

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

ANÁLISE NUMÉRICA DE ESCOAMENTOS TURBULENTOS NÃO REATIVOS COM  
TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO E RADIAÇÃO TÉRMICA EM MEIOS  
PARTICIPANTES

por

Elizaldo Domingues dos Santos

Tese para obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica

Porto Alegre, Julho de 2011

ANÁLISE NUMÉRICA DE ESCOAMENTOS TURBULENTOS NÃO REATIVOS COM  
TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO E RADIAÇÃO TÉRMICA EM MEIOS  
PARTICIPANTES

por

Elizaldo Domingues dos Santos  
Mestre em Engenharia Mecânica

Área de Concentração: Fenômenos de Transportes

Orientador: Prof. Dr. Francis Henrique Ramos França

Aprovada por:

Prof. Dr. Cristiano Vitorino da Silva (DEMEC/URI)

Prof. Dr. Horácio Antônio Vielmo (PROMEC/UFRGS)

Prof. Dr. Su Jian (COPPE/UFRJ)

Prof. Dr. Francis Henrique Ramos França  
Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 22 de Julho de 2011

*Dedico este trabalho a minha família e aos verdadeiros amigos que me apoiaram nos momentos de dificuldade e compreenderam minhas ausências. Dedico este trabalho especialmente a minha adorada esposa Janice e ao meu amado filhinho João Augusto por tornarem minha vida mais feliz.*

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente, a Deus por ter colocado tantas pessoas importantes no meu caminho.

À minha esposa Janice, pelo amor incondicional, por compreender as minhas dificuldades, por me incentivar na realização deste trabalho e por ter me escolhido para ser seu marido e o pai do João Augusto.

Ao meu filho João Augusto por toda a felicidade que me proporciona.

À minha filha “gatesca” Dorinha por ser sempre muito mimosa.

A meus pais, Elizabete e Paulo, pelo amor incondicional, por terem me guiado no caminho do bem e possibilitarem meu crescimento pessoal e profissional.

Ao meu sogro (Jair) e minha sogra (Loiracy) por me adotarem como filho, por me apoiarem em todos os momentos desse trabalho, por cuidarem da minha esposa e pela indispensável dedicação ao João Augusto desde o seu nascimento.

Ao meu orientador, professor Francis Henrique Ramos França, pela amizade, por sua conduta honesta e por ser um profissional exemplar.

Aos meus colegas do GESTE: Daniel, Amir, Stone, Dionísio, Anderson Dall’Agnoll, Henrique, Cassol, Zancanaro, Centeno, Darci, Neimar, Daniel Beck e Adriano Carotenuto. Um agradecimento especial aos grandes amigos Guilherme Piccoli, Ivoni Acunha Júnior, Marcelo Galarça e Anderson Mossi por compartilhar as dificuldades relacionadas ao trabalho.

Aos professores e funcionários da UFRGS. Em especial a professora Adriane Petry e aos professores Paulo Schneider, Sérgio Frey, Bardo Bodmann e Horácio Vielmo pelos conhecimentos fornecidos ao longo do período em que estive na UFRGS e aos funcionários Paulo Kutter, João Batista e Salvadoretti pelo apoio.

Aos meus amigos e colegas da FURG. Em especial aos amigos Mateus Gomes, Emanuel Estrada, Max Letzow, Joaquim Vaz e Décio de Oliveira. Um agradecimento especial aos meus grandes amigos Liércio André Isoldi e Luiz Alberto Oliveira Rocha, por me auxiliarem no trabalho e pelos exemplos de conduta pessoal e profissional.

A todos meus alunos e queridos orientados da FURG e dos cursos de FORTRAN do CESUP-RS com quem adquiri muitos conhecimentos.

A todos que, de forma direta ou indireta, contribuíram para a realização deste trabalho e não foram mencionados neste texto.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo suporte financeiro durante os dois primeiros anos do trabalho.

## RESUMO

### ANÁLISE NUMÉRICA DE ESCOAMENTOS TURBULENTOS NÃO REATIVOS COM TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO E RADIAÇÃO TÉRMICA EM MEIOS PARTICIPANTES

O presente trabalho apresenta um estudo numérico sobre escoamentos turbulentos combinando os mecanismos de transferência de calor por convecção e radiação térmica em meios participantes. Os principais propósitos são obter um melhor entendimento a respeito da relevância das interações Turbulência-Radiação (TRI) em escoamentos turbulentos não reativos, bem como, investigar o efeito da radiação térmica sobre o comportamento transiente, médio e estatístico dos campos térmicos. Para investigar a relevância das interações TRI em escoamentos turbulentos internos, realiza-se uma comparação entre os fluxos temporais médios por convecção e radiação térmica obtidos através da simulação de grandes escalas (LES) e da modelagem clássica da turbulência (RANS) para escoamentos no regime permanente com as seguintes espessuras ópticas:  $\tau_0 = 0.01, 0.10, 1.0, 10.0$  e  $100.0$ , que representam desde meios opticamente muito finos até meios muito espessos. Para todos os casos, o número de Reynolds baseado na velocidade de fricção e o número de Prandtl são mantidos fixos:  $Re_\tau = 180$  e  $Pr = 0.71$ . A abordagem da turbulência é realizada a partir dos modelos submalha dinâmico de Smagorinsky (DSSGS) e  $k - \varepsilon$  padrão no âmbito de LES e RANS, enquanto nenhum modelo de turbulência é utilizado para a equação da transferência radiante (RTE). Com o intuito de contornar as dificuldades relacionadas com a dependência espectral da radiação térmica, todos os meios participantes são tratados como gás cinza. Para a solução numérica das equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia emprega-se um código comercial (FLUENT<sup>®</sup>) baseado no método de volumes finitos (FVM). A equação da transferência radiante é resolvida pelo método de ordenadas discretas (DOM). A relevância das interações TRI também é investigada em um escoamento não reativo em cavidade cilíndrica com  $Re_D = 22000$ ,  $Pr = 0.71$  e  $\tau_0 = 0.10$ . Além destes casos, é simulado um escoamento transiente em cavidade retangular com  $Re_H = 10000$ ,  $Pr = 0.71$  e  $\tau_0 = 10$  para avaliar o efeito da radiação térmica sobre o campo térmico transiente. Os resultados mostram que as interações TRI podem ser desprezadas para escoamentos não reativos para meios com espessura óptica menor ou igual a  $\tau_0 = 1.0$ , concordando com resultados da literatura. No entanto, para meios mais espessos as interações TRI passam a ser relevantes, ao contrário do que tem sido afirmado na literatura.

Palavras-chave: Interações TRI, LES, RANS, Meios participantes.

## ABSTRACT

### NUMERICAL ANALYSIS OF NON-REACTIVE TURBULENT FLOWS WITH CONVECTION AND THERMAL RADIATION HEAT TRANSFER IN PARTICIPATING MEDIA

The present work presents a numerical study about turbulent flows with combined convection and thermal radiation heat transfer in participating media. The main purposes of this study are to obtain a better understanding of the relevance of Turbulence-Radiation Interactions (TRI) for non-reactive turbulent flows, as well as, the investigation of the effect of thermal radiation over the time-averaged and statistics of the thermal field for these flows. To investigate the relevance of TRI for turbulent internal flows, it is performed a comparison between the time-averaged convective and radiative surface fluxes obtained by means of Large Eddy Simulation (LES) and Reynolds-Averaged Navier Stokes (RANS) for steady state flows for the following optical thickness:  $\tau_0 = 0.01, 0.10, 1.0, 10.0$  and  $100.0$ , which represents from very thin to optical very thick media. For all cases, the Reynolds number based on the velocity friction and the Prandtl number are kept fixed:  $Re_\tau = 180$  and  $Pr = 0.71$ . The turbulence is tackled with the dynamic Smagorinsky subgrid-scale (DSSGS) and the standard  $k - \varepsilon$  models within the LES and RANS framework, respectively, whilst no turbulence model is used for the radiative transfer equation (RTE). For the minimization of the difficulties concerned with the spectral dependence of thermal radiation, the participating media are treated as grey gas. For the numerical solution of the conservation equations of mass, momentum and energy it is employed a commercial CFD package (FLUENT<sup>®</sup>) based on the finite volume method (FVM). The radiative transfer equation (RTE) is solved by means of the discrete ordinates method (DOM). The TRI relevance is also investigated for the simulation of a non-reactive flow in a cylindrical cavity for the following dimensionless parameters:  $Re_D = 22000$ ,  $Pr = 0.71$  and  $\tau_0 = 0.10$ . Besides the above mentioned cases, it is simulated a transient turbulent rectangular cavity flow at  $Re_H = 10000$ ,  $Pr = 0.71$  and  $\tau_0 = 10$  in order to evaluate the effect of thermal radiation over the transient thermal field. The results show that TRI can be neglected for non-reactive channel flows with optical thickness lower or equal than  $\tau_0 = 1.0$ , which is agreement with the previous findings of literature. However, as the optical thickness increases, the TRI becomes relevant, which is in disagreement with previous statements from literature.

Keywords: Turbulence-Radiation Interactions, LES, RANS, Participating Media.

# ÍNDICE

	Pág.
<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1. Motivação .....	1
1.2. Revisão Bibliográfica sobre Interações Turbulência-Radiação (TRI).....	4
1.3. Objetivos do Trabalho.....	9
1.4. Organização do texto.....	10
<b>2. FUNDAMENTOS DA TURBULÊNCIA.....</b>	<b>13</b>
2.1. Equações de Conservação dos Escoamentos Turbulentos.....	13
2.2. Aspectos Físicos da Turbulência com Transferência de Calor.....	14
2.3. Análise Numérica dos Escoamentos Turbulentos .....	16
2.3.1. Simulação Numérica Direta (DNS).....	17
2.3.2. Modelagem Clássica da Turbulência (RANS) .....	18
2.3.3. Simulação de Grandes Escalas (LES) .....	20
2.3.3.1. Modelos Submalha.....	23
<b>3. FUNDAMENTOS DA RADIAÇÃO TÉRMICA.....</b>	<b>27</b>
3.1. Radiação Térmica em Meios Participantes.....	27
3.2. Aspectos Físicos da Radiação Térmica em Meios Participantes.....	34
3.3. Modelos Espectrais em Meios Participantes.....	35
3.3.1. Método Linha por Linha (LBL).....	35
3.3.2. Método do Gás Cinza.....	36
3.3.3. Soma-Ponderada de Gases Cinzas (WSGG).....	37
3.3.4. Modelos Recentes (SLW e CW).....	38
<b>4. MODELAGEM MATEMÁTICA.....</b>	<b>40</b>
4.1. Simulação de Grandes Escalas (LES) para Turbulência .....	40
4.1.1. Equações de Conservação dos Escoamentos Turbulentos com Convecção.....	40
4.1.2. Equações de Conservação Filtradas usando Simulação de Grandes Escalas (LES).....	41
4.1.3. Modelagem Submalha da Turbulência.....	44
4.1.3.1. Modelo Submalha de Smagorinsky.....	46
4.1.3.2. Modelo Submalha Dinâmico de Smagorinsky.....	47
4.2. Simulação de Grandes Escalas para Radiação Térmica.....	48
4.3. Modelagem Clássica de Escoamentos Turbulentos com Convecção e Radiação.....	52
4.3.1. Modelagem Clássica da Turbulência.....	52

4.3.1.1. Modelo k- $\epsilon$ .....	53
4.3.1.2. Modelagem para a Região da Parede.....	54
4.3.2. Equação da Transferência Radiante Temporal Média.....	59
4.4. Acoplamento Turbulência-Radiação.....	60
<b>5. MODELAGEM NUMÉRICA BASEADO NO FLUENT .....</b>	<b>61</b>
5.1. Modelagem Numérica dos escoamentos Turbulentos .....	61
5.1.1. O Método de Volumes Finitos (FVM).....	62
5.1.1.1. Tratamento dos Termos Advectivos das Equações de Conservação.....	65
5.1.1.1.1. Esquema de Advecção <i>Upwind</i> .....	66
5.1.1.1.2. Esquema <i>Bounded Central Differencing</i> .....	68
5.1.1.2. Acoplamento Pressão-Velocidade.....	71
5.1.1.2.1. Algoritmo SIMPLE.....	72
5.1.1.3. Discretização Temporal das Equações de Conservação.....	74
5.2. Modelagem Numérica da Radiação Térmica em Meios Participantes.....	75
5.2.1. O Método das Ordenadas Discretas (DOM).....	75
5.2.1.1. A Equação da Transferência Radiante em Problemas Unidimensionais.....	76
5.2.1.2. A Equação da Transferência Radiante em Problemas Tridimensionais.....	78
5.3. Procedimentos Numéricos.....	80
<b>6. VERIFICAÇÃO E VALIDAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO.....</b>	<b>83</b>
6.1. Escoamento Laminar com Convecção Forçada em Cavidades .....	84
6.2. Escoamento Turbulento em Cavidades Isotérmicas.....	91
6.3. Escoamento Turbulento com Convecção Forçada em Canais .....	95
6.4. Transferência Radiante em Cavidade Triangular .....	101
<b>7. RESULTADOS.....</b>	<b>105</b>
7.1. Influência da Intensidade de Turbulência no Campo Radiante .....	105
7.2. Influência da Radiação Térmica no Campo Térmico de Escoamentos Turbulentos Transientes em Cavidades.....	106
7.3. Estudo da Relevância das Interações TRI em Canais.....	114
7.3.1. Meios Opticamente Muito Finos ( $\tau_0 = 0.01$ ).....	117
7.3.2. Meios Opticamente Finos ( $\tau_0 = 0.1$ ).....	122
7.3.3. Meios com Espessura Óptica Média ( $\tau_0 = 1.0$ ).....	126
7.3.4. Meios Opticamente Espessos ( $\tau_0 = 10.0$ ).....	132
7.3.5. Meios Opticamente Muito Espessos ( $\tau_0 = 100.0$ ).....	139



7.3.6. Resultados Finais.....	148
7.4. Estudo da Relevância das Interações TRI em Cavidades Cilíndricas.....	152
<b>8. CONCLUSÕES E PROPOSTAS DE CONTINUIDADE .....</b>	<b>162</b>
<b>9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>165</b>
<b>ANEXO I – UDF COM OS PERFIS DE VELOCIDADES E TEMPERATURAS IMPOSTAS NA ENTRADA DOS CANAIS TURBULENTOS.....</b>	<b>180</b>
<b>ANEXO II – ARTIGO SOBRE INFLUÊNCIA DA INTENSIDADE DE TURBULÊNCIA NO CAMPO RADIANTE.....</b>	<b>181</b>

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Letras Romanas

$A$	área, $m^2$
$C$	seção-transversal de absorção (ou coeficiente de absorção molar), $cm^2 \cdot molec^{-1}$
$C_S$	constante de Smagorinsky
$c_p$	calor específico a pressão constante, $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
$C_{ij}$	tensor cruzado, $N \cdot m^{-2}$
$C_{\theta j}$	fluxo turbulento cruzado, $W \cdot m^{-2}$
$e$	poder emissivo, $W \cdot m^{-2}$
$f_i$	componentes das forças de campo por unidade de volume na direção $i$ , $N \cdot m^{-3}$
$G(x - x')$	função filtro
$g_i$	aceleração gravitacional na direção $i$ , $m \cdot s^{-2}$
$Gr_H$	número de Grashoff [ $g\beta\Delta TH^3 \cdot \nu^{-2}$ ]
$i$	intensidade de radiação, $W \cdot m^{-2} \cdot sr^{-1}$
$J$	intensidade de radiação do gás cinza fracional, $W \cdot m^{-2} sr^{-1}$
$K_{SM}$	energia cinética turbulenta submalha, $m^2 \cdot s^{-2}$
$k$	condutividade térmica do fluido, $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
$l$	número de ordenadas
$L_{ij}$	tensor de Leonard, $N \cdot m^{-2}$
$L_{\theta j}$	fluxo turbulento de Leonard, $W \cdot m^{-2}$
$N$	densidade molar, $molec \cdot cm^{-3}$
$Nu$	número de Nusselt, $\partial T^* / \partial Y^*$
$[Nu]$	número de Nusselt médio no tempo, $\int Nudt / \int dt$
$\langle Nu \rangle$	número de Nusselt médio na superfície, $\int NudA / \int dA$
$P$	pressão, $N \cdot m^{-2}$
$\mathbf{P}$	espaço funcional do campo de pressão
$\mathbf{P}^h$	subespaço funcional do campo de pressão
$Pe$	número de Peclet [ $Re \cdot Pr$ ]
$Pr$	número de Prandtl, $\nu \cdot \alpha^{-1}$
$Pr_{SGS}$	número de Prandtl submalha, $\nu_{SGS} \cdot \alpha_{SGS}^{-1}$

$Pr_t$	número de Prandtl turbulento, $\nu_t \cdot \alpha_t^{-1}$
$Q$	taxa de energia radiante dissipada, W
$q_c$	fluxo convectivo superficial, $W \cdot m^{-2}$
$q_r$	fluxo radiante superficial, $W \cdot m^{-2}$
$q'''$	taxa de geração de energia por unidade de volume, $W \cdot m^{-3}$
$q_j''$	fluxo de calor difusivo ou por condução na direção $j$ , $W \cdot m^{-2}$
$Ra_H$	número de Rayleigh [ $g\beta\Delta TH^3 \cdot \alpha^{-1} \nu^{-1}$ ]
$Re_L$	número de Reynolds [ $\rho VL \cdot \mu^{-1}$ ]
$S_{ij}$	taxa de deformação do campo de velocidades, $S^{-1}$
$ \bar{S} $	tensor taxa de deformação do campo filtrado $\left[ (2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij})^{1/2} \right]$
$S$	trajetória, ou comprimento de caminho, em um meio participante, m
$S$	intensidade de linha, $cm \cdot molec^{-1}$
$s$	localização (estado termodinâmico)
$T$	temperatura, K ou °C
$\mathbf{T}$	espaço funcional do campo de temperatura
$\mathbf{T}^h$	subespaço funcional do campo de temperatura
$t$	tempo, s
$t^*$	tempo adimensional [ $V \cdot t \cdot H^{-1}$ ]
$T_{inf}$	temperatura inferior do domínio, K ou °C
$T_{sup}$	temperatura superior do domínio, K ou °C
$T_\tau$	temperatura de fricção, K ou °C
$u_\tau$	velocidade de fricção, $m \cdot s^{-1}$
$v_i$	velocidade na direção $i$ , $m \cdot s^{-1}$
$\mathbf{V}$	espaço funcional da velocidade
$\mathbf{V}^h$	subespaço funcional da velocidade
$x_i$	coordenada na direção $i$ , m
$Y$	fração molar da espécie química
$w$	função do número de onda cumulativo
$w$	pesos das quadraturas para o método de ordenadas discretas

Letras gregas

$\alpha$	difusividade térmica, $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
$\alpha_{\text{SGS}}$	difusividade submalha de energia, $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
$\alpha_{\text{T}}$	difusividade térmica turbulenta, $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
$\beta$	coeficiente de expansão térmica do fluido, $\text{K}^{-1}$
$\beta$	ângulo de cone
$\Gamma$	transmitância
$\Gamma$	contorno do domínio
$\delta$	espaçamento de linha, $\text{cm}^{-1}$
$\delta_{ij}$	delta de Kronecker
$\Delta x_i$	variação espacial na direção $i$ , m
$\Delta t$	passo de tempo crítico, s
$\varepsilon$	emissividade total
$\varepsilon$	dissipação da energia cinética da turbulência, $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-3}$
$\eta$	número de onda, $\text{m}^{-1}$
$n_j$	cosseno diretor do vetor normal ao contorno na direção $j$
$\theta_j$	fluxo turbulento submalha, $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$
$\kappa$	coeficiente de absorção, $\text{m}^{-1}$
$\lambda$	viscosidade volumétrica do fluido, $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$
$\lambda$	número de onda, $\mu\text{m}$
$\mu$	viscosidade dinâmica do fluido, $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$
$\mu$	direção para radiação no método de ordenadas discretas
$\nu$	viscosidade cinemática do fluido, $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
$\nu_{\text{SGS}}$	viscosidade turbulenta submalha, $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
$\nu_t$	viscosidade turbulenta, $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
$\tau_0$	espessura óptica
$\rho$	massa específica do fluido, $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$
$\rho$	refletividade
$\sigma$	coeficiente de espalhamento espectral, $\text{m}^{-1}$
$\sigma$	constante universal de Stefan-Boltzmann, $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$
$\sigma_{ij}$	forças de superfície normais ou tangenciais no volume de controle, $\text{N} \cdot \text{m}^{-2}$
$\tau_{ij}$	tensor de Reynolds submalha, $\text{N} \cdot \text{m}^{-2}$
$\Phi$	função de fase

$\omega$	ângulo sólido
$\Omega$	domínio, m <sup>3</sup>
$\overline{\nabla q_R}$	divergência temporal média ou filtrada do fluxo radiante, W·m <sup>-3</sup>

#### Super-índices

*	variáveis adimensionais;
$\overline{(\ )}$	termos médios no tempo e no espaço (grandes escalas)
$(\ )'$	termos de flutuação no tempo e no espaço (pequenas escalas)
$n$	variável no passo de tempo $n$ ( $t$ )
$n + 1$	variável no passo de tempo $n + 1$ ( $t + \Delta t$ )
$\wedge$	variáveis primárias prescritas
$T$	matriz transposta
+	variáveis adimensionalizadas por $u_\tau$ , $T_\tau$ e $v$

#### Sub-índices

$b$	condição de corpo negro
$i$	referência à linha espectral
$i$	espécie química corrente
$i$	posição espectral
$i0$	condições iniciais do escoamento
$j$	gás cinza corrente
$j$	segmento espectral
$k$	variável no passo iterativo $k$
$k + 1$	variável no passo iterativo $k+1$
$l$	banda de absorção
$\eta$	dependência espectral com relação ao número de onda
$W$	quantidades avaliadas no contorno

#### Abreviaturas

ALB	função distribuição das linhas de absorção de corpo negro
CBC	critério de convecção limitada
CSDS	banco de dados espectrais
CW	modelo do número de onda cumulativo
CFD	dinâmica dos fluidos computacional
DOM	método das ordenadas discretas
FDM	método de diferenças finitas
FEM	método de elementos finitos
FVM	método de volumes finitos
HITRAN	banco de dados espectrais
HITEMP	banco de dados espectrais
LES	simulação de grandes escalas
NGL	número de graus de liberdade
NVD	diagrama das variáveis normalizadas
RANS	Modelagem clássica da turbulência
RTE	equação do transporte radiante
SLW	modelo da soma-ponderada-de-gases-cinzas baseado em linhas espectrais
SOU	esquema advectivo upwind de segunda ordem
TRI	interações turbulência-radiação
UDF	funções definidas pelo usuário
WSGG	modelo da soma-ponderada-de-gases-cinzas
VC	volume de controle

## ÍNDICE DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1.1 – Aplicações industriais de escoamentos não reativos em meios participantes com várias espessuras ópticas.....	3
Figura 2.1 – Média temporal do campo instantâneo de uma variável para um escoamento: a) estacionário, b) não estacionário com pequenas variações [Adaptado de Wilcox (2002)].....	19
Figura 3.1 – a) variação da taxa de energia que incide sobre um elemento de área $dA_1$ com a distância de uma fonte ( $dA_S$ ) – b) variação do fluxo de energia com a distância de uma fonte diferencial [Fonte: Siegel e Howell (2002)].....	30
Figura 3.2 – Geometria utilizada na dedução do aumento de intensidade de radiação pela emissão em um meio participante [Fonte: Siegel e Howell (2002)].....	31
Figura 3.3 – Aumento da intensidade de radiação na direção por espalhamento [Fonte: Siegel e Howell (2002)].....	33
Figura 3.4 – Distribuição do coeficiente de absorção para várias frações molares de $CO_2$ em um pequeno intervalo espectral [Fonte: Wang et al, 2008a].....	36
Figura 5.1 – Volume de controle empregado em FVM para um domínio bidimensional [Adaptado de Patankar (1980)].....	64
Figura 5.2 – Obtenção de $\phi_f$ em uma face do volume de controle usando o esquema <i>upwind</i> .....	67
Figura 5.3 – Definição das variáveis $\phi$ empregando o esquema <i>upwind</i> de segunda ordem.....	68
Figura 5.4 – Volume de controle unidimensional usado para entendimento do esquema <i>bounded central differencing</i> .....	69
Figura 5.5 – Diagrama de variáveis normalizadas [Fonte: Choi et al., 1995].....	70
Figura 5.6 – Número de pontos para a solução $S_8$ no primeiro octante.....	75
Figura 5.7 – Volume de controle em torno do ponto nodal.....	79
Figura 5.8 – Convergência dos resíduos para um escoamento com TRI (LES) a $Re_\tau = 180$ , $Pr = 0.71$ e $\tau_0 = 10$ no regime permanente.....	82
Figura 5.9 – Convergência dos resíduos para um escoamento sem TRI (LES) a $Re_\tau = 180$ , $Pr = 0.71$ e $\tau_0 = 10$ no regime permanente.....	82
Figura 6.1 – Escoamento laminar em cavidade com transferência de calor por convecção mista: a) domínio computacional, b) malha independente ( $200 \times 200$ células).....	85
Figura 6.2 – Teste de independência de malha espacial para os campos transientes: a) velocidade na direção $x^*$ ( $v_1^*$ ), b) Temperatura ( $T^*$ ).....	87

Figura 6.3 – Obtenção do passo de tempo independente para os campos transientes: a) velocidade na direção $x^*$ ( $v_1^*$ ), b) Temperatura ( $T^*$ ).....	88
Figura 6.4 – Verificação numérica dos campos transientes: a) velocidade na direção $x^*$ ( $v_1^*$ ), b) Temperatura ( $T^*$ ).....	90
Figura 6.5 – escoamento turbulento em cavidade isotérmica: a) domínio computacional, b) malha empregada ( $100 \times 100 \times 30$ ).....	92
Figura 6.6 – Perfis de velocidades adimensionais no centro da cavidade para $Re_H = 10000$ : a) perfis médios, b) estatísticas da turbulência. Prasad e Koseff (1989): $\circ v_1^*(y^*), v_{1,rms}^*(y^*)$ ; $\square v_2(x^*), v_{2,rms}^*(x^*)$ . Presente trabalho: $- v_1^*(y^*), v_{1,rms}^*(y^*)$ ; $-- v_2(x^*), v_{2,rms}^*(x^*)$ .....	94
Figura 6.7 – Domínio computacional e condições de contorno do escoamento em canal.....	96
Figura 6.8 – Estudo de sensibilidade de malha para o campo de temperaturas empregado para as simulações com RANS.....	97
Figura 6.9 – Topologias para o escoamento turbulento em canal no regime permanente (LES): a) campo de velocidades médio, b) campo de vorticidades instantâneo ( $t = 8$ s), c) campo de temperaturas médio, d) campo de temperaturas instantâneo ( $t = 8$ s).....	98
Figura 6.10 – Perfis médios adimensionais: a) campo de velocidades, b) campo de temperaturas.....	100
Figura 6.11 – Estatísticas da turbulência: a) $\overline{v_1'v_2'}$ em função de $y$ , b) $\overline{v_1'^+T'^+}$ em função de $y^+$ .....	102
Figura 6.12 – Transferência radiante em uma cavidade radiante com meio participante: a) domínio computacional, b) malha espacial (290 volumes).....	103
Figura 6.13 – Fluxo radiante adimensional incidente na superfície inferior da cavidade.....	104
Figura 7.1 – Câmara cilíndrica de combustão: a) domínio e topologia da chama (Fonte: Barve et al., 2006), b) divergência do fluxo radiante em função de perfis de temperaturas com intensidades de turbulência de 10%, 20% e 30%.....	106
Figura 7.2 – Domínio computacional do escoamento a $Re_H = 10000$ , $Pr = 0.71$ e $\tau_0 = 10.0$ em cavidade com transferência de calor por convecção e radiação térmica.....	107
Figura 7.3 – Fluxos radiantes nas superfícies superior e inferior para o escoamento em cavidade à $Re_H = 10000$ , $Pr = 0.71$ e $\tau_0 = 10.0$ .....	108
Figura 7.4 – Topologias do campo de temperaturas em função do tempo para o escoamento à $Re_H = 10000$ e $Pr = 0.71$ . Convecção forçada: (a) $t = 0.10$ s, (b) $t = 0.20$ s, (c) $t = 0.40$ s, (d) $t = 1.00$ s. Com radiação térmica: (a) $t = 0.10$ s, (b) $t = 0.20$ s, (c) $t = 0.40$ s, (d) $t = 1.00$ s.....	110



Figura 7.5 – Comparação entre os campos transientes de temperaturas com e sem radiação térmica para o escoamento a $Re_H = 10000$ e $Pr = 0.71$ nos seguintes pontos de monitoramento: (a) ponto 1; (b) ponto 2.....	111
Figura 7.6 – Comparação entre os perfis médios de temperaturas no centro da cavidade obtidos com e sem radiação térmica para um escoamento a $Re_H = 10000$ e $Pr = 0.71$ .....	113
Figura 7.7 – Comparação entre as estatísticas da turbulência para o campo térmico no centro da cavidade obtidas com e sem radiação térmica para o escoamento a $Re_H = 10000$ e $Pr = 0.71$ : (a) $T_{rms}$ em função de $y^*$ , (b) $T_{rms}$ em função de $x^*$ .....	114
Figura 7.8 – Domínio computacional empregado para a simulação de escoamentos turbulentos a $Re_\tau = 180$ e $Pr = 0.71$ com transferência de calor por convecção e radiação térmica.....	116
Figura 7.9 – Topologias dos campos de temperaturas (K) em desenvolvimento para o escoamento com $Re_\tau = 180$ , $Pr = 0.71$ e $\tau_0 = 0.01$ no regime permanente: (a) sem TRI, (b) médio com TRI, (c) instantâneo com TRI ( $t = 8$ s).....	118
Figura 7.10 – Topologias da intensidade de radiação incidente ( $W \cdot m^{-2}$ ) para o escoamento com $Re_\tau = 180$ , $Pr = 0.71$ e $\tau_0 = 0.01$ no regime permanente: (a) sem TRI, (b) instantâneo com TRI ( $t = 8$ s).....	119
Figura 7.11 – Comparação entre os fluxos convectivos médios ( $W \cdot m^{-2}$ ) com e sem TRI para o escoamento com $Re_\tau = 180$ , $Pr = 0.71$ e $\tau_0 = 0.01$ : (a) superfície inferior, (b) superfície superior.....	120
Figura 7.12 – Comparação entre os fluxos radiantes médios ( $W \cdot m^{-2}$ ) com e sem TRI para o escoamento com $Re_\tau = 180$ , $Pr = 0.71$ e $\tau_0 = 0.01$ : (a) superfície inferior, (b) superfície superior.....	121
Figura 7.13 – Comparação entre os fluxos radiantes instantâneos ( $W \cdot m^{-2}$ ) com e sem TRI para o escoamento com $Re_\tau = 180$ , $Pr = 0.71$ e $\tau_0 = 0.01$ : (a) superfície inferior, (b) superfície superior.....	123
Figura 7.14 – Comparação entre os fluxos convectivos médios ( $W \cdot m^{-2}$ ) com e sem TRI para o escoamento com $Re_\tau = 180$ , $Pr = 0.71$ e $\tau_0 = 0.1$ : (a) superfície inferior, (b) superfície superior.....	124
Figura 7.15 – Comparação entre os fluxos radiantes médios ( $W \cdot m^{-2}$ ) com e sem TRI para o escoamento com $Re_\tau = 180$ , $Pr = 0.71$ e $\tau_0 = 0.1$ : (a) superfície inferior, (b) superfície superior.....	125
Figura 7.16 – Comparação entre os fluxos radiantes instantâneos ( $W \cdot m^{-2}$ ) com e sem TRI para o escoamento com $Re_\tau = 180$ , $Pr = 0.71$ e $\tau_0 = 0.1$ : (a) superfície inferior, (b) superfície superior.....	

superior.....	127
Figura 7.17 – Topologias da intensidade de radiação incidente ( $W \cdot m^{-2}$ ) para o escoamento com $Re_{\tau} = 180$ , $Pr = 0.71$ e $\tau_0 = 1.0$ no regime permanente: (a) sem TRI, (b) instantâneo com TRI ( $t = 8$ s).....	128
Figura 7.18 – Comparação entre os fluxos convectivos médios ( $W \cdot m^{-2}$ ) com e sem TRI para o escoamento com $Re_{\tau} = 180$ , $Pr = 0.71$ e $\tau_0 = 1.0$ : (a) superfície inferior, (b) superfície superior.....	129
Figura 7.19 – Comparação entre os fluxos radiantes médios ( $W \cdot m^{-2}$ ) com e sem TRI para o escoamento com $Re_{\tau} = 180$ , $Pr = 0.71$ e $\tau_0 = 1.0$ : (a) superfície inferior, (b) superfície superior.....	131
Figura 7.20 – Comparação entre os fluxos radiantes instantâneos ( $W \cdot m^{-2}$ ) com e sem TRI para o escoamento com $Re_{\tau} = 180$ , $Pr = 0.71$ e $\tau_0 = 1.0$ : (a) superfície inferior, (b) superfície superior.....	132
Figura 7.21 – Topologias dos campos de temperaturas (K) em desenvolvimento para o escoamento com $Re_{\tau} = 180$ , $Pr = 0.71$ e $\tau_0 = 10.0$ no regime permanente: (a) sem TRI, (b) médio com TRI, (c) instantâneo com TRI ( $t = 8$ s).....	134
Figura 7.22 – Topologias da intensidade de radiação incidente ( $W \cdot m^{-2}$ ) para o escoamento com $Re_{\tau} = 180$ , $Pr = 0.71$ e $\tau_0 = 10.0$ no regime permanente: (a) sem TRI, (b) instantâneo com TRI ( $t = 8$ s).....	135
Figura 7.23 – Comparação entre os fluxos convectivos médios ( $W \cdot m^{-2}$ ) com e sem TRI para o escoamento com $Re_{\tau} = 180$ , $Pr = 0.71$ e $\tau_0 = 10.0$ : (a) superfície inferior, (b) superfície superior.....	137
Figura 7.24 – Comparação entre os fluxos radiantes médios ( $W \cdot m^{-2}$ ) com e sem TRI para o escoamento com $Re_{\tau} = 180$ , $Pr = 0.71$ e $\tau_0 = 10.0$ : (a) superfície inferior, (b) superfície superior.....	138
Figura 7.25 – Comparação entre os fluxos radiantes instantâneos ( $W \cdot m^{-2}$ ) com e sem TRI para o escoamento com $Re_{\tau} = 180$ , $Pr = 0.71$ e $\tau_0 = 10.0$ : (a) superfície inferior, (b) superfície superior.....	139
Figura 7.26 – Comparação entre os fluxos convectivos médios ( $W \cdot m^{-2}$ ) com e sem TRI para o escoamento com $Re_{\tau} = 180$ , $Pr = 0.71$ e $\tau_0 = 100.0$ : (a) superfície inferior, (b) superfície superior.....	141
Figura 7.27 – Comparação entre os fluxos radiantes médios ( $W \cdot m^{-2}$ ) com e sem TRI para o escoamento com $Re_{\tau} = 180$ , $Pr = 0.71$ e $\tau_0 = 100.0$ : (a) superfície inferior, (b) superfície superior.....	141

superior.....	143
Figura 7.28 – Comparação entre os fluxos radiantes instantâneos ( $W \cdot m^{-2}$ ) com e sem TRI para o escoamento com $Re_{\tau} = 180$ , $Pr = 0.71$ e $\tau_0 = 100.0$ : (a) superfície inferior, (b) superfície superior.....	144
Figura 7.29 – Comparação entre os fluxos radiantes médios ( $W \cdot m^{-2}$ ) para várias espessuras ópticas: (a) superfície inferior, (b) superfície superior.....	145
Figura 7.30 – Divergência média do fluxo radiante ( $W \cdot m^{-3}$ ) em função da altura na saída do canal para várias espessuras ópticas: (a) $\tau_0 = 0.01, 0.10$ e $1.0$ ; (b) $\tau_0 = 10.0$ e $100.0$ .....	147
Figura 7.31 – Desvios percentuais máximo e médio da divergência temporal média do fluxo radiante em função da espessura óptica do meio participante ( $\tau_0$ ).....	148
Figura 7.32 – Topologias do campo médio de temperaturas para o escoamento com $Re_{\tau} = 180$ e $Pr = 0.71$ plenamente desenvolvido no regime permanente para várias espessuras ópticas: (a) $\tau_0 = 0.01$ , (b) $\tau_0 = 1.0$ , (c) $\tau_0 = 10.0$ , (d) $\tau_0 = 100.0$ .....	149
Figura 7.33 – Campo médio de temperaturas para o escoamento com $Re_{\tau} = 180$ e $Pr = 0.71$ em função de várias espessuras ópticas: (a) $\tau_0 = 0.01$ e $\tau_0 = 0.10$ , (b) $\tau_0 = 1.0$ , $\tau_0 = 10.0$ e $\tau_0 = 100.0$ .....	151
Figura 7.34 – Estatísticas do campo térmico para o escoamento com $Re_{\tau} = 180$ e $Pr = 0.71$ em função de várias espessuras ópticas.....	152
Figura 7.35 – Domínio computacional da chama turbulenta para o escoamento com $Re_D = 22000$ , $Pr = 0.71$ e $\tau_0 = 0.1$ .....	153
Figura 7.36 – Topologias do campo de temperaturas (K) para o escoamento com $Re_D = 22000$ , $Pr = 0.71$ e $\tau_0 = 0.1$ no regime permanente: (a) médio sem TRI, (b) médio com TRI.....	155
Figura 7.37 – Perfis médios de temperaturas para o escoamento permanente com $Re_D = 22000$ , $Pr = 0.71$ e $\tau_0 = 0.1$ para várias posições azimutais: (a) $z = 0.2$ m, (b) $z = 0.4$ m, (c) $z = 1.2$ m.....	156
Figura 7.38 – Divergência do fluxo radiante para o escoamento com $Re_D = 22000$ , $Pr = 0.71$ e $\tau_0 = 0.1$ no regime permanente para várias posições azimutais: (a) $z = 0.2$ m, (b) $z = 0.4$ m, (c) $z = 1.2$ m.....	158
Figura 7.39 – Densidade de potência espectral (PSD) das flutuações da intensidade de radiação obtidas nas posições: $r = 0.025$ m, $z = 0.2$ m e $r = 0.025$ m, $z = 0.4$ m.....	159
Figura 7.40 – Fluxo radiante médio ( $W \cdot m^{-2}$ ) na superfície da câmara cilíndrica obtido com e sem TRI.....	160

## ÍNDICE DE TABELAS

	Pág.
Tabela 5.1 – Valores de $\varphi$ , $\Gamma^\varphi$ e $S^\varphi$ usados na Eq. (5.1).....	63
Tabela 6.1. Parâmetros físicos e computacionais da simulação de escoamento em canal.....	97

# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1. Motivação

Os escoamentos turbulentos estão presentes tanto em aplicações de engenharia como na natureza. Entre os diversos exemplos que podem ser citados estão os escoamentos em aerodinâmica, turbomáquinas, equipamentos e dispositivos térmicos, processos de combustão, oceanografia e astrofísica [Pope, 2008].

No que tange a transferência de calor, o mecanismo de radiação térmica tende a ser dominante em muitas aplicações onde temperaturas elevadas estão presentes, como em sistemas de combustão, fornos, motores de combustão interna e foguetes [Siegel e Howell, 2002]. Vale mencionar que a consideração deste mecanismo é significativa para o dimensionamento de diversos equipamentos térmicos. Por exemplo, de acordo com Jones e Paul (2005), a inabilidade na predição das temperaturas parietais de um combustor pode conduzir a uma quantidade excessiva de ar entrando na câmara de combustão para resfriar as superfícies. Dessa forma, ocorrerá uma redução da eficiência de combustão e um acréscimo da emissão de poluentes como: monóxido de carbono (CO), formações de óxidos de nitrogênio (NO<sub>x</sub>) e hidrocarbonetos com queima incompleta.

Muitas das aplicações mencionadas anteriormente requerem o estudo combinado da convecção e radiação térmica em escoamentos turbulentos. No campo dos escoamentos não reativos, que é o escopo do presente trabalho, é possível citar os gases de exaustão em elevadas temperaturas oriundos de processos industriais (produção de vidros, aços e alumínio), geradores de vapor, fornalhas e secção de exaustão de câmaras de combustão [Siegel e Howell, 2002].

Nos escoamentos turbulentos com transferência de calor por convecção e radiação térmica são geradas flutuações do campo escalar que causam flutuações nos coeficientes de absorção. Estes últimos, por sua vez, se correlacionam com as flutuações da função de Planck e da intensidade de radiação, gerando uma fonte de energia também flutuante que causa outras flutuações nos campos do escoamento turbulento (velocidades, temperaturas e concentração de espécies). Essas interações são denominadas Interações Turbulência-Radiação (TRI - do inglês: *Turbulence-Radiation Interactions*) [Modest, 2005; Coelho, 2007]. De acordo com Li e Modest (2003) o campo radiante depende dos campos de temperaturas e de concentração de espécies e por causa disso as flutuações geradas nestes últimos induzem novas flutuações no primeiro. A natureza altamente não linear destas interações torna a estimativa dos escoamentos com

interações TRI um desafio ainda maior [Tessé et al., 2004; Modest, 2005; Coelho, 2007].

No que diz respeito à análise numérica de escoamentos com TRI, mesmo quando tratados de forma isolada, os fenômenos da turbulência e da radiação térmica em meios participantes impõem uma série de dificuldades para a abordagem do problema. No que se refere à turbulência, o processo físico é muito difícil de ser predito devido às interações entre as múltiplas escalas presentes nos escoamentos, que variam de um máximo comparável ao comprimento característico do domínio do escoamento (escala integral) a um mínimo fixado pela dissipação viscosa de energia (microescalas do escoamento) [Silveira Neto, 2002; Lesieur et al., 2005]. Por outro lado, na radiação térmica em meios participantes, o coeficiente de absorção apresenta uma dependência muito complexa em relação ao número de onda, campo de temperaturas e concentração de espécies [Siegel e Howell, 2002]. Como uma consequência, a modelagem tradicional dos escoamentos turbulentos com radiação térmica tem geralmente ignorado as interações TRI, ou seja, os cálculos radiantes têm sido baseados nos campos de temperatura e concentração médios [Viskanta, 1998]. Esta modelagem tem sido assumida mesmo que trabalhos experimentais tenham sugerido que as quantidades radiantes médias possam diferir significativamente daquelas baseadas nos valores escalares médios [Li e Modest, 2002].

Uma motivação adicional consiste no emprego de técnicas numéricas alternativas para a compreensão dos aspectos fenomenológicos relacionados ao problema das interações turbulência-radiação (TRI). A necessidade por metodologias alternativas está ligada ao fato da abordagem numérica que melhor prediz as interações TRI, simulação numérica direta (DNS - do inglês: *Direct Numerical Simulation*) requerer um esforço computacional extremamente elevado. Por outro lado, a abordagem dos escoamentos turbulentos combinando convecção e radiação térmica por meios da modelagem clássica da turbulência (RANS - do inglês: *Reynolds Averaged Navier-Stokes*) não tem levado em consideração os efeitos das interações TRI ou tem requerido modelos para a estimativa das flutuações dos escalares em torno das médias [Coelho, 2007]. Uma metodologia alternativa para a abordagem das interações TRI de forma natural e com um esforço computacional menor do que DNS é a Simulação de Grandes Escalas (LES – do inglês: *Large Eddy Simulation*). Uma comparação entre as soluções obtidas por meios de LES e da modelagem clássica do problema (RANS sem modelo de turbulência para a equação da transferência radiante) é realizada no presente trabalho para a avaliação da relevância das interações TRI em escoamentos turbulentos não reativos com transferência de calor por convecção e radiação térmica em meios participantes com várias espessuras ópticas. A espessura óptica do meio participante depende da dimensão do domínio e do coeficiente de absorção.

Alguns exemplos de aplicações de escoamentos em meios participantes para várias espessuras ópticas em problemas de engenharia podem ser visualizados na Fig. 1.1. Nesta, podem ser vistos desde meios opticamente finos ( $\tau_0 = 0.01$ ) encontrados em secções de exaustão de motores de combustão interna com pouca fuligem até secções de exaustão de fornalhas de grandes dimensões com uma grande quantidade de fuligem ( $\tau_0 = 100.0$ ). De acordo com Gupta et al. (2009) meios participantes típicos de produtos de combustão (mistura de  $\text{CO}_2$  e vapor de  $\text{H}_2\text{O}$ ) com uma espessura de 7 mm podem possuir uma espessura óptica de  $\tau_0 = 0.01$ , enquanto meios com espessuras de 50 m e 10 ppm de fuligem poderiam corresponder a uma espessura óptica de  $\tau_0 = 1000.0$ , ou seja, a formação de fuligem pode elevar muito a capacidade de absorção e emissão do meio, conduzindo a meios mais espessos. Vale destacar ainda que, a formação de fuligem no meio participante dependerá do tipo de processo de combustão: completa ou incompleta. Em geral, processos de combustão incompleta tendem a formar muita fuligem. Assim, dependendo do processo de combustão, as aplicações encontradas na Fig. 1.1 podem se encaixar em uma ou mais faixas de espessura óptica. A partir das simulações realizadas no presente trabalho pretende-se estabelecer uma recomendação teórica a respeito de quais tipos de escoamentos não reativos necessitam ser modelados considerando as interações TRI.

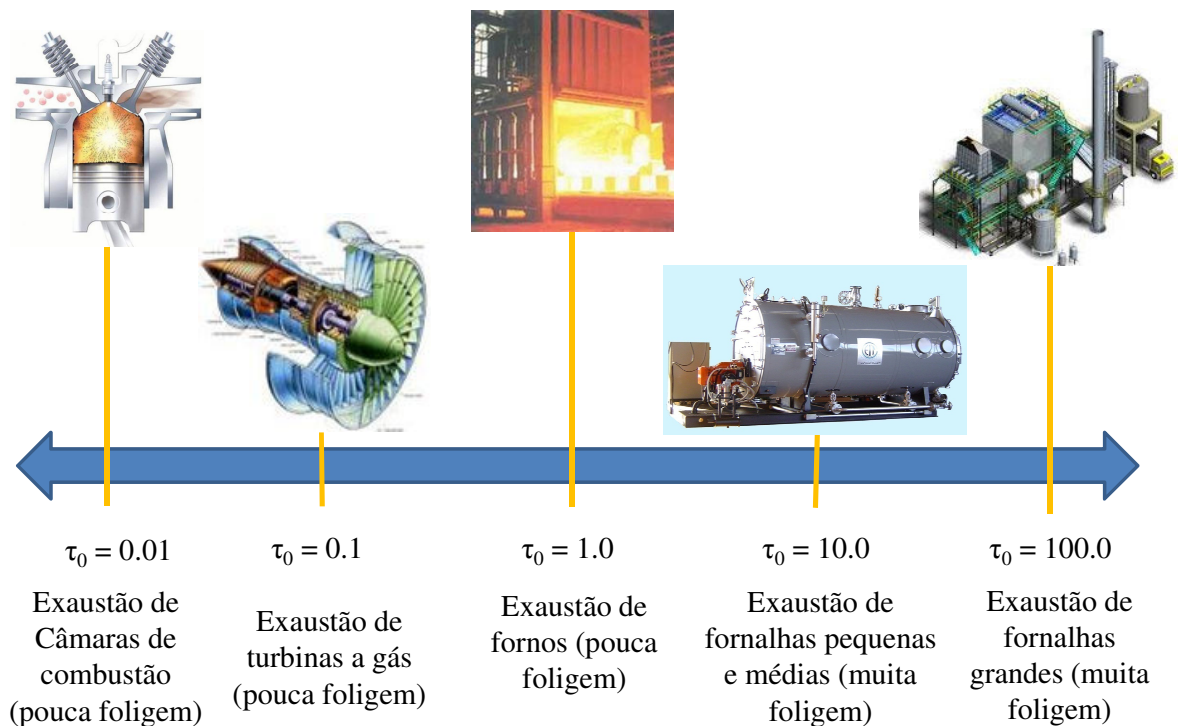


Figura 1.1 – Aplicações industriais de escoamentos não reativos em meios participantes com várias espessuras ópticas.

## 1.2. Revisão Bibliográfica sobre Interações Turbulência-Radiação (TRI)

Os primeiros estudos sobre interações TRI datam do final da década de 1960. Nestes foi observado que o cálculo da transmitância média em uma chama turbulenta apresentava sérios desvios quando as flutuações do escoamento turbulento eram ignoradas. Uma das primeiras análises a respeito foi feita por Foster (1969), onde foi assumido que o coeficiente de absorção flutuava segundo uma função densidade de probabilidade (PDF – do inglês: *Probability Density Function*). Neste estudo concluiu-se que a transmitância média do meio participante poderia ser muito maior do que aquela estimada em função das propriedades médias, particularmente para meios opticamente espessos. Essas previsões foram posteriormente corroboradas através de experimentos em chamas turbulentas de propano ( $C_3H_8$ ) e dióxido de carbono ( $CO_2$ ) [Tan e Foster, 1978].

O primeiro estudo numérico sobre interações TRI foi realizado por Germano (1978) baseado na hipótese de que as flutuações do escalar eram randômicas e o meio participante era cinza. No mesmo período, Kabashnikov e Kmit (1979) introduziram a hipótese da aproximação da flutuação opticamente fina (OTFA – do inglês: *Optically Thin Fluctuation Approximation*), que assume que o livre caminho médio da radiação é muito maior do que a escala integral do escoamento turbulento. Essa hipótese é uma simplificação bastante comum em problemas que abordam a equação da transferência radiante na forma temporal média.

De acordo com Coelho (2007), até o ano de 1980, os poucos estudos teóricos, numéricos e experimentais existentes já haviam revelado que a turbulência influenciava o comportamento da radiação térmica. Entretanto, as grandes simplificações dos estudos teóricos e a limitação de dados experimentais disponíveis até aquele momento geravam um baixo conhecimento a respeito do comportamento físico do fenômeno. A partir desse momento, esforços significativos foram realizados com intuito de desenvolver procedimentos numéricos capazes de aumentar o conhecimento a respeito das interações TRI em simulações de escoamentos turbulentos reativos e não reativos.

Uma primeira tentativa para abordagem das interações TRI, denominada método estocástico, consistia em resolver a equação da transferência radiante (RTE) diretamente, sem a utilização de médias temporais de Reynolds ou campos filtrados espacialmente. As variáveis escalares instantâneas a serem inseridas na equação RTE poderiam ser mensuradas experimentalmente ou obtidas a partir da imposição de campos instantâneos flutuantes. Estes



eram obtidos a partir da associação de flutuações randomicamente geradas por uma função PDF a um campo médio previamente determinado, geralmente através de simulações numéricas empregando modelos clássicos de turbulência [Malalasekera et al., 2002]. Em geral, esse tipo de abordagem era empregado com o intuito de entender o efeito causado pelas flutuações do escoamento turbulento sobre o campo radiante. Além disso, o escoamento turbulento e a radiação térmica eram tratados de forma desacoplada.

É possível encontrar diversos estudos onde o método estocástico foi empregado para abordagem das interações TRI, inclusive em estudos recentes, como os de Ji et al. (2000) e Coelho (2004) que estudaram chamas de metano ( $\text{CH}_4$ ) e ar. Outros exemplos podem ser encontrados em Coelho (2007). Por brevidade, cita-se aqui somente um trabalho que exemplifica o emprego e as limitações do método estocástico para o estudo das interações TRI.

Kounalakis et al. (1988) investigaram o comportamento médio e flutuante das intensidades de radiação em chamas turbulentas de hidrogênio/ar não misturadas, comparando as predições numéricas com medições experimentais. O comportamento dinâmico e térmico médio da chama foi estimado a partir de um modelo clássico de turbulência ( $k - \epsilon$ ). As intensidades radiantes espectrais foram obtidas pela solução da equação da transferência radiante, usando-se um modelo banda-estreita de Goody com aproximação de Curtiss-Godson para contabilizar os efeitos de absorção ao longo de caminhos radiantes onde o gás é não homogêneo. Neste trabalho foi observado que o método apresentou deficiências na detecção de picos no espectro de potência das flutuações da radiação, relacionados com o desprendimento periódico de estruturas de grande escala do escoamento.

Outra importante abordagem extensivamente utilizada para a análise das interações TRI consiste em resolver a equação da transferência radiante, na forma temporal média. O processo de obtenção da equação RTE temporal média é o mesmo empregado para a obtenção das equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia temporais médias. Assim como nestas equações, aquela também apresenta novas incógnitas que conduzem ao problema do fechamento. Essas novas incógnitas da RTE temporal média, que precisam ser modeladas, são a média temporal do produto das flutuações do coeficiente de absorção e da função de Planck (denominada na literatura de emissão TRI) e a média temporal do produto das flutuações do coeficiente de absorção e da intensidade de radiação (denominada na literatura de absorção TRI). No entanto, como estas equações permitem somente a obtenção dos campos escalares médios, é necessário assumir uma função PDF conhecida ou inserir uma equação para computar essa função PDF numericamente com o propósito de modelar os termos flutuantes da

equação RTE temporal média.

A seguir são apresentados alguns trabalhos que estudaram as interações TRI em escoamentos não reativos e reativos utilizando a equação da transferência radiante temporal média, outros trabalhos são apresentados nas revisões feitas por Modest (2005) e Coelho (2007).

Mazumder e Modest (1999) analisaram escoamentos sem reação para uma mistura de dióxido de carbono ( $\text{CO}_2$ ) e vapor de água ( $\text{H}_2\text{O}$ ) com o intuito de modelar o comportamento na secção de exaustão de combustores. Neste trabalho, os termos referentes às flutuações da absorção foram desprezados, ou seja, foi utilizada a aproximação OTFA. A obtenção dos campos médios e flutuantes utilizados na equação RTE temporal média foi determinada a partir de um método denominado *velocity-composition joint PDF*, que é baseado no cálculo da função PDF por meios da solução de equações de transporte para partículas estocásticas usando o método de Monte Carlo. De acordo com os autores, os efeitos das interações TRI poderiam ser negligenciados para os escoamentos não reativos em meios opticamente finos.

Coelho (2002) simulou escoamentos em chamas de metano ( $\text{CH}_4$ ) e ar utilizando o modelo SLW para tratamento das propriedades espectrais. O autor comparou simulações onde as interações TRI foram negligenciadas com outras onde as interações TRI foram consideradas, utilizando a aproximação OTFA. No primeiro tipo de interação TRI, denominado completo, foram consideradas as flutuações do coeficiente de absorção e da função de Planck, no outro tipo, denominado TRI parcial, foram consideradas somente as flutuações da função de Planck.

Tessé et al. (2004) simularam escoamentos em chamas considerando espalhamento para a mistura etileno ( $\text{C}_2\text{H}_4$ ) e ar. Foi empregado o método CK para tratamento das propriedades radiantes e a mesma metodologia empregada por Li e Modest (2002) para obtenção dos campos escalares e de velocidades turbulentos. Neste trabalho, foi realizada uma das primeiras tentativas de abordar os efeitos das correlações de absorção TRI.

Wang et al. (2008) realizaram simulações em chamas de metano ( $\text{CH}_4$ ) e ar, sem espalhamento, considerando os efeitos de emissão e absorção das interações TRI. Neste estudo foi assumido que as interações TRI completo consideram os efeitos de emissão e absorção TRI. Enquanto as interações TRI parcial consideram somente os efeitos de emissão TRI, diferentemente do definido anteriormente por Coelho (2002).

Outra possibilidade para o tratamento das interações TRI é o emprego da Simulação Numérica Direta (DNS) para solução das equações de conservação e da transferência radiante. No entanto, os requerimentos computacionais exigidos por essa abordagem são ainda proibitivos em aplicações práticas. Além disso, devem ser empregados métodos muito precisos para todas as

equações, inclusive a equação RTE. Neste sentido, esta metodologia tem sido empregada principalmente para conduzir a modelagem da Simulação de Grandes Escalas (LES) para escoamentos com TRI (modelagem submalha da equação da transferência radiante). Uma abordagem a respeito das principais vantagens e desvantagens de aplicar DNS às interações TRI podem ser vistos nos trabalhos de Coelho (2007), Deshmukh et al. (2008) e Roger et al. (2009).

O estudo de Wu et al. (2005) foi o primeiro a investigar as interações TRI empregando DNS na simulação de escoamentos reativos em chamas pré-misturadas e utilizando o método de Monte Carlo para a transferência radiante. Os autores simularam uma chama turbulenta pré-misturada estatisticamente unidimensional. A análise foi limitada a meios cinzas, sem espalhamento e com superfícies negras.

Deshmukh et al. (2008) empregaram DNS para investigar interações TRI em sistemas sem pré-mistura e em geometrias tridimensionais. As propriedades radiantes empregadas correspondiam a gás cinza fictício, sem espalhamento e com um coeficiente de absorção da função de Planck, imitando chamas típicas de produtos de combustão da mistura de  $H_2$  e ar.

Roger et al. (2009) utilizaram DNS com o propósito de investigar a influência das diversas escalas do escoamento turbulento na transferência de energia radiante. O estudo foi direcionado para a identificação dos termos mais relevantes da equação da transferência radiante filtrada, sendo possível propor modelos para os termos de emissão e absorção submalha (SGS – do inglês: *subgrid-scale*) no âmbito da simulação de grandes escalas (LES). Para simplificar a análise do problema a combustão foi desconsiderada. Os campos de temperaturas e composição química foram previamente simulados e usados como dados de entrada para o cálculo da radiação térmica. Os autores observaram que os termos de absorção radiante submalha poderiam ser negligenciados, mesmo para malhas grosseiras localizadas na região dos vórtices portadores de energia do espectro da turbulência e para elevadas intensidades de turbulência (20%) comumente encontradas em escoamentos reativos.

No que diz respeito ao estudo das interações TRI empregando LES são encontrados poucos trabalhos na literatura [Jones e Paul, 2005; Dos Santos et al., 2008a; Gupta et al., 2009 e Coelho, 2009]. A maioria destes trabalhos tem sido dedicado ao estudo de escoamentos reativos, com exceção do estudo realizado por Gupta et al. (2009) que também consideraram TRI para escoamentos turbulentos não reativos em canais. Nos três primeiros trabalhos foi considerado que a transferência de calor radiante era controlada pelos movimentos de grandes escalas somente e nenhum modelo submalha para a radiação foi empregado. Posteriormente, Coelho

(2009) avaliou a relevância das interações TRI para escoamentos reativos levando em consideração modelos submalha para a equação da transferência radiante (RTE) filtrada. Neste trabalho foi observado que os erros resultantes da desconsideração dos termos SGS para a equação da transferência radiante filtrada (LES) são significativamente menores do que aqueles encontrados quando os efeitos das interações TRI são negligenciados para a abordagem clássica da equação RTE (RANS). Os erros associados à desconsideração dos termos submalha (de emissão e absorção) foram significativamente baixos para escoamentos com baixa intensidade de turbulência, situação comumente encontrada em escoamentos turbulentos não reativos.

Vale mencionar ainda os estudos realizados por Roger et al. (2010, 2011), que investigaram a relevância das escalas submalha para LES através da comparação entre simulações realizadas com LES e DNS. Os resultados desses estudos reforçaram o que havia sido observado no trabalho de Coelho (2009). No entanto, foi observado que a hipótese de negligenciar as escalas submalha para a equação da transferência radiante deveria ser adotada com cuidado quando o meio participante fosse muito espesso ( $\tau_0 \geq 100$ ), principalmente em escoamentos reativos que possuem uma elevada intensidade de turbulência.

Com relação aos escoamentos turbulentos não reativos, uma vez que estes escoamentos apresentam flutuações dos escalares (temperaturas e concentração de espécies) menores do que as encontradas em escoamentos reativos, tem se afirmado que os efeitos das interações Turbulência-Radiação (TRI) sobre os fluxos de calor em superfícies são desprezíveis [Mazumder e Modest, 1999; Gupta et al., 2009]. No entanto, a relevância das interações TRI foi avaliada apenas no âmbito da modelagem clássica da turbulência (RANS) para meios opticamente finos e, ao conhecimento do autor, não são apresentados estudos onde esta avaliação é realizada por meios de comparação entre resultados obtidos empregando simulação de grandes escalas (LES) e a modelagem clássica do problema, ou seja, empregando RANS sem modelagem para a equação da transferência radiante. Enfatiza-se aqui que no trabalho de Gupta et al. (2009) foi afirmado que os efeitos das interações TRI podem ser negligenciados para a simulação de escoamentos não reativos para meios participantes com várias espessuras ópticas. No entanto, nenhum resultado foi apresentado de forma a justificar tal afirmação. Além disso, os campos médios de temperaturas apresentados por Gupta et al. (2009) foram obtidos empregando LES, ou seja, as flutuações foram levadas em consideração para o cálculo dos campos médios.

### 1.3. Objetivos do trabalho

No presente trabalho, tem-se o objetivo de investigar a relevância das interações TRI em escoamentos não reativos empregando simulações onde as interações TRI são levadas em consideração (com TRI) e outras onde tais interações são negligenciadas (sem TRI). Para alcançar este objetivo, serão simulados escoamentos turbulentos parietais em canais com transferência de calor por convecção e radiação térmica em meios participantes para várias espessuras ópticas:  $\tau_0 = 0.01, 0.10, 1.0, 10.0$  e  $100.0$ .

A relevância das interações TRI também será investigada para um escoamento em cavidade cilíndrica para um meio participante opticamente fino. Este caso é selecionado em função deste tipo de escoamento ser comumente encontrado em secções de exaustão de câmaras de combustão. Além disso, esta simulação permitirá avaliar a relevância das interações TRI para escoamentos cisalhantes livres.

Além de avaliar a relevância das interações TRI em escoamentos não reativos, tem-se como objetivo neste trabalho avaliar a influência da radiação térmica no comportamento térmico médio e estatístico de escoamentos turbulentos não reativos.

Neste estudo, não serão considerados os efeitos diretos da combustão no cômputo dos campos de velocidades, pressão e temperaturas. A escolha em analisar escoamentos não reativos ao invés dos reativos se deve a associação entre o aumento da complexidade do problema e o crescimento do esforço computacional para a simulação de escoamentos reativos. Observa-se aqui que, mesmo para a simulação de escoamentos turbulentos não reativos combinando os mecanismos de transferência de calor por convecção e radiação térmica, o emprego da simulação de grandes escalas (LES) requer tempos de processamento muito elevados (vide secção 5.3).

As simulações do presente trabalho foram realizadas com um código CFD comercial, FLUENT® [FLUENT, 2007] que é baseado no método de volumes finitos para a solução das equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia [Patankar, 1980; Versteeg e Malalasekera, 1995, Maliska, 2004]. Com relação à turbulência, a mesma é considerada a partir das metodologias LES e RANS, com modelos submalha dinâmico de Smagorinsky [Germano et al., 1991; Lilly, 1992] e  $k$ - $\epsilon$  padrão [Launder e Spalding, 1972], respectivamente. Para as simulações com RANS, é empregada uma metodologia denominada *Enhanced Wall Treatment* para a solução dos campos de velocidades e temperaturas na região da parede [FLUENT, 2007]. A equação da transferência radiante (RTE) é resolvida a partir do

método de ordenadas discretas (DOM – do inglês: *Discrete Ordinate Method*) [Raithby e Chui, 1990; Kim et al., 2001; Siegel e Howell, 2002; Jones e Paul, 2005] e as propriedades radiantes espectrais do meio participante são avaliadas a partir do método do gás cinza [Siegel e Howell, 2002].

#### **1.4. Organização do texto**

A disposição do texto é estruturada da seguinte forma:

##### Capítulo 2: Fundamentos da Turbulência

Neste capítulo são apresentados aspectos abordados na literatura a respeito da fenomenologia dos escoamentos turbulentos com transferência de calor por convecção. Além disso, são apresentados os tipos de abordagem numérica existentes para a simulação destes escoamentos, dando-se maior ênfase a simulação de grandes escalas (LES) dos escoamentos turbulentos.

##### Capítulo 3: Fundamentos da Radiação Térmica

No capítulo 3 são abordados aspectos básicos encontrados na bibliografia sobre a fenomenologia da transferência de calor por radiação térmica em meios participantes e a descrição matemática da equação do transporte radiante. Além disso, é feita uma breve descrição dos principais modelos espectrais empregados na modelagem de meios participantes.

##### Capítulo 4: Modelagem Matemática

Neste capítulo é apresentada a modelagem matemática empregada para a simulação de escoamentos turbulentos com transferência de calor usando simulação de grandes escalas (LES) e o modelo submalha dinâmico de Smagorinsky (DSSGS) [Smagorinsky, 1963; Germano et al., 1991; Lilly, 1992]. Além disso, também é apresentado o equacionamento para o modelo  $k$ - $\varepsilon$  usado na modelagem clássica dos escoamentos com transferência de calor combinando os mecanismos de convecção e radiação térmica [Launder e Spalding, 1972; Wilcox, 2002].

Posteriormente, descreve-se a obtenção da equação da transferência radiante (RTE)

especialmente filtrada no âmbito da simulação de grandes escalas (LES) e as hipóteses simplificativas plausíveis para a simulação de escoamentos turbulentos não reativos. Neste capítulo também é apresentada a equação da transferência radiante média no tempo (RANS). Para finalizar, descreve-se o acoplamento entre a equação da conservação da energia e a equação da transferência radiante (especialmente filtradas ou temporais médias) [Viskanta, 1998; Roger et al., 2009].

## Capítulo 5: Modelagem Numérica

São apresentados, de forma sucinta, aspectos relacionados à modelagem numérica das equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia empregando o método de volumes finitos (FVM) [Maliska, 2004; Patankar, 1980; Versteeg e Malalasekera, 1995].

Também são apresentados aspectos relacionados à abordagem empregada para solução da equação da transferência radiante filtrada e média (RTE), que no presente trabalho é o método de ordenadas discretas (DOM) [Siegel and Howell, 2002].

Para o fechamento do capítulo são apresentados alguns procedimentos numéricos empregados nas simulações como critérios de convergência para as equações governantes do problema e tempo de processamento das simulações.

## Capítulo 6: Resultados

Primeiramente, são apresentados resultados referentes à verificação e validação do código comercial FLUENT<sup>®</sup> [FLUENT, 2007] para a simulação de escoamentos isotérmicos e com transferência de calor por convecção forçada, nos regimes laminar e turbulento, empregando simulação de grandes escalas (LES). Para a simulação em canal também é avaliada a modelagem RANS na predição de campos médios de velocidade e temperatura. Além disso, é avaliada a metodologia DOM para análise da transferência de calor por radiação térmica em meios participantes.

Posteriormente, a presente metodologia é empregada para a avaliação de escoamentos turbulentos combinando os mecanismos de transferência de calor por convecção e radiação térmica. Neste trabalho são simulados três casos diferentes: caso 1 – escoamentos turbulentos em cavidades de secção transversal quadrada, caso 2 – escoamentos turbulentos em

canais e caso 3 – escoamentos turbulentos em cavidades cilíndricas. No primeiro caso, é avaliada principalmente a influência da radiação térmica sobre o campo térmico transiente. Os campos médios de temperatura e as estatísticas da turbulência para um escoamento no regime permanente com e sem radiação térmica (convecção forçada) também são investigados. Neste caso, foi empregada somente a metodologia LES. Nos casos 2 e 3, além da comparação entre os campos térmicos obtidos com e sem radiação térmica também é realizada uma investigação da relevância das interações TRI, ou seja, as mesmas simulações são realizadas com TRI (LES) e sem TRI (RANS). Para o caso 2, são avaliados escoamentos parietais não reativos em meios participantes finos, intermediários e espessos. Para o caso 3, são avaliados escoamentos cisalhantes livres somente em meios participantes finos, que são comumente encontrados em secções de exaustão de motores de combustão interna.

#### Capítulo 7: Conclusões e Propostas de Continuidade

Neste capítulo são apresentadas as conclusões referentes ao estudo da influência entre turbulência e radiação térmica, bem como o estudo da relevância das interações TRI para escoamentos não reativos. Além disso, são apresentadas sugestões de continuidade do trabalho.



## 2. FUNDAMENTOS DA TURBULÊNCIA

### 2.1. Equações de Conservação dos Escoamentos Turbulentos

Do ponto de vista teórico, as equações que descrevem os escoamentos turbulentos, incompressíveis, com transferência de calor são as mesmas que descrevem os escoamentos no regime laminar. As respectivas equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia são escritas da seguinte forma [Bejan, 2004]:

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0 \quad (i=1,2 \text{ e } 3) \text{ em } t \times \Omega \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_i v_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial P}{\partial x_j} \delta_{ij} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \lambda \left( \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \right) - f_i = 0$$

(i,j e k=1,2 e 3) em  $t \times \Omega$  (2.2)

$$\rho \frac{De}{Dt} + \frac{\partial q_i''}{\partial x_i} - q''' + P \frac{\partial v_i}{\partial x_i} - \mu \Phi = 0 \quad (i=1,2 \text{ e } 3) \text{ em } t \times \Omega \quad (2.3)$$

onde o primeiro termo da Eq. (2.1) é uma derivada material ou substancial de massa,  $\rho$  é a massa específica no domínio ( $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ),  $x_i$  é a coordenada espacial na direção  $i$  (m),  $v_i$  é a velocidade na direção  $i$  ( $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ),  $P$  é a pressão termodinâmica local relacionada com a massa específica e a temperatura por uma equação de estado ( $\text{N}\cdot\text{m}^{-2}$ ),  $\mu$  é a viscosidade dinâmica ( $\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$ ),  $\lambda$  é a viscosidade volumétrica (existente somente em tensões normais) ( $\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$ ),  $f_i$  são as forças de campo por unidade de volume ( $\text{N}\cdot\text{m}^{-3}$ ) na direção  $i$ ,  $e$  é a energia interna específica ( $\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$ ),  $q_i''$  o fluxo condutivo ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$ ),  $q'''$  a taxa de geração de energia por unidade de volume ou uma fonte (sumidouro) de energia ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-3}$ ),  $\Phi$  uma função de dissipação viscosa ( $\text{s}^{-2}$ ),  $t$  é o domínio temporal (s). O quarto termo da equação da energia, Eq. (2.3), refere-se a um termo de conversão de trabalho mecânico em energia térmica.

O termo referente à função de dissipação viscosa pode ser dado pela Eq. (2.4):

$$\Phi = 2 \left[ \left( \frac{\partial v_1}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v_2}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial v_3}{\partial z} \right)^2 \right] + \left[ \left( \frac{\partial v_1}{\partial y} + \frac{\partial v_2}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v_2}{\partial z} + \frac{\partial v_3}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial v_3}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial z} \right)^2 \right] - \frac{2}{3} \left( \frac{\partial v_1}{\partial x} + \frac{\partial v_2}{\partial y} + \frac{\partial v_3}{\partial z} \right)^2 \quad (2.4)$$

Essa modelagem é válida para escoamentos com número de Mach inferiores a 15 ( $Ma < 15$ ). A partir deste ponto as escalas de Kolmogorov começam a atingir dimensões das escalas moleculares, não sendo mais válida a hipótese do meio contínuo. Nestes casos as equações do tipo Boltzmann passam a modelar os escoamentos [Lesieur et al., 2005].

A solução analítica das equações de conservação é muito complexa, sendo sua solução viável somente após muitas hipóteses simplificativas e para casos pouco reais. Além disso, o problema torna-se ainda mais complexo na presença de outros fenômenos que afetam a turbulência. Entre estes é possível citar o empuxo, domínios rotacionais e com reações químicas [Ferziger, 1993]. Por consequência, tem sido necessário o emprego de técnicas experimentais e numéricas para a predição dos escoamentos.

No presente trabalho será utilizada a abordagem numérica para a solução dos escoamentos turbulentos com transferência de calor. Posteriormente, serão discutidas as principais metodologias descritas na literatura para abordagem numérica de escoamentos turbulentos.

## 2.2. Aspectos Físicos da Turbulência com Transferência de Calor

O estudo da turbulência tem sido uma tarefa bastante desafiadora devido ao comportamento dos escoamentos sob este regime ser ainda mais não linear do que os encontrados no regime laminar. Uma motivação adicional para estudar a turbulência reside na constatação de que os escoamentos encontrados na natureza e em aplicações de engenharia são na sua grande maioria turbulentos [Silveira Neto, 2002, Pope, 2008].

No que diz respeito à definição da turbulência, não há um consenso em torno de um significado único, de forma que todas as características destes escoamentos sejam incluídas. Portanto, é mais comum encontrar na literatura a descrição da turbulência a partir das suas características: irregularidade, difusividade, altos números de Reynolds, tridimensionalidade da vorticidade, dissipação, meio contínuo e a turbulência é uma característica dos escoamentos, não

dos fluidos [Möller e Silvestrini, 2004; Silveira Neto, 2002]. Sob o enfoque da transferência de calor, a difusividade é uma das características mais importantes. Isso pode ser verificado através do acréscimo significativo da transferência de calor quando o escoamento sofre transição do regime laminar para o turbulento.

O processo físico responsável pela distribuição do movimento sobre estruturas com uma ampla faixa de comprimentos de onda é o alongamento dos vórtices, onde uma determinada escala ganha energia se seus vórtices estão orientados em uma direção de tal forma que os gradientes de velocidades do escoamento médio possam deformar estes vórtices. A energia cinética da turbulência é, então, transferida das estruturas de grandes escalas, que carregam a maior parcela da energia, para as menores escalas. Esse processo se estende até um ponto onde há um equilíbrio entre a taxa de energia cinética recebida de vórtices maiores e a dissipada pela viscosidade na forma de calor, sendo essa a base da teoria do equilíbrio universal de Kolmogorov [Silveira Neto, 2002; Wilcox, 2002].

Para escoamentos com transferência de calor por convecção, a distribuição das estruturas térmicas da turbulência entre as várias escalas ocorre de forma análoga a das estruturas fluidodinâmicas. Nestes escoamentos, a transferência das flutuações de temperatura não ocorre somente pela interação entre dois modos de temperatura com números de onda próximos, mas também pela interação com flutuações de velocidade a números de onda mais baixos [Tennekes e Lumley, 1972].

O espectro da turbulência térmica ainda sofre um alargamento com o crescimento do número de Prandtl ( $Pr$ ) o que torna o problema físico ainda mais complexo. No entanto, ao contrário do que ocorre nos casos isotérmicos, não há um consenso a respeito do número de graus de liberdade (NGL) que estima todas as escalas do escoamento turbulento com transferência de calor. Vale mencionar que o NGL fornece uma razão entre a escala de comprimento das grandes escalas do escoamento e a escala de comprimento das escalas dissipativas. De acordo com Wang et al. (2005) o NGL é proporcional a  $Pr^3 Re^{9/4}$  para escoamentos tridimensionais com transferência de calor por convecção. Contudo, de acordo com Tennekes e Lumley (1972) e Kasagi e Iida (1999) o NGL é proporcional a  $Pr^{3/2} Re^{9/4}$ . Tal fato se deve à micro-escala de flutuação de temperatura ser proporcional a  $Pr^{1/2}$  para cada direção do escoamento.

Além do descrito anteriormente, as forças de campo também possuem influência significativa sobre o comportamento fluidodinâmico e térmico do escoamento, principalmente em escoamentos com convecção natural e mista. Para escoamentos horizontais o mesmo pode

estar submetido a efeitos de estratificação instável ou estável. Enquanto que nos verticais os mesmos podem ser classificados como auxiliares ou opositores [Kasagi e Iida, 1999].

A transição de um escoamento do regime laminar para o turbulento só se torna possível devido à presença de zonas de cisalhamento nos escoamentos. Contudo, a forma física como são geradas as instabilidades que conduzem à transição depende do escoamento em análise. Assim, os escoamentos transicionais são divididos nas seguintes classes: escoamentos cisalhantes livres (camadas de mistura, jatos e esteiras de vórtices), escoamentos em camadas limite (parietais), escoamentos sob o efeito da convecção térmica (efeito de empuxo) entre outros. Estes escoamentos podem ser vistos isoladamente como escoamentos de base e quando combinados geram uma nova classe de problemas denominados escoamentos complexos [Silveira Neto, 2002; Lesieur et al., 1995].

Nos escoamentos cisalhantes livres é necessário que o campo de velocidades apresente uma inflexão para que sejam geradas instabilidades que conduzam à transição. Enquanto isso, nos escoamentos em camadas limites as instabilidades são de natureza viscosa, uma vez que não existe inflexão nos perfis de velocidade.

Nos escoamentos sob o efeito da convecção térmica, as instabilidades surgem a partir de determinadas condições críticas. O grupo adimensional que inclui todos estes parâmetros é o número de Rayleigh [Bejan, 2004]. Para escoamentos com transferência de calor por convecção natural, a partir de um número de Rayleigh crítico são originadas instabilidades, denominadas de Rayleigh-Bernard, que conduzem a transição. No entanto, para escoamentos com convecção mista as instabilidades também dependem das formas de transição relacionadas aos outros escoamentos de base, ou seja, dependem também do número de Reynolds do escoamento.

### **2.3. Análise Numérica dos Escoamentos Turbulentos**

As principais contribuições da análise numérica para a abordagem da turbulência são seu custo relativamente baixo, permitindo estimar o comportamento dos escoamentos sobre as mais diversas geometrias, e a possibilidade de analisar o fenômeno em locais de difícil acesso, inseguros ou com condições reais difíceis de prever.

A simulação numérica de escoamentos turbulentos requer uma série de cuidados para a predição adequada dos mesmos, da mesma forma que nos experimentos de laboratório. No que tange as condições iniciais e de contorno, a imposição inadequada destas pode fazer com que os campos de velocidade, temperatura e pressão em função do espaço e do tempo sejam preditos de

forma bastante diferente do que seria mensurado em um experimento de laboratório. Principalmente devido ao fato da não linearidade dos escoamentos turbulentos causar amplificações significativas das flutuações, mudando o seu comportamento fluidodinâmico e térmico. Segundo Rogallo e Moin (1984) uma grande dificuldade está na especificação de condições de contorno que dependem da condição desconhecida fora do domínio. Assim, as condições de contorno devem ser impostas de forma a minimizar a propagação de erros associados às perturbações do escoamento.

Outro fator importante para a simulação de escoamentos turbulentos diz respeito à discretização espacial do domínio, principalmente em regiões onde os gradientes de velocidades são intensificados como em proximidades de paredes e escoamentos sob o efeito de estratificação. No entanto, uma maior discretização espacial do domínio representa um acréscimo do número de equações a serem simultaneamente resolvidas e do tempo computacional envolvido na simulação. Para redução deste tempo, alternativas como a inserção de funções de parede têm sido empregadas para minimizar a requisição de malha nestas regiões. Contudo, a utilização destas funções requer alguns cuidados em escoamentos de interesse prático, como em regiões de separação e recolamento de camada limite, efeitos de empuxo na região da superfície, gradientes elevados de pressão, efeitos como sucção/sopramento e rugosidade da superfície [Deschamps, 2002].

As três principais metodologias para a solução numérica dos escoamentos turbulentos são a Simulação Numérica Direta (DNS), a modelagem clássica da turbulência (RANS) e a Simulação de Grandes Escalas (LES). Uma sucinta revisão a respeito destas é apresentada nas próximas seções.

### 2.3.1. Simulação Numérica Direta (DNS)

A Simulação Numérica Direta (DNS) consiste em resolver as equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia em todas as escalas do escoamento. Entretanto, a discretização espacial do domínio necessária para captar o comportamento fluidodinâmico e térmico de todas as escalas do escoamento é da ordem do seu número de graus de liberdade, vide secção 2.2. Conseqüentemente, as limitações relacionadas ao poder computacional limitam o emprego desta metodologia a escoamentos com baixos números de Reynolds e Prandtl. De acordo com Lesieur et al. (2005) para a simulação numérica da camada limite de um escoamento sobre a carcaça de um avião comercial e da camada limite atmosférica

é necessário discretizar a malha em mais de  $10^{15}$  e  $10^{18}$  pontos, respectivamente. Esses valores são muito maiores do que os obtidos atualmente com as maiores máquinas existentes, que permitem uma solução em torno de  $10^{10}$  pontos. Portanto, aplicações práticas como escoamentos na engenharia, geofísica e astrofísica ainda são inviáveis de serem estimados a partir desta técnica. Conforme descrito anteriormente, a situação torna-se ainda mais crítica para escoamentos com transferência de calor, principalmente a elevados números de Prandtl [Kasagi e Iida, 1999; Wang et al., 2005].

Além de exigir uma discretização espacial bastante refinada, a física do problema também requer um incremento de tempo bastante pequeno a fim de captar o comportamento dos vórtices de pequenas escalas, visto que os mesmos possuem um tempo de vida muito pequeno. Por outro lado, o tempo total de integração numérica no tempo necessário para obter boa convergência das estatísticas da turbulência deve ser muito maior do que o tempo de vida das maiores escalas. Dessa forma, a razão entre as maiores e as menores escalas de tempo é proporcional a  $Re^{1/2}$ . Portanto, com o aumento do número de Reynolds do escoamento, há um crescimento significativo do número de pontos de malha e passos de tempo [Lesieur et al., 2005].

Outra condição necessária para a simulação numérica de escoamentos empregando DNS é a exatidão dos esquemas numéricos empregados. Esquemas de discretização espacial como espectral, elemento espectral e diferenças finitas tem sido empregados. Quanto à discretização temporal esquemas explícitos, semi-implícitos e método do passo fracional têm sido utilizados [Kasagi e Iida, 1999].

Mesmo não sendo aplicado a escoamentos com elevados números de Reynolds, DNS possui atualmente uma série de aplicações importantes. Entre elas é possível citar a coleta dos campos instantâneos das variáveis do escoamento como velocidades, pressões e temperaturas no espaço; a obtenção de estatísticas da turbulência precisas para pressão que são difíceis de serem mensuradas em laboratório; validação e construção de modelos de turbulência e possibilidade de estudar sistematicamente vários grupos adimensionais como número de Reynolds, Prandtl e Richardson [Kasagi e Iida, 1999].

### 2.3.2. Modelagem Clássica da Turbulência (RANS)

A modelagem clássica da turbulência consiste na idéia de se realizar uma média temporal sobre as equações de conservação que modelam os escoamentos, sendo as variáveis do problema (velocidade, temperatura e pressão) decompostas em uma parcela média e outra

flutuante no tempo [Wilcox, 2002]. Quando se aplica o operador média temporal sobre as equações de conservação do problema são originadas novas incógnitas devido a parcela advectiva da equação do transporte de quantidade de movimento ou energia ser de natureza não linear. Esses novos termos são denominados tensões de Reynolds para a equação de conservação de quantidade de movimento e fluxos turbilhonares de energia para a equação de conservação da energia e contribuem na determinação dos campos turbulentos médios. Contudo, o número de equações de conservação permanece o mesmo e passa-se a ter mais incógnitas do que equações, dando origem ao problema do fechamento.

Segundo Wilcox (2002) esse tipo de abordagem é aplicável para escoamentos estacionários ou que contenham pequenas variações no tempo, conforme ilustram as Fig. 2.1.a e 2.1.b. Para a obtenção das variáveis temporais médias, é necessário integrar a variável instantânea sobre longos intervalos de tempo. Nos escoamentos estacionários, o período de tempo ( $T$ ) deve ser muito maior do que o das flutuações de velocidades ou temperaturas ( $T_1$ ),  $T \gg T_1$ , conforme ilustra a Fig. 2.1.a. Nos escoamentos com pequenas variações temporais, além do período de integração ( $T$ ) ser muito maior do que o das flutuações das variáveis ( $T_1$ ), também deve ser muito menor do que as escalas de tempo características das pequenas variações temporais, que não são associadas com a turbulência do escoamento ( $T_2$ ),  $T_1 \ll T \ll T_2$ , conforme ilustra a Fig. 2.1.b.

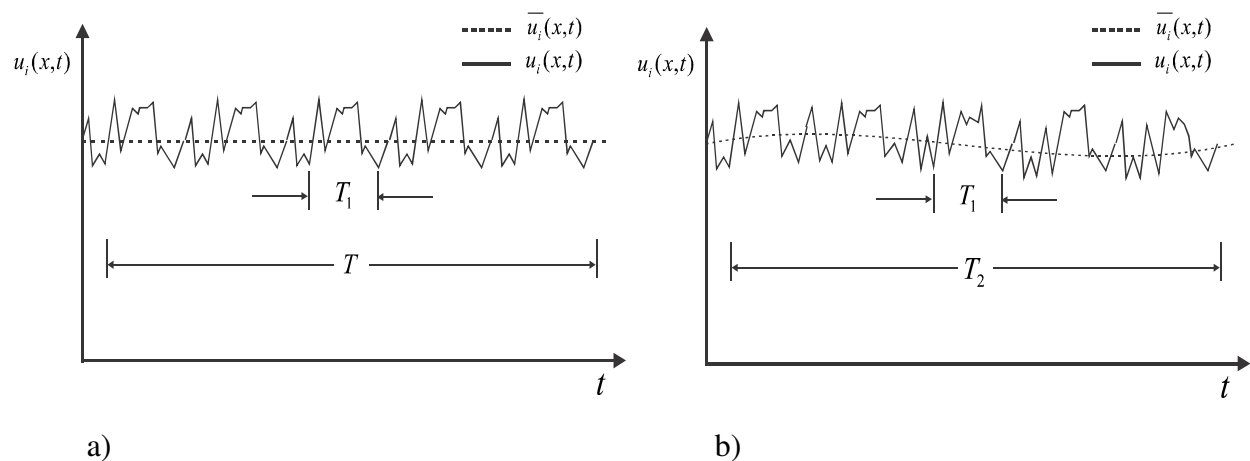


Figura 2.1 – Média temporal do campo instantâneo de uma variável para um escoamento: a) estacionário, b) não estacionário com pequenas variações [Adaptado de Wilcox (2002)].

Com o objetivo de solucionar o problema do fechamento surgiram os modelos de turbulência, que consistem em introduzir novas equações para a modelagem dos termos

adicionais nas equações de conservação da quantidade de movimento e energia. Estes modelos podem ser classificados em modelos dependentes ou independentes do conceito de viscosidade turbulenta de Boussinesq [Hinze, 1975]. Em ambos os grupos é necessário obter equações de transporte adicionais para o cálculo da viscosidade ou difusividade turbulenta ou para o fechamento alternativo das equações médias de Reynolds, sem utilizar o conceito de viscosidade/difusividade turbulenta.

Os modelos que dependem da viscosidade turbulenta são classificados conforme o número de equações diferenciais de transporte adicionais às equações de conservação dos campos médios que necessitam ser resolvidas. Alguns exemplos de modelos são: comprimento de mistura de Prandtl (algébricos ou a zero equações), Spalart e Allmaras (uma equação) e os modelos  $k - \omega$  e  $k - \varepsilon$  (duas equações) [Launder e Spalding, 1972; Wilcox, 1988].

Em geral, estes modelos apresentam falhas na previsão de escoamentos afastados da condição de equilíbrio local e necessitam de uma grande quantidade de constantes ajustáveis para diversos tipos de escoamentos de base a serem simulados. Alguns exemplos onde estes modelos podem apresentar dificuldade de predição são em escoamentos sobre superfícies curvas, secundários em dutos de secção transversal não circular e sob o efeito de forças de campo.

Os modelos para o transporte das tensões de Reynolds são mais universais do que os modelos dependentes da viscosidade turbulenta [Wilcox, 2002]. No entanto, estes modelos impõem uma dificuldade maior, do ponto de vista do tempo computacional e convergência numérica, devido à inserção de mais seis equações de transporte.

Uma vantagem dos modelos clássicos com relação às outras abordagens (DNS ou LES) é a necessidade de discretizações espaciais e temporais bem menos refinadas, reduzindo o esforço computacional de forma sensível.

Uma abordagem mais detalhada sobre a modelagem estatística clássica da turbulência, seus principais modelos, aplicações a diversos escoamentos de base e equacionamentos das equações de transportes são descritos de forma mais específica em Wilcox (2002) e Deschamps (2002).

### 2.3.3. Simulação de Grandes Escalas (LES)

A Simulação de Grandes Escalas (LES) teve início na década de 1960 com a introdução da viscosidade turbulenta de Smagorinsky para o fechamento das equações de conservação da quantidade de movimento filtradas espacialmente. O objetivo inicial era simular



apenas as grandes escalas dos escoamentos atmosféricos, visto ser impossível simular todo o espectro da turbulência. Embora a modelagem não tenha sido bem sucedida neste tipo de aplicação, devido à excessiva dissipação das grandes escalas, o modelo de Smagorinsky tem sido extensivamente utilizado em aplicações industriais, o que mostra que o resultado da pesquisa pode ser tão imprevisível quanto a própria turbulência [Lesieur et al., 2005].

Esta metodologia consiste em eliminar as pequenas escalas, menores que uma determinada dimensão  $\Delta x$ , através da utilização de um processo de filtragem espacial. No caso de uma analogia com a experimentação de laboratório, seria como inserir um filtro passa baixa (coletando somente as escalas de baixa frequência). Em virtude dessa filtragem, são obtidas equações de evolução adequadas para as grandes escalas, de forma que estas sejam resolvidas diretamente. Em geral, a dimensão desse filtro é estabelecida pela discretização espacial do domínio [Lesieur et al., 2005; Saugat, 2006; Silveira Neto, 2002]. Por outro lado, as pequenas escalas, eliminadas pelo filtro espacial, possuem seus efeitos estimados pelos chamados modelos submalha.

A justificativa física para o emprego deste tipo de abordagem reside no princípio do equilíbrio universal de Kolmogorov. Segundo esta teoria, o movimento das pequenas escalas é estatisticamente independente do movimento das grandes escalas, de forma que aquelas possuem um comportamento mais universal. Em função disso, espera-se que o movimento das escalas modeladas não sofra influência dos diferentes tipos de escoamentos, anisotropia dos campos médios ou das condições de contorno impostas. Além disso, uma vez que as pequenas escalas são consideradas isotrópicas é possível empregar modelos submalha bastante simples como os algébricos [Rogallo e Moin, 1984].

A classificação das estruturas dos escoamentos em grandes ou pequenas escalas é bastante complexa de ser definida. Tendo isso em vista, Ferziger (1993) define que a separação das escalas depende das características locais do escoamento. Segundo este autor, as grandes escalas são aquelas que dominam a dinâmica local do escoamento e são determinantes principais dos seus parâmetros mais importantes (arrasto, taxa de transferência de calor). Além disso, esta categoria deve incluir os vórtices responsáveis pela maioria da produção da turbulência e pelo transporte de quantidade de movimento e energia. Também deve ser observado que as dimensões destas grandes escalas variam com as aplicações a que o escoamento está sujeito, por exemplo, a grande escala de um escoamento atmosférico é bem maior do que a de um pequeno canal.

A Simulação de Grandes Escalas possui características semelhantes à Simulação Numérica Direta. Entre as quais é possível destacar a possibilidade de coletar campos

instantâneos de velocidades, temperaturas e pressões, predizer adequadamente as estatísticas da turbulência e capturar as estruturas coerentes dos escoamentos [Lesieur et al., 2005; Silveira Neto, 2002]. Assim, para a simulação de escoamentos a elevados números de Reynolds e Prandtl, onde DNS torna-se inviável do ponto de vista do esforço computacional, LES torna-se a principal ferramenta de análise disponível. Deve ser observado que, embora não haja necessidade de simular todas as escalas da turbulência, ainda são requeridas malhas bastante refinadas exigindo um tempo de simulação bastante elevado.

A Simulação de Grandes Escalas pode ser empregada na estimativa dos mais diversos tipos de escoamentos: cisalhantes livres, parietais, com separação e recolamento da camada limite, rotacionais, estratificados, compressíveis, com reação química entre outros. Essa generalidade tem permitido sua aplicação no desenvolvimento aerodinâmico de carros, trens, dispositivos de propulsão, combustão e equipamentos térmicos. Além disso, uma importante aplicação consiste na possibilidade de simular sistemas que permitam o controle da turbulência, que será uma das maiores fontes de economia e energia no futuro [Lesieur et al., 2005].

São encontrados na literatura muitos estudos, empregando LES, a respeito de escoamentos com transferência de calor por convecção natural. Dentre eles, é citado o trabalho de Peng e Davidson (2001), que investigaram parâmetros médios e as estatísticas da turbulência em uma cavidade confinada com duas superfícies diferentemente aquecidas para um número de Rayleigh,  $Ra = 1.58 \times 10^9$ . Também é possível encontrar diversos estudos referentes à simulação de escoamentos turbulentos com transferência de calor por convecção forçada. Por exemplo, Vázquez e Métais (2002) simularam escoamentos turbulentos compressíveis em dutos de secção transversal quadrada sem e com transferência de calor. Wang et al. (2005) investigaram a influência do número de Prandtl,  $1 \leq Pr \leq 100$ , sobre o comportamento dinâmico e térmico dos escoamentos em canais plenamente desenvolvidos. Além destes estudos, a simulação de escoamentos turbulentos com transferência de calor por convecção forçada tem sido aplicada a outras geometrias como degraus [Avancha e Pletcher, 2002] e escoamentos externos sobre obstáculos retangulares [Wische, 2007; Perng e Wu, 2007]. Entretanto, pouco tem se visto a respeito de estudos com LES de escoamentos com transferência de calor por convecção mista. Um estudo desse tipo de caso é apresentado por Wang et al. (2008b) que analisou diversos modelos submalha na simulação de canais com convecção forçada e convecção mista com estratificação instável.

No que tange ao emprego de LES para o estudo da transferência de calor combinando os mecanismos de convecção e radiação térmica, conforme enfatizado na secção 1.2, poucos

estudos são encontrados neste campo [Jones e Paul, 2005; Santos et al., 2008; Gupta et al., 2009 e Coelho, 2009], especialmente para a investigação de escoamentos não reativos [Gupta et al., 2009].

### 2.3.3.1. Modelos Submalha

De acordo com Rogallo e Moin (1984) as estatísticas dos escoamentos turbulentos são medidas diretamente a partir das escalas computadas, ou seja, das grandes escalas. Em consequência disso, a função dos modelos submalha não é prover as estatísticas da turbulência diretamente, mas prevenir que a omissão das escalas eliminadas na filtragem prejudique o cálculo das escalas a partir das quais são obtidas essas estatísticas.

Uma das contribuições mais importantes do modelo de turbulência é fornecer, ou ao mínimo, permitir a transferência de energia entre as escalas resolvidas e submalha a uma magnitude aproximadamente correta. Essa transferência é usualmente das escalas resolvidas para as modeladas. No entanto, em regiões próximas as superfícies ou de forte anisotropia do escoamento, onde as pequenas escalas produtivas estão entre as escalas não resolvidas, o fluxo pode ser reverso. Nestes casos, o modelo submalha deve contabilizar uma perda de produção da energia cinética da turbulência [Moin e Rogallo, 1984; Piomelli et al., 1991]. Esse fluxo de energia reverso, denominado “*backscatter*” [Germano et al., 1991; Lilly, 1992], também é importante na reprodução do regime de transição ocorrida nos escoamentos, seja nos casos onde o mecanismo motriz é dominado pela advecção [Piomelli et al., 1991] ou por forças de campo, como é o caso de escoamentos com convecção natural [Peng e Davidson, 2001].

Os modelos de turbulência empregados podem ser classificados em dois grupos básicos: aqueles dependentes da viscosidade turbulenta, que emprega a hipótese de Boussinesq (a qual relaciona as componentes do tensor submalha ao tensor correspondente do campo filtrado através de uma função de proporcionalidade) e aqueles baseados em equações algébricas (os quais não dependem da viscosidade turbulenta) [Silveira Neto, 2002]. Por brevidade, serão discutidos somente alguns modelos dependentes da viscosidade turbulenta.

O primeiro modelo utilizado foi o de Smagorinsky (1963) que está fundamentado no equilíbrio local entre a produção e a dissipação das tensões turbulentas submalha. A produção é escrita em função da taxa de cisalhamento do campo filtrado e a dissipação pode ser escrita em função da escala de velocidade e do comprimento característico submalha.

A viscosidade turbulenta obtida a partir do modelo de Smagorinsky é dependente de

uma constante ajustável para escoamentos isotérmicos, conhecida como constante de Smagorinsky ( $C_s$ ). Para escoamentos com transferência de calor, além desta constante é necessário impor outra constante, denominada número de Prandtl submalha ( $Pr_{sgs}$ ), para determinação da difusividade submalha. A especificação de valores para estas constantes têm sido amplamente discutida e adaptada conforme o tipo de escoamento que se deseja resolver, por exemplo: Lilly (1967) determinou analiticamente um valor de  $C_s = 0.18$  para a turbulência homogênea e isotrópica. No entanto, de acordo com Lesieur et al. (2005) um valor de  $C_s = 0.1$  é preferível por muitos autores em função de um melhor comportamento na simulação de escoamentos cisalhantes livres e canais. No que diz respeito ao número de Prandtl submalha, diversos valores tem sido sugeridos para vários tipos de escoamentos e por vezes até para o mesmo tipo de geometria. Peng e Davidson (2001) sugeriram um valor de  $Pr_{sgs} = 0.4$  para escoamentos com transferência de calor por convecção natural em cavidades. Brito (2005) propôs um valor de  $Pr_{sgs} = 0.7$  na simulação de escoamentos com transferência de calor por convecção mista em cavidades abertas. Ampofo e Karayannis (2003) realizaram experimentos indicando que para escoamentos com convecção natural em cavidades o valor mais adequado para esta constante é aproximadamente unitário. Na simulação de escoamentos sobre degrau, Silveira Neto et al. (1993) propuseram um valor de  $Pr_{sgs} = 0.6$ . Por conseguinte, não há valores únicos para as duas constantes supracitadas que possam ser aplicados de forma universal a todos os tipos de escoamento, ou para um mesmo tipo de escoamento.

Além disso, o modelo de Smagorinsky possui outras deficiências. Uma delas é a excessiva dissipação na região das paredes [Piomelli et al., 1991; Lesieur et al., 2005]. Esse comportamento está ligado ao fato do modelo de Smagorinsky somente contabilizar o fluxo de energia das maiores para as menores escalas, não levando em consideração o fluxo reverso (“*backscatter*”). Portanto, é necessária a inserção de fatores de amortecimento ao cálculo da viscosidade turbulenta para predizer adequadamente as estatísticas da turbulência nessa região [Ferziger, 1993]. Outra deficiência importante é o fato do modelo não trabalhar bem em casos de transição, como em escoamentos com camada limite em desenvolvimento sobre uma placa plana, onde o escoamento se relaminariza se a perturbação a montante não é grande o suficiente. Enquanto isso, para escoamentos com transferência de calor, a especificação de um valor constante do número de Prandtl submalha ao longo de todo o domínio é inadequado, uma vez que podem haver variações desta constante em várias regiões do escoamento. Principalmente entre as regiões centrais e parietais de escoamentos em cavidades [Ampofo e Karayannis, 2003], canais [Kasagi e Iida, 1999; Wang et al., 2005] e dutos [Hirota et al., 1997].

Com o objetivo de superar a inabilidade dos modelos submalha, principalmente o de Smagorinsky em representar diferentes tipos de escoamento através de uma única constante universal, foi criado o modelo dinâmico de viscosidade turbulenta proposto por Germano et al. (1991) e modificado posteriormente por Lilly (1992).

O principal objetivo deste modelo é determinar de forma dinâmica uma função de proporcionalidade no cálculo da viscosidade e difusividade turbulenta, ou seja, que se ajusta no tempo e no espaço [Silveira Neto, 2002; Lesieur et al., 2005]. Esse dinamismo na determinação da constante permite captar efeitos locais, espaciais e temporais ocorridos no escoamento.

A base desta modelagem é o uso de dois filtros com comprimentos característicos diferentes, permitindo a utilização das informações do nível de energia nas menores escalas resolvidas, situadas nas regiões entre os dois filtros, para modelar a transferência de energia entre as escalas resolvidas e as não resolvidas [Germano et al., 1991; Lilly, 1992].

Neste caso, as dimensões da malha são utilizadas como primeiro filtro ou em nível de malha. Enquanto que o segundo filtro, também denominado teste, possui valores múltiplos das dimensões da malha [Silveira Neto, 2002]. Estes dois filtros permitem que sejam utilizadas informações do nível de energia contido nas menores escalas resolvidas, situadas na região entre os dois filtros, para modelar a transferência de energia entre as escalas resolvidas e não resolvidas.

As principais vantagens desse modelo são o comportamento próprio assintótico próximo das regiões de contorno sólido sem a necessidade de inserirmos funções de amortecimento ou fatores ajustáveis para levar em consideração os efeitos das regiões parietais. Além disso, possuem boa adaptação aos escoamentos laminares e em transição.

O modelo dinâmico de Smagorinsky é discutido amplamente em várias referências [Germano et al., 1991; Piomelli et al., 1991; Lilly, 1992; Silveira Neto, 2002; Lesieur et al., 2005; Avancha e Pletcher, 2002]. Uma proposta para determinação do coeficiente dinâmico realizada no grupo de pesquisa ao qual este trabalho está inserido foi desenvolvida por Petry (2002). Este modelo consiste em utilizar técnicas comuns ao método de elementos finitos para realizar a segunda filtragem, como a definição de super-elementos por conectividades, emprego de sistemas de coordenadas global e natural, transformação destas coordenadas e o emprego de funções de interpolação.

Além dos modelos de Smagorinsky e seu respectivo modelo dinâmico, que são deduzidos no domínio do espaço físico, existem outros modelos submalha que utilizam o conceito de viscosidade turbulenta. É possível destacar os deduzidos no espaço de Fourier ou

espectral, como função estrutura de velocidade, modelo plateau-peak, modelo de Heisenberg entre outros. Uma abordagem a respeito destes modelos pode ser vista em Lesieur et al. (2005) e Saugat (2006). Vale lembrar que, embora os modelos dinâmicos possuam desenvolvimentos históricos sobre o modelo de Smagorinsky, este tipo de modelo pode ser aplicado a outros tipos de modelos de viscosidade turbulenta como aqueles usados nos modelos função-estrutura e os espectrais supracitados [Lesieur et al., 2005; Saugat, 2006].

### 3. FUNDAMENTOS DA RADIAÇÃO TÉRMICA

#### 3.1. Radiação Térmica em Meios Participantes

Primeiramente, é interessante definir a intensidade de radiação, visto que essa grandeza é conveniente para o estudo da transferência de calor por radiação tanto em meios não participantes quanto nos participantes. Segundo Siegel e Howell (2002) a intensidade de radiação deixando uma superfície na direção  $(\theta, \varphi)$  é definida como a energia que sai da superfície por unidade de tempo, por unidade de área projetada normal a direção  $(\theta, \varphi)$  e por unidade de ângulo sólido elementar centrado em torno da direção  $(\theta, \varphi)$ . A intensidade de radiação é definida dessa forma para que a intensidade de um corpo negro seja independente da direção (difusa). Essa invariância é útil na comparação entre a intensidade direcional emitida por superfícies reais com as emitidas por um corpo negro.

A intensidade da radiação também apresenta invariância em meios que não atenuam, não emitem e com propriedades radiantes constantes. Nestes, a intensidade de radiação é independente da posição ao longo de uma determinada direção. Essa propriedade é demonstrada no livro texto de Siegel e Howell (2002) sendo aqui apenas reproduzida.

Considere a radiação deixando uma superfície  $dA_S$ , percorrendo um meio ideal que não absorve, não emite, não espalha e com propriedades radiantes constantes. Suponha que um elemento de área imaginário  $dA_1$  seja considerado a uma distância  $S_1$  de  $dA_S$  e que  $dA_S$  e  $dA_1$  sejam normais a  $S_1$ , conforme Fig. 3.1.a. Por definição,  $i_{\lambda,1}$  é a taxa de energia passando por  $dA_1$ , por unidade de área projetada de  $dA_1$ , por unidade de ângulo sólido e por unidade de intervalo do número de onda. Assim, a taxa de energia emitida por  $dA_S$  que passa por  $dA_1$  na direção de  $S_1$  é dada por:

$$d\dot{Q}_{A_1, S_1} = i_{\lambda,1} dA_1 d\omega_1 d\lambda \quad (3.1)$$

onde  $i_{\lambda,1}$  é a intensidade de radiação espectral que incide sobre a área  $dA_1$  ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\mu\text{m}^{-1}\cdot\text{sr}^{-1}$ ) quando esta superfície está a uma distância  $S_1$  da superfície que emite energia,  $dA_1$  é a área que está sendo irradiada ( $\text{m}^2$ ),  $d\lambda$  é o intervalo do número de onda ( $\mu\text{m}$ ) e  $d\omega_1$  é o ângulo sólido (sr), dado pela seguinte relação:

$$d\omega_1 = \frac{dA_s}{S_1^2} \quad (3.2)$$

onde  $dA_S$  é a superfície que emite energia radiante ( $m^2$ ) e  $S_1$  é a distância entre as superfícies emissora e irradiada (m).

Substituindo a Eq. (3.2) na Eq. (3.1) obtém-se a seguinte relação para a taxa de energia que incide sobre  $dA_1$  a uma distância  $S_1$  da superfície que emite energia:

$$d\dot{Q}_{A_1, S_1} = \frac{i_{\lambda,1} dA_1 dA_S d\lambda}{S_1^2} \quad (3.3)$$

Agora, suponha que a superfície  $dA_1$  foi deslocada para uma nova posição a uma distância  $S_2$  da fonte de radiação. A taxa de energia que chega a  $dA_1$  passa a ser:

$$d\dot{Q}_{A_1, S_2} = i_{\lambda,2} dA_1 d\omega_2 d\lambda \quad (3.4)$$

onde  $i_{\lambda,2}$  é a intensidade de radiação espectral que incide sobre a área  $dA_1$  a uma distância  $S_2$  da superfície que emite energia  $d\omega_2$  é o ângulo sólido dado pela seguinte relação:

$$d\omega_2 = \frac{dA_S}{S_2^2} \quad (3.5)$$

Substituindo a Eq. (3.5) na Eq. (3.4) obtém-se a seguinte relação para a taxa de energia que incide sobre  $dA_1$  a uma distância  $S_2$  da superfície que emite energia:

$$d\dot{Q}_{A_1, S_2} = \frac{i_{\lambda,2} dA_1 dA_S d\lambda}{S_2^2} \quad (3.6)$$

A razão entre as taxas de energia que passam por  $dA_1$  quando esta superfície está a uma distância  $S_1$  e  $S_2$  da superfície que emite energia,  $dA_S$ , é dada pela razão entre as Eq. (3.3) e Eq. (3.6), como segue:

$$\frac{d\dot{Q}_{A_1, S_1}}{d\dot{Q}_{A_1, S_2}} = \frac{i_{\lambda,1} S_2^2}{i_{\lambda,2} S_1^2} \quad (3.7)$$

Agora considere uma fonte diferencial emitindo energia igualmente em todas as direções e imagine duas esferas concêntricas a essa fonte, uma com raio  $S_1$  e outra com raio  $S_2$ , conforme ilustrado na Fig. 3.1.b. Se  $dQ_{\lambda,S} d\lambda$  é a energia espectral hemisférica que deixa a fonte



diferencial, o fluxo de energia cruzando a esfera interna e a externa são dadas, respectivamente, por:

$$dq''_{S_1} = \frac{dQ_{\lambda,S} d\lambda}{4\pi S_1^2} \quad (3.8)$$

$$dq''_{S_2} = \frac{dQ_{\lambda,S} d\lambda}{4\pi S_2^2} \quad (3.9)$$

Imagine agora que a superfície imaginária  $dA_1$  seja colocada a  $S_1$  e  $S_2$  da fonte, ou seja, sobre as esferas interna e externa. As taxas de energia que passam por esta superfície para as duas distâncias supracitadas são dadas, respectivamente, por:

$$d\dot{Q}_{A_1,S_1} = \frac{dQ_{\lambda,S} d\lambda}{4\pi S_1^2} dA_1 \quad (3.10)$$

$$d\dot{Q}_{A_1,S_2} = \frac{dQ_{\lambda,S} d\lambda}{4\pi S_2^2} dA_1 \quad (3.11)$$

Conseqüentemente, a razão entre as duas taxas de energia é dada por:

$$\frac{d\dot{Q}_{A_1,S_1}}{d\dot{Q}_{A_1,S_2}} = \frac{S_2^2}{S_1^2} \quad (3.12)$$

Finalmente, através da igualdade entre as Eq. (3.7) e Eq. (3.12) observa-se que a intensidade de radiação que incidiu sobre  $dA_1$ , para as distâncias  $S_1$  e  $S_2$ , permaneceu a mesma, Eq. (3.13).

$$i_{\lambda,1} = i_{\lambda,2} \quad (3.13)$$

A invariância da intensidade para meios transparentes providencia uma forma conveniente de especificar a magnitude da atenuação ou de emissão da intensidade de radiação para meios participantes, visto que seus efeitos são diretamente mostrados pelas alterações da intensidade com a distância ao longo do caminho radiante.

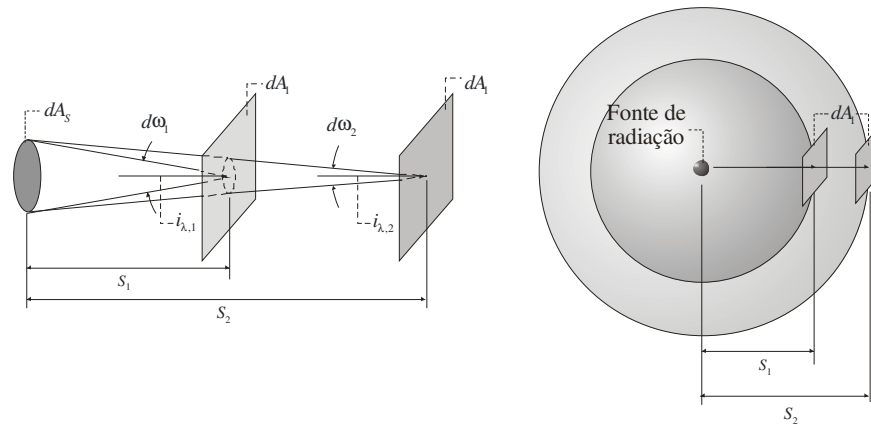


Figura 3.1 – a) variação da taxa de energia que incide sobre um elemento de área  $dA_1$  com a distância de uma fonte ( $dA_S$ ) – b) variação do fluxo de energia com a distância de uma fonte diferencial [Fonte: Siegel e Howell (2002)].

Para obter a intensidade de radiação através de um meio participante, é utilizada a equação da transferência radiante (RTE). Essa é uma equação diferencial que descreve a intensidade da radiação ao longo de um caminho em uma direção fixa através de um meio que absorve, emite e espalha energia radiante.

Os principais efeitos do meio participante sobre a intensidade de radiação são: atenuação da intensidade devido à absorção e ao espalhamento, aumento da intensidade de radiação devido à emissão e devido ao espalhamento para o percurso da intensidade de radiação a partir de percursos de outras direções.

Quando um feixe radiante passa através de uma camada  $dS$  de um meio que absorve e espalha radiação, ocorre uma atenuação da intensidade de radiação. Foi observado experimentalmente que a mudança nesta intensidade depende da magnitude da intensidade local e das propriedades locais do meio, conforme a seguinte expressão:

$$di_{\lambda,a}(S, \omega) = -\kappa_{\lambda}(S)i_{\lambda}(S, \omega)dS - \sigma_{s\lambda}(S, \omega)i_{\lambda}(S, \omega)dS \quad (3.14)$$

onde  $\kappa_{\lambda}$  é o coeficiente de absorção do meio ( $m^{-1}$ ) e  $\sigma_{s\lambda}$  é o coeficiente de espalhamento ( $m^{-1}$ ).

Como uma consequência da proporcionalidade entre a variação e a magnitude da intensidade de radiação, a atenuação desta em um meio que absorve e espalha ocorre de forma exponencial, Lei de Bouguer.

Para a emissão de energia no interior do meio participante, considera-se um volume elementar do meio  $dV$ , conforme ilustra a Fig. 3.2, com um coeficiente de absorção  $\kappa_{\lambda}(\lambda, T, P)$ . Assume-se que  $dV$  está no centro de uma grande cavidade esférica com superfície negra de raio  $R$

a uma temperatura uniforme  $T$ . O espaço entre  $dV$  e a superfície da cavidade é preenchida com meio não participante (transparente). A intensidade espectral incidente sobre  $dA_S$ , em  $dV$ , emitida pelo elemento  $dA$  sobre a superfície da cavidade é  $i_\lambda(S,0) = i_{\lambda,b}(\lambda,T)$ . A alteração dessa intensidade em  $dV$  como resultado da absorção é  $-i_\lambda(0)\kappa_\lambda dS = -i_{\lambda,b}(\lambda,T)\kappa_\lambda dS$ . A energia absorvida pelo volume infinitesimal  $dSdA_S$  é  $i_{\lambda,b}(\lambda,T)\kappa_\lambda dSdA_S d\lambda d\omega$ , onde  $d\omega = dA/R^2$  e  $dA_S$  é a área projetada normal a  $i_\lambda(0)$ . A energia emitida por  $dA$  e absorvida por todo o volume  $dV$  é encontrada pela integração sobre  $dV$  (sobre todos os elementos  $dA_S dS$ ) de forma a obter  $i_{\lambda,b}(\lambda,T)\kappa_\lambda dV d\lambda d\omega$ . Para considerar toda a energia incidente sobre  $dV$  a partir de toda a superfície da cavidade negra, integra-se sobre todos os ângulos sólidos, obtendo-se  $4\pi\kappa_\lambda i_{\lambda,b}(\lambda,T)dV d\lambda$ .

Com o intuito de manter o equilíbrio dentro da cavidade esférica,  $dV$  deve emitir energia igual aquela absorvida. Assim, toda a emissão espectral por um elemento de volume isotérmico é dada por:

$$4\pi\kappa_\lambda(\lambda,T,P)i_{\lambda,b}(\lambda,T)dV d\lambda = 4\kappa_\lambda(\lambda,T,P)e_{\lambda,b}(\lambda,T)dV d\lambda \quad (3.15)$$

onde  $e_{\lambda,b}(\lambda,T)$  é o poder emissivo espectral do corpo negro ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{sr}^{-1}$ ).

A Eq. (3.15) é válida para volumes  $dV$  pequenos o suficiente, de forma que toda a energia emitida dentro de  $dV$  escape antes da reabsorção no interior do volume.

Em todas as condições, a emissão térmica é uniforme sobre todas as direções. Portanto, a intensidade espectral emitida por um volume de elemento em qualquer direção,  $di_{\lambda,e}$ , é obtida pela divisão por  $4\pi d\lambda$  e a área de secção transversal  $dA_S$ , como se segue:

$$di_{\lambda,e}(\lambda,T,P) = \kappa_\lambda(\lambda,T,P)i_{\lambda,b}(\lambda,T)dS \quad (3.16)$$

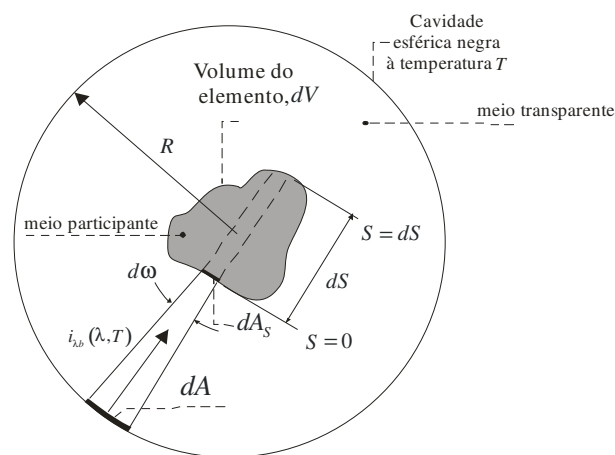


Figura 3.2 – Geometria utilizada na dedução do aumento de intensidade de radiação pela emissão em um meio participante [Fonte: Siegell e Howell (2002)].

Além dessas contribuições, também é necessário avaliar o aumento da intensidade de radiação em uma determinada direção a partir de outras direções incidentes. Para computar o espalhamento a partir de todas as direções, considere a incidência da radiação a um ângulo  $(\theta, \varphi)$ , com intensidade de radiação  $i_\lambda(\theta, \varphi)$ , conforme ilustra a Fig. 3.3. Quando essa intensidade atinge  $dV$ , ela passa através de uma camada de meio participante igual a  $dS/\cos\theta$ . Para a radiação na direção  $S$ , a intensidade espalhada a partir de  $i_\lambda(\theta, \varphi)$  para a direção de  $i_\lambda$  é dada por:

$$di_{\lambda,s} = \sigma_{s\lambda} i_\lambda(\theta, \varphi) \frac{dS}{\cos\theta} \frac{\Phi(\theta, \varphi)}{4\pi} \quad (3.17)$$

onde  $\Phi(\theta, \varphi)$  é a função de fase, que realiza a distribuição direcional da energia que está sendo espalhada.

A intensidade de radiação espalhada,  $di_{\lambda,s}$ , é definida como a energia na direção espalhada por unidade de comprimento de onda  $d\lambda$ , por unidade do ângulo sólido espalhado, por unidade de ângulo sólido incidente  $d\omega_i$  e por unidade de área normal a intensidade radiante incidente. Essa é a área normal a  $i_\lambda(\theta, \varphi)$ , que é  $dA\cos\theta$ . Então a energia espectral espalhada na direção  $S$  como um resultado de  $i_\lambda(\theta, \varphi)$  é, pelo uso da Eq. (3.17),  $di_{\lambda,s}d\omega_i d\lambda dA\cos\theta = \sigma_{s\lambda} i_\lambda(\theta, \varphi)(dS/\cos\theta)[\Phi(\theta, \varphi)/4\pi]d\omega_i d\lambda dA\cos\theta = \sigma_{s\lambda} i_\lambda(\theta, \varphi)dS[\Phi(\theta, \varphi)/4\pi]d\omega_i d\lambda dA$ . Dividindo por  $dA d\omega d\lambda$ , a contribuição dessa energia espalhada para a intensidade espectral na direção  $S$  é  $\sigma_{s\lambda} i_\lambda(\theta, \varphi)[\Phi(\theta, \varphi)/4\pi]d\omega_i dS$ . Para contabilizar as contribuições do espalhamento pelas intensidades incidentes a partir de todas as direções  $\theta$  e  $\varphi$ , isso é integrado sobre todos  $d\omega_i$ . As partículas do espalhamento são consideradas randomicamente orientadas, de forma que a secção transversal do espalhamento  $\sigma_{s\lambda}$  seja independente da direção de incidência. O aumento da intensidade na direção  $S$  pelo espalhamento que atinge o meio é então:

$$di_{\lambda,s} = \frac{\sigma_{s\lambda} dS}{4\pi} \int_{\omega_i=0}^{4\pi} i_\lambda(\theta, \varphi) \Phi(\theta, \varphi) d\omega_i \quad (3.18)$$

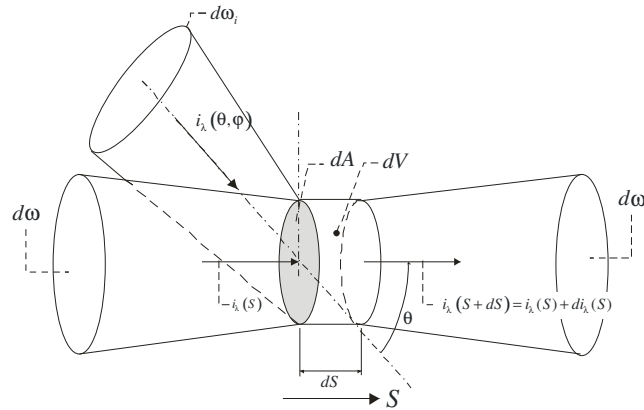


Figura 3.3 – Aumento da intensidade de radiação na direção por espalhamento [Fonte: Siegel e Howell (2002)].

Através do somatório dos efeitos de atenuação por absorção e emissão,  $di_{\lambda,a}$ , e aumento por emissão,  $di_{\lambda,e}$ , e espalhamento,  $di_{\lambda,s}$ , dados pelas Eq. (3.14), Eq. (3.16) e Eq. (3.18), respectivamente, é possível obter a variação da intensidade de radiação ao longo de um percurso em um meio participante,  $di_{\lambda}$ , de forma que  $di_{\lambda} = di_{\lambda,a} + di_{\lambda,e} + di_{\lambda,s}$ . Dividindo-se os dois lados da igualdade pela espessura do meio participante  $dS$ , tem-se a equação da transferência radiante:

$$\begin{aligned} \frac{di_{\lambda}}{dS} = & -\kappa_{\lambda}(S)i_{\lambda}(S) + \kappa_{\lambda}(S)i_{\lambda b}(S) - \sigma_{s\lambda}(S)i_{\lambda}(S) \\ & + \frac{\sigma_{s\lambda}(S)}{4\pi} \int_{\omega_i=0}^{4\pi} i_{\lambda}(S, \omega_i) \Phi_{\lambda}(\omega, \omega_i) d\omega_i \end{aligned} \quad (3.19)$$

Vale ressaltar que a equação da transferência radiante (RTE) também pode ser escrita em função do número de onda,  $\eta$  ( $m^{-1}$ ) ao invés do comprimento de onda,  $\lambda$ , sem nenhuma perda para a solução. No presente trabalho, assim como tem acontecido no grupo de pesquisa ao qual o mesmo está inserido, as variáveis espectrais serão apresentadas em função do número de onda.

Serão considerados aqui meios participantes comumente encontrados na secção de exaustão de pequenos e grandes combustores para várias espessuras ópticas (desde meios finos até meios espessos). Para os meios finos, encontrados em uma mistura composta de vapor de água ( $H_2O$ ) e dióxido de carbono ( $CO_2$ ) dificilmente encontra-se fuligem, sendo possível desprezar o espalhamento [Mazumder e Modest, 1999]. Para meios espessos com muita fuligem, o meio participante se comporta como um gás cinza sem espalhamento. Consequentemente, neste trabalho, o espalhamento é desconsiderado. Assim, a equação RTE utilizada é dada por:

$$\frac{di_{\eta}}{dS} = -\kappa_{\eta}(S)i_{\eta}(S) + \kappa_{\eta}(S)i_{\eta b}(S) \quad (3.20)$$

Vale mencionar que, a intensidade de radiação apresenta somente uma dependência espacial ( $S$ ) devido ao fenômeno da radiação térmica ocorrer de forma instantânea, devido as ondas eletromagnéticas serem transportadas na velocidade da luz. Quanto ao acoplamento entre o campo radiante e térmico, o campo radiante é contabilizado na equação da energia através de um termo fonte. No capítulo 4 (modelagem matemática) é apresentada uma descrição sobre o acoplamento radiação-convecção.

### 3.2. Aspectos Físicos da Radiação Térmica em Meios Participantes

Os gases diatômicos ou poliatômicos são meios participantes que absorvem, emitem e espalham energia radiante, entre os quais é possível citar o dióxido de carbono ( $\text{CO}_2$ ) e o vapor de água ( $\text{H}_2\text{O}$ ), comumente encontrados em seções de exaustão de processos de combustão. Entretanto, gases monoatômicos são meios transparentes, conseqüentemente, não absorvem, emitem ou espalham energia radiante [Siegel e Howell, 2002].

O estudo da radiação térmica em meios participantes apresenta duas grandes dificuldades. Uma delas é referente à ocorrência da absorção, emissão e espalhamento em toda a extensão do meio, sendo necessário conhecer a intensidade de radiação, temperatura e propriedades físicas através de todo o meio para a estimativa completa da troca de energia radiante. Isso faz com que a descrição matemática do problema seja mais complexa. A segunda dificuldade consiste na descrição dos efeitos espectrais que, frequentemente, são bem mais pronunciados em gases, sólidos e líquidos translúcidos do que em superfícies sólidas, sendo necessário um estudo detalhado do comportamento espectral nos meios participantes.

As irregularidades das propriedades radiantes são decorrentes de vários tipos de transição de energia que ocorrem nos gases, compostos de moléculas, átomos, íons e elétrons livres, cada qual com níveis diferentes de energia. Tais processos de transição são oriundos da liberação e captura de fótons, denominados de emissão e absorção, respectivamente.

Dentre os tipos existentes de transição energética dos fótons (*bound-bound*, *free-bound* e *free-free*) o tipo *bound-bound* é o mais comum em situações práticas industriais de engenharia. Neste tipo de transição um fóton é absorvido, ou emitido, por um átomo ou molécula, não havendo ionização ou recombinação dos íons e elétrons. Neste caso ocorrem saltos quânticos de energia de um estado de vibração, rotação ou eletrônico para outro. Dessa forma,

uma frequência fixa é associada com a transição de um nível energético para outro. Uma vez que as alterações de energia no processo *bound-bound* estão associadas com níveis de energia específicos, os coeficientes de absorção e emissão são funções que representam picos de frequência para uma série de linhas espectrais. Isso representa uma variação abrupta do coeficiente de absorção em frequências específicas do espectro. A largura espectral finita destas funções deve-se aos vários efeitos de alargamento de linhas.

Como previamente observado a estimativa do comportamento espectral em meios participantes é bastante complexa, sendo necessária à modelagem das propriedades radiantes. Segundo Siegel e Howell (2002) dois tipos de modelos para as bandas de absorção e emissão têm sido empregados: os modelos banda-estreita (do inglês: *narrow-band models*) e os modelos banda larga (do inglês: *wide-band models*). Os modelos banda estreita usam caracterizações individuais do formato das linhas, larguras e espaçamentos para derivar as características da banda dentro de um intervalo de número de onda especificado. Os modelos banda larga fornecem correlações das características das bandas ao longo de toda a região do número de onda da banda, e contabilizam a crescente importância das linhas de absorção fracas enquanto o comprimento da radiação se torna longo.

A seguir são apresentados os principais modelos elaborados para o tratamento das propriedades espectrais dos gases.

### 3.3. Modelos Espectrais em Meios Participantes

#### 3.3.1. Método Linha por Linha (LBL)

O método linha por linha (LBL) resolve a equação do transporte radiante para cada direção em cada número de onda, considerando o estado termodinâmico local do gás. Uma vez que o coeficiente de absorção é especificado como uma propriedade radiante básica, a equação da transferência radiante (RTE) pode ser resolvida na sua forma fundamental utilizando métodos de solução arbitrária [Hartmann et al., 1984]. A equação a ser resolvida para cada direção  $S$  é dada pela Eq. (3.20).

Os coeficientes de absorção são obtidos, atualmente, a partir de bancos de dados como HITRAN (*High-resolution transmission molecular absorption database*), HITEMP (*High-temperature molecular spectroscopic database*) e CSDS (*Carbon dioxide spectroscopic databank*), sendo possível reproduzir o comportamento espectral de algumas espécies (como

CO<sub>2</sub> e H<sub>2</sub>O) sob diversas condições.

Este método fornece os resultados mais próximos da solução exata. Entretanto, situações mais complexas, como a simulação de domínios bi ou tridimensionais ou a imposição de condições de contorno radiantes em superfícies não-negras, tornam a análise do problema computacionalmente inviável. Atualmente, a principal aplicação do método é na validação de modelos que descrevem o coeficiente de absorção de forma mais simples, WSGG [Hottel e Sarofim, 1967; Smith et al., 1982], SLW [Denison e Webb, 1993a], CW [Solovjov e Webb, 2002; Solovjov e Webb, 2005] entre outros. Em uma comparação análoga com a abordagem numérica da turbulência, é possível afirmar que o método LBL é análogo a Simulação Numérica Direta (DNS) quando comparado aos outros métodos, mais simplificados, de tratamento das propriedades radiantes no espectro e da turbulência, respectivamente.

### 3.3.2. Método do Gás Cinza

O tratamento dos gases participantes como cinzas é a mais simples. Nesta, o coeficiente de extinção do gás (ou de absorção para meios sem espalhamento) é considerado independente do comprimento de onda. Ainda que existam algumas situações onde os gases possam ser considerados como cinzas em determinados trechos do espectro, é possível verificar que o comportamento do coeficiente de absorção em função do número de onda (espectro) é bastante diferente do estipulado pela hipótese de gás cinza, conforme pode ser visto na Fig. 3.4. Assim, esta simplificação é utilizada com intuito único de entender algumas características do processo de radiação térmica, sem inserir as complicações relacionadas com a consideração dos efeitos espectrais.

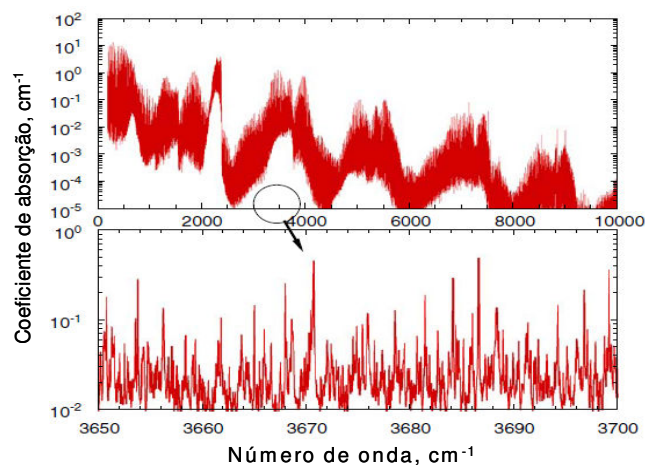


Figura 3.4 – Distribuição do coeficiente de absorção para várias frações molares de CO<sub>2</sub> em um pequeno intervalo espectral [Fonte: Wang et al., 2008a].



### 3.3.3. Soma-Ponderada-de-Gases-Cinzas (WSGG)

O conceito de soma ponderada de gases cinzas (WSGG) foi primeiramente introduzido por Hottel e Sarofim (1967) em conjunto com o método das zonas para estimativa das trocas radiantes. Nesta abordagem o gás não cinza é substituído por um número  $J$  de gases cinzas, para os quais as razões de transferência de calor são calculadas independentemente. O fluxo de calor total é encontrado pela adição dos fluxos dos gases cinzas considerando-se uma ponderação para cada gás cinza. Esta ponderação é equivalente à fração de energia emitida por um corpo negro na temperatura do gás em uma determinada região espectral. Dessa forma, a emitância direcional total em uma direção  $S$  pode ser expressa por:

$$\varepsilon(S) = \sum_{j=0}^J w_j(T) (1 - e^{-\kappa_j S}) \quad (3.21)$$

onde  $\kappa_j$  é o coeficiente de absorção do gás ( $\text{m}^{-1}$ ) e  $w_j(T)$  é a ponderação correspondente ao  $j$ -ésimo gás cinza. Note que  $i = 0$  corresponde a todas as faixas do espectro, nas quais o coeficiente de absorção é nulo,  $\kappa_j = 0$ , denominadas janelas transparentes. No que se refere à especificação do número de gases cinza um valor de  $j = 2$  ou  $3$  fornece resultados satisfatórios, dependendo do meio, da qualidade do ajuste e da exatidão desejada [Hottel e Sarofim, 1967]. O coeficiente de absorção é dependente da temperatura, pressão e composição do gás, e a emitância total depende, adicionalmente, da trajetória  $S$  considerada. Para o cálculo da emitância, os coeficientes de ponderação  $w_j(T)$  são funções apenas da temperatura do gás, que podem ser representados por meio de uma função polinomial de ordem  $i - 1$  da temperatura [Smith et al., 1982]:

$$w_j = \sum_{i=1}^I w_{j,i} T^{i-1} \quad (3.22)$$

Smith et al. (1982) apresentaram coeficientes de absorção para os gases cinzas e coeficientes para a função polinomial que determina as ponderações em cada gás cinza em uma mistura de  $\text{CO}_2$  e  $\text{H}_2\text{O}$ . Galarça et al. (2008) obtiveram novos valores para esses coeficientes de absorção, bem como novos termos de ponderação através de resultados ajustados a partir da função ALBDF (do inglês: *Absorption-Line Blackbody Distribution Function*).

Modest (1991) mostrou que a soma ponderada dos gases cinzas (WSGG) pode ser incorporada na equação do transporte radiante direcional, possibilitando sua solução a partir de

vários métodos como aproximação P-N, método de ordenadas discretas (DOM) entre outros. Assim, a modelagem WSGG não fica limitada a utilização em conjunto com o método das zonas. A equação do transporte radiante com o método WSGG pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{\partial i_j}{\partial S} = \kappa_j \left( w_j \frac{\sigma T^4}{\pi} - i_j \right) \quad (3.23)$$

onde  $S$  é o caminho radiante (m),  $i_j$  é a intensidade de radiação do  $j$ -ésimo gás cinza ( $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{sr}^{-1}$ ),  $w_j$  é a função peso correspondente ao  $j$ -ésimo gás cinza e  $\sigma$  é a constante de Stefan-Boltzmann ( $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$ ).

### 3.3.4. Modelos Recentes (SLW e CW)

Entre os modelos mais recentes desenvolvidos para a abordagem espectral da radiação térmica em meios participantes estão o método SLW e o CW.

O primeiro, desenvolvido por Denison e Webb (1993a), segue o mesmo princípio do método WSGG. Inclusive, a equação da transferência radiante é resolvida a partir da mesma forma proposta por Modest (1991). No entanto, os coeficientes de absorção e as ponderações a serem inseridas na Eq. (3.22) são obtidos a partir do método  $k$ -correlacionado e de uma função distribuição ALB. O método do  $k$ -correlacionado assume que sobre um intervalo estreito as oscilações do coeficiente de absorção ficam em torno de um mesmo valor. Para variações pequenas deste coeficiente a intensidade de radiação não se altera. Consequentemente, para um determinado estado termodinâmico, assume-se que aquela faixa de números de onda e seus respectivos coeficientes de absorção podem servir como parâmetro para um outro estado termodinâmico em uma mesma região do espectro. Na prática, isso indica que mesmo com a variação da fração molar das espécies, da temperatura ou da pressão do gás, considera-se que o coeficiente de absorção no espectro sofre mudanças apenas na amplitude. No que se refere à função distribuição ALB, esta é definida como a fração de energia do corpo negro nas regiões do espectro onde o coeficiente de absorção espectral molar é menor do que um valor especificado. No trabalho de Denison e Webb (1993b) são propostas correlações para a função distribuição ALB para o vapor de água ( $\text{H}_2\text{O}$ ) e para o dióxido de carbono ( $\text{CO}_2$ ).

O método CW (do inglês: *cumulative wavenumber*) desenvolvido por Solovjov e Webb (2002) contém informações detalhadas sobre o espectro dos gases. Este método consiste na construção de uma função não decrescente dependente do número de onda. O objetivo do

método é substituir a integração do coeficiente de absorção com respeito à variável independente  $\eta$  sobre todo o espectro de radiação térmica por uma integração com respeito ao número de onda cumulativo. Essa função apresenta um comportamento linear ou constante, de forma a simplificar o esforço computacional envolvido na determinação das propriedades radiantes. Maiores detalhes sobre o método CW podem ser vistos nos trabalhos de Solovjov e Webb (2002) e Galarça et al. (2011).

## 4. MODELAGEM MATEMÁTICA

### 4.1. Simulação de Grandes Escalas (LES) para Turbulência

#### 4.1.1. Equações de Conservação dos Escoamentos Turbulentos com Convecção

Para a descrição dos escoamentos newtonianos, incompressíveis, nos regimes laminar e turbulento, com transferência de calor por convecção é empregada a abordagem clássica da mecânica dos fluidos, onde o fluido é considerado como um meio contínuo. Portanto, todas as propriedades termofísicas são descritas como funções contínuas da posição e do tempo, sendo possível descrever o escoamento através de uma abordagem euleriana, ou seja, as propriedades são analisadas em um determinado ponto no espaço como uma função do tempo.

As equações que governam estes escoamentos são as equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia. No presente trabalho, as equações de conservação das espécies químicas não serão resolvidas, sendo as propriedades termofísicas tratadas como constantes. A principal preocupação no presente trabalho foi atender aos grupos adimensionais que dominam o processo de transferência de calor por convecção e radiação térmica para os escoamentos nos meios participantes investigados (número de Reynolds, número de Prandtl e espessura óptica do meio participante). Os casos avaliados simulam o escoamento de uma mistura homogênea com a presença de pouca ou muita fuligem. Este tipo de abordagem tem sido empregada em outros estudos [Gupta et al., 2009; Roger et al., 2009].

As equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia empregadas para a solução dos escoamentos transientes, incompressíveis, com transferência de calor por convecção forçada, nos regimes laminar e turbulento, são dadas por:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho v_j) = 0 \quad (i=1,2 \text{ e } 3) \text{ em } t \times \Omega \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial (\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho v_i v_j) + \frac{\partial P}{\partial x_j} \delta_{ij} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \right) = 0$$

(i,j,k = 1,2 e 3) em t x Ω (4.2)

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c_p v_j \frac{\partial T}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left( k \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) - q''' = 0 \quad (j=1,2 \text{ e } 3) \text{ em } t \times \Omega \quad (4.3)$$

O termo fonte de energia  $q'''$  ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-3}$ ) contabiliza o aumento ou diminuição da energia térmica devido à transferência de calor por radiação térmica no meio participante. Na equação da energia foram desconsiderados os termos de conversão de trabalho mecânico em energia térmica e os termos de dissipação viscosa de energia. Este último termo, de acordo com Bejan (2004), torna-se importante quando são abordados escoamentos muito viscosos, como os encontrados em problemas de lubrificação ou transporte de óleos densos, o que não é o caso neste trabalho.

Nas próximas secções serão apresentadas as equações de conservação filtradas espacialmente e a modelagem submalha empregada na simulação dos escoamentos turbulentos com transferência de calor por convecção.

#### 4.1.2. Equações de Conservação Filtradas Usando Simulação de Grandes Escalas (LES)

Para a modelagem de escoamentos turbulentos com transferência de calor empregando LES é necessário realizar um processo de filtragem espacial. Além disso, as variáveis presentes nas equações de conservação são separadas em uma parte dita de grandes escalas e outra denominada submalha, como é mostrado na Eq. (4.4):

$$\begin{aligned}v_i &= \bar{v}_i + v'_i \\p &= \bar{p} + p' \\T &= \bar{T} + T'\end{aligned}\tag{4.4}$$

onde o termo sobreposto com uma barra refere-se as estruturas de grandes escalas e o termo com uma linha as estruturas de pequenas escalas.

De acordo com Leonard (1974) o campo das grandes escalas pode ser obtido através da convolução de uma variável  $f$  qualquer com uma função filtro  $G(x)$ , ou seja:

$$\bar{f}(x_i) = \int_V G(x_i - x'_i) f(x'_i) dx'_i \quad (i = 1, 2 \text{ e } 3)\tag{4.5}$$

onde  $V$  é o domínio de controle na integração e  $G(x_i - x'_i)$  é a clássica região do filtro usada por Deardorff (1970) e Clark et al. (1979).

De acordo com Findikakis e Street (1982) a função filtro  $G(x_i - x'_i)$  tipo caixa é definida como:

$$G(x_i - x'_i) = \begin{cases} \prod_{i=1}^n \left( \frac{1}{\Delta_i} \right) & \text{para } |x_i - x'_i| < \frac{\Delta_i}{2} \\ 0 & \text{para } |x_i - x'_i| > \frac{\Delta_i}{2} \end{cases} \quad (4.6)$$

onde  $\Delta_i$  são as dimensões do filtro segundo a direção do eixo  $x_i$  e  $n$  é o número de dimensões do problema. Neste caso, o próprio volume de um elemento de malha representa o filtro tipo caixa, de forma que a dimensão característica pode ser expressa como a raiz cúbica do volume do elemento, conforme a expressão abaixo:

$$\bar{\Delta} = (\Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3)^{1/3} \quad (4.7)$$

Quando um filtro uniforme é empregado, o processo de filtragem acaba constituindo-se em uma operação de média espacial das variáveis envolvidas. Além disso, sendo  $g$  e  $f$  duas variáveis genéricas quaisquer, têm-se as seguintes propriedades para a operação de filtragem espacial:

$$\frac{\partial \bar{f}}{\partial x_i} = \frac{\partial f}{\partial x_i} \quad (4.8)$$

$$\overline{\bar{g}f} \neq \bar{g}\bar{f} \quad (4.9)$$

$$\overline{\bar{g}f'} \neq \bar{g}\bar{f}' \quad (4.10)$$

$$\overline{\bar{g}f'} \neq 0 \quad (4.11)$$

Após aplicar o processo de filtragem às equações de conservação, Eq. (4.1 – 4.3), e empregar as propriedades descritas pelas Eq. (4.8 – 4.11) obtêm-se as equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia filtradas para escoamentos incompressíveis:

$$\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (i = 1, 2 \text{ e } 3) \text{ em } t \times \Omega \quad (4.12)$$

$$\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{v}_i \bar{v}_j)}{\partial x_j} + \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} \delta_{ij} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ v \left( \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) - \tau_{ij} \right\} = 0 \quad (i, j, k = 1, 2 \text{ e } 3) \text{ em } t \times \Omega \quad (4.13)$$

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{v}_j \bar{T}) - \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \alpha \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} - q_j \right\} - \bar{\nabla} q_r = 0 \quad (j = 1, 2 \text{ e } 3) \text{ em } t \times \Omega \quad (4.14)$$

onde  $\bar{(\quad)}$  representa as grandes escalas (filtradas);  $\rho$  é a massa específica ( $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ );  $v$  é a viscosidade cinemática ( $\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$ );  $\alpha$  é a difusividade térmica ( $\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$ );  $v_i$  é a velocidade na direção  $i$ ,  $i = 1, 2 \text{ e } 3$  ( $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ );  $x_i$  é a coordenada espacial,  $i = 1, 2 \text{ e } 3$  (m);  $p$  é a pressão ( $\text{N}\cdot\text{m}^{-2}$ );  $T$  é a temperatura (K);  $\delta_{ij}$  é o delta de Kronecker;  $\Omega$  é o domínio espacial (m);  $t$  representa o domínio temporal (s) e  $\bar{\nabla} q_r$  é a divergência filtrada do fluxo radiante ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-3}$ ). Este último termo é igual a taxa de geração de energia por unidade de volume filtrada espacialmente ( $\bar{q}'''$ ) e é obtido a partir da solução da equação da transferência radiante (RTE) filtrada, que será posteriormente apresentada. Os termos  $\tau_{ij}$  e  $q_j$ , que surgem no processo de filtragem das equações de conservação de quantidade de movimento e energia, respectivamente, necessitam ser modelados e podem ser escritos por:

$$\tau_{ij} = \overline{v_i v_j} - \bar{v}_i \bar{v}_j \quad (i, j = 1, 2 \text{ e } 3) \quad (4.15)$$

$$q_j = \overline{v_j T} - \bar{v}_j \bar{T} \quad (j = 1, 2 \text{ e } 3) \quad (4.16)$$

O primeiro termo do lado direito das Eq. (4.15 – 4.16) são os produtos filtrados dos campos instantâneos (velocidade-velocidade e velocidade-temperatura). Estes produtos filtrados podem ainda ser escritos da seguinte forma:

$$\overline{v_i v_j} = \bar{v}_i \bar{v}_j + \overline{v'_i v'_j} + \overline{v_i v'_j} + \overline{v'_i v_j} + L_{ij} \quad (i, j = 1, 2 \text{ e } 3) \quad (4.17)$$

$$\overline{v_j T} = \bar{v}_j \bar{T} + \overline{v'_j T'} + \overline{v_j T'} + \overline{v'_j T} + L_{\theta j} \quad (j = 1, 2 \text{ e } 3) \quad (4.18)$$

Os segundo e terceiro termos do lado direito da Eq. (4.17) representam o tensor cruzado ( $C_{ij}$ ), o quarto termo do lado direito da Eq. (4.17) é o tensor de Reynolds submalha e o termo  $L_{ij}$  é o tensor de Leonard. Na Equação (4.18) os segundo e terceiro termos representam o fluxo turbulento cruzado ( $C_{0j}$ ), o quarto termo da equação é o fluxo turbulento submalha e  $L_{0j}$  é o fluxo turbulento de Leonard.

Foi verificado por Silveira Neto et al. (1993) que os termos  $L_{ij}$  e  $C_{ij}$  são muito menores do que o tensor de Reynolds submalha para esquemas de transporte convectivo de até 3ª ordem de precisão. Neste caso o tensor de Reynolds submalha foi aproximadamente cem vezes superior aos termos cruzados e de Leonard. No que tange a equação da energia, também foi verificado que os fluxos turbulentos cruzados e de Leonard,  $C_{0j}$  e  $L_{0j}$ , respectivamente, são significativamente menores do que o fluxo turbulento submalha [Silveira Neto et al., 1993; Brito, 2005; Wang et al., 2005]. Em função do acima exposto, os termos cruzados e de Leonard em ambas equações de conservação tem sido incorporados no modelo submalha sem perdas para a solução.

Para a determinação dos fenômenos correlacionados com as estruturas de pequenas escalas é necessária à modelagem dos termos submalha, visto que somente as grandes escalas são resolvidas diretamente.

#### 4.1.3. Modelagem Submalha da Turbulência

Conforme descrito anteriormente, a simulação de grandes escalas (LES) resolve diretamente as grandes escalas do escoamento, responsáveis pela produção da energia cinética turbulenta, e modela o comportamento das pequenas escalas, que são responsáveis pela dissipação da energia cinética da turbulência. Uma vez que os modelos submalha possuem essa função eles tornam-se mais importantes para escoamentos com maiores números de Reynolds e Prandtl e também em simulações onde não é possível um maior refino de malha. Essa importância deve-se ao fato de que nestas situações o modelo necessita estimar uma parcela maior da dissipação total. Consequentemente, muitos dos modelos submalha são construídos a partir da dedução de modelos estatísticos, sendo a escala de comprimento característica desse modelo estabelecida pela dimensão de malha e não por comprimentos característicos do domínio, como ocorre nos modelos estatísticos clássicos RANS.

De fato, os modelos submalha empregados em LES são do mesmo tipo que os



empregados na modelagem clássica da turbulência, RANS. Entretanto, como as pequenas escalas a serem modeladas são mais homogêneas, isotrópicas e menos afetadas pelas diferentes condições de contorno impostas ao escoamento, é possível empregar modelos de turbulência bastante simples, como os algébricos. Além disso, é possível simular diversos tipos de escoamentos de base sobre várias geometrias sem a necessidade de fazer uma série de ajustes para cada caso a ser simulado.

A maioria dos modelos de turbulência, inclusive os modelos submalha empregados em LES, baseia-se no conceito de viscosidade/difusividade turbulenta, sendo deduzidos no domínio do espaço físico [Smagorinsky, 1963; Germano et al., 1991] e no domínio espectral [Silveira Neto, 2002; Lesieur et al., 2005]. Essa idéia foi inicialmente proposta por Boussinesq que propôs expressar o tensor turbulento submalha em função da taxa de deformação do campo de velocidades filtrado e da energia cinética turbulenta, como segue:

$$\tau_{ij} = \nu_{sgs} \left( \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (i, j = 1, 2 \text{ e } 3) \quad (4.19)$$

onde  $\nu_{sgs}$  é a viscosidade turbulenta submalha ( $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ) e  $k$  é a energia cinética da turbulência ( $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$ ).

Para a estimativa do fluxo turbulento submalha, a mesma hipótese pode ser utilizada para relacionar este fluxo com o gradiente de temperaturas filtrado, de forma análoga ao que é feito para o campo de velocidades [Pope, 2008; Lesieur et al., 2005; Saugat, 2006]. Assim, o fluxo turbulento submalha é dado por:

$$q_j = \alpha_{sgs} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \quad (j = 1, 2 \text{ e } 3) \quad (4.20)$$

onde  $\alpha_{sgs}$  é a difusividade submalha de energia ( $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ) e  $\partial \bar{T} / \partial x_j$  é o gradiente de temperaturas filtrado.

Ainda é possível relacionar a difusividade e a viscosidade submalha através do número de Prandtl turbulento submalha. Essa relação é obtida de forma análoga a estimativa do número de Prandtl que relaciona a viscosidade e a difusividade molecular. Portanto, a difusividade turbulenta é dada por:

$$\alpha_{sgs} = \frac{\nu_{sgs}}{\text{Pr}_{sgs}} \quad (4.21)$$

O número de Prandtl submalha ( $\text{Pr}_{sgs}$ ) é uma constante que no modelo de Smagorinsky é imposta. Enquanto que nos modelos dinâmicos esta constante passa a ser determinada em função da região do escoamento. A seguir são apresentados os modelos submalha de Smagorinsky e dinâmico de Smagorinsky.

#### 4.1.3.1. Modelo submalha de Smagorinsky

O modelo submalha de Smagorinsky [Smagorinsky, 1963] foi o primeiro modelo submalha introduzido para a determinação das tensões de Reynolds e dos fluxos turbulentos submalha. O modelo de Smagorinsky ainda é muito empregado na literatura, principalmente nos problemas que abordam escoamentos turbulentos com transferência de calor por convecção e radiação, como pode ser visto nos trabalhos de Jones e Paul (2005), Dos Santos et al. (2008) e Gupta et al. (2009).

A viscosidade turbulenta submalha, segundo este modelo, é definida como:

$$\nu_{sgs} = C_s^2 \bar{\Delta}^2 |\bar{S}| \quad (4.22)$$

onde  $C_s$  é a constante de Smagorinsky,  $\bar{\Delta}$  é a escala associada com o filtro utilizado para definir o campo de grandes escalas (m), definida pela Eq. (4.23), e  $|\bar{S}|$  é o tensor taxa de deformação do campo filtrado, dado pela Eq. (4.24).

$$\bar{\Delta} = \sqrt[3]{\prod_{i=1}^3 \Delta x_i} \quad (i = 1, 2 \text{ e } 3) \quad (4.23)$$

$$|\bar{S}| = \sqrt{2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij}} \quad (i, j = 1, 2 \text{ e } 3) \quad (4.24)$$

Conforme descrito na secção anterior, a difusividade turbulenta submalha é obtida através da inserção da Eq. (4.22) na Eq. (4.21), como se segue:

$$\alpha_{sgs} = \frac{C_s^2}{Pr_{sgs}} \overline{\Delta}^2 |\overline{S}| \quad (4.25)$$

#### 4.1.3.2. Modelo Submalha Dinâmico de Smagorinsky

Neste modelo a constante de Smagorinsky,  $C_S(x,t)$ , e o número de Prandtl turbulento,  $Pr_{sgs}(x,t)$ , são dinamicamente computados. No presente trabalho, foi empregada a abordagem proposta por Germano et al. (1991) e posteriormente modificada por Lilly (1992). Essa abordagem consiste no uso de dois filtros espaciais com diferentes comprimentos, providenciando informações relacionadas com a transferência de energia entre as escalas do movimento resolvidas e modeladas [Lesieur et al., 2005; Saugat, 2006].

Após a introdução de um filtro teste com um comprimento  $\langle \overline{\Delta} \rangle$  as equações de conservação, Eq. (4.1 – 4.3), os coeficientes dinâmicos,  $C_S(x,t)$  e  $Pr_{sgs}(x,t)$ , podem ser determinados por:

$$C_S(x,t) = -\frac{1}{2} \frac{\mathcal{L}_{ij} \mathcal{M}_{ij}}{\mathcal{M}_{ij} \mathcal{M}_{ij}} \quad (i,j = 1,2 \text{ e } 3) \quad (4.26)$$

$$Pr_{sgs}(x,t) = 2C_S(x,t) \frac{\mathcal{M}_{j\theta} \mathcal{M}_{j\theta}}{\mathcal{L}_{j\theta} \mathcal{M}_{j\theta}} \quad (j = 1,2 \text{ e } 3) \quad (4.27)$$

onde:

$$\mathcal{L}_{ij} = \langle \overline{v}_i \overline{v}_j \rangle - \langle \overline{v}_i \rangle \langle \overline{v}_j \rangle \quad (i,j = 1,2 \text{ e } 3) \quad (4.28)$$

$$\mathcal{M}_{ij} = \langle \overline{\Delta} \rangle^2 \langle |\overline{S}| \rangle \langle \overline{S}_{ij} \rangle - \overline{\Delta}^2 \langle |\overline{S}| \overline{S}_{ij} \rangle \quad (i,j = 1,2 \text{ e } 3) \quad (4.29)$$

$$\langle \overline{S}_{ij} \rangle = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \langle \overline{v}_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle \overline{v}_j \rangle}{\partial x_i} \right) \quad (i,j = 1,2 \text{ e } 3) \quad (4.30)$$

$$|\langle \overline{S} \rangle| = \sqrt{2 \langle \overline{S}_{ij} \rangle \langle \overline{S}_{ij} \rangle} \quad (i,j = 1,2 \text{ e } 3) \quad (4.31)$$

$$\mathcal{L}_{j\theta} = \langle \bar{T} \bar{v}_j \rangle - \langle \bar{T} \rangle \langle \bar{v}_j \rangle \quad (j = 1, 2 \text{ e } 3) \quad (4.32)$$

$$\mathcal{M}_{j\theta} = \langle \bar{\Delta} \rangle^2 \langle \bar{S} \rangle \left\langle \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \right\rangle - \bar{\Delta}^2 \langle \bar{S} \rangle \left\langle \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \right\rangle \quad (j = 1, 2 \text{ e } 3) \quad (4.33)$$

Para as Equações (4.28 – 4.33),  $\langle \rangle$  representa as variáveis obtidas na região do filtro teste. Maiores detalhes relacionados à modelagem dinâmica submalha podem ser vistos em [Germano et al., 1991; Lilly, 1992; Silveira Neto, 2002; Lesieur et al., 2005].

## 4.2. Simulação de Grandes Escalas para Radiação Térmica

Para abordagem da radiação térmica usando LES, as mesmas propriedades do processo de filtragem espacial, aplicadas às equações de conservação dos escoamentos turbulentos com transferência de calor, são válidas para a equação da transferência radiante. É importante observar que devido à recente aplicação da Simulação de Grandes Escalas (LES) ao estudo das interações TRI e, conseqüentemente, da equação da transferência radiante filtrada, pouco tem se visto a respeito da sua dedução. Entre os trabalhos que a apresentam estão Coelho (2007), Coelho (2009) e Roger et al. (2009). Além destes, Jones e Paul (2005), Dos Santos et al. (2008a) e Gupta et al. (2009) realizam a filtragem da equação RTE, mas desconsideram os termos flutuantes.

Primeiramente, a equação do transporte para meios participantes sem espalhamento, obtida no Cap. 3 (fundamentos da radiação térmica) é reapresentada, como:

$$\frac{\partial i_\eta}{\partial S} = -\kappa_\eta i_\eta + \kappa_\eta i_{\eta b} \quad (4.34)$$

Por simplicidade, a indicação referente ao caminho radiante ( $S$ ) não é apresentada.

A partir da Eq. (4.34) aplica-se o operador filtro espacial sobre esta equação e separam-se as variáveis instantâneas em grandes e pequenas escalas, obtendo-se a seguinte equação:

$$\frac{d\bar{i}_\eta}{dS} = -\overline{\kappa_\eta i_\eta} + \overline{\kappa_\eta i_{\eta b}} = -(\overline{\kappa_\eta + \kappa'_\eta})(\overline{i_\eta + i'_\eta}) + (\overline{\kappa_\eta + \kappa'_\eta})(\overline{i_{\eta b} + i'_{\eta b}}) \quad (4.35)$$

Após a operação algébrica dos termos tem-se:

$$\frac{d\bar{i}_\eta}{dS} = -(\overline{\kappa_\eta i_\eta} + \overline{\kappa_\eta i'_\eta} + \overline{\kappa'_\eta i_\eta} + \overline{\kappa'_\eta i'_\eta}) + (\overline{\kappa_\eta i_{\eta b}} + \overline{\kappa_\eta i'_{\eta b}} + \overline{\kappa'_\eta i_{\eta b}} + \overline{\kappa'_\eta i'_{\eta b}}) \quad (4.36)$$

Os termos do lado direito da equação acima podem ser manipulados algebricamente da seguinte forma:

$$\overline{\kappa_\eta i_\eta} = \overline{\overline{\kappa_\eta i_\eta}} + \overline{\overline{\kappa_\eta i'_\eta}} + \overline{\overline{\kappa'_\eta i_\eta}} + \overline{\overline{\kappa'_\eta i'_\eta}} + \overline{\kappa_\eta i_\eta} - \overline{\kappa_\eta i_\eta} \quad (4.37)$$

$$\overline{\kappa_\eta i_{\eta b}} = \overline{\overline{\kappa_\eta i_{\eta b}}} + \overline{\overline{\kappa_\eta i'_{\eta b}}} + \overline{\overline{\kappa'_\eta i_{\eta b}}} + \overline{\overline{\kappa'_\eta i'_{\eta b}}} + \overline{\kappa_\eta i_{\eta b}} - \overline{\kappa_\eta i_{\eta b}} \quad (4.38)$$

A partir dessa manipulação algébrica é possível organizar matematicamente os termos filtrados de forma análoga ao que acontece nas equações de conservação filtradas de quantidade de movimento e energia.

Os termos  $(\overline{\overline{\kappa_\eta i_{\eta b}}} - \overline{\overline{\kappa_\eta i_{\eta b}}})$  e  $(\overline{\overline{\kappa_\eta i_\eta}} - \overline{\overline{\kappa_\eta i_\eta}})$  são matematicamente similares aos tensores de Leonard,  $(\overline{\overline{\kappa'_\eta i_{\eta b}}} - \overline{\overline{\kappa'_\eta i_{\eta b}}})$  e  $(\overline{\overline{\kappa'_\eta i_\eta}} - \overline{\overline{\kappa'_\eta i_\eta}})$  aos tensores cruzados e os termos  $\overline{\kappa'_\eta i_{\eta b}}$  e  $\overline{\kappa'_\eta i_\eta}$  aos tensores de Reynolds submalha. Com base nisso, os termos adicionais da equação RTE filtrada são classificados da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \tau_{em} &= \overline{\overline{\kappa'_\eta i'_{\eta b}}} && \Rightarrow \text{Emissão de Reynolds submalha} \\ \tau_{abs} &= \overline{\overline{\kappa'_\eta i'_\eta}} && \Rightarrow \text{Absorção de Reynolds submalha} \\ C_{em} &= (\overline{\overline{\kappa'_\eta i_{\eta b}}} - \overline{\overline{\kappa'_\eta i'_{\eta b}}}) && \Rightarrow \text{Emissão radiante cruzada} \\ C_{abs} &= (\overline{\overline{\kappa'_\eta i_\eta}} - \overline{\overline{\kappa'_\eta i'_\eta}}) && \Rightarrow \text{Absorção radiante cruzada} \\ L_{em} &= (\overline{\overline{\kappa_\eta i_{\eta b}}} - \overline{\overline{\kappa_\eta i_{\eta b}}}) && \Rightarrow \text{Emissão radiante de Leonard} \\ L_{abs} &= (\overline{\overline{\kappa_\eta i_\eta}} - \overline{\overline{\kappa_\eta i_\eta}}) && \Rightarrow \text{Absorção radiante de Leonard} \end{aligned} \quad (4.39)$$

Substituindo os termos da Eq. (4.39) na equação da transferência radiante filtrada, Eq. (4.35), tem-se a seguinte equação da transferência radiante filtrada:

$$\frac{d\bar{i}_\eta}{dS} = \overline{\kappa_\eta i_{\eta b}} - \overline{\kappa_\eta i_\eta} = \left( \overline{\kappa_\eta i_{\eta b}} + C_{em} + L_{em} + \tau_{em} \right) - \left( \overline{\kappa_\eta i_\eta} + C_{abs} + L_{abs} + \tau_{abs} \right) \quad (4.40)$$

Uma investigação em torno destes termos submalha foi realizada por Roger et al. (2009) a partir de simulações em escoamentos não reativos empregando DNS. Os resultados encontrados pelos autores indicaram que os termos de emissão radiante submalha são significativamente maiores dos que os termos de absorção radiante submalha e que estes termos continham apenas uma fração ínfima da energia radiante absorvida. Isso Sugere uma simplificação para a modelagem dos termos de absorção radiantes submalha, similar a bem conhecida aproximação das flutuações opticamente finas (OTFA) no âmbito de médias de Reynolds. De acordo com essa hipótese, o termo de absorção radiante filtrada pode ser aproximado como  $\overline{\kappa_\eta i_\eta} \approx \overline{\kappa_\eta} \bar{i}_\eta$ , de forma que a equação da transferência radiante filtrada passa a ser expressa por:

$$\frac{d\bar{i}_\eta}{dS} = \overline{\kappa_\eta i_{\eta b}} - \overline{\kappa_\eta i_\eta} = \overline{\kappa_\eta i_{\eta b}} - \overline{\kappa_\eta} \bar{i}_\eta \quad (4.41)$$

No que tange aos termos de emissão submalha, no mesmo trabalho de Roger et al. (2009) foi observado que tais termos devem ser modelados. Principalmente quando são realizadas simulações empregando malhas mais grosseiras, como as comumente encontradas em aplicações de engenharia e para escoamentos com intensidade de turbulência muito grandes. Uma vez que a emissão radiante submalha é dominada por variáveis locais do escoamento, é plausível assumir um modelo submalha similar aos usados na modelagem dos fluxos escalares e das tensões escalares submalha, empregados na determinação dos campos de temperatura e velocidade. Outra abordagem possível consiste em adaptar ao contexto de LES alguns modelos usualmente empregados nas simulações RANS da equação da transferência radiante.

Em um estudo posterior, Coelho (2009) observou que para a simulação de escoamentos turbulentos reativos os erros médios associados à desconsideração dos termos de emissão e absorção submalha são extremamente pequenos, especialmente para escoamento com baixa intensidade de turbulência. Então, estima-se que para escoamentos não reativos, onde a

intensidade de turbulência é naturalmente menor do que as encontradas em escoamentos reativos, os erros associados com a não consideração dos termos submalha da equação da transferência radiante são ainda menores. Desta forma, é possível modelar os termos de emissão e absorção SGS simplesmente por:  $\overline{\kappa_{\eta} i_{\eta}} \approx \overline{\kappa_{\eta}} \overline{i_{\eta}}$ ,  $\overline{\kappa_{\eta} i_{\eta b}} \approx \overline{\kappa_{\eta}} \overline{i_{\eta b}}$ , conforme vinha sendo realizado em estudos anteriores de Jones e Paul (2005); Dos Santos et al. (2008a) e Gupta et al. (2009). Esta simplificação será assumida no presente trabalho para a simulação de escoamentos não reativos. No entanto, Coelho (2009) observou que para a simulação de escoamentos com elevadas intensidades de turbulência é necessário o uso de algum modelo para os termos de emissão submalha.

No que diz respeito às escalas do problema radiante, que é a própria energia radiante, de acordo com Bialecki and Węcel (2004) devido às interações de longa distância características da radiação térmica é possível empregar malhas mais grosseiras para o tratamento de problemas de radiação térmica sem influenciar a exatidão da solução. Observações semelhantes foram realizadas nos trabalhos de Roger et al. (2009) e Coelho (2009) para escoamentos com TRI. Nestes trabalhos verificou-se que malhas mais grosseiras que as empregadas no problema convectivo seriam suficientes para a predição das escalas do problema radiante.

Com base nos estudos apresentados acima, a equação da transferência radiante filtrada empregada para a simulação de escoamentos não reativos em um meio participante cinza utilizada no presente trabalho será dada por:

$$\frac{d\bar{i}}{dS} = \overline{\kappa i_b} - \overline{\kappa i} \quad (4.42)$$

Vale destacar ainda que, conforme mencionado anteriormente, para um gás real o comportamento espectral do coeficiente de absorção pode ser significativamente diferente do estimado a partir do modelo do gás cinza. Modelos mais avançados como: Soma-Ponderada-de-Gases-Cinzas (WSGG) [Smith et al., 1982], SLW [Denison e Webb, 1993a] e CW [Solovjov e Webb, 2002; Galarça et al., 2011] tem sido empregados na literatura para abordagem deste problema. A simplificação adotada aqui tem o interesse único de conduzir a compreensão das interações turbulência-radiação em meios não reativos sem as dificuldades relacionadas aos efeitos espectrais.

### 4.3. Modelagem Clássica de Escoamentos Turbulentos com Convecção e Radiação

#### 4.3.1. Modelagem Clássica da Turbulência

A modelagem clássica da turbulência consiste na realização de uma média temporal sobre as equações de conservação que modelam os escoamentos [Wilcox, 2002]. Ressalta se aqui que as propriedades do processo de média temporal são diferentes das propriedades do processo de filtragem espacial utilizado em LES. Apesar destas diferenças, no presente trabalho as variáveis médias obtidas no âmbito de LES e RANS serão denotadas por uma barra sobreposta ( $\bar{v}_i, \bar{p}, \bar{T}$ ) e as flutuações por uma linha sobrescrita ( $v'_i, p', T'$ ). Por simplicidade não serão apresentados aqui detalhes sobre o processo de média temporal e as propriedades desta operação. Maiores detalhes podem ser vistos nos trabalhos de Wilcox, (2002) e Labourasse e Saugat (2002). Assim, as equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia temporais médias para escoamentos incompressíveis, transientes e sem reação química são dadas, respectivamente, por:

$$\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (i = 1, 2 \text{ e } 3) \text{ em } t \times \Omega \quad (4.43)$$

$$\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} + \bar{v}_j \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \nu \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} - \overline{v'_i v'_j} \right\} = 0 \quad (i, j = 1, 2 \text{ e } 3) \text{ em } t \times \Omega \quad (4.44)$$

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{v}_j \bar{T}) - \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \alpha \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} - \overline{v'_j T'} \right\} - \overline{\nabla \cdot q_R} = 0 \quad (j = 1, 2 \text{ e } 3) \text{ em } t \times \Omega \quad (4.45)$$

Nas Eq. (4.47 – 4.48) os termos  $\overline{v'_i v'_j}$  e  $\overline{v'_j T'}$  são os fluxos turbilhonares de quantidade de movimento e energia. Da mesma forma que para os modelos submalha de Smagorinsky e Dinâmico de Smagorinsky (empregado no presente trabalho) muitos dos modelos clássicos são baseados no conceito de viscosidade/difusividade turbulenta [Deschamps, 2002; Wilcox, 2002]. A diferença está no fato que para a modelagem clássica (RANS) todas as escalas do escoamento são modeladas, enquanto em LES somente as escalas submalha são modeladas. As tensões de Reynolds são dadas por:



$$\overline{v'_i v'_j} = \nu_t \left( \frac{\partial \overline{v_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{v_j}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (i, j = 1, 2 \text{ e } 3) \quad (4.46)$$

onde  $\nu_t$  é a viscosidade turbulenta ( $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ) e  $k$  é a energia cinética da turbulência ( $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$ ).

Enquanto isso, o fluxo turbilhonar de energia é dado pela seguinte expressão:

$$\overline{v'_j T'} = \alpha_t \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j} \quad (j = 1, 2 \text{ e } 3) \quad (4.47)$$

onde  $\alpha_t$  é a difusividade turbulenta ( $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ) e  $\partial \overline{T} / \partial x_j$  é o gradiente de temperaturas médio. A difusividade turbulenta neste caso também é relacionada com a viscosidade turbulenta através do número de Prandtl turbulento ( $\alpha_t = \nu_t / \text{Pr}_t$ ). O número de Prandtl turbulento em todas as simulações realizadas com RANS foi fixado em  $\text{Pr}_t = 1.0$ .

#### 4.3.1.1. Modelo $k$ - $\varepsilon$

O modelo  $k$ - $\varepsilon$  consiste na resolução de duas equações diferenciais de transporte adicionais, uma para a energia cinética da turbulência ( $k$ ) e outra para a taxa de dissipação da energia cinética da turbulência ( $\varepsilon$ ). Entre os modelos clássicos este é sem dúvida o mais difundido na literatura [Jones e Launder, 1972, 1973; Launder e Spalding, 1972, 1974]. Além disso, o modelo  $k$ - $\varepsilon$  é robusto e possui muitas adaptações para contabilizar efeitos de compressibilidade, empuxo e combustão. No entanto, o mesmo apresenta algumas deficiências na predição de escoamentos com separação e recolamento de camada-limite, efeitos de curvatura e elevados gradientes de pressão [Deschamps, 2002].

No presente estudo foi empregado o modelo  $k$ - $\varepsilon$  padrão. De acordo com este modelo a viscosidade turbulenta ( $\nu_t$ ) é dada por:

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (4.48)$$

E as equações da energia cinética da turbulência ( $k$ ) e de sua dissipação ( $\varepsilon$ ) são dadas, respectivamente, por [Launder e Spalding, 1972]:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \overline{v_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial \overline{v_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] - \varepsilon \quad (4.49)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \overline{v_j} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \tau_{ij} \frac{\partial \overline{v_i}}{\partial x_j} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (4.50)$$

onde  $C_\mu = 0.09$ ,  $C_{\varepsilon 1} = 1.44$ ,  $C_{\varepsilon 2} = 1.92$ ,  $\sigma_k = 1.0$  e  $\sigma_\varepsilon = 1.3$ .

O primeiro termo do lado direito da Eq. (4.49) representa o termo de produção da energia cinética da turbulência, enquanto o segundo termo representa o transporte de  $k$  por difusão e o último termo representa a taxa de dissipação viscosa de  $k$ . Na Equação (4.50) o primeiro, segundo e terceiro termos do lado direito representam, respectivamente, os mecanismos de difusão, produção e destruição de  $\varepsilon$  [Deschamps, 2002].

#### 4.3.1.2. Modelagem para a Região da Parede

Nesta região, o comportamento médio e as estatísticas da turbulência dos campos de velocidades e temperaturas são fortemente influenciados pela condição de não deslizamento. Algumas das dificuldades à predição dos escoamentos nesta região se devem a dinâmica do escoamento ser dominada pelas pequenas escalas da turbulência e também pela anisotropia das mesmas [Silva Freire e Cruz, 2002; Wilcox, 2002]. Além disso, nesta região são observados os maiores gradientes dos campos de velocidades e temperaturas. Dessa forma, uma representação adequada dos escoamentos na região da parede é fundamental para a predição de escoamentos turbulentos internos.

Muitos experimentos têm mostrado que a região da camada limite próxima da parede pode ser subdividida em três regiões. Na camada mais interna, chamada subcamada viscosa, o escoamento é dominado pela difusão. Na camada mais externa, denominada região completamente turbulenta, o transporte turbulento é dominante. Além destas, há uma região intermediária entre a subcamada viscosa e a região completamente turbulenta, denominada camada de amortecimento, onde os efeitos da viscosidade molecular e da turbulência são igualmente importantes [Silva Freire e Cruz, 2002; Schlichting, 1979].

De acordo com Wilcox (2002) os perfis de velocidades e temperaturas em escoamentos turbulentos próximos a superfícies se comportam de acordo com a lei da parede.

Segundo esta lei, para escoamentos internos e externos, a magnitude da velocidade na direção da linha de corrente nos escoamentos próximos a parede varia de forma logarítmica com relação à distância da superfície.

O perfil de velocidades médio nesta região do escoamento pode ser determinado a partir das condições na parede, expressas pela tensão de cisalhamento na parede  $\tau_w$ , pela rugosidade  $e$ , distância  $y$  normal à parede e pelas propriedades termofísicas do fluido. Assim:

$$\bar{v} = \bar{v}(\tau_w, e, y, \rho, \mu) \quad (4.51)$$

Por meio de análise dimensional chega-se a seguinte expressão:

$$\frac{\bar{v}}{u^*} = f\left(\frac{u^* y}{\nu}, \frac{u^* e}{\nu}\right) \quad (4.52)$$

onde  $u^*$  é a velocidade de fricção, dada por:

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (4.53)$$

Para uma superfície lisa,  $e = 0$ , o perfil de velocidades assume a seguinte relação:

$$\frac{\bar{v}}{u^*} = f\left(\frac{u^* y}{\nu}\right) \quad (4.54)$$

Na região da subcamada viscosa ( $y \rightarrow 0$ ) a tensão total é composta quase que totalmente pela tensão de cisalhamento na parede, assim:

$$\tau \approx \tau_w = \mu \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \quad (4.55)$$

Essa relação indica que, na região da subcamada viscosa, o perfil de velocidades se comporta de forma linear (comportamento esperado uma vez que o mecanismo dominante é a difusão), conforme apresentado na Eq. (4.56):

$$\bar{v} = \frac{\tau_w}{\mu} y \quad (4.56)$$

A Eq. (4.54) ainda pode ser escrita na forma adimensional por:

$$u^+ = y^+ \quad (4.57)$$

onde:

$$u^+ = \frac{\bar{v}}{u^*} \quad (4.58)$$

$$y^+ = \frac{y u^*}{\nu} \quad (4.59)$$

De acordo com Schlichting (1979) o perfil de velocidades é linear, Eq. (4.57), para valores de  $y^+ < 5$ .

Para a região completamente turbulenta, o gradiente de velocidades,  $\partial v / \partial y$ , pode ser correlacionado como uma função de  $u^*$ ,  $\nu / u^*$  e  $y$ . De acordo com Wilcox (2002), através da análise dimensional obtém-se:

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = \frac{u^*}{y} F\left(\frac{u^* y}{\nu}\right) \quad (4.60)$$

onde  $F(u^* y / \nu)$  é presumido ser uma função universal. A observação de dados experimentais para uma ampla faixa de camadas limite [Coles e Hirst, 1969] indica que uma boa aproximação para esta função universal é dada por:

$$F\left(\frac{u^* y}{\nu}\right) \rightarrow \frac{1}{\chi} \quad \forall y^+ \rightarrow \infty \quad (4.61)$$

A função  $F(u^* y / \nu)$  tendendo a um valor constante é consistente com a noção de que os efeitos viscosos cessam quando mais distante da superfície. Substituindo a Eq. (4.61) na Eq.

(4.60) e integrando a mesma em  $y$  obtém-se a conhecida lei da parede, que é dada por:

$$u^+ = \frac{1}{\chi} \ln y^+ + C \quad (4.62)$$

Esta equação é válida para a faixa  $30 < y^+ < 200$ . Na região  $5 < y^+ < 30$  os efeitos viscosos e turbulentos são de mesma ordem de magnitude e um perfil de velocidade deve ser ajustado. Para valores  $y^+ > 200$  a variação de velocidade não depende mais somente dos parâmetros ligados à parede sólida, mas também de efeitos dinâmicos da camada limite [Silva Freire e Cruz, 2002].

De acordo com Wilcox (2002) a constante de Kármán é dada por  $\chi = 0.4$  e a constante de proporcionalidade  $C = 5.5$  foi obtida experimentalmente por Nikuradse (1933). Em um trabalho mais recente, Coles e Hirst (1969) propõem  $\chi = 0.41$  e  $C = 5.0$ .

No âmbito da abordagem numérica, existem duas abordagens para a modelagem da região próxima a parede. Em uma das abordagens, a viscosidade é alterada na região interna (subcamada viscosa e camada de amortecimento) não sendo resolvida pelo modelo de turbulência. Ao invés disso, fórmulas semi-empíricas chamadas funções de parede são usadas para determinar a viscosidade na região entre a parede e a região turbulenta. Na outra abordagem, os modelos de turbulência são modificados para permitir que a região afetada pela viscosidade seja resolvida em todos os volumes da malha, incluindo a subcamada viscosa. Essa modelagem é denominada modelagem próxima da parede.

No presente trabalho é usada uma abordagem disponível no software comercial FLUENT® [FLUENT, 2007] denominada tratamento melhorado da parede (do inglês: *Enhanced wall treatment*). Esta metodologia combina um modelo denominado duas-camadas (do inglês: *two-layer model*) com funções de paredes. Se a malha próxima a parede for fina o suficiente para resolver a subcamada viscosa (tipicamente  $y^+ \approx 5$ ), então o tratamento melhorado da parede será idêntico ao modelo duas-camadas. Em geral, esta metodologia requer uma malha bastante refinada próxima à parede que seja capaz de resolver a sub-camada viscosa, sendo necessária mais do que 10 células dentro da camada interna.

O modelo duas-camadas é usado para especificar a taxa de dissipação da energia cinética da turbulência ( $\epsilon$ ) e a viscosidade turbulenta nas células próximas a parede. Nesta abordagem, o domínio total é subdividido em uma região afetada pela viscosidade e uma região completamente turbulenta. A demarcação das duas regiões é determinada pelo número de

Reynolds baseado na distância da parede,  $Re_y$ , que é definido como:

$$Re_y = \frac{\rho y \sqrt{k}}{\mu} \quad (4.63)$$

onde  $y$  é a distância normal da superfície ao centro da célula (m) e  $k$  é a energia cinética da turbulência ( $m^2 \cdot s^{-2}$ ).

Na região completamente turbulenta ( $Re_y > 200$ ) o modelo  $k-\varepsilon$  é empregado. Na região afetada pela viscosidade próxima a parede ( $Re_y < 200$ ), o modelo a uma equação de Wolfstein (1969) é empregado. A viscosidade turbulenta neste método é computada a partir da seguinte expressão:

$$\mu_{t,2layer} = \rho C_\mu l_\mu \sqrt{k} \quad (4.64)$$

onde o comprimento de escala  $l_\mu$  é definido por Chen e Patel (1988):

$$l_\mu = y C_l^* \left( 1 - e^{-Re_y / A_\mu} \right) \quad (4.65)$$

A viscosidade turbulenta obtida a partir do método duas-camadas é suavemente misturada com a viscosidade turbulenta ( $\mu_t$ ) da região mais externa, conforme proposto por Jongen (1992):

$$\mu_{t,enh} = \lambda_\varepsilon \mu_t + (1 - \lambda_\varepsilon) \mu_{t,2layer} \quad (4.66)$$

onde  $\lambda_\varepsilon$  é uma função de mistura, definida de forma a ser unitária longe da parede e nula próximo da superfície.

O campo das taxas de dissipação da energia cinética da turbulência ( $\varepsilon$ ) é definido por:

$$\varepsilon = \frac{k^{3/2}}{l_\varepsilon} \quad (4.67)$$

O comprimento de escala apresentado na Eq. (4.67) é computado por [Chen e Patel, 1988]:

$$l_{\varepsilon} = yC_l^* \left( 1 - e^{-Re_y/A_{\varepsilon}} \right) \quad (4.68)$$

As constantes apresentadas nas Eq. (4.65) e (4.68) foram obtidas por Chen e Patel (1988) e são dadas por:

$$C_l^* = \chi C_{\mu}^{-3/4}, A_{\mu} = 70, A_{\varepsilon} = 2C_l^* \quad (4.69)$$

Maiores detalhes sobre esta modelagem são apresentadas em Chen e Patel (1988), Jongen (1992), Wilcox (2002) e FLUENT (2007).

#### 4.3.2. Equação da Transferência Radiante Temporal Média

Na modelagem clássica de escoamentos turbulentos com transferência de calor por convecção e radiação térmica os efeitos das interações TRI são ignorados [Viskanta, 1998; Li e Modest, 2002]. De acordo com esta modelagem a equação da transferência radiante temporal média para um meio participante cinza é dada por:

$$\frac{d\bar{i}}{dS} = \bar{\kappa}i_b - \bar{\kappa}i \quad (4.70)$$

Apesar da mesma notação empregada para as Eq. (4.42) e Eq. (4.70), a primeira equação representa o processo de filtragem espacial (LES) e os campos instantâneos de temperatura são empregados para o cômputo do campo radiante. Enquanto que para a Eq. (4.70) os cálculos dos campos radiantes são baseados nos campos temporais médios de temperatura (RANS). Uma forma de investigar a relevância das interações TRI para escoamentos turbulentos não reativos com transferência de calor por convecção e radiação térmica consiste na comparação entre os resultados obtidos com as metodologias LES e RANS, denominados aqui com TRI e sem TRI, respectivamente. Caso as interações TRI não possuam relevância para determinação do campo radiante é esperado que ambas metodologias conduzam a resultados concordantes.

#### 4.4. Acoplamento Turbulência-Radiação

Para analisar a influência da turbulência sobre o comportamento radiante é necessário inserir na equação da transferência radiante os campos instantâneos ou médios de temperatura, determinados previamente a partir da equação da energia. Por outro lado, a influência do mecanismo de transferência de calor por radiação térmica sobre o comportamento fluidodinâmico e térmico do escoamento é contabilizado na equação da energia através da inserção de um termo fonte correspondente ao divergente do fluxo radiante. Há, assim, um acoplamento entre os mecanismos de transferência de calor (difusão, advecção e radiação).

Para a determinação desse termo fonte, o primeiro passo é estimar a divergência filtrada ou temporal média do fluxo radiante a partir do conhecimento das intensidades de radiação, que é dada pela seguinte expressão:

$$\overline{\nabla \mathbf{q}_R} = \int_{\eta=0}^{+\infty} \kappa_{\eta} \overline{\left( 4\pi i_{\eta b} - \int_{4\pi} i_{\eta} d\Omega \right)} d\eta \quad (4.71)$$

Após a expansão das variáveis em campos filtrados espacialmente ou temporal médio e flutuantes, aplicação das propriedades de filtragem e considerando o meio como cinza, a Eq. (4.71) pode ser escrita por:

$$\overline{\nabla \mathbf{q}_R} = 4\pi \bar{\kappa} \bar{i}_b - \int_{4\pi} \bar{\kappa} \bar{i} d\Omega \quad (4.72)$$

onde  $\Omega$  representa o domínio de varredura das intensidades de radiação incidentes.

Finalmente, insere-se a divergência do fluxo radiante na equação da energia filtrada espacialmente, Eq. (4.14). No caso da modelagem clássica, insere-se o termo fonte na Eq. (4.45). Posteriormente, com o campo de temperaturas modificado calcula-se novamente um novo campo radiante, que dará origem a um novo campo térmico. Destaca-se aqui que, a diferença entre as duas formas de calcular o divergente do fluxo radiante médio consiste na utilização dos campos temporais médios para as simulações com RANS, enquanto que, para as simulações com LES, são usadas as grandes escalas do escoamento (média espacial).



## 5. MODELAGEM NUMÉRICA BASEADO NO FLUENT

### 5.1. Modelagem Numérica dos Escoamentos Turbulentos

De acordo com Maliska (2004) a tarefa do método numérico é resolver uma ou mais equações diferenciais, substituindo as derivadas existentes por expressões algébricas que envolvam a função incógnita. Uma vez que se está resolvendo um sistema algébrico de equações, ao invés de um conjunto de equações diferenciais, a solução passa a ser obtida para um número discreto de pontos ao longo do domínio e não mais em um nível infinitesimal.

Vale destacar que, quanto maior a discretização mais próxima da solução exata será a solução numérica obtida. Contudo, o sistema de equações a ser resolvido também cresce conduzindo a um aumento no esforço computacional. Além disso, são requeridos esquemas numéricos de discretização com maior exatidão. O uso destes esquemas de ordem mais elevada aumenta ainda mais o esforço computacional exigido para obtenção da solução numérica.

No âmbito da transferência de calor por convecção, os métodos tradicionais para a solução numérica das equações diferenciais que governam o problema são os Métodos de Diferenças Finitas (FDM), de Elementos Finitos (FEM) e Volumes Finitos (FVM) [Maliska, 2004].

O FDM foi pioneiro na área de mecânica dos fluidos, sendo o mesmo empregado de forma unânime até a década de 1960. Algumas vantagens de sua aplicação consistem na simplicidade de programação, mínima exigência de memória computacional e baixo tempo de processamento. Entretanto, o mesmo apresenta dificuldades na simulação de geometrias complexas e na imposição de condições de contorno mais complexas [Chung, 2002].

O FEM teve origem na década de 1950 com aplicações na área estrutural, em problemas de elasticidade [Zienkiewicz et al., 2005]. A sua aplicação na mecânica dos fluidos somente foi possível a partir do início da década de 1970 quando se empregaram metodologias para o tratamento dos termos advectivos não lineares, como o uso de métodos de estabilização e funções de interpolação adequadas. As principais vantagens da utilização deste método com relação aos demais são a maior facilidade de simulação de escoamentos em geometrias complexas e a possibilidade de imposição de condições de contorno não convencionais. No entanto, de acordo com Braun (2007), o FEM tem a desvantagem de necessitar maior quantidade de memória computacional e tempo de processamento.

O FVM foi originalmente desenvolvido para a solução de problemas advectivo-

dominantes. Este método, da mesma forma que o FDM, também apresentava inicialmente limitações referentes ao uso de coordenadas ortogonais. Porém, o uso de coordenadas generalizadas tornou possível a obtenção de soluções qualificadas para escoamentos em domínios complexos [Maliska, 2004; Patankar, 1980; Versteeg e Malalasekera, 1995].

Em geral, o FVM e o FDM são confundidos em função da semelhança das duas metodologias para algumas situações [Maliska, 2004]. No entanto, o FDM consiste na substituição do operador diferencial pelo seu correspondente numérico, enquanto o FVM realiza um balanço da propriedade para cada volume elementar de forma a obter a correspondente equação aproximada. Uma vez que o FVM é obtido a partir de um balanço de propriedades o mesmo é naturalmente conservativo, ao contrário dos outros dois métodos aqui apresentados (FDM e FEM). Em função desta característica, é possível, mesmo para malhas bastante grosseiras, avaliar se um código que emprega o FVM atende ao princípio de conservação de qualquer propriedade. Fato que não ocorre para os demais métodos, que requerem malhas refinadas para tal avaliação [Maliska, 2004; Versteeg e Malalasekera, 1995].

No contexto dos softwares comerciais, o FVM tem sido a metodologia mais empregada para a construção dos códigos CFD disponíveis, principalmente naqueles com maior penetração industrial [Maliska, 2004]. Entre eles é possível citar o código comercial FLUENT<sup>®</sup>, que é empregado neste estudo.

### 5.1.1. O Método de Volumes Finitos (FVM)

Com o intuito de simplificar a apresentação do modelo numérico as equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia para escoamentos incompressíveis, transientes e com transferência de calor por convecção são definidas na forma geral apresentada por Maliska (2004):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\bar{\varphi}) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\bar{v}_i\bar{\varphi}) = \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\Gamma^\varphi \frac{\partial\bar{\varphi}}{\partial x_i}\right) + S^\varphi \quad (5.1)$$

onde  $\varphi$  é o escalar que está sendo transportado,  $\Gamma^\varphi$  é o coeficiente de difusão e  $S^\varphi$  é o termo fonte ou sumidouro por unidade de volume. Os termos relacionados com o escalar  $\varphi$  são apresentados na Tab. 5.1 para cada equação de conservação.

Tabela 5.1 – Valores de  $\varphi$ ,  $\Gamma^\varphi$  e  $S^\varphi$  usados na Eq. (5.1).

Equação de Conservação	$\varphi$	$\Gamma^\varphi$	$S^\varphi$
Massa	1	0	0
Quantidade de movimento	$\bar{v}_i$	$\{\mu + \mu_{SGS}\}_{LES}$ $\{\mu + \mu_T\}_{RANS}$	$-\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} \delta_{ij} + \bar{B}_i$
Energia	$\bar{T}$	$\{(k + k_{SGS})/c_P\}_{LES}$ $\{(k + k_{SGS})/c_P\}_{RANS}$	$\overline{\nabla \cdot q_r}$

De acordo com Maliska (2004), a Eq. (5.1) representa a conservação de massa, quando  $S_\varphi$  for igual a zero e  $\varphi = 1$ . As equações de conservação da quantidade de movimento nas três direções coordenadas são obtidas fazendo-se  $\varphi = v_1, v_2$  e  $v_3$  com o apropriado termo fonte, que, neste caso, inclui o gradiente de pressão. A equação da energia é obtida fazendo-se  $\varphi = T$ , também com o termo fonte apropriado. Para esta equação, o termo fonte será a divergência do fluxo radiante espacialmente filtrada (nas simulações com LES) e temporal média (nas simulações com RANS). Para as equações de conservação da quantidade de movimento  $\Gamma_\varphi = \mu + \mu_{SGS}$  ou  $\mu + \mu_T$  e energia  $\Gamma_\varphi = ((k + k_{SGS})/c_P)$  ou  $((k + k_T)/c_P)$ , quando o escoamento for turbulento.

O primeiro passo para obter uma solução aproximada pelo FVM é dividir o domínio em vários volumes de controle, onde a variável de interesse fica situada no centroide do volume de controle. Posteriormente, integram-se as equações governantes, Eq. (5.1), sobre cada volume de controle (VC) e ao longo do tempo, para um passo de tempo  $\Delta t$ . A equação do transporte, Eq. (5.1), na forma integral é dada por [Versteeg e Malalasekera, 1995]:

$$\int_{VC} \left( \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{\varphi}) dt \right) dV + \int_t^{t+\Delta t} \left( \int_A n \cdot (\rho \bar{\mathbf{u}} \bar{\varphi}) dA \right) dt = \int_t^{t+\Delta t} \left( \int_A n \cdot (\Gamma \text{grad } \bar{\varphi}) dA \right) dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_{VC} \bar{S}_\varphi dV dt \quad (5.2)$$

onde  $\bar{\mathbf{u}}$  é o vetor do campo de velocidades,  $n$  é o vetor unitário normal à superfície do volume de controle  $\nabla$  e  $dA$  é a magnitude do elemento de área da superfície de controle.

A Eq. (5.2) é empregada para cada volume de controle do domínio computacional. Um exemplo de um volume de controle bidimensional é apresentado na Fig. 5.1.

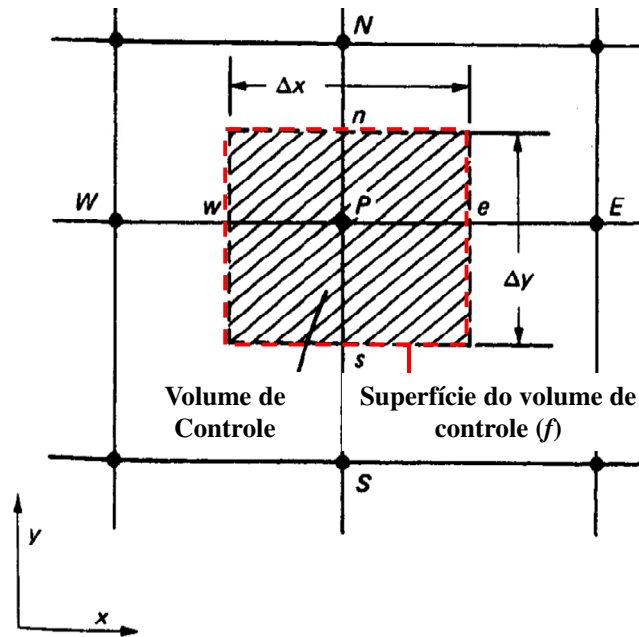


Figura 5.1 – Volume de controle empregado em FVM para um domínio bidimensional  
[Adaptado de Patankar (1980)].

A discretização da Eq. (5.2) para um volume de controle qualquer envolvendo suas faces é dada por [FLUENT, 2007]:

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} \nabla + \sum_f \rho_f u_i|_f \phi_f n_{fi} A_f = \sum_f \Gamma_\phi \left. \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right|_f n_{fi} A_f + S_\phi \nabla \quad (5.3)$$

onde  $N_f$  é o número de faces que compõem o volume de controle,  $\phi_f$  é a variável obtida na face  $f$ ,  $u_i|_f$  é o campo de velocidades na direção  $i$  obtido na face  $f$ ,  $A_f$  é a área da face  $f$  e  $n_{fi}$  é o vetor unitário normal a face  $f$ . Na Figura 5.1 as faces do volume de controle bidimensional são representadas pela linha vermelha tracejada. É possível observar neste caso que  $f$  pode representar qualquer uma das faces: leste ( $e$ ), oeste ( $w$ ), norte ( $n$ ) ou sul ( $s$ ). O primeiro termo do lado esquerdo da Eq. (5.3) representa o termo transiente, sendo necessário fazer alguma consideração quanto à evolução das variáveis das células vizinhas em função do tempo. No presente trabalho foi empregado um esquema de avanço temporal totalmente implícito de segunda ordem, que será posteriormente apresentado.

A equação discretizada do transporte escalar, Eq. (5.3), é usada para obter as variáveis escalares desconhecidas  $\phi$  no centro da célula P ( $\phi_P$ ) assim como os valores das incógnitas nas células vizinhas,  $\phi_E$ ,  $\phi_W$ ,  $\phi_N$  e  $\phi_S$  (para um domínio bidimensional). Apesar da não

linearidade desta equação com respeito as variáveis das células vizinhas, é possível escrevê-la na seguinte forma linear:

$$a_p \phi_p = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b \quad (5.4)$$

Na Eq. (5.4) o subíndice  $nb$  refere-se às células vizinhas,  $a_p$  é o coeficiente principal,  $a_{nb}$  são os coeficientes das células vizinhas (E, W, N e S) e  $b$  contabiliza o termo fonte e o produto entre o coeficiente e a variável escalar no ponto P no passo de tempo anterior. De acordo com Savicki (2007) os coeficientes  $a_p$ ,  $a_{nb}$  e  $b$  mudam de acordo com a função de interpolação usada (*upwind*, *power-law*, QUICK entre outros) e também pode variar de acordo com a linearização do termo fonte de cada equação.

#### 5.1.1.1. Tratamento dos Termos Advectivos das Equações de Conservação

Com relação à estabilidade dos métodos para escoamentos advectivo-dominantes, a discretização por diferenças finitas centrais para o tratamento dos termos advectivos produzem soluções que sofrem a ação de oscilações espúrias nos campos de velocidades, pressão e temperaturas. Estas oscilações podem ser reduzidas empregando um maior refinamento de malha. No entanto, não é possível empregar este tipo de refinamento a problemas reais devido ao elevado esforço computacional oriundo deste refinamento [Maliska, 2004]. Em função disso, foram desenvolvidas técnicas para abordagem deste problema.

No âmbito do FVM, as oscilações numéricas geradas estão relacionadas à negatividade dos coeficientes dos termos advectivos das equações de conservação, que ocorre quando é utilizada uma discretização por diferenças finitas centrais (não satisfação do critério de Scarborough). Uma forma de evitar isso é através do emprego de outra aproximação para os termos advectivos nas faces dos volumes de controle [Maliska, 2004; Patankar, 1980].

Uma das primeiras formas de tratamento foi a partir do esquema de advecção *upwind*. Neste esquema a direção do escoamento é levada em consideração para a realização do cálculo do valor de uma determinada variável (velocidade, temperatura) na face do volume finito. Além disso, a positividade dos coeficientes dos termos advectivos é sempre garantida, sendo geradas soluções numéricas ausentes de oscilações numéricas (*wiggles*). Outra vantagem da função de interpolação *upwind* é a simplicidade de sua aplicação em programas CFD. Vale destacar que este esquema pode conduzir a resultados inadequados para discretização de primeira

ordem (falsa difusão) [Maliska, 2004; Versteeg e Malalasekera, 1995]. Outra função de interpolação empregada é a exponencial, que é obtida a partir da solução exata do problema unidimensional de advecção/difusão [Spalding, 1972]. Uma dificuldade com o esquema exponencial é a baixa performance computacional. Posteriormente, Patankar (1980) propôs um esquema de advecção denominado *power-law*. De acordo com Versteeg e Malalasekera (1995) este esquema possui equivalência matemática com a função exponencial, porém é mais rápida para ser computada. Na função *power-law* a difusão é ajustada para zero quando o número de Peclet (Pe) de malha excede 10. Se  $0 < Pe < 10$  o fluxo é avaliado pelo uso de uma expressão polinomial.

Os esquemas apresentados até então possuem exatidão apenas de primeira ordem em termos de erro de truncamento. Assim, os resultados obtidos podem apresentar erros relacionados à difusão numérica. Com o objetivo de minimizar tais erros foram propostos na literatura esquemas de advecção de ordens mais elevadas, como por exemplo a função de interpolação QUICK (*Quadratic Upstream Interpolation for Convective kinetics*) [Versteeg e Malalasekera, 1995]. O código comercial FLUENT apresenta outros esquemas de segunda ordem como o *upwind* de segunda ordem e o *bounded central differencing*. O último tem sido recomendado para simulações de escoamentos turbulentos empregando LES.

Neste estudo os termos advectivos das equações de conservação de quantidade de movimento e energia são abordados com o esquema de advecção *bounded central differencing* nas simulações com LES. Enquanto que o esquema *upwind* de segunda ordem é utilizado para as simulações com RANS. Nas próximas subsecções será feita uma descrição mais detalhada destes esquemas.

#### 5.1.1.1.1. Esquema de Advecção *Upwind*

No esquema de advecção *upwind* de primeira ordem, o valor de  $\varphi_f$  na interface é igual ao valor da célula que está a montante da face [Patankar, 1980]. Por exemplo, se a velocidade principal do escoamento ocorre na direção  $x$ , conforme ilustra a Fig. 5.2, a variável  $\varphi_e$  (na face leste) será dada por:

$$\begin{aligned} \varphi_e &= \varphi_P & \text{se} & & F_e = (\rho v_1)_e > 0 \\ \varphi_e &= \varphi_E & \text{se} & & F_e = (\rho v_1)_e < 0 \end{aligned} \quad (5.5)$$

O valor das variáveis nas outras faces, neste caso  $\varphi_f = \varphi_w$ , são definidas de forma similar.

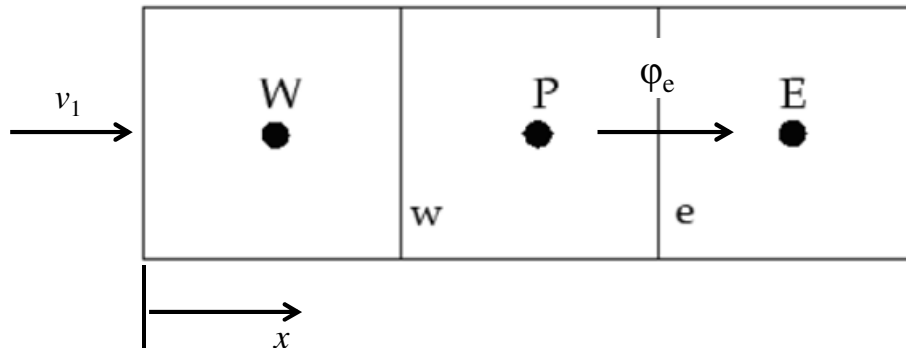


Figura 5.2 – Obtenção de  $\varphi_f$  em uma face do volume de controle usando o esquema *upwind*.

Em função do amortecimento numérico existente para o esquema *upwind* de primeira ordem foi empregado aqui o esquema *upwind* de segunda ordem (SOU, do inglês: *Second Order Upwind*). Para este esquema é necessário levar em consideração um maior número de células (vizinhas às células adjacentes), sendo as quantidades nas faces das células computadas por meio da abordagem da reconstrução linear multidimensional (do inglês: *multidimensional linear reconstruction approach*) [Barth e Jespersen, 1989]. Nesta abordagem, a precisão de segunda ordem pode ser obtida interpolando  $\varphi_{f,SOU}$  através de uma expansão de Taylor da solução  $\varphi$  em torno do volume de controle central.

$$\varphi_{f,SOU} = \varphi_P + (\nabla\varphi \cdot \vec{r})_{up} \quad (5.6)$$

Na Eq. (5.6)  $\varphi_P$  e  $(\nabla\varphi)_{up}$  são os valores da célula central e seu gradiente no volume de controle que está a montante da face relativa a direção do escoamento, e  $\vec{r}$  é o vetor deslocamento que liga o centro da célula a montante à face do volume de controle ( $\vec{r}_0$  no escoamento da Fig. 5.3). A Figura 5.3 também ilustra que o esquema pode ser empregado mesmo para malhas não estruturadas.

O gradiente de  $\varphi$  no ponto P,  $\nabla\varphi_P$  (Fig. 5.3) é estabelecido através do teorema de Green-Gauss, que é descrito na seguinte forma discretizada:

$$\nabla\varphi_P = \frac{1}{V} \sum_f \bar{\varphi}_f \vec{A}_f \quad (5.7)$$

onde  $\nabla$  é o volume da célula P e o vetor  $\vec{A}_f$  é a área na face. O valor na face  $\bar{\varphi}_f$  é definido como a média aritmética dos valores dos centros dos volumes de controle vizinhos à face (Fig. 5.3):

$$\bar{\varphi}_f = \frac{\varphi_P + \varphi_E}{2} \quad (5.8)$$

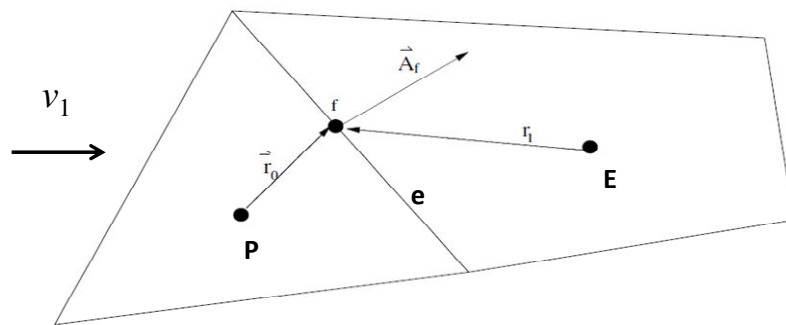


Figura 5.3 – Definição das variáveis  $\varphi$  empregando o esquema *upwind* de segunda ordem.

#### 5.1.1.1.2. Esquema *Bounded Central Differencing*

O esquema de diferenças centrais foi utilizado na obtenção dos resultados com o modelo LES, proporcionando a precisão necessária para este tipo de abordagem para a turbulência. Uma descrição referente a este método também é apresentada no trabalho de Rezende (2009).

De acordo com este esquema o valor da variável na face do volume de controle  $\varphi_f$  é calculado da seguinte forma:

$$\varphi_f = \frac{1}{2}(\varphi_P + \varphi_E) + \frac{1}{2}(\nabla\varphi_P \cdot \vec{r}_0 + \nabla\varphi_E \cdot \vec{r}_1) \quad (5.9)$$

onde  $\vec{r}_0$  e  $\vec{r}_1$  são os vetores que ligam o centro das células P e E a face e, respectivamente (Fig. 5.3). Os gradientes  $\nabla\varphi_P$  e  $\nabla\varphi_E$  são calculados empregando a Eq. (5.7).

Vale destacar que, somente o uso do esquema de diferenças centrais frequentemente conduz a oscilações não-físicas. De acordo com Benazza et al. (2007) a situação torna-se mais



crítica em simulações com LES devido a difusividade turbulenta submalha apresentar valores muito pequenos.

Em função disso o código comercial FLUENT adota um esquema denominado método de diferenças centrais limitado (do inglês: *bounded central differencing scheme*). Este é baseado em uma combinação entre o Diagrama das Variáveis Normalizadas (NVD - do inglês: *Normalized Variable Diagram*) proposto por Leonard (1991) e o Critério de Convecção Limitada (CBC – do inglês: *Convection Boundedness Criterion*) de Gaskell e Lau (1988). De uma forma geral, o esquema NVD, onde a interpolação é feita somente por diferenças centrais, é misturado com os esquemas de advecção *upwind* de segunda ordem e primeira ordem. Deve ser observado que o esquema de primeira ordem somente é empregado quando o critério CBC é violado.

Primeiramente, é realizada uma normalização das variáveis nas faces ou nas células do domínio, conforme apresentado na Fig. 5.4 para um *stencil* unidimensional. Além disso, considere um escoamento dominante no sentido positivo do eixo  $x$ . A normalização de Leonard (1991) para o escoamento considerado é dada por:

$$\hat{\phi} = \frac{\phi - \phi_w}{\phi_e - \phi_w} \quad (5.10)$$

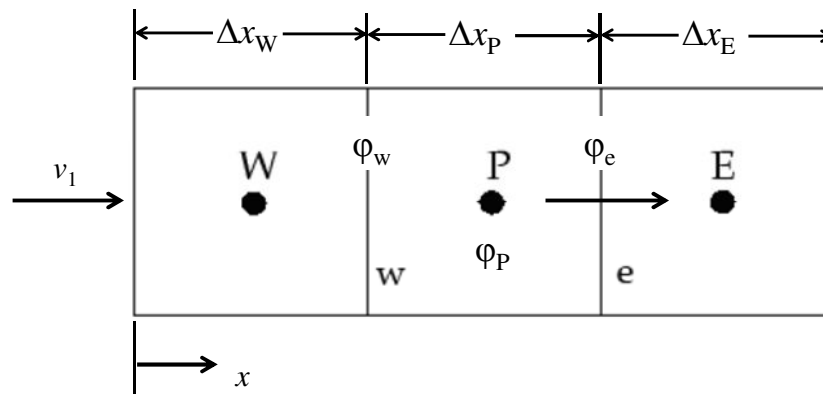


Figura 5.4 – Volume de controle unidimensional usado para entendimento do esquema *bounded central differencing*.

Na Figura 5.5 é apresentado o diagrama das variáveis normalizadas. Em função destas variáveis é selecionada a função de interpolação a ser empregada para a estabilização do método de diferenças centrais.

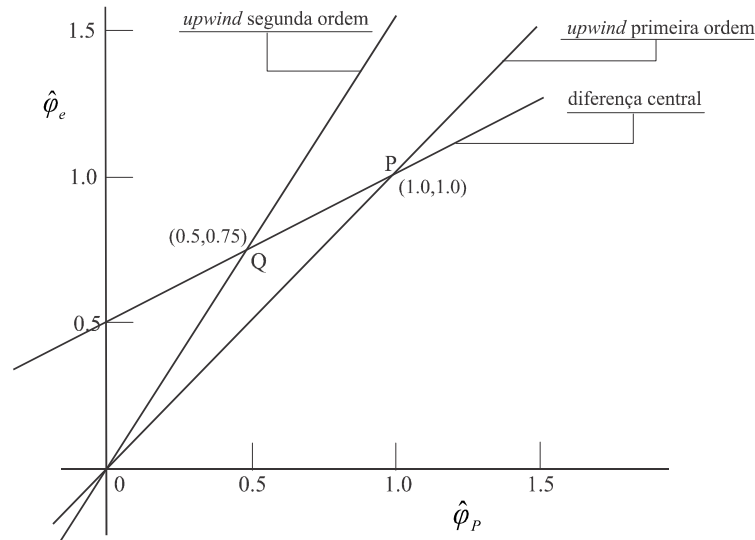


Figura 5.5 – Diagrama de variáveis normalizadas [Fonte: Choi et al., 1995].

De acordo com Rezende (2009) o critério CBC define uma função crescente e contínua ou a união de funções contínuas e crescentes  $H$ , relacionando o valor normalizado interpolado na face  $\hat{\phi}_e$  ao valor normalizado do centro do nó a montante ( $\hat{\phi}_p$ ), ou seja,  $\hat{\phi}_e = H(\hat{\phi}_p)$ . Assim, o critério CBC estabelece os limites da função  $H$  da seguinte forma:

- para  $0 \leq \hat{\phi}_p \leq 1$ ,  $H$  é limitada inferiormente pela função  $\hat{\phi}_e = \hat{\phi}_p$  e superiormente pelo valor unitário e passa pelo ponto  $(0,0)$  e  $(1,1)$ .
- para  $\hat{\phi}_p < 0$  e  $\hat{\phi}_p > 1$ ,  $H = \hat{\phi}_p$ .

A importância do CBC é fornecer uma condição necessária e suficiente para garantir uma solução sem oscilações, sendo que no máximo são usados três valores nodais a montante para aproximar os valores da respectiva face.

De acordo com Leonard (1991), as principais características relativas à função de interpolação  $H$  no NVD (Fig. 5.5) são:

- se a função  $H$  passa pelo ponto  $Q$ , então tem-se condição necessária e suficiente para precisão de segunda ordem;
- se a função  $H$  passa pelo ponto  $Q$  com inclinação ( $S_Q$ ) igual a 0.75 (para malha uniforme). Então é condição necessária e suficiente para precisão de terceira ordem.

O valor de  $S_Q$  é dado por:

$$S_Q = (1 + C_1)(1 + C_2) \quad (5.11)$$

onde:

$$C_1 = \frac{\Delta x_p}{\Delta x_p + \Delta x_w} \quad (5.12)$$

$$C_2 = \frac{\Delta x_p}{\Delta x_p + \Delta x_E} \quad (5.13)$$

No presente trabalho é empregado o esquema proposto por Zhu e Rodi (1991) que emprega partes de funções lineares que passam pelos pontos O, Q e P e que estão de acordo com o NVD (Fig. 5.5). Para este esquema a variável normalizada  $\hat{\phi}_e$  é dada por:

$$\hat{\phi}_e = \begin{cases} a_e + b_e \hat{\phi}_p & \text{se } 0 \leq \hat{\phi}_p \leq x_Q \\ c_e + d_e \hat{\phi}_p & \text{se } x_Q \leq \hat{\phi}_p \leq 1 \\ \hat{\phi}_p & \text{se } \hat{\phi}_p > 1 \end{cases} \quad (5.14)$$

onde:

$$x_Q = \frac{C_2}{C_1 + C_2} ; y_Q = \frac{C_2(1 + C_1)}{C_1 + C_2} \quad (5.15)$$

$$a_e = 0 ; b_e = \frac{y_Q}{x_Q} ; c_e = \frac{(y_Q - x_Q)}{(1 - x_Q)} ; d_e = \frac{(1 - y_Q)}{(1 - x_Q)} \quad (5.16)$$

O esquema de Zhu e Rodi (1991) é composto pelos esquemas *upwind* de segunda e primeira ordem e de diferenças centrais. Segundo Leonard (1991) este esquema é classificado como de segunda ordem.

#### 5.1.1.2. Acoplamento Pressão-Velocidade

Com relação à variação temporal das variáveis primárias. Os campos de velocidades e temperatura podem ser avançados no tempo empregando-se as equações de conservação da quantidade de movimento e energia, respectivamente. No entanto, na solução de escoamentos

incompressíveis a pressão não possui uma equação própria para seu avanço no tempo e a equação de conservação de massa, por sua vez, não serve de equação evolutiva para nenhuma variável, sendo apenas uma restrição que deve ser obedecida pelo campo de velocidades [Maliska, 2004]. Vale destacar que, independente da metodologia empregada (FEM, FDM ou FVM) dificuldades numéricas associadas à simulação de escoamentos incompressíveis tem sido relatadas na literatura [Kawahara e Hirano, 1983].

Com o objetivo de superar tais dificuldades alguns métodos como a solução da equação de Poisson e o método da pseudo-compressibilidade têm sido propostos na literatura [Kawahara e Hirano, 1983; Reddy e Gartling, 1994; Zienkiewicz et al., 2005] e empregados na simulação de escoamentos isotérmicos [Petry e Awruch, 2006] e com transferência de calor [Dos Santos et al., 2011].

Para o FVM, métodos de acoplamento pressão-velocidade têm sido empregados para o tratamento dos escoamentos incompressíveis. Nestes métodos, a equação da conservação de massa é transformada de forma a ter um termo de pressão presente [Maliska, 2004]. Um dos métodos de acoplamento pressão-velocidade mais conhecidos é o SIMPLE (do inglês: *Semi Implicit Linked Equations*), que foi desenvolvido por Patankar e Spalding (1972). Posteriormente, foram criados métodos derivados do SIMPLE como o SIMPLER (SIMPLE-Revisado), SIMPLEC (SIMPLE-Consistente) e o PISO [Patankar, 1980; Versteeg e Malalasekera, 1995]. No presente trabalho é empregado o algoritmo SIMPLE para abordagem deste problema.

#### 5.1.1.2.1. Algoritmo SIMPLE

Por uma questão de simplicidade neste estudo são apenas apresentados os principais passos utilizados, descritos no trabalho de Savicki (2007), para a obtenção dos campos de velocidade e pressão empregando o algoritmo SIMPLE:

- 1) Estima-se um campo arbitrário de pressão  $p^*$ .
- 2) Resolvem-se as equações para as velocidades (domínio 3D):

$$a_e v_{1e}^* = \sum a_{nb} v_{1nb}^* + b + (p_P^* - p_E^*) A_e \quad (5.17)$$

$$a_n v_{2n}^* = \sum a_{nb} v_{2nb}^* + b + (p_P^* - p_N^*) A_n \quad (5.18)$$

$$a_t v_{3t}^* = \sum a_{nb} v_{3nb}^* + b + (p_P^* - p_T^*) A_t \quad (5.19)$$

onde  $A_e = \Delta y \Delta z$ ,  $A_n = \Delta x \Delta z$ ,  $A_t = \Delta x \Delta y$ . Os coeficientes  $a_e$ ,  $a_n$ ,  $a_t$ ,  $a_{nb}$  e  $b$  mudam de acordo com a função de interpolação utilizada (*upwind*, *power-law*, etc). Vale destacar também que os campos de velocidades são avaliados nas faces do volume de controle, enquanto a pressão  $p$  é no centro dos volumes de controle. Caso o campo de velocidades e pressões fossem definidas no mesmo ponto (nas faces, por exemplo) a influência da pressão não seria adequadamente representada nas equações discretizadas da conservação da quantidade de movimento. Em função disso é usada uma malha escalonada para os componentes de velocidade [Versteeg e Malalasekera, 1995].

3) Resolve-se a equação para a correção da pressão  $p'$ :

$$a_P p'_P = a_B p'_B + a_E p'_E + a_W p'_W + a_N p'_N + a_S p'_S + a_T p'_T + b \quad (5.20)$$

4) Resolve-se a equação da pressão

$$p = p^* + p' \quad (5.21)$$

5) Calcula-se  $v_1$ ,  $v_2$  e  $v_3$  a partir das equações

$$v_{1e} = v_{1e}^* + d_e (p'_P - p'_E) \quad (5.22)$$

$$v_{2n} = v_{2n}^* + d_n (p'_P - p'_N) \quad (5.23)$$

$$v_{3t} = v_{3t}^* + d_t (p'_P - p'_T) \quad (5.24)$$

onde  $d_e = A_e/a_e$ ,  $d_n = A_n/a_n$ ,  $d_t = A_t/a_t$ .

6) São resolvidas as demais equações (equação da energia e da transferência radiante).

7) Usa-se  $p'$  como uma nova aproximação para  $p^*$  e aplica-se o processo iterativo entre os passos 2 e 6, até que a solução convergida seja alcançada.

Uma maior discussão a respeito dos esquemas empregados para o acoplamento pressão-velocidade, especialmente o método SIMPLE, é apresentada na literatura de referência

[Patankar, 1980; Versteeg e Malalasekera, 1995; Maliska, 2004].

### 5.1.1.3. Discretização Temporal das Equações de Conservação

Para a análise de problemas transientes é necessário empregar algum esquema de integração no tempo, que podem ser classificados em implícitos, semi-implícitos e explícitos. Os esquemas implícitos são incondicionalmente estáveis e permitem um maior passo de tempo com relação aos demais. No entanto, para domínios de grande dimensão há uma grande dificuldade para o armazenamento na memória principal das matrizes completas do sistema, gerando um maior tempo de processamento para obtenção dos resultados da simulação [Reddy e Gartling, 1994]. Por outro lado, os esquemas explícitos ocupam pouco espaço na memória central. Contudo, estes esquemas apresentam fortes restrições de estabilidade numérica, limitando o passo de tempo a ser adotado [Gresho e Sani, 1999]. No presente estudo é usado o esquema de avanço temporal totalmente implícito de segunda ordem com diferenças finitas atrasadas (do inglês: *backward finite differences*).

Uma expressão genérica para a evolução temporal da variável  $\varphi$  é dada por [Versteeg e Malalasekera, 1995; FLUENT, 2007]:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = F(\varphi) \quad (5.25)$$

Na Eq. (5.25), a função  $F$  contém os termos advectivos, difusivos e fonte das equações de conservação da quantidade de movimento e energia, cuja discretização espacial foi apresentada nas secções anteriores.

Para o esquema de integração implícito de segunda ordem e o esquema de diferenças atrasadas, a função  $F$  para o passo de tempo  $n + 1$ ,  $F(\varphi^{n+1})$ , é obtida a partir de séries de Taylor e pode ser escrita por [Rezende, 2009]:

$$F(\varphi^{n+1}) = \frac{3\varphi^{n+1} - 4\varphi^n + \varphi^{n-1}}{2\Delta t} \quad (5.26)$$

onde  $\Delta t$  é o passo de tempo empregado na solução (s),  $n$  representa os valores das variáveis no passo de tempo atual ( $t$ ),  $n + 1$  representa os valores das variáveis no próximo passo de tempo ( $t + \Delta t$ ) e  $n - 1$  representa os valores das variáveis no passo de tempo anterior ( $t - \Delta t$ ). Vale destacar

que o passo de tempo anterior só é requerido devido à discretização temporal ser de segunda ordem.

## 5.2. Modelagem Numérica da Radiação Térmica em Meios Participantes

### 5.2.1. O Método das Ordenadas Discretas (DOM)

Na solução numérica pelo método de ordenadas discretas ( $S_N$ ), a intensidade de radiação é obtida nas direções discretas varrendo todo o ângulo sólido,  $4\pi$ , em torno de cada localização do volume do meio radiante. A ordem  $N$  da solução indica o número de diferentes cossenos diretores usados para cada direção principal. Em problemas tridimensionais, cada octante de uma esfera de ângulos sólidos em torno de um ponto de malha contém  $N(N+2)/8$  ordenadas (pontos de quadratura), requerendo a solução simultânea de  $N(N+2)$  equações para cada ponto de malha para que a faixa total de ângulos sólidos seja analisada. Por exemplo, para  $N = 8$  o número de equações a serem simultaneamente resolvidas é igual a 10, sendo que cada cosseno diretor é dado pelo vetor que liga o centro da esfera unitária aos pontos superficiais da mesma, conforme ilustra a Fig. 5.6.

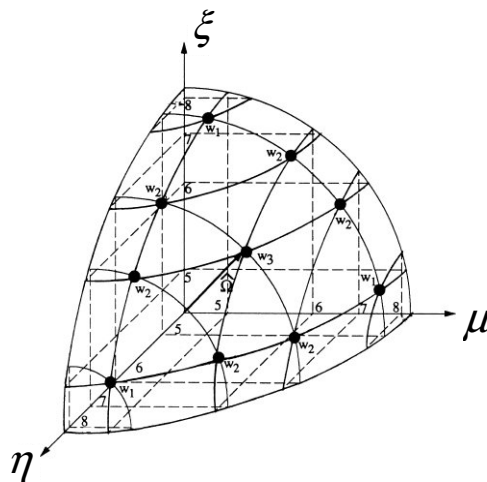


Figura 5.6 – Número de pontos para a solução  $S_8$  no primeiro octante.

Para problemas unidimensionais as direções  $\mu$  dos cossenos diretores podem ser obtidas através das raízes de qualquer polinômio ortogonal (Legendre e Jacobi) e os pesos  $w$  através de uma função característica. Nas simulações unidimensionais desenvolvidas pelo grupo ao qual este trabalho está inserido, as direções têm sido obtidas através das raízes dos polinômios

de Legendre e as ponderações através da função desenvolvida por Abramowitz e Stegun (1972), respectivamente, como apresentado a seguir:

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} \left[ (x^2 - 1)^n \right] \quad (5.27)$$

$$w_i = \frac{2}{(1 - \mu_i^2) (P_n'(\mu_i))^2} \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (5.28)$$

onde  $P_n$  é o polinômio de Legendre de grau  $n$ ,  $\mu_i$  são as raízes desse polinômio e  $w_i$  são os pesos de cada direção.

#### 5.2.1.1. A Equação da Transferência Radiante em Problemas Unidimensionais

Conforme abordado anteriormente no capítulo referente à radiação térmica em meios participantes, a equação da transferência radiante (RTE) unidimensional em um meio cinza que não espalha energia radiante é dada por:

$$\frac{di}{dx} = -\kappa i + \kappa i_b \quad (5.30)$$

Empregando o método de ordenadas discretas sobre a Eq. (5.30) é possível reescrevê-la da seguinte forma:

$$\mu \frac{di}{dx} = -\kappa i + \kappa i_b \quad (5.31)$$

onde  $\mu$  representa as direções. Uma vez que as intensidades podem ser encontradas ao longo de cada direção no sentido positivo ou negativo, a Eq. (5.31) é dividida em duas, uma parte onde a direção é positiva e outra onde a direção é negativa, da seguinte forma:

$$\mu \frac{di^+}{dx} = -\kappa i^+ + \kappa i_b \quad (5.32)$$

$$-\mu \frac{di^-}{dx} = -\kappa i^- + \kappa i_b \quad (5.33)$$



Supondo a transferência radiante entre duas superfícies negras com temperaturas diferentes e separadas por uma distância  $L$ . As condições de contorno dessas superfícies, que serão inseridas nas Eq. (5.32 – 5.33), são dadas por:

$$i^+(x=0) = i_b(x=0) \quad (5.34)$$

$$i^-(x=L) = i_b(x=L) \quad (5.35)$$

Para a discretização dos termos da variação da intensidade de radiação em função do caminho radiante,  $d / dx$ , nas Eq. (5.32 – 5.33) emprega-se o método de diferenças finitas, com diferenças finitas atrasada para a Eq. (5.32) e avançada para a Eq. (5.33). Para este caso não é recomendado o uso do método de diferenças finitas centradas em função do sistema gerado por este método não apresentar diagonal dominante, comprometendo a convergência da solução. Dessa forma, aplicando as diferenças atrasada e avançada as Eq. (5.32) e Eq. (5.33), respectivamente, obtém-se a seguinte expressão:

$$i^+(x) = \frac{\mu i^+(x-1) + \Delta x \kappa_b(x)}{\mu \left( 1 + \frac{\Delta x \kappa}{\mu} \right)} \quad (5.36)$$

$$i^-(x) = \frac{\mu i^-(x+1) + \Delta x \kappa_b(x)}{\mu \left( 1 + \frac{\Delta x \kappa}{\mu} \right)} \quad (5.37)$$

onde  $\Delta x$  é o passo da malha.

As equações referentes ao fluxo de calor e a divergência do fluxo radiante através do método de ordenadas discretas (DOM) são dadas, respectivamente, por:

$$q_r(x) = 2\pi \sum_l \mu_l w_l [i_l^+ - i_l^-] \quad (5.40)$$

$$\nabla \cdot q_r(x) = 4\pi \kappa_b - 2\pi \kappa \sum_l w_l [i_l^+ - i_l^-] \quad (5.41)$$

onde  $\mu$  são as direções e  $w$  são os pesos de cada direção.

### 5.2.1.2. A Equação da Transferência Radiante em Problemas Tridimensionais

O desenvolvimento da equação do transporte radiante para o método de ordenadas discretas em coordenadas cartesianas em domínios bidimensionais e tridimensionais tem sido encontrado na literatura [Raithby e Chui, 1990; Siegel e Howell, 2002]. Neste sistema de coordenadas, a variação da intensidade de radiação ao longo de um dado caminho  $dS$ ,  $dI/dS$ , pode ser derivada em função das várias variáveis que definem  $dS$ , como segue:

$$\frac{di}{dS} = \frac{\partial i}{\partial x} \frac{dx}{dS} + \frac{\partial i}{\partial y} \frac{dy}{dS} + \frac{\partial i}{\partial z} \frac{dz}{dS} \quad (5.42)$$

Definindo os cossenos diretores do vetor tangente à trajetória do raio em coordenadas cartesianas como  $\mu$ ,  $\xi$  e  $\eta$  é possível estabelecer uma relação entre o caminho  $dS$  e o sistema de coordenadas da seguinte forma:

$$\begin{aligned} dx &= \mu dS \\ dy &= \xi dS \\ dz &= \eta dS \end{aligned} \quad (5.43)$$

Substituindo as Eq. (5.43) na Eq. (5.42) e inserindo-se na equação da transferência radiante obtém-se:

$$\mu \frac{\partial i}{\partial x} + \xi \frac{\partial i}{\partial y} + \eta \frac{\partial i}{\partial z} = \kappa i_b - \kappa i \quad (5.44)$$

### 5.2.1.3. Discretização da equação da transferência radiante

Após a obtenção da equação da transferência radiante em coordenadas cartesianas, emprega-se o método de ordenadas discretas para discretizar esta equação em um domínio com  $N_X \times N_Y \times N_Z$  volumes de controle. A Figura 5.7 ilustra um destes volumes de controle.

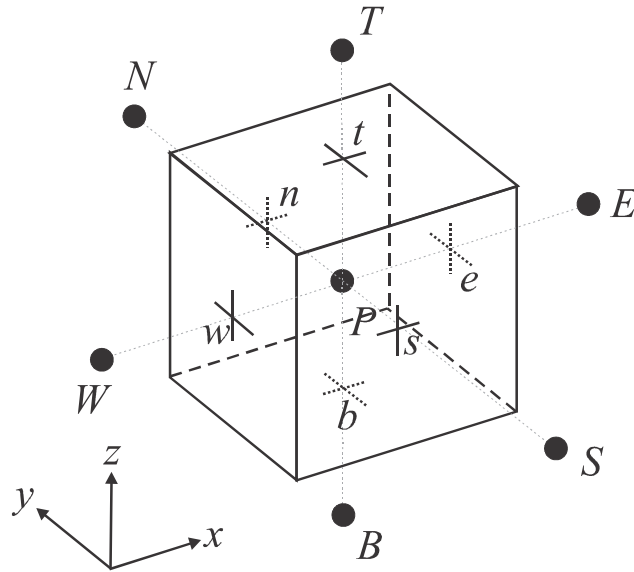


Figura 5.7 – Volume de controle em torno do ponto nodal.

A integração do primeiro termo da Eq. (5.44) sobre o volume de controle mostrado na Fig. 5.7 é feita da seguinte forma:

$$\int_V \frac{\partial i}{\partial x} dV = \int_{A_e} i_m dA_e - \int_{A_w} i_m dA_w = A_e i_{e,m} - A_w i_{w,m} \quad (5.45)$$

onde os termos  $i_{e,m}$  e  $i_{w,m}$  são os valores de  $i_m$  nas faces  $A_e$  e  $A_w$ , respectivamente. O subíndice “m” corresponde às direções angulares.

Realizando-se o mesmo processo para os outros termos do lado esquerdo da Eq. (5.44) tem-se a equação discretizada pelo método de ordenadas discretas:

$$\mu_m (A_e i_{e,m} - A_w i_{w,m}) + \zeta_m (A_n i_{n,m} - A_s i_{s,m}) + \eta_m (A_t i_{t,m} - A_b i_{b,m}) = -\kappa V_P i_{P,m} + \kappa V_P i_{b,P} \quad (5.46)$$

onde P é o centro do volume de controle  $V_P$ .

A Eq. (5.46) forma um sistema com mais variáveis que equações. Em função disso, o número de incógnitas é reduzido relacionando os fluxos radiantes nas faces do volume de controle com o fluxo radiante na posição central (P) do volume de controle. Para alcançar este propósito uma aproximação espacialmente ponderada é escrita por:

$$i_{P,m} = \eta i_{e,m} + (1-\eta) i_{w,m} = \eta i_{n,m} + (1-\eta) i_{s,m} = \eta i_{t,m} + (1-\eta) i_{b,m} \quad (5.47)$$

onde  $\eta$  é um fator de ponderação. De acordo com Siegel e Howell (2002) um valor de  $\eta = 0.5$  é usualmente empregado, correspondendo a diferença de diamante (do inglês: Diamond difference) relatada por Carlson e Lathrop (1968). Um maior detalhamento sobre este método pode ser visto em Siegel e Howell (2002).

### 5.3. Procedimentos Numéricos

Primeiramente, vale lembrar que para a simulação dos escoamentos turbulentos com transferência de calor por convecção, as equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia foram resolvidas usando um código comercial de dinâmica dos fluidos computacional (CFD – do inglês: *Computational Fluid Dynamics*) baseado no método dos volumes finitos [FLUENT, 2007]. Em todas as simulações a discretização espacial é realizada com volumes hexaédricos. Para as simulações empregando LES foi considerado o esquema *bounded central differencing* de segunda ordem para o tratamento dos termos advectivos, enquanto para as simulações com RANS foi considerado o esquema *upwind* de segunda ordem. Para todas as simulações foi considerada uma discretização temporal implícita de segunda ordem. Além disso, o acoplamento pressão velocidade foi realizado com o método SIMPLE.

Para a simulação de problemas com radiação térmica em meios participantes, a equação da transferência radiante foi resolvida com o método de ordenadas discretas (DOM). Para as simulações realizadas neste trabalho foi empregada uma ordem de aproximação  $n = 4$ , ou seja, para domínios 3D um total de  $M = 24$  direções discretas foi considerada para cada célula do domínio.

Com relação à convergência da solução numérica, no software FLUENT [FLUENT, 2007] o resíduo normalizado da equação do transporte, Eq. (5.4), é definido através da seguinte expressão:

$$R = \frac{\sum_{\text{células}} \left[ \sum_{nb} a_{nb} \varphi_{nb} + b - a_p \varphi_p \right]}{\sum_{\text{células}} [a_p \varphi_p]} \quad (5.47)$$

Na Eq. (5.47)  $\sum_{\text{células}}$  significa que o valor entre colchetes está sendo somado para

todos os volumes de controle.

Em geral, existe uma grande dificuldade de convergência nas soluções dos escoamentos turbulentos com transferência de calor empregando LES. Esse fato tem levado a escolha de resíduos maiores do que os encontrados em escoamentos laminares ou turbulentos resolvidos com RANS. Por exemplo, Perng e Wu (2007) consideraram convergidas soluções que tivessem resíduos da ordem de  $10^{-4}$  para a equação da conservação de massa e  $10^{-5}$  para as demais variáveis na solução de escoamentos turbulentos externos bidimensionais. No presente estudo, as soluções foram consideradas convergidas quando os resíduos para a equação da conservação de massa, quantidade de movimento nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ , energia e da transferência radiante (RTE) foram menores que  $R_{\text{massa}} < 10^{-4}$ ,  $R_{\text{momento}} < 10^{-6}$ ,  $R_{\text{energia}} < 10^{-8}$  e  $R_{\text{RTE}} < 10^{-6}$ , respectivamente. Além disso, foi aplicado para as componentes de velocidade, correção da pressão, temperaturas e para as ordenadas discretas um fator de sub-relaxação de 0.75.

A Figura 5.8 ilustra a convergência dos resíduos em dois passos de tempo:  $t^n$  e  $t^{n+1}$ , para a simulação de um escoamento em canal com TRI (LES) a  $Re_\tau = 180$ ,  $Pr = 0.71$  e  $\tau_0 = 10$  quando o mesmo atinge o regime permanente. Vale destacar que a abordagem LES é naturalmente transiente, ou seja, é necessário passar por todos os instantes de tempo até que o regime permanente seja alcançado. Pode ser observado que, quando o escoamento atinge o regime permanente, são necessárias aproximadamente 20 iterações para a convergência da solução em cada passo de tempo. Além disso, também é possível notar que a convergência dos resíduos da intensidade de radiação obtida pelo método de ordenadas discretas permanece praticamente constante ao longo das iterações iniciais e é convergida após todos os demais resíduos (continuidade, velocidades em  $x$ ,  $y$  e  $z$  e energia) terem convergido. Na Figura 5.9 são apresentados os resíduos para a mesma simulação ( $Re_\tau = 180$ ,  $Pr = 0.71$  e  $\tau_0 = 10$ ) para um escoamento no regime permanente empregando a modelagem clássica (RANS). Os valores dos resíduos alcançados foram muito inferiores aos obtidos nas simulações com LES. Além disso, pode se observar que é necessária apenas uma iteração para a convergência da solução em cada passo de tempo.

Todas as simulações foram realizadas usando computadores com 2 processadores Intel DualCore de 2.67 GHz de *clock* e 8.0 Gb de memória RAM. Para melhorar o tempo de processamento das simulações foi empregada a técnica de processamento paralelo MPI (do inglês: *Message Passing Interface*) disponibilizada pelo software FLUENT [FLUENT, 2007]. Os tempos de processamento para as simulações combinando os mecanismos de transferência de calor por convecção e radiação térmica com (LES) e sem TRI (RANS) foram de

aproximadamente  $5.40 \times 10^6$  s (62.5 dias) e  $1.08 \times 10^6$  s (12.5 dias), respectivamente. Ou seja, um aumento de 5 vezes no tempo de processamento para as simulações onde as interações TRI foram consideradas.

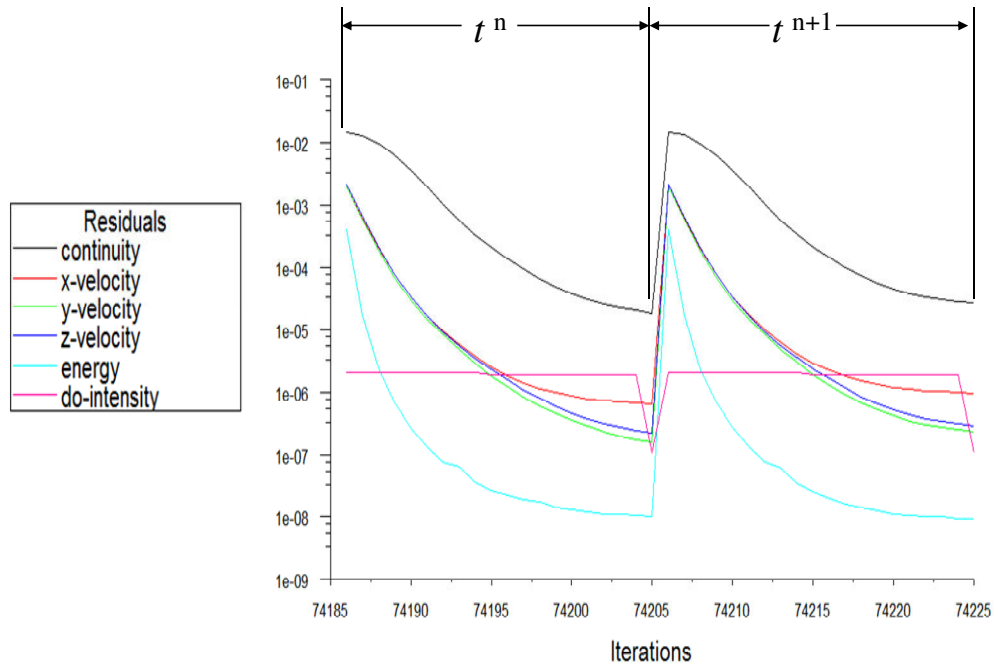


Figura 5.8 – Convergência dos resíduos para um escoamento com TRI (LES) com  $Re_\tau = 180$ ,  $Pr = 0.71$  e  $\tau_0 = 10$  no regime permanente.

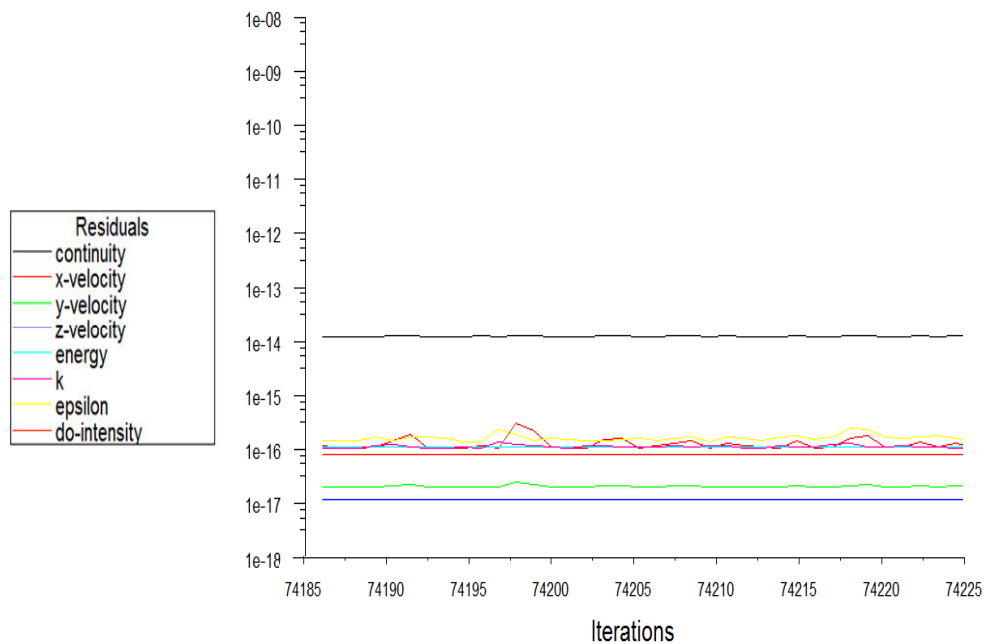


Figura 5.9 – Convergência dos resíduos para um escoamento sem TRI (modelagem clássica) a  $Re_\tau = 180$ ,  $Pr = 0.71$  e  $\tau_0 = 10$  no regime permanente.

## 6. VERIFICAÇÃO E VALIDAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO

Primeiramente, é realizada uma avaliação do modelo numérico empregado para a simulação dos escoamentos turbulentos combinando os mecanismos de convecção e radiação térmica em meios participantes. Uma vez que a simulação destes casos é muito complexa e requer tempos de processamento muito elevados, o modelo é avaliado para casos isolados de escoamentos nos regimes laminar e turbulento, com e sem transferência de calor por convecção forçada e também para meios participantes com transferência de calor somente por radiação térmica. Após esta etapa, o modelo numérico poderá ser empregado para a abordagem dos escoamentos turbulentos combinando os dois mecanismos de transferência de calor.

O primeiro caso simulado para a avaliação do modelo numérico é o de um escoamento transiente com transferência de calor por convecção forçada em cavidades bidimensionais, no regime laminar. O propósito deste caso é verificar a habilidade da metodologia numérica em prever escoamentos sem a requisição de qualquer modelagem para a turbulência. Além disso, pretende-se garantir que a metodologia é adequada para a simulação dos escoamentos turbulentos com transferência de calor por convecção e com radiação térmica em cavidades retangulares tridimensionais. Os resultados obtidos com o presente método são verificados numericamente com os apresentados em Dos Santos et al. (2011).

O segundo caso investigado é o de um escoamento turbulento isotérmico em cavidades tridimensionais. O propósito deste caso foi avaliar a metodologia LES para a predição dos campos médios e das estatísticas da turbulência em escoamentos internos em cavidades. Visto que na literatura este caso tem sido investigado somente sem transferência de calor, são apresentados aqui somente os resultados referentes aos campos de velocidades. Os campos médios e as estatísticas dos campos de velocidades obtidos com a presente metodologia são validados com os resultados experimentais de Prasad e Koseff (1989).

Esta geometria foi selecionada em função da sua simplicidade e da possibilidade de observar fenômenos complexos como o descolamento e recolamento da camada limite, geração de vórtices primários, fenômenos secundários complexos (vórtices nos cantos) e tridimensionais (vórtices de Taylor-Göertler). Dessa forma, é interessante a aplicação deste tipo de caso para, principalmente, investigar o efeito da radiação térmica sobre o campo transiente de temperaturas em escoamentos em meios participantes.

O terceiro caso estudado é um escoamento turbulento com transferência de calor por convecção forçada em canais (escoamento de Poiseuille). Neste caso, são avaliados os campos

médios e as estatísticas da turbulência dos campos de velocidade e temperaturas obtidos com LES. Além disso, são avaliados os perfis médios de velocidade e temperaturas preditos com a metodologia RANS. Os resultados obtidos aqui são confrontados com os estudos numéricos de Kim et al. (1987) e Kawamura et al. (2000). Nos dois últimos estudos foi empregado DNS para a simulação dos escoamentos turbulentos com transferência de calor por convecção forçada.

Este caso é importante, pois os escoamentos não reativos turbulentos de base parietais com transferência de calor por convecção e radiação térmica (encontrados em canais, dutos e tubos) são observados em aplicações industriais, por exemplo: tubos de geradores flamatubulares e secções de exaustão de fornos. Para este caso é investigado a relevância das interações TRI para escoamentos não reativos em meios participantes com várias espessuras ópticas usando as metodologias LES e RANS.

Para finalizar esta secção, com o propósito de avaliar o método de ordenadas discretas (DOM) para a solução da transferência de calor por radiação térmica em meios participantes, uma cavidade triangular equilátera contendo um meio participante sem espalhamento é analisada. Os resultados encontrados aqui são comparados com os obtidos numericamente por Kim et al. (2001).

### 6.1. Escoamento Laminar com Convecção Forçada em Cavidades

É analisado aqui um escoamento com transferência de calor por convecção forçada em cavidade com secção transversal quadrada. O escoamento é caracterizado pelos seguintes grupos adimensionais:  $Re_H = 400$  e  $Pr = 6.0$ . O número de Reynolds é dado por  $Re_H = \rho v_{1,max} H / \mu$ . As variáveis  $H$  e  $v_{1,max}$  são a altura da cavidade e a velocidade de deslizamento da superfície superior, ou seja, o comprimento e velocidade características do escoamento.

O escoamento do fluido na cavidade é gerado pelo movimento de uma placa infinita que também representa a superfície superior. Além disso, essa superfície apresenta as condições de contorno de não deslizamento e impermeabilidade. Nas superfícies laterais e inferior, as velocidades adimensionais são prescritas nulas ( $v_1^* = v_2^* = v_3^* = 0$ ). No que diz respeito ao campo térmico, o aquecimento do fluido é oriundo da imposição de uma temperatura adimensional de  $T^* = 1$  na superfície superior. A temperatura na superfície inferior é prescrita e igual a  $T^* = 0$ . As superfícies laterais são tratadas como adiabáticas. Na Figura 6.1(a) é apresentado o domínio computacional e suas respectivas condições de contorno e na Fig. 6.1(b) é apresentado a malha computacional independente. Como pode ser visto, foi empregada uma



malha do tipo *stretched* com maior refinamento próximo das paredes e uma razão de aspecto entre células de  $AR = 1.05$ .

Os termos adimensionais, representados pelo sobrescrito  $*$ , são definidos como:

$$x_i^* = \frac{x_i}{H} \quad (i=1, 2 \text{ e } 3) \quad (6.1)$$

$$v_i^* = \frac{v_i}{v_{1\max}} \quad (i=1, 2 \text{ e } 3) \quad (6.2)$$

$$T^* = \frac{(T - T_{\text{inf}})}{(T_{\text{sup}} - T_{\text{inf}})} \quad (6.3)$$

onde  $T_{\text{sup}}$  e  $T_{\text{inf}}$  são a maior e menor temperaturas na cavidade (K).

Para as condições iniciais, considera-se que o fluido está inicialmente em repouso, com velocidades e pressão absoluta nulas ao longo de todo o domínio, e com um campo de temperaturas estratificado, definido como uma função linear ao longo da coordenada adimensional  $Y^*$ , que consiste em variar a temperatura de forma linear da superfície inferior para a superfície superior.

O tempo adimensional é definido através da seguinte expressão:

$$t^* = \frac{t \times v_{1\max}}{H} \quad (6.4)$$

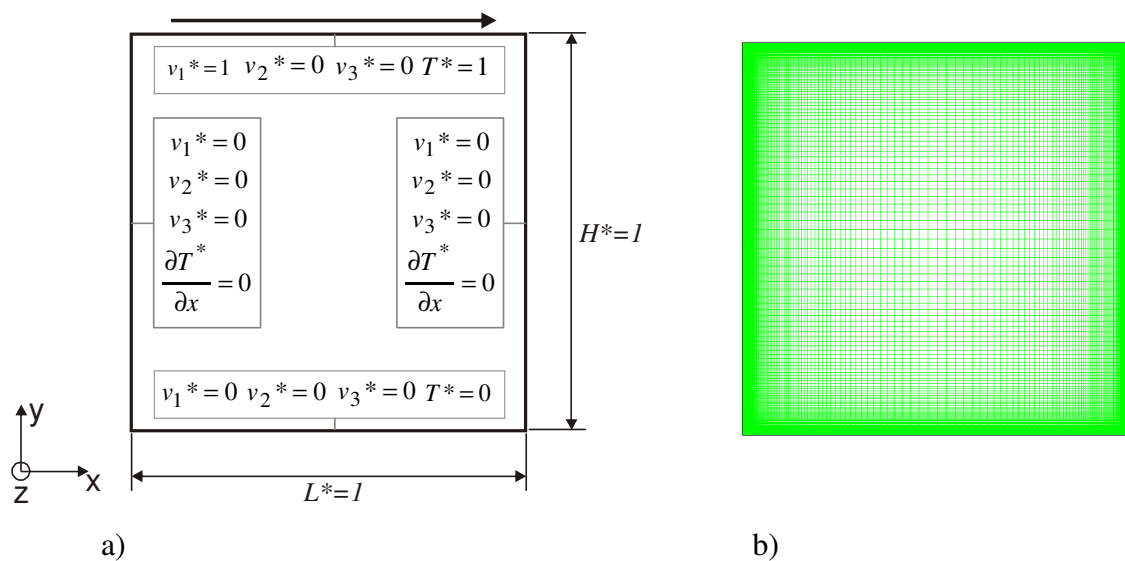


Figura 6.1 – Escoamento laminar em cavidade com transferência de calor por convecção mista:

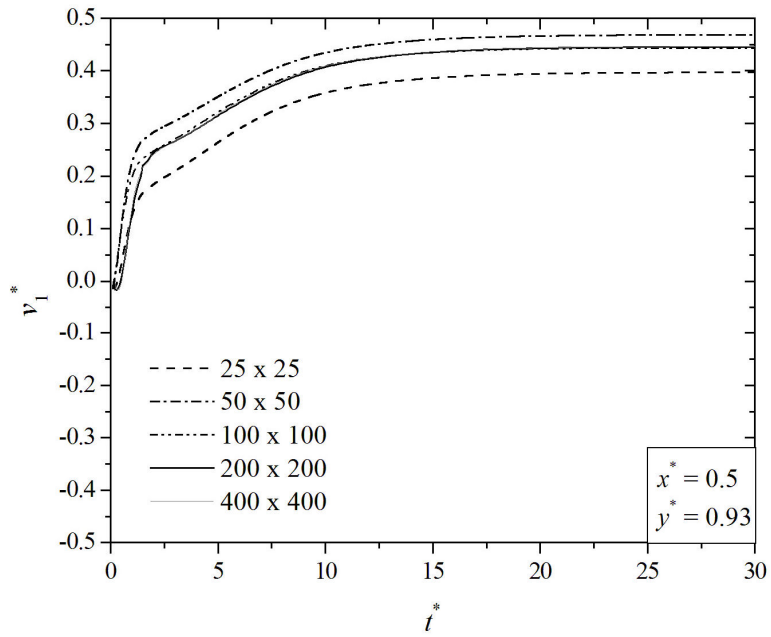
a) domínio computacional, b) malha independente ( $200 \times 200$  células).

A malha espacial é considerada independente quando o desvio relativo entre os campos de velocidades e temperaturas transientes obtidos para duas malhas sucessivas é menor do que 0.1%. São investigadas aqui as seguintes malhas:  $25 \times 25$ ,  $50 \times 50$ ,  $100 \times 100$ ,  $200 \times 200$  e  $400 \times 400$ . Para todas as malhas é empregado o mesmo passo de tempo  $\Delta t = 1 \times 10^{-3}$  s. Os campos de velocidades e temperaturas em função do tempo são coletados em vários pontos de monitoramento. Por simplicidade, são apresentados aqui somente os campos de velocidades e temperaturas no ponto de monitoramento  $x^* = 0.5$  e  $y^* = 0.93$ .

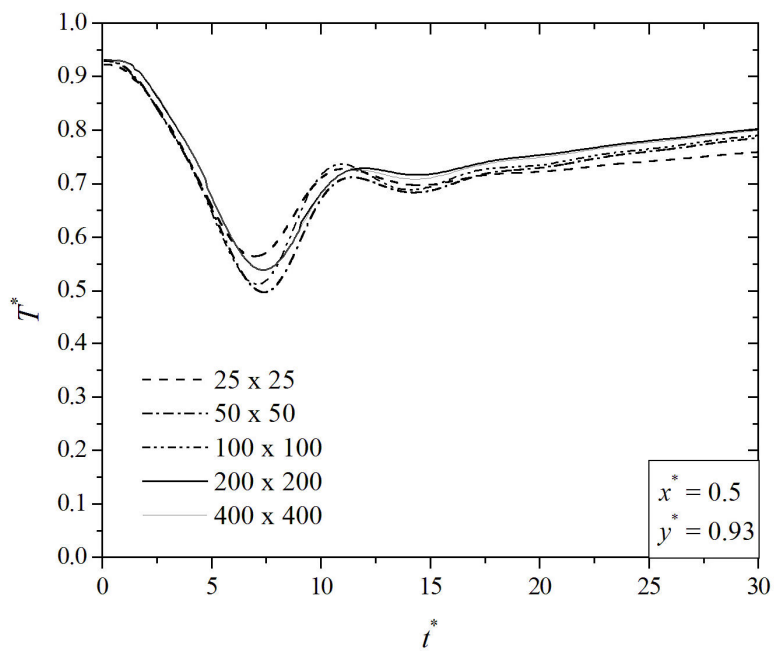
As Figuras 6.2(a) e (b) apresentam os campos de velocidades na direção  $x^*$  ( $v_1^*$ ) e temperaturas ( $T^*$ ) em função do tempo adimensional ( $t^*$ ) para as várias malhas avaliadas, respectivamente. É possível observar uma grande variação entre os campos preditos com as malhas  $25 \times 25$  e  $50 \times 50$ . Posteriormente, esta variação entre malhas sucessivas diminui sensivelmente até a malha de  $200 \times 200$  volumes, onde o critério de independência de malha é atendido.

Após a obtenção da malha espacialmente independente, investiga-se aqui o passo de tempo independente. Da mesma forma que no estudo da malha espacialmente independente, os campos de velocidade na direção  $x^*$  e temperaturas ( $T^*$ ) foram avaliados em função do tempo adimensional ( $t^*$ ) no mesmo ponto de monitoramento,  $x^* = 0.5$  e  $y^* = 0.93$ . São avaliados os seguintes passos de tempo:  $\Delta t = 1.0 \times 10^{-4}$  s,  $5.0 \times 10^{-4}$  s,  $1.0 \times 10^{-3}$  s e  $5.0 \times 10^{-3}$  s. Para todos os casos foi utilizada a malha de  $200 \times 200$  volumes, que é a malha espacialmente independente.

As Figuras 6.3(a) e 6.3(b) apresentam os campos de velocidades na direção  $x^*$  ( $v_1^*$ ) e temperaturas ( $T^*$ ) em função do tempo adimensional ( $t^*$ ) para os vários passos de tempo avaliados. É possível observar que os resultados dos campos de velocidades e temperaturas obtidos com  $\Delta t = 5.0 \times 10^{-3}$  s são bastante discrepantes com relação aos demais, apesar das curvas de temperaturas apresentarem uma tendência similar. Além disso, observa-se que os resultados obtidos com os passos de tempo  $\Delta t = 1.0 \times 10^{-4}$  s e  $\Delta t = 5.0 \times 10^{-4}$  s são bastante concordantes. O critério de independência temporal, assim, foi atingido para o passo de tempo  $\Delta t = 5.0 \times 10^{-4}$  s.

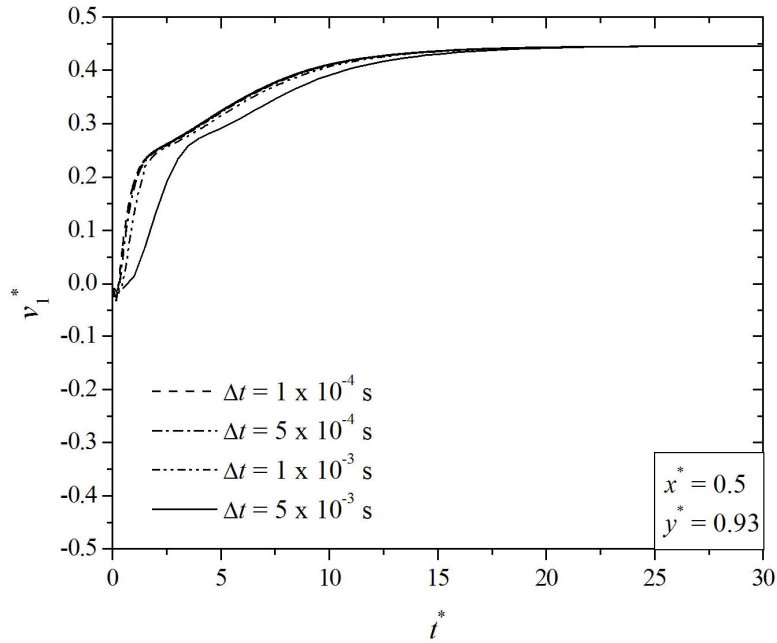


a)

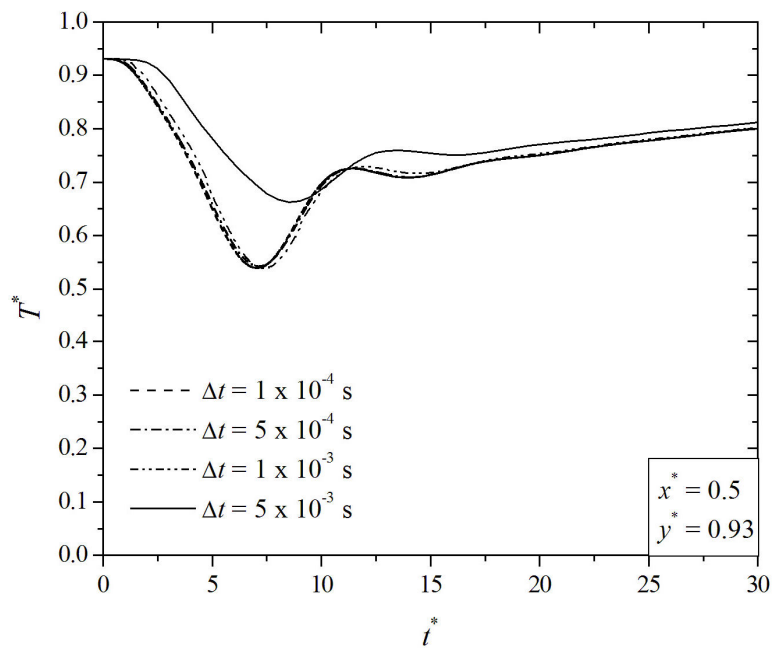


b)

Figura 6.2 – Teste de independência de malha espacial para os campos transientes: a) velocidade na direção  $x^*$  ( $v_1^*$ ), b) Temperatura ( $T^*$ ).



a)



b)

Figura 6.3 – Obtenção do passo de tempo independente para os campos transientes: a) velocidade na direção  $x^*$  ( $v_1^*$ ), b) Temperatura ( $T^*$ ).

Além da forma apresentada acima para a obtenção das soluções independentes, existem outros métodos para examinar a convergência espacial e temporal das simulações. É possível citar como exemplo, os métodos baseados no uso da extrapolação de Richardson [Roache, 1998].

O primeiro passo para a obtenção da solução numérica empregando extrapolação de Richardson é a estimativa da ordem de convergência da solução  $p$ . Esta ordem pode ser obtida a partir de três soluções (malhas  $100 \times 100$ ,  $200 \times 200$  e  $400 \times 400$ ) usando um refinamento de malha constante (neste caso  $r = 2$ ):

$$p = \frac{\ln\left(\frac{\varphi_{100} - \varphi_{200}}{\varphi_{200} - \varphi_{400}}\right)}{\ln(r)} \quad (6.5)$$

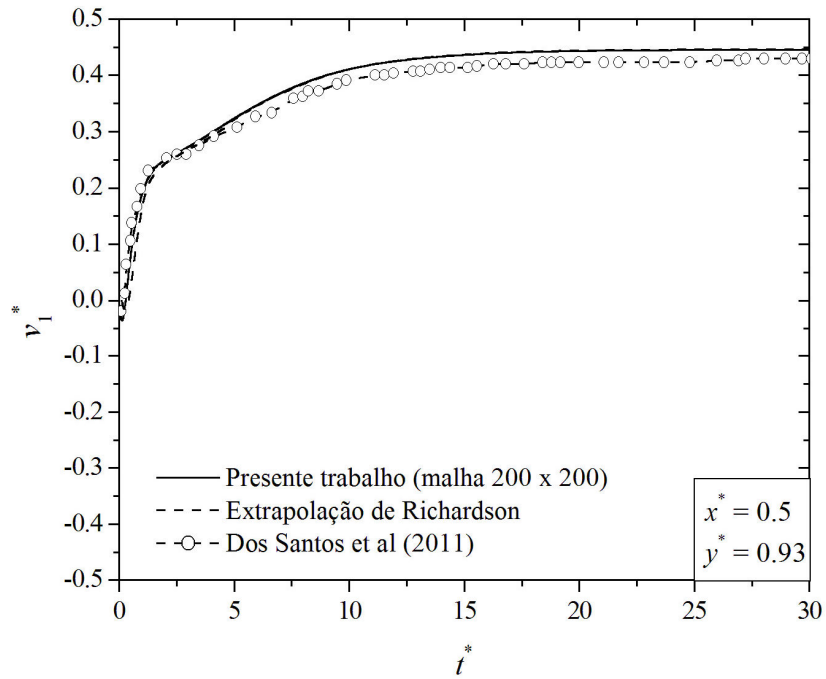
onde  $\varphi$  representa as variáveis primárias (velocidade e temperatura) e o subíndice indica a malha que está sendo empregada.

Conforme esperado, obtém-se um valor de  $p \approx 2$  ( $p = 1.9628$ ) pois está sendo utilizado um esquema de discretização espacial de segunda ordem.

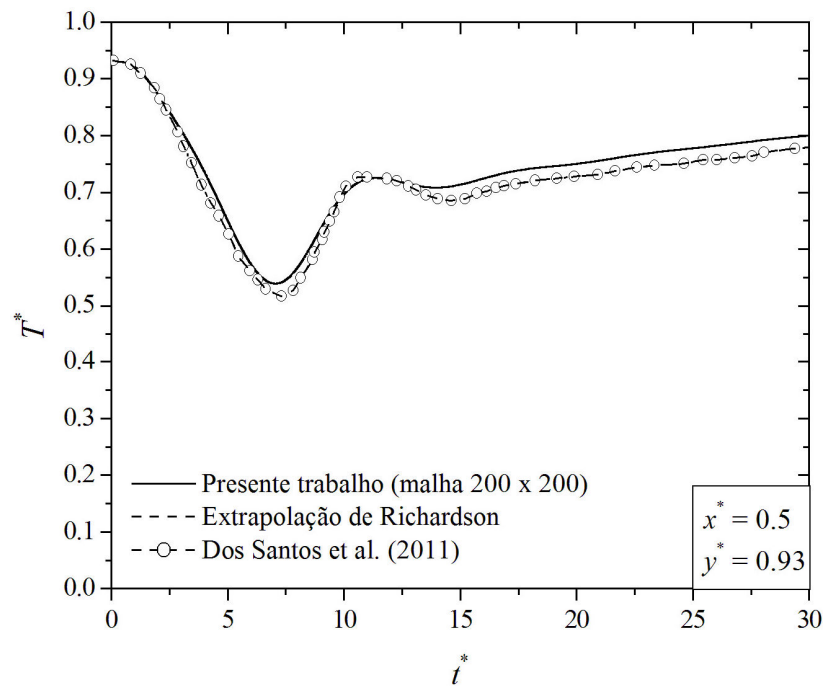
De acordo com Roache (1998) para um esquema de segunda ordem o valor contínuo de uma variável primária (no limite que o espaçamento de malha tende à zero,  $h = 0$ ) é dado por:

$$\varphi_{h=0} = \varphi_{400} + \frac{\varphi_{400} - \varphi_{200}}{r^2 - 1} \quad (6.6)$$

As Figuras 6.4(a) e 6.4(b) mostram a evolução dos campos adimensionais de velocidades na direção  $x^*$  e temperaturas, respectivamente, como função do tempo para o ponto de monitoramento localizado em  $x^* = 0.5$  e  $y^* = 0.93$ . São apresentadas as soluções que atendem ao critério de independência de malha para as malhas sucessivamente refinadas e as obtidas a partir do emprego da extrapolação de Richardson. Na Figura 6.4(a), pode ser notado que os campos de velocidades apresentam boa concordância com os resultados de Dos Santos et al. (2011). Na pior situação o desvio percentual foi aproximadamente 4.5% para a malha de  $200 \times 200$  volumes (independente). A Figura 6.4(b) apresenta o comportamento da temperatura adimensional como função do tempo, os resultados obtidos para este campo concordaram dentro de 3.0% com os obtidos numericamente por Dos Santos et al. (2011).



a)



b)

Figura 6.4 – Verificação numérica dos campos transientes: a) velocidade na direção  $x^*$  ( $v_1^*$ ), b) Temperatura ( $T^*$ ).

Roache (1998) também sugere um índice de convergência de malha (GCI – do inglês: *Grid Convergence Index*) para estimar uma faixa de erro relacionada com a convergência de

malha da solução. O GCI fornece uma estimativa de quão distante está a solução numérica empregada da solução numérica assintótica. O GCI para malhas sucessivas é dado por:

$$GCI = \frac{F_s |\varepsilon|}{r^p - 1} \quad (6.7)$$

onde  $|\varepsilon|$  é o valor absoluto do erro relativo entre a solução numérica obtida com duas malhas e  $F_s$  é um fator de segurança, que para o cálculo com duas ou três malhas possui valor recomendado de  $F_s = 3.0$  ou  $1.25$ , respectivamente. Para o campo de temperaturas no regime permanente, o GCI obtido no ponto de monitoramento  $x^* = 0.5$  e  $y^* = 0.93$  entre as malhas  $200 \times 200$  e  $400 \times 400$  é de  $GCI_{200,400} = 0.1584 \%$ . Enquanto o GCI entre as malhas  $100 \times 100$  e  $200 \times 200$  é  $GCI_{100,200} = 0.3180 \%$ . O campo de temperaturas no regime permanente para o ponto de monitoramento em questão é dado por  $T^* = 0.8028$  com uma faixa de erro de aproximadamente  $0.16\%$ .

Maiores detalhes sobre os métodos para avaliação da convergência de malha, bem como da obtenção das soluções usando extrapolação de Richardson podem ser vistos nos trabalhos de Roache (1998) e Marchi e Germer (2009).

Os resultados dos campos de velocidades na direção  $x^*$  e da temperatura em função do tempo para outros pontos de monitoramento ( $x^* = 0.5, y^* = 0.27$  e  $x^* = 0.5, y^* = 0.48$ ) também apresentaram ótima concordância com os resultados de Dos Santos et al. (2011). Além disso, as topologias dos campos de temperaturas transientes também são bastante similares. Por brevidade estes resultados não serão apresentados.

## 6.2. Escoamento Turbulento em Cavidades Isotérmicas

Este caso considera um escoamento turbulento, tridimensional (3D), incompressível, sem transferência de calor em cavidade retangular para um número de Reynolds de  $Re_H = \rho v_{l,max} H / \mu = 10000$ . A Figura 6.5(a) ilustra o domínio de dimensões  $H^* = L^* = 1.0$  e  $W^* = 0.5$  e as condições de contorno impostas para esta simulação. Da mesma forma que no caso anterior, o escoamento é gerado pelo movimento de uma placa infinita na superfície superior da cavidade. Além disso, nesta superfície a condição de não deslizamento e impermeabilidade é imposta. Nas superfícies laterais esquerda e direita (plano  $yz$ ) bem como na superfície posterior (plano  $xy$  em  $z^* = 0$ ) as velocidades são prescritas nulas ( $v_1^* = v_2^* = v_3^* = 0$ ). A superfície frontal (plano  $xy$  em  $z^* = 0.5$ ) é tratada como simétrica. Para as condições iniciais, é considerado que o fluido está em

repouso. A adimensionalização das variáveis neste caso é realizada da mesma forma que no caso anterior, ou seja, através das Eq. (6.1), (6.2) e (6.4).

O domínio discretizado possui  $100 \times 100 \times 30$  volumes nas direções  $x^*$ ,  $y^*$  e  $z^*$ , respectivamente. A malha é refinada próximo das superfícies inferior e superior assim como próximo das superfícies laterais esquerda e direita da cavidade. Enquanto isso, na direção  $z^*$ , a malha empregada é uniforme. A discretização espacial é ilustrada na Fig. 6.5(b). Neste trabalho foi escolhida uma malha mais refinada do que as comumente empregadas em problemas isotérmicos (por exemplo, em Petry e Awruch (2006) foi utilizada uma malha de  $32 \times 32 \times 16$  volumes nas direções  $x^*$ ,  $y^*$  e  $z^*$ ). Esse refinamento foi realizado devido ao alargamento do espectro da turbulência para problemas com transferência de calor e também para minimizar a influência das escalas submalha da radiação térmica, visto que no presente trabalho nenhum modelo submalha é empregado para a RTE. Para este caso, o número de onda de corte mínimo é dado por  $k_{c,\min} = \pi/\Delta x_{\min} = 800 \text{ m}^{-1}$ . No que tange à discretização temporal utiliza-se um passo de tempo de  $\Delta t = 1.0 \times 10^{-4} \text{ s}$ , que é o mesmo empregado nos trabalhos de Braun (2007) e Oliveira Jr. (2006).

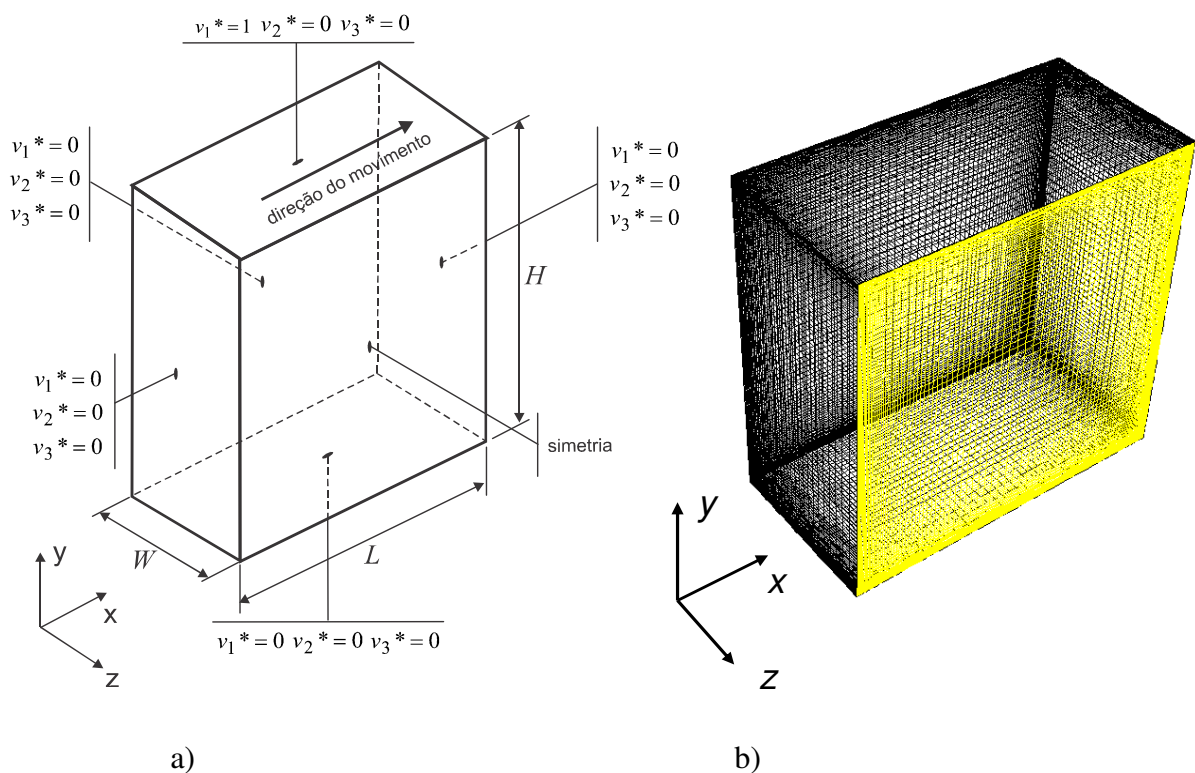


Figura 6.5 – Escoamento turbulento em cavidade isotérmica: a) domínio computacional, b) malha empregada ( $100 \times 100 \times 30$ ).



Com o propósito de validar o modelo numérico para a modelagem de escoamentos turbulentos isotérmicos, são comparados os campos de velocidades médios e estatísticos obtidos com LES e os resultados experimentais de Prasad e Koseff (1989) quando o escoamento atinge o regime permanente.

As Figuras 6.6(a) e 6.6(b) mostram uma comparação entre os perfis de velocidades médios e RMS (do inglês: *Root Mean Square*) obtidos numericamente no centro da cavidade e os apresentados por Prasad e Koseff (1989). As velocidades RMS são definidas da seguinte forma:

$$v_{i,rms} = 10 \sqrt{\frac{v_i'^2}{v_{i,max}^2}} \quad (i = 1, 2 \text{ e } 3) \quad (6.8)$$

As simulações dos escoamentos foram realizadas até alcançar o tempo físico de 4.5 s, que corresponde ao tempo adimensional de  $t^* = 450$ . Deste tempo físico total, os últimos 2.0s ( $t^* = 200.0$ ) foram considerados para a coleta dos resultados estatísticos da turbulência.

Na Figura 6.6(a), é observado que os perfis de velocidades médios ( $v_1^*$  em função de  $y^*$  e  $v_2^*$  em função de  $x^*$ ) alcançados numericamente apresentam boa concordância com os resultados experimentais, exceto por pequenas diferenças para o perfil  $v_2^*(x^*)$  na faixa  $0.75 \leq x^* \leq 0.90$ . A diferença média para o pior perfil,  $v_2^*(x^*)$ , é menor do que 5.0 %. A Figura 6.6(b) mostra que os perfis de velocidade RMS ( $v_{1,rms}^*$  em função de  $y^*$  e  $v_{2,rms}^*$  em função de  $x^*$ ) obtidos no presente trabalho também possuem um comportamento semelhante ao apresentado na literatura [Prasad e Koseff, 1989]. No entanto, pequenas diferenças entre as predições numéricas e experimentais são evidenciadas. Para a pior situação, a diferença média entre o perfil  $v_{1,rms}^*(y^*)$  obtida numericamente e experimentalmente é de aproximadamente 10.0 %.

Vale destacar ainda que o modelo numérico empregado neste estudo foi avaliado por Dos Santos et al. (2008b) para a simulação de escoamentos com transferência por convecção forçada em cavidades no regime permanente. Foram simulados escoamentos para vários números de Reynolds:  $Re_H = 100, 1000$  e  $10000$ , mantendo-se o número de Prandtl fixo,  $Pr = 0.71$ . Para todos os casos, os resultados dos campos de velocidades foram concordantes com os obtidos numericamente por Guia et al. (1982). Para os campos de temperaturas, os perfis de temperaturas obtidos com o código comercial FLUENT foram semelhantes aos preditos numericamente com o método de elementos finitos.

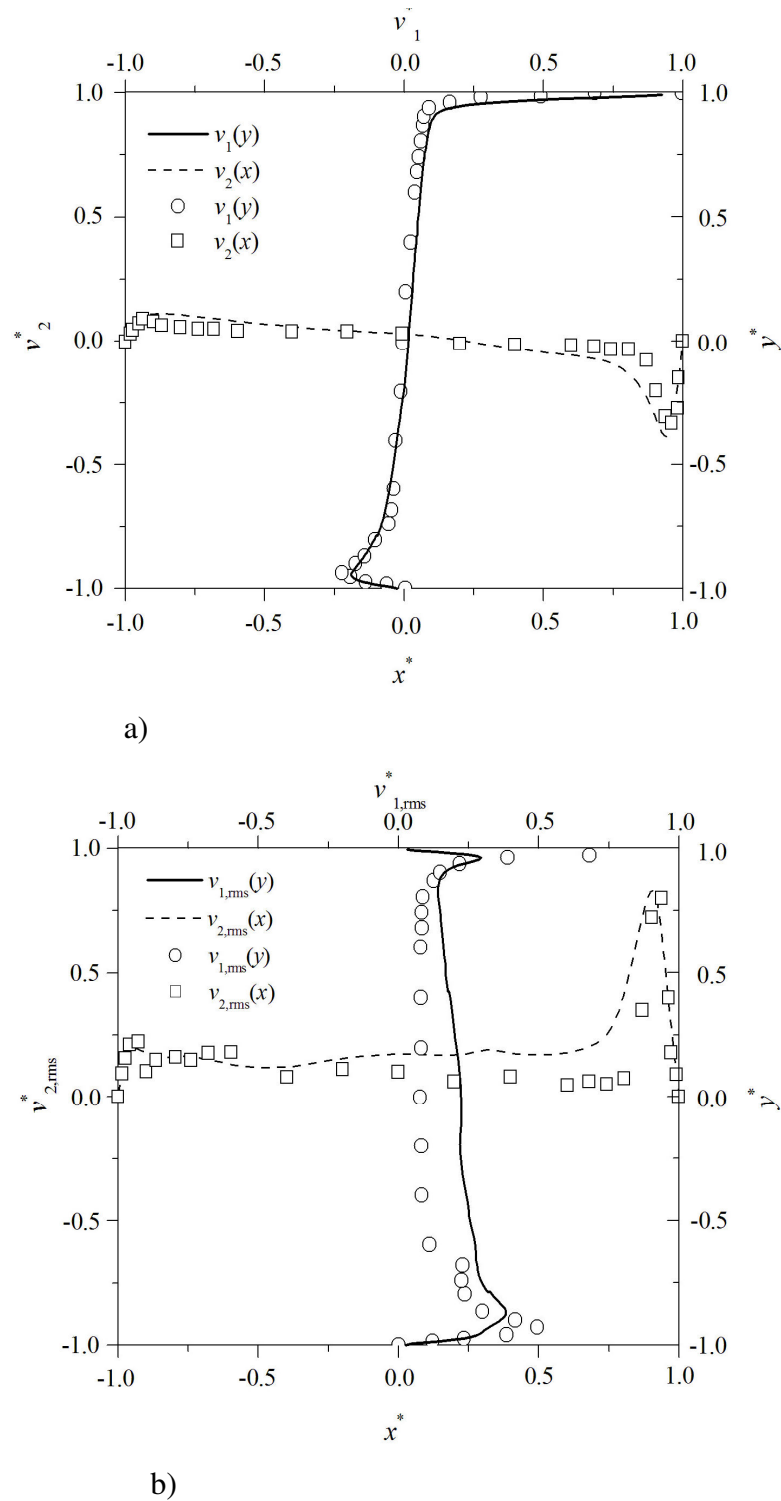


Figura 6.6 – Perfis de velocidades adimensionais no centro da cavidade para  $Re_H = 10000$ : a) perfis médios, b) estatísticas da turbulência. Prasad e Koseff (1989):  $\circ v_1^*(y^*)$ ,  $v_{1,rms}^*(y^*)$ ;  $\square v_2(x^*)$ ,  $v_{2,rms}^*(x^*)$ . Presente trabalho:  $-v_1^*(y^*)$ ,  $v_{1,rms}^*(y^*)$ ;  $--v_2(x^*)$ ,  $v_{2,rms}^*(x^*)$ .

### 6.3. Escoamento Turbulento com Convecção Forçada em Canais

Analisa-se aqui um escoamento turbulento, plenamente desenvolvido e com transferência de calor por convecção forçada em canal, do tipo Poiseuille. Os parâmetros médios do escoamento (perfis de velocidades e temperaturas), assim como as estatísticas relacionadas aos campos de velocidade e temperatura, são avaliados quando o escoamento alcança o regime estatisticamente permanente.

O domínio computacional do problema a ser simulado pode ser visto na Fig. 6.7 e os parâmetros empregados na simulação são dados pela Tab. 6.1. O escoamento no canal é gerado pela imposição de uma quantidade de movimento na entrada do domínio. Os perfis médios de velocidades e temperaturas na entrada do domínio são considerados através de uma lei de potência. Os polinômios com estes perfis são inseridos no FLUENT através de uma função definida pelo usuário (UDF – do inglês: *User Defined Function*). Estas UDFs podem ser vistas no ANEXO I. O método empregado no presente trabalho é diferente do que tem sido feito na literatura para a simulação de escoamentos turbulentos isotérmicos [Kim et al., 1987] e não isotérmicos [Kawamura et al., 2000]. Nestes trabalhos tem sido imposta uma condição periódica entre a superfície de entrada e saída do canal. Ressalta-se aqui que, para a imposição deste tipo de condição é necessário lançar mão de alguma metodologia para reciclagem das variáveis do escoamento que serão coletadas na secção de saída e reintroduzidas na secção de entrada do canal [Jarrin, 2008]. Além deste método, existem métodos para gerar as flutuações ao longo do espaço e do tempo na entrada do canal. Estas flutuações são associadas ao perfil médio imposto na entrada do canal. No presente trabalho é empregado o método dos vórtices randômicos (do inglês: *random vortex method*) [Mathey et al., 2003]. De acordo com Fischer et al. (2001) e Lammers et al. (2006) a intensidade de turbulência para escoamentos turbulentos plenamente desenvolvidos para baixos números de Reynolds é de aproximadamente 10% na região central do canal, em função disso este valor está sendo empregado para as simulações deste estudo. Nas superfícies inferior e superior (plano  $xz$ ) a condição de velocidade é de não deslizamento e impermeabilidade, ou seja, as velocidades adimensionais são prescritas nulas ( $v_1^* = v_2^* = v_3^* = 0$ ). Quanto ao campo de temperaturas, na superfície inferior ( $y^* = 0$ ) é imposta uma temperatura adimensional prescrita nula ( $T^* = 0$ ) e na superfície superior ( $y^* = H^* = 1$ ) é imposta uma temperatura adimensional prescrita unitária ( $T^* = 1$ ). Nas superfícies laterais (plano  $xy$ ) impõe-se a condição periódica tanto para o campo de velocidades quanto para o de temperaturas. Os termos adimensionais \* são definidos da mesma forma que no problema de cavidade.

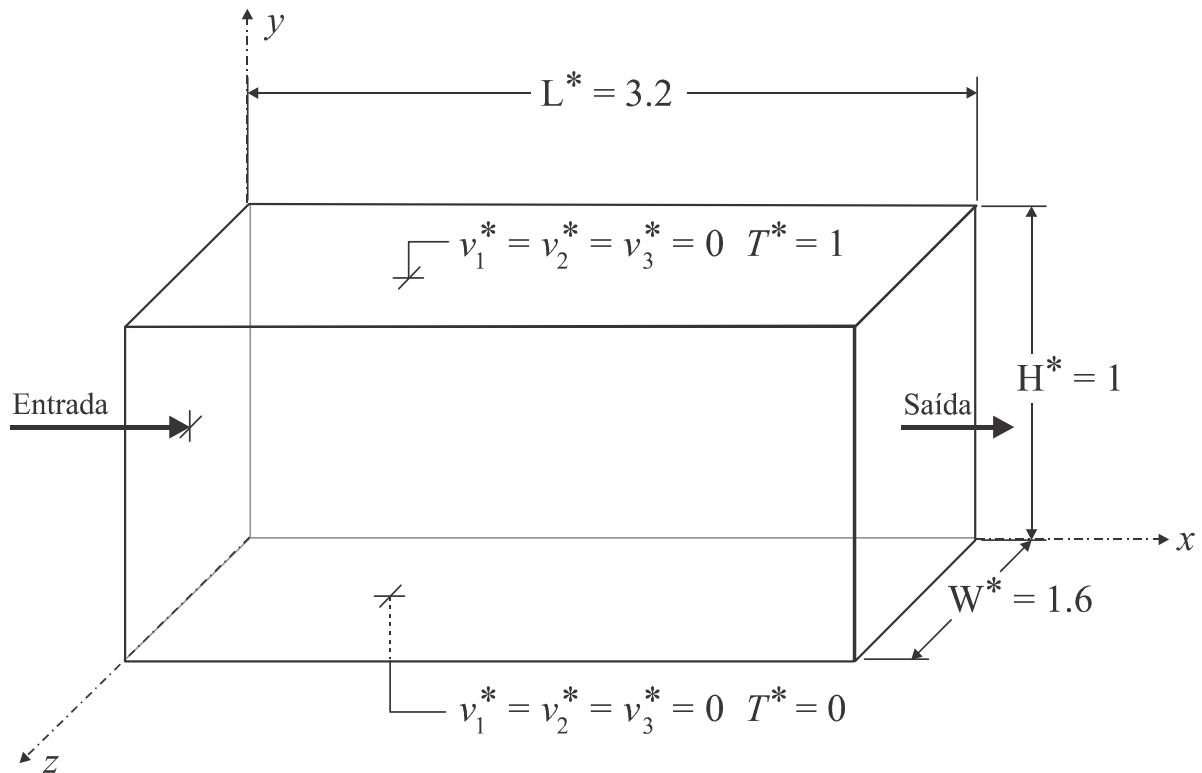


Figura 6.7 – Domínio computacional e condições de contorno do escoamento em canal.

Na Tabela 6.1,  $u_c$  é a velocidade no centro do canal,  $H$  é a da altura do canal,  $u_m$  é a velocidade média sobre a secção transversal do canal,  $u_\tau$  é a velocidade de fricção, definida como  $(\tau_w/\rho)^{1/2}$  e  $\tau_w$  é a tensão de cisalhamento média na superfície. No que tange a escolha das malhas hexaédricas empregadas neste trabalho, o mesmo procedimento de refinamento sucessivo utilizado na simulação de cavidades 2D foi empregado para obtenção da malha espacialmente independente nas simulações com a modelagem clássica (RANS), a Fig. 6.8 ilustra o estudo de sensibilidade de malha para o campo de temperaturas adimensional ( $T^+$ ) na região da parede em função da coordenada  $y^+$ . Neste caso foram empregadas as malhas:  $80 \times 20 \times 40$ ;  $80 \times 30 \times 40$ ;  $80 \times 40 \times 40$  e  $100 \times 60 \times 60$  (mesma empregada nos casos com LES). Para as simulações com LES, foi utilizada uma malha mais refinada do que a recomendada no trabalho de Gupta et al. (2009) de  $30 \times 60 \times 50$  células nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$  para escoamentos não reativos com transferência de calor por convecção e radiação térmica. Quanto à discretização temporal, foi utilizado um passo de tempo 10 vezes menor do que o recomendado por Piller e Nobile (2002) para a simulação de escoamentos turbulentos com transferência de calor por convecção forçada. Uma vez que a radiação térmica será considerada, decidiu-se utilizar um passo de tempo menor para evitar que algum possível efeito causado pela presença da radiação térmica não seja captado.

Tabela 6.1. Parâmetros físicos e computacionais da simulação de escoamento em canal.

Parâmetro	Escoamento em canal
Número de Reynolds ( $Re_c = u_c H / 2\nu$ )	3330
Número de Reynolds ( $Re_m = u_m H / \nu$ )	5705
Número de Reynolds ( $Re_\tau = u_\tau H / 2\nu$ )	180
Número de Prandtl ( $Pr$ )	0.71
Domínio ( $x^*, y^*, z^*$ )	$3.2 \times 1.0 \times 1.6$
Malha LES ( $x^*, y^*, z^*$ )	$100 \times 60 \times 60$
Malha RANS ( $x^*, y^*, z^*$ )	$80 \times 40 \times 40$
Passo de tempo ( $\Delta t$ )	$2.5 \times 10^{-5}$ s

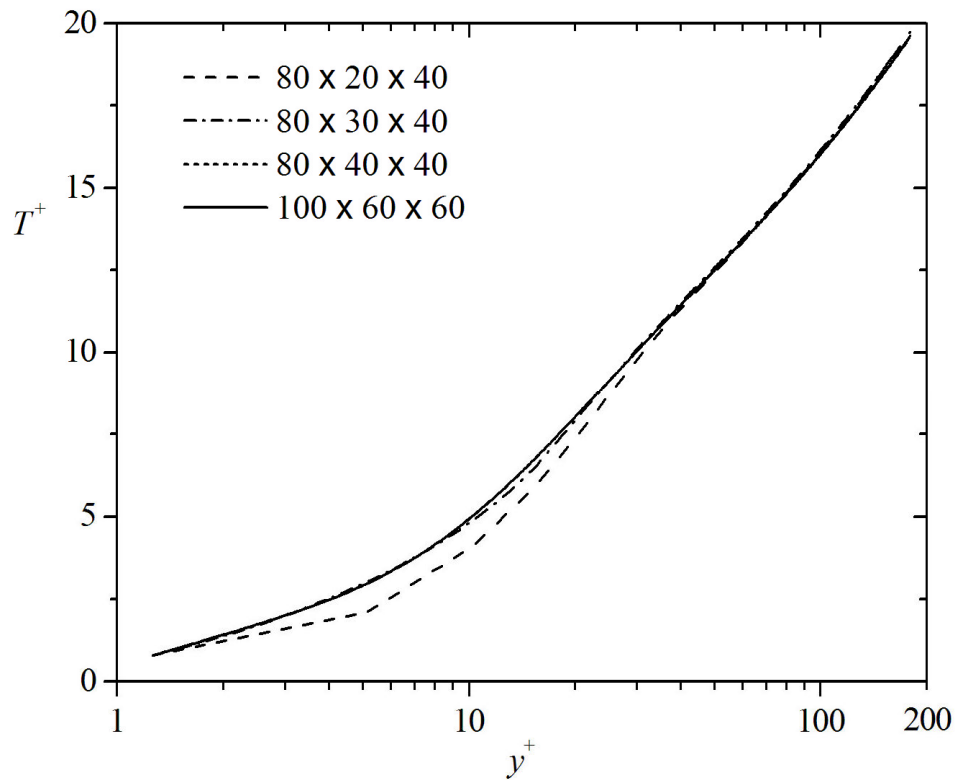


Figura 6.8 – Estudo de sensibilidade de malha para o campo de temperaturas empregado para as simulações com RANS.

Neste caso, os perfis de velocidades e temperaturas médios e as estatísticas da turbulência dos campos de velocidades e térmico são comparados aos resultados numéricos de Kim et al. (1987) e Kawamura et al. (2000), respectivamente.

A Figura 6.9 apresenta as topologias do escoamento em canal quando o mesmo alcança o regime permanente. A Figura 6.9(a) apresenta o campo médio de velocidades na direção  $x^*$ . A Figura 6.9(b) apresenta o campo instantâneo de vorticidade para  $t = 8$  s e as Fig.

6.9(c) e 6.9(d) apresentam os campos médio e instantâneo ( $t = 8s$ ) de temperaturas. De uma forma geral, conforme esperado, os gradientes de velocidades e temperaturas decrescem em direção à saída do canal devido ao desenvolvimento das camadas limite fluidodinâmica e térmica. Com relação à morfologia do escoamento, é possível observar a formação de ondas de *Tollmien-Schlichting* (T-S) próximo à entrada do canal (especialmente na Fig. 6.9(b)), sua amplificação até a geração de estruturas mais complexas como os vórtices do tipo *hairpin* e a posterior formação de estruturas coerentes, por exemplo: *streaks*. Estas estruturas são também observadas no campo de temperaturas, especialmente na saída do canal, Fig. 6.9(d). Esse fato indica que as mesmas estruturas geradas a partir da amplificação de perturbações na entrada do canal também são as responsáveis pela transferência de calor por convecção na região da camada limite. Vale destacar ainda que o comportamento fluidodinâmico e térmico observado na presente simulação está de acordo com o que tem sido relatado na literatura [Lesieur et al., 1995; Lesieur et al., 2005].

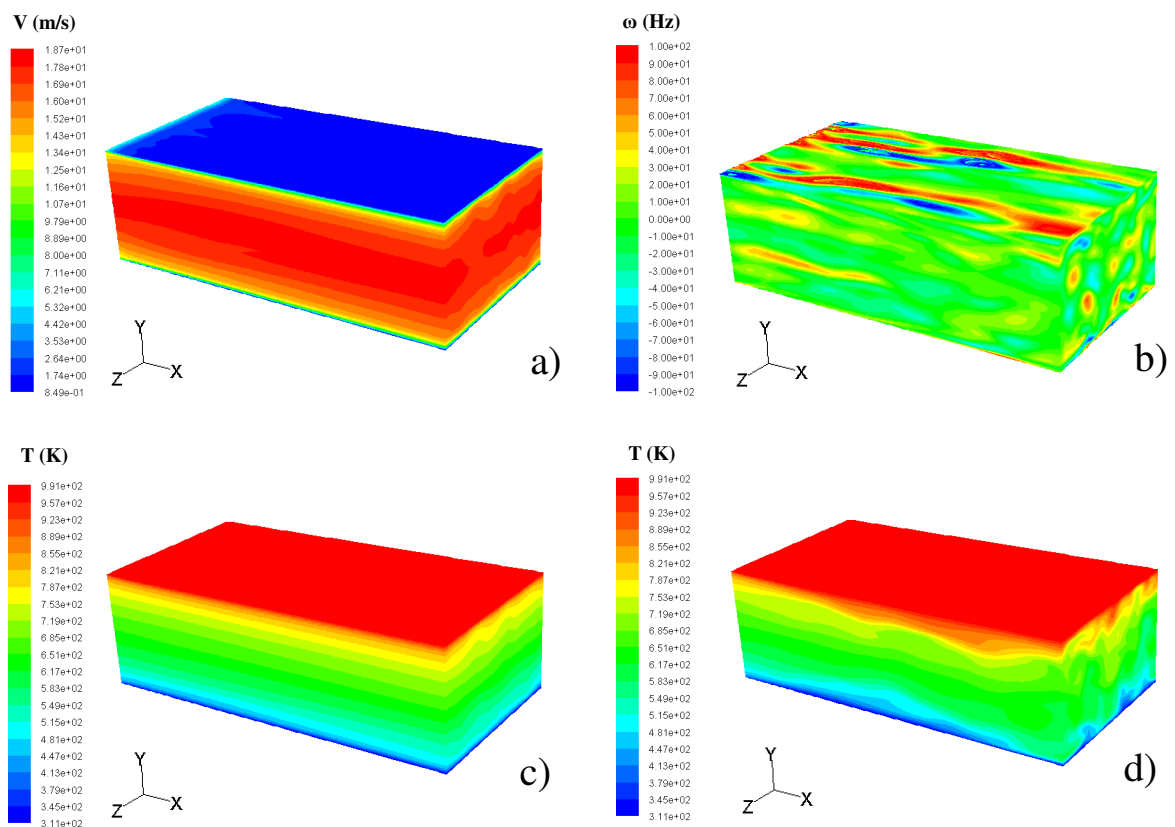


Figura 6.9 – Topologias para o escoamento turbulento em canal no regime permanente (LES): a) campo de velocidades médio, b) campo de vorticidades instantâneo ( $t = 8s$ ), c) campo de temperaturas médio, d) campo de temperaturas instantâneo ( $t = 8s$ ).

Comumente, os resultados dos perfis médios de velocidades e temperaturas, assim como das estatísticas da turbulência, são apresentados na forma adimensional. No entanto, a adimensionalização de muitos escoamentos turbulentos, diferentemente do que foi feito para a simulação dos escoamentos em cavidades, é definida em função de parâmetros da região da parede. Neste caso os campos de velocidades e as coordenadas espaciais são adimensionalizadas em função da velocidade de fricção  $u_\tau$  e da viscosidade,  $\nu$ , como se segue:

$$x_i^+ = \frac{x_i u_\tau}{\nu} \quad (i = 1, 2 \text{ e } 3) \quad (6.9)$$

$$v_i^+ = \frac{v_i}{u_\tau} \quad (i = 1, 2 \text{ e } 3) \quad (6.10)$$

Para obter o campo de temperaturas, a adimensionalização é feita em função da temperatura de fricção ( $T_\tau$ ), dada pela Eq. (6.11), como se segue:

$$T_\tau = \frac{q_w}{\rho c_p u_\tau} \quad (6.11)$$

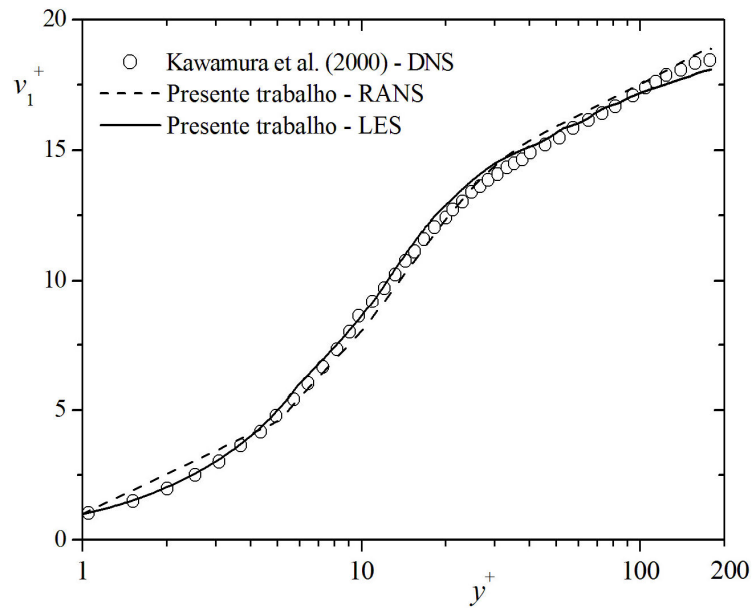
$$T^+ = \frac{(T_{\text{inf}} - T)}{T_\tau} \quad (6.12)$$

Nas Eq. (6.10) – (6.11),  $q_w$  é o fluxo de calor na superfície,  $T^+$  é a temperatura adimensionalizada,  $T$  é a temperatura ao longo do domínio que será adimensionalizada e  $T_{\text{inf}}$  é a temperatura da superfície inferior.

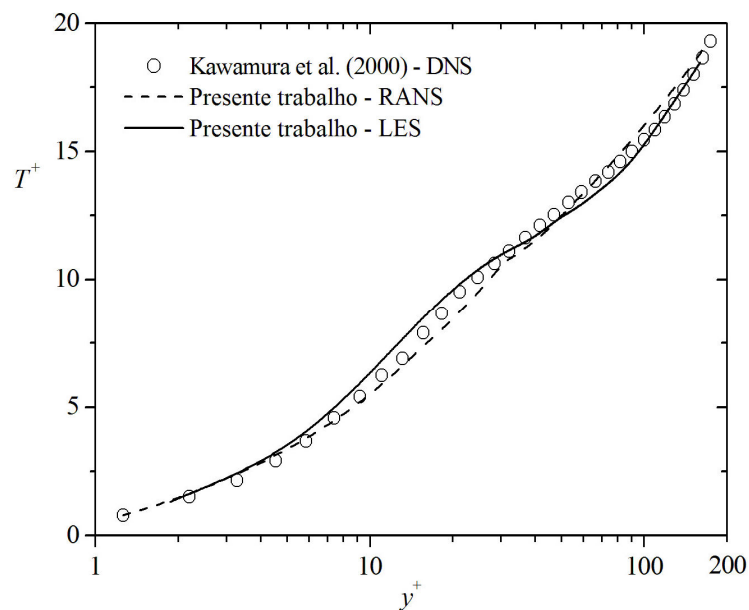
Para comparar os campos médios e estatísticos de velocidades e temperaturas é colocada uma linha na secção de saída do canal, mais precisamente na posição:  $x^* = 3.2$ ,  $z^* = 0.8$  e  $0.0 \leq y^* \leq 1.0$ . Os resultados foram coletados quando o escoamento atingiu o regime permanente.

Na Figura 6.10 podem ser vistos os perfis de velocidades e temperaturas médios obtidos a partir das duas metodologias empregadas neste trabalho: LES e RANS (modelo  $k-\epsilon$ ), e os apresentados na literatura. A Figura 6.10(a) mostra que os campos médios de velocidades obtidos com ambas as metodologias são concordantes com os apresentados por Kawamura et al. (2000). Da mesma forma que para os campos de velocidades, os campos de temperaturas médios obtidos no presente trabalho apresentam uma concordância satisfatória com as predições de

Kawamura et al. (2000). Pequenas diferenças são evidenciadas na faixa  $7 \leq y^+ \leq 40$ . A maior diferença é de aproximadamente 6.1 % para o perfil obtido com RANS e 5.0 % para o perfil obtido com LES. A excelente concordância obtida com os resultados das simulações com LES e RANS indicam que as eventuais diferenças das simulações com TRI e sem TRI estarão muito mais relacionadas com a consideração ou desconsideração das flutuações dos campos de temperaturas do que com o uso de duas modelagens diferentes para o problema.



a)



b)

Figura 6.10 – Perfis médios adimensionais: a) campo de velocidades, b) campo de temperaturas.

No que diz respeito às estatísticas da turbulência, são apresentados aqui as flutuações



dos campos de velocidade ( $\overline{v_1'v_2'}$ ) e de temperaturas ( $\overline{v_1'+T'+}$ ) obtidos com LES, dados respectivamente pelas Fig. 6.11(a) e 6.11(b). As simulações foram realizadas até o tempo físico de 8.0 s e o tempo considerado para a geração das estatísticas foi de aproximadamente 4.0 s. O tempo de simulação para este caso foi de aproximadamente  $1.44 \times 10^6$  s (16.7 dias).

As flutuações  $\overline{v_1'v_2'}$  obtidas no presente trabalho foram confrontadas com as flutuações preditas por Kim et al. (1987), Fig. 6.11(a). Vale destacar que foi necessário corrigir a escala em  $y$  para tornar possível a comparação com os resultados da literatura, por isso visualiza-se a faixa  $0.0 \leq y \leq 2.0$ . De uma forma geral, os resultados obtidos com o código dinâmico são bastante semelhantes aos obtidos por Kim et al. (1987). Além disso, é possível observar que as flutuações  $\overline{v_1'v_2'}$  são ligeiramente superestimadas para as simulações realizadas no presente trabalho nas seguintes faixas:  $0.2 \leq y \leq 0.6$  e  $1.4 \leq y \leq 1.8$ . A maior diferença observada entre os perfis das flutuações  $\overline{v_1'v_2'}$  é de aproximadamente 9.0 %. As flutuações  $\overline{v_1'+T'+}$ , adimensionalizadas em função da temperatura de fricção, obtidas no presente trabalho são confrontadas com as preditas por Kawamura et al. (2000), conforme pode ser visto na Fig. 6.11b. As flutuações envolvendo o campo de temperaturas também apresentam resultados bastante concordantes com os obtidos por meio de DNS. As flutuações  $\overline{v_1'+T'+}$  são um pouco superestimadas nas regiões próximas as superfícies inferior e superior do canal, na pior situação a diferença é de 9.8 %.

#### 6.4. Transferência Radiante em Cavidade Triangular

Com o propósito de avaliar a presente metodologia para a solução da transferência radiante em meios participantes, uma cavidade equilátera triangular com um meio participante que absorve e emite, mas que não espalha energia radiante, é estudada. Para esta simulação, o gás é mantido em uma temperatura constante  $T_G = 1000$  K e as paredes são mantidas frias,  $T_W = 0$  K. As superfícies da cavidade possuem um comprimento de  $L = 1$  m e são tratadas como negras, ou seja,  $\varepsilon_w = 1$ . Além disso, o meio participante é tratado como cinza com um coeficiente de absorção de  $\kappa = 1.0$  m<sup>-1</sup>. O domínio computacional é ilustrado na Fig. 6.12(a). A malha espacialmente independente empregada aqui é composta de 290 células retangulares. Com relação à discretização angular, emprega-se neste caso a mesma discretização apresentada nas simulações de Kim et al. (2001), ou seja, ( $N_\theta \times N_\phi = 4 \times 8$ ), onde  $\theta$  e  $\phi$  são direções angulares empregadas no método de ordenadas discretas. Na Figura 6.12(b) é apresentada a malha especial

empregada na simulação. Os resultados obtidos com a presente metodologia (DOM) são comparados com os obtidos por Kim et al. (2001).

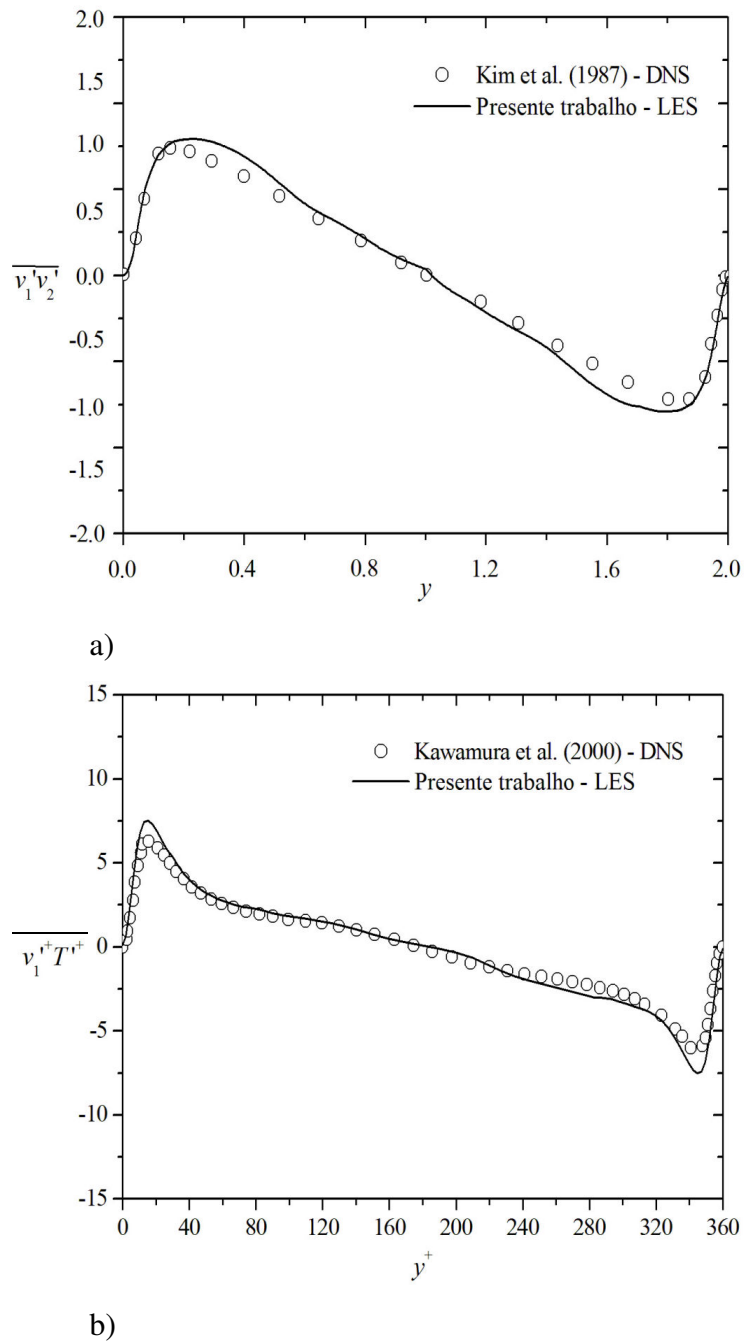


Figura 6.11 – Estatísticas da turbulência: a)  $\overline{v_1'v_2'}$  em função de  $y$ , b)  $\overline{v_1'+T'+}$  em função de  $y^+$ .

Neste caso é comparado o fluxo radiante adimensional que incide sobre a superfície inferior da cavidade. A normalização dessa variável é dada pela seguinte expressão:

$$q_r^* = \frac{q_r}{\sigma T_g^4} \quad (6.13)$$

onde  $q_r$  é o fluxo radiante incidente na superfície inferior da cavidade ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$ ),  $\sigma$  é a constante universal de Stefan-Boltzmann ( $5.67 \times 10^{-8} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$ ) e  $T_G$  é a temperatura do gás (K).

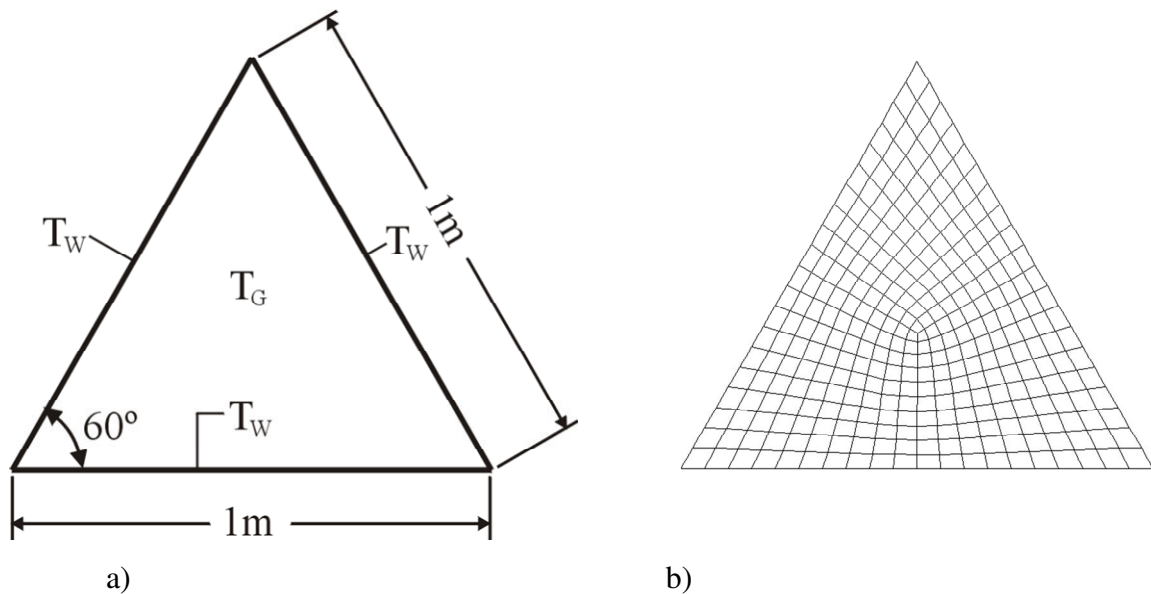


Figura 6.12 – Transferência radiante em uma cavidade radiante com meio participante: a) domínio computacional, b) malha espacial (290 volumes).

A Figura 6.13 apresenta o fluxo radiante adimensional incidente na superfície inferior da cavidade radiante obtido com o presente método (DOM) em comparação com os resultados exato e numérico apresentado por Kim et al. (2001). Os resultados alcançados neste trabalho são próximos dos obtidos com a solução exata, exceto na região dos cantos da cavidade triangular ( $x \leq 0.05$  e  $x^* \geq 0.95$ ) onde diferenças de aproximadamente 20% são observadas. Apesar disso, a diferença média entre os resultados foi inferior a 3%, mostrando a capacidade da presente metodologia para uma predição adequada da transferência radiante em meios participantes. Além disso, em algumas regiões da superfície inferior ( $0.07 \leq x^* \leq 0.35$  e  $0.65 \leq x^* \leq 0.93$ ) os resultados preditos neste estudo são mais próximos da solução exata do que as obtidas por uma solução aproximada utilizada no trabalho de Kim et al. (2001), denominada *Bold Approximation*.

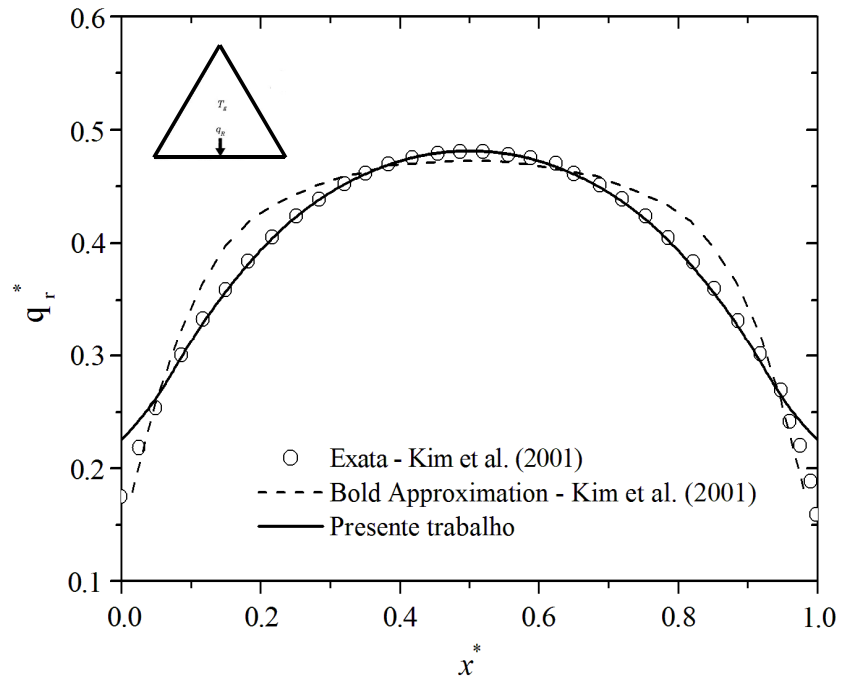


Figura 6.13 – Fluxo radiante adimensional incidente na superfície inferior da cavidade.

## 7. RESULTADOS

### 7.1. Influência da Intensidade de Turbulência no Campo Radiante

Nesta primeira secção é avaliada a influência das flutuações dos perfis de temperaturas para o cômputo do campo radiante em um meio participante cinza ( $\kappa = 0.3 \text{ m}^{-1}$ ). Ressalta-se aqui que, no presente trabalho, é apresentada somente uma descrição deste estudo, maiores detalhes sobre a descrição do problema e dos resultados encontrados nesta secção podem ser vistos no trabalho de Dos Santos et al. (2009), apresentado no Anexo II deste trabalho.

Para avaliar a influência da intensidade de turbulência no campo radiante é realizada uma comparação entre um perfil médio de temperaturas sem perturbação e vários perfis instantâneos com diferentes intensidades de turbulência no cálculo da divergência do fluxo radiante. Neste caso específico, as flutuações dos perfis instantâneos de temperaturas são impostas através de uma rotina em FORTRAN, para a geração de números aleatórios. Para a solução da equação da transferência radiante é empregado o método de ordenadas discretas (DOM).

O perfil de temperaturas médio utilizado neste caso representa a chama simulada no trabalho de Barve et al. (2006) em uma cavidade cilíndrica para uma secção transversal referente a coordenada azimutal  $x = 12.0 \text{ mm}$ . O domínio do problema e o campo de temperaturas são apresentados na Fig. 7.1(a). A malha independente foi obtida com 200 volumes ao longo do raio da câmara. A divergência do fluxo radiante é calculada, resolvendo-se a equação da transferência radiante pelo método de ordenadas discretas, a partir do perfil médio e de perfis com intensidades de turbulência de 10%, 20% e 30%. O procedimento utilizado nesta secção é análogo ao que é comumente feito nos métodos estocásticos onde as flutuações são impostas ao perfil médio de temperaturas.

A Figura 7.1(b) apresenta os resultados para as divergências do fluxo radiante obtidos a partir dos perfis de temperaturas médio e com as intensidades de turbulência. Conforme as flutuações dos perfis de temperaturas são acrescidas, há um aumento significativo da magnitude da divergência do fluxo radiante em todo o domínio. Esse fato ocorre devido à intensidade de radiação emitida ser mais influenciada pelos picos de temperaturas do que pelos vales (temperaturas menores) uma vez que tal intensidade é uma função de quarta ordem da temperatura.

Em geral, nota-se que as estimativas apresentadas nesta secção estão de acordo com as predições prévias de Kounalakis et al. (1988), Roger et al. (2009) e Coelho (2009). De acordo com estes autores, quanto maior a intensidade de turbulência em um meio participante mais relevante é o efeito das interações TRI. Esse fato justifica a maior atenção disponibilizada na literatura para a simulação de escoamentos reativos, uma vez que estes apresentam intensidades de turbulência naturalmente maiores do que as encontradas nos escoamentos não reativos.

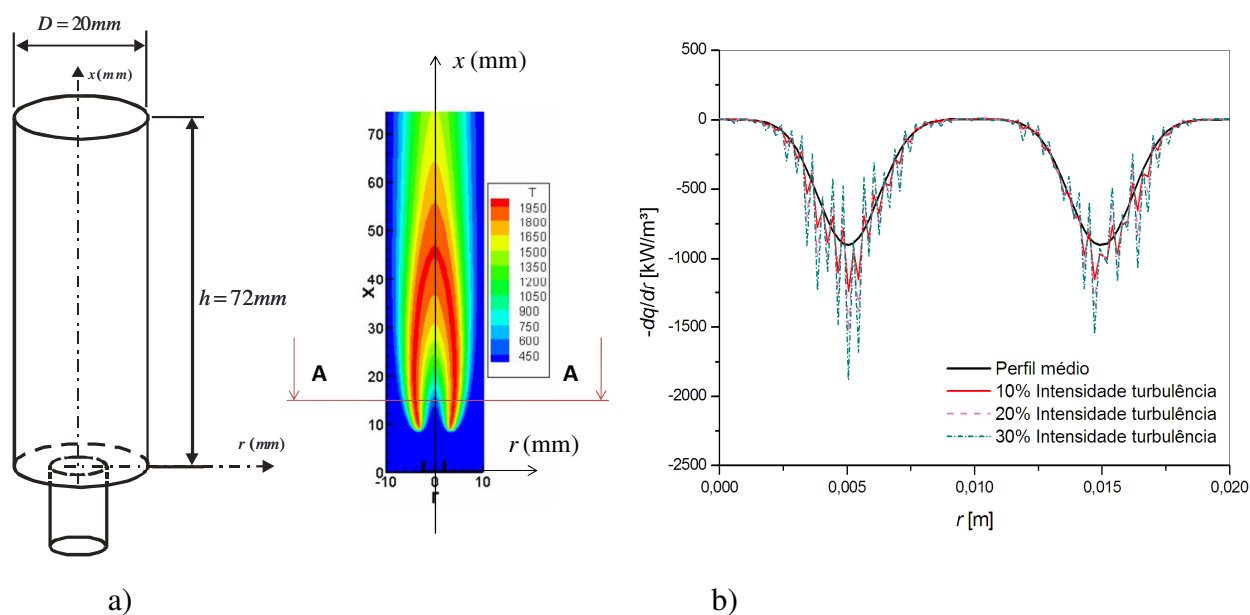


Figura 7.1 – Câmara cilíndrica de combustão: a) domínio e topologia da chama (Fonte: Barve et al., 2006), b) divergência do fluxo radiante em função de perfis de temperaturas com intensidades de turbulência de 10%, 20% e 30%.

## 7.2. Influência da Radiação no Campo Térmico de Escoamentos Turbulentos Transientes em Cavidades

O presente caso considera um escoamento turbulento, tridimensional, incompressível com transferência de calor por convecção forçada e radiação térmica em um meio participante. A Figura 7.2 descreve o domínio da cavidade de dimensões  $H = L = 1\text{ m}$  e  $W = 0.5\text{ m}$  e as condições de contorno impostas neste caso. Com relação ao problema convectivo, semelhante aos casos anteriores de cavidade, o escoamento é gerado pelo movimento de uma placa infinita que também representa a superfície superior (plano  $xz$ ), onde a velocidade da placa é a de referência ( $v_1 = 100\text{ m/s}$ ). Além disso, esta superfície apresenta as condições de não deslizamento e impermeabilidade. Nas superfícies laterais direita e esquerda (plano  $yz$ ), assim como na

superfície posterior (plano  $xy$  em  $z = 0$  m) as velocidades são prescritas nulas ( $v_1 = v_2 = v_3 = 0$  m/s). A superfície frontal (plano  $xy$  em  $z = 0.5$  m) possui uma condição de simetria. Para o campo térmico, o aquecimento do fluido é um resultado da imposição da temperatura  $T_S = 1000$  K na superfície superior. Enquanto isso, a superfície inferior possui uma temperatura prescrita de  $T_I = 300$  K. Os planos laterais (plano  $yz$ ), frontal e posterior (planos  $xy$ ) são tratados como adiabáticos. No que tange a radiação térmica, as superfícies da cavidade são tratadas como perfeitamente negras, ou seja, a emissividade hemisférica total é de  $\varepsilon_w = 1$ .

Para as condições iniciais, é considerado que o fluido está em repouso, com velocidades e pressão nulas em todo o domínio e com um campo de temperaturas estratificado, ou seja, com a temperatura variando linearmente de  $T_I = 300$  K na superfície inferior até  $T_S = 1000$  K na superfície superior da cavidade.

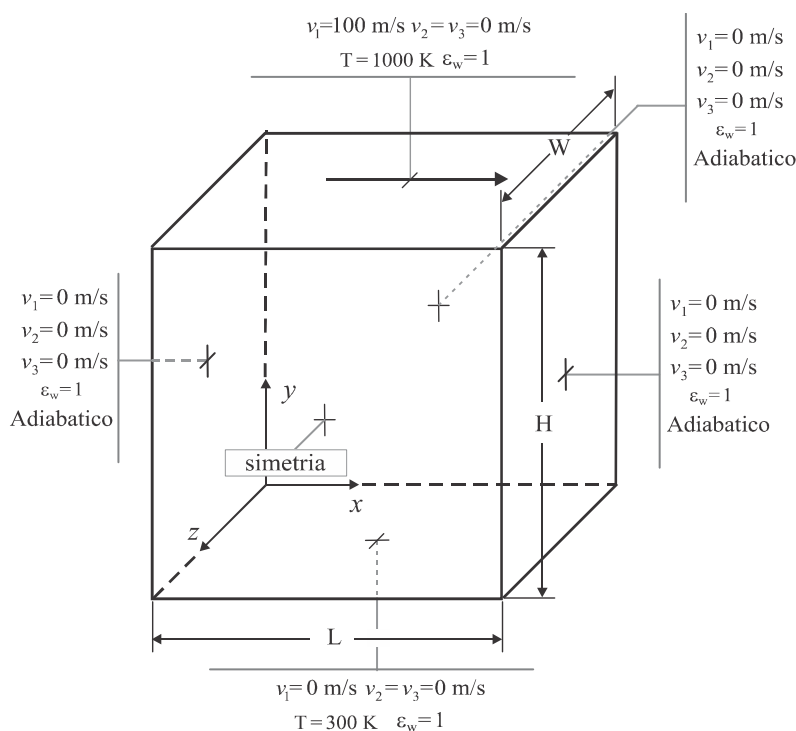


Figura 7.2 – Domínio computacional do escoamento com  $Re_H = 10000$ ,  $Pr = 0.71$  e  $\tau_0 = 10.0$  em cavidade com transferência de calor por convecção e radiação térmica.

A discretização espacial empregada neste caso é a mesma utilizada no escoamento turbulento em cavidade isotérmica (secção 6.2), inclusive o número de onda de corte mínimo e o passo de tempo empregados aqui,  $k_{c,min} = \pi/\Delta x_{min} = 800$  m<sup>-1</sup> e  $\Delta t = 1.0 \times 10^{-4}$  s. Para a transferência radiante, é empregado o método de ordenadas discretas (DOM) com uma aproximação  $S_4$ . Uma vez que o objetivo aqui é somente analisar a influência da radiação térmica

no comportamento térmico transiente de escoamentos turbulentos, emprega-se somente LES nas presentes simulações.

Para esta simulação, os parâmetros adimensionais utilizados para descrever o escoamento são  $Re_H = 10000$  e  $Pr = 0.71$ , onde  $H$  é a altura da cavidade (m). A espessura óptica do meio é dada por  $\tau_0 = \kappa \cdot H = 10.0$ . Este meio foi selecionado para garantir a interação entre os campos radiante e térmico, o que poderia não ser observado em meios muito finos ou muito espessos.

Primeiramente, é verificado o comportamento transiente do campo radiante. Espera-se que o campo radiante instantâneo apresente flutuações semelhantes às observadas para o campo térmico. Para atingir este objetivo, os fluxos radiantes médios no espaço,  $q_r$  ( $W \cdot m^{-2}$ ), nas superfícies inferior e superior da cavidade são coletados em função do tempo, conforme pode ser observado na Figura 7.3. Os resultados mostram que as flutuações dos campos de temperaturas conduzem a flutuações do campo radiante, que se refletem nos fluxos radiantes das superfícies das cavidades. As flutuações dos fluxos radiantes instantâneos são de aproximadamente 10.0 % e 3.0 % para as superfícies inferior e superior, respectivamente. Também é possível observar que o meio absorve uma grande quantidade de energia radiante, uma vez que o fluxo radiante médio na superfície superior é em torno de duas vezes maior do que o fluxo radiante médio na superfície inferior.

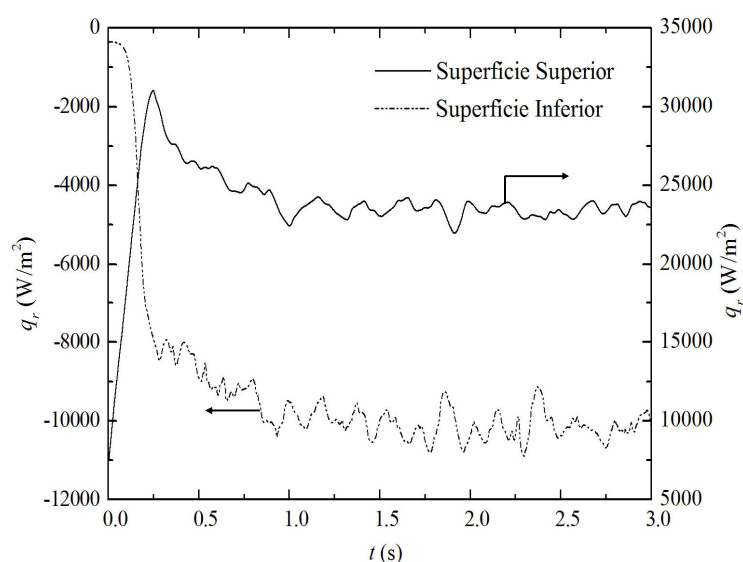


Figura 7.3 – Fluxos radiantes nas superfícies superior e inferior para o escoamento em cavidade com  $Re_H = 10000$ ,  $Pr = 0.71$  e  $\tau_0 = 10.0$ .



O próximo passo consiste em investigar a influência da transferência radiante no campo térmico. Para isso são realizadas duas simulações: uma sem radiação térmica (convecção forçada) e outra incluindo a radiação térmica. Primeiramente, são apresentadas as topologias para os escoamentos com e sem os efeitos da radiação térmica em função do tempo, possibilitando uma avaliação qualitativa do problema. Para avaliar quantitativamente os efeitos da radiação térmica sobre o campo térmico, dois pontos de monitoramento são inseridos nas seguintes posições da cavidade: ponto 1 ( $x = 0.5$  m,  $y = 0.27$  m e  $z = 0.5$  m) e ponto 2 ( $x = 0.5$  m,  $y = 0.94$  m e  $z = 0.5$  m). Essas posições permitem a coleta de dados numéricos nas regiões inferior e superior da cavidade.

A Figura 7.4 apresenta a evolução temporal do campo de temperaturas para os escoamentos com e sem radiação térmica. As Figuras 7.4(a) a 7.4(d) apresentam as topologias relacionadas com os seguintes passos de tempo:  $t = 0.1$  s,  $t = 0.2$  s,  $t = 0.4$  s e  $t = 1.0$  s para o escoamento com convecção forçada, enquanto as Fig. 7.4(e) a 7.4(h) mostram as topologias para o escoamento com radiação térmica nos mesmos passos de tempo.

As Figuras 7.4(a) e 7.4(e) mostram a formação inicial do vórtice principal do escoamento na região superior direita da cavidade, que ocorre devido ao deslizamento da superfície superior. Para esse passo de tempo, o campo de temperaturas não parece ter sido afetado pelo campo radiante. Nas Figuras 7.4(b) e 7.4(f),  $t = 0.2$  s, é possível observar as primeiras diferenças entre os campos de temperaturas obtidos para as simulações com e sem radiação térmica. Para a simulação com radiação, estruturas tridimensionais do escoamento, bem como escoamentos secundários próximos ao canto inferior direito da cavidade, são suavizadas em comparação aos campos de temperaturas obtidos para a simulação com convecção forçada. Além disso, a presença da radiação térmica para um meio participante opticamente espesso afeta o desenvolvimento do vórtice principal do escoamento, o que é verificado pela maior deformação do vórtice principal. Após estes passos de tempo, o efeito da radiação térmica sobre o campo de temperaturas torna-se mais evidente, especialmente próximo à superfície lateral direita (onde a presença de estruturas do tipo *Tollmien-Schlichting* e *streaks* parece mais intensa para o caso de convecção forçada). Conforme o escoamento tende ao regime permanente, Fig. 7.4(d) e 7.4(h), observa-se uma maior multiplicidade de escalas para o escoamento sem radiação térmica. Outro aspecto importante está relacionado à maior estabilidade do campo térmico quando a radiação térmica é levada em consideração para um meio opticamente espesso.

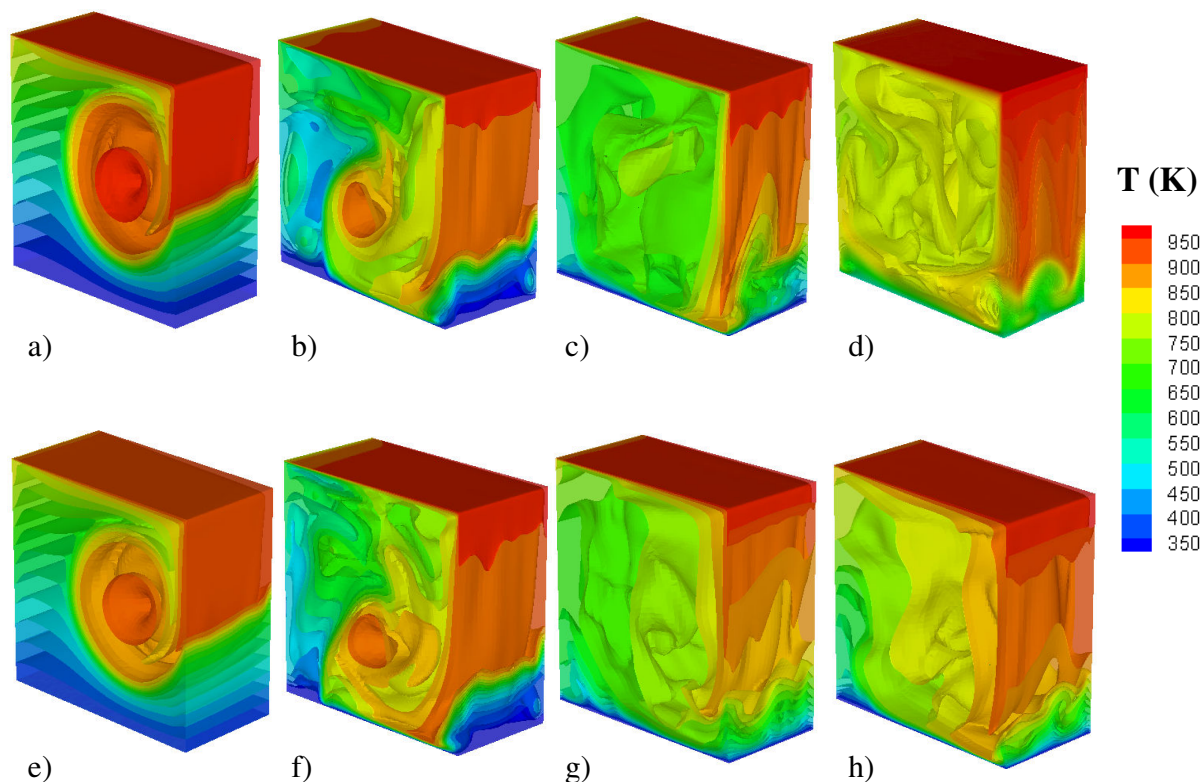


Figura 7.4 – Topologias do campo de temperaturas (K) em função do tempo para o escoamento com  $Re_H = 10000$  e  $Pr = 0.71$ . Convecção forçada: (a)  $t = 0.10$  s, (b)  $t = 0.20$  s, (c)  $t = 0.40$  s, (d)  $t = 1.00$  s. Com radiação térmica: (e)  $t = 0.10$  s, (f)  $t = 0.20$  s, (g)  $t = 0.40$  s, (h)  $t = 1.00$  s.

As Figuras 7.5(a) e 7.5(b) mostram uma comparação da evolução do campo de temperaturas para as simulações com e sem radiação térmica em função do tempo para os pontos de monitoramento 1 e 2, respectivamente. De um modo geral, o comportamento das curvas do campo de temperaturas em função do tempo parecem similares em ambas simulações. Na Figura 7.5(a), verifica-se que na região inferior da cavidade a diferença entre a temperatura média predita com e sem radiação térmica é de aproximadamente  $\Delta\bar{T} \approx 65$  K. Dessa forma, a temperatura média com radiação é aproximadamente 9.0 % maior do que a predita para a simulação com convecção forçada. Com relação às flutuações do campo de temperaturas, pode ser visto que a presença da radiação térmica suaviza tais flutuações. Para a simulação com convecção forçada, o maior percentual das flutuações é de 8.8 % do valor médio. Enquanto isso, para a simulação com radiação térmica o maior percentual é de apenas 4.4 %, ou seja, a radiação térmica reduziu pela metade as flutuações do campo de temperaturas. Na Figura 7.5(b) é observado que na região superior da cavidade, ponto 2, a diferença entre as temperaturas médias obtidas com e sem radiação térmica é quase  $\Delta\bar{T} \approx 100$  K, o que representa uma diferença percentual de 13.5 %. Da mesma forma que para o ponto 1, as flutuações do campo de

temperaturas no ponto 2 são menos significativas para o escoamento com radiação térmica. Os maiores percentuais para as flutuações dos campos de temperaturas foram de 13.7 % e 9.8 % para as simulações sem e com radiação térmica, respectivamente. O comportamento transiente do campo de temperaturas para o escoamento turbulento com convecção e radiação térmica foi semelhante ao observado por Ibrahim e Lemonnier (2009) para a simulação de escoamentos com estratificação estável no regime laminar.

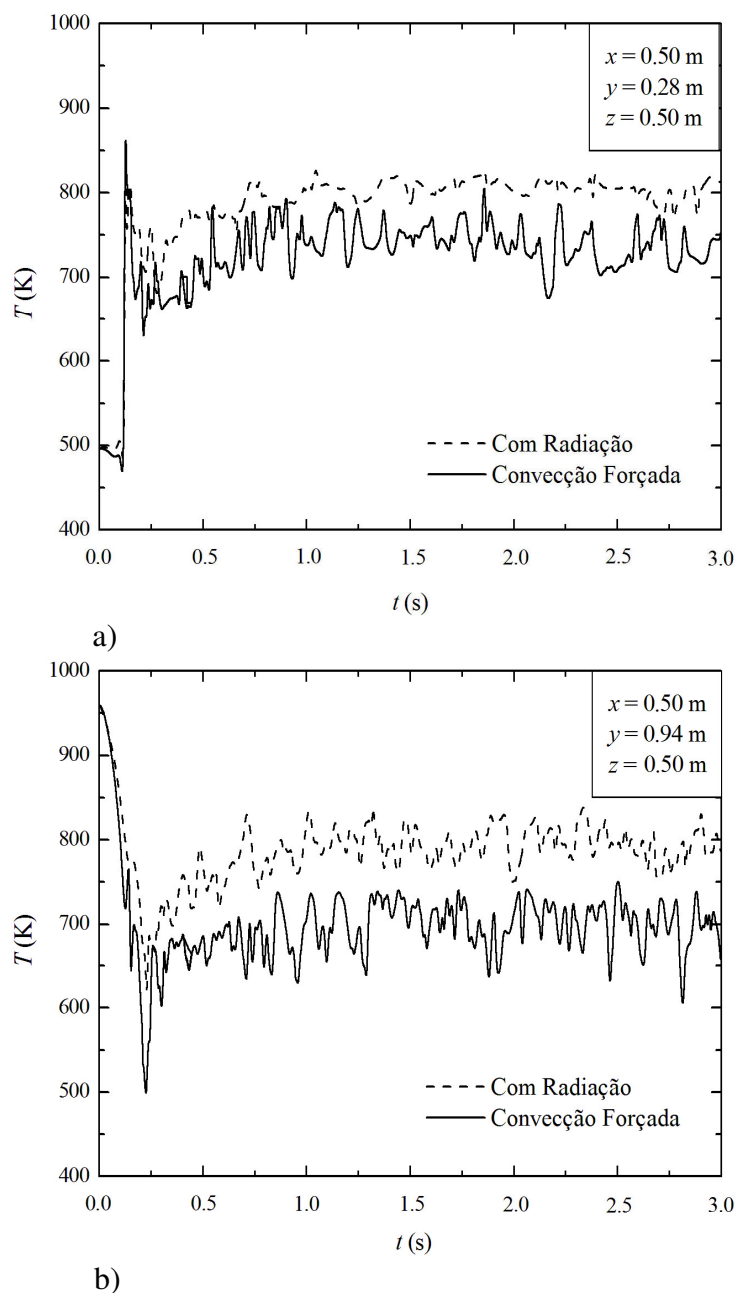


Figura 7.5 – Comparação entre os campos transientes de temperaturas com e sem radiação térmica para o escoamento com  $Re_H = 10000$  e  $Pr = 0.71$  nos seguintes pontos de monitoramento: (a) ponto 1; (b) ponto 2.

Para investigar o efeito da radiação no campo médio de temperaturas quando o escoamento alcança o regime permanente, perfis médios adimensionais de temperaturas no centro da cavidade ( $T^* \times y^*$  em  $x^* = 0.5$  e  $x^* \times T^*$  em  $y^* = 0.5$ ) são obtidos com e sem radiação térmica.

A temperatura adimensional é obtida pela seguinte expressão:

$$T^* = \frac{T - T_l}{T_s - T_l} \quad (6.14)$$

As coordenadas espaciais na forma adimensionais são dadas por:  $x^* = x/H$  e  $y^* = y/H$ .

A Figura 7.6 ilustra os perfis de temperaturas adimensionais no centro da cavidade. Ambos os perfis vertical e horizontal,  $T^*(y^*)$  e  $T^*(x^*)$ , possuem uma temperatura mais elevada para a simulação com radiação térmica do que para a simulação com convecção forçada. As diferenças percentuais máximas para os perfis vertical e horizontal são de 32.3 % e 29.7 %, respectivamente. Além disso, a presença da radiação térmica não afeta somente a magnitude do campo de temperaturas, mas também a forma dos perfis coletados no centro da cavidade. Esse fato é mais evidente para o perfil de temperaturas em função de  $x^*$ ,  $T^*(x^*)$  em  $y^* = 0.5$ , onde a temperatura predita com a radiação aumenta quase linearmente para  $x^* \geq 0.25$ . Enquanto isso, para as simulações com convecção forçada o perfil de temperaturas é praticamente constante na região central da cavidade,  $0.15 \leq x^* \leq 0.85$ , com um crescimento abrupto próximo da superfície lateral direita. No que diz respeito aos gradientes de temperaturas, na superfície superior da cavidade é observada uma suavização significativa do gradiente de temperaturas quando a radiação é levada em consideração. Na superfície inferior, o gradiente de temperaturas para o perfil com radiação térmica é ligeiramente superior ao gradiente com convecção forçada devido à emissão de energia radiante da superfície superior para a inferior da cavidade.

A Figura 7.7 mostra uma comparação entre as estatísticas da turbulência para o campo térmico no centro da cavidade com e sem radiação térmica. A Figura 7.7(a) mostra o perfil de temperaturas rms ( $T_{rms}$ ) como uma função de  $y^*$  em  $x^* = 0.5$  e a Fig. 7.7(b) mostra o perfil  $T_{rms}$  em função de  $x^*$  em  $y^* = 0.5$ . A magnitude média decresce para ambos os perfis de  $T_{rms}$  para o escoamento com radiação térmica, corroborando o que foi observado nas topologias dos campos de temperaturas, ou seja, a turbulência é suavizada quando a radiação térmica é levada em consideração. Para o perfil  $T_{rms}(y^*)$ , Fig. 7.7(a), a maior diferença entre os resultados com e

sem radiação térmica pode chegar a 23.0 % próximo à superfície inferior e 63.0 % na região central da cavidade. Para o perfil  $T_{rms}(x^*)$ , Fig. 7.7(b), a maior diferença é de aproximadamente 60%, observada próximo da superfície lateral direita.

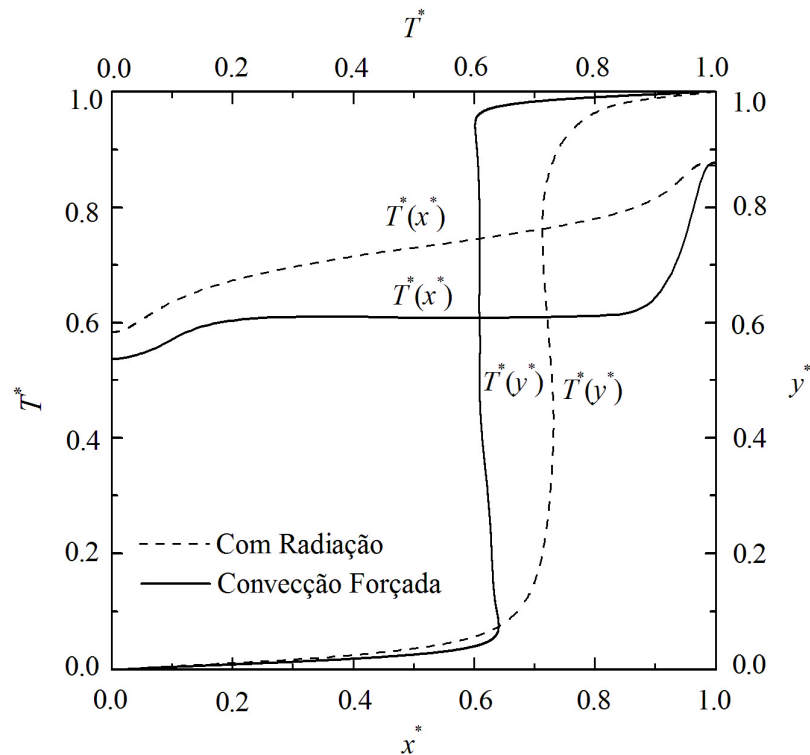


Figura 7.6 – Comparação entre os perfis médios de temperaturas no centro da cavidade obtidos com e sem radiação térmica para um escoamento com  $Re_H = 10000$  e  $Pr = 0.71$ .

De uma forma geral, verifica-se que a desconsideração da radiação térmica pode levar a desvios importantes para a predição do campo térmico de escoamentos turbulentos em meios participantes. Além disso, foi observado que os campos médios apresentam um aumento de temperatura em função da energia radiante absorvida ao longo do domínio da cavidade. Outra observação que merece destaque é a suavização das estatísticas da turbulência e a minimização da multiplicidade de escalas do campo térmico quando a radiação térmica é levada em consideração.

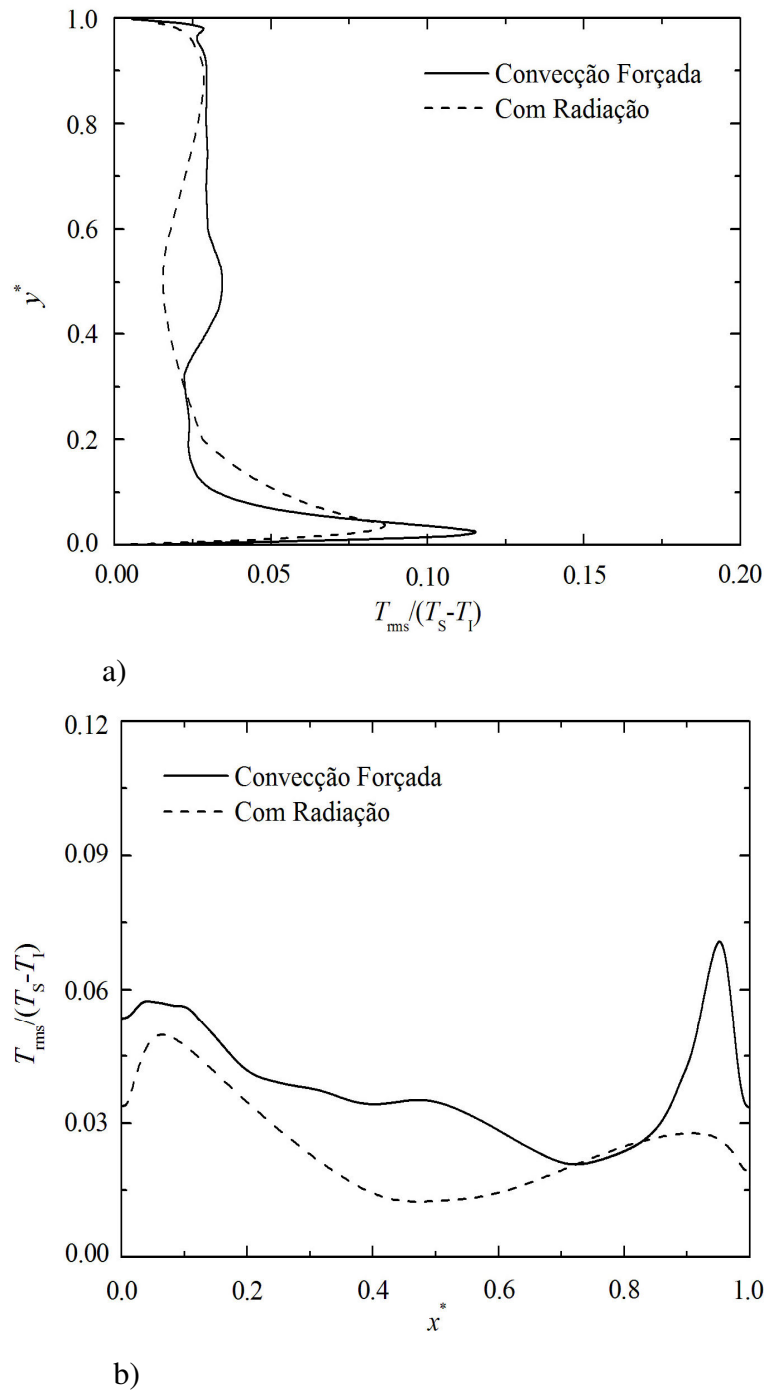


Figura 7.7 – Comparação entre as estatísticas da turbulência para o campo térmico no centro da cavidade obtidas com e sem radiação térmica para o escoamento com  $Re_H = 10000$  e  $Pr = 0.71$ :

(a)  $T_{rms}$  em função de  $y^*$ , (b)  $T_{rms}$  em função de  $x^*$ .

### 7.3. Estudo da Relevância das Interações TRI em Canais

Conforme mencionado anteriormente, os escoamentos turbulentos não reativos em canais combinando os mecanismos de convecção e radiação térmica possuem grande importância

em diversas aplicações de engenharia, como por exemplo, em tubos de geradores de vapor flamotubulares e secção de exaustão de fornos de produção de alumínio. Uma vez que essas aplicações são importantes na engenharia, a investigação da relevância das interações TRI nesses escoamentos também é importante.

É considerado aqui um escoamento turbulento tridimensional, incompressível, não reativo, em canal (Poiseuille) combinando os mecanismos de convecção forçada e radiação térmica em um meio participante. A Figura 7.8 apresenta o domínio de dimensões  $H = 1.0$  m,  $L = 3.2$  m e  $W = 1.6$  m e as condições impostas nas simulações. Com relação ao problema convectivo, são impostos perfis de planos de velocidades e temperaturas para a avaliação dos fluxos convectivos e radiantes nas superfícies inferior e superior do canal, permitindo estudar a influência das interações TRI para camadas limite fluidodinâmica e térmica em desenvolvimento. A velocidade do perfil plano foi calculada em função do número de Reynolds  $Re_m = u_m H / \nu = 5705$ . Para avaliar os perfis médios plenamente desenvolvidos e as estatísticas da turbulência para os escoamentos no regime permanente, são realizadas novas simulações considerando os perfis de velocidade e temperatura definidos por uma lei de potência (Anexo I). Em ambos casos são considerados uma intensidade de turbulência na entrada do canal de 10 %, que é imposta utilizando o mesmo método empregado na simulação do escoamento em canal com convecção forçada (secção 6.3). As superfícies superior e inferior do canal possuem a condição de não deslizamento e temperaturas prescritas de  $T_S = 1000$  K e  $T_I = 300$  K, respectivamente. Condições periódicas são usadas nas superfícies laterais do escoamento (direção  $z$ ). As superfícies do canal são tratadas como perfeitamente negras,  $\varepsilon_w = 1$ .

O domínio discretizado para as simulações com LES possuem  $100 \times 60 \times 60$  células nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ , enquanto para as simulações com RANS é empregada uma malha com  $80 \times 40 \times 40$  células. Para ambas as malhas, realiza-se um refinamento na direção  $y$  para regiões próximas as superfícies inferior e superior do canal. Nas outras direções,  $x$  e  $z$ , a malha é considerada uniforme. Para as simulações com LES, o número de onda de corte mínimo é dado por  $k_{c,\min} = \pi / \Delta x_{\min} = 600 \text{ m}^{-1}$ . Com referência a discretização temporal, para todas as simulações realizadas é empregado um passo de tempo de  $\Delta t = 2.5 \times 10^{-5}$  s. Tanto a discretização temporal quanto a espacial é a mesma empregada para o caso de convecção forçada em canais apresentado na secção 6.3.

Neste estudo, os parâmetros adimensionais para o escoamento são  $Re_\tau = u_\tau \delta / \nu = 180$  e  $Pr = 0.71$  (igual ao caso da secção 6.3). O meio participante é tratado com um gás cinza e o espalhamento é desconsiderado. As seguintes espessuras ópticas são investigadas nas presentes

simulações:  $\tau_0 = \kappa \cdot H = 0.01, 0.10, 1.0, 10.0$  e  $100.0$ , ou seja, são estudados desde meios opticamente muito finos, encontrados em secções de exaustão de pequenas dimensões e com pouca fuligem, até meios muito espessos, encontrados em secções de exaustão de grandes dimensões e com muita fuligem.

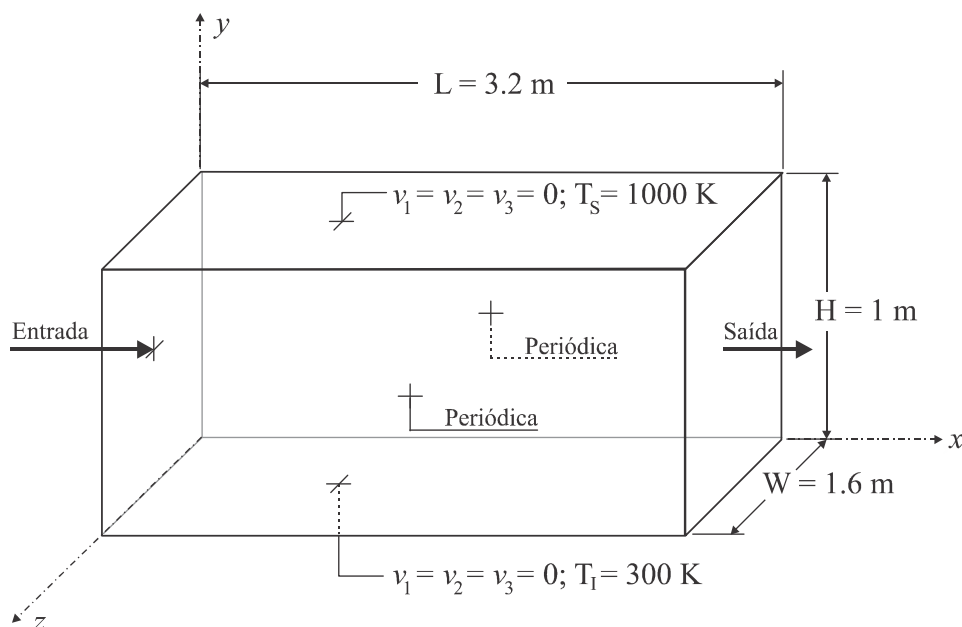


Figura 7.8 – Domínio computacional empregado para a simulação de escoamentos turbulentos com  $Re_\tau = 180$  e  $Pr = 0.71$  com transferência de calor por convecção e radiação térmica.

Vale destacar ainda que nas simulações realizadas neste trabalho os escoamentos turbulentos com transferência de calor por convecção e radiação térmica foram classificados da seguinte forma:

- Escoamentos com TRI: os campos térmico e radiante são resolvidos levando em consideração suas flutuações. Nestas simulações foi empregada a simulação de grandes escalas (LES) para a solução das equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia e o método de ordenadas discretas (DOM) para a solução da equação da transferência radiante sem modelo de turbulência.
- Escoamentos sem TRI: os campos térmico e radiante são resolvidos na forma temporal média, ou seja, desconsiderando suas flutuações. Nestas simulações foi empregado o modelo  $k-\epsilon$  padrão para a solução das equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia e o método de ordenadas discretas (DOM) para a solução da equação da transferência radiante sem modelo de



turbulência. Essa metodologia também é conhecida como modelagem clássica do problema.

### 7.3.1. Meios Opticamente Muito Finos ( $\tau_0 = 0.01$ )

Com o propósito de investigar a relevância das interações TRI para os escoamentos não reativos, os fluxos convectivo e radiante médios no tempo nas superfícies inferior e superior do canal, quando o escoamento atinge o regime permanente, são obtidos com TRI (LES) e sem TRI (RANS sem modelagem para a equação RTE). Além disso, são apresentadas para algumas espessuras ópticas as topologias do campo de temperaturas e intensidade de radiação obtidas sem e com TRI. O primeiro caso investigado é o de um escoamento turbulento com convecção e radiação térmica com  $Re_\tau = 180$ ,  $Pr = 0.71$  e  $\tau_0 = 0.01$  (meio opticamente muito fino).

A Figura 7.9 apresenta uma comparação entre as topologias do campo de temperaturas em desenvolvimento para o escoamento com  $Re_\tau = 180$ ,  $Pr = 0.71$  e  $\tau_0 = 0.01$  no regime permanente. As Figuras 7.9(a), 7.9(b) e 7.9(c) apresentam o campo de temperaturas médio sem TRI, o campo médio com TRI e um campo instantâneo de temperaturas com TRI no instante de tempo  $t = 8$  s, respectivamente. É possível verificar que os campos médios com e sem TRI são similares. Pequenas diferenças são visualizadas na superfície de saída do canal, as quais estão relacionadas com a formação de *streaks* nas superfícies inferior e superior, que não são previstas nas simulações com a modelagem clássica (sem TRI). Estas estruturas são mais evidentes no campo instantâneo de temperaturas, Fig. 7.9(a). No entanto, mesmo para o campo instantâneo de temperaturas as diferenças não parecem sensíveis.

A Figura 7.10 mostra uma comparação entre as topologias da intensidade de radiação incidente obtidas com e sem TRI. As Figuras 7.10(a) e 7.10(b) apresentam as topologias da intensidade de radiação sem TRI e com TRI no instante de tempo  $t = 8.0$  s. Nota-se que a energia radiante é transferida da superfície superior para a superfície inferior, mais especificamente das regiões superiores de entrada e saída do canal em direção à região central da superfície inferior. Também pode ser vista uma boa concordância entre as topologias sem e com TRI, mesmo que a última topologia tenha sido obtida de forma instantânea, para o instante de tempo  $t = 8.0$  s.

De uma forma geral, tanto as topologias dos campos de temperaturas quanto às de intensidade de radiação mostram que, do ponto de vista qualitativo, não há uma influência significativa das interações TRI para escoamentos turbulentos com convecção e radiação térmica em meios opticamente muito finos.

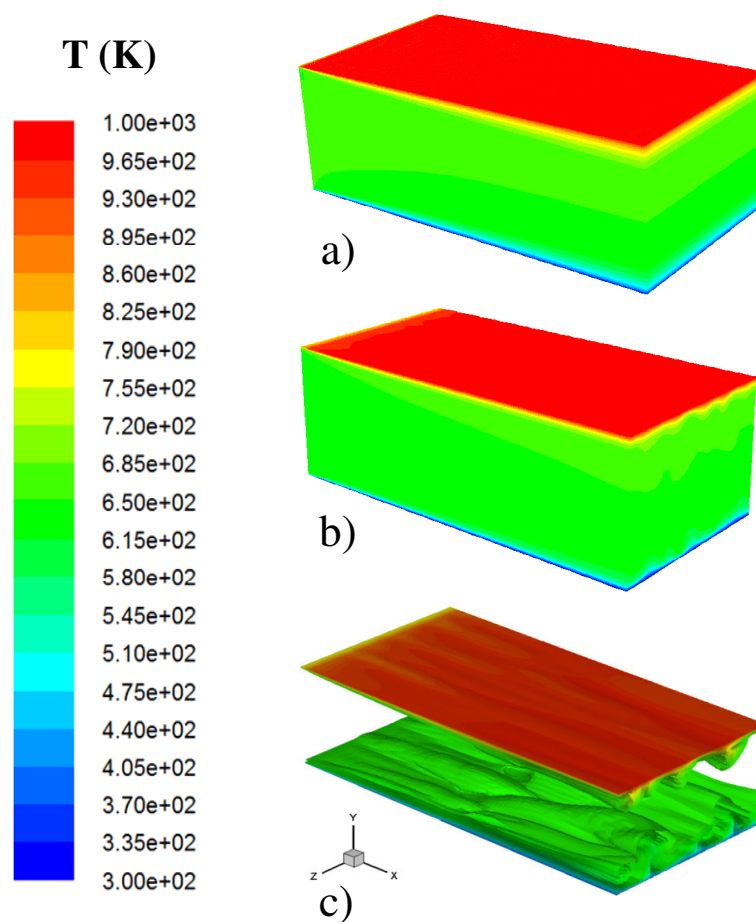


Figura 7.9 – Topologias dos campos de temperaturas (K) em desenvolvimento para o escoamento com  $Re_\tau = 180$ ,  $Pr = 0.71$  e  $\tau_0 = 0.01$  no regime permanente: (a) sem TRI, (b) médio com TRI, (c) instantâneo com TRI ( $t = 8$  s).

A Figura 7.11 apresenta uma comparação entre os fluxos convectivos médios nas superfícies com e sem TRI para o escoamento com  $Re_\tau = 180$ ,  $Pr = 0.71$  e  $\tau_0 = 0.01$ . As Figuras 7.11(a) e 7.11(b) ilustram os fluxos convectivos médios em função da coordenada  $x$  na linha central das superfícies inferior e superior, respectivamente. Como pode ser visto, os fluxos convectivos obtidos com e sem TRI apresentam plena concordância, mostrando que o campo térmico médio próximo das paredes é quase insensível quando as interações TRI são consideradas no cômputo da divergência do fluxo radiante. As maiores diferenças entre os fluxos convectivos com e sem TRI são de 3.9 % e 4.4 % para as superfícies inferior e superior, enquanto que a diferença média entre os fluxos convectivos com e sem TRI é de apenas 1.5 % para as duas superfícies.

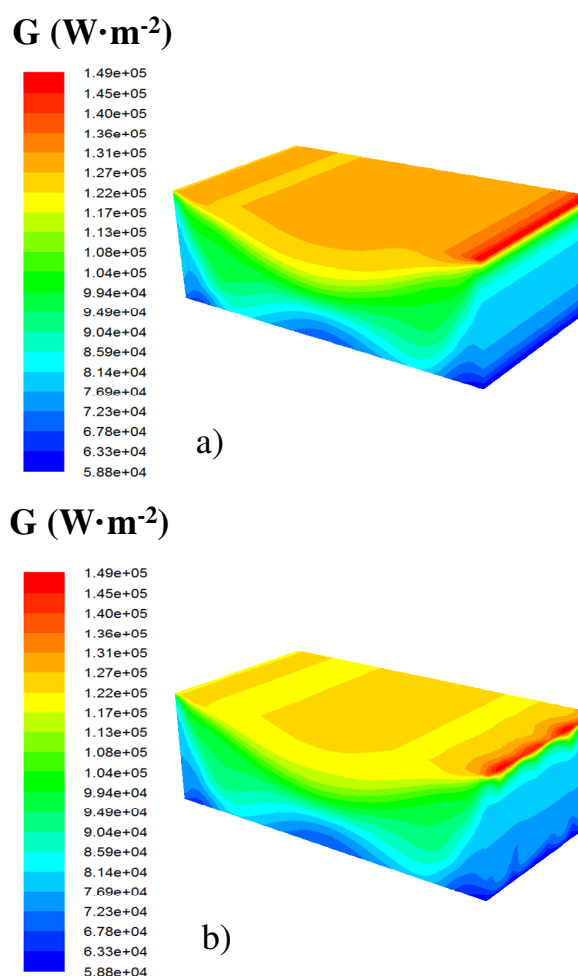
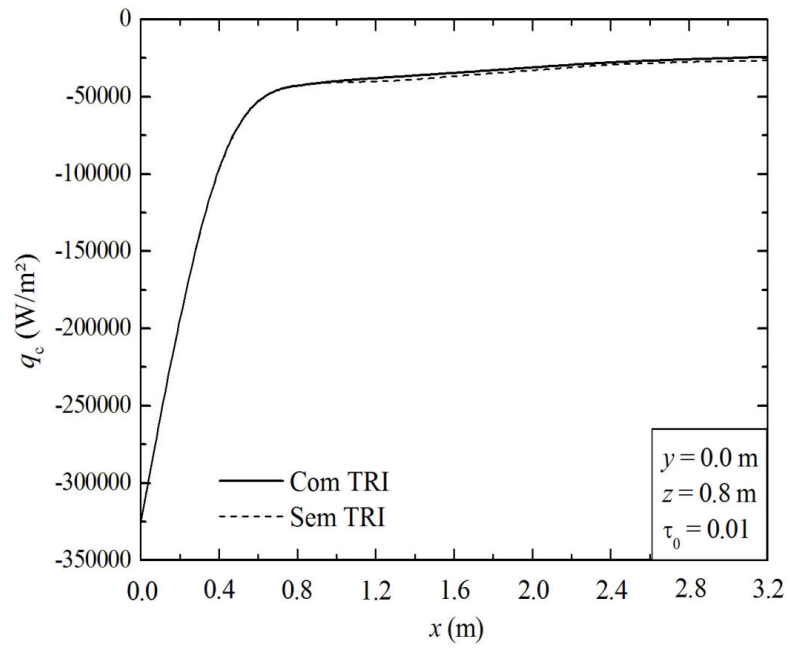
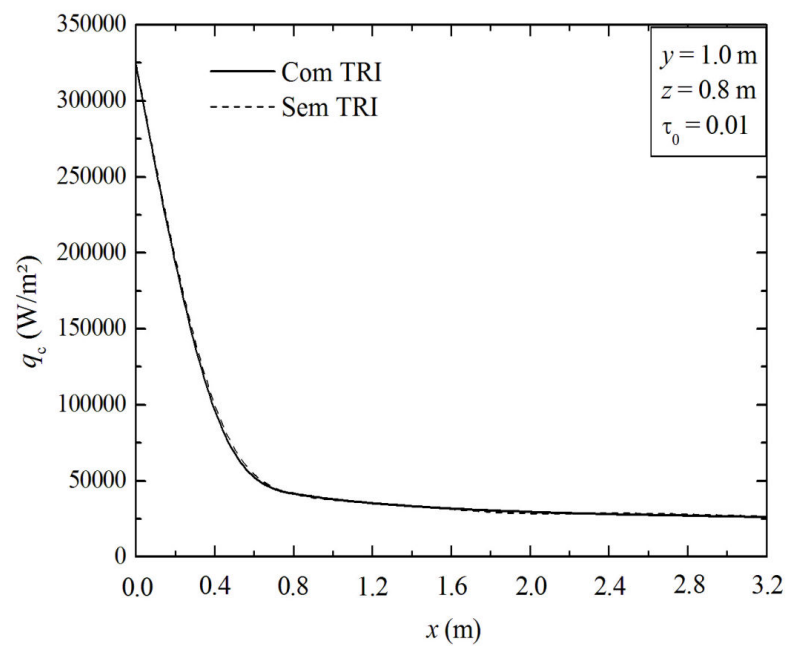


Figura 7.10 – Topologias da intensidade de radiação incidente ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$ ) para o escoamento com  $\text{Re}_\tau = 180$ ,  $\text{Pr} = 0.71$  e  $\tau_0 = 0.01$  no regime permanente: (a) sem TRI, (b) instantâneo com TRI ( $t = 8$  s).

A Figura 7.12 apresenta uma comparação entre os fluxos radiantes médios nas superfícies com e sem TRI para o escoamento com  $\text{Re}_\tau = 180$ ,  $\text{Pr} = 0.71$  e  $\tau_0 = 0.01$ . As Figuras 7.12(a) e 7.12(b) mostram o fluxo radiante médio em função da coordenada  $x$  na linha central das superfícies inferior e superior. Da mesma forma que para os fluxos convectivos médios, os fluxos radiantes médios obtidos com e sem TRI são bastante concordantes. As maiores diferenças encontradas para o meio com espessura óptica de  $\tau_0 = 0.01$  são de 2.1 % e 0.3 % nas superfícies inferior e superior, respectivamente. Além disso, fica evidente que há uma grande quantidade de energia radiante que é transportada da superfície superior, principalmente da região da entrada, para a região central da superfície inferior, mais especificamente em  $x \approx 0.9$  m e  $x \approx 2.3$  m, conforme pode ser visto nas Fig. 7.12(a) e 7.12(b).

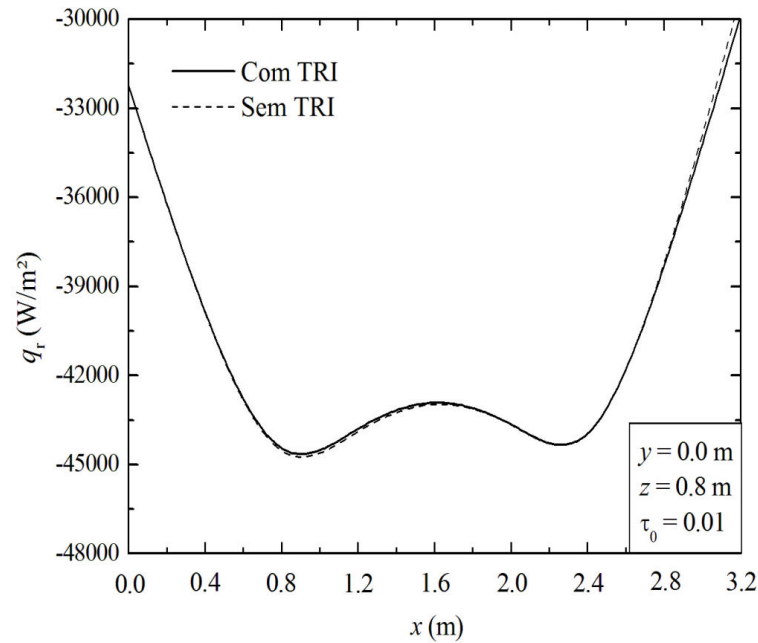


a)

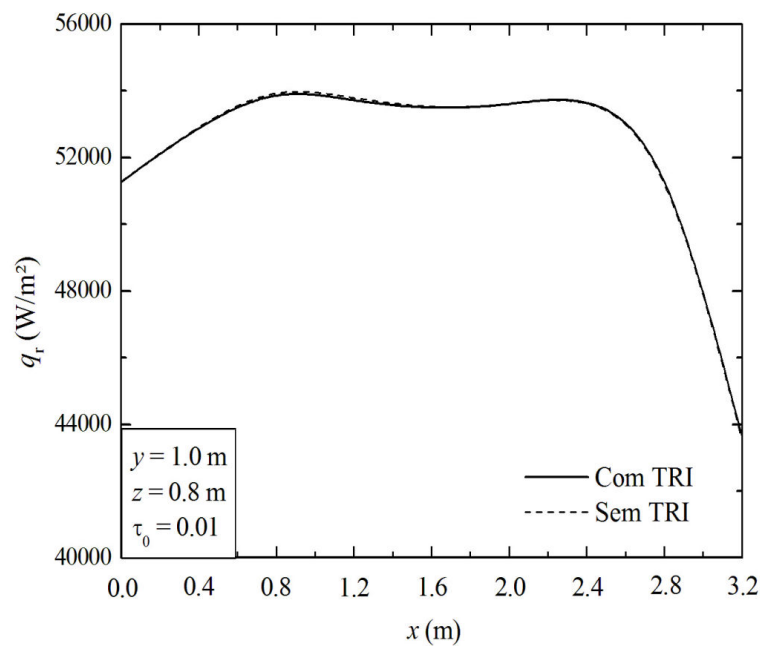


b)

Figura 7.11 – Comparação entre os fluxos convectivos médios ( $W \cdot m^{-2}$ ) com e sem TRI para o escoamento com  $Re_\tau = 180$ ,  $Pr = 0.71$  e  $\tau_0 = 0.01$ : (a) superfície inferior, (b) superfície superior.



a)



b)

Figura 7.12 – Comparação entre os fluxos radiantes médios ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$ ) com e sem TRI para o escoamento com  $\text{Re}_\tau = 180$ ,  $\text{Pr} = 0.71$  e  $\tau_0 = 0.01$ : (a) superfície inferior, (b) superfície superior.

De uma forma geral, os resultados mostram que para meios opticamente muito finos os efeitos das interações TRI não são relevantes para a predição dos fluxos convectivos e radiantes médios nas superfícies do canal, corroborando as afirmações prévias de Mazumder e Modest (1999) e Gupta et al. (2009).

Outra investigação importante é a influência das interações TRI sobre os fluxos

radiantes instantâneos. O objetivo aqui é avaliar se desvios instantâneos excessivos, que deveriam ser levados em consideração para a realização do projeto térmico da secção de exaustão de dispositivos ou equipamentos térmicos, são observados para os fluxos radiantes instantâneos. Os fluxos radiantes instantâneos em função do tempo preditos com e sem TRI são coletados para dois pontos numéricos. Os pontos selecionados são aqueles onde as maiores diferenças entre os fluxos radiantes médios preditos com e sem TRI nas superfícies inferior e superior são observadas:  $(x = 3.2 \text{ m}, y = 0.0 \text{ m}, z = 0.8 \text{ m})$  e  $(x = 3.2 \text{ m}, y = 1.0 \text{ m}, z = 0.8 \text{ m})$ .

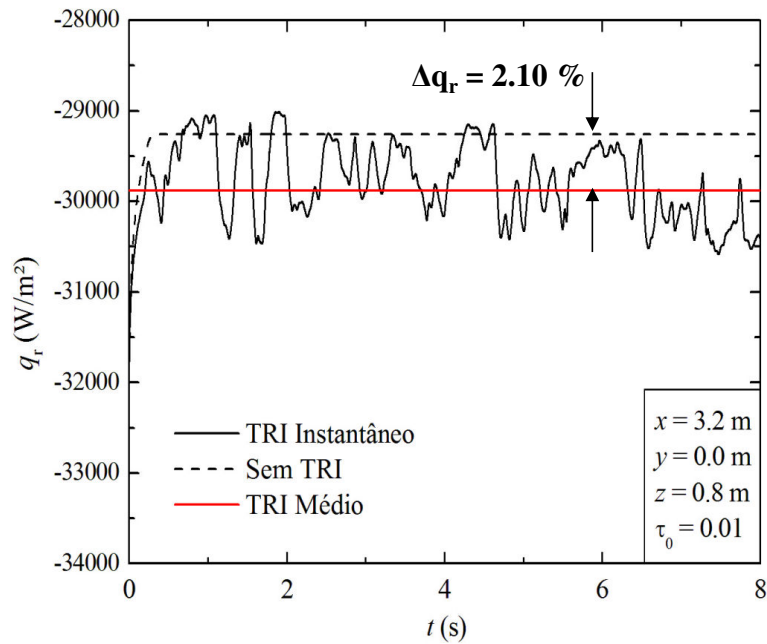
As Figuras 7.13(a) e 7.13(b) apresentam o fluxo radiante instantâneo em função do tempo para os pontos localizados nas superfícies inferior e superior. Os desvios entre as predições com e sem interações TRI são maiores para os campos instantâneos do que para os campos médios. Para os campos instantâneos, as maiores diferenças observadas nas superfícies inferior e superior são de 4.4 % e 8.8 %, respectivamente. Os resultados indicam que os efeitos das interações TRI também podem ser negligenciados sem sérios desvios para a estimativa dos fluxos radiantes instantâneos na simulação de escoamentos turbulentos com transferência de calor por convecção e radiação térmica em meios muito finos.

### 7.3.2. Meios Opticamente Finos ( $\tau_0 = 0.1$ )

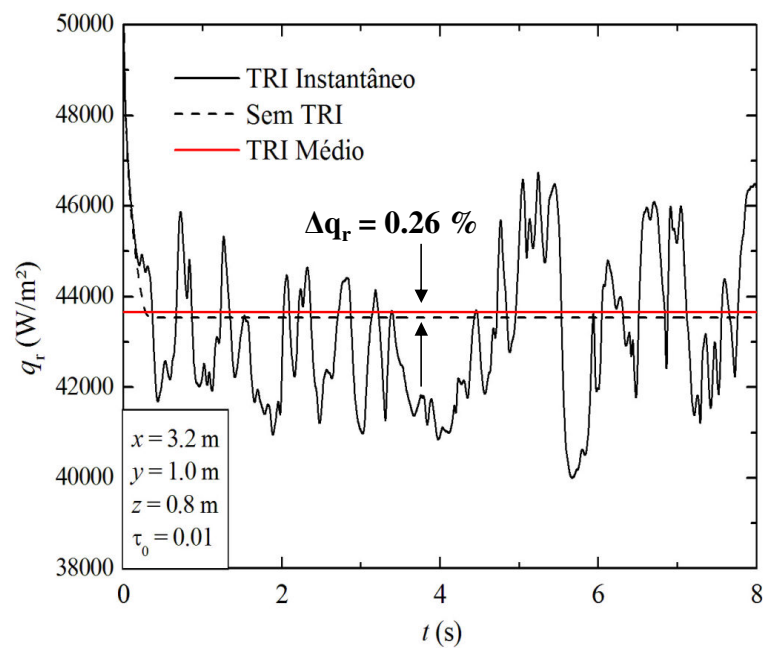
O próximo caso a ser investigado é o escoamento turbulento a  $Re_\tau = 180$ ,  $Pr = 0.71$  e  $\tau_0 = 0.1$ , que representa um meio opticamente fino. Este tipo de escoamento pode ser encontrado, por exemplo, na secção de exaustão de turbinas a gás em processos de combustão que formam pouca fuligem. As topologias dos campos de temperaturas e intensidade de radiação obtidas para este caso levam a observações similares às encontradas para o caso com  $\tau_0 = 0.01$ , sendo por brevidade não apresentados aqui. Dessa forma, enfatizam-se neste caso somente os resultados quantitativos referentes ao estudo da relevância das interações TRI.

A Figura 7.14 apresenta uma comparação entre os fluxos convectivos médios nas superfícies com e sem TRI para o escoamento a  $Re_\tau = 180$ ,  $Pr = 0.71$  e  $\tau_0 = 0.1$ . As Figuras 7.14(a) e 7.14(b) ilustram os fluxos convectivos médios em função da coordenada  $x$  na linha central das superfícies inferior e superior, respectivamente. Similarmente ao observado para o caso anterior ( $\tau_0 = 0.01$ ) os fluxos convectivos obtidos com e sem TRI são bastante concordantes, com diferenças máximas de 4.2 % e 4.5 % nas superfícies inferior e superior. As diferenças médias também apresentam um aumento pouco expressivo, 2.3 % e 2.4% para as superfícies inferior e superior. Portanto, os resultados indicam que para escoamentos turbulentos parietais

com  $\tau_0 = 0.1$  a consideração das interações TRI não são importantes para o cômputo dos fluxos convectivos superficiais do escoamento.

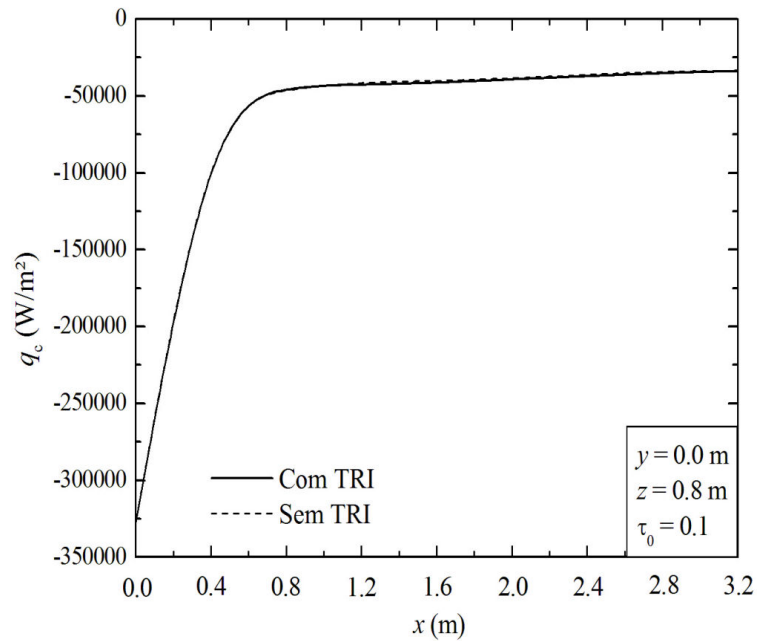


a)

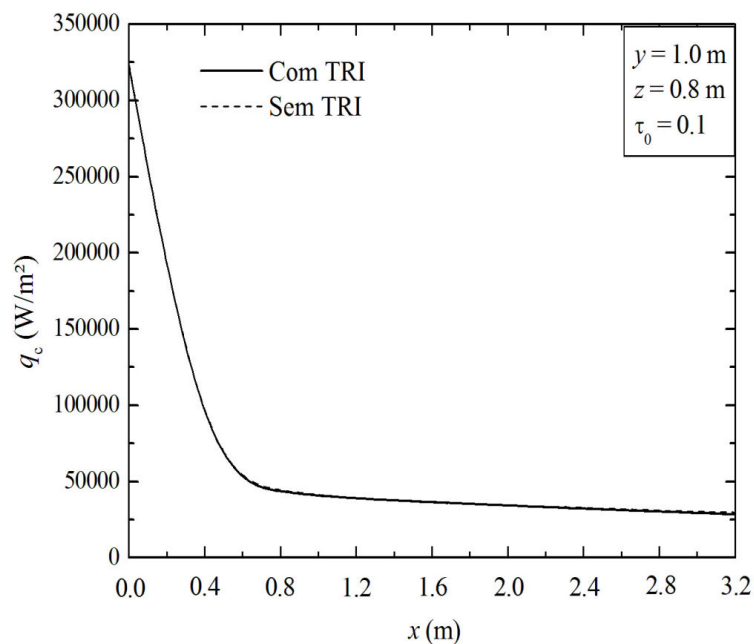


b)

Figura 7.13 – Comparação entre os fluxos radiantes instantâneos ( $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$ ) com e sem TRI para o escoamento com  $\text{Re}_\tau = 180$ ,  $\text{Pr} = 0.71$  e  $\tau_0 = 0.01$ : (a) superfície inferior, (b) superfície superior.



a)



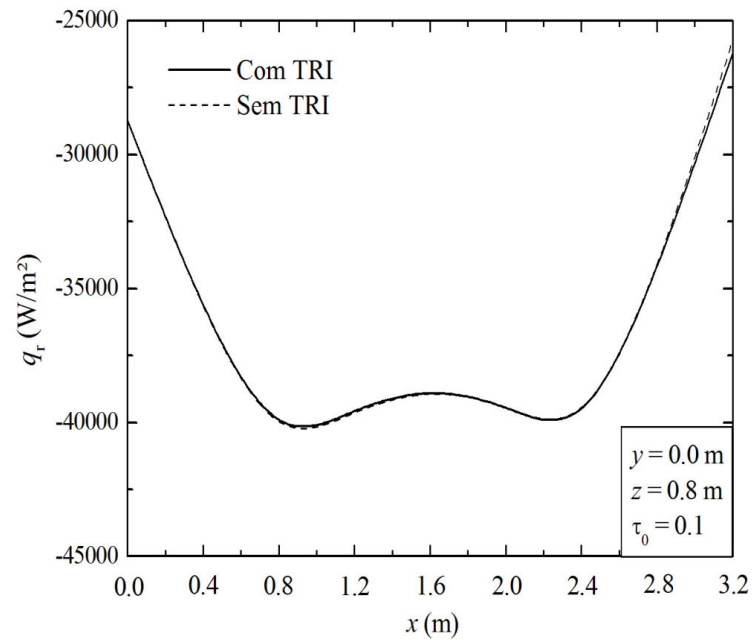
b)

Figura 7.14 – Comparação entre os fluxos convectivos médios ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$ ) com e sem TRI para o escoamento a  $\text{Re}_\tau = 180$ ,  $\text{Pr} = 0.71$  e  $\tau_0 = 0.1$ : (a) superfície inferior, (b) superfície superior.

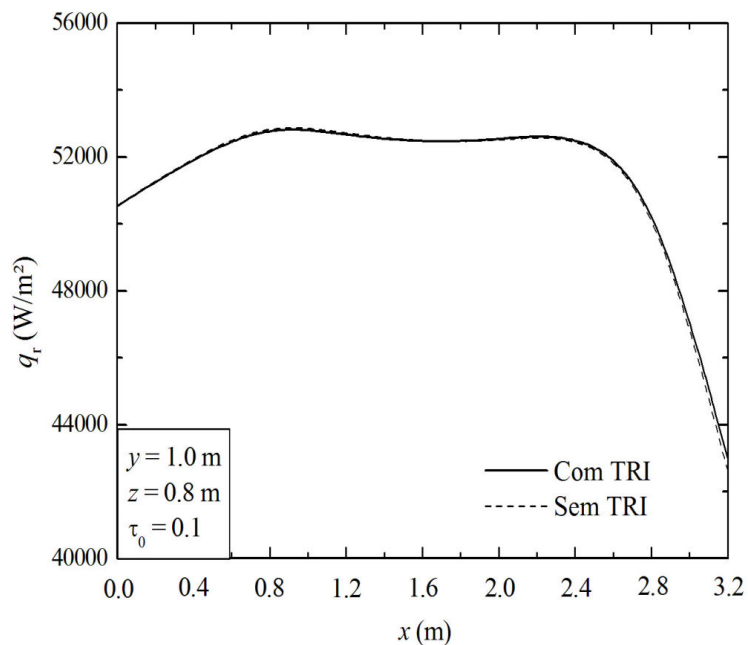
A Figura 7.15 apresenta uma comparação entre os fluxos radiantes médios nas superfícies com e sem TRI para o escoamento com  $\text{Re}_\tau = 180$ ,  $\text{Pr} = 0.71$  e  $\tau_0 = 0.1$ . As Figuras 7.15(a) e 7.15(b) ilustram os fluxos radiantes médios em função da coordenada  $x$  na linha central das superfícies inferior e superior, respectivamente. Para a espessura óptica  $\tau_0 = 0.1$  também é observada uma excelente concordância entre os fluxos médios com e sem TRI, com diferenças



máximas de apenas 1.8 % e 0.2 % nas superfícies inferior e superior. Além disso, pode ser visto que os fluxos radiantes médios em função da coordenada  $x$  mantêm um comportamento semelhante ao obtido para  $\tau_0 = 0.01$ .



a)



b)

Figura 7.15 – Comparação entre os fluxos radiantes médios ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$ ) com e sem TRI para o escoamento com  $\text{Re}_\tau = 180$ ,  $\text{Pr} = 0.71$  e  $\tau_0 = 0.1$ : (a) superfície inferior, (b) superfície superior.

Neste caso, os fluxos radiantes médios nas superfícies inferior e superior também

apresentam maior desvio na saída do canal, ou seja, para os pontos ( $x = 3.2$  m,  $y = 0.0$  m,  $z = 0.8$  m) e ( $x = 3.2$  m,  $y = 1.0$  m,  $z = 0.8$  m). Dessa forma, os fluxos radiantes instantâneos para o escoamento a  $Re_\tau = 180$ ,  $Pr = 0.71$  e  $\tau_0 = 0.1$  serão coletados nestes pontos.

As Figuras 7.16(a) e 7.16(b) apresentam o fluxo radiante instantâneo em função do tempo para os pontos localizados nas superfícies inferior e superior. Para os campos instantâneos, as maiores diferenças observadas nas superfícies inferior e superior são de 5.3 % e 8.3 %, respectivamente. Da mesma forma que para o caso anterior ( $\tau_0 = 0.01$ ) as interações podem ser negligenciadas para o cômputo dos fluxos radiantes instantâneos.

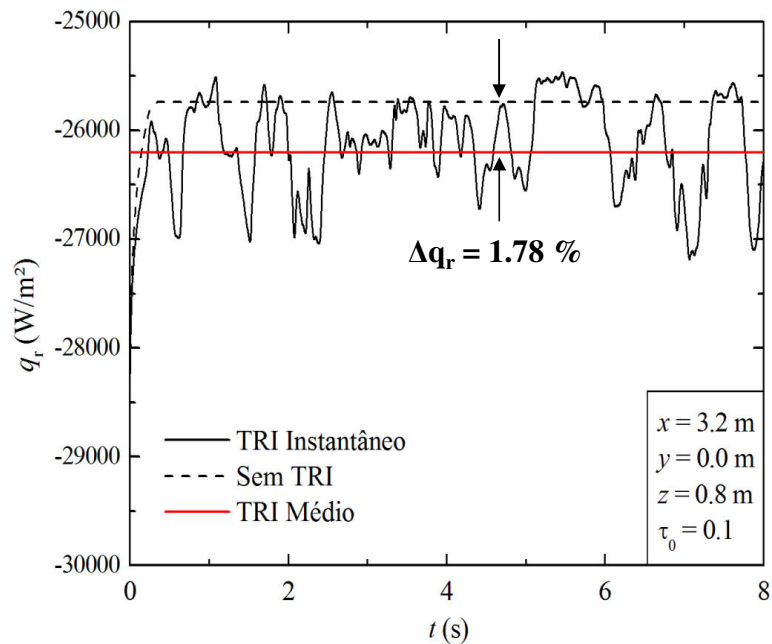
Vale destacar que, para escoamentos turbulentos não reativos com transferência de calor por convecção e radiação térmica em meios opticamente finos ( $\tau_0 = 0.01$  e  $0.1$ ) é possível negligenciar os efeitos das interações TRI. Tal observação está de acordo com observações prévias da literatura [Mazumder e Modest, 1999; Gupta et al., 2009]. Assim, em aplicações onde a modelagem clássica da turbulência conduz a resultados satisfatórios, como é o caso de canais em meios opticamente finos, sugere-se o emprego desta ferramenta em função do menor esforço computacional. Nos casos aqui simulados o tempo de simulação das simulações com TRI foi 5 vezes maior do que os casos sem TRI.

### 7.3.3. Meios com Espessura Óptica Média ( $\tau_0 = 1.0$ )

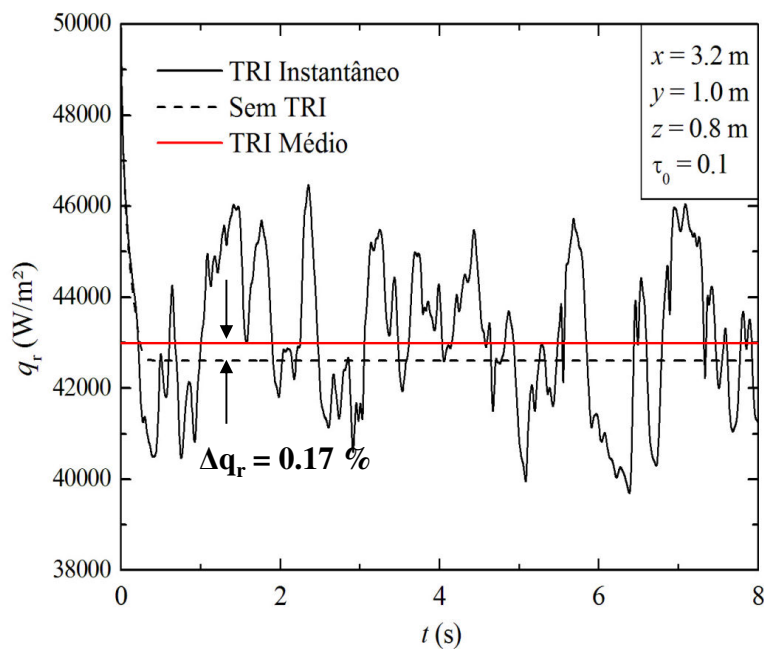
O próximo passo consiste em avaliar qual a relevância das interações TRI para escoamentos turbulentos combinando os mecanismos de convecção e radiação térmica em meios participantes com espessura óptica de  $\tau_0 = 1.0$  (espessura média). Este tipo de meio pode ser encontrado em secções de exaustão de grandes fornalhas com pouca fuligem ou em pequenas câmaras de combustão com muita fuligem.

A Figura 7.17 apresenta uma comparação entre as topologias da intensidade de radiação obtidas com e sem TRI para o escoamento com  $Re_\tau = 180$ ,  $Pr = 0.71$  e  $\tau_0 = 1.0$ . As Figuras 7.17(a) e 7.17(b) mostram as topologias da intensidade de radiação sem TRI e com TRI no instante de tempo  $t = 8.0$  s. De uma forma geral, verifica-se uma semelhança razoável entre as topologias obtidas sem e com TRI. No entanto, algumas diferenças nas linhas constantes de intensidade de radiação na região de saída da superfície superior do canal e também na parte inferior da saída do canal são notadas. Apesar destas diferenças, as topologias não são conclusivas quanto à relevância ou irrelevância das interações TRI, sendo necessárias avaliações quantitativas neste sentido. Vale destacar ainda que a morfologia do campo radiante se modifica

em comparação com os casos anteriores ( $\tau_0 = 0.01$  e  $0.10$ ). Isso pode ser evidenciado na superfície inferior, onde a energia radiante que chega na mesma ocorre de forma mais homogênea ao longo da região central desta superfície.



a)



b)

Figura 7.16 – Comparação entre os fluxos radiantes instantâneos ( $W \cdot m^{-2}$ ) com e sem TRI para o escoamento com  $Re_\tau = 180$ ,  $Pr = 0.71$  e  $\tau_0 = 0.1$ : (a) superfície inferior, (b) superfície superior.

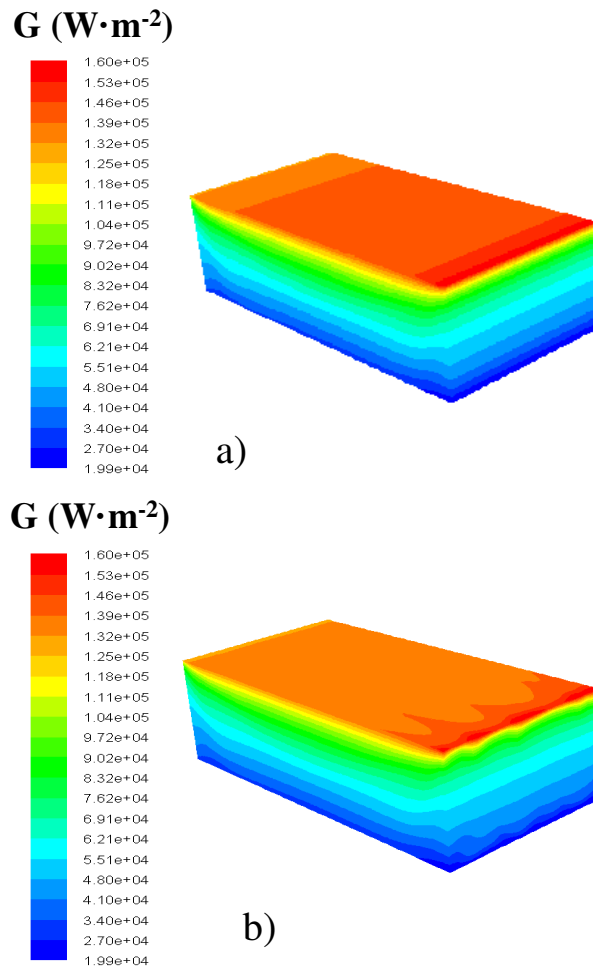
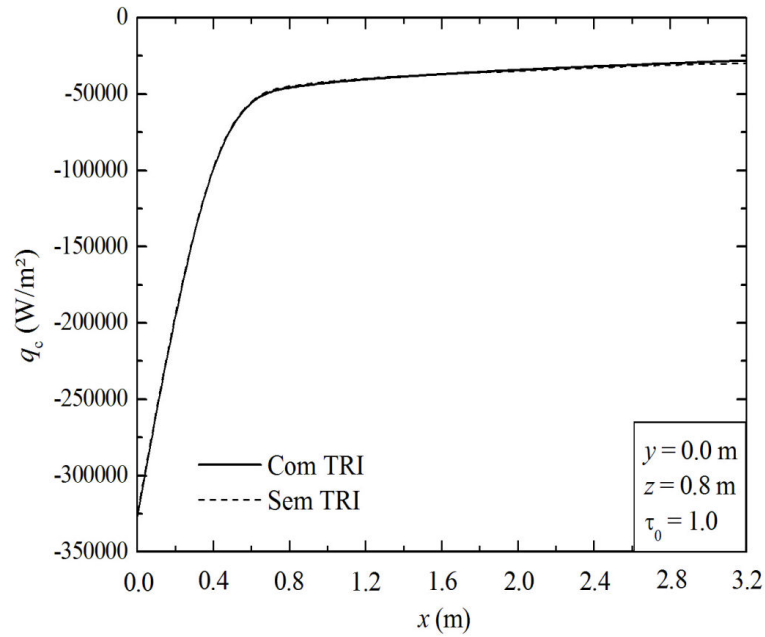
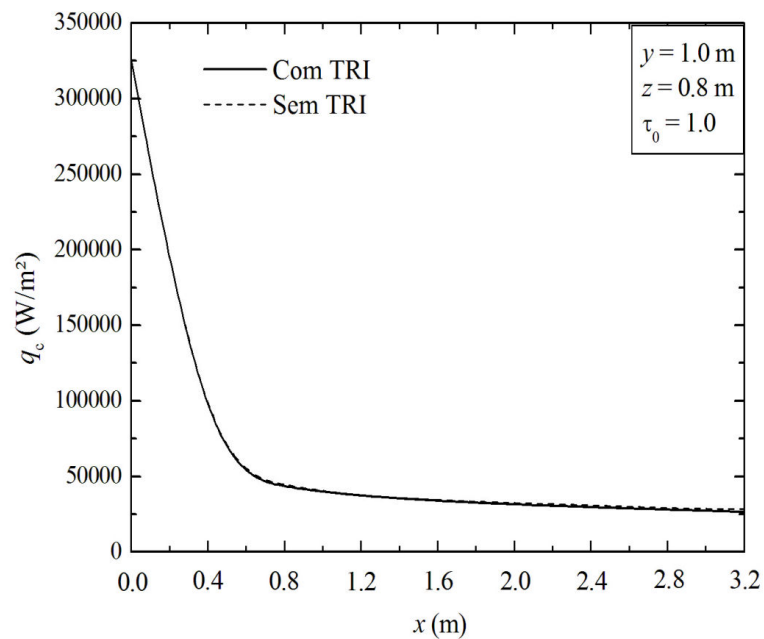


Figura 7.17 – Topologias da intensidade de radiação incidente ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$ ) para o escoamento com  $\text{Re}_\tau = 180$ ,  $\text{Pr} = 0.71$  e  $\tau_0 = 1.0$  no regime permanente: (a) sem TRI, (b) instantâneo com TRI ( $t = 8$  s).

A Figura 7.18 apresenta a comparação entre os fluxos convectivos médios nas superfícies com e sem TRI para o escoamento com  $\text{Re}_\tau = 180$ ,  $\text{Pr} = 0.71$  e  $\tau_0 = 1.0$ . As Figuras 7.18(a) e 7.18(b) mostram os fluxos convectivos médios em função da coordenada  $x$  na linha central das superfícies inferior e superior, respectivamente. As maiores diferenças encontradas são de 5.0 % e 4.7 % nas superfícies inferior e superior, respectivamente. Enquanto as diferenças médias são de 2.5 % e 2.9% para estas mesmas superfícies. Dessa forma, é possível assumir que, igualmente aos casos anteriores, as interações TRI não são relevantes para a predição dos fluxos convectivos médios nas superfícies do canal.



a)



b)

Figura 7.18 – Comparação entre os fluxos convectivos médios ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$ ) com e sem TRI para o escoamento com  $\text{Re}_\tau = 180$ ,  $\text{Pr} = 0.71$  e  $\tau_0 = 1.0$ : (a) superfície inferior, (b) superfície superior.

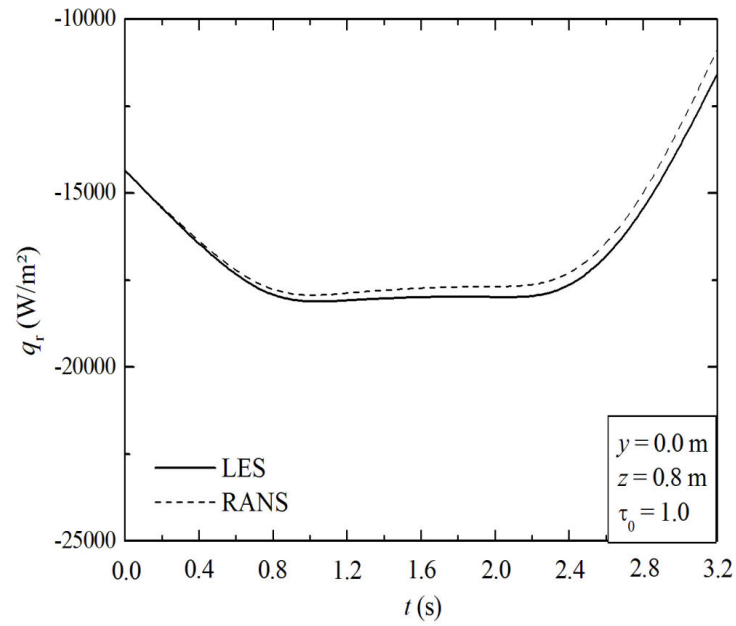
A Figura 7.19 mostra a comparação entre os fluxos radiantes médios nas superfícies com e sem TRI para o escoamento a  $\text{Re}_\tau = 180$ ,  $\text{Pr} = 0.71$  e  $\tau_0 = 1.0$ . As Figuras 7.19(a) e 7.19(b) apresentam os fluxos radiantes médios em função da coordenada  $x$  na linha central das superfícies inferior e superior, respectivamente. Para este caso, as diferenças máximas entre os fluxos radiantes médios obtidos com e sem TRI para as superfícies inferior e superior são de 5.9

% e 1.0 % e as diferenças médias são de 1.8 % e 0.5 %. É importante observar que, embora os desvios não sejam significativos, houve um crescimento razoável das diferenças entre as predições com e sem TRI dos casos anteriores ( $\tau_0 = 0.01$  e  $\tau_0 = 0.10$ ) para este caso ( $\tau_0 = 1.0$ ). Ao contrário do que foi observado para os fluxos convectivos, onde pequenas variações entre casos foram observadas, na superfície inferior, o desvio entre o fluxo radiante médio com e sem TRI atinge pela primeira vez uma magnitude maior do que a observada para o fluxo convectivo médio. Os resultados indicam ainda que o aumento da diferença para os fluxos radiantes médios refletem a maior influência das flutuações do campo de temperaturas sobre o campo radiante.

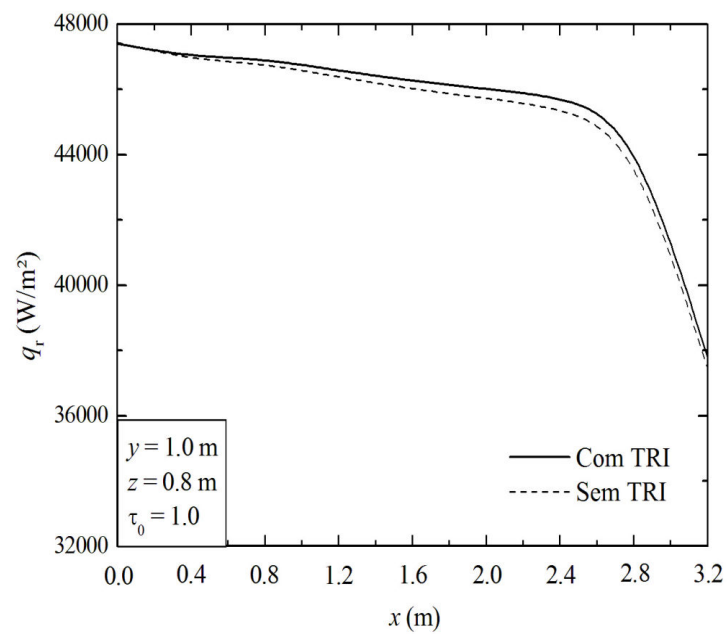
Neste caso, os fluxos radiantes médios nas superfícies inferior e superior apresentam maior desvio nos pontos ( $x = 3.2$  m,  $y = 0.0$  m,  $z = 0.8$  m) e ( $x = 2.8$  m,  $y = 1.0$  m,  $z = 0.8$  m). Dessa forma, os fluxos radiantes instantâneos para o escoamento com  $Re_\tau = 180$ ,  $Pr = 0.71$  e  $\tau_0 = 1.0$  serão coletados nestes pontos. Para a superfície superior, verifica-se também que a maior diferença não ocorre na saída do canal.

As Figuras 7.20(a) e 7.20(b) apresentam os fluxos radiantes instantâneos em função do tempo para os pontos localizados nas superfícies inferior e superior. Para os campos instantâneos, as maiores diferenças observadas são de 24.1 % e 4.3 % nas superfícies inferior e superior, respectivamente. Os resultados indicam que as interações TRI são relevantes para a predição dos fluxos radiantes instantâneos em escoamentos turbulentos com transferência de calor por convecção e radiação térmica em meios participantes com espessura óptica intermediária ( $\tau_0 = 1.0$ ).

Em geral, é possível afirmar que, para a predição dos fluxos convectivos e radiantes médios, as interações TRI não são relevantes, o que está de acordo com as afirmações prévias de Gupta et al. (2009). No entanto, a desconsideração das interações TRI conduz a desvios consideráveis para a predição dos fluxos radiantes instantâneos.

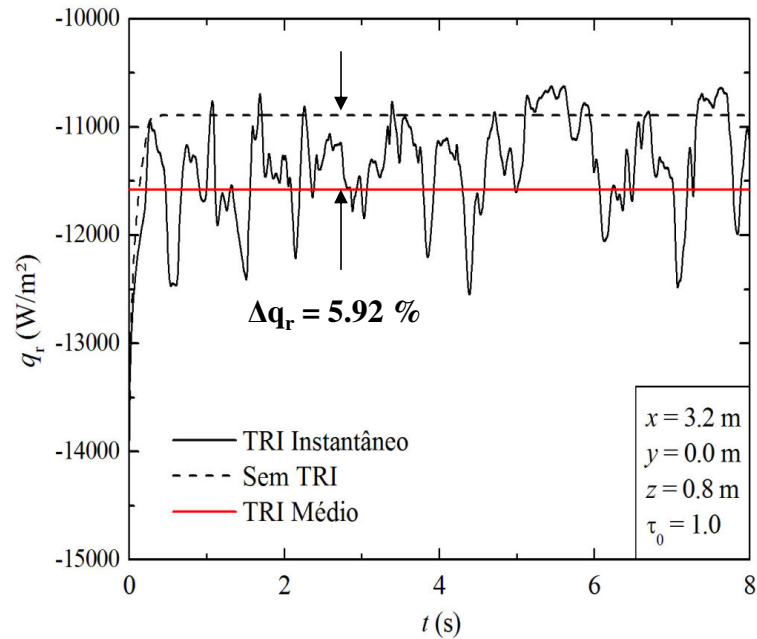


a)

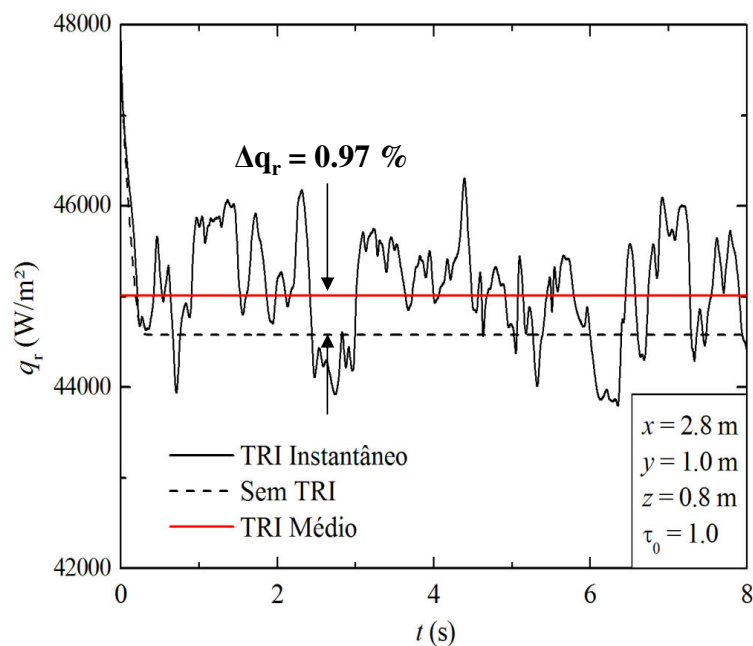


b)

Figura 7.19 – Comparação entre os fluxos radiantes médios ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$ ) com e sem TRI para o escoamento a  $\text{Re}_\tau = 180$ ,  $\text{Pr} = 0.71$  e  $\tau_0 = 1.0$ : (a) superfície inferior, (b) superfície superior.



a)



b)

Figura 7.20 – Comparação entre os fluxos radiantes instantâneos ( $W \cdot m^{-2}$ ) com e sem TRI para o escoamento com  $Re_\tau = 180$ ,  $Pr = 0.71$  e  $\tau_0 = 1.0$ : (a) superfície inferior, (b) superfície superior.

#### 7.3.4. Meios Ópticamente Espessos ( $\tau_0 = 10.0$ )

Neste caso, a espessura óptica é aumentada para  $\tau_0 = 10.0$ . Escoamentos turbulentos não reativos com convecção e radiação térmica para este tipo de espessura óptica podem ser encontrados na secção de exaustão de equipamentos térmicos de pequenas e médias dimensões e



com grande quantidade de fuligem.

A Figura 7.21 ilustra uma comparação entre as topologias do campo de temperaturas em desenvolvimento para o escoamento com  $Re_\tau = 180$ ,  $Pr = 0.71$  e  $\tau_0 = 10.0$  no regime permanente. As Figuras 7.21(a), 7.21(b) e 7.21(c) apresentam o campo de temperaturas médio sem TRI, o campo médio com TRI e um campo instantâneo de temperaturas com TRI no instante de tempo  $t = 8$  s, respectivamente. Da mesma forma que para o escoamento com  $Re_\tau = 180$ ,  $Pr = 0.71$  e  $\tau_0 = 0.01$ , os campos médios com e sem TRI são similares. Pequenas diferenças são visualizadas quando estas topologias dos campos médios de temperaturas para o escoamento a  $\tau_0 = 10.0$  são comparadas com as do escoamento a  $\tau_0 = 0.01$ , por exemplo, a espessura da camada limite térmica da superfície superior é maior para o caso com  $\tau_0 = 10.0$ . Além disso, quando comparados os campos instantâneos, Fig. 7.9(c) e Fig. 7.21(c), o aumento da espessura óptica aumenta a estabilidade do campo de temperaturas.

A Figura 7.22 ilustra a comparação entre as topologias da intensidade de radiação obtidas com e sem TRI para o escoamento com  $Re_\tau = 180$ ,  $Pr = 0.71$  e  $\tau_0 = 10.0$ . As Figuras 7.22(a) e 7.22(b) apresentam as topologias da intensidade de radiação sem TRI e com TRI no instante de tempo  $t = 8.0$  s, respectivamente. Ao contrário do que foi observado para os meios opticamente finos e intermediários, são observadas diferenças significativas entre as topologias obtidas sem TRI e com TRI, principalmente nas superfícies superior e de saída do canal. Verifica-se também que a intensidade de radiação possui uma morfologia semelhante àquelas observadas para os campos de temperaturas para as simulações com TRI, vide Fig. 7.21(c) e 7.22(b). As topologias dos campos radiantes para os vários casos analisados ( $\tau_0 = 0.01$ ,  $\tau_0 = 1.00$  e  $\tau_0 = 10.0$ ) indicam que, conforme o meio participante torna-se mais espesso, as estruturas dos escoamentos turbulentos passam a ser mais importantes para a predição do campo radiante. Uma vez que essas estruturas turbulentas não são detectadas com a abordagem clássica dos escoamentos turbulentos com convecção e radiação térmica, Fig. 7.22(a), as interações TRI passam a ser mais relevantes para meios mais espessos.

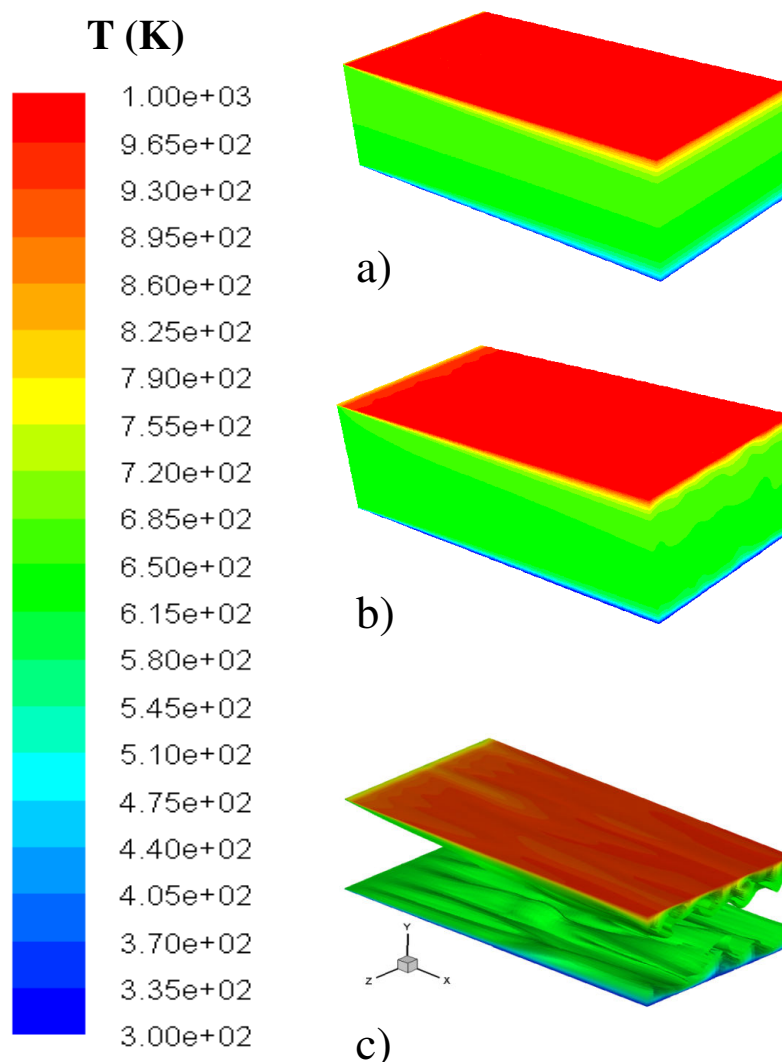


Figura 7.21 – Topologias dos campos de temperaturas (K) em desenvolvimento para o escoamento a  $Re_\tau = 180$ ,  $Pr = 0.71$  e  $\tau_0 = 10.0$  no regime permanente: (a) sem TRI, (b) médio com TRI, (c) instantâneo com TRI ( $t = 8$  s).

A Figura 7.23 apresenta a comparação entre os fluxos convectivos médios nas superfícies com e sem TRI para o escoamento com  $Re_\tau = 180$ ,  $Pr = 0.71$  e  $\tau_0 = 10.0$ . As Figuras 7.23(a) e 7.23(b) mostram os fluxos convectivos médios em função da coordenada  $x$  na linha central das superfícies inferior e superior, respectivamente. As maiores diferenças encontradas são de 5.2 % e 4.5 % nas superfícies inferior e superior, respectivamente, enquanto as diferenças médias são de 2.5 % e 2.3% para estas mesmas superfícies. Os resultados mostram que os campos médios de temperaturas não são sensivelmente afetados quando as flutuações dos campos de temperaturas são levadas em consideração, ou seja, as interações TRI não são significativas para a predição dos fluxos convectivos médios nas superfícies do canal.

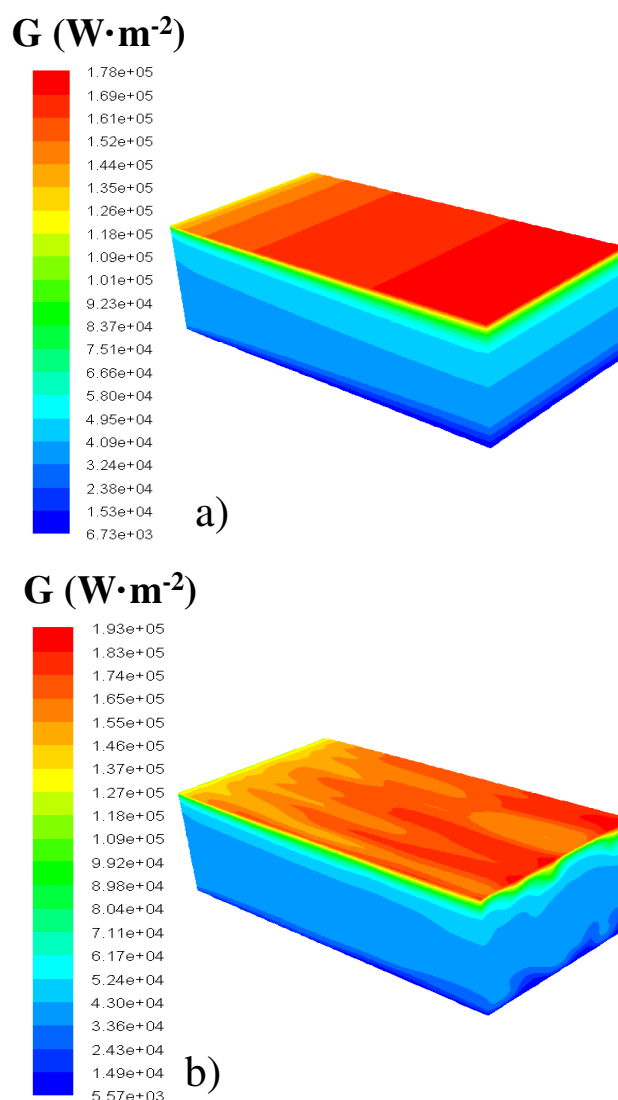


Figura 7.22 – Topologias da intensidade de radiação incidente ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$ ) para o escoamento com  $\text{Re}_\tau = 180$ ,  $\text{Pr} = 0.71$  e  $\tau_0 = 10.0$  no regime permanente: (a) sem TRI, (b) instantâneo com TRI ( $t = 8$  s).

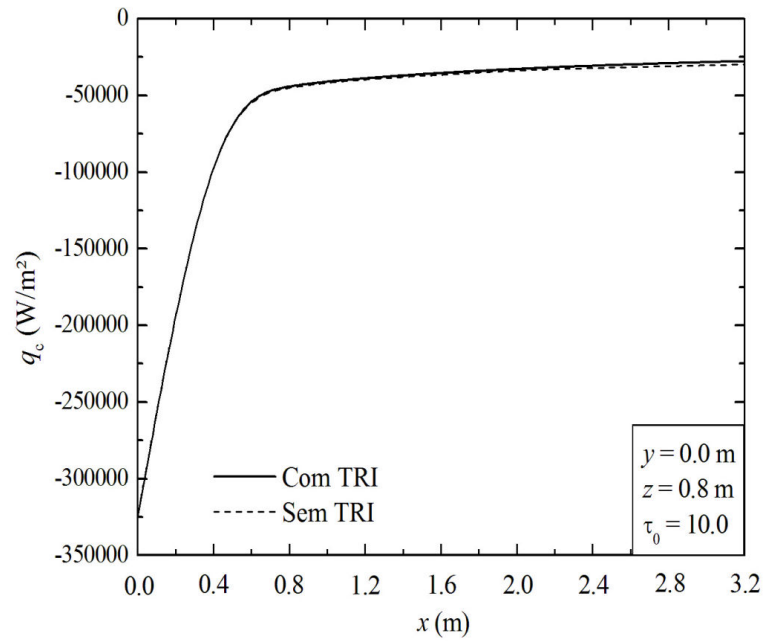
A Figura 7.24 apresenta a comparação entre os fluxos radiantes médios nas superfícies com e sem TRI para o escoamento com  $\text{Re}_\tau = 180$ ,  $\text{Pr} = 0.71$  e  $\tau_0 = 10.0$ . As Figuras 7.24(a) e 7.24(b) mostram os fluxos radiantes médios em função da coordenada  $x$  na linha central das superfícies inferior e superior, respectivamente. Apesar dos fluxos radiantes médios com e sem TRI apresentarem uma tendência similar, as diferenças observadas são consideráveis, principalmente na superfície inferior. As diferenças máximas entre os fluxos radiantes médios com e sem TRI são de 17.9% e 6.2% para as superfícies inferior e superior, respectivamente. Enquanto a diferença média é de 13.1% e 2.9%. Os resultados quantitativos para os fluxos radiantes médios corroboram o que foi observado para as topologias da intensidade de radiação,

ou seja, as estruturas observadas no escoamento em canal (ondas de *Tollmien-Schlichting*, vórtices do tipo *Hairpin* e, principalmente, *Streaks* turbulentos) passam a ser determinantes para a estimativa do campo radiante. Uma vez que essas estruturas não são previstas pela modelagem clássica, desvios consideráveis dos fluxos radiantes médios começam a ser observados. Vale destacar que, o uso de duas metodologias diferentes para abordagem da turbulência (LES e RANS) conduzem a diferenças muito pequenas nos campos de temperatura para a simulação de escoamentos com convecção forçada e nos campos de temperaturas e radiante para meios opticamente finos e intermediários. Dessa forma, os desvios encontrados nas simulações com TRI e sem TRI estão relacionadas com as flutuações e estruturas turbulentas captadas somente a partir da metodologia LES.

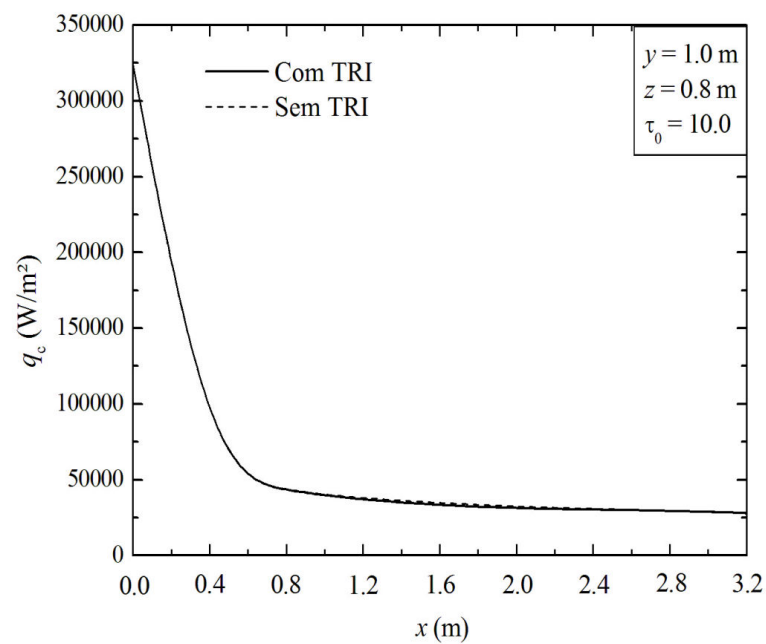
Para o escoamento com  $Re_\tau = 180$ ,  $Pr = 0.71$  e  $\tau_0 = 10.0$ , os fluxos radiantes médios nas superfícies inferior e superior apresentam maior desvio nos pontos ( $x = 2.8$  m,  $y = 0.0$  m,  $z = 0.8$  m) e ( $x = 3.2$  m,  $y = 1.0$  m,  $z = 0.8$  m). Dessa forma, os fluxos radiantes instantâneos para o escoamento com  $Re_\tau = 180$ ,  $Pr = 0.71$  e  $\tau_0 = 10.0$  serão coletados nestes pontos.

As Figuras 7.25(a) e 7.25(b) ilustram os fluxos radiantes instantâneos em função do tempo para os pontos localizados nas superfícies inferior e superior. Neste caso, as maiores diferenças observadas para os fluxos radiantes instantâneos com e sem TRI alcançam 44.0 % e 25.8 % nas superfícies inferior e superior, respectivamente. Mesmo na superfície superior, onde eram encontrados para meios opticamente finos ou médios desvios pequenos, são obtidas para este caso diferenças consideráveis.

Ao contrário do que foi afirmado no trabalho de Gupta et al. (2009), os resultados obtidos para este caso ( $\tau_0 = 10.0$ ) mostram que as interações TRI são relevantes não somente para a predição dos fluxos radiantes instantâneos (como foi para o caso  $\tau_0 = 1.0$ ) mas também para a predição dos fluxos radiantes médios, especialmente na superfície inferior. Contudo, vale destacar que, as flutuações do campo radiante não são suficientes para modificar o campo térmico médio na região das paredes. Dessa forma, os fluxos convectivos médios obtidos com e sem TRI são semelhantes.

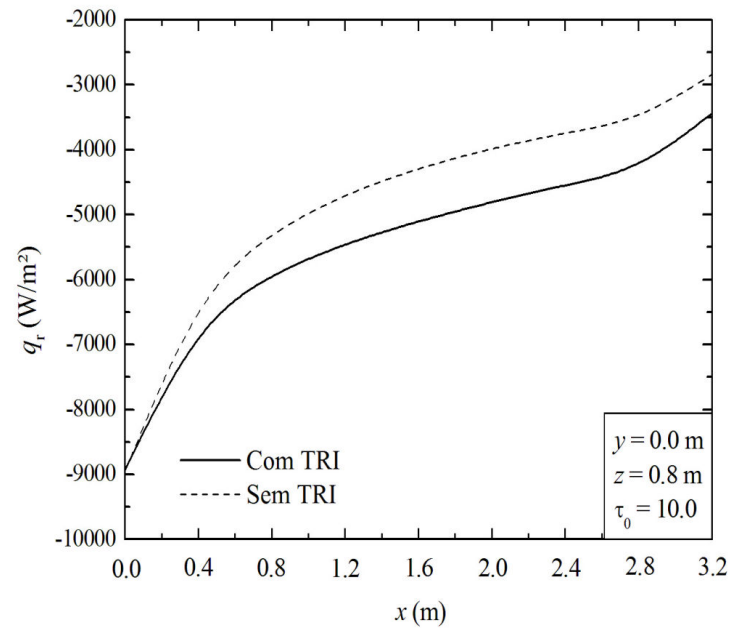


a)

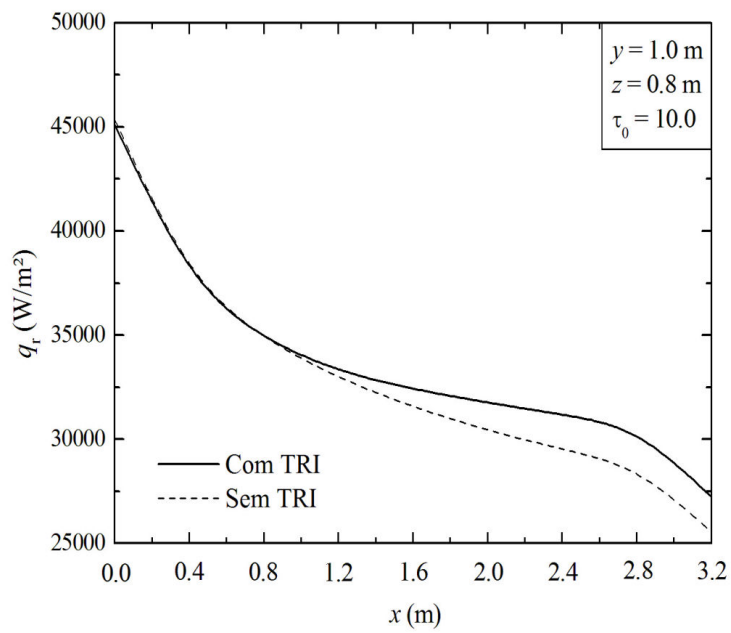


b)

Figura 7.23 – Comparação entre os fluxos convectivos médios ( $W \cdot m^{-2}$ ) com e sem TRI para o escoamento com  $Re_\tau = 180$ ,  $Pr = 0.71$  e  $\tau_0 = 10.0$ : (a) superfície inferior, (b) superfície superior.

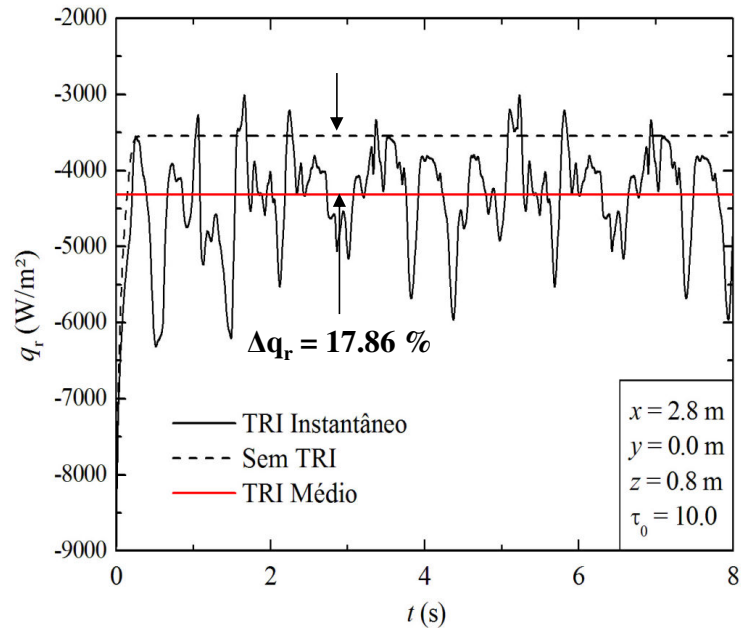


a)

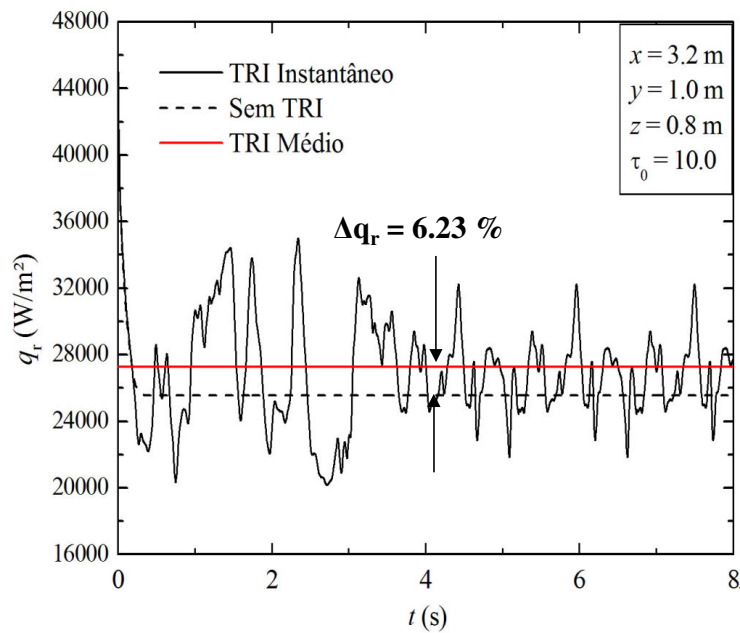


b)

Figura 7.24 – Comparação entre os fluxos radiantes médios ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$ ) com e sem TRI para o escoamento com  $\text{Re}_\tau = 180$ ,  $\text{Pr} = 0.71$  e  $\tau_0 = 10.0$ : (a) superfície inferior, (b) superfície superior.



a)



b)

Figura 7.25 – Comparação entre os fluxos radiantes instantâneos ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$ ) com e sem TRI para o escoamento com  $\text{Re}_\tau = 180$ ,  $\text{Pr} = 0.71$  e  $\tau_0 = 10.0$ : (a) superfície inferior, (b) superfície superior.

### 7.3.5. Meios Opticamente Muito Espessos ( $\tau_0 = 100.0$ )

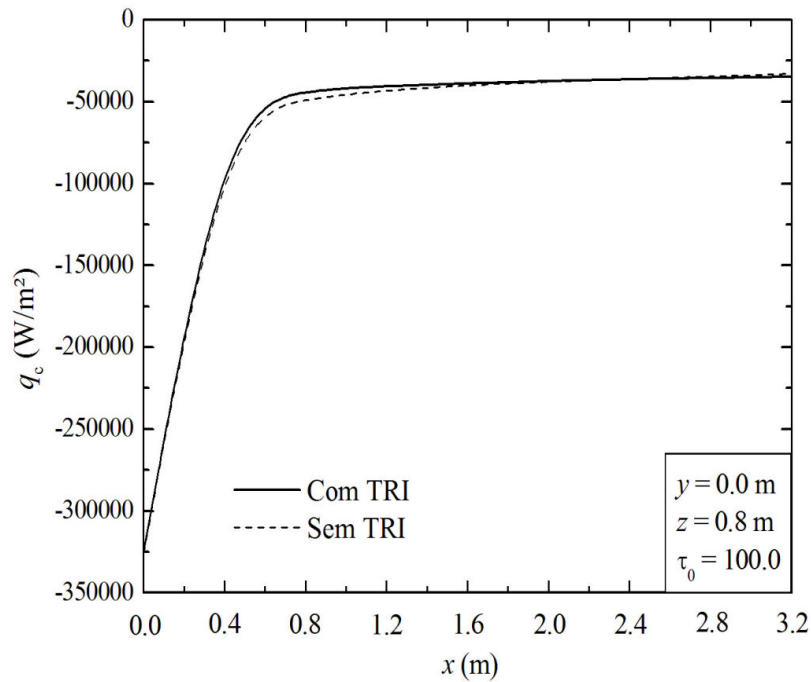
No último caso estudado o meio participante possui uma espessura óptica de  $\tau_0 = 100.0$ . Escoamentos turbulentos não reativos com convecção e radiação térmica para este tipo de meio podem ser encontrados na secção de exaustão de equipamentos térmicos de grandes

dimensões com grande quantidade de fuligem.

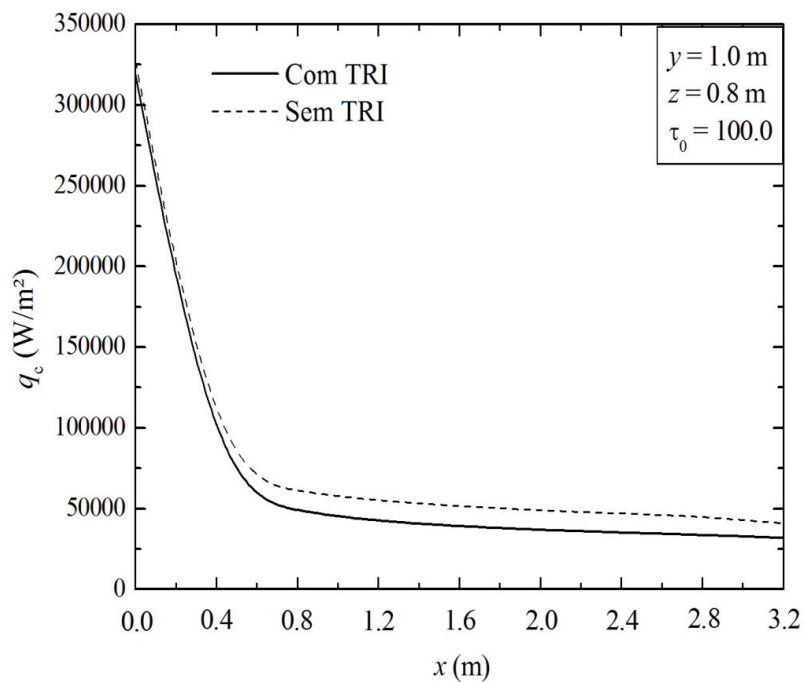
A Figura 7.26 apresenta a comparação entre os fluxos convectivos médios nas superfícies com e sem TRI para o escoamento com  $Re_{\tau} = 180$ ,  $Pr = 0.71$  e  $\tau_0 = 100.0$ . As Figuras 7.26(a) e 7.26(b) mostram os fluxos convectivos médios em função da coordenada  $x$  na linha central das superfícies inferior e superior, respectivamente. As maiores diferenças encontradas são de 11.0 % e 34.8 % nas superfícies inferior e superior, enquanto as diferenças médias são de 4.5 % e 26.3 % para estas mesmas superfícies. O aumento da espessura óptica do meio participante conduziu a um aumento considerável da diferença entre os fluxos convectivos médios com e sem TRI, especialmente na superfície superior onde o meio absorve maior quantidade de energia radiante. Esse comportamento não havia sido observado para nenhum dos casos anteriores ( $\tau_0 = 0.01$ ,  $\tau_0 = 0.10$ ,  $\tau_0 = 1.0$  e  $\tau_0 = 10.0$ ). Para este caso, as flutuações do campo radiante são tão intensas que afetam sensivelmente a divergência do fluxo radiante. Esta por sua vez induzem diferenças nos campos térmicos preditos sem e com TRI na região próxima as superfícies do canal, principalmente na superfície superior. Dessa forma, para o meio participante analisado aqui ( $\tau_0 = 100.0$ ) as interações TRI também são relevantes para a predição dos fluxos convectivos médios.

A Figura 7.27 exibe a comparação entre os fluxos radiantes médios nas superfícies com e sem TRI para o escoamento com  $Re_{\tau} = 180$ ,  $Pr = 0.71$  e  $\tau_0 = 100.0$ . As Figuras 7.27(a) e 7.27(b) ilustram os fluxos radiantes médios em função da coordenada  $x$  na linha central das superfícies inferior e superior, respectivamente. Os fluxos radiantes médios apresentam um comportamento semelhante aos fluxos convectivos médios. As diferenças máximas entre os fluxos radiantes médios com e sem TRI são de 15.3 % e 18.4 % para as superfícies inferior e superior, enquanto as diferenças médias são de 6.9 % e 15.0 %. Uma causa para o decréscimo da diferença entre os fluxos radiantes médios com e sem TRI na superfície inferior do escoamento com espessura óptica de  $\tau_0 = 10.0$  (17.9%) para o caso com  $\tau_0 = 100.0$  (15.3%) está ligada ao comportamento do fluxo convectivo na saída do canal (ponto onde ocorrem as maiores diferenças) para os dois casos. Para  $\tau_0 = 10.0$  o fluxo convectivo obtido com TRI é 4.87 % menor do que o fluxo sem TRI na saída do canal. Enquanto isso, para  $\tau_0 = 100.0$  o fluxo convectivo obtido com TRI é 11.0 % maior do que o fluxo sem TRI. Na superfície superior, o grande desvio entre os fluxos radiantes com e sem TRI se deve as modificações do campo térmico na região da parede. Conforme dito anteriormente, esta modificação está relacionada com a diferença significativa obtida para os termos fonte de energia preditos com e sem TRI.





a)



b)

Figura 7.26 – Comparação entre os fluxos convectivos médios ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$ ) com e sem TRI para o escoamento a  $\text{Re}_\tau = 180$ ,  $\text{Pr} = 0.71$  e  $\tau_0 = 100.0$ : (a) superfície inferior, (b) superfície superior.

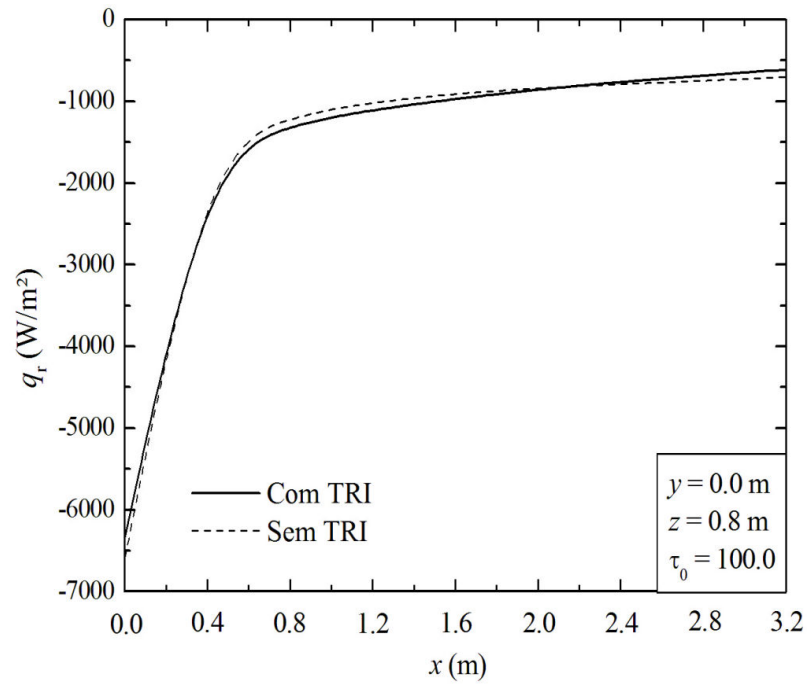
Para o escoamento com  $\text{Re}_\tau = 180$ ,  $\text{Pr} = 0.71$  e  $\tau_0 = 100.0$ , os fluxos radiantes médios nas superfícies inferior e superior apresentam maior desvio nos pontos ( $x = 3.2$  m,  $y = 0.0$  m,  $z = 0.8$  m) e ( $x = 1.2$  m,  $y = 1.0$  m,  $z = 0.8$  m). Dessa forma, os fluxos radiantes instantâneos para o

escoamento a  $Re_\tau = 180$ ,  $Pr = 0.71$  e  $\tau_0 = 100.0$  serão coletados nestes pontos.

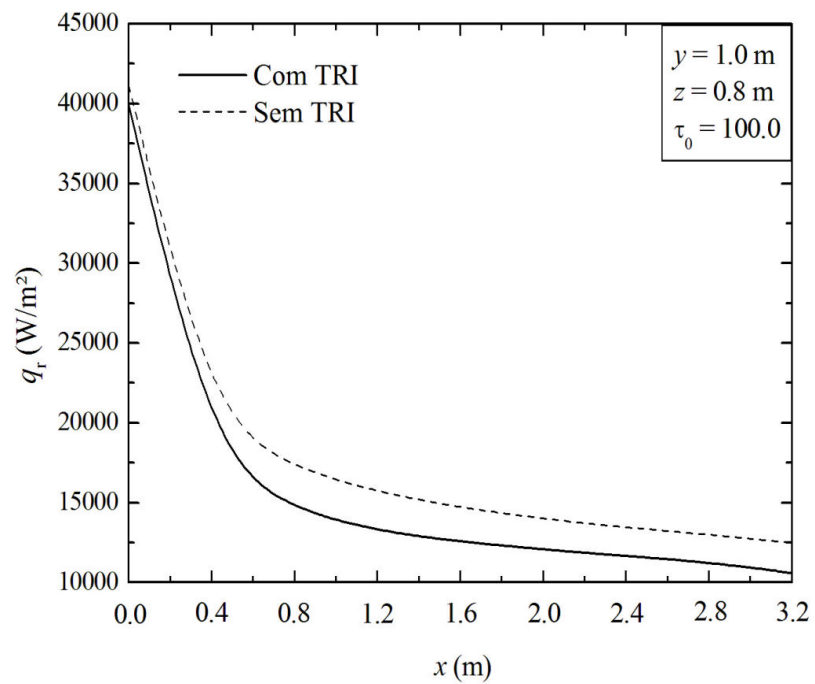
As Figuras 7.28(a) e 7.28(b) ilustram os fluxos radiantes instantâneos em função do tempo para os pontos localizados nas superfícies inferior e superior. Neste caso, as maiores diferenças observadas para os fluxos radiantes instantâneos com e sem TRI são de 325.0 % e 97.9 % nas superfícies inferior e superior, respectivamente. Para ambas as superfícies, as diferenças para os fluxos radiantes instantâneos são significativamente grandes. Esses resultados indicam que, quando as interações TRI são negligenciadas, os desvios na predição dos fluxos radiantes instantâneos são elevados.

Os resultados, de uma forma geral, recomendam que para escoamentos não reativos com transferência de calor por convecção e radiação térmica em meios opticamente bastante espessos as interações TRI não somente são relevantes para a predição dos fluxos radiantes médios e instantâneos, mas também para a predição dos fluxos convectivos médios.

A Figura 7.29 apresenta os fluxos radiantes médios nas superfícies do canal para as várias espessuras ópticas estudadas neste trabalho ( $\tau_0 = 0.01, 0.10, 1.0, 10.0$  e  $100.0$ ). Estes resultados são uma compilação dos resultados apresentados nas Fig. 7.12, 7.15, 7.19, 7.24 e 7.27. Contudo, esta nova figura permite uma avaliação global do efeito do aumento da espessura óptica nos fluxos radiantes médios da superfície inferior, Fig. 7.29(a), e superior, Fig. 7.29(b). Na Figura 7.29(a) pode ser visto que o fluxo radiante médio que incide sobre a superfície inferior diminui com o aumento da espessura óptica, refletindo o aumento da absorção do meio participante. Este aumento da absorção também é responsável pela diminuição do fluxo radiante emitido pela superfície superior do canal, Fig. 7.29(b). Outra observação importante está relacionada ao comportamento do fluxo radiante médio em função do aumento da espessura óptica. Para meios opticamente finos,  $\tau_0 = 0.01$  e  $0.10$ , a maior quantidade de energia radiante é transportada da região central da superfície superior em direção à região central da superfície inferior, mais precisamente em duas regiões da superfície inferior. Para a espessura óptica  $\tau_0 = 1.0$ , a maior quantidade de energia radiante passa a ser transportada a partir da região de entrada até  $x = 2.5$  m. Na superfície inferior, os dois pontos de maior incidência de energia radiante passam a ser uma faixa na região central da superfície. Para as espessuras ópticas  $\tau_0 = 10.0$  e  $100.0$ , o comportamento do fluxo radiante médio passa a ser semelhante ao do fluxo convectivo médio, mostrando a maior interação entre os campos convectivo e radiante. Além disso, também pode ser verificado para as espessuras ópticas de  $\tau_0 = 10.0$  e  $100.0$  um maior desvio entre as predições com TRI (linha contínua) e sem TRI (linha tracejada).

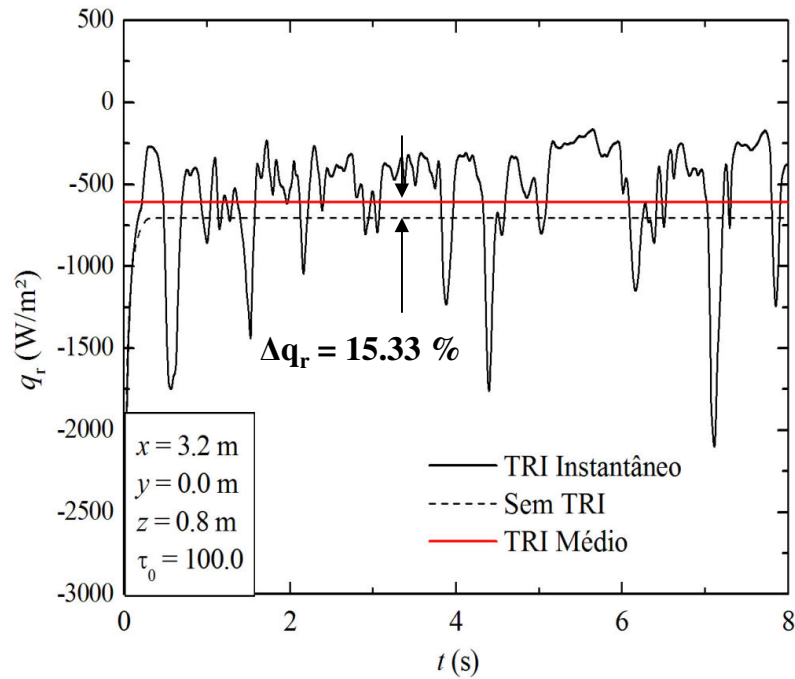


a)

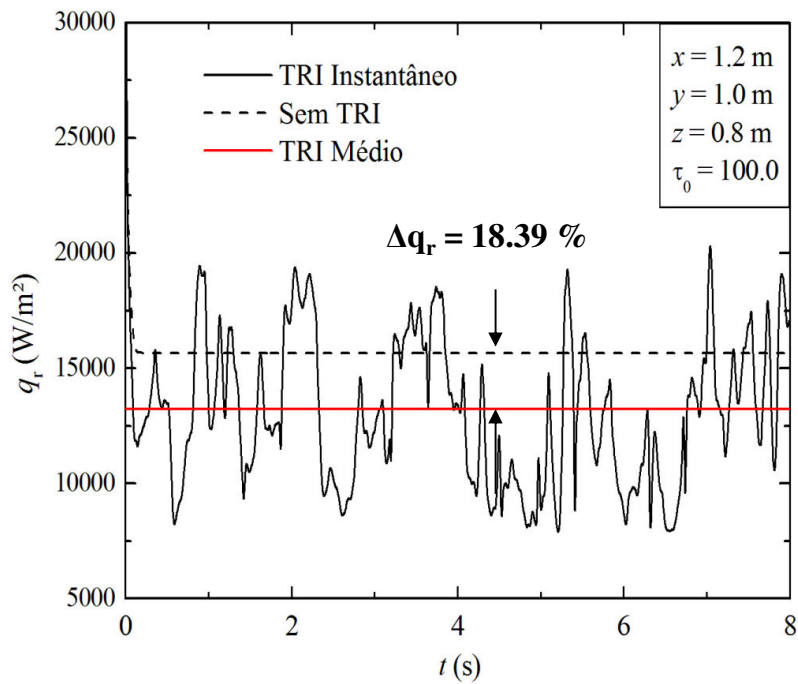


b)

Figura 7.27 – Comparação entre os fluxos radiantes médios ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$ ) com e sem TRI para o escoamento com  $\text{Re}_\tau = 180$ ,  $\text{Pr} = 0.71$  e  $\tau_0 = 100.0$ : (a) superfície inferior, (b) superfície superior.



a)

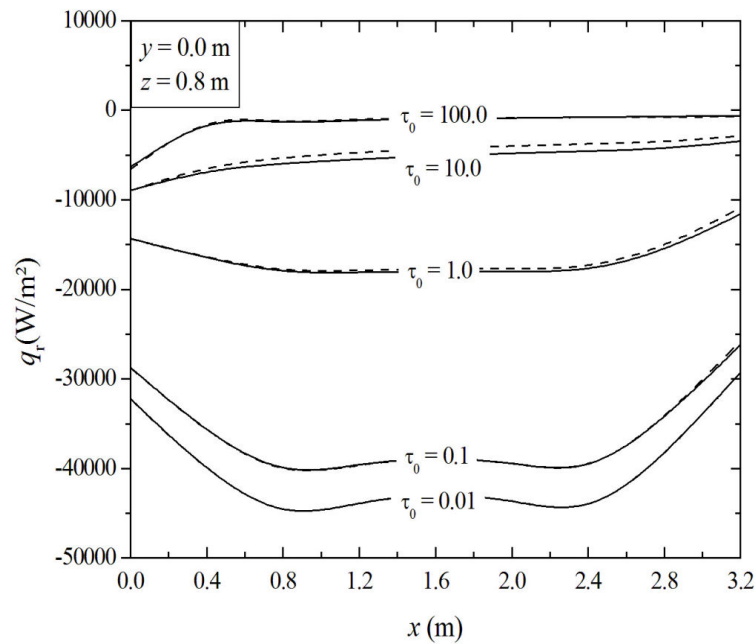


b)

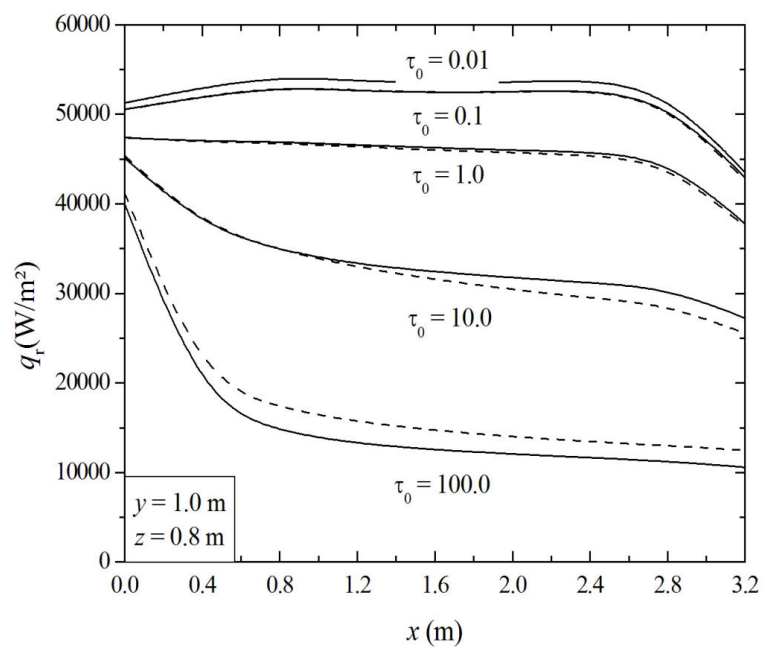
Figura 7.28 – Comparação entre os fluxos radiantes instantâneos ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$ ) com e sem TRI para o escoamento com  $\text{Re}_\tau = 180$ ,  $\text{Pr} = 0.71$  e  $\tau_0 = 100.0$ : (a) superfície inferior, (b) superfície superior.

Para finalizar o estudo a respeito das interações TRI em canais, é obtida a divergência temporal média do fluxo radiante, que corresponde ao termo fonte radiante, na superfície de saída do canal para todos os casos investigados. Os resultados são coletados, mais precisamente,

em uma linha definida por dois pontos de coordenadas: ( $x_1 = 3.2$  m,  $y_1 = 0.0$  m,  $z_1 = 0.8$  m) e ( $x_2 = 3.2$  m,  $y_2 = 1.0$  m,  $z_2 = 0.8$  m). Esta secção foi eleita em função dos maiores desvios para os fluxos convectivo e radiante médios terem sido encontrados, em geral, nesta região.



a)



b)

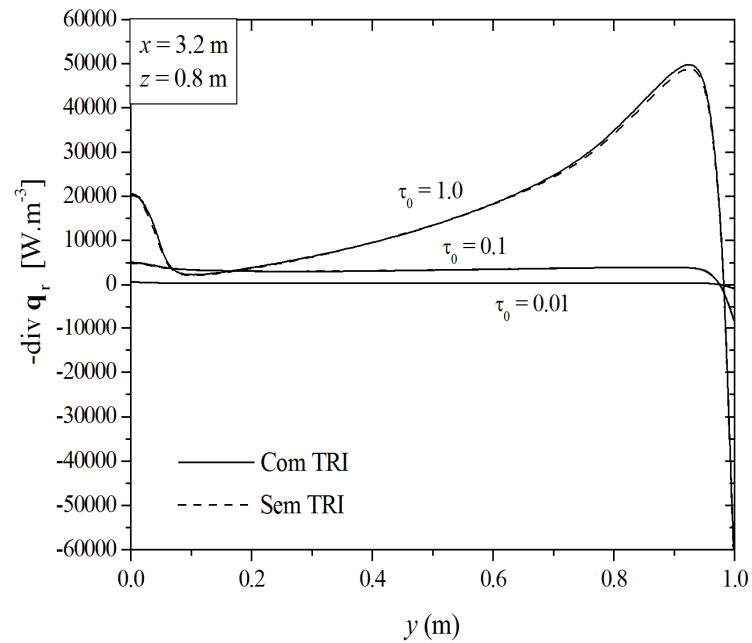
Figura 7.29 – Comparação entre os fluxos radiantes médios ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$ ) para várias espessuras ópticas: (a) superfície inferior, (b) superfície superior.

A Figura 7.30 apresenta a divergência temporal média do fluxo radiante ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-3}$ ) em

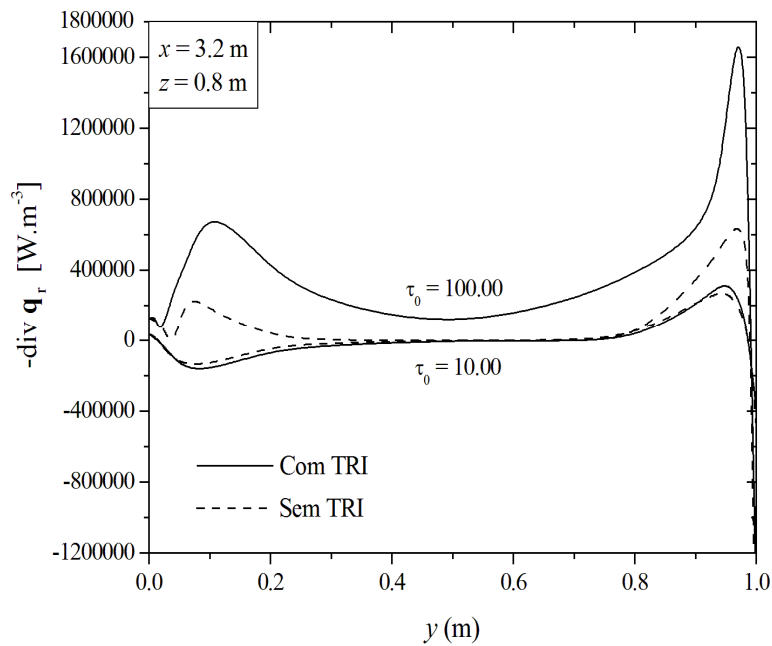
função da coordenada  $y$  na secção de saída do canal. Devido à existência de uma grande diferença entre as magnitudes das divergências dos fluxos radiantes obtidas para os meios participantes com várias espessuras ópticas ( $0.01 \leq \tau_0 \leq 100.0$ ), os resultados foram divididos em dois gráficos.

A Figura 7.30(a) ilustra a divergência temporal média do fluxo radiante em função da coordenada  $y$  para os escoamentos com as espessuras ópticas de  $\tau_0 = 0.01$  a  $1.0$ . Os desvios máximos entre as predições com e sem TRI são de  $3.51\%$ ,  $3.75\%$  e  $9.82\%$  para os casos com espessura óptica de  $\tau_0 = 0.01$ ,  $0.10$  e  $1.0$ , respectivamente. Enquanto isso, os desvios médios são de  $0.41\%$ ,  $2.06\%$  e  $3.32\%$  para os mesmos casos. Em geral, é possível observar que, para nenhum dos escoamentos com  $\tau_0$  entre  $0.01$  e  $1.0$  há uma diferença significativa entre as predições com e sem TRI. Uma vez que a divergência média do fluxo radiante é pouco afetada para os casos onde as interações TRI são levadas em consideração, os campos térmico e radiante médios também sofrem pouca influência das interações TRI. Conseqüentemente, os efeitos das interações TRI são negligenciáveis não somente para a predição dos fluxos convectivos e radiantes médios, mas também para a predição dos campos térmico e radiante médios.

A Figura 7.30(b) apresenta a divergência temporal média do fluxo radiante em função da coordenada  $y$  para escoamentos em meios participantes com espessuras ópticas de  $\tau_0 = 10.0$  e  $100.0$ . Ao contrário do que ocorreu para os casos anteriores, desvios consideráveis são encontrados para ambos os casos. Para  $\tau_0 = 10.0$  a diferença média entre os resultados encontrados com e sem TRI é de aproximadamente  $29.0\%$ , enquanto o desvio máximo é de  $41.49\%$ . Apesar desta diferença, o fluxo convectivo médio nas superfícies do canal não sofre grandes alterações, provavelmente devido à condição local (regiões superficiais) do campo de temperaturas não ter sofrido grandes alterações. Para  $\tau_0 = 100.0$  as diferenças máxima e média entre as divergências dos fluxos radiantes com e sem TRI são ainda maiores,  $126.85\%$  e  $89.02\%$ , respectivamente. Apesar dos perfis das divergências médias obtidas com e sem TRI para  $\tau_0 = 100.0$  apresentarem alguma semelhança, as interações TRI afetam significativamente os campos térmico e radiante médios. Isso ocasiona modificações nos fluxos convectivo e radiante médios do canal. A Figura 7.31 apresenta os desvios percentuais máximos e médios para a divergência temporal média do fluxo radiante em função da espessura óptica do meio participante ( $\tau_0$ ). É possível observar que o comportamento dos desvios possui apenas um leve crescimento na faixa  $0.01 \leq \tau_0 \leq 1.0$ . Conforme o meio participante torna-se mais espesso os desvios aumentam consideravelmente, principalmente para a faixa de meios participantes espessos e muito espessos ( $1.0 \leq \tau_0 \leq 10.0$ ).



a)



b)

Figura 7.30 – Divergência média do fluxo radiante ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-3}$ ) em função da altura na saída do canal para várias espessuras ópticas: (a)  $\tau_0 = 0.01, 0.10$  e  $1.0$ ; (b)  $\tau_0 = 10.0$  e  $100.0$ .

Os resultados da divergência temporal média do fluxo radiante corroboram o que havia sido observado para os fluxos convectivo e radiante médios, ou seja, é importante levar em consideração as interações TRI para meios de espessura óptica  $\tau_0 \geq 10.0$ . É importante observar que os resultados encontrados aqui não estão de acordo com o afirmado por Gupta et al. (2009)

para todas as espessuras ópticas avaliadas. As diferenças encontradas se devem à forma de predição da divergência temporal média do fluxo radiante sem TRI. No estudo de Gupta et al. (2009), tal predição é realizada por meios de LES, enquanto no presente trabalho a mesma é feita no âmbito de RANS. Dessa forma, a divergência média do fluxo radiante sem TRI em Gupta et al. (2009) leva em consideração as flutuações do campo de temperaturas, o que não é feito neste estudo. Uma observação importante é que o uso da modelagem clássica para meios opticamente espessos ( $\tau_0 \geq 10$ ) conduz a desvios significativos para a predição dos fluxos radiantes médios. Para meios muito espessos ( $\tau_0 \geq 100$ ) a modelagem clássica também leva a predições inadequadas dos fluxos convectivos.

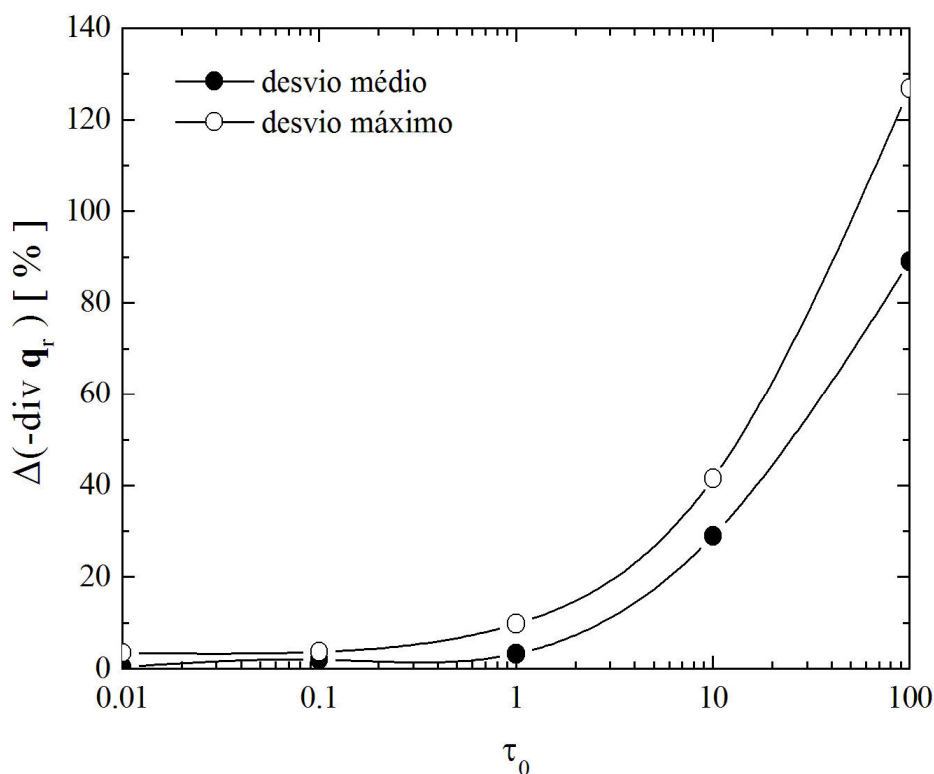


Figura 7.31 – Desvios percentuais máximo e médio da divergência temporal média do fluxo radiante em função da espessura óptica do meio participante ( $\tau_0$ ).

### 7.3.6. Resultados Finais

Para encerrar a secção, é investigado o efeito da radiação térmica (para várias espessuras ópticas) sobre o comportamento médio e as estatísticas do campo de temperaturas para escoamentos no regime permanente. Vale destacar que serão estudados escoamentos com camadas limites fluidodinâmica e térmica plenamente desenvolvidas. Para tal, são impostos na



entrada do canal perfis de velocidades e temperaturas através de leis de potência (Anexo I).

As Figuras 7.32(a) – 7.32(d) apresentam os campos médios de temperaturas para os escoamentos a  $Re_\tau = 180$ ,  $Pr = 0.71$  e  $\tau_0 = 0.01, 1.0, 10.0$  e  $100.0$ , respectivamente, para os escoamentos plenamente desenvolvidos no regime permanente. De uma forma geral, as topologias dos campos médios de temperaturas não apresentam diferenças sensíveis, exceto para  $\tau_0 = 10.0$ , onde é visto um aumento da magnitude do campo de temperaturas próximo à superfície superior na saída do canal. Além disso, é observado que as estruturas na região de saída parecem de maior dimensão. Para uma espessura óptica maior ( $\tau_0 = 100.0$ ) o comportamento médio do campo de temperaturas se aproxima do comportamento observado para os casos com espessura óptica mais fina ( $\tau_0 = 0.01$  e  $1.0$ ).

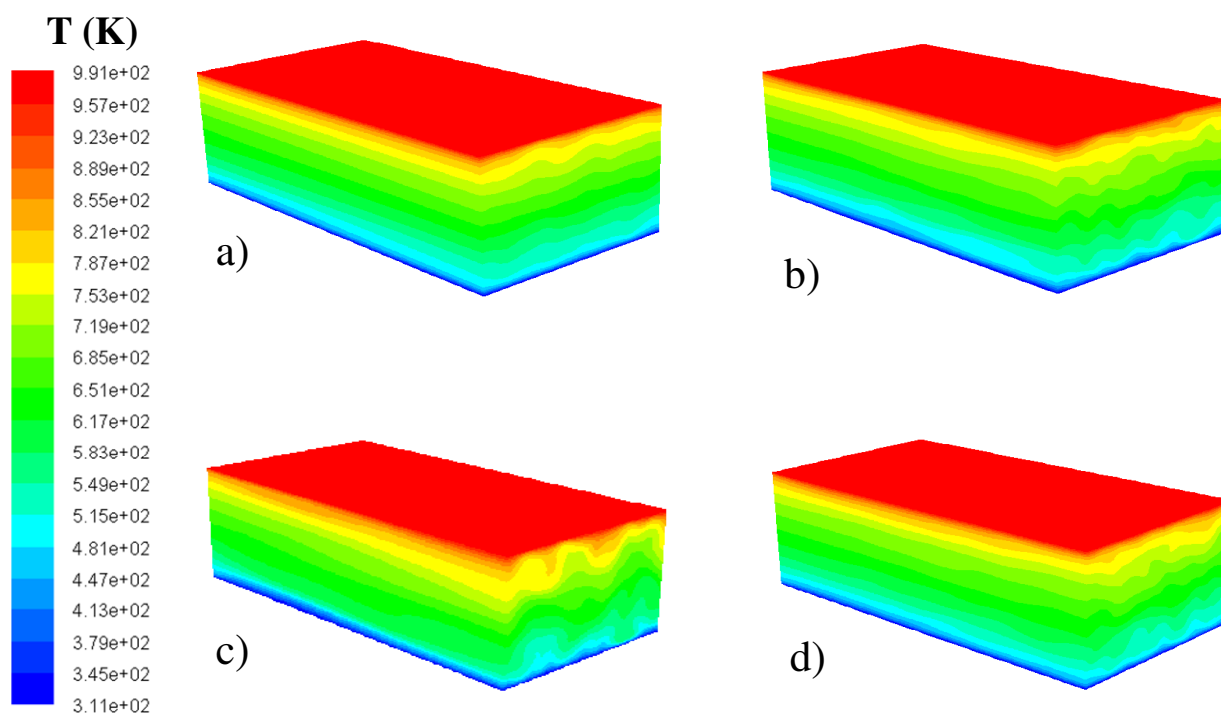


Figura 7.32 – Topologias do campo médio de temperaturas para o escoamento com  $Re_\tau = 180$  e  $Pr = 0.71$  plenamente desenvolvido no regime permanente para várias espessuras ópticas: (a)  $\tau_0 = 0.01$ , (b)  $\tau_0 = 1.00$ , (c)  $\tau_0 = 10.0$ , (d)  $\tau_0 = 100.0$ .

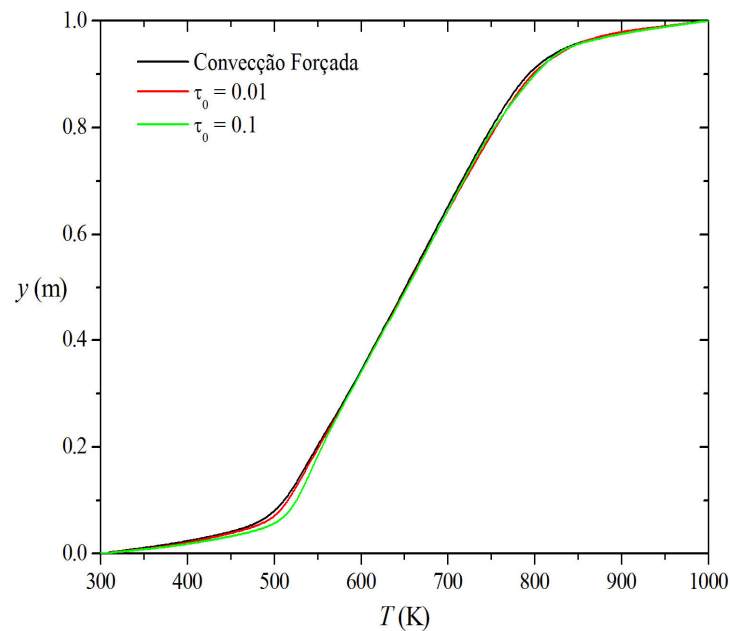
Para avaliar este comportamento quantitativamente, são obtidos os perfis médios de temperaturas na linha de saída do canal. Vale destacar aqui que no trabalho de Gupta et al. (2009) um estudo similar foi realizado. No entanto, naquele estudo, o coeficiente de absorção possuía uma dependência inversa do campo de temperaturas, o que não acontece no presente trabalho, onde o coeficiente de absorção é uma constante ao longo de todo o domínio. Além disso, a

diferença de temperaturas entre as superfícies superior e inferior utilizada nos dois trabalhos e a imposição do escoamento na secção de entrada do canal também são diferentes. Portanto, algumas diferenças entre os resultados obtidos no presente estudo e no trabalho de Gupta et al. (2009) podem ser visualizadas.

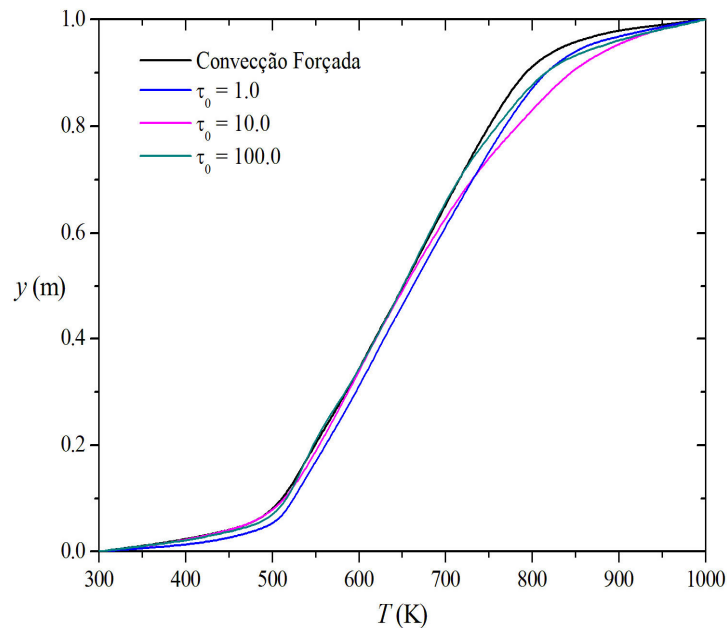
As Figuras 7.33(a) e 7.33(b) apresentam os perfis médios do campo de temperaturas em função da altura do canal ( $y$ ) localizado na secção de saída do canal ( $x = 3.2$  m e  $z = 0.8$  m). Para meios opticamente finos,  $\tau_0 = 0.01$  e  $\tau_0 = 0.10$ , Fig. 7.33(a), os campos médios de temperaturas são muito próximos ao obtido para o caso com convecção forçada. Para estes meios, a energia radiante é transportada da superfície superior para a superfície inferior e uma pequena quantidade de energia é absorvida no meio participante. O campo de temperaturas aumenta ligeiramente ao longo de todo o perfil de temperaturas. Esse comportamento é similar ao observado por Gupta et al. (2009) para meios opticamente muito finos ( $\tau_0 = 0.01$ ). Para  $\tau_0 = 1.0$ , Fig. 7.33(b), apesar da maior parte da energia continuar sendo absorvida na região superior do canal, há uma quantidade maior de energia radiante absorvida ao longo de todo o domínio (inclusive na região inferior). Em média a diferença de temperaturas entre o perfil com espessura óptica de  $\tau_0 = 1.0$  e o caso com convecção forçada foi de aproximadamente 20 K. Conforme a espessura óptica aumenta para  $\tau_0 = 10.0$ , Fig. 7.33(b), o meio participante próximo à superfície superior passa a absorver uma quantidade de energia radiante maior. Dessa forma o campo de temperaturas médio nesta região aumenta razoavelmente, podendo ser observadas diferenças de aproximadamente 60 K para  $y = 0.94$  m. Enquanto isso, na região inferior da cavidade, o campo de temperaturas médio é apenas ligeiramente superior ao caso com convecção forçada. Para um meio com uma espessura de  $\tau_0 = 100.0$ , Fig. 7.33(b), o perfil de temperaturas novamente tende ao obtido para o caso com convecção forçada. Na região superior (para  $y \geq 0.9$  m) o perfil de temperaturas médio situa-se em uma posição intermediária entre os perfis obtidos com espessuras ópticas de  $\tau_0 = 1.0$  e  $10.0$ . De acordo com Gupta et al. (2009) para meios opticamente muito espessos o meio torna-se essencialmente opaco, e a energia radiante emitida é absorvida localmente próximo ao ponto de emissão.

Com relação às estatísticas do campo térmico da turbulência, Fig. 7.34, é possível observar que o campo radiante modificou as estatísticas do campo térmico. Além disso, pode ser notada uma suavização das flutuações do campo térmico próximo às superfícies inferior e superior do canal. Exceto para a simulação com  $\tau_0 = 0.01$ , onde as flutuações do campo de temperaturas são ligeiramente superiores às observadas na região próxima a superfície superior para o escoamento com convecção forçada. Outra observação importante está relacionada ao

aumento das estatísticas da turbulência nas faixas:  $30 \leq y^+ \leq 130$  e  $270 \leq y^+ \leq 330$  para os escoamentos com espessuras ópticas de  $\tau_0 = 0.01$ ,  $0.10$  e  $100.0$ . Para  $\tau_0 = 1.0$  e  $10.0$ , os perfis das estatísticas do campo térmico são suavizados ao longo de toda a linha de saída. Para  $\tau_0 = 100.0$ , há um amortecimento das flutuações muito próximo à superfície superior, enquanto que para o restante das regiões o comportamento é bastante semelhante ao observado para os meios opticamente finos.



a)



b)

Figura 7.33 – Campo médio de temperaturas para o escoamento com  $Re_\tau = 180$  e  $Pr = 0.71$  em função de várias espessuras ópticas: (a)  $\tau_0 = 0.01$  e  $\tau_0 = 0.10$ , (b)  $\tau_0 = 1.0$ ,  $\tau_0 = 10.0$  e  $\tau_0 = 100.0$ .

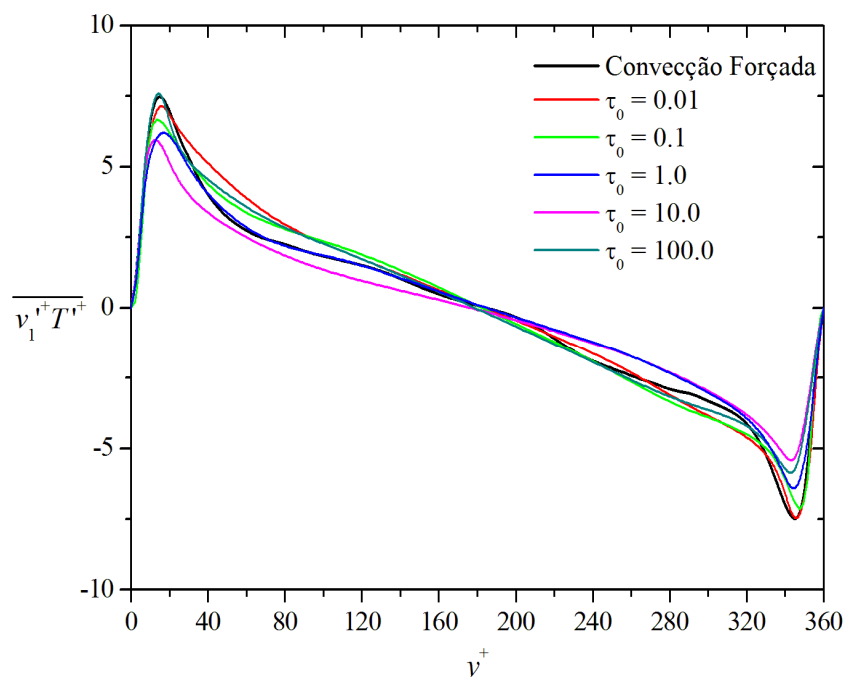


Figura 7.34 – Estatísticas do campo térmico para o escoamento com  $Re_\tau = 180$  e  $Pr = 0.71$  em função de várias espessuras ópticas.

#### 7.4. Estudo da Relevância das Interações TRI em Cavidades Cilíndricas

Uma motivação para estudar este caso reside no fato dos escoamentos turbulentos em cavidades cilíndricas com transferência de calor por convecção e radiação térmica em meios participantes representarem de forma satisfatória câmaras de combustão. Além disso, a simulação desses escoamentos permitirá avaliar a relevância das interações TRI em escoamentos de base cisalhantes livres.

É simulado aqui um escoamento turbulento não reativo em cavidade cilíndrica combinando os mecanismos de convecção e radiação térmica. A Figura 7.35 apresenta o domínio de dimensões  $R = 5.0 \times 10^{-2}$  m,  $R_1 = 12.5 \times 10^{-2}$  m,  $R_2 = 25.0 \times 10^{-2}$  m e  $L = 1.7$  m. Também são apresentadas na Fig. 7.35 as condições de contorno impostas nas presentes simulações. Na entrada da cavidade cilíndrica são impostos perfis de velocidades e temperaturas planos sem perturbações. A velocidade de entrada da chama é de  $v_3 = 100 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  e as propriedades termofísicas são ajustadas de forma a atender aos grupos adimensionais:  $Re_D = 22000$  e  $Pr = 0.71$ . A temperatura de entrada da chama é de  $T_{IN} = 2000$  K. Na saída da cavidade cilíndrica foi imposta uma condição de saída do escoamento (*OUTFLOW*). Para as demais superfícies, foi

imposta uma temperatura  $T_S = 400$  K. No que tange ao problema radiante, novamente, todas as superfícies foram tratadas como negras,  $\varepsilon_W = 1$ . Além disso, o meio participante foi tratado como um gás cinza, assumindo um coeficiente de absorção de  $\kappa = 0.4 \text{ m}^{-1}$  para simular um meio participante com espessura óptica de  $\tau_0 = \kappa \cdot R_2 = 0.1$  (opticamente fino).

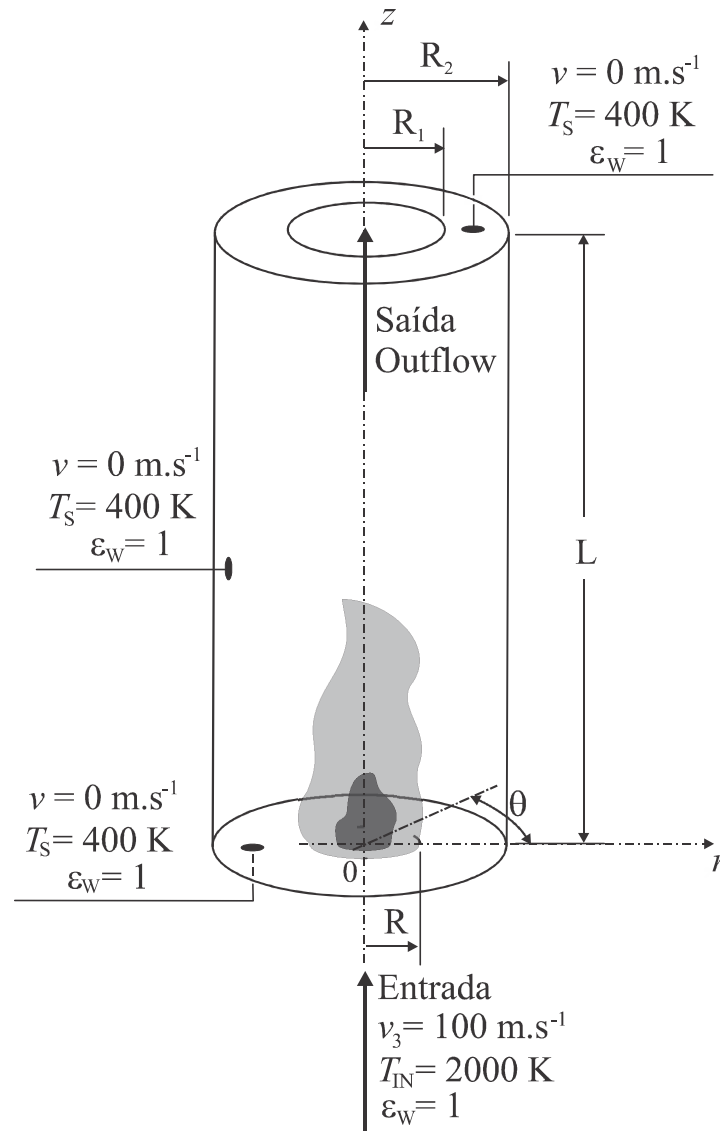


Figura 7.35 – Domínio computacional da chama turbulenta para o escoamento com  $Re_D = 22000$ ,  $Pr = 0.71$  e  $\tau_0 = 0.1$ .

Para este caso específico, o domínio é discretizado em  $50 \times 50 \times 65$  células nas direções  $r$ ,  $\theta$  e  $z$ , respectivamente, para as simulações com LES e RANS. Para ambas as malhas realiza-se um refinamento próximo às superfícies laterais (10 células em  $y^+ = 5$ ) e na região da chama (20 células com uma razão de aspecto de  $AR = 1.05$ ). Nas direções  $\theta$  e  $z$  a malha é considerada uniforme. Para as simulações com LES, o número de onda de corte mínimo é dado

por  $800 \text{ m}^{-1}$ . Com referência à discretização temporal, para todas as simulações realizadas é empregado um passo de tempo de  $\Delta t = 3.0 \times 10^{-5} \text{ s}$ .

Primeiramente, é apresentada uma comparação entre as topologias do campo de temperaturas para o escoamento a  $Re_D = 22000$ ,  $Pr = 0.71$  e  $\tau_0 = 0.1$  quando o escoamento atinge o regime permanente. As Figuras 7.36(a) e 7.36(b) apresentam os campos de temperaturas médios sem e com TRI, respectivamente. É possível observar algumas diferenças entre os jatos. Por exemplo, o jato turbulento obtido com TRI possui maior penetração na direção azimutal do domínio em comparação com o jato sem TRI. Além disso, o jato possui uma largura maior para a simulação sem TRI. Para os campos de velocidades, também são visualizadas diferenças no comprimento de recolamento da camada limite fluidodinâmica, onde para a simulação com TRI (LES) tem-se  $L_{RL} = 1.15 \text{ m}$ , enquanto o comprimento obtido sem TRI (RANS) é de apenas  $L_{RR} = 0.96 \text{ m}$ , que representa uma diferença razoável (16.5 %).

Com intuito de avaliar quantitativamente as diferenças entre os campos de temperaturas médios com e sem TRI são obtidos perfis em função da coordenada radial ( $r$ ) para várias linhas na direção  $z$ . As Figuras 7.37(a), 7.37(b) e 7.37(c) apresentam estes perfis para as seguintes posições:  $z = 0.2 \text{ m}$ ,  $z = 0.4 \text{ m}$  e  $z = 1.2 \text{ m}$ . Na linha de monitoramento posicionada em  $z = 0.2 \text{ m}$ , Fig. 7.37(a), o perfil de temperaturas obtido com TRI possui uma magnitude maior na região de entrada da cavidade,  $-0.05 \text{ m} \leq r \leq 0.04 \text{ m}$ , do que para o escoamento sem TRI. Contudo, o perfil de temperaturas sem TRI possui uma maior magnitude para a região  $0.05 \text{ m} \leq r \leq 0.13 \text{ m}$ . Em média, a magnitude do perfil de temperaturas sem TRI é 0.78 % maior do que a do perfil obtido com TRI. Uma observação importante é que nesta região, onde a maior quantidade de energia radiante é emitida, os campos de temperaturas obtidos com e sem TRI apresentam pequenas diferenças. Para  $z = 0.4 \text{ m}$ , Fig. 7.37(b), um comportamento semelhante é observado para os campos de temperaturas obtidos com e sem TRI, ou seja, na região central do jato ( $-0.07 \text{ m} \leq r \leq 0.04 \text{ m}$ ) a magnitude do perfil de temperaturas com TRI é maior do que a obtida para o perfil sem TRI, enquanto isso, o perfil sem TRI possui maior magnitude para as regiões ( $-0.22 \text{ m} \leq r \leq -0.07 \text{ m}$  e  $0.04 \text{ m} \leq r \leq 0.23 \text{ m}$ ). Em média, a magnitude do perfil de temperaturas sem TRI é 4.93 % mais aquecido do que o perfil com TRI. Para  $z = 1.2 \text{ m}$ , Fig. 7.37(c), pode ser observado que o perfil de temperaturas obtido com TRI é mais aquecido do que o sem TRI. Nesta posição, a diferença média é de 6.68 %. Essa inversão na magnitude dos perfis de temperaturas se deve a maior penetração do jato no domínio para a simulação com TRI.

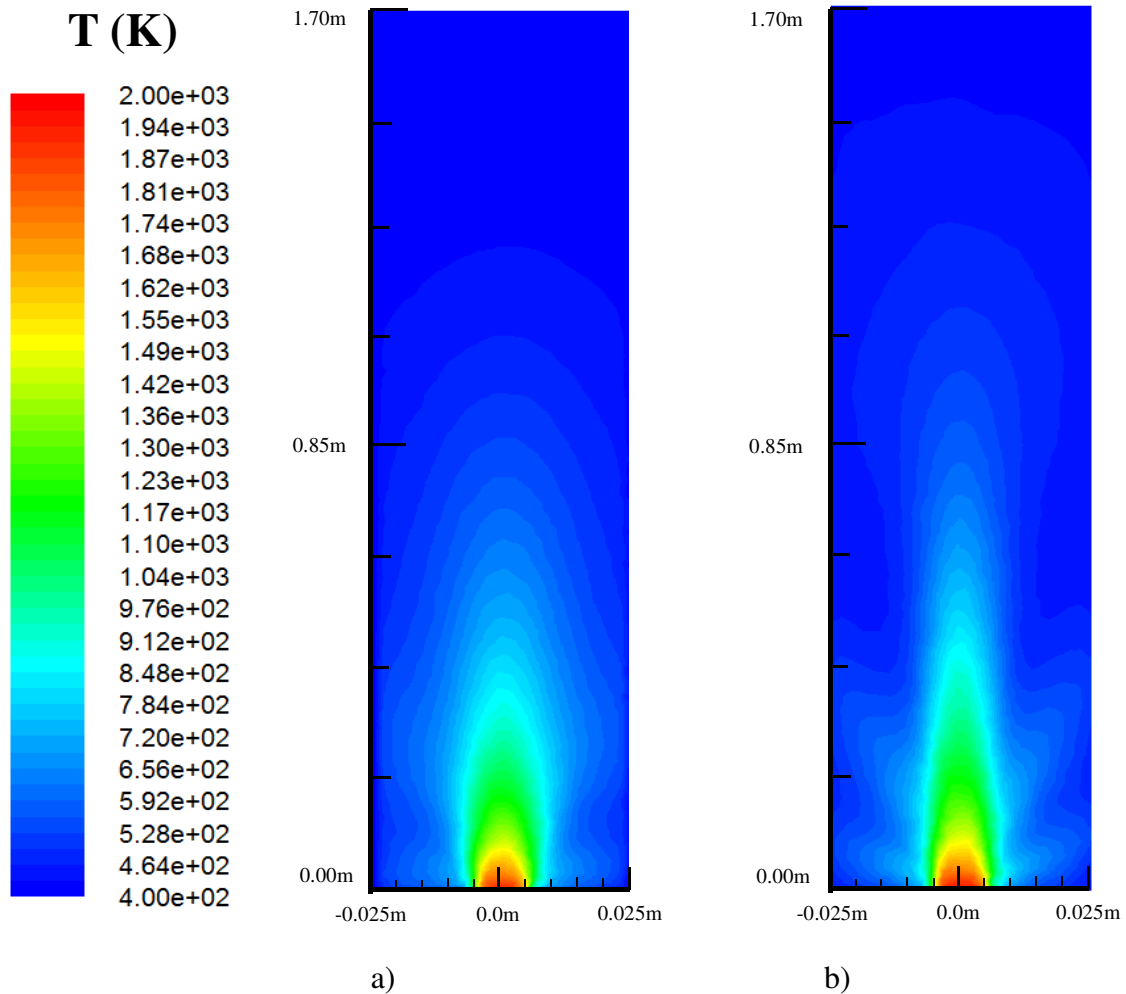


Figura 7.36 – Topologias do campo de temperaturas (K) para o escoamento com  $Re_D = 22000$ ,  $Pr = 0.71$  e  $\tau_0 = 0.1$  no regime permanente: (a) médio sem TRI, (b) médio com TRI.

Para investigar a influência das diferenças dos campos de temperaturas obtidos com e sem TRI no campo radiante, a divergência temporal média do fluxo radiante em função da coordenada radial é obtida para as mesmas posições onde os perfis médios de temperaturas foram avaliados:  $z = 0.2$  m,  $z = 0.4$  m e  $z = 1.2$  m, que são apresentados nas Fig. 7.38(a), 7.38(c) e 7.38(e), respectivamente.

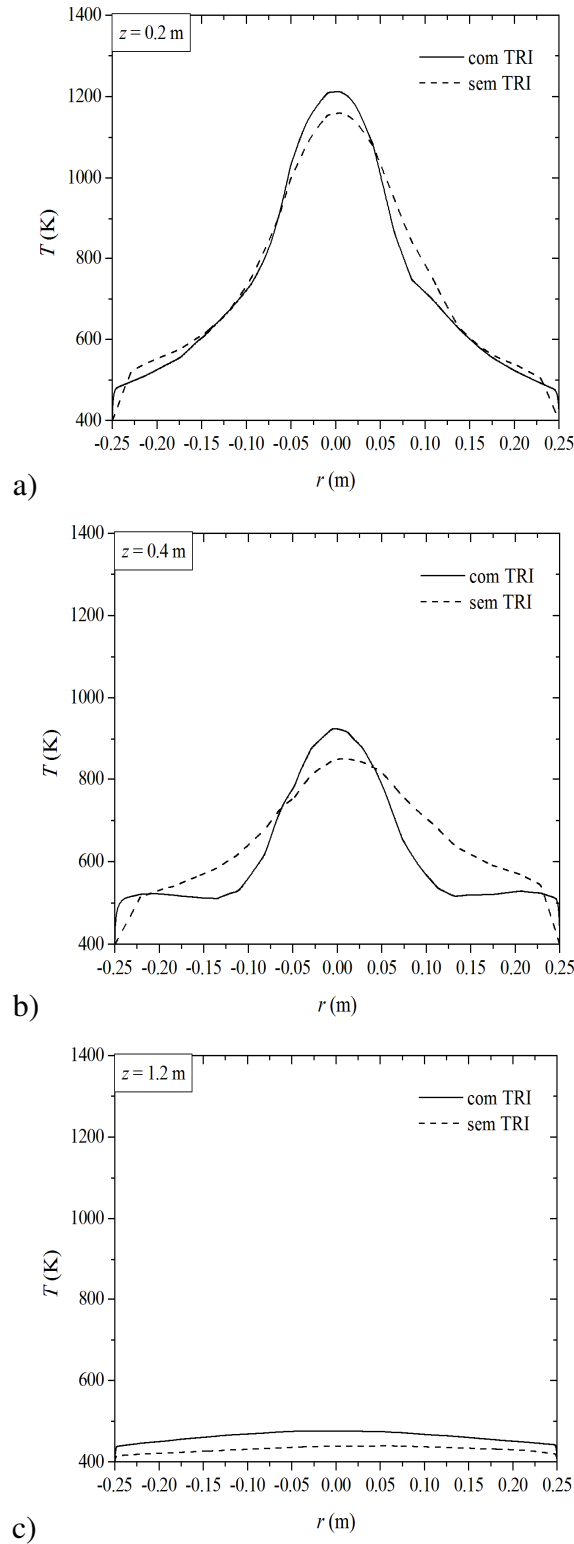


Figura 7.37 – Perfis médios de temperaturas para o escoamento permanente com  $Re_D = 22000$ ,  $Pr = 0.71$  e  $\tau_0 = 0.1$  para várias posições azimutais: (a)  $z = 0.2$  m, (b)  $z = 0.4$  m, (c)  $z = 1.2$  m.

Na região mais próxima a entrada do jato na câmara cilíndrica,  $z = 0.2$  m, a magnitude média da divergência do fluxo radiante com TRI é 6.41 % maior do que para a chama sem TRI, apesar da magnitude média do perfil de temperaturas ser maior para a chama sem TRI.



A maior magnitude da divergência do fluxo radiante na simulação com TRI deve-se a grande influência que a temperatura na região central da chama possui sobre a divergência do fluxo radiante, uma vez que o termo de emissão do fluxo radiante é dependente da temperatura local na quarta potência.

Para  $z = 0.4$  m, Fig. 7.38(b), a maior magnitude do perfil de temperaturas com TRI na região central não é suficiente para que a magnitude da divergência do fluxo radiante com TRI seja maior do que a obtida sem TRI. A magnitude da divergência do fluxo radiante sem TRI é 8.61 % maior do que a obtida com TRI. Também é possível notar que, em média, a magnitude da divergência do fluxo radiante para  $z = 0.4$  m é aproximadamente 2.4 vezes menor do que a obtida para  $z = 0.2$  m. Isso ocorre em consequência do resfriamento do campo de temperaturas em direção à saída da cavidade cilíndrica.

Para  $z = 1.2$  m, Fig. 7.38(c), a magnitude da divergência do fluxo radiante é drasticamente reduzida em função da forte redução do campo de temperaturas. Além disso, em função do maior comprimento do jato para as simulações com TRI, não somente a magnitude do campo de temperaturas é maior, mas também a divergência do fluxo radiante. Em média, a diferença entre a divergência do fluxo radiante para a simulação com e sem TRI é de aproximadamente 59.0 %.

A densidade de potência espectral das flutuações da intensidade de radiação obtidas para as simulações com e sem TRI são plotadas em função da frequência, Fig. 7.39. Os dados foram coletados em dois pontos de monitoramento numérico com coordenadas:  $r = 0.025$  m,  $\theta = 0$  rad,  $z = 0.2$  m e  $r = 0.025$  m,  $\theta = 0$  rad,  $z = 0.4$  m. A densidade de potência espectral para o campo radiante é semelhante ao observado para outras variáveis do escoamento turbulento (velocidades, temperaturas) exibindo uma região portadora de energia a baixas frequências, uma região inercial nas frequências intermediárias e um aumento do decaimento no espectro da turbulência para as maiores frequências. Esse comportamento foi concordante com o observado no estudo experimental e numérico de Kounalakis et al. (1988) para o escoamento de chamas turbulentas reativas. Verifica-se que o espectro com TRI possui uma magnitude maior do que o espectro sem TRI para as duas posições analisadas ( $z = 0.2$  m e  $z = 0.4$  m), em virtude da maior quantidade de energia radiante emitida nesta região da chama para a simulação com TRI. Além disso, o espectro com TRI é influenciado pela frequência de desprendimento de vórtices, especialmente na posição mais próxima da chama,  $z = 0.2$  m. É possível que, nesta região, a influência do desprendimento de vórtices possa afetar o fluxo radiante médio nas superfícies da cavidade cilíndrica.

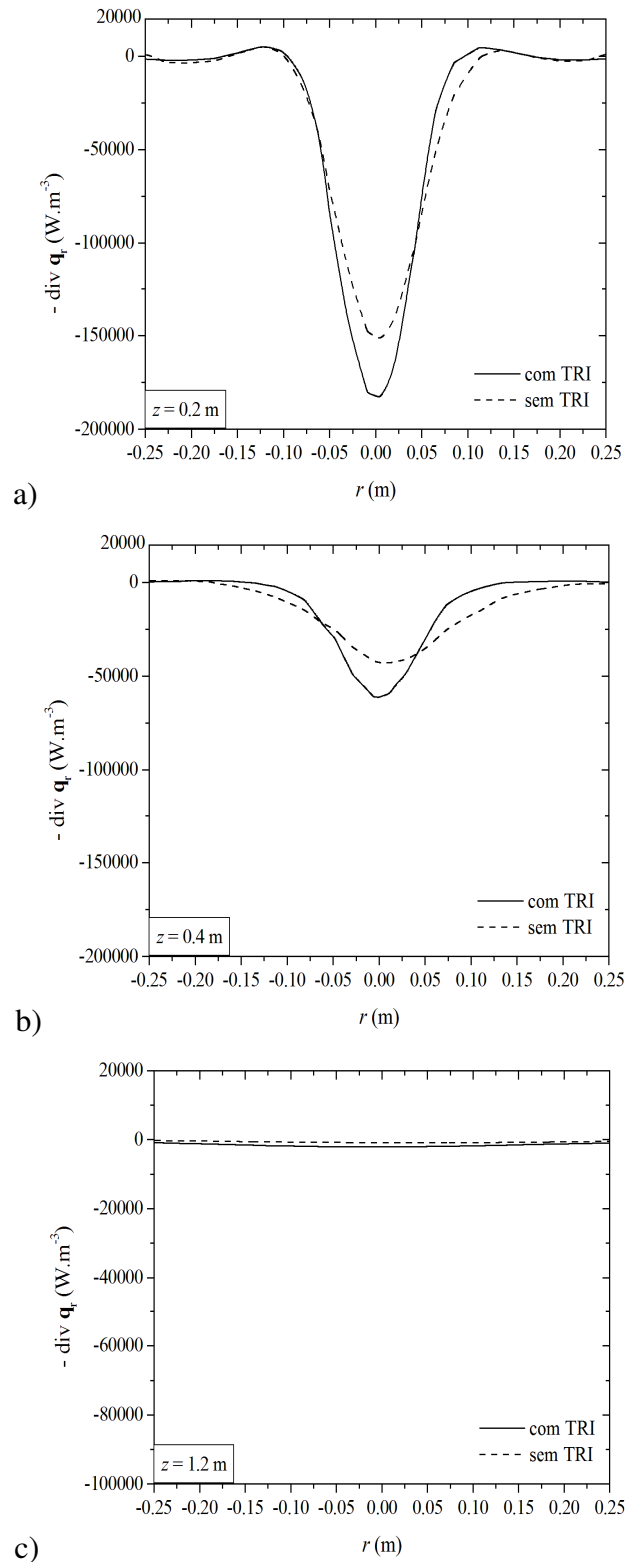


Figura 7.38 – Divergência do fluxo radiante para o escoamento com  $Re_D = 22000$ ,  $Pr = 0.71$  e  $\tau_0 = 0.1$  no regime permanente para várias posições azimutais: (a)  $z = 0.2 \text{ m}$ , (b)  $z = 0.4 \text{ m}$ , (c)  $z = 1.2 \text{ m}$ .

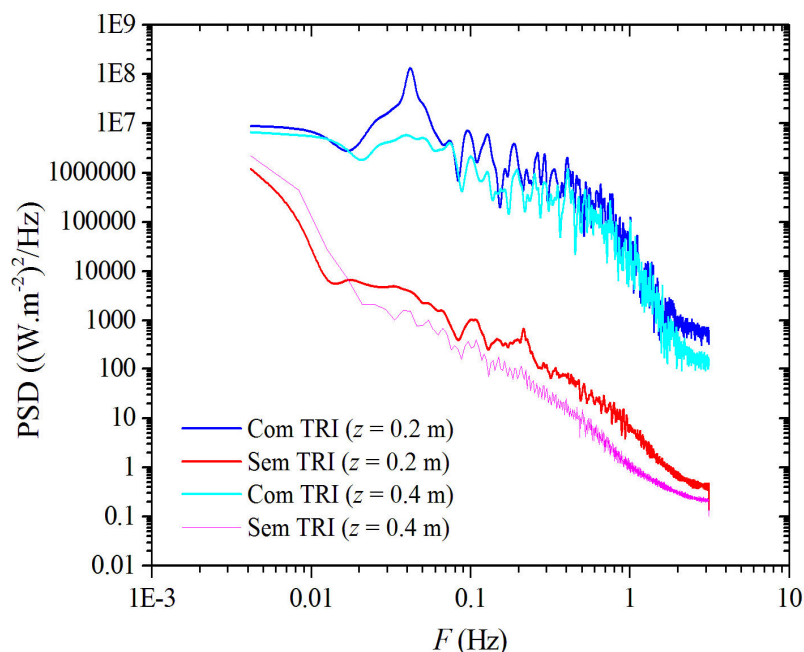


Figura 7.39 – Densidade de potência espectral (PSD) das flutuações da intensidade de radiação obtidas nas posições:  $r = 0.025$  m,  $z = 0.2$  m e  $r = 0.025$  m,  $z = 0.4$  m.

A Figura 7.40 ilustra o fluxo radiante obtido com e sem TRI em uma linha posicionada na superfície da câmara cilíndrica, mais precisamente na linha definida pelos pontos:  $P_1(r = 0.025\text{m}, \theta = 0 \text{ rad e } z = 0.0 \text{ m})$  e  $P_2(r = 0.025\text{m}, \theta = 0 \text{ rad e } z = 1.7 \text{ m})$ . Os resultados dos fluxos radiantes na superfície da cavidade cilíndrica indicam que, na região onde os efeitos transientes não são corretamente preditos (desprendimento de vórtices), o uso do modelo  $k-\epsilon$  conduz a resultados concordantes com os obtidos a partir da metodologia LES. A maior diferença encontrada na faixa  $0.0 \text{ m} \leq z \leq 0.6 \text{ m}$  é de aproximadamente 0.7 %. Nesta região do escoamento, o fluxo radiante foi maior sem TRI do que com TRI, semelhante ao observado anteriormente por Mazumder e Modest (1999). Conforme a coordenada azimutal aumenta a magnitude do fluxo radiante sobre a superfície da cavidade cilíndrica decresce sensivelmente e as diferenças entre as previsões com e sem TRI aumentam para valores na ordem de 4.7 % ( $z = 1.7$  m). Nessa região, a magnitude do fluxo radiante obtida com TRI passa a ser maior. Esse comportamento, certamente, se deve à maior penetração do jato aquecido nas simulações obtidas com TRI (LES). Vale destacar que, apesar disso, a diferença média entre o fluxo radiante com e sem TRI foi inferior a 2.0%.

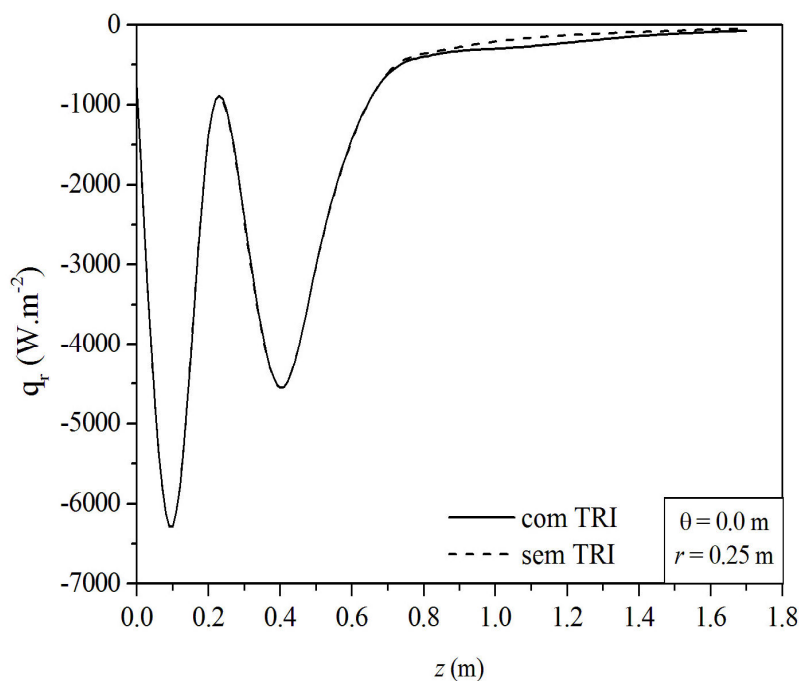


Figura 7.40 – Fluxo radiante médio ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$ ) na superfície da câmara cilíndrica obtido com e sem TRI.

A principal causa para as diferenças encontradas entre os campos de temperaturas, divergência dos fluxos radiantes e fluxos radiantes médios nas superfícies da cavidade cilíndrica para as simulações com e sem TRI está fundamentalmente ligada ao emprego de duas metodologias diferentes para a obtenção dos resultados (LES e  $k-\varepsilon$ ).

Essa diferença não foi evidenciada para os escoamentos em canais devido a sua maior condição de isotropia, assim como, a menor sensibilidade do escoamento aos coeficientes do modelo  $k-\varepsilon$ . Para as regiões de parede, onde o escoamento é mais anisotrópico, os métodos de tratamento da região da parede corrigem de forma satisfatória os campos de velocidades e temperaturas. No entanto, para a predição de escoamentos com regiões de separação e desprendimentos de vórtices, o modelo  $k-\varepsilon$  apresenta algumas deficiências [Deschamps, 2002; Bouris e Bergeles, 1999]. Vale destacar que, nas presentes simulações foram empregados os coeficientes padrão disponibilizados pelo código comercial FLUENT. Muito provavelmente, um melhor ajuste dos coeficientes permitiria uma melhor concordância entre os resultados, especialmente na região da saída.

De uma forma geral, os resultados indicam que é possível o uso da modelagem clássica para a abordagem de escoamentos turbulentos com convecção e radiação térmica em meios opticamente finos, mesmo para escoamentos com efeitos transientes. Contudo, é

recomendada uma avaliação preliminar a respeito de qual o modelo deve ser empregado ( $k$ - $\epsilon$ ,  $k$ - $\omega$ , SST ou outros) bem como sobre quais coeficientes que melhor se ajustam para cada tipo de escoamento de base a ser simulado.

## 8. CONCLUSÕES E PROPOSTAS DE CONTINUIDADE

O presente trabalho apresentou um estudo numérico sobre escoamentos turbulentos não reativos combinando os mecanismos de transferência de calor por convecção e radiação térmica em meios participantes. Os principais objetivos deste estudo foram avaliar a relevância das interações TRI em escoamentos turbulentos não reativos para meios participantes com várias espessuras ópticas, bem como, investigar a influência da radiação térmica sobre o comportamento térmico dos escoamentos turbulentos.

As simulações numéricas do presente trabalho foram realizadas através do método de volumes finitos (FVM) para a solução das equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia e do método de ordenadas discretas (DOM) para a solução da equação da transferência radiante, disponíveis no código comercial FLUENT® [FLUENT, 2007]. A turbulência é abordada com os modelos dinâmicos submalha de Smagorinsky (DSSGS) e  $k-\varepsilon$  padrão no âmbito de LES e RANS, respectivamente. Para todas as simulações o meio participante foi considerado como um gás cinza.

Uma comparação entre os campos térmicos transientes obtidos para as simulações de escoamentos turbulentos a  $Re_H = 10000$  e  $Pr = 0.71$  em cavidade retangular com e sem radiação térmica (convecção forçada) foi realizada. Para ambas as simulações a turbulência foi abordada somente no âmbito da simulação de grandes escalas. Além disso, para a simulação com radiação térmica foi considerado um meio participante com espessura óptica de  $\tau_0 = 10.0$ . Os resultados indicaram uma alteração bastante sensível do campo de temperaturas quando a radiação térmica foi levada em consideração para meios opticamente espessos.

Para as topologias do campo de temperaturas, foi observado que a multiplicidade de escalas, padrões tridimensionais e escoamentos secundários foram bastante suavizados. Os campos transientes de temperaturas obtidos em dois pontos de monitoramento mostraram que as intensidades das flutuações foram amortecidas para as simulações do escoamento turbulento com radiação térmica, semelhante ao que já havia sido observado para escoamentos no regime laminar com estratificação estável [Ibrahim e Lemonnier, 2009]. Os perfis de temperaturas temporais médios e RMS no centro da cavidade para o escoamento no regime permanente também foram coletados. Foram observadas alterações sensíveis não somente na magnitude do campo médio de temperaturas, mas também nos gradientes de temperaturas e na forma dos perfis. Com relação às estatísticas da turbulência, para o caso avaliado, a turbulência foi suavizada quando a radiação térmica foi considerada. Além disso, verificou-se que a

desconsideração da radiação térmica pode levar a desvios consideráveis para a predição dos campos térmicos médios e instantâneos de escoamentos turbulentos em meios participantes.

Para investigar a relevância das interações TRI, foram realizadas simulações de escoamentos não reativos turbulentos em canais combinando os mecanismos de transferência de calor por convecção e radiação térmica em meios participantes com várias espessuras ópticas ( $\tau_0 = 0.01, 0.10, 1.00, 10.0$  e  $100.0$ ).

Os resultados mostraram que, para escoamentos turbulentos não reativos em meios participantes opticamente finos, as interações TRI podem ser negligenciadas para a predição dos fluxos convectivos e radiantes temporais médios nas superfícies dos canais. Estes resultados foram concordantes com as predições prévias de Mazumder e Modest (1999) e Gupta et al. (2009). Para os fluxos radiantes instantâneos, observações similares foram obtidas. Para meios participantes com espessura óptica de  $\tau_0 = 1.00$ , os fluxos convectivos e radiantes temporais médios obtidos com e sem TRI novamente foram bastante concordantes. Contudo, para a predição dos fluxos radiantes instantâneos, diferenças consideráveis foram observadas.

Para meios participantes mais espessos, os fluxos radiantes médios preditos com e sem TRI foram consideravelmente discordantes para as espessuras ópticas de  $\tau_0 = 10.0$  e  $100.0$ . No que tange à comparação entre os fluxos instantâneos obtidos com e sem TRI, diferenças da ordem de 300% foram observadas. Para o meio participante com  $\tau_0 = 100.00$ , os fluxos convectivos médios preditos com e sem TRI também foram discordantes. Os resultados da divergência do fluxo radiante para  $\tau_0 = 100.0$  indicaram que as interações TRI foram tão intensas a ponto de alterar significativamente os campos térmicos e radiantes, ocasionando modificações nos fluxos convectivos e radiantes médios do canal. De uma forma geral, para os escoamentos não reativos em meios opticamente espessos, a desconsideração das interações TRI podem conduzir a erros consideráveis para a predição dos fluxos radiantes médios e instantâneos nas superfícies do canal. Nesse sentido, os resultados obtidos aqui discordaram das afirmações prévias de Gupta et al. (2009).

Também foi investigado o comportamento dos campos térmicos médios e estatísticos para os escoamentos com convecção e radiação térmica em canais no regime permanente. Foi observado que a radiação térmica possui maior influência sobre os campos térmicos médios e estatísticos para meios participantes com espessura óptica média e espessa ( $\tau_0 = 1.0$  e  $10.0$ ). Para meios opticamente finos, a absorção do meio participante é muito pequena, não modificando de forma sensível os campos de temperaturas. Enquanto isso, para meios muito espessos ( $\tau_0 = 100.0$ ) o meio participante torna-se opaco, ao ponto da energia radiante emitida ser absorvida em

uma região próxima ao local de emissão. Como consequência, o campo térmico (principalmente o médio) acaba sendo pouco afetado pela radiação térmica.

De uma forma geral, a associação entre os resultados encontrados e o esforço computacional empregado nas simulações indicou que para escoamentos não reativos combinando os mecanismos de transferência de calor por convecção e radiação térmica em meios participantes opticamente finos, comumente encontrados em secções de exaustão de câmaras de combustão e com pouca fuligem, é recomendado o uso da abordagem clássica para o problema. No entanto, para meios opticamente espessos ( $\tau_0 = 10.0$  e  $100.0$ ), comumente encontrados em aplicações com muita fuligem ou em secções de exaustão de grandes dimensões (fornalhas, geradores de vapor, fornos) as interações TRI devem ser levadas em consideração através do uso da metodologia LES ou através do uso de algum modelo de turbulência para a equação RTE na metodologia RANS.

Para finalizar o estudo a respeito da relevância das interações TRI em escoamentos não reativos, foi simulado uma chama turbulenta em cavidade cilíndrica a  $Re_D = 22000$ ,  $Pr = 0.71$  e  $\tau_0 = 0.1$ . Os resultados indicaram que é possível o uso da modelagem clássica para a abordagem de escoamentos turbulentos com convecção e radiação térmica em meios opticamente finos, mesmo para escoamentos com efeitos transientes. Contudo, foi recomendada uma avaliação preliminar a respeito de qual o modelo deve ser empregado ( $k-\epsilon$ ,  $k-\omega$ , SST ou outros) bem como sobre quais coeficientes que melhor se ajustam para cada tipo de escoamento de base a ser simulado. Similarmente ao que é realizado para a simulação de escoamentos isotérmicos ou com transferência de calor por convecção forçada.

Para finalizar, são sugeridas algumas propostas de continuidade para o presente trabalho:

- avaliar o comportamento térmico transiente dos escoamentos turbulentos combinando os mecanismos de transferência de calor por convecção e radiação térmica em cavidades para outras espessuras ópticas;
- avaliar a relevância das interações TRI para os escoamentos turbulentos não reativos em canais sob a influência de várias intensidades de turbulência;
- inserir através de UDFs algum modelo de turbulência para a equação da transferência radiante e comparar com os resultados obtidos neste estudo.



## 9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abramowitz, M., Stegun, I. A., 1972. “**Handbook of Mathematical Functions**”, National Bureau of Standard, Washington, D.C.

Abrunhosa, J. D. M., 2003. “**Simulação de escoamento turbulento complexo com modelagem clássica e de grandes escalas**”, Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Brasil.

Ampofo, F., Karayiannis, T. G., 2003. “Experimental Benchmark Data for Turbulent Natural Convection in an Air Filled Square Cavity”, **Int. J. Heat Mass Transfer**, Vol. 46, pp. 3551 – 3572.

Avancha, R. V. R., Pletcher, R. H., 2002. “Large eddy simulation of the Turbulent Flow Past a Backward-Facing Step with Heat Transfer and Property Variations”, **Int. J. Heat Fluid Flow**, Vol. 23, pp. 601 – 614.

Barth, T. J., Jespersen, D., 1989. “The Design and Application of Upwind Schemes on Unstructured Meshes”, Technical Report AIAA-89-0366, **AIAA 27<sup>th</sup> Aerospace Sciences Meeting**, Reno, Nevada, 1989.

Barve, V. V., Ezekoye, O. A., 2006. “Computations of Strongly Forced Laminar Cold-Flow Jet and Methane-Air Diffusion Flames”, **M. S. Thesis, Univ. do Texas**, Austin, Texas.

Bejan, A., 2004. “**Convection Heat Transfer**”, John Wiley, Durham, USA.

Benazza, A., Blanco, E., Abidat, M., 2007. “2-D detached-eddy simulation around elliptic airfoil at high Reynolds number”, **J. Applied Sci.**, Vol. 7 (4), pp. 547-552.

Białecki, R. A., Węcel, G., 2004. “Solution of conjugate radiation convection problems by a BEM FVM technique”, **JQSRT**, Vol. 84, pp. 539 – 550.

Bouris, D., Bergeles, G., 1999. “2D LES of Vortex Shedding from a Square Cylinder”, **J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.**, Vol. 80, pp. 31-46.

Braun, A. L., 2007. “**Simulação numérica na engenharia do vento incluindo efeitos de interação fluido-estrutura**”, Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil.

Brito, R.F., 2005. “**Simulação de Grandes Escalas de Escoamentos Turbulentos Não-Isotérmicos Usando o Método de Elementos Finitos**”, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, Brasil.

Carlson, B. G., Lathrop, K. D., 1968. “**Transport Theory - The Method of Discrete Ordinates**”, chap. 3 in H. Greenspan, C. N. Kelber, D. Okrent (editors), Computing methods in reactor physics, Gordon & Breach, New York.

Chen, H. C., Patel, V. C., 1988. “Near-Wall Turbulence Models for Complex Flows Including Separation”, **AIAA Journal**, Vol. 26 (6), pp. 641 – 648.

Choi, S. K., Nam, H. Y., Cho, M., 1995. “A Comparison of High-Order Bounded Convection Schemes”, **Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.**, Vol. 121, pp. 281-301.

Chung, T. J., 2002. “**Computational Fluid Dynamics**”, USA: Academic Press, Cambridge University Press.

Clark, R.A., Ferziger, J.H., Reynolds, W.C., 1979. “Evaluation of Sub-Grid Scale Turbulence Models Using an Accurately Simulated Turbulent Flow”, **J. Fluid Mech.**, vol. 91, pp. 1-16.

Coelho, P. J., 2007. “Numerical Simulation of the Interaction Between Turbulence and Radiation in Reactive Flows”, **Proc. Energy Combust. Sci.**, Vol. 33, pp. 311 – 383.

Coelho, P. J., 2009. “Approximate Solutions of the Filtered Radiative Transfer Equation in Large Eddy Simulations of Turbulent Reactive Flows”, **Combust. Flame**, Vol. 156, pp. 1099-1110.

Coelho, P.J., 2002. “Numerical Simulation of Radiative Heat Transfer from Non-Gray Gases in Three-dimensional Enclosures”, **JQSRT**, Vol. 74, pp. 307 – 328.

Coelho, P.J., 2004. “Detailed Numerical Simulation of Radiative Transfer in a Non-luminous Turbulent Jet Diffusion Flame”, **Combust. Flame**, Vol. 136, pp. 481 – 492.

Coles, D. E., Hirst, E. A., 1969. “Computation of Turbulent Boundary-Layer” **AFOSSR-IFP Stanford Conference**.

Deardorff, J.M., 1970. “A Numerical Study of Three-dimensional Turbulent Channel Flow at Large Reynolds Number”, **J. Fluid Mech.**, vol. 41, pp. 453-480.

Denison, M. K., Webb, B.W., 1993a. “A Spectral Line Based Weighted-Sum-of-Gray-Gases Model for Arbitrary RTE Solvers”, **J. Heat Transf.**, vol. 115, pp. 1004-1012.

Denison, M. K., Webb, B. W., 1993b. “An Absorption-line Blackbody Distribution Function for Efficient Calculation of Total Gas Radiative Transfer”, **JQSRT**, vol. 50, pp. 499-510.

Deschamps, C.J., 2002. “**Turbulência**”, Volume I, Editores: Silva Freire, A.P.; Menut, P.P.M; Su, J., Associação Brasileira de Ciências Mecânicas, Rio de Janeiro, Brasil.

Deshmukh, K. V., Modest, M.F., Haworth, D.C., 2008. “Direct Numerical Simulation of Turbulence-Radiation Interactions in a Statistically One-dimensional Nonpremixed System”, **JQRST**, Vol. 109, pp. 2391 – 2400.

Donea, J., 1984. “A Taylor-Galerkin Method for Convective Transport Problems”, **Int. J. Numer. Methods Eng.**, Vol. 20, pp. 101-119, 1984.

Dos Santos, E. D., 2007. “**Análise de escoamentos não-isotérmicos, incompressíveis, utilizando simulação de grandes escalas e o método de elementos finitos**”, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil.

Dos Santos, E. D., Galarça, M. M., Mossi, A. C., Petry, A. P., França, F. H. R., 2009. “A Numerical Study of the Influence of Temperature Fluctuations in the Thermal Radiation Field”, **Engenharia Térmica**, Vol. 8, pp. 51 – 57.

Dos Santos, E. D., Piccoli, G. L., Petry, A. P., França, F. H. R., 2011. “Analysis of mixed convection in transiente laminar and turbulent flows in driven cavities”, **Int. J. Heat Mass Transfer**, Vol. 54, pp. 4585-4595.

Dos Santos, E. D., Xavier, C. M., Petry, A. P., 2011b. “Estudio Numérico de Flujos Turbulentos Isotérmicos en Canales y Flujos Laminares con Convección Mixta em Cavidades”, **Inf. Tecnológica**, Vol. 22 (1), pp. 71-82.

Dos Santos, E.D., Petry, A. P., Rocha, L.A.O, 2008b. “Numerical Analysis of Non-Isothermal Lid-driven Cavity Flows using Large Eddy Simulation”, **12<sup>th</sup> Brazilian Congress of Thermal Engineering and Sciences, ENCIT 2008**, Belo Horizonte, MG.

Dos Santos, R. G., Lecanu, S., Ducruix, S., Gicquel, O., Iacona, E., Veynante, D., 2008a. “Coupled Large Eddy Simulations of Turbulent Combustion and Radiative Heat Transfer”, **Combust. Flame**, Vol. 152, pp. 387 – 400.

Durao, D. Heitor, M., Pereira, J., 1988. “Measurements of Turbulent and Periodic Flows Around a Square Cross-Section Cylinder”, **Exp. Fluids**, Vol. 6, pp. 298-304.

Ferziger, J., 1993. “Simulation of Complex Turbulent Flows: Recent Advances and Prospects in Wind Engineering”, **J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.**, vol. 46 & 47, pp. 195-212.

Findikakis, A.N., Street, R.L., 1982. “Mathematical Description of Turbulent Flows”, **J. Hydraul. Div.**, ASCE, vol. 108, No.HY8, paper 17265, pp. 887-903.

Fischer, M., Jovanović, J., Durst, F., 2001. "Reynolds Number Effects in the Near-wall Region of Turbulent Channel Flows", **Phys. Fluids**, Vol. 13 (6), pp. 1755 – 1767.

FLUENT (version 6.3.16), ANSYS, Inc., 2007.

Foster, P. J., 1969, "The Relation of Time-mean Transmission of Turbulent Flames to Optical Depth", **J. Inst. Fuel**, Vol. 42, pp. 179 – 182.

Franca, L.P., Frey, S., 1992. "Stabilized Finite Element Methods: II. The Incompressible Navier-Stokes Equations", **Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.**, 99, 209-233.

Franca, L.P., Frey, S., Hughes, T.J.R., 1992. "Stabilizes Finite Element Methods: I. Application to the Advective-Difusive Model", **Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.**, 95, 253-276.

Galarça, M. M., Maurente, A., Vielmo, H. A., França, F. H. R., 2008. "Correlations for the Weighted-Sum-of-Gray-Gases Model Using Data Generated from the Absorption-line Blackbody Distribution Function" **Proceedings of the 12th Brazilian Congress of Thermal Engineering and Sciences, ENCIT 2008**, Belo Horizonte, MG.

Galarça, M. M., Mossi, A., França, F. H. R., 2011. "A Modification of the Cumulative Wavenumber Method to Compute the Radiative Heat Flux in Non-uniform Media", **JQSRT**, Vol. 112, pp. 384 – 393.

Gaskell, P. H., Lau, A. K. C., 1988. "Curvature-Compensated Convective Transport: SMART, a New Boundedness-preserving Transport Algorithm", **Int. J. Numer. Meth. Fluids**, Vol. 8 (6), pp. 617-641.

Germano, M., Piomelli, U., Moin, P. Cabot, W.H., 1991. "A Dynamic Sub-grid-scale Eddy Viscosity Model", **Phys. Fluids**, A3 (7), 1760-1765.

Germano, M., 1978. "Turbulent Fluctuations Coupled with the Radiation Field", **AIAA paper**, Vol. 78, pp. 780 – 840.

Gresho, P. M., Sani, R. L., 1999, “**Incompressible Flow and the Finite Element Method. Advection-diffusion and Isothermal Laminar Flow**”, Sussex, UK: John Wiley & Sons Ltda.

Guia, U., Ghia, K. N., Shin, C. T., 1982. “High-Re Solutions for Incompressible Flow Using the Navier-Stokes Equations and Multigrid Method”, **J. Comput. Phys.**, Vol. 48, pp. 387-411.

Gupta, A., Modest, M. F., Haworth, D. C., 2009. “Large-Eddy Simulation of Turbulence-Radiation Interactions in a Turbulent Planar Channel Flow”, **J. Heat Transfer**, Vol. 131, pp. 061704-1 – 061704-8.

Hartmann, J. M., Leon, R. L., Taine, J., 1984. “Line-by-Line and narrow-band statistical model calculations for H<sub>2</sub>O”, **JQSRT**, vol. 32, pp. 119-127.

Hinze, J.O., 1975. “**Turbulence**”, McGraw-Hill, New York, USA.

Hirota, M, Fujita, H, Yokosawa, H., Nakai, H., Itoh, H, 1997. “Turbulent Heat Transfer in a Square Duct”, **Int. J. Heat Fluid Flow**, Vol. 18, pp. 170-180.

Hottel, H. C., Sarofim, A. F., 1967. “**Radiative transfer**”, McGraw-Hill Book Company.

Hughes, T. J. R., 1987. “**The Finite Element Method**”, Prentice-Hall, New Jersey, USA.

Ibrahim, A., Lemonnier, D., 2009. “Numerical Study of Coupled Double-Diffusive Natural Convection and Radiation in a Square Cavity Filled with a N<sub>2</sub> – CO<sub>2</sub> Mixture”, **Int. Communications Heat Mass Transfer**, Vol. 36, pp. 197-202.

Jarrin, N., 2008. “**Synthetic Inflow Boundary Conditions for the Numerical Simulation of Turbulence**”, Tese de Doutorado, The University of Manchester, Manchester, UK.

Jendoubi, S., Lee, H. S., Kim, T., 1993. “Discrete Ordinates Solutions for Radiatively Participating Media in a Cylindrical Enclosure”, **J. Thermophysics Heat Transfer**, Vol. 7, n. 2, pp. 213 – 219.

Ji, J., Sivathanu, Y. R., Gore, J. P., 2000. "Thermal Radiation Properties of Turbulent Lean Premixed Methane Air Flames", **Proc. Combust. Inst.**, Vol. 28, pp. 391 – 398.

Jones, W. P., Launder, B. E., 1972. "The Prediction of Laminarization with a Two-Equation Model of Turbulence", **Int. J. Heat Mass Transfer**, Vol. 15, pp. 301 - 314.

Jones, W. P., Launder, B. E., 1973. "The Calculation of Low-Reynolds-Number Phenomena with a Two-equation Model of Turbulence", **Int. J. Heat Mass Transfer**, Vol. 16, pp. 1119 – 1130.

Jones, W.P., Paul, M.C., 2005. "Combination of DOM with LES in a Gas Turbine Combustor", **Int. J. Eng. Science**, vol. 43, pp. 379 – 397.

Jongen, T., 1992. "Simulation and Modeling of Turbulent Incompressible Flows", PhD thesis, EPF Lausanne, Lausanne, Switzerland.

Kabashnikov, V. P., Kimit, G. I., 1979, "Influence of Turbulent Fluctuations on Thermal Radiation", **J. Appl. Spectrosc.**, Vol. 31, pp. 963 – 967.

Kasagi, N.; Iida, O., 1999. "Progress in Direct Numerical Simulation of Turbulent Heat Transfer", **Proceedings of the 5th ASME/JSME Joint Thermal Engineering Conference**, pp. 1 – 17, San Diego, USA.

Kawahara, M.; Hirano, H., 1983, "A Finite Element Method for High Reynolds Number Viscous Fluid Flow Using Two Step Explicit Scheme", **Int. J. Numer. Meth. Fluids**, vol. 3, pp. 137-163.

Kawamura, H., Abe, H., Shingai, K, 2000, "DNS of Turbulence and Heat Transport in a Channel Flow with Different Reynolds and Prandtl Numbers and Boundary Conditions", **3<sup>rd</sup> International Symposium on Turbulence, Heat and Mass Transfer**, Nagoya, Japão.

Kim, J., Moin, P., Moser, R., 1987, “Turbulence Statistics in Fully Developed Channel Flow at Low Reynolds Number”, **J. Fluid Mech.**, Vol. 177, pp. 133 – 166.

Kim, M. Y., Baek, S. W., Park, J. H., 2001. “Unstructured Finite-Volume Method for Radiative Heat Transfer in a Complex Two-dimensional Geometry with Obstacles”, **Numer. Heat Transfer B**, Vol. 39, pp. 617-635.

Kounalakis, M.E., Gore, J. P., Faeth, G. M., 1988, “Turbulence/Radiation Interactions in Nonpremixed Hydrogen/Air Flames”, **22<sup>nd</sup> symposium (international) on combustion**, Pittsburgh, pp. 1281 – 1290.

Lammers, P., Jovanović, J., Durst, F., 2006, “Numerical Experiments on Wall Turbulence at Low Reynolds Number”, **Thermal Science**, Vol. 10 (2), pp. 33-62.

Launder, B. E., Spalding, D. B., 1972, “**Lectures in Mathematical Models of Turbulence**”, London: Academic Press.

Launder, B. E., Spalding, D. B., 1974, “The Numerical Computation of Turbulent Flows”, **Comp. Meths. Appl. Mech. Engng.**, Vol. 3, pp. 269 – 289.

Leonard, A., 1974. “Energy Cascade in Large-Eddy Simulations of Turbulent Fluid Flows”, **Adv. Geophys.**, Vol. 18A, pp. 237-248.

Leonard, B. P., 1991, “The Ultimate Conservative Difference Scheme Applied to Unsteady One-dimensional Advection”, **Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.**, Vol. 88, pp. 17-74.

Lesieur, M., Comte, P., Métais, O., 1995, “Numerical Simulations of Coherent Vórtices in Turbulence”, **ASME – Appl. Mech. Rev.**, Vol. 48, pp. 121 – 149.

Lesieur, M., Métais, O., Comte, P., 2005, “**Large-Eddy Simulations of Turbulence**”, Cambridge, New York.



Li, G., Modest, M.F., 2002, “Application of Composition PDF Methods in the Investigation of Turbulence-Radiation Interactions”, **JQSRT**, vol. 73, pp. 461 – 472.

Li, G., Modest, M.F., 2003, “Importance of Turbulence-Radiation Interactions in Turbulent Diffusion Jet Flames”, **J. Heat Transfer**, vol. 125, pp. 831 – 838.

Lilly, D.K., 1967, “The Representation of Small-Scale Turbulence in Numerical Simulation Experiments”, **Proc. IBM Sci. Comput. Symp. On Envirom. Sci.**, pp. 195 - 210.

Lilly, D.K., 1992. “A Proposed Moddification of the Germano Subgrid-scale Closure Method”, **Phys. Fluids**, A4 (3), 633-635.

Lyn, D., Elinav, S., Rodi, W., Park, J., 1995. “A Laser Doppler Velocimetry Study of Ensemble-Averaged Characteristics of the Turbulent Near Wake of a Square Cylinder”, **J. Fluid Mech.**, Vol. 304, pp. 285-319.

Malalasekera, W., Versteeg, H., Henson, J.C., Jones, J.C., 2002, “Calculation of radiative heat transfer in combustion systems”, **Int. J. Eny. Combust. Technol.**, Vol. 3, pp. 113 – 143.

Maliska, C. R., 2004, “**Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional**”, Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 2ª Ed.

Marchi, C. H., Germer, E.M., 2009. “Verificação de Esquemas Advectivo-Difusivos 1D com e sem Múltiplas Extrapolações de Richardson”, **Proceedings of the 30th Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering**, Armação de Búzios, Brazil.

Mathey, F., Cokljat, D., Bertoglio, J. P., Sergent, E., 2003. “Specification of LES inlet boundary condition using Vortex Method”, **4<sup>th</sup> International Symposium on Turbulence, Heat and Mas Transfer**, Antalya, Turkey, 2003.

MATLAB, user’s guide, version 6.0.088, release 12, (2000), The Mathworks Inc.

Mazumder, S., Modest, M. F., 1999, “Turbulence-radiation interactions in nonreactive flow of combustion gases”, **J. Heat Transfer**, Vol. 121, pp. 726 – 729.

Modest, M. F., 1991, “The weighted-sum-of-gray-gases model for arbitrary solution methods in radiative transfer”, **J. Heat Transfer**, Vol. 113, pp. 650-656.

Modest, M. F., 2005, “Multiscale modeling of turbulence, radiation and combustion interactions in turbulent flames”, **Int. J. Multiscale Comput. Eng.**, Vol. 3, pp. 85-106.

Möller, S.V. e Silvestrini, J.H., 2004, “**Turbulência**”, Volume 4, Editores: Möller, S.V. e Silvestrini, J.H., Associação Brasileira de Ciências Mecânicas, Rio de Janeiro, Brasil.

Momose, K., Kimoto, H., 1999. “Forced Convection Heat Transfer from a Heated Circular Cylinder with Arbitrary Surface Temperature Distributions”, **Heat Transfer-Asian**, Vol. 28 (6), pp. 484-499.

Nikuradse, J., 1933, “**Strömungsgesetze in rauhen Rohren**”, Forsch. Arb. Ing.- Ees.

Nishino, K., Nasaki, N., 1989, “Turbulence statistics measurement in a two-dimensional channel flow using a three-dimensional particle tracking velocimeter”, In: **Seventh symposium on turbulent shear flows**, Stanford University.

Oliveira Jr., J. A., 2006, “**Desenvolvimento de um Sistema de Dinâmica dos Fluidos Computacional Empregando o Método de Elementos Finitos e Técnicas de Alto Desempenho**”, Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil.

Patankar, S. V., Spalding, D. B., 1972. “A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows”, **Int. J. Heat Mass Transfer**, Vol. 15, p. 1787.

Patankar, S.V., 1980. “**Numerical Heat Transfer and Fluid Flow**”, McGraw-Hill, New York, USA.

Peng, S.H, Davidson, L., 2001. “Large eddy simulation for turbulent buoyant flow in a confined cavity”, **Int. J. Heat Fluid Flow**, Vol. 22, pp. 323-331.

Perng, S.; Wu, H., 2007, “Buoyancy-aided/opposed convection heat transfer for unsteady turbulent flow across a square cylinder in a vertical channel”, **Int. J. Heat Mass Transfer**, Vol. 50, pp. 3701 – 3717.

Petry, A. P., Awruch, A. M., 2006, “Large eddy simulation of three-dimensional flows by finite element method”, **J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci. & Eng.**, Vol. 28, pp. 224 – 232.

Petry, A.P., 2002, “**Análise Numérica de escoamentos Turbulentos Tridimensionais Empregando o Método de Elementos Finitos e Simulação de Grandes Escalas**”, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil.

Piccoli, G.L., 2009, “**Análise Numérica na Engenharia do Vento Computacional Empregando Computação de Alto Desempenho e Simulação de Grandes Escalas**”, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil.

Piomelli, U., Cabot, W.H., Moin, P. ; Lee, S., 1991. “Subgrid-scale Backscatter in Turbulent and Transitional flows”, **Phys. Fluids A**, Vol. 3(7), pp. 1766-1771.

Piller, M., Nobile, E., 2002, “Direct Numerical Simulation of Turbulent Heat Transfer in a Square Duct”, **Int. J. Numer. Method Heat Fluid Flow**, Vol. 12 (6), 2002, pp. 658-686.

Pope, S. B., 2008, “**Turbulent Flows**”, Cambridge University Press, New York, USA.

Prasad, A. K., Koseff, J.R., 1989, “Reynolds Number and End-wall Effects on a Lid-driven Cavity Flow”, **Phys. Fluids A**, Vol. 1, pp. 208-218.

Raithby, G. D., Chui, E. H., 1990. “A Finite-volume method for predicting a radiant heat transfer in enclosures with participating media”, **J. Heat Transfer**, Vol. 112, pp. 415-423.

Reddy, J.N., Gartling, D.K., 1994, “**The Finite Element Method in Heat Transfer and Fluid Dynamics**”, CRC, Boca Raton, Florida, USA.

Rezende, A. L. T., 2009, “**Análise numérica da bolha de separação do escoamento turbulento sobre placa plana fina inclinada**”, Tese de Doutorado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.

Roache, P. J., 1998. “**Verification and Validation in Computational Science and Engineering**”, Hermosa Publishers, Albuquerque.

Rogallo, R.S., Moin, P., 1984. “Numerical Simulation of Turbulent Flows”, **Ann. Rev. Fluid Mech.**, vol. 16, pp. 99-137.

Roger, M., Da Silva, C.B., Coelho, P.J., 2009, “Analysis of the Turbulence-Radiation Interactions for Large Eddy Simulations of Turbulent Flows”, **Int. J. Heat Mass Transfer**, vol. 52, pp. 2243 – 2254.

Roger, M., Coelho, P. J., Da Silva, C. B., 2010, “The influence of the non-resolved scales of thermal radiation in large eddy simulation of turbulent flows: A fundamental study, **Int. J. Heat Mass Transfer**, vol. 53, pp. 2897-2907.

Roger, M., Coelho, P. J., Da Silva, C. B., 2011, “Relevance of the Subgrid-scales for large eddy simulations of turbulence-radiation interactions in a turbulent plane jet, **JQSRT**, vol. 112, pp. 1250-1256.

Saugat, P., 2006, “**Large eddy simulation for incompressible flows, an introduction**”, Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Germany.

Savicki, D. L., 2007. “**Análise numérica tridimensional e investigação experimental do comportamento térmico e hidrodinâmico de reservatórios térmicos cilíndricos**”, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil.

Schlichting, H., 1979, "**Boundary-layer Theory**", McGraw-Hill, New York.

Siegel, R., Howell, J. R., 2002, "**Thermal Radiation Heat Transfer**" Taylor & Francis, 4<sup>th</sup> edition, New York.

Silva Freire, A. P., Cruz, D. O. A., 2002, "**Turbulência**", Volume I, Editores: Silva Freire, A.P.; Menut, P.P.M; Su, J., Associação Brasileira de Ciências Mecânicas, Rio de Janeiro, Brasil.

Silva, F. M. V., Dos Santos, E. D., Rocha, L. A. O., 2009. "Simulação de Escoamentos com Transferência de Calor por Convecção Forçada sobre Cilindros Circulares", **The 3rd Southern Conference on Computational Modeling (III MCSUL)**, Rio Grande, Brasil.

Silveira Neto, A., 2002. "**Turbulência**", Volume I, Editores: Silva Freire, A.P.; Menut, P.P.M.; Su, J., Associação Brasileira de Ciências Mecânicas, Rio de Janeiro, Brasil.

Silveira Neto, A., Grand, D., Métais, O. e Lesieur, M., 1993. "A Numerical Investigation of the Coherent Vortices in Turbulence Behind a Backward-Facing Step", **J. Fluid Mech.**, vol. 256, pp. 1-25.

Smagorinsky, J., 1963, "General circulation experiments with the primitive equations. I. The basic experiment", **Mon. Weather Rev.**, v. 91, pp. 99-164.

Smith, T. F., Shen, Z. F., Friedman, J. N., 1982, "Evaluation of Coefficients for the Weighted Sum of gray Gases Model", **J. Heat Transfer**, vol. 104, pp.602-608.

Sohankar, A., 2006. "Flow Over a Bluff Body from Moderate to High Reynolds Numbers Using Large Eddy Simulation", **Computers & Fluids**, Vol. 35, pp. 1154 – 1168.

Solovjov, V. P., Webb, B. W., 2002, "A Local Spectrum Correlated Model for Radiative Transfer in Non-uniform Gas Media", **JQSRT**, vol. 73, pp. 361-373.

Solovjov, V. P., Webb, B. W., 2005, “The Cumulative Wavenumber Method for Modeling Radiative Transfer in Gas Mixtures with Soot”, **JQSRT**, vol. 93, pp. 273-287.

Spalding, D. B., 1972, “A novel finite-difference formulation for differential expressions involving both first and second derivatives”, **Int. J. Numer. Methods Eng.**, Vol. 4, pp. 551-559.

Tan, E., Foster, P. J., 1978, “Radiation through a turbulent medium”, **Heat Transfer**, Vol. 3, pp. 403 – 408.

Tennekes, H.; Lumley, J. L., 1972, “**A First Course in Turbulence**”, MIT Press.

Tessé, L., Dupoirieux, F., Taine, J., 2004, “Monte Carlo Modeling of Radiative Transfer in a Turbulent Sooty Flame”, **Int. J. Heat Mass Transfer**, vol. 47, pp. 555 – 572.

Vázquez, M.S.; Métais, O., 2002, “Large Eddy Simulation of the Turbulent Flow through a Heated Square Duct”, **J. Fluid Mech.**, Vol. 453, pp. 201-238.

Versteeg, H. K., Malalasekera, W., 1995, “**An Introduction to Computational Fluid Dynamics – The Finite Volume Method**”, Longman, England.

Viskanta, R., 1998, “Overview of convection and radiation in high temperature gas flow”, **Int. J. Eng. Sci.**, Vol. 36, pp. 1677 – 1699.

Wang, A., Modest, M. F., Haworth, D. C., Wang, L., 2008a, “Monte Carlo simulation of radiative heat transfer and turbulence interactions in methane/air jet flames”, **JQRST**, Vol. 109, pp. 269 – 279.

Wang, B., Yee, E., Bergstrom, D., Iida, O., 2008b, “New dynamic subgrid-scale heat flux models for large-eddy simulation of thermal convection based on the general gradient diffusion hypothesis”, **J. Fluid. Mech.**, Vol. 604, pp. 125 – 163.

Wang, L., Dong, Y., Lu, X., 2005, “An Investigation of Turbulent Open Channel Flow With Heat Transfer by Large Eddy Simulation”, **Computers & Fluids**, Vol. 34, pp. 23-47.

Wiesche, S. A. D., 2007, “Large-eddy simulation study of an air flow past a heated square cylinder”, **Heat Mass Transfer**, Vol. 43, pp. 515 – 525.

Wilcox, D. C., 1988, “Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models”, **AIAA Journal**, Vol. 26, pp. 1299 – 1310.

Wilcox, D.C., 2002, “**Turbulence Modeling for CFD**”, DCW Industries, La Canada, USA.

Wolfstein, M., 1969, “The velocity and temperature distribution of one-dimensional flow with turbulence augmentation and pressure gradient”, **Int. J. Heat Mass Transfer**, Vol. 12, pp. 301 – 318.

Wu, Y., Haworth, D. C., Modest, B., Cuenot, B., “Direct numerical simulation of turbulence/radiation interaction in premixed combustion systems”, **Proc. Combust. Inst.**, Vol. 30, pp. 639 – 646.

Zang, Y., Street, R. L., Koseff, J.R., 1993, “A Dynamic Mixed Subgrid-Scale Model and its Application to Turbulent Recirculating Flows”, **Phys. Fluids A**, Vol. 5, pp. 3186-3196.

Zhu, J., Rodi, W., 1991, “A low dispersion and bounded convection scheme”, **Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.**, Vol. 92, pp. 225-232.

Zienkiewicz, O.C. Taylor, R.L., Nithiarasu, P., 2005, “**The Finite Element Method for Fluid Dynamics**”, 6<sup>th</sup> Ed., Butterworth-Heinemann, Oxford.

## ANEXO I – UDF COM OS PERFIS DE VELOCIDADES E TEMPERATURAS IMPOSTAS NA ENTRADA DOS CANAIS TURBULENTOS

```

#include "udf.h"
#include "mem.h"
#include <stdio.h>
float abs(float x)
{
    if( x < 0 )
        return -x;
    else
        return x;
}
DEFINE_PROFILE(inlet_x_velocity, thread, position)
{
    real x[ND_ND];          /* this will hold the position vector */
    real y;
    real CC;
    real L = 0.142857;
    face_t f;
    begin_f_loop(f, thread)
    {
        F_CENTROID(x,f,thread);
        y = x[1];
        CC = 1-abs((y-0.5)/0.5);
        F_PROFILE(f, thread, position) = 18.5*pow(CC,L);
    }
    end_f_loop(f, thread)
}
DEFINE_PROFILE(inlet_temperature, thread, position)
{
    real x[ND_ND];          /* this will hold the position vector */
    real T;
    real y;
    real DD;
    real R=0.33333;
    face_t f;
    begin_f_loop(f, thread)
    {
        F_CENTROID(x,f,thread);
        y = x[1];
        DD= 1-abs((y - 0.5)/0.5);
        if(y<0.5)
            F_PROFILE(f, thread, position) = (700.)*(0.5*pow(DD,R)) + 300.;
        else
            F_PROFILE(f, thread, position) = (700.)*(1 - 0.5*pow(DD,R)) + 300.;
    }
    end_f_loop(f, thread)
}

```



**ANEXO II – ARTIGO SOBRE INFLUÊNCIA DA INTENSIDADE DE TURBULÊNCIA  
NO CAMPO RADIANTE**

# A NUMERICAL STUDY OF THE INFLUENCE OF TEMPERATURE FLUCTUATIONS IN THE THERMAL RADIATION FIELD

E. D. dos Santos<sup>a</sup>, **ABSTRACT**

M. M. Galarça<sup>a</sup>,

A. C. Mossi<sup>a</sup>,

A. P. Petry<sup>a</sup>,

and F. H. R. França<sup>a</sup>

<sup>a</sup> Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Departamento de Engenharia Mecânica  
Rua Sarmento Leite, 425  
CEP 90.050-170, Porto Alegre, Brasil  
ffranca@mecanica.ufrgs.br

The present paper performs a numerical study of the influence of fluctuations on the temperature field over the thermal radiation field with the purpose to simulate the effect of Turbulence-Radiation Interactions (TRI). To evaluate the behavior of the divergence of the radiant heat flux for a flame in a cylindrical cavity, four temperature profiles are imposed: an average temperature profile and other three with 10%, 20% and 30% of turbulence intensity. The radiative transfer equation is solved using the discrete ordinates method (DOM) and the participating medium is treated as a gray gas. The results demonstrate that the fluctuations of temperature profiles increase significantly the mean divergence of the radiant heat flux in comparison with the average temperature profile, reaching to approximately 20% for the profile with 30% of turbulence intensity.

**Keywords:** Turbulence-radiation interactions, temperature profiles, turbulence intensity, radiative heat flux, participant medium.

## NOMENCLATURE

D	diameter of the cylindrical chamber, m
I	total radiation intensity, W/m <sup>2</sup>
I <sub>η</sub>	radiation intensity at a wavenumber η, W/m <sup>2</sup> sr
h	height of the cylindrical chamber, m
L	distance between two black walls, m
q <sub>R</sub>	radiative flux, W/m <sup>2</sup>
∇ <sub>q,R</sub>	divergence of radiative flux, W/m <sup>3</sup>
T	temperature, K
w <sub>l</sub>	weighting function
r	radius of the cylindrical chamber, m
x	radiation path length, m

## Greek symbols

η	wavenumber, m <sup>-1</sup>
κ	absorption coefficient, m <sup>-1</sup>
Ω	incident radiation domain, sr
μ	directions concerned with discrete ordinates method

## Subscripts

b	blackbody
η	radiant properties at a specific wavenumber

## Superscripts

+	positive direction of radiation intensity
-	negative direction of radiation intensity

## INTRODUCTION

Turbulent flows are present in many applications, such as aerodynamics, turbomachinery, thermal equipment and devices, combustion process

and others. For non-isothermal flows it is also necessary to study the heat transfer mechanisms. Among them, the radiative heat transfer dominates the physical phenomena when high temperatures are present, i.e., it is important for the study of many engineering applications, for example: combustion, flames and rockets propulsion systems. According to Jones and Paul (2005) this mechanism has also become important for the development of thermal devices. For instance, the inaccurate prediction of temperature surfaces of a combustor can lead to an excessive amount of air entering in the combustion chamber, reducing the efficiency of the equipment as well as the average time between failures and increasing the pollutant emission.

Turbulent flows with convection heat transfer naturally generate fluctuations of scalar fields, temperature and species concentration. These fluctuations cause other ones in the absorption coefficient, which correlates with the fluctuations of the Planck function and the incident radiation intensity. These modifications in the thermal radiation field modify the energy sources that influence the fluid dynamic and thermal behavior of turbulent flows, i.e., changes in one field influence the behavior of the other one. These interactions are commonly named Turbulence-Radiation Interactions (TRI) (Li and Modest, 2003; Tessé et al., 2004; Modest, 2005; Coelho, 2007). However, the highly non-linear nature of these interactions can cause several difficulties for the numerical treatment. Moreover, turbulence and thermal radiation in participating medium are extremely complex phenomena, even when treated in an isolated form (Silveira Neto, 2002; Siegel and Howell, 2002; Lesieur et al., 2005). As a consequence, the traditional modeling of turbulent flows with thermal radiation heat transfer has generally ignored

turbulence-radiation interactions, i.e., the divergence of radiative heat flux have been based on the average temperature and species concentration, which is in disagreement with encountered in experimental analyses (Li and Modest, 2002).

The studies on TRI originated in the 1960's. Nevertheless, the first numerical study was realized only in 1978 by Germano (1978), who had the sole interest to show the existence of turbulence-radiation interactions. Later, numerical studies on TRI consisted of solving the radiative transfer equation (RTE) directly using an experimental or imposed temperature field, this methodology is known as stochastic method (Koumalakis *et al.*, 1988; Malalasekera *et al.*, 2002; Coelho, 2004). Recently, the radiative transfer equation has been solved in a time averaged way, which consists of employing for the latter equation the same treatment used for time averaged mass, momentum and energy equations. This methodology is knowledge as Reynolds Averaged Navier-Stokes Equations (RANS) (Li and Modest, 2003; Tessé *et al.*, 2004; Mazumder and Modest, 1999; Wang *et al.*, 2008). However, the fluctuations of the correlations between the absorption coefficient and the Planck function and also of the absorption coefficient and incident radiation intensity in this method are not natural, being necessary to impose them by a probability density function (PDF). In the last years, Large-Eddy Simulations (LES) and Direct Numerical Simulation (DNS), which naturally generates the fluctuations of scalar fields, have been employed for the solution of conservation equations of mass, momentum and energy, as well as, for the radiative transfer equation. One difficult for the application of these methodologies is the enormous computational effort required. In this sense, they have been employed only in very simple problems, such as one or two-dimensional simple domains, gray gases or ignoring the fluctuations in the calculation of radiative transfer equation. Thus, these approaches have contributed more to the understanding of the physical phenomena than to applications in real problems (Deshmukh *et al.*, 2008; Roger *et al.*, 2009; dos Santos *et al.*, 2008).

The main goal of the present work is to evaluate the influence of temperature fluctuations in the thermal radiation fields, simulating the effect of turbulence-radiation interactions (TRI). To achieve this objective it is considered one-dimensional temperature profile with black walls filled with participating medium, which represents the behavior of a flame in a cylindrical chamber. Four temperature profiles were compared: an average and other three with 10%, 20% and 30% of turbulence intensity imposed over the averaged one. Some methodologies for the treatment of participating medium have been employed in the literature, such as: weighted-sum-of-gray-gases (WSGG) (Hottel and Sarofim, 1967; Smith *et al.*, 1982), the spectral-line weighted-sum-of-gray-gases (SLW) (Denison and Webb, 1993), the

full-spectrum correlated-k distribution (Modest and Zhang, 2002) and the cumulative wavenumber (Solovjov and Webb, 2002), including studies by this research group (Mossi *et al.*, 2008; Galarça *et al.*, 2009). Although there are newest models which consider the complex spectral participating media behavior, it is employed in the present study the simplest approach for the treatment of non-isothermal, homogeneous, participating medium, i.e., the gray gas model. Two reasons explain this choice, the first one is related with the minimal computational effort required by the gray gas model; the second one concerns the intention to couple the code employed in the present work with another one developed by the present group (dos Santos, 2007; dos Santos *et al.*, 2008; dos Santos *et al.*, 2009) for the estimative of turbulent, transient, incompressible, two- and three-dimensional flows with forced and mixed convection heat transfer by means of LES, becoming possible the investigation of Turbulence-Radiation Interactions (TRI). The discrete ordinates method (DOM) is used to solve the radiative transport equation (RTE).

## MATHEMATICAL MODELING

For the determination of the thermal radiation field it is necessary to solve the radiative transfer equation, which for a non-scattering medium is given by:

$$\frac{dI_{\eta}}{dx} = -\kappa_{\eta}I_{\eta} + \kappa_{\eta}I_{b\eta} \quad (1)$$

where  $I_{\eta}$  is the spectral intensity ( $W/m^2sr$ ) at wavenumber  $\eta$  ( $m^{-1}$ ),  $I_{b\eta}$  is the blackbody intensity ( $W/m^2sr$ ), and  $\kappa_{\eta}$  is the spectral absorption coefficient ( $m^{-1}$ ). The above equation can be solved a priori for every single value of  $\kappa_{\eta}$ , but it would lead to a large computational effort that would be prohibitive for most cases, with exception perhaps of one-dimensional geometries.

Nevertheless, when the gas is considered gray, Eq. (1) becomes independent of the wavenumber  $\eta$  and the radiative transfer equation could be rewritten by the following expression:

$$\frac{dI}{dx} = -\kappa I + \kappa I_b \quad (2)$$

A noteworthy fact is that for a real gas the behavior of the absorption coefficient as function of wavelength is significantly different from the one estimated by the gray gas model. Thus, this simplification is used with the sole interest of understanding some characteristics of thermal radiation without considering the complications concerned with the spectral effects. One example is the study of the influence of the fluctuations of

temperature field for the estimation of the divergence of the radiative flux, which is the scope of the present work.

With the purpose to couple the thermal radiation field and the other mechanisms of heat transfer (conduction and convection heat transfer) it is necessary to take into account one specific term concerned with the thermal radiation field to be inserted in the energy equation. Since the thermal radiation happens in an instantaneous time scale, naturally it can be inserted as a source term in the energy equation. This term is determined from the radiation intensity field and is known as divergence of the radiative flux ( $\nabla \cdot \mathbf{q}_R$ ), which is given by:

$$\nabla \cdot \mathbf{q}_R = \int_{\eta=0}^{+\infty} \int_{4\pi} \kappa_{\eta} (I_{\eta b} - I_{\eta}) d\Omega d\eta \quad (3)$$

For a gray gas, Eq. (3) can be simplified, since there is no dependence on the wavenumber. Then, the divergence of the radiative flux is rewritten as:

$$\nabla \cdot \mathbf{q}_R = \kappa \left( 4\pi I_b - \int_{4\pi} I d\Omega \right) \quad (4)$$

**NUMERICAL MODELING**

As previously stated, the radiative transfer equation for the gray gas, Eq. (2), is solved here by the discrete ordinates method. Then, Eq. (2) is rewritten in the following form:

$$\mu \frac{dI}{dx} = -\kappa I + \kappa I_b \quad (5)$$

where  $\mu$  represents the directions where the equations are solved.

Since the intensities can be found along each positive or negative cosine direction, Eq. (5) is shared in two equations, one for positive direction and other for negative direction, as can be seen:

$$\mu \frac{dI^+}{dx} = -\kappa I^+ + \kappa I_b \quad (6)$$

$$-\mu \frac{dI^-}{dx} = -\kappa I^- + \kappa I_b \quad (7)$$

Supposing that the thermal radiation transfer occurs between two black walls separated from a distance  $L$ , the boundary conditions of those surfaces are given by:

$$I^+(x = 0) = I_b(x = 0) \quad (8)$$

$$I^-(x = L) = I_b(x = L) \quad (9)$$

For the discretization of the terms concerned with the variation of intensity as function of radiation path,  $d/dx$  for Eq. (6) – (7), it is employed the finite difference method (FDM).

Using the calculated gray gas intensities it is possible to obtain the net radiative flux,  $\mathbf{q}_R(x)$ , and the divergence of the radiative flux, from the discrete ordinates method, through the following expressions:

$$\mathbf{q}_R(x) = 2\pi \sum_1 \mu_1 w_1 [I^+ - I^-] \quad (10)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{q}_R(x) = 4\pi\kappa I_b - 2\pi\kappa \sum_1 w_1 [I^+ - I^-] \quad (11)$$

where  $w_1$  is the weighting function for each direction.

**DESCRIPTION OF THE PROBLEM**

It is analysed a flame into a cylindrical chamber with a radius of  $r = 10$  mm and height of  $h = 72$  mm. This flame was previously simulated by Barve and Ezekoye (2006) and the temperature topology predicted in that work is used here to generate the temperature profile. In the present work, it is evaluated a one-dimensional temperature profile for the transversal section located at the azimuthal coordinate  $x = 12$ mm, transversal section AA. The sketch of the cylindrical chamber, as well as, the temperature topology of the simulation performed by Barve and Ezekoye (2006) can be observed in Fig. 1.

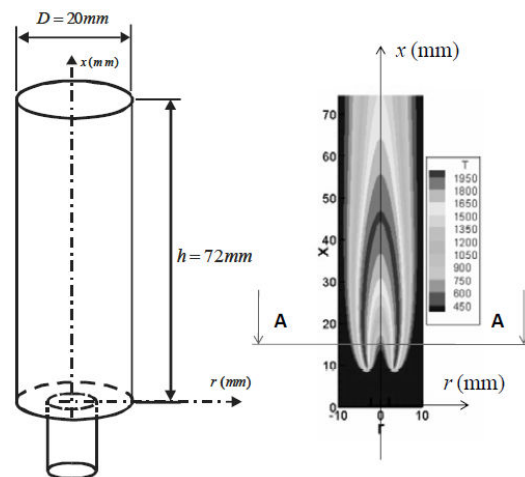


Figure 1. Sketch of the cylindrical chamber and temperature topology of the simulation performed by Barve and Ezekoye (2006).

Figure 2 shows the description of the temperature profile obtained in the transversal section AA, at  $x = 12\text{mm}$ . Additionally, it is also presented in Fig. 2 the equation obtained for the temperature profile as function of the radius  $r$ .

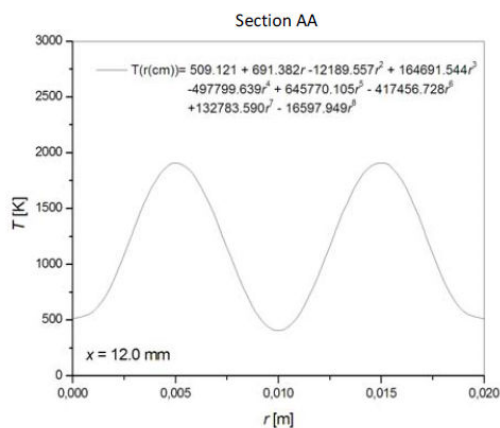


Figure 2. One-dimensional temperature profile as function of the radius  $r$  obtained at transversal section AA –  $x = 12\text{mm}$

## DESCRIPTION OF THE PROBLEM

With the purpose to verify the estimative of the thermal radiation field from different methodologies of treatment of spectral properties, the SLW, CW, Gray Gas and LBL (Line-by-Line) methods are compared for the determination of the divergence of the radiative flux obtained from the average temperature profile, which is specified in the Fig. 2. These simulations show that there are various methodologies for the treatment of the spectral radiation properties, and these methodologies are also studied by this research group.

The LBL method led to benchmark solutions and is considered here as the reference. The participant medium is a mixture of 10% of  $\text{CO}_2$  and an inert gas (air or nitrogen, for instance). The SLW, CW and LBL methods, which are based in the gases spectrum, were calculated with the HITRAN04 database (Rothman *et al.*, 2005). For the SLW and CW methods it was considered 20 gray gases logarithmically spaced between  $1 \times 10^{-25} \text{ cm}^2/\text{molec.}$  and  $1 \times 10^{-17} \text{ cm}^2/\text{molec.}$  Concerning the discrete ordinates method, 20 directions were used for all simulated cases. The independent grid was obtained with 200 volumes along of the radius of the chamber. For the gray gas model the absorption coefficient used was optimized through the analysis of the spectrum at the averaged temperature of the participating medium. The absorption coefficient of  $0.03 \text{ m}^{-1}$  led to the best results with gray gas model and it was used in the present simulations.

Figure 3 shows the divergence of the radiative flux obtained with LBL, CW with reference temperature of 402K, CW with reference temperature of 1912K, SLW and Gray Gas. It was observed that, the predictions of CW model had the best agreement with the ones predicted with LBL model, especially when the reference temperature is 1912K. The SLW model captured the tendency of the curve. However, it overestimates the divergence of the radiative flux for higher temperature gradients, being surprisingly worse than the estimative of the gray gas model in this region. The Gray Gas model, similarly to SLW model, just captured some tendency of the divergence of the radiative flux. Nevertheless, it presented the worst results for the surface regions.

Despite the fact that CW model led to results significantly better than the gray gas model, the latter was employed in the present work due to the need to minimize CPU time, since in the future the code to determine the thermal radiation field will be coupled with a developed code to simulate transient, three-dimensional and turbulent flows by means of large eddy simulations (LES), which requires enormous processing time. Besides that, for three-dimensional domains the time processing of the thermal radiation code also increases significantly, reinforcing the need to employ the simplest methodology for the treatment of thermal radiation properties, at least for the first studies about TRI by means of LES. Thus, if the turbulence-radiation interactions present suitable behavior for a gray gas model, it is reasonable to accept that for the more detailed models, for instance, CW modeling, better predictions are achieved.

The divergence of the radiative flux is calculated from the averaged temperature profile, shown in Fig. 2 and Fig. 4, with the objective to estimate the influence of the average temperature field over the thermal radiation field. To estimate the influence of the fluctuations over the thermal radiation field, which simulates the influence of the turbulent flows, it was analyzed three temperature profiles with fluctuations imposed over the averaged temperature profiles, representing profiles with 10%, 20% and 30% of turbulence intensity, as can be seen in Fig. 4. This procedure is similar to the ones employed by stochastic method, where the fluctuations are imposed over the temperature averaged profiles. With the purpose to avoid the increase of the mean of temperature profile by the insertion of the fluctuations, which could affect the mean of the divergence of radiative flux, the temperature profiles are constructed in such way that the mean of the average profile and the profiles with fluctuations are the same.

transfer equation was solved with the discrete ordinates method (DOM) and the participant medium was treated as gray.

Additionally, various advanced gas models (SLW, CW and gray gas) were compared to the benchmark model (LBL). Although the results of the divergence of the radiative heat flux were better predicted by CW models than by gray gas, in the first applications of turbulence-radiation interactions (TRI), it will be employed the latter one to minimize the time processing.

It was observed in the simulations of the turbulence-radiation interactions a significant increase of the local divergence of the radiative flux with the increase of the turbulence intensity, especially for higher temperatures in the domain. It was also verified that the mean divergence of the radiative flux increase significantly with the increase of the fluctuations on the temperature profile, for a profile with 30% of turbulence intensity the difference of the mean divergence of the radiative flux in comparison to the one for an average temperature profile was approximately 20%. The results obtained here agreed with the numerical and experimental predictions of Koumalakis *et al.* (1988).

#### ACKNOWLEDGEMENTS

The first author thanks CAPES by his doctorate scholarship, the second and third author thank CNPQ by their doctorate scholarship, F. H. R. França thanks CNPQ for research grant 304535/2007-9. All authors thank CAPES (Brazil) for the support under the program CAPES/UT-AUSTIN, No. 028/08.

#### REFERENCES

- Barve, V. V., Ezekoye, O. A., 2006, Computations of Strongly Forced Laminar Cold-Flow Jet and Methane-Air Diffusion Flames, MSc. Thesis, Texas University, Texas.
- Coelho, P. J., 2004, Detailed Numerical Simulation of Radiative Transfer in a Non-luminous Turbulent Jet Diffusion Flame, Combustion Flame, Vol. 136, pp. 481-492.
- Coelho, P. J., 2007, Numerical Simulation of the Interaction between Turbulence and Radiation in Reactive Flows, Progress in Energy and Combustion Science, Vol. 33, pp. 311-383.
- Denison, M. K., and Webb, B. W., 1993, A Spectral Line Based Weighted-Sum-of-Gray-Gases Model for Arbitrary RTE Solvers, Journal of Heat Transfer, Vol. 115, pp. 1004-1012.
- Deshmukh, K. V., Modest, M. F., and Haworth, D. C., 2008, Direct Numerical Simulation of Turbulence-Radiation Interactions in a Statistically One-Dimensional Non-Premixed System, Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer, Vol. 109, pp. 2391-2400.
- Dos Santos, E. D., 2007, Analysis of Non-isothermal, Incompressible Flows, Using Large Eddy Simulations and Finite Element Method, MSc. Thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil. (in Portuguese)
- Dos Santos, E. D., Petry, A. P., and Rocha, L. A. O., 2008, Numerical Analysis of Non-Isothermal Lid-Driven Cavity Flows Using Large Eddy Simulation, in: Proceedings of the 12<sup>th</sup> Brazilian Congress of Thermal Engineering and Sciences, Belo Horizonte.
- Dos Santos, E. D., Piccoli, G. L., França, F. H. R., and Petry, A. P., 2009, Numerical Analysis of Transient Convection Heat Transfer Employing Two Different Temporal Schemes: Explicit Iterative of Taylor-Galerkin and Two Step Explicit, in: Proceedings of 20<sup>th</sup> International Congress of Mechanical Engineering, Gramado.
- Dos Santos, R. G., Lecanu, S., Ducruix, S., Gicquel, O., Iacona, E., and Veynante, D., 2008, Coupled Large Eddy Simulations of Turbulent Combustion and Radiative Heat Transfer, Combustion and Flame, Vol. 152, pp. 387-400.
- Galarça, M. M., Mossi, A. C., Vielmo, H. A., França, F. H. R., and Ezekoye, O. A., 2009, Application of the Cumulative Wavenumber Model for a Non-Isothermal Homogeneous Medium Filled with CO<sub>2</sub> or H<sub>2</sub>O, in: Proceedings of 20<sup>th</sup> International Congress of Mechanical Engineering, Gramado.
- Germano, M., 1978, Turbulent Fluctuations Coupled with the Radiation Field, AIAA Paper, Vol. 78, pp. 780-840.
- Hottel, H. C., and Sarofim, A. F., 1967, *Radiative Transfer*, McGraw-Hill Book Company.
- Jones, W. P., and Paul, M. C., 2005, Combination of DOM with LES in a Gas Turbine Combustor, International Journal of Engineering Science, Vol. 43, pp. 379-397.
- Koumalakis, M. E., Gore, J. P., and Faeth, G. M., 1988, Turbulence/Radiation Interactions in Nonpremixed Hydrogen/Air Flames, in: 22<sup>nd</sup> Symposium (International) on Combustion, Pittsburgh, pp. 1281-1290.
- Lesieur, M., Métails, O., and Comte, P., 2005, *Large-Eddy Simulations of Turbulence*, Cambridge, New York.
- Li, G., and Modest, M. F., 2002, Application of Composition PDF Methods in the Investigation of Turbulence-Radiation Interactions, Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer, Vol. 73, pp. 461-472.
- Li, G., and Modest, M. F., 2003, Importance of Turbulence-Radiation Interactions in Turbulent Diffusion Flames, Journal of Heat Transfer, Vol. 125, pp. 831-838.
- Malalasekera, W., Versteeg, H., Henson, J. C., and Jones, J. C., 2002, Calculation of Radiative Heat Transfer in Combustion Systems, International

transfer equation was solved with the discrete ordinates method (DOM) and the participant medium was treated as gray.

Additionally, various advanced gas models (SLW, CW and gray gas) were compared to the benchmark model (LBL). Although the results of the divergence of the radiative heat flux were better predicted by CW models than by gray gas, in the first applications of turbulence-radiation interactions (TRI), it will be employed the latter one to minimize the time processing.

It was observed in the simulations of the turbulence-radiation interactions a significative increase of the local divergence of the radiative flux with the increase of the turbulence intensity, especially for higher temperatures in the domain. It was also verified that the mean divergence of the radiative flux increase significantly with the increase of the fluctuations on the temperature profile, for a profile with 30% of turbulence intensity the difference of the mean divergence of the radiative flux in comparison to the one for an average temperature profile was approximately 20%. The results obtained here agreed with the numerical and experimental predictions of Kounalakis *et al.* (1988).

#### ACKNOWLEDGEMENTS

The first author thanks CAPES by his doctorate scholarship, the second and third author thank CNPQ by their doctorate scholarship, F. H. R. França thanks CNPQ for research grant 304535/2007-9. All authors thank CAPES (Brazil) for the support under the program CAPES/UT-AUSTIN, No. 028/08.

#### REFERENCES

- Barve, V. V., Ezekoye, O. A., 2006, Computations of Strongly Forced Laminar Cold-Flow Jet and Methane-Air Diffusion Flames, MSc. Thesis, Texas University, Texas.
- Coelho, P. J., 2004, Detailed Numerical Simulation of Radiative Transfer in a Non-luminous Turbulent Jet Diffusion Flame, Combustion Flame, Vol. 136, pp. 481-492.
- Coelho, P. J., 2007, Numerical Simulation of the Interaction between Turbulence and Radiation in Reactive Flows, Progress in Energy and Combustion Science, Vol. 33, pp. 311-383.
- Denison, M. K., and Webb, B. W., 1993, A Spectral Line Based Weighted-Sum-of-Gray-Gases Model for Arbitrary RTE Solvers, Journal of Heat Transfer, Vol. 115, pp. 1004-1012.
- Deshmukh, K. V., Modest, M. F., and Haworth, D. C., 2008, Direct Numerical Simulation of Turbulence-Radiation Interactions in a Statistically One-Dimensional Non-Premixed System, Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer, Vol. 109, pp. 2391-2400.
- Dos Santos, E. D., 2007, Analysis of Non-isothermal, Incompressible Flows, Using Large Eddy Simulations and Finite Element Method, MSc. Thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil. (in Portuguese)
- Dos Santos, E. D., Petry, A. P., and Rocha, L. A. O., 2008, Numerical Analysis of Non-Isothermal Lid-Driven Cavity Flows Using Large Eddy Simulation, in: Proceedings of the 12<sup>th</sup> Brazilian Congress of Thermal Engineering and Sciences, Belo Horizonte.
- Dos Santos, E. D., Piccoli, G. L., França, F. H. R., and Petry, A. P., 2009, Numerical Analysis of Transient Convection Heat Transfer Employing Two Different Temporal Schemes: Explicit Iterative of Taylor-Galerkin and Two Step Explicit, in: Proceedings of 20<sup>th</sup> International Congress of Mechanical Engineering, Gramado.
- Dos Santos, R. G., Lecanu, S., Ducruix, S., Gicquel, O., Iacona, E., and Veynante, D., 2008, Coupled Large Eddy Simulations of Turbulent Combustion and Radiative Heat Transfer, Combustion and Flame, Vol. 152, pp. 387-400.
- Galarça, M. M., Mossi, A. C., Vielmo, H. A., França, F. H. R., and Ezekoye, O. A., 2009, Application of the Cumulative Wavenumber Model for a Non-Isothermal Homogeneous Medium Filled with CO<sub>2</sub> or H<sub>2</sub>O, in: Proceedings of 20<sup>th</sup> International Congress of Mechanical Engineering, Gramado.
- Germano, M., 1978, Turbulent Fluctuations Coupled with the Radiation Field, AIAA Paper, Vol. 78, pp. 780-840.
- Hottel, H. C., and Sarofim, A. F., 1967, *Radiative Transfer*, McGraw-Hill Book Company.
- Jones, W. P., and Paul, M. C., 2005, Combination of DOM with LES in a Gas Turbine Combustor, International Journal of Engineering Science, Vol. 43, pp. 379-397.
- Kounalakis, M. E., Gore, J. P., and Faeth, G. M., 1988, Turbulence/Radiation Interactions in Nonpremixed Hydrogen/Air Flames, in: 22<sup>nd</sup> Symposium (International) on Combustion, Pittsburgh, pp. 1281-1290.
- Lesieur, M., Métais, O., and Comte, P., 2005, *Large-Eddy Simulations of Turbulence*, Cambridge, New York.
- Li, G., and Modest, M. F., 2002, Application of Composition PDF Methods in the Investigation of Turbulence-Radiation Interactions, Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer, Vol. 73, pp. 461-472.
- Li, G., and Modest, M. F., 2003, Importance of Turbulence-Radiation Interactions in Turbulent Diffusion Flames, Journal of Heat Transfer, Vol. 125, pp. 831-838.
- Malalasekera, W., Versteeg, H., Henson, J. C., and Jones, J. C., 2002, Calculation of Radiative Heat Transfer in Combustion Systems, International

Journal of Energy Combustion Technology, Vol. 3, pp. 113-143.

Mazumder, S., and Modest, M. F., 1999, Turbulence-Radiation Interactions in Nonreactive Flow of Combustion Gases, Journal of Heat Transfer, Vol. 121, pp. 726-729.

Modest, M. F., 2005, Multiscale modeling of turbulence radiation and combustion interactions in turbulent flames, International Journal of Multiscale Computations Engineering, Vol. 3, pp. 85-106.

Modest, M. F., and Zhang, H., 2002, The Full-Spectrum Correlated-k Distribution for Thermal Radiation from Molecular Gas-Particulates Mixtures, Journal of Heat Transfer, Vol. 124, pp. 30-38.

Mossi, A. C., Galarça, M. M., and França, F. H. R., 2008, Modeling of the Radiative Heat Transfer by CW Model in Gaseous Media, in: Proceedings of the 12<sup>th</sup> Brazilian Congress of Thermal Engineering and Sciences, Belo Horizonte.

Roger, M., Da Silva, C. B., and Coelho, P. J., 2009, Analysis of the Turbulence-Radiation Interactions for Large Eddy Simulations of Turbulent Flows, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 52, pp. 2243-2254.

Rothman, L. S., Jacquemart, D., Barbe, A., Benner, D. C., Birk, M., Brown, L. R., Carleer, M. R., Chackerian Jr., C., Chance, K., Coudert, L. H., Dana, V., Devi, V. M., Flaud, J. M., Gamache, R. R., Goldman, A., Hartmann, J. M., Jucks, K. W., Maki, A. G., Mandin, J. Y., and Massie, S. T., 2004, The HITRAN 2004 Molecular Spectroscopic Database, Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer, Vol. 96, pp. 139-204.

Siegel, R., and Howell, J. R., 2002, *Thermal Radiation Heat Transfer*, Taylor & Francis, New York.

Silveira Neto, A., 2002, *Turbulência*, Vol. I, Editors: Silva Freire, A. P., Menut, P. P. M., Jian, S., ABCM, Rio de Janeiro.

Smith, T. F., Shen, Z. F., and Friedman, J. N., 1982, Evaluation of Coefficients for the Weighted Sum of Gray Gases Model, Journal of Heat Transfer, Vol. 104, pp. 602-608.

Solovjov, V. P., and Webb, B. W., 2002, A Local Spectrum Correlated Model for Radiative Transfer in Non-uniform Gas Media, Vol. 73, pp. 361-373.

Tessé, L., Dupoirieux, F., and Taine, J., 2004, Monte Carlo Modeling of Radiative Transfer in a Turbulent Sooty Flame, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 47, pp. 555-572.

Wang, A., Modest, M. F., and Haworth, D. C., 2008, Monte Carlo Simulation of Radiative Heat Transfer and Turbulence Interactions in Methane/Air Jet Flames, Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer, Vol. 109, pp. 269-279.