

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

DEPARTAMENTO DE GEODÉSIA



TOPOGRAFIA APLICADA À ENGENHARIA CIVIL
(20ª Edição Revisada e Ampliada)

IRAN CARLOS STALLIVIERE CORRÊA

2021

C824t Corrêa, Iran Carlos Stalliviere
Topografia Aplicada à Engenharia Civil/Iran Carlos Stalliviere
Corrêa, E-Book. Porto Alegre: DEGED/IGEO/UFRGS. Edição do
autor, 2021

[168 f.] il.

ISBN: 978-65-00-15659-1

1.Geodésia. 2. Topografia. 3. Cartografia. 4. Levantamentos. I. Título.

CDD:550

CDU:52

Catálogo na Publicação

Biblioteca Geociências – UFRGS

Renata Cristina Grun CRB 10/1113



INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

Departamento de Geodésia



Topografia Aplicada à Engenharia Civil

2021

Iran Carlos Stalliviere Corrêa



Reitor
Carlos André Bulhões Mendes
Vice-Reitora
Patrícia Helena Lucas Pranke
Diretor do Instituto de Geociências
Nelson Luiz Sambaqui Gruber
Vice-Diretora do Instituto de Geociências
Tatiana Silva da Silva

Projeto Apostila
Projetado e elaborado pelo Departamento de Geodésia

Chefe: Jair Weschenfelder
Chefe-Substituto: Sergio Florêncio de Souza

20ª Edição Revisada e Ampliada
2021

Segundo a lei nº 9610/98 e o Código Penal no Artigo 184, é vedada a reprodução, por qualquer meio, desta apostila didática, sendo somente permitida com autorização do professor-autor. A cópia não autorizada é punível com sanções administrativas e penais.

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	06
--------------	----

Capítulo I – LEVANTAMENTOS PLANIMÉTRICOS

1. Intersecção de retas	
1.1 Introdução	07
1.2 Intersecção de retas oblíquas	07
1.3 Intersecção de retas perpendiculares	09
1.4 Exercícios aplicativos	10
2. Solução do problema dos três pontos (Solução de Pothenot)	
2.1 Introdução	11
2.2 Solução de Pothenot	11
2.3 Exercícios aplicativos	15
3. Solução do problema dos dois pontos (Solução de Hansen)	
3.1 Solução do problema de Hansen	16
3.2 Exercício elucidativo	17
3.3 Exercício aplicativo	21

Capítulo II – SISTEMA DE COORDENADAS

1. Sistema de coordenadas	
1.1 Projeções cartográficas	22
1.2 Projeção Transversa de Mercator (UTM)	23
1.3 Deformação das áreas na projeção UTM	25
1.4 O fator de escala K	26
1.5 Sistema de coordenadas LTM e RTM aplicadas ao mapeamento Municipal	27
1.6 Exercícios aplicativos	28
2. Convergência dos Meridianos	
2.1 Introdução	29
2.2 Cálculo da convergência meridiana	29
2.3 Exercícios aplicativos	32

Capítulo III – MEDIDAS DE ÂNGULOS HORIZONTAIS

1. Medidas de ângulos horizontais	
1.1 Método da reiteração	33
2. Teoria dos Erros	
2.1 Introdução	34
2.2 Método dos mínimos quadrados	35
2.3 Exercício elucidativo	37
2.4 Exercícios aplicativos	40
3. Medidas indiretas de distâncias	
3.1 Introdução	40
3.2 Determinação de distâncias horizontais	41
3.3 Exercícios aplicativos	42
3.4 Determinação de distâncias verticais	42
3.5 Exercício elucidativo	44
3.6 Exercício aplicativo	47

Capítulos IV – DIVISÃO DE TERRAS (PROPRIEDADES)

1. Divisão de terras (Propriedades)	
1.1 Introdução	48
1.2 Divisão de áreas triangulares	48
1.3 Divisão de áreas trapezoidais	50
1.4 Divisão de áreas poligonais	51
1.5 Divisão de terras pelo método analítico	52
1.6 Exercício elucidativo	54
1.7 Exercícios aplicativos	59

Capítulo V – DETERMINAÇÃO DO NORTE VERDADEIRO ATRAVÉS DA DISTÂNCIA ZENITAL ABSOLUTA DO SOL

1. Determinação do Norte verdadeiro de um alinhamento através da distância zenital absoluta do sol.	
1.1 Princípios do método	60
1.2 Determinação da fórmula para obtenção do azimute do astro	61
1.3 Correções a serem efetuadas nas observações das distâncias zenitais	62
1.4 Cálculo da distância zenital compensada (Z_c)	64
1.5 Cálculo da declinação do sol na hora da observação	64
1.6 Determinação do azimute verdadeiro de um alinhamento (Azimute da Mira)	65
1.7 Roteiro das operações de campo	66
1.8 Roteiro das operações de escritório	66
1.9 Exemplo elucidativo	67
1.10 Exercícios aplicativos	68

Capítulo VI – CURVAS DE CONCORDÂNCIA E DE TRANSIÇÃO

1. Curvas de concordância e de transição	
1.1 Introdução	70
1.2 Tipos de curvas	71
1.3 Curva circular horizontal de concordância	72
1.3.1 Exercício elucidativo	75
1.3.2 Exercícios aplicativos	76
1.4 Cálculo da distância externa de uma curva circular	77
1.4.1 Exercício aplicativo	78
1.5 Curva circular horizontal de transição	79
1.5.1 Espiral de transição – clotóide	80
1.5.2 Estudo da clotóide	83
1.5.3 Posição da clotóide	84
1.5.4 Pontos notáveis	86
1.5.5 Locação de espiral de transição	88
1.5.6 Locação de uma espiral de transição com mudança de estação	89
1.5.7 Exercício elucidativo	90
1.5.7.1 Exercício elucidativo da curva de transição com mudança de estação	92
1.5.8 Exercícios aplicativos	95
2. Curvas verticais de concordância	
2.1 Curva vertical simétrica por arco de parábola	96
2.1.1 Exercício elucidativo	98
2.1.2 Exercícios aplicativos	99
2.2 Curva vertical assimétrica por arco de parábola	100
2.2.1 Exercício elucidativo	101
2.2.2 Exercícios aplicativos	102

Capítulo VII – LEVANTAMENTOS HIDROGRÁFICOS

1. Levantamentos hidrográficos	
1.1 Introdução	103
1.2 Método de levantamento	103
1.2.1 Hidrometria	103
1.2.2 Batimetria	103
1.3 Equipamento	104
1.3.1 Hidrometria	104
1.3.1.1 Determinação do “Zero da Régua” linimétrica	105
1.3.1.2 Exercício elucidativo	107
1.3.2 Batimetria	108
1.4 Alinhamentos	109
1.5 Medida de vazão	110
1.5.1 Método do vertedor	110
1.5.2 Exercício elucidativo	111
1.5.3 Exercícios aplicativos	112
1.5.4 Método do molinete	112
1.5.5 Regime da bacia fluvial	116
1.6 Exercício aplicativo	116

Capítulo VIII – DESLOCAMENTO DE GRANDES ESTRUTURAS

1. Deslocamento de grandes estruturas	
1.1 Introdução	117
1.2 Método trigonométrico para determinação de deslocamento horizontal de grandes estruturas	117
1.3 Cálculo do método da variação das coordenadas	119
1.4 Exercício aplicativo	122
1.5 Método geométrico para determinação do deslocamento vertical de grandes estruturas	122
1.6 Exercício aplicativo	124

Capítulo IX – LOCAÇÃO DE OBRAS

1. Locação de obras	
1.1 Introdução	125
1.2 Locação de túneis	125
1.2.1 Locação de túneis por poligonal.	125
1.2.2 Locação de túneis por triangulação	127
1.3 Locação de eixos de pontes	128
1.4 Locação de prédios e outras obras de Engenharia	130
1.4.1 Locação de estacas	131
1.4.2 Locação de paredes	139
1.5 Exercício aplicativo	140

Capítulo X – TERRAPLENAGEM

1. Terraplenagem	
1.1 Introdução	141
1.2 Exercício elucidativo das diversas situações em terraplenagem	142
1.3 Exercícios aplicativos	157

Bibliografia Consultada	159
Respostas dos Exercícios Aplicativos	161

APRESENTAÇÃO

Com a finalidade de atender às necessidades dos alunos da disciplina de **Topografia Aplicada à Engenharia Civil**, ministrada pelo Departamento de Geodésia do Instituto de Geociências, para o curso de Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), é que foi organizada esta coletânea de informações referentes a notas de aulas elaboradas durante mais de quarenta e cinco anos de magistério.

A elaboração deste trabalho não tem o intuito de compará-lo a um livro didático e sim apenas um complemento para os alunos, no acompanhamento das aulas e, também, para futuras consultas na vida profissional desses já que a Topografia é uma ferramenta que contribui notavelmente para a área da Engenharia Civil.

Esta obra tenta apresentar de forma simples e compreensível as principais aplicações da Topografia na área da Engenharia Civil e apresenta também, exemplos elucidativos de diversos casos reais observados na vida profissional, bem como propõe, exemplos aplicativos para o bom desenvolvimento do raciocínio dos alunos durante o desenrolar do curso.

Quero expressar aqui o meu mais profundo agradecimento ao **Prof. Clóvis Carlos Carraro**, meu Mestre e Professor, o qual me ensinou os primeiros passos na área da Topografia e que me fez gostar desta ciência tornando-me, mais tarde, professor da mesma. Agradeço a ele também, pela sua paciência na revisão das primeiras edições destas notas e pelas inúmeras sugestões apresentadas.

Expresso também, os meus mais sinceros agradecimentos ao **Prof. Laureano Ibrahim Chaffe** (*in memoriam*), meu amigo e colega e ex-professor dessa disciplina, que me ensinou as principais aplicações da topografia na área da Engenharia Civil.

A ambos meu respeito e gratidão.

O Autor,

CAPÍTULO I

LEVANTAMENTOS PLANIMÉTRICOS

1 - INTERSECÇÃO DE RETAS

1.1. Introdução

O cálculo da intersecção de retas pelo processo trigonométrico leva vantagem sobre o processo que aplica a geometria analítica pela simplicidade das fórmulas aplicadas, onde os elementos disponíveis, tais como azimutes e coordenadas, entram diretamente no cálculo.

O processo de intersecção de retas pode ser de dois tipos: por intersecção de retas oblíquas e por intersecção de retas perpendiculares.

1.2. Intersecção de Retas Oblíquas

Seja determinar as coordenadas métricas de um ponto situado na intersecção de duas retas como mostra a figura 1 onde os elementos conhecidos são:

- Coordenadas do ponto A (N_A, E_A)
- Coordenadas do Ponto B (N_B, E_B)
- Azimute da linha AI (AZ_{AI})
- Azimute da linha BI (AZ_{BI})

E os elementos procurados:

- Coordenadas da Intersecção (N_I, E_I)

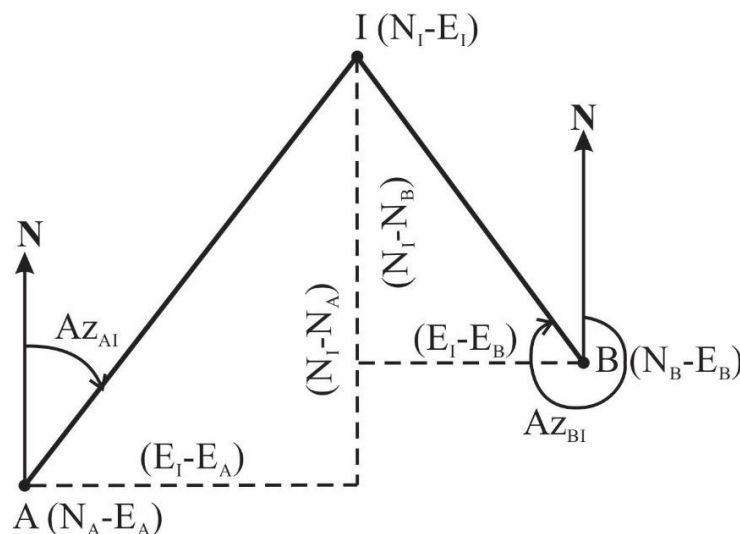


Fig. 1. Intersecção oblíqua de duas retas

A partir da figura 1 podemos dizer:

$$E_I = E_A + (E_I - E_A) \quad (1)$$

$$E_I = E_B + (E_I - E_B) \quad (2)$$

$$N_I = N_A + (N_I - N_A) \quad (3)$$

$$N_I = N_B + (N_I - N_B) \quad (4)$$

logo:

$$E_I - E_A = (N_I - N_A) \operatorname{tg} Az_{AI} \quad (5)$$

$$E_I - E_B = (N_I - N_B) \operatorname{tg} Az_{BI} \quad (6)$$

substituindo-se as equações (5) e (6) nas equações (1) e (2) temos:

$$E_I = E_A + (N_I - N_A) \operatorname{tg} Az_{AI} \quad (7)$$

$$E_I = E_B + (N_I - N_B) \operatorname{tg} Az_{BI} \quad (8)$$

analogamente podemos dizer:

$$N_I - N_A = (E_I - E_A) \cot g Az_{AI} \quad (9)$$

$$N_I - N_B = (E_I - E_B) \cot g Az_{BI} \quad (10)$$

substituindo-se as equações (9) e (10) nas equações (3) e (4) temos:

$$N_I = N_A + (E_I - E_A) \cot g Az_{AI} \quad (11)$$

$$N_I = N_B + (E_I - E_B) \cot g Az_{BI} \quad (12)$$

Igualando-se as equações (7) e (8) temos:

$$\begin{aligned} E_A + (N_I - N_A) \operatorname{tg} Az_{AI} &= E_B + (N_I - N_B) \operatorname{tg} Az_{BI} \\ E_A + N_I \operatorname{tg} Az_{AI} - N_A \operatorname{tg} Az_{AI} &= E_B + N_I \operatorname{tg} Az_{BI} - N_B \operatorname{tg} Az_{BI} \\ (E_A - N_A \operatorname{tg} Az_{AI}) - (E_B - N_B \operatorname{tg} Az_{BI}) &= N_I (\operatorname{tg} Az_{BI} - \operatorname{tg} Az_{AI}) \end{aligned}$$

logo:

$$N_I = \frac{(E_A - N_A \operatorname{tg} Az_{AI}) - (E_B - N_B \operatorname{tg} Az_{BI})}{\operatorname{tg} Az_{BI} - \operatorname{tg} Az_{AI}}$$

da mesma maneira se igualarmos as equações (11) e (12) temos:

$$\begin{aligned} N_A + (E_I - E_A) \cot g Az_{AI} &= N_B + (E_I - E_B) \cot g Az_{BI} \\ N_A + E_I \cot g Az_{AI} - E_A \cot g Az_{AI} &= N_B + E_I \cot g Az_{BI} - E_B \cot g Az_{BI} \\ (N_A - E_A \cot g Az_{AI}) - (N_B - E_B \cot g Az_{BI}) &= E_I (\cot g Az_{BI} - \cot g Az_{AI}) \end{aligned}$$

logo:

$$E_I = \frac{(N_A - E_A \cot g Az_{AI}) - (N_B - E_B \cot g Az_{BI})}{\cot g Az_{BI} - \cot g Az_{AI}}$$

1.3. Intersecção de retas Perpendiculares

Seja determinar as coordenadas métricas de um ponto situado na intersecção de duas retas como mostra a figura 2 onde os elementos conhecidos são:

Coordenadas do ponto A (N_A, E_A)

Coordenadas do Ponto B (N_B, E_B)

Azimute da linha AI (Az_{AI})

E os elementos procurados:

Coordenadas da Intersecção (N_I, E_I)

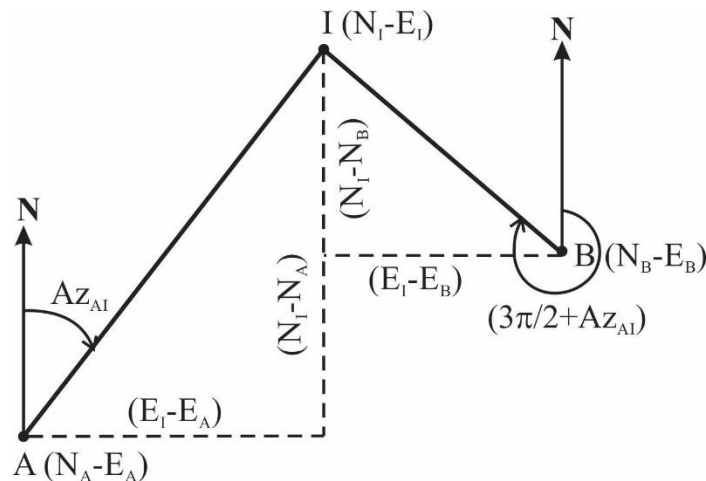


Fig. 2. Intersecção perpendicular de duas retas

Da figura 2 podemos dizer que:

$$E_I - E_A = (N_I - N_A)tgAz_{AI} \quad (1)$$

$$E_I - E_A = (N_I - N_B)tg\left(\frac{3\pi}{2} + Az_{AI}\right) \quad (2)$$

como

$$tg\left(\frac{3\pi}{2} + Az_{AI}\right) = -cot gAz_{AI}$$

substituindo-se na equação (2) temos:

$$E_I - E_B = (N_I - N_B)(-cot gAz_{AI}) \quad (3)$$

como

$$E_I = E_A + (E_I - E_A) \quad E_I = E_B + (E_I - E_B)$$

substituindo-se os valores das equações (1) e (3) temos:

$$E_I = E_A + (N_I - N_A)tgAz_{AI} \quad (4)$$

$$E_I = E_B + (N_I - N_B)(-cot gAz_{AI}) \quad (5)$$

igualando-se as equações (4) e (5) temos:

$$\begin{aligned} E_A + (N_I - N_A)tgAz_{AI} &= E_B + (N_I - N_B)(-\cot gAz_{AI}) \\ E_A + N_I tgAz_{AI} - N_A tgAz_{AI} &= E_B - N_I \cot gAz_{AI} + N_B \cot gAz_{AI} \\ E_A - N_A tgAz_{AI} - N_B \cot gAz_{AI} - E_B &= -N_I tgAz_{AI} - N_I \cot gAz_{AI} \end{aligned}$$

multiplicando-se por (-1) temos:

$$-E_A + N_A tgAz_{AI} + N_B \cot gAz_{AI} + E_B = N_I tgAz_{AI} + N_I \cot gAz_{AI}$$

logo:

$$N_I = \frac{E_B - E_A + N_A tgAz_{AI} + N_B \cot gAz_{AI}}{tgAz_{AI} + \cot gAz_{AI}}$$

de maneira análoga temos:

$$N_I = N_A + (E_I - E_A)\cot gAz_{AI} \quad (6)$$

$$N_I = N_B + (E_I - E_B)\cot g\left(\frac{3\pi}{2} + Az_{AI}\right) \quad (7)$$

onde:

$$\cot g\left(\frac{3\pi}{2} + Az_{AI}\right) = -tgAz_{AI}$$

igualando-se as equações (6) e (7) temos:

$$\begin{aligned} N_A + (E_I - E_A)\cot gAz_{AI} &= N_B + (E_I - E_B)(-tgAz_{AI}) \\ N_A + E_I \cot gAz_{AI} - E_A \cot gAz_{AI} &= N_B - E_I tgAz_{AI} + E_B tgAz_{AI} \\ N_A - E_A \cot gAz_{AI} - E_B tgAz_{AI} - N_B &= -E_I \cot gAz_{AI} - E_I tgAz_{AI} \\ E_I (\cot gAz_{AI} + tgAz_{AI}) &= N_B - N_A + E_A \cot gAz_{AI} + E_B tgAz_{AI} \end{aligned}$$

logo:

$$E_I = \frac{N_B - N_A + E_A \cot gAz_{AI} + E_B tgAz_{AI}}{\cot gAz_{AI} + tgAz_{AI}}$$

1.4. Exercícios Aplicativos:

- 1) Seja determinar as coordenadas métricas do ponto de intersecção (M) entre duas retas oblíquas que apresentam as seguintes coordenadas e azimutes em seus pontos extremos:

$$\begin{array}{ll} N_A=6.848.967,807 \text{ m} & N_B=6.849.025,357 \text{ m} \\ E_A=673.040,056 \text{ m} & E_B=673.165,305 \text{ m} \\ Az_{AM}=182^\circ 28' 16'' & Az_{BM}=209^\circ 00' 00'' \end{array}$$

- 2) Seja determinar as coordenadas métricas do ponto de intersecção (M) entre duas retas perpendiculares que apresentam os seguintes elementos:

$$\begin{array}{ll} N_A=6.848.967,807 \text{ m} & N_B=6.848.860,703 \text{ m} \\ E_A=673.040,056 \text{ m} & E_B=673.185,382 \text{ m} \\ Az_{AM}=60^\circ 00' 00'' & \end{array}$$

- 3) Pelos extremos de uma base AB, definida pelos elementos $AZ_{AB}=100^{\circ}20'$ e $DH_{AB}=350,00$ m, foi levantado pelo método da intersecção, um ponto M, com posição definida por $AZ_{AM}=152^{\circ}08'$ e $AZ_{BM}=214^{\circ}50'$. Pede-se para calcular as coordenadas UTM do ponto M, sabendo-se que as coordenadas UTM do ponto A são: $N_A=6.870.654,902$ m e $E_A=507.432,385$ m.
- 4) Necessita-se recuperar as coordenadas de um ponto (M), pertencente a uma poligonal. Sabe-se do levantamento anterior que o Azimute do alinhamento BM é: $AZ_{BM}=174^{\circ}36'27''$ e o Azimute do alinhamento CM é: $AZ_{CM}=120^{\circ}06'16''$. As coordenadas dos pontos B e C são respectivamente: $N_B=6.376.478,500$ m; $E_B=765.470,120$ m e $N_C=6.376.104,370$ m; $E_C=764.916,770$ m. Calcule também as distâncias horizontais entre os pontos BC, CM e BM e o Azimute do alinhamento BC.

2 - SOLUÇÃO DO PROBLEMA DOS TRÊS PONTOS (SOLUÇÃO DE POTHENOT)

2.1. Introdução

O Problema dos Três Pontos, também conhecido como Solução de Pothenot, inicialmente foi concebido para determinar a posição de embarcações no mar.

Com o intuito de diminuir a presença da topografia nas frentes de lavras das minas a céu aberto, foi implantada a solução de Pothenot. O teodolito, neste caso, ocupa uma posição aleatória dentro da cava e através da visada a três ou mais pontos situados fora da mina, dos quais são conhecidas as coordenadas e a altitude, determinam-se as coordenadas da estação ocupada pelo teodolito.

Com o passar do tempo, a Solução de Pothenot foi utilizada para resolver problemas rotineiros da topografia, principalmente nas áreas rurais e urbanas.

2.2. Solução de Pothenot

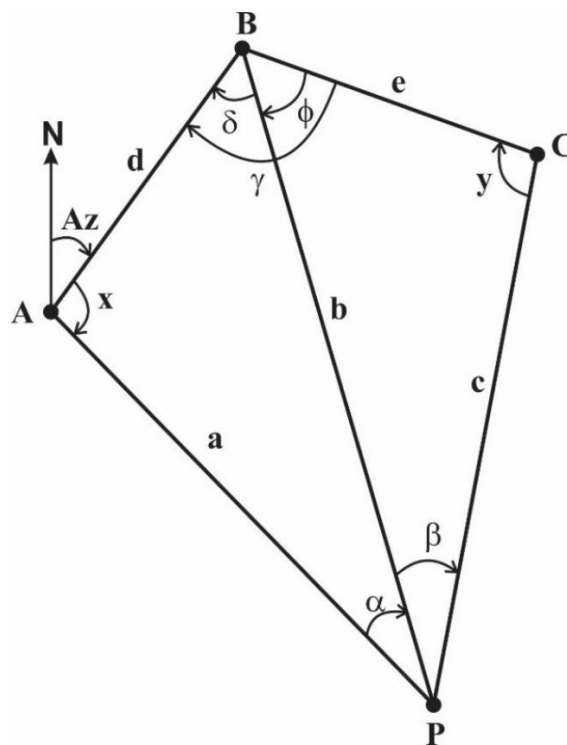


Fig. 3. Esquema da Solução de Pothenot

Seja a figura 3 na qual se deseja determinar as coordenadas métricas do ponto “P” a partir de outros três pontos de coordenadas conhecidas.

Dados conhecidos:

Coordenadas dos pontos “A, B e C” ($N_a, E_a; N_b, E_b; N_c, E_c$)

Dados medidos em campo:

Ângulos α e β

Dados a serem calculados:

Coordenadas do ponto “P”

1) Cálculo dos azimutes (AB), (BA), (BC) e (CB)

$$\operatorname{tg} Az_{AB} = \frac{E_b - E_a}{N_b - N_a}$$

$$Az_{AB} = \operatorname{arctg} \frac{E_b - E_a}{N_b - N_a}$$

$$Az_{BA} = Az_{AB} + 180^\circ$$

$$\operatorname{tg} Az_{BC} = \frac{E_c - E_b}{N_c - N_b}$$

$$Az_{BC} = \operatorname{arctg} \frac{E_c - E_b}{N_c - N_b}$$

$$Az_{CB} = Az_{BC} + 180^\circ$$

2) Cálculo das distâncias “d” e “e”

$$E_b - E_a = d \times \operatorname{sen} Az_{AB} \quad d = \frac{E_b - E_a}{\operatorname{sen} Az_{AB}}$$

ou

$$N_b - N_a = d \times \operatorname{cos} Az_{AB} \quad d = \frac{N_b - N_a}{\operatorname{cos} Az_{AB}}$$

e

$$E_c - E_b = e \times \operatorname{sen} Az_{BC} \quad e = \frac{E_c - E_b}{\operatorname{sen} Az_{BC}}$$

ou

$$N_c - N_b = e \times \operatorname{cos} Az_{BC} \quad e = \frac{N_c - N_b}{\operatorname{cos} Az_{BC}}$$

3) Cálculo dos ângulos “ γ , x, y”

$$\gamma = Az_{BA} - Az_{BC} \quad (\text{se o resultado for negativo devemos somar } 360^\circ)$$

$$x + y = 360^\circ - (\alpha + \beta + \gamma)$$

Do triângulo ABP podemos deduzir:

$$\frac{b}{\operatorname{sen} x} = \frac{d}{\operatorname{sen} \alpha} \quad b = d \times \frac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{sen} \alpha} \quad (1)$$

Do triângulo BCP podemos deduzir:

$$\frac{b}{\operatorname{sen} y} = \frac{e}{\operatorname{sen} \beta} \quad b = e \times \frac{\operatorname{sen} y}{\operatorname{sen} \beta} \quad (2)$$

Igualando-se as equações (1) e (2) temos:

$$\frac{d \times \operatorname{sen} x}{\operatorname{sen} \alpha} = \frac{e \times \operatorname{sen} y}{\operatorname{sen} \beta} \quad \frac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{sen} y} = \frac{e \times \operatorname{sen} \alpha}{d \times \operatorname{sen} \beta} \quad (3)$$

Pela propriedade das proporções podemos escrever a equação (3) da seguinte maneira:

$$\frac{\operatorname{sen} x + \operatorname{sen} y}{\operatorname{sen} x - \operatorname{sen} y} = \frac{e \times \operatorname{sen} \alpha + d \times \operatorname{sen} \beta}{e \times \operatorname{sen} \alpha - d \times \operatorname{sen} \beta}$$

Dividindo-se o segundo termo por (d x senβ) e desdobrando o primeiro através das transformações de somas e diferenças trigonométricas em produtos temos:

$$\frac{2 \cdot \left[\operatorname{sen} \frac{x+y}{2} \times \cos \frac{x-y}{2} \right]}{2 \cdot \left[\cos \frac{x+y}{2} \times \operatorname{sen} \frac{x-y}{2} \right]} = \frac{\frac{e \times \operatorname{sen} \alpha}{d \times \operatorname{sen} \beta} + 1}{\frac{e \times \operatorname{sen} \alpha}{d \times \operatorname{sen} \beta} - 1}$$

$$\operatorname{tg} \frac{x+y}{2} \times \operatorname{cotg} \frac{x-y}{2} = \frac{\frac{e \times \operatorname{sen} \alpha}{d \times \operatorname{sen} \beta} + 1}{\frac{e \times \operatorname{sen} \alpha}{d \times \operatorname{sen} \beta} - 1}$$

$$\operatorname{tg} \frac{x-y}{2} = \operatorname{tg} \frac{x+y}{2} \times \frac{\frac{e \times \operatorname{sen} \alpha}{d \times \operatorname{sen} \beta} - 1}{\frac{e \times \operatorname{sen} \alpha}{d \times \operatorname{sen} \beta} + 1}$$

$$\frac{x-y}{2} = \operatorname{arctg} \left(\operatorname{tg} \frac{x+y}{2} \times \frac{\frac{e \times \operatorname{sen} \alpha}{d \times \operatorname{sen} \beta} - 1}{\frac{e \times \operatorname{sen} \alpha}{d \times \operatorname{sen} \beta} + 1} \right)$$

Para o cálculo de “x” e “y” temos:

$$x = \frac{x+y}{2} + \frac{x-y}{2} \quad y = \frac{x+y}{2} - \frac{x-y}{2}$$

4) Cálculo dos ângulos “ δ e ϕ ”

$$\delta = 180^\circ - (x + \alpha) \qquad \phi = 180^\circ - (y + \beta)$$

5) Cálculo dos azimutes (AP), (BP), (CP)

$$\begin{aligned} Az_{AP} &= Az_{AB} + x \\ Az_{BP} &= Az_{BC} + \phi \qquad Az_{BP} = Az_{BA} - \delta \\ Az_{CP} &= Az_{CB} - y \end{aligned}$$

6) Cálculo das distâncias “a”, “b” e “c”

Para o triângulo ABP temos:

$$\begin{aligned} \frac{a}{\text{sen } \delta} &= \frac{d}{\text{sen } \alpha} & \frac{b}{\text{sen } x} &= \frac{d}{\text{sen } \alpha} \\ a &= \frac{d \times \text{sen } \delta}{\text{sen } \alpha} & b &= \frac{d \times \text{sen } x}{\text{sen } \alpha} \end{aligned}$$

Para o triângulo BCP temos:

$$\begin{aligned} \frac{b}{\text{sen } y} &= \frac{e}{\text{sen } \beta} & \frac{c}{\text{sen } \phi} &= \frac{e}{\text{sen } \beta} \\ b &= \frac{e \times \text{sen } y}{\text{sen } \beta} & c &= \frac{e \times \text{sen } \phi}{\text{sen } \beta} \end{aligned}$$

7) Cálculo das projeções Eap, Ebp, Ecp, Nap, Nbp, Ncp

$$\begin{aligned} E_{AP} &= a \times \text{sen } Az_{AP} & N_{AP} &= a \times \text{cos } Az_{AP} \\ E_{BP} &= b \times \text{sen } Az_{BP} & N_{BP} &= b \times \text{cos } Az_{BP} \\ E_{CP} &= c \times \text{sen } Az_{CP} & N_{CP} &= c \times \text{cos } Az_{CP} \end{aligned}$$

8) Cálculo das Coordenadas Ep e Np

$$\begin{aligned} E_P &= E_A + E_{AP} & N_P &= N_A + N_{AP} \\ E_P &= E_B + E_{BP} & N_P &= N_B + N_{BP} \\ E_P &= E_C + E_{CP} & N_P &= N_C + N_{CP} \end{aligned}$$

2.3. Exercícios Aplicativos:

- 1) Deseja-se determinar as coordenadas de um ponto “P” sabendo-se que a partir do mesmo podem-se visualizar três pontos (A,B,C) de coordenadas conhecidas. A partir do ponto “P” foram medidos os ângulos α e β

Ponto A	Ponto B	Ponto C
Ea=10,033	Eb=57,964	Ec=108,310
Na=112,45	Nb=126,701	Nc=106,215

Ângulos: $\alpha=34^{\circ}36'20''$ $\beta=38^{\circ}41'20''$

- 2) Deseja-se determinar as coordenadas de um ponto “T” sabendo-se que a partir do mesmo podem-se visualizar três pontos (R,S,P) de coordenadas conhecidas. A partir do ponto “T” foram medidos os ângulos α e β .

Ponto R	Ponto S	Ponto P
Er=8.863,00	Es=9.465,00	Ep=10.122,00
Nr=9.379,00	Ns=9.702,00	Np= 9.628,00

Ângulos: $\alpha=36^{\circ}58'08''$ $\beta=38^{\circ}04'05''$

- 3) Seja determinar as coordenadas de um ponto “M” sabendo-se que a partir do mesmo podem-se visualizar três Marcos Geodésicos (A,B,C) cujas coordenadas são conhecidas. A partir do ponto “M” foram medidos os ângulos α e β .

Ponto A	Ponto B	Ponto C
Ea=10.000,00	Eb=16.672,00	Ec=27.732,76
Na=20.000,00	Nb=20.000,00	Nc=14.215,24

Ângulos: $\alpha=20^{\circ}05'53''$ $\beta=35^{\circ}06'08''$

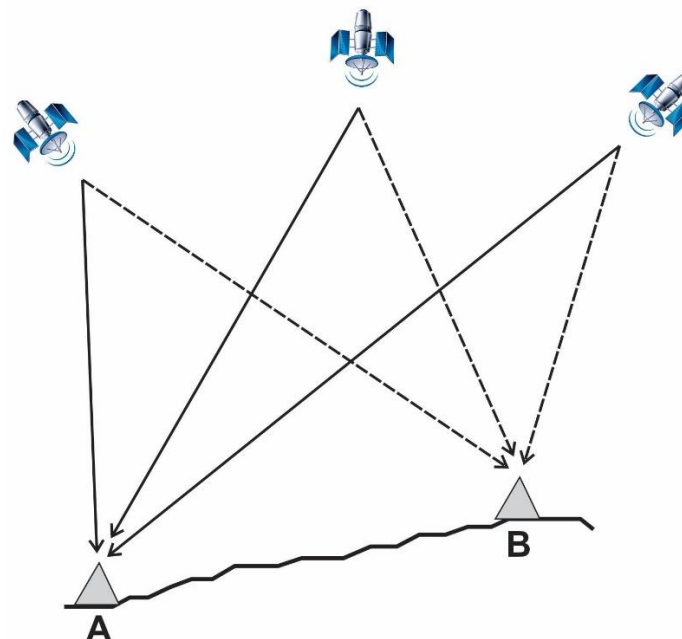


Fig. 4. Sistema de Pothenot aplicado na determinação de coordenadas por satélite

3 - SOLUÇÃO DO PROBLEMA DOS DOIS PONTOS (SOLUÇÃO DE HANSEN)

3.1. Solução do Problema de Hansen

O Problema de Hansen trata da solução de um quadrilátero em que se conhece as coordenadas planas de dois pontos e os ângulos formados pelos pontos de coordenadas desconhecidas e os pontos de coordenadas conhecidas.

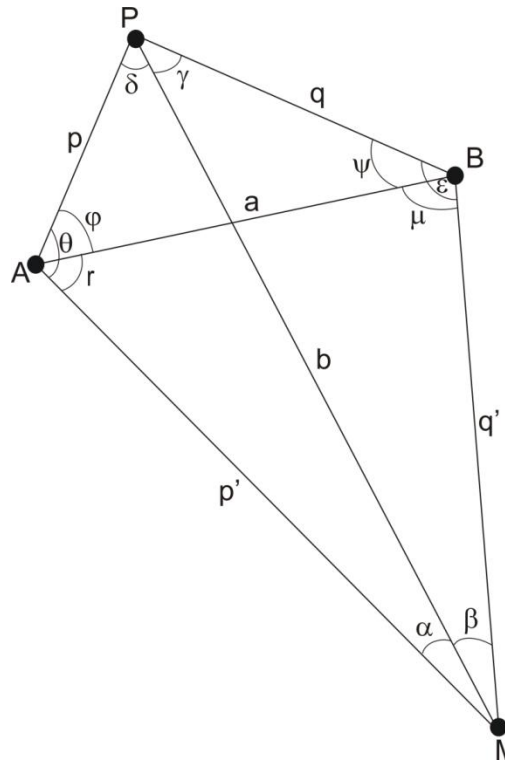


Fig. 5. Esquema da Solução de Hansen

Seja a figura 5, da qual se deseja determinar as coordenadas planas dos pontos P e M, conhecendo-se as coordenadas planas de outros dois pontos A e B.

Dados conhecidos:

Coordenadas planas dos pontos A e B ($N_A, E_A; N_B, E_B$)

Dados medidos em campo:

Ângulos $\alpha, \beta, \gamma, \text{ e } \delta$

Dados a serem calculados;

Coordenadas planas dos pontos P e M

Com as coordenadas dos pontos A e B conhecidas pode-se calcular a distância horizontal entre estes dois pontos ($AB=a$). Entretanto a resolução dos triângulos APB e AMB não são tão fáceis como parece.

Delambre, em 1799, na obra “Métodos analíticos para a determinação de um arco de meridiana” solucionou o problema indiretamente.

Ele estabeleceu um valor aproximado para a distância horizontal desconhecida PM ($PM=b$). A este valor aproximado ele chamou de b_0 e utilizou a lei dos senos para determinar o comprimento dos demais lados do triângulo APM e BPM, obtendo assim para seus lados os valores de p_0, q_0, p_0' e q_0' .

Com estes dados se obtém, no cálculo do triângulo APB, o valor de dois lados e conhecendo-se o ângulo compreendido entre estes dois lados podemos dizer (Fig. 5):

$$\varphi + \psi = 180 - (\gamma + \delta)$$

segundo a lei das tangentes temos:

$$\tan \frac{\varphi - \psi}{2} = \tan \frac{\varphi + \psi}{2} \cdot \frac{q_0 - p_0}{q_0 + p_0}$$

como:

$$\frac{\varphi + \psi}{2} + \frac{\varphi - \psi}{2} = \varphi$$

$$\frac{\varphi + \psi}{2} - \frac{\varphi - \psi}{2} = \psi$$

Com o valor destes ângulos pode-se calcular o comprimento do alinhamento do terceiro lado do triângulo APB e se obter o valor d a₀.

Da mesma maneira podem ser obtidos os demais valores de p₀' e q₀' do triângulo AMB.

A partir do conhecimento de que o comprimento da distância AB=a, calculada a partir das coordenadas, é a verdadeira, bastará, para se obter os verdadeiros valores dos demais comprimento, multiplica-los, respectivamente, pelo coeficiente obtido através de:

$$\frac{a}{a_0}$$

3.2. Exercício elucidativo

Com base na figura 5 consideram-se como conhecidos:

$$E_A=400.765,617 \text{ m} \quad N_A=4.500.610,423 \text{ m} \quad E_B=401.575,673 \text{ m} \quad N_B=4.500.870,610 \text{ m}$$

$$\alpha=19^\circ58'48'' \quad \beta=27^\circ29'25'' \quad \gamma=38^\circ02'08'' \quad \delta=46^\circ20'13''$$

- 1) Cálculo da distância horizontal AB

$$DH_{AB} = \sqrt{(E_B - E_A)^2 + (N_B - N_A)^2}$$

$$DH_{AB} = \sqrt{(401.575,673 - 400.765,617)^2 + (4.500.870,610 - 4.500.610,423)^2}$$

$$DH_{AB} = 850,816 \text{ m}$$

- 2) Distância horizontal proposta para o alinhamento PM=b₀

$$b_0=1000,000 \text{ m}$$

- 3) Cálculo dos ângulos θ e ϵ :

$$\theta = 180 - (\alpha + \delta)$$

$$\theta = 113^\circ40'59''$$

$$\epsilon = 180 - (\beta + \gamma)$$

$$\epsilon = 114^\circ28'27''$$

- 4) Cálculo dos lados p₀ e q₀:
do triângulo APM temos:

$$p_0 = \frac{b_0 \cdot \sin \alpha}{\sin \theta}$$

$$p_0 = \frac{1000 \cdot \sin 19^\circ58'48''}{\sin 113^\circ40'59''}$$

$$p_0 = 373,115 \text{ m}$$

do triângulo BPM temos:

$$q_0 = \frac{b_0 \cdot \sin \beta}{\sin \epsilon}$$

$$q_0 = \frac{1000 \cdot \sin 27^\circ 29' 25''}{\sin 114^\circ 28' 27''}$$

$$q_0 = 507,168 \text{ m}$$

5) Cálculo dos ângulos φ e ψ :

$$\varphi + \psi = 180 - (\delta + \gamma)$$

$$\varphi + \psi = 95^\circ 37' 39''$$

$$\frac{\varphi + \psi}{2} = 47^\circ 48' 49,5''$$

$$\frac{\varphi - \psi}{2} = \arctg \left(\tan \frac{\varphi + \psi}{2} \cdot \frac{q_0 - p_0}{q_0 + p_0} \right)$$

$$\frac{\varphi - \psi}{2} = \arctg 0,16802684838$$

$$\frac{\varphi - \psi}{2} = 9^\circ 32' 17,3''$$

$$\frac{\varphi + \psi}{2} + \frac{\varphi - \psi}{2} = \varphi = 57^\circ 21' 06,8''$$

$$\frac{\varphi + \psi}{2} - \frac{\varphi - \psi}{2} = \psi = 38^\circ 16' 32,2''$$

6) Cálculo de a_0 a partir do triângulo APB:

$$a_0 = \frac{p_0 \cdot \sin(\delta + \gamma)}{\sin \psi}$$

$$a_0 = \frac{373,115 \cdot \sin(46^\circ 20' 13'' + 38^\circ 02' 08'')}{\sin 38^\circ 16' 32,2''}$$

$$a_0 = 599,435 \text{ m}$$

$$a_0 = \frac{q_0 \cdot \sin(\delta + \gamma)}{\sin \varphi}$$

$$a_0 = \frac{507,168 \cdot \sin(46^\circ 20' 13'' + 38^\circ 02' 08'')}{\sin 57^\circ 21' 06,8''}$$

$$a_0 = 599,435 \text{ m}$$

7) Cálculo dos lados p_0' e q_0' :

do triângulo APM temos:

$$p_0' = \frac{b_0 \cdot \sin \delta}{\sin \theta}$$

$$p_0' = \frac{1000 \cdot \sin 46^\circ 20' 13''}{\sin 113^\circ 40' 59''}$$

$$p'_0 = 789,940 \text{ m}$$

do triângulo BPM temos:

$$q'_0 = \frac{b_0 \cdot \sin \gamma}{\sin \epsilon}$$

$$q'_0 = \frac{1000 \cdot \sin 38^\circ 02' 08''}{\sin 114^\circ 28' 27''}$$

$$q'_0 = 676,978 \text{ m}$$

8) Cálculo dos ângulos “r” e “μ

$$r = \theta - \varphi$$

$$r = 113^\circ 40' 59'' - 57^\circ 21' 06,8''$$

$$r = 56^\circ 19' 52,2''$$

$$\mu = \epsilon - \psi$$

$$\mu = 114^\circ 28' 27'' - 38^\circ 16' 32,2''$$

$$\mu = 76^\circ 11' 54,8''$$

9) Cálculo do valor de a_0 a partir do triângulo AMB:

$$a_0 = \frac{p'_0 \cdot \sin(\alpha + \beta)}{\sin \mu}$$

$$a_0 = \frac{789,940 \cdot \sin(19^\circ 58' 48'' + 27^\circ 29' 25'')}{\sin 76^\circ 11' 54,8''}$$

$$a_0 = 599,435 \text{ m}$$

$$a_0 = \frac{q'_0 \cdot \sin(\alpha + \beta)}{\sin r}$$

$$a_0 = \frac{676,978 \cdot \sin(19^\circ 58' 48'' + 27^\circ 29' 25'')}{\sin 56^\circ 19' 52,2''}$$

$$a_0 = 599,435 \text{ m}$$

10) Cálculo do coeficiente de correção Δ :

$$\Delta = \frac{a}{a_0}$$

$$\Delta = \frac{850,816}{599,435}$$

$$\Delta = 1,41936323371$$

11) Cálculo dos verdadeiros valores dos comprimentos dos lados:

$$a = a_0 \cdot \Delta$$

$$a = 850,816 \text{ m}$$

$$b = b_0 \cdot \Delta$$

$$b = 1419,363 \text{ m}$$

$$p = p_0 \cdot \Delta$$

$$p = 529,586 \text{ m}$$

$$q = q_0 \cdot \Delta$$
$$q = 719,856 \text{ m}$$

$$p' = p_0' \cdot \Delta$$
$$p' = 1121,212 \text{ m}$$

$$q' = q_0' \cdot \Delta$$
$$q' = 960,878 \text{ m}$$

12) Cálculo dos Azimutes:

$$AZ_{AB} = \arctg \frac{E_B - E_A}{N_B - N_A}$$
$$AZ_{AB} = 72^\circ 11' 35,4''$$

$$AZ_{AP} = AZ_{AB} - \varphi$$
$$AZ_{AP} = 14^\circ 50' 28,6''$$

$$AZ_{AM} = AZ_{AB} + r$$
$$AZ_{AM} = 128^\circ 31' 27,6''$$

$$AZ_{BM} = AZ_{BA} - \mu$$
$$AZ_{BM} = 175^\circ 59' 40,6''$$

13) Cálculo das projeções do alinhamento AP:

$$E_{AP} = p \cdot \sin AZ_{AP}$$
$$E_{AP} = 529,586 \cdot \sin 14^\circ 50' 28,6''$$
$$E_{AP} = 135,649 \text{ m}$$

$$N_{AP} = p \cdot \cos AZ_{AP}$$
$$N_{AP} = 529,586 \cdot \cos 14^\circ 50' 28,6''$$
$$N_{AP} = 511,918 \text{ m}$$

$$E_{BP} = q \cdot \sin AZ_{BP}$$
$$E_{BP} = 719,856 \cdot \sin 290^\circ 28' 07,6''$$
$$E_{BP} = -674,406 \text{ m}$$

$$N_{BP} = q \cdot \cos AZ_{BP}$$
$$N_{BP} = 719,856 \cdot \cos 290^\circ 28' 07,6''$$
$$N_{BP} = 251,731 \text{ m}$$

14) Cálculo das Coordenadas do ponto P:

$$E_P = E_A + E_{AP}$$
$$E_P = 400.765,617 + 135,649$$
$$E_P = 400.901,266 \text{ m}$$

$$N_P = N_A + N_{AP}$$
$$N_P = 4.500.610,423 + 511,918$$
$$N_P = 4.501.122,341 \text{ m}$$

$$E_P = E_B + E_{BP}$$

$$E_P = 401.575,673 - 674,406$$

$$E_P = \mathbf{400.901,267\ m}$$

$$N_P = N_B + N_{BP}$$

$$N_P = 4.500.870,610 + 251,731$$

$$N_P = \mathbf{4.501.122,341\ m}$$

15) Cálculo das projeções do alinhamento AM:

$$E_{AM} = p' \cdot \sin Az_{AM}$$

$$E_{AM} = 1121,212 \cdot \sin 128^\circ 31' 27,6''$$

$$E_{AM} = \mathbf{877,173\ m}$$

$$N_{AM} = p' \cdot \cos Az_{AM}$$

$$N_{AM} = 1121,212 \cdot \cos 128^\circ 31' 27,6''$$

$$N_{AM} = \mathbf{-698,343\ m}$$

$$E_{BM} = q' \cdot \sin Az_{BM}$$

$$E_{BM} = 960,878 \cdot \sin 175^\circ 59' 40,6''$$

$$E_{BM} = \mathbf{67,118\ m}$$

$$N_{BM} = q' \cdot \cos Az_{BM}$$

$$N_{BM} = 960,878 \cdot \cos 175^\circ 59' 40,6''$$

$$N_{BM} = \mathbf{-958,531\ m}$$

16) Cálculo das Coordenadas do ponto M:

$$E_M = E_A + E_{AM}$$

$$E_M = 400.765,617 + 877,173$$

$$E_M = \mathbf{401.642,790\ m}$$

$$N_M = N_A + N_{AM}$$

$$N_M = 4.500.610,423 - 698,343$$

$$N_M = \mathbf{4.499.912,080\ m}$$

$$E_M = E_B + E_{BM}$$

$$E_M = 401.575,673 + 67,118$$

$$E_M = \mathbf{401.642,791\ m}$$

$$N_M = N_B + N_{BM}$$

$$N_M = 4.500.870,610 - 958,531$$

$$N_M = \mathbf{4.499.912,079\ m}$$

3.3. Exercício Aplicativo:

- 1) Deseja-se determinar as coordenadas dos pontos "P" e "M" sabendo-se que a partir do mesmo pode-se visualizar outros dois pontos "A" e "B" de coordenadas conhecidas. A partir do ponto "M" foram medidos os ângulos α e β e a partir do ponto "P" foram medidos os ângulos γ e δ . Sabe-se que $N_A=6.699.075,698\ m$; $E_A=532.200,360\ m$ e $N_B=6.694.924,667\ m$; $E_B=542.251,311\ m$. Ângulos: $\alpha=23^\circ 52' 53,8''$; $\beta=26^\circ 22' 09,5''$; $\gamma=64^\circ 13' 59,9''$ e $\delta=61^\circ 07' 44,7''$. Usar como base a figura 5.

CAPÍTULO II

1 - SISTEMA DE COORDENADAS

1.1. Projeções Cartográficas

A superfície da terra quando projetada sobre um plano não conserva ao mesmo tempo, em verdadeira grandeza, as distâncias, os ângulos, as áreas e ainda a verdadeira relação entre estes elementos. A representação deve ser feita por seções, projetando-se partes da superfície da terra sobre a superfície de uma figura geométrica que possa ser distendida em um plano. As superfícies comumente usadas são as do cilindro, do cone e do próprio plano. Estas figuras podem ser tangentes ao esferoide como mostrado na figura 6 ou secante como mostrado na figura 7. A escolha da posição tangente ou secante depende da finalidade da projeção. O sistema Universal Transverso de Mercator (UTM) utiliza o cilindro como figura de projeção e faz com que este seja secante ao esferoide terrestre como mostrado na figura 7.

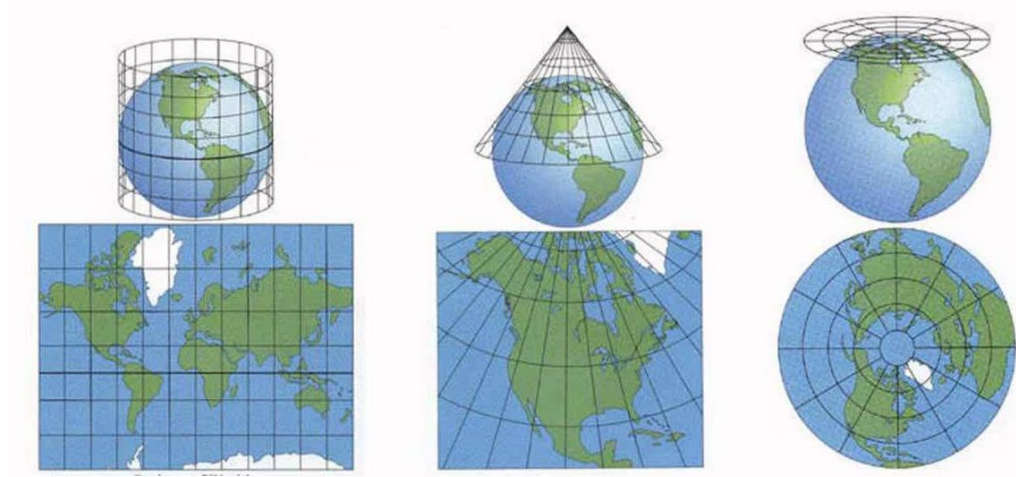


Fig. 6. Sistemas de projeções cartográficas utilizando o cilindro, o cone e o plano tangentes ao esferoide terrestre.

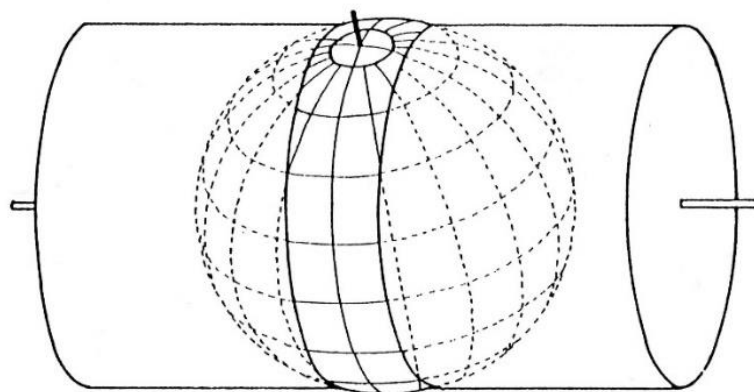


Fig. 7. Cilindro secante ao esferoide terrestre.

A projeção deve ser escolhida conforme o fim a que se destina, podendo-se adotar uma das seguintes:

- 1) A Projeção Equivalente, a que mantém a exata proporção entre as áreas do terreno e as representadas nas cartas.
- 2) A Projeção Conforme, que mantém a forma das pequenas figuras, isto é, que conserva os contornos geográficos de pequenas áreas. Esta projeção não conserva a forma das grandes áreas.
- 3) A Projeção Azimutal, que mantém corretas as direções de todas as linhas que partem de um ponto.

Seja qual for a projeção escolhida, esta deve ser tal que dela resulte a carta que melhor atenda os fins previstos.

A Projeção Conforme é a que melhor atende as necessidades militares. A navegação marítima emprega a Projeção Mercator enquanto a Projeção Azimutal é ideal para as áreas polares e para a confecção de cartas aéreas de distâncias.

1.2. Projeção Transversa de Mercator (UTM)

A projeção de Mercator pode tornar-se transversal fazendo-se a rotação do eixo do cilindro de um ângulo qualquer a partir de sua coincidência com o eixo polar da terra.

Na projeção usada nas cartas topográficas editadas pela Diretoria do Serviço Geográfico, o eixo do cilindro é girado de 90° até ficar contido no plano do equador, passando assim a ter forma elíptica na sua seção transversal (Fig. 7). O cilindro é ainda reduzido, tornando-se o mesmo secante. Os semidiâmetros tornam-se menores do que os do esferoide terrestre. A superfície do esferoide é cortada pela do cilindro segundo duas linhas paralelas ao meridiano central da projeção.

A projeção é matematicamente calculada para conservar iguais as variações de distâncias nos sentidos da latitude e da longitude. Artifícios de cálculo permitem compensar as variações de escala.

As especificações estabelecidas para o sistema UTM são as seguintes:

- 1) Projeção conforme de Mercator, transversa (Gauss)
- 2) Fusos de 6° de amplitude, limitados por meridianos nas longitudes múltiplas de 6°, coincidindo com os fusos da Carta Internacional ao Milionésimo. Cada sistema deve ser prolongado 30' sobre os contíguos, formando-se assim uma área de superposição, de 1 de largura na junção de dois fusos adjacentes.
- 3) Adoção de um elipsoide de referência.
- 4) Fator de redução de escala $K_0 = 1 - \frac{1}{2500} = 0,9996$
- 5) Origem das coordenadas planas, em um fuso, no cruzamento da linha do equador com o Meridiano Central (MC), acrescidas as constantes +10.000.000,00 de metros (só para o hemisfério Sul) no sentido do Meridiano e +500.000,00 metros no sentido do Paralelo.
- 6) Numeração dos fusos segundo o critério adotado pela Carta Internacional ao Milionésimo, isto é, de 1 a 60, a contar do ante meridiano de Greenwich para leste (Fig. 8).

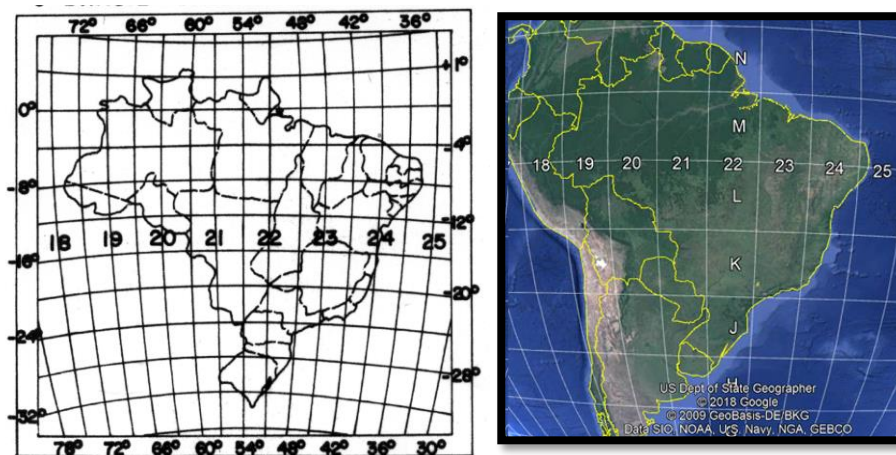


Fig. 8. Divisão dos fusos no continente brasileiro.

O sistema UTM divide o globo em 60 fusos iguais de 6° de amplitude cada um. Conhecendo-se o fuso em que se encontra a área a ser mapeada podemos determinar o meridiano central (MC) referente à mesma, através da seguinte equação:

$$MC = 6 \times F - 3 - 180^\circ \quad \text{ou} \quad MC = 6 \times \text{inteiro} \left(\frac{\lambda}{6} \right) + 3 \quad \text{ou} \quad N^\circ \text{ Fuso} = 30 - \text{inteiro} \left(\frac{\lambda}{6} \right)$$

onde F é o número do fuso

onde λ é o valor da longitude do ponto

Exemplo:

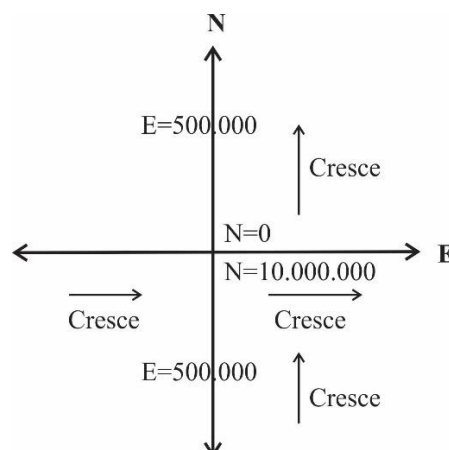
Determinar o meridiano central de um ponto situado na área abrangida pelo fuso 20.

$$\begin{aligned} MC &= 6 \times 20 - 3 - 180 \\ MC &= 120 - 3 - 180 \\ MC &= -63^\circ \end{aligned}$$

Dentro do sistema UTM a Latitude de um ponto é representada pela letra "N" e a Longitude, pela letra "E".

Desta forma para que as coordenadas UTM não tenham valores negativos como o que ocorre com as coordenadas geográficas, convencionou-se atribuir à origem "0" (intersecção da projeção do meridiano central com a linha do Equador) as coordenadas N=10.000.000,00 m e E=500.000,00 m para o hemisfério Sul e N=0,00 m e E=500.000,00 m para o hemisfério Norte.

Ficando o Sistema UTM estabelecido da seguinte maneira:



Exemplo de coordenadas UTM de ponto situado no hemisfério Sul e a Oeste do MC:

$$N_A=6.675.322,68 \text{ m} \quad E_A=487.866,98 \text{ m}$$

Distância do ponto A ao meridiano central(MC)

$$500.000,00 - 487.866,98 = 12.133,02 \text{ m}$$

Distância do ponto A à linha do Equador

$$10.000.000,00 - 6.675.322,68 = 3.324.677,32 \text{ m}$$

1.3. Deformação das áreas na projeção UTM

A fim de reduzir as deformações sofridas no sistema de projeção UTM, limitam-se os campos de aplicação a fusos de 6° de amplitude (3 para cada lado do Meridiano Central).

Na projeção Universal Transversa de Mercator (UTM), o cilindro envolvente sofre uma redução, tornando-se secante (Fig. 9) . A secância traz mais vantagens que a tangência porque aquela ocasiona duas linhas paralelas ao meridiano central que fornecem distâncias em sua verdadeira grandeza. Estas duas linhas estão situadas a 180 km a leste e a oeste do meridiano central do fuso. Desde que para o meridiano central do fuso se estabelece o valor de 500.000,00 m, as linhas de secância terão coordenadas "E" de 680.000,00 e 320.000,00 m respectivamente.

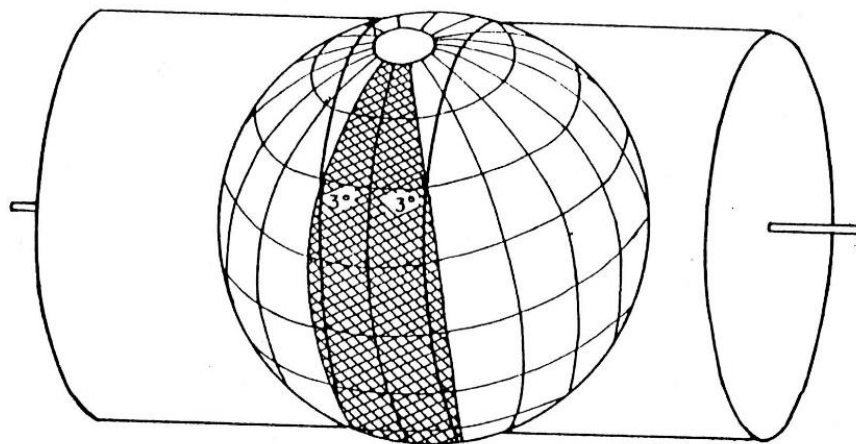


Fig. 9. Cilindro secante com fuso de 6° de amplitude

A figura 10 é a representação esquemática da variação da distorção, nas proximidades do Equador, para qualquer fuso de 6° de amplitude. No meridiano central o fator de escala é 0,9996. A partir deste o fator cresce para oeste e para leste até atingir o valor 1 nas proximidades das coordenadas $E=320.000,00 \text{ m}$ e $E=680.000,00 \text{ m}$, continuando a crescer até o valor de 1,0010 nos limites do fuso.

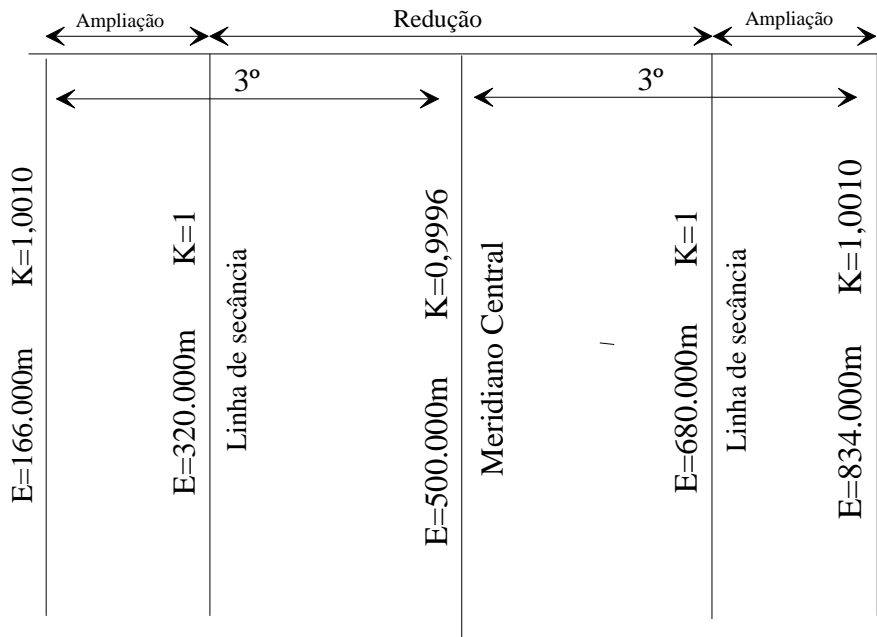


Fig. 10. Escala de distorção em qualquer fuso de 6°, nas proximidades do Equador

1.4. O fator de escala K

O fator de escala "K" ou coeficiente de redução de escala é variável conforme o afastamento em relação ao Meridiano Central. As distâncias medidas no terreno, para serem projetadas, devem ser multiplicadas pelo fator correspondente à região onde está sendo efetuada a medida. Inversamente, as distâncias tomadas na carta devem ser divididas pelo fator de escala para que possamos obter o valor das distâncias reais (Fig. 11). Nas distâncias curtas não é necessário efetuar esta correção devido o erro cometido ficar aquém dos erros inevitáveis; entretanto, em distâncias consideráveis como nos levantamentos de estradas e grandes áreas, esta correção deverá ser efetuada.

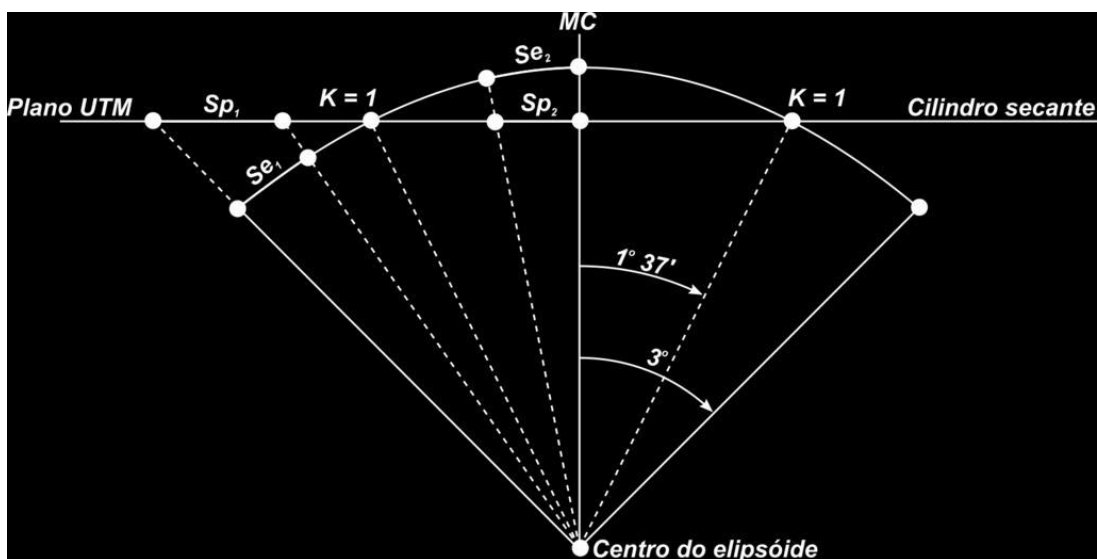


Fig. 11. Distorção sofrida pela distância de campo ao ser projetada sobre o Sistema UTM

A Tabela I fornece o valor do coeficiente de redução (Fator de escala K) até a quinta casa decimal. Tabela I - Fator de escala K no sistema UTM

Ordenada E		Fator K
500.000	500.000	0.99960
490.000	510.000	0.99960
480.000	520.000	0.99960
470.000	530.000	0.99961
460.000	540.000	0.99962
450.000	550.000	0.99963
440.000	560.000	0.99964
430.000	570.000	0.99966
420.000	580.000	0.99968
410.000	590.000	0.99970
400.000	600.000	0.99972
390.000	610.000	0.99975
380.000	620.000	0.99978
370.000	630.000	0.99981
360.000	640.000	0.99984
350.000	650.000	0.99988
340.000	660.000	0.99992
330.000	670.000	0.99996
320.000	680.000	1.00000
310.000	690.000	1.00005
300.000	700.000	1.00009
290.000	710.000	1.00014
280.000	720.000	1.00020
270.000	730.000	1.00025
260.000	740.000	1.00031
250.000	750.000	1.00037
240.000	760.000	1.00043
230.000	770.000	1.00050
220.000	780.000	1.00057
210.000	790.000	1.00065
200.000	800.000	1.00071
190.000	810.000	1.00079
180.000	820.000	1.00086
170.000	830.000	1.00094
160.000	840.000	1.00103
150.000	850.000	1.00111
140.000	860.000	1.00120
130.000	870.000	1.00129
120.000	880.000	1.00138
110.000	890.000	1.00148
100.000	900.000	1.00158

1.5. Sistema de Coordenadas LTM e RTM aplicadas ao mapeamento Municipal.

Em muitos países do mundo, o mapeamento urbano não é efetuado no sistema UTM, em função das distorções lineares que o mesmo acarreta no mapeamento, principalmente nos limites do fuso.

Para solucionar estes problemas foi criado, nos Estados Unidos, o sistema SPC (*State Plane Coordinate*) o qual proporciona o mapeamento de áreas urbanas em grande escala diminuindo os erros de distorções cometidos pelo sistema UTM.

Este novo sistema utiliza fuso de 2°, conhecido como RTM (Regional Transverso de Mercator) e fuso de 1°, conhecido como LTM (Local Transverso de Mercator).

O sistema LTM atende à necessidade do mapeamento urbano em relação à equivalência entre as distâncias medidas em campo e sua respectiva projeção no mapa

topográfico. A distorção linear, mesmo no limite do fuso, é tão pequena que pode ser desprezada em mapeamentos urbanos de grande escala (1:2.000 ou 1:1.000).

No sistema LTM, a distorção máxima, no extremo sul brasileiro, considerando o limite do fuso, chega a 1:46.966, enquanto o sistema UTM ocasiona, para o mesmo ponto, uma distorção de 1:1.831.

Para regiões próximas ao meridiano de secância do sistema UTM, pode-se usar o mesmo sistema, que equivale, nesta região, ao sistema LTM, limitando a região em 1° (30' para cada lado do meridiano de secância).

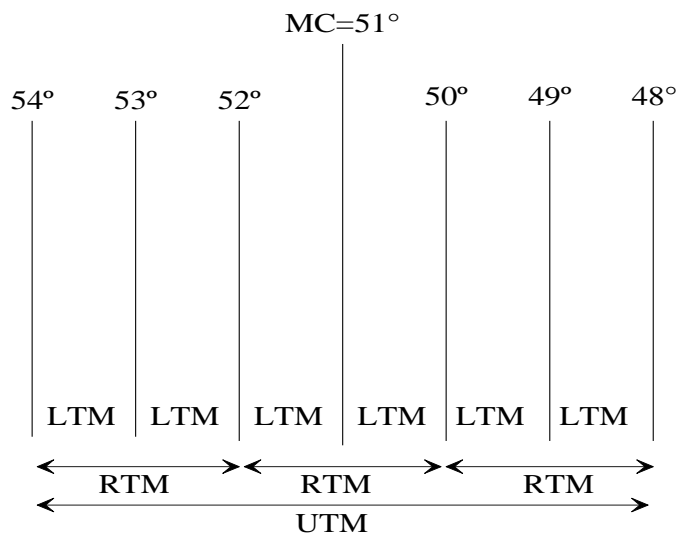
O sistema RTM é utilizado para evitar a transposição de fuso quando a região é próxima ao final do fuso de 1° (LTM).

Características do Sistema RTM:

- a) Fuso de 2 graus
- b) Meridiano Central nas longitudes ímpares
- c) $K_0=0,999995$
- d) $N=5.000.000 - N'$ (hemisfério sul)
- e) $N=N'$ (hemisfério norte)
- f) $E=400.000 \pm E'$ (+E' se o ponto se encontrar a oeste do MC e -E' se o ponto se encontrar a leste do MC)

Características do Sistema LTM:

- a) Fuso de 1 grau
- b) Meridiano central nas longitudes de meio grau
- c) $K_0=0,999995$
- d) $N=5.000.000 - N'$ (hemisfério sul)
- e) $N=N'$ (hemisfério norte)
- f) $E=200.000 \pm E'$ (+E' se o ponto se encontrar a oeste do MC e -E' se o ponto se encontrar a leste do MC)



1.6. Exercícios Aplicativos

1) De um levantamento topográfico é conhecida as coordenadas UTM de dois pontos referentes a base de uma triangulação. A partir destas coordenadas pede-se para calcular a distância plana (UTM) entre estes dois pontos e a distância real de campo.

$$N_A=6.879.475,823 \text{ m}$$

$$N_B=6.881.324,537 \text{ m}$$

$$E_A=232.678,907 \text{ m}$$

$$E_B=230.321,845 \text{ m}$$

2) Para a elaboração de um projeto de locação de uma estrada, necessita-se saber a distância real existente entre os Marcos Geodésicos denominados Pinheiro Alto e Casa Branca, cujas coordenadas são:

$$\begin{aligned} N_{PA} &= 6.767.478,970 \text{ m} & N_{CB} &= 6.747.316,290 \text{ m} \\ E_{PA} &= 557.560,670 \text{ m} & E_{CB} &= 564.130,580 \text{ m} \end{aligned}$$

2 - CONVERGÊNCIA DOS MERIDIANOS

2.1. Introdução

Em obras de engenharia que abrangem grandes distâncias tais como os levantamentos destinados a projetos de linhas de transporte, sejam rodovias, ferrovias, energia elétrica etc., nas quais se utilizam poligonais abertas e portanto sem controle de erros de fechamento, tanto angular como linear, devemos levar em consideração a Convergência dos meridianos no transporte e cálculo dos azimutes. Isto porque ao efetuarmos o levantamento de campo estamos trabalhando sobre uma superfície curva e não sobre um plano. Desta maneira, o azimute de um alinhamento não difere de seu contra-azimute de 180° . Uma das consequências deste fato é que a direção N-S num determinado ponto não é paralela à direção N-S em outro ponto que se encontre a alguns quilômetros de distância.

Para amenizar-se este erro no levantamento de poligonais abertas de grande envergadura, são programadas determinações da direção do norte verdadeiro ou geográfico entre intervalos de distância preestabelecidos, geralmente a cada 10 km. Com isso, os azimutes dos alinhamentos, que vêm sendo calculados através dos ângulos medidos, podem ser controlados e corrigidos.

Dá-se o nome de convergência meridiana à diferença angular existente entre o norte verdadeiro ou geográfico (NV) e o norte da quadrícula (NQ) (Fig. 12).

Sobre o meridiano central, a convergência meridiana é nula, uma vez que o norte verdadeiro coincide com o norte da quadrícula. À medida que nos afastamos do meridiano central, a convergência meridiana vai aumentando.

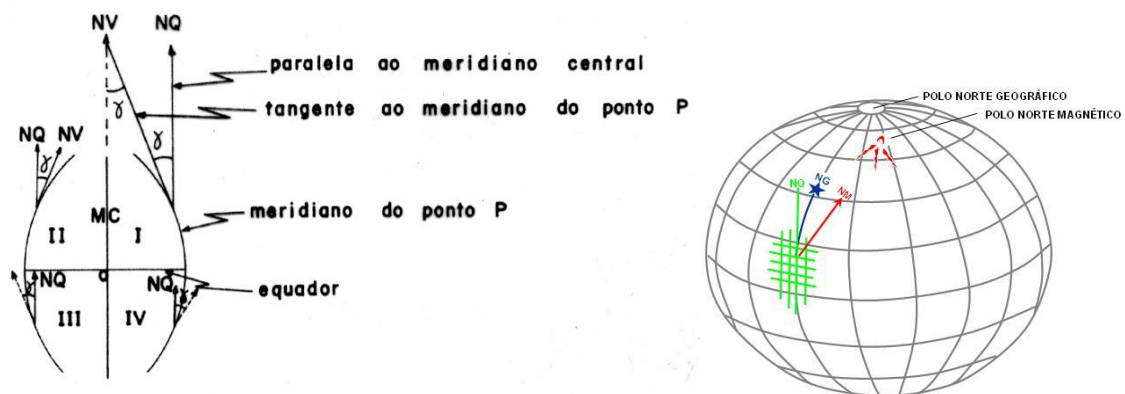


Fig. 12. Convergência Meridiana

2.2. Cálculo da Convergência Meridiana

Para a determinação da Convergência Meridiana podemos obter sua dedução a partir da figura 13:

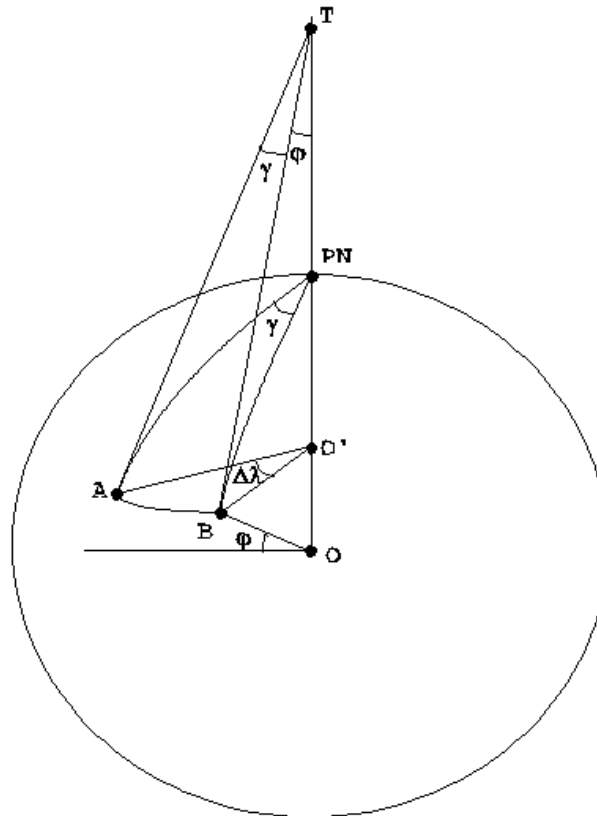


Fig. 13. Convergência dos Meridianos

PN=Polo Norte

$\Delta\lambda$ =Diferença de longitudes entre os pontos considerados (A e B)

φ_m =Latitude média do local ($\frac{\varphi_A + \varphi_B}{2}$)

γ =Convergência dos Meridianos

Da figura 13 temos:

Do triângulo ABT podemos dizer que:

$$\frac{AB}{BT} = \text{sen}\gamma$$

Do triângulo ABO' podemos dizer que:

$$\frac{AB}{BO'} = \text{sen}\Delta\lambda$$

Do triângulo BO'T podemos dizer que:

$$\frac{BO'}{BT} = \text{sen}\varphi$$

Logo equiparando-se as equações acima temos:

$$\text{sen}\gamma = \frac{BO' \times \text{sen}\Delta\lambda}{BO'}$$
$$\text{sen}\gamma = \text{sen}\Delta\lambda \times \text{sen}\varphi$$

como temos dois pontos (A e B) o valor de φ será a média das latitudes (φ_m) destes dois pontos e assim podemos escrever a equação como:

$$\text{sen}\gamma = \text{sen}\Delta\lambda \times \text{sen}\varphi_m$$

Como os valores de $\text{sen}\gamma$ e $\text{sen}\Delta\lambda$ são pequenos estes se confundem com os próprios valores de γ e de $\Delta\lambda$. sendo assim a equação pode ser expressa por:

$$\gamma = \Delta\lambda \times \text{sen}\varphi_m$$

Para o cálculo da convergência meridiana ($\gamma=CM$) pode ser usada a seguinte fórmula que nos dá um valor aproximado, mas dentro das precisão topográfica:

$$CM = \Delta\lambda \cdot \text{sen}\varphi_m$$

onde $\Delta\lambda$ é a diferença de longitude entre o meridiano central e o ponto considerado e φ é a latitude do ponto.

O valor da latitude (φ) e da longitude (λ) podem ser obtidos a partir de uma carta topográfica com precisão mínima de minuto.

Seja um alinhamento AB cujo Azimute de Quadrícula é de $114^\circ34'20''$ e $\varphi = -32^\circ02'05,6''$ e $\lambda = -51^\circ14'05,41''$ as coordenadas do ponto A (Ponto referente do canteiro posterior ao salão de Atos da UFRGS). Determinar o Azimute Verdadeiro do referido alinhamento.

Da fórmula da convergência meridiana temos:

$$CM = \Delta\lambda \cdot \text{sen}\varphi_m$$

Donde:

$$\Delta\lambda = MC - \lambda_A$$

Meridiano Central (MC) = 51°

$$\Delta\lambda = 51^\circ - 51^\circ14'05,41''$$

$$\Delta\lambda = -0^\circ14'05,41''$$

$$CM = -0^\circ14'05,41'' \times \text{sen}-32^\circ02'05,6''$$

$$CM = (-0.2348361111) \times (-0,5304355645)$$

$$CM = 0,1245654253^\circ$$

$$CM = 0^\circ07'28,4''$$

Azimute verdadeiro = Azimute da Quadrícula + CM

$$AZ_{\text{ved}} = 114^\circ34'20'' + 0^\circ07'28,4''$$

$$AZ_{\text{ved}} = 114^\circ41'48,4''$$

2.3. Exercícios Aplicativos:

- 1) Deseja-se determinar a convergência meridiana em um ponto pertencente a uma poligonal cujas coordenadas geográficas são: $\varphi = -32^{\circ}27'45''$, $\lambda = -49^{\circ}12'55''$ e o MC = 51° .
- 2) Deseja-se conhecer a convergência meridiana do centro de uma carta topográfica cujas coordenadas de vértices são:
 $\varphi_A = -28^{\circ}30'$, $\lambda_A = -52^{\circ}15'$; $\varphi_B = -28^{\circ}30'$, $\lambda_B = -52^{\circ}30'$; $\varphi_C = -28^{\circ}45'$, $\lambda_C = -52^{\circ}30'$;
 $\varphi_D = -28^{\circ}45'$, $\lambda_D = -52^{\circ}15'$ e cujo MC = 51° .
- 3) Sabe-se que o Azimute verdadeiro de um alinhamento é de $232^{\circ}56'30''$. Pede-se qual será seu Azimute de Quadrícula, sabendo-se que este ponto apresenta as seguintes coordenadas: $\varphi = -29^{\circ}30'45''$ e $\lambda = -56^{\circ}10'20''$. Meridiano Central = 57° .

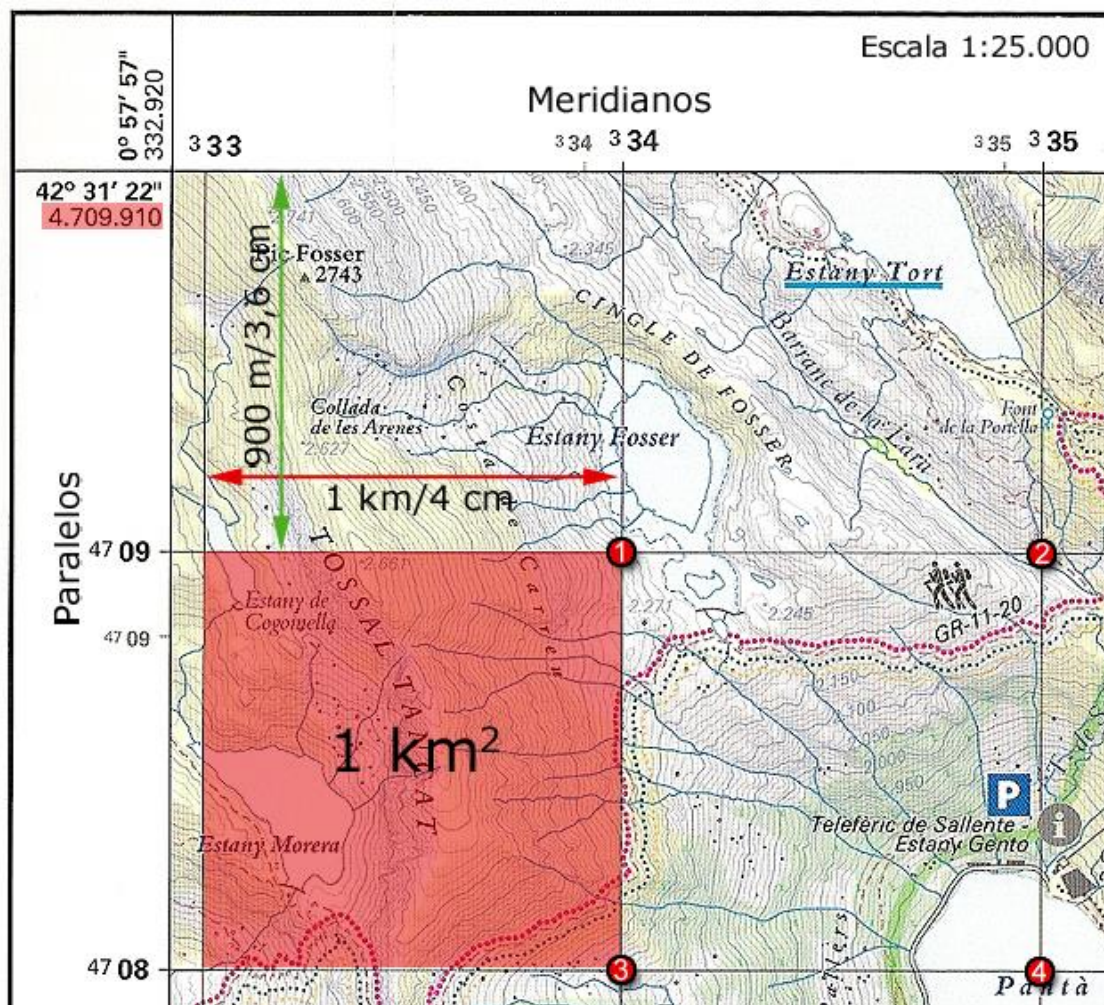


Fig. 14. Mapa em coordenadas UTM e Geográfica

CAPÍTULO III

1 - MEDIDAS DE ÂNGULOS HORIZONTAIS

1.1. Método da Reiteração

A medida de ângulos pelo método da reiteração consiste em medir cada ângulo em partes diferentes do limbo, atenuando assim prováveis erros que possam ocorrer na graduação dos limbos. Para eliminar prováveis erros de excentricidade do eixo óptico ou erro de inclinação do eixo horizontal, vamos aplicar a esse método a leitura do ângulo na posição direta (PD) e posição inversa (PI) da luneta.

O método a ser aplicado consiste em observar todas as direções a partir da estação, uma após outra, no sentido horário e em referir-se todas as direções observadas a uma dentre estas direções, escolhida como origem ou referência. As leituras são efetuadas, primeiramente, na posição direta da luneta (PD) e posteriormente na posição inversa da mesma (PI).

Para a determinação do arco de reiterações a ser aplicado na medida dos ângulos, é necessário se estabelecer o número de reiterações (n) pretendido. Supondo que se deseje efetuar 3 reiterações, o arco de reiteração será:

$$\text{arcodereiteração} = \frac{180}{n} = \frac{180}{3} = 60^\circ$$

Estabelecido o arco de reiteração, este indicará o valor correspondente ao arco de afastamento entre cada uma das 3 série de medidas de ângulos.

A primeira reiteração partirá com a marcação do limbo em 0° , a segunda reiteração a partir de 60° e a terceira a partir de 120° como pode ser visto no quadro abaixo e na figura 15.

Reiteração	PD	PI
1ª	0°00'00"	180°00'00"
2ª	60°00'00"	240°00'00"
3ª	120°00'00"	300°00'00"

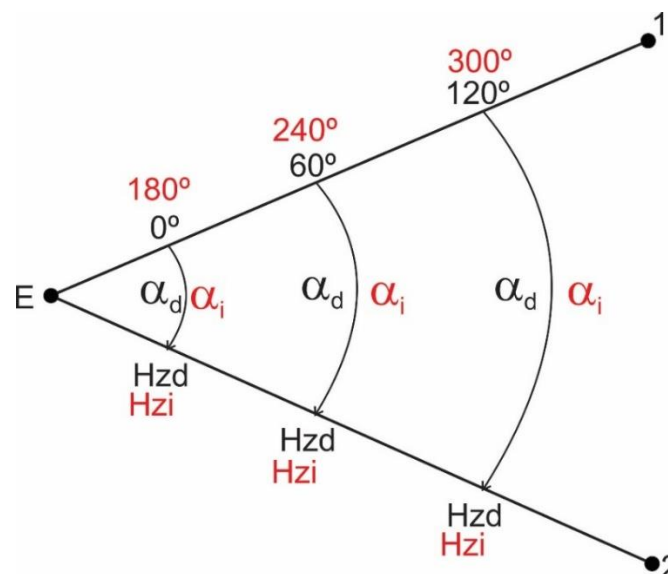


Fig. 15. Esquema da medida de ângulos por reiteração na PD e PI da luneta

Se o aparelho (Fig. 16) não apresentar nenhum erro sistemático e considerando que o operador não cometa erro acidental, a leitura a ser observada no limbo, quando da inversão da luneta para a leitura na posição inversa (PI), deverá diferir da leitura da posição direta (PD) de 180°. A leitura da posição inversa (PI) não deve ser ajustada no limbo e sim anotar diretamente o valor lido.

O ângulo final a ser utilizado será a média entre a leitura da posição direta (PD) e da posição inversa (PI).



Fig. 16. Teodolito Eletrônico

$$\hat{\text{Ângulo Médio}} = \frac{PD + PI - 180}{2}$$

2 - TEORIA DOS ERROS

2.1. Introdução

Todas as observações topográficas se reduzem na medida de uma distância, de um ângulo ou de uma diferença de nível as quais podem ser afetadas de erros ocasionados pelos aparelhos, pelas condições exteriores e pelo observador.

Procura-se eliminar algumas das causas dos erros e reduzir os valores dos que restam, mas como não é possível fazê-los desaparecer completamente, torna-se necessário calcular o valor mais provável da grandeza, o qual é obtido através dos resultados das observações efetuadas.

Todas as grandezas que nos interessam são medidas ou observadas por intermédio de nosso sentidos e com o auxílio de instrumentos. Efetuando-se uma série de medidas de uma mesma grandeza, a prática revela que essas medidas ou observações nunca são absolutamente concordantes.

Se considerarmos uma dessas medidas ou observações como valor exato da grandeza que se está a medir, comete-se erro.

Os erros podem ser classificados em duas grandes categorias: sistemáticos e acidentais.

- a) Erros Sistemáticos: são os erros que aparecem numa medida com absoluta constância ou variando segundo uma lei determinada. Este erro poderá ser eliminado quando sua causa for definida. Os erros sistemáticos apresentam sempre o mesmo sinal, que poderá ser positivo ou negativo, considerando-se a mesma grandeza medida, mesmo equipamento e mesmo operador.
- b) Erro Acidental: são os erros devidos às ações simultâneas e independentes de causas diversas e desconhecidas. Poderão apresentar ora valor positivo, ora valor negativo para a mesma situação. A ciência se conforma com estes erros e institui métodos para escolher o valor mais representativo da série de grandeza medida.

A Teoria dos Erros tem por finalidade estabelecer um método seguro e conveniente, segundo o qual sempre se possa estabelecer o valor mais aceitável de uma grandeza, uma vez que se reconhece ser impossível tornar as medidas isentas de erros. Além disso, a teoria dos

erros se preocupa em determinar o erro mais tranquilizador que se pode cometer a respeito do valor de uma determinada grandeza que se mede.

Erro Verdadeiro é o afastamento ε , que existe entre o verdadeiro valor de uma grandeza X (desconhecida) e uma medida qualquer l que se obtenha dessa grandeza.

$$\varepsilon = X - l$$

Erro Aparente ou resíduo é o afastamento v , que existe entre o valor mais aceitável e mais conveniente x , que se tomou para definir uma grandeza (de valor real X desconhecido) e uma medida qualquer l .

$$v = x - l$$

Para n medidas efetuadas de uma mesma grandeza ($l_1, l_2, l_3, \dots, l_n$), o valor mais aceitável é o que se obtém através da média aritmética dos valores dessas medidas.

$$x = \frac{l_1 + l_2 + \dots + l_n}{n}$$

e serão erros aparentes:

$$v_1 = x - l_1 \quad v_2 = x - l_2 \quad \dots \quad v_n = x - l_n$$

Erro Médio Aritmético é o valor ε_0 , obtido através do somatório modular dos erros aparentes (v) dividido pelo número de observações ou medidas.

$$\varepsilon_0 = \frac{\sum |v|}{n} \quad \sum |v| = \text{somatório em valor absoluto}$$

2.2. Método dos Mínimos Quadrados

A soma dos quadrados dos erros deve ser um mínimo, isto é, $v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2 = \text{mínimo}$. O quadrado de qualquer quantidade positiva ou negativa é sempre um valor positivo o que tranquiliza a respeito da coparticipação dos sentidos dos erros no critério a adotar, sem os prejuízos oriundos de um mínimo pouco expressivo.

Valor mais plausível x de uma grandeza desconhecida X , em torno da qual se efetuam medidas diretas, inspirando todas o mesmo grau de confiança é a média aritmética simples destas medidas (l).

$$x = \frac{\sum l}{n}$$

Erro Médio Quadrático de uma Observação Isolada é o afastamento mais adequado, expresso por um número ε_1 , entre o valor real X da grandeza que se mede e o seu valor mais plausível x .

$$\varepsilon_1 = \pm \sqrt{\frac{\sum v^2}{(n-1)}}$$

onde $\sum v^2$ representa a soma dos quadrado dos resíduos (v) que são obtidos pela diferença entre a média aritmética (x) e cada uma das medidas (l)

Erro Médio Quadrático da Média Aritmética, ε_m , de uma grandeza X cujo valor mais plausível seja definido por uma média aritmética simples entre os valores das observações é:

$$\varepsilon_m = \pm \frac{\varepsilon_1}{\sqrt{n}} \quad \text{ou} \quad \varepsilon_m = \pm \sqrt{\frac{\sum v^2}{n(n-1)}}$$

Se utilizarmos a equação do erro médio quadrático da média aritmética (ε_m) e considerarmos o erro médio quadrático de uma observação isolada (ε_1) igual a 1 e variarmos o número de observações efetuadas sobre uma mesma grandeza (n), obteremos valores para ε_m . Se considerarmos estes valores como y e os valores de (n) como x , podemos construir um gráfico (Fig. 17) que nos mostrará o grau de diminuição do erro médio com o aumento do número de repetições da grandeza medida.

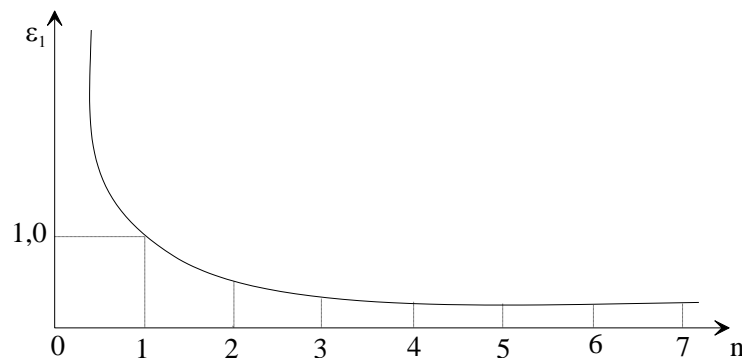


Fig. 17. Gráfico da variação do erro médio quadrático com o aumento do número de observações

A curva obtida, como pode ser vista na figura 17, é uma curva assintótica, o que significa que o erro médio tende para zero à medida que se aumenta indefinidamente o número de observações.

Média Aritmética Ponderada (X_p) é o valor ponderado de uma grandeza desconhecida X , em torno da qual se efetuaram medidas não condicionadas, com graus de exatidão diferentes e conhecidos por intermédio dos números p_1, p_2, \dots, p_n , os quais representam os pesos atribuídos a cada medida efetuada.

$$X_p = \frac{\sum(x_i \times p_i)}{\sum p_i} \quad \text{onde "i" representa cada série de medida}$$

O valor dos pesos das observações (p) são inversamente proporcionais ao valor do quadrado do erro médio quadrático da média aritmética (ε_m) de cada observação.

$$p_i = \frac{1}{(\varepsilon_{m_i})^2}$$

Erro Médio Quadrático da Média Ponderada é dado pela seguinte equação:

$$\varepsilon_{mp} = \sqrt{\frac{\sum(v_i^2 \times p_i)}{\sum p_i(n-1)}}$$

onde:

v^2 representa o quadrado do resíduo (v) que é obtido pela diferença entre a média ponderada e a média aritmética de cada série de medida.

$$v_i = X_{P_i} - x_i \quad \text{onde "i" representa cada série de medidas.}$$

2.3. Exercício Elucidativo:

1) Mediu-se uma grandeza angular com quatro equipamentos e equipes diferentes e obteve-se os seguintes resultados:

Equipe I	Equipe II	Equipe III	Equipe IV
20°21'10"	20°21'40"	20°21'50"	20°21'00"
20°21'20"	20°21'10"	20°21'30"	20°21'30"
20°21'00"	20°21'20"	20°21'20"	20°21'10"
20°21'10"	20°21'10"	20°21'40"	20°21'20"

- Pede-se:
- Qual é a melhor série de medidas?
 - Qual é o valor angular mais provável em relação às quatro séries de medidas?

1ª Série de Medidas:

$$\text{Valor Angular Médio } (x_I) \quad x_I = \frac{\sum l}{n} = 20^\circ 21' 10''$$

Resíduos	+v	- v	v ²
1	00		00
2		10	100
3	10		100
4	00		00
Σ=	10	10	200

$$\text{Erro médio aritmético: } \varepsilon_0 = \frac{\sum |v|}{n} = \frac{20}{4} = 5$$

$$\text{Erro médio quadrático de uma observação: } \varepsilon_1 = \pm \sqrt{\frac{\sum v^2}{(n-1)}} = \pm \sqrt{\frac{200}{3}} = \pm 8,16$$

$$\text{Erro médio quadrático da média aritmética: } \varepsilon_m = \pm \sqrt{\frac{\sum v^2}{n(n-1)}} = \pm \sqrt{\frac{200}{12}} = \pm 4,08$$

2ª Série de Medidas:

$$\text{Valor Angular Médio } (x_{II}) \quad x_{II} = \frac{\sum l}{n} = 20^\circ 21' 20''$$

Resíduos	+v	- v	v ²
1		20	400
2	10		100
3	00		00
4	10		100
Σ=	20	20	600

Erro médio aritmético: $\varepsilon_0 = \frac{\sum |v|}{n} = \frac{40}{4} = 10$

Erro médio quadrático de uma observação: $\varepsilon_1 = \pm \sqrt{\frac{\sum v^2}{(n-1)}} = \pm \sqrt{\frac{600}{3}} = \pm 14,14$

Erro médio quadrático da média aritmética: $\varepsilon_m = \pm \sqrt{\frac{\sum v^2}{n(n-1)}} = \pm \sqrt{\frac{600}{12}} = \pm 7,07$

3ª Série de Medidas:

Valor Angular Médio (x_{III}) $x_{III} = \frac{\sum l}{n} = 20^\circ 21' 35''$

Resíduos	+v	- v	v ²
1		15	225
2	05		25
3	15		225
4		05	25
Σ =	20	20	500

Erro médio aritmético: $\varepsilon_0 = \frac{\sum |v|}{n} = \frac{40}{4} = 10$

Erro médio quadrático de uma observação: $\varepsilon_1 = \pm \sqrt{\frac{\sum v^2}{(n-1)}} = \pm \sqrt{\frac{500}{3}} = \pm 12,91$

Erro médio quadrático da média aritmética: $\varepsilon_m = \pm \sqrt{\frac{\sum v^2}{n(n-1)}} = \pm \sqrt{\frac{500}{12}} = \pm 6,45$

4ª Série de Medidas:

Valor Angular Médio (x_{IV}) $x_{IV} = \frac{\sum l}{n} = 20^\circ 21' 15''$

Resíduos	+v	- v	v ²
1	15		225
2		15	225
3	05		25
4		05	25
Σ =	20	20	500

Erro médio aritmético: $\varepsilon_0 = \frac{\sum |v|}{n} = \frac{40}{4} = 10$

Erro médio quadrático de uma observação: $\varepsilon_1 = \pm \sqrt{\frac{\sum v^2}{(n-1)}} = \pm \sqrt{\frac{500}{3}} = \pm 12,91$

Erro médio quadrático da média aritmética: $\varepsilon_m = \pm \sqrt{\frac{\sum v^2}{n(n-1)}} = \pm \sqrt{\frac{500}{12}} = \pm 6,45$

O valor da média aritmética por série de medida com seu respectivo erro médio é:

Valor mais provável por série		
I	20°21'10"	±4,08
II	20°21'20"	±7,07
II	20°21'35"	±6,45
IV	20°21'15"	±6,45

Valor mais provável em relação as quatro séries de medidas, ou seja, o cálculo da Média Ponderada.

Cálculo do peso (p):

$$p_i = \frac{1}{(\varepsilon_{m_i})^2}$$

$$p_I = 0,060073049 \quad p_{II} = 0,020006042 \quad p_{III} = 0,024037017 \quad p_{IV} = 0,024037017$$

Cálculo da média ponderada:

$$X_p = \frac{\sum(x_i \times p_i)}{\sum p_i}$$

$$X_p = \frac{1,222653417 + 0,407234099 + 0,489386989 + 0,489253450}{0,128153125} = 20,354774454$$

$$X_p = 20^\circ 21'17,2''$$

Cálculo do resíduo da média ponderada (v):

$$v_i = X_p - x_i$$

Resíduos	v	v ²
1	7,2	51,84
2	2,8	7,84
3	17,8	316,84
4	2,5	6,25

Cálculo do erro médio quadrático da média ponderada:

$$\varepsilon_{mp} = \sqrt{\frac{\sum(v_i^2 \times p_i)}{\sum p_i(n-1)}}$$

$$\varepsilon_{mp} = \sqrt{\frac{\sum(v_i^2 \times p_i)}{\sum p_i(n-1)}} = \sqrt{\frac{3,114186860 + 0,156847369 + 7,615888466 + 0,150231356}{0,384459375}} = 5,35$$

A melhor série de medidas é a I e o valor angular mais provável em relação as quatro séries de medidas é de:

$$X_p = 20^\circ 21'17,2'' \pm 5,35''$$

2.4. Exercícios Aplicativos

1) Três equipes de topografia medem uma base AB e obtém os seguintes resultados:

Equipe I	Equipe II	Equipe III
704,27 m	703,84 m	704,18 m
705,35 m	703,97 m	704,58 m
704,64 m	704,69 m	704,39 m
704,19 m	704,30 m	705,02 m

Pede-se qual é a melhor série de medidas e qual o valor médio mais provável das três séries de medidas?

2) Uma base RS de uma triangulação para a determinação de uma distância inacessível, foi medida 8 vezes e foram obtidos os seguintes valores:

Leitura	Medida (m)
1 ^a	110,60
2 ^a	110,67
3 ^a	110,60
4 ^a	110,56
5 ^a	110,67
6 ^a	110,68
7 ^a	110,63
8 ^a	110,71

Pede-se: qual o valor mais provável, erro médio quadrático de uma observação e erro médio quadrático da média aritmética.

3 - MEDIDAS INDIRETAS DE DISTÂNCIAS

3.1. Introdução

Quando alguma impossibilidade ou dificuldade na obtenção de uma distância por medidas diretas se apresentar, poderemos obter esta distância por métodos indiretos através de solução matemática com a utilização da trigonometria, onde os valores angulares e lineares necessário para o cálculo são obtidos por equipamentos e métodos topográficos.

Os teodolitos a serem empregados para a obtenção dos dados angulares deve permitir leituras de grande precisão, se possível de 20" e interpolação de 10", ou precisão maior. Os dados lineares necessários devem ser medidos com grande exatidão, para que os resultados finais a serem obtidos possam satisfazer o grau de precisão exigido.

Suponhamos que se deseja medir a distância entre o ponto "P" e o ponto "Q" (Fig. 18), os quais poderiam ser considerados como os extremos do eixo de uma ponte ou de um túnel. Para resolvermos o problema, foram escolhidos outros dois pontos auxiliares, "A" e "B", localizados em uma área de fácil acesso e com intervisibilidade entre si e entre os pontos "P" e "Q". Para a obtenção da distância horizontal considerada (PQ), devem ser medidos em campo os ângulos α , β , γ e δ e a distância horizontal "AB", que servirá de base.

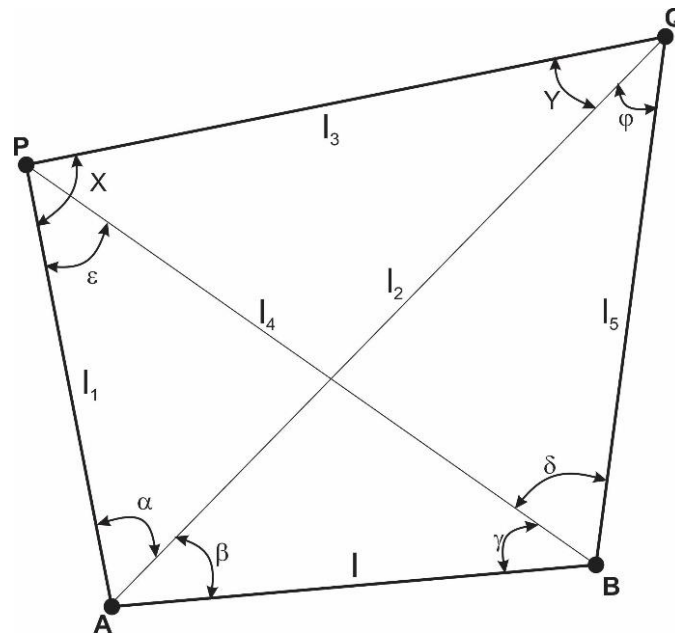


Fig. 18. Planta da poligonal de apoio para a determinação da distância "PQ" inacessível.

3.2. Determinação de Distâncias Horizontais

Nos pontos auxiliares, A e B, será montado o teodolito para a medidas dos ângulos α , β , γ e δ , utilizando-se, de preferência, o método das reiterações. Esta base AB deverá, conforme as possibilidades, ter uma orientação o mais paralela possível com o alinhamento a ser determinado. A distância AB deverá ser medida com uma trena com grande precisão e no mínimo duas vezes ou através de um equipamento eletrônico de medida de distância.

Para o cálculo da distância, poderemos utilizar a lei dos senos, dos cossenos e das tangentes, de tal maneira que possamos obter a distância PQ por vários caminhos. Trata-se apenas de uma verificação de cálculo, já que partimos dos mesmos dados iniciais e, obviamente, os resultados devem ser iguais, salvo enganos de cálculo ou erros cometidos na medida dos ângulos. Para o resultado final, procura-se utilizar a média da série de cálculos que apresentarem a menor distorção, sempre dentro do erro máximo permitido para o levantamento.

Do triângulo PAB (Fig.18), pela lei dos senos podemos determinar l_1 e l_4 :

$$\frac{l}{\text{sen } \varepsilon} = \frac{l_1}{\text{sen } \gamma} \qquad l_1 = \frac{l \cdot \text{sen } \gamma}{\text{sen } \varepsilon}$$

$$\frac{l}{\text{sen } \varepsilon} = \frac{l_4}{\text{sen}(\alpha + \beta)} \qquad l_4 = \frac{l \cdot \text{sen}(\alpha + \beta)}{\text{sen } \varepsilon}$$

$$\varepsilon = 180^\circ - (\alpha + \beta + \gamma)$$

Do triângulo QAB (Fig.18), pela lei dos senos podemos determinar l_2 e l_5 :

$$\frac{l}{\text{sen } \varphi} = \frac{l_2}{\text{sen}(\gamma + \delta)} \qquad l_2 = \frac{l \cdot \text{sen}(\gamma + \delta)}{\text{sen } \varphi}$$

$$\frac{l}{\text{sen } \varphi} = \frac{l_5}{\text{sen } \beta} \qquad l_5 = \frac{l \cdot \text{sen } \beta}{\text{sen } \varphi}$$

$$\varphi = 180^\circ - (\beta + \gamma + \delta)$$

(13) Do triângulo APQ (Fig.18), pela lei dos cossenos, podemos determinar a distância PQ

$$l_3 = \sqrt{l_1^2 + l_2^2 - 2.l_1.l_2.\cos\alpha}$$

(13) Do triângulo BPQ (Fig.18), pela lei dos cossenos, podemos determinar a distância PQ

$$l_3 = \sqrt{l_4^2 + l_5^2 - 2.l_4.l_5.\cos\delta}$$

Utilizando-se a lei das tangentes na figura 18, podemos expressá-la, em relação ao triângulo PQA, como:

$$\frac{(X + Y)}{2} = \frac{180^\circ - \alpha}{2}$$

$$\operatorname{tag} \frac{(X + Y)}{2} = \operatorname{tag} \frac{180^\circ - \alpha}{2} = \cot g \frac{\alpha}{2}$$

$$\frac{(X - Y)}{2} = \operatorname{arctg} \left(\frac{l_2 - l_1}{l_2 + l_1} \cdot \cot g \frac{\alpha}{2} \right)$$

Das duas expressões podemos tirar:

$$X = \frac{(X + Y)}{2} + \frac{(X - Y)}{2} \qquad Y = \frac{(X + Y)}{2} - \frac{(X - Y)}{2}$$

Do triângulo PAQ (Fig.18), pela lei dos senos, podemos determinar a distância PQ (13).

$$l_3 = \frac{l_2 \cdot \operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{sen} X} \quad \text{ou} \quad l_3 = \frac{l_1 \cdot \operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{sen} Y}$$

ou pelo triângulo PBQ

$$l_3 = \frac{l_4 \cdot \operatorname{sen} \delta}{\operatorname{sen}(Y + \varphi)} \quad \text{ou} \quad l_3 = \frac{l_5 \cdot \operatorname{sen} \delta}{\operatorname{sen}(X - \varepsilon)}$$

Desta maneira consegue-se determinar a distância PQ (13) por seis caminhos diferentes. Comparando-se os resultados, pode-se determinar o valor mais provável através da média aritmética entre os valores mais próximos. Deve-se determinar o erro médio quadrático da média.

3.3. Exercícios Aplicativos:

1) Deseja-se determinar o comprimento do eixo PQ de uma ponte tendo sido medidos, a partir de uma base AB, os ângulos α , β , γ e δ pelo processo da reiteração, conforme esquema da figura 16.

$$\alpha = 15^{\circ}30'40'' \quad \beta = 123^{\circ}48'26,7'' \quad \gamma = 39^{\circ}58'00'' \quad \delta = 15^{\circ}34'46,7'' \quad \overline{AB} = 59,19m$$

2) Deseja-se determinar a distância entre duas torres de transmissão elétrica (PQ), a partir de uma base AB, medidos os ângulos α , β , γ e δ pelo processo da reiteração conforme esquema da figura 16.

$$\alpha = 16^{\circ}47'46,7'' \quad \beta = 131^{\circ}21'06,6'' \quad \gamma = 31^{\circ}19'50'' \quad \delta = 16^{\circ}46'38,3'' \quad \overline{AB} = 52,26m$$

3.4. Determinação de Distâncias Verticais

O processo da determinação da altitude ou distância vertical de um ponto inacessível pelo método da triangulação pode ser aplicado com grande precisão desde que os ângulos medidos em campo sejam efetuados pelo método da reiteração e com todo o cuidado que deve ser dispensado nas medidas angulares.

O método baseia-se na resolução de triângulos retângulos do qual se conhece um dos lados (base) e calcula-se os demais a partir da medida do ângulo vertical entre a estação e o ponto visado.

Para maior precisão dos cálculos deve-se levar em consideração a curvatura da terra e efetuar a devida correção.

Seja “P” (Fig. 19) um ponto que se quer determinar a altitude, com o auxílio de uma base AB de comprimento medido l . Com o teodolito montado nas estações A e B, mede-se os ângulos horizontais “ α ” e “ β ” e os ângulos verticais “ V_1 ” e “ V_2 ”.

As distâncias horizontais DH_1 e DH_2 são obtidas através das relações de proporcionalidade.

$$DH_1 = \frac{l \times \text{sen } \beta}{\text{sen}(\alpha + \beta)} \qquad DH_2 = \frac{l \times \text{sen } \alpha}{\text{sen}(\alpha + \beta)}$$

As diferenças de nível DN_1 e DN_2 , em relação as estações e o ponto visado, são obtidas a partir de:

$$DN_1 = h_1 + DH_1 \times \cot g V_1 - h_p \qquad DN_2 = h_2 + DH_2 \times \cot g V_2 - h_p$$

onde h_1 e h_2 representam, respectivamente a altura do instrumento em cada estação e h_p representa a altura do objeto observado.

Quando os pontos se encontram a distâncias maiores que 100 m, deve-se efetuar o cálculo da correção da curvatura terrestre (C_{cr}) aplicando-se a fórmula abaixo.

$$C_{cr} = 0,068 \times DH^2 (km)$$

o valor da DH deve ser em quilômetros.

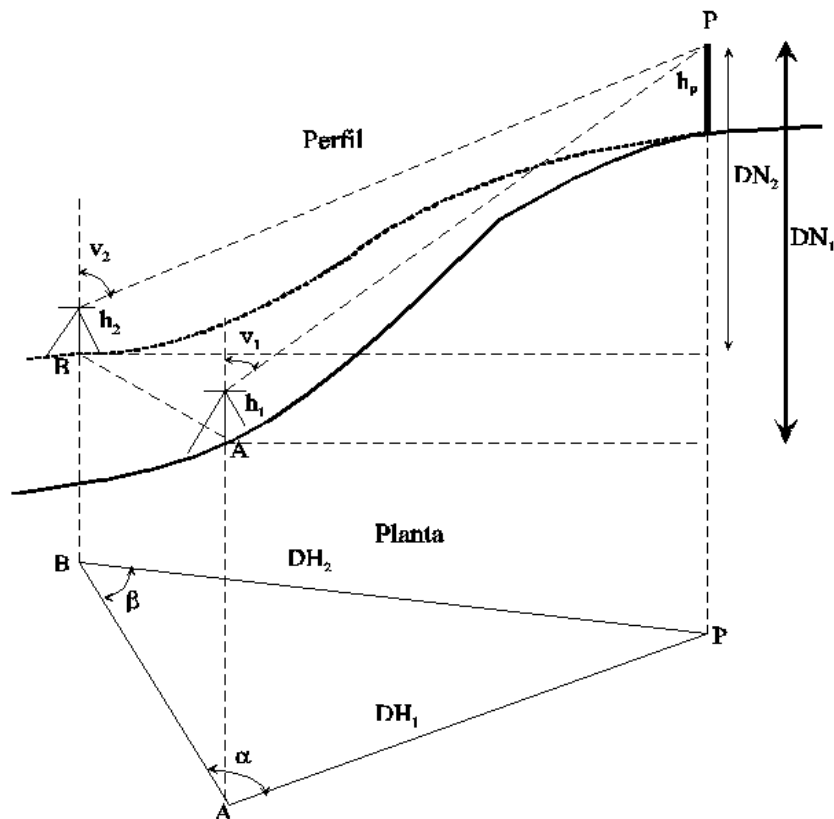


Fig. 19. Planta e perfil do nivelamento trigonométrico para determinação da altitude de um ponto inacessível

3.5. Exercício Elucidativo

Seja determinar a altitude de um ponto “P” a partir de duas estações A e B, nas quais foram obtidas as seguintes medidas.

ESTAÇÃO	PONTO VISADO	ÂNGULO HORIZ.	ÂNGULO VERT.	hp
A	B	0°00'00”	91°31'00”	0,00
	P	88°52'30”	82°42'00”	0,00
B	P	0°00'00”	82°42'00”	0,00
	A	86°17'00”	91°04'30”	0,00

$h_{iA}=1,45m$ $h_{iB}=1,45m$ $DH_{AB}=61,85m$ $Cota_A=15,00m$

1. Cálculo da DN entre os extremos da base

$$DN_{AB} = h_{iA} + DH_{AB} \times \cot g V_{AB} - h_{pB}$$

$$DN_{AB} = 1,45 + 61,85 \times \cot g 91^\circ 31' 00'' - 0,00$$

$$DN_{AB} = -0,1876m$$

$$DN_{BA} = h_{iB} + DH_{AB} \times \cot g V_{BA} - h_{pA}$$

$$DN_{BA} = 1,45 + 61,85 \times \cot g 91^\circ 04' 30'' - 0,00$$

$$DN_{AB} = +0,2894m$$

$$DN'_{AB} = \frac{DN_{AB} - DN_{BA}}{2}$$

$$DN'_{AB} = -0,2385m$$

2. Cálculo da DH entre os extremos da base e o ponto “P”

$$DH_{AP} = \frac{DH_{AB} \times \text{sen}\beta}{\text{sen}(\alpha + \beta)}$$

$$DH_{AP} = \frac{61,85 \times \text{sen}86^\circ 17'00''}{\text{sen}(88^\circ 52'30'' + 86^\circ 17'00'')}$$

$$DH_{AP} = 731,2570m$$

$$DH_{BP} = \frac{DH_{AB} \times \text{sen}\alpha}{\text{sen}(\alpha + \beta)}$$

$$DH_{BP} = \frac{61,85 \times \text{sen}88^\circ 52'30''}{\text{sen}(88^\circ 52'30'' + 86^\circ 17'00'')}$$

$$DH_{BP} = 732,6570m$$

3. Cálculo da DN entre a base e o ponto “P”

$$DN_{AP} = h_{iA} + DH_{AP} \times \cot gV_{AP} - h_{pP}$$

$$DN_{AP} = 1,45 + 731,2570 \times \cot g82^\circ 42'00'' - 0,00$$

$$DN_{AP} = 95,1262m$$

$$DN_{BP} = h_{iB} + DH_{BP} \times \cot gV_{BP} - h_{pP}$$

$$DN_{BP} = 1,45 + 732,6570 \times \cot g82^\circ 42'00'' - 0,00$$

$$DN_{BP} = 95,3055m$$

4. Correções

$$DN'_{AB} + DN_{BP} + DN_{PA} = 0$$

$$-0,2385 + 95,3055 - 95,1262 = -0,0592$$

$$\varepsilon = -0,0592$$

5. Erro permitido:

$$\varepsilon = 0,06 \sqrt{\text{Perímetro}(km)}$$

$$\varepsilon = 0,06 \sqrt{0,06185 + 0,731257 + 0,728511}$$

$$\varepsilon = 0,07401m$$

Erro permitido = 0,07401 m

Erro cometido = -0,0592 m

6. Cálculo da Diferença de Nível corrigida do erro de fechamento

$$DN'_{AP} = DN_{AP} + \frac{\varepsilon}{2}$$

$$DN'_{AP} = 95,1262 + \frac{-0,0592}{2}$$

$$DN'_{AP} = 95,0966m$$

$$DN'_{BP} = DN_{BP} - \frac{\varepsilon}{2}$$

$$DN'_{BP} = 95,3055 - \frac{-0,0592}{2}$$

$$DN'_{BP} = 95,3351m$$

7. Curvatura:

$$C_{cr} = 0,068 \times DH^2 (km)$$

$$C_{crAP} = 0,068 \times (0,731257)^2$$

$$C_{crAP} = 0,036362m$$

$$C_{cr} = 0,068 \times DH^2 (km)$$

$$C_{crBP} = 0,068 \times (0,7326570)^2$$

$$C_{crBP} = 0,036089m$$

8. Diferença de nível corrigida da curvatura:

$$DN''_{AP} = DN'_{AP} - C_{crAP}$$

$$DN''_{AP} = 95,0966 - 0,036362$$

$$DN''_{AP} = 95,0602m$$

$$DN''_{BP} = DN'_{BP} - C_{crBP}$$

$$DN''_{BP} = 95,3351 - 0,036089$$

$$DN''_{BP} = 95,2990m$$

9. Verificação:

$$DN''_{PA} + DN''_{BP} + DN'_{AB} = 0$$

$$-95,0602 + 95,2990 - 0,2385 = -0,0003m$$

$$\varepsilon = -0,0003m$$

10. Cota do ponto “P”

$$Cota_P = Cota_A + DN''_{AP}$$

$$Cota_P = 15,00 + 95,0602$$

$$Cota_P = 110,0602m$$

$$Cota_P = Cota_B + DN''_{BP}$$

$$Cota_P = Cota_A - DN'_{AB} + DN''_{BP}$$

$$Cota_P = 15,00 - 0,2385 + 95,2990$$

$$Cota_P = 110,0605m$$

3.6. Exercício Aplicativo

- 1) Deseja-se determinar a altitude de um ponto “M” a partir de duas estações I e II, nas quais foram obtidas as seguintes medidas.

ESTAÇÃO	PONTO VISADO	ÂNGULO HORIZ.	ÂNGULO VERT.	h _M (m)
I	M	0°00'00"	87°44'18"	13,45
	II	135°29'30"	93°49'52"	0,00
II	I	0°00'00"	89°23'18"	0,00
	M	41°59'00"	87°42'13"	13,45

$$h_I = 1,42 \text{ m} \quad h_{II} = 1,41 \text{ m} \quad DH_{I-II} = 49,89 \text{ m} \quad Cota_{II} = 45,423 \text{ m}$$

CAPÍTULO IV

1 - DIVISÃO DE TERRAS (PROPRIEDADES)

1.1. Introdução

A divisão de uma propriedade ocorre em situações diversas como por venda de parte do terreno, por espólio e divisão entre os herdeiros ou por loteamento da área.

Não é possível efetuar uma divisão de terras confiável, sem proceder a um levantamento exato do que vai ser o objeto de divisão.

Quando a divisão é feita através de uma linha já existente, a tarefa da topografia é a de medir esta linha divisória e determinar a área de cada uma das partes. Supondo-se que uma propriedade a ser dividida seja atravessada por um córrego e que ele seja escolhido como linha divisória, a topografia efetuará um levantamento planimétrico geral e calculará as áreas de cada parcela.

Aqui trataremos apenas de alguns casos de divisão de terras, pois o problema abrange estudos sobre legislação de terras, pois sempre que houver menores na partilha a ação deve ser judicial.

Plantas existentes, muitas das quais incompletas ou medidas toscamente, devem ser abandonadas, dando lugar a novas medidas.

Há ocasiões, no entanto, nas quais é necessário separar determinadas áreas. Para esta hipótese é que apresentaremos algumas soluções geométricas.

1.2. Divisão de áreas triangulares

a) Seja dividir uma área triangular ABC em duas partes que estejam entre si em uma dada relação (m,n), por meio de uma reta paralela a um dos lados do triângulo.

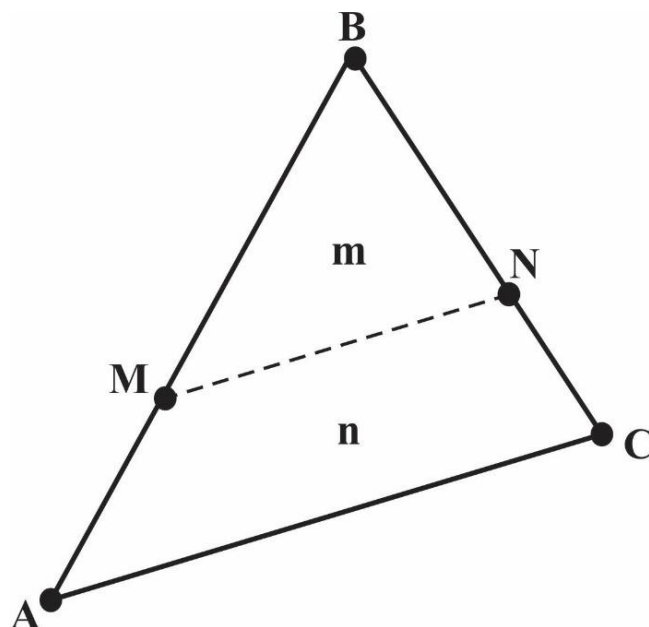


Fig. 20. Área triangular a ser dividida em duas partes proporcionais.

Seja o triângulo ABC o qual se quer dividir em duas partes que estejam entre si na proporção "m" e "n", por meio de uma reta paralela, por exemplo, ao lado AC, conforme mostra a figura 20.

Da relação de triângulos temos:

$$\frac{\widehat{ABC}}{\widehat{MBN}} = \frac{(m+n)}{m} \quad (1)$$

também podemos dizer:

$$\frac{\widehat{ABC}}{\widehat{MBN}} = \frac{BA^2}{BM^2} \quad (2)$$

igualando-se as equações (1) e (2) temos:

$$\frac{BA^2}{BM^2} = \frac{(m+n)}{m}$$

logo:

$$BM = BA \sqrt{\frac{m}{(m+n)}}$$

Utilizando-se o mesmo raciocínio podemos deduzir a fórmula para o lado BN

Donde:

$$BN = BC \sqrt{\frac{m}{(m+n)}}$$

Com as coordenadas obtidas a partir do levantamento geral do polígono podemos determinar as coordenadas dos vértices da linha divisória, bem como seu comprimento e sua orientação.

b) Seja dividir uma área triangular em duas ou mais partes equivalentes através de retas que passem por um ponto situado sobre um de seus lados.

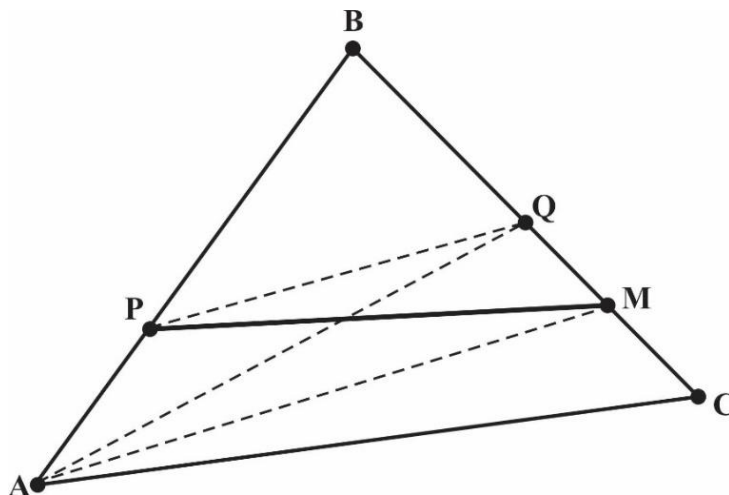


Fig. 21. Área triangular dividida a partir de um ponto preestabelecido.

Seja o triângulo ABC (Fig. 21) o qual se quer dividir em partes iguais ou equivalentes e que o ponto "P", situado sobre o lado AB, o vértice de partida da linha divisória.

Primeiramente, determina-se o ponto médio "Q", do lado BC. Do vértice A traça-se uma paralela ao alinhamento PQ. A reta obtida entre o ponto "P" e o ponto "M" será a linha divisória.

A comprovação poderá ser feita através da seguinte relação: Os triângulos AQM e APM são equivalentes pois ambos têm a mesma base e a mesma altura. O triângulo AQC é equivalente à metade do triângulo ABC. Tirando-se o triângulo AQM do triângulo ACQ e substituindo-se este pelo triângulo APM chegamos à conclusão de que o quadrilátero APMC é equivalente à metade do triângulo ABC.

Conhecendo-se as coordenadas dos vértices do triângulo ABC e o comprimento de seus respectivos lados podemos determinar o comprimento de BM para a locação do vértice "M".

Sabendo-se que:

$$BQ = \frac{1}{2} BC$$

do triângulo BAM e do triângulo BPQ podemos deduzir:

$$\frac{BA}{BP} = \frac{BM}{BQ}$$

ou

$$BM = \frac{BA \times BC}{2BP}$$

Se em vez de dividir o triângulo em duas partes iguais, necessitarmos dividi-lo em três, quatro ou mais partes, divide-se o lado BC em tantas quantas forem as partes desejadas e procede-se o cálculo do mesmo modo.

1.3. Divisão de áreas trapezoidais

Seja dividir uma área trapezoidal em duas partes proporcionais a "m" e "n" e que a linha divisória seja paralela às bases do trapézio.

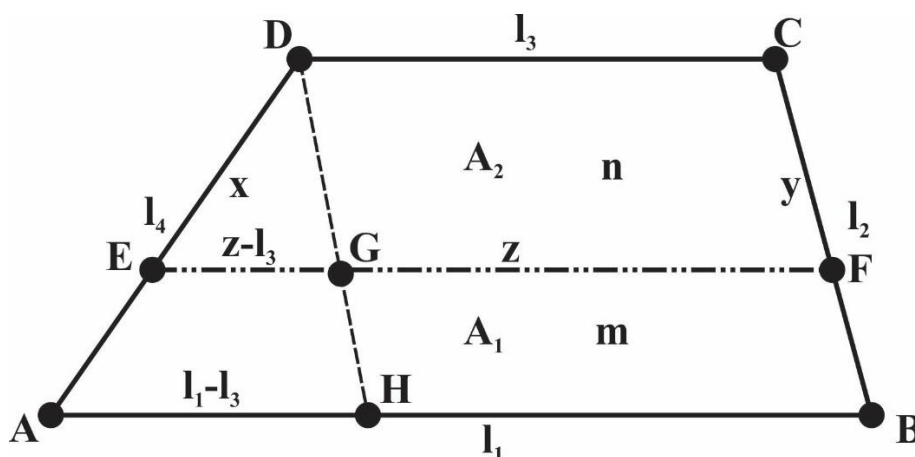


Fig. 22. Área trapezoidal

Levando-se em consideração que as coordenadas dos vértices ABCD do trapézio (Fig. 22) são conhecidas, bem com sua área total, podemos calcular as áreas A_1 e A_2 respectivamente em relação às proporcionalidades "m" e "n".

$$A_1 = \frac{m}{(m+n)} \times \text{ÁreaTotal}_{ABCD} \quad A_2 = \frac{n}{(m+n)} \times \text{ÁreaTotal}_{ABCD}$$

Pela semelhança dos triângulos ADH e EDG (Fig.20), podemos calcular o comprimento da linha divisória EF (z) pela seguinte fórmula:

$$EF = z = \sqrt{\frac{(l_3^2 \times n) + (l_1^2 \times m)}{(m+n)}}$$

Conhecendo-se o comprimento da linha divisória (z) podemos calcular as distâncias DE (x) e CF (y) as quais possibilitarão a locação dos vértices da linha divisória.

$$DE = x = \frac{l_4(z - l_3)}{(l_1 - l_3)} \quad \text{e} \quad CF = y = \frac{l_2(z - l_3)}{(l_1 - l_3)}$$

Conhecidas as coordenadas dos vértices C e D pode-se determinar as coordenadas dos vértices E e F da linha divisória.

1.4. Divisão de áreas poligonais

Seja dividir um quadrilátero ABCD de modo que a linha divisória seja paralela a um de seus lados.

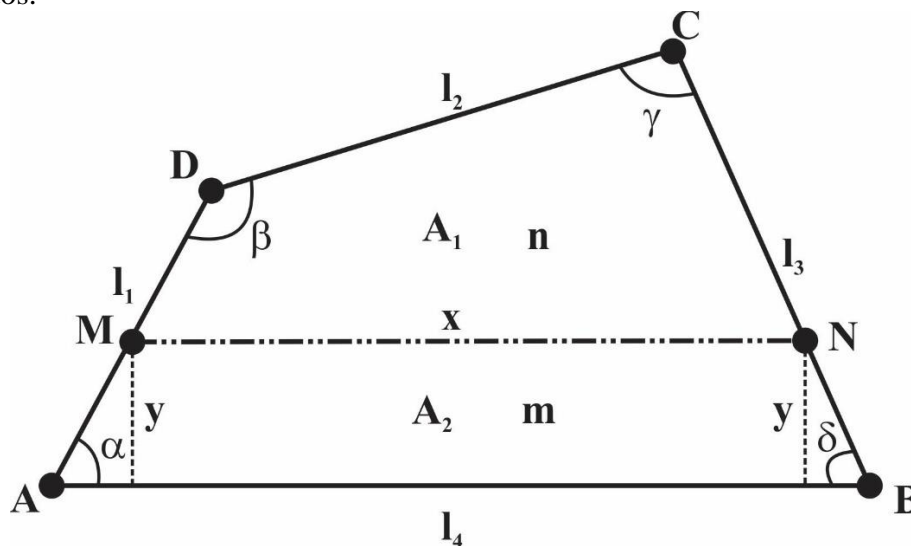


Fig. 23. Área de um quadrilátero

Considerando-se o quadrilátero da figura 23, de vértices ABCD com coordenadas e Área total (A_T) conhecidas, deseja-se dividi-lo, por meio de uma reta paralela ao lado AD, em duas partes proporcionais a "m" e "n".

Com a mesma relação do exemplo anterior calcula-se os valores das áreas A_1 e A_2 , em relação à proporcionalidade estabelecida "m" e "n".

A determinação do comprimento de "x" e "y" resulta:

$$(l_4 + x)y = 2A_2 \quad (1)$$

$$(l_4 - x) = y(ctg \alpha + ctg \delta) \quad (2)$$

multiplicando-se as equações (1) e (2) teremos:

$$x = \sqrt{l_4^2 - 2A_2(ctg \alpha + ctg \delta)}$$

da equação (1) obtemos y:

$$y = \frac{2A_2}{(l_4 + x)}$$

para o cálculo dos comprimentos AM e DN, para a locação dos vértices da linha divisória, temos:

$$AM = \frac{y}{\text{sen } \alpha} \quad \text{e} \quad DN = \frac{y}{\text{sen } \delta}$$

1.5. Divisão de Terras pelo Método Analítico

Seja dividir analiticamente uma poligonal ABCDEF (Fig. 24) em três partes proporcionais a m , n e p . Pelo processo analítico, calcula-se a área total (S_T) do polígono.

As áreas parciais, A_1 , A_2 e A_3 a separar são facilmente calculadas por:

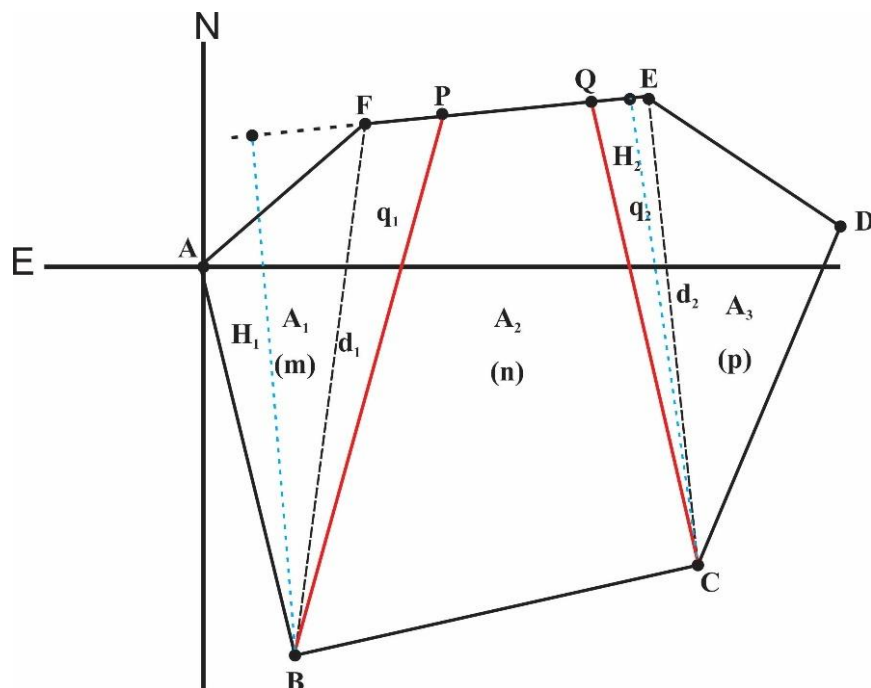


Fig. 24. Polígono ABCDEF a ser dividido analiticamente em partes proporcionais

$$A_1 = \frac{S_T \times m}{(m + n + p)} \quad A_2 = \frac{S_T \times n}{(n + m + p)} \quad A_3 = \frac{S_T \times p}{(p + n + m)}$$

$$S_T = A_1 + A_2 + A_3$$

Admitindo-se que as linhas divisórias partam dos vértices B e C e considerando-se que as mesmas irão passar pelos pontos P e Q localizados sobre o alinhamento EF, pode-se determinar os valores exatos dos mesmos.

Através das coordenadas dos vértices da poligonal, obtidas a partir dos dados de campo, podemos calcular a área dos triângulos ABF e CDE, que comparadas com as áreas A_1 e A_3 a separar, nos dará as áreas dos triângulos suplementares BFP (q_1) e CEQ (q_2).

Pela Geometria Analítica sabemos que a distância de um ponto (x',y') a uma reta ($y = ax + b$) é dada por:

$$h = \frac{ax'+b - y'}{\sqrt{a^2 + 1}}$$

que a equação de uma reta que passa por dois pontos dados (x',y') e (x'',y'') é:

$$y - y' = \frac{y'' - y'}{x'' - x'}(x - x')$$

e que o ângulo formado por duas retas $y=ax+b$ e $y=a'x+b'$ é obtido pela seguinte equação:

$$tgV = \frac{a - a'}{1 + aa'}$$

Podemos com isso determinar, em primeiro lugar, a altura (h) do triângulo BFP que é igual a distância do ponto B a reta EF, dada pela seguinte equação:

$$h = \frac{a_1 X_B + b_1 - Y_B}{\sqrt{a^2 + 1}}$$

As coordenadas do ponto B são X_B e Y_B e a equação da reta EF é:

$$y - Y_E = \frac{Y_F - Y_E}{X_F - X_E}(x - X_E)$$

ou

$$y = \frac{Y_F - Y_E}{X_F - X_E} x - \frac{Y_F - Y_E}{X_F - X_E} X_E + Y_E$$

temos ainda que:

$$y = a_1 x + b_1$$

fazendo-se:

$$a_1 = \frac{Y_F - Y_E}{X_F - X_E} \quad \text{e} \quad b_1 = -\frac{Y_F - Y_E}{X_F - X_E} X_E + Y_E$$

Para o cálculo do comprimento do alinhamento FP, base do triângulo FBP utilizamos a fórmula:

$$q_1 = \frac{bh}{2}$$

onde b é igual ao alinhamento FP e daí temos:

$$FP = \frac{2 \times q_1}{h}$$

analogamente, podemos efetuar o mesmo raciocínio para o triângulos suplementar QCE.

A determinação das coordenadas do ponto P sobre a reta EF pode ser obtida através da determinação das projeções x e y do alinhamento FP, através das equações:

$$x_{FP} = Dh_{FP} \times \text{sen } Az_{FP} \quad \text{e} \quad y_{FP} = Dh_{FP} \times \text{cos } Az_{FP}$$

logo:

$$X_P = X_F + x_{FP} \quad \text{e} \quad Y_P = Y_F + y_{FP}$$

1.6. Exercício Elucidativo

Seja a poligonal ABCDE (Fig. 25) a ser dividida pelo método analítico em três partes proporcionais a "m", "n", e "p", cujas coordenadas de seus vértices são conhecidas e considerando-se o ponto C como ponto comum de partida das linhas divisórias.

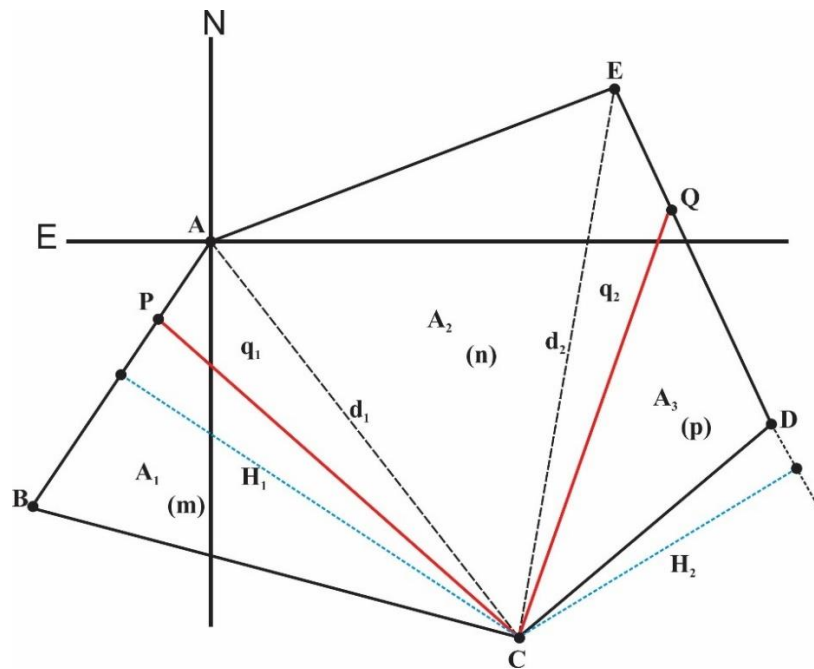


Fig. 25. Polígono ABCDE a ser dividido em partes proporcionais

1) Dados de campo e Coordenadas

VÉRTICES	ÂNGULOS	AZIMUTES	RUMOS	COMPRIMENTO (m)
A	137°07'	210°00'	S 30°00' W	306,10
B	64°24'	85°36'	N 85°36' E	626,55
C	142°06'	56°30'	N 56°30' E	337,20
D	80°02'	316°32'	N 43°28' W	382,60
E	116°21'	252°53'	S 72°53' W	512,45
Σ	540°00'			2.164,90

VÉRTICES	ABSCISSAS	ORDENADAS
A	0,00	0,00
B	- 153,04	- 265,06
C	+ 471,69	- 313,07
D	+ 752,90	- 126,93
E	+ 489,72	+ 150,78

2) Cálculo da área total da poligonal

Pelo método analítico calcula-se a área total do polígono ABCDE (Fig. 25).

$$\text{Área}_{\text{total ABCDE}} = 262.229,7985 \text{ m}^2$$

3) Cálculo da área de cada um dos polígonos formados pela união do vértice C com os vértices A e E

$$\text{Área } \Delta_{ABC} = S1 = 86.469,1921 \text{ m}^2$$

$$\text{Área } \Delta_{ACE} = S2 = 112.219,0293 \text{ m}^2$$

$$\text{Área } \Delta_{CDE} = S3 = 63.541,5771 \text{ m}^2$$

$$\text{Área}_{\text{TOTAL}} = S1 + S2 + S3 \Rightarrow \text{Área}_{\text{TOTAL}} = 262.229,7985 \text{ m}^2$$

4) Cálculo das áreas a separar de cada quinhão.

Sejam as razões: $m = 3$ $n = 5$ $p = 2$

$$A_1 = \frac{A_{\text{Total}}}{10} \times 3 \Rightarrow A_1 = 78.668,9396 \text{ m}^2$$

$$A_2 = \frac{A_{\text{Total}}}{10} \times 5 \Rightarrow A_2 = 131.114,8992 \text{ m}^2$$

$$A_3 = \frac{A_{\text{Total}}}{10} \times 2 \Rightarrow A_3 = 52.445,9597 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{Total}} = A_1 + A_2 + A_3 \Rightarrow A_{\text{Total}} = 262.229,7985 \text{ m}^2$$

5) Cálculo da área dos triângulos de compensação APC e CEQ

$$q_1 = S_1 - A_1 \quad q_1 = 86.469,1921 - 78.668,9396$$

$$q_1 = 7.800,2525 \text{ m}^2$$

$$q_2 = S_3 - A_3 \quad q_2 = 63.541,5771 - 52.445,9597$$

$$q_2 = 11.095,6174 \text{ m}^2$$

6) Cálculo do comprimento das diagonais AC (d_1) e CE (d_2)

$$d_1 = \sqrt{(X_C - X_A)^2 + (Y_C - Y_A)^2}$$

$$d_1 = \sqrt{(471,69 - 0)^2 + (313,07 - 0)^2}$$

$$d_1 = 566,13 \text{ m}$$

$$d_2 = \sqrt{(X_E - X_C)^2 + (Y_E - Y_C)^2}$$

$$d_2 = \sqrt{\{(489,72 - 471,69)^2 + [150,78 - (-313,07)]^2\}}$$

$$d_2 = 464,20 \text{ m}$$

7) Cálculo do comprimento das perpendiculares H_1 e H_2

Para isso devemos estabelecer a equação das retas AB e DE.

Equação da reta AB:

$$\frac{y - Y_A}{x - X_A} = \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A}$$

$$\frac{y - 0}{x - 0} = \frac{-265,06 - 0}{-153,04 - 0}$$

$$y = \frac{-265,06}{-153,04}x$$

$$y = 1,7319655x$$

Equação da reta DE:

$$\frac{y - Y_D}{x - X_D} = \frac{Y_E - Y_D}{X_E - X_D}$$

$$\frac{y - (-126,93)}{x - 752,90} = \frac{150,78 - (-126,93)}{489,72 - 752,90}$$

$$y = 667,5371289 - 1,05520936x$$

Conhecidas as equações das retas aplica-se a fórmula abaixo apresentada para o cálculo da altura dos triângulos PAC e EQC em relação às equações das retas.

$$H = \frac{ax + b - y}{\sqrt{a^2 + 1}}$$

No nosso caso:

Para H₁:

$$H_1 = \frac{aX_C + b - Y_C}{\sqrt{a^2 + 1}}$$

As equações das retas nos fornecem os valores de "a" e "b" e com as coordenadas do ponto C temos:

$$H_1 = \frac{1,7319655 \times 471,69 + 0 - (-313,07)}{\sqrt{(1,7319655)^2 + 1}}$$

$$H_1 = 565,0312m$$

Para H₂:

$$H_2 = \frac{aX_C + b - Y_C}{\sqrt{a^2 + 1}}$$

$$H_2 = \frac{-1,05520936 \times 471,69 + 667,5371289 - (-313,07)}{\sqrt{(1,05520936)^2 + 1}}$$

$$H_2 = 332,1524m$$

8) Cálculo da determinação dos vértices P e Q da linha divisória.

Calcula-se inicialmente as distâncias **AP** e **EQ** dos triângulos de compensação.

$$AP \times H_1 = 2 \times q_1 \quad AP = \frac{2 \times q_1}{H_1} \quad AP = \frac{2 \times 7.800,2525}{565,0312}$$

$$AP = 27,6099m$$

$$EQ \times H_2 = 2 \times q_2$$

$$EQ = \frac{2 \times q_2}{H_2} \quad EQ = \frac{2 \times 11.095,6174}{332,1524}$$

$$EQ = 66,8104m$$

9) Cálculo das coordenadas dos pontos P e Q da linha divisória.

Coordenadas de P:

Como o ponto P está localizado sobre o alinhamento AB, temos que o Azimute de AB é igual ao Azimute de AP, logo:

$$Az_{AP} = 210^\circ 00' \quad Dh_{AP} = 27,6099$$

as projeções são:

$$x_{AP} = Dh_{AP} \times \text{sen } Az_{AP} \quad x_{AP} = 27,6099 \times \text{sen } 210^\circ 00'$$

$$x_{AP} = -13,8049$$

$$y_{AP} = Dh_{AP} \times \text{cos } Az_{AP} \quad y_{AP} = 27,6099 \times \text{cos } 210^\circ 00'$$

$$y_{AP} = -23,9109$$

a coordenada de P será:

$$X_P = X_A + x_{AP} \quad X_P = 0 + (-13,8049)$$

$$X_P = -13,8049$$

$$Y_P = Y_A + y_{AP} \quad Y_P = 0 + (-23,9109)$$

$$Y_P = -23,9109$$

Coordenada de Q

$$Az_{EQ} = 136^\circ 32' \quad Az_{EQ} = 136^\circ 32' \quad Dh_{EQ} = 66,8104$$

as projeções são:

$$x_{EQ} = Dh_{EQ} \times \text{sen } Az_{EQ} \quad x_{EQ} = 66,8104 \times \text{sen } 136^\circ 32'$$

$$x_{EQ} = 45,9610$$

$$y_{EQ} = Dh_{EQ} \times \text{cos } Az_{EQ} \quad y_{EQ} = 66,8104 \times \text{cos } 136^\circ 32'$$

$$y_{EQ} = -48,4893$$

a coordenada de Q será:

$$X_Q = X_E + x_{EQ} \quad X_Q = 489,72 + 45,9610$$

$$X_Q = 535,681$$

$$Y_Q = Y_E + y_{EQ} \quad Y_Q = 150,78 + (-48,4893)$$
$$Y_Q = 102,2907$$

10) Cálculo do comprimento das linhas divisórias "CP" e "CQ" calculadas pelas coordenadas.

$$CP = \sqrt{(X_C - X_P)^2 + (Y_C - Y_P)^2}$$
$$CP = \sqrt{(471,69 + 13,8049)^2 + (-313,03 + 23,9109)^2}$$
$$CP = 565,0621$$

$$CQ = \sqrt{(X_C - X_Q)^2 + (Y_C - Y_Q)^2}$$
$$CQ = \sqrt{(471,69 - 535,681)^2 + (-313,03 - 102,2907)^2}$$
$$CQ = 420,2215$$

11) Cálculo dos azimutes dos alinhamentos PC e QC

Azimute de PC

$$Az_{PC} = \text{artg} \frac{X_C - X_P}{Y_C - Y_P}$$
$$Az_{PC} = \text{artg} \frac{471,69 - (-13,8049)}{-313,07 - (-23,9109)}$$
$$Az_{PC} = \text{artg} -1,678988833$$
$$Az_{PC} = -59^{\circ}13'19,62''$$

como o alinhamento encontra-se no segundo quadrante, o Azimute é:

$$Az_{PC} = 120^{\circ}46'40,38''$$

Azimute de QC

$$Az_{QC} = \text{artg} \frac{X_C - X_Q}{Y_C - Y_Q}$$
$$Az_{QC} = \text{artg} \frac{471,69 - 535,681}{-313,07 - 102,2907}$$
$$Az_{QC} = \text{artg} +0,1540612773$$
$$Az_{QC} = 8^{\circ}45'29,53''$$

como o alinhamento encontra-se no terceiro quadrante, o Azimute é:

$$Az_{QC} = 188^{\circ}45'29,53''$$

A divisão de grandes extensões de terra deve ser efetuada pelo processo analítico, por ser este mais exato.

1.7. Exercícios Aplicativos:

- 1) Seja dividir uma área triangular de vértices ABC, conforme figura 20, cujos lados medem: AB=420,00 m; BC=340,00 m e CA=520,00 m, em duas partes com proporcionalidade de m e n iguais a 65% e 35% respectivamente.
- 2) Deseja-se dividir uma área trapezoidal, conforme figura 22, em duas partes proporcionais a n e m , na razão 70% e 30%. Sabe-se que os lados do trapézio medem: AB=416,00 m; BC=150,00 m; CD=260,00 m e DA=180,00 m. Os ângulos α e β medem respectivamente $52^{\circ}35'$ e $72^{\circ}30'$.
- 3) Quer se dividir um polígono de 5 lados em duas partes iguais, sendo que a linha divisória seja paralela ao lado 4-5 da poligonal. São conhecidas as coordenadas dos vértices da poligonal. Pede-se para calcular todos os dados necessários a locação e caracterização da linha divisória. A área total do polígono é de $10.578,0173\text{m}^2$.

Vértices	X	Y
1	45,129	45,126
2	100,130	57,132
3	163,190	18,410
4	169,314	122,154
5	52,131	143,129

CAPÍTULO V

1 - DETERMINAÇÃO DO NORTE VERDADEIRO DE UM ALINHAMENTO ATRAVÉS DA DISTÂNCIA ZENITAL ABSOLUTA DO SOL.

1.1. Princípios do método

A relação entre os sistemas de coordenadas astronômicas horizontais e as horárias resulta em um triângulo esférico que fica definido pelo meridiano do local, o círculo da vertical e o círculo da declinação do astro, os quais se interceptam dois a dois e que é denominado *triângulo de posição*.

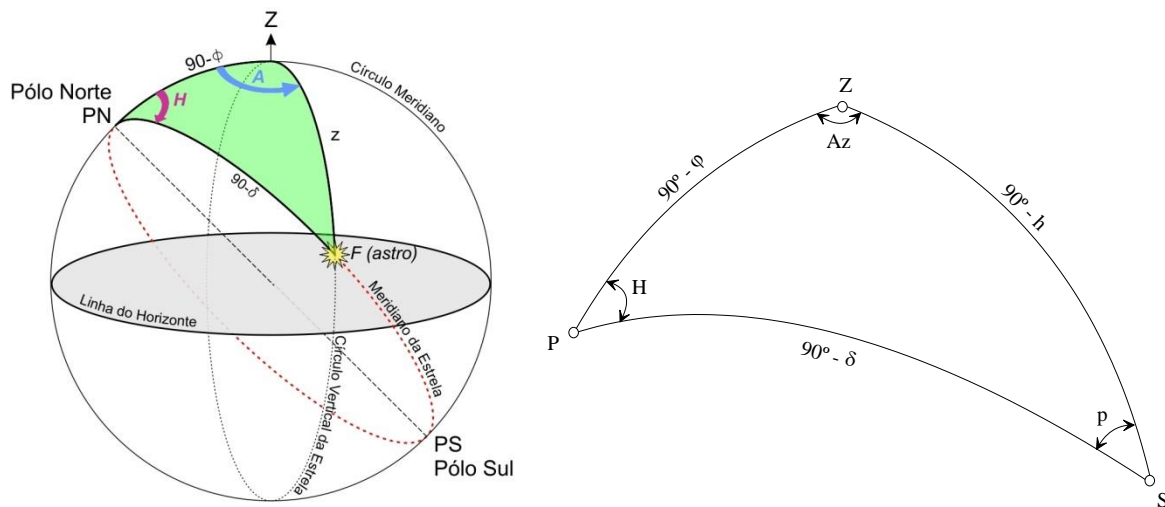


Fig. 26. Triângulo de Posição

Na figura 26 é representado o triângulo de posição onde os vértices correspondem:

- P = Polo
- Z = Zênite do local
- S = Astro (o sol ou uma outra estrela)

os ângulos do triângulo de posição:

- H = Ângulo horário
- Az = Azimute
- p = ângulo paralático

e os lados do triângulo de posição:

- $90^\circ - \varphi$ = Colatitude
- $90^\circ - h$ = Distância zenital (ângulo zenital do astro observado, Z)
- $90^\circ - \delta$ = Distância polar ou co-declinação do astro observado, δ_{\odot})

Este método consiste em se observar o sol em uma posição qualquer de sua trajetória medindo-se a distância zenital (z) entre o zênite do local e o astro observado. O processo é efetuado conforme mostra a figura 27. Como não se deve visualizar o sol diretamente, o método consiste em projetar o sol, através da luneta, sobre uma folha de papel branca. Coloca-se a borda solar tangenciando os fios do retículo no primeiro ou segundo quadrante,

dependendo se a medida está sendo efetuada pela parte da manhã ou da tarde. No momento da tangência efetua-se a leitura da hora de tangência, do ângulo vertical e do ângulo horizontal em referência ao alinhamento que se quer determinar o Azimute Verdadeiro. Repete-se a operação fazendo-se tangência do sol nos fios do retículo do quadrante oposto ao anteriormente usado. Efetua-se a média da hora, do ângulo vertical e do ângulo horizontal no momento da tangência. O valor assim obtido corresponderá ao valor que se obteria se a visada pudesse ser efetuada visando-se diretamente o centro do Sol.

O Azimute do Astro é calculado a partir da resolução do triângulo de posição (Fig. 26), do qual se conhece a colatitude e a distância polar (co-declinação do astro). Para a obtenção do Azimute verdadeiro de um alinhamento basta que saibamos o ângulo horizontal formado por este com o astro observado.

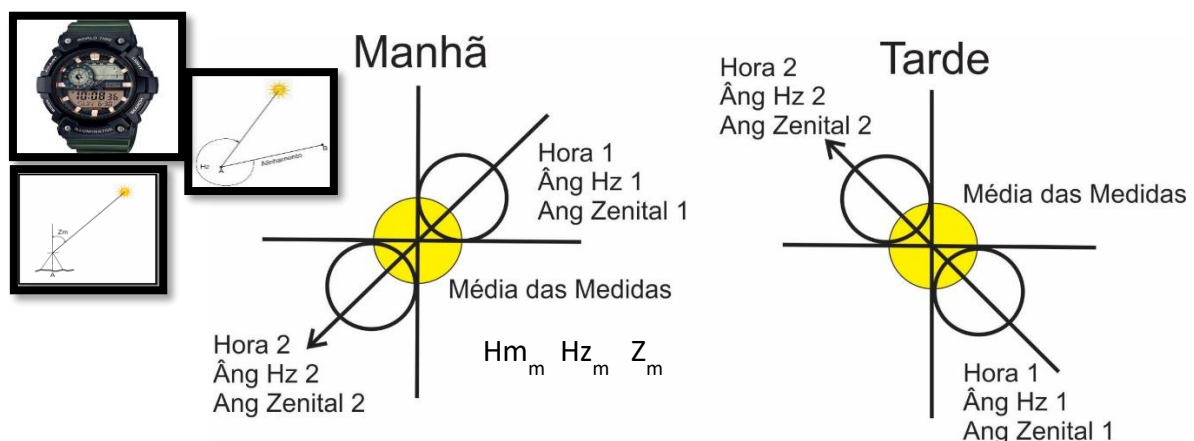


Fig. 27. Método de observação do sol no período da manhã e tarde

1.2. Determinação da fórmula para obtenção do Azimute do Astro

Aplicando a fórmula dos quatro elementos no triângulo de posição (Fig. 26) obtemos:

$$\cos(90^\circ - \delta) = \cos(90^\circ - \varphi) \times \cos(90^\circ - h) + \text{sen}(90^\circ - \varphi) \times \text{sen}(90^\circ - h) \times \cos Az_{\otimes}$$

onde

$$\text{sen } \delta = (\text{sen } \varphi \times \cos Z) + (\cos \varphi \times \text{sen } Z \times \cos Az_{\otimes})$$

donde

$$\text{sen } \delta = \text{sen } \varphi \times \cos Z + \cos \varphi \times \text{sen } Z \times \cos Az_{\otimes}$$

finalmente o azimute do astro é obtido por:

$$\cos Az_{\otimes} = \frac{\text{sen } \delta_{\otimes} - \text{sen } \varphi \times \cos Z}{\cos \varphi \times \text{sen } Z} \quad (1)$$

onde:

Az_{\otimes} = Azimute do sol na hora da observação

δ_{\otimes} = Declinação do sol na hora da observação

φ = Latitude da área de observação obtida de uma carta

Z = Distância zenital média

Esta fórmula permite calcular o azimute do astro (sol) a partir do Norte (azimute topográfico).

Nas visadas pela manhã o Azimute do Astro é o obtido diretamente pelo arco cosseno da equação (1); se as visadas forem efetuadas à tarde, devemos subtrair o valor obtido de 360°.

1.3. Correções a serem efetuadas nas observações das distâncias zenitais

As medidas das distâncias zenitais efetuadas no campo devem ser corrigidas antes de serem utilizadas nos cálculos.

a) Correção do zênite instrumental

Devido a imperfeições na construção dos teodolitos, pode ocorrer que o zênite do local não coincida exatamente com o zênite do instrumento. Este erro pode ser determinado por observação direta e inversa do teodolito.

Para determinar-se este erro do equipamento, devemos procurar um ponto fixo no qual efetuaremos um par de medidas do ângulo vertical, na posição direta (PD) e posição inversa (PI) da luneta (Fig. 28). Para maior segurança, usa-se o valor médio de uma série de pelo menos seis observações.

A fórmula a ser empregada para a determinação da Correção Instrumental (C_i) é:

$$C_i = \frac{360^\circ - (PD + PI)}{2}$$

O valor de " C_i " a ser utilizado nos cálculos deverá ser a média das repetições efetuadas, considerando-se somente aquelas que apresentarem pequeno desvio padrão.

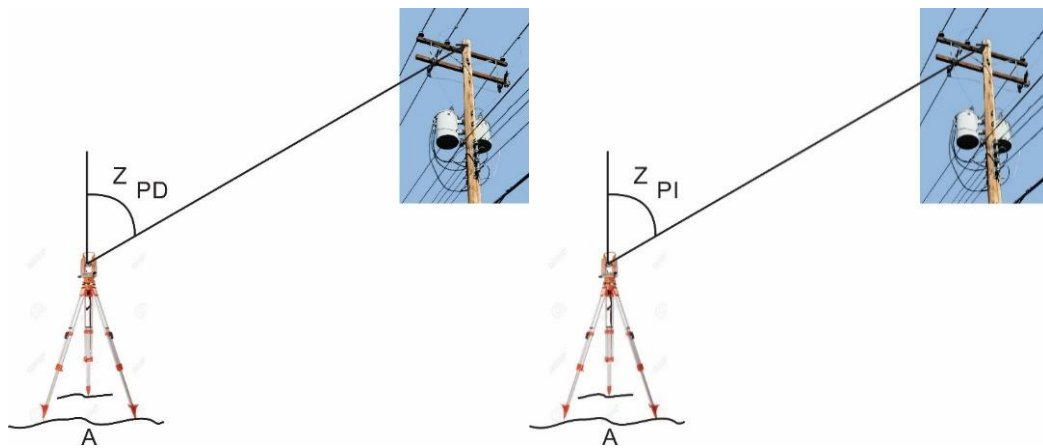


Fig. 28. Visada a um ponto fixo na posição direta e invertida da luneta

b) Correção da paralaxe

Este erro é devido ao desvio que ocorre nas medidas dos ângulos zenitais por serem as observações efetuadas a partir da superfície terrestre (topocêntricas) e não a partir do centro da terra (geocêntricas). Todas as distâncias zenitais deverão ser referidas ao centro da terra. A correção da paralaxe (C_p) deverá ser subtraída do ângulo zenital médio de cada par de observação (Fig. 29).

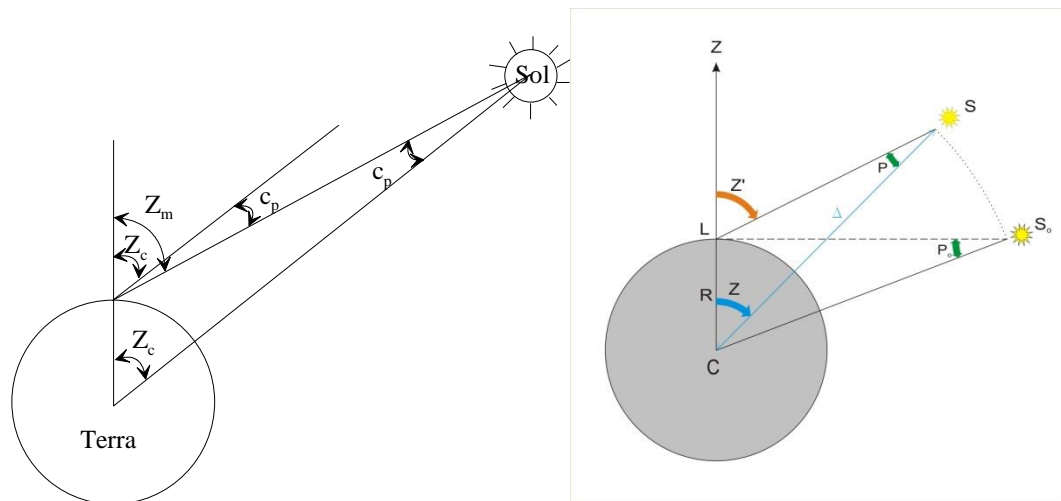


Fig. 29. Correção da Paralaxe

A Correção da Paralaxe pode ser determinada pela seguinte equação:

$$C_p = -8,8'' \times \text{sen } Z_m$$

onde

Z_m é o ângulo zenital médio medido em campo

c) Correção da Refração Atmosférica.

Esta correção é devida ao desvio dos raios luminosos quando atravessam as diferentes camadas de ar que envolvem o nosso planeta. A correção da refração depende das condições locais de pressão e temperatura.

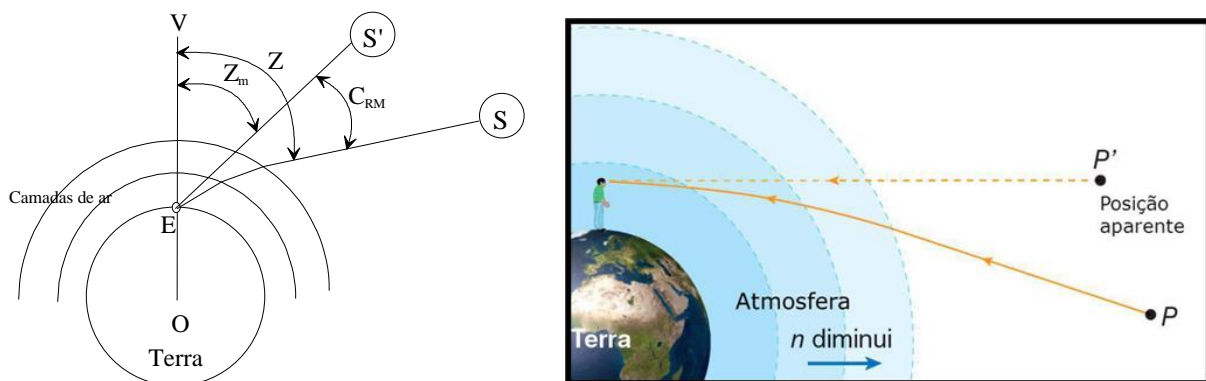


Fig. 30. Correção da Refração Atmosférica

Em relação à figura 30, temos:

Z = Distância Zenital real

Z_m = Distância Zenital medida em campo

C_{RM} = Correção da Refração Atmosférica a condições de 760mmHg e a 0°C

S' = Posição do astro onde ele é visto

S = Posição real do astro

E = Estação de observação do astro

A equação que permite determinar a Correção da Refração Atmosférica (C_{RM}) nas condições ambientais de pressão de 760 mmHg e temperatura de 0°C é dada por:

$$C_{RM} = 60,08'' \cdot \text{tg} Z_m - 0,067'' \cdot \text{tg}^3 Z_m$$

Se as condições ambientais apresentarem pressão e temperatura diferentes das condições padrão da fórmula acima, devemos introduzir a correção da pressão e da temperatura, ficando a equação da seguinte maneira:

$$C_R = C_{RM} \times \frac{P}{760} \times \frac{1}{1 + 0,00384 \times T}$$

onde:

P = pressão atmosférica na hora da medida

T = temperatura ambiente na hora da medida

A Correção Atmosférica é acrescida ao ângulo zenital médio medido em campo.

1.4. Cálculo da Distância Zenital Compensada (Z_C)

Ao valor da Distância Zenital Média (Z_m) devemos aplicar as correções: instrumental (C_i); da paralaxe (C_p) e da refração atmosférica (C_R).

$$Z_C = Z_m + C_i + C_p + C_R$$

1.5. Cálculo da Declinação do Sol na Hora da Observação (δ_{\otimes})

O valor da Declinação do Sol (δ) e da variação horária da mesma ($\Delta\delta$) é obtido através das Tabelas Astronômicas que estão calculadas para a zero hora de Greenwich (GRW). Devido a isto, necessita-se transformá-la para a declinação da hora da observação.

Para efetuarmos este cálculo, necessita-se conhecer a Hora Legal (TC), a qual corresponde à hora em que a observação foi efetuada em campo.

$$TC = \text{Hora Legal ou hora da observação}$$

A Hora Legal (TC) deve ser transformada para a Hora Civil (TU), também denominada Tempo Universal. Para isto basta levar em consideração o Fuso Horário do País.

$$TU = TC + \text{Fuso Horário}$$

Conhecido o Tempo Universal (TU), podemos calcular a Declinação do Sol na hora da observação:

$$\delta_{\otimes} = \delta + (\Delta\delta \times TU)$$

onde:

δ_{\otimes} = Declinação do Sol na hora da observação

δ = Declinação do Sol obtida da Tabela Astronômica (relacionada à hora de GRW)

$\Delta\delta$ = Variação horária da declinação do sol obtida da Tabela Astronômica

TU = Tempo Universal ou Hora Civil

Conhecida a Declinação do Sol na hora da observação, podemos calcular o Azimute do Sol através da equação (1).

Para a determinação da declinação do sol para o meridiano de observação deve-se levar em consideração a longitude do ponto e a hora da medida e corrigir esta hora em relação ao meridiano que passa pela estação na hora da leitura.

Para isso leva-se em consideração a seguinte relação:

- 1 hora corresponde um arco de 15° de longitude
- 1 minuto corresponde um arco de 15' de longitude
- 1 segundo corresponde a um arco de 15" de longitude

1.6. Determinação do Azimute Verdadeiro de um Alinhamento (Azimute da Mira)

Para o cálculo do Azimute Verdadeiro do alinhamento (Azimute da Mira) necessita-se conhecer o ângulo horizontal (Hz) formado entre o alinhamento (mira) e o sol na hora da observação (Fig. 31).

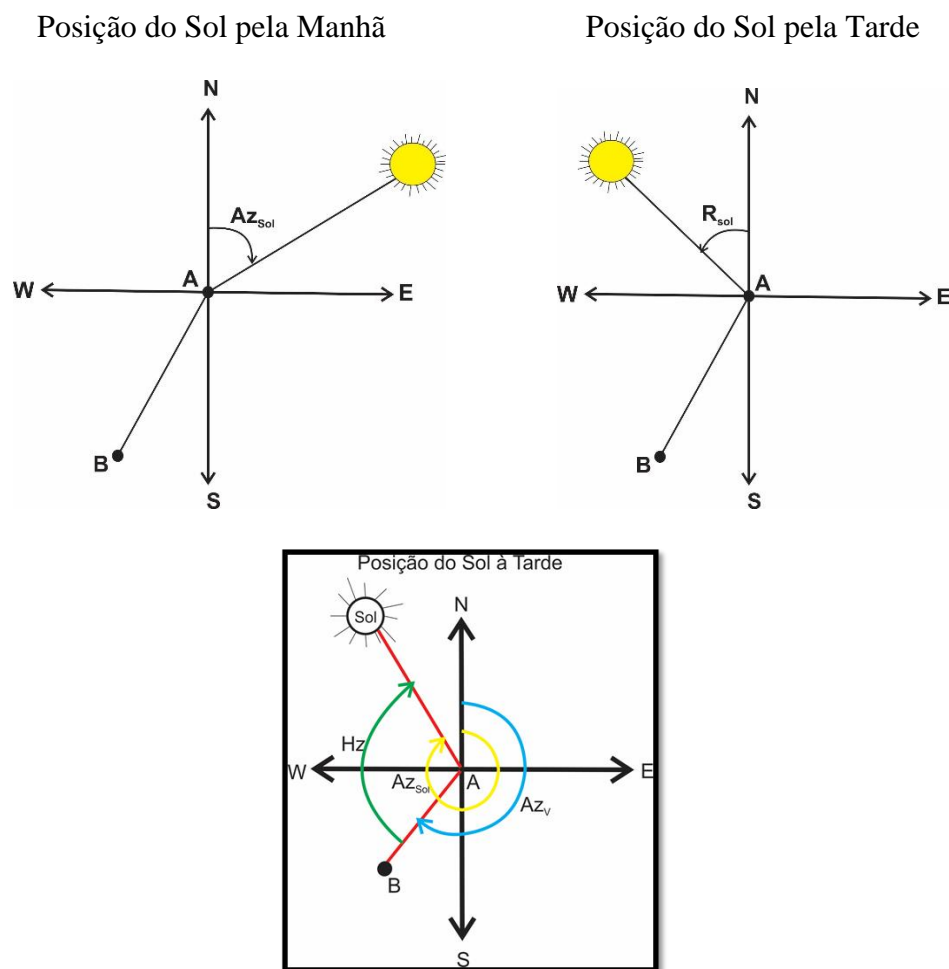


Fig. 31. Orientação do sol em relação ao período da manhã ou tarde e obtenção do Azimute Verdadeiro da Mira

O cálculo do Azimute Verdadeiro do Alinhamento (Az_{Mira}) é feito pela equação:

$$Az_M = Az_{\odot} - Hz \quad (2)$$

onde:

Az_M = Azimute verdadeiro do alinhamento (mira)

Az_{\odot} = Azimute do sol na hora da observação

H_z = ângulo horizontal entre o alinhamento e o sol na hora da observação

Se o resultado obtido através da equação (2) for negativo deve-se somar 360° , conforme pode ser deduzido através da figura 31.

1.7. Roteiro das Operações de Campo

- a) Para as operações de campo necessita-se de um teodolito com precisão de segundo, de um aneróide ou barômetro com precisão de milímetro, de um termômetro com precisão de meio grau, um relógio com hora certa (erro inferior a 30 segundos), uma folha de cartolina branca (10x10 cm) e material acessório de topografia (baliza, piquetes, etc.).
- b) As leituras de campo devem ser efetuadas entre às 8 e 10 horas da manhã ou entre às 14 e 16 horas da tarde.
- c) Estacionar e nivelar o teodolito em um dos vértices do alinhamento que se quer determinar o azimute verdadeiro.
- d) Visar um ponto fixo e medir o ângulo vertical em relação ao mesmo na posição direta (PD) e inversa (PI) da luneta para determinar a correção instrumental (C_i). Deve-se repetir a operação no mínimo seis vezes e utilizar o valor médio das leituras.
- e) Zerar o limbo horizontal em relação ao alinhamento que se quer determinar o Azimute verdadeiro.
- f) Com o teodolito nivelado e zerado, visar o sol através da projeção do mesmo sobre uma cartolina branca.
- g) Coloca-se a cartolina próxima à ocular e com o auxílio do foco da ocular e da objetiva deixa-se o retículo e o sol com imagem bem nítida.
- h) Observa-se o movimento solar e com o auxílio dos cursores micrométricos, posiciona-se a imagem do sol em um dos quadrantes do retículo.
- i) Com o cursor do movimento horizontal, mantém-se a imagem do sol tangenciando o fio vertical e com o cursor do movimento vertical faz-se com que a imagem do sol tangencie o fio horizontal.
- j) Quando houver a dupla tangência, lê-se a hora da observação e os ângulos zenital e horizontal.
- k) Efetuada a primeira leitura, transfere-se a imagem do sol para o quadrante oposto ao da primeira leitura e repete-se as operações i e j.
- l) Com os valores obtidos na primeira e segunda posição do sol (quadrantes opostos), efetua-se a média.
- m) Deve-se efetuar tantos pares de observações quantos forem necessários para a precisão estabelecida ao levantamento. Recomenda-se, para uma boa precisão, seis pares de observações.
- n) Em cada par de observações, recomenda-se observar o estacionamento (centragem) do teodolito e seu nivelamento (calagem), ajustando-se o mesmo se for necessário e efetuando-se, após isso, novas leituras.

1.8. Roteiro das Operações de Escritório

- a) Extrair de uma carta da região a latitude (φ) do ponto, com erro inferior a um minuto (1').
- b) Obter no Anuário Astronômico o valor da declinação do sol (δ) e a variação horária da declinação do sol ($\Delta\delta$) para o dia da observação.

- c) Efetuar os cálculos para a determinação do Azimute do sol e posteriormente do Azimute Verdadeiro do alinhamento.

1.9. Exemplo Elucidativo

Seja calcular o Azimute Verdadeiro de um alinhamento AB efetuado na localidade de Porto Alegre-RS em 24 de abril de 1984.

Dados de Campo:

Posição do Sol	Hora da Observação	Ângulo Horizontal	Ângulo Zenital
1	15h 10min 07seg	206° 45' 12"	59° 13' 56,2"
2	15h 11min 58seg	205° 45' 08,8"	59° 00' 45"
Média das Leituras	15h 11min 02,5seg	206° 15' 10,4"	59° 07' 20,6"

Data da observação = 24/04/1984

Pressão Atmosférica = 763 mmHg

Temperatura do ar = 23,5°C

Declinação do Sol à 0h de GRW (δ) = +12°51'07"

Varição horária da Declinação do sol ($\Delta\delta$) = +49,4"

Correção instrumental (C_i) = -16,3"

Latitude do ponto (φ) = -30° 01' 55"

Longitude do ponto (λ) = -51°07'23"

- a) Cálculo da Correção da Paralaxe (C_p)

$$C_p = -8,8'' \cdot \text{sen } Z_m \quad C_p = -8,8'' \cdot \text{sen } 59^\circ 07' 20,6''$$

$$C_p = -7,5527365''$$

- b) Cálculo da Correção da Refração Atmosférica (C_{RM})

$$C_{RM} = 60,08'' \cdot \text{tg } Z_m - 0,067'' \cdot \text{tg}^3 Z_m$$

$$C_{RM} = 60,08'' \cdot \text{tg } 59^\circ 07' 20,6'' - 0,067'' \cdot \text{tg}^3 59^\circ 07' 20,6''$$

$$C_{RM} = 100,1620681''$$

- c) Cálculo da Correção Atmosférica para a temperatura e pressão na hora da observação (C_R)

$$C_R = C_{RM} \times \frac{P}{760} \times \frac{1}{1 + 0,00384T} \quad C_R = 100,1620681 \times \frac{763}{760} \times \frac{1}{1 + 0,00384 \times 23,5}$$

$$C_R = 92,23422795''$$

$$C_R = 1' 32,23422795''$$

- d) Cálculo da Distância Zenital Compensada

$$Z_C = Z_m + C_p + C_R + C_i$$

$$Z_C = 59^\circ 07' 20,6'' + (-7,5527365'') + 1' 32,23422795'' + (-16,3'')$$

$$Z_C = 59^\circ 08' 28,98''$$

- e) Cálculo do Fuso Real

$$\lambda = 51^\circ 07' 23''$$

$$51^\circ \text{ ----- } 3\text{h}24'$$

$$07' \text{ ----- } 0'28''$$

$$23'' \text{-----} 1,53''$$

$$\text{Fuso} = 3\text{h}24'29,53''$$

f) Cálculo do Tempo Universal da hora da observação (TU)

$$TU = TC + \text{FusoHorário}$$

$$TU = 15\text{h}11\text{min}02,5\text{seg} + 3\text{h}24'29,53''$$

$$TU = 18\text{h}35\text{min}32,03\text{seg}$$

g) Cálculo da Declinação do Sol na Hora da Observação

$$\delta_{\odot} = \delta + (\Delta\delta \times TU)$$

$$\delta_{\odot} = +12^{\circ}51'07'' + (+49,4'' \times 18\text{h}35\text{min}32,05\text{seg})$$

$$\delta_{\odot} = +12^{\circ}51'07'' + 15'18,45''$$

$$\delta_{\odot} = 13^{\circ}06'25,45''$$

h) Cálculo do Azimute do Sol na Hora da Observação

$$\cos Az_{\odot} = \frac{\text{sen}\delta_{\odot} - \text{sen}\varphi \times \cos Z_c}{\cos\varphi \times \text{sen}Z_c}$$

$$\cos Az_{\odot} = \frac{\text{sen}13^{\circ}06'25,45'' - (\text{sen} - 30^{\circ}01'55'' \times \cos 59^{\circ}08'28,98'')}{\cos - 30^{\circ}01'55'' \times \text{sen}59^{\circ}08'28,98''}$$

$$\cos Az_{\odot} = 0,6505488$$

$$Az_{\odot} = 49^{\circ}25'01,24''$$

Como a visada ao sol foi efetuada à tarde, deve-se subtrair de 360° do valor obtido:

$$Az_{\odot} = 360^{\circ} - 49^{\circ}25'01,24''$$

$$Az_{\odot} = 310^{\circ}34'58,76''$$

i) Cálculo do Azimute Verdadeiro do Alinhamento AB

$$Az_M = Az_{\odot} - Hz$$

$$Az_M = 310^{\circ}34'58,76'' - 206^{\circ}15'10,4''$$

$$Az_M = 104^{\circ}19'48,36''$$

1.10. Exercícios Aplicativos

1) Determinar o Azimute Verdadeiro de um alinhamento RS efetuado na localidade de Cocal-Santa Catarina em 11 de março de 1982.

Dados de Campo:

Posição do Sol	Hora da Observação	Ângulo Horizontal	Ângulo Zenital
1	7h 26min 10Seg	271° 29' 43"	76° 42' 14"
2	7h 27min 20Seg	271° 26' 36"	76° 14' 06"
Média das Leituras	7h 26min 45Seg	271° 28' 09,5"	76° 28' 10"

Data da observação = 11/03/1982
 Pressão Atmosférica = 757 mmHg
 Temperatura do ar = 23°C
 Declinação do Sol à 0h de GRW (δ) = -3° 55' 40"
 Variação horária da Declinação do sol ($\Delta\delta$) = +58,8"
 Correção instrumental (Ci) = -16,3"
 Fuso Horário = 3 horas
 Latitude do ponto (φ) = -28° 36' 45"

- 2) Seja determinar o Azimute Verdadeiro de um alinhamento PQ (Escola de Engenharia-Morro Santana) efetuado na localidade de Porto Alegre-RS em 24 de abril de 1984.

Dados de Campo:

Posição do Sol	Hora da Observação	Ângulo Horizontal	Ângulo Zenital
1	8h 52min 27Seg	313° 01' 01"	66° 42' 20,6"
2	8h 53min 14seg	313° 27' 23"	66° 02' 05"
Média das Leituras	8h 52min 50,5seg	313° 14' 12"	66° 22' 12,8"

Data da observação = 24/04/1984
 Pressão Atmosférica = 763mmHg
 Temperatura do ar = 21°C
 Declinação do Sol à 0h de GRW (δ) = +12° 51' 07"
 Variação horária da Declinação do sol ($\Delta\delta$) = +49,4"
 Correção instrumental (Ci) = -16,3"
 Latitude do ponto (φ) = -30° 01' 55"
 Longitude do ponto (λ) = -51°07'23"

- 3) Determinar o Azimute Verdadeiro de um alinhamento ED efetuado no Campus do Vale-UFRGS em 17 de novembro de 1999.

Dados de Campo:

Posição do Sol	Hora da Observação	Ângulo Horizontal	Ângulo Zenital
1	16h 44min 02Seg	80° 24' 30"	49° 22' 00"
2	16h 47min 34Seg	80° 40' 50"	50° 40' 30"
Média das Leituras	16h 45min 48Seg	80° 32' 40"	50° 01' 15"

Data da observação = 17/11/1999
 Pressão Atmosférica = 766 mmHg
 Temperatura do ar = 31°C
 Declinação do Sol à 0h de GRW (δ) = -18° 48' 56,2"
 Variação horária da Declinação do sol ($\Delta\delta$) = -37,179165"
 Correção instrumental (Ci) = -21,5"
 Fuso Horário = horário de verão
 Latitude do ponto (φ) = -30° 04' 24"
 Longitude do ponto (λ) = -51°07'23"

CAPÍTULO VI

1 - CURVAS DE CONCORDÂNCIA E DE TRANSIÇÃO

1.1. Introdução

O eixo de uma estrada é formado por inúmeras linhas retas as quais encontram-se ligadas entre si por curvas. Cada duas sequências de linhas retas adjacentes são ligadas por uma curva cujo raio varia de acordo com as condições de tráfego que utilizarão a via e as condições da superfície do terreno.

As curvas empregadas em traçados de vias são geralmente circulares, havendo, porém, casos em que curvas parabólicas podem ser empregadas. Emprego de curvas circulares concordando com o alinhamento inicial e final, por meio de arcos de parábola ou espiral de transição são utilizadas a fim de se obter melhor adaptação e visibilidade dos veículos.

Quando uma direção sofre mudança em sua linha de transporte, torna-se necessário a locação de uma curva de concordância. Para as estradas rodoviárias e ferroviárias, a curva mais indicada é a do tipo circular, isto é, um arco de circunferência de círculo.

Em áreas exclusivamente residenciais, onde a circulação de veículos deve ser de baixa velocidade, a concordância entre as tangentes pode ser efetuada por uma curva circular, sem a espiral de transição, com raio mínimo que permita a circulação de veículos de pequeno porte, entretanto, deverá ser observada a sobrelevação de no máximo 6% e no mínimo 2%.

Ao efetuar-se o projeto de construção de uma estrada deve-se estabelecer o eixo da mesma e este deverá ser estaqueado de 20 em 20 m.

Este estaqueamento deverá iniciar com a estaca de numeração zero e seguir o estaqueamento estabelecido.

Nos pontos de inflexão deve ser estabelecida uma estaca e essa deverá receber a numeração da estaca anterior mais a distância compreendida entre a estaca anterior e a estação do ponto de inflexão. (Fig. 32)

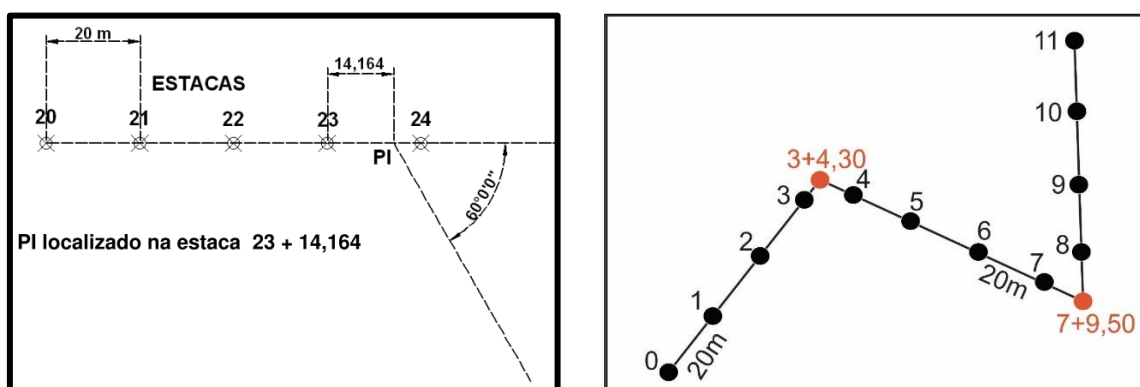


Fig. 32. Estaqueamento do eixo da estrada e localização da estaca do PI

1.2. Tipos de Curvas

- a) Curva Simples é aquela que apresenta um único valor de raio, como a curva AB apresentada na figura 33. O ponto A é chamado de Ponto de Curva (PC) e o ponto B é denominado de Ponto de Tangência (PT).

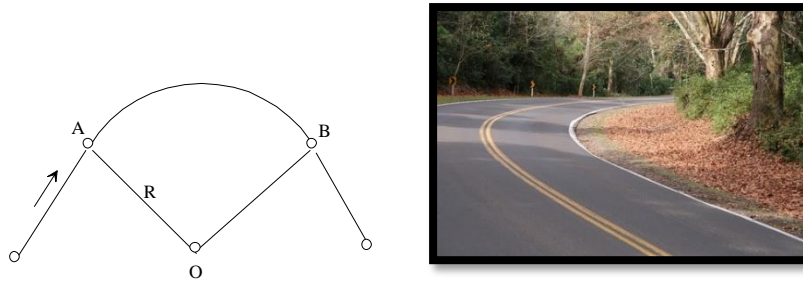


Fig. 33. Curva Simples

- b) Curvas Compostas são aquelas curvas contínuas formadas de dois ou mais arcos de curvas, de raios diferentes, como a curva apresentada na figura 34. Os pontos A e D são, respectivamente, os pontos PC e PT da curva, enquanto que os pontos B e C são Pontos de Curva Composta (PCC).

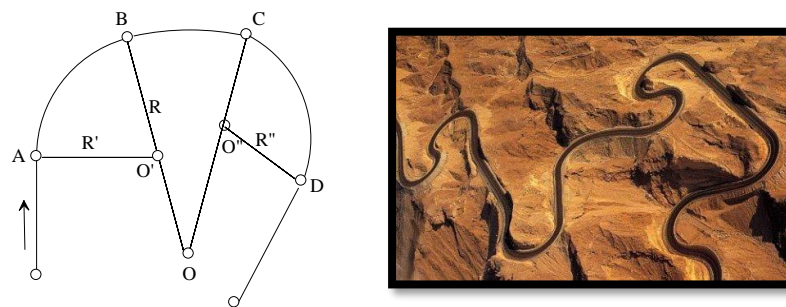


Fig. 34. Curvas Compostas

- c) Curvas Reversas são aquelas curvas contínuas formadas por arcos de dois círculos de mesmo raio ou de raios diferentes cujos centros se encontrem em lados opostos da curva (Fig. 35). O ponto B, comum às duas curvas é denominado de Ponto de Curva Reversa (PCR).

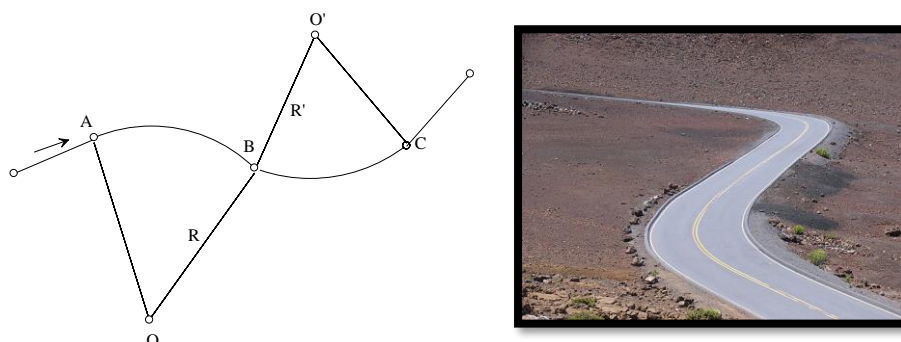


Fig. 35. Curvas Reversas

As Curvas Reversas têm aplicações limitadas e não é muito aconselhável sua aplicação a não ser nas peras de concordância dos traçados em serpentina para galgar encostas íngremes (Fig. 36). Em vias rodoviárias e ferroviárias, devido à passagem brusca de uma curva a outra e à força centrífuga gerada pela mudança de direção, as curvas reversas não são empregadas senão com tangentes intermediárias.

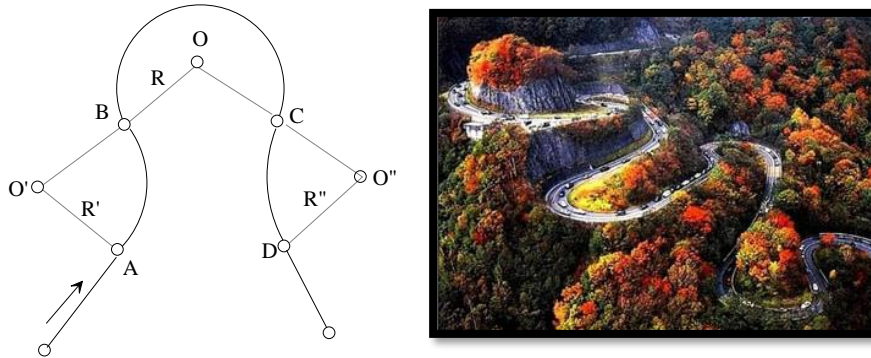


Fig. 36. Curvas reversas em Pêra

1.3. Curva Circular Horizontal de Concordância

Com base na figura 37, podemos estabelecer os elementos geométricos da curva circular.

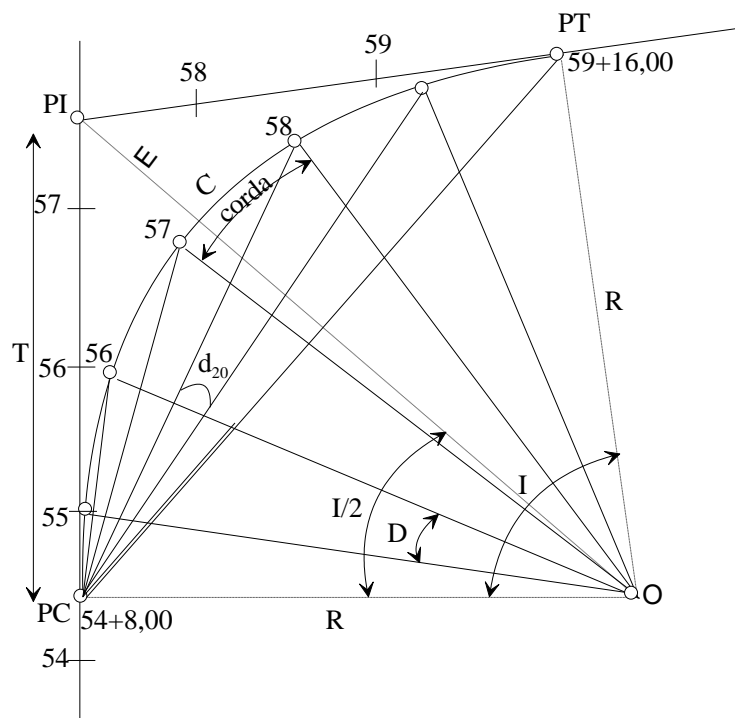


Fig. 37. Curva Circula Horizontal

- PC = Ponto de início da curva
- PI = Ponto de intersecção das tangentes
- PT = Ponto de tangência ou término da curva
- R = Raio da curva
- T = Tangente (distância entre PC e PI que é igual à distância entre PI e PT)

- I = Ângulo interno da curva
- C = Comprimento da curva
- D = Grau da curva
- d = Ângulo de deflexão (entre a tangente e a corda)
- E = Distância entre PI e a curva

A curva será locada através de cordas com valor pré estabelecido, o qual é normalmente de 20 m. Este valor depende muito do raio da curva. Quanto menor for o raio da curva, menor será o comprimento da corda, facilitando assim a locação da mesma no campo.

Para curvas horizontais que apresentem valores do Grau da Curva (D) igual ou menor que 5°, usa-se cordas de 20m; para D entre 5° e 15°, as cordas serão de 15 m e para D maior que 15°, as cordas serão de 7,5 m.

a) Ângulo Interno da Curva (I)

O ângulo interna da curva (I) é equivalente à deflexão das tangentes e pode ser determinado pela diferença dos azimutes das mesmas conforme figura 38.

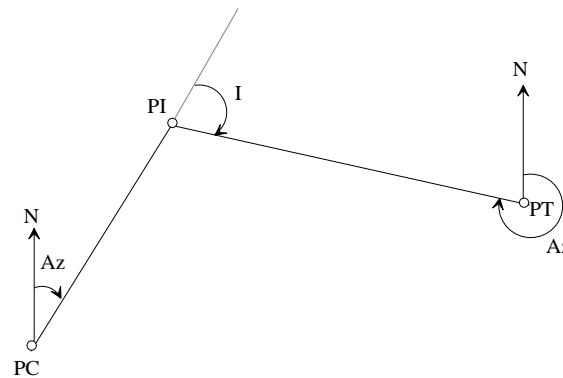


Fig. 38. Deflexão das tangentes

Desta maneira, podemos dizer que:

$$I = 180^\circ - (Az_{PC-PI} - Az_{PT-PI})$$

b) Comprimento da Curva

O comprimento da curva é a distância em arco entre PC e PT. Pode ser determinado a partir da figura 37, considerando-se as cordas de 20 m:

$$\frac{C}{I} = \frac{20}{D} \quad \text{logo} \quad C = \frac{I}{D} \times 20m$$

ou

$$\frac{C}{I} = \frac{2\pi R}{360} \quad \text{logo} \quad C = \frac{\pi \cdot R \cdot I}{180}$$

c) Cálculo das estacas PC e PT

$$PC = PT - C \quad PT = PC + C$$

d) Cálculo do Grau da Curva (D)

Chama-se Grau da Curva (D) o ângulo central, que compreende uma corda de um dado comprimento. O grau da curva é independente do ângulo central da curva (I).
Pela figura 37 podemos dizer que:

$$\frac{D}{20} = \frac{I}{C} \quad \text{logo} \quad D = \frac{I \cdot 20}{C}$$

e) Cálculo da tangente (T)

A tangente (T) é o segmento de reta que vai de PC a PI ou de PI a PT.
Pela figura 37 podemos dizer que:

$$T = R \times \operatorname{tg} \frac{I}{2}$$

f) Cálculo do Raio da Curva (R)

O Raio da Curva é um elemento selecionado por ocasião do projeto, de acordo com as características técnicas da rodovia e a topografia da região.

O cálculo do Raio da Curva está relacionado diretamente com o Grau da Curva (D), considerando-se cordas de 20 m.

$$\frac{360^\circ}{2 \cdot \pi \cdot R} = \frac{D}{20} \quad \text{logo} \quad R = \frac{3600}{\pi \cdot D} \quad \text{ou} \quad \frac{360^\circ}{2 \cdot \pi \cdot R} = \frac{I}{C} \quad \text{logo} \quad R = \frac{180 \cdot C}{\pi \cdot I}$$

g) Cálculo do Afastamento (E)

O Afastamento (E) é a distância entre o ponto PI e a curva
Da figura 37 podemos dizer, a partir do triângulo PC-O-PI:

$$\cos \frac{I}{2} = \frac{R}{(R + E)} \quad \text{logo} \quad (R + E) = \frac{R}{\cos \frac{I}{2}}$$

$$E = \frac{R}{\cos \frac{I}{2}} - R \quad \text{sabendo-se que} \quad \sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha} \quad \text{podemos substituir e teremos:}$$

$$E = R \left[\sec \left(\frac{I}{2} \right) - 1 \right]$$

h) Ângulo de deflexão para cordas de 20 m.

O ângulo de deflexão permitirá a locação, em campo, dos pontos que demarcarão o eixo da curva.

$$d_{20} = \frac{D}{2}$$

1.3.1. Exercício Elucidativo

Deseja-se calcular e preparar a planilha para a locação de uma Curva Horizontal Circular pelo método das deflexões, estaqueada de 20 em 20 m e cujos dados conhecidos do projeto são:

$$\text{Grau da Curva } D=3^{\circ}12'$$

$$\text{Ângulo Interno da Curva } I=17^{\circ}36' \text{ à direita}$$

$$\text{Ponto de Intersecção } PI=91+7,40m$$

Devido à impossibilidade de visualização total da curva a partir do ponto PC, sugere-se mudança de estação nas estacas 91 e 93.

1) Cálculo do Raio da Curva (R)

$$R = \frac{3600}{\pi \cdot D} \quad R = \frac{3600}{3,1416 \times 3^{\circ}12'} \quad R = 358,098m$$

2) Cálculo do Comprimento da Tangente (T)

$$T = R \times tg \frac{I}{2} \quad T = 358,098 \times tg \frac{17^{\circ}36'}{2} \quad T = 55,436m \quad T = 2 + 15,436m$$

3) Cálculo do Comprimento da Curva (C)

$$C = \frac{I}{D} \times 20 \quad C = \frac{17^{\circ}36'}{3^{\circ}12'} \times 20 \quad C = 110,00m \quad C = 5 + 10,00m$$

4) Cálculo do ponto de curva (PC)

$$PC = PI - T \quad PC = (91 + 7,40) - (2 + 15,44) \quad PC = 88 + 11,96m$$

5) Cálculo do ponto de tangência (PT)

$$PT = PC + C \quad PT = (88 + 11,96) + (5 + 10,00) \quad PT = 94 + 1,96m$$

6) Cálculo das deflexões das cordas de 20 m.

$$d_{20} = \frac{D}{2} \quad d_{20} = \frac{3^{\circ}12'}{2} \quad d_{20} = 1^{\circ}36'$$

7) Cálculo das deflexões fracionárias em relação aos pontos PC e PT.

$$\begin{aligned} d_{8,04} &= d_{20} \times \frac{8,04}{20} & d_{1,96} &= d_{20} \times \frac{1,96}{20} \\ d_{8,04} &= 1^{\circ}36' \times \frac{8,04}{20} & d_{1,96} &= 1^{\circ}36' \times \frac{1,96}{20} \\ d_{8,04} &= 0^{\circ}38'35,52'' & d_{1,96} &= 0^{\circ}09'24,48'' \end{aligned}$$

8) Elaboração da Tabela

Estação	Cordas (m)	Deflexão	Leitura Limbo	Azimute da Tangente
PC 88+11,96			47°30'00"	47°30'00"
89	8,04	0°38'35,52"	48°08'35,52"	
90	20,00	1°36'	49°44'35,52"	
91	20,00	1°36'	51°20'35,52"	55°11'11,04"

92	20,00	1°36'	56°47'11,04"	
93	20,00	1°36'	58°23'11,04"	61°35'11,04"
94	20,00	1°36'	63°11'11,04"	
PT 94+1,96	1,96	0°09'24,48"	63°20'35,52"	65°06'00"

- 9) Cálculo do Azimute da Tangente nas estações 91 e 93, devido ao posicionamento do aparelho nestas estações.

$$Az_{tg_{91}} = 51^{\circ}20'35,52'' + (0^{\circ}38'35,52'' + 1^{\circ}36' + 1^{\circ}36')$$

$$Az_{tg_{91}} = 55^{\circ}11'11,04''$$

$$Az_{tg_{93}} = 58^{\circ}23'11,04'' + (1^{\circ}36' + 1^{\circ}36')$$

$$Az_{tg_{93}} = 61^{\circ}35'11,04''$$

- 10) Verificação dos resultados

$$Az_{tg_{PT}} = 63^{\circ}20'35,52'' + (1^{\circ}36' + 0^{\circ}09'24,48'')$$

$$Az_{tg_{PT}} = 65^{\circ}06'00''$$

$$Az_{tg_{PT}} = Az_{tg_{PC}} + I$$

$$Az_{tg_{PT}} = 47^{\circ}30' + 17^{\circ}36'$$

$$Az_{tg_{PT}} = 65^{\circ}06'00''$$

1.3.2. Exercícios Aplicativos

- 1) Calcular o raio (R) de uma curva circular horizontal cujo comprimento entre as duas tangentes é de 450,00 m e cujos azimutes das tangentes são:

$$Az_{tg_{PC-PI}} = 216^{\circ}32'30''$$

$$Az_{tg_{PI-PT}} = 297^{\circ}50'00''$$

- 2) Calcular o raio (R), o grau da curva (D), o comprimento da Curva (C) e o afastamento da curva (E), de uma curva circular horizontal com as seguintes características:

$$\text{Azimute da tg inicial} = 37^{\circ}30'00''$$

$$T = 419,00 \text{ m}$$

$$\text{Azimute da tg final} = 117^{\circ}20'00''$$

- 3) Preparar a tabela para a locação de uma curva circular horizontal pelo método das deflexões, da qual se sabe os seguintes dados:

$$\text{Estaca do PI} = 1.042 + 5,40 \text{ m}$$

$$I = 16^{\circ} \text{ à direita}$$

$$D = 2^{\circ}30'$$

$$\text{Azimute da tangente inicial} = 136^{\circ}50'$$

Usar um ponto de mudança na estaca 1042

1.4. Cálculo da distância externa de uma curva circular horizontal

O cálculo deste parâmetro é importante quando se quer passar uma curva circular horizontal em um determinado local tal como em estrada já existente, ou ainda quando se quer determinar o raio da curva para que a mesma desvie de algum obstáculo ou construção.

Esta distância ou também chamada afastamento, corresponde a menor distância entre o ponto de intersecção da reta (PI) e o eixo ou borda da curva (Fig. 39). Pode-se calcular o afastamento (MV) em função do raio da curva R e do ângulo da curva (I).

Seja a figura 39 uma curva circular horizontal com ponto de início de curva em “F” e ponto de fim de curva em “E”.

Conhecendo-se o raio da curva (R) e os azimutes dos alinhamentos do eixo da estrada (Az_{FV} e Az_{VE}), pode-se calcular o ângulo interno da curva (I), que por construção é:

$$I = Az_{VE} - Az_{FV}$$

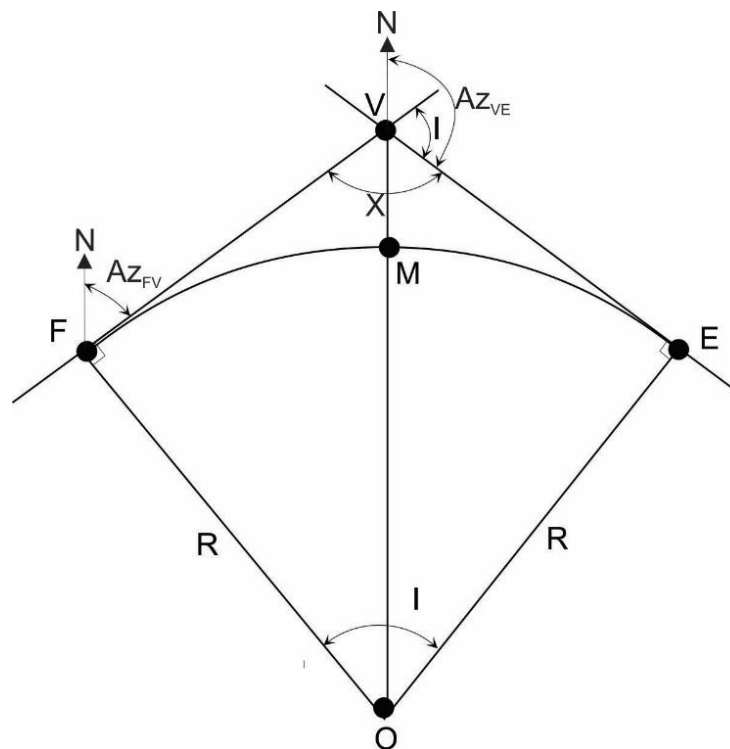


Fig. 39. Afastamento da Curva Circular Horizontal

Da figura 39 pode-se dizer que o alinhamento OV é a bissetriz do ângulo interno da curva (I) sendo, também, a bissetriz do ângulo formado pelos alinhamentos FV e VE que é representado pelo ângulo X.

Logo se pode dizer que do quadrilátero OFVE:

$$X = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - I$$

ou que

$$X = 180^\circ - I$$

Do triângulo OVF tem-se:

$$\frac{OF}{OV} = \cos \frac{I}{2} \quad (1)$$

Sendo OV o raio (R) da curva circular horizontal e substituindo-se em (1) tem-se:

$$\frac{R}{OV} = \cos \frac{I}{2}$$
$$OV = \frac{R}{\cos \frac{I}{2}} \quad (2)$$

Sendo MV a distância externa da curva ao ponto de inflexão das retas tem-se:

$$MV = OV - OM \quad (3)$$

Sendo OM igual ao raio (R) e substituindo-se em (3) tem-se:

$$MV = OV - R \quad (4)$$

Substituindo-se OV da equação (2) na equação (4) tem-se:

$$MV = \frac{R}{\cos \frac{I}{2}} - R$$
$$MV = R \left(\frac{1}{\cos \frac{I}{2}} - 1 \right)$$

ou

$$MV = R \left(\sec \frac{I}{2} - 1 \right)$$

O processo permite, se for necessário, devido a existência de um obstáculo ou construção de se determinar qual será o raio da curva circular para que a mesma não atinja o obstáculo. Neste caso mede-se a distância do ponto de inflexão da reta ou eixo da estrada, até um ponto que ultrapasse o obstáculo e neste caso se está medindo o afastamento e com este se calcula o Raio que esta curva deverá ter para solucionar o problema.

1.4.1. Exercício Aplicativo

1) Ao se efetuar o projeto de uma estrada deparou-se com um obstáculo nas proximidades do ponto de inflexão (PI) de estaca 1307+18,00, o qual interceptará a curva horizontal a ser locada futuramente. Para que a curva horizontal não intercepte o obstáculo, a mesma deverá passar a 110,00 m do ponto PI. Para se efetuar o cálculo da curva horizontal de maneira que não intercepte o obstáculo, necessita-se saber o Raio (R) a ser aplicado neste novo cálculo da curva horizontal. Sabe-se que o Azimute de Quadrícula do alinhamento entre a estaca 1300+0,00 e o PI é de $130^{\circ}18'00''$ e o Azimute de Quadrícula do PI à estaca 1315+0,00 é de $236^{\circ}18'00''$. Pede-se também para calcular o valor das estacas PC e PT.

1.5. Curvas Circular Horizontal de Transição

Quando um veículo passa de um alinhamento reto para um trecho curvo, surge uma força centrífuga que atua sobre o mesmo, tendendo a desviá-lo da trajetória que normalmente deveria percorrer. Este fato representa um perigo e um desconforto para o usuário da estrada.

Interessa ao Engenheiro de Estradas o conhecimento de métodos que possibilite variar progressivamente a curvatura de uma estrada, desde zero graus até um valor constante correspondente à curvatura de uma curva circular horizontal. Qualquer tipo de curva que nos possibilite esta variação poderá ser utilizada; entretanto, as mais aplicadas são: a Clotóide, a Lemniscata e a Parábola Cúbica (Fig. 40).

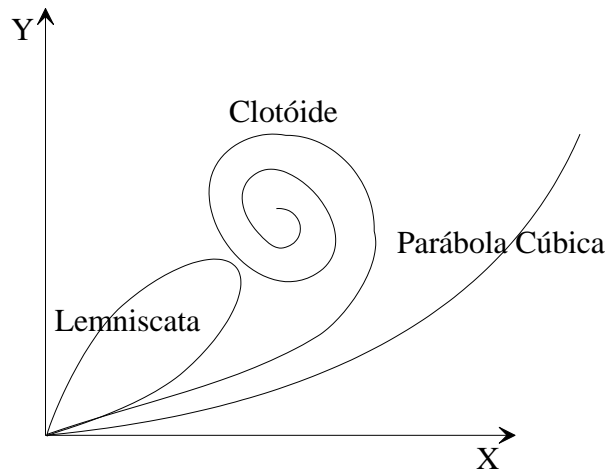


Fig. 40. Tipos de Curvas

- a) Clotóide (também conhecida como Espiral de Cornu ou Radióide aos arcos)

A clotóide ou espiral é definida por:

$$R \times l = K^2$$

onde:

“R” é o raio de curvatura em seu ponto genérico

“l” é o comprimento da curva até o ponto genérico, a contar da origem

- b) Lemniscata de Bernouille

A lemniscata é definida por:

$$R \times p = K^2$$

onde:

“R” é o raio de curvatura em seu ponto genérico

“p” é a distância polar deste ponto a origem

- c) Parábola Cúbica

A parábola cúbica é definida pela equação:

$$Y = K^2 X^3$$

Todos estes tipos de curvas têm curvatura nula na origem (isto é, raio de curvatura infinito), assumindo a curvatura valores crescentes com o desenvolvimento, enquanto que o raio de curvatura assume valores decrescentes.

A maior ou menor variação da curvatura depende do valor adotado para a constante “K”, qualquer que seja o tipo de curva de transição adotada. Essa constante é denominada constante característica da curva de transição.

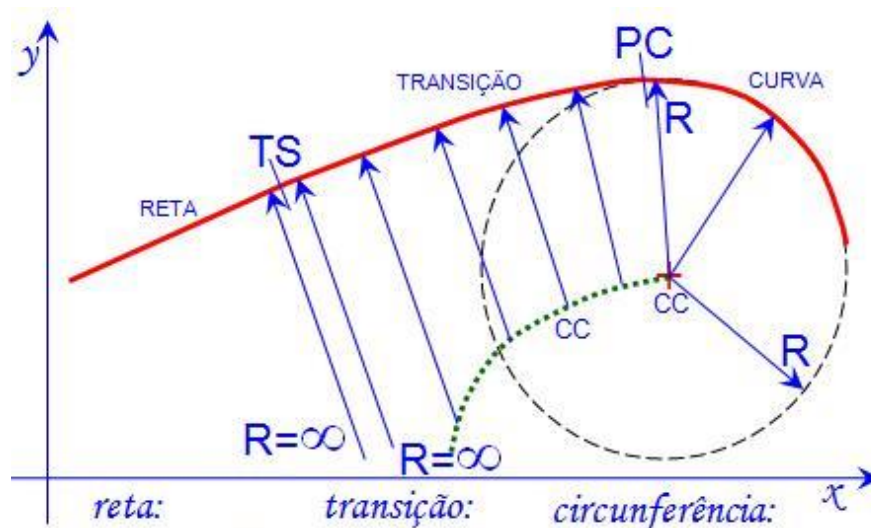


Fig. 40a. Associação da Reta com a Curva de Transição e a Curva Circular

1.5.1. Espiral de Transição – Clotóide

Trata-se de uma curva horizontal colocada nas saídas das curvas horizontais circulares, com o intuito de fazer uma transição suave do raio infinito da reta com o raio reduzido da curva circular e o inverso na saída da mesma (Figs. 40a e 45).

a) Comprimento das Curvas de Transição

Comprimento Mínimo – 1º Critério (Dinâmico)

Para este cálculo leva-se em consideração a velocidade (V) constante que o veículo percorre a curva de transição para alcançar a curva circular, a taxa de variação da aceleração centrípeta ($J_{máx}$) e o raio da curva circular (R_C).

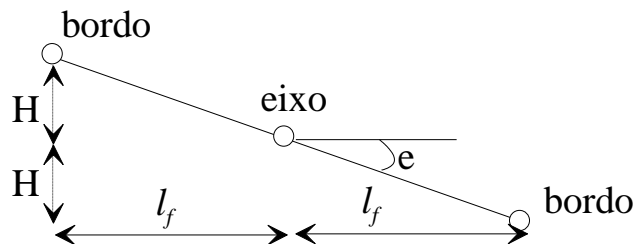
Experimentalmente, verifica-se que a taxa de variação da aceleração centrípeta (J) não deve exceder ao valor de $0,6 \text{ m/s}^3$. Fixados os valores da velocidade (V) e do raio (R_C) da curva circular, determina-se o valor do comprimento mínimo da curva de transição (L_{Smin}).

Para “V” em km/h, “ R_C ” em m e $J_{máx} = 0,6 \text{ m/s}^3$, resulta:

$$L_{Smin} = \frac{0,035 \times V^3}{R_C} \quad (\text{em metros})$$

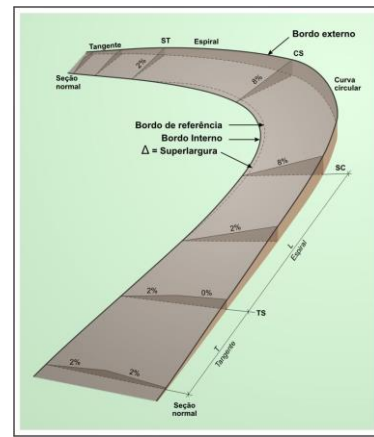
Comprimento Mínimo – 2º Critério (Superelevação)

A superelevação é obtida através da alteração de cota relativa entre os bordos do pavimento e o eixo da pista (Fig. 41). O desnível máximo a ser mantido constante em toda a curva circular, deve ser alcançado gradativamente ao longo da curva de transição. Seu valor “H” depende da superelevação na curva circular (e) e da largura da faixa de tráfego (l_f).



$$H = \frac{e \times l_f}{100} \quad Ls_{\min} = 400 \times H$$

Fig. 41. Superelevação de uma Curva Circular



Comprimento Mínimo – 3º Critério (Tempo de Transição)

É desejável que o tempo de percurso da curva de transição não seja inferior a um valor mínimo, que é normalmente tomado como 2 segundos (DNER, AASHO). Fixada a velocidade (V), resulta, em relação a este tempo mínimo ($t_{s_{\min}}$), um comprimento mínimo (Ls_{\min}).

$$Ls_{\min} = V \times t_{s_{\min}}$$

Para “V” em km/h e adotando “ $t_{s_{\min}}$ ” igual a 2 segundos temos:

$$Ls_{\min} = 0,556 \times V \quad (\text{em metros})$$

Comprimento Máximo de Transição

É necessário, também, limitar superiormente o comprimento das curvas de transição. Um critério bastante usual para a determinação do comprimento máximo de transição é a fixação de uma taxa mínima de variação da aceleração centrípeta na curva de transição, isto é, a adoção de um “ J_{\min} ”, usualmente $0,3 \text{ m/s}^3$.

$$Ls_{\max} = \frac{V^3}{J_{\min} \times R_C}$$

e, para “V” em km/h, “ R_C ” em metros e “ J_{\min} ” igual a $0,3 \text{ m/s}^3$, temos:

$$Ls_{\max} = \frac{0,07 \times V^3}{R_C} \quad (\text{em metros})$$

b) Escolha do Comprimento de Transição

O maior valor obtido através do cálculo de “ Ls_{\min} ”, a partir do 1º, 2º e 3º critério, é o limite que deverá ser observado para o cálculo da curva de transição. Normalmente, são escolhidos para “Ls” valores múltiplos de 20 m, correspondendo a um número inteiro de estacas; este procedimento, todavia, é opcional. O valor mínimo de “Ls”, assim determinado, é um valor de referência; sempre que possível, adota-se para “Ls” valores maiores, os quais proporcionarão uma transição mais confortável.

O valor máximo de “Ls”, calculado com o critério fixado em comprimento máximo de transição, é um limite cuja observância é desejável, mas não obrigatório.

A incompatibilidade entre os valores mínimos de “Ls” e os valores máximos revela uma escolha inadequada dos parâmetros de cálculo (V, R_C, e).

d) Exemplos:

1) Determinar o comprimento de transição da curva, mínimo e máximo, sabendo-se que:

$$V=120 \text{ km/h} \quad R_C=300 \text{ m} \quad e=8\% \quad l_f=3,50 \text{ m}$$

Comprimento Mínimo:

$$\text{a) } L_{s_{\min}} = \frac{0,035 \times V^3}{R_C} = \frac{0,035 \times 120^3}{300} = 201,60 \text{ m}$$

$$\text{b) } L_{s_{\min}} = 400 \times H \quad H = \frac{e \times l_f}{100} = \frac{8 \times 3,50}{100} = 0,28 \text{ m}$$
$$L_{s_{\min}} = 400 \times 0,28 = 112,00 \text{ m}$$

$$\text{c) } L_{s_{\min}} = 0,556 \times V = 0,556 \times 120 = 66,72 \text{ m}$$
$$L_{s_{\min}} \text{ adotado} = 201,60 \text{ m}$$

Comprimento Máximo

$$\text{a) } L_{s_{\max}} = \frac{0,07 \times V^3}{R_C} = \frac{0,07 \times 120^3}{300} = 403,20 \text{ m}$$

Conclusão:

O valor de Ls deverá ser:

$$201,60 \leq L_s \leq 403,20$$

Pode-se adotar $L_s=300\text{m}$, verificando-se a possibilidade de adoção desse valor face ao critério comprimento máximo da clotóide.

2) Determinar o comprimento de transição da curva, mínimo e máximo, sabendo-se que:

$$V=100 \text{ km/h} \quad R_C=600 \text{ m} \quad e=5\% \quad l_f=3,50 \text{ m}$$

Comprimento Mínimo:

$$\text{a) } L_{s_{\min}} = \frac{0,035 \times V^3}{R_C} = \frac{0,035 \times 100^3}{600} = 58,33 \text{ m}$$

$$\text{b) } L_{s_{\min}} = 400 \times H \quad H = \frac{e \times l_f}{100} = \frac{5 \times 3,50}{100} = 0,175 \text{ m}$$
$$L_{s_{\min}} = 400 \times 0,175 = 70,00 \text{ m}$$

$$\text{c) } L_{s_{\min}} = 0,556 \times V = 0,556 \times 100 = 55,60 \text{ m}$$

$$L_{s_{\min}} \text{ adotado} = 70,00 \text{ m}$$

Comprimento Máximo

$$b) L_{s_{máx}} = \frac{0,07 \times V^3}{R_c} = \frac{0,07 \times 100^3}{600} = 116,66m$$

Conclusão:

O valor de L_s deverá ser:

$$70,00 \leq L_s \leq 116,66$$

Pode-se adotar $L_s=100m$, verificando-se em seguida o critério comprimento máximo da clotóide.

1.5.2. Estudo da Clotóide

Sabemos que para qualquer ponto da clotóide é válida a relação “ $Rl=K$ ”. Em particular, se uma clotóide de comprimento “ L_s ” liga uma tangente a uma curva circular de raio “ R_c ”, essa relação, no ponto da espiral-curva circular (EC), coincidente com o ponto PC da curva circular, assume a forma:

$$R_c \times L_s = K^2$$

permitindo assim, o valor da constante característica dessa clotóide que será:

$$R \times l = R_c \times L_s \quad R = \frac{R_c \times L_s}{l} \quad (1)$$

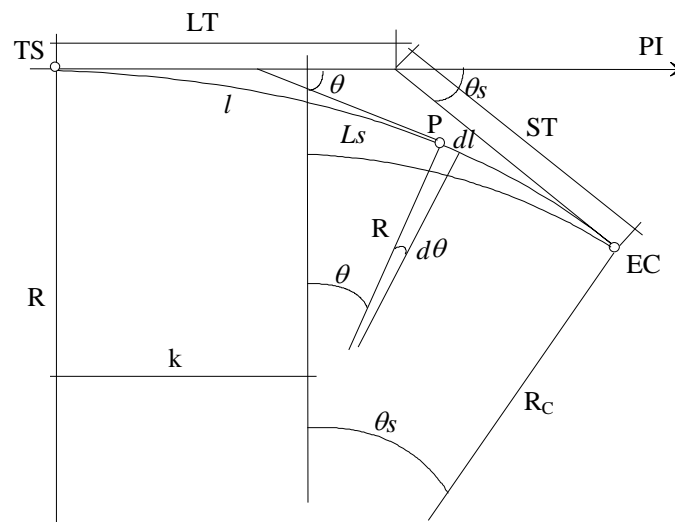


Fig. 42. Parâmetros da Clotóide

A partir da figura 42 podemos dizer que “ L_s ” é o comprimento total da espiral de TS até EC e “ l ” o comprimento de TS até um ponto qualquer “P”. O ângulo total da espiral é “ θ_s ”, enquanto o ângulo até o ponto “P” é “ θ ”. Se levarmos em consideração um comprimento infinitesimal da espiral “ dl ”, ele corresponde a um ângulo infinitesimal “ $d\theta$ ”.

$$d\theta = \frac{dl}{R}$$

substituindo “R” pela equação (1):

$$d\theta = \frac{l \times dl}{R_c \times L_s}$$

integrando:

$$\theta = \frac{l^2}{2R_c \times L_s} \quad (2)$$

substituindo “ θ ” por “ θ_s ” e “ l ” por “ L_s ”

$$\theta_s = \frac{L_s^2}{2R_c \times L_s} = \frac{L_s}{2R_c} \quad (3)$$

o valor de “ θ_s ” está expresso em radianos, para convertê-lo em graus devemos multiplicar por $\frac{180}{\pi}$ e substituir na fórmula “ R_c ” pela fórmula $R_c = \frac{3600}{\pi \cdot D_c}$.

$$\theta_s = \frac{L_s \times 180^\circ \times \pi \times D_c}{2 \times \pi \times 3600} = \frac{L_s \times D_c}{40} \quad (\text{em graus})$$

relacionando-se “ θ ” com “ θ_s ” (equação 2 e 3) temos:

$$\frac{\theta}{\theta_s} = \frac{l^2 \times 2R_c}{2R_c \times L_s \times L_s} = \left(\frac{l}{L_s}\right)^2 \quad \theta = \theta_s \left(\frac{l}{L_s}\right)^2$$

A deflexão ψ para um ponto qualquer é:

$$\psi = \frac{1}{3}\theta \quad \text{ou} \quad \psi = \frac{\theta_s}{3} \left(\frac{l}{L_s}\right)^2$$

1.5.3. Posição da Clotóide

Examinando um segmento “ dl ” da curva, a uma distância “ l ” do Ponto de Tangente-Espiral (TS) podemos determinar que as projeções “ x ” e “ y ” indicadas na figura 43 são respectivamente:

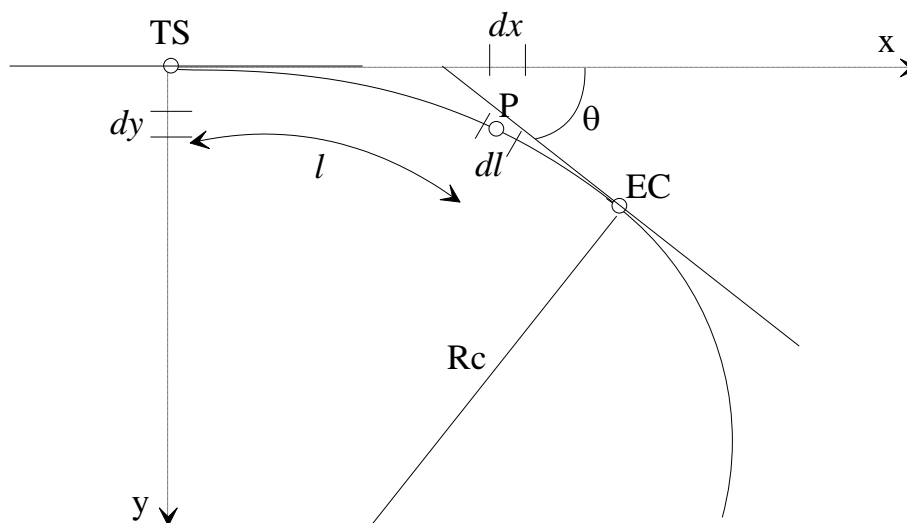


Fig. 43. Posição da Clotóide

$$dx = dl \times \cos \theta$$

$$dy = dl \times \sin \theta$$

As coordenadas “ x ” e “ y ” do ponto P são obtidas através de integração.

$$x = \int_0^l \cos \theta \times dl \quad y = \int_0^l \sin \theta \times dl$$

Desenvolvendo o “ $\cos \theta$ ” e “ $\sin \theta$ ”, em série de potências, temos:

$$dx = \left(1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} - \frac{\theta^6}{6!} + \dots\right) dl$$

$$\int dx = \int \left[1 - \frac{\left(\frac{l^2}{2Rc \times Ls}\right)^2}{2!} + \frac{\left(\frac{l^2}{2Rc \times Ls}\right)^4}{4!} - \frac{\left(\frac{l^2}{2Rc \times Ls}\right)^6}{6!} \right] dl$$

$$x = \int \left[1 - \frac{l^4}{(2Rc \times Ls)^2 \times 2!} + \frac{l^8}{(2Rc \times Ls)^4 \times 4!} - \frac{l^{12}}{(2Rc \times Ls)^6 \times 6!} \right] dl$$

Integrando-se a equação e levando-se em consideração a equação de “ θ ” ($\theta = \frac{l^2}{2Rc \times Ls}$) obtemos:

$$x = l \left(1 - \frac{\theta^2}{10} + \frac{\theta^4}{216} - \dots\right)$$

De maneira análoga, podemos obter a expressão para o cálculo de “y”:

$$dy = \left(\theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \dots\right) dl$$

$$\int dy = \int \left[\frac{\left(\frac{l^2}{2Rc \times Ls}\right)}{1!} - \frac{\left(\frac{l^2}{2Rc \times Ls}\right)^3}{3!} + \frac{\left(\frac{l^2}{2Rc \times Ls}\right)^5}{5!} \right] dl$$

$$y = \int \left[\frac{l^2}{2Rc \times Ls} - \frac{l^6}{(2Rc \times Ls)^3 \times 3!} + \frac{l^{10}}{(2Rc \times Ls)^5 \times 5!} \right] dl$$

Integrando-se a equação e levando-se em consideração a expressão de “ θ ” ($\theta = \frac{l^2}{2Rc \times Ls}$) obtemos:

$$y = l \left(\frac{\theta}{3} - \frac{\theta^3}{42} + \frac{\theta^5}{1320} - \dots\right)$$

Os termos seguintes das duas séries podem ser desprezados. Devemos lembrar que o valor de “ θ ” nas equações deverá ser em “Radianos”.

Se fizermos “ $l=L_s$ ” e “ $\theta=\theta_s$ ” obtém-se “ $x=X_s$ ” e “ $y=Y_s$ ”, coordenadas de EC em relação ao sistema de referência indicado na figura 42. As coordenadas de qualquer ponto da clotoide podem ser determinadas a partir das expressões “x” e “y”, acima determinadas.

1.5.4. Pontos Notáveis

A figura 44 que representa uma concordância entre duas tangentes por meio de uma curva circular e duas clotóides simétricas, permite determinar que:

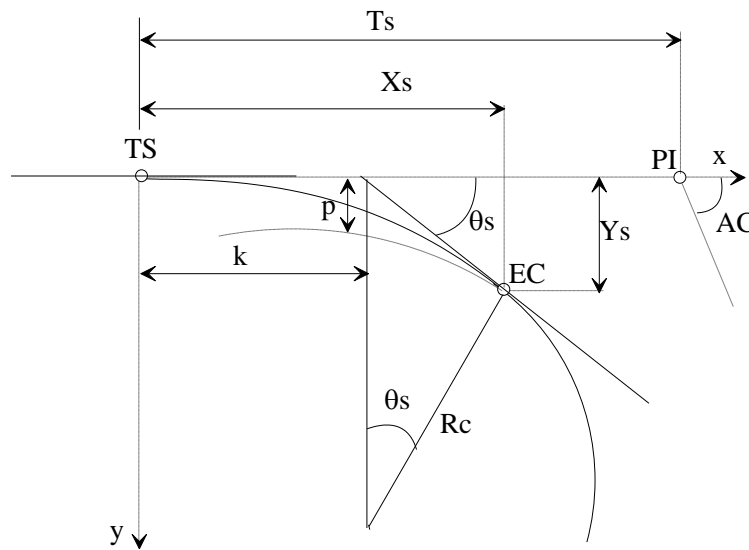


Fig. 44. Pontos Notáveis da Curva

“p” e “k” são as coordenadas retangulares de recuo do PC e PT da curva circular original em relação à tangente, tomando como referência o TS ou ST.

$$p = Y_s - R_c(1 - \cos\theta_s) \quad k = X_s - (R_c \times \text{sen}\theta_s)$$

logo:

$$T_s = (R_c + p) \times \text{tg} \frac{AC}{2} + k$$

sendo “AC” o ângulo de deflexão entre as duas tangentes das clotóides.

Esses elementos permitem determinar a posição do ponto TS (tangente-espiral) e do ponto ST (espiral-tangente), em relação ao ponto PI (ponto de intersecção).

A posição do ponto EC (espiral-circular) em relação ao ponto TS e do ponto CE (circular-espiral) em relação ao ponto ST são determinados pelas coordenadas “Xs” e “Ys”.

O cálculo das estacas dos Pontos Notáveis pode ser obtido por:

$$\begin{aligned} TS &= PI - T_s \\ EC &= TS + L_s \\ CE &= EC + C \end{aligned}$$

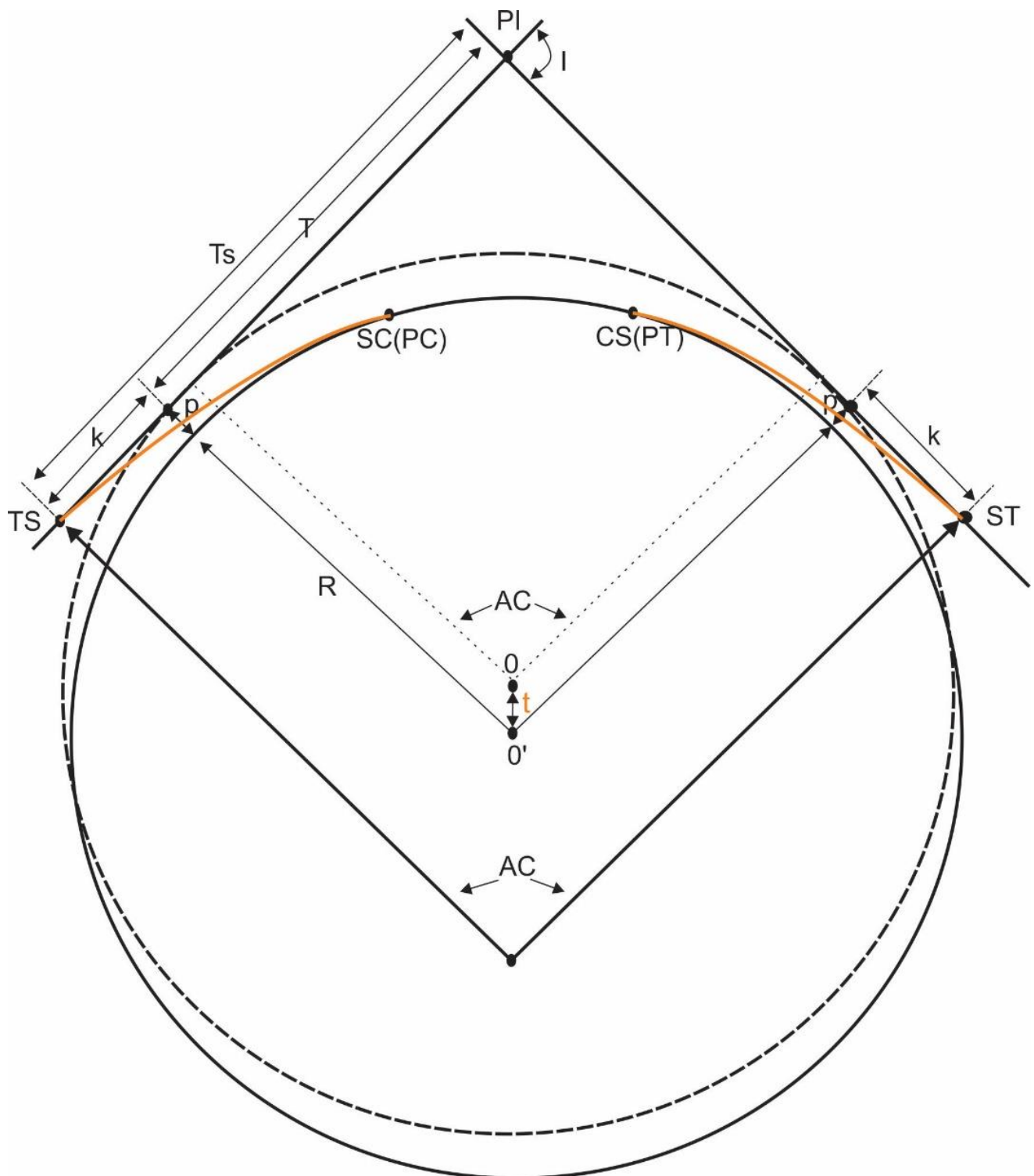
onde:

$$C = \frac{I_c}{D_c} \times 20m \quad D_c = \frac{3600}{\pi R_c} \quad I_c = AC - 2\theta_s$$

e

$$ST = CE + L_s$$

A estaca TS é locada medindo-se a tangente total (Ts) a partir de PI, em direção a ré, sobre a tangente anterior, da mesma maneira, em direção a vante, a partir de PI, loca-se à estaca ST.



- | | |
|---|---|
| 0 = centro original da curva circular | T = tangente externa da curva circular |
| 0' = centro deslocado da curva circular | Ts = tangente externa da curva de transição |
| t = distância de deslocamento do centro | PI = ponto de intersecção das tangentes |
| k = complemento da tangente T | TS = ponto de início da curva |
| p = complemento do raio R | SC = ponto de início da curva circular(PC) |
| AC = ângulo central da curva | CS = ponto de término da curva circular(PT) |
| I = ângulo de deflexão das tangentes | ST = ponto de término da curva de transição |

Fig. 45. Elementos de uma Curva de Transição

1.5.5. Locação da Espiral de Transição

A locação de espirais de transição no terreno, é efetuada com recursos e precisões topográficas, por meio de medidas de ângulos e distâncias.

Existem várias formas de se locar uma espiral de transição no terreno, sendo as duas mais utilizadas: (1) a locação da espiral por coordenadas cartesianas; e (2) a locação por deflexão e comprimento.

A locação de uma espiral de transição, por coordenadas cartesianas, pode ser feita por meio das coordenadas (x;y) as quais podem ser obtidas a partir das equações:

$$x = l\left(1 - \frac{\theta^2}{10} + \frac{\theta^4}{216} - \dots\right) \quad y = l\left(\frac{\theta}{3} - \frac{\theta^3}{42} + \frac{\theta^5}{1320} - \dots\right)$$

para diferentes pontos ao longo da espiral de transição.

Para a locação da espiral por meio da deflexão e comprimento, utiliza-se a locação por deflexão acumulada.

No processo de locação por deflexões acumuladas, a posição de cada ponto da curva de transição é definida pelo alinhamento que corresponde ao ângulo de deflexão em relação à tangente à curva, onde se encontra instalado o teodolito, e pela distância, medida ao longo da curva de transição, desde o teodolito (TS) até o ponto em questão.

A figura 46 representa uma espiral de transição, referida a um sistema de eixos cartesianos, a qual tem origem no ponto TS, eixo das ordenadas, coincidente com a direção da tangente à espiral na origem, e eixo das abscissas, perpendicular a curva neste ponto.

Para a locação, por coordenadas cartesianas das estacas referentes aos pontos da espiral de transição, calcula-se as coordenadas (x;y) de cada ponto e mede-se, sobre o eixo da tangente, que corresponde ao eixo da estrada que foi piqueteado, o valor das coordenadas (y), e a partir destes mede-se o valor das coordenadas (x), perpendicular, estas, ao eixo da tangente.

Caso se deseje efetuar a locação dos pontos da espiral de transição pelo método das deflexões acumuladas, os ângulos de deflexão poderão ser calculados a partir da equação:

$$\psi = \frac{\theta_s}{3} \left(\frac{l}{L_s}\right)^2$$

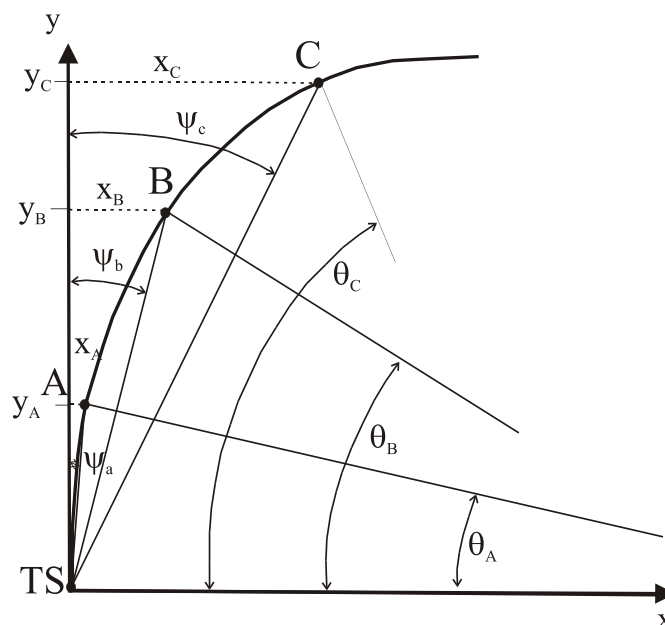


Fig. 46. Espiral de Transição

Com o teodolito instalado no ponto TS, início da espiral de transição, e orientado na direção da tangente (eixo da estrada), mede-se o ângulo de deflexão do primeiro ponto (ψ_a) e com a trena esticada com o valor da corda estabelecida a partir do ponto TS, marca-se a posição do primeiro ponto (A) que deverá estar sobre o eixo da direção obtida pelo ângulo de deflexão medido. Para a locação do segundo ponto (B), procede-se da mesma maneira, utilizando agora o ângulo acumulado para o segundo ponto (ψ_b), obtendo-se assim a nova direção do novo plano de visada, a partir do primeiro ponto (A), estica-se a trena do valor da corda correspondente e marca-se o segundo ponto (B) sobre o novo alinhamento. Para os demais pontos se procede da mesma maneira

1.5.6. Locação de uma Espiral de Transição com Mudança de Estação

Na hipótese de não haver possibilidade de visibilidade para a locação de todos os pontos da espiral de transição, com o teodolito instalado na origem, a locação pode ser efetuada a partir de qualquer ponto já locado da espiral de transição, bastando que se instale o teodolito na nova estação e que se determine a direção da nova tangente à espiral de transição neste ponto, tangente esta que será a direção de referência para a locação dos demais pontos, através das deflexões acumuladas.

O procedimento para a locação da espiral de transição com mudança de estação é o mesmo que para o caso da curva circular horizontal simples, tomando-se o cuidado apenas no cálculo dos ângulos de deflexão (vente e ré), já que a espiral de transição tem curvatura diferente em cada ponto.

Na figura 47, está representada uma espiral de transição, estando nela representado três pontos (A, B e C), os ângulos centrais da espiral (ϕ_A, ϕ_B, ϕ_C), estes correspondentes às áreas compreendidas entre a origem e os respectivos pontos.

Observando-se a figura 47, pode-se dizer que o ângulo (ω) que será determinado para a locação da nova direção da tangente da curva no ponto C será:

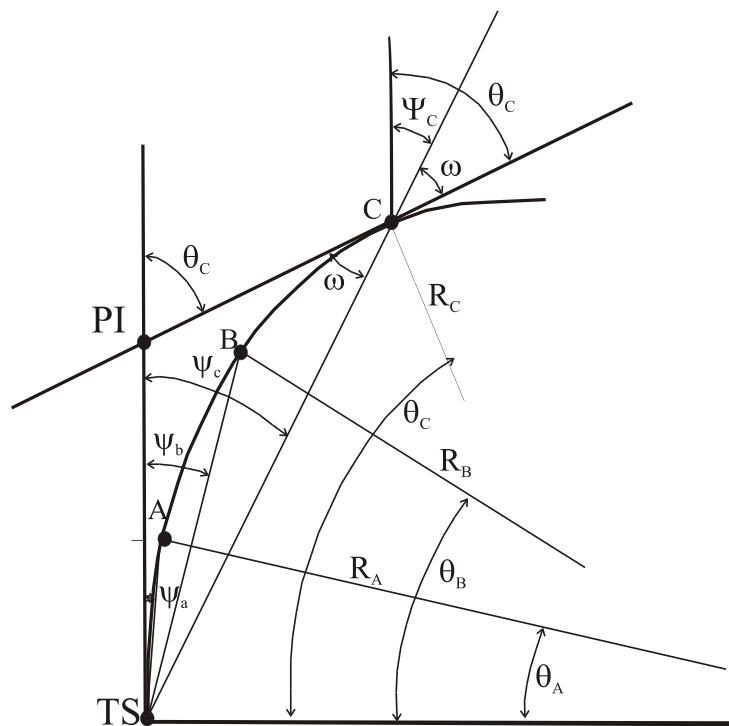


Fig. 47. Mudança de Estação na Locação da Curva de Transição

$$\omega = \phi_C - \psi_c$$

Com o valor de (ω) conhecido, instala-se o teodolito no ponto C, visualiza-se o ponto de última estação, no caso TS, e orienta-se o alinhamento. Gira-se a luneta de 180°, ficando assim no prolongamento do alinhamento (TS-C), e mede-se o valor de (ω), a nova direção obtida é a tangente a espiral na nova estação. Os demais pontos serão locados com os seus respectivos ângulos de deflexão, somados ao valor da direção da nova tangente.

1.5.7. Exercício Elucidativo

1) Elaborar a tabela de locação de uma Curva Horizontal para Espiral de Transição, conhecendo-se os seguintes dados do Projeto da Estrada:

Ângulo entre as duas tangentes da espiral (AC) = 32°

Grau da Curva Circular (Dc) = 3°

Velocidade de Projeto (V) = 86 km/h ou 23,88 m/s

Estaqueamento de 20 em 20 m

O comprimento da espiral (Ls) deve ser arredondado para o múltiplo de 20 m mais próximo.

Estaca do PI = 1.115+7,40 m

a) Cálculo do comprimento Ls:

$$R_c = \frac{3600}{\pi \times D_c} = \frac{3600}{\pi \times 3^\circ} = 381,97 \text{ m}$$

$$L_{s_{\max}} = \frac{V^3}{J_{\min} \times R_c} = \frac{23,88^3}{0,3 \times 381,97} = 118,83 \text{ m} \cong 120,00 \text{ m}$$

b) Cálculo do ângulo da espiral (θ_s):

$$\theta_s = \frac{L_s \times D_c}{40} = \frac{120,00 \times 3}{40} = 9,0000 = 9^\circ 00'$$

ou

$$\theta_s = 0,15708 \text{ rad}$$

c) Cálculo de Ts (lembrar-se que o valor de “ θ_s ” deve ser em radianos)

$$T_s = (R_c + p) \times tg \frac{AC}{2} + k$$

1) Cálculo de “Xs” e “Ys”

$$X_s = L_s \left(1 - \frac{\theta_s^2}{10} + \frac{\theta_s^4}{216} - \dots \right) = 120 \left(1 - \frac{0,15708^2}{10} + \frac{0,15708^4}{216} \right) = 119,704 \text{ m}$$

$$Y_s = L_s \left(\frac{\theta_s}{3} - \frac{\theta_s^3}{42} + \frac{\theta_s^5}{1320} - \dots \right) = 120 \left(\frac{0,15708}{3} - \frac{0,15708^3}{42} + \frac{0,15708^5}{1320} \right) = 6,272 \text{ m}$$

2) Cálculo de “p” e “k”

$$p = Y_s - R_c(1 - \cos \theta_s) = 6,272 - 381,97(1 - \cos 0,15708) = 1,569$$

$$k = X_s - (R_c \times \text{sen} \theta_s) = 119,704 - (381,97 \times \text{sen} 0,15708) = 59,950$$

logo:

$$T_s = (R_c + p) \times tg \frac{AC}{2} + k = (381,97 + 1,569) \times tg \frac{32}{2} + 59,950 = 169,928 \text{ m}$$

d) Estaca TS, EC, CE, ST

$$TS = PI - Ts = (1.115 + 7,40) - (8 + 9,93) = 1.106 + 17,47m$$

$$EC = TS + Ls = (1.106 + 17,47) + (6 + 0,00) = 1.112 + 17,47m$$

$$CE = EC + C$$

onde:

$$Ic = AC - 2\theta_s = 32^\circ - (2 \times 9) = 14^\circ$$

$$C = \frac{Ic}{Dc} \times 20m = \frac{14^\circ}{3^\circ} \times 20 = 93,33$$

$$CE = EC + C = (1.112 + 17,47) + (4 + 13,33) = 1.117 + 10,80m$$

$$ST = CE + Ls = (1.117 + 10,80) + (6 + 0,00) = 1.123 + 10,80m$$

e) Elaboração da planilha para a locação da espiral de transição.

Estacas	l	Corda	$\frac{l}{Ls}$	$\left(\frac{l}{Ls}\right)^2$	Deflexão (ψ)
TS 1.106+17,47					
1.107	2,53	2,53	0,02108	0,000444	0°00'04,8"
1.108	22,53	20	0,18775	0,035250	0°06'20,7"
1.109	42,53	20	0,35442	0,125613	0°22'36,6"
1.110	62,53	20	0,52108	0,271524	0°48'52,4"
1.111	82,53	20	0,68775	0,473000	1°25'08,4"
1.112	102,53	20	0,85442	0,730028	2°11'24,3"
EC 1.112+17,47	120,00	17,47	1	1	3°00'00"

As deflexões (ψ) foram calculadas a partir da fórmula: (o valor de “ θ_s ” deve ser em graus)

$$\psi = \frac{\theta_s}{3} \left(\frac{l}{Ls}\right)^2$$

Para a deflexão da Estaca 1.107 temos:

$$\psi = \frac{\theta_s}{3} \left(\frac{l}{Ls}\right)^2 = \frac{9^\circ}{3} \left(\frac{l}{Ls}\right)^2 = 3^\circ \times 0,000444 = 0,001332 = 0^\circ 00' 04,8''$$

Para os demais pontos, calcula-se da mesma maneira.

f) Elaboração da planilha para a locação da Curva Circular:

A partir dos dados conhecidos temos:

$$\text{Grau da Curva (D)} = 3^\circ$$

$$\text{Estaca PC} = \text{Estaca EC} = 1.112 + 17,47$$

$$\text{Estaca PT} = \text{Estaca CE} = 1.117 + 10,80$$

$$\text{Comprimento da Curva (C)} = 93,33 \text{ m}$$

Cálculo do Ângulo da Curva (I)

$$I = \frac{C \times D}{20} = \frac{93,33 \times 3^\circ}{20} = 13^\circ 59' 58,2''$$

Cálculo das deflexões (d)

$$d_{20} = \frac{D}{2} = \frac{3^\circ}{2} = 1^\circ 30'$$

$$d_{2,53} = d_{20} \times \frac{2,53}{20} = 1^{\circ}30' \times 0,1265 = 0^{\circ}11'23,1''$$

$$d_{10,80} = d_{20} \times \frac{10,80}{20} = 1^{\circ}30' \times 0,54 = 0^{\circ}48'36''$$

Levar em consideração uma mudança na estaca 1.116, por problemas de visibilidade.

Estacas	Corda	Deflexão	Leitura no Limbo	Azimute da Tangente
PC=EC 1.112+17,47			0°00'00"	0°00'00"
1.113	2,53	0°11'23,1"	0°11'23,1"	
1.114	20,00	1°30'	1°41'23,1"	
1.115	20,00	1°30'	3°11'23,1"	
1.116	20,00	1°30'	4°41'23,1"	9°22'46,2"
1.117	20,00	1°30'	10°52'46,2"	
PT=CE 1.117+10,80	10,80	0°48'36"	11°41'22,2"	13°59'58,2"

A verificação dos cálculos pode ser feita através da comparação do resultado obtido no Azimute da tangente final (PT) com o valor do ângulo da curva (I), os quais deverão ser iguais.

g) Elaboração da planilha para a locação da espiral de transição entre as Estacas ST e CE.

A locação da espiral de transição de saída é feita de ST para CE, para não alterar o sistema de cálculo, isto é, seu raio diminuindo.

Estacas	l	Corda	$\frac{l}{L_s}$	$\left(\frac{l}{L_s}\right)^2$	Deflexão (ψ)
ST 1.123+10,80					
1.123	10,80	10,80	0,09000	0,00810	0°01'27,5"
1.122	30,80	20	0,25666	0,06587	0°11'51,4"
1.121	50,80	20	0,42333	0,17921	0°32'15,5"
1.120	70,80	20	0,59000	0,34810	1°02'39,5"
1.119	90,80	20	0,75666	0,57254	1°43'03,4"
1.118	110,80	20	0,92333	0,85254	2°33'27,4"
CE 1.117+10,80	120,00	9,20	1	1	3°00'00"

As deflexões (ψ) foram calculadas a partir da fórmula: (O valor de “ θ s” deve ser em graus)

$$\psi = \frac{\theta_s}{3} \left(\frac{l}{L_s}\right)^2$$

Para a deflexão da Estaca 1123 temos:

$$\psi = \frac{\theta_s}{3} \left(\frac{l}{L_s}\right)^2 = \frac{3^{\circ}}{3} \left(\frac{10,80}{120}\right)^2 = 3^{\circ} \times 0,00810 = 0,02430 = 0^{\circ}01'27,5''$$

Para os demais ponto calcula-se da mesma maneira.

1.5.7.1. Exercício Elucidativo da Curva de Transição com Mudança de Estação.

1) Levando-se em consideração o exercício elucidativo anterior, da locação da curva de transição, e considerando-se a necessidade de se efetuar uma mudança de estação, sobre a referida espiral, no ponto 1110, temos:

a) Cálculo dos ângulos (θ) da espiral de transição:

$$\theta = \frac{l^2}{2Rc \times Ls}$$

$$\theta_{1107} = 0,000025136$$

$$\theta_{1108} = 0,005537094$$

$$\theta_{1109} = 0,019731053$$

$$\theta_{1110} = 0,042651702$$

$$\theta_{1111} = 0,074299038$$

$$\theta_{1112} = 0,114673064$$

$$\theta_{1112+17,47} = 0,157080399$$

Devemos nos lembrar que os valores dos ângulos (θ) se encontram em RADIANOS

b) Cálculo das projeções (x) e (y) dos pontos da espiral:

$$x = l \left(1 - \frac{\theta^2}{10} + \frac{\theta^4}{216} \right) \quad y = l \left(\frac{\theta}{3} - \frac{\theta^3}{42} + \frac{\theta^5}{1320} \right)$$

$$x_{1107} = 2,5299 \quad y_{1107} = 0,000021$$

$$x_{1108} = 22,5299 \quad y_{1108} = 0,0416$$

$$x_{1109} = 42,5283 \quad y_{1109} = 0,2797$$

$$x_{1110} = 62,5186 \quad y_{1110} = 0,8889$$

$$x_{1111} = 82,4844 \quad y_{1111} = 2,0432$$

$$x_{1112} = 102,3952 \quad y_{1112} = 3,9155$$

$$x_{1112+17,47} = 119,7042 \quad y_{1112+17,47} = 6,2722$$

Deve-se ter o cuidado em saber em que posição se está considerando o eixo da tangente, se este está sobre o eixo “x” ou o eixo “y” do sistema cartesiano. Neste exemplo a tangente a espiral (eixo do alinhamento da estrada) está coincidente com o eixo “x” do sistema cartesiano.

c) Cálculo das deflexões

Conforme a tabela abaixo, aproveitamos os mesmos já que estes haviam sido calculados anteriormente.

Planilha para a locação da espiral de transição com o valor das deflexões

Estacas	l	Corda	$\frac{l}{Ls}$	$\left(\frac{l}{Ls}\right)^2$	Deflexão (ψ)
TS 1.106+17,47					
1.107	2,53	2,53	0,02108	0,000444	0°00'04,8"
1.108	22,53	20	0,18775	0,035250	0°06'20,7"
1.109	42,53	20	0,35442	0,125613	0°22'36,6"
1.110	62,53	20	0,52108	0,271524	0°48'52,4"
1.111	82,53	20	0,68775	0,473000	1°25'08,4"
1.112	102,53	20	0,85442	0,730028	2°11'24,3"
EC 1.112+17,47	120,00	17,47	1	1	3°00'00"

d) Considerando-se a mudança de estação no ponto 1110.
Para a determinação do Azimute da nova tangente necessitamos calcular:

Cálculo do ângulo θ no ponto 1110.

$$\theta_{1110} = 0,042651702rad$$

$$\theta_{1110} = 2^{\circ}26'37,5''$$

Segundo a figura 31b, o cálculo da Ré (ω) no ponto 1110 é:

$$\omega_{1110} = \theta_{1110} - \psi_{1110}$$

$$\omega_{1110} = 2^{\circ}26'37,5'' - 0^{\circ}48'52,4''$$

$$\omega_{1110} = 1^{\circ}37'45,1''$$

e) Cálculo do Azimute da nova tangente na nova estação (Ponto 1110), conforme figura 31b.

$$Az_{NT} = Az_{anterior} + \psi_{1110} + \omega_{1110}$$

$$Az_{NT} = 351^{\circ} + 0^{\circ}48'52,4'' + 1^{\circ}37'45,1''$$

$$Az_{NT} = 353^{\circ}26'37,5''$$

f) Cálculo das novas deflexões acumuladas a partir da nova estação (Ponto 1110).

$$\psi_{1110-1111} = \arctg \frac{y_{1111} - y_{1110}}{x_{1111} - x_{1110}} - \theta_{1110}$$

$$\psi_{1110-1111} = \arctg \frac{(2,0432 - 0,8889)}{(82,4844 - 62,5186)} - 2^{\circ}26'37,5''$$

$$\psi_{1110-1111} = 0^{\circ}51'54,2''$$

$$\psi_{1110-1112} = \arctg \frac{y_{1112} - y_{1110}}{x_{1112} - x_{1110}} - \theta_{1110}$$

$$\psi_{1110-1112} = \arctg \frac{(3,9155 - 0,8889)}{(102,3952 - 62,5186)} - 2^{\circ}26'37,5''$$

$$\psi_{1110-1112} = 1^{\circ}53'47,8''$$

$$\psi_{1110-1112+17,47} = \arctg \frac{y_{1112+17,47} - y_{1110}}{x_{1112+17,47} - x_{1110}} - \theta_{1110}$$

$$\psi_{1110-1112+17,47} = \arctg \frac{(6,2722 - 0,8889)}{(119,7042 - 62,5186)} - 2^{\circ}26'37,5''$$

$$\psi_{1110-1112+17,47} = 2^{\circ}56'02,6''$$

Para a confirmação dos resultados determina-se o Azimute da tangente final que irá ser a tangente da Curva Circular:

g) Cálculo da Ré no ponto (1112+17,47) – (Ponto PC da Curva Circular)

$$\omega_{(1112+17,47)-(1110)} = (\theta_{1112+17,47} - \theta_{1110}) - \psi_{(1110)-(1112+17,47)}$$

$$\omega_{(1112+17,47)-(1110)} = (9^{\circ}00'00'' - 2^{\circ}26'37,5'') - 2^{\circ}56'02,6''$$

$$\omega_{(1112+17,47)-(1110)} = 3^{\circ}37'19,9''$$

h) Cálculo do Azimute da tangente a Curva Circular (no final da Curva de Transição – Ponto PC):

$$Az_{NT} = Az_{anterior} + \psi_{(1110)-(1112+17,47)} + \omega_{(1112+17,47)-(1110)}$$

$$Az_{NT} = 353^{\circ}26'37,5'' + 2^{\circ}56'02,6'' + 3^{\circ}37'19,9''$$

$$Az_{NT} = 360^{\circ}00'00''$$

Elaboração da planilha para a locação da espiral de transição com mudança de estação

Estacas	<i>l</i>	Corda	θ_{rd}	x	y	Deflexão (ψ)	Az da Tg	Ré
TS 1.106+17,47							351°00'00"	
1.107	2,53	2,53	0,000025136	2,5299	0,0001	0°00'04,8"		
1.108	22,53	20	0,005537094	22,5299	0,0416	0°06'20,7"		
1.109	42,53	20	0,019731053	42,5283	0,2797	0°22'36,6"		
1.110	62,53	20	0,042651702	62,5186	0,8889	0°48'52,4"	353°26'37,5"	1°37'45,1"
1.111	82,53	20	0,074299038	82,4844	2,0432	0°51'54,2"		
1.112	102,53	20	0,114673064	102,3952	3,9155	1°53'47,8"		
EC 1.112+17,47	120,00	17,47	0,157080399	119,7042	6,2722	2°56'02,6"	360°00'00"	3°37'19,9"

1.5.8. Exercícios Aplicativos

1) Seja calcular todos os elementos e as tabelas necessárias à locação da curva a seguir indicada, formada por duas clotóides simétricas e uma curva circular.

Dados: Ponto de Intersecção das tangentes da Clotóide (PI) = 458+11,22
 $AC = 45^{\circ}12'$ $R_c = 350,00$ m $V = 100$ km/h $L_s = 160,00$
 $e = 6\%$ $lf = 3,50$ m $Corda = 20$ m

2) Calcular as tabelas para locação da duas clotóides e da curva circular e verificar os cálculos.

$R_c = 850,00$ m $AC = 36^{\circ}24'$ $V = 140$ km/h $PI = 234+12,30$ m

3) Em um projeto de estrada são conhecidos os seguintes elementos da curva circular: $V=80$ km/h, $AC=35^{\circ}$, $R_c=500$ m, $L_s=50$ m e $PI=228+17,00$. Pede-se para calcular os seguintes elementos da curva circular de transição: X_s , Y_s , θ_s , p , k , T_s , TS , SC ou PC , CS ou PT e ST .

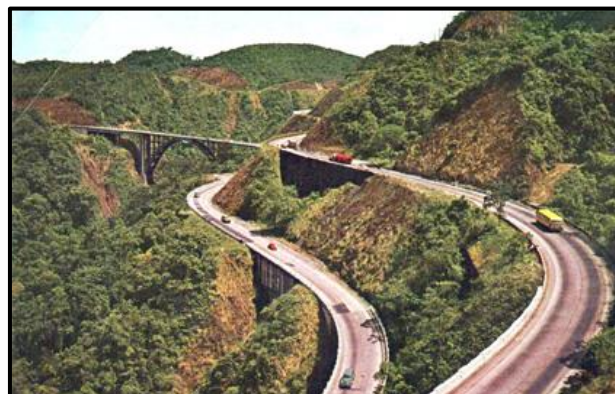


Fig. 48. Curva simples e Curva reversa

2 - CURVAS VERTICAIS DE CONCORDÂNCIA

A curva recomendada para ligar duas rampas é o arco de parábola. Este pode ser simétrico ou assimétrico, sendo o primeiro o recomendado.

2.1. Curva Vertical Simétrica por Arco de Parábola

A utilização da parábola como curva de concordância vertical é de grande conveniência no estabelecimento dos elementos necessários ao perfil longitudinal, uma vez que as cotas dos diversos pontos da curva serão facilmente obtidas através de cálculos rápidos.

As curvas verticais podem ser do tipo Côncavas ou Convexas (Fig.a 49). As curvas do tipo côncavas são as curvas de baixada ou depressão. São as curvas que se encontram sempre acima das tangentes. As curvas do tipo convexas são as de lombada ou de crista, encontrando-se estas sempre abaixo das tangentes.

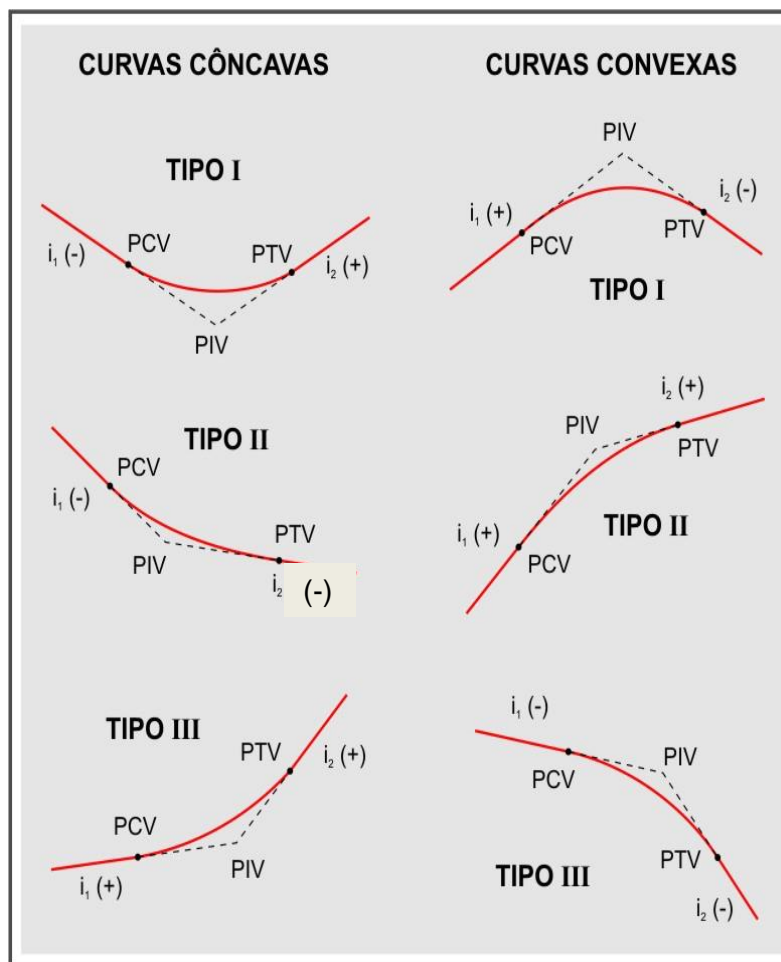


Fig. 49. Tipos de curvas verticais

A parábola representada na figura 50 é uma curva que obedece à seguinte equação:

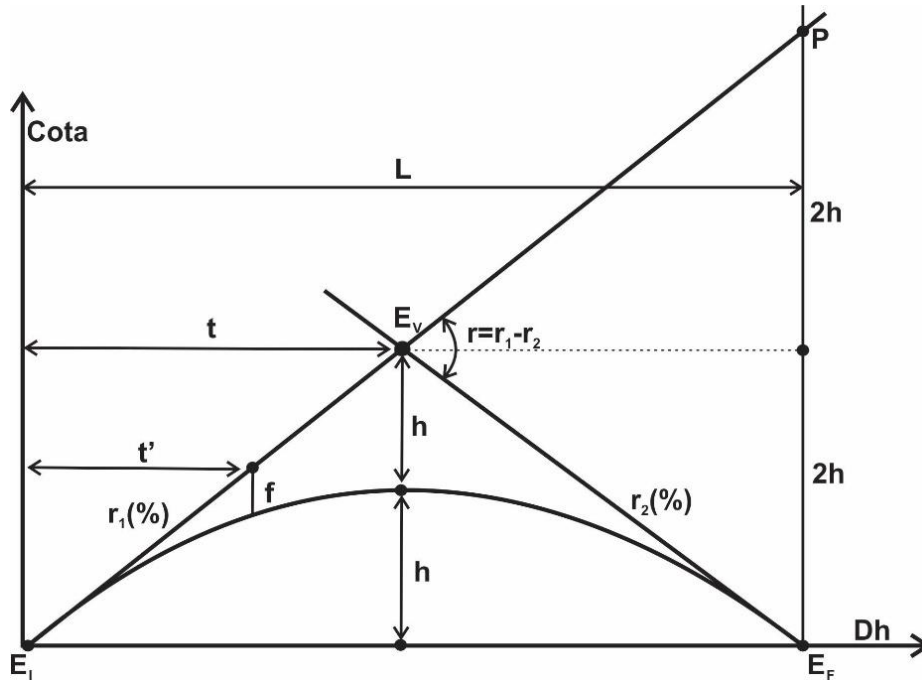


Fig. 50. Curva de Concordância Vertical Parabólica

$$\frac{f}{h} = \frac{(t')^2}{t^2} \quad (1)$$

onde:

f = afastamento vertical de um ponto genérico da parábola em relação ao greide

h = afastamento vertical máximo da parábola em relação ao greide.

$$h = \frac{E_V S}{2}$$

t = distância horizontal correspondente ao afastamento de E_V .

$$t = \frac{L}{2}$$

t' = distância horizontal correspondente ao afastamento “ f ”.

Pelos triângulos E_1E_VS e $E_1E_F P$ podemos deduzir:

$$\frac{E_F P}{E_V S} = \frac{L}{t} \quad \frac{E_F P}{2h} = \frac{L}{\frac{L}{2}} \quad E_F P = 4h$$

Do triângulo $E_V E_F P$ temos:

$$E_F P = 4h = (r_1 - r_2) \frac{L}{2}$$

considerando-se que:

$$r = r_1 - r_2 = \text{diferença algébrica dos greides}$$

temos:

$$4h = r \frac{L}{2} \quad h = r \frac{L}{8} \quad (2)$$

da equação (1) obtemos que:

$$f = \frac{(t')^2}{t^2} \times h \quad (3)$$

ou substituindo a equação (2) na (3) temos:

$$f = \frac{(t')^2}{t^2} \times r \times \frac{L}{8} \qquad f = \frac{(t')^2}{t^2} \times r \times \frac{2t}{8}$$

$$f = (t')^2 \times \frac{r}{4t} \qquad f = (t')^2 \times \frac{r}{2L}$$

Examinando-se a equação (3) e sabendo-se que os valores de “h” e “t” são facilmente obtidos uma vez que seja escolhida preliminarmente a distância “L” entre os extremos da parábola, conclui-se que a obtenção dos elementos que interessam para a locação da curva de concordância vertical, ou seja, “f” e “(t)”, não apresentam qualquer dificuldade.

2.1.1. Exercício Elucidativo

- 1) Preparar a tabela da Curva vertical simétrica pelo método do arco de parábola sabendo-se que: $r_1=5\%$ $r_2=-3\%$ $L=200$ m $E_V=238+0,00$ Estaqueamento de 20 em 20 m
Cota de $E_V=234,50$ m

- a) Cálculo da Estaca Inicial (E_I)

$$E_I = E_V - \frac{L}{2} \qquad E_I = (238+0,00) - \frac{200}{2}$$

$$E_I = (238+0,00) - (5+0,00) \qquad E_I = 233+0,00$$

- b) Cálculo da Estaca Final (E_F)

$$E_F = E_V + \frac{L}{2} \qquad E_F = (238,00+0,00) + \frac{200}{2}$$

$$E_F = (238,00+0,00) + (5+0,00) \qquad E_F = 243,00+0,00$$

- c) Cálculo da Cota da estação Inicial (E_I)

$$Cota E_I = Cota E_V - r_1 \frac{L}{2} \qquad Cota E_I = 234,50 - \frac{5}{100} \times \frac{200}{2}$$

$$Cota E_I = 229,50m$$

- d) Cálculo da Cota da Estação Final (E_F)

$$Cota E_F = Cota E_V + r_2 \frac{L}{2} \qquad Cota E_F = 234,50 + \frac{-3}{100} \times \frac{200}{2}$$

$$Cota E_F = 231,50m$$

- e) Cálculo do valor de “r”

$$r = r_1 - r_2 = 5 - (-3) = 8\% = 0,08$$

- f) Cálculo de “h” (o sinal de “h” será (+) por ser a curva convexa)

$$h = r \times \frac{L}{8} \qquad h = 0,08 \times \frac{200}{8} \qquad h = 2,00m$$

g) Cálculo de “t”

$$t = \frac{L}{2} \quad t = \frac{200}{2} \quad t = 100,00m$$

h) Conhecidos os valores de “t” e “h” e fazendo-se variar os valores de “(t)”, podemos calcular o valor de “f” (o sinal de “f” será (-) por ser a curva convexa).

Estacas	Rampa na tangente	t' (m)	$\frac{t'^2}{t^2}$	Cota na tg (m)	f (-) (m)	Cota na Curva (m)
E _I 233	+5%		-	229,50		229,50
234	+5%	20,00	0,04	230,50	0,08	230,42
235	+5%	40,00	0,16	231,50	0,32	231,18
236	+5%	60,00	0,36	232,50	0,72	231,78
237	+5%	80,00	0,64	233,50	1,28	232,22
E _V 238	-	100,00	1,00	234,50	2,00	232,50
239	-3%	120,00	0,64	233,90	1,28	232,62
240	-3%	140,00	0,36	233,30	0,72	232,58
241	-3%	160,00	0,16	232,70	0,32	232,38
242	-3%	180,00	0,04	232,10	0,08	232,02
E _F 243	-3%	200,00	-	231,50		231,50

O cálculo da Cota sobre a tangente é obtido através de:

$$DN_{ascendente} = Corda \times tg r_1 \quad DN_{descendente} = Corda \times tg r_2$$

O cálculo da Cota sobre a curva é obtido por:

$$Cota_{Curva} = Cota_{Tangente} \pm f$$

2.1.2. Exercícios Aplicativos

- 1) Preparar a tabela para a locação de uma Curva Vertical Simétrica pelo método do arco de parábola (Curva de depressão ou côncava):
Rampa Inicial (r_1) = -2,7% Rampa Final (r_2) = +4,2%
Comprimento da Curva (L) = 180 m em cordas de 10 m
Estaca do vértice (E_V) = 321+10,00 m Cota do vértice ($Cota_{E_V}$) = 123,780 m
- 2) Preparar a tabela para a locação de uma Curva Vertical Simétrica pelo método do arco de parábola que apresenta os seguintes dados (Curva de lombada ou convexa):
Comprimento da Curva (L) = 180 m com corda de 20 m
Estaca do Vértice (E_V) = 56+10,00 m Cota do Vértice ($Cota_{E_V}$) = 103,040 m
Rampa Inicial (r_1) = -0,7% Rampa Final (r_2) = -5,2%
- 3) Preparar a tabela para a locação de uma Curva Vertical Simétrica que apresente os seguintes dados (Curva de lombada ou convexa):
Rampa Inicial (r_1) = +4,8% Rampa Final (r_2) = -3,3%
Comprimento da Curva (L) = 220 m em cordas de 20 m
Estaca do Vértice (E_V) 745+0,00 m Cota do Vértice = 656,340 m

2.2. Curva Vertical Assimétrica por Arco de Parábola

As curvas verticais assimétricas são formadas por dois arcos de parábolas diferentes, os quais ocasionam uma menor estabilidade para os veículos devido os mesmos não serem constantes. Elas são utilizadas quando não há outra solução. Entretanto, apresentaremos seu desenvolvimento (Fig. 51).

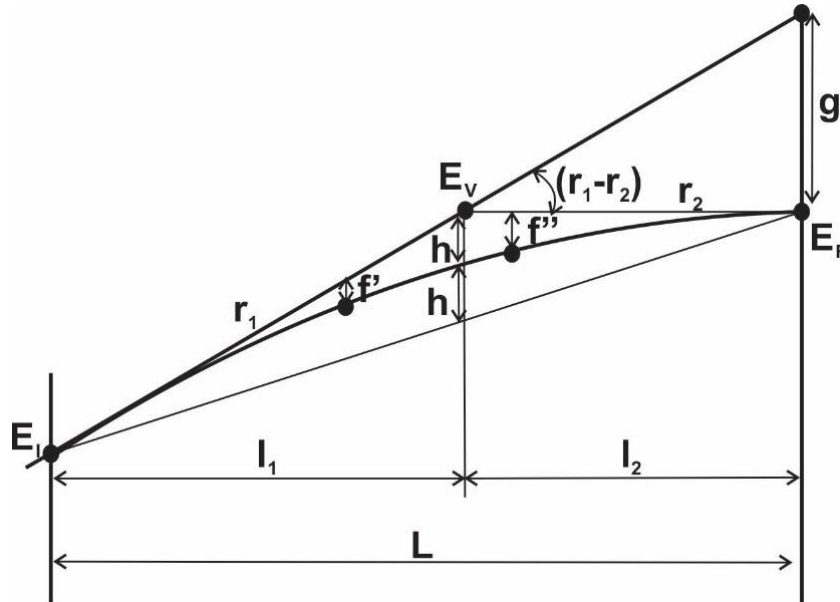


Fig. 51. Curva Vertical Assimétrica

Com base na figura 51 podemos dizer:

$$\frac{g}{2h} = \frac{L}{l_1} \quad \therefore \quad 2h = \frac{g \times l_1}{L} \quad \therefore \quad h = \frac{g \times l_1}{2L}$$

sabendo-se que:

$$g = (r_1 - r_2) \times l_2$$

e substituindo-se “g” na equação anterior temos:

$$h = (r_1 - r_2) \frac{l_1 \times l_2}{2L}$$

O valor de “f” nas Curvas Verticais Assimétricas deverá ser calculado independentemente para cada tangente, devido ao fato que as distâncias “l1” e “l2” são diferentes. (Fig. 51).

Utilizando-se a equação para o cálculo de “f” das Curvas Verticais Simétricas temos:

Para a primeira tangente

$$f' = \frac{(t')^2}{t^2} \times h$$

substituindo-se “h” e fazendo-se (t=l1) temos:

$$f' = \frac{(t')^2}{(l_1)^2} \times \frac{(r_1 - r_2)(l_1 \times l_2)}{2L} \quad \text{sabendo que: } r = r_1 - r_2$$

temos:

$$f' = \frac{(t')^2 \times r \times l_1 \times l_2}{(l_1)^2 \times 2L}$$

$$f' = (t')^2 \times \frac{r \times l_2}{2L \times l_1}$$

analogamente, temos:

$$f'' = (t')^2 \times \frac{r \times l_1}{2L \times l_2}$$

2.2.1. Exercício Elucidativo

1) Deseja-se preparar a tabela para a locação de uma curva vertical assimétrica por meio de parábola sobre o eixo de uma estrada que foi estaqueado inicialmente de 20 em 20 m. Sabe-se que:

Rampa Inicial (r_1) = +4% Rampa Final (r_2) = +1%
 Comprimento do 1º ramo (l_1) = 40 m em cordas de 10 m
 Cota do Vértice (E_V) = 68,250 m
 Comprimento da 2º ramo (l_2) = 60m em corda de 10 m
 Estaca do Vértice (E_V) = 72+0,00 m

a) Cálculo da Estaca Inicial (E_I)

$$E_I = E_V - l_1 \quad E_I = (72 + 0,00) - (2 + 0,00) \quad E_I = 70 + 0,00m$$

b) Cálculo da Estaca Final (E_F)

$$E_F = E_V + l_2 \quad E_F = (72 + 0,00) + (3 + 0,00) \quad E_F = 75 + 0,00m$$

c) Cálculo das cotas das estacas E_I e E_F

$$CotaE_I = CotaE_V - r_1 l_1 \quad CotaE_I = 68,250 - \frac{4}{100} \times 40 \quad CotaE_V = 66,650m$$

$$CotaE_F = CotaE_V + r_2 l_2 \quad CotaE_F = 68,250 + \frac{1}{100} \times 60 \quad CotaE_V = 68,850m$$

d) Cálculo do valor de “r”

$$r = r_1 - r_2 \quad r = (+4) - (+1) \quad r = +3\%$$

e) Cálculo do valor de “L”

$$L = l_1 + l_2 \quad L = 40 + 60 \quad L = 100$$

f) Cálculo do valor de “f” e elaboração da tabela. (o sinal de “f” será (-) por ser a curva convexa)

Estacas	Rampa na Tangente	Cota na Tangente	(t') ²	(-f)	Cota na Curva
E_I 70	-	66,650	-	-	66,650
70+10	+4%	67,050	100	0,023	67,027
71	+4%	67,450	400	0,090	67,360

71+10	+4%	67,850	900	0,203	67,647
E _V 72	-	68,250	1600	0,360	67,890
72+10	+1%	68,350	2500	0,250	68,100
73	+1%	68,450	1600	0,160	68,290
73+10	+1%	68,550	900	0,090	68,460
74	+1%	68,650	400	0,040	68,610
74+10	+1%	68,750	100	0,010	68,740
E _F 75	-	68,850	-	-	68,850

2.2.2. Exercícios Aplicativos

- 1) Preparar a tabela para a locação da curva vertical assimétrica com corda de 10 em 10 metros.

Estaca de Início (E_I) = 43+0,00 Cota E_I = 178,22 m
 Estaca de Fim (E_F) = 48+0,00 Cota E_F = 178,42 m
 Estaca do Vértice (E_V) = 46+0,00 Cota E_V = 177,14 m

- 2) Preparar a tabela para uma curva vertical de depressão assimétrica com corda de 20 metros.

Estaca de Início (E_I) = 136+10,00 Cota E_I = 58,340 m
 Estaca do Vértice (E_V) = 141+10,00 Cota E_V = 52,940 m
 Estaca de Fim (E_F) = 145+10,00 Cota E_F = 56,620 m



Fig. 52. Curva Vertical Côncava

CAPÍTULO VII

1 - LEVANTAMENTOS HIDROGRÁFICOS

1.1. Introdução

Os trabalhos hidrográficos podem ser definidos como sendo os levantamentos topográficos efetuados para a obtenção da posição de pontos em leitos de água tais como rios, lagos, lagoas e ambientes oceânicos. Os objetivos principais é o conhecimento da morfologia de fundo destes ambientes para a construção de cartas náuticas bem como para a planificação e controle de projetos de engenharia como pontes, túneis, barragens, portos e outros trabalhos relacionados à engenharia. Consiste, também, na determinação da variação do nível d'água em um reservatório ou em um curso d'água.

1.2. Método de Levantamento

1.2.1. Hidrometria

O processo consiste em se medir a profundidade da água ou espessura da lâmina d'água através de sondas em diferentes pontos. Se o nível da superfície da água for variável, a profundidade medida deverá ser corrigida desta variação e todos os pontos levantados serem relacionados a uma origem comum.

O controle topográfico horizontal pode ser estabelecido na margem do curso d'água, a partir do qual se iniciará o levantamento topográfico com a demarcação dos pontos onde se efetuará a sondagem.

No levantamento dos dados devemos registrar as informações correspondentes às marés e às variações de nível para obtenção da altura da água cada vez que se efetuar uma sondagem.

1.2.2. Batimetria

A batimetria tem por finalidade conhecer o comportamento da morfologia de fundo de um reservatório, de um rio ou mesmo de um oceano.

O levantamento batimétrico consiste, basicamente, na obtenção de um conjunto de pontos distribuídos, de forma homogênea, por toda a área do reservatório, do fundo oceânico ou da seção do rio referente ao projeto em estudo, de maneira que toda a área estudada seja coberta. Cada ponto obtido deverá apresentar três coordenadas, sendo as duas primeiras referentes a localização do ponto em relação a coordenadas geográficas e a terceira referente a profundidade naquele ponto

A superfície, a ser mapeada, deve ser dividida em uma malha de linhas equidistantes de maneira conveniente para que sirva de diretriz para o levantamento.

1.3. Equipamento

1.3.1. Hidrometria

Para a hidrometria, as medidas podem ser efetuadas a partir de réguas linimétricas ou de linígrafos, devidamente referenciados a uma cota conhecida e materializada no terreno.

Nas medidas de vazão são utilizados cabos aéreos, pontes ou barcos hidrométricos (Fig. 53).

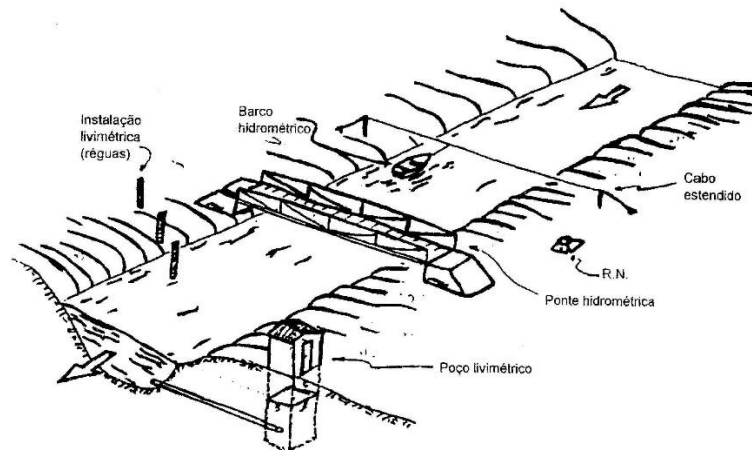


Fig. 53. Locais de instalação de uma estação hidrométrica

Os linígrafos consistem em registradores automáticos do nível d'água na seção hidrométrica.

Os linígrafos de boia flutuam na superfície d'água e acompanham a variação de nível, as quais são transmitidas através de um cabo a uma polia que registra sobre papel, mantido sobre um tambor rotativo, o registro da variação do nível d'água em função do tempo (Fig. 54).



Fig. 54. Linígrafos de boia

As réguas linimétricas são escalas graduadas, normalmente em centímetros e que têm a finalidade de determinar o nível de água de um corpo aquoso e sua variação com o passar do tempo. Essas são colocadas em uma seção apropriada do curso d'água em um ou vários lances e referenciadas a uma referência de nível conhecida, para que se possa estabelecer a altitude do “zero das réguas” (Fig. 55).

Em muitos casos estas réguas linimétricas são instaladas em locais de difícil acesso para que sua altitude ou o “zero da régua” seja obtido através de um nivelamento geométrico.

Com o avanço da tecnologia aplicada aos equipamentos topográficos, como a Estação Total, que pode determinar as distâncias horizontais sem a necessidade do uso de prismas refletores, essa tarefa é bem mais fácil de ser resolvida. Entretanto se não contar com uma Estação Total desse tipo, pode-se utilizar uma Estação Total convencional ou um teodolito de boa precisão, aplicando-se o cálculo trigonométrico para a obtenção da distância horizontal e a altitude ou “zero da régua”.

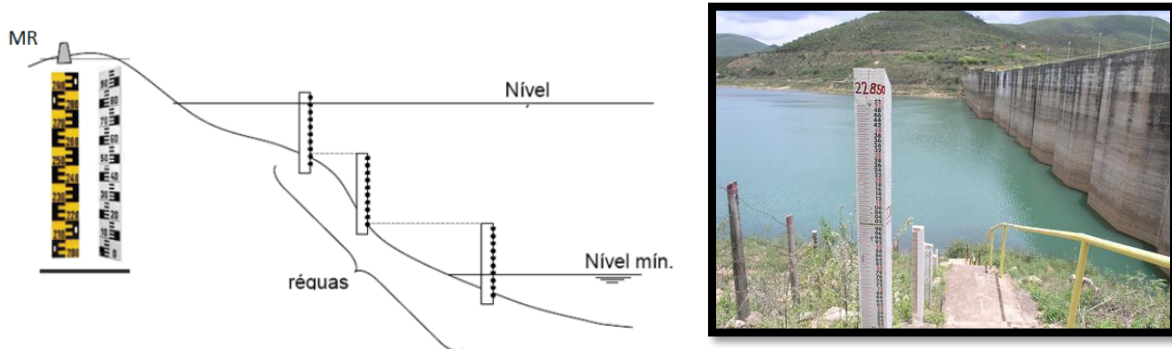


Fig. 55. Réguas Linimétricas

1.3.1.1. Determinação do “Zero da Régua” linimétrica

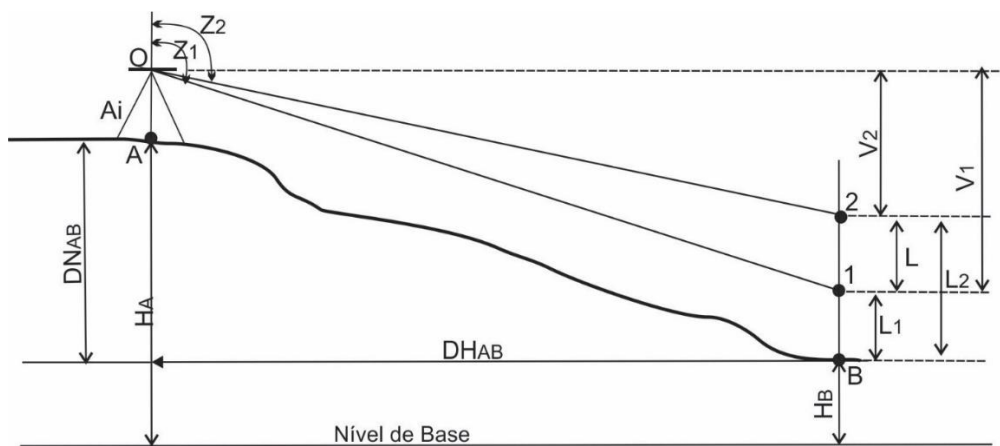


Fig. 56. Nivelamento trigonométrico

Legenda da figura 56

- A – Estação do teodolito e ponto de altitude conhecida
- B – ponto referente a posição da régua linimétrica
- H_A – altitude do ponto A
- H_B – altitude do ponto B
- A_i – altura do instrumento
- Z_1 – distância zenital medida no ponto 1 da mira
- Z_2 – distância zenital medida no ponto 2 da mira
- L_1 – leitura na mira no ponto 1
- L_2 – leitura na mira no ponto 2
- L – diferença entre as leituras $L_2 - L_1$
- V_1 – distância vertical desde o plano do teodolito até o ponto 1
- V_2 – distância vertical desde o plano do teodolito até o ponto 2
- DN_{AB} – diferença de nível entre os pontos A e B
- DH_{AB} – distância horizontal entre a estação e a régua linimétrica

Cálculo da Distância Horizontal entre a Estação e a Base do Linígrafo

Com base na figura 56 temos:

$$V_1 = DH_{AB} \times \cot Z_1 \quad (1)$$

$$V_2 = DH_{AB} \times \cot Z_2 \quad (2)$$

Efetuando-se a diferença entre as equações (1) e (2)

$$V_2 - V_1 = (DH_{AB} \times \cot Z_2) - (DH_{AB} \times \cot Z_1)$$

$$V_2 - V_1 = DH_{AB}(\cot Z_2 - \cot Z_1)$$

$$DH_{AB} = \frac{V_2 - V_1}{\cot Z_2 - \cot Z_1}$$

Pela figura 1 pode-se dizer que:

$$V_2 - V_1 = L$$

$$L_2 - L_1 = L$$

ou

$$DH_{AB} = \frac{L_2 - L_1}{\cot Z_2 - \cot Z_1}$$

Cálculo da Diferença de Nível entre a Estação e a Base do Linígrafo

A partir da leitura da distância zenital obtida no ponto 1 (Z_1) e o valor de L_1 , correspondente a leitura efetuada no linígrafo no ponto 1, podemos determinar a DH_{AB} .

$$DN_{AB} = A_i + (DH_{AB} \times \cot Z_1) - L_1$$

A partir da leitura da distância zenital obtida no ponto 2 (Z_2) e o valor de L_2 , correspondente a leitura efetuada no linígrafo no ponto 2, pode-se determinar a DH_{AB} .

$$DN_{AB} = A_i + (DH_{AB} \times \cot Z_2) - L_2$$

Cálculo da Altitude do Ponto B

Pela figura 51 temos:

$$H_B = H_A + DN_{AB} \quad (\text{a partir dos dados do ponto 1 da mira})$$

e

$$H_B = H_A + DN_{AB} \quad (\text{a partir dos dados do ponto 2 da mira})$$

Cálculo do Zero da Régua Linimétrica

$$H_{\text{zero da régua}} = H_B \text{ médio}$$

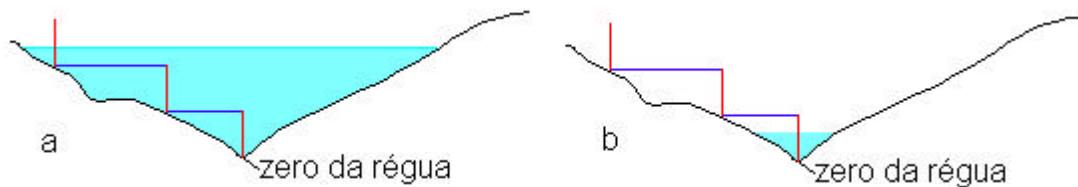


Fig. 57. Réguas linimétricas

1.3.1.2. Exercício Elucidativo

Deseja-se determinar a altitude do ponto de referência (Zero da Régua) de uma régua linimétrica (B) tendo sido obtidas as seguintes medidas de campo a partir de uma estação (A).

Estação	Ponto Visado na Mira (m)	Ângulo Zenital	Ai (m)	Cota de A (m)
A				100,000
	1,000 (L ₁)	99°13'28" (Z ₁)	1,650	
	2,000 (L ₂)	98°07'46" (Z ₂)	1,650	
	3,000 (L ₃)	97°01'45" (Z ₃)	1,650	

Cálculo da distância horizontal entre a estação A e o linímetro com os dados de L₃ e L₁.

$$DH_{AB} = \frac{L_3 - L_1}{\cot Z_3 - \cot Z_1}$$

$$DH_{AB} = \frac{3 - 1}{\cot 97^\circ 01' 45'' - \cot 99^\circ 13' 28''}$$

$$DH_{AB} = 51,149 \text{ m}$$

Cálculo da distância horizontal entre a estação A e o linímetro com os dados de L₃ e L₂

$$DH_{AB} = \frac{L_3 - L_2}{\cot Z_3 - \cot Z_2}$$

$$DH_{AB} = \frac{3 - 2}{\cot 97^\circ 01' 45'' - \cot 98^\circ 07' 46''}$$

$$DH_{AB} = 51,166 \text{ m}$$

Cálculo da diferença de nível entre a estação A e o linímetro com os dados de L₁

$$DN_{AB} = A_i + (DH_{AB} \times \cot Z_1) - L_1$$

$$DN_{AB} = 1,650 + (51,149 \times \cot 99^\circ 13' 28'') - 1,000$$

$$DN_{AB} = -7,6567 \text{ m}$$

Cálculo da diferença de nível entre a estação A e o linímetro com os dados de L₂

$$DN_{AB} = A_i + (DH_{AB} \times \cot Z_2) - L_2$$

$$DN_{AB} = 1,650 + (51,166 \times \cot 98^\circ 07' 46'') - 2,000$$

$$DN_{AB} = -7,6588 \text{ m}$$

Cálculo da Cota da base do linímetro

$$H_B = H_A + DN_{AB} \quad (\text{a partir dos dados do ponto 1 da mira})$$

$$H_B = 100,000 + (-7,6567)$$

$$H_B = 92,3433 \text{ m}$$

$$H_B = H_A + DN_{AB} \quad (\text{a partir dos dados do ponto 2 da mira})$$

$$H_B = 100,000 + (-7,6588)$$

$$H_B = 92,3412 \text{ m}$$

Cálculo do Zero da Régua Linimétrica

$$H_{\text{zero da régua}} = 92,3423 \text{ m}$$

1.3.2. Batimetria

Nos levantamentos batimétricos de áreas de pequena profundidade, podemos utilizar uma haste de madeira de $\pm 5\text{m}$ de comprimento, graduada em centímetros e com seus extremos recobertos por uma lâmina metálica, a qual servirá de proteção. São utilizados, também, cordas ou correntes com um lastro de 3 a 5kg preso na extremidade inferior. Na utilização deste tipo de equipamento para sondagem, deve-se ter cuidado em áreas que apresentem correntes no fluido aquoso, o que poderá ocasionar um desvio da vertical da sonda, acusando uma profundidade maior que a real.

Equipamentos mais sofisticados, como os ecobatímetros, (Fig. 58), podem ser utilizados em qualquer profundidade. Estes equipamentos realizam um registro contínuo e preciso da profundidade. Fundamentalmente, estes equipamentos são instalados no casco de uma embarcação e emitem uma onda de frequência preestabelecida e registra o intervalo de tempo desde o instante em que se produziu a onda original até o momento em que se capta o retorno do eco desta onda, vindo da superfície de fundo. Estes equipamentos estão ajustados para obterem a profundidade de acordo com a velocidade do som em relação ao tipo de água em que está sendo utilizado, seja água doce ou salgada.



Fig. 58. Ecobatímetro

1.4. Alinhamentos

A operação batimétrica deve ser feita com o apoio topográfico de terra, para que se possa conferir o posicionamento correto da embarcação, que deve ser mantida em velocidade constante.

Para indicar as posições em que foram efetuadas as sondagens são utilizados alinhamentos, que são estaqueados nas margens ou, em áreas de pouca profundidade por estacas nos próprios pontos de sondagem ou boias flutuantes (Fig. 59).

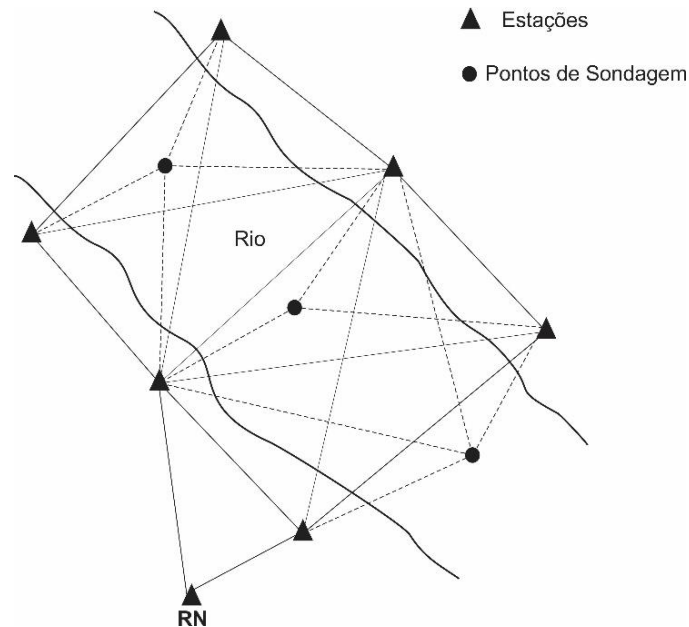


Fig. 59. Esquema para o levantamento hidrográfico por triangulação

A locação dos pontos de sondagem pode ser determinada pelo método da triangulação. Conhecendo-se as coordenadas das estações e os ângulos que os alinhamentos fazem entre si em relação ao ponto de sondagem, podemos determinar as coordenadas destes e locá-las, posteriormente, em cartas.

Atualmente, em trabalhos que exijam uma maior precisão na localização dos pontos de sondagem, há uma tendência em complementar o apoio topográfico de terra com GPS ou DGPS e softwares especialmente desenvolvidos que permitem in loco registrar a cada momento a posição do barco e do ponto sondado (Fig. 60 e 61).

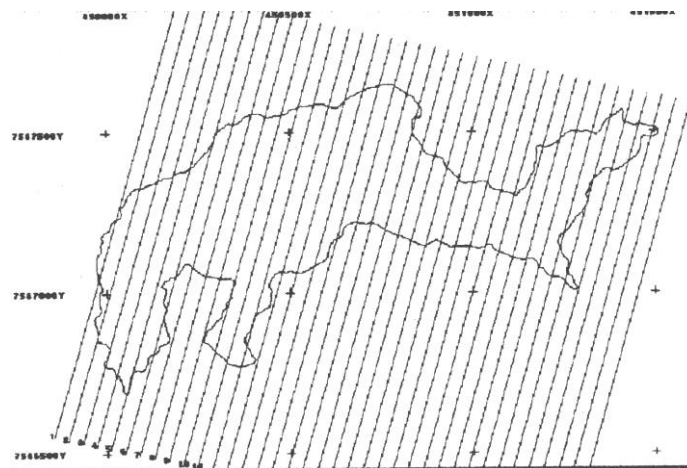


Fig. 60. Distribuição da rede de pontos batimétricos

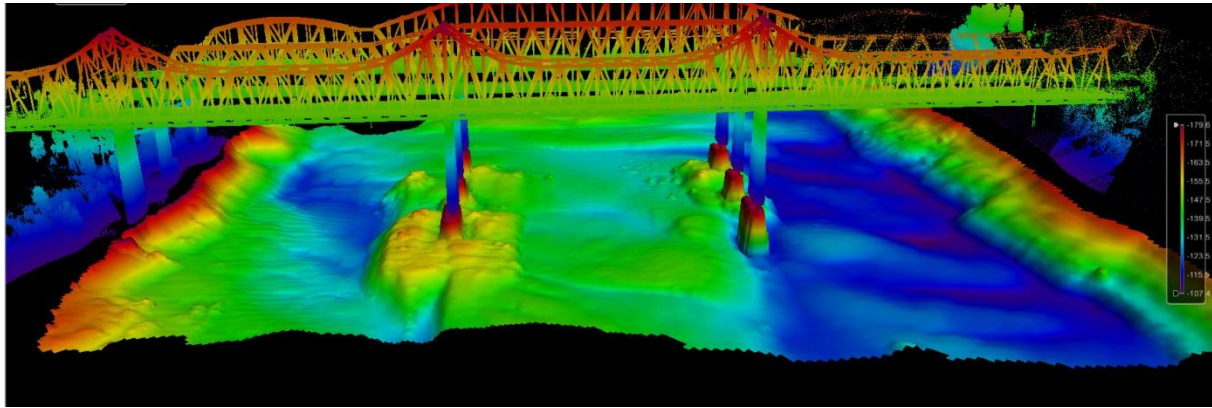


Fig. 61. Levantamento batimétrico e por Scanner

1.5. Medida de Vazão

Vazão de um curso de água é a quantidade de água que passa numa determinada seção num certo período de tempo. A vazão de qualquer curso natural de água varia constantemente, desde as menores, em época de seca, até as maiores, em época de chuva. O que interessa ao Engenheiro é estabelecer a vazão média. Para isso, necessita-se de tomada de dados por um período mais prolongado, alguns meses ou alguns anos. Os métodos que pode ser utilizado são o do *vertedor* e o do *molinete*.

1.5.1. Método do Vertedor

Este processo baseia-se na necessidade de se fazer toda a água que corre num determinado canal, do qual se quer medir a vazão, passar por um vertedor que pode apresentar forma retangular, triangular ou circular (Fig. 62).

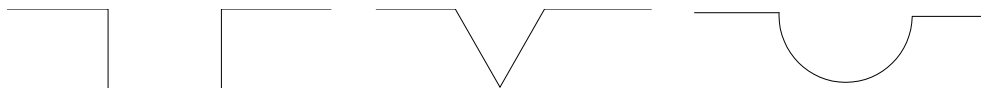


Fig. 62. Tipos de vertedores

Por exemplo, vamos considerar um vertedor do tipo retangular que apresente uma abertura de 0,60 x 0,20 m (Fig. 63). A parte inferior da abertura deve ser cortada de forma chanfrada para diminuir o atrito da água. Esta barreira deve ser colocada de forma a interceptar a passagem da água, vedando-se as partes laterais e o fundo, ou seja, represando a água entre as margens e a barreira. Como consequência, o nível d'água irá se elevar até atingir a abertura e começará a fluir por ela. Espera-se a estabilização do nível e iniciam-se as medidas para o cálculo da vazão.



Fig. 63. Vertedor com abertura retangular

Para determinarmos a altura “*h*” (altura da água sobre a aresta do vertedor) com precisão milimétrica devemos utilizar o nivelamento geométrico. Efetua-se uma leitura de mira com ela apoiada na aresta do vertedor (l_v) e outra (l_e) com a mira apoiada numa estaca localizada no leito do rio a uma distância de $4L$ (distância recomendada pela hidráulica), ou seja, para nosso exemplo de $L=0,60$ m, a distância ficaria em 2,5 m. Necessita-se medir a leitura “*n*”, que corresponde à altura da água sobre a estaca (Fig. 64).

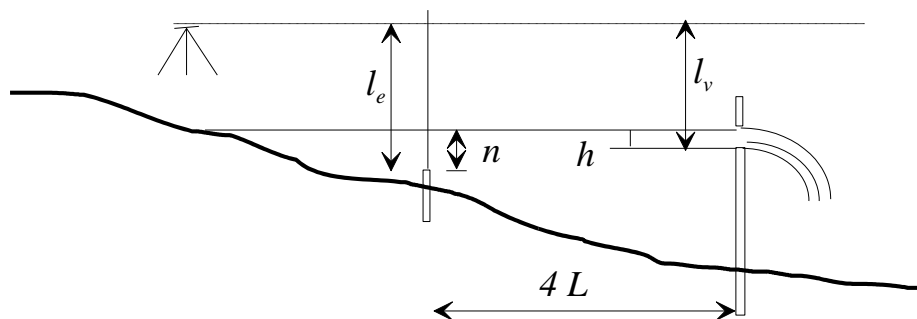


Fig. 64. Vista lateral de um canal com vertedor

logo temos:

$$h = l_v - l_e + n$$

1.5.2. Exercício Elucidativo

Supomos uma barreira construída para o cálculo da vazão que tenha um vertedor de $0,60 \times 0,20$ m e que as leituras efetuadas sobre a mira foram de: $l_e=1,678$ m; $l_v=1,532$ m e a altura $n = 0,412$ m. Calcular a altura “*h*” no vertedor.

$$h = l_v - l_e + n \quad h = 1,532 - 1,678 + 0,412 \quad h = 0,266m$$

O cálculo da vazão, será através das equações empíricas propostas por Bernouille ou por Francis:

$$(Bernouille) \quad Q = 1,78 \times L \times \sqrt{h^3} \quad (Francis) \quad Q = 1,826 \times L \times \sqrt{h^3} \left(1 - \frac{h}{5}\right)$$

Aplicando-se Bernouille temos:

$$Q = 1,78 \times L \times \sqrt{h^3} = 1,78 \times 0,60 \times \sqrt{0,266^3} = 0,1465 m^3 / s \rightarrow 146,50 \text{ l/s}$$

Aplicando-se Francis temos:

$$Q = 1,826 \times L \times \sqrt{h^3} \left(1 - \frac{h}{5}\right) = 1,826 \times 0,60 \times \sqrt{0,266^3} \times \left(1 - \frac{0,266}{5}\right) = 0,1423 \text{ m}^3 / s \rightarrow 142,31 \text{ l/s}$$

É necessário lembrar que, em ambas as equações, os valores de “L” e “h” devem ser em metros para que a vazão resulte na unidade de metros cúbicos por segundo.

Para ambientes com vazão mais elevada, a solução para empregar o processo do vertedor é o de construir instalações permanente de alvenaria ou concreto, desviando-se o curso d’água temporariamente para ser construídos o vertedor e, posteriormente, fazer o curso d’água retornar ao antigo leito.

Para a obtenção das leituras diárias “n” (altura da água sobre a estaca), podemos instalar uma régua graduada fixa sobre esta estaca, a qual é conhecida como linígrafo ou régua de leitura.

Além deste método, existem os métodos dos flutuadores e dos molinetes, com os quais podemos determinar a vazão em diversos níveis de profundidade. Estes casos serão abordados pela hidrologia, já que os mesmos não fazem parte dos métodos topográficos.

1.5.3. Exercícios Aplicativos

- 1) Seja determinar a vazão de um canal cujo vertedor apresente uma largura $L=0,75\text{m}$ e as leituras obtidas nas miras foram: $l_e=2,679$, $l_v=2,612$, $n=0,124$.
- 2) Deseja-se conhecer a altura (h) no vertedor e a vazão que um canal apresenta, tendo sido obtidos os seguintes valores sobre as miras: $l_e=1,815$, $l_v=1,792$, $n=0,056$, e $L=1,24\text{m}$.
- 3) Deseja-se conhecer a vazão de um vertedor de um canal que apresentou a seguintes medidas sobre a mira: $l_e=3,470$, $l_v=1,897$, $n=2,130$ e $L=15,50\text{m}$

1.5.4. Método do Molinete

O molinete é um equipamento destinado a medir a velocidade da água em qualquer profundidade (Fig. 65). Este equipamento assemelha-se a um cata-vento, cujas hélices giram com maior ou menor velocidade, dependendo da velocidade do vento. O molinete hidráulico faz o mesmo e suas hélices giram mais rapidamente conforme a velocidade do fluxo de água que passa pelas mesmas. Existem molinetes que são utilizados para ambientes com baixa velocidade de fluxo de vazão e outros para ambientes de alto fluxo de vazão.

Para efetuar-se a tomada das medidas, coloca-se o molinete em uma determinada seção do curso d’água, variando as posições, não só ao longo da seção, mas também ao longo da profundidade. Antes da utilização do molinete para a tomada de dados, os mesmo deve ser aferido em um laboratório de hidráulica, para que se tenha uma perfeita relação entre o número de voltas dada pelas hélices do molinete com a velocidade da água. Para isso o molinete deve ser aplicado em velocidades de correntes conhecidas, contando-se, assim, o número de voltas que o mesmo dá em 60 segundos. Destes testes resultam tabelas ou gráficos que serão aplicados nas medições.

Tabela II – Exemplo de tabela elaborada, como padrão, para um molinete

TABELA	
Nº de voltas em 60s	Velocidade m/s
5	0,12
10	0,23
20	0,40
30	0,56
40	0,71
50	0,85
60	0,98

Para a determinação da velocidade dos valores obtidos no campo e que não se encontram na tabela, efetua-se a interpolação dos valores encontrados medidos no campo com os valores da tabela II.



Fig. 65. Molinetes

Para um melhor resultado do cálculo de vazão e do estabelecimento das distâncias entre os perfis verticais, recomenda-se o levantamento batimétrico do perfil transversal. Este processo permitirá um melhor conhecimento da morfologia de fundo para a determinação da localização de cada perfil vertical e de sua respectiva profundidade.

O número de pontos recomendados sobre uma seção transversal está relacionado com a largura do rio e o número de pontos recomendados a serem obtidos sobre cada seção vertical de acordo com a profundidade do rio. Estes podem ser obtidos a partir das Tabela III e IV).

Tabela III – Distância recomendada entre cada seção vertical, de acordo com a largura do rio (Santos et al. 2001).

Largura do rio (m)	Distância entre as seções verticais (m)
<3	0,3
3 a 6	0,5
6 a 15	1,0
15 a 30	2,0
30 a 50	3,0
50 a 80	4,0
80 a 150	6,0
150 a 250	8,0
>250	12,0

Tabela IV – Número e profundidade recomendada em cada seção vertical de acordo com a profundidade do rio (Santos et al. 2001). S=superfície do canal; F= fundo do canal; p=profundidade do canal.

Profundidade (m)	Número de Pontos	Profundidade dos Pontos
0,15 a 0,60	1	0,6p
0,61 a 1,20	2	0,2p e 0,8p
1,21 a 2,00	3	0,2p; 0,6p e 0,8p
2,01 a 4,00	4	0,2p; 0,4p; 0,6p e 0,8p
>4,01	6	S; 0,2p; 0,4p; 0,6p; 0,8p e F

A partir das Tabelas III e IV pode-se observar que a medida de vazão de uma seção transversal a um canal fluvial está baseada na medida da velocidade da corrente em um grande número de pontos. Estes pontos estão dispostos segundo linhas verticais com distâncias conhecidas a partir da margem do rio ou canal (Fig. 66)

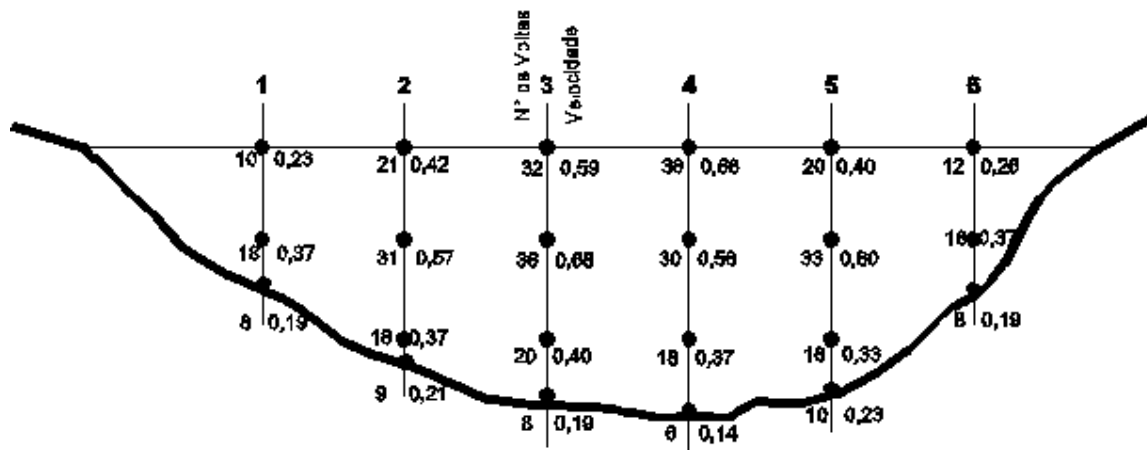


Fig. 66. Visualização de uma seção transversal a um curso d'água com a localização dos pontos de coleta de dados e seus respectivos valores.

Com os dados obtidos conforme pode ser visualizado na figura 67, pode-se elaborar um mapa de curvas de igual velocidade (Curvas isovelozes), com a interpolação dos valores obtidos em campo.

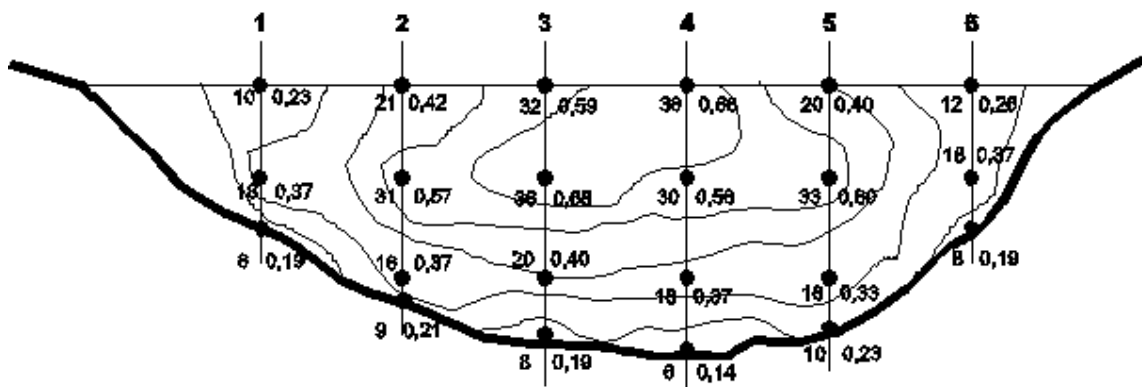


Fig. 67. Visualização de uma seção transversal a um curso d'água com curvas de igual velocidade (Curvas isovelozes)

Para o cálculo de vazão de uma seção transversal a um curso d'águas, efetua-se o cálculo de vazão para cada seção vertical, conforme o apresentado a seguir.

Para a obtenção da Vazão Total basta somar todas as Vazões Parciais calculadas sobre o perfil.

Levando-se em consideração a vertical 3 da figura 66, calculamos a vazão parcial influenciada por esta vertical (Fig. 68):

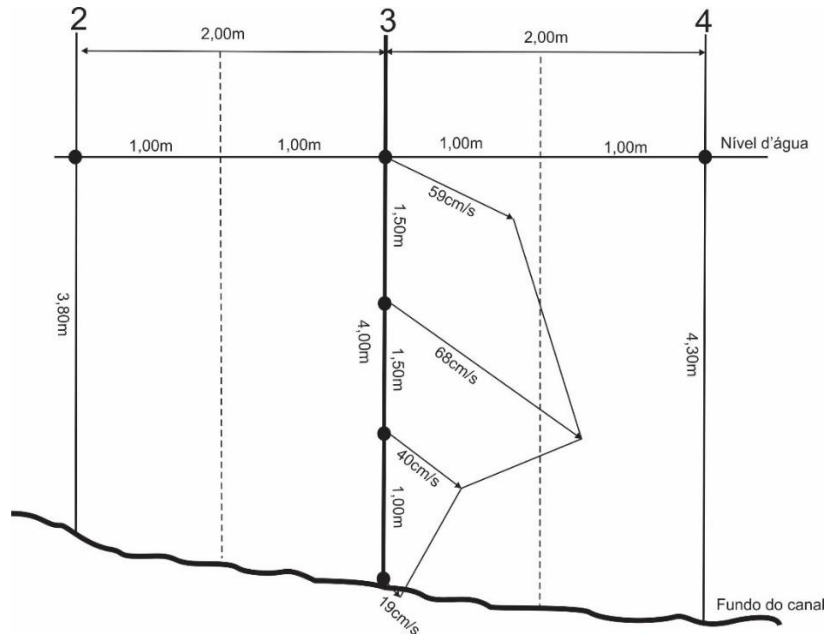


Fig. 68. Perfil vertical da seção 3 com os dados de velocidade da corrente

$$S = \left(\frac{59 + 68}{2} \right) \times 150 + \left(\frac{68 + 40}{2} \right) \times 150 + \left(\frac{40 + 19}{2} \right) \times 100$$

$$S = 9.525 + 8.100 + 2.950$$

$$S = 20.575$$

Cálculo da velocidade média (V_m) na vertical 3:

$$V_m = \frac{20.575}{400} \quad V_m = 51,4375 \text{ cm/s} \quad V_m = 0,514375 \text{ m/s}$$

A área de influência da vertical 3 deverá ser correlacionada a metade do caminho entre as verticais vizinhas, no caso a dois (2) e a quatro (4), a qual distância será para o exemplo de 1,00m.

$$A = \left(\frac{3,90 + 4,00}{2} \right) \times 1,00 + \left(\frac{4,00 + 4,15}{2} \right) \times 1,00$$

$$A = 3,95 + 4,075$$

$$A = 8,025 \text{ m}^2$$

Cálculo da Vazão Parcial para a vertical 3 e sua área de influência (V):

$$V = V_m \times A$$

$$V = 0,514375m/s \times 8,025m^2$$

$$V = 4,1278m^3/s$$

A Vazão Total (V_T) será a soma de todas as Vazões Parciais ($V_T = V_1 + V_2 + \dots + V_n$).

1.5.5. Regime da Bacia Fluvial

Naturalmente, de nada adianta conhecer a vazão de um rio apenas em um dado momento. Com a variação dos períodos de chuvas e de estiagens, as vazões apresentarão grandes variações. Por este motivo é necessário conhecer estas variações durante um período de cheia e vazante ou mesmo durante vários períodos. Para isso deverá ser efetuada medida em diferentes épocas, sempre se relacionando a vazão encontrada com o nível da água que deverá estar referenciado a um nível estável. Com isso se estabelece uma correlação entre nível d'água e a vazão, através de gráficos ou tabelas. Assim, para medidas futuras basta ler o nível d'água diariamente para ter, através do gráfico ou da tabela, a vazão do dia.

1.6. Exercício Aplicativo

- 1) Calcule a vazão da seção transversal de um rio, conforme dados da figura 66 cujas distâncias verticais entre os pontos amostrados são: Perfil 1=1,50/1,00; Perfil 2=1,50/1,50/0,50; Perfil 3=1,50/1,50/1,00; Perfil 4=1,50/1,50/1,20; Perfil 5=1,50/1,50/0,90; Perfil 6=1,50/1,00m. Distância entre os perfis verticais, a partir das margens, é de 2,00m.

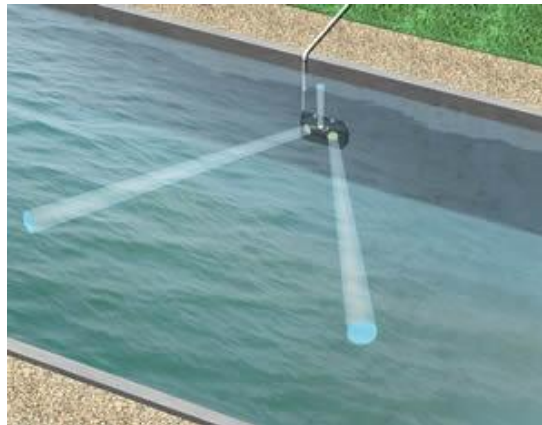


Fig. 69. Medido de vazão com Doppler



Fig. 70. Medidor de vazão por molinete

CAPÍTULO VIII

1 - DESLOCAMENTO DE GRANDES ESTRUTURAS

1.1. Introdução

Os processos de medida de deslocamento de grandes estruturas tais como barragens, pontes, edificações, bases de reatores, etc. podem ser obtidos através de teodolitos e níveis. Os deslocamentos sofridos por grandes estruturas podem ser de dois tipos: horizontais e verticais.

Vamos tratar isoladamente estes dois tipos de deslocamento. O processo que vamos descrever poderá ser utilizado em qualquer tipo de estrutura que se queira determinar, durante ou após sua construção, o deslocamento que esteja sofrendo.

Para facilitar a compreensão do método a ser aplicado na determinação do deslocamento de uma estrutura, vamos imaginar esta estrutura como a de uma barragem.

As primeiras observações podem ser realizadas durante a construção da obra. Desta maneira, poderá o construtor determinar a deformação da obra desde o início de sua construção, o que é de vital importância. Durante alguns anos, devem ser observadas as deformações, no caso de uma barragem, por meio da elevação e abaixamento periódico do nível d'água represada, até se constatar que a barragem adquiriu sua definitiva elasticidade. O método a ser aplicado neste processo de deslocamento permite também determinar possíveis movimentos das rochas que servem de base à barragem

1.2. Método Trigonométrico para Determinação de Deslocamento Horizontal de Grandes Estruturas

A medida dos deslocamentos de uma barragem (vamos usar esta como exemplo) pelo método trigonométrico tem por fim a determinação do deslocamento no espaço de pontos localizados sobre a construção e que são materializados por marcas ou sinais especiais.

Marcas fixas são colocadas sobre a barragem e sobre as rochas encaixantes da barragem, em pontos afastados da mesma, tais como os mostrados na figura 73 e em pontos frontais à barragem (Fig. 72), de tal maneira que se possa avistar todas as marcas colocadas sobre a barragem e sobre as rochas encaixantes, a partir de pilares construídos para a sustentação dos aparelhos (Teodolitos), normalmente em número de quatro ou mais. A partir destes pilares, que serão as estações dos teodolitos, constrói-se uma triangulação topográfica (Fig. 73), de preferência amarrada a uma ou mais Referências de Nível (RN), com a medida de uma base a fim de se conhecer as distâncias e as posições relativas dos pilares e marcas.

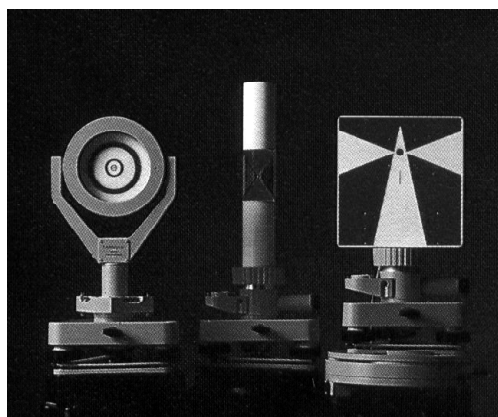


Fig. 71. Miras ou pontos de visada



Fig. 72. Posição das miras na frente da barragem

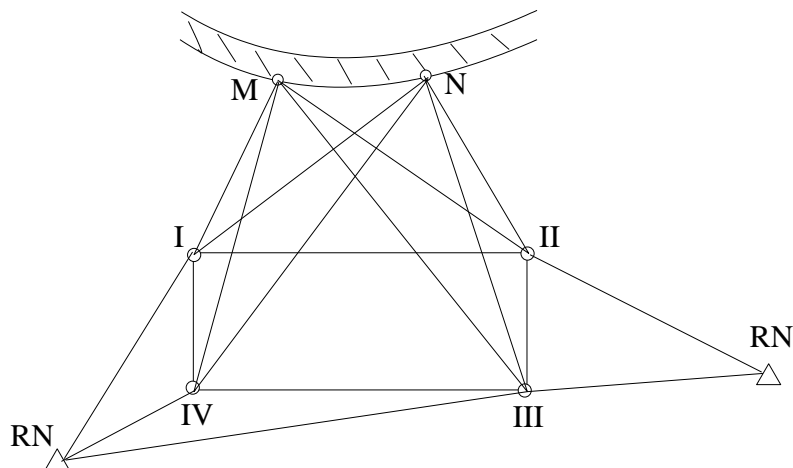


Fig. 73. Vista em planta da triangulação efetuada entre as estações e os pontos da barragem

A fim de se precaver da hipótese de um deslocamento dos pilares de observação, é aconselhável estabelecer, fora da zona de possível movimentação do terreno, outros pilares e marcas de referência, sempre em relação, se possível, de um RN.

Tendo em vista a precisão exigida na medida dos ângulos, pois se trata da determinação de deslocamento da ordem de milímetros, deve-se tomar certas precauções:

- 1) As observações devem ser efetuadas à noite, para que as perturbações atmosféricas sejam diminuídas;
- 2) Perfeita centragem do aparelho sobre os pilares;
- 3) Na medida dos ângulos, deve-se empregar o método da reiteração com todos os requisitos para se eliminar os erros residuais dos instrumentos e os extra instrumentais;
- 4) O erro residual da verticalidade do eixo principal deve ser determinado e corrigido, utilizando-se o nível de cavaleiro;
- 5) Deve-se cuidar da refração ocasionada pelas massas rochosas das vizinhanças da barragem.

Consideremos uma marca "M" da barragem, dois pilares "I" e "II" engastados no terreno e de marcas "RN" de referência, também engastadas no terreno, mas distanciadas da barragem conforme figura 74.

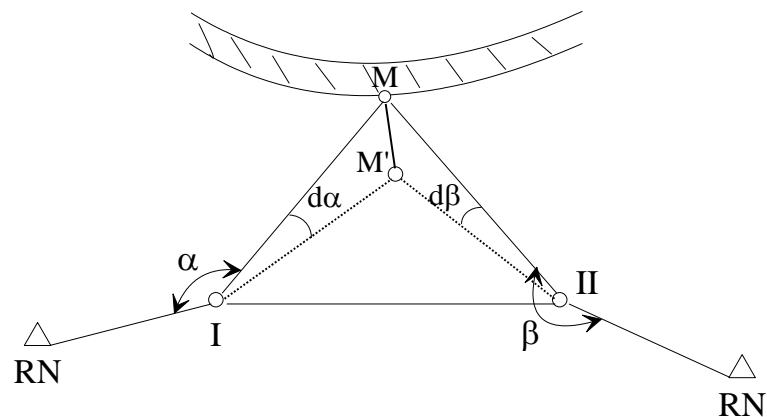


Fig. 74. Triangulação em relação a uma marca da barragem

Supondo-se que o terreno onde se encontram os pilares (I e II) e as referências de nível (RN) não sofram qualquer deslocamento ou deformação por ação da pressão exercida pela água da barragem ou mesmo pela construção desta, o problema consiste em se determinar o deslocamento horizontal MM' da barragem em relação aos pilares considerados fixos. Para isso, basta montar um teodolito de precisão em cada um dos pilares e medir os ângulos que, em duas épocas diferentes entre as quais se deseja medir o deslocamento, a direção entre o pilar e o RN faz com a direção entre o pilar e a marca da barragem. A diferença entre estas duas medidas, feitas em épocas diferentes, permite determinar a nova posição M' da marca, relativa à antiga posição M .

1.3. Cálculo do Método da Variação das Coordenadas

Este método determina o deslocamento de pontos por processo analítico em função da variação de $d\alpha$, o qual representa a diferença angular entre duas medidas efetuadas em épocas diferentes.

Considerando-se a figura 75, temos:

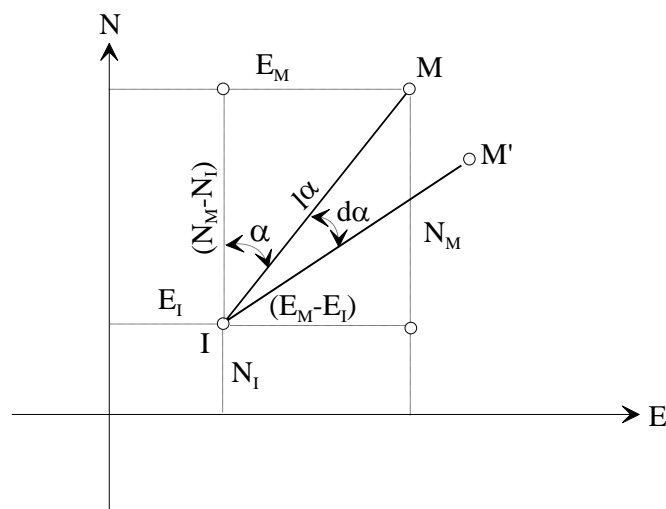


Fig. 75

Partindo-se da fórmula do sistema cartesiano, temos:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{E_M - E_I}{N_M - N_I}$$

logo, podemos dizer que:

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{E_M - E_I}{N_M - N_I}$$

derivando-se a equação, temos:

$$d\alpha = \operatorname{darctg} \frac{E_M - E_I}{N_M - N_I} \quad (1)$$

sabendo-se que a derivada do arco tangente de um ângulo é:

$$\operatorname{darctg} V = \frac{dV}{1 + V^2}$$

e considerando-se para o caso que "V" é igual a:

$$V = \frac{E_M - E_I}{N_M - N_I}$$

derivando a equação (1) teremos:

$$d\alpha = \frac{(N_M - N_I)(dE_M - dE_I) - (E_M - E_I)(dN_M - dN_I)}{(N_M - N_I)^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{(E_M - E_I)^2}{(N_M - N_I)^2}}$$

pela figura 70, podemos deduzir que:

$$(E_M - E_I) = l_\alpha \cdot \operatorname{sen}\alpha$$

e

$$(N_M - N_I) = l_\alpha \cdot \operatorname{cos}\alpha$$

substituindo, temos:

$$d\alpha = \frac{l_\alpha \cdot \operatorname{cos}\alpha(dE_M - dE_I) - l_\alpha \cdot \operatorname{sen}\alpha(dN_M - dN_I)}{(N_M - N_I)^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{(l_\alpha \cdot \operatorname{sen}\alpha)^2}{(N_M - N_I)^2}}$$

onde:

$$d\alpha = \frac{l_\alpha \cdot \operatorname{cos}\alpha(dE_M - dE_I) - l_\alpha \cdot \operatorname{sen}\alpha(dN_M - dN_I)}{\frac{(l_\alpha \cdot \operatorname{cos}\alpha)^2 + (l_\alpha \cdot \operatorname{sen}\alpha)^2}{(N_M - N_I)^2}}$$

simplificando-se os denominadores e colocando-se l_α em evidência, temos:

$$d\alpha = \frac{l_\alpha \cdot \cos\alpha(dE_M - dE_I) - l_\alpha \cdot \sin\alpha(dN_M - dN_I)}{l_\alpha^2 (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha)}$$

simplificando-se, temos:

$$d\alpha = \frac{\cos\alpha(dE_M - dE_I) - \sin\alpha(dN_M - dN_I)}{l_\alpha}$$

a equação acima nos fornece $d\alpha$ em radianos; para transformá-la em segundos, devemos multiplicar a equação por 206265. Logo:

$$d\alpha'' = \frac{\cos\alpha(dE_M - dE_I) - \sin\alpha(dN_M - dN_I)}{l_\alpha} \times 206265 \quad (2)$$

Se efetuarmos o mesmo cálculo para a estação II da figura 64 teremos:

$$d\beta'' = \frac{\cos\beta(dE_M - dE_{II}) - \sin\beta(dN_M - dN_{II})}{l_\beta} \times 206265 \quad (3)$$

Da equação (2) e (3)

dE_M e dN_M representam a variação das coordenadas da barragem

dE_I, dN_I, dE_{II} e dN_{II} representam a variação das coordenadas da estação

Se considerarmos que as estações, a partir das quais são efetuadas as medidas angulares, não sofrem perturbações ou deslocamento, pode-se escrever as equações $d\alpha$ e $d\beta$ da seguinte forma:

$$d\alpha'' = \frac{\cos\alpha dE_M - \sin\alpha dN_M}{l_\alpha} \times 206265$$

$$d\beta'' = \frac{\cos\beta dE_M - \sin\beta dN_M}{l_\beta} \times 206265$$

Isolando-se uma das incógnitas nas duas equações, temos:

$$\frac{d\alpha'' \times l_\alpha}{206265} = \cos\alpha dE_M - \sin\alpha dN_M$$

logo:

$$dE_M = \frac{\frac{d\alpha'' \cdot l_\alpha}{206265} + \sin\alpha dN_M}{\cos\alpha} \quad (4)$$

e

$$\frac{d\beta'' \times l_\beta}{206265} = \cos\beta dE_M - \sin\beta dN_M$$

logo:

$$dE_M = \frac{\frac{d\beta'' \cdot l_\beta}{206265} + \sin\beta dN_M}{\cos\beta} \quad (5)$$

Igualando-se as equações (4) e (5) teremos:

$$\frac{\frac{d\alpha'' \cdot l_\alpha}{206265} + \text{sen } \alpha \, dN_M}{\cos \alpha} = \frac{\frac{d\beta'' \cdot l_\beta}{206265} + \text{sen } \beta \, dN_M}{\cos \beta}$$

multiplicando-se os denominadores pelos numeradores temos:

$$\left(\frac{d\alpha'' \cdot l_\alpha}{206265} \times \cos \beta\right) + dN_M \text{sen } \alpha \cdot \cos \beta = \left(\frac{d\beta'' \cdot l_\beta}{206265} \times \cos \alpha\right) + dN_M \cdot \text{sen } \beta \cdot \cos \alpha$$

isolando-se dN_M temos:

$$dN_M \cdot \text{sen } \alpha \cdot \cos \beta - dN_M \cdot \text{sen } \beta \cdot \cos \alpha = \left(\frac{d\beta'' \cdot l_\beta}{206265} \times \cos \alpha\right) - \left(\frac{d\alpha'' \cdot l_\alpha}{206265} \times \cos \beta\right)$$

ou

$$dN_M (\text{sen } \alpha \cdot \cos \beta - \text{sen } \beta \cdot \cos \alpha) = \left(\frac{d\beta'' \cdot l_\beta}{206265} \times \cos \alpha\right) - \left(\frac{d\alpha'' \cdot l_\alpha}{206265} \times \cos \beta\right)$$

onde

$$dN_M = \frac{\left(\frac{d\beta'' \cdot l_\beta}{206265} \times \cos \alpha\right) - \left(\frac{d\alpha'' \cdot l_\alpha}{206265} \times \cos \beta\right)}{\text{sen } \alpha \cos \beta - \text{sen } \beta \cos \alpha}$$

ou

$$dN_M = \frac{\left(\frac{d\beta'' \cdot l_\beta}{206265} \times \cos \alpha\right) - \left(\frac{d\alpha'' \cdot l_\alpha}{206265} \times \cos \beta\right)}{\text{sen}(\alpha - \beta)}$$

Obtendo-se o valor de dN_M , podemos calcular o valor de dE_M a partir das equações (4) e (5).

Aconselha-se o emprego de quatro grupos de quatro séries de medidas por época em condições diferentes de temperatura e de pressão.

1.4. Exercício Aplicativo

1) Deseja-se calcular o deslocamento horizontal sofrido por um ponto de uma barragem da qual se obteve os dados da tabela abaixo em duas épocas diferentes.

Est.	PV	Azimute da 1ª Leitura	Azimute da 2ª Leitura
M	1	50°52'38,6''	50°53'09,1''
	N	107°16'26''	
N	M	287°16'24''	
	1	332°06'09,8''	332°05'52,5''

1.5. Método Geométrico para Determinação de Deslocamento Vertical de Grandes Estruturas

Este método é um processo de alta precisão, pois não exige medida de ângulos. São estabelecidas marcas sobre a estrutura que se quer determinar o deslocamento vertical. Estas marcas deverão estar engastadas e fixas sobre a estrutura e deverão estar relacionadas à Referências de Nível (RN) localizadas fora da área de influências de qualquer movimentação causada pela estrutura.

Sobre estas marcas é efetuado um nivelamento geométrico, em uma determinada época, e correlacionado com os demais nivelamentos geométricos efetuadas em épocas diferentes.

A diferença de nível entre a primeira observação e cada uma das demais nos dará o deslocamento vertical sofrido pela estrutura.

Este método de determinação de deslocamento vertical pode ser utilizado para barragens, pontes, estradas, vias suspensas, edificações de grande estrutura, obras arquitetônicas sem colunas de sustentação central, etc.

Os equipamentos aqui utilizados permitem a leitura direta sobre a mira do centímetro e, através de um micrômetro no aparelho, permite a leitura direta do milímetro e do décimo do milímetro e a interpolação do centésimo do milímetro. Um dos aparelhos que permite esta precisão é o Wild N3 (Fig. 76).

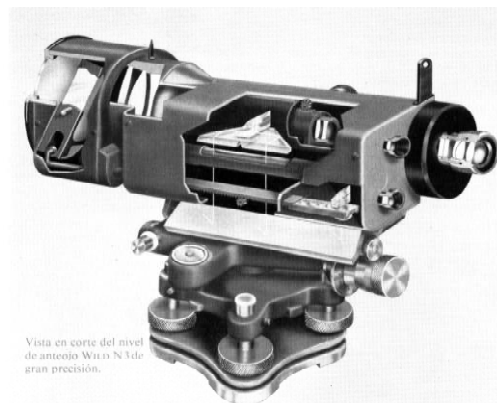


Fig. 76. Vista em corte do Nível N3 da Wild

Para se efetuar o nivelamento das marcas ou pontos engastados sobre a estrutura, com a precisão exigida, são empregadas miras de metal formado por uma liga de cromo e níquel, denominada INVAR (Fig. 77). Somente estas miras permitem alcançar a precisão exigida para o método. Estão graduadas de 10 em 10 milímetros e apresentam marcação dupla defasada uma da outra, o que permite efetuar a dupla leitura, uma em cada escala, e comprovar o resultado. Estas miras podem ter até 3 metros de comprimento e são sustentadas por um tripé com nivelamento. Outras, para medidas de pequena amplitude, apresentam comprimento de 10 centímetros e podem ser acopladas a marcas ou pontos sobre a estrutura que se quer determinar o deslocamento.

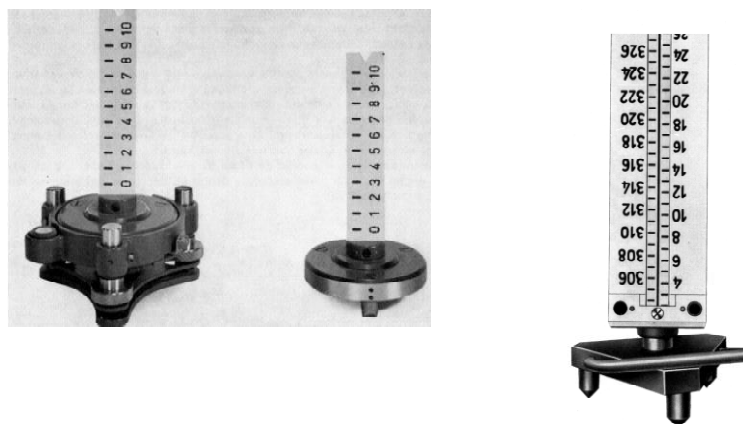


Fig. 77. Mira Invar para Nivelamento de Precisão

A leitura do nivelamento é feita diretamente sobre a mira até a casa dos centímetros; posteriormente, através de um dispositivo do nível, se faz a coincidência do fio nivelador com um valor inteiro da mira. O deslocamento efetuado para ocasionar esta coincidência será lido através de um micrômetro existente no nível, conforme pode ser observado na figura 78. Também é observada neste mesmo visor a bolha bipartida, que deverá estar nivelada antes de cada leitura.

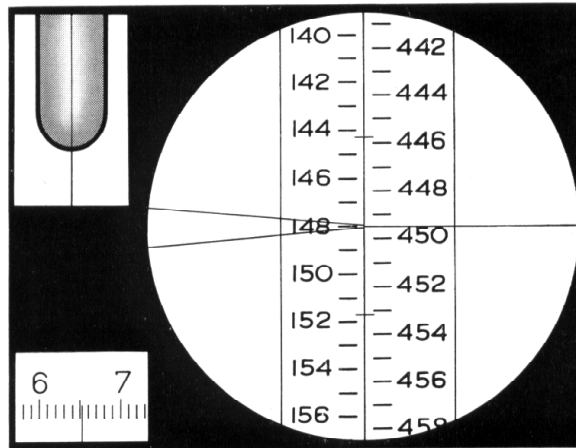


Fig. 78. Exemplo de leitura sobre o nível Wild N3
(Leitura=148,653cm)

1.6. Exercício Aplicativo

- 1) Deseja-se determinar o provável deslocamento vertical sofrido por seis pontos correspondentes a seis pilares de uma ponte. Foram efetuadas duas séries de medidas em dois momentos distintos. Foi tomado como ponto de cota de referência o RN-40-20 cuja altitude é de 18,6520 m. O nivelamento foi efetuado com um nível de alta precisão e com miras invar.

Os dados obtidos foram:

PV	Leituras da 1ª Série		Leituras da 2ª Série	
	Ré (cm)	Vante (cm)	Ré (cm)	Vante (cm)
RN	80,803		85,706	
2	69,179	162,993	48,602	167,894
4	149,828	273,929	154,626	253,379
6	15,684	128,603	18,898	133,378
8	145,479	191,498	147,693	194,713
10	194,505	120,492	193,199	122,704
12		176,546		175,242



Fig. 79. Níveis N3 Wild (antigo e moderno)

CAPÍTULO IX

1 - LOCAÇÃO DE OBRAS

1.1. Introdução

Os levantamentos para locação de obras podem ser de maior ou menor complexidade, dependendo da forma do terreno, da importância da estrutura a ser locada e da amplitude da obra. Entretanto, quatro tipos de trabalhos topográficos se fazem necessários para a locação de obras:

- 1) Levantamento preliminar, o qual consiste em um levantamento topográfico da superfície que incluirá a estrutura a ser construída;
- 2) Levantamento para o projeto o qual consiste na obtenção de dados de detalhamento para a confecção do projeto da obra;
- 3) Levantamento de controle, o qual consiste em obtenção e confirmação de dados que permitam a locação da obra com grande precisão;
- 4) Locação da obra, a qual consiste na determinação dos pontos, em campo, que permitirão o início da construção da obra.

1.2. Locação de Túneis

Nos levantamentos topográficos para a locação de túneis, os trabalhos a serem efetuados consistem na determinação e materialização da direção do eixo nas duas frentes de serviço, bem como a determinação do desnível entre os dois extremos.

Dois sistemas podem ser utilizados para a locação dos eixos de túneis: por poligonização ou por triangulação. Toda a vez que se trabalha com estes métodos, devemos utilizar, como coordenadas dos pontos ou estações, as coordenadas do sistema de projeção métrica (UTM).

1.2.1. Locação de Túneis por Poligonal

O sistema de locação de um eixo de túnel por poligonal pode ser aplicado em áreas de pouco relevo.

Este processo consiste em se efetuar um reconhecimento da área e a locação inicial das estações correspondentes aos dois extremos do túnel, que deverão estar amarradas a Referências de Nível (RN) e suas coordenadas estabelecidas (Fig. 80)

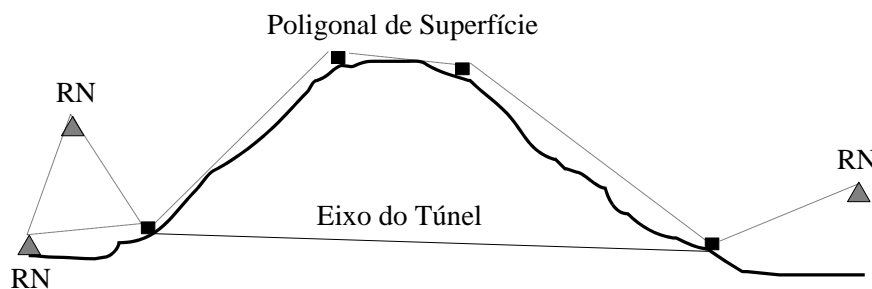


Fig. 80. Locação do eixo de um túnel por poligonal

Conhecidas as coordenadas dos dois extremos do eixo a ser locado, determina-se o Azimute do alinhamento e a partir deste traça-se a poligonal em campo e vai-se estaqueando o alinhamento em intervalos regulares preestabelecidos. O comprimento dos intervalos de estaqueamento dependerá do comprimento do eixo do túnel e da morfologia do terreno.

Seja locar o eixo AB de um túnel, conforme a figura 81.

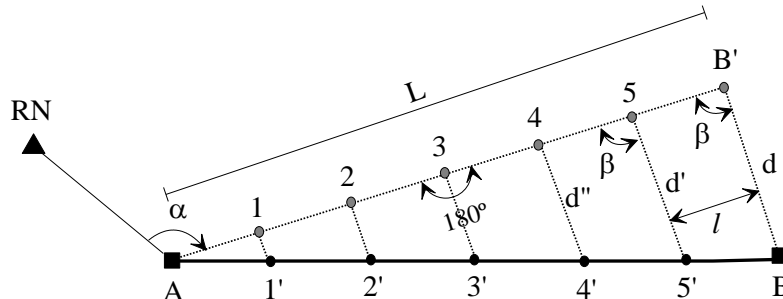


Fig. 81. Locação do eixo de um túnel por poligonal

A partir do azimute do alinhamento inicia-se o estaqueamento medindo-se 180° a partir do ponto anterior, obtendo-se assim o prolongamento do alinhamento sobre o qual mede-se à distância “l” pré-determinada, obtendo-se a posição do ponto posterior. Prossegue-se desta maneira até atingir um ponto B’, próximo do ponto “B”, correspondente ao outro extremo do eixo. Pode ocorrer que o ponto B’, demarcado em campo, se encontre deslocado do ponto B correspondente ao extremo oposto do alinhamento do eixo que se quer locar.

Para corrigirmos o deslocamento do alinhamento, mede-se à distância BB’, a qual denominaremos de “d” e o ângulo “β”. Conhecido o comprimento “L”, correspondente ao alinhamento estaqueado em campo, e a distância “l”, entre cada estaca, poderemos determinar as distâncias d’, d”, d''' e assim sucessivamente através da relação de igualdade de triângulos.

$$d' = \frac{d \times (L - l)}{L} \quad d'' = \frac{d \times (L - 2l)}{L} \quad d''' = \frac{d \times (L - 3l)}{L} \dots\dots\dots$$

Para a locação do eixo do túnel, instala-se o teodolito sobre as estacas do alinhamento AB’, orienta-se o limbo em relação ao mesmo e mede-se o ângulo β. Conhecidas às distâncias d’, d”, d''' e assim sucessivamente, mede-se as mesmas sobre o terreno e os novos pontos locados serão os correspondentes ao eixo do túnel, sobre a superfície do terreno.

Caso seja necessária a implantação de chaminés, poderão ser abertas sobre estes novos pontos locados e que correspondem ao eixo do túnel, conforme apresentado na figura 82.

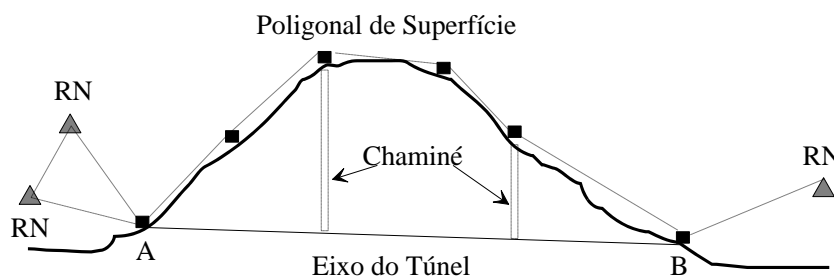


Fig. 82. Eixo do túnel com locação das chaminés

Após a locação das estacas na superfície do terreno, correspondentes ao eixo do túnel, deverá ser efetuado o nivelamento geométrico de cada uma das mesmas, tomando-se como ponto de partida a altitude de um dos RN utilizado na poligonação. Conhecidas às altitudes dos pontos extremos do eixo, pontos A e B da figura 82, pode-se determinar a diferença de nível (DN) entre os extremos do eixo. Com a diferença de nível (DN) e a distância horizontal (AB) entre os extremos, as quais podem ser determinadas por suas coordenadas, pode-se determinar a declividade do túnel.

Conhecida a declividade do túnel e as altitudes das estacas demarcadas sobre o terreno, determina-se o comprimento que cada chaminé a ser aberta deverá ter para alcançar o eixo do túnel.

1.2.2. Locação de Túneis por Triangulação

No caso de abertura de túneis em regiões acidentadas, o método de locação mais aconselhado é o da triangulação (Fig. 83).

Após o reconhecimento da área e a demarcação dos pontos extremos do eixo a ser locado, determina-se à localização das estações que servirão de apoio à triangulação. Sempre que possível, a rede de triangulação a ser levantada deverá estar amarrada a RN conhecidas. Caso contrário, necessita-se medir uma base inicial e uma base de cheque final para que se possa determinar o azimute do eixo e seu respectivo comprimento, com o auxílio dos ângulos internos da triangulação.

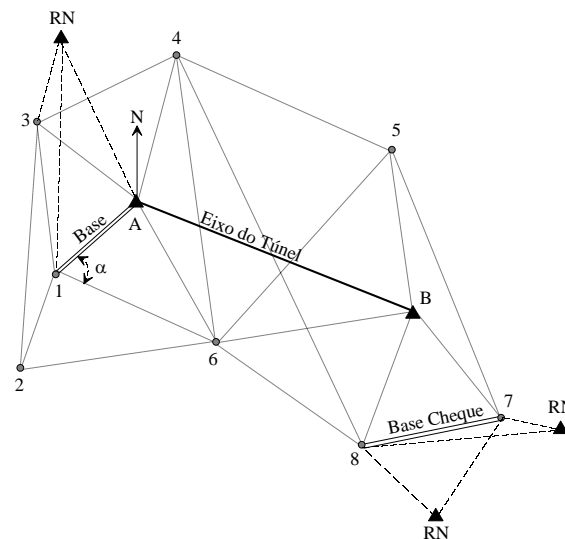


Fig. 83. Locação de eixo de túnel por triangulação

Com os dados da triangulação, calcula-se o comprimento dos lados da mesma, o azimute dos alinhamentos, as coordenadas das estações e finalmente às coordenadas dos extremos do eixo e sua respectiva orientação. Com as coordenadas dos extremos do eixo conhecidas, determina-se o comprimento do mesmo. As coordenadas dos vértices do eixo permitirão, igualmente, o cálculo do azimute direto e inverso, os quais possibilitarão que as escavações possam ser realizadas a partir das duas extremidades.

Caso haja possibilidade, o nivelamento do eixo deverá ser efetuado pelo método geométrico. Se este não for possível, utiliza-se o nivelamento trigonométrico pelo método das visadas recíprocas e simultâneas entre as estações da triangulação.

Na locação de um eixo de túnel, deve-se ter cuidado para que o erro de nivelamento e alinhamento sejam os menores possíveis e sempre abaixo do erro máximo permitido pelo projeto.

Exemplos da precisão alcançada em alguns trabalhos de locação de eixo de túneis de grande envergadura:

Túnel	Erro de alinhamento	Erro de nivelamento
Simplon (19.803m)	0,2032m	81,28mm
São Gotardo (14.900m)	0,3299m	50,04mm

1.3. Locação de Eixos de Pontes

A locação de eixos de pontes é efetuada através do processo da triangulação que pode ser controlado a partir de uma ou duas bases.

Quando o vão da ponte for de pequena amplitude, de 200 a 300 m, a locação do eixo pode ser efetuada medindo-se uma base, em uma das margens do rio, com erro relativo menor que 1:20.000. (Fig. 84)

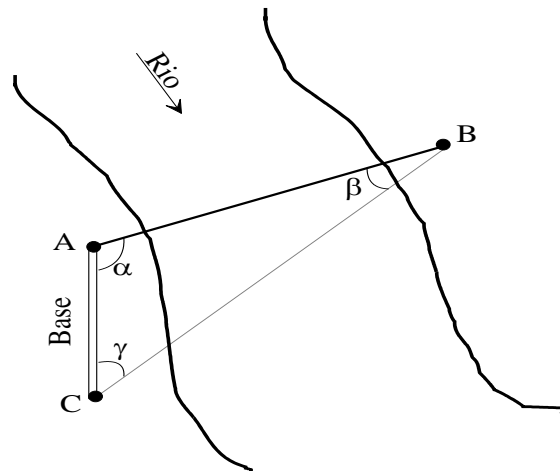


Fig. 84. Locação do eixo de uma ponte com base próxima a margem

Quando a base não pode ser medida na margem do rio, devemos medir a mesma em local mais afastado e aumentar a triangulação e a precisão das medidas (Fig. 85).

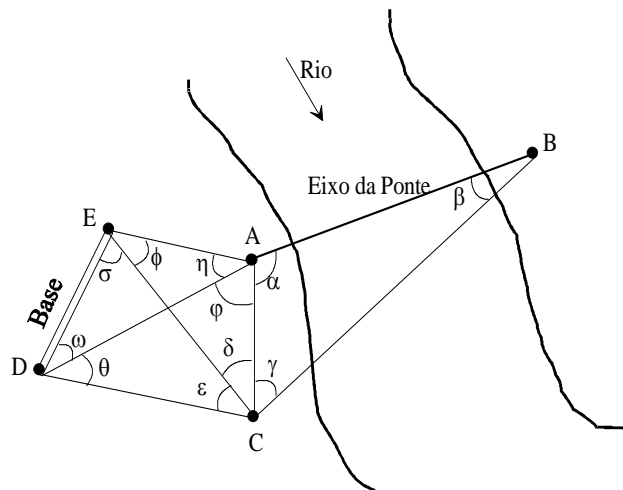


Fig. 85. Locação do eixo de ponte com base afastada

Quando as condições do terreno permitirem a medida de duas bases, uma em cada margem, podemos utilizar o esquema apresentado na figura 86.

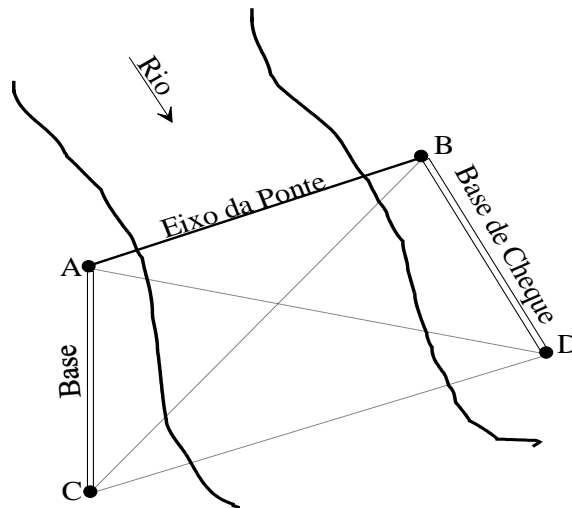


Fig. 86. Localização de eixo de ponte com duas bases

Às vezes é recomendada a utilização de uma triangulação com ponto de apoio interno, como mostrado na figura 87. Neste caso, o ponto interno está localizado sobre uma ilha.

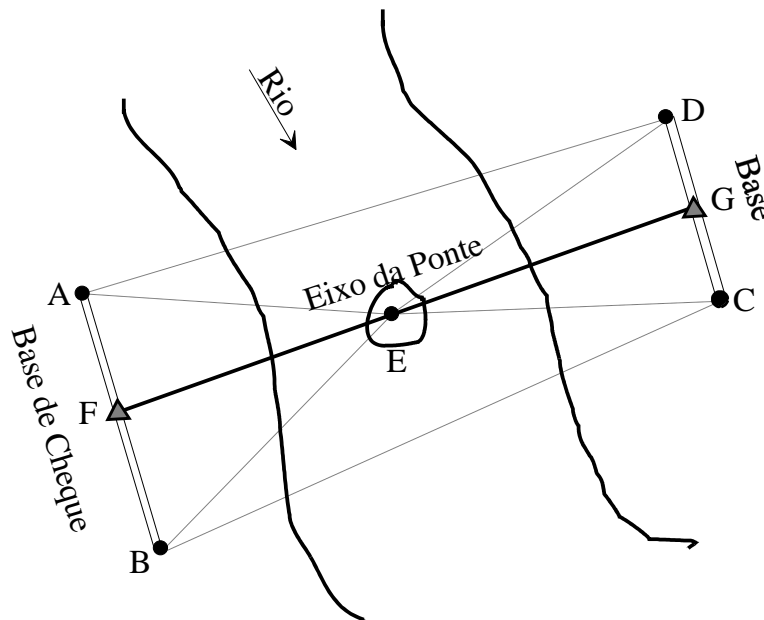


Fig. 87. Localização de eixo de ponte com ponto central de apoio

Nos levantamentos topográficos para a localização de eixos de pontes, como no caso já visto dos túneis, a triangulação deve sempre estar amarrada a RN. Através do comprimento da base medida em campo e dos ângulos internos, a triangulação possibilitará determinar as coordenadas de cada estação e por fim as coordenadas dos extremos da ponte, permitindo assim calcular o vão.

Na triangulação ao longo de um rio, para a localização de uma ponte, é importante que a distância ao longo da linha central da estrutura, eixo da ponte, seja determinada com precisão e que seja possível se efetuar uma verificação. A precisão exigida é geralmente de 1:10.000 para as pontes com vãos compridos.

A implantação dos pilares de uma ponte pode ser efetuada como mostra a figura 88. Seja A e B os extremos do eixo de uma ponte. Os pontos P_1 , P_2 , P_3 etc., os pilares que serão locados a partir dos vértices da triangulação, pelo método das interseções.

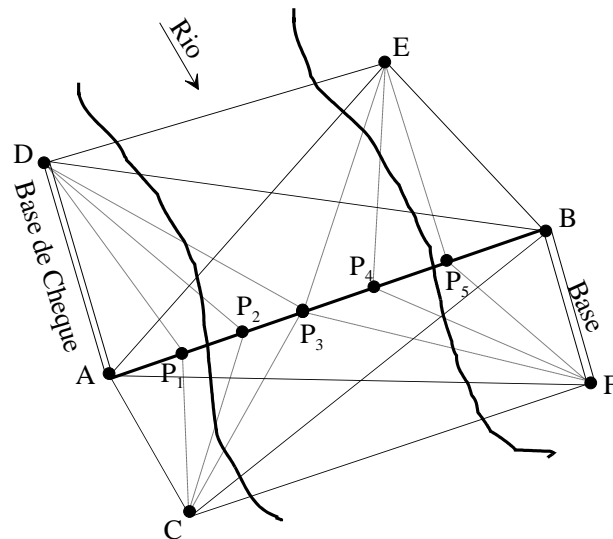


Fig. 88. Localização dos pilares de uma ponte

Cada ponto pode ser determinado a partir de ambas as margens ou utilizando as interseções melhor conformadas, existindo sempre uma condição rígida a qual é de que os pontos determinados se encontrem todos sobre o mesmo alinhamento, no eixo da ponte. As primeiras observações destinam-se à implantação dos pilares; entretanto, devemos ter certo cuidado na precisão estabelecida pelo projeto. Todavia, para a implantação dos apoios dos arcos ou das vigas das pontes sobre os pilares já construídos, convém proceder a marcação rigorosa dos pontos. Na implantação dos apoios da ponte (arcos ou vigas) é necessário, além de os definir planimetricamente, defini-los altimetricamente, o que se efetua por nivelamento geométrico.

Chamamos a atenção para a possibilidade da triangulação se localizar sobre a água, o que acarretará na construção de estaqueamento especial para as estações com lugar separado para o observador.

1.4. Localização de Prédios e outras Obras de Engenharia

Localização de uma obra é a operação inversa ao levantamento. O levantamento consiste na obtenção, em campo, das medidas de ângulos e distâncias que permitirão, em escritório, calcular e desenhar a superfície levantada. A localização consiste em tomarmos os dados calculados em escritório, de um determinado projeto de obra, e implantá-lo no terreno. O sucesso da obra dependerá de um correto levantamento, de um projeto bem elaborado e de uma boa localização.

Existem diferentes métodos de localização, os quais variam em função do tipo de edificação. É evidente que há diferenças em se locar um “shopping center” de 450x300 m² de área, de um edifício de vários pavimentos de 30x38 m² de área ou uma habitação térrea de 8x12 m² de área.

No projeto de localização a obra estará referenciada a um ponto conhecido e previamente definido. A partir deste ponto, passa-se a locar no solo a projeção da obra desenhada na planta.

É comum ter-se como referência, para a localização da obra, os seguintes pontos:

- o alinhamento da rua;
- um poste localizado no alinhamento do passeio;
- um ponto deixado pelo topógrafo quando da realização do controle da terraplenagem; ou
- uma lateral do terreno quando este estiver corretamente localizado.

Para ilustrar estes referenciais, imagina-se a necessidade de locar uma casa de área $8 \times 12 \text{ m}^2$, em um terreno de $15 \times 40 \text{ m}^2$ de área. O projeto de locação deverá indicar o referencial fixo adotado para a implantação da obra. Este referencial poderá ser o alinhamento do terreno, se este esteja corretamente definido, o alinhamento do passeio, ou um poste como exemplificado na figura 89.

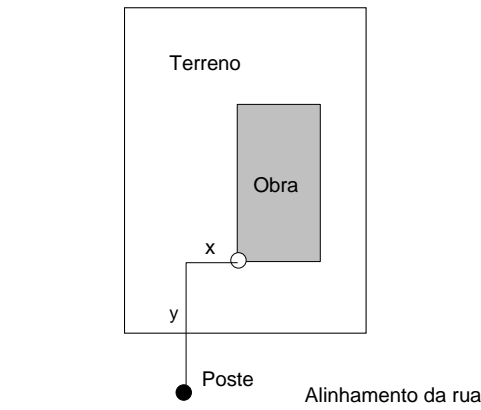


Fig. 89. Ilustração do projeto de implantação utilizando como ponto de referência um poste

1.4.1. Locação de Estacas

Para que os diversos detalhes de um projeto, no caso a construção de um edifício ou de uma casa, sejam locados sobre o terreno, é necessária a locação inicial dos elementos da fundação, tais como as estacas, os tubulões, as sapatas isoladas ou corridas, entre outros. Para efetuarmos isto, devemos, inicialmente, efetuar o estaqueamento da obra; somente após, iremos locar as paredes da mesma.

Os cuidados com a locação dos elementos de fundação de maneira precisa e correta são fundamentais para a qualidade final da obra, pois a execução de todo o restante da obra estará dependendo deste posicionamento, já que este é a referência para a execução da estrutura que passa a ser referência para as alvenarias e estas, por sua vez são referências para os revestimentos. O tempo empreendido para a correta locação dos eixos da obra favorece uma economia geral de tempo e custo.

A demarcação dos pontos que irão definir a obra no terreno é feita a partir do referencial previamente definido, considerando-se três coordenadas, sendo duas planimétricas e uma altimétrica.

Deve-se levar em consideração em uma obra que utilizará o bate-estacas, que o mesmo, por ser uma máquina pesada e que é transportada arrastando-se no terreno, irá destruir qualquer locação prévia das paredes.

A demarcação poderá ser realizada com o auxílio de um teodolito ou nível, ou mesmo com o auxílio de um nível de mangueira, régua, fio de prumo e trena. A definição por uma ou outra técnica dependerá do porte da obra e das condições topográficas do terreno.

O processo topográfico é utilizado principalmente em obras de grande envergadura ou em obras executadas com estruturas pré-fabricadas. Nestes casos qualquer erro poderá comprometer seriamente a obra. Nos casos de obras de pequeno porte é comum o emprego dos procedimentos manuais.

Em qualquer um dos casos a materialização da demarcação da obra exigirá um elemento auxiliar, o qual poderá ser constituído por simples piquete, por cavaletes ou pela tabeira (também denominada tapume, tábua corrida ou gabarito) (Fig. 90).

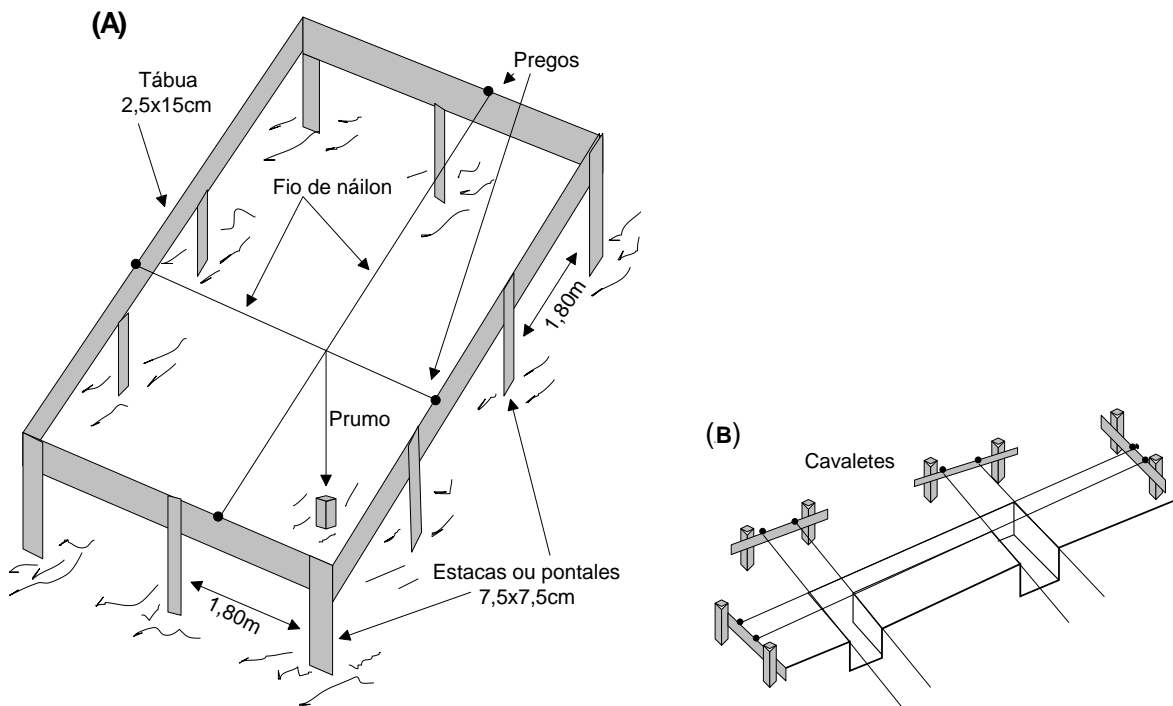


Fig. 90. Ilustração dos elementos auxiliares para a locação de obras.
(A) Gabarito; (B) Cavaletes

O gabarito é montado com o auxílio de estacas de madeira de 7,5x7,5 cm, espaçadas de 1,50 a 1,80 m, nas quais são fixadas as tábuas de 15 ou 20 cm de largura, as quais servirão de suporte para as linhas que definirão os elementos demarcados.

O gabarito, devidamente nivelado, é colocado ao redor da obra a ser locada, a aproximadamente 1,20 ou 1,50 do local da construção e com uma altura superior ao nível do baldrame, variando de 0,40 a 1,50 m acima do nível do solo.

O gabarito pode ser utilizado em terrenos acidentados ou com desnível acentuado. Nestes casos, este deverá ser construído em patamares, conforme figura 91.

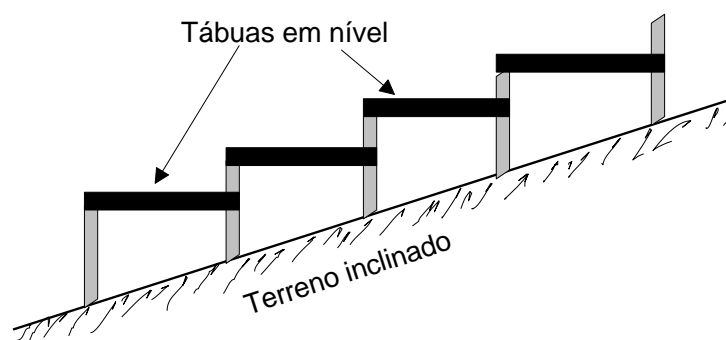


Fig. 91. Ilustração de gabarito em terreno inclinado.

Para a locação das estacas, que permitirão a locação dos detalhes da obra, convém elaborar uma planta destes detalhes como o apresentado na figura 92.

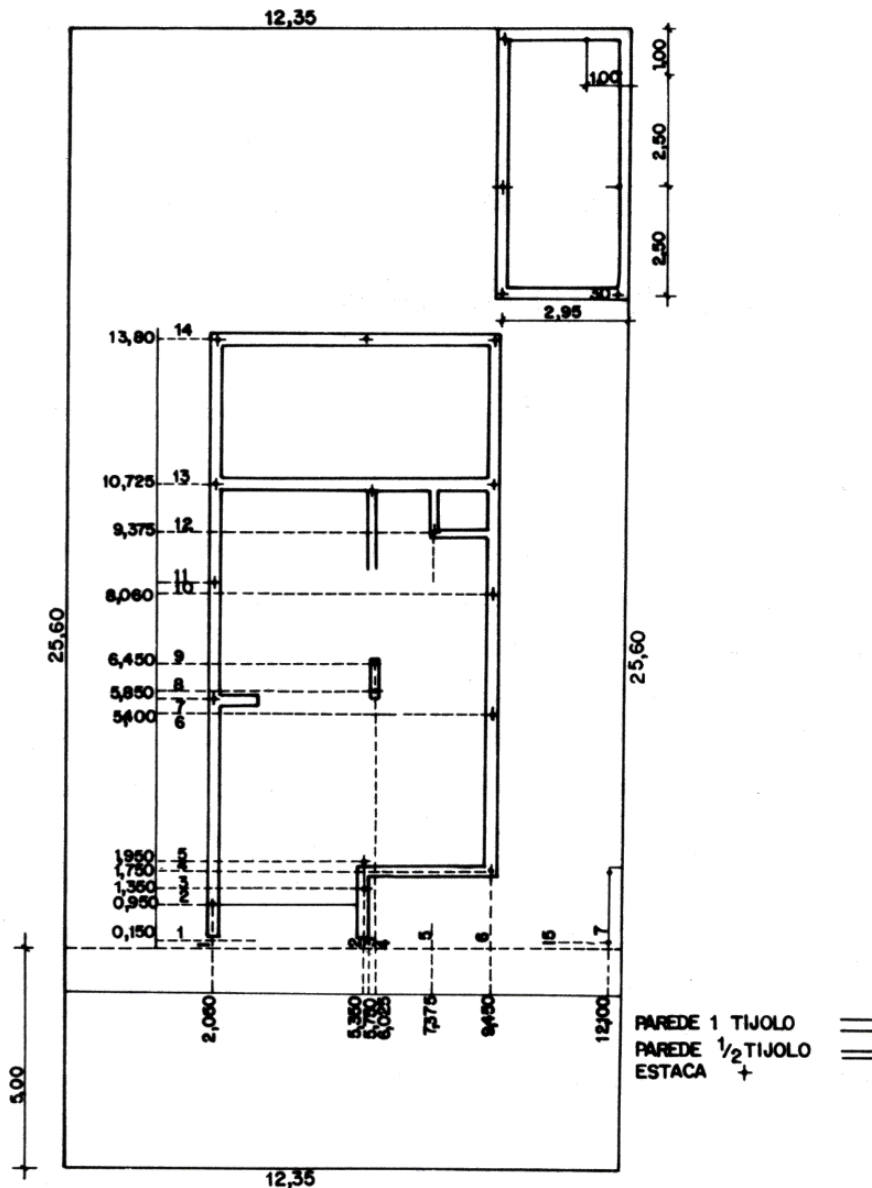


Fig. 92. Planta de detalhe para a locação das estacas (modificada de Borges,1992)

Deve-se estabelecer um ponto de origem para os eixos de coordenadas ortogonais e a partir deste ponto, as distâncias marcadas serão acumulativas.

Nos projetos que exigem estrutura de concreto, caberá ao escritório de cálculo o fornecimento da planta de locação das estacas. No local, será construída uma armação de madeira em torno de toda a área da construção, formando assim um retângulo. Esta armação deverá estar dentro do esquadro e nivelada. A figura 93 mostra a locação de um pilar em uma obra de engenharia.

A armação de madeira que circundará a área a ser construída deverá estar afastada desta de 1,50 m, permitindo assim a passagem dos obreiros e a construção de futuros andaimes. Para a locação da armação de madeira em volta da obra, serão cravadas no solo estacas de madeira de 3 x 3 polegadas (Fig. 94).

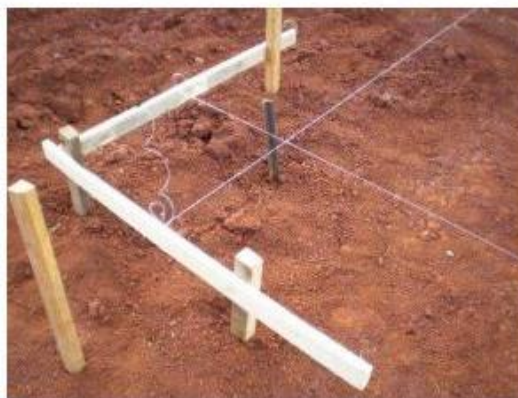


Fig. 93. Processo de locação de um pilar de uma obra.

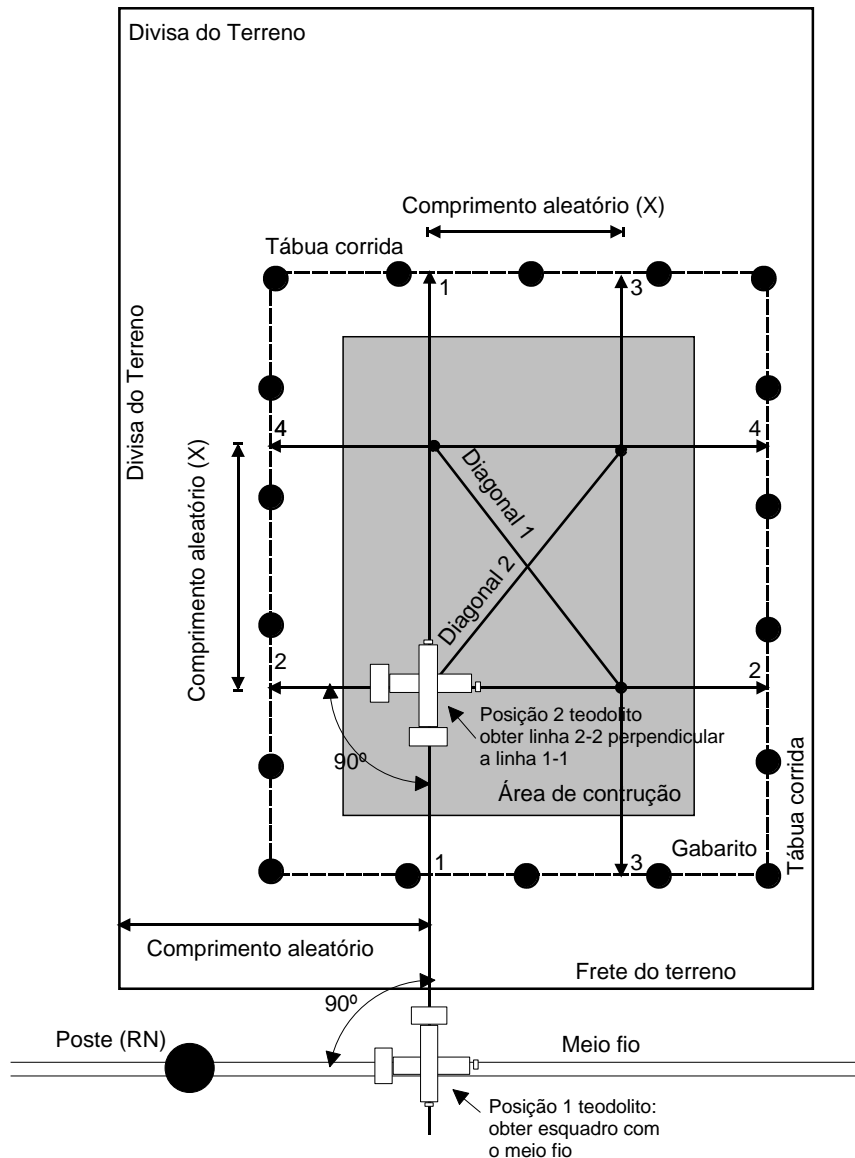
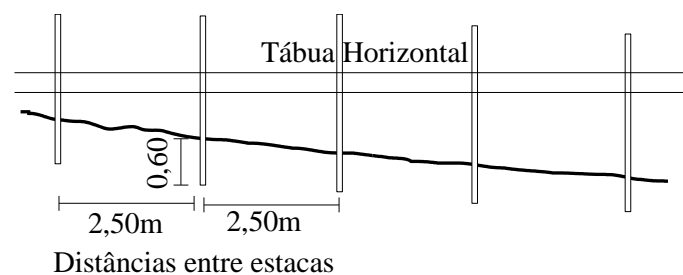


Fig. 95. Ilustração da locação aleatória dos eixos

As estacas deverão ser cravadas no solo cerca de 0,60 m para sua melhor fixação e espaçadas de 2,50 m, para que os vãos das tábuas das passarelas dos futuros andaimes tenham resistência (Fig. 96)



Distâncias entre estacas
Fig. 96. Estaqueamento

Sobre o sarrafo serão medidas e demarcadas as diversas distâncias apresentadas na planta. Estes pontos serão fixados por intermédio de pregos em ambos os lados do retângulo. Isto acarreta que uma estaca necessita de quatro pontos demarcados sobre o sarrafo de madeira para que o mesmo seja localizado sobre o terreno (Fig. 97)

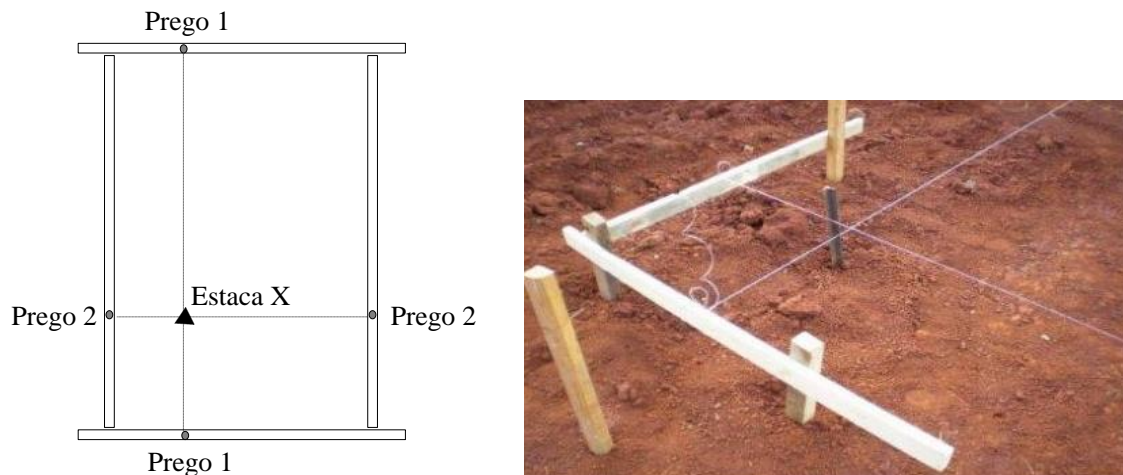


Fig. 97. Localização de estaca através do retângulo de madeira formado em torno da obra

A estaca X da figura 97 tem seu local determinado pela interseção das duas linhas esticadas, prego 1 ao prego 1 e prego 2 ao prego 2. Os pregos correspondentes e opostos recebem a mesma denominação para facilitar a identificação na hora de se estabelecer um ponto no terreno. Caso exista diversos pontos a serem locados no mesmo alinhamento, o mesmo par de pregos servirá para todos eles. Ao esticar-se as linhas, o ponto de interseção estará muito acima da superfície do solo; por intermédio de um fio de prumo levamos a vertical até a superfície do solo e nele cravaremos um piquete, este deverá estar pintado de uma cor bem marcante para facilitar sua identificação posterior. Deverá, também, estar totalmente cravado no solo, para que o bate-estacas não o arranque ao passar sobre ele.

Deve-se ainda, transferir a cota do RN para o gabarito. Com esta cota do gabarito pode-se marcar todas as cotas de arrasamento das estacas (Fig. 98).

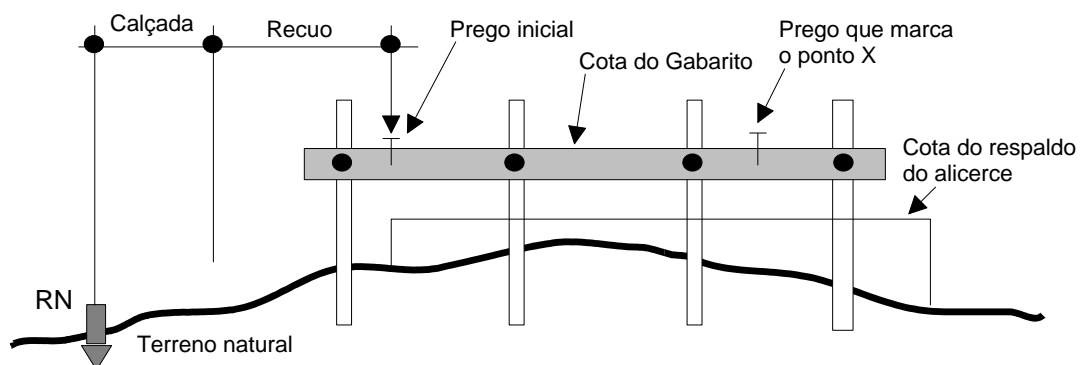


Fig. 98. Ilustração da transferência da cota do RN para a cota do gabarito.

Após a conclusão das locações dos eixos, caberá a colocação dos pregos laterais que irão marcar a largura necessária para a abertura das valas, das vigas e das paredes. A figura 99 mostra um conjunto de pregos que 2 a 2 marcam com 12cm a largura da parede (só tijolo sem revestimento), com 20 cm a largura da viga e com 40cm a largura da vala. É importante também o controle da profundidade da vala, o qual é controlado através de uma galga, nivelada com a cota do gabarito. A figura 100 mostra a utilização do gabarito na locação de uma obra e a figura 101 mostra a locação da vale para a construção dos alicerces da obra.

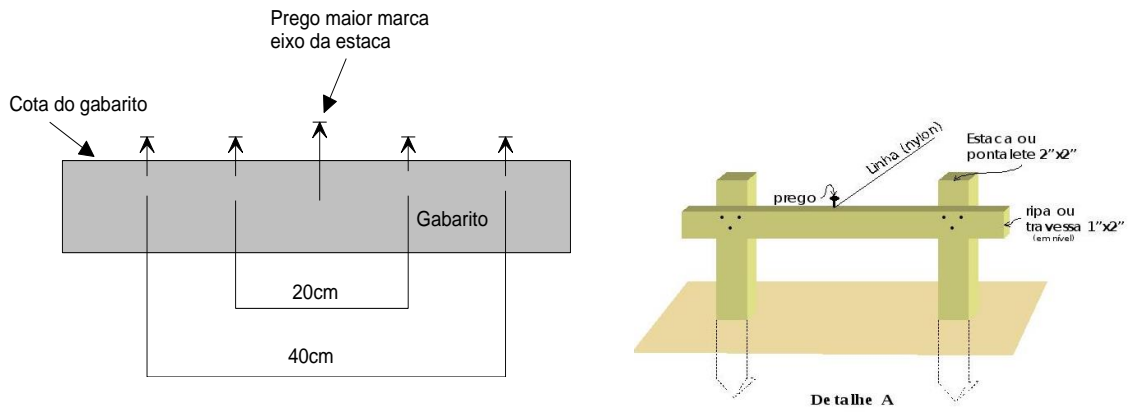


Fig. 99. Ilustração da colocação dos pregos sobre o gabarito

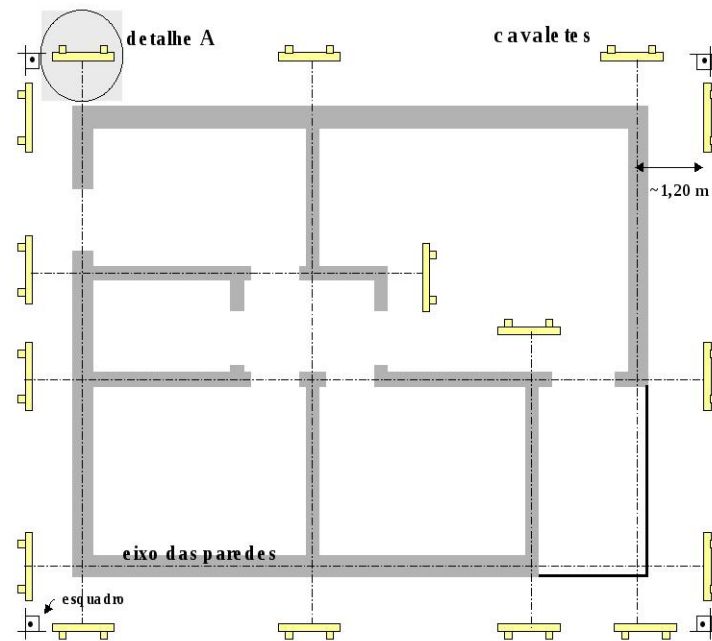


Fig. 100. Ilustração da utilização do gabarito para locação de uma obra



Fig. 101. Locação da vala para a construção dos alicerces

1.4.2. Locação de Paredes

A locação das paredes de uma obra deve ser feita com muito cuidado para que não haja uma desarmonia entre o projeto e a execução.

Ao marcar-se a posição das paredes, deve-se fazê-la pelo eixo, para que se tenha uma distribuição racional das diferenças de espessura das paredes, na planta e na realidade (Fig. 102).

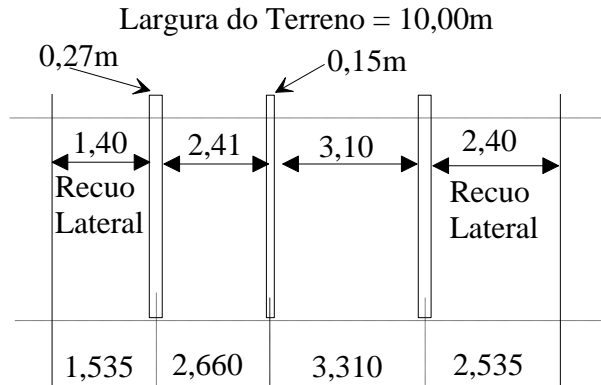


Fig. 102. Locação dos eixos das paredes com distribuição equitativa das obras

A locação das paredes da obra deve ser efetuada pelo processo da tábua corrida onde é demarcada sobre a mesma, com pinos ou pregos, a posição do eixo de cada uma delas como pode ser visto na figura 103.

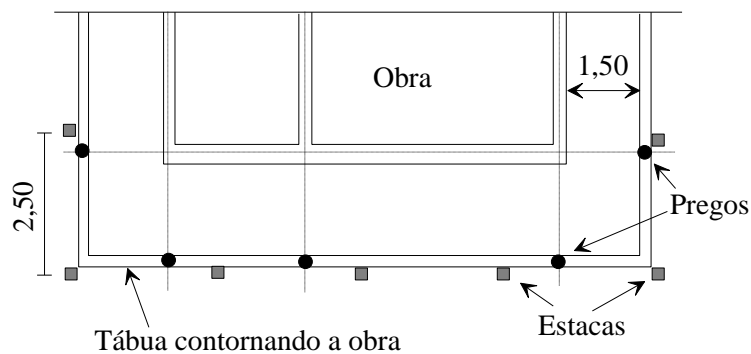


Fig. 102. Locação de um prédio

Seja qual for o método de locação empregado, é de extrema importância que ao final de cada etapa de locação, seja devidamente conferido os eixos demarcados, procurando-se evitar erros nesta fase. A conferência pode ser feita através de equipamentos de topografia ou mesmo de maneira simples, através da verificação do esquadro das linhas que originam cada ponta da locação. Para isso pode-se utilizar o princípio do triângulo retângulo (3,4,5) como ilustra a figura 104.

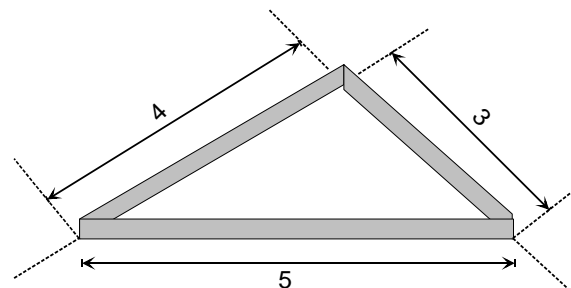


Fig. 104. Ilustração do uso do triângulo retângulo para a conferência do esquadro

Entre linhas ortogonais de uma demarcação

1.5. Exercício Aplicativo

- 1) Na elaboração de um projeto de locação de um túnel que apresenta um eixo de 4.101,430m entre o ponto inicial A ($N_A=3.276.478,553$ m e $E_A=674.318,122$ m) e o ponto final B ($N_B=3.279.874,318$ m e $E_B=677.618,233$ m) e cujas cotas do ponto inicial A=124,327 m e do ponto final B=177,413 m. Pede-se para calcular a declividade do eixo do túnel e seu Azimute de Quadrícula.
- 2) Ao efetuar-se a abertura de um túnel cujas coordenadas do eixo do mesmo são: $N_a=7.316.475,380$ m; $E_a=377.402,210$ m; $N_b=7.318.712,290$ m; $E_b=383.612,490$ m e cujas cotas dos extremos são: Cota de A=784,755 m e a Cota de B=741,312 m, deparou-se com a necessidade de abertura de uma chaminé (M) localizada a uma distância de 3.200,00 m da entrada (A) do túnel. A cota do ponto M onde se localiza a chaminé é de 839,473 m. Necessita-se saber qual será a profundidade que a chaminé deverá ser perfurada para atingir o eixo do túnel?
- 3) O projeto de locação do eixo de uma ponte está caracterizado pelas coordenadas de seu ponto inicial e final respectivamente ($N_a=5.379.317,103$ m; $E_a=575.307,003$ m; $N_b=5.379.622,037$ m; $E_b=575.003,705$ m). Baseado no comprimento do eixo da ponte, está previsto a locação de 4 pilastras de sustentação localizadas, a primeira a 65,043 m do ponto inicial (A) e as outras três (3) a 100 m uma da outra. Pede-se para calcular as respectivas coordenadas UTM das pilastras a serem locadas.

CAPÍTULO X

1 - TERRAPLENAGEM

1.1. Introdução

Neste capítulo, trataremos da terraplenagem para construção de plataformas horizontais ou inclinadas. Para que se possa efetuar a terraplenagem de uma área e obter-se os resultados desejados, devemos conhecer o modelo original do terreno ou, em outras palavras, sua forma plano-altimétrica, antes de iniciarmos os trabalhos.

O método mais apropriado para o levantamento das curvas de nível do terrenos é o do nivelamento por quadriculação. A área a ser terraplenada deve ser locada e em seguida quadriculada. O lado dos quadrados tem seu comprimento estabelecido em função da extensão da área e da sinuosidade do terreno, considerando-se que as cotas a serem obtidas serão as dos vértices dos quadrados.

Os estaqueamentos para a quadriculação deverão ser o mais próximo possível de uma reta para que os resultados a serem obtidos sejam o mais próximo da realidade. Em geral as quadriculas podem apresentar lados com comprimento de 10, 20, 30 ou 50 m. Isto dependerá do relevo do terreno. Para terrenos localizados em áreas urbanas pode-se utilizar quadrados com lados de 5 ou 4 metros. Estabelecido o comprimento a ser adotado, este será padrão para toda a quadriculação.

Em terraplenagem, quatro situações podem ocorrer:

- 1) Estabelecimento de um plano horizontal final sem a imposição de uma cota final pré estabelecida;
- 2) Estabelecimento de um plano horizontal final com a imposição de uma cota pré estabelecida;
- 3) Estabelecimento de um plano inclinado sem a imposição da cota que este plano deverá apresentar;
- 4) Estabelecimento de um plano inclinado impondo uma determinada cota a este, através da escolha da cota de um determinado ponto.

Sabe-se que o custo de uma terraplenagem se compõe basicamente do custo do corte e do transporte. O aterro é uma consequência direta do corte e do transporte, e por tal motivo não entra no custo. Com base nestas informações, podemos dizer que nas situações 1 e 3 a topografia da área determinará uma altura do plano final que apresente volumes iguais de corte e aterro, fazendo com que se corte o mínimo possível e também se reduza o transporte ao mínimo. Caso o projeto determine uma cota para o plano final, restará à topografia sua aplicação e a determinação dos volumes de corte e aterro que serão diferentes.

Para elucidar a metodologia aplicada na terraplenagem, em relação às quatro situações citadas acima, vamos utilizar um mesmo modelo de terreno estaqueado de 20 em 20 metros, em forma de um retângulo com dimensões de 60 m x 80 m, e cujos vértices tiveram suas cotas determinadas por nivelamento geométrico com precisão decimétrica. Este modelo não está de acordo com a realidade prática, pois para uma área destas dimensões o quadriculado deveria

ser no máximo de 10 m e as cotas com precisão de centímetros. Para não alongar os cálculos é que foi escolhido o lado de 20 m e as cotas com precisão de decímetros (Fig. 105).

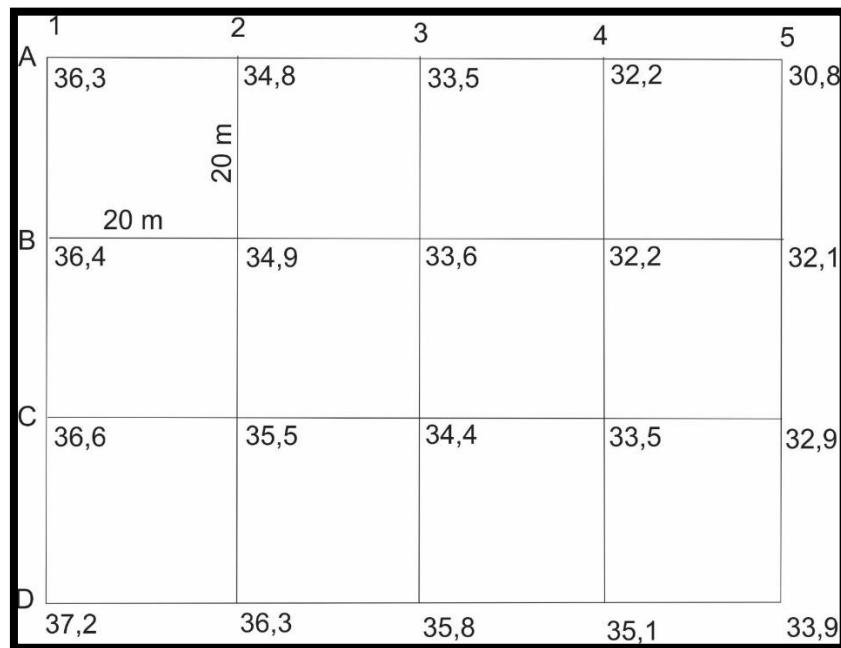


Fig. 105. Planta do terreno cotada

1.2. Exercício Elucidativo das Diversas Situações em Terraplenagem

a) *Exemplo da 1ª situação*: O projeto de terraplenagem solicita um plano horizontal, porém não impõe uma cota final.

Considerando-se o terreno como reto entre dois pontos de cotas conhecidas, podemos considerar a altura média (h_m) de cada quadrícula como a média aritmética das alturas médias de seus quatro vértices. A altura média final de todas as quadrículas será a média ponderada das alturas de todos os vértices com os seus respectivos pesos 1, 2, 3 ou 4, conforme cada altura pertença a 1, 2, 3 ou 4 quadrados, respectivamente. Desta maneira os vértices A₁, A₅, D₅ e D₁, terão peso 1. Os vértices A₂, A₃, A₄, B₁, B₅, C₁, C₅, D₂, D₃, D₄ terão peso 2 e os vértices internos B₂, B₃, B₄, C₂, C₃ e C₄ terão peso 4 (Fig. 105).

Aplicando-se no exemplo dados temos:

1) Cálculo da Cota Final Média

$$Peso1 \rightarrow 36,3 + 30,8 + 33,9 + 37,2 = 138,2$$

$$Peso2 \rightarrow 34,8 + 33,5 + 32,2 + 32,1 + 32,9 + 35,1 + 35,8 + 36,3 + 36,6 + 36,4 = 345,7$$

$$Peso4 \rightarrow 34,9 + 33,6 + 32,3 + 33,5 + 34,4 + 35,5 = 204,2$$

$$Peso1 \rightarrow 138,2 \times 1 = 138,2$$

$$Peso2 \rightarrow 345,7 \times 2 = 691,4$$

$$Peso4 \rightarrow 204,2 \times 4 = 816,8$$

Soma total dos pesos ponderados

$$\Sigma \text{Pesos Ponderados} = 138,2 + 691,4 + 816,8 = 1.646,4$$

Determinação do número de vértices com sua respectiva ponderação

$$Peso1 \rightarrow 4 \times 1 = 4$$

$$Peso2 \rightarrow 10 \times 2 = 20$$

$$Peso4 \rightarrow 6 \times 4 = 24$$

Soma do número de vértices com seu respectivo peso

$$\Sigma Vértices = 4 + 20 + 24 = 48$$

Determinação da cota média final (h_m)

$$h_m = \frac{\Sigma Pesos Ponderados}{\Sigma Vértices} = \frac{1.646,4}{48} = 34,3m$$

2) Cálculo de “x” e “y” correspondentes aos pontos de locação da Curva de Passagem (Fig. 106).

$$x_1 = \frac{DN_{P-3} \times Dh_{2-3}}{DN_{2-3}} = \frac{(34,3 - 33,5) \times 20}{(34,8 - 33,5)} = 12,31m$$

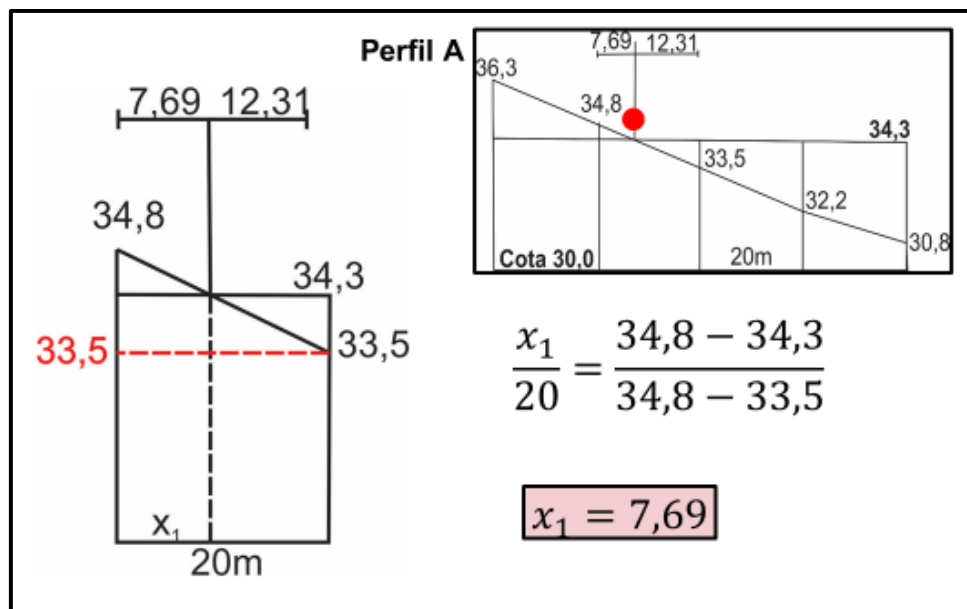


Fig. 106. Interpolação dos pontos da Curva de Passagem

onde DN=Diferença de Nível e Dh=Distância horizontal, seguindo-se o mesmo raciocínio temos:

$$x_2 = \frac{(34,3 - 33,6) \times 20}{(34,9 - 33,6)} = 10,77m$$

$$x_3 = \frac{(34,3 - 33,5) \times 20}{(34,4 - 33,5)} = 17,78m$$

$$x_4 = \frac{(34,3 - 33,9) \times 20}{(35,1 - 33,9)} = 6,67m$$

$$y_1 = \frac{(34,3 - 33,6) \times 20}{(34,4 - 33,6)} = 17,50m$$

$$y_2 = \frac{(34,3 - 33,5) \times 20}{(35,1 - 33,5)} = 10,00m$$

3) Cálculo das áreas das seções

Utilizando-se as fórmulas matemáticas para cálculo de área de trapézios e triângulos temos:

Perfil A (Fig. 107):

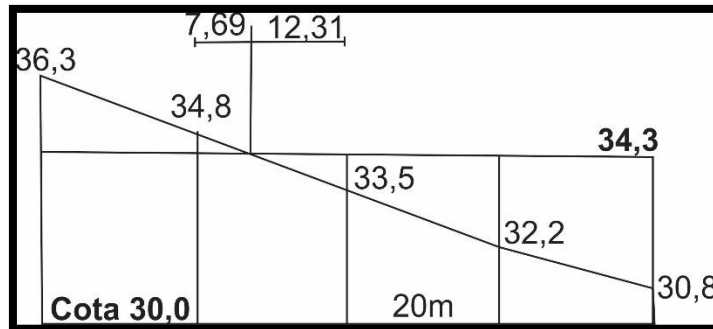


Fig. 107. Perfil A

$$S_C = \left\{ \frac{20 \times [(36,3 - 34,3) + (34,8 - 34,3)]}{2} \right\} + \left[\frac{7,69 \times (34,8 - 34,3)}{2} \right] = 26,9225m^2$$

$$S_A = \left[\frac{12,31 \times (34,3 - 33,5)}{2} \right] + \left\{ \frac{[(34,3 - 32,3) + (34,3 - 33,5)] \times 20}{2} \right\} + \left\{ \frac{[(34,3 - 32,3) + (34,3 - 30,8)] \times 20}{2} \right\} = 89,9240m^2$$

Perfil B (Fig. 108):

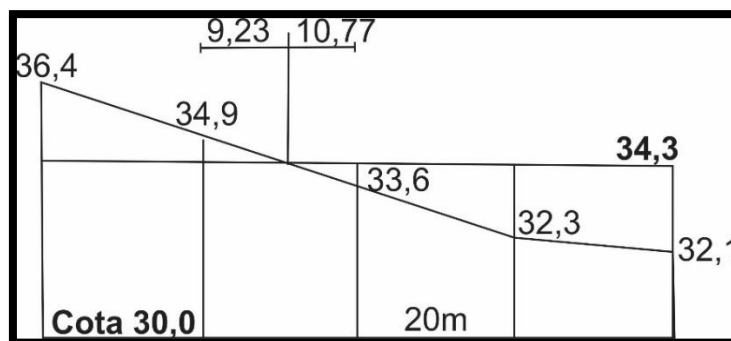


Fig. 108. Perfil B

$$S_C = \left[\frac{9,23 \times (34,9 - 34,3)}{2} \right] + \left\{ \frac{20 \times [(36,4 - 34,3) + (34,9 - 34,3)]}{2} \right\} = 29,7690m^2$$

$$S_A = \left[\frac{10,77 \times (34,3 - 33,6)}{2} \right] + \left\{ \frac{[(34,3 - 32,3) + (34,3 - 33,6)] \times 20}{2} \right\} + \left\{ \frac{[(34,3 - 32,1) + (34,3 - 32,3)] \times 20}{2} \right\} = 72,7700m^2$$

Perfil C (Fig. 109):

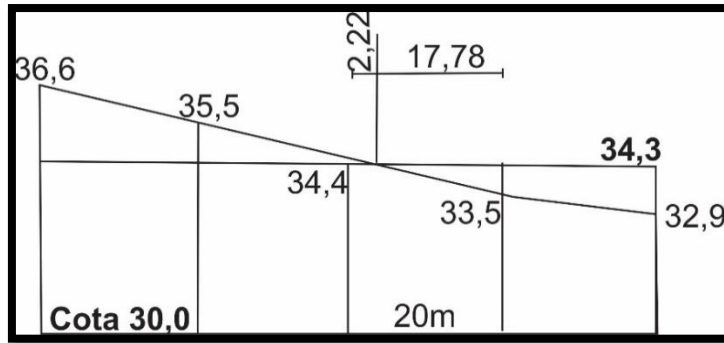


Fig. 109. Perfil C

$$S_c = \left[\frac{2,22 \times (34,4 - 34,3)}{2} \right] + \left\{ \frac{20 \times [(35,5 - 34,3) + (34,4 - 34,3)]}{2} \right\} +$$

$$+ \left\{ \frac{20 \times [(36,6 - 34,3) + (35,5 - 34,3)]}{2} \right\} = 48,1110m^2$$

$$S_A = \left[\frac{17,78 \times (34,3 - 33,5)}{2} \right] + \left\{ \frac{[(34,3 - 32,9) + (34,3 - 33,5)] \times 20}{2} \right\} = 29,1120m^2$$

Perfil D (Fig. 110):

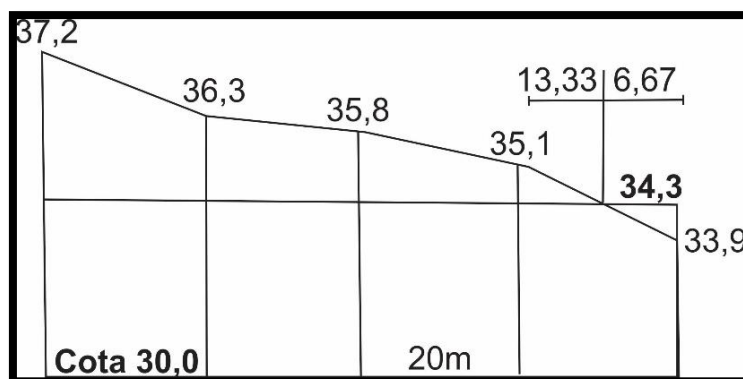


Fig. 110. Perfil D

$$S_c = \left[\frac{13,33 \times (35,1 - 34,3)}{2} \right] + \left\{ \frac{20 \times [(35,8 - 34,3) + (35,1 - 34,3)]}{2} \right\} +$$

$$+ \left\{ \frac{20 \times [(36,3 - 34,3) + (35,8 - 34,3)]}{2} \right\}$$

$$+ \left\{ \frac{20 \times [(37,2 - 34,3) + (36,3 - 34,3)]}{2} \right\} = 112,3320m^2$$

$$S_A = \left[\frac{6,67 \times (34,3 - 33,9)}{2} \right] = 1,3340m^2$$

4) Cálculo do volume de corte e aterro

Aplicando-se a fórmula para o cálculo das áreas extremas, isto é, o volume entre as seções “A e B”, “B e C” e entre “C e D” a qual é obtida a partir da equação proposta por Bezout.

$$V_{Total\ Corte} = \left\{ \frac{20}{2} \times [(26,9225 + 112,3320) + 2(29,7690 + 48,1110)] \right\} = 2950,1450m^3$$

$$V_{Total\ Aterro} = \left\{ \frac{20}{2} \times [(89,9240 + 1,3340) + 2(72,7700 + 29,1120)] \right\} = 2950,2200m^3$$

A pequena diferença entre os dois cálculos é devida ao arredondamento na interpolação das distâncias referentes à curva de passagem. Esta pequena diferença é aceita para os cálculos.

b) *Exemplo da 2ª situação:* O projeto de terraplenagem solicita um plano horizontal com cota final igual a 34,00 m.

Caberá ao topógrafo determinar a cota de cada vértice do terreno tendo por base a cota final preestabelecida pelo projeto, as áreas de corte e aterro de cada seção e os volumes de corte e aterro finais que, naturalmente, não serão iguais.

Cota Final imposta para o terreno após a terraplenagem será de 34,00 m, considerando-se ainda a figura 105.

1) Cálculo de “x” correspondente a distância entre o vértice da quadrícula e a curva de passagem de 34,00 m preestabelecida (Fig. 111).

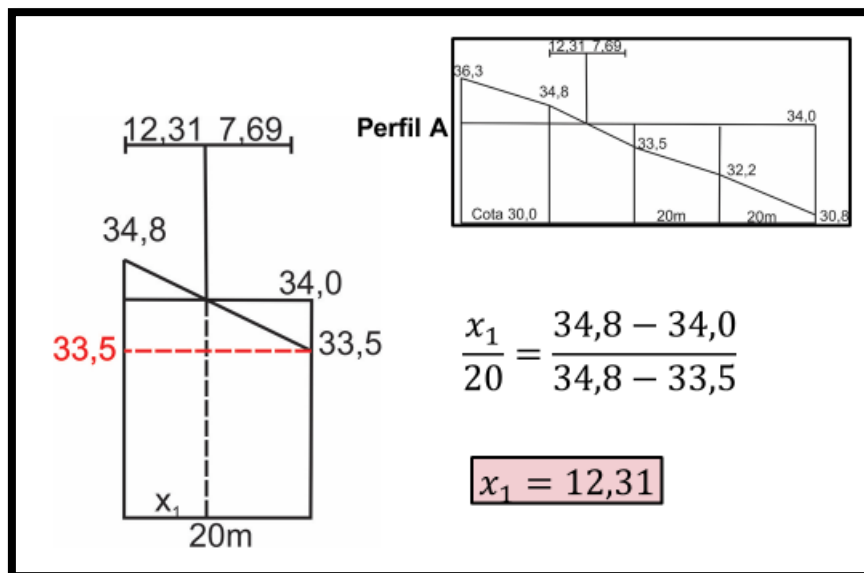


Fig. 111. Interpolação dos pontos da Curva de Passagem

$$x_1 = \frac{(34,8 - 34,0) \times 20}{(34,8 - 33,5)} = 12,31m$$

onde DN=Diferença de Nível e Dh=Distância horizontal, seguindo-se o mesmo raciocínio temos:

$$x_2 = \frac{(34,9 - 34,0) \times 20}{(34,9 - 33,6)} = 13,85m$$

$$x_3 = \frac{(34,4 - 34,0) \times 20}{(34,4 - 33,5)} = 8,89m$$

$$x_4 = \frac{(35,1 - 34,0) \times 20}{(35,1 - 33,9)} = 18,33m$$

2) Cálculo das áreas das seções

Utilizando-se as fórmulas matemáticas para cálculo de área de trapézios e triângulos temos:

Perfil A (Fig. 112)

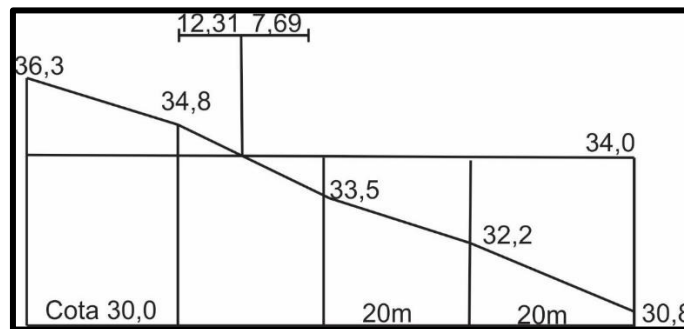


Fig. 112. Perfil A

$$S_c = \left\{ \frac{20 \times [(36,3 - 34,0) + (34,8 - 34,0)]}{2} \right\} + \left[\frac{12,31 \times (34,8 - 34,0)}{2} \right] = 35,9240m^2$$

$$S_A = \left[\frac{7,69 \times (34,0 - 33,5)}{2} \right] + \left\{ \frac{[(34,0 - 32,3) + (34,0 - 33,5)] \times 20}{2} \right\} + \left\{ \frac{[(34,0 - 32,3) + (34,0 - 30,8)] \times 20}{2} \right\} = 72,9225m^2$$

Perfil B (Fig. 113)

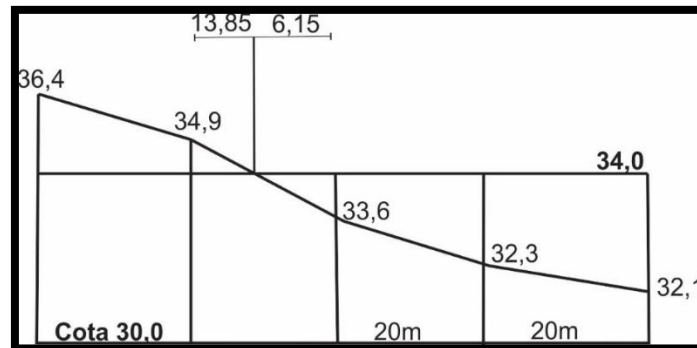


Fig. 113. Perfil B

$$S_c = \left[\frac{13,85 \times (34,9 - 34,0)}{2} \right] + \left\{ \frac{20 \times [(36,4 - 34,0) + (34,9 - 34,0)]}{2} \right\} = 39,2325m^2$$

$$S_A = \left[\frac{16,15 \times (34,0 - 33,6)}{2} \right] + \left\{ \frac{[(34,0 - 32,3) + (34,0 - 33,6)] \times 20}{2} \right\} +$$

$$+ \left\{ \frac{[(34,0 - 32,1) + (34,0 - 32,3)] \times 20}{2} \right\} = 58,200m^2$$

Perfil C (Fig. 114)

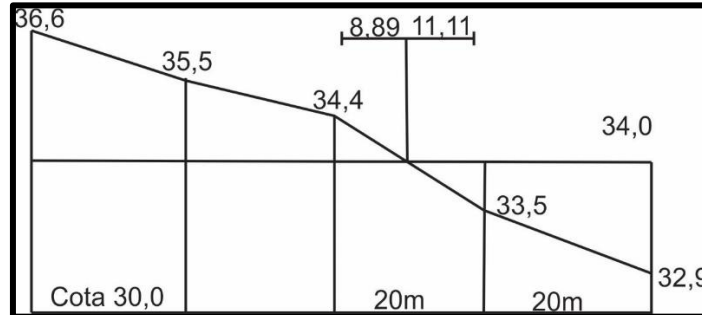


Fig. 114. Perfil C

$$S_C = \left[\frac{8,89 \times (34,4 - 34,0)}{2} \right] + \left\{ \frac{20 \times [(35,5 - 34,0) + (34,4 - 34,0)]}{2} \right\} +$$

$$+ \left\{ \frac{20 \times [(36,6 - 34,0) + (35,5 - 34,0)]}{2} \right\} = 61,7780m^2$$

$$S_A = \left[\frac{11,11 \times (34,0 - 33,5)}{2} \right] + \left\{ \frac{[(34,0 - 32,9) + (34,0 - 33,5)] \times 20}{2} \right\} = 18,7775m^2$$

Perfil D (Fig. 115)

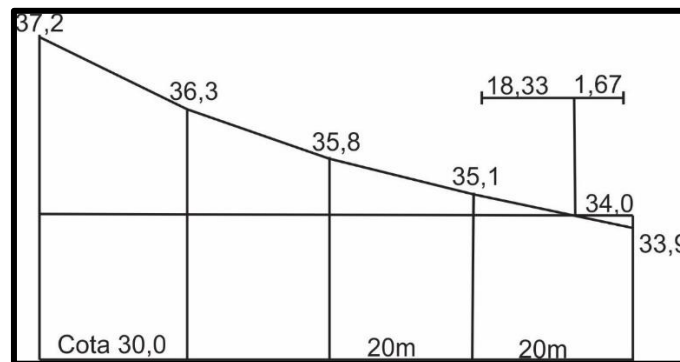


Fig. 115. Perfil D

$$S_C = \left[\frac{18,33 \times (35,1 - 34,0)}{2} \right] + \left\{ \frac{20 \times [(35,8 - 34,0) + (35,1 - 34,0)]}{2} \right\} +$$

$$+ \left\{ \frac{20 \times [(36,3 - 34,0) + (35,8 - 34,0)]}{2} \right\} +$$

$$+ \left\{ \frac{20 \times [(37,2 - 34,0) + (36,3 - 34,0)]}{2} \right\} = 135,0815m^2$$

$$S_A = \left[\frac{1,67 \times (34,0 - 33,9)}{2} \right] = 0,0835m^2$$

3) Cálculo do volume de corte e aterro

Aplicando-se a fórmula para o cálculo das áreas extremas, como no caso anterior temos:

$$V_{Total\ Corte} = \left\{ \frac{20}{2} \times [(35,9240 + 135,0815) + 2(39,2325 + 61,7780)] \right\} = 3730,2650m^3$$

$$V_{Total\ Aterro} = \left\{ \frac{20}{2} \times [(74,9225 + 0,0835) + 2(58,2300 + 18,7775)] \right\} = 2290,2100m^3$$

$$V_{TotaldeCorte} - V_{Total\ Aterro} = 1440,0550m^3$$

c) *Exemplo da 3ª situação: O projeto de terraplenagem solicita um plano inclinado na direção da estaca 1 para a estaca 5, com rampa de -1%, porém não é imposta uma altura determinada para este plano.*

A topografia colocará este plano numa altura tal que os volumes finais de corte e aterro sejam iguais. A maneira de conseguir tal objetivo é manter a altura do plano inclinado no centro de gravidade da área àquele do plano horizontal cuja curva de passagem era de 34,30 m. O centro de gravidade (CG) está localizado na linha 3 entre os pontos B e C (Fig. 116).

1) Cálculo do Centro de Gravidade

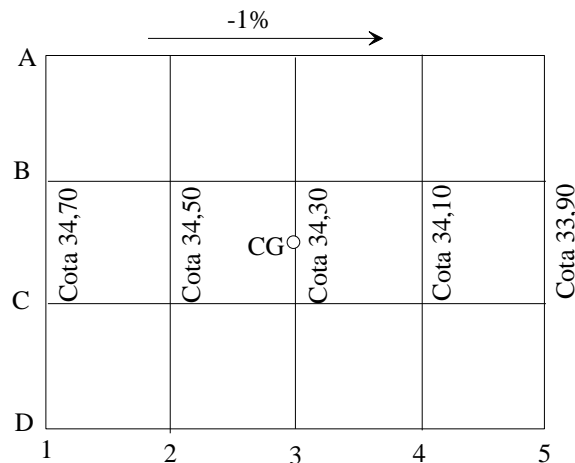


Fig. 116

Sabendo-se que no Centro de Gravidade (CG) a cota do mesmo é de 34,30, estabelecida no projeto e que o plano de declividade é de -1% , do perfil 1 em direção ao perfil 5, determina-se as cotas dos demais perfis por uma simples regra de três.

Cotas dos Perfis:

$$DN = 20 \times \frac{1}{100} = 0,20m$$

$$Cota_{Perfil2} = 34,30 + 0,20 = 34,50m$$

$$Cota_{Perfil1} = 34,50 + 0,20 = 34,70m$$

$$Cota_{Perfil4} = 34,30 - 0,20 = 34,10m$$

$$Cota_{Perfil5} = 34,10 - 0,20 = 33,90m$$

- 2) Cálculo de “x” correspondente à distância entre o vértice da quadrícula e a curva de passagem da cota correspondente a cada perfil (Figs. 105 e 117). Cálculo em relação aos perfis A, B, C e D.

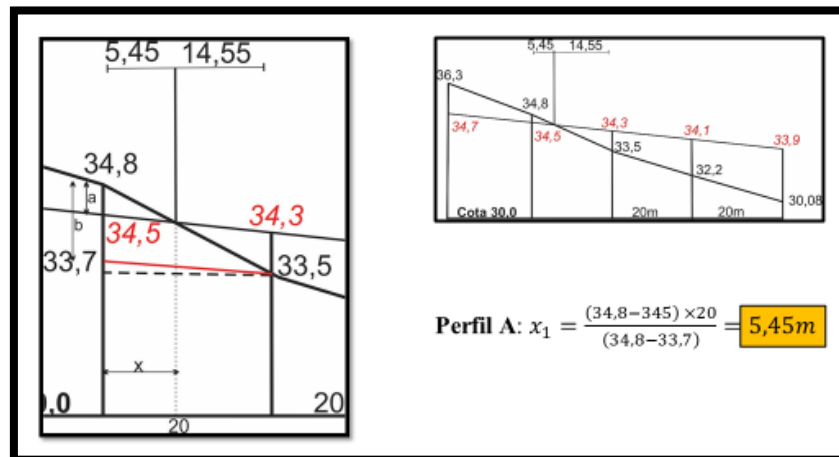


Fig. 117. Interpolação dos pontos da Curva de Passagem

$$\text{Perfil A: } x_1 = \frac{(34,8 - 34,5) \times 20}{(34,8 - 33,7)} = 5,45m$$

Não devemos esquecer de considerar a declividade do plano para o cálculo de “x”. A cota de 34,6 corresponde ao ponto de cota 34,8 menos 1% da declividade do plano.

$$\text{Perfil B: } x_2 = \frac{(34,9 - 34,5) \times 20}{(34,9 - 33,8)} = 7,27m$$

$$\text{Perfil C: } x_3 = \frac{(34,4 - 34,3) \times 20}{(34,4 - 33,7)} = 2,86m$$

- 3) Cálculo das áreas das seções

Utilizando-se as fórmulas matemáticas para cálculo de área de trapézios e triângulos temos:

Perfil A (Fig. 118)

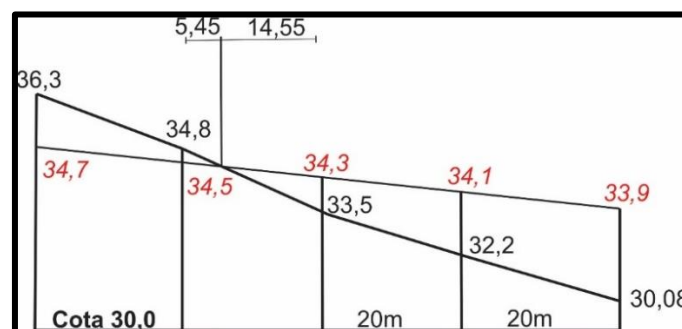


Fig. 118. Perfil A

$$S_c = \left\{ \frac{20 \times [(36,3 - 34,7) + (34,8 - 34,5)]}{2} \right\} + \left[\frac{5,45 \times (34,8 - 34,5)}{2} \right] = 19,8175m^2$$

$$S_A = \left[\frac{14,55 \times (34,3 - 33,5)}{2} \right] + \left\{ \frac{[(34,1 - 32,3) + (34,3 - 33,5)] \times 20}{2} \right\} + \left\{ \frac{[(34,1 - 32,3) + (33,9 - 30,8)] \times 20}{2} \right\} = 82,8200m^2$$

Perfil B (Fig. 119)

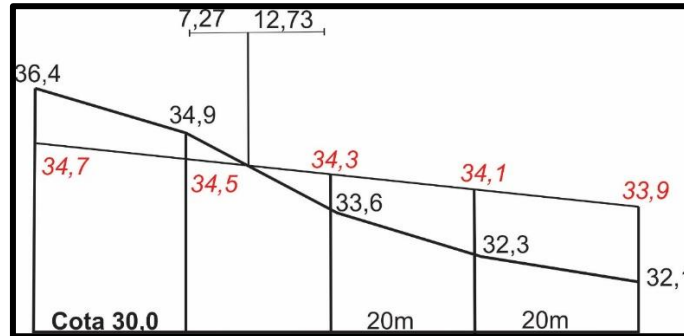


Fig. 119. Perfil B

$$S_C = \left[\frac{7,27 \times (34,9 - 34,5)}{2} \right] + \left\{ \frac{20 \times [(36,4 - 34,7) + (34,9 - 34,5)]}{2} \right\} = 22,4540m^2$$

$$S_A = \left[\frac{12,73 \times (34,3 - 33,6)}{2} \right] + \left\{ \frac{[(34,1 - 32,3) + (34,3 - 33,6)] \times 20}{2} \right\} + \left\{ \frac{[(33,9 - 32,1) + (34,1 - 32,3)] \times 20}{2} \right\} = 65,4550m^2$$

Perfil C (Fig. 120)

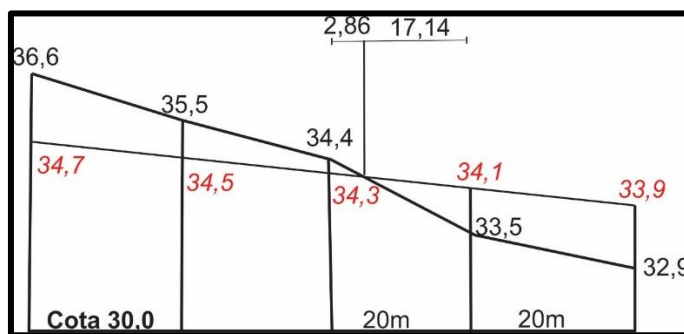


Fig. 120. Perfil C

$$S_C = \left[\frac{2,86 \times (34,4 - 34,3)}{2} \right] + \left\{ \frac{20 \times [(35,5 - 34,5) + (34,4 - 34,3)]}{2} \right\} + \left\{ \frac{20 \times [(36,6 - 34,7) + (35,5 - 34,5)]}{2} \right\} = 40,1430m^2$$

$$S_A = \left[\frac{17,14 \times (34,1 - 33,5)}{2} \right] + \left\{ \frac{[(33,9 - 32,9) + (34,1 - 33,5)] \times 20}{2} \right\} = 21,1420m^2$$

Perfil D (Fig. 121)

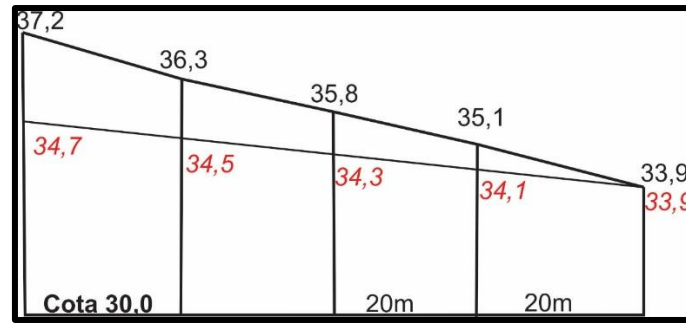


Fig. 121. Perfil D

$$S_c = \left[\frac{20 \times (35,1 - 34,1)}{2} \right] + \left\{ \frac{20 \times [(35,8 - 34,3) + (35,1 - 34,1)]}{2} \right\} +$$

$$+ \left\{ \frac{20 \times [(36,3 - 34,5) + (35,8 - 34,3)]}{2} \right\} +$$

$$+ \left\{ \frac{20 \times [(37,2 - 34,7) + (36,3 - 34,5)]}{2} \right\} = 111,0000m^2$$

$$S_A = 0m^2$$

4) Cálculo do volume de corte e aterro

Aplicando-se a fórmula para o cálculo das áreas extremas, como no caso anterior temos:

$$V_{Total\ Corte} = \left\{ \frac{20}{2} \times [(19,8175 + 111,0000) + 2(22,4540 + 40,1430)] \right\} = 2560,1150m^3$$

$$V_{Total\ Aterro} = \left\{ \frac{20}{2} \times [(82,8200 + 0) + 2(65,4550 + 21,1420)] \right\} = 2560,1400m^3$$

Como se esperava, foi obtido volumes iguais de corte e aterro.

d) Exemplo da 4ª situação: O projeto de terraplenagem solicita um plano inclinado na direção da estaca 1 para a estaca 5, com rampa de -1%, e da estaca A para B com uma rampa de +2% e estabelece como cota de 34,00m para a estaca A-5.

1) Cálculo do Centro de Gravidade

Para o cálculo do centro de Gravidade determina-se todos as cotas dos pontos da quadrículas em relação as rampas preestabelecidas.

As novas cotas dos vértices variarão de +0,20 m do Perfil 5 para o Perfil A e de +0,40 do Perfil 5 para o Perfil D a partir da cota estabelecida para a Estaca A-5 (Fig. 122).

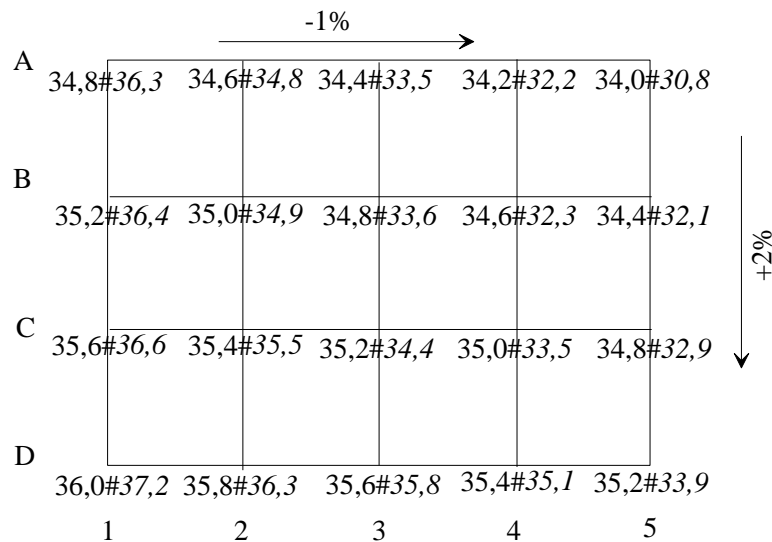


Fig. 122. Terraplanagem com duas declividades

As valores que se encontram em *itálico* (Fig. 122) correspondem às cotas do levantamento do terreno; os que se encontram à esquerda destes são as cotas calculadas em relação às rampas preestabelecidas pelo projeto.

- 2) Cálculo de “x” correspondente a distância entre o vértice da quadrícula e a curva de passagem da cota correspondente a cada perfil (Fig. 123).

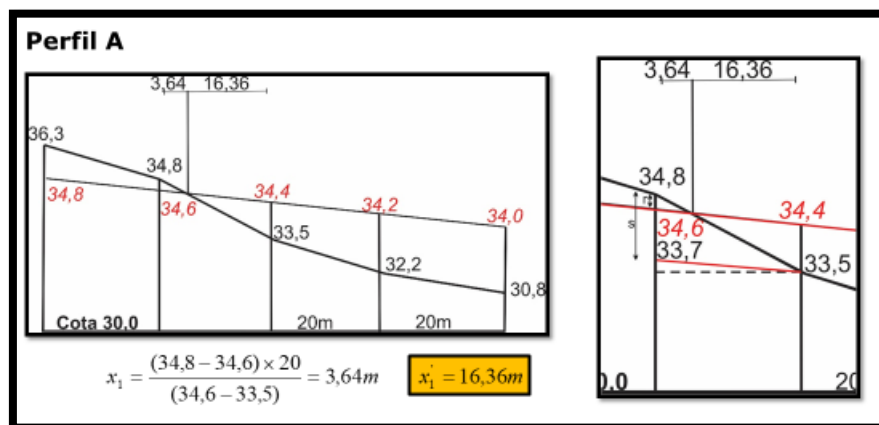


Fig. 123. Interpolação dos pontos da Curva de Passagem

$$x_1 = \frac{(34,8 - 34,6) \times 20}{(34,8 - 33,7)} = 3,64m$$

Não devemos esquecer de considerar a declividade do plano para o cálculo de “x”. A cota de 34,6 corresponde ao ponto de cota 34,8 menos 1% da declividade do plano.

$$x_2 = \frac{(36,4 - 35,2) \times 20}{(36,4 - 35,1)} = 18,46m$$

$$x_3 = \frac{(35,5 - 35,4) \times 20}{(35,5 - 34,6)} = 2,22m$$

$$x_4 = \frac{(35,8 - 35,6) \times 20}{(35,8 - 35,3)} = 8,00m$$

Cálculo das áreas das seções

Utilizando-se as fórmulas matemáticas para cálculo de área de trapézios e triângulos temos:

Perfil A (Fig. 124)

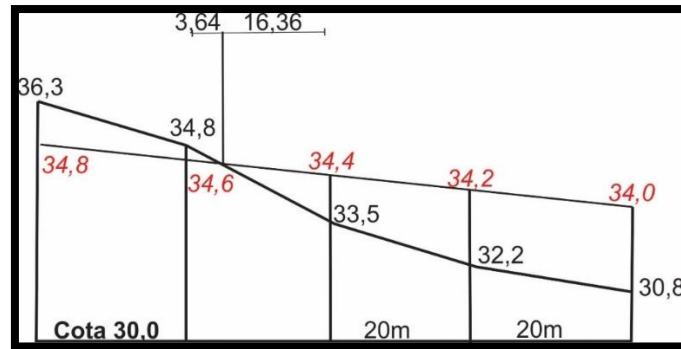


Fig. 124. Perfil A

$$S_C = \left\{ \frac{20 \times [(36,3 - 34,8) + (34,8 - 34,6)]}{2} \right\} + \left[\frac{3,64 \times (34,8 - 34,6)}{2} \right] = 17,3640m^2$$

$$S_A = \left[\frac{16,36 \times (34,4 - 33,5)}{2} \right] + \left\{ \frac{[(34,2 - 32,2) + (34,4 - 33,5)] \times 20}{2} \right\} + \left\{ \frac{[(34,2 - 32,2) + (34,0 - 30,8)] \times 20}{2} \right\} = 88,3620m^2$$

Perfil B (Fig. 125)

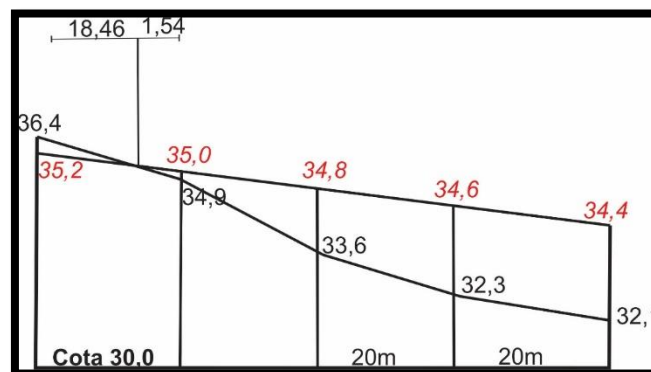


Fig. 125. Perfil B

$$S_C = \left[\frac{18,46 \times (36,4 - 35,2)}{2} \right] = 11,0760m^2$$

$$S_A = \left[\frac{1,54 \times (35,0 - 34,9)}{2} \right] + \left\{ \frac{[(35,0 - 34,9) + (34,8 - 33,6)] \times 20}{2} \right\} +$$

$$+ \left\{ \frac{[(34,8 - 33,6) + (34,6 - 32,3)] \times 20}{2} \right\} +$$

$$+ \left\{ \frac{[(34,6 - 32,3) + (34,4 - 32,1)] \times 20}{2} \right\} = 94,0770m^2$$

Perfil C (Fig. 126)

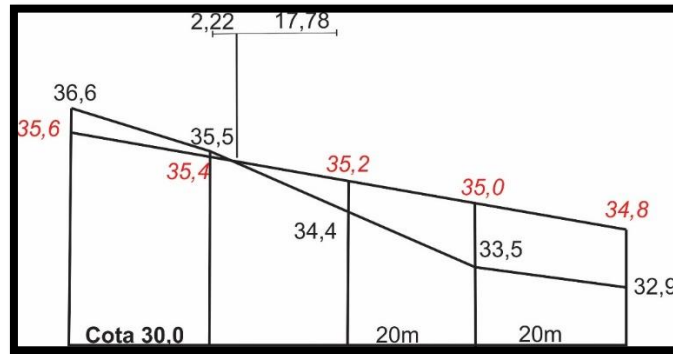


Fig. 126. Perfil C

$$S_C = \left[\frac{2,22 \times (35,5 - 35,4)}{2} \right] + \left\{ \frac{20 \times [(35,5 - 35,4) + (36,6 - 35,6)]}{2} \right\} = 11,1110m^2$$

$$S_A = \left[\frac{17,78 \times (35,2 - 34,4)}{2} \right] + \left\{ \frac{[(35,0 - 33,5) + (35,2 - 34,4)] \times 20}{2} \right\} +$$

$$+ \left\{ \frac{[(35,0 - 33,5) + (34,8 - 32,9)] \times 20}{2} \right\} = 64,1120m^2$$

Perfil D (Fig. 127)

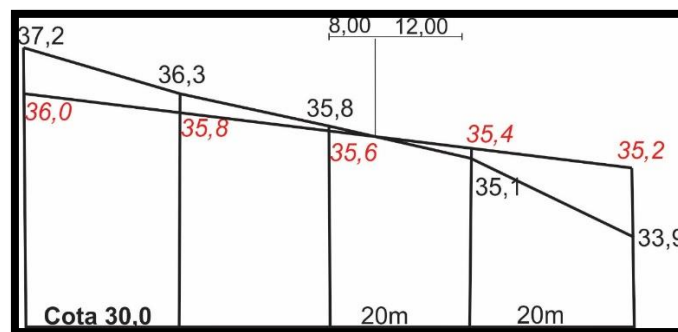


Fig. 127. Perfil D

$$S_C = \left[\frac{8,00 \times (35,8 - 35,6)}{2} \right] + \left\{ \frac{20 \times [(35,8 - 35,6) + (36,3 - 35,8)]}{2} \right\} +$$

$$+ \left\{ \frac{20 \times [(37,2 - 36,0) + (36,3 - 35,8)]}{2} \right\} = 24,8000m^2$$

$$S_A = \left[\frac{12,00 \times (35,4 - 35,1)}{2} \right] + \left\{ \frac{[(35,4 - 35,1) + (35,2 - 33,9)] \times 20}{2} \right\} = 17,8000m^2$$

3) Cálculo do volume de corte e aterro

Aplicando-se a fórmula para o cálculo das áreas extremas, como no caso anterior temos:

$$V_{Total\ Corte} = \left\{ \frac{20}{2} \times [(17,3640 + 24,8000) + 2(11,0760 + 11,1110)] \right\} = 865,3800m^3$$

$$V_{Total\ Aterro} = \left\{ \frac{20}{2} \times [(88,3620 + 17,8000) + 2(94,0770 + 64,1120)] \right\} = 4225,4000m^3$$

$$V_{Aterro} - V_{Corte} = 4225,4000 - 865,3800 = 3360,0200m^3$$



Fig. 128. Terraplenagem de uma área



Fig. 129. Terraplenagem da GM em Gravataí

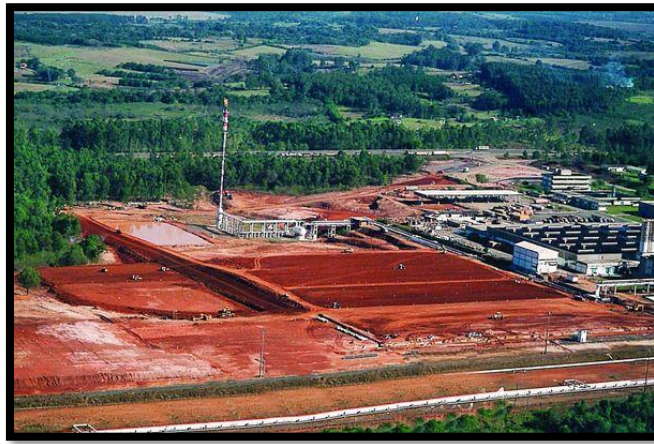


Fig. 130. Terraplenagem Polo Petroquímico - Triunfo



Fig. 131. Terraplenagem em degraus

1.3. Exercícios Aplicativos

- 1) Calcular a cota final para um plano horizontal de um terreno a ser terraplenado, com os dados a seguir apresentados de maneira que sobre 130m³ de terra que serão utilizados em outro aterro. A equidistância entre os pontos nivelados é de 10 em 10 metros.

	1	2	3	4	5
A	64,3	62,9	62,7	63,8	65,0
B	66,3	65,8	65,3	64,4	64,9
C	66,9	66,3	65,7	66,1	66,7
D	70,0	69,7	67,6	67,0	68,3

- 2) Um terreno de 60 x 40 metros foi quadriculado de 20 em 20 metros e nivelado geometricamente, obtendo-se as seguintes cotas:

	1	2	3	4
A	13,9	14,8	15,7	16,5
B	14,7	15,5	16,4	17,3
C	15,4	16,3	17,4	18,2

- Calcular a cota final do plano horizontal que resulte em volumes de corte e aterro iguais;
 - Desenhar a planta e traçar a curva de passagem entre a área de corte e a de aterro;
 - Calcular o volume total de aterro;
 - Calcular o volume total de corte;
 - Qual será a cota final do plano horizontal que fará sobrar 570m^3 de terra.
- 3) Em uma área retangular de 60 x 80 m, em que se deseja efetuar uma terraplenagem, pretende-se que o plano final seja inclinado de -3% na direção do perfil 1 para o perfil 5, de tal maneira que resulte volumes de corte e aterro iguais. Calcular também os volumes de corte e aterro.

	1	2	3	4	5
A	23,5	22,9	22,5	22,3	22,7
B	22,5	21,8	21,4	21,2	21,6
C	21,5	20,9	20,1	19,9	20,5
D	21,1	20,4	19,4	18,9	19,3

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

- ANDERSON, J.M & MIKHAIL, E.M. 1998. *Surveying Theory and Practice*. 7ª Edition. Ed. McGraw-Hill. USA. 1167 p.
- BERALDO, P. & SOARES, S.M. 1995. *GPS – Introdução e Aplicações Práticas*. Ed. E Livraria Luana Ltda. Criciúma-SC. 148 p.
- BORGES, A.C. 1975. *Exercícios de Topografia*. 3ª Edição. Ed. Edgard Blücher Ltda. São Paulo. 192 p.
- BORGES, A.C. 1992. *Topografia Aplicada à Engenharia Civil*. Ed. Edgard Blücher Ltda. São Paulo. Volume 2. 232 p.
- CARRARO, C.C. & CORRÊA, I.C.S. 1985. Método de Cálculo para a Determinação do Azimute Verdadeiro de um Alinhamento por Visada ao Sol. *PESQUISAS*, Instituto de Geociências-UFRGS. 17: 255-268.
- CHILANI, C.D. & WOLF, P.R. 2012. *Elementary Surveying an Introduction to Geomatics*. 13ª Edition. Person, N.J. 958 p.
- CONCEIÇÃO, C.L. & SOUZA, J.L.S. 2000. *Noções Básicas de Coordenadas Geográficas e Cartográficas*. Ed. Metrópole Indústria Gráfica. Porto Alegre. 96 p.
- CORRÊA, I.C.S. 1980. *Curso Especial de Geodésia*. Departamento de Geodésia, Instituto de Geociências-UFRGS. 97 p. (inédito).
- CORRÊA, I.C.S. 2001. Método da Variação das Coordenadas na Determinação de Deslocamentos de Grandes Estruturas. *A MIRA Agrimensura & Cartografia*. Seção Técnica Topografia. Ed e Liv. Luana Ltda. Criciúma-SC. Ano XI, 106: 35-39.
- CORRÊA, I.C.S. 2006. Locação de uma espiral de transição com mudança de estação. *A MIRA Agrimensura & Cartografia*. Seção Técnica Topografia. Ed e Liv. Luana Ltda. Criciúma-SC, 132: 28 - 29.
- DOMINGUES, F.A A 1978. *Estudo da Planta Topográfica*. USP. São Paulo. 71 p.
- DOMINGUES, F.A.A. 1979. *Topografia e Astronomia de Posição para Engenheiros e Arquitetos*. Ed. McGraw-Hill. São Paulo. 406 p.
- DUARTE, P.A. 1994. *Fundamentos de Cartografia*. E. Universidade de Santa Catarina. Florianópolis. 148 p.
- ESPARTEL, L. 1980. *Curso de Topografia*. 7ª Edição. Ed. Globo. Porto Alegre. 655 p.
- GARCIA-TEJERO, F.D. 1997. *Topografia Abreviada*. 12ª Edição. Ed. Mundi-Prensa. Madrid. 390 p.
- GHILANI, C.D. & WOLF, P.R. 2012. *Elementary Surveying. An Itroudction to Geomatics*. 14th Edition. Pearson Ed. USA. 936 p.
- HAERTEL, J.C. 1964. *Geodésia. Fundamentos e Aplicações nos Levantamentos da Engenharia*. Volume 5, Tomo 1, Capítulo II, p. 237-341.

- LEE, S.H. 2002. *Introdução ao Projeto Geométrico de Rodovias*. Ed. da UFSC. Florianópolis-SC. 418 p.
- LOCH, C. & CORDINI, J. 1995. *Topografia Contemporânea; Planimetria*. Ed. da UFSC. Florianópolis-SC. 320 p.
- McCORMAC, J.; SARASUA, W. & DAVIS, W. 2016. *Topografia*. 6ª Ed. LTC, RJ. 414 p. (Tradução Silva, D.C.)
- MENEZES, D.L. 1935. *Abecedário da Teoria dos Erros e do Cálculo das Compensações pelo método dos mínimos quadrados*. Imprensa Nacional. Rio de Janeiro. 188 p.
- PHILIP KISSAM, C.E. 1976. *Topografía para Ingenieros*. Ed. McGraw-Hill. México. 663 p.
- PONTES FILHO, G. 1998. *Estradas de rodagem: projeto geométrico*. Instituto Panamericano de Carreteras Brasil. São Paulo-Brasil. 432 p.
- QUEIROZ, R.C. & COELHO, V. 1995. Transição em clotóide e parábola cúbica em traçados de vias. *A Mira Agrimensura & Cartografia*. Ed e Liv. Luana Ltda. Santa Catarina. Ano V, Edição nº42, p. 12-15.
- RAMOS, D. 1998. *Geodésia na prática – GPS-Geodésia-Topografia*. MDATA Informática Ltda. Araraquara-SP. 170 p.
- ROMERO, C.T. 2000. *Programas Informáticos de Topografía*. Biblioteca Técnica Universitaria. Ediciones Técnicas y Científicas. Bellisco. España. 164 p.
- SANTOS, I. et al. 2001. *Hidrometria Aplicada*. Instituto de Tecnologia para o Desenvolvimento. Curitiba-Pr. 372 p.
- SILVEIRA, L.C. 1984. *Tabelas e Fórmulas para Cálculos Geodésicos no Sistema UTM*. Ed. da UFRGS. Porto Alegre-RS. 135 p.
- SILVEIRA, L.C. 1985. *Determinação do Norte Verdadeiro – Manual Técnico*. Ed. da UFRGS. Porto Alegre-RS. 91 p.
- SILVEIRA, L.C. 1990. Topografia Básica. *A Mira Agrimensura & Cartografia*. Ed e Liv. Luana Ltda. Criciúma-SC. Edição nº1 a 12.
- SILVEIRA, L.C. 1990. *Cálculos Geodésicos no Sistema UTM Aplicados a Topografia*. 2ª edição. Ed. e Livraria Luana. Criciúma-SC. 166 p.
- SILVEIRA, L.C. 1993. Topografia Municipal. *A Mira Agrimensura & Cartografia*. Ed e Liv. Luana Ltda. Criciúma-SC Edição nº25 a 36.
- TULER, M. & SARAIVA, S. 2014. *Fundamentos de Topografia*. Ed. Bookman. 308 p.
- TRUTMANN, O. 1970. *El teodolito y su empleo*. Will Heerbrugg S.A. Suiza. 108 p.
- XEREZ, C. 1947. *Topografia Geral*. Ed. Técnica. Lisboa. Volume II. 363 p.

RESPOSTAS DOS EXERCÍCIOS APLICATIVOS

Capítulo I

Intersecção de retas

Exercício 1: $N_I=6.848.785,182$ m $E_I=673.032,175$ m

Exercício 2: $N_I=6.849.003,958$ m $E_I=673.102,673$ m

Exercício 3: $N_B=6.870.592,121$ m $E_B=507.776,708$ m

$N_M=6.870.338,057$ m $E_M=507.599,910$ m

Exercício 4: $N_M=6.375.743,311$ m $E_M=765.539,519$ m

$DH_{BC}=667,959$ m $DH_{CM}=719,847$ m $DH_{BM}=738,457$ m

$AZ_{BC}=235^\circ56'11,97''$

Solução de Pothenot

Exercício 1: $N_P=43,179$ m $E_P=58,547$ m

Exercício 2: $N_T=8.709,44$ m $E_T=9.748,33$ m

Exercício 3: $N_M=1.653,48$ m $E_M=10.325,21$ m

Solução de Hansen

Exercício 1: $N_P=6.699.706,387$ m $E_P=538.012,551$ m $N_M=6.686.432,583$ m $E_M=532.466,015$ m

Capítulo II

Coordenadas

Exercício 1: $DH_{UTM}=2.995,577$ m $DH_{REAL}=2.994,111$ m $K=1,00048949737$

Exercício 2: $DH_{UTM}=21.206,069$ m $DH_{REAL}=21.213,670$ m $K=0,99964169125$

Convergência

Exercício 1: $CM=-0^\circ57'28,60''$

Exercício 2: $CM=-0^\circ39'31,42''$

Exercício 3: $CM=-0^\circ24'27,99''$ $AZ_{UTM}=233^\circ20'57,99''$

Capítulo III

Medidas de ângulos

Exercício 1: $704,43 \pm 0,117$

Exercício 2: $x_m=110,64$ m $e_1=\pm 0,0507$ $e_m=\pm 0,0179$

Medidas de distância Horizontal

Exercício 1: $PQ=1.611,72$ m

Exercício 2: $PQ=1.532,32$ m

Medidas de distância vertical

Exercício 1: Cota M = 63,258 m

Capítulo IV

Divisão de Terras

Exercício 1: $BM=338,61$ m (sobre o lado BA) $BN=274,12$ m (sobre o lado BC)

Exercício 2: $DE=63,483$ m (sobre o lado AD) $CF=52,903$ m (sobre o lado CD)

Exercício 3: $At=10.578,0173$ m² $X_M=48,952$ m $Y_M=98,631$ m (lado 5-1)

$X_N=166,686$ m $Y_N=77,629$ m (lado 4-3)

Capítulo V

Norte verdadeiro

Exercício 1: $AZ_{RS}=175^\circ26'18,8''$

Exercício 2: $AZ_{PQ}=104^\circ18'45,7''$

Exercício 3: $AZ_{ED}=189^\circ07'00,7''$

Capítulo VI

Curvas horizontal de concordância

Exercício 1: $R=524,175$ m

Exercício 2: $R=500,822$ m $C=697,827$ m $D=2^{\circ}17'17''$ $E=152,158$ m

Exercício 3:

1039+0,98	136°50'	
1040	138°01'19,5''	
1041	139°16'19,5''	
1042	140°31'19,5''	144°12'39''
1043	145°27'39''	
1044	146°42'39''	
1045	147°57'39''	
1045+8,98	148°31'19,5''	152°50'

Cálculo da distância externa de uma curva circular horizontal

Exercício 1: $R=166,25$ m; $PC=1296+17,38$ $PT=1312+4,95$

Curva horizontal de transição

Exercício 1: $TS=447+4,41$ $EC=PC=455+4,41$ $CE=PT=461+0,52$ $ST=469+0,52$

Exercício 2: $L_s=200$ m $T_s=210+12,28$ $EC=PC=220+12,28$ $CE=PT=237+12,28$
 $ST=247+12,28$

Exercício 3: $\theta_s=2^{\circ}51'53,2''$ $X_s=49,987$ $Y_s=0,833$ $p=0,208$ $k=24,997$ $T_s=9+2,712$
 $TS=219+14,588$ $PC=222+4,588$ $PT=235+0,021$ $ST=237+10,021$

Curva vertical simétrica

Exercício 1:

317	126,21
317+10	125,95
318	125,70
318+10	125,57
319	125,44
319+10	125,34
320	125,27
320+10	125,25
321	125,25
321+10	125,23
322	125,40
322+10	125,55
323	125,78
323+10	125,94
324	126,19
324+10	126,47
325	126,78
325+10	127,15
326	127,56

Exercício 2:

52	103,670
53	103,479
54	103,188
55	102,805
56	102,310
56+10	102,027
57	101,720
58	101,035
59	100,238
60	99,349
61	99,360

Exercício 3:	739+10	651,060
	740	651,522
	741	652,344
	742	652,999
	743	653,519
	744	653,870
	745	654,113
	746	654,190
	747	654,120
	748	653,899
	749	653,544
	750	653,022
	751	652,710

Curva vertical assimétrica

Exercício 1:	43	178,22
	43 +10	178,10
	44	177,92
	44+10	177,83
	45	177,76
	45+10	177,73
	46	177,74
	46+10	177,80
	47	177,93
	47+10	178,13
	48	178,42
Exercício 2:	136+10	58,340
	137+10	57,340
	138+10	56,535
	139+10	55,900
	140+10	55,442
	141+10	55,162
	142+10	55,110
	143+10	55,335
	144+10	55,839
	145+10	56,620

Capítulo VII

Medida de vazão

Exercício 1: Bernouille: $Q=18,16$ l/s Francis: $Q=18,63$ l/s

Exercício 2: Bernouille: $Q=13,23$ l/s Francis: $Q=13,48$ l/s

Exercício 3: Bernouille: $Q=11.469,24$ l/s Francis: $Q=10.454,94$ l/s

Método do Molinete

Exercício 1: Vazão total = $14,0212$ m³/s

Capítulo VIII

Deslocamento horizontal de grandes estruturas

Exercício 1 – $DH_{M-1}=56,422$ m; $DH_{N-1}=66,657$ m; $d_{N1}=-0,0111$; $d_{E1}=-0,0136$; Deslocamento real= $0,0175$ m e Az do deslocamento= $230^{\circ}46'46,1''$

Deslocamento vertical de grandes estruturas

Exercício 1 – Deslocamento dos pontos: 2= $+0,002$ cm; 4= $-0,025$ cm; 6= $-0,002$ cm; 8= $-0,003$ cm; 10= $-0,001$ cm; 12= $-0,003$ cm

Capítulo IX

Locação de obras

Exercício 1: Declividade=1,294% $AZ_{AB}=44^{\circ}10'53,6''$

Exercício 2: Prof. Chaminé= 75,774 m

Exercício 3: $Np1_{(65,043)}=5.379.363,219$ m $Ep1_{(65,043)}=575.261,134$ m

$Np2_{(100,00)}=5.379.434,119$ m $Ep2_{(100,00)}=575.190,614$ m

$Np3_{(100,00)}=5.379.505,019$ m $Ep3_{(100,00)}=575.120,094$ m

$Np4_{(100,00)}=5.379.575,919$ m $Ep4_{(100,00)}=575.049,574$ m

Capítulo X

Terraplenagem

Exercício 1: Cota média = 65,812 m Cota Final para sobra de $130 \text{ m}^3=65,704$ m

Exercício 2: a)Cota Final=16,0 m c)Vaterro=946,8 m^3 d)Vcorte=946,8 m^3 e)Cota=15,76 m
~15,8 m

Exercício 3: Cota média=21,1 m $V_c=2045,4 \text{ m}^3$ $V_a=2045,4 \text{ m}^3$

Alfabeto Grego:

Pronúncia	Minúscula	Maiúscula	Pronúncia	Minúscula	Maiúscula
Alfa	α	A	Ni	ν	N
Beta	β	B	Ksi	ξ	Ξ
Gama	γ	Γ	Omicron	\omicron	O
Delta	δ	Δ	Pi	π	Π
Épsilon	ϵ	E	Rho	ρ	P
Dzeta	ζ	Z	Sigma	σ	Σ
Eta	η	H	Tau	τ	T
Teta	θ	Θ	Upsilon	υ	Y
Iota	ι	I	Phi	ϕ	Φ
Capa	κ	K	Khi	χ	X
Lâmbda	λ	Λ	Psi	ψ	Ψ
Mi	μ	M	ômega	ω	Ω

