_1^n + \Delta \underline{V}_1^{k+1} \quad (3.51)$$

$$\underline{V}_2^{n+1} = \underline{V}_2^n + \Delta \underline{V}_2^{k+1} \quad (3.52)$$

$$\underline{\bar{P}}^{n+1} = \underline{\bar{P}}^n + \Delta \underline{\bar{P}}^{k+1} \quad (3.53)$$

onde

\underline{V}_1^{n+1} , \underline{V}_2^{n+1} , \underline{V}_1^n , \underline{V}_2^n : vetores globais que contém os valores das componentes da velocidade em todos os nós do domínio, nos instantes t^{n+1} e t^n , respectivamente

$\underline{\bar{P}}^{n+1}$, $\underline{\bar{P}}^n$: vetores globais que contém os valores da pressão em todos os elementos do domínio, nos instantes t^{n+1} e t^n , respectivamente

Conforme foi destacado, devido à formulação utilizada é obtido um valor para cada componente da velocidade em cada nó da malha de elementos finitos, e um valor para a pressão em cada elemento da mesma malha. Devido a que todos os programas disponíveis que são utilizados no pós-processamento de resultados trabalham com valores nodais das variáveis (o que é bastante comum), é necessário obter os valores da pressão nos nós, a partir dos valores da pressão nos elementos. Isto é possível através da utilização de um processo de "suavização" das pressões, como o descrito por ZIENKIEWICZ [52]. Desta forma, a partir do vetor global $\underline{\bar{P}}^{n+1}$ que contém os valores da pressão nos elementos, obtém-se o vetor global \underline{P}^{n+1} que contém os valores da pressão nos nós. O processo inverso (isto é, obter um vetor $\underline{\bar{P}}$ que contém os valores da pressão nos elementos a partir de um vetor \underline{P} que contém os valores da pressão nos nós), também é possível, de tal forma que o esquema numérico pode ser iniciado a partir de valores nodais da pressão. Isto representa uma grande vantagem, pois significa que é possível trabalhar apenas com valores nodais da pressão, restringindo a utilização dos valores nos elementos aos cálculos internos do esquema numérico.

É necessário mencionar também que como o método desenvolvido é explícito, a estabilidade depende do intervalo de tempo utilizado no processo iterativo, o qual está limitado pelo número de Courant C_0 (deduzido por KAWAHARA & HIRANO [24]). Deve verificar-se então a seguinte relação:

$$\Delta t \leq C_0 \quad (3.54)$$

sendo

$$C_0 = \frac{\Delta X}{C + V_0} \quad (3.55)$$

onde

ΔX : dimensão característica do elemento finito

C : velocidade do som no fluido

V_0 : velocidade do escoamento em uma zona não perturbada

O valor de Δt recomendado por KAWAHARA & HIRANO [24] é dado pela seguinte expressão:

$$\Delta t \leq \alpha C_0 \quad (3.56)$$

onde α varia entre 0.1 e 0.3.

3.3 - Esquema para a análise da estrutura: método de Newmark

Conforme foi apresentado no capítulo anterior, as hipóteses que foram estabelecidas conduzem à expressão (2.16) que representa a equação que governa o comportamento dinâmico da estrutura.

Com o objetivo de compatibilizar a notação a ser utilizada com a que é encontrada normalmente na literatura relacionada à área de dinâmica estrutural, aquela equação pode ser escrita em notação matricial como segue:

$$\underline{\underline{M}} \underline{\underline{U}}^c + \underline{\underline{C}} \underline{\underline{\dot{U}}}^c + \underline{\underline{K}} \underline{\underline{U}}^c = \underline{\underline{Q}}^c \quad (3.57)$$

sendo

$$\underline{\underline{M}} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{C} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{K} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{U}^c = \begin{bmatrix} \dot{u}_1^c \\ \dot{u}_2^c \\ \dot{u}_3^c \end{bmatrix}$$

(3.58)

$$\dot{\tilde{U}}^c = \begin{bmatrix} \ddot{u}_1^c \\ \ddot{u}_2^c \\ \ddot{u}_3^c \end{bmatrix}$$

$$\tilde{U}^c = \begin{bmatrix} u_1^c \\ u_2^c \\ u_3^c \end{bmatrix}$$

$$\tilde{Q}^c = \begin{bmatrix} q_1^c \\ q_2^c \\ q_3^c \end{bmatrix}$$

onde

\tilde{M} : matriz de massa da estrutura

\tilde{C} : matriz de amortecimento da estrutura

\tilde{K} : matriz de rigidez da estrutura

\tilde{U}^c : vetor de acelerações do centróide da estrutura

$\dot{\tilde{U}}^c$: vetor de velocidades do centróide da estrutura

\tilde{U}^c : vetor de deslocamentos do centróide da estrutura

\tilde{Q}^c : vetor de cargas no centróide da estrutura

Um método implícito bastante conhecido e suficientemente testado, para a resolução de sistemas de equações semelhantes ao representado pela expressão (3.57), é o método de Newmark, cujos detalhes podem ser encontrados no livro de BATHE & WILSON [3].

Este método tem como fundamento duas expressões básicas propostas por Newmark, que aplicadas ao problema em estudo são as seguintes:

$$\dot{\underline{u}}^{c^{n+1}} = \dot{\underline{u}}^{c^n} + \left[\left(1 - \delta \right) \underline{u}^{c^n} + \delta \underline{u}^{c^{n+1}} \right] \Delta t \quad (3.59)$$

$$\underline{u}^{c^{n+1}} = \underline{u}^{c^n} + \dot{\underline{u}}^{c^n} \Delta t + \left[\left(\frac{1}{2} - \alpha \right) \underline{u}^{c^n} + \alpha \underline{u}^{c^{n+1}} \right] \Delta t \quad (3.60)$$

onde Δt é o intervalo de tempo entre os instantes t^n e t^{n+1} , e α e δ são parâmetros que podem ser ajustados para obter estabilidade e precisão na integração. Newmark obteve um método incondicionalmente estável utilizando os seguintes valores:

$$\delta = \frac{1}{2} \quad (3.61)$$

$$\alpha = \frac{1}{4}$$

No instante t^{n+1} a equação (3.57) fica

$$\underline{M} \underline{u}^{c^{n+1}} + \underline{C} \dot{\underline{u}}^{c^{n+1}} + \underline{K} \underline{u}^{c^{n+1}} = \underline{Q}^{c^{n+1}} \quad (3.62)$$

e das expressões (3.59) e (3.60) obtém-se

$$\underline{u}^{c^{n+1}} = a_0 \left(\underline{u}^{c^{n+1}} - \underline{u}^{c^n} \right) - a_2 \dot{\underline{u}}^{c^n} - a_3 \underline{u}^{c^n} \quad (3.63)$$

$$\dot{\underline{u}}^{c^{n+1}} = \dot{\underline{u}}^{c^n} + a_6 \underline{u}^{c^n} + a_7 \underline{u}^{c^{n+1}} \quad (3.64)$$

que introduzidas em (3.62) fornecem a seguinte expressão:

$$\left(\underline{K} + a_0 \underline{M} + a_1 \underline{C} \right) \underline{u}^{c^{n+1}} = \underline{Q}^{c^{n+1}} + \underline{M} \left(a_0 \underline{u}^{c^n} + a_2 \dot{\underline{u}}^{c^n} + a_3 \underline{u}^{c^n} \right) + \underline{C} \left(a_1 \underline{u}^{c^n} + a_4 \dot{\underline{u}}^{c^n} + a_5 \underline{u}^{c^n} \right) \quad (3.65)$$

onde

$$a_0 = \frac{1}{\alpha \Delta t^2}$$

$$a_1 = \frac{\delta}{\alpha \Delta t}$$

$$a_2 = \frac{1}{\alpha \Delta t}$$

$$\begin{aligned}
 a_3 &= \frac{1}{2\alpha} - 1 \\
 a_4 &= \frac{\delta}{\alpha} - 1 \\
 a_5 &= \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\delta}{\alpha} - 2 \right) \\
 a_6 &= \Delta t \left(1 - \delta \right) \\
 a_7 &= \delta \Delta t
 \end{aligned}
 \tag{3.66}$$

A expressão (3.64) representa um sistema de equações lineares que pode ser resolvido por um método qualquer dos vários existentes (Gauss ou Cholesky, por exemplo, que são apresentados detalhadamente por BATHÉ & WILSON [3]), obtendo-se o vetor de incógnitas $\underline{U}^c{}^{n+1}$ que introduzido em (3.63) permite obter $\underline{U}^c{}^{n+1}$, que por sua vez, introduzido em (3.64) torna possível o cálculo de $\dot{\underline{U}}^c{}^{n+1}$. Obtém-se assim, todas as incógnitas do problema, isto é, os deslocamentos, as velocidades e as acelerações do centróide da estrutura, no instante t^{n+1} .

3.4 - Esquema para o acoplamento do fluido com a estrutura

3.4.1 - Aplicação da condição de compatibilidade

Como foi visto no capítulo anterior, a condição de compatibilidade que forma parte do esquema de acoplamento do fluido com a estrutura, é dada pela expressão (2.19) e consiste em impor a igualdade entre a velocidade do fluido e a velocidade da estrutura, em todos os pontos da interface. Com a discretização do domínio em elementos finitos, esta condição deve ser imposta em todos os nós localizados na interface fluido-estrutura, como condições de contorno para o escoamento. Em notação matricial, a expressão (2.19) fica:

$$\dot{\underline{U}}^I = \underline{V}^I
 \tag{3.67}$$

sendo

$$\tilde{\dot{U}}^I = \begin{bmatrix} \dot{u}_1^I \\ \dot{u}_2^I \end{bmatrix} \quad (3.68)$$

$$\tilde{v}^I = \begin{bmatrix} v_1^I \\ v_2^I \end{bmatrix}$$

onde

$\tilde{\dot{U}}^I$: vetor de velocidades da estrutura , no nó I localizado na interface

\tilde{v}^I : vetor de velocidades do fluido, no nó I localizado na interface

Como foi admitido que a estrutura tem movimento de corpo rígido, o vetor de velocidades $\tilde{\dot{U}}^I$ pode ser obtido transladando as velocidades do centróide da estrutura ao nó I considerado, através da expressão (2.20), escrita agora em notação matricial:

$$\tilde{\dot{U}}^I = \tilde{L}^I \tilde{\dot{U}}^c \quad (3.69)$$

sendo

$$\tilde{L}^I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -l_2^I \\ 0 & 1 & l_1^I \end{bmatrix} \quad (3.70)$$

$$\tilde{\dot{U}}^c = \begin{bmatrix} \dot{u}_1^c \\ \dot{u}_2^c \\ \dot{u}_3^c \end{bmatrix}$$

onde

\tilde{L}^I : matriz de translação do centróide do corpo ao nó I localizado na interface

$\tilde{\dot{U}}^c$: vetor de velocidades do centróide do corpo

l_1^I : projeção da distância entre o centróide do corpo e o nó I localizado na interface, sobre o eixo x_1

l_2^I : projeção da distância entre o centróide do corpo e o nó I localizado na interface, sobre o eixo x_2

Introduzindo a expressão (3.69) na (3.67) obtém-se:

$$\tilde{v}^I = \tilde{L}^I \tilde{\dot{U}}^c \quad (3.71)$$

que é a expressão da condição de compatibilidade que deve ser aplicada a todos os nós da interface fluido-estrutura.

3.4.2 - Aplicação da condição de equilíbrio

Como foi visto no capítulo anterior, a condição de equilíbrio que forma parte do esquema de acoplamento do fluido com a estrutura, é dada pela expressão (2.21), e consiste em impor a igualdade entre o carregamento que atua sobre o corpo no centróide e a integral de todas as forças de superfície com sinal trocado, que são devidas ao fluido e atuam na interface. Com a discretização do domínio em elementos finitos, esta condição consiste em igualar o carregamento que atua no centróide do corpo com a soma das parcelas de carga devidas a cada um dos elementos que têm um lado sobre a interface fluido-estrutura. Em notação matricial, a expressão (2.21) fica:

$$\underline{Q}^c = - \sum_{I=1}^{NS} \left(\underline{L}^{I^T} \underline{T}_S^I \right) \quad (3.72)$$

sendo

$$\underline{Q}^c = \begin{bmatrix} q_1^c \\ q_2^c \\ q_3^c \end{bmatrix}$$

$$\underline{L}^{I^T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -l_2^I & l_1^I \end{bmatrix} \quad (3.73)$$

$$\underline{T}_S^I = \begin{bmatrix} t_{s_1}^I \\ t_{s_2}^I \end{bmatrix}$$

$$t_{s_1}^I = \int_{\Gamma_S^I} \Phi^I \left(-\bar{p}^e \delta_{1j} + \tau_{1j} \right) n_j d\Gamma_S^I \quad 1, j=1,2$$

$$\tau_{1j} = \mu \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_1} \right) + \lambda \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{1j} \quad 1, j, k=1,2$$

onde

\underline{Q}^c : vetor de cargas que atuam no centróide do corpo

- \tilde{L}^I : transposta da matriz de translação do centróide do corpo ao nó I localizado na interface
- \tilde{T}_S^I : vetor de forças de superfície que atuam sobre o corpo no nó I localizado na interface
- NS : número de nós localizados na interface
- ϕ^I : função de interpolação do nó I utilizada na integral de contorno
- Γ_S^I : parte da interface onde são integradas as forças de superfície que atuam no nó I
- e os demais elementos que aparecem nas expressões já foram definidos anteriormente.

3.4.3 - Cálculo da contribuição do fluido nas matrizes de massa e de amortecimento da estrutura

Como foi visto no capítulo anterior, o esquema de acoplamento desenvolvido fica completo ao considerar a contribuição do fluido nas matrizes de massa e de amortecimento da estrutura. O cálculo destas parcelas de contribuição é realizado através de um esquema semelhante ao apresentado por KAWAHARA et alii [25].

Inicia-se a dedução das expressões que permitem calcular as parcelas de contribuição, escrevendo as equações (3.12) e (3.13) em forma compacta, utilizando a notação matricial:

$$\tilde{M}_F^{\circ} \dot{\tilde{V}}^{\circ} + \tilde{C}_F^{\circ} \tilde{V}^{\circ} - \tilde{P}_F^{\circ} \tilde{p}^{\circ} = \tilde{T}_S^{\circ} \quad (3.74)$$

sendo

$$\tilde{M}_F^{\circ} = \rho \begin{bmatrix} \tilde{M}^{\circ} & 0 \\ 0 & \tilde{M}^{\circ} \end{bmatrix}$$

$$\dot{\tilde{V}}^{\circ} = \begin{bmatrix} \dot{\tilde{V}}_1^{\circ} \\ \dot{\tilde{V}}_2^{\circ} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{C}_F^{\circ} = \rho \begin{bmatrix} \tilde{A}^{\circ} + \tilde{D}_{11}^{\circ} & \tilde{D}_{12}^{\circ} \\ \tilde{D}_{21}^{\circ} & \tilde{A}^{\circ} + \tilde{D}_{22}^{\circ} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{V}^{\circ} = \begin{bmatrix} \tilde{V}_1^{\circ} \\ \tilde{V}_2^{\circ} \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{P}}_F^{\circ} = \rho \begin{bmatrix} \underline{\underline{P}}_1^{\circ} \\ \underline{\underline{P}}_2^{\circ} \end{bmatrix} \quad (3.75)$$

$$\underline{\underline{T}}_S^{\circ} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{t}}_{S_1}^{\circ} \\ \underline{\underline{t}}_{S_2}^{\circ} \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{t}}_{S_1}^{\circ} = \int_{\Gamma_S^{\circ}} \underline{\underline{\Phi}}^T \left(-\bar{p}^{\circ} \delta_{1j} + \tau_{1j} \right) n_j d\Gamma_S^{\circ} \quad 1, j=1,2$$

$$\tau_{1j} = \mu \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_1} \right) + \lambda \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{1j} \quad 1, j, k=1,2$$

onde todos os elementos já foram definidos, e os sub-índices F esclarecem que se trata de matrizes relacionadas com o fluido.

Por outro lado, a equação que governa o movimento da estrutura, sem considerar ainda a contribuição do fluido nas matrizes de massa e de amortecimento, é a seguinte:

$$\underline{\underline{M}}_S \underline{\underline{U}}^c + \underline{\underline{C}}_S \underline{\underline{\dot{U}}}^c + \underline{\underline{K}}_S \underline{\underline{U}}^c = \underline{\underline{Q}}^c \quad (3.76)$$

onde todos os elementos já foram definidos, e os sub-índices S esclarecem que se trata de matrizes relacionadas com a estrutura.

Aplicando a condição de compatibilidade (3.71) à equação (3.74) e introduzindo a expressão resultante na condição de equilíbrio (3.72) obtém-se:

$$\underline{\underline{Q}}^c = - \sum_{\circ=1}^{NS} \left[\left(\underline{\underline{T}}^{\circ T} \underline{\underline{M}}_F^{\circ} \underline{\underline{T}}^{\circ} \right) \underline{\underline{U}}^c + \left(\underline{\underline{T}}^{\circ T} \underline{\underline{C}}_F^{\circ} \underline{\underline{T}}^{\circ} \right) \underline{\underline{\dot{U}}}^c - \left(\underline{\underline{T}}^{\circ T} \underline{\underline{P}}_F^{\circ} \right) \bar{p}^{\circ} \right. \\ \left. + \left(\underline{\underline{T}}^{\circ T} \underline{\underline{M}}_F^{\circ} \right) \underline{\underline{\dot{V}}}^{\circ} + \left(\underline{\underline{T}}^{\circ T} \underline{\underline{C}}_F^{\circ} \right) \underline{\underline{V}}^{\circ} \right] \quad (3.77)$$

Nesta expressão, o somatório deve estender-se aos NS elementos que tem um lado comum com o corpo (isto é, na interface), e as matrizes que aparecem estão relacionadas com cada um destes NS elementos. Por outro lado, $\underline{\underline{T}}^{\circ}$ é uma matriz cujas N partições são as matrizes de translação dos N nós do elemento finito considerado, colocadas uma sob a outra, na mesma ordem de numeração dos N nós do elemento, e tais que aquelas

matrizes que correspondem aos nós que não estão localizados na interface, têm todos seus elementos nulos. Sendo assim, se é utilizado o elemento finito quadrilátero de quatro nós, para um elemento cujos nós são I, J, K e L, estando I e J na interface e K e L fora dela, tem-se que a matriz \tilde{T}^e é a seguinte:

$$\tilde{T}^e = \begin{bmatrix} \tilde{L}^I \\ \hline \tilde{L}^J \\ \hline \tilde{L}^K \\ \hline \tilde{L}^L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1_2^I \\ 0 & 1 & 1_1^I \\ \hline 1 & 0 & -1_2^J \\ 0 & 1 & 1_1^J \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.78)$$

Introduzindo a expressão (3.77) na equação que governa o movimento da estrutura (3.76) e reagrupando os termos, chega-se à seguinte expressão:

$$\left[\tilde{M}_S + \sum_{e=1}^{NS} \left(\tilde{T}^{eT} \tilde{M}_F^e \tilde{T}^e \right) \right] \tilde{U}^c + \left[\tilde{C}_S + \sum_{e=1}^{NS} \left(\tilde{T}^{eT} \tilde{C}_F^e \tilde{T}^e \right) \right] \dot{\tilde{U}}^c + \tilde{K}_S \tilde{U}^c = \sum_{e=1}^{NS} \left[\left(\tilde{T}^{eT} \tilde{P}_F^e \right) \tilde{P}^e - \left(\tilde{T}^{eT} \tilde{M}_F^e \right) \dot{\tilde{V}}^e - \left(\tilde{T}^{eT} \tilde{C}_F^e \right) \tilde{V}^e \right] \quad (3.79)$$

onde podem ser notadas claramente as parcelas de contribuição do fluido nas matrizes de massa e de amortecimento da estrutura, sendo a matriz de massa total e a matriz de amortecimento total, respectivamente:

$$\tilde{M} = \tilde{M}_S + \sum_{e=1}^{NS} \left(\tilde{T}^{eT} \tilde{M}_F^e \tilde{T}^e \right) \quad (3.80)$$

$$\tilde{C} = \tilde{C}_S + \sum_{e=1}^{NS} \left(\tilde{T}^{eT} \tilde{C}_F^e \tilde{T}^e \right) \quad (3.81)$$

e aparecendo no membro esquerdo da equação, o vetor de cargas totais que atuam no centróide da estrutura:

$$\underline{Q}^c = \sum_{e=1}^{NS} \left[\left(\begin{array}{cc} \underline{T}^c & \underline{P}_F^c \end{array} \right) \underline{P}^c - \left(\begin{array}{cc} \underline{T}^c & \underline{M}_F^c \end{array} \right) \underline{\dot{V}}^c - \left(\begin{array}{cc} \underline{T}^c & \underline{C}_F^c \end{array} \right) \underline{V}^c \right] \quad (3.82)$$

A expressão (3.79) é a equação que deve ser resolvida pelo método de Newmark, obtendo-se os vetores que contém os deslocamentos, as velocidades e as acelerações do centróide da estrutura, \underline{U}^c , $\underline{\dot{U}}^c$ e $\underline{\ddot{U}}^c$ respectivamente. Os valores de $\underline{\dot{U}}^c$ calculados desta forma, devem ser transladados a cada nó da interface, constituindo as condições de contorno que são aplicadas na interface fluido-estrutura, na análise do escoamento.

3.6 - Cálculo de valores característicos do escoamento e da estrutura

Além do campo de velocidades e de pressões do escoamento, e dos deslocamentos, velocidades e acelerações do centróide da estrutura, obtidos a partir do esquema numérico apresentado anteriormente, podem ser determinados outros valores característicos que fornecem mais informação sobre o escoamento e sobre a estrutura imersa.

Um destes valores, que pode ser calculado antes do campo de velocidades e de pressões, é o número de Reynolds do escoamento (R) dado pela seguinte fórmula:

$$R = \frac{\rho V_0 L}{\mu} \quad (3.83)$$

onde

V_0 : velocidade de referência (geralmente a velocidade em uma região não perturbada do domínio estudado)

L : comprimento de referência (que depende do problema analisado)

O número de Reynolds é um número adimensional que geralmente é interpretado como uma relação entre as forças de inércia e as forças de viscosidade do escoamento, existindo um valor teórico denominado número de Reynolds crítico, que caracteriza a passagem do regime de escoamento laminar para o

regime de escoamento turbulento.

Outro valor característico de um escoamento com um objeto imerso é o número de Strouhal (St), que está relacionado com o fenômeno de formação e desprendimento de vórtices alternados com uma frequência característica de desprendimento. O número de Strouhal pode ser calculado a partir de uma das fórmulas seguintes:

$$St = \frac{f_v L}{V_0} \quad (3.84)$$

ou

$$St = \frac{V_v L}{b V_0} \quad (3.85)$$

onde

f_v : frequência de desprendimento de um par de vórtices

L : comprimento de referência do objeto imerso

V_0 : velocidade de referência

V_v : velocidade de translação dos vórtices

b : projeção na direção do escoamento, da distância entre dois vórtices alternados

O número de Strouhal depende da forma da seção do corpo imerso, de sua oscilação, de seu acabamento superficial, do número de Reynolds e das características do escoamento. Nas publicações de SCHLICHTING [41] e KAWAHARA et alii [25], as fórmulas apresentadas são aplicadas a escoamentos com um cilindro imerso, obtendo-se os valores correspondentes do número de Strouhal.

Conhecendo o número de Strouhal de um escoamento com uma determinada estrutura imersa, a fórmula (3.84) permite determinar a velocidade de ressonância V_{OR} , para a qual a frequência de desprendimento de vórtices é igual à frequência natural da estrutura, podendo ela entrar em ressonância.

De fato, a frequência natural (f_n) de uma estrutura, para um determinado grau de liberdade, pode ser calculada através da seguinte fórmula:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (3.86)$$

onde

k : rigidez da estrutura segundo o grau de liberdade considerado

m : massa da estrutura segundo o grau de liberdade considerado

Então, a estrutura entrará em ressonância se:

$$f_n = f_v \quad (3.87)$$

e introduzindo as expressões (3.84) e (3.86) em (3.87), obtém-se:

$$V_{OR} = \frac{1}{2 \pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \frac{L}{St} \quad (3.88)$$

A partir do campo de velocidades e de pressões do escoamento, obtidos em cada instante de tempo, é possível calcular os valores instantâneos dos coeficientes de forças (de arrasto e de sustentação) e de momento torçor da estrutura imersa.

O coeficiente de arrasto (C_D) está relacionado com as forças que atuam sobre a estrutura na direção do escoamento, e o coeficiente de sustentação (C_L) está relacionado com as forças que atuam sobre a estrutura na direção transversal ao escoamento. Estes coeficientes podem ser calculados utilizando as seguintes expressões:

$$C_D = \frac{\sum_{I=1}^{NS} \left(t_{s_1}^I \right)}{\frac{1}{2} \rho V_0^2 L} \quad (3.89)$$

$$C_L = \frac{\sum_{I=1}^{NS} \left(t_{s_2}^I \right)}{\frac{1}{2} \rho V_0^2 L} \quad (3.90)$$

onde $t_{s_1}^I$ e $t_{s_2}^I$ são as forças de superfície nas direções x_1 e x_2 , respectivamente, que atuam no nó I localizado na interface fluido-estrutura, e podem ser calculadas utilizando as expressões (3.73), devendo estender-se o somatório a todos os NS nós localizados na interface, para obter as forças totais em cada direção.

O coeficiente de momento torçor (C_M) está relacionado com o momento torçor com relação ao centróide da seção, que atua sobre a estrutura. Este coeficiente pode ser calculado utilizando a seguinte expressão:

$$C_M = \frac{\sum_{I=1}^{NS} \left(-t_{s_1}^I l_2^I + t_{s_2}^I l_1^I \right)}{\frac{1}{2} \rho V_0^2 L^2} \quad (3.91)$$

onde l_1^I e l_2^I já foram definidas anteriormente como as projeções sobre os eixos x_1 e x_2 , respectivamente, da distância entre o centróide da seção da estrutura e o nó I localizado na interface fluido-estrutura, devendo extender-se o somatório a todos os NS nós localizados na interface, para obter o momento torçor total.

A partir do campo de pressões do escoamento é possível calcular também os valores instantâneos do coeficiente de pressão de cada nó localizado na interface fluido-estrutura.

O coeficiente de pressão de um nó I (C_P^I) localizado na interface está relacionado com a pressão que atua sobre a estrutura nesse nó. Este coeficiente pode ser calculado utilizando a seguinte expressão:

$$C_P^I = \frac{p^I - p_0}{\frac{1}{2} \rho V_0^2} \quad (3.92)$$

onde p^I é a pressão que atua no nó I e p_0 é uma pressão de referência (geralmente, adota-se como pressão de referência a pressão em uma região não perturbada do escoamento, isto é, na mesma região cuja velocidade foi adotada como velocidade de referência).

Além destes valores característicos apresentados, a partir do campo de velocidades podem ser calculados também em cada nó da malha de elementos finitos, os valores da função de corrente comum (Ψ), da função de corrente relativa (Ψ_R), no caso de existir uma estrutura imersa, e da vorticidade (ω). No presente trabalho, para estes cálculos foi utilizado um programa computacional auxiliar implementado por LANGE [27].

3.6 - Implementação computacional

Todo o esquema numérico apresentado nas páginas anteriores, para a análise do escoamento, para a consideração do acoplamento do fluido com a estrutura e para a análise dinâmica da estrutura, foi implementado em um programa computacional codificado na linguagem FORTRAN77.

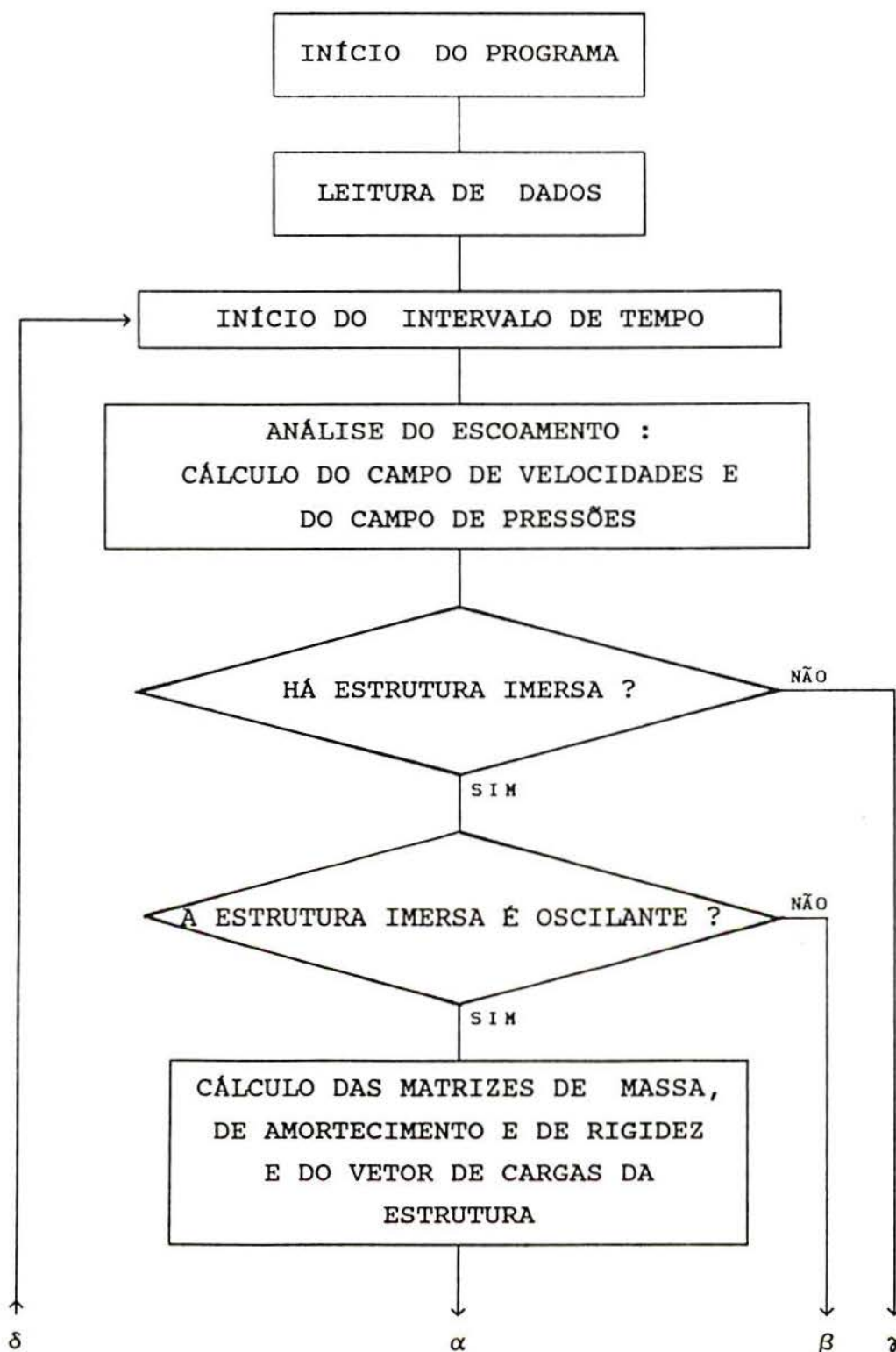
Nesta implementação foram observados os cuidados necessários para garantir a portabilidade do programa, e torná-lo independente do equipamento em que é executado. Para atingir tal objetivo, foi necessário abrir mão de alguns recursos que um determinado equipamento e seu compilador FORTRAN77 oferecem (subrotinas suficientemente testadas, armazenadas em bibliotecas, funções otimizadas, etc.) e implementar tais recursos com os comandos padronizados da linguagem, comuns a qualquer compilador FORTRAN77, de qualquer um dos equipamentos disponíveis. Desta forma, foi possível executar a mesma versão do programa, sem modificações, em microcomputadores PC 486, em estações de trabalho SUN e no computador CRAY do Centro de Supercomputação da UFRGS, ainda que neste último caso, isto tenha implicado na sub-utilização do equipamento, já que o programa não foi implementado com as técnicas de programação adequadas ao aproveitamento de todos os recursos de vetorização e paralelização disponíveis.

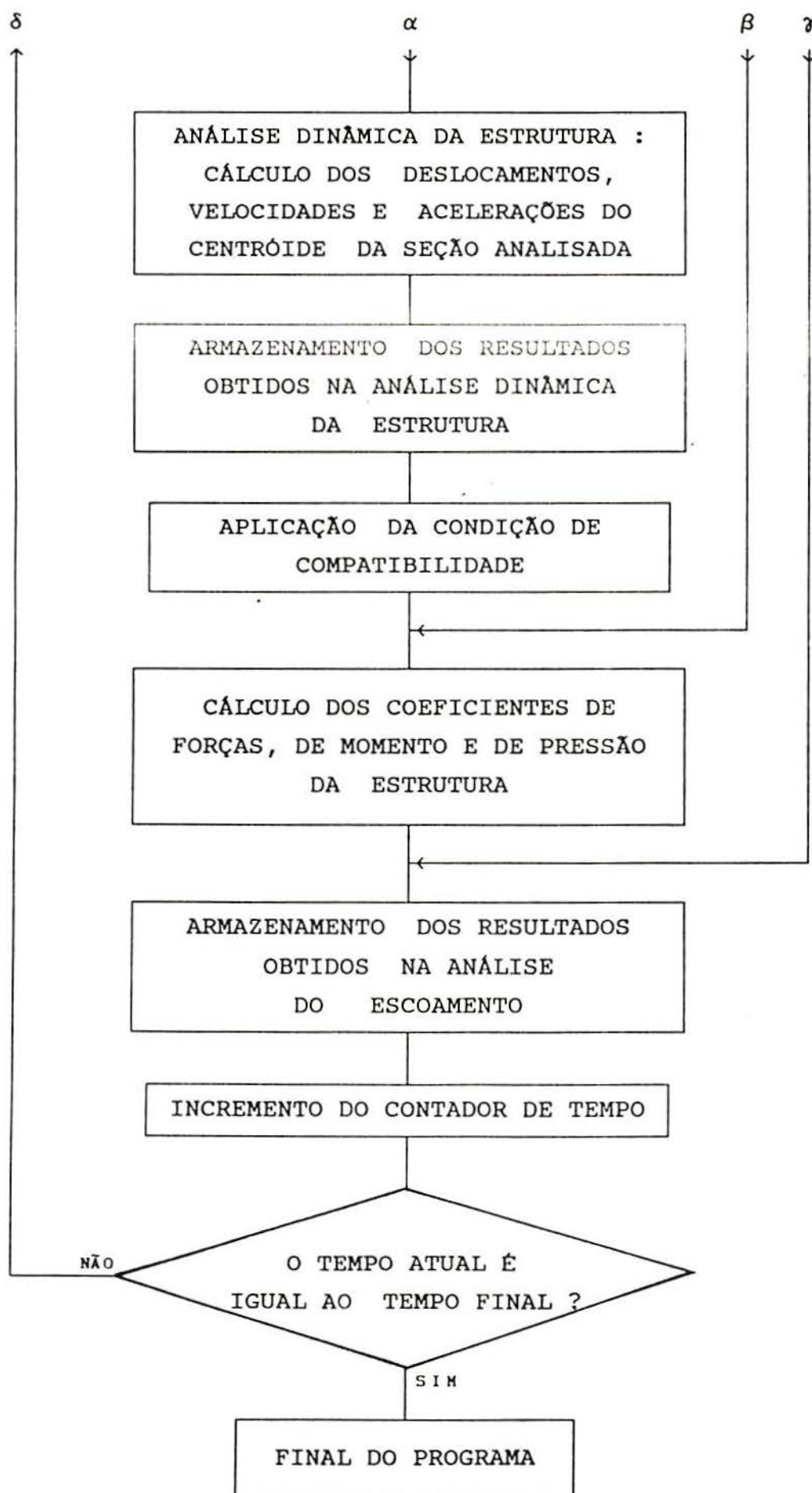
Na versão atual do programa, a escolha do equipamento a ser utilizado na análise de um determinado problema, dependerá de alguns aspectos relacionados com o próprio problema, tais como a malha de elementos finitos necessária para a discretização adequada do domínio, e o tempo total durante o qual o escoamento deve ser analisado. Estes aspectos definirão a memória computacional requerida e o tempo de processamento necessário, e determinarão em última instância, o equipamento adequado para a análise do problema.

Deve ser destacado também, que apesar de ter sido implementado todo esquema numérico apresentado (análise do escoamento, acoplamento do fluido com a estrutura e análise dinâmica da estrutura), o programa oferece a possibilidade de analisar apenas escoamentos, sem estruturas imersas, ou ainda,

escoamentos com estruturas imersas fixas (não oscilantes), como poderá ser comprovado no seguinte capítulo, onde serão apresentados os diversos testes realizados com o programa, que incluem estes casos mencionados.

Resumidamente, o algoritmo geral implementado pode ser esquematizado no seguinte fluxograma:





O programa computacional implementado a partir do algoritmo apresentado, foi testado através de sua aplicação ao estudo de vários escoamentos, alguns elementares e sem estrutura imersa, e outros mais complexos com estrutura imersa fixa, e também com estrutura imersa oscilante. Estes testes e os resultados obtidos em cada um deles, serão apresentados no seguinte capítulo.

4 - TESTES REALIZADOS E RESULTADOS OBTIDOS

4.1 - Introdução

O programa implementado foi inicialmente testado através de sua aplicação na análise de alguns escoamentos simples, com soluções conhecidas, como são os casos da propagação de uma onda de pressão em um fluido não viscoso contido em um canal fechado e do escoamento entre placas paralelas com e sem gradiente lateral de pressão (escoamento de Couette). Nestes casos foram utilizadas malhas com os dois tipos de elementos implementados: os triangulares e os quadriláteros. Posteriormente, foi analisado o problema do escoamento bidimensional em uma cavidade, com vários números de Reynolds, e finalmente, foram estudados o escoamento em torno de um cilindro fixo e o escoamento em torno de um cilindro oscilante. Para estes casos foram utilizadas apenas malhas de elementos quadriláteros, já que o tempo de processamento necessário nestes problemas é maior que nos anteriores.

Neste capítulo, inicialmente são abordados alguns aspectos do pré-processamento e do pós-processamento dos dados e resultados dos problemas estudados; a seguir são apresentados os testes realizados que foram citados antes, e são analisados os resultados obtidos para cada um deles.

4.2 - Pré-processamento dos dados e pós-processamento dos resultados

4.2.1 - Pré-processamento

A análise de escoamentos pelo método dos elementos finitos,

implica na manipulação de um grande número de dados. Considerando isto, e visando evitar a duplicação de esforços nos trabalhos que seriam posteriormente realizados pelo grupo de pesquisas que estava iniciando suas atividades, LANGE [27] e PETRY [36] realizaram um estudo preliminar da estrutura de dados necessária para a abordagem do tipo de problemas a serem analisados, e estabeleceram um padrão suficientemente genérico a ser adotado pelo grupo.

A estrutura de dados utilizada neste trabalho se encaixa no padrão estabelecido. Desta forma, para o pré-processamento, isto é, para a geração da malha de elementos finitos e dos dados iniciais, utiliza-se o programa de geração de malhas desenvolvido por DUROCHER & GASPER [16] e modificado por LIU & CHEN [31] e outros citados por estes últimos, devidamente adaptado ao padrão estabelecido. Desta forma, obtém-se arquivos que armazenam as seguintes informações:

- coordenadas dos nós da malha de elementos
- conectividades dos elementos (triangulares de três nós ou quadriláteros de quatro nós)
- condições iniciais (velocidades e pressões iniciais)
- número de cada nó de contorno, tipo de nó (que especifica se está no contorno externo ou no contorno de um objeto imerso), existência ou não de condição de contorno prescrita no nó e ângulo da normal no nó
- número de cada elemento de contorno, número dos lados de contorno do elemento e ângulo da normal a cada lado de contorno do elemento
- número de cada nó com condição de contorno de velocidade e/ou pressão e valor da condição de contorno de velocidade e/ou pressão
- número de cada um dos elementos associados a cada nó

As informações necessárias que faltam devem ser armazenadas em arquivos gerados separadamente:

- informações de controle (nome do problema a ser analisado, intervalo de tempo a ser utilizado, número de arquivos de resultados a serem gerados, etc.)
- propriedades do fluido (massa específica, coeficiente de viscosidade dinâmica, coeficiente de viscosidade volumétrica,

velocidade e pressão de referência e velocidade do som no fluido)

- propriedades da estrutura imersa, se houver (comprimento de referência, coordenadas do centróide, massa, amortecimento e rigidez)
- condições iniciais da estrutura imersa, se houver, e se ela for oscilante (deslocamentos, velocidades e acelerações iniciais do centróide)

A entrada de dados para o programa gerador, por sua vez, é realizada através de um arquivo criado em um programa desenvolvido por LANGE [27] (com a colaboração de outros mestrandos e auxiliares de pesquisa) em linguagem interativa, e que orienta o usuário no fornecimento dos dados necessários para a geração dos arquivos.

Tendo as informações armazenadas nos arquivos citados, pode-se dar início à análise do problema com o programa implementado no presente trabalho, o qual armazenará os resultados transientes obtidos para as variáveis do escoamento (componentes da velocidade e pressão nos nós da malha) em outros arquivos.

4.2.2 - Pós-processamento

O estudo de um escoamento transiente através de um programa computacional, exige o armazenamento dos resultados obtidos em cada instante de tempo, ou pelo menos, a cada certo número de intervalos de tempo. Isto produz uma série de arquivos de dados, e se o problema envolve uma malha de elementos finitos com muitos nós e elementos, a quantidade de dados que devem ser analisados torna necessária a sua representação gráfica.

No presente trabalho, nos testes iniciais que envolviam problemas com malhas de elementos finitos de poucos elementos, foram utilizados alguns programas simples desenvolvidos por auxiliares de pesquisa, e que permitem a representação gráfica de perfis, isolinhas e históricos no tempo, de alguma variável determinada (velocidade ou pressão). Foi utilizado também um programa desenvolvido por LANGE [27], que permite obter o valor da função de corrente comum ou da função de corrente relativa

(também conhecida como função de corrente estacionária), e da vorticidade, em cada nó da malha, correspondentes ao campo de velocidades em um determinado instante de tempo; assim, a representação gráfica dos resultados obtidos por este programa (através da representação de isolinhas) fornece uma visualização das linhas de corrente comuns ou das linhas de corrente relativas (também conhecidas como linhas de corrente estacionárias) e das linhas de isovorticidade do escoamento, em um determinado instante de tempo.

Nos testes que envolviam problemas com malhas de muitos elementos, se fez necessária uma representação gráfica de maior qualidade e com recursos mais sofisticados (tais como ampliação de regiões pré-determinadas, representação do campo de velocidades através de setas e outros). Para suprir esta necessidade utilizou-se uma versão adaptada da parte de pós-processamento do programa de geração e análise de estruturas lineares GAELI, desenvolvido por GROEHS & SANTOS [18] do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Obteve-se assim, uma representação de melhor qualidade de valores escalares (componentes da velocidade, pressões, função de corrente comum e relativa e vorticidade) por meio de isorregiões, e de valores vetoriais (velocidades) por meio de setas. Infelizmente, a qualidade desta representação é perdida em grande parte, ao efetuar cópias através das impressoras disponíveis, já que se perdem as cores que permitem visualizar melhor alguns detalhes do escoamento analisado.

Já na etapa de conclusão deste trabalho, o Centro de Supercomputação da UFRGS colocou à disposição dos usuários um poderoso programa de representação gráfica (o MPGS: Multi Purpose Graphics System), que permite trabalhar com malhas com grande número de elementos finitos e torna possível uma representação gráfica de alta qualidade, em estações de trabalho desenvolvidas especificamente para utilização em computação gráfica. Este programa inclui entre suas potencialidades a representação tridimensional e possui recursos de animação de resultados transientes. Limitações de tempo, porém, impediram explorar totalmente estas possibilidades de representação gráfica, no presente trabalho.

4.3 - Testes realizados

4.3.1 - Propagação de uma onda de pressão em um fluido não viscoso contido em um canal fechado

4.3.1.1 - Descrição do problema

O problema a ser analisado consiste na propagação de uma onda de pressão em um fluido não viscoso contido em um canal fechado com as dimensões (em m), condições de contorno e distribuição de pressão (em Pa) no instante inicial, mostradas na Figura 4.1. O pulso de pressão mostrado, se propaga até os extremos do canal, onde se reflete, voltando depois até o ponto de partida, fechando-se assim o primeiro ciclo da propagação e continuando depois o processo.

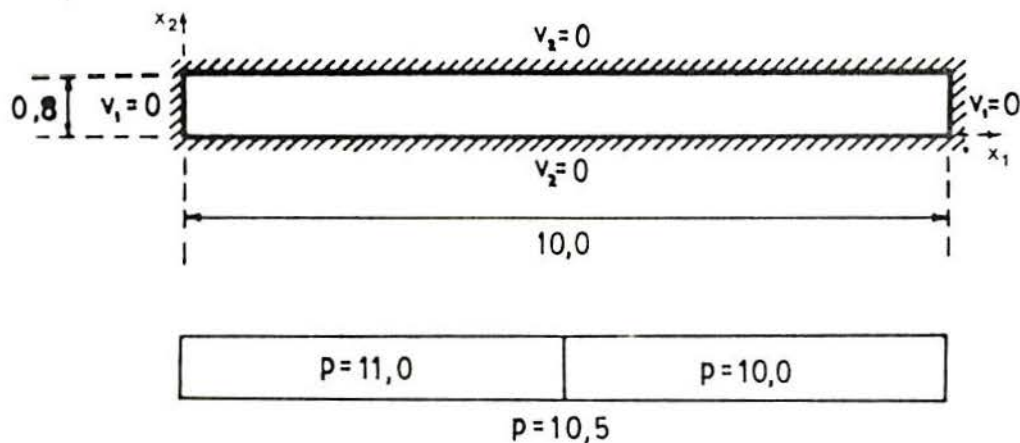


Figura 4.1 - Propagação de uma onda de pressão em um canal fechado: dimensões do canal (em m), condições de contorno e distribuição de pressão (em Pa) no instante inicial

Este problema com sua solução é apresentado por KAWAHARA & HIRANO [24] (que o utilizam como teste inicial para um método numérico de simulação de escoamentos transientes por eles implementado), e é completamente unidimensional, porque apenas as variações (da velocidade v_1 e da pressão p) que ocorrem na direção x_1 são significativas, podendo desprezar-se as variações na direção x_2 .

As propriedades do fluido são as seguintes:

$$\rho = 1.00 \times 10^{-3} \text{ kg / m}^3$$

$$\mu = 0.00 \text{ kg / m s}$$

$$\lambda = 0.00 \text{ kg / m s}$$

$$C = 1.00 \times 10^3 \text{ m / s}$$

Trata-se portanto de um problema transiente de convecção pura, já que na equação da conservação da quantidade de movimento os termos de viscosidade se anulam, ficando apenas os termos de convecção e os de pressão. Tem-se assim o sistema formado por:

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + v_2 \frac{\partial v_1}{\partial x_2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_1} = 0 \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial t} + v_1 \frac{\partial v_2}{\partial x_1} + v_2 \frac{\partial v_2}{\partial x_2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_2} = 0 \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho C^2 \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_2}{\partial x_2} \right) = 0 \quad (4.3)$$

do qual ainda pode ser eliminada a segunda equação e todos os termos que envolvem a variável v_2 , já que o problema é unidimensional. Porém, com o objetivo de testar o programa desenvolvido, na análise realizada foram utilizadas todas as equações completas.

Como condições de contorno tem-se:

$$v_1 \left(0.00, x_2 \right) = 0.00$$

$$v_1 \left(10.00, x_2 \right) = 0.00$$

$$v_1 \left(x_1, 0.00 \right) = 0.00$$

$$v_1 \left(x_1, 0.80 \right) = 0.00$$

e como condições iniciais:

$$v_1 \left(x_1, x_2 \right) = 0.00$$

$$v_2 \left(x_1, x_2 \right) = 0.00$$

$$p \left(x_1 < 5.00, x_2 \right) = 11.00 \text{ Pa}$$

$$p \left(x_1 = 5.00, x_2 \right) = 10.50 \text{ Pa}$$

$$p \left(x_1 > 5.00, x_2 \right) = 10.00 \text{ Pa}$$

4.3.1.2 - Análise com malha de elementos triangulares

O problema foi inicialmente analisado com a malha de 200 elementos triangulares e 153 nós mostrada na Figura 4.2, tendo sido utilizado o intervalo de tempo

$$\Delta t = 2.00 \times 10^{-5} \text{ s}$$



Figura 4.2 - Malha de elementos triangulares

Na Figura 4.3 são mostradas as distribuições de pressão obtidas com o programa em quatro instantes de tempo ($t = 0.0025$ s, $t = 0.0050$ s, $t = 0.0075$ s e $t = 0.0100$ s). Pode notar-se claramente nos gráficos apresentados, a propagação da onda no canal, a reflexão nas paredes, e sua completa inversão no instante final analisado.

Para os mesmos instantes de tempo, KAWAHARA & HIRANO [24] apresentam as distribuições de pressão mostradas na Figura 4.4, Como pode notar-se, os resultados obtidos com o programa desenvolvido no presente trabalho, são semelhantes aos apresentados pela referência citada, apesar de apresentar um pequeno amortecimento nos pontos de descontinuidade da onda. Isto, é normal devido à malha de elementos finitos utilizada, que é a mesma durante toda a análise realizada. Se se utilizasse um processo de adaptação de malhas, que fosse refinando a malha de elementos finitos utilizada, durante a análise, nas regiões próximas à frente de onda, este amortecimento não aconteceria e a descontinuidade que existe (ver a Figura 4.4) seria melhor reproduzida.

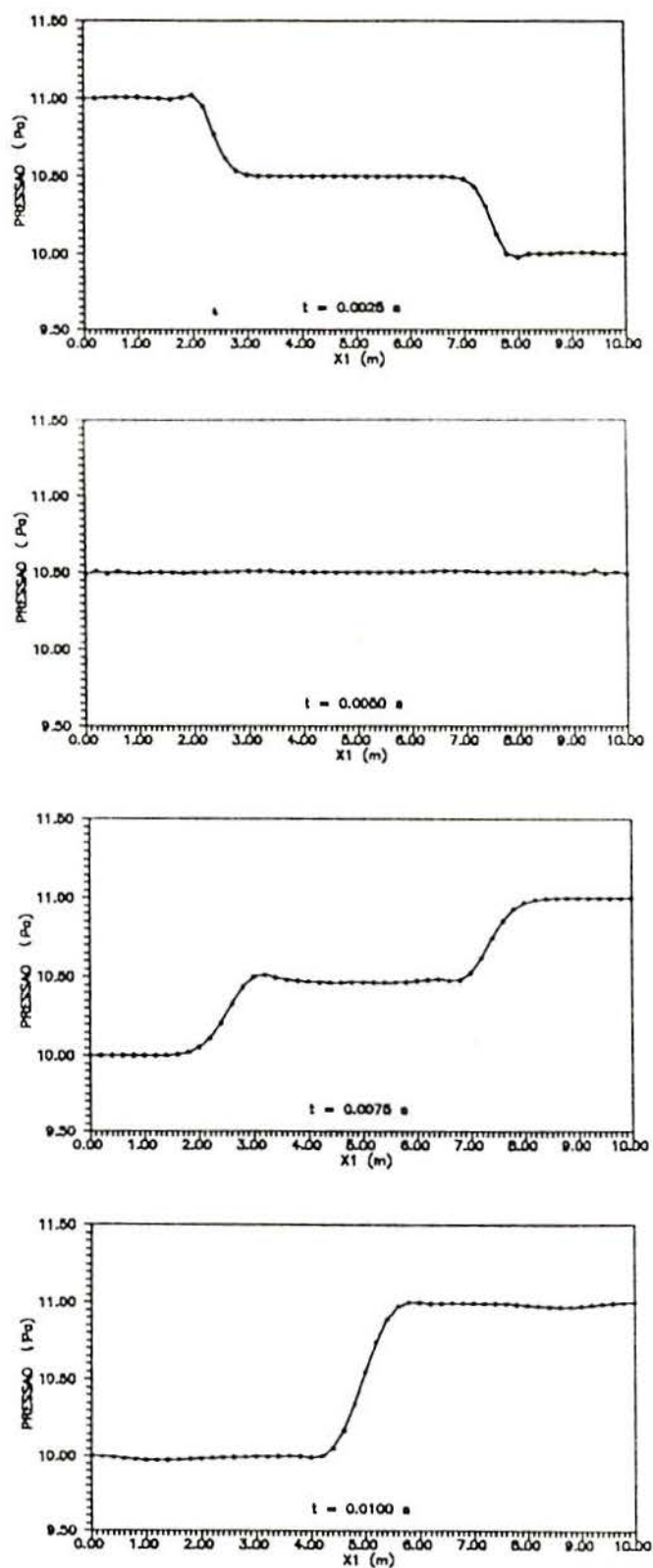


Figura 4.3 - Distribuições de pressão nos instantes
 $t = 0.0025$ s, $t = 0.0050$ s, $t = 0.0075$ s e
 $t = 0.0100$ s

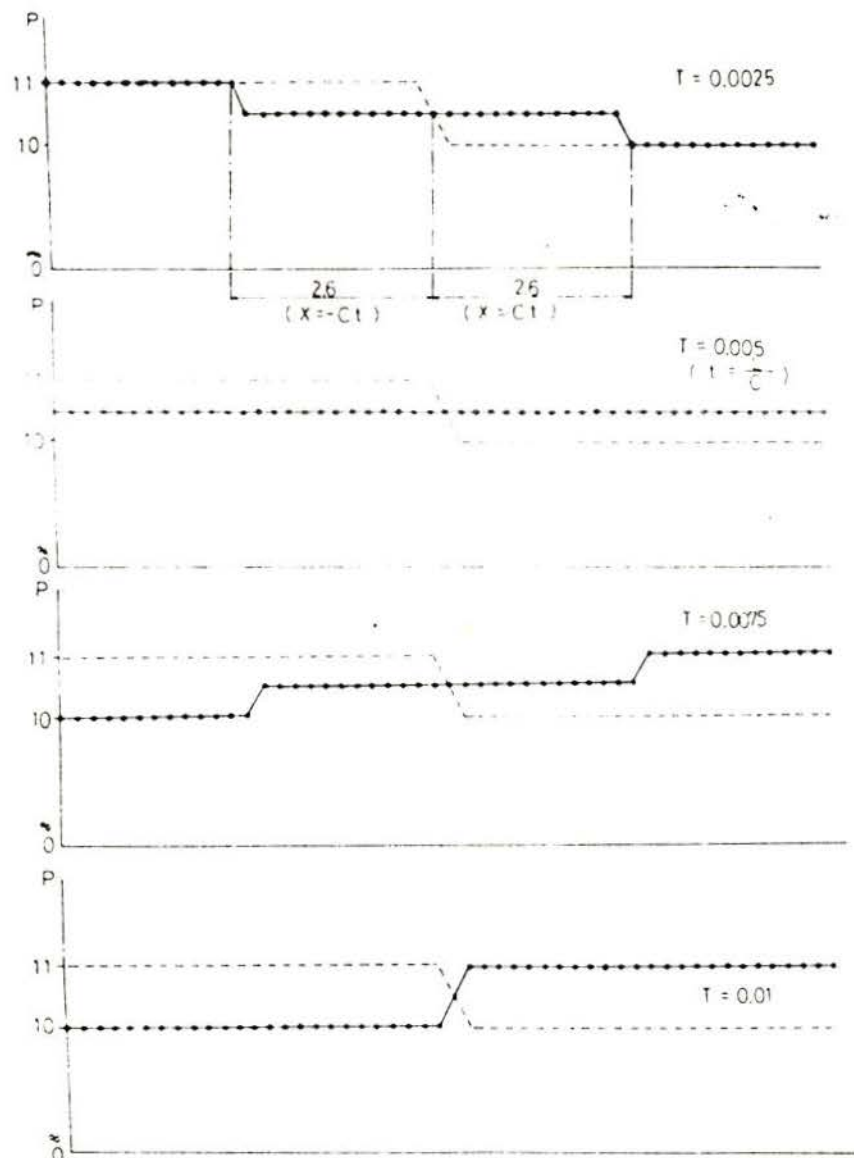


Figura 4.4 - Distribuições de pressão nos instantes
 $t = 0.0025$ s, $t = 0.0050$ s, $t = 0.0075$ s e
 $t = 0.0100$ s, apresentadas por
 KAWAHARA & HIRANO [24]

4.3.1.3 - Análise com malha de elementos quadriláteros

Para testar ambos os tipos de elementos implementados, o problema da propagação de uma onda de pressão foi também analisado com a malha de 100 elementos quadriláteros e 153 nós mostrada na Figura 4.5, tendo sido utilizado o mesmo intervalo de tempo que no caso da malha de elementos triangulares $\Delta t = 2.00 \times 10^{-5}$ s

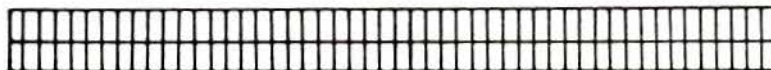


Figura 4.5 - Malha de elementos quadriláteros

Na Figura 4.6 são mostradas as distribuições de pressão obtidas com o programa para este caso, nos mesmos quatro instantes de tempo ($t = 0.0025$ s, $t = 0.0050$ s, $t = 0.0075$ s e $t = 0.0100$ s), podendo notar-se que os resultados são semelhantes aos obtidos com a malha de elementos triangulares e ainda, semelhantes aos apresentados pela referência citada anteriormente (ver a Figura 4.3 e a Figura 4.4).

4.3.1.4 - Comentários adicionais

Deve ser destacado aqui que o problema descrito anteriormente foi muito útil na depuração de erros do programa implementado. Além disso, ele foi útil na correção do enfoque dado ao trabalho inicialmente.

De fato, na primeira versão implementada do programa, eram utilizados elementos triangulares simples e elementos quadriláteros isoparamétricos bilineares, com funções de interpolação de igual ordem para as componentes da velocidade e para a pressão. Com esta versão do programa obtinham-se como resultados para o problema da propagação da onda de pressão, as distribuições mostradas na Figura 4.7 (com poucas diferenças para malhas de elementos triangulares e para malhas de elementos quadriláteros).

Como pode observar-se, no início da análise a tendência é de que os resultados convirjam para a solução correta, apesar de que já se nota a aparição de oscilações espúrias em torno desta solução. Com o tempo, porém, estas oscilações são cada vez maiores, e provocam a degradação dos resultados, até que no instante final do processo eles perderam todo significado físico, e já não se nota mais sequer a tendência de oscilação em torno da solução correta.

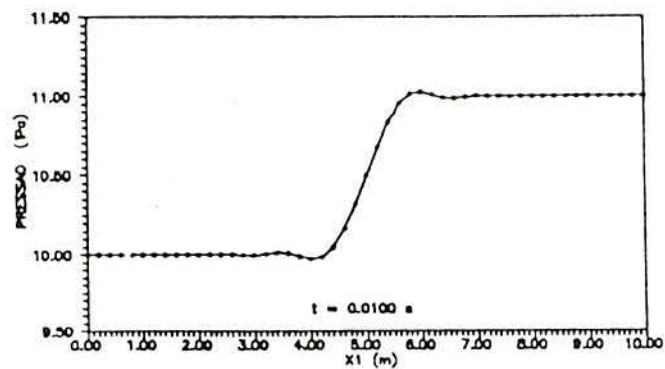
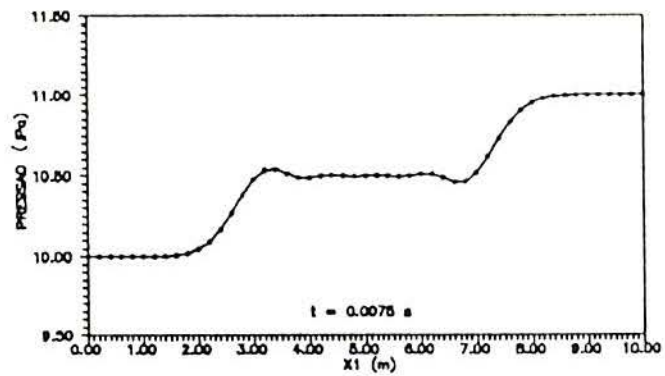
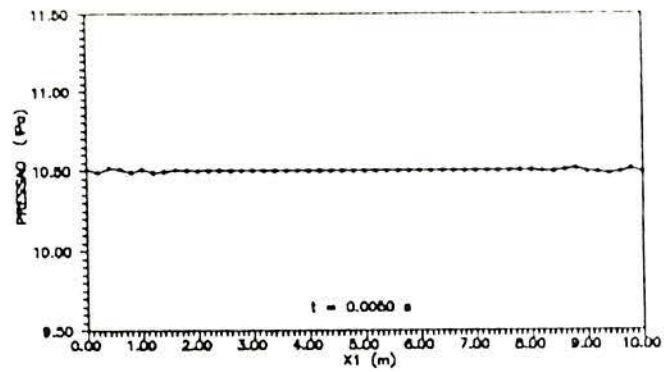
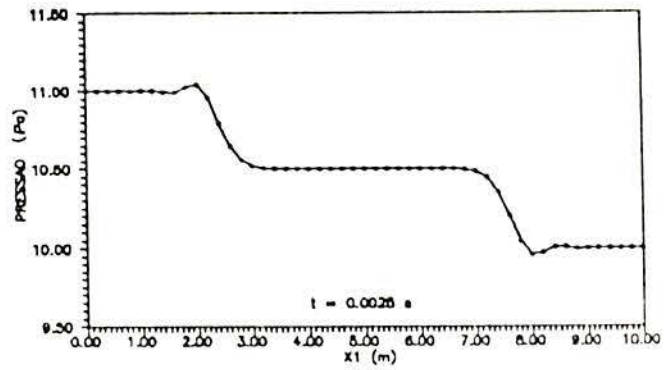


Figura 4.6 - Distribuições de pressão nos instantes
 $t = 0.0025$ s, $t = 0.0050$ s, $t = 0.0075$ s e
 $t = 0.0100$ s

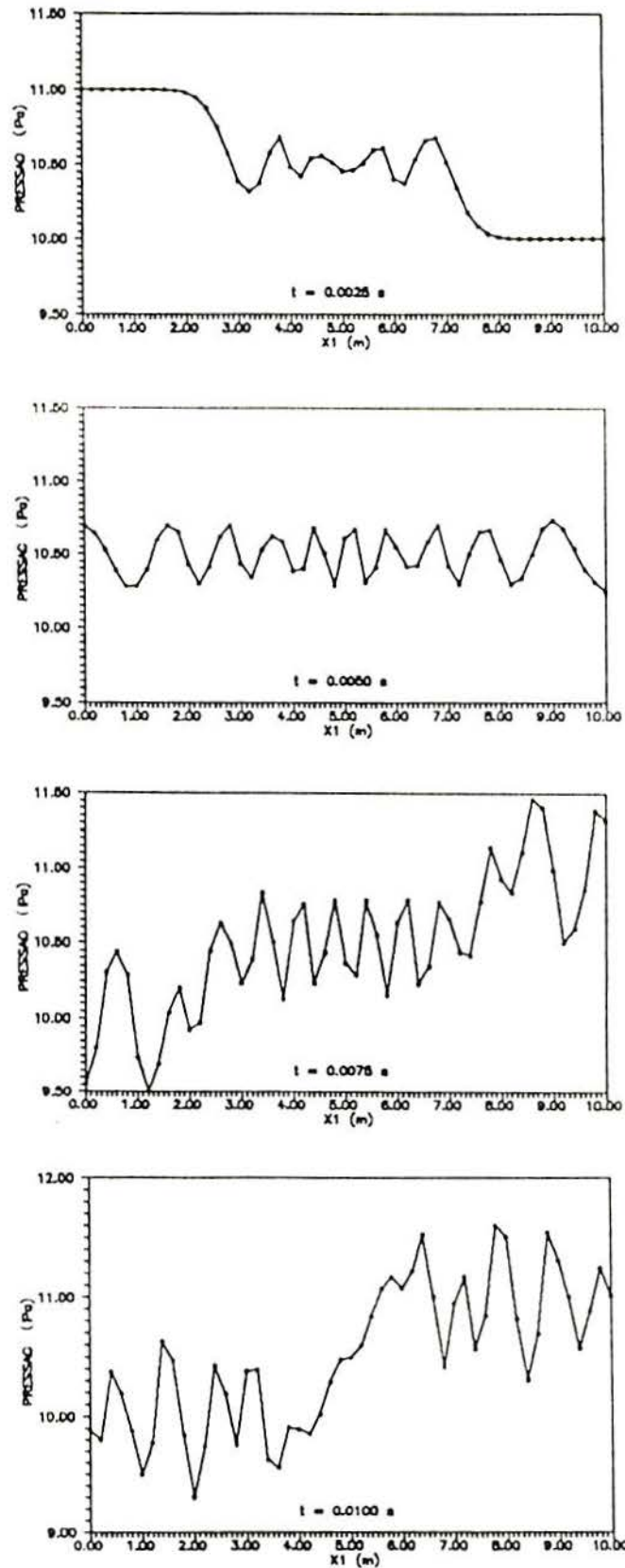


Figura 4.7 - Distribuições de pressão quando são usadas funções de interpolação da mesma ordem para as componentes da velocidade e para a pressão

Para entender melhor o fenômeno, e na procura de alguma solução, pesquisou-se na literatura algum relato sobre ocorrência semelhante, verificando-se que a aparição de oscilações espúrias no campo de pressões é comum em problemas com ondas de choque, existindo várias técnicas que visam contornar o problema. Algumas destas técnicas trabalham com a introdução de uma viscosidade artificial, e outras propõem a "suavização" do campo de pressões através da correção deste campo por meio de um coeficiente que reduz as oscilações nos pontos em que um sensor detecta a existência de variações muito bruscas.

Esta última alternativa apresentou-se como a de mais simples implementação, e cuja inserção no programa demandaria menos modificações na sua estrutura. Assim, tentou-se contornar o problema das oscilações espúrias da pressão com a implementação da "suavização" do campo de pressões através da técnica descrita por PERAIRE et alii [35], LOHNER et alii [32] e MORGAN et alii [33]. Obtiveram-se desta forma, os resultados mostrados na Figura 4.8 (com poucas diferenças para malhas de elementos triangulares e para malhas de elementos quadriláteros).

Como pode observar-se, desaparece neste caso o problema das oscilações espúrias, porém o campo de pressões fica "suavizado" inclusive nos pontos em que realmente existe uma variação brusca de pressão.

Na época da realização dos testes, estes últimos resultados pareceram satisfatórios. Alguns meses depois, porém, quando os problemas que surgiram nos testes seguintes (os escoamentos de Couette, a serem apresentados posteriormente), obrigaram à implementação de funções de interpolação de ordens diferentes para as componentes da velocidade e para a pressão (enfoque misto), o problema da propagação da onda de pressão voltou a ser analisado, obtendo-se os resultados apresentados antes na Figura 4.3 (para a malha de elementos triangulares) e na Figura 4.6 (para a malha de elementos quadriláteros), que são, visivelmente, de qualidade superior, já que não apresentam nem o inconveniente da aparição de oscilações espúrias, nem o inconveniente da "suavização" excessiva do campo de pressões.

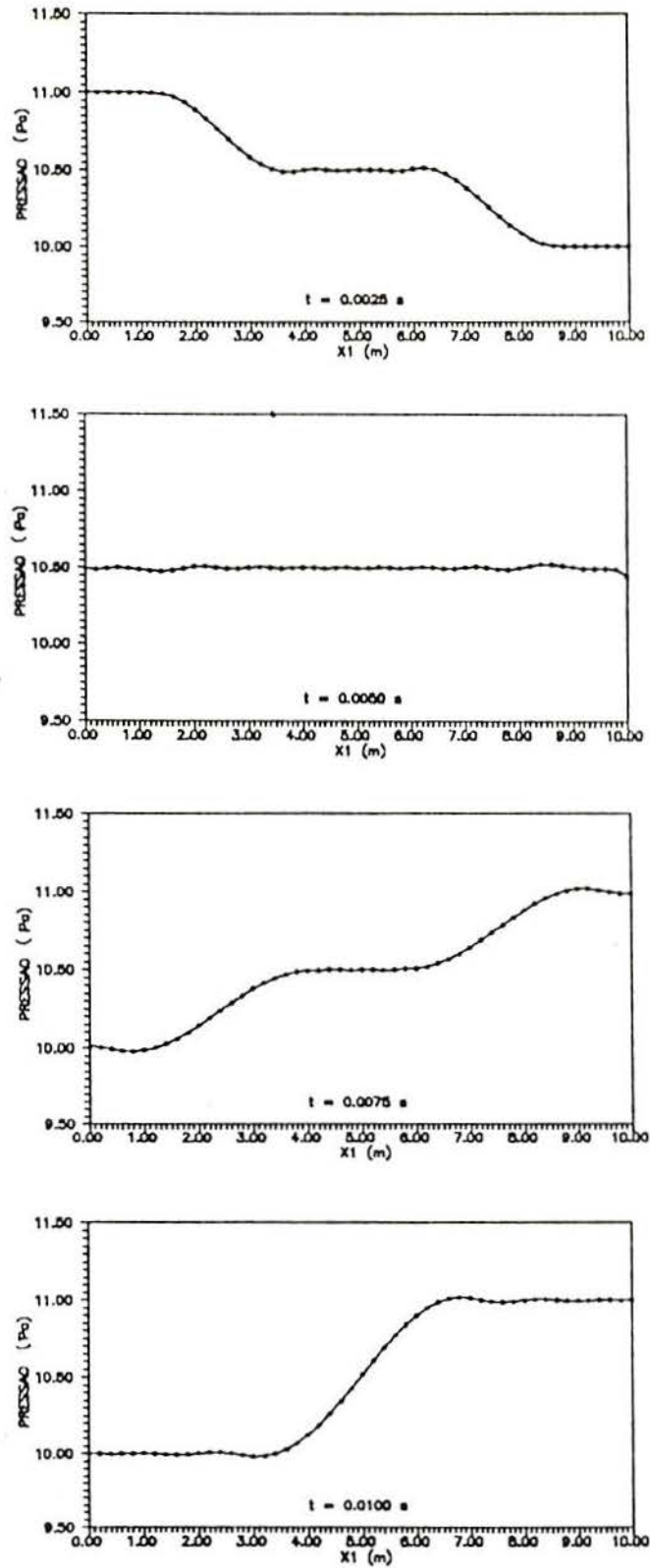


Figura 4.8 - Distribuições de pressão quando são usadas funções de interpolação da mesma ordem para as componentes da velocidade e para a pressão e a técnica da "suavização"

4.3.2 - Escoamento entre placas paralelas (de Couette) sem gradiente de pressão

4.3.2.1 - Descrição do problema

O problema consiste no escoamento entre duas placas paralelas, estando a inferior fixa e a superior em movimento com velocidade uniforme, como mostra a Figura 4.9.

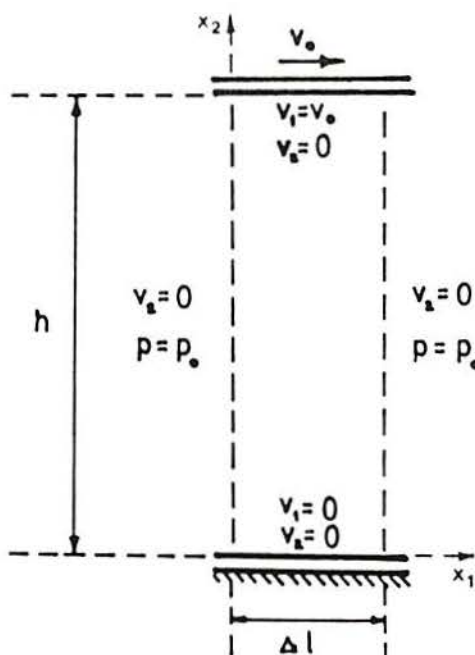


Figura 4.9 - Escoamento entre placas paralelas sem gradiente de pressão: dimensões e condições de contorno

Este problema é clássico, já que se trata de um escoamento permanente com solução analítica bem conhecida, e que é apresentado na maioria dos livros de mecânica dos fluidos como um dos poucos casos em que as equações de Navier-Stokes têm solução analítica (ver por exemplo SCHLICHTING [41]).

Após as devidas simplificações, a equação que governa o problema é apenas uma:

$$\mu \frac{d^2 v_1}{dx_2^2} = 0 \quad (4.4)$$

cuja solução analítica é fornecida por SCHLICHTING [41]:

$$v_1 = \frac{x_2}{h} v_0 \quad (4.5)$$

Também neste caso, com o objetivo de testar o programa desenvolvido, foram utilizadas todas as equações completas.

Como condições de contorno tem-se:

$$v_1 \left(x_1, 0.00 \right) = 0.00$$

$$v_2 \left(x_1, 0.00 \right) = 0.00$$

$$v_1 \left(x_1, h \right) = v_0$$

$$v_2 \left(x_1, h \right) = 0.00$$

$$v_2 \left(0.00, x_2 \right) = 0.00$$

$$p \left(0.00, x_2 \right) = p_0$$

$$v_2 \left(\Delta l, x_2 \right) = 0.00$$

$$p \left(\Delta l, x_2 \right) = p_0$$

e como condições iniciais:

$$v_1 \left(x_1, h \right) = v_0$$

$$v_1 \left(x_1, x_2 < h \right) = 0.00$$

$$v_2 \left(x_1, x_2 \right) = 0.00$$

$$p \left(0.00, x_2 \right) = p_0$$

$$p \left(0.00 < x_1 < \Delta l, x_2 \right) = 0.00$$

$$p \left(\Delta l, x_2 \right) = p_0$$

Arbitraram-se as seguintes propriedades do fluido:

$$\rho = 1.00 \text{ kg} / \text{m}^3$$

$$\mu = 1.00 \text{ kg} / \text{m s}$$

$$\lambda = 0.00 \text{ kg} / \text{m s}$$

$$C = 1.00 \cdot 10^3 \text{ m} / \text{s}$$

e também os seguintes valores para a velocidade da placa superior, para a pressão e para as dimensões do domínio:

$$v_0 = 1.00 \text{ m} / \text{s}$$

$$p_0 = 0.00 \text{ Pa}$$

$$h = 6.00 \text{ m}$$

$$\Delta l = 2.00 \text{ m}$$

4.3.2.2 - Análise com malha de elementos triangulares

O problema foi inicialmente analisado com a malha de 48 elementos triangulares e 35 nós mostrada na Figura 4.10, tendo sido utilizado o intervalo de tempo

$$\Delta t = 1.00 \times 10^{-4} \text{ s}$$

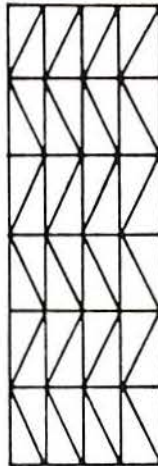


Figura 4.10 - Malha de elementos triangulares

Na Figura 4.11 são apresentados os perfis de velocidades v_1 obtidas com o programa em cinco instantes de tempo ($t = 1.00 \text{ s}$, $t = 2.00 \text{ s}$, $t = 5.00 \text{ s}$, $t = 10.00 \text{ s}$ e $t = 20.00 \text{ s}$), podendo notar-se que no último já se chega à configuração estacionária. Para esta configuração, SCHLICHTING [41] apresenta o perfil de velocidades v_1 mostrado em destaque na Figura 4.12, onde para cada valor de P tem-se um perfil diferente, sendo

$$P = \frac{h^2}{2 \mu v_0} \left(- \frac{dp}{dx_1} \right) \quad (4.6)$$

tendo-se no caso analisado $P = 0.00$, já que

$$\frac{dp}{dx_1} = 0.00$$

Como se percebe claramente nos gráficos apresentados, para a configuração estacionária, o perfil de velocidades v_1 obtidas com o programa é igual ao da referência citada.

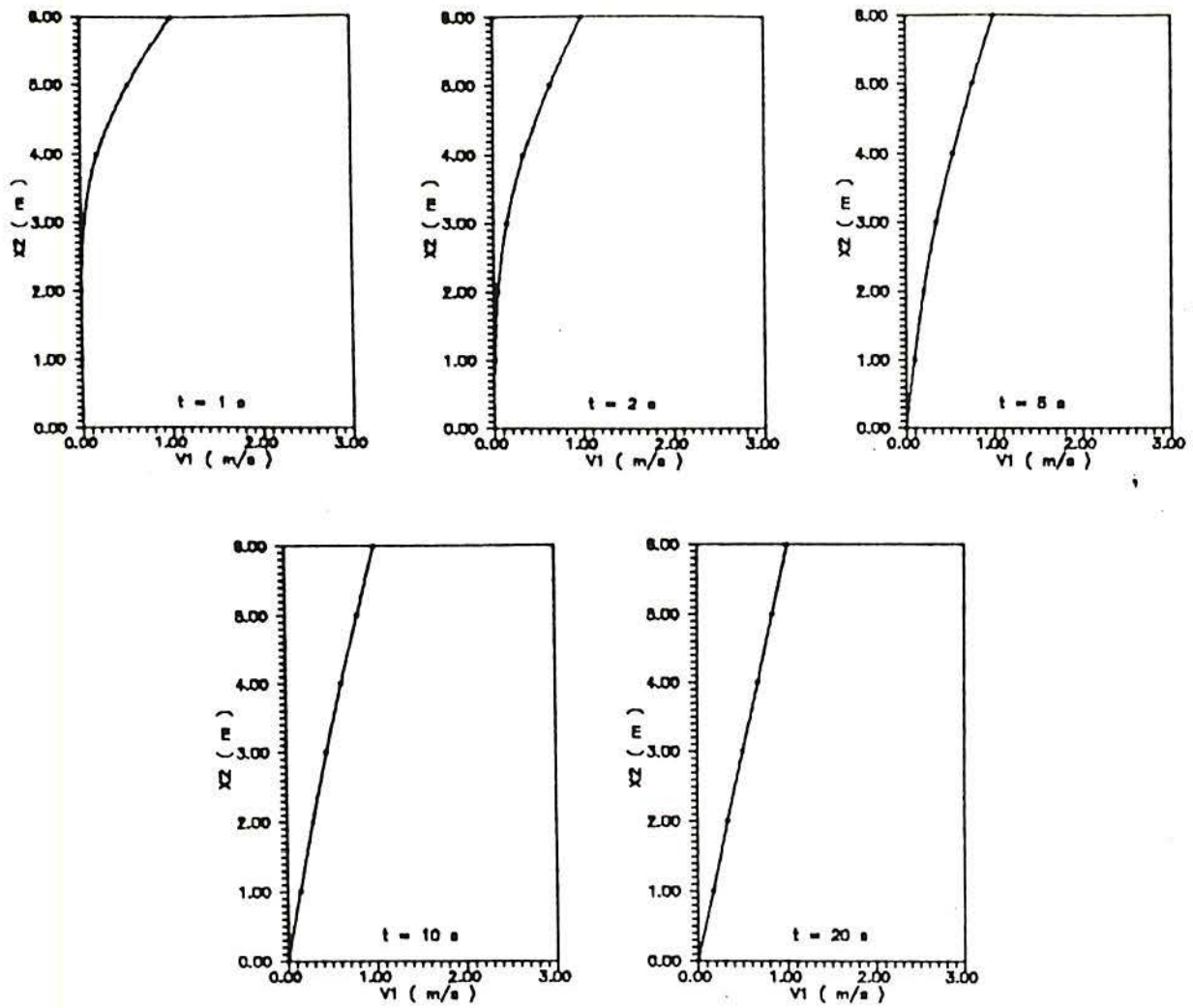


Figura 4.11 - Perfis de velocidades v_1 nos instantes $t = 1.00$ s, $t = 2.00$ s, $t = 5.00$ s, $t = 10.00$ s e $t = 20.00$ s

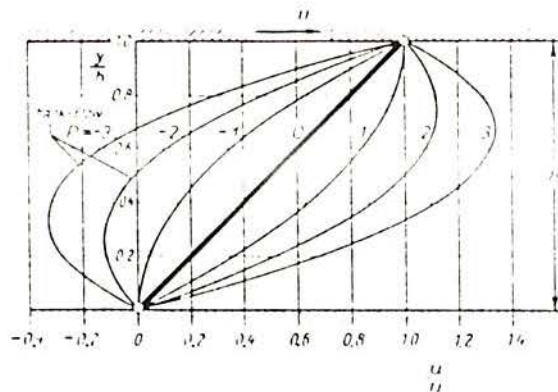


Figura 4.12 - Perfis de velocidades v_1 apresentados por SCHLICHTING [41] (em destaque o perfil correspondente ao caso analisado em que $P = 0$)

4.3.2.3 - Análise com malha de elementos quadriláteros

Como foi feito no problema da propagação da onda de pressão, para testar ambos os tipos de elementos implementados no programa, o problema do escoamento entre placas paralelas foi também analisado com a malha de 24 elementos quadriláteros e 35 nós mostrada na Figura 4.13, tendo sido utilizado o mesmo intervalo de tempo que no estudo com a malha de elementos triangulares

$$\Delta t = 1.00 \times 10^{-4} \text{ s}$$

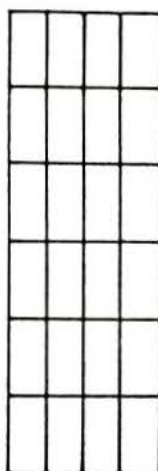


Figura 4.13 - Malha de elementos quadriláteros

Na Figura 4.14 são apresentados os perfis de velocidades v_1 obtidas com o programa para este caso, nos mesmos cinco instantes de tempo, ($t = 1.00 \text{ s}$, $t = 2.00 \text{ s}$, $t = 5.00 \text{ s}$, $t = 10.00 \text{ s}$ e $t = 20.00 \text{ s}$), podendo notar-se aqui também que no último já se chega à configuração estacionária e que os perfis de velocidades v_1 são iguais aos obtidos com a malha de elementos triangulares (não apenas o perfil correspondente à configuração estacionária, mas também os perfis correspondentes a cada um dos instantes intermediários anteriores a ela). Verifica-se ainda, no mesmo gráfico, que o perfil de velocidades v_1 da configuração estacionária é igual ao apresentado pela referência citada anteriormente (ver a Figura 4.11 e a Figura 4.12).

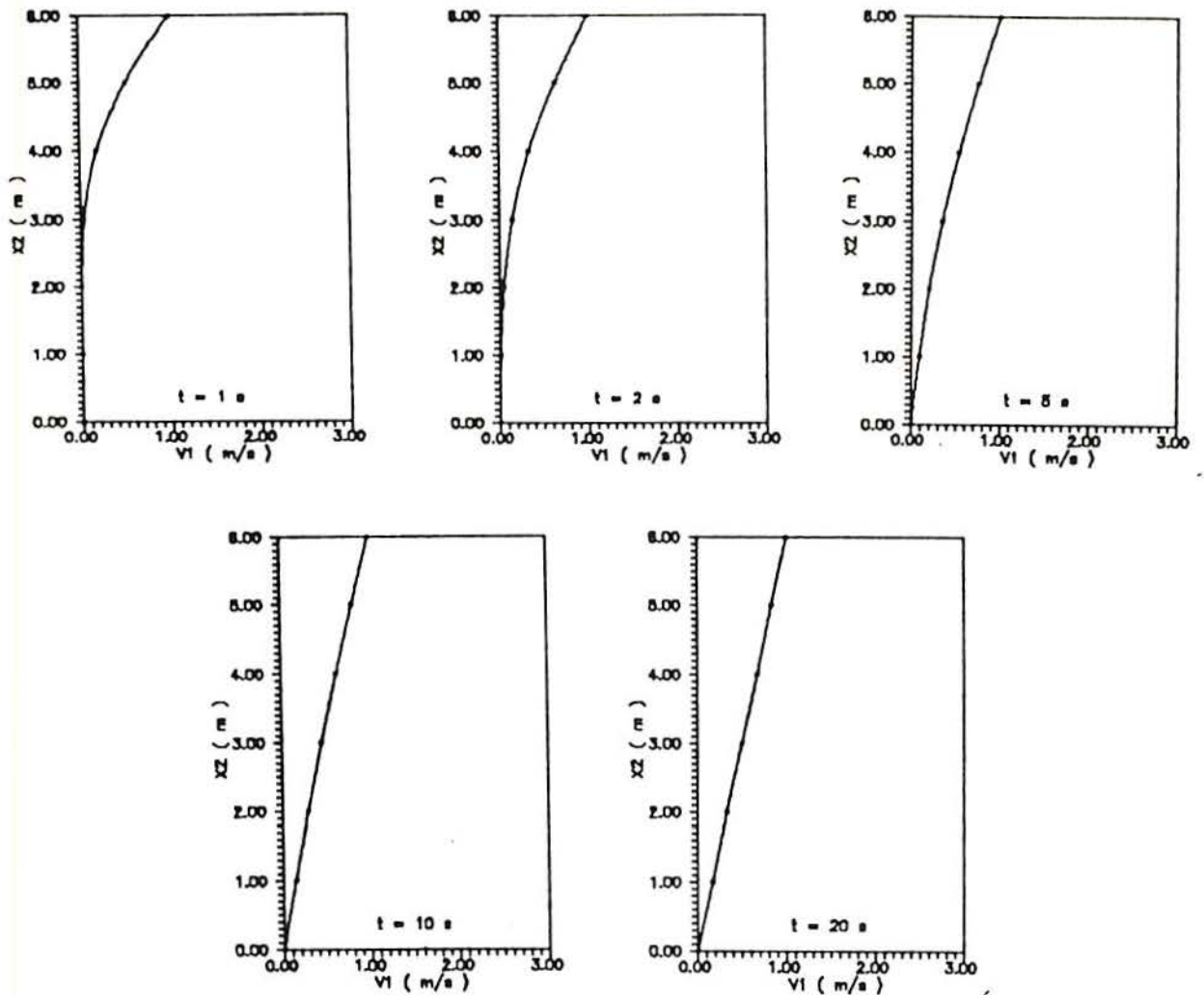


Figura 4.14 - Perfis de velocidades v_1 nos instantes $t = 1.00$ s, $t = 2.00$ s, $t = 5.00$ s, $t = 10.00$ s e $t = 20.00$ s

4.3.2.4 - Comentários adicionais

Este problema, apesar de sua simplicidade, foi o que consumiu mais tempo em testes e depurações do programa, e o que obrigou à implementação do enfoque misto, como única forma de contornar os problemas de instabilidade numérica que surgiram com o enfoque tradicional. Aparentemente, estes problemas de instabilidade foram originados porque os termos de convecção (que deveriam anular-se naturalmente), não se anulavam e ao longo do processo adquiriam valores significativos que impediam a convergência dos resultados. Com a nova implementação porém, estes termos passaram a anular-se e foi contornado o inconveniente citado.

4.3.3 - Escoamento entre placas paralelas (de Couette) com gradiente de pressão

4.3.3.1 - Descrição do problema

O problema consiste no escoamento entre duas placas paralelas, estando a inferior fixa e a superior em movimento com velocidade uniforme, e existindo um gradiente de pressão, como mostra a Figura 4.15.

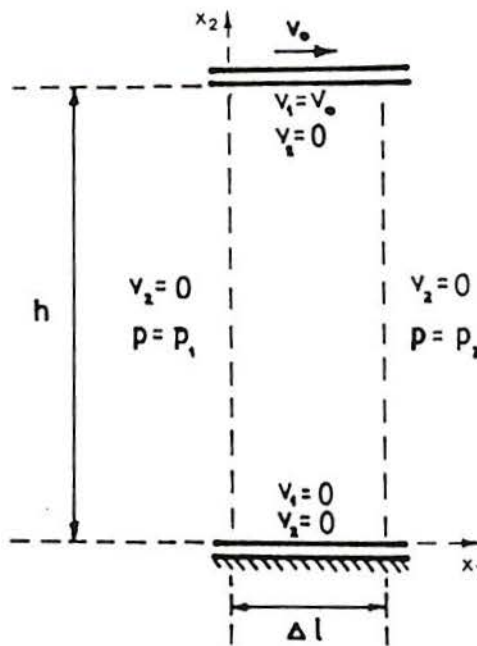


Figura 4.15 - Escoamento entre placas paralelas com gradiente de pressão: dimensões e condições de contorno

Este problema, como o anterior, é clássico, já que também se trata de um escoamento permanente com solução analítica conhecida, e que é apresentado na maioria dos livros de mecânica dos fluidos (ver por exemplo SCHLICHTING [41]).

Após as devidas simplificações, a equação que governa o problema é apenas uma:

$$\mu \frac{d^2 v_1}{dx_2^2} = \frac{dp}{dx_1} \quad (4.7)$$

cuja solução analítica é fornecida por SCHLICHTING [41]:

$$v_1 = \frac{x_2}{h} v_0 - \frac{h^2}{2\mu} \frac{dp}{dx_1} \frac{x_2}{h} \left(1 - \frac{x_2}{h} \right) \quad (4.8)$$

Também neste caso, com o objetivo de testar o programa desenvolvido, foram utilizadas todas as equações completas.

Como condições de contorno tem-se:

$$v_1 \left(x_1, 0.00 \right) = 0.00$$

$$v_2 \left(x_1, 0.00 \right) = 0.00$$

$$v_1 \left(x_1, h \right) = v_0$$

$$v_2 \left(x_1, h \right) = 0.00$$

$$v_2 \left(0.00, x_2 \right) = 0.00$$

$$p \left(0.00, x_2 \right) = p_1$$

$$v_2 \left(\Delta l, x_2 \right) = 0.00$$

$$p \left(\Delta l, x_2 \right) = p_2$$

e como condições iniciais:

$$v_1 \left(x_1, h \right) = v_0$$

$$v_1 \left(x_1, x_2 < h \right) = 0.00$$

$$v_2 \left(x_1, x_2 \right) = 0.00$$

$$p \left(0.00, x_2 \right) = p_1$$

$$p \left(0.00 < x_1 < \Delta l, x_2 \right) = 0.00$$

$$p \left(\Delta l, x_2 \right) = p_2$$

Arbitraram-se as seguintes propriedades do fluido:

$$\rho = 1.00 \text{ kg / m}^3$$

$$\mu = 1.00 \text{ kg / m s}$$

$$\lambda = 0.00 \text{ kg / m s}$$

$$C = 1.00 \cdot 10^3 \text{ m / s}$$

e também os seguintes valores para a velocidade da placa superior, para a pressão e para as dimensões do domínio:

$$v_0 = 3.00 \text{ m / s}$$

$$p_1 = 1.00 \text{ Pa}$$

$$p_2 = 0.00 \text{ Pa}$$

$$h = 6.00 \text{ m}$$

$$\Delta l = 2.00 \text{ m}$$

Este mesmo problema é analisado através de outro método numérico (o da penalidade) por REDDY [39], com valores arbitrados iguais aos citados acima.

4.3.3.2 - Análise com malha de elementos triangulares

O problema foi inicialmente analisado com a malha de 48 elementos triangulares e 35 nós mostrada na Figura 4.16, tendo sido utilizado o intervalo de tempo

$$\Delta t = 1.00 \times 10^{-4} \text{ s}$$

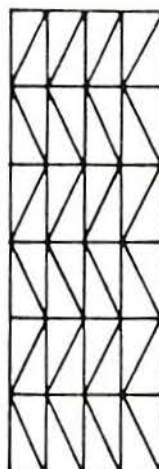


Figura 4.16 - Malha de elementos triangulares

Na Figura 4.17 são apresentados os perfis de velocidades v_1 obtidas com o programa em cinco instantes de tempo ($t = 1.00 \text{ s}$, $t = 2.00 \text{ s}$, $t = 5.00 \text{ s}$, $t = 10.00 \text{ s}$ e $t = 20.00 \text{ s}$), podendo notar-se que no último já se chega à configuração estacionária. Para esta configuração, a solução analítica apresentada por SCHLICHTING [41] fornece um perfil de velocidades igual, mostrado em destaque na Figura 4.18, onde para cada valor de P tem-se um perfil diferente, sendo

$$P = \frac{h^2}{2 \mu v_0} \left(- \frac{dp}{dx_1} \right) \quad (4.9)$$

tendo-se no caso analisado $P = 3.00$, já que

$$\frac{dp}{dx_1} = - 0.50$$

Na Figura 4.19 apresenta-se ainda a solução transiente obtida por REDDY [39]. Comparando estes gráficos, se percebe que para a configuração estacionária, o perfil de velocidades v_1 obtidas com o programa é igual ao das referências citadas.

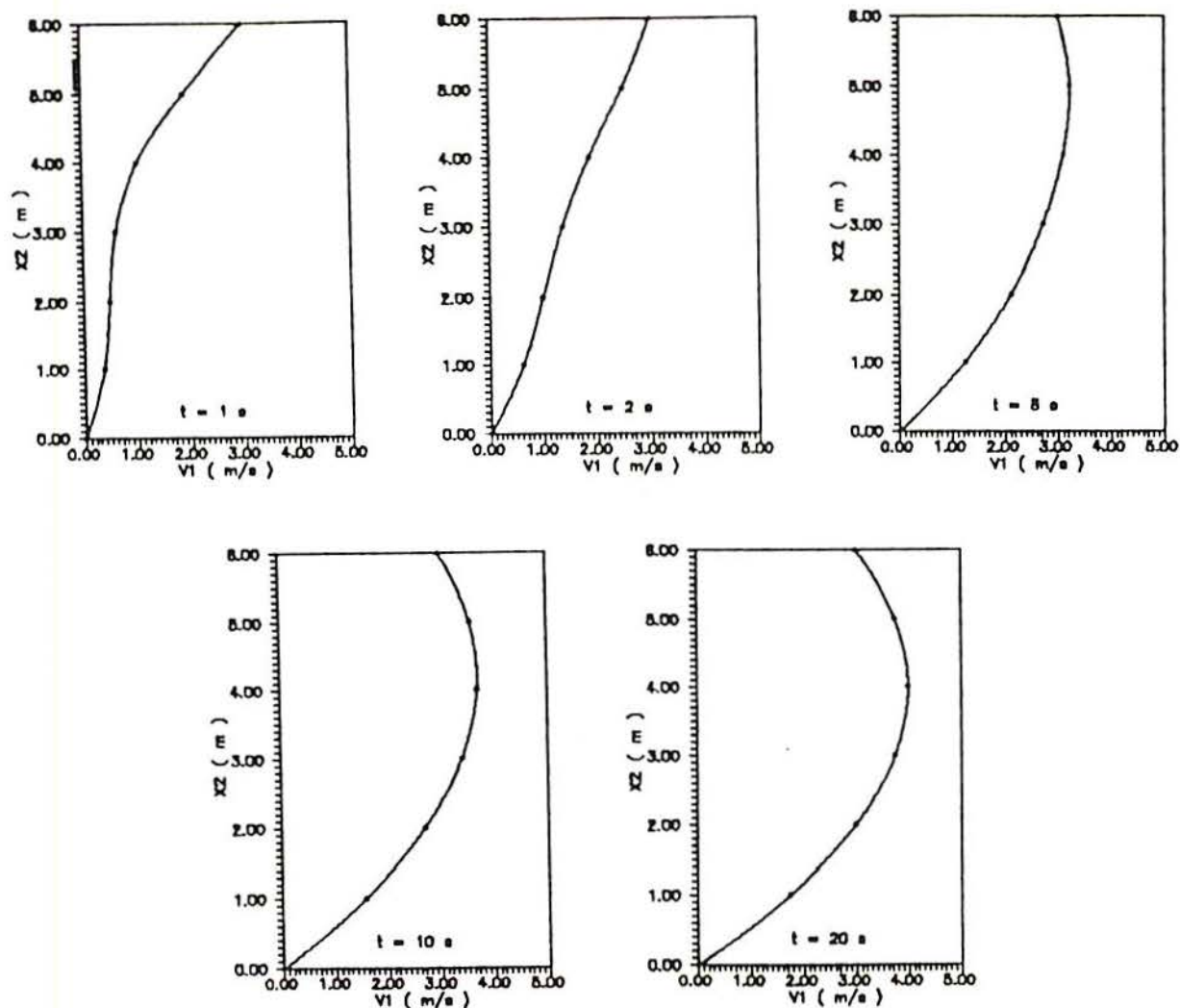


Figura 4.17 - Perfis de velocidades v_1 nos instantes $t = 1.00\text{ s}$, $t = 2.00\text{ s}$, $t = 5.00\text{ s}$, $t = 10.00\text{ s}$ e $t = 20.00\text{ s}$

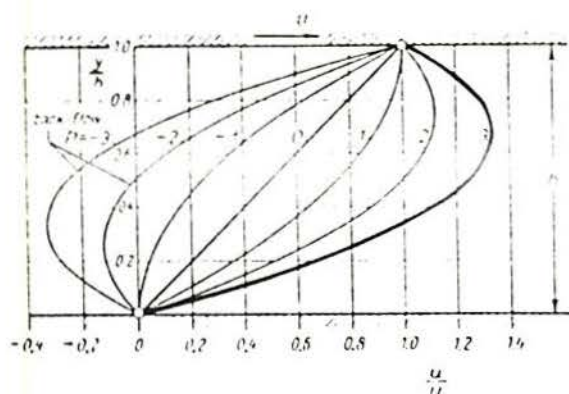


Figura 4.18 - Perfis de velocidades v_1 apresentados por SCHLICHTING [41] (em destaque o perfil correspondente ao caso analisado em que $P = 3.00$)

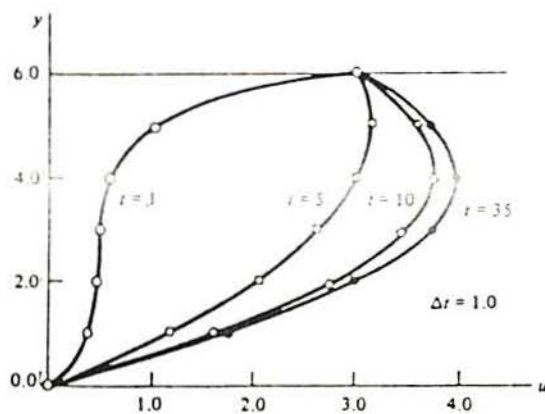


Figura 4.19 - Perfis de velocidades v_1 obtidos por REDDY [39] em vários instantes de tempo, utilizando o método da penalidade

4.3.3.3 - Análise com malha de elementos quadriláteros

Como foi feito nos problemas apresentados anteriormente, para testar ambos os tipos de elementos implementados no programa, o problema do escoamento entre placas paralelas com gradiente de pressão foi também analisado com a malha de 24 elementos quadriláteros e 35 nós mostrada na Figura 4.20, tendo sido utilizado o mesmo intervalo de tempo que no estudo com a malha de elementos triangulares

$$\Delta t = 1.00 \times 10^{-4} \text{ s}$$

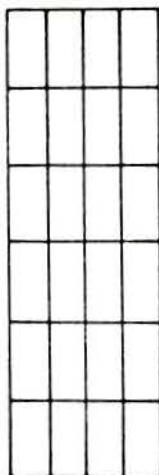


Figura 4.20 - Malha de elementos quadriláteros

Na Figura 4.21 são apresentados os perfis de velocidades v_1 obtidas com o programa para este caso, nos mesmos cinco instantes de tempo, ($t = 1.00 \text{ s}$, $t = 2.00 \text{ s}$, $t = 5.00 \text{ s}$, $t = 10.00 \text{ s}$ e $t = 20.00 \text{ s}$), podendo notar-se aqui também que no último já se chega à configuração estacionária e que os perfis de velocidades v_1 são iguais aos obtidos com a malha de elementos triangulares (não apenas o perfil correspondente à configuração estacionária, mas também os perfis correspondentes a cada um dos instantes intermediários anteriores a ela). Verifica-se ainda, no mesmo gráfico, que o perfil de velocidades v_1 da configuração estacionária é igual aos perfis apresentados pelas referências citadas anteriormente (ver a Figura 4.17, a Figura 4.18 e a Figura 4.19).

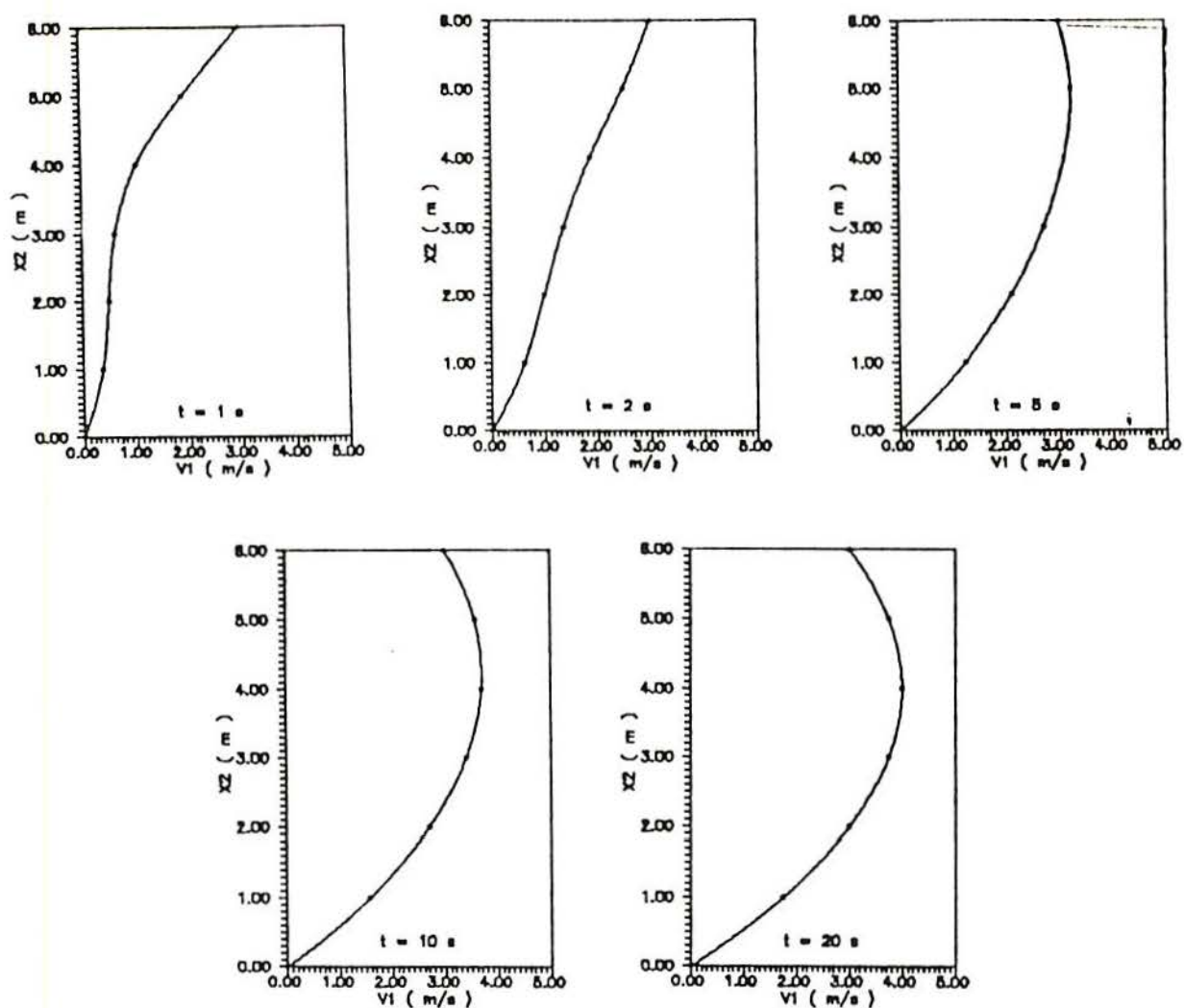


Figura 4.21 - Perfis de velocidades v_1 nos instantes $t = 1.00$ s, $t = 2.00$ s, $t = 5.00$ s, $t = 10.00$ s e $t = 20.00$ s

4.3.3.4 - Comentários adicionais

O problema do escoamento entre placas paralelas com gradiente lateral de pressão, fechou a primeira fase de testes do programa implementado. Nesta etapa, foram analisados escoamentos simples, nos quais apenas uns poucos termos das equações que regem o escoamento eram significativos, devendo anular-se os restantes. Ao final desta etapa tinha-se à disposição, aparentemente, um programa depurado e apto para abordar o estudo de escoamentos mais complexos, onde todos os termos das equações são significativos e o êxito da tarefa depende principalmente da forma de tratamento dos termos de convecção.

4.3.4 - Escoamento em uma cavidade

4.3.4.1 - Descrição do problema

O problema consiste no escoamento que se desenvolve em uma cavidade, com as dimensões e as condições de contorno mostradas na Figura 4.22, em cuja abertura existe uma velocidade uniforme.

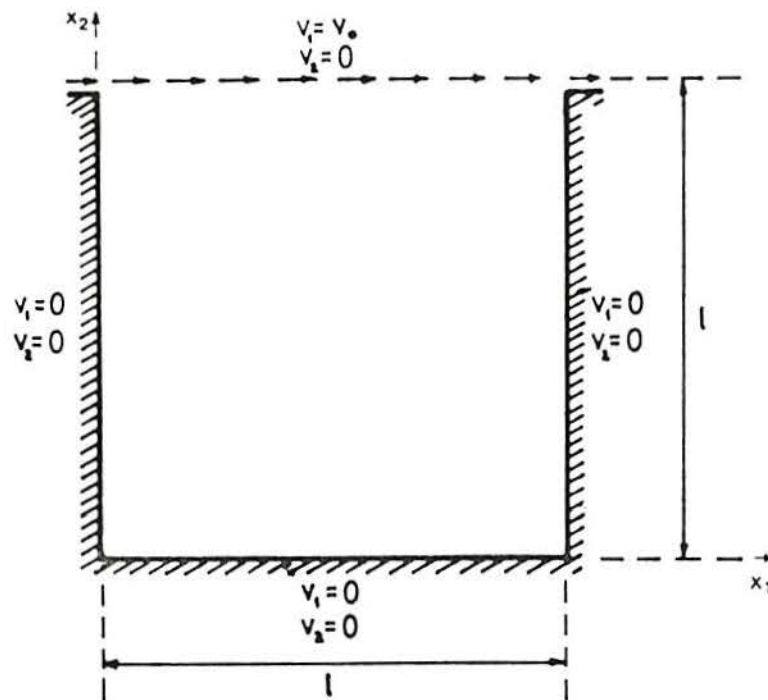


Figura 4.22 - Escoamento em uma cavidade:
dimensões e condições de contorno

Este problema é frequentemente adotado como padrão para testes de novos algoritmos, devido à simplicidade do domínio e à complexidade do problema físico, já que ao contrário dos escoamentos mais simples apresentados anteriormente, no estudo deste devem ser considerados todos os termos das equações, porque todos são igualmente significativos. LANGE [27] comenta alguns aspectos e características do mesmo, destacando também que apesar de sua importância, não é encontrada em nosso meio nenhuma publicação de resultados experimentais deste problema. No presente trabalho, portanto, são utilizados como referências para os resultados obtidos com o programa implementado, os

trabalhos computacionais de NALLASAMY & PRASAD [34], SCHREIBER & KELLER [42] e SHAY [43] (sendo necessário destacar porém, que nestas referências, com exceção da segunda, a velocidade na abertura da cavidade tem sentido contrário ao adotado no presente trabalho, devendo isto ser lembrado no momento de efetuar as comparações entre os resultados apresentados).

Foram analisados com o programa implementado, três casos de escoamento em cavidade, cada um deles com um número de Reynolds diferente, sendo utilizada em todos a malha de 256 elementos quadriláteros e 289 nós mostrada na Figura 4.23.

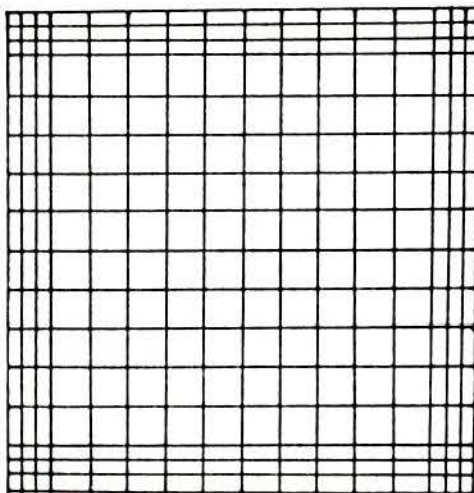


Figura 4.23 - Malha de elementos quadriláteros

Como o número de Reynolds é dado pela expressão

$$R = \frac{\rho V_0 L}{\mu} \quad (4.10)$$

onde V_0 é uma velocidade característica de referência e L um comprimento característico de referência, então é possível variar o número de Reynolds mudando uma das variáveis envolvidas na expressão anterior, e mantendo as demais constantes. Neste caso, o número de Reynolds desejado foi obtido variando o coeficiente de viscosidade dinâmica μ , e mantendo constantes a massa específica ρ , a velocidade característica de referência V_0 e o comprimento característico de referência L .

Como condições de contorno tem-se:

$$v_1 \left(x_1, 0.00 \right) = 0.00$$

$$v_2 \left(x_1, 0.00 \right) = 0.00$$

$$v_1 \left(x_1, 1 \right) = v_0$$

$$v_2 \left(x_1, 1 \right) = 0.00$$

$$v_1 \left(0.00, x_2 < 1 \right) = 0.00$$

$$v_2 \left(0.00, x_2 \right) = 0.00$$

$$v_1 \left(1, x_2 < 1 \right) = 0.00$$

$$v_2 \left(1, x_2 \right) = 0.00$$

e como condições iniciais:

$$v_1 \left(x_1, 1 \right) = v_0$$

$$v_1 \left(x_1, x_2 < 1 \right) = 0.00$$

$$v_2 \left(x_1, x_2 \right) = 0.00$$

$$p \left(x_1, x_2 \right) = 0.00$$

Arbitraram-se as seguintes propriedades do fluido:

$$\rho = 1.00 \text{ kg / m}^3$$

$$\mu = \begin{cases} 0.01 \text{ kg / m s} & \text{para número de Reynolds igual a 100} \\ 0.001 \text{ kg / m s} & \text{para número de Reynolds igual a 1000} \\ 0.0001 \text{ kg / m s} & \text{para número de Reynolds igual a 10000} \end{cases}$$

$$\lambda = \begin{cases} 0.00 \text{ kg / m s} & \text{para número de Reynolds igual a 100} \\ 0.00 \text{ kg / m s} & \text{para número de Reynolds igual a 1000} \\ 0.01 \text{ kg / m s} & \text{para número de Reynolds igual a 10000} \end{cases}$$

$$C = 150.00 \text{ m / s}$$

e também os seguintes valores para a velocidade na abertura da cavidade e para as dimensões do domínio:

$$v_0 = 1.00 \text{ m / s}$$

$$l = 1.00 \text{ m}$$

Para os três casos apresentados a seguir, utilizou-se o mesmo intervalo de tempo

$$\Delta t = 1.00 \times 10^{-4} \text{ s}$$

4.3.4.2 - Escoamento com número de Reynolds igual a 100

Considerando $\mu = 0.01 \text{ kg / m s}$, e mantendo todas as demais propriedades do fluido com os valores dados anteriormente, tem-se um escoamento com número de Reynolds 100. Ao analisar este escoamento com o programa implementado, obtém-se na configuração estacionária, os resultados mostrados a seguir.

Na Figura 4.24 apresenta-se um gráfico do campo de velocidades, representadas por meio de setas, onde se nota a formação do vórtice primário do escoamento e a localização do seu centro.

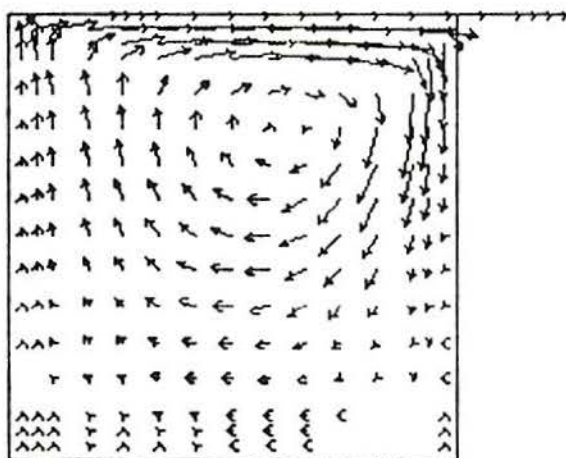


Figura 4.24 - Campo de velocidades do escoamento

Na Figura 4.25 apresentam-se os perfis das componentes da velocidade nas linhas médias da cavidade (vertical e horizontal). Verifica-se que estes perfis são semelhantes aos obtidos por NALLASAMY & PRASAD [34] mostrados na Figura 4.26.

Na Figura 4.27 apresenta-se um gráfico das linhas de corrente do escoamento, onde pode notar-se a formação do vórtice primário e a localização de seu centro. Deve ser destacado que este e os seguintes gráficos do mesmo tipo (isolinhas) não podem ser avaliados quantitativamente, pois na impressão se perde a representação em cores que permite distinguir cada uma das linhas e o valor a ela associado. Ainda assim, estes gráficos são apresentados porque são úteis na visualização da forma do escoamento. No caso específico das linhas de corrente, elas

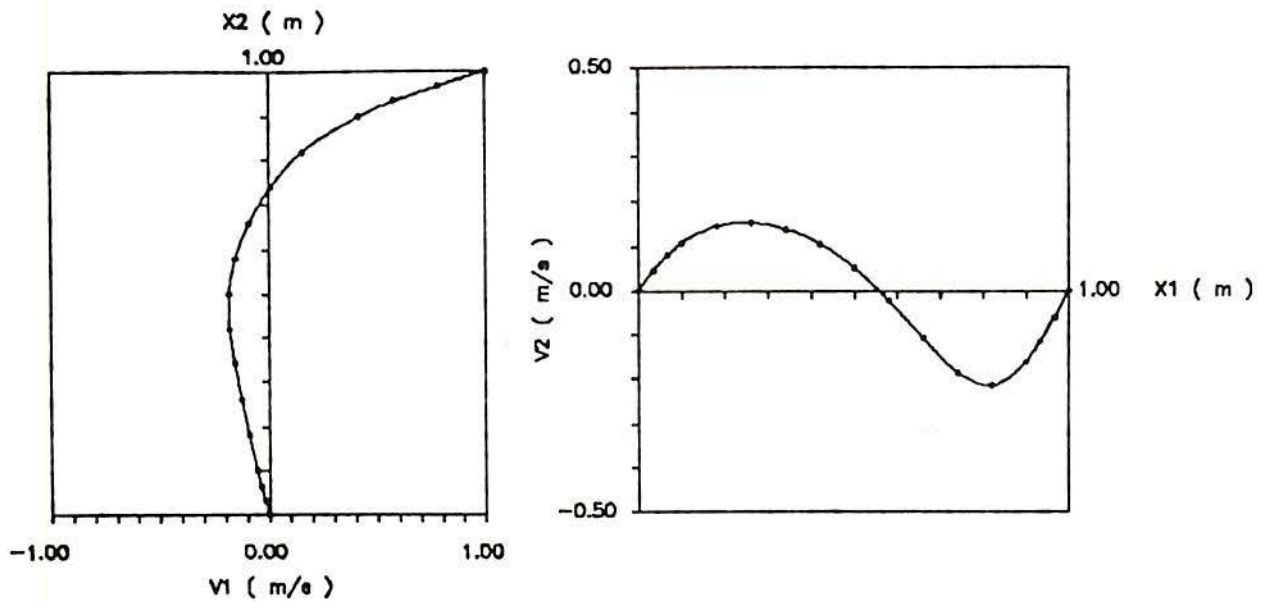
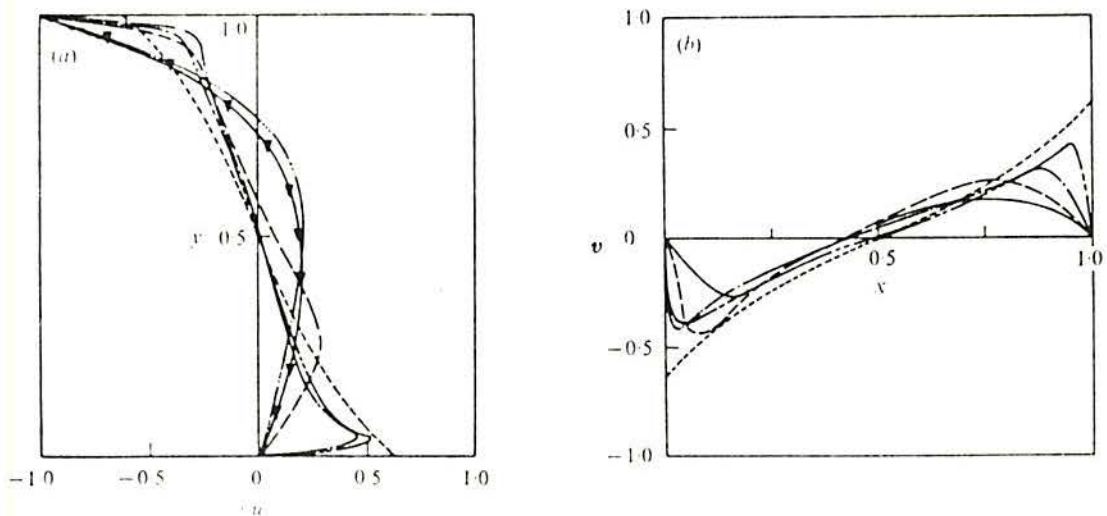


Figura 4.25 - Perfis das componentes da velocidade nas linhas médias da cavidade (vertical e horizontal)



— $R = 0$; — — — $R = 100$; - - - $R = 1000$;
 - · - · - $R = 10000$; — · — · — $R = 30000$; · · · $R \rightarrow \infty$

Figura 4.26 - Perfis das componentes da velocidade nas linhas médias da cavidade (vertical e horizontal) obtidas por NALLASAMY & PRASAD [34]

podem ser comparadas com as obtidas por SHAY [43], mostradas na Figura 4.28.

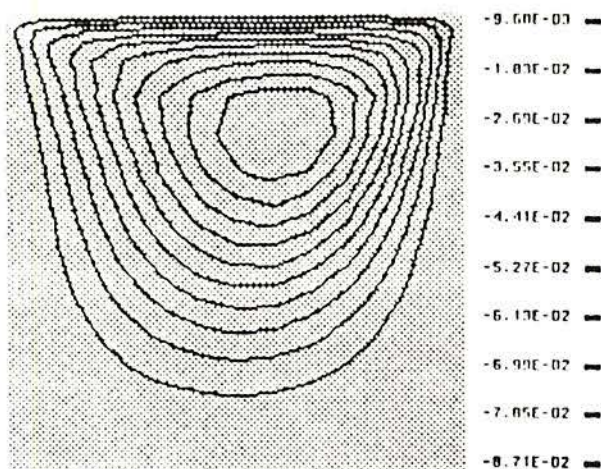


Figura 4.27 - Linhas de corrente do escoamento

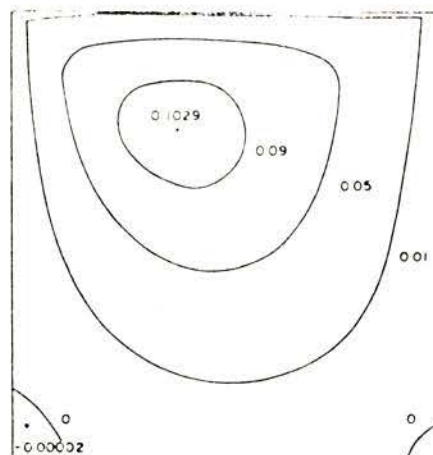


Figura 4.28 - Linhas de corrente do escoamento obtidas por SHAY [43]

Na Figura 4.29 apresenta-se um gráfico das linhas de isopressões, podendo notar-se que a variação do campo de pressões é significativa apenas nos cantos superiores da cavidade, permanecendo aproximadamente constante no restante do domínio do escoamento.

Na Figura 4.30 apresenta-se um gráfico das linhas de isovorticidade do escoamento.

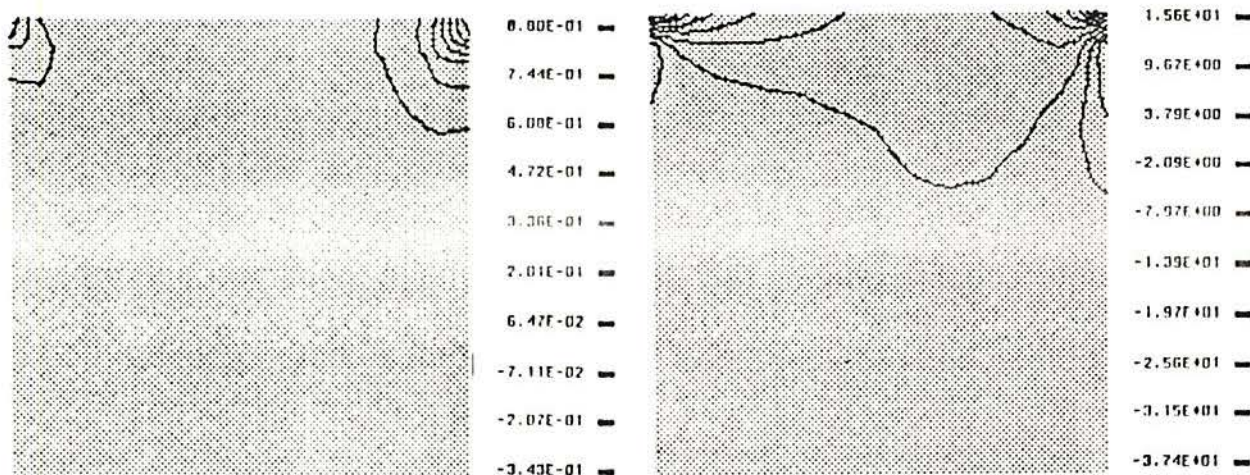


Figura 4.29 - Linhas de isopressões do escoamento

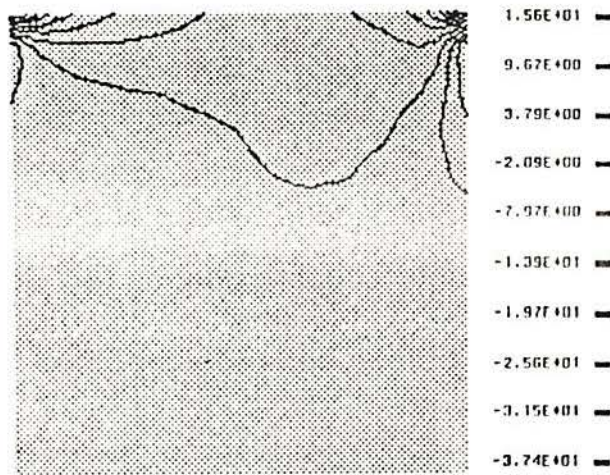


Figura 4.30 - Linhas de isovorticidade do escoamento

4.3.4.3 - Escoamento com número de Reynolds igual a 1000

Considerando $\mu = 0.001 \text{ kg / m s}$, e mantendo todas as demais propriedades do fluido com os valores dados anteriormente, tem-se um escoamento com número de Reynolds 1000. Ao analisar este escoamento com o programa implementado, obtém-se na configuração estacionária, os resultados mostrados a seguir.

Na Figura 4.31 apresenta-se um gráfico do campo de velocidades, representadas por meio de setas, onde se nota a formação do vórtice primário e a localização do seu centro, e a formação dos vórtices secundários nos cantos inferiores.

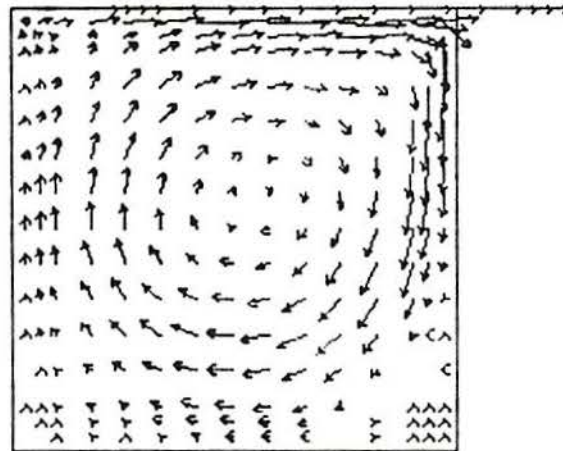


Figura 4.31 - Campo de velocidades do escoamento

Na Figura 4.32 apresentam-se os perfis das componentes da velocidade nas linhas médias da cavidade (vertical e horizontal). Verifica-se que estes perfis são semelhantes aos obtidos por NALLASAMY & PRASAD [34] mostrados na Figura 4.26 e aos obtidos por SCHREIBER & KELLER [42] mostrados na Figura 4.33.

Na Figura 4.34 apresenta-se um gráfico das linhas de corrente do escoamento, onde pode notar-se a formação do vórtice primário e a localização de seu centro. Neste gráfico não se nota a formação dos vórtices secundários porque os valores das linhas de corrente correspondentes são muito pequenos. São válidas aqui, as mesmas observações feitas anteriormente com relação à avaliação dos gráficos de isolinhas, e ao motivo pelo

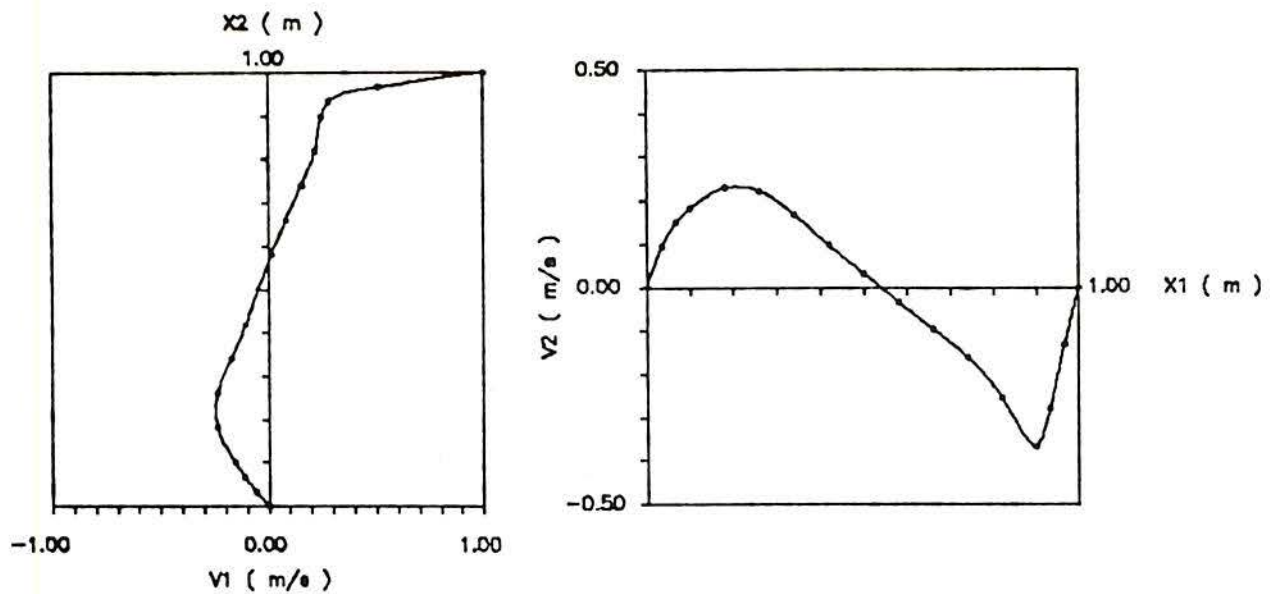


Figura 4.32 - Perfis das componentes da velocidade nas linhas médias da cavidade (vertical e horizontal)

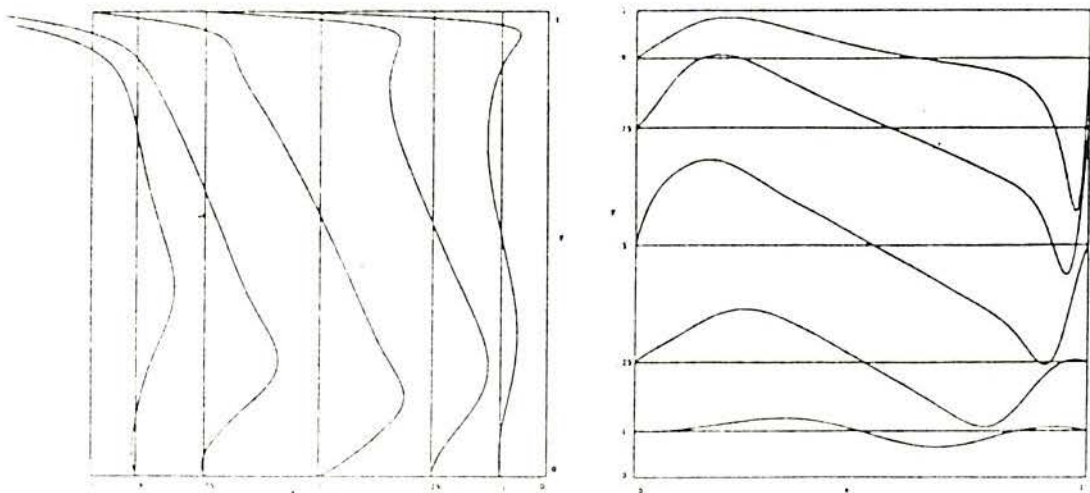


Figura 4.33 - Diversos perfis das componentes da velocidade (verticais e horizontais) obtidas por SCHREIBER & KELLER [42]

qual eles são apresentados neste trabalho. No caso específico das linhas de corrente da Figura 4.34, elas podem ser comparadas com as obtidas por SHAY [43], mostradas na Figura 4.35, notando-se a semelhança.

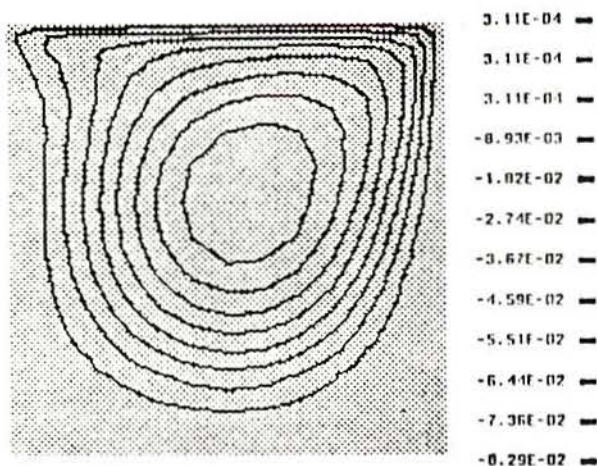


Figura 4.34 - Linhas de corrente do escoamento

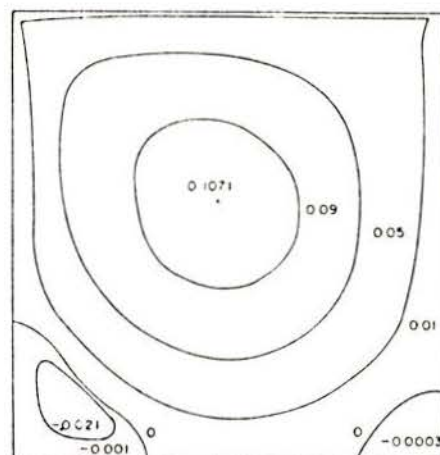


Figura 4.35 - Linhas de corrente do escoamento obtidas por SHAY [43]

Na Figura 4.36 apresenta-se um gráfico das linhas de isopressões, podendo notar-se que a variação do campo de pressões é significativa apenas no canto superior direito da cavidade, permanecendo aproximadamente constante no restante do domínio do escoamento.

Na Figura 4.37 apresenta-se um gráfico das linhas de isovorticidade do escoamento.

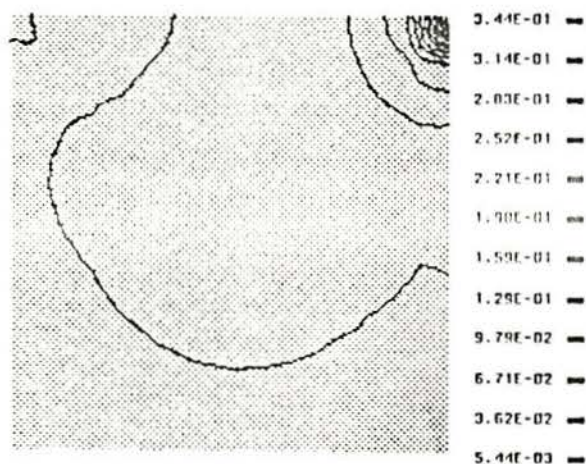


Figura 4.36 - Linhas de isopressões do escoamento

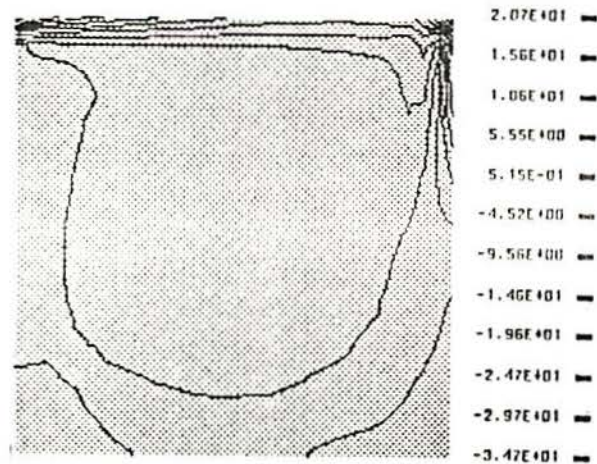


Figura 4.37 - Linhas de isovorticidade do escoamento

4.3.4.4 - Escoamento com número de Reynolds igual a 10000

Considerando $\mu = 0.0001 \text{ kg / m s}$, e mantendo todas as demais propriedades do fluido com os valores dados anteriormente, tem-se um escoamento com número de Reynolds 10000.

Inicialmente este escoamento foi analisado com $\lambda = 0.00$, obtendo-se resultados com algumas oscilações no campo de velocidades, como é mostrado na Figura 4.38 e na Figura 4.39.

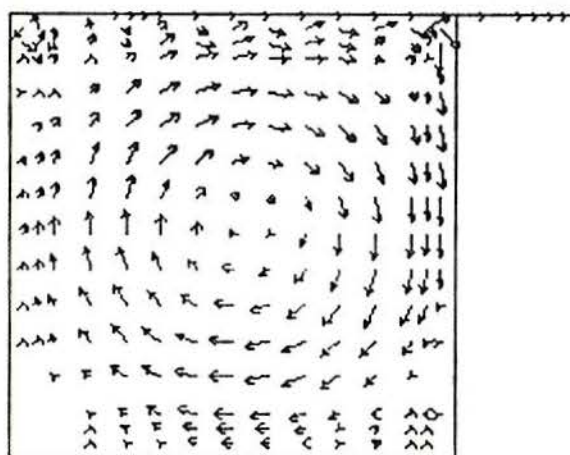


Figura 4.38 - Campo de velocidades ($\lambda = 0.00$)



Figura 4.39 - Detalhe do campo de velocidades

Imaginou-se então que havia-se chegado ao limite da capacidade de análise do programa implementado. Testou-se porém o mesmo problema com valores não nulos de λ , verificando-se que as oscilações desapareciam, mas o campo de velocidades ficava muito "suave". Após vários testes determinou-se o valor $\lambda = 0.01 \text{ kg / m s}$, como sendo o valor que elimina as oscilações mas não "suaviza" em excesso o campo de velocidades (isto é verificado pela formação do vórtice terciário no canto superior esquerdo da cavidade, que pode ser notado no gráfico do campo de velocidades apresentado na Figura 4.40, e que não se forma quando o campo fica muito "suave"). Limitações de tempo tornaram impossível continuar com este tipo de testes e aprofundar a pesquisa sobre a existência de uma relação entre o número de Reynolds do escoamento e o valor do coeficiente de viscosidade volumétrica.

Ao analisar este escoamento com o valor do coeficiente de viscosidade volumétrica mencionado ($\lambda = 0.01 \text{ kg / m s}$), obtém-se na configuração estacionária os resultados mostrados a seguir.

Na Figura 4.40 apresenta-se um gráfico do campo de velocidades, representadas por meio de setas, onde se nota a formação do vórtice primário e a localização do seu centro, a formação do vórtice secundário do canto inferior direito (o vórtice do canto inferior esquerdo não aparece porque as velocidades nesta região são muito pequenas) e a formação do vórtice terciário no canto superior esquerdo.

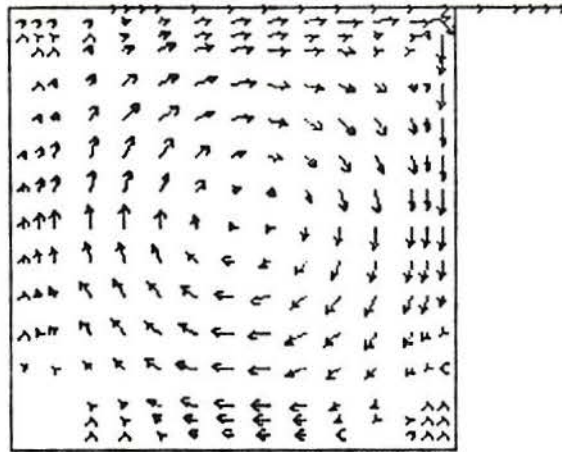


Figura 4.40 - Campo de velocidades do escoamento
($\lambda = 0.01 \text{ kg / m s}$)

Na Figura 4.41 apresentam-se os perfis das componentes da velocidade nas linhas médias da cavidade (vertical e horizontal). Verifica-se que existem algumas pequenas diferenças entre estes perfis e os obtidos por NALLASAMY & PRASAD [34] mostrados na Figura 4.26 e por SCHREIBER & KELLER [42] mostrados na Figura 4.42. Estas diferenças, devem-se à introdução de uma viscosidade adicional, ao considerar $\lambda = 0.01 \text{ kg / m s}$.

Na Figura 4.43 apresenta-se um gráfico das linhas de corrente do escoamento, onde pode notar-se a formação do vórtice primário e a localização de seu centro. Neste gráfico não se nota a formação dos outros vórtices porque os valores das linhas de corrente correspondentes são muito pequenos. Também são válidas aqui, as mesmas observações feitas anteriormente com relação à avaliação dos gráficos de isolinhas, e ao motivo pelo

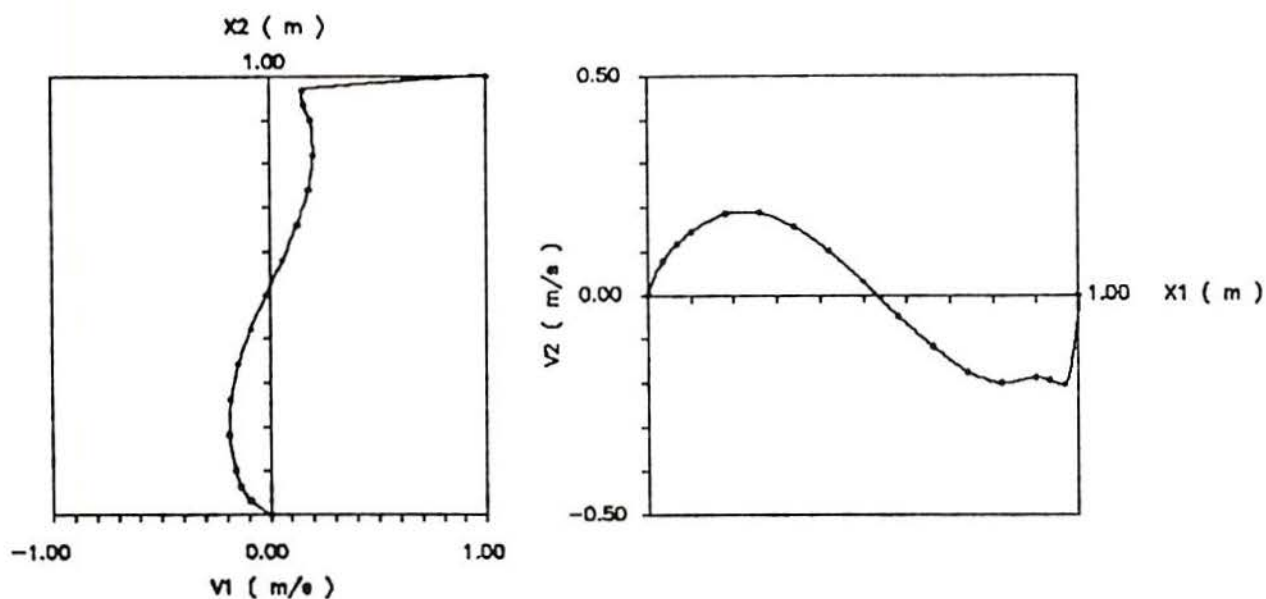


Figura 4.41 - Perfis das componentes da velocidade nas linhas médias da cavidade (vertical e horizontal)

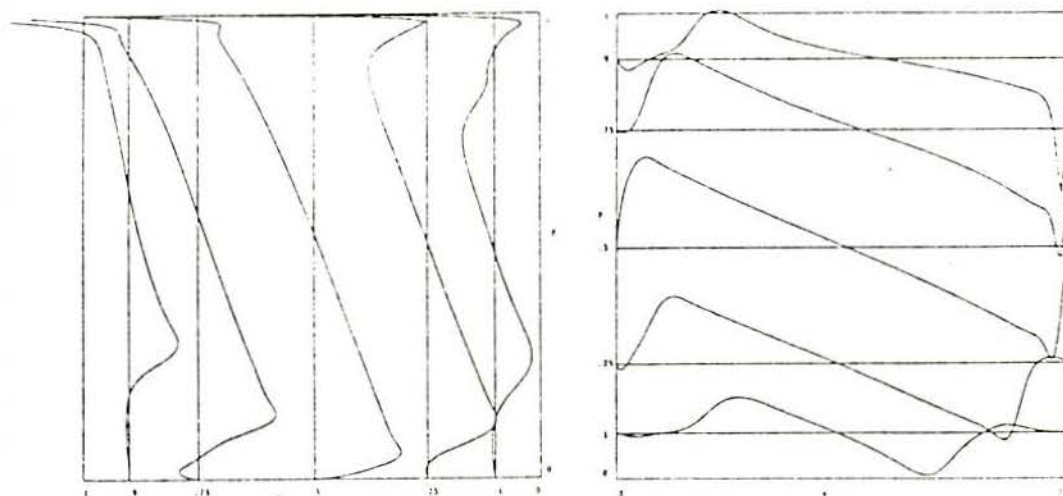


Figura 4.42 - Diversos perfis das componentes da velocidade (verticais e horizontais) obtidas por SCHREIBER & KELLER [42]

qual eles são apresentados neste trabalho. No caso específico das linhas de corrente da Figura 4.43, elas podem ser comparadas com as obtidas por SHAY [43], mostradas na Figura 4.44, notando-se a semelhança.

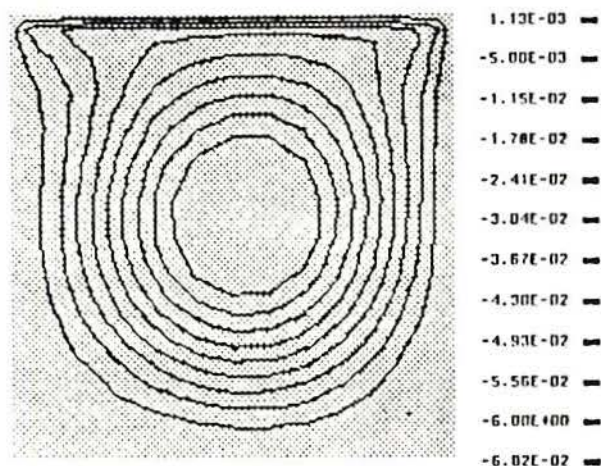


Figura 4.43 - Linhas de corrente do escoamento

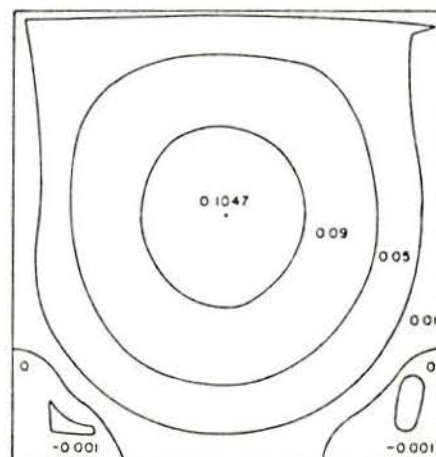


Figura 4.44 - Linhas de corrente do escoamento obtidas por SHAY [43]

Na Figura 4.45 apresenta-se um gráfico das linhas de isopressões, podendo notar-se que neste caso a variação do campo de pressões é mais complexa que nos anteriores, em que a pressão permanecia quase constante em todo o domínio.

Na Figura 4.46 apresenta-se um gráfico das linhas de isovorticidade do escoamento, onde pode notar-se a formação do vórtice primário e dos vórtices secundários.

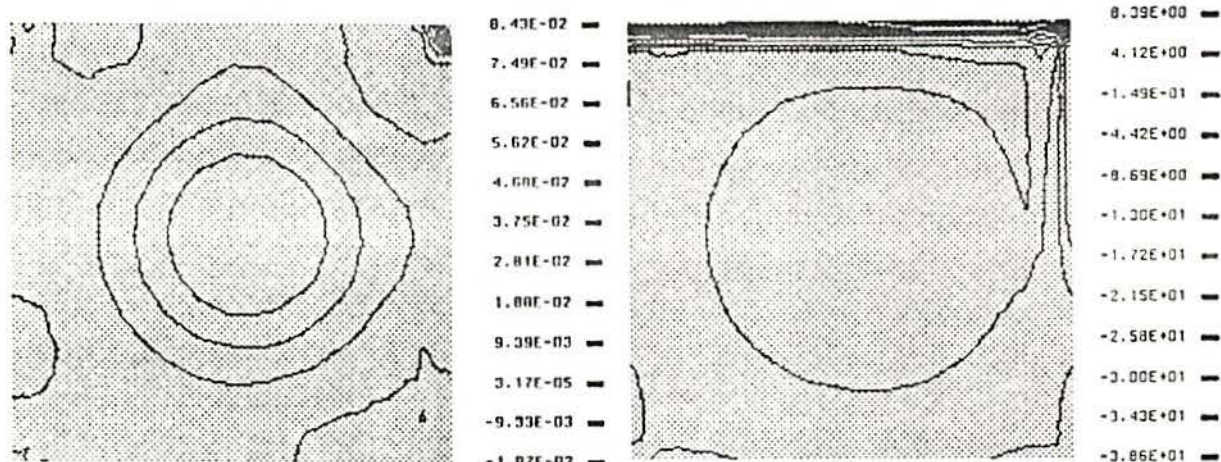


Figura 4.45 - Linhas de isopressões do escoamento

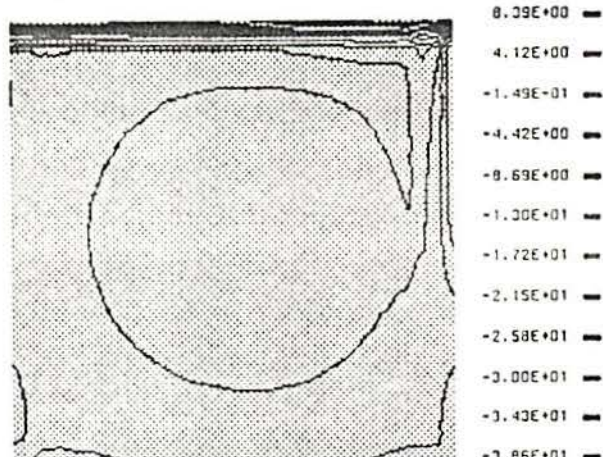


Figura 4.46 - Linhas de isovorticidade do escoamento

4.3.4.5. - Comentários adicionais

O problema do escoamento em uma cavidade, com os números de Reynolds apresentados, foi o primeiro teste realizado com o programa implementado, em que todos os termos das equações que governam o escoamento são significativos (ao contrário do que acontecia nos testes anteriores, em que alguns termos podiam ser desprezados). Desta forma, este problema permitiu verificar (e confirmar) a capacidade do algoritmo para a análise do escoamento.

Como foi mencionado anteriormente, notou-se a importância do coeficiente de viscosidade volumétrica λ , no escoamento com número de Reynolds igual a 10000, não tendo sido possível no entanto, extrair alguma conclusão quanto a sua dependência do número de Reynolds. Pode-se porém, suspeitar a existência desta dependência para números de Reynolds altos, já que foram realizados alguns testes onde, para números de Reynolds baixos (100), foram arbitrados valores não nulos do coeficiente de viscosidade volumétrica λ , constatando-se que os resultados obtidos não variavam significativamente com relação aos obtidos com valores nulos do coeficiente λ . Esta variação passava a ser significativa apenas para números de Reynolds altos (10000), obtendo-se, nestes casos, a eliminação das oscilações do campo de velocidades, como já foi comentado anteriormente. Pode perceber-se nos resultados apresentados, que no último escoamento analisado a eliminação das oscilações é obtida a custo de uma leve "suavização", que faz com que existam algumas (poucas) diferenças com os resultados mostrados pelas referências citadas. Considerando que não foi possível extrair conclusões com relação a esta questão, no último capítulo deste trabalho são apresentadas algumas sugestões relacionadas à continuidade dos testes.

Tendo-se confirmado a capacidade do algoritmo implementado para analisar escoamentos, fechou-se mais uma etapa de testes. Nestas etapas iniciais, foram estudados escoamentos sem objetos imersos. Conforme os objetivos fixados inicialmente, a seguinte etapa consistiria no estudo de escoamentos com objetos imersos fixos e com objetos imersos oscilantes.

4.3.5 - escoamento em torno de um cilindro fixo

4.3.5.1 - Descrição do problema

O problema consiste no escoamento aberto em torno de um cilindro fixo, com as dimensões do domínio e as condições de contorno mostradas na Figura 4.47.

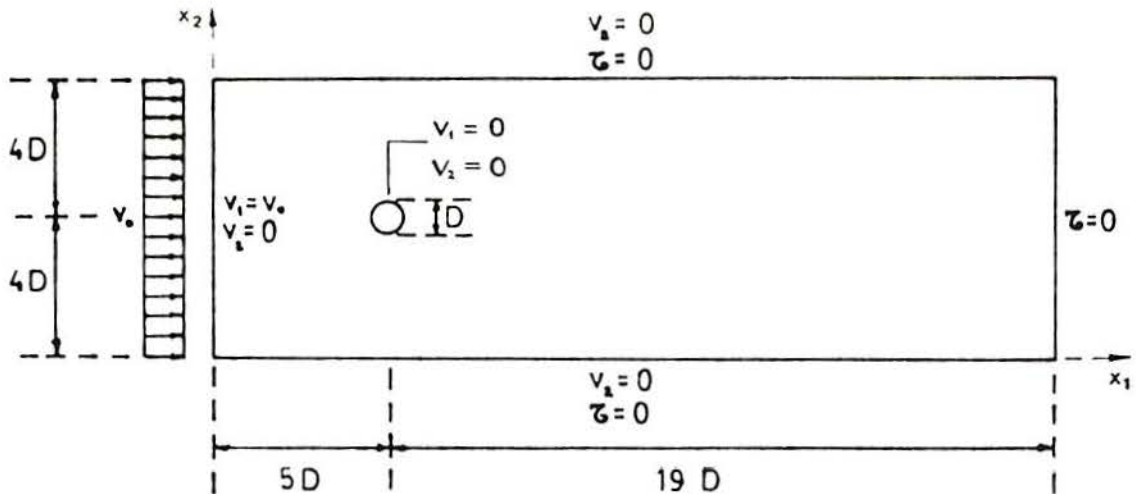


Figura 4.47 - Escoamento em torno de um cilindro fixo: dimensões do domínio e condições de contorno

Para números de Reynolds superiores a 40, este problema é adequado para ser utilizado como teste de novos algoritmos de simulação de escoamentos. De fato, quando o número de Reynolds característico do escoamento é maior que 40, o problema perde a estabilidade e a zona de recirculação formada atrás do cilindro, constituída inicialmente por dois vórtices simétricos, perde a simetria. A instabilidade provoca o desprendimento periódico e alternado de vórtices de tal forma que, transportados pelo escoamento, eles formam a denominada esteira de vórtices de von Kármán.

A escolha do domínio e das condições de contorno do problema é importante, já que devem ser consideradas dimensões mínimas e condições de contorno adequadas que não interfiram na solução a ser obtida na região de interesse próxima ao cilindro. As dimensões do domínio e as condições de contorno adotadas no

presente trabalho e apresentadas na Figura 4.47, são as mesmas que as utilizadas por LANGE [27] e PETRY [36], que seguem as recomendações de TEZDUYAR et alii [45].

A discretização do domínio através do programa de geração de malhas utilizado, resulta na malha de 2336 elementos quadriláteros e 2431 nós, mostrada na Figura 4.48. Devido à ocorrência de altos gradientes de velocidades na região próxima ao cilindro, nela existe maior concentração de elementos, acontecendo o mesmo na região do início da esteira de vórtices, como pode ser observado no detalhe da malha mostrado na Figura 4.49.

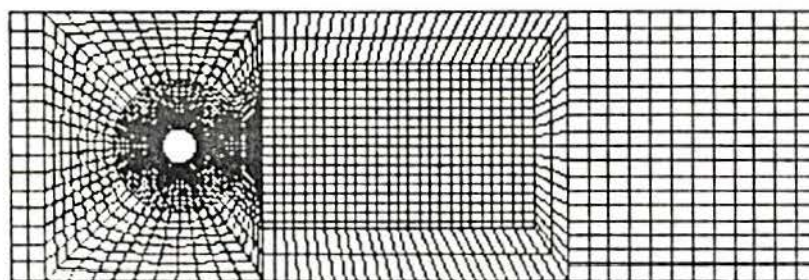


Figura 4.48 - Malha de elementos finitos

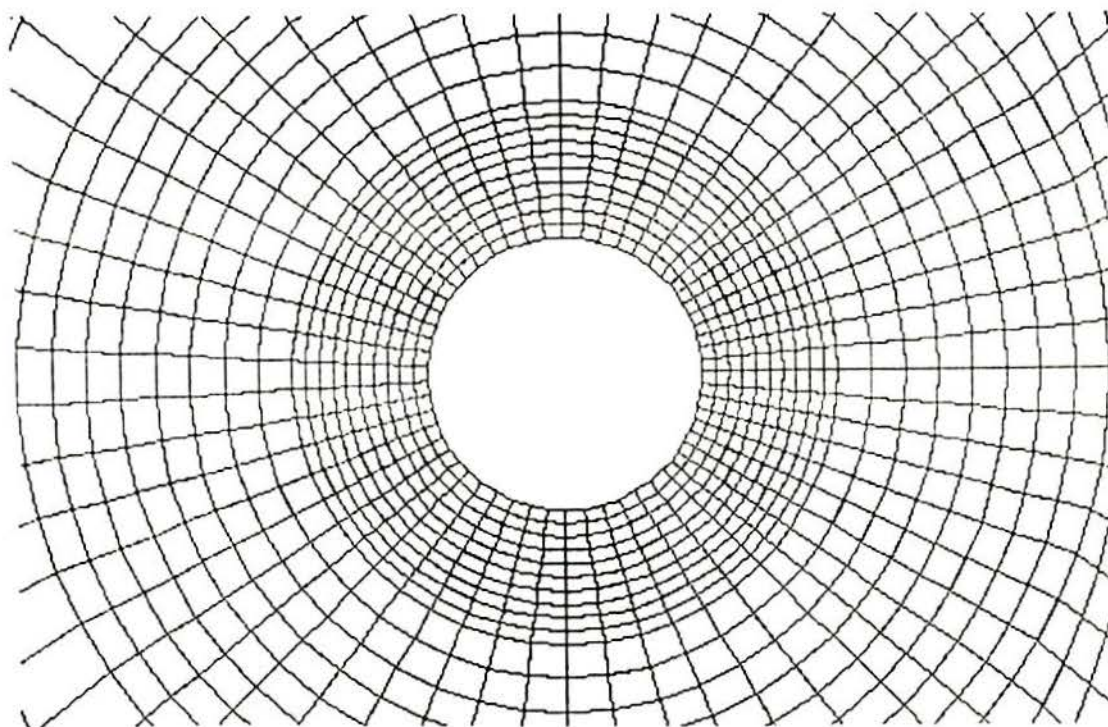


Figura 4.49 - Detalhe da malha de elementos finitos

Este problema foi analisado com o programa implementado, para um escoamento com número de Reynolds igual a 1500. Este número de Reynolds foi escolhido porque mesmo sendo baixo, está dentro do intervalo para o qual há despreendimento de vórtices de von Kármán fortes, que são aqueles vórtices com uma nítida frequência predominante de despreendimento e com um conteúdo elevado de energia (BLESSMANN [7]). Os resultados obtidos na análise são comparados com resultados de ensaios realizados em túneis de vento, citados por BLESSMANN [7], [6] e ZUKAUSKAS [53], e com resultados obtidos na simulação realizada por PETRY [36] através de outro método numérico.

Para obter o número de Reynolds desejado, consideram-se as seguintes propriedades do fluido:

$$\rho = 1.32 \times 10^{-1} \text{ kg / m}^3$$

$$\mu = 8.80 \times 10^{-4} \text{ kg / m s}$$

$$\lambda = 0.00 \text{ kg / m s}$$

$$C = 337.00 \text{ m / s}$$

adotando-se a velocidade de entrada

$$v_0 = 10.00 \text{ m / s}$$

e o diâmetro do cilindro

$$D = 1.00 \text{ m}$$

Como condições de contorno tem-se:

$$v_1 \left(0.00, x_2 \right) = v_0$$

$$v_2 \left(0.00, x_2 \right) = 0.00$$

$$v_2 \left(x_1, 0.00 \right) = 0.00$$

$$\tau \left(x_1, 0.00 \right) = 0.00$$

$$v_2 \left(x_1, 8 D \right) = 0.00$$

$$\tau \left(x_1, 8 D \right) = 0.00$$

$$\tau \left(24 D, x_2 \right) = 0.00$$

$$v_1 \left(\text{contorno do cilindro} \right) = 0.00$$

$$v_2 \left(\text{contorno do cilindro} \right) = 0.00$$

e como condições iniciais:

$$v_1 \left(0.00, x_2 \right) = v_0$$

$$v_1 \left(x_1 > 0.00, x_2 \right) = 0.00$$

$$v_2 \left(x_1, x_2 \right) = 0.00$$

$$p \left(x_1, x_2 \right) = 0.00$$

Na análise realizada com o programa implementado, foi utilizado o intervalo de tempo

$$\Delta t = 1.00 \times 10^{-4} \text{ s}$$

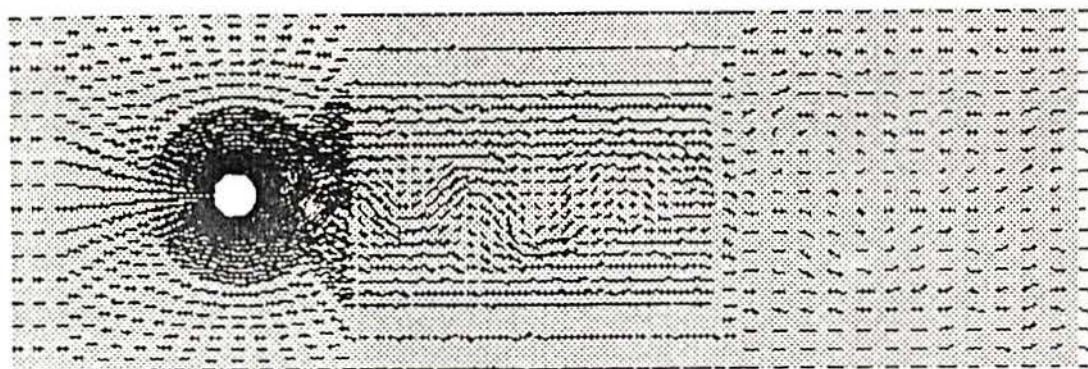
4.3.5.2 - Resultados obtidos

O problema descrito foi analisado com o programa implementado, durante 10.00 s de escoamento, obtendo-se os resultados apresentados a seguir.

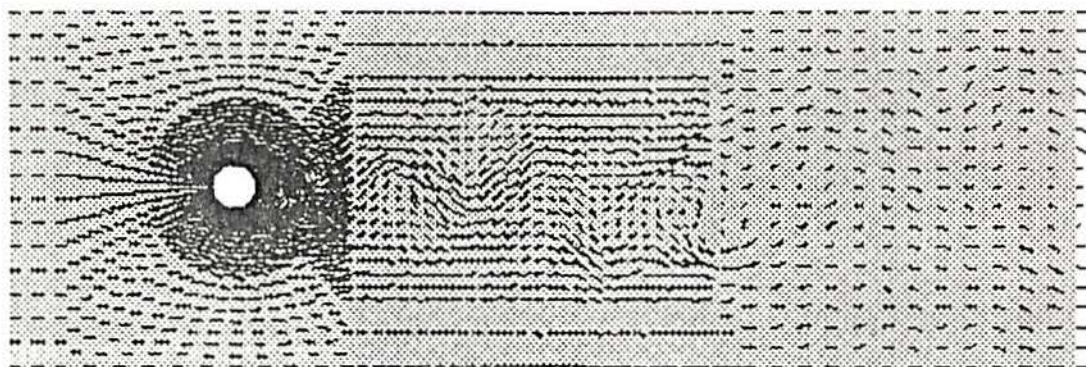
Na Figura 4.50 é mostrada uma visão geral do campo de velocidades do escoamento, em quatro instantes de tempo ($t = 7.50 \text{ s}$, $t = 8.00 \text{ s}$, $t = 8.50 \text{ s}$ e $t = 9.00 \text{ s}$). Pode notar-se claramente neste gráfico, a esteira de vórtices que se forma a jusante do cilindro.

Na Figura 4.51 é mostrado um detalhe do campo de velocidades do escoamento na região próxima ao cilindro, em oito instantes de tempo ($t = 7.00 \text{ s}$, $t = 7.10 \text{ s}$, $t = 7.20 \text{ s}$, $t = 7.30 \text{ s}$, $t = 7.40 \text{ s}$, $t = 7.50 \text{ s}$, $t = 7.60 \text{ s}$ e $t = 7.70 \text{ s}$). Neste gráfico pode observar-se o processo de formação e desprendimento de vórtices alternados.

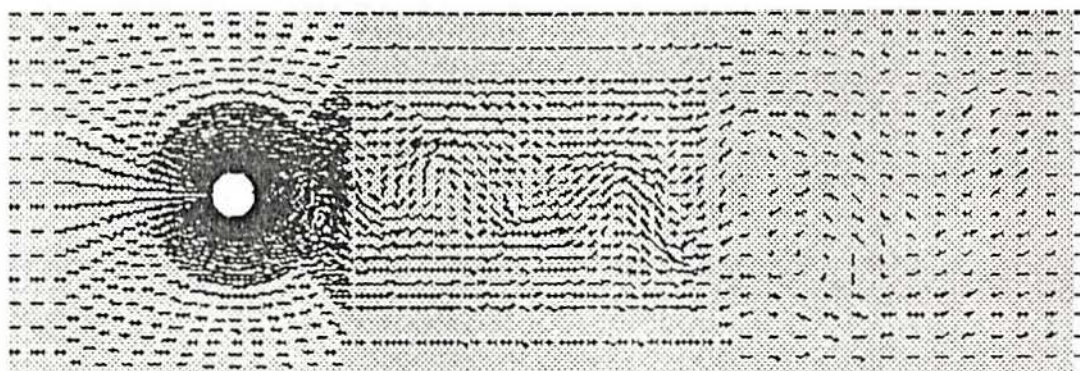
Na Figura 4.52 apresentam-se as linhas de corrente do escoamento, em quatro instantes de tempo ($t = 7.50 \text{ s}$, $t = 8.00 \text{ s}$, $t = 8.50 \text{ s}$ e $t = 9.00 \text{ s}$). Deve ser comentado novamente que gráficos deste tipo (isolinhas), na impressão, perdem as cores que permitem associar a cada linha seu valor correspondente, mas ainda assim, são apresentados porque são úteis na visualização de alguns detalhes do escoamento. A Figura 4.53, por exemplo, mostra um detalhe das linhas de corrente no instante $t = 9.00 \text{ s}$, na região próxima ao cilindro, notando-se claramente um vórtice que acaba de desprender-se.



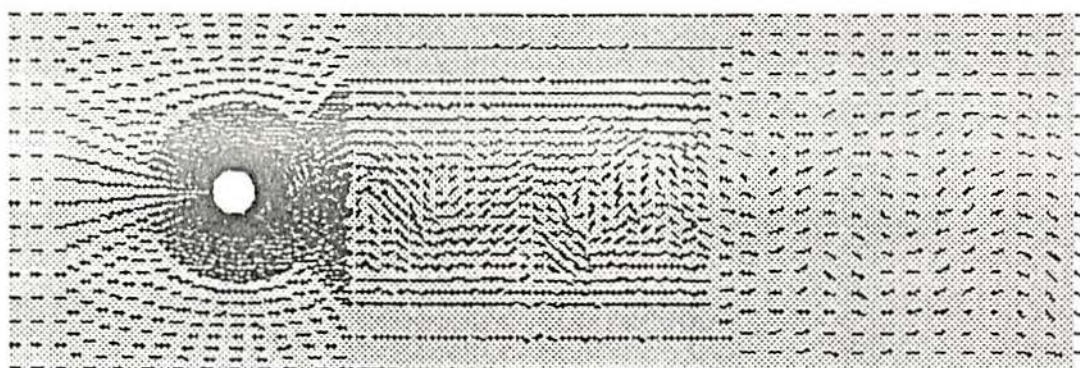
$t = 7.50 \text{ s}$



$t = 8.00 \text{ s}$



$t = 8.50 \text{ s}$



$t = 9.00 \text{ s}$

Figura 4.50 - Campo de velocidades do escoamento

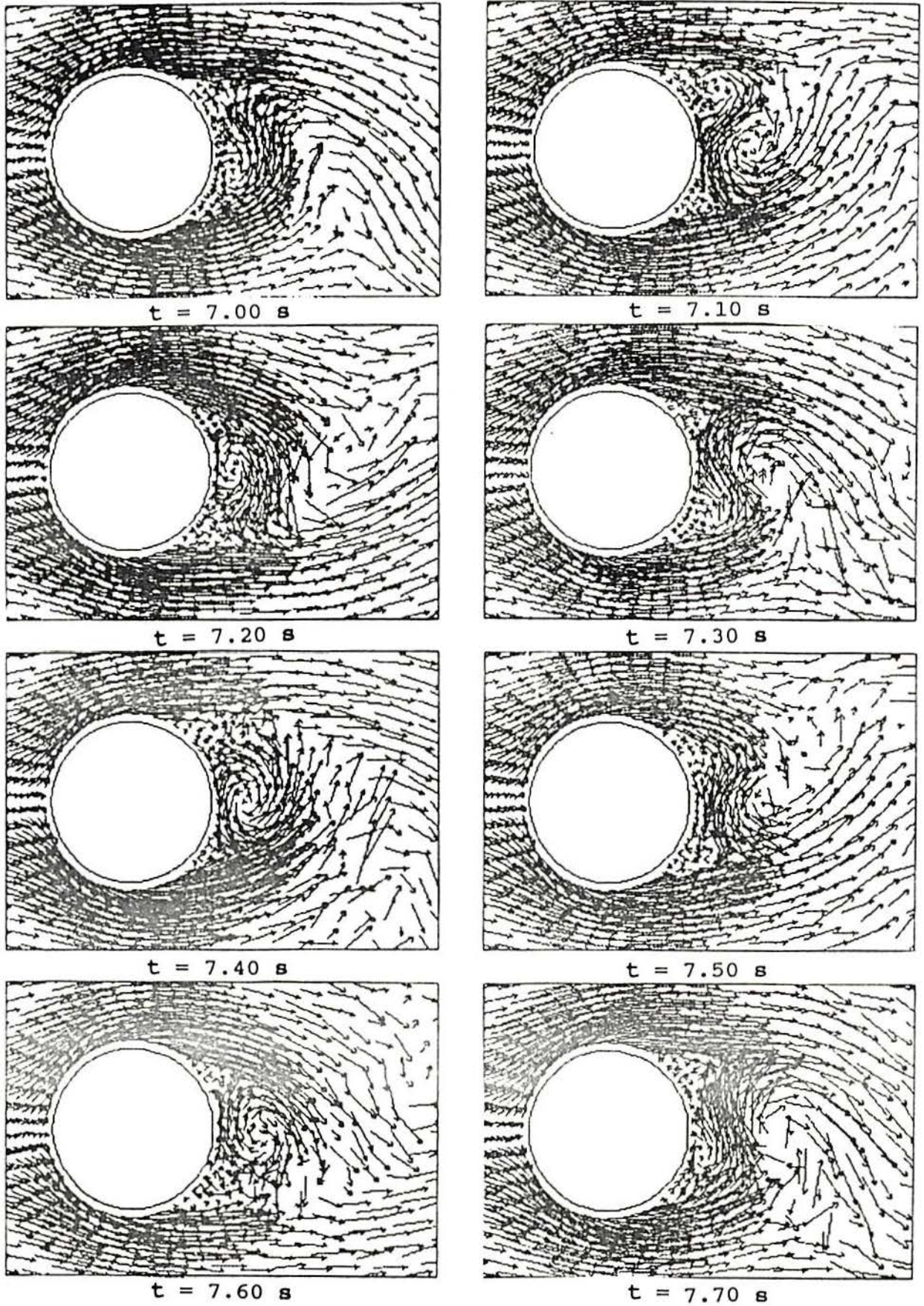


Figura 4.51 - Detalhe do campo de velocidades do escoamento

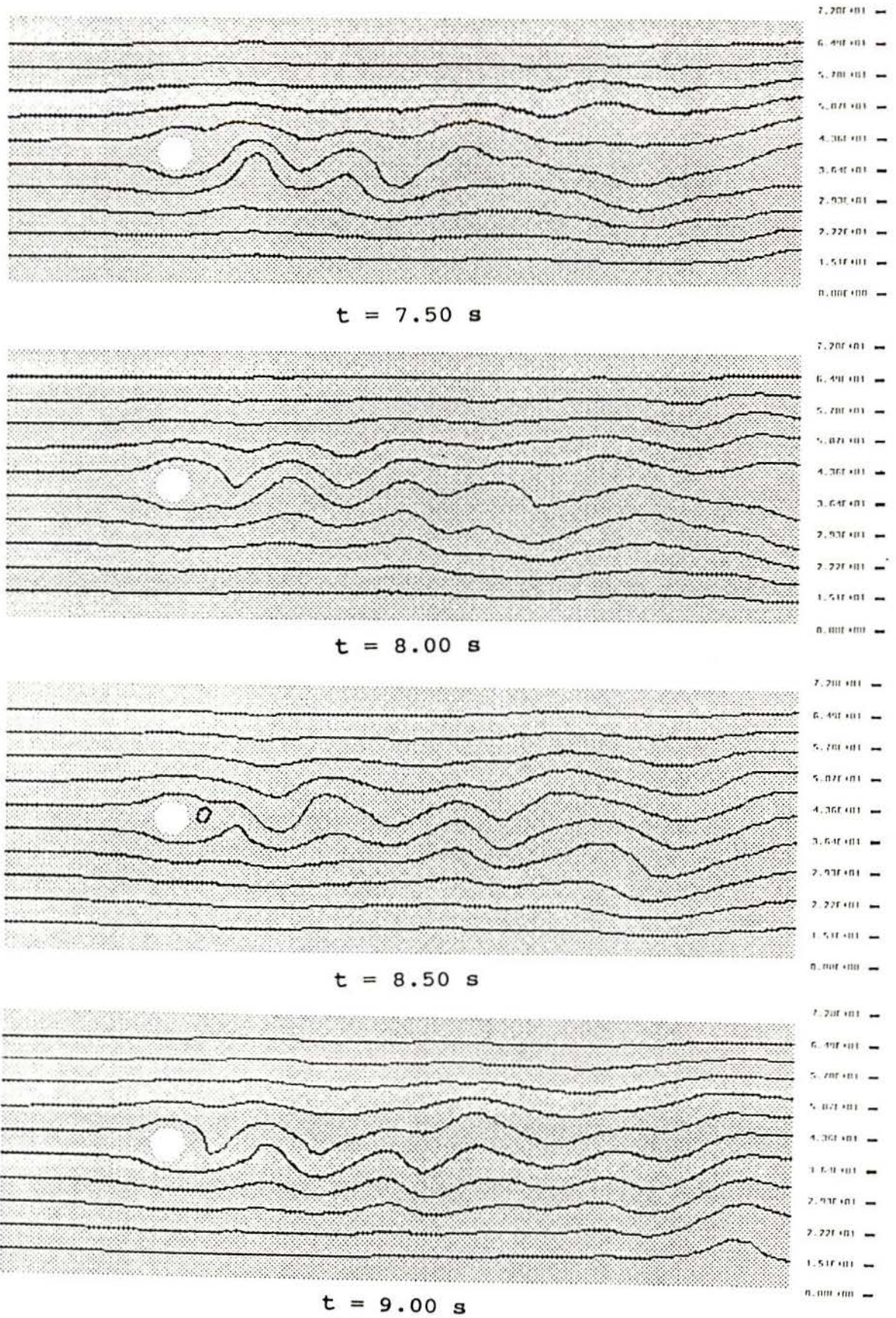


Figura 4.52 - Linhas de corrente do escoamento

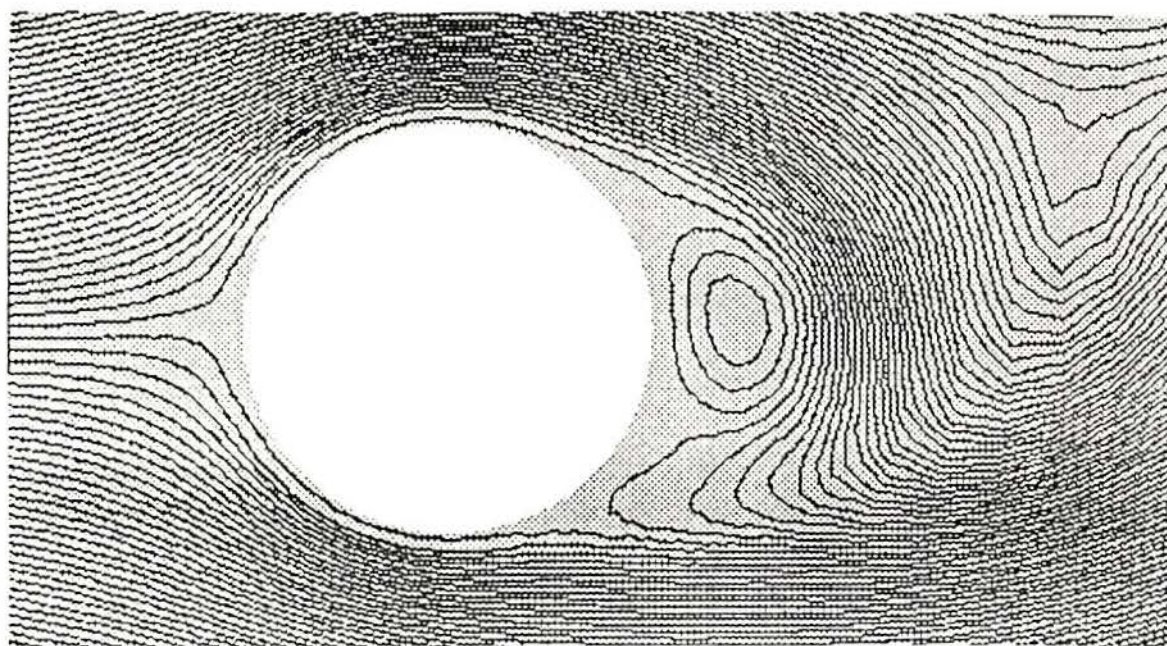


Figura 4.53 - Detalhe das linhas de corrente do escoamento no instante $t = 9.00$ s

A Figura 4.54 mostra as linhas de isopressões do escoamento, nos mesmos quatro instantes de tempo ($t = 7.50$ s, $t = 8.00$ s, $t = 8.50$ s e $t = 9.00$ s), notando-se, aqui também, os vórtices desprendidos. Nestes gráficos pode observar-se que os vórtices vão dissipando sua energia (por efeito da viscosidade) durante o movimento que os afasta do cilindro.

Na Figura 4.55 apresentam-se as linhas de corrente relativas do escoamento (também conhecidas como linhas de corrente estacionárias), nos mesmos quatro instantes de tempo ($t = 7.50$ s, $t = 8.00$ s, $t = 8.50$ s e $t = 9.00$ s). Aparecem nestes gráficos, todos os vórtices desprendidos que formam a esteira atrás do cilindro.

A Figura 4.56 mostra as linhas de isovorticidade do escoamento, nos mesmos instantes de tempo ($t = 7.50$ s, $t = 8.00$ s, $t = 8.50$ s e $t = 9.00$ s), aparecendo aqui, apenas os vórtices com maior quantidade de energia (que são aqueles que acabam de desprender-se, e nos quais a viscosidade ainda não dissipou o seu conteúdo de energia). Na Figura 4.57 apresenta-se um detalhe destas linhas no instante $t = 9.00$ s, na região próxima ao cilindro.

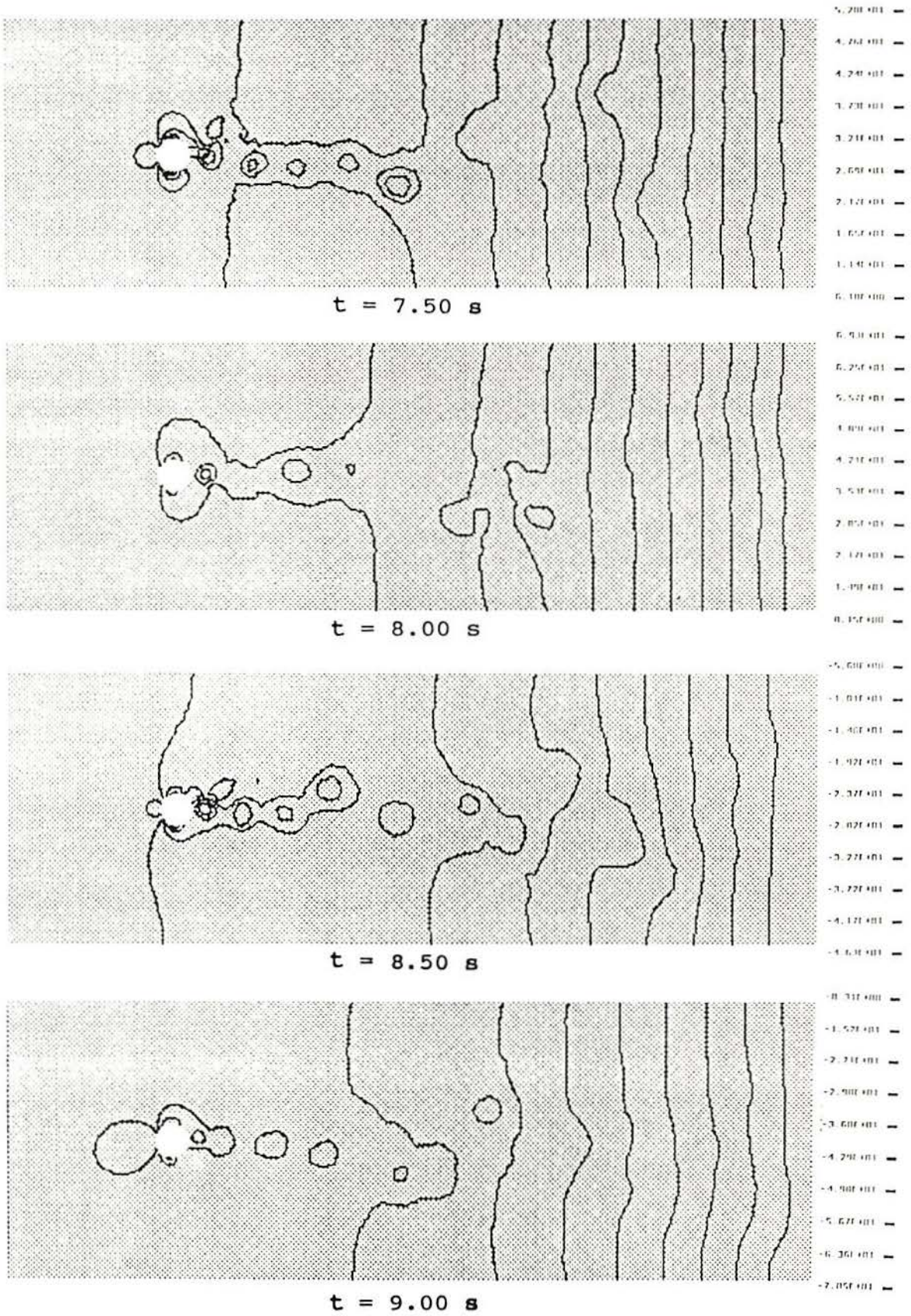


Figura 4.54 - Linhas de isopressões do escoamento

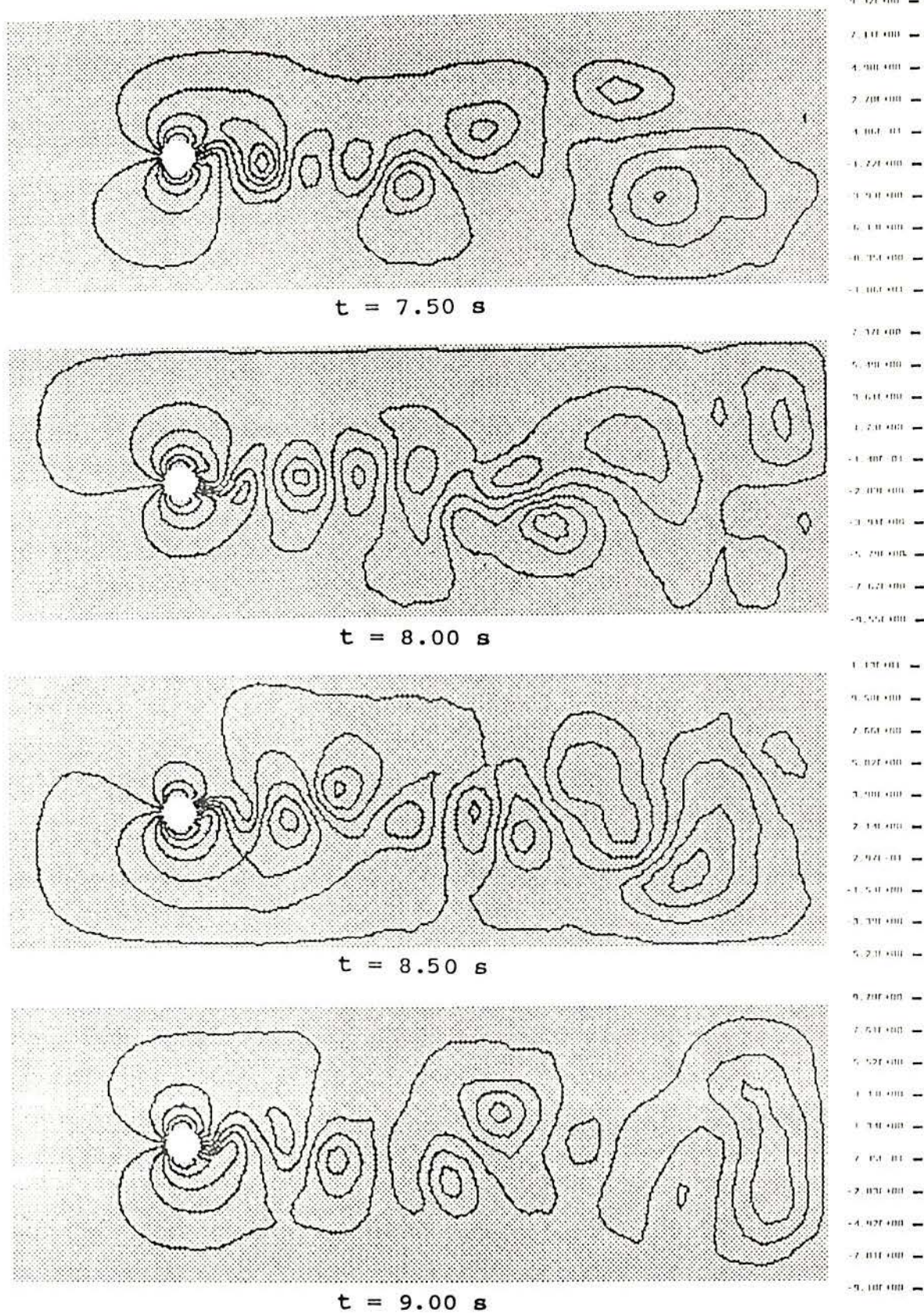


Figura 4.55 - Linhas de corrente relativas do escoamento

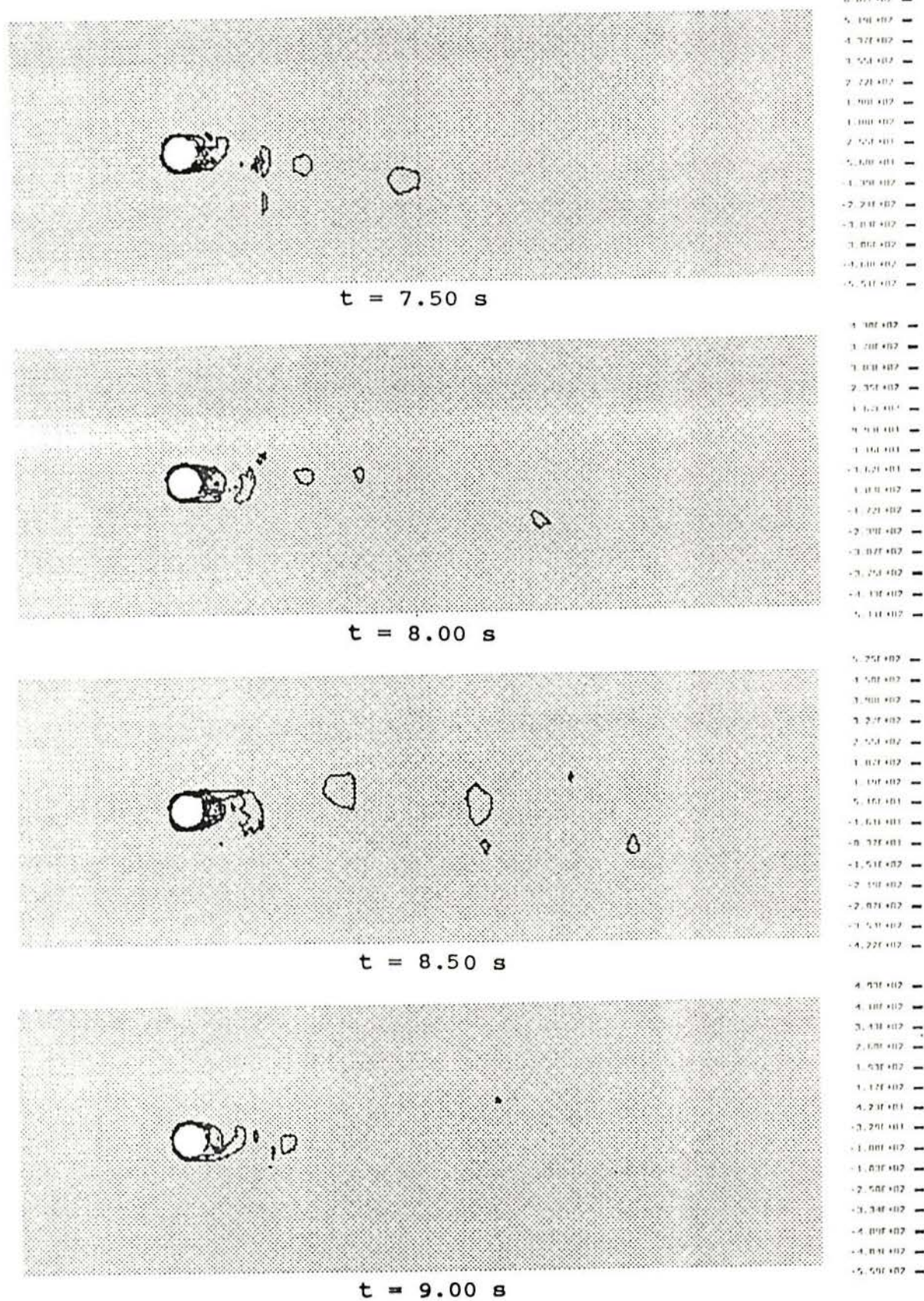


Figura 4.56 - Linhas de isovorticidade do escoamento

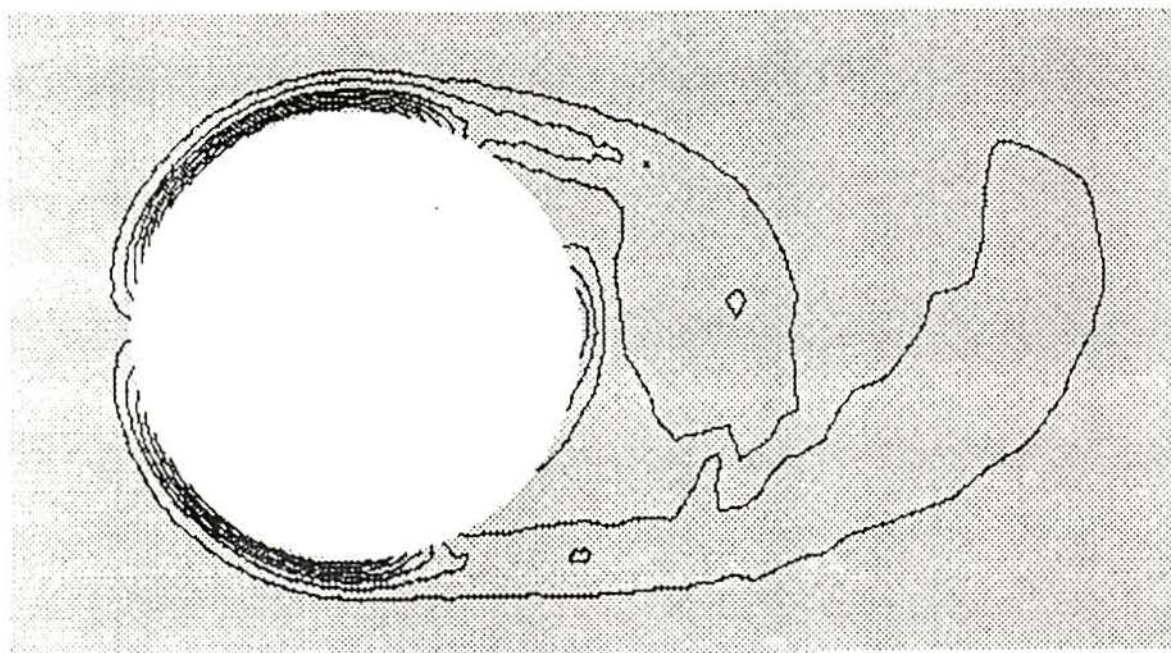


Figura 4.57 - Detalhe das linhas de isovorticidade do escoamento no instante $t = 9.00$ s

Antes de apresentar os próximos gráficos, deve ser mencionada a localização de alguns nós da malha onde foram obtidos históricos das variáveis do escoamento. Estes nós estão a jusante do cilindro, sobre o eixo teórico da esteira de vórtices (que é uma reta que passa pelo centro do cilindro e é paralela ao eixo x_1), e são os seguintes:

- nó 1621: localizado no ponto (5.55, 4.00); é o primeiro nó a jusante do cilindro
- nó 1624: localizado no ponto (5.70, 4.00); é o nó localizado a uma distância igual a $D/5$ do contorno do cilindro
- nó 1598: localizado no ponto (9.00, 4.00); é o nó localizado a uma distância igual a $4D$ do centro do cilindro
- nó 1643: localizado no ponto (24.00, 4.00); é o nó localizado no contorno de saída, a uma distância igual a $19D$ do centro do cilindro

Como pode notar-se, os dois primeiros nós escolhidos (1621 e 1624) estão próximos ao cilindro, e os dois últimos (1598 e 1643) mais afastados dele. A análise e comparação dos históricos das variáveis nestes nós pode revelar mais algumas características do escoamento.

Nas Figuras 4.58 e 4.59 apresentam-se os históricos da velocidade v_1 nos nós 1621 e 1624. Nota-se nestes gráficos que nestes pontos, a velocidade v_1 é negativa na maior parte do tempo (tem sentido contrário ao do escoamento), devido à recirculação que ocorre nas regiões próximas ao cilindro onde os nós estão localizados. Pode observar-se que velocidade oscila, mas sempre em torno de valores negativos.

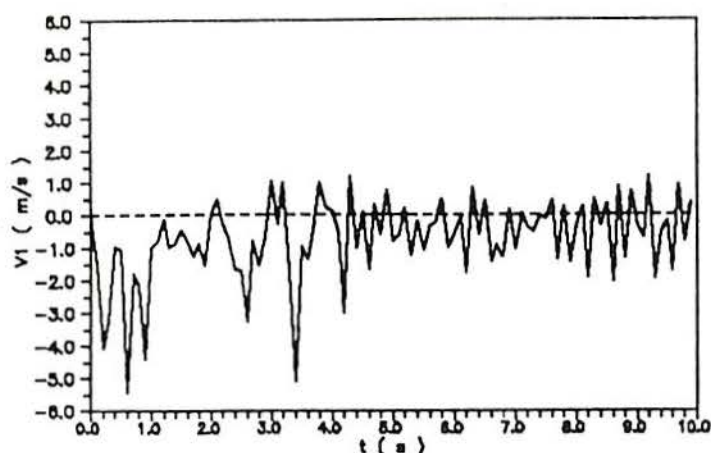


Figura 4.58 - Histórico da velocidade v_1 no nó 1621

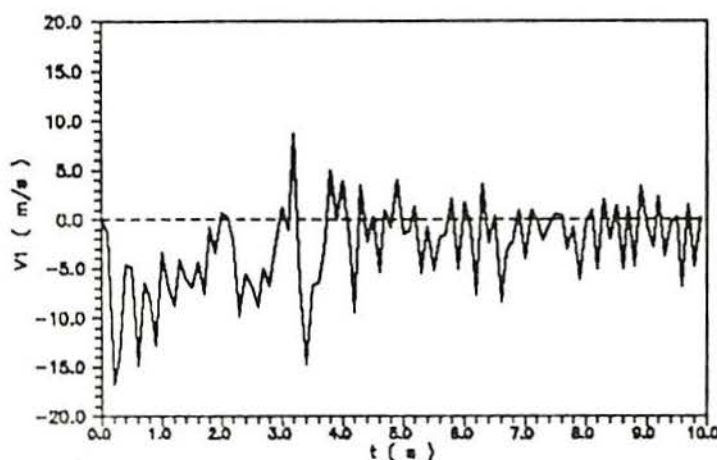


Figura 4.59 - Histórico da velocidade v_1 no nó 1624

Nas Figuras 4.60 e 4.61 apresentam-se os históricos da velocidade v_1 nos nós 1598 e 1643. Nestes gráficos, ao contrário dos anteriores, se percebe que nestes pontos a velocidade é positiva quase sempre (tem o mesmo sentido que o do escoamento), devido a que nas regiões afastadas do cilindro onde os nós estão localizados, não há recirculação. Pode observar-se que a velocidade oscila, mas sempre em torno de valores positivos.

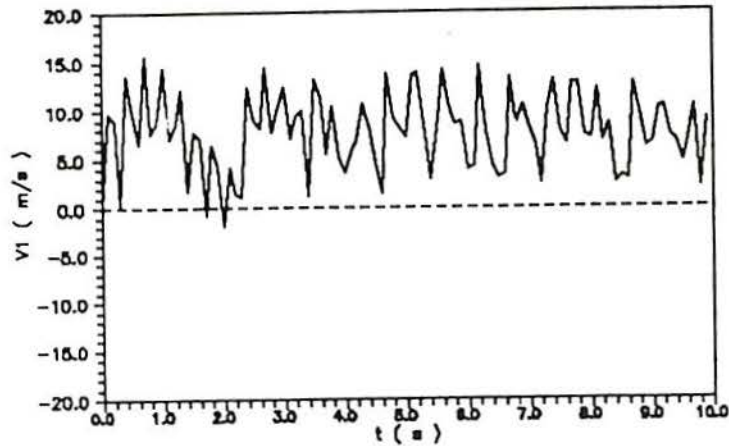


Figura 4.60 - Histórico da velocidade v_1 no nó 1598

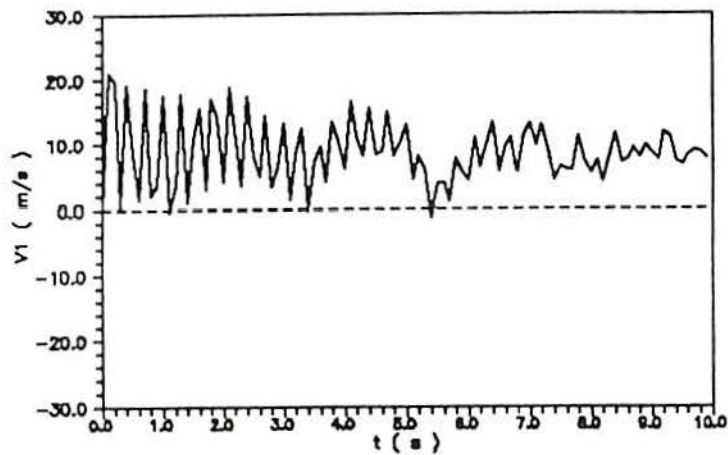


Figura 4.61 - Histórico da velocidade v_1 no nó 1643

Na Figura 4.62 apresenta-se o histórico da velocidade v_2 no nó 1621. Pode-se observar que quando o escoamento começa a desenvolver-se, surgem oscilações que se amplificam até atingir amplitude e frequência estáveis. Isto é verificado também na Figura 4.63, que mostra um detalhe do mesmo histórico, entre os instantes $t = 7.00$ s e $t = 9.00$ s.

Nas Figuras 4.64, 4.65 e 4.66 apresentam-se os históricos da velocidade v_2 nos nós 1624, 1598 e 1643, respectivamente. Nos dois primeiros gráficos ainda pode observar-se o padrão de oscilações visto no nó 1621 (Figuras 4.62 e 4.63). No último gráfico, porém, se nota que os vórtices chegam ao nó 1643 com pouca energia, já que a maior parte dela foi dissipada no caminho, por efeito da viscosidade.

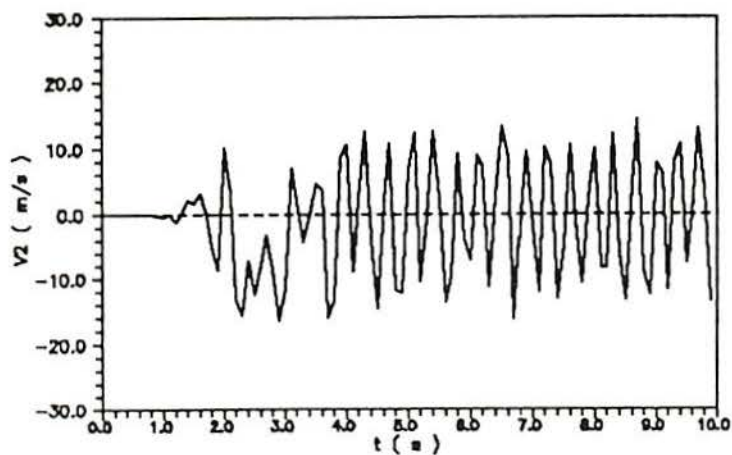


Figura 4.62 - Histórico da velocidade v_2 no nó 1621

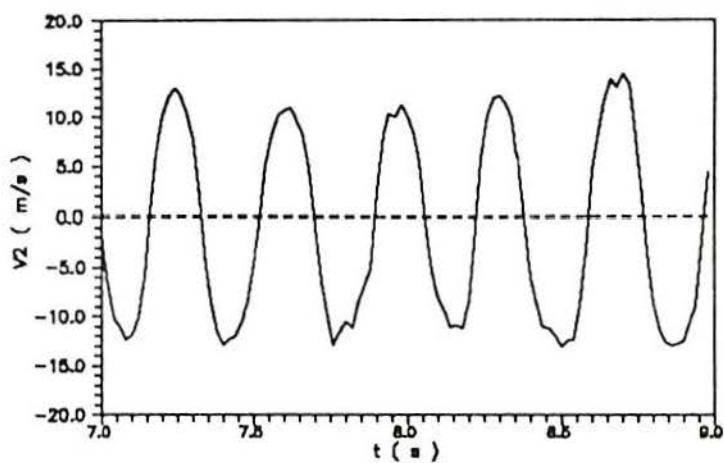


Figura 4.63 - Detalhe do histórico da velocidade v_2 no nó 1621

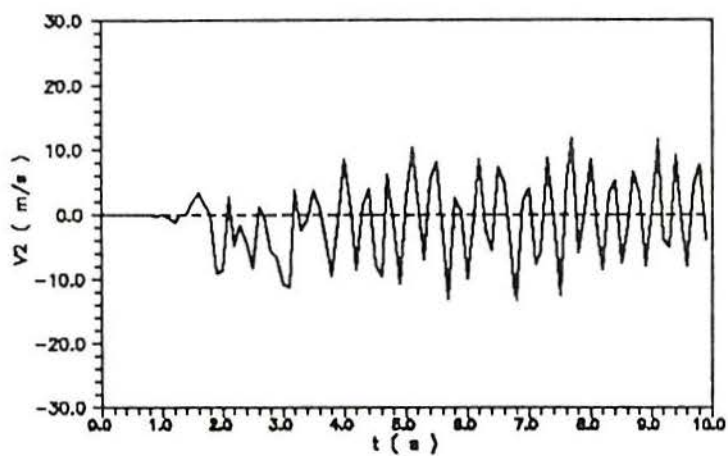


Figura 4.64 - Histórico da velocidade v_2 no nó 1624

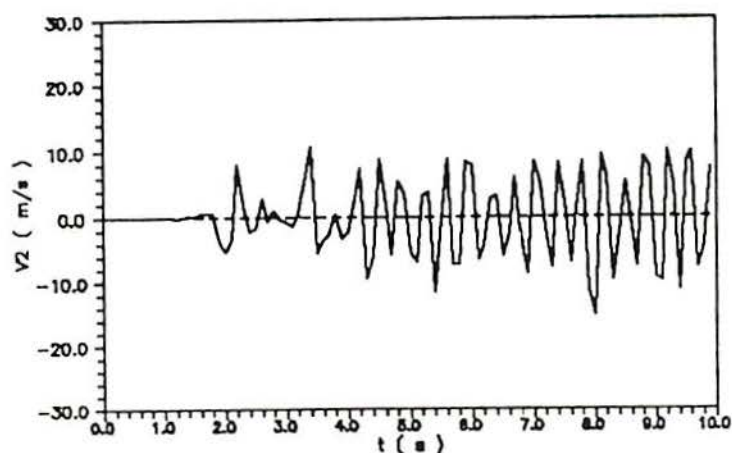


Figura 4.65 - Histórico da velocidade v_2 no nó 1598

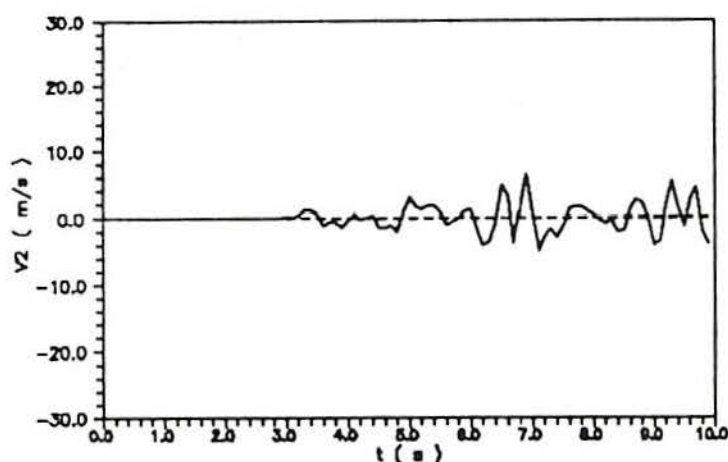


Figura 4.66 - Histórico da velocidade v_2 no nó 1643

Na Figura 4.67 apresenta-se o histórico da pressão no nó 1621, podendo notar-se que ela oscila em torno de zero (a rigor, como se trata de pressão relativa, ela oscila em torno da pressão de referência, que é a pressão no contorno de entrada do domínio e que foi arbitrada nula no instante inicial da análise do escoamento).

Na Figura 4.68 apresenta-se o histórico da pressão no nó 1643, podendo notar-se que neste nó o comportamento oscilatório se mantém, mas a amplitude da oscilação é menor que a do nó 1621. Isto comprova mais uma vez a dissipação (por efeito da viscosidade) da energia dos vórtices que vão chegando ao contorno de saída do domínio.

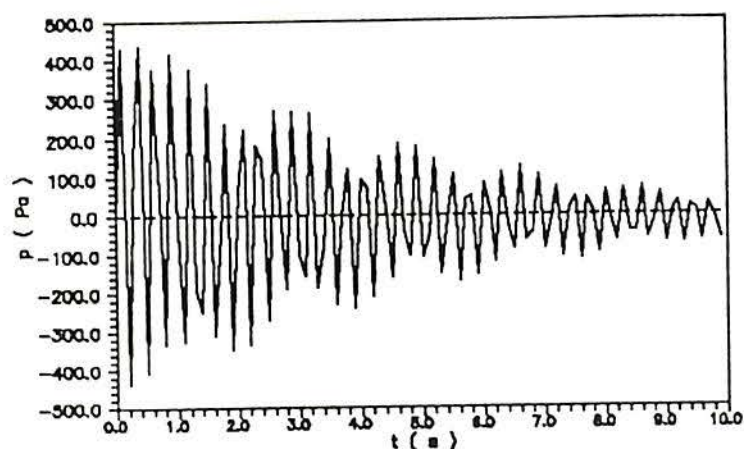


Figura 4.67 - Histórico da pressão p no nó 1621

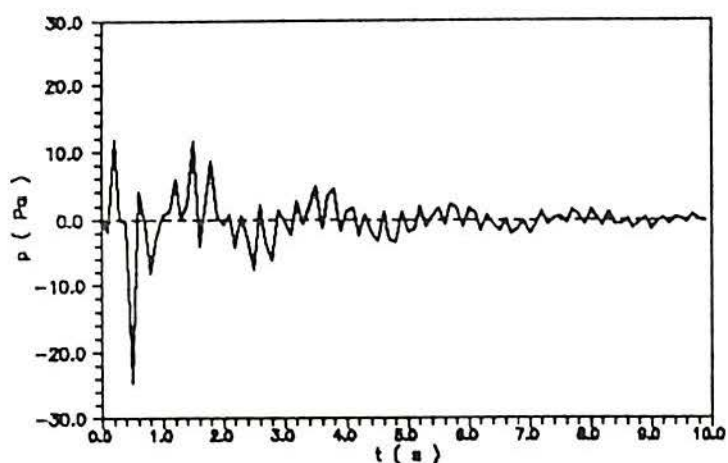


Figura 4.68 - Histórico da pressão p no nó 1643

Utilizando as fórmulas apresentadas no capítulo anterior, é possível calcular em cada instante de tempo os coeficientes de sustentação, de arrasto, de momento torçor e de pressão, do cilindro. Obtém-se assim, os históricos destes coeficientes, mostrados a seguir.

Na Figura 4.69 apresenta-se o histórico do coeficiente de sustentação C_L . Como podia prever-se, os valores oscilam em torno de zero, já que as forças laterais são devidas ao desprendimento de vórtices, que ocorre ora de um lado, ora de outro, alternadamente. Na Figura 4.70 apresenta-se um detalhe do mesmo histórico, entre os instantes $t = 7.00$ s e $t = 9.00$ s, notando-se melhor o carácter oscilatório do coeficiente. Como

valor médio obtém-se:

$$C_L \approx 0.00$$

que é o mesmo valor obtido por PETRY [36].

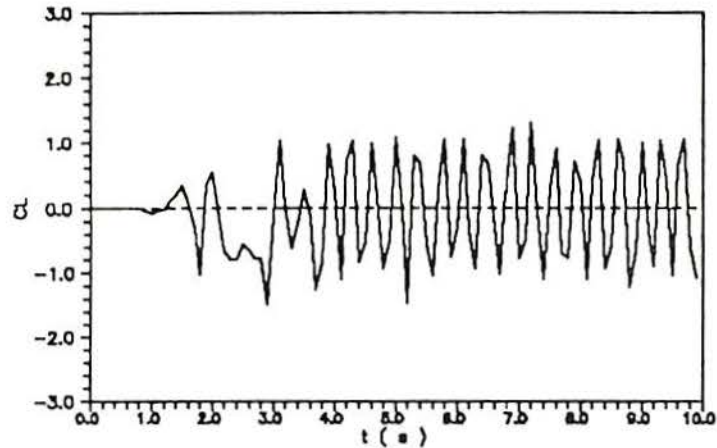


Figura 4.69 - Histórico do coeficiente de sustentação C_L

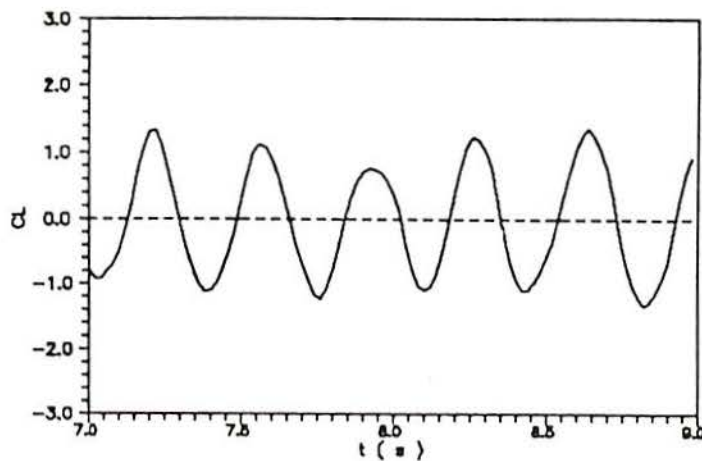


Figura 4.70 - Detalhe do histórico do coeficiente de sustentação C_L

Na Figura 4.71 apresenta-se o histórico do coeficiente de arrasto C_D , e na Figura 4.72 um detalhe do mesmo histórico entre os instantes $t = 7.00$ s e $t = 9.00$ s. Pode observar-se que os valores oscilam, mas em torno de um valor positivo. Como valor médio obtém-se:

$$C_D = 0.97$$

que coincide com resultados experimentais obtidos em ensaios realizados em túneis de vento, citados por BLESSMANN [6] e SCHLICHTING [41].

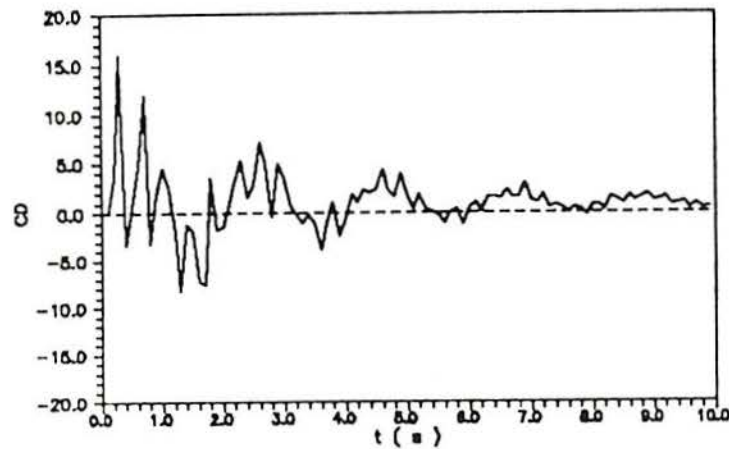


Figura 4.71 - Histórico do coeficiente de arrasto C_D

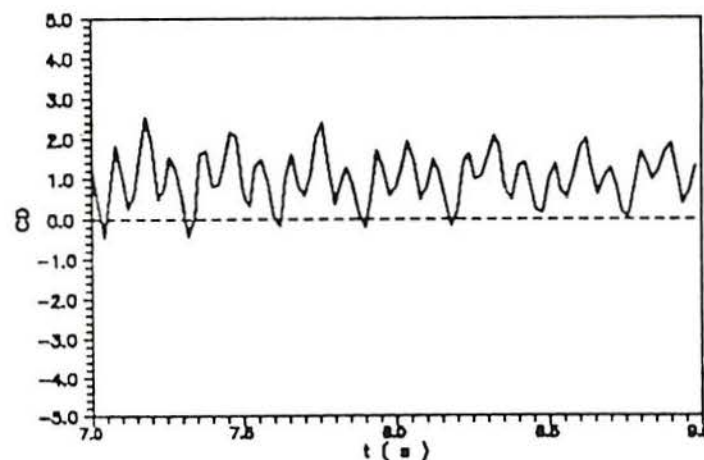


Figura 4.72 - Detalhe do histórico do coeficiente de arrasto C_D

Na Figura 4.73 apresenta-se o histórico do coeficiente de momento torçor C_M , e na Figura 4.74 um detalhe do mesmo histórico entre os instantes $t = 7.00$ s e $t = 9.00$ s. Como podia prever-se, os valores deste coeficiente são pequenos e oscilam em torno de zero, já que a resultante das forças que atuam sobre o cilindro passa pelo seu centro, sem provocar momento torçor. Como valor médio obtém-se:

$$C_M \cong 0.00$$

que confirma o que foi mencionado acima. As referências que apresentam resultados de ensaios em túneis de vento não mencionam este coeficiente, mas PETRY [36] obtém o mesmo valor.

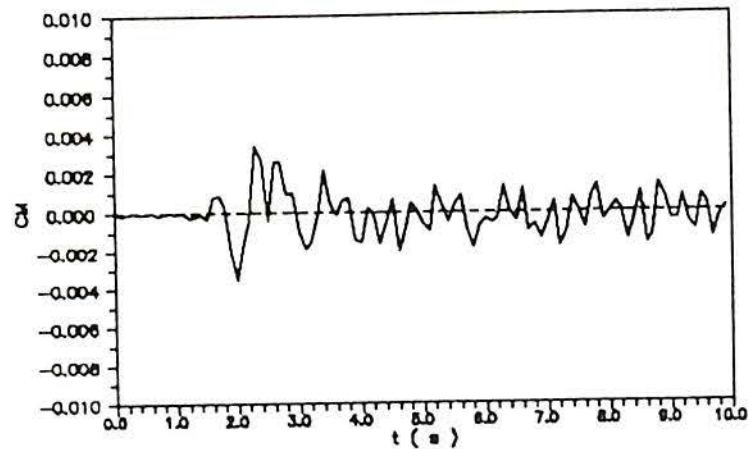


Figura 4.73 - Histórico do coeficiente de momento torçor C_M

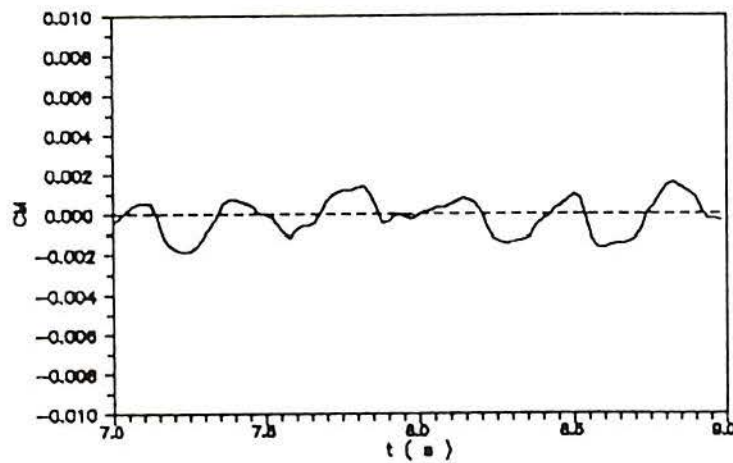


Figura 4.74 - Detalhe do histórico do coeficiente de momento torçor C_M

Na Figura 4.75 apresentam-se os perfis dos coeficientes de pressão na superfície do cilindro em três instantes de tempo ($t = 7.00$ s, $t = 8.00$ s e $t = 9.00$ s). Nestes perfis pode observar-se claramente que os maiores picos de sucção aparecem alternadamente a cada lado do cilindro (comparar o perfil do instante $t = 7.00$ s, com o maior pico de sucção a 265° , e o perfil do instante $t = 9.00$ s, com o maior pico de sucção a 95°). Esta alternância se deve ao desprendimento de vórtices, ora de um lado do cilindro, ora de outro. Os picos de sucção revelam também a localização dos pontos de separação do escoamento (pontos onde se inicia a reversão do movimento e o descolamento do fluido da superfície do cilindro).

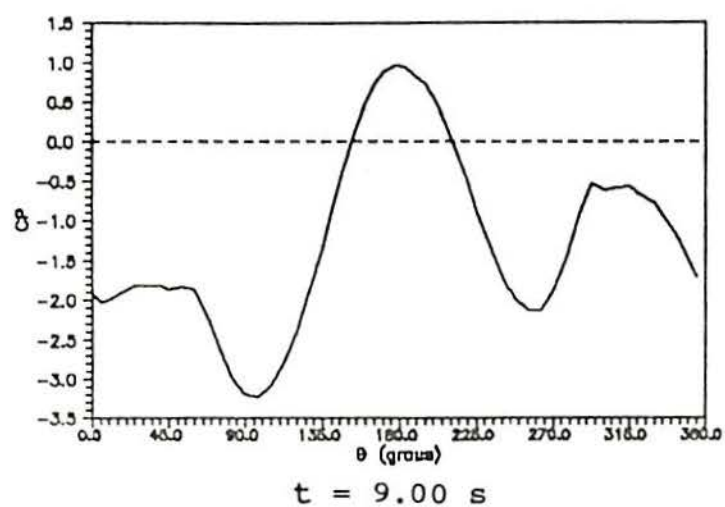
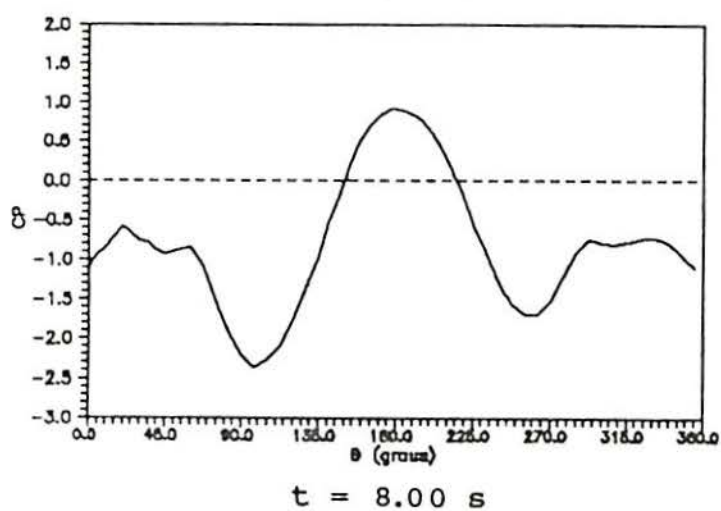
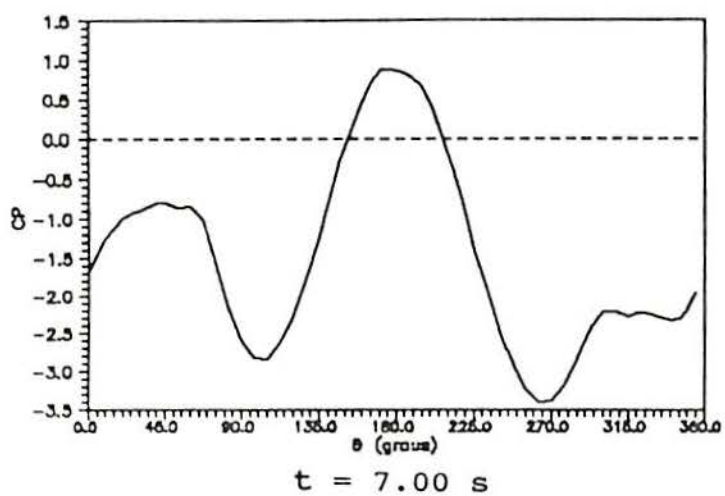


Figura 4.75 - Perfis de coeficientes de pressão instantâneos C_p na superfície do cilindro

A partir dos históricos dos coeficientes de pressão de todos os nós que estão sobre a superfície do cilindro, é possível calcular o coeficiente de pressão médio de cada um destes nós e obter o perfil de coeficientes de pressão médios na superfície do cilindro, mostrado na Figura 4.76, que se encaixa no padrão obtido em ensaios em túneis de vento, citados por BLESSMANN [7]. Como podia prever-se, neste gráfico não aparece um pico de sucção predominante, porque como os vórtices se desprendem alternadamente ao longo do tempo, as sucções médias atuantes em ambos os lados do cilindro são iguais. Observa-se também neste gráfico que, na média, os picos de sucção aparecem a 100° e a 260° , revelando a localização dos pontos de separação do escoamento, que coincide com a localização observada em modelos ensaiados em túneis de vento, mencionada por BLESSMANN [7].

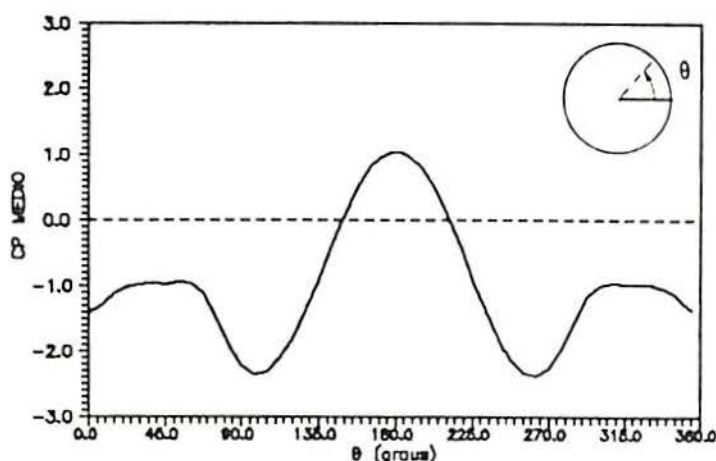


Figura 4.76 - Perfil de coeficientes de pressão médios C_{pM} na superfície do cilindro

Outro valor característico do escoamento é o número de Strouhal St , que pode ser calculado das duas formas diferentes descritas no capítulo anterior.

No primeiro procedimento possível utiliza-se a seguinte fórmula (SCHLICHTING [41]):

$$St = \frac{f_v D}{V_0} \quad (4.11)$$

onde St é o número de Strouhal, f_v é a frequência de desprendimento de um par de vórtices, D é o diâmetro do cilindro

e V_0 é a velocidade do escoamento em um ponto não perturbado do escoamento (na entrada do domínio).

Sendo

$$D = 1.00 \text{ m}$$

$$V_0 = 10.00 \text{ m / s}$$

e observando o gráfico do histórico do coeficiente de sustentação C_L (Figura 4.70), ou da velocidade v_2 no nó 1621 (Figura 4.63), se percebe que em 1.85 s se desprendem 5 pares de vórtices, sendo então

$$f_v = 2.70 \text{ pares de vórtices / s}$$

obtendo-se com estes dados

$$St = 0.27$$

O procedimento alternativo faz uso da seguinte fórmula (KAWAHARA et alii [25]):

$$St = \frac{V_v D}{b V_0} \quad (4.12)$$

onde V_v é a velocidade dos vórtices, b é a projeção horizontal da distância entre dois vórtices alternados e D e V_0 já foram definidos antes.

Sendo

$$D = 1.00 \text{ m}$$

$$V_0 = 10.00 \text{ m / s}$$

e observando os gráficos dos históricos da velocidade v_2 nos nós 1624 (Figura 4.64) e 1643 (Figura 4.66), se percebe que a primeira perturbação (causada pelo primeiro vórtice desprendido) chega ao nó 1643 depois de 2.10 s de ter passado pelo nó 1624, existindo entre ambos os nós uma distância de 18.30 m; isto permite calcular a velocidade dos vórtices

$$V_v = 8.71 \text{ m / s}$$

que se aproxima bastante do valor que se deveria esperar, igual a $0.86 V_0$, citado por BLESSMANN [6] e obtido em ensaios experimentais. Do gráfico das linhas de corrente comuns (Figura 4.52) ou das linhas de corrente relativas (Figura 4.55), pode obter-se, como valor médio

$$b = 3.50 \text{ m}$$

obtendo-se com estes dados

$$St = 0.25$$

Ambos os valores calculados são superiores aos obtidos

através de ensaios experimentais. BLESSMANN [7] menciona que o valor do número de Strouhal para cilindros pode variar entre 0.20 e 0.30, dependendo do número de Reynolds do escoamento, mas para valores semelhantes ao do problema analisado (1500), apresenta o valor 0.20. ZUKAUSKAS [53], em ensaios experimentais, obtém 0.21 (o mesmo valor citado por SCHLICHTING [41]), e PETRY [36], através de um método numérico, obtém para o mesmo problema o valor 0.25.

4.3.5.3 - Comentários adicionais

No problema apresentado foi posta a prova a capacidade do programa implementado, de analisar escoamentos com um objeto imerso fixo (no caso, um cilindro).

Conforme pôde ser verificado na análise dos resultados apresentados, pode-se afirmar que no teste realizado o programa mostrou bom desempenho. Ele foi capaz de reproduzir os fenômenos físicos que ocorrem neste tipo de escoamentos, tais como a recirculação atrás do cilindro e o desprendimento de vórtices alternados, com a formação da denominada esteira de vórtices de von Kármán.

Em alguns casos, é notável a coincidência existente entre os fenômenos que o programa consegue reproduzir e os verificados em ensaios experimentais. Na Figura 4.77, por exemplo, é apresentado um gráfico das linhas de corrente do escoamento, no início da análise ($t = 1.00$ s), quando o escoamento ainda não se desenvolveu totalmente, e ocorre a formação de dois vórtices simétricos atrás do cilindro; o mesmo fenômeno pode ser observado na Figura 4.78, que é uma fotografia apresentada por SCHLICHTING [41], obtida em um ensaio experimental. Após o total desenvolvimento do escoamento, a formação e o desprendimento de vórtices passa a ser alternado, como pode ser observado na Figura 4.79 que mostra um gráfico das linhas de corrente do escoamento no instante $t = 7.90$ s (notando-se claramente o desprendimento de um vórtice) e apresenta muita semelhança com o que pode ser observado na Figura 4.80, que é uma fotografia da mesma série apresentada por SCHLICHTING [41], obtida no ensaio experimental mencionado.

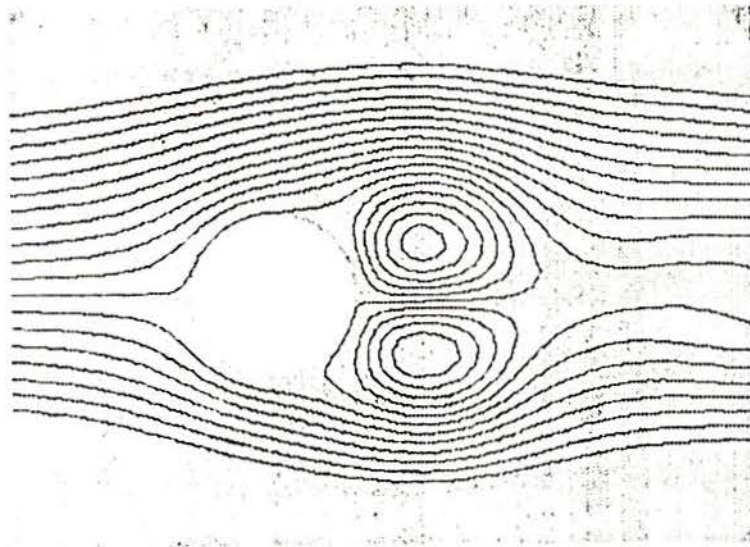


Figura 4.77 - Linhas de corrente do escoamento (obtidas com o programa implementado) no instante $t = 1.00$ s

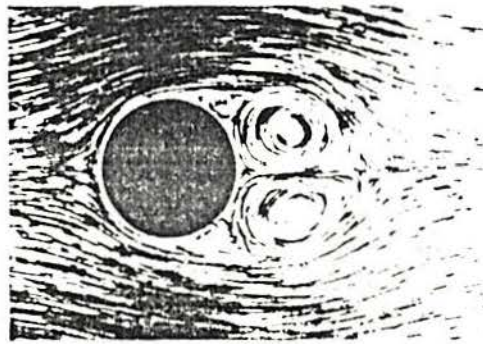


Figura 4.78 - Fotografia obtida em ensaio experimental (apresentada por SCHLICHTING [41])

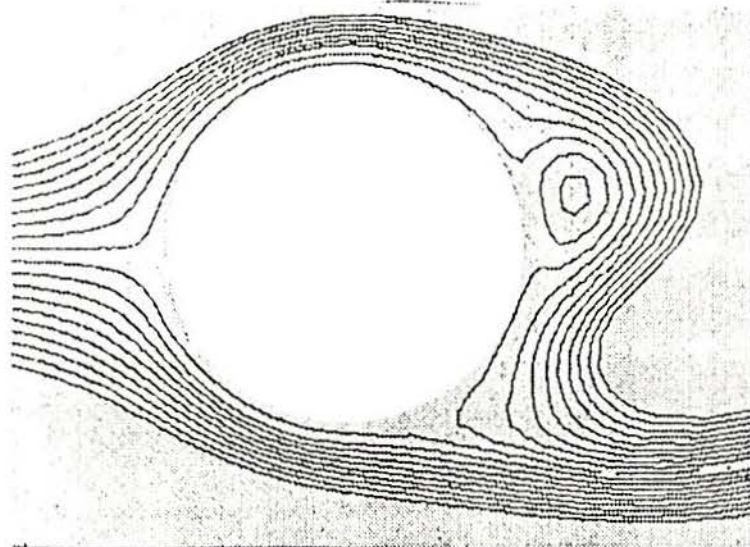


Figura 4.79 - Linhas de corrente do escoamento (obtidas com o programa implementado) no instante $t = 7.90$ s

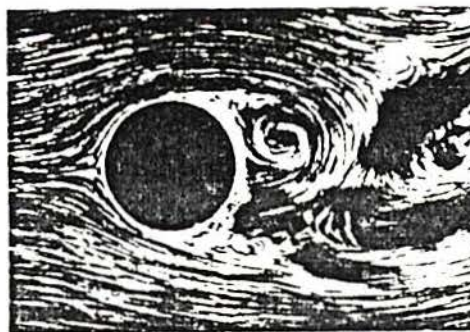


Figura 4.80 - Fotografia obtida em ensaio experimental
(apresentada por SCHLICHTING [41])

Além do que já foi comentado, os valores característicos do escoamento (tais como os coeficientes de forças, de momento torçor e de pressão) que foram calculados a partir dos valores obtidos para as variáveis principais do escoamento (componentes da velocidade e pressão), são semelhantes aos obtidos em ensaios realizados com modelos reduzidos em túneis de vento. Uma exceção é o número de Strouhal, para o qual os valores calculados são de 20 a 30% maiores que os citados pelas referências. Não foi possível encontrar uma explicação para esta diferença, mas ela pode estar relacionada com o fato de que na análise realizada, o cilindro foi considerado totalmente fixo e rígido, já que BLESSMANN [7] menciona o efeito organizador que o movimento oscilatório do cilindro exerce sobre o desprendimento de vórtices. De fato, nesta referência são citadas as diferenças existentes entre os resultados que se obtém quando se ensaia um cilindro fixo e rígido e quando se ensaia um cilindro capaz de oscilar; neste último caso, nos ensaios se verifica que os vórtices se desprendem de forma mais ordenada, com uma frequência de desprendimento mais nítida e a esteira é mais facilmente percebida. De qualquer maneira, esta é apenas uma explicação viável, já que não é possível extrair alguma conclusão sem efetuar novos testes e comparar os resultados obtidos neles.

Esta última questão será abordada novamente ao comentar os resultados obtidos no próximo teste a ser apresentado, que consiste na análise de um escoamento aberto com um cilindro oscilante imerso.

4.3.6 - Escoamento em torno de um cilindro oscilante

4.3.6.1 - Descrição do problema

O problema consiste no escoamento aberto em torno de um cilindro oscilante, com as dimensões do domínio, as condições de contorno para o fluido e a vinculação do cilindro através de molas, mostradas na Figura 4.81.

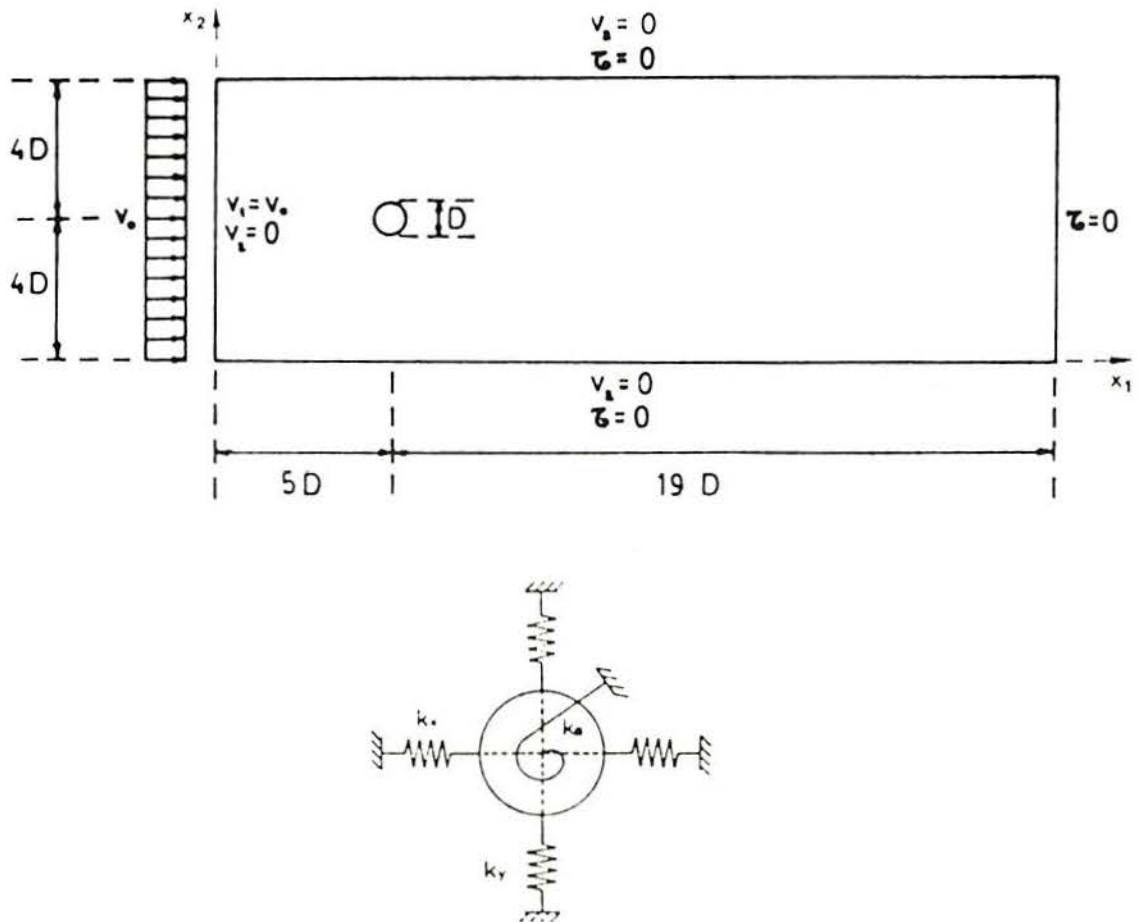


Figura 4.81 - Escoamento em torno de um cilindro oscilante: dimensões do domínio, condições de contorno para o fluido e vinculação do cilindro através de molas

As características deste escoamento e os fenômenos que ocorrem, são semelhantes aos descritos no problema anterior (escoamento em torno de um cilindro fixo). A diferença consiste em que neste caso o cilindro imerso não é fixo, mas vinculado elasticamente através de molas, o que lhe permite pequenos deslocamentos de corpo rígido (sem deformações). Sendo assim, as

forças laterais causadas pelo desprendimento de vórtices, provocam a oscilação do cilindro na direção transversal à do escoamento, constituindo um problema típico de interação fluido-estrutura (as oscilações na direção do escoamento também podem ocorrer, mas são raras e menos importantes que as que acontecem na direção transversal, segundo BLESSMANN [7]). Este problema é de interesse na engenharia, pois as oscilações podem colocar em risco a estrutura, se sua frequência natural estiver próxima à frequência de desprendimento de vórtices.

O domínio e as condições de contorno deste problema são semelhantes às do anterior, com exceção das velocidades prescritas nos pontos da superfície do cilindro, que dependem da velocidade do seu centróide. Também é utilizada a mesma malha de elementos finitos já vista anteriormente, com 2336 elementos quadriláteros e 2431 nós, mostrada na Figura 4.82.

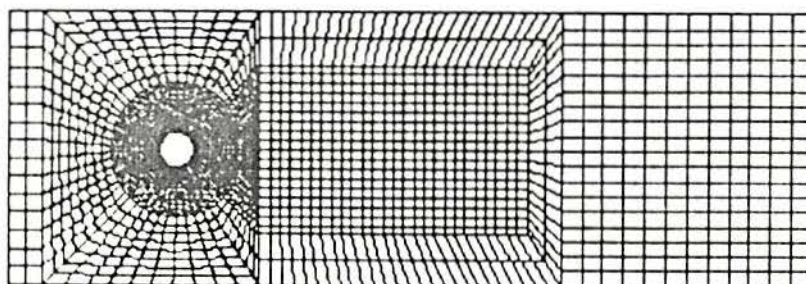


Figura 4.82 - Malha de elementos finitos

Este problema foi analisado com o programa implementado, para o escoamento com número de Reynolds igual a 1193. Este escoamento foi escolhido porque ele forma parte de um conjunto de vários escoamentos com um cilindro oscilante imerso, analisados por KAWAHARA et alii [25]. A escolha se justifica porque, adotando os mesmos dados utilizados na referência mencionada, os resultados obtidos no presente trabalho podem ser comparados com os da referência. Além disso, o número de Reynolds deste problema (com um cilindro oscilante), está próximo do número de Reynolds do problema anterior (com um cilindro fixo), podendo então ser comparados alguns valores característicos dos escoamentos (coeficientes de força, de

momento torçor e de pressão, etc.), e verificar se o programa é capaz de reproduzir algumas diferenças observadas em ensaios de cilindros fixos e de cilindros oscilantes, relatadas por BLESSMANN [7].

Como KAWAHARA et alii [25], consideram-se as seguintes propriedades do fluido:

$$\rho = 1.32 \times 10^{-1} \text{ kg / m}^3$$

$$\mu = 1.32 \times 10^{-2} \text{ kg / m s}$$

$$\lambda = 0.00 \text{ kg / m s}$$

$$C = 337.00 \text{ m / s}$$

adotando-se a velocidade de entrada

$$v_0 = 42.30 \text{ m / s}$$

e o diâmetro do cilindro

$$D = 2.82 \text{ m}$$

Além disso, consideram-se as seguintes propriedades do cilindro:

$$m_{11} = 8.00 \times 10^5 \text{ kg}$$

$$m_{22} = 84.43 \text{ kg}$$

$$m_{33} = 8.00 \times 10^5 \text{ kg m}^2$$

$$c_{11} = 1.00 \times 10^6 \text{ N s / m}$$

$$c_{22} = 159.15 \text{ N s / m}$$

$$c_{33} = 1.00 \times 10^6 \text{ N m s}$$

$$k_{11} = 3.00 \times 10^8 \text{ N / m}$$

$$k_{22} = 3.00 \times 10^4 \text{ N / m}$$

$$k_{33} = 3.00 \times 10^8 \text{ N m}$$

sendo que estes valores foram escolhidos de tal forma que os deslocamentos na direção x_2 sejam pequenos e não excedam o comprimento do menor lado de um elemento finito do contorno do cilindro, e os deslocamentos nas direções x_1 e x_3 sejam desprezíveis e não interfiram nos deslocamentos na direção x_2 .

Com estes valores adotados pode-se calcular a frequência natural, a frequência natural adimensional e o coeficiente de amortecimento do cilindro, na direção x_2 , através das seguintes fórmulas:

$$f_n = \frac{1}{2 \pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (4.13)$$

$$\omega_n = \frac{v_0}{f_n D} \quad (4.14)$$

$$\xi = \frac{c}{2 \sqrt{m k}} \quad (4.15)$$

obtendo-se (para a direção x_2):

$$f_n = 3.00 \text{ Hz}$$

$$\omega_n = 5.00$$

$$\xi = 0.05$$

sendo que a frequência natural adimensional calculada através da fórmula apresentada, está próxima à frequência adimensional de ressonância, que é 5.20, segundo KAWAHARA et alii [25], que citam resultados obtidos em ensaios experimentais por outros pesquisadores.

Como condições de contorno tem-se:

$$v_1 \left(0.00, x_2 \right) = v_0$$

$$v_2 \left(0.00, x_2 \right) = 0.00$$

$$v_2 \left(x_1, 0.00 \right) = 0.00$$

$$\tau \left(x_1, 0.00 \right) = 0.00$$

$$v_2 \left(x_1, 8 D \right) = 0.00$$

$$\tau \left(x_1, 8 D \right) = 0.00$$

$$\tau \left(24 D, x_2 \right) = 0.00$$

devendo as velocidades nos pontos que estão sobre a superfície do cilindro, ser prescritas conforme os valores obtidos ao transladar as velocidades do centróide até cada um destes pontos, seguindo o processo cuja sequência de operações foi apresentada e explicada em detalhe no capítulo anterior, ao apresentar os vários itens que constituem o esquema de acoplamento do fluido com a estrutura utilizado no presente trabalho.

Como condições iniciais tem-se:

$$v_1 \left(0.00, x_2 \right) = v_0$$

$$v_1 \left(x_1 > 0.00, x_2 \right) = 0.00$$

$$v_2 \left(x_1, x_2 \right) = 0.00$$

$$p \left(x_1, x_2 \right) = 0.00$$

Na análise realizada com o programa implementado, foi utilizado o mesmo intervalo de tempo do problema anterior $\Delta t = 1.00 \times 10^{-4}$ s

4.3.6.2 - Resultados obtidos

O problema descrito foi analisado com o programa implementado, durante 5.00 s de escoamento, obtendo-se os resultados apresentados a seguir.

Na Figura 4.83 é mostrado um detalhe do campo de velocidades do escoamento na região próxima ao cilindro, em oito instantes de tempo ($t = 4.00$ s, $t = 4.05$ s, $t = 4.10$ s, $t = 4.15$ s, $t = 4.20$ s, $t = 4.25$ s, $t = 4.30$ s e $t = 4.35$ s). Nestes gráficos pode observar-se o processo de formação e desprendimento de vórtices alternados. Comparando estes gráficos com os da Figura 4.51, correspondentes ao problema do escoamento em torno de um cilindro fixo, pode notar-se que nos da Figura 4.83 aparecem umas pequenas setas na superfície do cilindro, que são um indicativo de que se trata de um cilindro em movimento (com pequenas oscilações, segundo foi admitido inicialmente).

Na Figura 4.84 apresentam-se as linhas de corrente do escoamento, em quatro instantes de tempo ($t = 3.75$ s, $t = 4.00$ s, $t = 4.25$ s e $t = 4.50$ s). Continuam válidas neste problema, as observações feitas anteriormente com relação aos gráficos deste tipo (isolinhas), que apesar da limitação provocada pela falta de cores (que são perdidas na impressão através das impressoras utilizadas), permitem observar vários detalhes do escoamento. Um exemplo disto é a Figura 4.85, que mostra um detalhe das linhas de corrente no instante $t = 4.50$ s, na região próxima ao cilindro, notando-se que o gráfico permite visualizar o desprendimento de um vórtice.

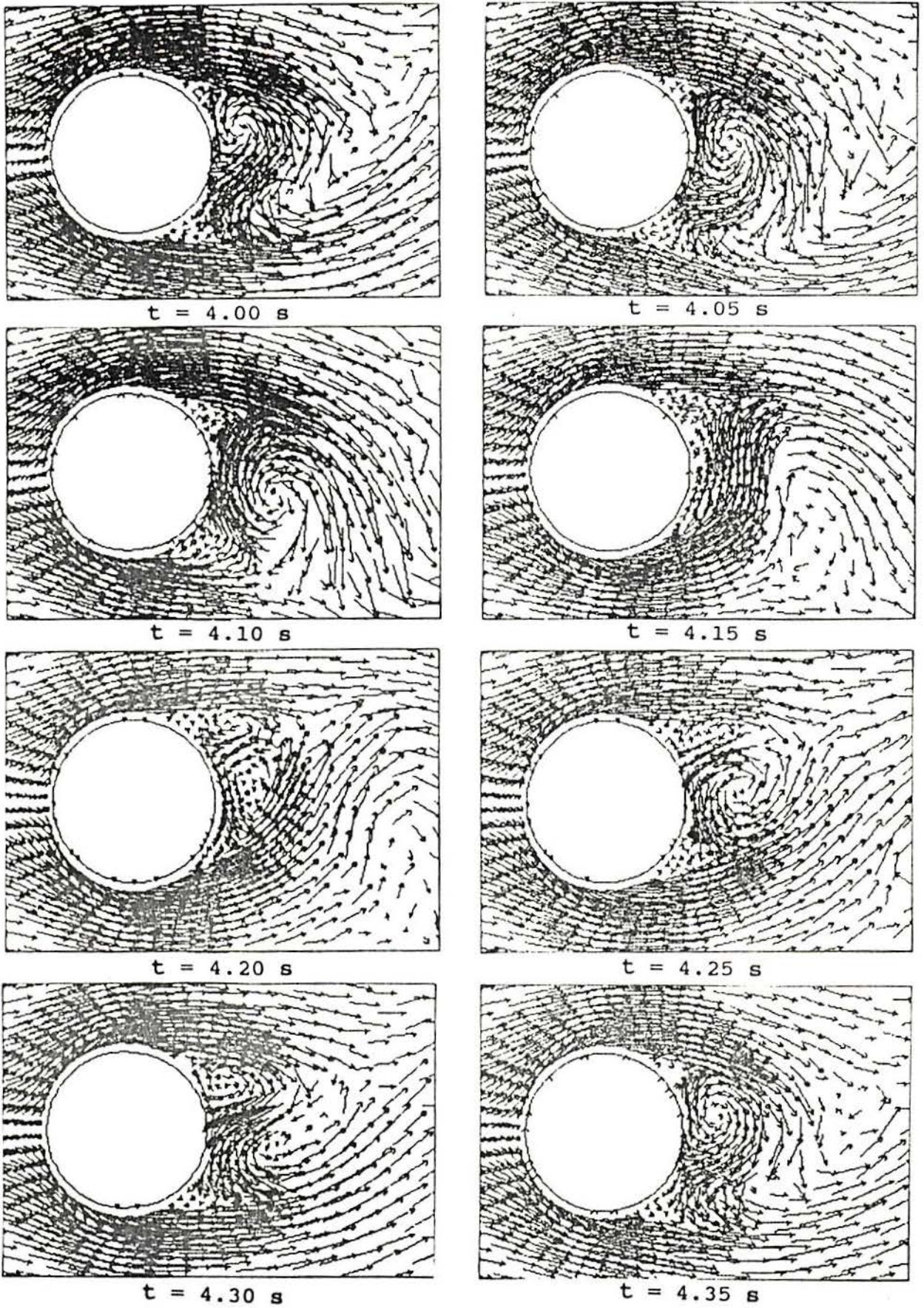


Figura 4.83 - Detalhe do campo de velocidades do escoamento

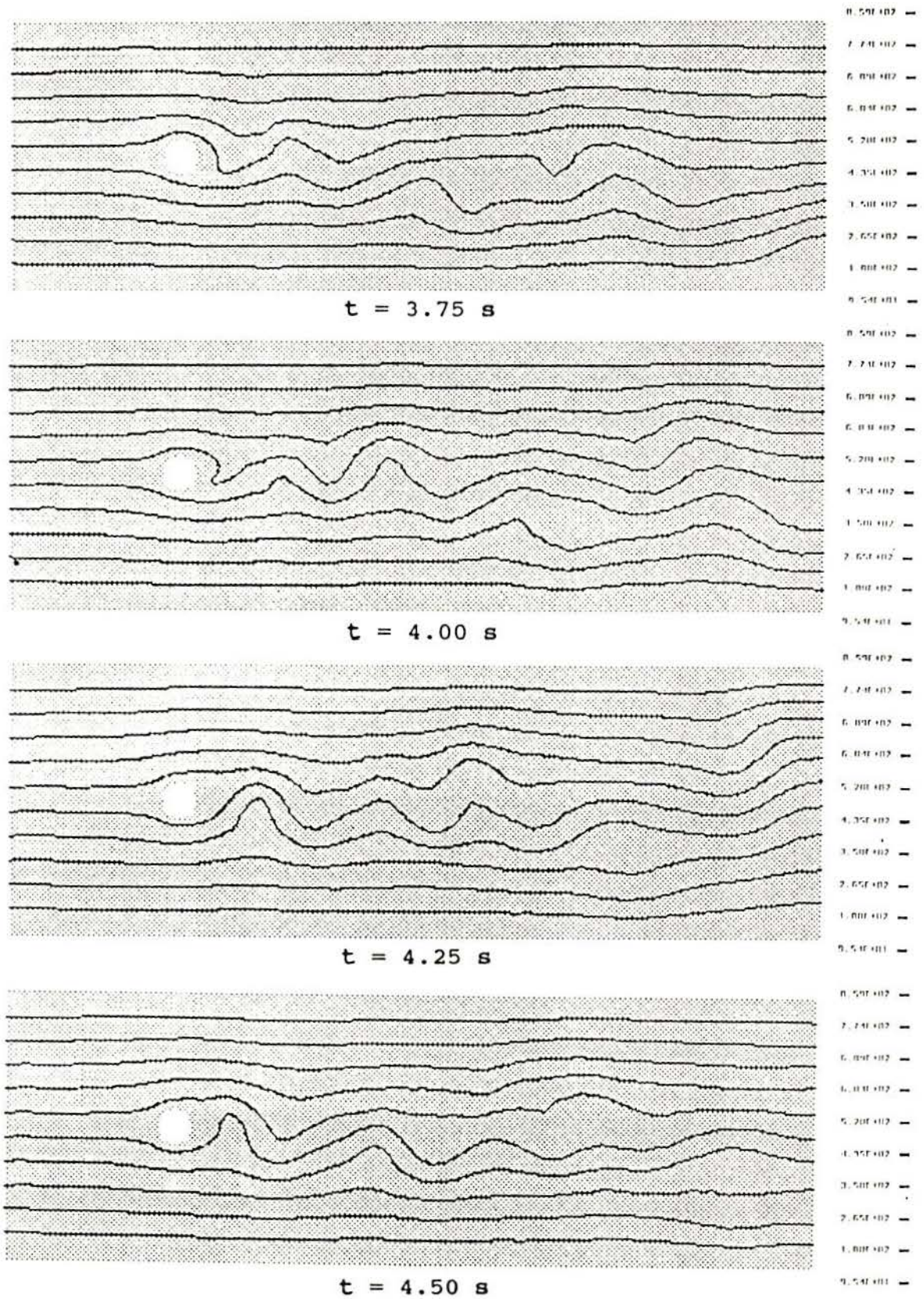


Figura 4.84 - Linhas de corrente do escoamento

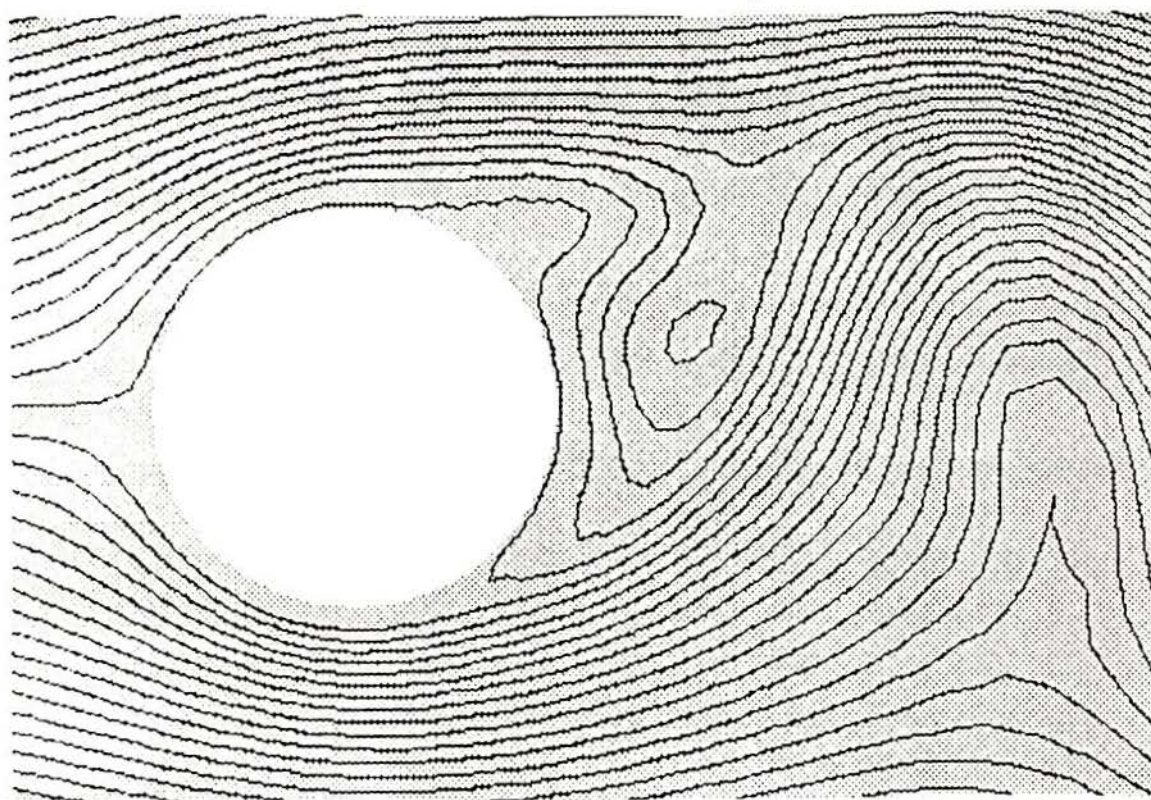


Figura 4.85 - Detalhe das linhas de corrente do escoamento no instante $t = 4.50$ s

Na Figura 4.86 apresentam-se as linhas de isopressões do escoamento, nos mesmos quatro instantes de tempo ($t = 3.75$ s, $t = 4.00$ s, $t = 4.25$ s e $t = 4.50$ s), notando-se, aqui também, os vórtices desprendidos e como eles vão dissipando sua energia (por efeito da viscosidade) enquanto se afastam do cilindro. Comparando estes gráficos com os da Figura 4.54, pode notar-se que o movimento oscilatório do cilindro torna o campo de pressões menos uniforme.

A Figura 4.87 mostra as linhas de corrente relativas do escoamento (também conhecidas como linhas de corrente estacionárias), nos mesmos quatro instantes de tempo ($t = 3.75$ s, $t = 4.00$ s, $t = 4.25$ s e $t = 4.50$ s), notando-se nestes gráficos, os vórtices que formam a esteira.

Na Figura 4.88 apresentam-se as linhas de isovorticidade do escoamento, nos mesmos instantes de tempo ($t = 3.75$ s, $t = 4.00$ s, $t = 4.25$ s e $t = 4.50$ s), aparecendo apenas os vórtices com maior quantidade de energia (os que acabam de desprender-se). A Figura 4.89 mostra um detalhe destas linhas no instante $t = 4.50$ s, na região próxima ao cilindro.

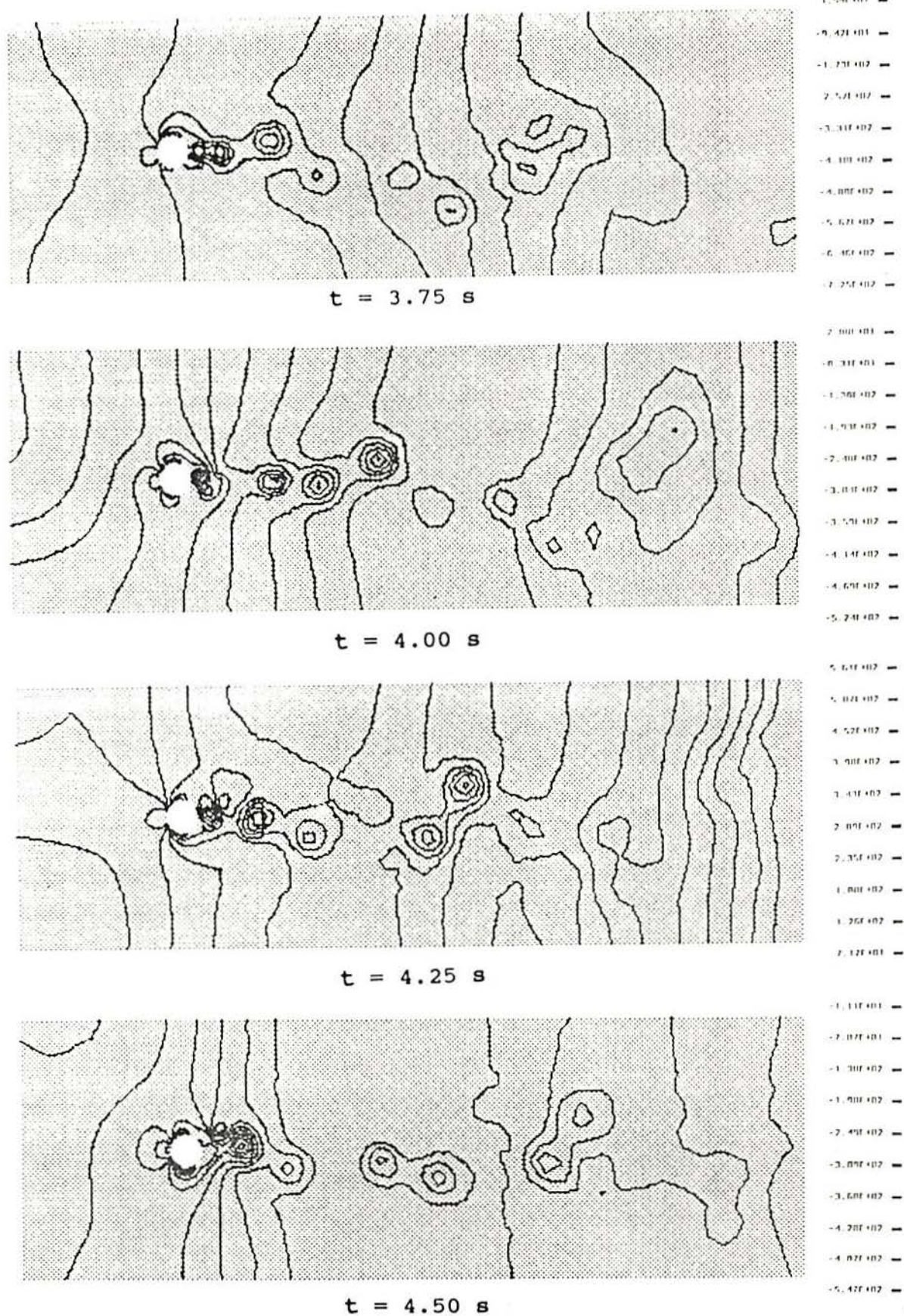


Figura 4.86 - Linhas de isopressões do escoamento

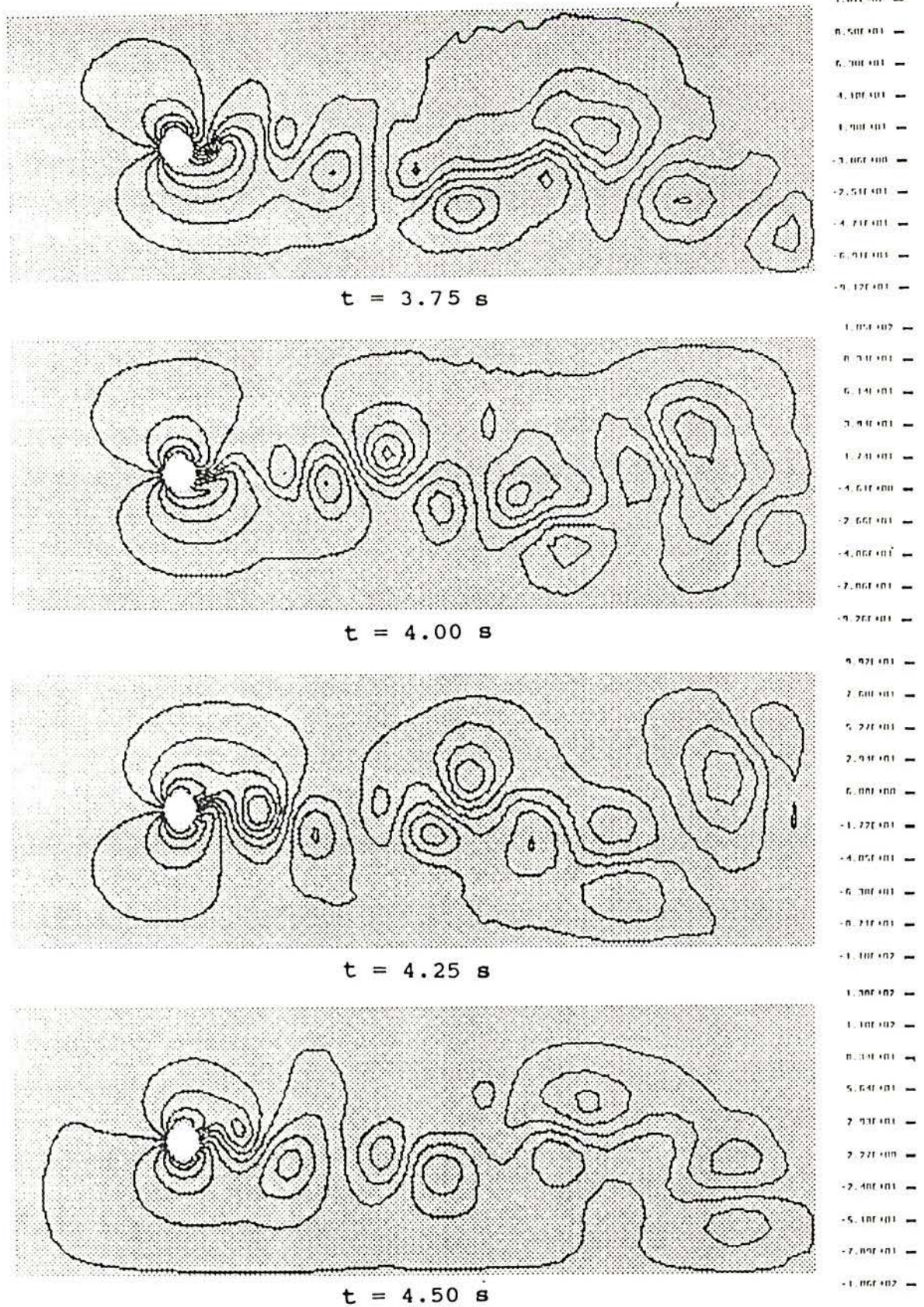


Figura 4.87 - Linhas de corrente relativas do escoamento

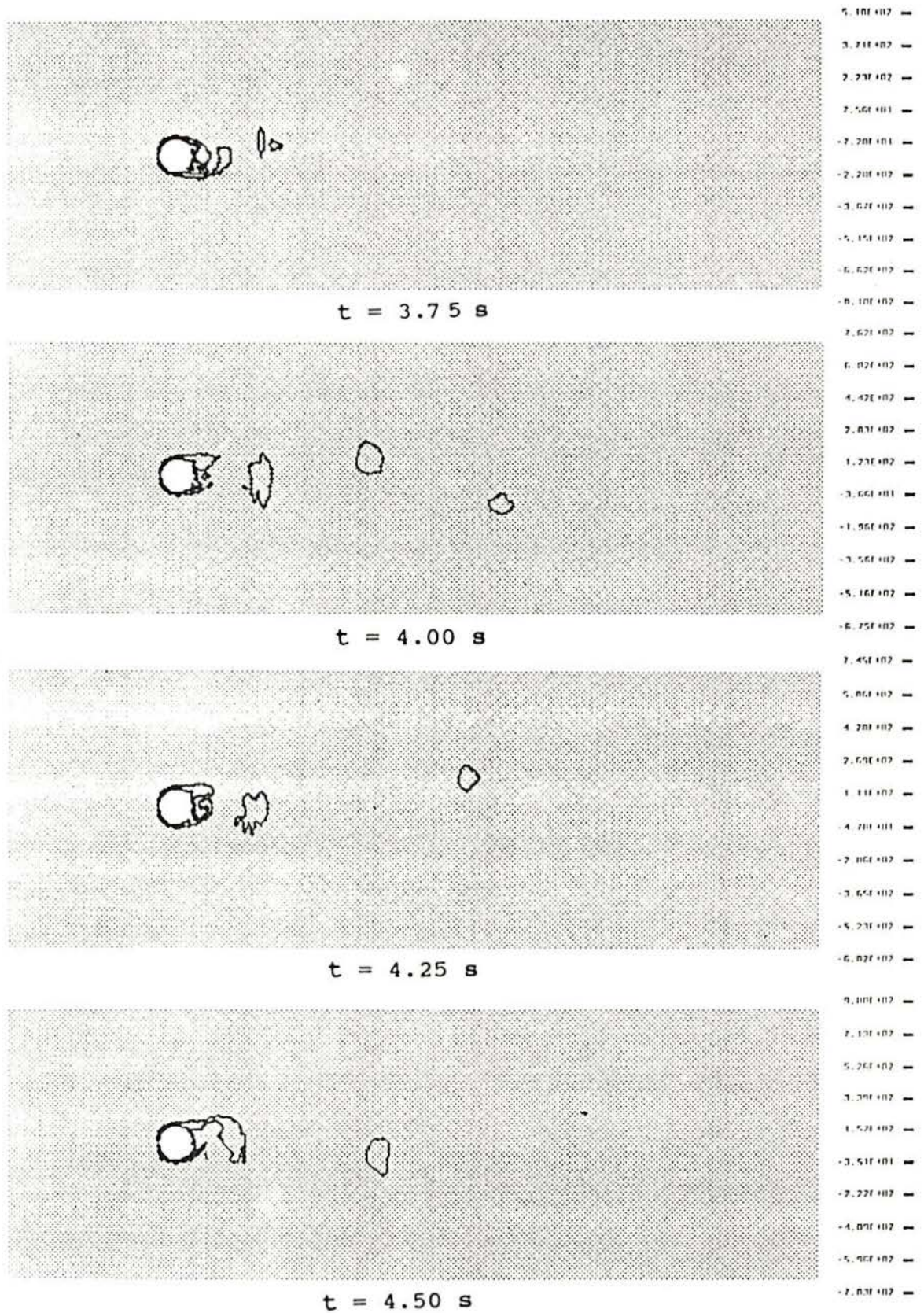


Figura 4.88 - Linhas de isovorticidade do escoamento

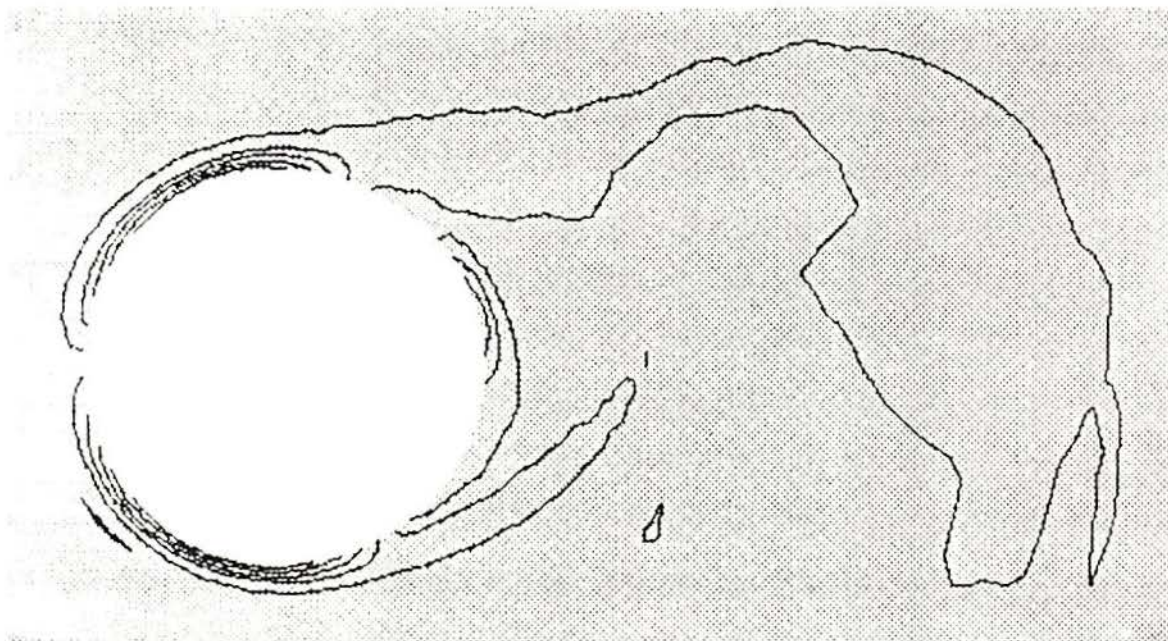


Figura 4.89 - Detalhe das linhas de isovorticidade do escoamento no instante $t = 4.50$ s

Como foi feito na apresentação dos resultados do problema anterior (escoamento em torno de um cilindro fixo), antes de apresentar os gráficos de históricos das variáveis do escoamento é necessário mencionar a localização dos nós onde foram obtidos estes históricos. Deve lembrar-se que a malha utilizada neste problema é semelhante à do problema anterior, mas em escala diferente, já que o diâmetro do cilindro é de 2.82 m e não de 1.00 m. Assim, os nós escolhidos são os seguintes:

- nó 1621: localizado no ponto (15.65, 11.28); é o primeiro nó da malha situado a jusante do cilindro
- nó 1624: localizado no ponto (16.07, 11.28); é o nó localizado a uma distância igual a $D/5$ do contorno do cilindro
- nó 1598: localizado no ponto (23.38, 11.28); é o nó localizado a uma distância igual a $4D$ do centro do cilindro
- nó 1643: localizado no ponto (67.68, 11.28); é o nó localizado no contorno de saída, a uma distância igual a $19D$ do centro do cilindro

Como pode notar-se, novamente foram escolhidos dois nós próximos ao cilindro (1621 e 1624) e dois nós afastados dele (1598 e 1643).

Os históricos correspondentes à velocidade v_1 não são apresentados porque não aportam nenhuma informação significativa com relação aos históricos obtidos no estudo do problema anterior (cilindro fixo), já apresentados.

Nas Figuras 4.90 e 4.91 apresentam-se os históricos da velocidade v_2 nos nós 1621 e 1624. Pode observar-se nestes gráficos que nos instantes iniciais as oscilações são desordenadas, mas depois atingem amplitude e frequência estáveis.

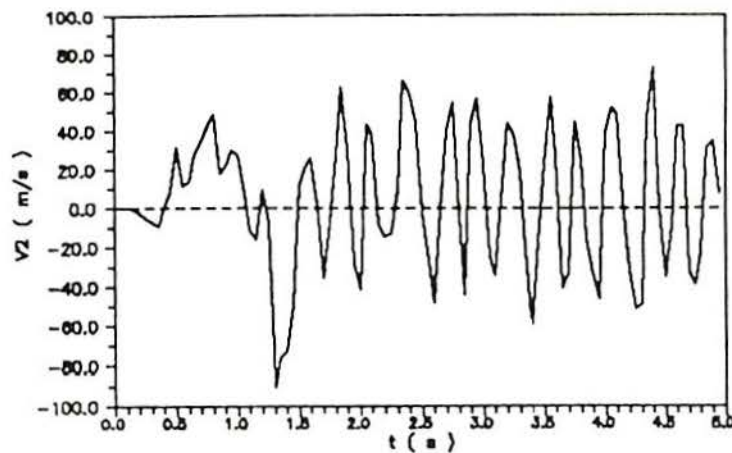


Figura 4.90 - Histórico da velocidade v_2 no nó 1621

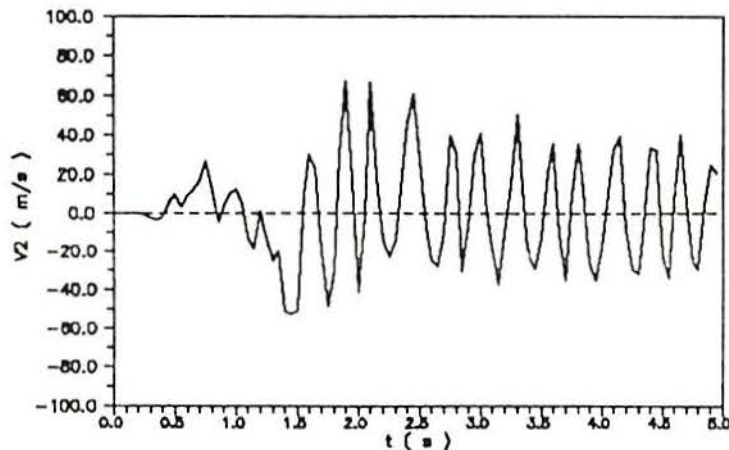


Figura 4.91 - Histórico da velocidade v_2 no nó 1624

Nas Figuras 4.92 e 4.93 apresentam-se os históricos da velocidade v_2 nos nós 1598 e 1643. No último destes gráficos, é possível perceber que os vórtices chegam ao nó 1643 (localizado no contorno de saída do domínio estudado), com pouca quantidade de energia.

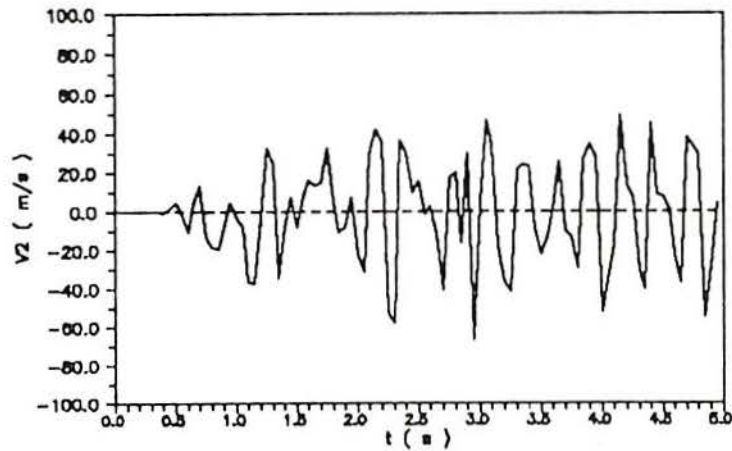


Figura 4.92 - Histórico da velocidade v_2 no nó 1598

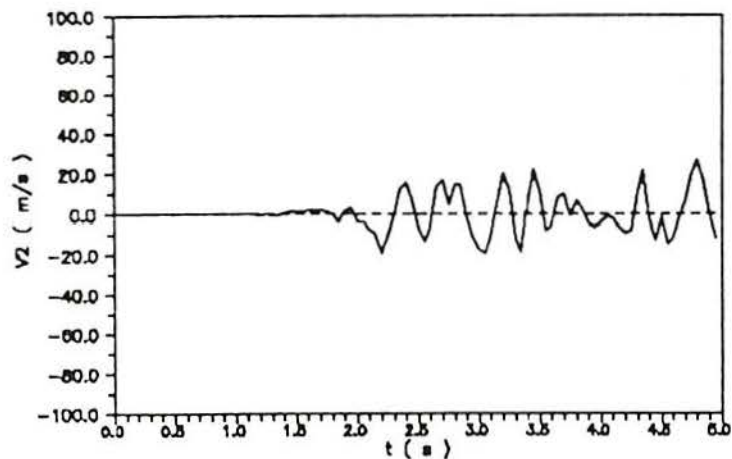


Figura 4.93 - Histórico da velocidade v_2 no nó 1643

A dissipação da energia dos vórtices no caminho que eles percorrem desde seu desprendimento do cilindro até o contorno de saída do domínio que está sendo estudado, pode ser comprovada novamente comparando as Figuras 4.94 e 4.95, que apresentam os históricos da pressão nos nós 1621 e 1643. Nestes gráficos pode notar-se que os valores oscilam em torno de zero (a rigor, como se trata de valores de pressão relativa, eles oscilam em torno do valor da pressão de referência, que é a pressão no contorno de entrada do domínio e que foi arbitrada nula no instante inicial da análise do escoamento). Porém, confirmando a dissipação de energia, pode observar-se que a amplitude das oscilações no nó 1621 é maior que a das oscilações no nó 1643.

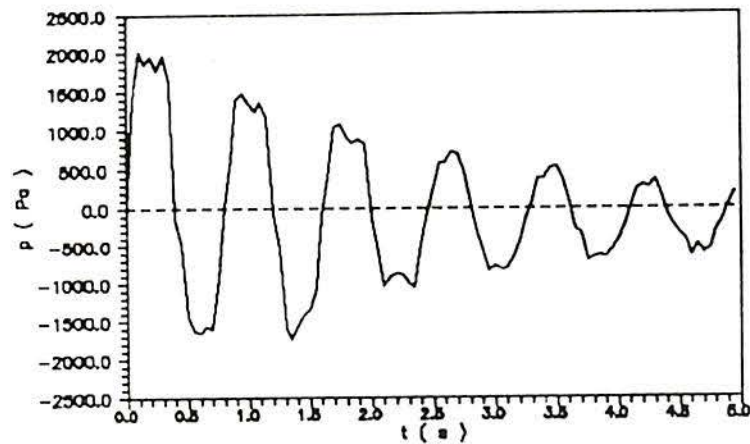


Figura 4.94 - Histórico da pressão p no nó 1621

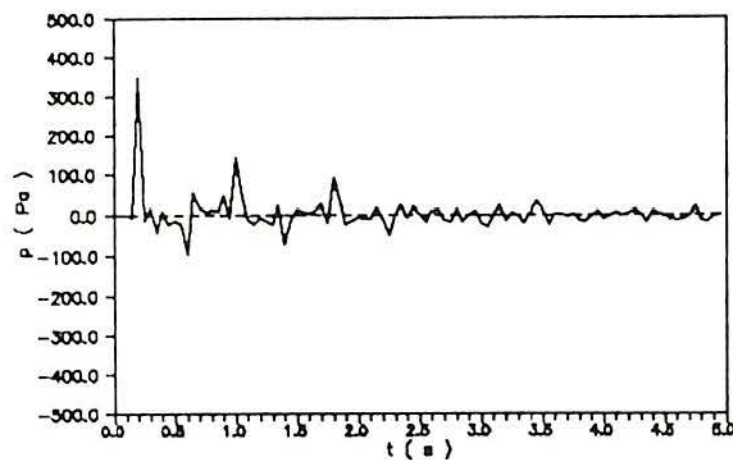


Figura 4.95 - Histórico da pressão p no nó 1643

Como foi feito no estudo do escoamento em torno do cilindro fixo, utilizando as fórmulas apresentadas anteriormente, pode-se calcular em cada instante os coeficientes de sustentação, de arrasto, de momento torçor e de pressão, do cilindro oscilante. Desta forma, obtém-se os históricos destes coeficientes, apresentados a seguir.

Na Figura 4.96 apresenta-se o histórico do coeficiente de sustentação C_L . Pode notar-se que, como podia prever-se, os valores oscilam em torno de zero. Como valor médio obtém-se:

$$C_L \cong 0.00$$

que não difere significativamente do valor obtido por KAWAHARA et alii [25], igual a -0.03 .

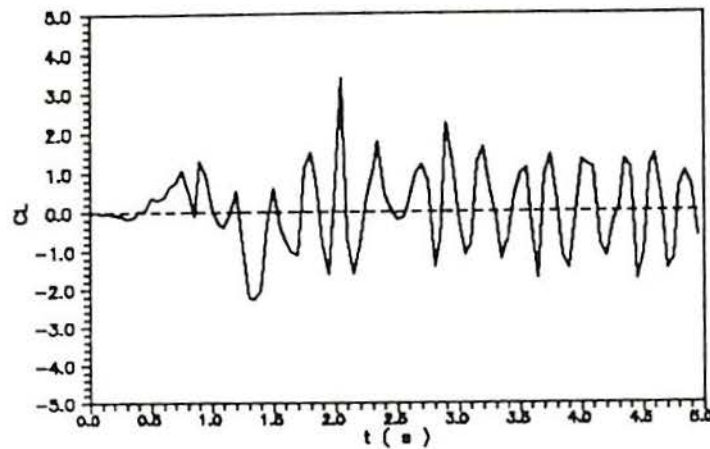


Figura 4.96 - Histórico do coeficiente de sustentação C_L

Na Figura 4.97 apresenta-se o histórico do coeficiente de arrasto C_D , podendo notar-se que os valores oscilam em torno de um valor positivo. Como valor médio obtém-se:

$$C_D = 1.21$$

que é um valor menor que o obtido por KAWAHARA et alii [25], igual a 1.68, e que o obtido por PETRY [36], igual a 1.50 (através de um método numérico diferente do utilizado no presente trabalho). Apesar desta diferença, o valor apresentado é maior que o correspondente ao cilindro fixo e isto coincide com o que se observa em ensaios experimentais. De fato, BLESSMANN [7] menciona como um dos efeitos do movimento do cilindro, o aumento da força de arrasto (e conseqüentemente, do coeficiente de arrasto), porém, não especifica valores.

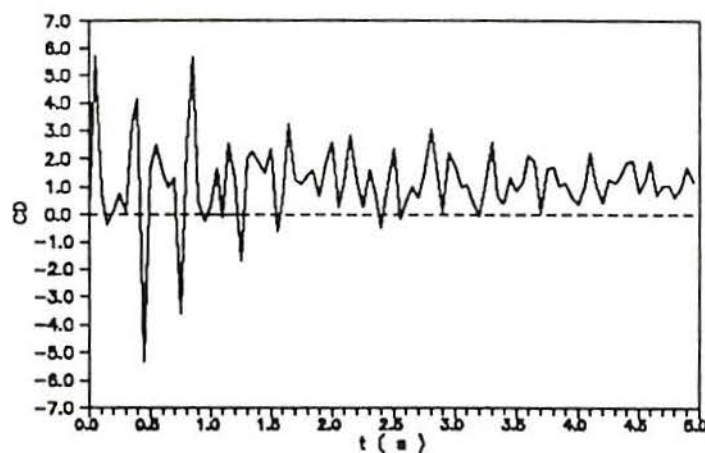


Figura 4.97 - Histórico do coeficiente de arrasto C_D

Na Figura 4.98 apresenta-se o histórico do coeficiente de momento torçor C_M . O gráfico mostra valores pequenos que oscilam em torno de zero, como podia prever-se, pelos mesmos motivos já comentados ao apresentar o histórico do mesmo coeficiente do cilindro fixo. Como valor médio obtém-se:

$$C_M \cong 0.00$$

que confirma o que foi mencionado acima.

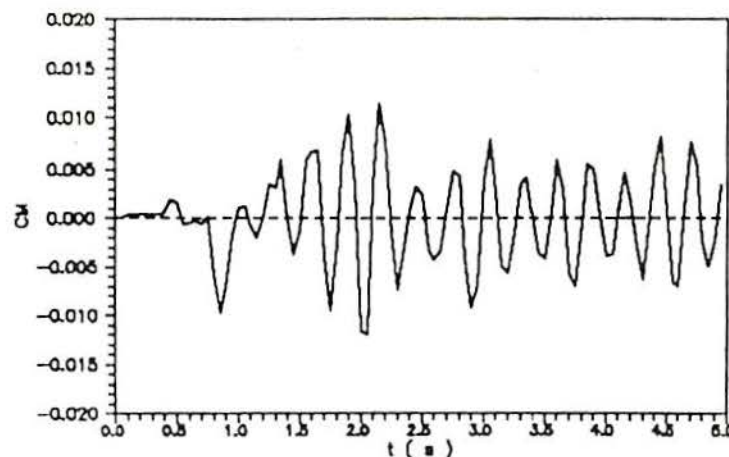
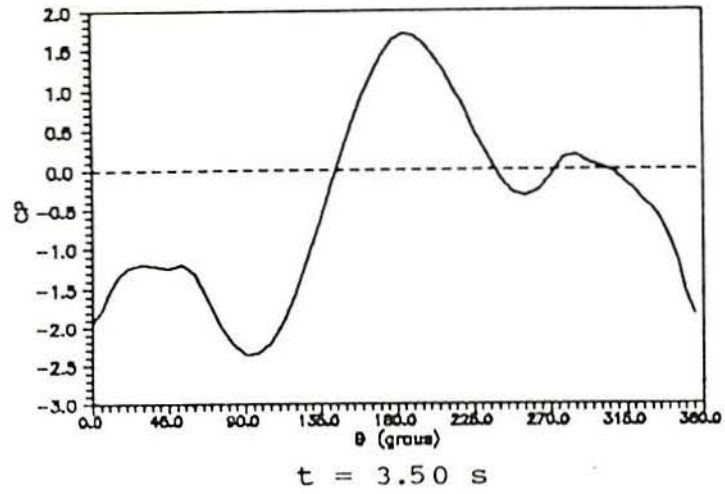
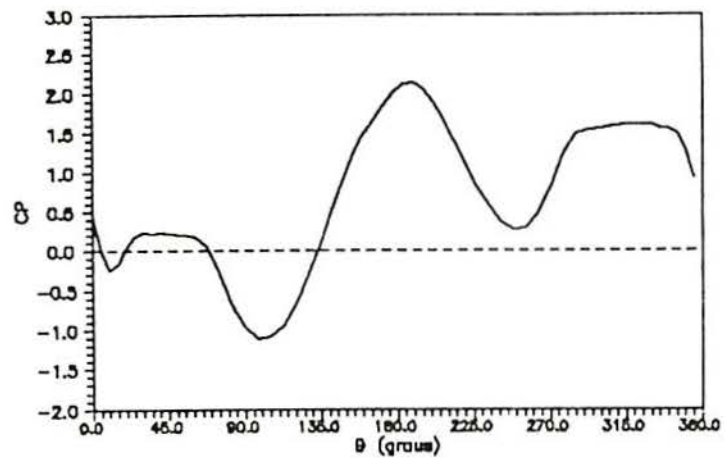


Figura 4.98 - Histórico do coeficiente de momento torçor C_M

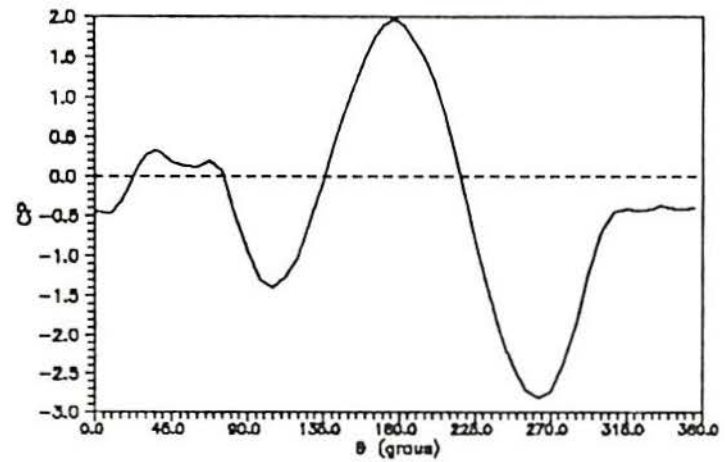
Na Figura 4.99 apresentam-se os perfis dos coeficientes de pressão na superfície do cilindro em três instantes de tempo ($t = 3.50$ s, $t = 4.00$ s e $t = 4.50$ s). Nestes perfis instantâneos podem observar-se os mesmos detalhes já comentados anteriormente, isto é, a alternância dos maiores picos de sucção a ambos os lados do cilindro (revelando o desprendimento de um vórtice, ora de um lado, ora de outro) e a localização destes picos de sucção (revelando os pontos de separação do escoamento). Nota-se porém uma diferença entre estes gráficos e os apresentados na Figura 4.75 (correspondentes ao cilindro fixo): as sobrepressões e as sucções são maiores (em valor absoluto) no caso do cilindro oscilante. O fato de que as sucções sejam maiores pode estar relacionado com o maior conteúdo de energia dos vórtices desprendidos, coincidindo com o que se observa em ensaios experimentais realizados em túneis de vento, já que BLESSMANN [7] menciona como outro efeito do movimento do cilindro, o aumento da energia contida nos vórtices.



$t = 3.50$ s



$t = 4.00$ s



$t = 4.50$ s



Figura 4.99 - Perfis de coeficientes de pressão instantâneos C_p na superfície do cilindro

Como já foi feito no estudo do escoamento em torno do cilindro fixo, a partir dos históricos dos coeficientes de pressão de todos os nós que estão sobre a superfície do cilindro, calcula-se o coeficiente de pressão médio de cada um destes nós e obtém-se o perfil de coeficientes de pressão médios na superfície do cilindro, apresentado na Figura 4.100. Pode notar-se que este gráfico não difere significativamente daquele mostrado na Figura 4.76 (correspondente ao cilindro fixo), o que comprova que os valores instantâneos mostrados nas Figuras 4.75 e 4.99, apesar de ser diferentes, oscilam em torno de valores médios semelhantes.

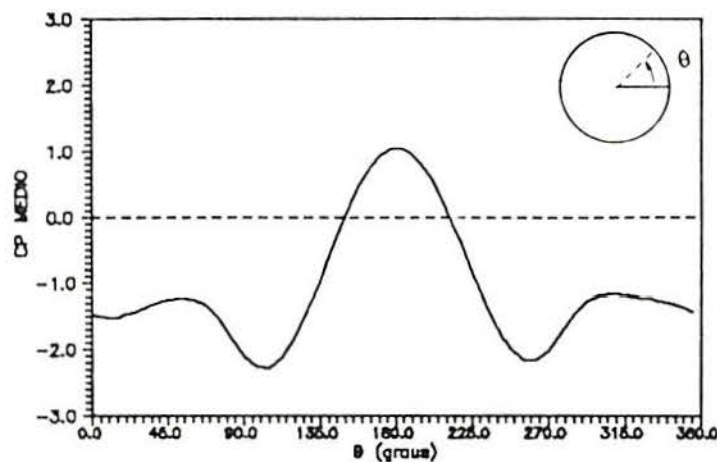


Figura 4.100 - Perfil de coeficientes de pressão médios C_{PM} na superfície do cilindro

A análise dinâmica do cilindro, dentro das limitações impostas pelas hipóteses admitidas inicialmente (apresentadas no segundo capítulo do presente trabalho), fornece os valores dos deslocamentos, velocidades e acelerações do centróide da seção analisada, nas três direções estudadas, em cada instante de tempo. Obtém-se assim os históricos destas variáveis, sendo apresentadas a seguir, os correspondentes à direção x_2 (os históricos das variáveis nas outras direções, devido aos valores adotados para as propriedades do cilindro, não são significativos e portanto, não são apresentados).

Na Figura 4.101 apresenta-se o histórico dos deslocamentos do centróide na direção x_2 . Observa-se neste gráfico, a oscilação do cilindro na direção transversal à direção do

escoamento, devido ao desprendimento de vórtices alternados. Nota-se também que a partir de um determinado instante, as oscilações têm amplitude e frequência estáveis. Coincidindo com os valores obtidos por KAWAHARA et alii [25], observa-se no gráfico que os deslocamentos variam entre os valores extremos ± 0.05 m.

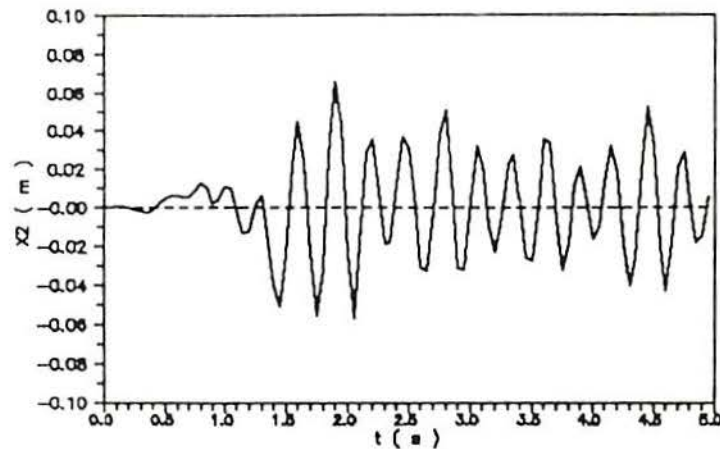


Figura 4.101 - Histórico dos deslocamentos do centróide da seção do cilindro, na direção x_2

Na Figura 4.102 apresenta-se o histórico da velocidade do centróide na direção x_2 . Novamente, nota-se neste gráfico a oscilação do cilindro (com velocidade pequena) na direção transversal à direção do escoamento, devido ao desprendimento de vórtices alternados.

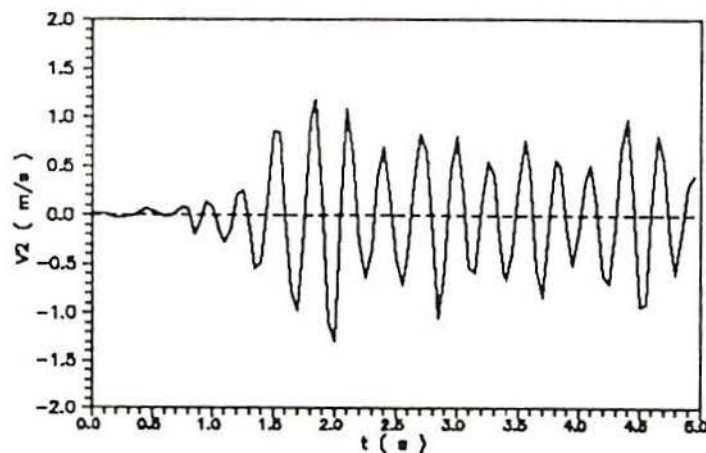


Figura 4.102 - Histórico da velocidade do centróide da seção do cilindro, na direção x_2

Na Figura 4.103 apresenta-se o histórico da aceleração do centróide na direção x_2 . Este gráfico revela, novamente, o surgimento de forças laterais alternadas, devido ao desprendimento de vórtices.

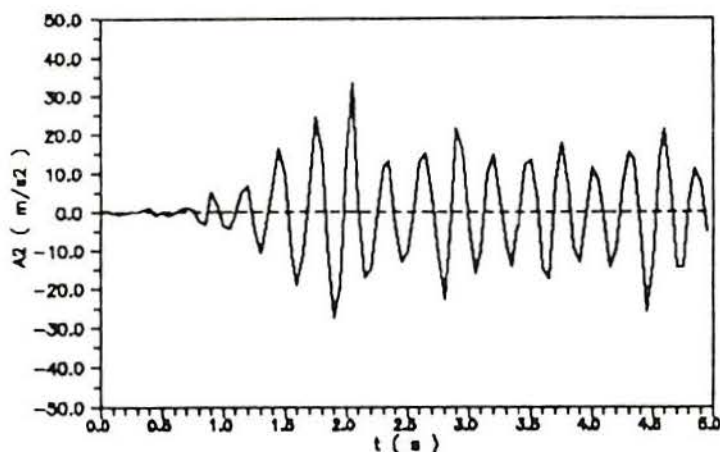


Figura 4.103 - Histórico da aceleração do centróide da seção do cilindro, na direção x_2

A partir dos dados apresentados, é possível calcular o número de Strouhal (St) do escoamento, utilizando as expressões (4.11) e (4.12), detalhadas na apresentação do problema anterior (cilindro fixo).

Utilizando a expressão (4.11), onde

$$D = 2.82 \text{ m}$$

$$V_0 = 42.30 \text{ m / s}$$

e observando o gráfico do histórico do coeficiente de sustentação C_L (Figura 4.96), ou da velocidade v_2 no nó 1621 (Figura 4.90), procedendo como no problema anterior, calcula-se $f_v = 3.50$ pares de vórtices / s

obtendo-se com estes valores

$$St = 0.23$$

Utilizando a expressão (4.12), onde

$$D = 2.82 \text{ m}$$

$$V_0 = 42.30 \text{ m / s}$$

e observando os gráficos dos históricos da velocidade v_2 nos nós 1624 (Figura 4.91) e 1643 (Figura 4.93), e o gráfico das linhas de corrente comuns (Figura 4.84) ou das linhas de corrente relativas (Figura 4.87), procedendo como no problema anterior,

calcula-se

$$V_v = 35.59 \text{ m / s}$$

$$b = 10.77 \text{ m}$$

obtendo-se com estes valores

$$St = 0.22$$

Ambos os valores calculados são superiores ao obtido por KAWAHARA et alii [25], igual a 0.20, e aos valores citados por BLESSMANN [7], igual a 0.20, SCHLICHTING [41] e ZUKAUSKAS [53], iguais a 0.21. Para o mesmo problema, PETRY [36], no trabalho já mencionado, obtém o valor 0.218.

4.3.6.3 - Comentários adicionais

No problema apresentado foi posta a prova a capacidade do programa implementado, de analisar escoamentos com um objeto imerso oscilante (no caso, um cilindro).

Pouco pode ser acrescentado ao que já foi comentado ao analisar o problema anterior (cilindro fixo), com relação à análise do escoamento. Novamente, o programa foi capaz de reproduzir os fenômenos físicos que ocorrem em escoamentos reais (recirculação atrás do cilindro, desprendimento de vórtices alternados e formação da esteira de von Kármán), o que já havia sido verificado no teste anterior.

É possível porém, apresentar alguns comentários novos com relação à análise da estrutura oscilante. Conforme pôde ser verificado na análise dos resultados apresentados, é possível afirmar que no teste realizado, o programa implementado mostrou bom desempenho. Ele foi capaz de reproduzir a oscilação do cilindro na direção transversal à direção do escoamento, e também as diferenças observadas em ensaios experimentais de cilindros oscilantes (quando comparados com ensaios experimentais de cilindros fixos), tais como o aumento da força de arrasto, o aumento do conteúdo de energia dos vórtices e o efeito organizador da oscilação do cilindro sobre o desprendimento de vórtices (BLESSMANN [7]). Este último fenômeno, como já foi comentado antes, pode estar relacionado com as diferenças observadas entre os valores calculados do número de Strouhal para o cilindro fixo e para o cilindro

oscilante. De fato, para o cilindro oscilante estes valores (0.22 e 0.23), calculados a partir de resultados obtidos com o programa implementado, continuam superiores aos valores apresentados nas referências citadas (0.20 e 0.21), porém são apenas de 5 a 15% maiores, e em ambos os casos, são menores que os obtidos para o cilindro fixo (0.25 e 0.27).

5 - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

5.1 - Introdução

A análise dos resultados obtidos nos diversos testes realizados, que foram apresentados no capítulo anterior, e a experiência adquirida no desenvolvimento do trabalho, permitem tirar algumas conclusões e apresentar sugestões com relação ao aperfeiçoamento do programa implementado, à extensão de suas potencialidades e aos futuros trabalhos que podem ser desenvolvidos dentro da mesma linha de pesquisa. A apresentação destas conclusões e sugestões é o objetivo deste capítulo.

5.2 - Conclusões

Considerando os resultados obtidos, pode-se concluir que o objetivo fixado inicialmente foi atingido, isto é, o programa desenvolvido mostrou-se capaz de realizar a simulação de escoamentos bidimensionais isotérmicos de fluidos quase-incompressíveis e das vibrações induzidas em objetos imersos, com a consideração do acoplamento entre ambos.

Com relação à análise do escoamento, deve ser destacado que foi dispendido bastante tempo e esforço até concluir que para o tipo de problema que se desejava abordar, o enfoque misto é o mais adequado. Inicialmente, foi implementado o cálculo das componentes da velocidade e o cálculo da pressão nos nós, obtendo-se fortes oscilações do campo de pressões. Para superar este inconveniente, foi implementada a "suavização" das pressões descrita por LOHNER et alii [32], PERAIRE et alii [35] e MORGAN et alii [33], obtendo-se então resultados muito amortecidos. Todos estes problemas somente foram contornados com a implementação do cálculo da pressão no centro do elemento. Por

outro lado, o método explícito utilizado na análise do escoamento apresentou bom desempenho até números de Reynolds em torno de 10000; para valores superiores o desempenho depende da escolha adequada do coeficiente de viscosidade volumétrica λ (!), sendo que esta dependência não foi suficientemente pesquisada por exigências relativas ao tempo de conclusão do trabalho.

Com relação à análise da estrutura, pouco pode ser dito do método de Newmark, pois se trata de um método já consagrado na dinâmica estrutural, e que, como era esperado, nos testes realizados apresentou bom desempenho na análise das vibrações induzidas pelo escoamento na estrutura imersa.

Com relação ao esquema de acoplamento do fluido com a estrutura, pode-se concluir que ele é adequado para os casos em que podem ser aplicadas as hipóteses admitidas no presente trabalho, isto é, estrutura com movimento de corpo rígido, pequenos deslocamentos, vinculações elásticas, etc. Em casos em que isto não ocorre, outros esquemas de acoplamento, mais sofisticados, devem ser implementados.

5.3 - Recomendações

Embora o presente trabalho tenha demandado um esforço considerável, muito ainda pode ser feito com o objetivo de tornar o modelo implementado mais adequado para o tratamento de problemas reais. A seguir, são comentados alguns aspectos do trabalho desenvolvido e apresentadas algumas recomendações que podem ser observadas no aperfeiçoamento do programa implementado e em futuros trabalhos que abordem problemas semelhantes aos que aqui foram abordados.

Como tarefa inicial para a continuidade do trabalho realizado, deve ser destacada a necessidade de otimizar o programa desenvolvido e adaptá-lo para sua utilização no CRAY-YMP-2E da U.F.R.G.S., com o objetivo de aproveitar os recursos de vetorização e paralelização disponíveis, e diminuir assim o tempo de processamento necessário para qualquer teste. Este aspecto (tempo de processamento), é de importância fundamental, já que a abrangência de qualquer trabalho futuro

estará sempre na dependência direta do tempo de processamento necessário para a realização de testes.

Embora no presente trabalho tenham sido estudados apenas escoamentos com um corpo imerso de cada vez (um cilindro), deve ser salientado que o programa é capaz de tratar escoamentos com vários corpos imersos simultaneamente. Limitações relativas ao tempo de conclusão do trabalho impediram porém a realização de testes com este tipo de problemas. Em trabalhos posteriores recomenda-se portanto, abordar o estudo de escoamentos com dois ou mais corpos imersos e da influência da posição relativa entre estes corpos no escoamento que se desenvolve em torno deles e nos coeficientes de arrasto, de sustentação, de momento e de pressão.

Recomenda-se também aprofundar o estudo da dependência que foi observada entre a qualidade dos resultados obtidos e o coeficiente de viscosidade volumétrica λ , para números de Reynolds iguais ou superiores a 10000. Como já foi observado antes, este coeficiente tem sido objeto de discussão de vários pesquisadores, e no presente trabalho, a adoção de valores não nulos resultou na eliminação de oscilações no campo de velocidades, que apareciam no estudo da cavidade com número de Reynolds igual a 10000.

Uma forma de incrementar as potencialidades do programa desenvolvido é a implementação da equação da conservação da energia, o que permitirá tratar problemas com escoamentos não isotérmicos. Deve ser destacado que pela forma em que foi estruturado o programa, esta tarefa não será difícil e não demandará muito tempo.

Deve ser recomendada também a implementação de malhas móveis, pois isto permitirá abordar problemas onde aparecem grandes oscilações do corpo imerso, o que atualmente não é possível devido à limitação imposta pela malha fixa da descrição Euleriana.

Sugere-se ainda como continuidade ao presente trabalho, a introdução de um modelo de turbulência, já que apenas isto possibilitará a simulação de escoamentos com números de Reynolds elevados.

Deve ser planejada ainda a substituição do modelo

simplificado utilizado para descrever o movimento da estrutura, por outro mais sofisticado que permita modelar estruturas flexíveis.

Considerando que atualmente já se dispõe dos recursos computacionais que a tarefa requer, sugere-se também a implementação de um modelo tridimensional, estruturado de tal forma que a ele possam ser adicionadas, sucessivamente, todas as potencialidades que o atual modelo possui e também todas as que foram citadas anteriormente.

Para finalizar, sugere-se que independentemente do estágio em que se encontre o modelo, no atual ou após o incremento de novas capacidades, ele seja sempre validado a partir de casos testados experimentalmente em laboratórios. Após isto, recomenda-se ainda uma contínua avaliação do seu desempenho a partir da sua utilização na análise de problemas reais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 - ARGYRIS, J.; St. DOLTSINIS, I. & FRIZ, H. Hermes space shuttle: exploration of reentry aerodynamics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 73, :1-51, 1989.
- 2 - ARGYRIS, J.; St. DOLTSINIS, I. & FRIZ, H. Studies on computational reentry aerodynamics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 81, :257-89, 1990.
- 3 - BATHE, K. J. & WILSON, E. *Numerical Methods in Finite Element Analysis*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1976, 528 p.
- 4 - BELYTSCHKO, T. & KENNEDY, J. M. Computer models for subassembly simulations. *Nuclear Engineering and Design*, 49, :17-38, 1978.
- 5 - BELYTSCHKO, T. & MULLEN, R. Coupled quasi-eulerian fluid-structure analysis. In T. Kawaf *Finite Element in Flow Analysis*. Tokio University Press, 1982.
- 6 - BLESSMANN, J. *Aerodinâmica das construções*. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1983.
- 7 - BLESSMANN, J. *Vibrações por desprendimento de vórtices*. Caderno de Engenharia CE-39. Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1990, 52 p.
- 8 - BLESSMANN, J. *Instabilidade aerodinâmica por galope*. Caderno de Engenharia CE-34. Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1990, 41 p.
- 9 - BROOKS, A. N. & HUGHES, T. J. R. Stramline upwind / Petrov-Galerkin formulations for convection dominated flows with particular emphasis on the incompressible Navier-Stokes equations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 32, :199-259, 1982.

- 10 - CAREY, G. F. & ODEN, J. T. Finite Elements: Fluid Dynamics. In: BECKER, E. B. ; CAREY, G. F. & ODEN, J. T. Finite Elements, 6. Englewood Cliffs, N. J., Prentice-Hall, 1984.
- 11 - CHUNG, T. J. Finite Element Analysis in Fluid Dynamics. New York, Mc Graw-Hill, 1978, 378 p.
- 12 - DONEA, J.; GIULIANI, S.; LAVAL, H. & QUARTAPELLE, L. Finite element solution of the unsteady Navier-Stokes equations by a fractional-step method. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 30, :53-73, 1982.
- 13 - DONEA, J.; GIULIANI, S. & HALLEUX, J. P. An arbitrary Lagrangian-Eulerian finite element method for transient dynamic fluid-structure interactions. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 33, :680-723, 1982.
- 14 - DONEA, J.; GIULIANI, S.; LAVAL, H. & QUARTAPELLE, L. Time-accurate solution of advection-diffusion problems by finite elements. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 45, :123-45, 1984.
- 15 - DONEA, J. A Taylor-Galerkin Method for Convective Transport Problems. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 20, :101-19, 1984.
- 16 - DUROCHER, L. L. & GASPER, A. A versatile two-dimensional mesh generator with automatic bandwidth reduction. Computer and Structures, 10, :561-75, 1979.
- 17 - GARTLING, D. K. ; NICKELL, R. E. & TANNER, R. J. A Finite element convergence study for accelerating flow problems. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 11, :1155-74, 1977.
- 18 - GROEHS, A. G. & SANTOS, M. I. G. GAELI - Gerador e Analisador de Estruturas Lineares. Partes 1 e 2. Versão 03/90. Porto Alegre, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1990.
- 19 - HEINRICH, J. C.; HUYEKORN, P. S.; ZIENKIEWICZ, O. C. & MITCHELL, A. R. An "upwind" finite element scheme for two dimensional convective transport equation. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 11, :131-43, 1977.

- 20 - HIRANO, H.; HARA, H. & KAWAHARA, M. Two step explicit finite element method for high Reynolds number viscous fluid flow. **Finite Element Flow Analysis**. University of Tokyo Press, Tokyo, 1982.
- 21 - HUGHES, T. J. R.; LIU, W. K. & ZIMMERMANN, T. K. Lagrangian- Eulerian finite element formulation for incompressible viscous flows. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, 29, :329-49, 1981.
- 22 - HUGHES, T. J. R. **The Finite Element Method. Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis**. Englewood Cliffs, N. J., Prentice-Hall, 1987, 803 p.
- 23 - KAWAHARA, M.; HIRANO, H. & TSUBOTA, K. Seletive lumping finite element method for shallow water flow. **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, 2, :89-112, 1982.
- 24 - KAWAHARA, M. & HIRANO, H. A finite element method for high Reynolds number viscous fluid flow using two step explicit scheme. **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, 3, :137-63, 1983.
- 25 - KAWAHARA, M.; HIRANO, H. & KODAMA, T. Two-step explicit finite element method for high Reynolds number flow passed through oscillating body. **Finite Elements in Fluids**, 5, :227-62, 1984.
- 26 - KELLY, D. W.; MAKAZAWA, S.; ZIENKIEWICZ, O. C. & HEINRICH, J. C. A note on anisotropic balancing dissipation in finite element approximation to convective diffusion problems. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, 15, :1705-11, 1980.
- 27 - LANGE, C. **Simulação de Escoamentos Incompressíveis Não Isotérmicos pelo Método dos Elementos Finitos com Função de Penalidade**. Porto Alegre, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1992, 123 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia).
- 28 - LAVAL, H. & QUARTAPELLE, L. A fractional-step Taylor-Galerkin method for unsteady incompressible flows. **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, 11, :501-13, 1990.

- 29 - LIU, W. K. & MA, D. C. Computer implementation aspects for fluid-structure interaction problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 31, :129-48, 1982.
- 30 - LIU, W. K. & GVILDYS, J. Fluid-structure interaction of tanks with eccentric core barrel. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 58, :51-77, 1986.
- 31 - LIU, Y. & CHEN, K. More findings in using the program "A versatile two-dimensional mesh generator with automatic bandwidth reduction". *Computer and Structures*, 32, :145-47, 1989.
- 32 - LOHNER, R.; MORGAN, K. & ZIENKIEWICZ, O. C. The solution of non-linear hiperbolic equation systems by the finite element method. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 4, :1043-63, 1984.
- 33 - MORGAN, K.; PERAIRE, J.; PEIRO, J. & HASSAN, O. The computation of three-dimensional flows using unstructured grids. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 87, :335-52, 1991.
- 34 - NALLASAMY, M. & PRASAD, K. K. On cavity flow at high Reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 79, :391-414, 1977.
- 35 - PERAIRE, J. ; PEIRO, J. ; FORMAGGIA, L. ; MORGAN, K. & ZIENKIEWICZ, O. C. Finite element Euler computations in three dimensions. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 26, :2135-59, 1988.
- 36 - PETRY, A. P. *Análise de Problemas de Interação Fluido-Estrutura pelo Método dos Elementos Finitos*. Porto Alegre, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1993, 123 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia).
- 37 - PORTELLA, P. E. *Equações de Navier-Stokes pelo Método dos Elementos Finitos*. Porto Alegre, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1984, 91 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia).
- 38 - REDDY, J. N. On penalty function methods in the finite element analysis of flow problems. *International Journal*

- for Numerical Methods in Fluids, 2, :151-71, 1982.
- 39 - REDDY, J. N. An Introduction to the Finite Element Method. New York, Mc Graw-Hill, 1984, 495 p.
- 40 - SACHS, P. Wind Forces in Engineering. Oxford, Pergamon Press, 1978, 400 p.
- 41 - SCHLICHTING, H. Boundary Layer Teory. 7a ed. New York, Mc-Graw-Hill, 1979, 815 p.
- 42 - SCHREIBER, R. & KELLER, H. B. Driven cavity flows by efficient numerical techniques. Journal of Computational Physics, 49, :310-33, 1983.
- 43 - SHAY, W. A. Development of a second order approximation for the Navier-Stokes equations. Computer & Fluids, 9, :279-98, 1981.
- 44 - SIMIU, E. & SCANLAN, R.H. Wind Effects on Structures. An Introduction to Wind Engineering. New York, John Wiley, 1978, 589 p.
- 45 - TEZDUYAR, T. E.; BEHR, M.; LIOU, J. & SHIH, R. Vorticity-stream function formulation of unsteady incompressible flow past a cylinder: sensitivity of the computed flow field to the location of the outflow boundary. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 12, :323-42, 1991.
- 46 - THOMSON, W. T. Teoria da Vibração com Aplicações. Rio de Janeiro, Interciência, 1978, 470 p.
- 47 - VALLENTINE, H. R. Applied Hydrodynamics. SI Edition. London, Butterworths, 1969, 296 p.
- 48 - WHITE, F. M. Viscous Fluid Flow. New York, Mc Graw-Hill, 1974, 725 p.
- 49 - ZIENKIEWICZ, O. C. & CHEUNG, J. K. Finite element method in the solution of field problems. The Engineer, 24, :507-10, 1965.
- 50 - ZIENKIEWICZ, O. C. & BETTES, P. Fluid-structure dynamic interaction and wave forces. An introduction to numerical treatment. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 13, :1-16, 1978.
- 51 - ZIENKIEWICZ, O. C. & MORGAN, K. Finite Element and Approximation. New York, John Wiley & Sons, 1983, 328 p.
- 52 - ZIENKIEWICZ, O. C. & TAYLOR, R. L. The Finite Element

- Method, 4th ed. London, Mc Graw-Hill, 1989, 648 p.
- 53 - ZUKAUSKAS, A. Heat transfer from tubes in crossflow.
Advances in Heat Transfer, 8, :93-160, 1972.