

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA**

Tiago Santana Tristão

A PERSISTÊNCIA DA INFLAÇÃO NO BRASIL APÓS O PLANO REAL

**Porto Alegre
2010**

Tiago Santana Tristão

A PERSISTÊNCIA DA INFLAÇÃO NO BRASIL APÓS O PLANO REAL

Monografia apresentada ao Curso de Ciências Econômicas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Bacharel em Ciências Econômicas.

Orientador: Ronald Otto Hillbrecht

**Porto Alegre
2010**

Tiago Santana Tristão

A PERSISTÊNCIA DA INFLAÇÃO NO BRASIL APÓS O PLANO REAL

Monografia apresentada ao Curso de Ciências Econômicas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Bacharel em Ciências Econômicas.

Aprovado em: Porto Alegre, _____ de _____ de 2010.

Prof. Dr. Ronald Otto Hillbrecht - orientador
UFRGS

Prof. Dr. Flávio A. Zieglermann
UFRGS

Prof. Dr. Jorge Araújo
UFRGS

Resumo

A inflação é uma das principais variáveis macroeconômicas no contexto da formulação de política monetária. Para os formuladores de política monetária, uma das características mais importantes da inflação é seu grau de persistência. A persistência da inflação reflete o quanto a taxa de inflação de hoje está ligada com o seu passado. O objetivo deste trabalho consiste em estimar o grau de persistência da inflação brasileira para o período pós-Plano Real. Para isso, procedeu-se ao uso de uma modelagem univariada capaz de identificar o grau de persistência através de um processo fracionalmente integrado. Sendo assim, a taxa de inflação brasileira calculada pelo IPCA – Índice de Preços ao Consumidor Amplo, calculada pelo IBGE – é modelada dentro de uma abordagem econométrica conhecida como modelos ARFIMA (Autoregressivos Fracionalmente Integrados de Médias Móveis).

Palavras-chave: Persistência da Inflação, Modelos ARFIMA, Análise de Séries Temporais, Brasil.

Abstract

Inflation is one of the most important macroeconomics variables, in the context of the monetary policy formulation. In the policymakers mind, the most important feature of the inflation is its degree of persistence. The inflation persistence reveals how much the today's inflation rate is linked with the past. The main goal of this paper is to estimate the brazilian's inflation persistence post-Plano Real. For this purpose, it proceeded to use of the univariate modeling able to identify the degree of inflation persistence through a fractionally integrated process. Thus, the brazilian inflation rate mensured by IPCA – Index Price Broad Consumer, mensured by IBGE – is modeled by an econometrics approach called ARFIMA (Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average) models.

Keywords: Inflation Persistence, ARFIMA Models, Time Series Analysis, Brazil.

Lista de Gráficos

Gráfico 1 - Logarítimo do PNB Real.....	16
Gráfico 2 - Logarítimo do índice Dow Jones.....	16
Gráfico 3 – Evolução da taxa de Inflação Brasileira.....	24
Gráfico 4 – Evolução da Inflação Brasileira Pós-Plano Real.....	42
Gráfico 5 – Correlograma da Série IPCA.....	43
Gráfico 6 – Correlograma da Primeira Diferença da Série IPCA.....	45
Gráfico 7 – Observações Vs. Modelo Ajustado.....	49
Gráfico 8 – Resíduos Vs. Tempo.....	50
Gráfico 9 – ACF dos resíduos do modelo.....	51
Gráfico 10 – ACF dos resíduos do modelo ao quadrado.....	52
Gráfico 11 - Previsão 50 meses à frente.....	52

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Características do Processo de Memória Longa.....	33
Tabela 2 - Testes de Raiz Unitária.....	44
Tabela 3 - Expoente de Hurst.....	46
Tabela 4 – Teste GPH.....	47
Tabela 5 – Modelos ARFIMA (p,d,q) para a série do IPCA.....	48
Tabela 6 – Teste de Ljung-Box na série residual.....	50
Tabela 7 –Teste LM para o quadrado dos resíduos.....	52

Sumário

Introdução	8
1 Revisão da Literatura	10
1.1 A Literatura Convencional sobre Persistência em Séries Macroeconômicas ..	10
1.1.1 A Persistência como um Processo de Memória Longa _____	18
1.1.2 As Dinâmicas de Memórias Curtas e Longas de Processos Estacionários. _____	21
1.1.3 A Evolução do Estudo da Persistência Inflacionária Brasileira _____	24
2 Metodologia.....	28
2.1 A Inflação como um Processo Não-Estacionário.....	28
2.2 Testes de Raiz Unitária	29
2.2.1 O Teste de Dickey-Fuller _____	29
2.3 Modelagem de um Processo de Memória Longa	32
2.4 Estimação e Testes para Memória Longa	37
2.4.1 O expoente de Hurst _____	37
2.4.2 Teste GPH _____	38
2.4.3 Teste de Box-Pierce-Ljung _____	39
2.4.4 Estimadores Paramétricos _____	40
3 Apresentação e Análise dos Resultados.....	42
Conclusão	55
Referências	57
Anexo	65

Introdução

A inércia, ou alta persistência, na taxa de inflação pode ser caracterizada como o mecanismo auto-reprodutor das taxas de inflação, ou seja, a inflação apresenta uma persistência de longa duração. Alta persistência é o termo econômico análogo da inércia em física. Nos termos econômicos, uma variável econômica é dita persistente se, tudo mais constante, ela mostra tendência de permanecer no nível onde ela se encontrava em períodos defasados. No caso da inflação, a taxa do nível de preços tende a permanecer constante se nenhuma força econômica for direcionada a essa variável (FUHRER, 2009). Dessa forma, alta persistência inflacionária é entendida como a memória inflacionária, ou seja, a influência da inflação passada na definição da inflação presente.

Para os formuladores de política monetária, uma das características mais relevantes da dinâmica da inflação é seu grau de persistência, haja vista que a política monetária atua no sentido de diminuí-lo. Dado que o Brasil adotou o regime de metas de inflação em 1999 fica clara a necessidade de avaliar o componente persistente da inflação. Sendo assim, é importante ter presente nas considerações atuais de política econômica uma medida precisa da longa memória (persistência) da inflação brasileira, bem como sua resposta a eventuais choques transitórios.

Nesse contexto, a busca por uma modelagem que explique e avalie melhor a componente de persistência da inflação é importante para a tomada de decisões de políticas monetária e fiscal.

O presente trabalho busca estudar a dinâmica inflacionária brasileira pós-Plano Real mensurando o seu grau de persistência através de uma modelagem univariada. Uma das maneiras de se analisar persistência de forma univariada é analisar os diferentes testes de raiz unitária presentes na literatura. Nestes testes o pesquisador estima a ordem de integração d e tal ordem somente pode assumir valores inteiro, ou seja, $I(0)$ se for estacionária, ou $I(1)$, caso contrário. Porém, existe no âmbito do paradigma $I(0) - I(1)$, uma lacuna teórica e instrumental na interpretação da persistência. Conforme Henry e Zaffarony (2003), não existe na literatura uma justificativa teórica consistente que assegure raízes exatamente unitárias em séries macroeconômicas. A dependência de uma série pode se dar no

âmbito fracionário, ou seja, com ordens de integração próximas à unidade. Sendo assim, outra forma de se avaliar a persistência de forma univariada é fazer uso dos modelos ARFIMA (*Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average*), que são uma generalização dos modelos ARIMA (p,d,q) com a vantagem da ordem de integração d poder ser fracionada entre 0 e 1. Além disso, os modelos ARFIMA resolvem o problema amplamente conhecido do baixo poder dos testes usuais de raiz unitária quando a série apresenta longa dependência com reversão à média. Esses modelos também são capazes de modelar conjuntamente as dinâmicas de curto prazo e longo prazo.

Em outras palavras, o objetivo deste trabalho é analisar a persistência da inflação brasileira baseada em uma abordagem univariada através de uma modelagem ARFIMA, buscando estimar o grau de persistência da inflação brasileira.

Este trabalho está organizado de acordo com três capítulos, além desta introdução e da conclusão. No primeiro capítulo, faz-se uma revisão da evolução da literatura sobre persistência em séries macroeconômicas. São abordados também os trabalhos recentes sobre a persistência na taxa de inflação brasileira.

O segundo capítulo possui dois objetivos distintos. Na primeira parte são descritas as implicações da persistência inflacionária como um processo de memória longa assim como são descritas as teorias que tentam explicar por que séries econômicas possuem essa característica. Na segunda parte é apresentado o arcabouço econométrico necessário para a realização dos testes e estimação do modelo, assim como uma descrição completa do modelo ARFIMA.

O terceiro capítulo trata dos resultados dos testes empregados assim como a estimação do modelo. São apresentados testes que buscam validar o modelo ajustado e são feitas algumas considerações sobre os parâmetros estimados.

A parte final apresenta as conclusões principais do trabalho, obtidas sob o conjunto de informações estudadas e sobre os resultados dos testes econométricos aplicados.

1 Revisão da Literatura

1.1 A Literatura Convencional sobre Persistência em Séries Macroeconômicas

A teoria econômica fornece amparo para a hipótese da presença de alta persistência em séries macroeconômicas como inflação, PIB, taxa de juros, entre outras. O conceito de taxa de sacrifício¹ – o número de anos-ponto de elevado desemprego necessários para reduzir a inflação em um ponto percentual – implica que a inflação não converge para média após a presença de choques inflacionários. O próprio conceito de taxa de sacrifício evidencia um esforço econômico na forma de perda de produção em troca da redução do nível geral de preços, embutindo na inflação um componente altamente persistente.

A alta persistência de uma série na abordagem econométrica têm se focado no estudo da não-estacionariedade do processo estocástico em estudo. Se a série apresenta alta persistência ela deve se caracterizar por um processo estocástico não estacionário. A taxa de inflação é tomada como um processo estocástico e a partir desta hipótese, utiliza-se as ferramentas econométricas no tratamento de séries temporais estocásticas buscando caracterizar a série como estacionária ou não estacionária.

Um processo estocástico no domínio do tempo, segundo definição de Reisen (2007), é uma família de variáveis aleatórias indexadas no tempo $\{X_t\}$, onde t pertence a um conjunto de números inteiros T . $\{X_t\}$ é definida como uma série temporal se $t \in T$ representa tempo. Portanto uma série temporal é um registro de observações de algum fenômeno aleatório medido sequencialmente no tempo.

Considerando a taxa de inflação como um processo estocástico no domínio do tempo, analisam-se as propriedades estocásticas deste processo. Uma característica crucial para a análise de um processo estocástico é a estacionariedade do processo.

¹ Muitas pesquisas têm utilizado os dados disponíveis para examinar a curva de Phillips em termos quantitativos. Os resultados desses estudos são, de um modo geral, sintetizados em um número chamado de “taxa de sacrifício”, o percentual do PIB real correspondente a um ano ao qual se deve renunciar para reduzir a inflação em um ponto percentual. Para mais detalhes, ver Mankiw (2006), p. 289

Segundo Reisen (2007), para compreender um processo estacionário, considere um conjunto finito de variáveis aleatórias $\{X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_n}\}$ de um processo estocástico $\{X_t \mid t = 0, \pm 1, \dots\}$ e seja $F_{X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_n}}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ a distribuição de probabilidade conjunta de dimensão n do vetor $\{X_{t_1}, \dots, X_{t_n}\}$; um processo $\{X_t\}$ é dito fortemente estacionário se F for invariante no tempo, isto é, se,

$$F_{X_{t_1}, \dots, X_{t_n}}(x_1, \dots, x_n) = F_{X_{t_1+k}, \dots, X_{t_n+k}}(x_1, \dots, x_n),$$

para qualquer vetor (t_1, \dots, t_n) de números inteiros e qualquer k inteiro.

A definição de um processo fortemente estacionário é muito rigorosa e muito difícil de ser encontrada na prática, portanto é usual trabalhar com uma hipótese mais fraca, ou seja, um conceito menos exigente, que é conhecido como estacionariedade de ordem m .

Um processo estocástico $\{X_t\}$ é dito ser estacionário de ordem m quando, para qualquer conjunto admissível t_1, t_2, \dots, t_n e qualquer k , todos os momentos de até ordem m de $\{X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_n}\}$ existem e são iguais aos correspondentes momentos de ordem m de $\{X_{t_1+k}, X_{t_2+k}, \dots, X_{t_n+k}\}$.

A literatura econométrica sobre estacionariedade das séries econômicas se restringe em avaliar a estacionariedade de ordem 2 dessas séries, também conhecidos como processos estacionários em covariâncias². Assim, um processo $\{X_t\}$ é dito ser estacionário até ordem 2 se,

$$E(X_t) = \mu, \text{ constante independente de } t, \text{ e,}$$

$$E(X_t^2) = \mu_2, \text{ constante independente de } t.$$

Assim, $\text{Var}(X_t) = \mu_2 - \mu^2 = \sigma^2$, é também constante independente de t .

Portanto, $E(X_s X_t)$ depende somente da distância $(t-s)$, para quaisquer valores admissíveis de t e s . Então a covariância e a correlação entre X_s e X_t dependem somente da diferença de tempo $(t-s)$.

² Para mais detalhes sobre processos estocásticos estacionários em covariâncias ver Wei (2006).

Os economistas geralmente aceitam a hipótese de não-estacionariedade da maioria das séries macroeconômicas. Muitos estudos têm sido feitos sobre um grande número de séries temporais macroeconômicas para testar a possível não-estacionariedade de tais séries. Segundo Bevilacqua (2001), estudos relevantes sobre o assunto, formalizados através de ferramentas puramente econométricas, começaram a surgir a partir do trabalho de Nelson e Plosser (1982), no qual eles sugerem que a maioria das variáveis macroeconômicas possui uma estrutura de série temporal de tendência estocástica com raiz unitária. O trabalho desses autores é de enorme importância, pois, os economistas costumavam modelar séries macroeconômicas com tendências determinísticas. Nelson e Plosser (1982) analisaram quatorze séries temporais macroeconômicas referentes à economia americana, abrangendo um período de 1860 a 1970. Entre essas séries foram analisadas o PNB real, PNB nominal, produção industrial, taxa de desemprego, índice de preços ao consumidor (CPI), renda nominal, renda real, entre outras. Este trabalho mostrou evidências de que a tendência da maioria das séries macroeconômicas é não-estacionária com tendência estocástica. Segundo o autor, a não-estacionariedade implica que as séries tenham tendência móvel, não seguindo um valor médio de longo prazo e podendo se afastar do seu estado inicial frente a choques de curto prazo.

Nelson e Plosser (1982) mostraram que as irregularidades presentes nas séries temporais macroeconômicas poderiam ser explicadas pela introdução de choques aleatórios com efeitos persistentes como acontece num processo de raiz unitária. Esses resultados conflitavam com trabalhos econométricos os quais afirmavam que as irregularidades nas séries temporais econômicas eram devidas a choques transitórios.

Nos trabalhos econométricos desenvolvidos antes de Nelson e Plosser (1982), as séries temporais macroeconômicas eram consideradas estacionárias ao longo de uma tendência determinística, eram séries ditas de trajetória estacionária:

$$x_t = \beta t + \alpha + \varepsilon_t,$$

onde β e α são parâmetros, ε_t é iid, t é o tempo e x_t é uma variável aleatória x observada no tempo t . Neste caso os desvios da serie temporal da variável x é

estacionária ao longo da tendência temporal e cada ε_t tem apenas efeitos temporários.

Porém, segundo Nelson e Plosser (1982), as séries temporais macroeconômicas apresentam raiz unitária. No processo de raiz unitária, séries temporais são não estacionárias e seguem um passeio aleatório³ que pode ser descrito como:

$$x_t = \rho x_{t-1} + \varepsilon_t,$$

onde ε_t é iid e $\rho = 1$. Este processo é chamado de raiz unitária porque x_{t-1} é multiplicado por um parâmetro que assume valor igual a um (ou muito próximo de um). Dessa forma $\rho = 1$ é raiz da equação característica

$$(1 - \rho B)x_t = \varepsilon_t.$$

Portanto, cada ε_t tem efeitos persistentes, cada flutuação não será reabsorvida no futuro, pois,

$$x_t = x_{t-1} + \varepsilon_t = x_{t-2} + \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t = \dots = x_0 + \varepsilon_1 + \dots + \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

x_t é perturbado pelo ruído ε do passado e do presente. Se ε é iid e é variável exógena, conclui-se que a variável x_t depende inteiramente de uma variável da qual é puramente aleatória e não se conhece nada a respeito.

A contribuição do trabalho de Nelson e Plosser foi a descoberta da não-estacionariedade nas séries temporais e a ausência de qualquer tendência determinística. Mais do que isso, o trabalho determina choques aleatórios externos como os únicos geradores de irregularidade no comportamento dos sistemas econômicos (BEVILACQUA, 2001). Perron (1989) destaca a importância dos resultados de Nelson e Plosser, argumentando que a mais importante implicação da revolução da raiz unitária, é que sobre esta hipótese choques aleatórios têm efeitos

³ O termo passeio aleatório, ou random walk, é muitas vezes comparado ao caminhar de um bêbado no qual sua posição no tempo t é sua posição no tempo $(t-1)$ mais um passo em uma direção aleatória no tempo t . A literatura distingue dois tipos de processos de passeio aleatório: (1) passeio aleatório sem deslocamento (isto é, não há um termo constante ou intercepto) e (2) passeio aleatório com deslocamento (isto é, existe um termo constante).

permanentes nos sistemas econômicos⁴. As flutuações não são transitórias. Esta implicação, conforme defendida por Nelson e Plosser, tem profundas conseqüências para teoria do ciclo de negócios. Esta hipótese vai contra a visão prevalecente de que os ciclos de negócios são flutuações transitórias em volta de uma tendência mais ou menos estável. Por isso é tão importante assegurar a confiabilidade da hipótese de raiz unitária, ou seja, de alta persistência, como um fato empírico.

Trabalhos como o de Nelson e Plosser (1982), o qual evidencia a presença de raiz unitária em séries macroeconômicas, atraíram um considerável montante de trabalhos tanto na literatura econômica quanto estatística. Dessa forma, conforme Perron (1989), a visão de que a maioria das séries econômicas são caracterizadas por uma não-estacionariedade estocástica ao invés de determinística se tornou prevalecente. O estudo de Nelson e Plosser (1982), o qual encontrou uma estrutura de raiz unitária na maioria das séries macroeconômicas, catalisou um programa de pesquisa crescente tanto em escala empírica quanto teórica (PERRON, 1989).

Apesar das evidências encontradas no trabalho acima citado, muitos trabalhos têm sido publicados após os resultados de Nelson e Plosser e os resultados muitas vezes diferem da evidência apontada pelo autor. Conforme Bevilacqua relata:

Many recent related works have been published after the Nelson and Plosser paper and their results differ mainly for the test function that has been used in the verification of the non-stationarity hypothesis.

Some papers simply confirm that the non-stationarity of economic time series is a recurrent characteristic in many countries. Similarly to Nelson and Plosser, Lee and Siklos (1991) found that macroeconomic time series for Canada are not stationary. Mills (1992) obtained basically the same results for the UK, McDougall (1995) for New Zealand, Rahman and Mustafa (1997) for the Asian countries, Sosa for Argentina (1997), Gallegati (1996), de Haan and Zelhorst (1994) for Italy. (Bevilacqua, 2001, p. 5)

Essas diferenças aparecem, principalmente, devido a diferentes testes estatísticos que tem surgido na literatura sobre análise de séries temporais nos anos recentes.

Apesar da aceitação ampla dos resultados de Nelson e Plosser (1982), dúvidas começaram a surgir quando Rappoport and Reichlin (1986, 1988, 1989)

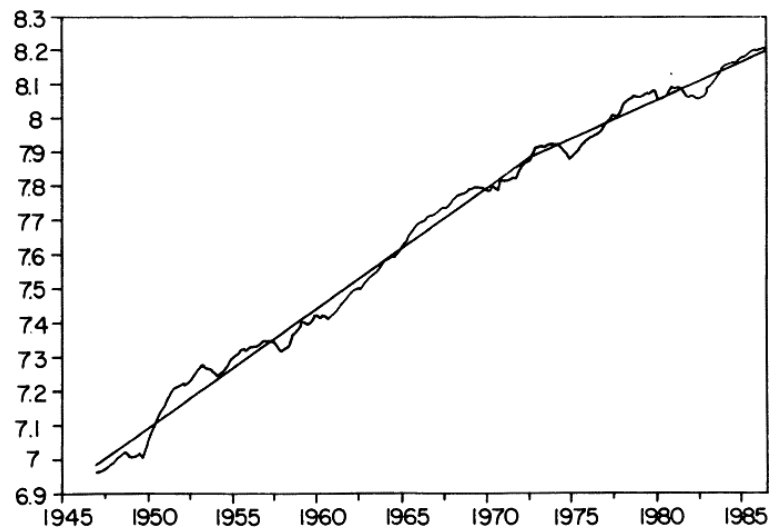
⁴ Esses efeitos permanentes se evidenciam pela presença de raiz unitária na série temporal. Uma série temporal não-estacionária apresentará distúrbios que serão carregados por todos os períodos seguintes, dessa forma, uma série deste tipo terá uma média que varia com o tempo ou uma variância que varia com o tempo, ou ambas. Ver Wei (2006)

apresentaram a hipótese de que deveria existir uma quebra na tendência determinística que não poderia ser identificada pelo teste Dickey-Fuller. O autor mostrou que na presença de uma quebra de tendência determinística o teste de Dickey-Fuller produz resultados espúrios, portanto, torna-se incapaz de rejeitar a hipótese nula – no teste de Dickey-Fuller, a hipótese nula é a hipótese de presença de raiz unitária. O trabalho revelou evidências da existência de quebras na tendência de muitas séries temporais macroeconômicas. A hipótese de caminho aleatório para muitas variáveis macroeconômicas foi rejeitada pelo autor.

Perron (1989) chegou aos mesmos resultados que Rappoport and Reichlin tinha chegado. Ele afirmou que os testes padrões de hipótese de raiz unitária contra hipótese alternativa de tendência estacionária não conseguem rejeitar a hipótese de raiz unitária se o verdadeiro mecanismo de geração dos dados apresenta flutuações estacionárias em volta de uma tendência com pelo menos uma quebra estrutural. Este resultado foi assegurado mesmo assintoticamente. Se admitirmos uma mudança na função de tendência o teste usual de Dickey-Fuller tenderá a aceitar a hipótese nula de presença de raiz unitária. As conclusões de Nelson e Plosser (1982) partem da hipótese de que as séries analisadas não possuem mudanças na função tendência. Sob uma hipótese como esta a Grande Depressão de 1929 é simplesmente um grande *outlier* na sequência de inovações representada pelo termo de erro.

A análise de Perron (1989) parte de uma abordagem conhecida como *intervention analysis* sugerida por Box and Tiao (1975). Segundo essa abordagem, eventos anômalos podem ser separados da função ruído e dessa forma podem ser modelados como mudanças ou intervenções na parte determinística do modelo geral de séries temporais. Usando tal estratégia é possível distinguir entre o que pode e o que não pode ser explicado pelo ruído (BOX and TIAO, 1975). Assume-se que essas intervenções ocorrem em datas conhecidas.

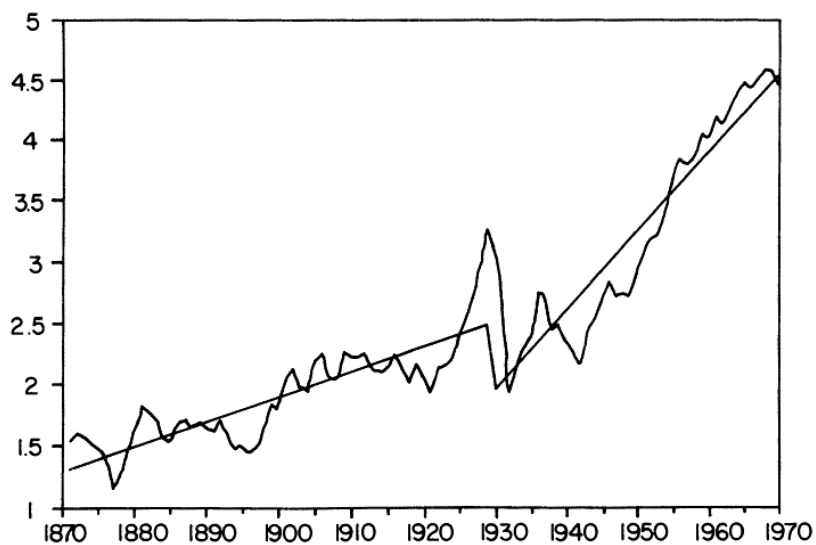
Os exemplos apontados por Perron (1989) são; O logarítimo do PNB real, da economia americana e o logarítimo do índice Dow Jones. Estes exemplos estão ilustrados no Gráfico 1 e Gráfico 2.



Logarithm of "Postwar Quarterly Real GNP."

Gráfico 1 - Logarítimo do PNB Real

FONTE: Perron (1989, pg.1367)



Logarithm of "Common Stock Prices."

Gráfico 2 - Logarítimo do índice Dow Jones

FONTE: Perron (1989, pg.1367)

O autor realizou testes de Dickey-Fuller modificados onde a hipótese alternativa é composta de equações que permitem a série possuir mudanças no intercepto e

mudanças na taxa de crescimento, ou seja, na declividade da tendência, ao invés da hipótese alternativa usual de série com tendência determinística estática.

Perron (1989) conclui que a maioria das séries macroeconômicas não são caracterizadas pela presença de raiz unitária e que as flutuações são transitórias. Apenas dois eventos tiveram efeitos permanentes nas variáveis estudadas: a Grande Depressão de 1929 e o choque no preço do petróleo em 1973. A conclusão de flutuações transitórias continua assegurada mesmo com a presença desses dois efeitos permanentes, pois o trabalho postula que a Grande Depressão de 1929 e o Choque no preço do petróleo foram realizações do mecanismo gerador dos dados, ou seja, são considerados choques exógenos. A exogeneidade no trabalho de Perron (1989) é usada como um dispositivo para remover a influência desses choques da função ruído. Perron (1989) utilizou os mesmos dados utilizados por Nelson e Plosser.

Os trabalhos citados até aqui mostram a importância de uma hipótese de raiz unitária assim como de a de persistência sobre séries temporais macroeconômicas. É de suma importância averiguar a existência de tais hipóteses para o desenvolvimento de teoria econômica. Segundo Baille, Chung e Tieslau (1996), fica claro que os testes usuais de Dickey-Fuller tem baixo poder em distinguir raiz unitária de séries temporais na presença de quebras estruturais.

Além deste resultado, a literatura atual tem apresentado outros empecilhos à utilização dos testes usuais de raiz unitária, tanto o teste Dickey-Fuller quanto o teste Phillips-Perron. Outro problema que estes testes apresentam é que eles têm baixo desempenho para distinguir estacionariedade de processos com longa dependência. A alta persistência evidencia a presença de um mecanismo inercial na série temporal, enquanto que a persistência moderada, ou longa dependência, evidencia uma ligação forte da série com o passado, porém com convergência à média.

É sabido que o número de diferenças necessárias para uma série temporal ser estacionária é conhecido como ordem de integração. Os testes de raiz unitária são capazes de detectar se a série foi suficientemente diferenciada para se tornar estacionária.

Para uma série ser reversível na média, não é necessariamente preciso ser integrada de ordem zero, $I(0)$, mas pode ser integrada em alguma ordem menor que um. Se a ordem de integração está dentro do intervalo $(0,1)$ os testes de raiz unitária

podem conduzir a conclusões erradas (REISEN, FRANCO e BARROS, 2004). Como mostrado por Diebold e Rudebusch (1991), os teste de raiz unitária possuem baixa performance quando as séries são reversíveis na média, mas não são $I(0)$. Por esse motivo tornou-se importante estudar o caso no qual a ordem de integração pode assumir um valor não inteiro. Este tipo de análise é feito através de um processo conhecido como processo fracionado ou modelos de longa dependência. Se a inflação, ou qualquer outra série macroeconômica, é descrita por um processo de integração fracionada então dizemos que a série apresenta persistência.

1.1.1 A Persistência como um Processo de Memória Longa

Séries temporais que apresentam memória longa, ou longa dependência, são séries temporais estacionárias que apresentam uma dependência estatisticamente significativa entre observações muito distantes. Essa dependência é formalizada por assumir que a função de autocorrelação dessas séries decai lentamente, hiperbolicamente, como uma função das defasagens no tempo. Em outras palavras, longa dependência (ou persistência) é caracterizada pela presença, na série, de uma significativa dependência entre as observações mesmo para distantes defasagens (REISEN, 2007).

Existem duas abordagens que se destacam na tentativa de explicar por que as séries econômicas apresentam memória longa. A primeira delas busca no processo de agregação de séries heterogêneas, típico em séries macroeconômicas, e explicação desse fenômeno estatístico. A maioria dos modelos com estrutura adequada a contemplar a memória longa seria baseada em alguma noção de agregação de microprocessos⁵.

A outra abordagem compreende que a geração do padrão de memória longa pode estar associada aos eventos denominados como quebras estruturais e regimes alternantes, que são eventos frequentemente percebidos em variáveis econômicas.

⁵ Microprocesso ou microsérie pode ser definido como o modelo de série temporal que representa uma das variáveis elementares compreendidas na variável agregada. Uma exposição formal e mais extensa está fora do objetivo deste trabalho. Para maiores detalhes ver Granger (1980) e Davidson (2005).

Entende-se que a incidência de quebras estruturais e regimes alternantes em séries temporais produz determinados efeitos sobre suas funções de autocovariância e de densidade espectral que as tornam semelhantemente caracterizadas como processos de memória longa⁶.

As controvérsias acerca da origem da memória longa em variáveis econômicas são extensas e possuem muitas outras vertentes, porém não é a idéia central deste trabalho discuti-las.

Segundo Marques (2007), os modelos de memória longa são superiores à modelagem sobre o paradigma $I(1) - I(0)$, conforme destaca o autor:

Os modelos de memória longa permitiram maior flexibilidade à modelagem dos comportamentos de baixa frequência das séries temporais, com importantes implicações para a quantificação da persistência de choques sobre as variáveis econômicas, proporcionando, portanto melhor avaliação do impacto de políticas econômicas. Pelo aspecto da confrontação, a aplicação dos modelos de integração fracionada em modelos macroeconômicos existentes surge como uma crítica às contradições inerentes aos resultados dicotômicos do antigo paradigma $I(1) - I(0)$.

As vantagens da modelagem econométrica, baseadas nos princípios da memória longa, podem ser resumidas como um aumento da eficiência e da capacidade dos modelos econométricos de servirem como instrumentos de controle de políticas em termos de uma maior sintonia fina entre os efeitos de médio e longo prazo. (Marques, 2007, pg. 32)

Embora muitas séries econômicas sejam não-estacionárias e necessitam de algum tipo de diferenciação, não é necessariamente verdade que tomar a primeira diferença e então usar um modelo ARMA será o melhor remédio. A análise Box-Jenkins assume que se a série é não-estacionária, a d -ésima diferença (para d inteiro) será bem comportada, na medida em que não existam componentes sazonais. Em outras palavras espera-se que $\Delta^d x_t$ ⁷ apresente autocorrelações com decaimento exponencial e dessa forma possa ser bem representada por um modelo ARMA. Mas este não é sempre o caso. Há casos em que a série é estacionária, porém apresenta longa dependência, num caso deste, a atribuição de não-estacionariedade assim como a tomada de diferenciações na série não devem ser feitas.

⁶ Para maiores detalhes da abordagem da geração do padrão de memória longa por quebras estruturais e regimes alternantes, ver Caporale e GilAlana (2003).

⁷ $\Delta^1 x_t = x_t - x_{t-1}$, portanto, $\Delta^d = (1 - B)^d$, onde B é o operador de diferenças.

A partir dos trabalhos de Granger e Joyeux (1980) e Hosking (1981), a característica conhecida como memória longa, ou longa dependência, passa a ser introduzida nas análises econométricas de séries temporais macroeconômicas⁸. O problema que os modelos de memória longa tentam resolver é que algumas vezes a série temporal parece ser um processo estocástico não-estacionário quando na realidade é um processo estacionário que apresenta longa dependência.

O processo ARMA (p,q) é considerado um processo de memória curta uma vez que a função de auto-correlação decresce rapidamente para zero. Na verdade, pode-se descrever tal característica como

$$|\rho_j| \leq Cr^j, j=1,2,\dots,$$

$$\rho_j = \frac{\text{cov}(X_t, X_{t+j})}{\gamma_0} = \frac{\gamma_j}{\gamma_0},$$

$$\gamma_j = \text{cov}(X_t, X_{t+j}) = E[(X_t - \mu)(X_{t+j} - \mu)],$$

onde ρ_j é a função de autocorrelação, γ_j é a função de autocovariância, $C > 0$ e $0 < r < 1$. Essa expressão garante que a função de autocorrelação decai para zero exponencialmente.

Um processo de memória longa é um processo estacionário em que a função de autocorrelação decresce hiperbolicamente para zero, isto é,

$$\rho_j \sim Cj^{-\alpha}, j \rightarrow \infty,$$

Onde $C > 0$ e $0 < \alpha < 1$.

Estudos empíricos, principalmente em Climatologia e Hidrologia⁹, durante a década de 50, revelaram a presença de memória longa, ou longa dependência, em dados de séries temporais e espaciais. Estas séries apresentam persistência nas autocorrelações amostrais, isto é, dependência significativa entre observações

⁸ O trabalho pioneiro de modelagem de séries temporais com memória longa é de Hurst (1951), num trabalho realizado sobre hidrologia, porém este tipo de modelagem focado a séries temporais econômicas aparece pioneiramente em Granger e Joyeux (1980) e Hosking (1981).

⁹ Ver Hurst (1951).

separadas por um longo intervalo de tempo e apresentam o comportamento dado pela equação acima. Outra característica desse tipo de série é que sua função densidade espectral¹⁰ é não limitada na frequência zero, o que equivale a dizer que sua função de autocorrelação não é absolutamente somável. Suponha que X_t tenha autocorrelação ρ_j . Dizemos que X_t possui memória longa se

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j=-n}^n |\rho_j|$$

é não-finita.

Outra característica de séries com memória longa é que as autocorrelações da série original indicam não-estacionariedade, ao passo que a série diferenciada pode parecer ser “super-diferenciada”¹¹ (MORETTIN, 2008).

O desenvolvimento de estudos que se focaram na característica de memória longa das séries temporais teve impacto importante na teoria econômica, pois, alterou a metodologia estatística utilizada pelos economistas para o tratamento de séries econômicas que possuem persistência. Antes dos trabalhos de Granger e Joyeux (1980) e Hosking (1981), os economistas utilizavam o conceito de raiz unitária e os testes estatísticos relativos a este conceito para trabalhar com séries que apresentavam, ou pareciam apresentar, persistência. Com o surgimento de modelos econométricos que abordavam o caráter estacionário e ao mesmo tempo dependente de algumas séries temporais, notou-se que era possível uma série econômica apresentar comportamento estacionário, porém, com reversão à média mais lenta do que normalmente apresentada por uma série estacionária do tipo I(0).

1.1.2 As Dinâmicas de Memórias Curtas e Longas de Processos Estacionários.

Granger e Joyeux (1980) e Hosking (1981) introduziram o modelo ARIMA fracionário (ou ARFIMA), que é uma generalização do modelo ARIMA. Esse tipo de

¹⁰ Usa-se com frequência dois estimadores da função espectral: a função periodograma e a função periodograma suavizado.

¹¹ Super-diferenciação implica que a frequência zero do espectro é zero. Ver Pereira (1991).

modelo dá tratamento estatístico a processos de memória longa. Dizemos que $\{X_t\}$ é um processo auto-regressivo fracionário integrado de médias móveis, ou ARFIMA (p,d,q) , com $d \in (-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$, se $\{X_t\}$ for estacionário e satisfizer a equação

$$\phi(B)(1 - B)^d X_t = \theta(B)a_t,$$

onde, B é o operador de defasagens, $a_t \sim RB(0, \sigma^2)$ e $\phi(B)$ e $\theta(B)$ são polinômios em B de graus p e q , respectivamente.

A razão da escolha dessa família de processos para fins de modelagem de séries com comportamento de memória longa é que o efeito do parâmetro d em observações distantes decai hiperbolicamente conforme a distância aumenta, enquanto os efeitos dos parâmetros ϕ e θ decaem exponencialmente. Então, d deve ser escolhido com o objetivo de explicar a estrutura de correlação de ordens altas da série, enquanto os parâmetros ϕ e θ explicam a estrutura de correlação de ordens baixas.

É interessante notar a capacidade de estacionariedade e de invertibilidade do processo acima descrito. Conforme Hoskin (1981), o processo ARFIMA (p,d,q) é estacionário se e somente se $d < \frac{1}{2}$ e todas as raízes de $\phi(B)$ estiverem fora do círculo unitário; o mesmo processo é invertível se e somente se $d < -\frac{1}{2}$ e todas as raízes de $\theta(B)$ estiverem fora do círculo unitário.

É importante ressaltar a relevância da introdução deste modelo nas análises econométricas de séries temporais. Conforme destacou Wei (2006), um processo ARFIMA contém várias características que, em amostras finitas, são similares àquelas de processos não-estacionários. Por exemplo, a função de auto-correlação de um modelo ARFIMA (p,d,q) decai lentamente, um fenômeno similar ao que acontece com a função de auto-correlação de um processo não-estacionário. Também, ambos, processo ARFIMA e processos não-estacionários possuem função periodograma¹² que diverge na frequência zero. Essas similaridades podem conduzir a erros de especificação. Por exemplo, um modelo estacionário ARFIMA pode ser

¹² A função periodograma é utilizada na análise espectral de processos estocásticos. Procura-se fazer análise espectral dos processos estocásticos quando a intenção é analisar a estacionariedade do processo no domínio da frequência. Para maiores detalhes ver Reisen (2007).

erroneamente especificado como um modelo ARIMA não-estacionário. A consequência desta super-diferenciação tem alguns efeitos indesejáveis na estimação dos parâmetros e na previsão. Em termos de previsão, um processo estacionário converge para o valor da média do processo. Portanto, a previsão de um processo de memória longa deveria convergir para o valor da média do processo, embora essa convergência ocorra a uma taxa mais lenta. Já um modelo erroneamente especificado como não-estacionário irá, portanto, produzir um viés e um erro de previsão com uma variância inflacionada¹³.

Com a introdução do modelo de Granger e Joyeux (1980), tornou-se claro que a estimação pela abordagem Box e Jenkins clássica¹⁴, quando o processo verdadeiro trata-se de um processo estacionário com memória longa, conduzirá a estimativas erradas. Isso ocorre, pois, os processos descritos por essa abordagem são limitados a processos de memória curta (para processos estacionários). Para melhor captar a persistência de séries econômicas é necessário analisar com cuidado suas características, classificando-a como um processo de memória curta ou longa, para evitar a presença de viés e erro nas variâncias.

Como resultado dos estudos apresentados até aqui sabemos que um caso de inércia na inflação corresponde a um processo de passeio aleatório, ou seja, existe uma alta persistência, evidenciando presença de raiz unitária, onde as inovações ou os choques são completamente persistentes, no sentido que um choque de 1% na inflação hoje causa uma mudança de exatamente 1% na previsão da inflação feita pelos agentes. Quando a inflação segue um processo ARIMA (p,d,q), com $d = 1$, ela apresenta alta persistência que pode ser severa ou não, dependendo dos valores dos parâmetros estimados. Porém, quando $0 < d < 1$, a inflação apresenta característica de um processo de memória longa, ou seja, leva muito tempo para os choques desaparecerem, mas os choques desaparecem. Quando $-1/2 < d < 0$, o processo tem memória curta e é antipersistente.

¹³ Para mais detalhes ver Crato e Ray (1996).

¹⁴ Como abordagem Box e Jenkins clássica entende-se a modelagem de processos ARIMA (p,d,q), com diferenciação inteira, ou seja, $d=1,2,\dots$

1.1.3 A Evolução do Estudo da Persistência Inflacionária Brasileira

A inflação brasileira é caracterizada por um histórico de alta elevação dos preços relativos e diversas tentativas de redução dos preços através de planos econômicos que se estenderam do início dos anos 80 até meados dos anos 90. Através do Plano Cruzado (1985), Plano Bresser (1987), Plano Verão (1989), Plano Collor I (1990) e Plano Collor II (1991), tentou-se sem sucesso acabar com a situação hiperinflacionária a qual o país vivia. O Gráfico 3 apresenta a taxa mensal de inflação brasileira de janeiro de 1980 a janeiro de 2010.

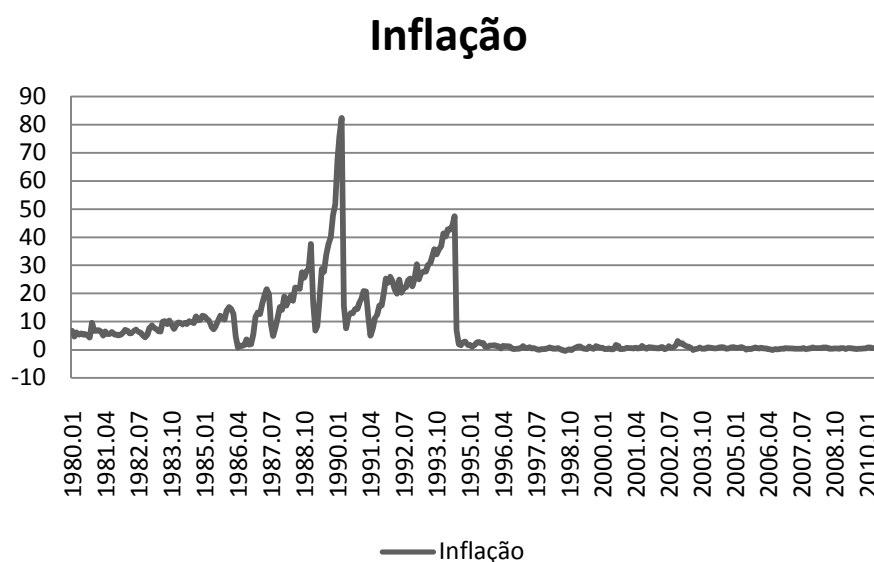


Gráfico 3 – Evolução da taxa de Inflação Brasileira

FONTE: IPEADATA, <http://www.ipeadata.gov.br>

A estabilização do nível corrente de preços só foi alcançada em 1994 com o Plano Real. A partir de julho de 1994 o processo inflacionário brasileiro passa ter um comportamento estável.

A dinâmica inflacionária no Brasil tem sido analisada por muitos autores e através de diversos métodos econométricos. É unânime entre os autores a hipótese de existência de inércia na inflação brasileira para o período anterior ao Plano Real. Simonsen (1988) reconheceu a existência da inércia na inflação brasileira,

argumentando que choques exógenos, como o choque do preço do petróleo em 1974, causaram um aumento substancial nos níveis de preços mantendo os preços nesses níveis até a ocorrência de novos choques. O trabalho de Simonsen evidencia uma inflação altamente persistente com total ausência de reversão à média. Novaes (1993) testou a hipótese de inflação inercial no Brasil utilizando a metodologia clássica econométrica através de uma função de resposta para um modelo ARIMA.

Utilizando testes de Dickey-Fuller e Dickey-Fuller Aumentado, Novaes (1993), concluiu que a inflação brasileira é caracterizada por um processo integrado, ou seja, uma inovação ou um choque tem um efeito permanente sobre a inflação. Os resultados de Novaes (1993) sugeriram que um choque tem um impacto de longo prazo na inflação, porém, o impacto é menor do que sugeriu Simonsen (1988). A análise demonstrou que, em sequência a um choque inflacionário de 1% a previsão da inflação feita pelos agentes resultaria em um aumento permanente de 0,35% em vez de 1% pleno. Em outras palavras, Novaes (1993) estimou o grau de inércia da inflação brasileira em 0,35%.

Cati et alii (1999), realizaram testes para a estacionariedade da inflação brasileira assim como Novaes (1993). Porém, os autores afirmam que os planos econômicos utilizados para frear a inflação são semelhantes a quaisquer outros choques externos que afetam diretamente a taxa de inflação. Nesse sentido, Cati et alii (1999), considera em seu estudo os meses referentes aos planos econômicos como “inliers” alegando que essas observações tendem a viesar os testes usuais de raiz unitária, inclusive o teste de Dickey-Fuller Aumentado. Sendo assim, utilizado técnicas de raiz unitária com controle para inliers, Cati et alii (1999) constataram que a inflação brasileira é caracterizada por um processo predominantemente não-estacionário. Trabalhando com uma primeira diferença da série e usando a função de densidade espectral da série normalizada em zero, Cati et alii (1999) encontraram inércia de 0,97 na inflação brasileira.

Campêlo e Cribari-Neto (2003) analisaram dados mensais de fevereiro de 1944 a fevereiro de 2000. Os autores realizaram um teste de Thompson para presença de raiz unitária e o resultado sugeriu que a inflação brasileira pode ter seguido um processo estacionário (sem a presença de inércia) até o primeiro plano econômico de estabilização, o Plano Cruzado (1985). Para medir o grau da inércia constatada após o Plano Cruzado os autores utilizaram uma medida não-

paramétrica conhecida como “razão de variâncias”. Os resultados sugerem que a inércia da inflação brasileira varia entre 0,1 e 0,2, contrastando com os estudos apontados anteriormente. Campêlo e Cribari-Neto (2003) afirmam que o peso da inflação passada na definição da inflação presente tem sido exagerado nos estudos realizados, conforme os autores destacam:

Durevall (1998:430) found that the degree of inflation inertia in Brazil is 0.41, and noted that “this is much less than obtained from other studies and much less than what is assumed by many theoretical models”. Our results point to inflation inertia levels even lower. That is, we find that inflation inertia is a minor driving force in the inflationary dynamics in Brazil, and that its importance has been overstated since the mid 1980s. A clear example of that was the sudden and large devaluation of the Brazilian currency in early 1999. The inflation rate suddenly rose from 1.2% in January 1999 to 4.4% in the following month. By April 1999 the inflation rate was nearly zero. Such dynamics is consistent with our results. (Campêlo e Cribari-Neto, 2003, pg. 737)

Cribari-Neto e Maia (2006), analisam a dinâmica da inflação brasileira após o Plano Real através de uma classe de modelos auto-regressivos quantílicos, conhecida como modelos QAR, proposta por Koenker e Bassett Jr (1978). Para investigar o comportamento persistente da inflação brasileira, os autores utilizam testes de raiz unitários baseados no enfoque de auto-regressão quantílica. O estudo destaca que:

A vantagem destes métodos é que, em vez de confiar exclusivamente em uma única medida de tendência central, eles permitem a análise de quantis condicionais, permitindo, assim, a análise de toda a distribuição condicional da variável resposta. A motivação para o uso dos modelos QAR reside na caracterização da dinâmica inflacionária em diferentes quantis da distribuição condicional da taxa de inflação, permitindo uma investigação mais abrangente da existência de raiz unitária. (Maia e Cribari-Neto, 2006, p. 154)

Os resultados sugerem que a taxa de inflação do Brasil após a implementação do Plano Real não exibe raiz unitária, indicando que o processo inflacionário não é um processo raiz unitária constante. O trabalho conclui que a dinâmica inflacionária brasileira é globalmente estacionária, mesmo o processo alcançando não-estacionariedade na calda superior da distribuição condicional

(MAIA E CRIBARI-NETO, 2006). Dado o caráter globalmente estacionário da série, todas as inovações possuem efeitos apenas de curto prazo, mas o tempo de dissipação dessas inovações depende do comportamento local da dinâmica inflacionária.

2 Metodologia

2.1 A Inflação como um Processo Não-Estacionário

Muitas séries econômicas são não-estacionárias: exibem médias ou variâncias não-constantes, variando no tempo. No caso de não-estacionariedade na média, o nível médio não-constante pode ser modelado por modelos ARIMA (auto-regressivos, integrados de médias móveis). No caso de não-estacionariedade na variância, certas transformações, como a logarítmica, podem ser aplicadas para estabilizar a variância da série. Outra possibilidade é modelar a variância dentro do modelo estimado, este é o caso dos modelos ARCH (modelos auto-regressivos com heterocedasticidade condicional) e GARCH (ARCH Generalizados)¹⁵. A não-estacionariedade de séries temporais pode ocorrer na média do processo, na variância ou em ambas.

Se uma série apresenta raiz unitária ela é não-estacionária e, portanto, a série apresenta alta persistência, pois a presença de choques faz com que a série mude de nível e não retorne automaticamente para sua média. Se a inflação é caracterizada por um processo não-estacionário então a inflação apresenta persistência e um choque no período t , causará uma mudança no nível geral de preços até que outro choque ocorra em algum período $t+k$ e cause uma nova mudança no nível de preços. A análise da presença de persistência, assim como a avaliação de seu grau, na inflação busca saber se após a ocorrência de choques na economia, que afetam o nível de preços, a inflação tende a voltar para seus níveis anteriores ou se dada presença de alta persistência na inflação, a ocorrência de choques causa uma mudança permanente no nível de preços.

Uma das maneiras de se analisar persistência de forma univariada é fazer uso de testes de raiz unitária. Nesses testes, estima-se a ordem de integração “ d ” da série e tal ordem só pode assumir valores inteiros, sendo $I(0)$, se for estacionária, e $I(1)$, se for não-estacionária.

¹⁵ Pra mais detalhes ver Morettin (2008), pg122.

Neste capítulo é apresentada a abordagem metodológica para avaliar o grau de persistência da inflação brasileira após o plano Real. Os dados utilizados para a análise são os dados do IPCA¹⁶ (Índice de preços ao Consumidor Amplo) abrangendo o período de agosto de 1994 a outubro de 2010. O período de coleta do IPCA estende-se do primeiro ao último dia do mês de referência, e sua população-objetivo abrange as famílias com rendimentos mensais compreendidos entre 1 e 40 salários mínimos. A abrangência geográfica são as regiões metropolitanas de Belém (PA), Fortaleza (CE), Recife (PE), Salvador (BA), Belo Horizonte (MG), Rio de Janeiro (RJ), São Paulo (SP), Curitiba (PR) e Porto Alegre (RS), Brasília (DF) e município de Goiânia (GO). Este índice de preços foi escolhido, pois é o índice usado pelo regime de metas de inflação adotado pelo Brasil em 1° de junho de 1999¹⁷.

Os passos metodológicos para o cumprimento do objetivo deste trabalho seguem a realização dos testes descritos abaixo para a série do IPCA.

2.2 Testes de Raiz Unitária

São testes estatísticos que verificam a estacionariedade de uma série temporal. Estes testes se baseiam em testes de hipóteses.

2.2.1 O Teste de Dickey-Fuller

O procedimento concreto de aplicar um teste de Dickey-Fuller envolve algumas decisões e uma importante hipótese. Temos que pressupor a ausência de correlação dos termos de erro, dizemos que u_t é não-correlacionado. Sabemos que na presença de raiz unitária um processo não-estacionário pode tomar várias formas,

- a) Passeio Aleatório com Deslocamento: Dizemos que X_t é um passeio aleatório com deslocamento de

¹⁶ O IPCA é calculado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE)

¹⁷ O Conselho Monetário Nacional escolheu o IPCA como índice a ser usado no sistema de metas de inflação no dia 30 de junho de 1999.

$$X_t = X_{t-1} + u_t,$$

onde $u_t \sim RB(\mathbf{0}, \sigma^2)$. O valor de X no período t é igual ao seu valor no período $(t-1)$ mais um choque aleatório. O modelo de passeio aleatório sem deslocamento¹⁸ é um processo estocástico não-estacionário, pois, a esperança condicional de X é igual seu valor inicial, que é constante, mas à medida que t aumenta, sua variância aumenta indefinidamente, violando assim, a condição de estacionariedade¹⁹.

- b) Passeio Aleatório com Deslocamento: Podemos modificar a equação acima adicionando um termo constante da seguinte maneira

$$X_t = \delta + X_{t-1} + u_t,$$

onde δ é conhecido como parâmetro de deslocamento. Dessa forma temos, $E(X_t|X_0) = X_0 + t \cdot \delta$ e $var(X_t) = t \cdot \sigma^2$, como pode-se notar, a média e a variância aumentam com o tempo, por isso, o passeio aleatório com deslocamento não é estacionário.

Além disso, processos estocásticos não-estacionários podem ser definidos de acordo com o tipo de tendência nos processos. Essa tendência pode ser determinística ou estocástica. Em termos gerais, se a tendência de uma série temporal for totalmente previsível e não variável, ela é determinística, ao passo que, se não for previsível, é denominada tendência estocástica.

- c) Tendência Determinística: Este tipo de processo estocástico é representado por

$$X_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + \beta_2 t + u_t,$$

¹⁸ Diz-se que o passeio aleatório possui memória infinita dada a característica de persistência dos choques aleatórios (PATTERSON, 2000).

¹⁹ Para mais detalhes ver Wei (2006), pg.72.

onde t é o tempo. É dito ser um *processo estacionário em torno da tendência* *tendência*²⁰. Esse processo é globalmente não-estacionário, mas possui um comportamento estacionário em volta de sua tendência determinística.

Tendo em mente os diversos tipos de processos estocásticos não-estacionários, o teste de Dickey-Fuller é realizado, através do método de Mínimos Quadrados Ordinários, de três maneiras diversas, ou seja, sob três diferentes hipóteses nulas.

Passeio aleatório sem deslocamento $X_t = \delta X_{t-1} + u_t$

Passeio aleatório com deslocamento $X_t = \beta_0 + \delta X_{t-1} + u_t$

Passeio aleatório com deslocamento $X_t = \beta_0 + \beta_1 t + \delta X_{t-1} + u_{t-1}$
em torno de uma tendência determinística

Após a estimação, divide-se o coeficiente estimado, em cada caso, de X_{t-1} pelo seu desvio padrão estimado para calcular a estatística tau (τ). Após, é necessário consultar as tabelas de Dickey-Fuller para comparar o valor calculado com o valor tabelado. Em resumo utiliza-se uma estatística de teste igual a do teste t , porém com distribuição τ ²¹. Testamos se $\delta = 0$. Rejeitar a hipótese nula é aceitar a estacionariedade do processo estocástico.

No caso de u_t apresentar correlação, Dickey e Fuller desenvolveram o teste Dickey-Fuller Aumentado. Este teste é conduzido por meio do “aumento” das três equações precedentes pelo acréscimo dos valores defasados da variável dependente. O teste Dickey-Fuller Aumentado consiste em estimar a seguinte regressão:

²⁰ Ver Gujarati (2006), pg.644.

²¹ Não é possível realizar o teste t de significância usual, pois, sob a hipótese nula de que $\delta = 0$, o valor t do coeficiente estimado de X_{t-1} não segue a distribuição t , nem mesmo em amostras grandes, ou seja, não possui uma distribuição normal assintótica. Dickey e Fuller mostraram que, sob a hipótese nula de que $\delta = 0$, o valor t do coeficiente estimado de X_{t-1} segue a estatística τ (tau). Dickey e Fuller calcularam os valores críticos da estatística tau com base em simulações de Monte Carlo. Uma amostra extensa desses valores críticos está disponível na maioria dos livros de econometria e está disponível na maioria dos pacotes econométricos para computador.

$$\Delta X_t = \beta_0 + \beta_1 + \vartheta X_{t-1} + \sum_{i=1}^m \alpha_i \Delta X_{t-i} + u_t$$

onde $u_t \sim RB(\mathbf{0}, \sigma^2)$ e Δ é o operador de defasagens. O número de termos de diferenças defasados a ser incluído é suficiente para que o termo de erro não apresente correlação serial. Continuamos testando se $\vartheta = \mathbf{0}$, e o teste de Dickey-Fuller Aumentado segue a mesma distribuição assintótica que a estatística de Dickey-Fuller, de modo que podemos usar os mesmos valores críticos.

2.2.2 Teste de Phillips-Perron para raiz unitária

É um teste utilizado em análise de séries temporais para testar a hipótese nula de que a série temporal é integrada de ordem 1. Assim como o teste de Dickey-Fuller Aumentado o teste de Phillips-Perron abordam o caso do que o processo gerador dos dados para X_t podem apresentar autocorrelação de alta ordem. Ao invés de introduzir $\sum_{i=1}^m \alpha_i \Delta X_{t-i}$ como regressor na equação de teste, o teste de Phillips-Perron faz uma correção não-paramétrica no teste t estatístico²².

2.3 Modelagem de um Processo de Memória Longa

Conforme já foi discutido, uma série temporal pode ser estacionária e ao mesmo tempo possuir memória longa, ou longa dependência. Uma série apresenta memória longa quando os valores observados em defasagens distantes são correlacionados entre si, ou ainda se o efeito de um evento ocorrido em um instante pode ser detectado muitas defasagens depois²³. Especificamente se diz que uma série de observações, estacionária em covariância, tem memória longa se a sua função de autocovariância não for somável²⁴. A memória longa é tipicamente

²² Para maiores detalhes ver Phillips e Perron (1988).

²³ A propriedade de memória longa ocorre em séries que apresentam correlações estatisticamente significativas mesmo para observações distantes. Para maiores detalhes ver Wei (2006), pg. 489.

²⁴ $\sum_{j=-\infty}^{\infty} |\gamma_j| = \infty$.

caracterizada pelo decaimento hiperbólico da função autocovariância, definida por $\gamma(k) \sim k^{-2d}$. Esse decaimento tem taxa $2d$, com $d \in (-1, 1)$ (conforme ilustrado na tabela abaixo - se $d = 0$ o processo é estacionário de memória longa). No caso da memória de curto prazo, a função de autocovariância decai de forma exponencial, tendendo a zero rapidamente. Dessa forma, havendo apenas memória de curto prazo, a soma absoluta das autocovariâncias é um valor finito. Num caso de um processo estacionário de memória longa o processo não pode ser descrito pelos modelos ARIMA (p,d,q) com d assumindo um número inteiro, pois esses modelos tratam apenas de processos de memória curta. Para captar a memória longa do processo é necessário levar em conta que d pode assumir qualquer valor real no intervalo de -1,0 a 1,0. Em outras palavras é necessário assumir que as séries podem apresentar grau de diferenciação não inteira. Os modelos que possibilitam d assumir valores não inteiros são os modelos denominados ARFIMA (auto-regressivo fracionalmente integrado de médias móveis).

Os valores de d fracionário variam de -1,0 a 1,0, e podem ser interpretados de acordo com um esquema apresentado por Hosking (1981):

Tabela 1 – Características do Processo de Memória Longa

Características do processo	<i>d</i>					
	[-1 -0,5]	(-0,5 0)	0	(0 0,5)	[0,5 1)	1
Estacionário						
Não-estacionário						
Memória curta						
Memória longa						
Antipersistente						
Variância indefinida						
Raiz unitária (variância infinita)						
Ruído Branco						
Atípico em séries econômicas						

FONTE: Elaborada pelo Autor.

Os modelos ARFIMA (p,d,q) introduzidos por Granger e Jouyeux (1980) e Hosking (1980) são uma generalização dos processos ARIMA de Box e Jenkins (1970).

A especificação de tal modelo para uma série é:

$$(\mathbf{1} - \mathbf{B})^d \mathbf{X}_t = \frac{\theta(\mathbf{B})}{\phi(\mathbf{B})} \varepsilon_t,$$

onde $\varepsilon_t \sim \mathbf{RB}(\mathbf{0}, \sigma^2)$, \mathbf{B} é o operador de defasagens, as raízes dos polinômios $\phi(\mathbf{B}) = \mathbf{1} - \sum_{i=1}^p \phi_i \mathbf{B}^i$ e $\theta(\mathbf{B}) = \mathbf{1} - \sum_{i=1}^q \theta_i \mathbf{B}^i$ estão fora do círculo unitário e $d \in (-0.5, 0.5)$. Para quaisquer outros valores de d dentro do círculo unitário o processo assumiria caráter não-estacionário.

No modelo ARIMA (p,d,q) , $d \in (-0.5, 0.5)$, as características de longa e curta dependência podem ser notadas pelo comportamento da função espectral²⁵. Se $d \in (0, 0.5)$, o processo tem a propriedade de longa dependência exibindo uma forte dependência positiva entre as distantes observações. No domínio da frequência a função espectral tende a infinito quando a frequência se aproxima de zero.

Se $d \in (-0.5, 0)$, o processo tem a propriedade de curta dependência. No domínio da frequência isto é indicado pelo comportamento da função espectral que se aproxima de zero quando a frequência também se aproxima de zero (REISEN, 2007). Portanto, o tipo de dependência que caracteriza uma dada série é essencialmente determinado pelo valor fracionado de d .

A função de densidade espectral é a ferramenta usual para se considerar as propriedades da frequência de uma série temporal. A análise de processos estacionários per meio de sua representação espectral é chamada de análise do domínio de frequência da série. É equivalente à análise do domínio de tempo, baseada nas funções de autocovariâncias, mas fornece uma maneira alternativa de visualizar o processo. É através da análise do processo estacionário no domínio do tempo e da frequência que caracterizamos os processos de memória longa. Por isso faz-se necessário formalizar as características do modelo ARFIMA (p,d,q) :

Conforme Hosking (1981), seja um modelo ARIMA (p,d,q) , onde $\{\mathbf{X}_t\}$ é um processo linear satisfazendo

$$\phi(\mathbf{B})(\mathbf{1} - \mathbf{B})^d \mathbf{X}_t = \theta(\mathbf{B})\varepsilon_t \quad (1)$$

²⁵ Assim como, da função de auto-correlação conforme discutido previamente no texto.

para $d \in (-0.5, 0.5)$, então $\{X_t\}$ é um processo geral com diferenciação fracionária (General Fractional Differenced) ARIMA (p,d,q), sendo d o grau de diferenciação. Vale notar que a definição acima é apenas uma extensão natural d terminologia de Box e Jenkins (1976) para o caso não inteiro do parâmetro d. O termo $(1 - B)^d$, para $d \in R$, é definido como a expansão binomial, $(1 - B)^d = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{d}{k} (-B)^k = 1 - dB - \frac{d}{2!} (1 - d)B^2 - \dots$

Seja $\{X_t\}$ um modelo ARIMA (p,d,q) definido em (1). Sejam $\phi(B)$ e $\theta(B)$ polinômios tais que suas raízes repousem fora do círculo unitário. Seja $d \in (-0.5, 0.5)$. Então, conforme definições de Hosking (1981):

- a) $\{X_t\}$ é estacionário e invertível, com as representações infinitas de MA e AR dados por

$$MA: X_t = \sum_{k=0}^{\infty} \varphi_k \varepsilon_{t-k}$$

$$AR: \sum_{k=0}^{\infty} \pi_k X_{t-k} = \varepsilon_t$$

onde φ_k e π_k são coeficientes de B^k na expansão de $\Psi(B) = \frac{\theta(B)}{\phi(B)} (1 - B)^{-d}$ e $\Pi(B) = \frac{\phi(B)}{\theta(B)} (1 - B)^d$ respectivamente.

Sendo $\{X_t\}$ estacionário e invertível temos:

- b) Seja $U_t = (1 - B)^d X_t$, então $\phi(B)U_t = \theta(B)\varepsilon_t$ portanto U_t é ARMA (p,q) com densidade espectral $f_u(w)$. Então a densidade espectral de $\{X_t\}$, $f(w)$, é dada por:

$$f(w) = f_u(w)(2\text{sen } w/2)^{-2d} = \sigma_\varepsilon^2 \frac{|\theta(e^{-iw})|^2}{2\pi|\phi(e^{-iw})|^2} (2\text{sen } w/2)^{-2d}, \quad \text{para } 0 < w \leq \pi,$$

onde, $f(\mathbf{w}) \cong \mathbf{w}^{-2d}$ quando $\mathbf{w} \rightarrow \mathbf{0}$.

Em linhas gerais, a propriedade de memória longa é refletida pelo fato de que a função de autocorrelação não é absolutamente convergente. Alternativamente, o processo de memória longa pode ser caracterizado pela função espectral que se torna ilimitada quando a frequência se aproxima de zero. Portanto, em linha com as equações apresentadas acima, uma série apresenta memória longa se $\sum_k |\rho_k|$ diverge. Analogamente, uma série apresenta memória longa se, quando $\mathbf{w} \rightarrow \mathbf{0}$ a densidade espectral torna-se ilimitada. A propriedade de memória longa pode ser observada no modelo ARIMA (p,d,q), definido em (1), e é formalmente introduzida abaixo:

a) $\sum |\rho_k|$ é infinito,

b) $f(\mathbf{w}) \rightarrow \infty$ quando $\mathbf{w} \rightarrow \mathbf{0}$.

Então $\{X_t\}$ é dito ser um processo com memória longa, ou longa dependência.

Sendo assim, a longa dependência pode ser caracterizada no domínio do tempo, através da análise da função de autocorrelação, ou no domínio da frequência, através da análise da função de densidade espectral.

Para que a série no domínio do tempo seja convertida para o domínio da frequência é utilizada a transformada de Fourier²⁶. Aplicar a transformada de Fourier é importante porque na maioria das vezes, a informação que não pode ser lida no domínio do tempo pode ser obtida no domínio da frequência.

²⁶ $X(f^*) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i2\pi f^* t} dt$, onde f^* representa a frequência. A transformada de Fourier é reversível, ou seja, ela permite ir para trás e para frente num processamento inicial (transformações) dos sinais. É interessante notar a ligação do conceito de estacionariedade do sinal com a transformada. Sinais cujo conteúdo de frequência não muda com o tempo são chamados de estacionários. Um processo é estacionário se ele se desenvolve no tempo, de modo que a escolha de uma origem nos tempos não seja importante, as características probabilísticas do processo são as mesmas para qualquer período. Neste caso, não é necessário saber ao certo em quais tempos os componentes frequenciais existem, desde que nesse caso o que acontece é que os componentes frequenciais existem o tempo todo.

2.4 Estimação e Testes para Memória Longa

São apresentados dois procedimentos para testar se uma série temporal apresenta memória longa e duas abordagens utilizadas para a estimação do parâmetro de longa dependência.

2.4.1 O expoente de Hurst

O expoente de Hurst é uma ferramenta capaz de fornecer informações sobre correlação e persistência em uma série temporal. O valor deste expoente varia entre 0 e 1. Para $H=0,5$ o processo é aleatório. Para $0 < H < 0,5$, o sinal é caracterizado como anti-persistente, ou seja, existe uma probabilidade maior do que cinquenta por cento de que um valor “negativo” seja seguido de um valor “positivo”. Para $0,5 < H < 1$, o sinal é dito persistente, pois a probabilidade de repetição de um valor é maior do que cinquenta por cento. Segundo o expoente de Hurst, eventos persistentes influenciam eventos futuros distantes.

Existem vários métodos utilizados na estimativa do expoente de Hurst. O método utilizado neste trabalho será a análise R/S ²⁷. Em termos teóricos, o expoente de Hurst é o termo H na equação

$$RS(x) = an^H,$$

onde RS é a estatística R/S (ou “rescaled range”²⁸) da variável analisada, n é o tamanho da amostra e a é uma constante.

A utilização do expoente de Hurst calculado a partir da estatística R/S como estimador de memória de longo prazo tem sido avaliada por diversos trabalhos. Em geral tem sido destacada a superioridade do H calculado através da estatística R/S

²⁷ A análise R/S é discutida em Morettin (2008).

²⁸ A rescaled range é a variação do valor acumulado ou a soma parcial da variável analisada sobre o período amostral (após o desconto da média amostral), dividido pelo desvio padrão da amostra. Para mais detalhes ver Reisen (2007), pg. 47.

em relação a métodos mais convencionais, como a análise de autocorrelações, decomposições espectrais e razões de variância. A estatística R/S pode identificar memória de longo prazo em séries temporais altamente afastadas da normalidade, com grande assimetria e curtose²⁹.

2.4.2 Teste GPH

Geweke e Porter-Hudal (1983) propuseram um teste semi-paramétrico para testar a presença de memória longa baseado na representação de uma série temporal como um processo integrado fracionário. Os autores utilizam uma equação que exhibe relação entre os espectros de X_t e de u_t dado que X_t é um processo integrado fracionário. Tal equação é rescrita de forma que se assemelhe a uma equação de regressão linear, onde o coeficiente de inclinação envolve o parâmetro d . Após algumas transformações e manipulações algébricas, a relação entre os espectros de X_t e u_t pode ser escrita como o seguinte modelo de regressão linear

$$Y_j = a - dX_j + \varepsilon_j, \quad j = 1, 2, \dots, m$$

A relação linear apresentada acima sugere a utilização de um estimador de mínimos quadrados para d , isto é,

$$\widehat{d}_{MQ} = - \frac{\sum_{i=1}^m (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^m (X_i - \bar{X})^2}$$

Sob $H_0: d = 0$, isto é, o processo não tem memória longa, a estatística

$$t_{d=0} = \widehat{d} \left(\frac{\pi^2}{6 \sum_{j=1}^m (X_j - \bar{X})^2} \right)^{-1/2}$$

²⁹ A literatura sobre o assunto tem identificado também alguns pontos fracos dessa abordagem. Os coeficientes de Hurst podem variar ao longo do tempo e o método pode detectar também a memória curta, sem diferenciá-la da memória de longo prazo. Lo (1991) propôs uma estatística R/S modificada para solucionar esse problema. Para maiores detalhes ver Mandelbrot (1969, 1972), Lo (1971) e Taqqu e Willinger (1999).

tem distribuição normal padrão.

O estimador $\widehat{d_{MQ}}$ é chamado estimador GPH (de Geweke e Porter-Hudak). Rejeitando-se a hipótese nula a um nível de significância desejado, conclui-se que a série possui memória longa. Logo é razoável que se utilize um modelo ARFIMA para a modelagem³⁰.

2.4.3 Teste de Box-Pierce-Ljung

Box e Pierce (1970) sugeriram um teste de hipótese para as auto correlações dos resíduos estimados. O teste avalia as m primeiras funções de autocorrelação dos resíduos, na qual deseja-se testar a seguinte hipótese nula

$$H_0: \rho_{\hat{\varepsilon},1} = \rho_{\hat{\varepsilon},2} = \dots = \rho_{\hat{\varepsilon},m} = 0$$

Admiti-se que o modelo estimado é do tipo AR(p), sendo assim a estatística de teste pode ser expressa por

$$Q_{BP} = T \sum_{k=1}^m \hat{\rho}_{\hat{\varepsilon},k}^2$$

tem distribuição assintótica χ^2 com $m-p$ graus de liberdade. A rejeição da hipótese nula indica uma estrutura de correlação serial significativa nos resíduos ε_t , sugerindo que o modelo estimado não é apropriado para descrever a série temporal em questão³¹.

Ljung e Box (1978) modificaram a estatística de teste para

³⁰ Para maiores detalhes ver Geweke e Porter-Hudak (1983).

³¹ Uma forma bastante comum de ocorrência de autocorrelação decorre da especificação funcional incorreta do modelo. Pode também ocorrer devido a variáveis excluídas. Há uma série de outros fatores que podem causar autocorrelação. Para mais detalher ver Gujatati (2006) pg.358.

$$Q_{LB} = T(T + 2) \sum_{k=1}^m \frac{\hat{\rho}_{\varepsilon,k}^2}{T - K}$$

que também converge para uma distribuição χ^2 com m-p graus de liberdade, porém mais rapidamente.

O teste de Ljung-Box é importante na identificação e validação dos modelos utilizados neste trabalho. É importante a aplicação do teste tanto nos resíduos estimados como no quadrado dos resíduos para verificar a necessidade de modelagem da variância condicional³².

2.4.4 Estimadores Paramétricos

Os métodos de estimação dos modelos ARFIMA são classificados em três grandes grupos: métodos paramétricos, métodos semi-paramétricos e métodos não-paramétricos. Serão apresentados somente os dois primeiros pelo fato de serem os mais usados na literatura atual. Os métodos não-paramétricos não são tratados neste trabalho.

Os métodos de estimação semi-paramétricos são uma boa alternativa para estimar os parâmetros de modelos estáticos, pois estes procedimentos prescindem da definição de um modelo específico na estimação do vetor de parâmetros. Os métodos semi-paramétricos, no contexto de diferenciação fracionada, são também conhecidos como métodos de estimação em duas etapas, pois em uma primeira etapa é feita a estimação do parâmetro de integração fracionária e, numa segunda etapa é feita a estimação dos parâmetros auto-regressivos e de médias móveis do modelo através dos métodos convencionais. O método GPH descrito na seção anterior trata-se de uma estimação semi-paramétrica.

Na abordagem de estimação paramétrica todos os parâmetros podem ser estimados simultaneamente. Esses métodos de estimação necessitam da especificação prévia de um modelo paramétrico para os dados, o que implica a especificação de toda a estrutura de autocorrelação de curto e longo prazo ou da

³² Que pode ser modelada por meio de um modelo ARCH ou GARCH.

função de densidade espectral do modelo. Esses métodos focam-se na maximização da função de verossimilhança.

As estimações feitas neste trabalho seguem a abordagem paramétrica. Optou-se por esta abordagem devido a superioridade dos estimadores paramétricos sobre os semi-paramétricos quando os parâmetros auto-regressivos ou de médias móveis são diferentes de zero. Segundo Reisen, Abraham e Lopes (2001), os estimadores semi-paramétricos apresentam preocupante viés no estimador de d quando os parâmetros auto-regressivos ou de médias móveis são diferentes de zero, ou seja, quando componentes AR ou MA estão envolvidos no processo. Neste trabalho os autores, através de diferentes simulações de modelos ARFIMA, chegaram a conclusão de que quanto maior o módulo dos parâmetros auto-regressivos ou de médias móveis, maior será o viés dos estimadores semi-paramétricos para o parâmetro d .

2.5 Critério de Seleção do Modelo

O Bayesian Information Criterion (BIC) é um critério para a seleção de modelo entre uma classe de modelos paramétricos com diferentes números de parâmetros. A forma funcional é escolher o modelo que otimiza o BIC.

A dinâmica do teste é impor uma punição pelo acréscimo de regressores ao modelo. O BIC é definido como:

$$BIC = n^{k/n} \frac{\sum \hat{u}^2}{n},$$

ou na forma logarítmica:

$$\ln BIC = \frac{k}{n} \ln n + \ln \left(\frac{SQR}{n} \right),$$

onde SQR é a Soma do Quadrado dos Resíduos. O menor valor de BIC indica o melhor modelo. O BIC pode ser empregado para comparar o desempenho do modelo em termos de previsão dentro e fora da amostra.

3 Apresentação e Análise dos Resultados

Para a realização dos testes econométricos se faz necessário a utilização de softwares computacionais. No decorrer do trabalho foram utilizados três diferentes softwares para testes, análises, estimação e modelagem dos dados. Os softwares utilizados foram: Eviews 7.0, Gretl e S-PLUS com o pacote de ferramentas FinMetrics versão 2.0.4.

A série da inflação que será analisada é a que segue no gráfico abaixo.

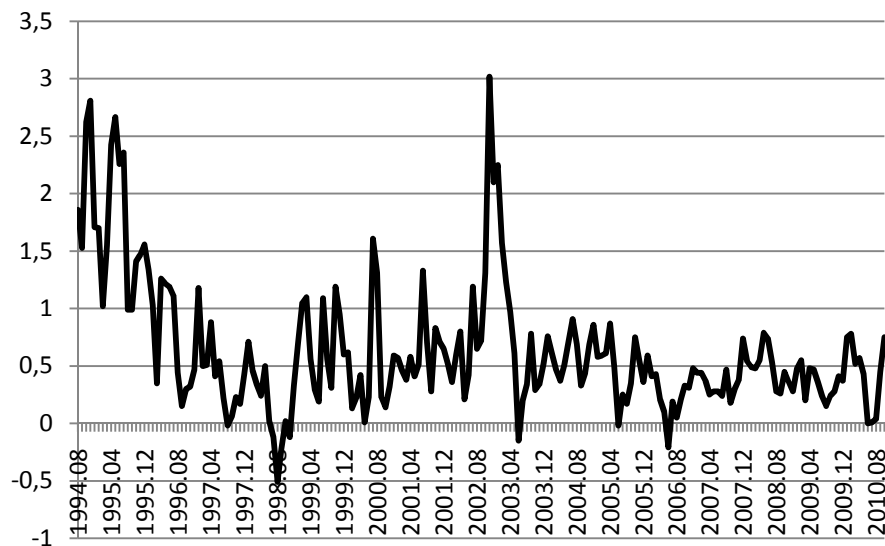


Gráfico 4 – Evolução da Inflação Brasileira Pós-Plano Real

FONTE: IPEADATA, <http://www.ipeadata.gov.br>

Pela simples inspeção visual da série apresentada no Gráfico 4, é difícil encontrar um comportamento estacionário em relação à média. A série parece apresentar uma leve tendência decrescente do início da série até agosto de 1997. Além disso, há três observações que podem ser consideradas atípicas na série, que são respectivamente os meses de novembro e dezembro de 2002 e janeiro de 2003. Esses meses registraram inflação mensal de 3,02%, 2,1% e 2,25%, muito acima da média mensal de 0,63% observada durante todo o período. Essas três observações podem ser atribuídas ao “efeito Lula”. O “efeito Lula” é denominado o período que vai de outubro de 2002 a janeiro de 2003. É caracterizado pelo aumento da

desconfiança dos mercados em relação ao compromisso do PT de manter a estabilidade macroeconômica. Segundo carta aberta do presidente do Banco Central do Brasil, Henrique Meirelles, ao ministro da Fazenda, Antônio Palocci, em janeiro de 2003, o “efeito Lula” teve enorme peso no fato de a inflação anualizada de 2002 ter batido 12,5%. O impacto das expectativas negativas no ano eleitoral somado com a depreciação cambial contribuiu com 8,2 pontos percentuais no aumento da inflação, segundo o cálculo do Banco Central³³.

É importante analisar a função de autocorrelação e a função de autocorrelação parcial da série. A FAC e FACP do IPCA encontram-se no Gráfico 5.

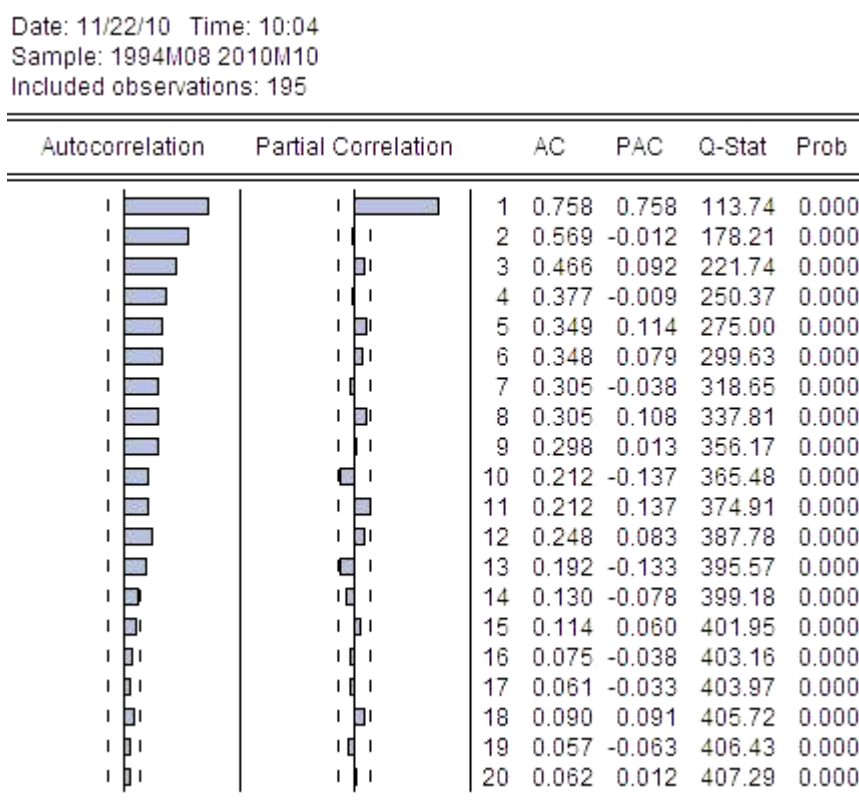


Gráfico 5 – Correlograma da Série IPCA

Pode-se notar que a FAC amostral apresenta um decaimento lento mostrando autocorrelações significantes até a décima quarta defasagem. A análise visual parece indicar a presença de longa dependência serial. Através da FAC amostral a série do IPCA parece não-estacionária.

³³ A Carta Aberta ao Ministro da Fazenda, de janeiro de 2003, aponta também como fator decisivo, para a alta da inflação registrada em 2002, a depreciação cambial observada no último trimestre de 2002.

Para testar estatisticamente a presença ou não de estacionariedade na série, aplicam-se os testes de Dickey-Fuller Aumentado (ADF) e Phillips-Perron (PP). Tais testes estão apresentados na Tabela 1.

Tabela 2 - Testes de Raiz Unitária

	ADF				
	Estatística de Teste	Valores Críticos		Estacionariedade	
		5%	10%	5%	10%
IPCA	-5,28	-2,87	-2,57	Sim	Sim
	PP				
	Estatística de Teste	Valores Críticos		Estacionariedade	
		5%	10%	5%	10%
IPCA	-4,98	-2,87	-2,57	Sim	Sim

Nota: Estimacões feitas apenas com constante.

Os resultados obtidos na Tabela 2 mostram que, os testes Dickey-Fuller Aumentado e Phillips-Perron, a série do IPCA é classificada como estacionária. Nestes dois testes a hipótese nula de presença de raiz unitária é rejeitada. Conforme visto na Tabela 1 os resultados mostram que a série do IPCA é estacionária tanto a 5% como a 10% de significância. É importante ressaltar que os dois testes, ADF e PP, têm baixo poder³⁴ e mesmo assim rejeitaram a hipótese nula de presença de raiz unitária.

Uma característica de um processo fracionalmente integrado é que a primeira diferença da série parece super-diferenciada. Apesar do resultado de estacionariedade nos testes de raiz unitária é válido averiguar o comportamento da FAC após a primeira diferença da série. Conforme análise visual do FAC da primeira diferença da série do IPCA, aparecem correlacões de algumas defasagens significativas e com sinais tanto negativos quanto positivos indicando que a série pode ter sido super-diferenciada³⁵.

³⁴ O poder do teste é a probabilidade de aceitar H_0 quando H_0 é falso.

³⁵ Para mais detalhes ver Morettin (2008).

Date: 11/22/10 Time: 13:46
 Sample: 1994M08 2010M10
 Included observations: 194

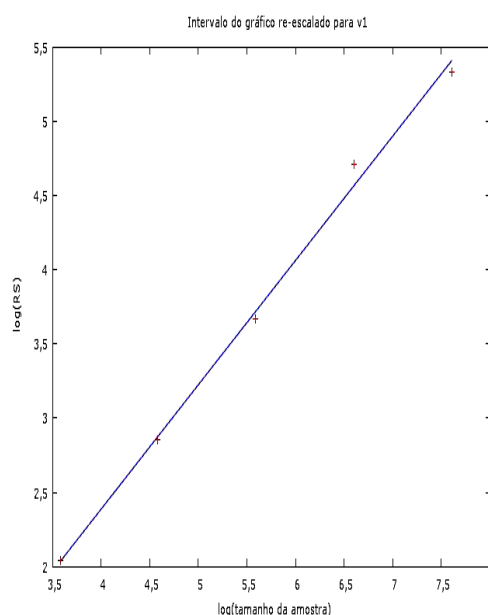
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.101	-0.101	2.0213	0.155
		2 -0.230	-0.243	12.497	0.002
		3 -0.038	-0.098	12.778	0.005
		4 -0.088	-0.176	14.319	0.006
		5 -0.061	-0.148	15.056	0.010
		6 0.118	0.013	17.875	0.007
		7 -0.115	-0.190	20.577	0.004
		8 -0.021	-0.079	20.665	0.008
		9 0.161	0.062	26.018	0.002
		10 -0.171	-0.210	32.052	0.000
		11 -0.079	-0.132	33.358	0.000
		12 0.252	0.128	46.654	0.000
		13 0.014	0.022	46.695	0.000
		14 -0.116	-0.079	49.529	0.000
		15 0.047	0.012	49.990	0.000
		16 -0.060	-0.007	50.758	0.000
		17 -0.083	-0.109	52.223	0.000
		18 0.145	0.036	56.761	0.000
		19 -0.054	-0.011	57.393	0.000
		20 0.001	0.025	57.393	0.000

Gráfico 6 – Correlograma da Primeira Diferença da Série IPCA

Para testar estatisticamente a presença de um processo fracionalmente integrado, ou seja, a presença de memória longa na série do IPCA utilizou-se dois testes, o cálculo do expoente de Hurst e o teste GPH.

Tabela 3 - Expoente de Hurst

Intervalo Re-escalado para IPCA			
Tamanho	RS (média)	Log (tamanho)	Log (RS) ³⁶
195	40,185	7,6073	5,3286
97	26,142	6,5999	4,7083
48	12,736	5,5850	3,6708
24	7,2319	4,5850	2,8544
12	4,1191	3,5850	2,0423
Resultados da Regressão (n=5)			
	Coeficiente	Erro Padrão	
Intercepto	-0,96377	0,17969	
Inclinação	0,83768	0,031140	
Expoente de Hurst estimado = 0,837677			



Conforme ilustrado na Tabela 3, o expoente de Hurst estimado para os dados do IPCA foi de $H=0,837677$ ³⁷, o que indica que há memória longa na série analisada. Através do cálculo de expoente de Hurst a série é caracterizada pela presença de persistência.

A Tabela 4 ilustra o resultado do Teste GPH. O d fracionado estimado foi 0,34. O teste GPH rejeita a hipótese nula de $d=0$, ou seja, ausência de memória longa, a 10%, 5% e até mesmo a 1% de significância.

³⁶ Os logaritmos são para a base 2.

³⁷ $H=d+0,5$. Portanto, o grau de dependência com o passado do IPCA é de cerca de 0,3376, segundo o cálculo do expoente de Hurst.

Tabela 4 – Teste GPH

	Teste GPH			
	Estatística de Teste	p-valor	Grau de Integração Estimada	
			Coeficiente	Erro Padrão
IPCA	3,67248	0,0015	0,344349	0,0937645

Conforme verificado acima, tanto o expoente de Hurst quanto o Teste GPH acusam a existência de persistência na série do IPCA. O resultado destes dois testes mostra que um modelo com integração fracionária, ARFIMA, deve ser utilizado na modelagem da inflação brasileira calculada pelo IPCA.

Foi utilizada a abordagem paramétrica na estimação dos parâmetros do modelo³⁸. O estimador utilizado foi o estimador de Beran (1995)³⁹.

Na busca de encontrar o melhor modelo, que represente corretamente o processo gerador da série do IPCA, estimaram-se diversos modelos concorrentes e escolheu-se o modelo que teve maior significância dos parâmetros estimadose ao mesmo tempo melhor Schwarz Bayesian Criterion (BIC)⁴⁰. O BIC é uma medida da qualidade do ajuste do modelo que pondera o critério penalizador considerando o número de parâmetros do modelo, ou seja, leva em consideração na escolha o princípio da parcimônia.

Os modelos ARFIMA (p,d,q) concorrentes estão detalhados na Tabela 5.

³⁸ Conforme discutido no capítulo da metodologia, não foi utilizada a estimação semi-paramétrica, através do estimador de GPH, buscando evitar o viés no estimador do d fracionário.

³⁹ Para maiores detalhes ver Beran(1995).

⁴⁰ O BIC é um critério para a seleção de modelos entre uma classe de modelos paramétricos com diferentes números de parâmetros. Para maiores detalhes ver McQuarrie e Tsai (1998).

Tabela 5 – Modelos ARFIMA (p,d,q) para a série do IPCA

Modelos	Parâmetros Estimados	Erro Padrão	Significância dos Parâmetros	BIC
ARFIMA(0,d,0)	$d = 0,493$	(0,0561)	0,0000	182,3105
ARFIMA(1,d,0)	$d = 0,349$ $\phi_1 = 0,401$	(0,1400) (0,1637)	0,0135 0,0151	171,6826
ARFIMA(0,d,1)	$d = 0,343$ $\theta_1 = -0,393$	(0,1392) (0,1633)	0,0145 0,0169	154,1777
ARFIMA(1,d,1)	$d = 0,361$ $\phi_1 = 0,312$ $\theta_1 = -0,098$	(0,1422) (0,4475) (0,3717)	0,0118 0,4860 0,7913	176,7557
ARFIMA(2,d,1)	$d = 0,2798$ $\phi_1 = 0,719$ $\phi_2 = -0,173$ $\theta_1 = 0,264$	(0,1577) (0,2063) (0,1616) (0,2110)	0,0777 0,0006 0,2856 0,2119	169,4659
ARFIMA(1,d,2)	$d = 0,063$ $\phi_1 = 0,860$ $\theta_1 = 0,240$ $\theta_2 = 0,289$	(0,2573) (0,1300) (0,1432) (0,0868)	0,8048 0,0000 0,0946 0,0010	168,5906

Conforme resultados da Tabela 5, pode-se constatar que o melhor modelo para a série do IPCA é o ARFIMA (0,d,1), com $d=0,343$. A série em estudo pode ser denotada como:

$$(1 - B)^{0,343}X_t = (1 - 0,393B)\varepsilon_t$$

X_t é estacionário e invertível, pois, $|d| = 0,343 < 0,5$ e $|\theta| = 0,392 < 1$.

O IPCA pode ser caracterizado como um processo de longa memória, mas com reversão à média.

Pela análise gráfica do modelo ajustado pode-se perceber o bom ajuste do modelo.

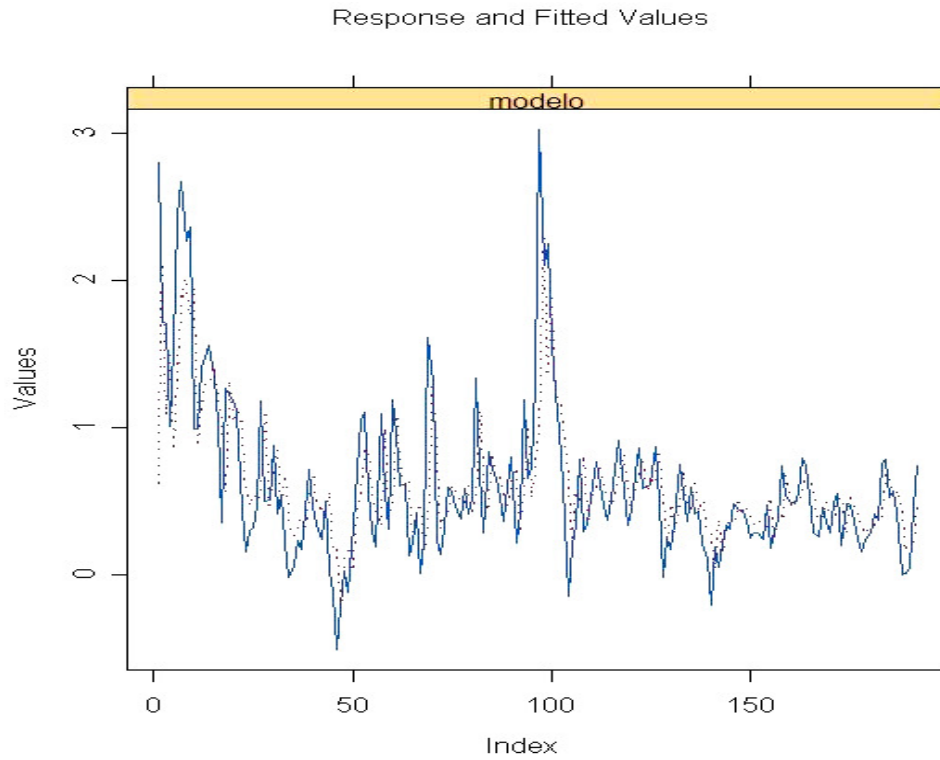


Gráfico 7 – Observações Vs. Modelo Ajustado

O Gráfico 8 ilustra o comportamento temporal dos resíduos do modelo ARFIMA (0,d,1) para a série do IPCA.

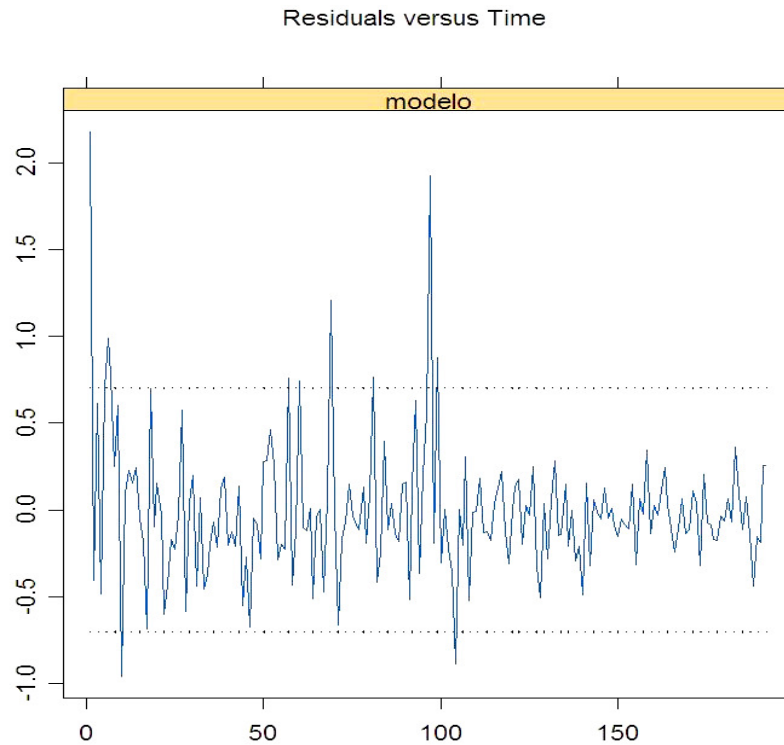


Gráfico 8 – Resíduos Vs. Tempo

Com o intuito de verificar a presença de heterocedasticidade condicional na série residual, foi efetuado o teste de Ljung-Box nos resíduos ao quadrado, do modelo ARFIMA (0,d,1) ajustado. Também foi aplicado o teste Ljung-Box à série de resíduos a fim de verificar a existência de correlação serial nos resíduos do modelo. Os testes de Ljung-Box estão apresentados na Tabela 6.

Tabela 6 – Teste de Ljung-Box na série residual

Teste de Ljung-Box			
Série	Estatística de Teste (Significância (p-valor)	Defasagens
	0,1369	0,7114	q=1
	2,2454	0,3254	q=2
	2,8552	0,5825	q=4
	7,1263	0,5231	q=8
	14,2793	0,2832	q=12
	22,3811	0,4374	q=22
	0,2670	0,6053	q=1

	2,3560	0,3079	q=2
	3,8761	0,4230	q=4
	7,5918	0,4743	q=8
	9,3897	0,6693	q=12
	11,3331	0,9697	q=22

Os resultados do Teste Ljung-Box apresentados na Tabela 6 mostram que a hipótese nula de ruído branco não é rejeitada. O modelo ARFIMA (0,d,1) para a série do IPCA não apresenta correlação serial na sua série de resíduos. Da mesma forma, o teste de Ljung-Box aplicado à series dos resíduos ao quadrado não rejeita a hipótese nula de ruído branco. A hipótese de ruído branco para os resíduos e para os resíduos ao quadrado pode ser verificada através da análise gráfica da Figura 6, que apresenta a ACF dos resíduos do modelo, e da Figura 7, que apresenta a ACF dos resíduos do modelo ao quadrado.

Date: 11/22/10 Time: 17:32
Sample: 1994M08 2010M08
Included observations: 192

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	-0.026	-0.026	0.1369	0.711
		2	0.104	0.103	2.2454	0.325
		3	-0.019	-0.014	2.3161	0.509
		4	0.052	0.041	2.8542	0.583
		5	-0.014	-0.009	2.8929	0.716
		6	0.112	0.103	5.4041	0.493
		7	-0.091	-0.085	7.0762	0.421
		8	0.016	-0.011	7.1263	0.523
		9	0.035	0.057	7.3776	0.598
		10	-0.054	-0.066	7.9701	0.632
		11	-0.034	-0.037	8.2098	0.694
		12	0.171	0.178	14.279	0.283
		13	0.019	0.045	14.358	0.349
		14	-0.088	-0.139	15.977	0.315
		15	0.023	0.017	16.084	0.376
		16	-0.082	-0.048	17.504	0.354
		17	-0.008	-0.034	17.519	0.420
		18	0.058	0.044	18.238	0.440
		19	-0.032	0.006	18.455	0.492
		20	-0.021	-0.008	18.551	0.551

Gráfico 9 – ACF dos resíduos do modelo

Date: 11/22/10 Time: 17:35
 Sample: 1994M08 2010M08
 Included observations: 192

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.037	0.037	0.2670	0.605
		2 0.103	0.102	2.3560	0.308
		3 0.037	0.030	2.6187	0.454
		4 0.080	0.068	3.8761	0.423
		5 0.107	0.098	6.1528	0.292
		6 0.066	0.047	7.0279	0.318
		7 0.050	0.025	7.5398	0.375
		8 0.016	-0.006	7.5918	0.474
		9 0.087	0.065	9.1366	0.425
		10 -0.015	-0.039	9.1809	0.515
		11 0.023	-0.006	9.2856	0.596
		12 0.022	0.014	9.3897	0.669
		13 -0.000	-0.016	9.3897	0.743
		14 -0.022	-0.039	9.4873	0.799
		15 -0.004	-0.007	9.4914	0.850
		16 0.067	0.070	10.453	0.842
		17 0.032	0.031	10.668	0.873
		18 -0.020	-0.036	10.753	0.905
		19 -0.037	-0.034	11.045	0.922
		20 -0.034	-0.035	11.296	0.938

Gráfico 10 – ACF dos resíduos do modelo ao quadrado

Em busca de avaliar, através de teste estatístico a presença de um padrão de dependência serial para a variância foi realizado o Teste LM sobre os resíduos do modelo ARFIMA (0,d,1). O teste LM para efeitos ARCH é um teste do tipo “multiplicador de Lagrange” para a hipótese dos resíduos terem uma estrutura ARCH. ARCH significa heterocedasticidade condicional autoregressiva, ou seja a magnitude dos resíduos aparenta estar relacionada à magnitude dos resíduos recentes. A presença de uma estrutura ARCH nos resíduos do modelo não invalida o modelo estimado, porém ignorar seus efeitos pode resultar em perda de eficiência na estimação. Para realização do teste é necessário indicar o número, q, de defasagens a ser considerado. Os resultados do teste estão detalhados na Tabela 7.

Tabela 7 – Teste LM para o quadrado dos resíduos

Teste LM para Efeitos ARCH			
Série	Estatística de Teste (Significância (p-valor)	Defasagem
ARFIMA (0,d,1)	0,0111	0,9159	q=1
	0,0619	0,9695	q=2
	0,2228	0,9947	q=4

	0,4314	0,9999	q=8
	0,518	1,000	q=12
	0,7084	1,000	q=22

Portanto, de acordo com os resultados dos testes de Ljung-Box e LM apresentados nas Tabelas 6 e 7, respectivamente, concluímos que não há a necessidade de se considerar uma estrutura ARCH (GARCH) aos erros. Ou seja, os dados relativos à inflação brasileira, medidos pelo IPCA, podem ser modelados sem considerar uma estrutura que seja particular aos erros do modelo (processo ARCH ou GARCH) no processo de estimação.

O Gráfico 11 mostra a previsão do modelo escolhido para 50 meses à frente.

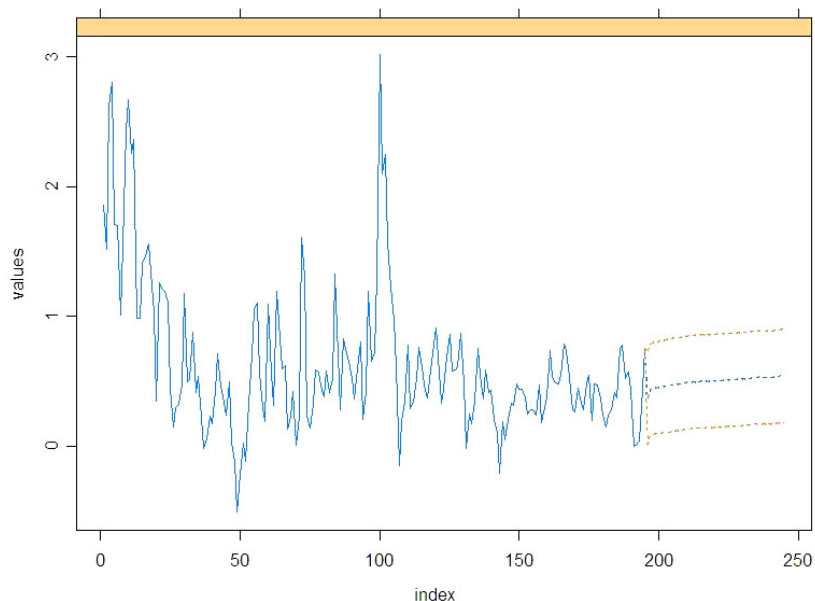


Gráfico 11 – Previsão para 50 meses à frente.

Conforme os resultados apresentados acima, conclui-se que a inflação brasileira, pós-Plano Real, calculada pelo índice do IPCA, apresenta característica de memória longa. Vale ressaltar que, a não-detecção de memória de longa e uma série temporal indica que:

- a) Não existe um processo dinâmico que envolve a variável observada e outros fatores⁴¹.
- b) Um processo dinâmico existe, mas apresenta memória curta demais para que os efeitos do estado do sistema em um dado instante perdurem até o instante seguinte.

Portanto, como o processo inflação brasileira é descrito por um ARFIMA (0,d,1), com $d=0,343$, conclui-se que o processo de inflação é caracterizado por um processo e memória longa e como resultado um choque na inflação perdura durante um determinado período mas se dissipa. O processo reverte à média. Deste modo, a inflação brasileira não apresenta inércia, mas apenas dependência com o passado.

⁴¹ Um exemplo disto seria o movimento browniano.

Conclusão

Primeiramente é importante ressaltar alguns aspectos da estimação apresentada neste trabalho. A falta de um conjunto maior de observações do índice IPCA é um problema à estimação. Embora, um conjunto de 195 observações seja suficiente para realizar a estimação e auferir conclusões sobre os parâmetros estimados, seria necessário um estudo com um conjunto de dados que abrangesse um numero superior de observações para que os estimadores possam ser mais confiáveis, dado que o estimador paramétrico utilizado é assintoticamente não-viesado. Esta constatação não invalida o trabalho realizado, ao invés disso, alerta para os cuidados que devem ser tomados ao fazer conclusões sobre os parâmetros estimados.

Seria importante constatar se medidas de política econômica, como o sistema de metas para a inflação, implementado durante o Plano Real, por exemplo, causou algum efeito sobre o grau de persistência da inflação. Uma maneira de constatar essa mudança nos coeficientes seria estimar dois modelos, um para cada período distinto e então comparar os parâmetros estimados. Porém, conforme foi descrito acima, o pequeno número de observações que resultaria da divisão da amostra em dois períodos poderia invalidar quaisquer inferências sobre os parâmetros estimados.

Dado as ressalvas acima, utilizando o índice do IPCA, Pós-Plano Real, conclui-se que não existe inércia na inflação brasileira. O processo inflacionário brasileiro, ao invés de inércia, apresenta características de longa dependência, ou seja, o processo tem memória longa. Isso quer dizer que se leva algum tempo para que choques na inflação desapareçam, mas eles desaparecerão. Os choques na inflação brasileira, pós-Plano Real, são persistentes, mas não altamente persistentes. Conforme o modelo ARFIMA estimado, o grau de persistência na inflação brasileira é de 0,343, caracterizando assim a inflação como um processo dependente do passado porém com reversão à média. Um choque inflacionário de 1% resultaria em um aumento de 0,34% na taxa de inflação no próximo período. Nos períodos seguintes, se não houver a ocorrência de nenhum outro choque

inflacionário, esse aumento diminuiria até se dissipar completamente e a taxa de inflação retornar à sua média.

Esse grau de persistência encontrado na inflação brasileira pode ser explicado por dois pontos particulares à economia brasileira, conforme alertado pelo Banco Central do Brasil em seu relatório sobre a inflação em dezembro de 2008. O primeiro diz respeito a memória inflacionária. Como consequência dos elevados níveis de inflação que o país experimentou durante década, talvez a memória inflacionária ainda tenha alguma relevância. O segundo ponto diz respeito a indexação presente nos preços de bens e serviços administrados. Parte considerável da inflação brasileira ainda é formalmente indexada devido a cláusulas contratuais. É necessário considerar também que, mesmo considerando o conjunto de preços livres há itens, como aluguel e taxas condominiais, que são alvos de indexação contratual.

Em comparação com a literatura citada, este trabalho está em linha com a posição dos diversos autores que afirmam que a inflação brasileira pós-Plano Real não possui componente inercial. Porém, diferentemente do trabalho de Campêlo e Cribari-Neto (2003) que encontraram um grau de dependência da inflação brasileira de 0,1 a 0,2, o presente trabalho estimou essa dependência em 0,343, um pouco maior que o grau de persistência apresentada por Campêlo e Cribari-Neto (2003). Essa diferença pode ser explicada pela diferença no período dos dados utilizados assim como pela diferença do método econométrico abordado.

Referências

ARARIPE, A. **Prevedo inflação usando séries temporais e combinações de previsões**. 2008. Tese (Mestrado em Finanças e Economia Empresarial) – Escola de Pós-Graduação em economia, Fundação Getúlio Vargas, Rio de Janeiro, 2008.

ARAÚJO, E.; SANTOS, T. A Dinâmica da Inflação Brasileira após o Plano Real. São Paulo, **IBMEC Working Paper**, v. 6 n. 54, 2004.

BAILLIE, R. T.; CHUNG, C.; TIESLAU, M. A. Analysing Inflation by the Fractionally Integrated Arfima--Garch Model. **Journal of Applied Econometrics**, Vol. 11, n. 1, pp. 23-40, Jan. - Feb., 1996.

BALL, L.; CECCHETTI, S. G. Inflation and Uncertainty at Short and Long Horizons. **Brooking Papers on Economic Activity**, n.1, pp. 215-45, 1990.

BANCO CENTRAL DO BRASIL.< <http://www.bcb.gov.br/htms/relinf/carta2003.pdf>>
Acesso em: 18 set. 2010.

BANCO CENTRAL DO BRASIL. **Relatório de Inflação**, v. 10. N. 4, pg. 151-155, 2008.

BERAN, J. Maximum Likelihood Estimation of the Differencing Parameter for Invertible Short and long Memory Mutoregressive Integrated Moving Average Models. **Journal of the Royal Statistical Society, Series B (Methodological)**, v. 57, n. 4, pg. 659-672, 1995.

BEVILACQUA, F.; ZON, A. Random Walks and Nonlinear Paths in Macroeconomic Time Series: Some Evidence and Implications. In: FOSTER, J.; HOLZL, W. (Eds.), **Applied Evolutionary Economics and Complex Systems**, Edward Elgar Publishing, 2004. Pg. 36-77.

BEVILAQUA, A. S.; MESQUITA, M.; MINELLA, A. Brazil: Taming Inflation Expectations. Brasília: **Working Papers**, Series do Banco Central do Brasil, n. 127, 2007.

BOX, G.; TIAO, G. Intervention Analysis with Applications to Economic and Environmental Problems. **Journal of American Statistical Association**, v.70, n. 349, 1975.

CAETANO, A. M.; CORREA, W. L. R. Uma Análise da Volatilidade Condicional da Inflação Mineira no Período Pós-Plano Real. **Revista de Economia e Agronegócio**, Vol. 6, n. 2, pg. 259-280, jun. 2008.

CAMPÊLO, A. K.; CRIBARI-NETO, F. Inflation Inertia and Inliers: The Case of Brazil. **Revista Brasileira de Economia**, Rio de Janeiro n. 57, pg.713-739, 2003.

CAPORALE, G.; GIL-ALANA, M. Unemployment and Input Prices: A Fractional Cointegration Approach. **Applied Economic Letters**, Taylor and Francis Journals, v. 9, n. 6, pg. 347-351, 2001.

CATI, R. C.; GARCIA, M.; PERRON, P. Unit Roots in the Presence of Abrupt Governmental Interventions with an Application to Brazilian Data. **Journal of Applied Econometrics**, v. 14, n.1, pg. 27-56, 1999.

CORREIA, M. R. **Longa memória, agrupamento de valores extremos e assimetrias em séries financeiras**. 1998. Tese (Mestrado em Economia) – Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1998.

CRIBARI-NETO, F.; MAIA, A. S. Dinâmica Inflacionária Brasileira: Resultados de Autoregressão Quantílica. **Revista Brasileira de Economia**, Rio de Janeiro, v. 60, n. 2, pg. 153-165, 2006.

CRIBARI-NETO, F.; REISEN, V. A. Long Memory Inflationary Dynamics: The Case of Brasil. **Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics**, v. 7, n. 3, pg. 1-16, 2003.

DÍAZ, M. E. P. **Estimação de modelos arfima em presença de quebra estrutural**. 2006. Tese (Mestrado em Estatística) – Departamento de Estatística, Universidade Federal de Minas Gerais, Minas Gerais, 2006.

DICKEY, A. D.; FULLER, W. A. Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root. **Journal of American Statistical Association**. Vol. 74, n. 366, pg. 427-431, 1979.

DIEBOLD, F. X. Random Walks Versus Fractional Integration: Power Comparisons of Scalar and Joint Tests of the Variance-Time Function. **Advances in Econometrics and Modeling**. Pg.29-45, 1989.

DIEBOLD, F.; RUDEBUSCH, G. On The Power of the Dickey-Fuller Test Against Fractional Alternatives. **Economics Letters**, v. 35, n. 2, pg. 155-160, 1991.

ENDERS, W. **Applied Econometric Time Series**. Wiley: Second Edition, 2003

FIGUEIREDO, E. A.; MARQUES, A. M. Inflação Inercial como um Processo de Memória Longa: Análise a partir de um Modelo ARFIMA-FIGARCH. **Estudos Econômicos**, São Paulo, v. 39, n. 2, pg. 437-458, 2009.

FIGUEIREDO, F. M. R.; FERREIRA, T. P. Os preços Administrados e a Inflação no Brasil. **Trabalhos para Discussão**, Banco Central do Brasil, n. 59, 2002.

FREITAS, P. S.; MUINHOS, M. K. A simple model of inflation targeting in Brazil. Brasília: **Working Papers**, Séries do Banco Central do Brasil, n. 18, 2001.

FUHRER, J. Intrinsic and Inherited Inflation Persistence. *International Journal of Central Banking*, Federal Reserve Bank of Boston, n. 3, 2006.

FUHRER, J. Inflation Persistence. **Working Papers**, Federal Reserve Bank of Boston, n 09-14, 2009.

GALÍ, J.; GERTLER, M. Inflation Dynamics: A Structural Econometric Analysis. **Journal of Monetary Economics**, No. 44, pg. 195-222, 1999.

GEWEKE, J.; PORTER-HUDAK, D. The Estimation and application of Long Memory Time Series Model. **Journal of Time Series Analysis**, v. 4, n. 4, pg. 221-238, 1983.

GOLDFJAN, I.; TOMBINI, A.; BOGDANSKI, J. Inflation Targeting in Brazil: Shocks, Backward-Looking Prices, and IMF Conditionality. **Documentos de Trabajo**, Banco Central de Chile, n. 110, 2001.

GRANGER, C. W. J. Some Properties of Time Series Data and Their Use in Econometric Model Specification. **Journal of Econometrics**, n. 16, pg. 121-130, 1981.

GRANGER, C. W. J. and NEWBOLD, P. **Forecasting Economic Time Series**. Academic Press; second edition: 1986

GREENE, W. **Econometric Analysis**. New Jersey, Prentice Hall: Fifth Edition. 2003

GUJARATI, D. **Econometria básica**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2006

HENRY, M.; ZAFFARONI, P. The Long Range Dependence Paradigm for Macroeconomics and Finance. **Discussion Paper Series**, Departamento of Economics, Columbia University. N. 0102-19, 2003.

HILL, C.; GRIFFITHS, W. E.; JUDGE, G. G. **Econometria**. São Paulo: Saraiva, 2003.

HOSKING, J. R. Fractional Differencing. **Biometrika**, v. 68, n. 1, pg. 165-176, 1981.

HURST, H. Long Term Store Capacity of Reservoirs. **Transactions of the American Society of Civil Engineering**, n. 116, pg. 770-799, 1951.

HURVICH, C.; DEO, R.; BRODSKY, J. The Mean Squared Error of Gewek and Porter-Hudak's Estimator of the Memory Parameter of a Long Memory Time Series. **Journal of Time Series Analysis**, v. 19, n. 1, pg. 19-46, 1998.

HURVICH, C. The Fractional ARIMA Model. Disponível em: <http://pages.stern.nyu.edu/~churvich/TimeSeries/Handouts/FARIMA.pdf>. Acesso em: 02 out. 2010.

HURVICH, C. Introduction to Long Memory Time Series. Disponível em: <http://pages.stern.nyu.edu/~churvich/TimeSeries/Handouts/Mem.Intro.pdf>. Acesso em: 05 out. 2010.

HURVICH, C. The Yule-Walker Equations. Disponível em: <http://pages.stern.nyu.edu/~churvich/TimeSeries/Handouts/YuleWalk.pdf>. Acesso em: 05 out. 2010.

KUMAR, K. Is There a Unit Root in the Inflation? Evidence from Univariate Testing. **Models and Methods in Quantitative Economics**, The Autonomous University of Barcelona, 2009.

KREBS, M. L. **A inércia da inflação no regime de metas: os casos da nova Zelândia, Reino Unido e Brasil. 2006.** Tese (Mestrado em economia Empresarial e Finanças) – Escola de Pós-Graduação em Economia – Fundação Getúlio Vargas, Rio de Janeiro, 2006.

KREBS, M. L. **A inércia da inflação no regime de metas: os casos da Nova-Zelândia, Reino Unido e Brasil. 2006.** Tese (Mestrado em Economia) – Escola de Pós-Graduação em economia, Fundação Getúlio Vargas, Rio de Janeiro, 2006.

LOPES, F. L.; Inflação Inercial, Hiperinflação e Desinflação: Notas e Conjecturas. **Revista de Economia Política**, v. 5, n. 2, pg. 135-151, 1985.

MACQUARRIE, A.; TSAI, C. **Regression and Time Series Model Selection**. World Scientific Publishing: First Edition, 1998.

MADDALA, G. S. **Introduction to econometrics**. New York, 1988.

MALAVOGLIA, R. C. **Verificação da presença de memória longa nos principais índices de Bolsa de Valores. Um estudo por meio da utilização da estatística R/S e o expoente de Hurst**. 2009. Tese (Mestre em Administração) – Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009.

MANKIW, G. **Macroeconomics**. Worth Publishers: Sixth Edition. 2006.

MARQUES, G. O. **Estruturas de Memória Longa em Variáveis Econômicas: Da Análise de Integração e Co-Integração Fracionárias à Análise de Ondaletas**. 2007. Tese (Doutorado em Economia) – Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

MISHKIN, F. S. Inflation Dynamics. Massachusetts: **Working Paper from National Bureau of Economic Research**, n. 13147, 2007.

MOLINARES, F. A. F. **Estimação Robusta em Processos de Memória Longa na Presença de Outliers Aditivos**. 2007. Tese (Mestrado em Estatística) – Departamento de Estatística, Universidade Federal de Pernambuco, Pernambuco, 2007.

NASON, J. Instability in US Inflation: 1967-2005. **Economic Review, Federal Reserve Bank of Atlanta**, Second Quarter, pg. 39-59, 2006.

NELSON, C.; PLOSSER, C. Trends and Random Walks in Macroeconomics Time Series: Some Evidence and Implications. *Journal of Monetary Economics*, v. 10, n. 2, pg. 139-162, 1982.

NELSON, C. R.; SCHWERT, W. Short-Term Interest Rates as Predictors of Inflation: On Testing the Hypothesis that the Real Rate of Interest is Constant. **The American Economic Review**, v. 67, n. 3, pg. 478-486, 1977.

NETO, F. F. Persistência Inflacionária e Curva de Phillips Novo-Keynesiana para o Brasil. **Revista de Economia Política**, v. 30, n. 2, pg. 310-328, 2010.

NOVAES, A. D. Um Teste da Inflação inercial no Brasil. **Pesquisa e Planejamento Economico**, Rio de Janeiro, v. 21, n. 2, pg. 377-396, 1991.

OOMS, M.; DOORNIK, J. Inference and Forecasting for Fractional Autoregressive Integrated Moving Average Models, with Application to US and UK Inflation. **Econometric Institute Report**, 9947/A, pg.1-33, 1999.

PALMA, W. **Long-Memory Time Series: Theory and Methods**. New Jersey, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, 2007.

PERRON, P. The Great Crash, The Oil Price Shock, and the Unit Root Hypothesis. **Econometrica**, v. 57, n. 6, pg. 1361-1401, 1989.

PHILLIPS, P. PERRON, P. Testing for a Unit Root in Time Series Regression. **BiométriKa**, v. 75, n. 2, pg. 335-346, 1988.

RABANAU, P.; RUBIO-RAMÍREZ, J. F. Inflation Persistence: How Much Can We Explain?. **Economic Review, Federal Reserve Bank of Atlanta**, Second Quarter, pg. 43-55, 2003.

RAMALHO, V. Simonsen: Pioneiro da Visão inercial de Inflação. **Revista Brasileira de Economia**, Rio de Janeiro, pg. 222-238, 2003.

RAPPOPORT, P.; REICHLON, L. Broken Trends, Random Walks and Non-Stationary Cycles. **Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems Series**, n. 321, pg. 305-331, 1989.

REBELO, A. M.; SILVA, C. G.; LOPES, D. T. Persistência Inflacionária: Comparações entre o Caso Brasileiro e Outros Países Emergentes. 37° ENCONTRO NACIONAL DE ECONOMIA – ANPEC 2009, Foz do Iguaçu. **Macroeconomia, Economia Monetária e Finanças**.

REISEN V. A. **Modelo ARFIMA**. 2007. Manuscrito.

REISEN, V.; FRANCO, G. C.; BARROS, P. Unit Root Tests Using Semi-Parametric Estimators of the Long-Memory Parameter. **Journal of Statistical Computation and Simulation**, v. 00, n. 00, pg. 1-9, 2005.

REISEN, V.; LOPES, S.; SENA, M. Error and order misspecification in ARFIMA models. **Brazilian Review of Econometrics**, Rio de Janeiro, v. 21, n. 1, pg. 101-135, 2001.

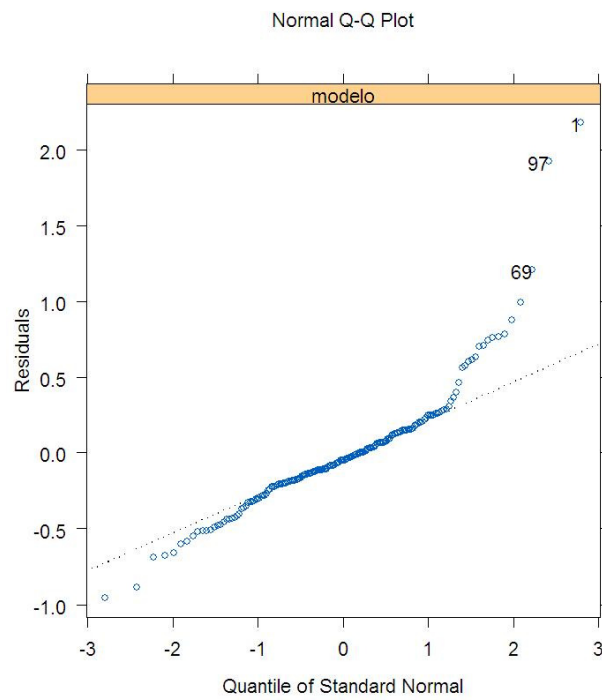
SOUZA, S. R. S.; TABAK, B. M.; CAJUEIRO, D. O. Investigação da Memória de Longo Prazo na Taxa de Câmbio no Brasil. **Revista Brasileira de Economia**, Rio de Janeiro, v. 60, n. 2, pg. 193-209, 2006.

STOCK, J.; WATSON, M. Why Has US Inflation Become Harder to Forecast?. **Working Paper Series**, National Bureau of Economic Research, n. 12324, 2006.

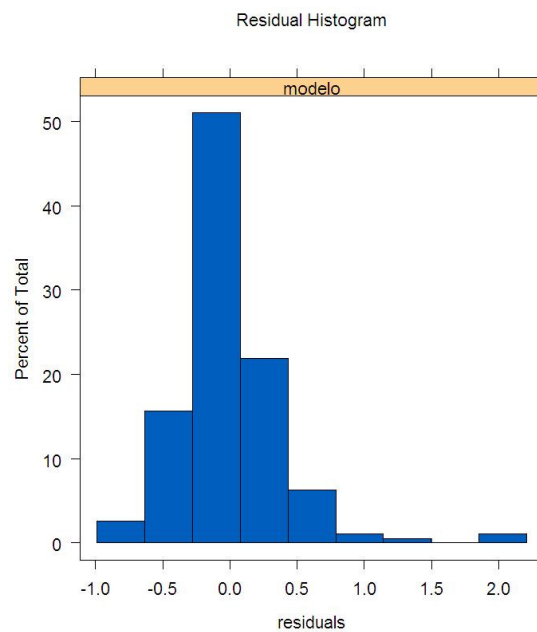
TREVISAN, E. S.; SOUZA, R. C.; SOUZA, L. R. Estimação do Parâmetro d em Modelos ARFIMA. **Pesquisa Operacional**, vol. 20, n. 1, pg. 73-82, jun. 2000.

WEI, W. **Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods**. Pearson Education: Second Edition, 2006.

Anexo



QQ Normal dos Resíduos do ARFIMA (0,d,1)



Histograma dos Resíduos do ARFIMA (0,d,1)