

SOBRE O NOVO MODELO DO GEOPOTENCIAL EGM2008

Sérgio Florêncio de Souza¹, Marcelo Tomio Matsuoka¹, Jussyer J. Götz², Tiago C. Severo²

¹ *Laboratório de Pesquisas em Geodésia (LAGEO), Instituto de Geociências, Departamento de Geodésia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS. {sergio.florencio@ufrgs.br; tomiomatsuoka@gmail.com; tiago.severo@gmail.com; jussyer.gotz@gmail.com }*

² *Bolsistas de Iniciação Científica (BIC-UFRGS e I.C. Voluntário), Laboratório de Pesquisas em Geodésia (LAGEO), Instituto de Geociências, Departamento de Geodésia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS. {Tiago.severo@gmail.com; jussyer.gotz@gmail.com }*

RESUMO: A determinação do campo de gravidade tem provado ser uma tarefa formidável. Atualmente, os dados coletados a partir de uma dezena de satélites são utilizados para determinar o campo de gravidade da Terra, que contém informações importantes para o conhecimento da forma, da estrutura e dos processos dinâmicos que ocorrem no interior do planeta. Nos últimos anos, os satélites artificiais, o desenvolvimento de novos algoritmos e a evolução da informática, possibilitaram o processamento dessas informações com extraordinária rapidez, e estão alterando a coleta e a integração de dados geodésicos, permitindo ampliar a resolução e a escala da representação do campo de gravidade. Atualmente, esses integram os sistemas de referência geodésicos e vem sendo usados como esferóides combinados com dados locais para a representação do campo de gravidade anômalo de alta resolução. A eficiência desses modelos depende da técnica e dos dados utilizados no cálculo dos coeficientes. A comunidade científica aguardava a substituição do modelo do geopotencial *Earth Gravitational Model 1996 (EGM96)*, que contém coeficientes do potencial gravitacional expresso em harmônicos esféricos até o grau e ordem 360, o que significa uma resolução espacial de 30 minutos de arco. Em razão dos dados provenientes, principalmente, das missões CHAMP (*CHALLENGING Minisatellite Payload*), e GRACE (*Gravity Recovery and Climate Experiment*), que foi possível o conhecimento do comportamento do campo de gravidade com maior resolução e exatidão. Permitindo assim, o lançamento de uma dezena de modelos do geopotencial a partir dos dados coletados dessas missões. Entre eles, está o modelo geopotencial *Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008)*, divulgado na última Assembléia Geral da União Européia de Geociências em 2008 (*European Geosciences Union - General Assembly 2008*), ocorrida em Viena na Áustria. O EGM2008 contém coeficientes do potencial gravitacional expresso em harmônicos esféricos até o grau 2160, o que significa uma resolução espacial aproximada de 5' minutos de arco.

Palavra-chave: Modelo Geopotencial, EGM2008

1. INTRODUÇÃO

O conhecimento do potencial gravitacional da Terra, em escala global e com alta resolução, é um pré-requisito fundamental para várias pesquisas nas áreas da Geodésia, Oceanografia, Geofísica, entre outras. Nos últimos 40 anos, o contínuo refinamento da base teórica, em paralelo com o desenvolvimento dos recursos computacionais, contribuíram para o desenvolvimento de modelos harmônicos esféricos do grau 8 na década de 40 para o grau 360 no século passado, até 2190 ou maiores nos dias atuais. Dois avanços em particular merecem destaque na qualidade dos modelos geopotenciais: o desenvolvimento de satélites artificiais e a contribuição dos satélites de radar altimétricos. Há inúmeros usos para os coeficientes dos modelos geopotenciais de alto grau, por exemplo, eles podem ser usados para fornecer valores de referência para análises regionais e locais na determinação de geóide.

Os modelos geopotenciais, conjuntos de coeficientes do potencial anômalo desenvolvido em

harmônicos esféricos, são determinados pela integração de dados obtidos por uma grande variedade de instrumentos e técnicas observacionais. Atualmente, os modelos digitais geopotencial integram os sistemas de referência geodésicos e são usados rotineiramente como esferóides para a representação do campo de gravidade anômalo de alta resolução. Como a distribuição geográfica dos dados gravimétricos existentes para a determinação dos coeficientes melhorou significativamente em termos globais, nesses últimos anos, devido em grande parte as missões de satélites artificiais; os modelos geopotenciais de alto grau tornaram-se mais eficientes na representação do campo de gravidade anômalo sobre toda a superfície terrestre.

Mesmo assim, para o correto uso de um modelo de alto grau, sobretudo em regiões ainda carentes de dados gravimétricos, como é o caso do Brasil, é necessário avaliar a sua real eficiência (Sá, 1988; Sá, 1993; Sá e Molina, 1995; Molina, 1999, Souza e Sá, 2000).

2 REPRESENTAÇÕES EM HARMÔNICOS ESFÉRICOS DO CAMPO DE GRAVIDADE

Cabe tecer algumas considerações teóricas a respeito da representação do campo de gravidade em harmônicos esféricos. As variações do campo geopotencial em relação ao campo esferopotencial, pode ser descrita da seguinte forma: O potencial anômalo (T) é representado como a diferença entre o geopotencial ($W(r, \theta, \lambda)$) e o esferopotencial ($U(r, \theta, \lambda)$) no mesmo ponto.

$$T(r, \theta, \lambda) = W(r, \theta, \lambda) - U(r, \theta, \lambda) \quad (01)$$

O primeiro termo da expressão (01) representa o potencial gravitacional da Terra real, dado por (Heiskanen & Moritz, 1967).

$$W(r, \phi, \lambda) = \left(\frac{GM}{r} \right) \left[1 + \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \right] \bar{P}_{nm}(\sin \phi) \quad (02)$$

onde r, ϕ, λ são as coordenadas geocêntricas, GM é a constante gravitacional geocêntrica, a é o raio equatorial médio, \bar{C}_{nm} e \bar{S}_{nm} são coeficientes totalmente normalizados e \bar{P}_{nm} é o polinômio de Legendre, totalmente normalizado, de grau n e ordem m .

O segundo termo da expressão (01) representa o potencial gravitacional da Terra normal.

$$U(r, \theta, \lambda) = \left(\frac{GM}{r} \right) \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^{2n} \bar{J}_{2n} \bar{P}_{2n}(\sin \theta) \right] \quad (03)$$

Onde \bar{J}_{2n} são os coeficientes do potencial gravitacional normal que integram o *Geodetic Reference System 1980* e \bar{P}_{2n} é o polinômio de Legendre de grau $2n$. Pode-se reescrever a expressão (01), como:

$$T(r, \phi, \lambda) = \left(\frac{GM}{r} \right) \left[\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \right] \bar{P}_{nm}(\cos \phi) \quad (04)$$

Nota-se, na expressão (04), que o valor de n inicia-se no número 2; a explicação para isso, é que para $n=0$, o termo de grau zero representa o potencial gravitacional gerado por uma esfera de massa homogênea. O termo de grau 1 ($n=1$), o valor é zero, isto é devido à condição imposta ao sistema de coordenadas cartesianas, que coincidem com o centro de massa da Terra. A expressão de *Brunns* proporciona a altura geoidal (N), a partir do potencial anômalo (T), para o desenvolvimento até o grau n e a ordem m :

$$N = \frac{T}{\gamma} \quad (05)$$

relacionando a altura geoidal (N) com o potencial anômalo (T) e a gravidade teórica (γ). Em harmônicos esféricos é descrita como:

$$N = \left(\frac{GM}{r\gamma} \right) \left[\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \right] \bar{P}_{nm}(\cos \phi) \quad (06)$$

A equação da Geodésia Física fornece a anomalia ar-livre sobre o esferóide

$$\Delta g = - \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{2}{r} T \quad (07)$$

Da expressão (04), obtém-se:

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \left(\frac{GM}{ra} \right) \left[\sum_{n=2}^{\infty} (-n-1) \left(\frac{a}{r} \right)^{n+1} \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \right] \bar{P}_{nm}(\cos \phi) \quad (08)$$

$$\frac{2}{r} T = \left(\frac{GM}{ra} \right) \left[\sum_{n=2}^{\infty} 2 \left(\frac{a}{r} \right)^{n+1} \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \right] \bar{P}_{nm}(\cos \phi) \quad (09)$$

Reescrevendo a expressão (07), tem-se:

$$\Delta g = \left(\frac{GM}{r\gamma} \right) \left[\sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n (n-1) \left(\frac{a}{r} \right)^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \right] \bar{P}_{nm}(\cos \phi) \quad (10)$$

Relações semelhantes podem ser encontradas para o desvio da vertical através das componentes meridiana e primeiro vertical e para os gradientes gravimétricos (Sá, 1988).

$$\xi = - \frac{1}{r\gamma} \frac{\partial T}{\partial \phi} \quad (11)$$

e

$$\eta = - \frac{1}{r \cos \phi \gamma} \frac{\partial T}{\partial \lambda} \quad (12)$$

e os gradientes de gravidade

$$T_{zz} = \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}; \quad T_{zx} = \frac{\partial^2 T}{\partial z \partial x}; \quad T_{zy} = \frac{\partial^2 T}{\partial z \partial y}; \quad (13)$$

$$2T_{xy} = \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial y}; \quad T_A = \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

Em que r é a distancia ao centro da Terra, e ϕ e λ são a latitude e longitude geocêntrica respectivamente (ou seja, coordenadas esféricas). Assim, a partir da representação do potencial anômalo

em harmônicos esféricos, visto em (04), combinada com (05), (07), (10) e (13), obtém-se a altura geoidal e anomalia ar-livre, bem como os demais elementos do campo de gravidade.

3. DETERMINAÇÃO E REPRESENTAÇÃO DOS COEFICIENTES DO MODELO GEOPOTENCIAL

O cálculo do potencial gravitacional em harmônicos esféricos envolve a prévia determinação dos coeficientes da série. Destes, somente os de baixo grau ($n, m \leq 180$), são determinados a partir de dados resultantes de satélites, isto porque os satélites fornecem informações apenas do efeito gravitacional associado às feições com grandes dimensões. A determinação dos coeficientes de um modelo geopotencial, com dados somente de satélite, é um problema que envolve o cálculo simultâneo da órbita, posição, marés, movimento polar e parâmetros de rotação terrestre, e exigem ainda, informações sobre os efeitos não gravitacionais (atrito atmosférico, pressão de radiação e efeitos eletromagnéticos), obtidas especificamente para cada satélite (Gemael, 1975). É um problema que apresenta certa complexidade porque cada satélite reage ao efeito do campo gravitacional de forma particular, conforme suas características orbitais (altitude, inclinação e excentricidade), ou pela técnica de rastreamento (Doppler ou Laser), entre outras (Pavlis, 1997). A solução para a determinação dos coeficientes é obtida igualando os elementos orbitais que descrevem a órbita dos satélites com o potencial anômalo descrito em harmônicos esféricos. Há várias técnicas matemáticas pelas quais esses coeficientes podem ser calculados, mas o princípio básico consiste em montar um sistema a partir das equações de observação, nas quais os coeficientes aparecem como incógnitas, e resolver o sistema. Os coeficientes de alto grau são determinados a partir dos de baixo grau, combinados com dados topográficos, gravimétricos terrestres e oceânicos na forma de modelos gravimétricos digitais.

Atualmente, o modelo geopotencial recomendado pela comunidade científica internacional é o *Earth Gravitational Model 1996* (EGM96), determinado pela *National Imagery and Mapping Agency* (NIMA); NASA, através do *Goddard Space Flight Center* (GSFC) e *Ohio State University* (OSU). Associado ao WGS84, sistema geodésico de referência do GPS, ficou conhecido nacionalmente e utilizado como esferóide de referência na maioria dos modelos geoidais determinados no país. O modelo é constituído por coeficientes do potencial gravitacional expresso em harmônicos esféricos até o grau 360, o que significa uma resolução espacial de 30' de arco (Lemoine et al., 1998). Os coeficientes de alto grau, foram determinados a partir dos dados gravimétricos existente no acervo da NIMA, na forma de anomalias médias em blocos de 30', complementadas com as novas aquisições de dados ocorridas na década de 90, incluindo gravimetria terrestre e aérea, e contribuições de várias instituições, fornecendo dados de diversas áreas como África,

Canadá, América do Sul, Ásia, Europa ocidental e da antiga União Soviética. Os dados de altimetria por satélite das missões GEOSAT-GM, ERS-1 e TOPEX-POSSEIDON foram utilizados na forma de anomalias gravimétricas determinadas a partir dos dados altimétricos, com resolução de 30'. Para a redução dos dados gravimétricos, foi utilizado um modelo topográfico digital JGP5 (*Joint Gravity Project 5*) obtido a partir de todos os dados topográficos disponíveis nas instituições envolvidas. Esse modelo topográfico foi usado também para o cálculo de anomalias isostáticas, utilizadas para o preenchimento de áreas onde não havia dados gravimétricos disponíveis. Em Souza e Sá (2000 e 2007), o EGM96 foi avaliado quanto a sua capacidade de representação, expressa pelo grau do seu desenvolvimento em harmônicos esféricos. A área escolhida para esta avaliação foi o Estado de São Paulo, que apresenta uma densidade de dados gravimétricos adequados em precisão e distribuição geográfica. Os resultados mostraram que o EGM96 perde a sua capacidade de representação nessa área a partir do grau 180.

A partir do lançamento dos satélites CHAMP e GRACE, e em razão da grande quantidade de dados por eles coletadas, era esperado pela comunidade científica um novo modelo do geopotencial que poderia ser o sucessor do EGM96. Em 2008, foi lançado oficialmente o modelo EGM2008, publicado na Assembléia Geral da União Européia de Geociências 2008 (*European Geosciences Union - General Assembly 2008*), e que contém coeficientes do desenvolvimento do potencial gravitacional em harmônicos esféricos completo até o grau e ordem 2159, e contém coeficientes adicionais estendidos até o grau 2190 e ordem 2159 (Pavlis et al., 2008). Para exemplificar, na tabela 1, vêem-se os coeficientes do modelo geopotencial EGM2008, desenvolvidos até o grau e ordem 4 (quatro).

TABELA 1 – COEFICIENTES DO MODELO GEOPOTENCIAL EGM2008

n	m	\bar{C}_{nm}	\bar{S}_{nm}	$\text{sigma } \bar{C}_{nm}$	$\text{sigma } \bar{S}_{nm}$
0	0	1,0000E+00	0,0000E+00	0,0000E+00	0,0000E+00
2	0	-4,8417E-04	0,0000E+00	7,4812E-12	0,0000E+00
2	1	-2,0662E-10	1,3844E-09	7,0638E-12	7,3483E-12
2	2	2,4394E-06	-1,4003E-06	7,2302E-12	7,4258E-12
3	0	9,5716E-07	0,0000E+00	5,7314E-12	0,0000E+00
3	1	2,0305E-06	2,4820E-07	5,7266E-12	5,9767E-12
3	2	9,0479E-07	-6,1901E-07	6,3748E-12	6,4018E-12
3	3	7,2132E-07	1,4143E-06	6,0291E-12	6,0283E-12
4	0	5,3997E-07	0,0000E+00	4,4311E-12	0,0000E+00
4	1	-5,3616E-07	-4,7357E-07	4,5681E-12	4,6840E-12
4	2	3,5050E-07	6,6248E-07	5,3078E-12	5,1861E-12
4	3	9,9086E-07	-2,0096E-07	5,6320E-12	5,6203E-12
4	4	-1,8852E-07	3,0880E-07	5,3729E-12	5,3832E-12

O NGA (*U.S. National Geospatial-Intelligence Agency*) disponibiliza no sitio <http://earth->

info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm2008/index.html, uma série de informações a respeito do novo modelo EGM2008. Os coeficientes disponibilizados são compatíveis com o sistema geodésico WGS84 e estão na forma de modelos digitais do geóide com diferentes resoluções espaciais, e ainda, é disponível um conjunto de programas que permitem o cálculo e a extração da

informação disponibilizada. O arquivo formatado final contém 2.401.333 coeficientes, no seguinte padrão: $\{n,m,C_{nm},S_{nm},\sigma C_{nm},\sigma S_{nm}\} \rightarrow \{2i, 2d25.15, 2d20.10\}$.

A representação visual dos coeficientes pode ser feita de várias maneiras, a forma mais comum para a sua visualização é mostrada na Fig. 1.

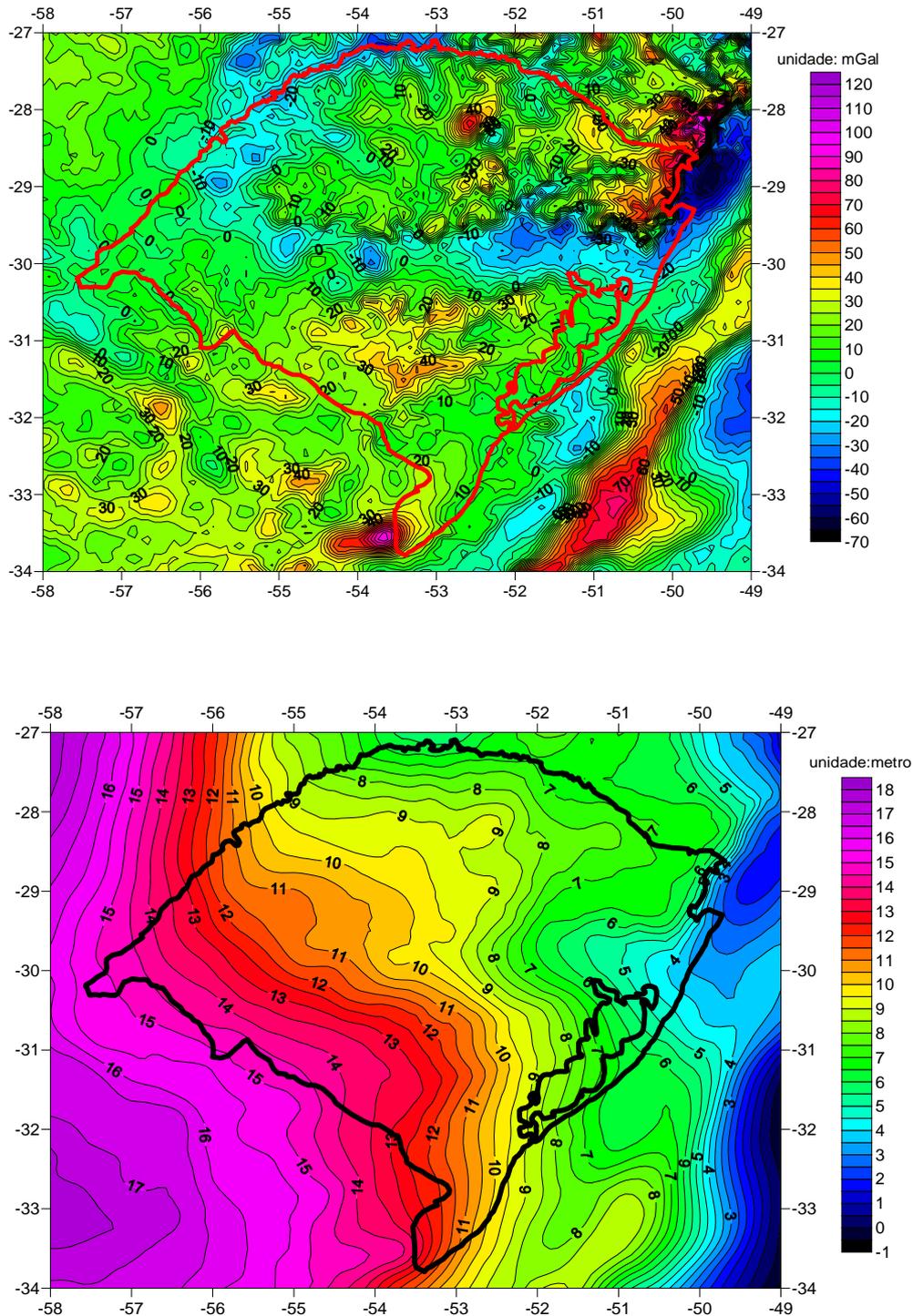


Fig. 1 – Representação de elementos do campo de gravidade a partir dos coeficientes do EGM2008 (Anomalias gravimétricas e Alturas geoidais para o Estado do Rio Grande do Sul)

4 FORMAS DE AVALIAR OS COEFICIENTES DO MODELO GEOPOTENCIAL EGM2008

Os modelos geopotenciais podem ser avaliados através de qualquer componente do campo de gravidade anômalo que eles representam. Desde que, esta seja adequada para a resolução escolhida, as avaliações do modelo geopotencial podem ser realizadas através da análise das componentes do campo, isto é, anomalias gravimétricas, alturas geoidais, etc. As avaliações realizadas pelo *GeoForschungsZentrum Potsdam* (GFZ), mostram que o modelo representa bem regiões com grande cobertura de dados como E.U.A, Canadá, Europa e Austrália. No Brasil, os modelos geopotenciais vêm sendo avaliados com relação a sua capacidade de representação, expressas formalmente pelo grau de desenvolvimento, através dos resíduos das anomalias gravimétricas e das alturas geoidais calculadas pelos métodos com as obtidas diretamente das observações (Sá, 1988; Sá, 1993; Sá e Molina, 1995; Molina, 1999, Souza e Sá, 2000 e 2007). O EGM2008 pode ser avaliado através das anomalias gravimétricas e alturas geoidais, obtidas através dos seus coeficientes. Assim, comparando as anomalias do EGM2008 com as produzidas por outros modelos, obtêm-se vetores residuais na forma:

$$N_r = N_{EGM2008} - N \quad (14)$$

Com média igual a:

$$\bar{N}_r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n N_r \quad (15)$$

e variância

$$\sigma_{\bar{N}_r}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{N}_r - N_r)^2 \quad (16)$$

Abaixo do limite fixado, se o grau aumenta o módulo da média e a variância dos resíduos diminui. A média caracteriza a componente sistemática não representada pelo modelo e a variância indica a dispersão para o respectivo grau, sendo que o procedimento é idêntico para a anomalia gravimétrica. A Fig. 2 mostra a comparação entre os modelos do grau 30 até o grau 2160, em intervalos de 30°.

O modelo do geopotencial EGM2008 foi avaliado em relação aos modelos EGM96 (Lemoine et al., 1998) e EIGEN05C (Förste et al., 2008), em termos de alturas geoidais, na região que compreende o Estado do Rio Grande do Sul. A avaliação foi realizada a partir do truncamento em graus sucessivos, em que foram calculadas as variâncias (Fig. 2). Na comparação entre os modelos EGM2008 e EIGEN05C vê-se que as variâncias são próximas de zero até, aproximadamente, o grau 90, indicando que os dados possivelmente oriundos da mesma fonte, isto é das missões CHAMP e GRACE. A variância é menor do que a obtida entre o EGM2008 e o EGM96, isto é resultado do maior número de dados observados e usados nas determinações desses modelos. Os resultados obtidos quando comparado os dados do EGM96 com os dados do EGM2008 mostram que existem contribuições novas não explicadas pelo modelo anterior, verificada pela variância crescente encontrada, indicando a necessidade de adotarmos o novo modelo.

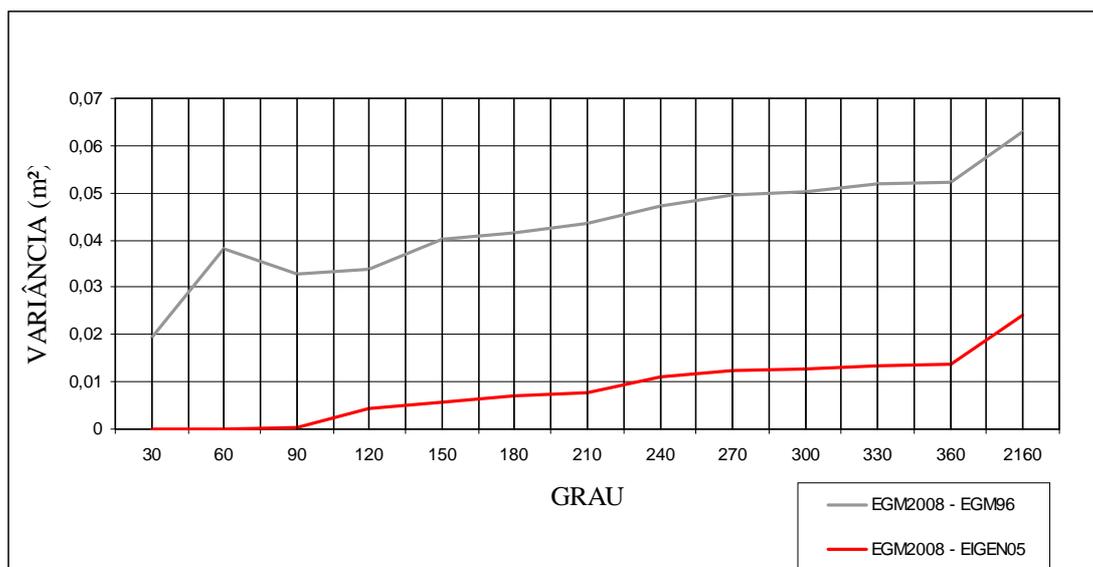


Fig. 2 – Resultados da comparação do EGM2008 com os modelos geopotenciais EGM96 e EIGEN 05 para diversos graus de truncamento

5 CONCLUSÕES

O aprimoramento na representação do campo de gravidade trará importantes avanços nas áreas Geodésia, Geofísica e Oceanografia, especialmente nos estudos relacionados com a estrutura da Terra, circulação oceânica, movimento glacial; e a mudança no nível do mar. O Brasil deve estar preparado para avaliar tanto a qualidade quanto a capacidade de representação, que é expressa formalmente pelo grau do desenvolvimento em harmônicos esféricos e explorar as potencialidades dos modelos geopotenciais determinados a partir de dados fornecidos pelas missões CHAMP, GRACE e futuramente a GOCE. Os modelos do geopotencial podem ser avaliados, tanto em escala global, como regional, através das componentes do campo gravidade anômalo que eles representam, isto é, anomalias gravimétricas, alturas geoidais, componentes do desvio da vertical, etc (Sá, 1993; Sá, 1988, Souza, 2002). A avaliação de modelos geopotenciais consiste basicamente na comparação das componentes por eles representadas, com as determinadas a partir da medição, e na análise dos resíduos obtidos. A distribuição geográfica dos dados gravimétricos existentes para a determinação dos coeficientes de modelos geopotenciais ainda é muito irregular, em termos globais. Assim, para o correto uso desses modelos, sobretudo em áreas carentes de dados gravimétricos como o Brasil, é necessária uma avaliação prévia da sua real eficiência. Pelos resultados iniciais dessas missões, a representação do campo de gravidade terá uma melhoria significativa nos próximos anos, sobretudo em regiões ainda carentes de dados gravimétricos como ocorre na Amazônia

AGRADECIMENTOS

Este trabalho faz parte de um projeto mais amplo sobre a determinação e avaliação de geóides gravimétricos, que conta com o apoio do CNPQ na forma de fomento a projeto de pesquisa (306862/2008-5). Assim como o apoio financeiro recebido em forma de bolsa de Iniciação Científica IC/BIC/UFRGS e ao programa de IC/Voluntário da UFRGS.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

FOERSTE, C.; FLECHTNER, F.; SCHMIDT, R.; STUBENVOLL, R.; ROTHACHER, M.; KUSCHE, J.; NEUMAYER, K.-H.; BIANCALE, R.; LEMOINE, J.-M.; BARTHELMES, F.; BRUINSMA, J.; KOENIG, R.; MEYER, U. **EIGEN-GL05C - A new global combined high-resolution GRACE-based gravity field model of the GFZ-GRGS cooperation.** General Assembly European Geosciences Union (Vienna, Austria 2008), Geophysical Research Abstracts, Vol. 10, 2008.

GEMAEL, C. **Introdução a Geodésia Celeste, 1ª Parte: Órbitas e Rastreo.** *Texto de Aulas.* Curso de Pós-graduação em Ciências Geodésicas. UFPR, Curitiba,

150pp. 1975.

HEISKANEN, W. & MORITZ, H. **Physical geodesy.** W. H. Freeman, N. York, 364pp. 1967.

LEMOINE, F.G.; KENYON, S.C.; FACTOR, J.K.; TRIMMER, R.G.; PAVLIS, N.K.; COX, C.M.; KLOSKO, S.M.; LUTHCKE, S.B.; TORRENCE, M.H.; WANG, Y.M.; WILLIAMSON, R.G.; PAVLIS, E.C.; RAPP, R.H. & OLSON, T.R. **The development of joint NASA GSFC and NIMA geopotential model EGM96.** NASA/TP 206861. 1998.

LOBIANCO, M. C. B. **Determinação das alturas do geóide no Brasil.** 2005. 165 p. Tese (Doutorado) - ESC POLITECNICA, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005.

MOLINA, E.C. **Avaliação Preliminar do Modelo Geopotencial EGM96 no Território Brasileiro.** International Geoid Service, Bulletin no. 9. Special Issue for South America. DIAR - Politécnico di Milano. Italy, pp:63-72. 1999.

PAVLIS, N. K. **Development and Applications of Geopotential Models.** In *Lectures Notes of the 2nd. International School for the Determination and Use of the Geoid*, International Geoid Service, Rio de Janeiro. 1997.

PAVLIS, N.K., S.A. HOLMES, S.C. KENYON, AND J.K. FACTOR, **An Earth Gravitational Model to Degree 2160: EGM2008**, presented at the 2008 General Assembly of the European Geosciences Union, Vienna, Austria, April 13-18, 2008.

SÁ, N.C.de. **Modelos estatísticos e representação integrada do campo de gravidade no Brasil.** Tese de Doutorado, IAG/USP, São Paulo, 219pp. 1988.

SÁ, N.C.de. **Testes sobre a eficiência de Modelos Geopotenciais no Brasil.** XVI Congresso Brasileiro de Cartografia. Rio de Janeiro. Anais I:268-77. 1993.

SÁ, N.C.de. e MOLINA, E. C. **O Geóide gravimétrico no Estado de São Paulo: Resultados Preliminares.** XVII Congresso Brasileiro de Cartografia. Salvador. Anais I:124-33. 1995.

SÁ, N. C.de. O geóide gravimétrico na América do Sul obtido com uso da colocação por mínimos quadrados. In: XXII CONGRESSO BRASILEIRO DE CARTOGRAFIA, 2005, Macaé. Anais do XXII Congresso Brasileiro de Cartografia, 2005.

SOUZA, S. F. and SÁ, N. C. de. **Tests on the geopotential model EGM96 in São Paulo State Region.** *An. Acad. Bras. Ciênc.*, June, vol.72, no.2, p.291-291. ISSN 0001-3765. 2000.

SOUZA, S. F. e SÁ, N. C. de. **Sobre a avaliação do modelo Geopotencial EGM96 no Estado de São Paulo e adjacências.** In: Sergio Florencio de Souza e Marcelo Tomio Matsuoka. (Org.). Série Em Geomática. 1 Ed. Porto Alegre: Sergio Florencio de Souza e Marcelo Tomio Matsuoka v. 1, 1-74. 2007.