VOZES DIVERSAS DIFERENTES SABERES

SALÃO DE INICIACAO CIENTIFICA XXX SIC

15 A 19 OUTUBRO CAMPUS DO VALE

UFRGS PROPESQ

QUADRATURAS NUMÉRICAS PARA INTEGRAÇÃO NA ESFERA UNITÁRIA

Josadaque da Silva Nenê[1]
Liliane Basso Barichello[2]

1. Bacharelado em Matemática Aplicada e Computacional, UFRGS
2. Instituto de Matemática e Estatística, UFRGS

INTRODUÇÃO

O estudo de esquemas de integração numérica é tópico de grande interesse em pesquisas de matemática aplicada. Uma importante aplicação se refere, por exemplo, ao método das ordenadas discretas para a solução da equação de transporte de nêutrons e radiação [1].

Neste trabalho, são introduzidos dois esquemas de quadraturas multidimensionais para integrações na esfera unitária: Legendre-Chebyshev Quadrangular (P_NT_N) e Legendre-Chebyshev Triangular ($P_NT_NS_N$) [2, 3].

Em comparação ao esquema clássico de Nível Simétrico (LQ_N), no qual pesos negativos são gerados a partir da ordem de quadratura $N > 20$, tal restrição é suprimida nestes esquemas, possibilitando a descrição de um número maior de direções por octante da esfera unitária. [3].

DESENVOLVIMENTO

As quadraturas multidimensionais P_NT_N e $P_NT_NS_N$ são quadraturas desenvolvidas a partir das quadraturas unidimensionais de Gauss-Legendre e de Chebyshev. Descrevendo a direção da partícula através de um ângulo polar θ e um ângulo azimutal φ, utilizamos a quadratura de Gauss-Legendre para aproximar a integração referente ao ângulo polar θ e a quadratura de Chebyshev para aproximar a integração referente ao ângulo azimutal φ [2, 3].

Os dois esquemas se diferenciam pela forma como são combinados os graus das quadraturas unidimensionais utilizadas, bem como a escolha dos pesos. Com isso a quadratura P_NT_N assume um padrão quadrangular, enquanto a quadratura $P_NT_NS_N$ assume um padrão triangular de disposição das direções na esfera unitária, conforme figura abaixo [2, 3].

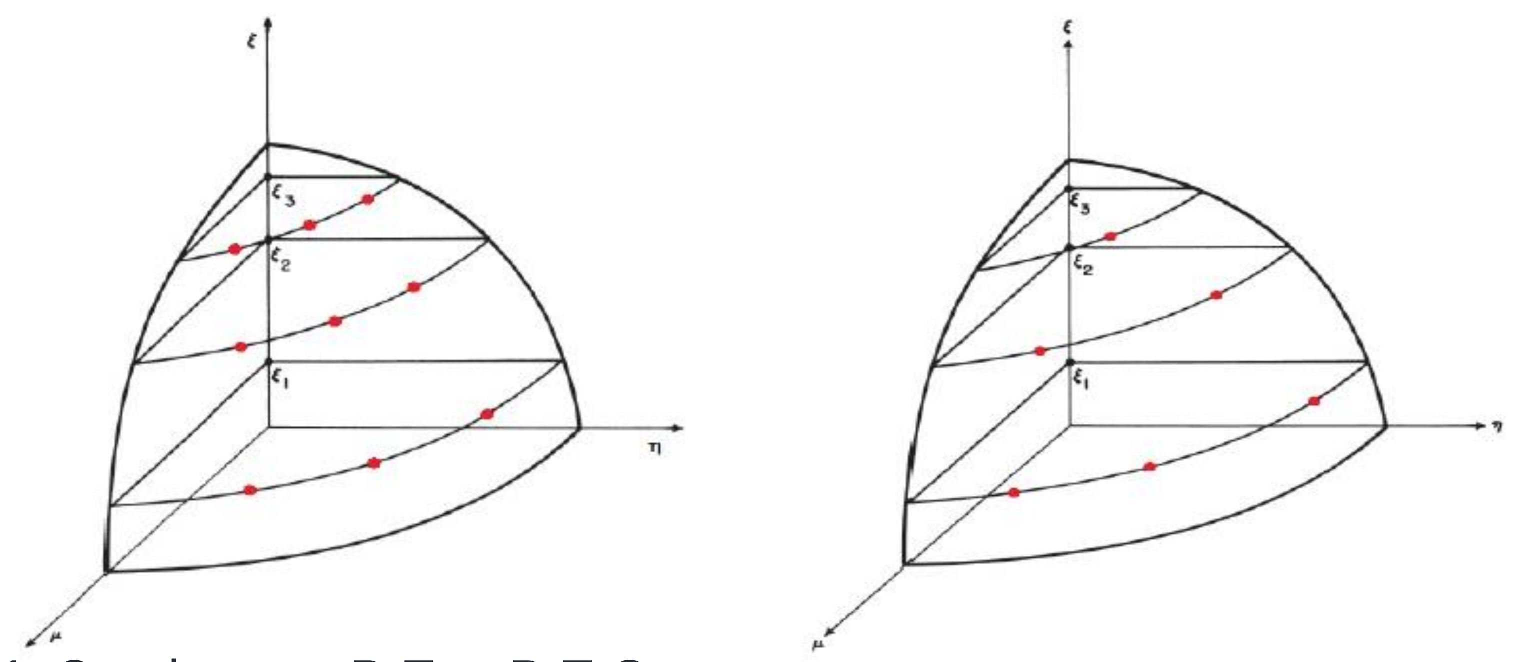

Figura 1: Quadraturas P_6T_6 e $P_6T_6S_6$
Fonte: Tres, 2015.

Na quadratura P_NT_N, as ordens da quadratura de Gauss-Legendre e Chebyshev utilizadas necessitam ser iguais. Por sua vez, na quadratura $P_NT_NS_N$, definidos os ξ_i níveis polares para uma certa ordem de quadratura N, a discretização da variável azimutal é feita de forma que, para o primeiro nível polar (ξ_1) é utilizada a quadratura de Chebyshev de ordem N; no segundo nível polar (ξ_2) é utilizada a quadratura de Chebyshev de ordem $N-2$; no i-ésimo nível polar, é utilizada a quadratura de Chebyshev de ordem $N-2i+2$.

Os pesos são determinados em relação aos pesos ω_i da quadratura de Gauss-Legendre, como [4]

$$W_{i,j} = \frac{\omega_i}{N},\ j = 1,\dots,N \text{ e } i = 1,\dots,\frac{N}{2},$$

para a quadratura P_NT_N , e

$$W_{i,j} = \frac{\omega_i}{N-2i+2}, j = 1,\dots,N-2i+2 \text{ e } i = 1,\dots,\frac{N}{2},$$

para a quadratura $P_NT_NS_N$, com ω_i o peso de Gauss-Legendre associado a ξ_i.

RESULTADOS

Foram estudados aspectos teóricos fundamentais para entendimento e uso dos esquemas de quadraturas numéricas multidimensionais P_NT_N e $P_NT_NS_N$. Também foi implementado código para geração de nós e pesos destes esquemas em linguagem *Fortran 95*.

A forma como as distribuições dos nós unidimensionais são escolhidos para descrever as variáveis polar e azimutal geram uma associação de ordem de quadratura com um número de direções por ela descritas em um octante da esfera unitária. Assim, na quadratura P_NT_N, para ordem N são geradas o total de $M = N^2/4$ direções discretas por octante. Por sua vez, na quadratura $P_NT_NS_N$, para uma ordem N, são geradas o total de $M = N(N+2)/8$ direções discretas por octante.

A aplicação das quadraturas P_NT_N e $P_NT_NS_N$ em problemas bidimensionais se dá a partir da projeção das direções discretas no plano x-y.

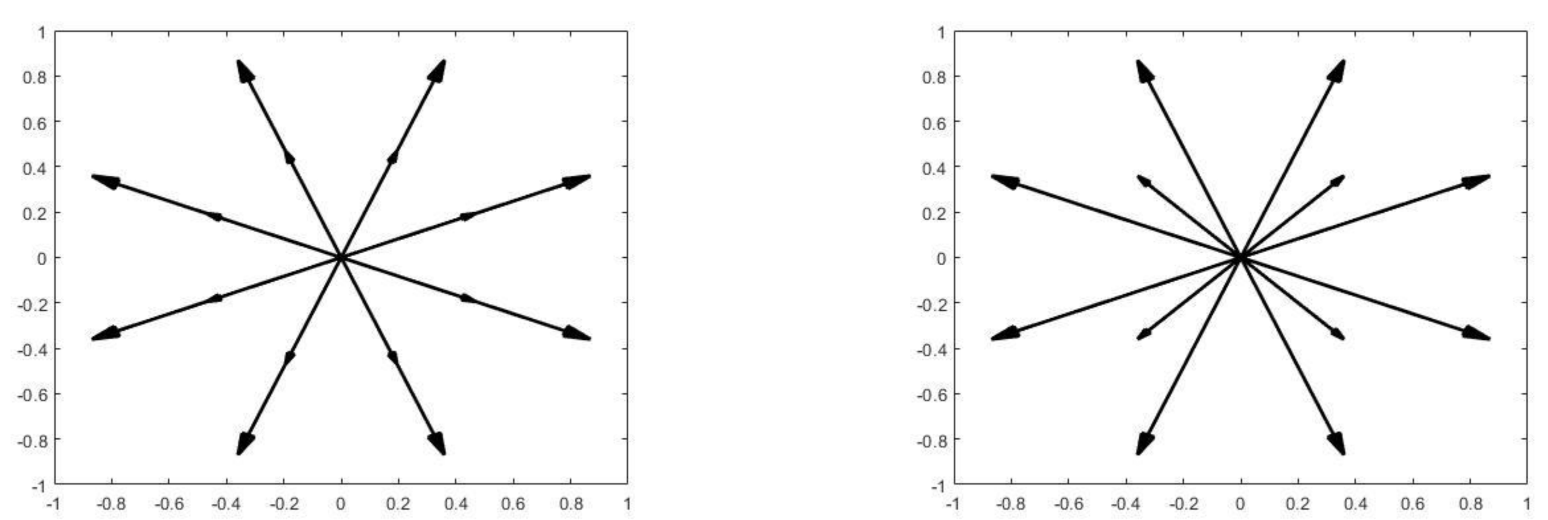

Figura 2: Quadraturas P_4T_4 e $P_4T_4S_4$ para o caso bidimensional

CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Como continuidade, será estudado o esquema de quadratura *Quadruple Range* (*QR*) para uso na solução de problemas bidimensionais de transporte de partículas.

Além disso, a questão da precisão envolvida na utilização de cada esquema na integração é tópico de estudo atual.

REFERÊNCIAS

[1] BARICHELLO, L. B.. Explicit Formulations for Radiative Transfer Problems. In: Helcio R B Orlande;Olivier Fudyin;Denis Maillet;Renato M Cotta. (Org.). **Thermal Measurements and Inverse Techniques**. Boca Raton: CRC Press, 2011, v. , p. 541-562.
[2] CACUCI, D. G. **Handbook of Nuclear Engineering**. Springer Science & Business Media, 2010.
[3] TRES, A. **Análise de esquemas de aproximações para a equação de transporte bidimensional em ordenadas discretas via formulações nodais**. Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Instituto de Matemática. Programa de Pós-Graduação em Matemática Aplicada, 2015.