

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA**

TIAGO SANTANA TRISTÃO

**RELAÇÕES NÃO LINEARES NA CURVA DE PHILLIPS:
UMA ABORDAGEM NÃO-PARAMÉTRICA**

**Porto Alegre
2013**

TIAGO SANTANA TRISTÃO

**RELAÇÕES NÃO LINEARES NA CURVA DE PHILLIPS:
UMA ABORDAGEM NÃO-PARAMÉTRICA**

Dissertação submetida ao programa de Pós-Graduação em Economia da Faculdade de Ciências Econômicas da UFRGS, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Economia com ênfase em Economia Aplicada.

Orientador: Prof. Dr. Hudson da Silva Torrent

**Porto Alegre
2013**

CIP - Catalogação na Publicação

Tristão, Tiago Santana

Relações não lineares na curva de Philips: uma abordagem não-paramétrica / Tiago Santana Tristão. -
- 2013.
82 f.

Orientador: Hudson da Silva Torrent.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Faculdade de Ciências Econômicas, Programa de Pós-Graduação em Economia, Porto Alegre, BR-RS, 2013.

1. Não linearidade na curva de Phillips. 2. Local Linear Kernel. 3. Semi-parametric estimator. 4. Função perda. I. Torrent, Hudson da Silva, orient. II. Título.

Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica da UFRGS com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

TIAGO SANTANA TRISTÃO

**RELAÇÕES NÃO LINEARES NA CURVA DE PHILLIPS:
UMA ABORDAGEM NÃO-PARAMÉTRICA**

Dissertação submetida ao programa de Pós-Graduação em Economia da Faculdade de Ciências Econômicas da UFRGS, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Economia com ênfase em Economia Aplicada.

Aprovada em: Porto Alegre, 13 de maio de 2013.

Prof. Dr. Hudson da Silva Torrent
UFRGS

Prof. Dr. Marcelo Savino Portugal
UFRGS

Prof. Dr. Anderson Antonio Denardin
UFSM

Prof. Dr. João Frois Caldeira
UFRGS

Aos meus pais e irmãos.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, professor Hudson da Silva Torrent, pela orientação exemplar na elaboração deste trabalho, pela paciência e pelo apoio nesta fase de amadurecimento acadêmico.

Aos professores do PPGE, por todos os conhecimentos adquiridos.

À secretaria do PPGE, pelo apoio sempre disponível.

Aos contribuintes brasileiros pelo apoio financeiro via entidade CAPES.

Aos meus irmãos pela ajuda prestada de todas as formas. Em especial ao meu irmão Diego, que sempre me auxiliou e desde o início depositou sua confiança em mim.

Mais uma vez aos meus pais, por terem sempre acreditado e me apoiado nesta realização.

RESUMO

Uma das principais preocupações da macroeconomia é a compreensão da dinâmica da inflação no curto prazo. Entender como a inflação se relaciona com a atividade econômica é decisivo para traçar estratégias de desinflação, assim como, de determinação da trajetória de política monetária. Uma questão que surge é qual a forma exata da relação inflação-produto. Ou seja, podemos caracterizar essa relação como não linear? Se sim, qual a forma dessa não linearidade? Para responder a essas perguntas, estimou-se a relação inflação-produto de forma não-paramétrica através de um *local linear kernel estimator*. O resultado da estimação gerou uma forma funcional a qual foi aproximada pela estimação, via GMM, de uma curva de Phillips Novo-Keynesiana Híbrida. Essa abordagem foi aplicada para o Brasil a partir de 2000. As estimações sugeriram que a dinâmica da inflação brasileira é melhor descrita quando adiciona-se um termo cúbico relativo ao hiato do produto, ou seja, a inflação brasileira mostrou-se *state-dependent*.

Palavras-chave: Não linearidades na curva de Phillips. Local Linear Kernel Estimator. Semi-parametric Estimator. Função perda.

ABSTRACT

One of the most important macroeconomics' concerns is the comprehension about short-run inflation dynamic. To understand how inflation relates to economic activity is crucial to decision-making in disinflation strategies, as well as in monetary policy paths. A question that arises is what does real form of relation inflation-output trade-off? Could one characterize it as a non-linear relation? If does, what is the shape of this non-linear relation? To answer those questions, we estimate the inflation-output relation non-parametrically using a local linear kernel estimator. The functional form achieved was approximated by a New-Keynesian Hybrid Phillips Curve, which one was estimated by GMM. This approach was applied to Brazil since 2000. We have found evidence that Brazilian inflation dynamic is better described adding a cubic term related to output gap, in other words, the Brazilian inflation is state-dependent.

Keywords: Non-linear Phillips curve. Local Linear Kernel Estimator. Semi-parametric Estimator. Loss function.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	8
2	A CURVA DE PHILLIPS.....	11
2.1	Desenvolvimento Teórico da Curva de Phillips	11
2.2	Estimação da Curva de Phillips Novo-Keynesiana	16
2.3	Não Linearidade na Curva de Phillips	18
2.4	Evidências Empíricas.....	21
3	METODOLOGIA.....	28
3.1	Inflação e Custo Marginal	28
3.2	Diferentes Metodologias na Estimação do Hiato do Produto.....	30
3.2.1	Decomposição de Componentes Não-observáveis	30
3.2.2	Regressão Linear	31
3.2.3	Filtro Hodrick-Prescott	31
3.2.4	Filtro Hodrick-Prescott Restrito a uma Função de Produção	32
3.2.5	Decomposição Beveridge-Nelson	34
3.4	Estimação do Modelo Linear.....	35
3.4.1	Estimação de GMM e Matriz Ponderadora HAC.....	36
3.5	Estimação Não-paramétrica.....	39
3.5.1	Estimação da Média Condicional e Derivadas	39
3.5.2	Estimação Semi-paramétrica	42
3.5.3	Curse of Dimensionality	44
4	ESTIMAÇÃO DA CURVA DE PHILLIPS	47
4.1	Estimação Paramétrica.....	47
4.1	Estimação Paramétrica com Termo Quadrático para o Hiato do Produto.....	50
4.2	Estimação Semi-Paramétrica	51
5	TRAJETÓRIA ÓTIMA DE POLÍTICA MONETÁRIA	64
5.1	Regra de Política para uma Curva de Phillips Linear.....	65
5.2	Regra de Política para uma Curva de Phillips Não Linear	67
6	CONCLUSÕES.....	70
	REFERÊNCIAS	73
	APÊNDICE A – Medidas de Hiato do Produto.....	78

1 INTRODUÇÃO

Os modelos Novo-Keynesianos tiveram um grande impacto na macroeconomia e na maneira com que macroeconomistas analisam política monetária. Esta modelagem substituiu o modelo IS-LM-OA na análise de política econômica e tem sido o foco de inúmeros trabalhos que buscam avaliar as principais questões da macroeconomia tais como o papel das expectativas, a persistência inflacionária, o nível de rigidez de variáveis nominais ou reais, etc.

O sucesso desta modelagem deve-se às suas principais características, que podem ser resumidas como segue. Primeiro, podemos citar o pressuposto de otimização: Utiliza-se um arcabouço microeconômico de indivíduos maximizadores e firmas maximizadoras operando dentro de uma certa estrutura de mercado (concorrência imperfeita). As equações que formam o modelo são derivadas de microfundamentos, tornando-o assim, de certa forma, imune à crítica de Lucas.

Em segundo lugar, esses modelos baseiam-se na existência de concorrência imperfeita: Pressupõe-se alguma forma de concorrência imperfeita. Na maioria dos casos, temos um mercado operando dentro de um sistema de concorrência monopolística.

Por último, os modelos apresentam rigidez nominal/real: A existência de competição imperfeita no mercado de bens ou no mercado de trabalho, ou em ambos, gera poder de monopólio para os produtores. Desta forma, os preços e o desemprego são mais altos e o produto é mais baixo do que seriam num mundo de competição perfeita. Uma vez que as firmas têm algum controle sobre seus preços, elas podem escolher as taxas de ajustamento dos preços. Isto permite que o grau ótimo de flexibilidade dos preços para as firmas seja uma questão estratégica, ou seja, endógena. Dessa forma, os modelos Novo-Keynesianos se voltam para a rigidez dos preços dos produtos e do salário monetário, assim como, fatores que provocam a rigidez do salário real ou dos preços relativos das firmas.

Ao longo dos anos, diversos novos elementos têm sido acrescentados ao arcabouço Novo-Keynesiano. Essas modificações foram feitas buscando tornar o modelo mais adequado a diversos fatos estilizados, ou seja, torná-lo mais realista frente a observações empíricas. Um exemplo disso, é a introdução da hipótese de que parte dos agentes não remarca preços de maneira ótima, mas ao invés, utilizam uma regra de bolso que toma a forma de um comportamento *backward-looking*. Esta modificação na estratégia de remarcação de preços por parte das firmas, leva à consagrada versão híbrida de curva de Phillips Novo-Keynesiana,

a qual é composta não só pelos habituais termos de inflação esperada e atividade econômica, mas também, por um termo da inflação defasada, representando a inércia inflacionária.

Inúmeros trabalhos buscam verificar o ajuste dessa modelagem aos dados¹ através de estimações das equações do modelo Novo-Keynesiano. Tradicionalmente, estimativas assumem que a forma da relação produto-inflação é linear. Isto implica que a inclinação da curva e Phillips é constante e, portanto, independente do ciclo econômico. Porém, há um grande número de trabalhos que questionam a validade dessa suposta forma linear². Muitos modelos teóricos de *price-setting behaviour* argumentam que a inclinação da curva de Phillips é uma função das condições macroeconômicas. De fato, o uso dessa relação linear se baseia na forma funcional das equações do modelo, que são derivadas através de expansões de Taylor e log-linearizações. Essas expansões e log-linearizações são utilizadas para facilitar as estimações e transformar as soluções analíticas tratáveis do ponto de vista matemático. Porém, a linearidade implica que o custo da desinflação, em termos de produto, não varia com o estado da economia ou com a agressividade das políticas de desinflação executadas pelas autoridades monetárias. Em contraste, uma curva de Phillips não linear permite que o custo em termos de produto dependa dessas variáveis.

Além disso, há divergências na literatura sobre a preponderância dos componentes *backward* e *forward-looking* da curva de Phillips. Alguns estudos, por exemplo, Lindé (2005), apontam para um papel mais relevante do componente inercial, enquanto outros, como Galí e Gertler (1999), encontram evidências de um papel preponderante do termo *forward-looking*. Há também divergências quanto ao papel do termo relativo ao excesso de demanda na curva de Phillips. Alguns estudos encontram um papel determinante do hiato do produto na determinação da inflação corrente dependendo da *proxy* utilizada. Outros estudos rejeitam a relevância do hiato do produto na dinâmica da inflação no curto prazo.

Uma das possíveis causas de divergências entre os resultados empíricos dos modelos Novo-Keynesianos pode ser a hipótese de linearidade imposta na forma funcional das equações. Se existem não linearidades na relação inflação-produto, os métodos lineares geram coeficientes incorretamente estimados, dado que a forma funcional está sendo especificada incorretamente.

Nesta dissertação, buscaremos analisar a relação entre a inflação e a atividade econômica, a fim de verificar se essa relação se expressa de forma não linear. Trabalharemos dentro do arcabouço Novo-Keynesiano, mais especificamente, utilizando uma curva de

¹ Ver Galí e Gertler (1999), Linde (2005), Rudd e Whelan (2006) e Zhang *et al.* (2009).

² Ver Lucas (1973), Laxton *et al* (1994), Debelle e Laxton (1997), Macklem (1997) e Stiglitz (1984, 1997).

Phillips Novo-Keynesiana Híbrida para descrever a dinâmica inflacionária brasileira. O modelo Novo-Keynesiano não fornece uma estrutura teórica definitiva sobre o formato de uma possível não linearidade na curva de Phillips. Deste modo, utilizaremos aqui um instrumental econométrico não-paramétrico a fim de capturar a forma exata da relação inflação-produto. O uso da econometria não-paramétrica é vantajoso pois possibilita a estimação desta relação, sem que uma forma funcional específica seja imposta. A ideia é utilizar um estimador não-paramétrico para que possamos visualizar a forma funcional e, com essa informação, propor um modelo paramétrico que descreva de forma satisfatória a relação entre inflação e atividade econômica.

A principal vantagem do exercício apresentado aqui em relação a outros estudos que avaliam a não linearidade da curva de Phillips, é o instrumental econométrico utilizado. Testes paramétricos são sensíveis à forma funcional estabelecida. Os testes de hipótese realizados sobre modelos estimados de forma paramétrica podem levar a rejeição ou não rejeição de uma forma funcional específica definida no teste de hipótese. Porém, com um estimador não-paramétrico, é possível estimar a relação entre inflação e atividade econômica sem que qualquer forma funcional seja imposta.

Esta dissertação está organizada da seguinte forma. O capítulo 2 descreve o desenvolvimento teórico da curva de Phillips e os resultados apresentados por estudos recentes sobre não linearidade na curva de Phillips. O capítulo 3 trata da metodologia de estimação utilizada. O capítulo 4 apresenta os resultados das estimações feitas e faz uma análise dos resultados encontrados quanto ao formato da curva de Phillips. O capítulo 5 traz um exercício de otimização de política monetária sujeito à forma funcional da curva de Phillips conforme encontrada através de estimadores não-paramétricos. É também realizada uma comparação com os resultados de um modelo puramente linear. Por fim, no capítulo 6 são apresentadas as conclusões do trabalho.

2 A CURVA DE PHILLIPS

2.1 Desenvolvimento Teórico da Curva de Phillips

A curva de Phillips postula, em seu formato mais moderno, uma relação positiva entre a inflação corrente e uma medida de excesso de demanda. Contudo, os desenvolvimentos teóricos da curva de Phillips apareceram pioneiramente em 1926 no trabalho de Irving Fisher chamado “*A statistical relationship between unemployment and price changes*”. Fisher (1926) faz uma análise de correlação entre emprego e nível de preços corrente e defasado. Usando dados mensais para a economia americana no período de 1915 a 1925, o autor verificou uma forte correlação positiva entre emprego e o nível de preços, e sugeriu que essa relação era causal.

A partir de 1926 outras tentativas de expressar uma relação entre o nível de preços e variáveis reais que descrevem o nível de atividade econômica foram formuladas. Dentro desta literatura, Phillips (1958) estimou, utilizando dados do Reino Unido, uma regressão na qual a inflação salarial era descrita pela taxa de desemprego. Essa relação era negativa de forma que quanto menor a taxa de desemprego, maior era a inflação dos salários. Do artigo seminal de Phillips (1958) surgiu a expressão “curva de Phillips” para denominar a relação empírica encontrada entre inflação e desemprego.

No início de 1960 entra em pauta nesta literatura discussões sobre o *trade-off* inflação-desemprego. Determinada pela estrutura do mercado de trabalho, a posição da curva de Phillips determinava o conjunto de todas as coordenadas de taxas de inflação e desemprego que as autoridades podiam alcançar via implementação de políticas monetária e fiscal. A curva era vista como uma restrição que prevenia as autoridades de alcançar níveis ainda mais baixos de ambos inflação e desemprego. A ideia da existência de um *trade-off* entre essas duas variáveis obteve um amplo suporte empírico durante a década de 1960, servindo como um guia de condução de políticas econômicas. É preciso salientar, entretanto, que a validade teórica deste *trade-off* foi muito discutida durante este período, sendo que os desdobramentos teóricos mais relevantes sobre a impossibilidade de um *trade-off* permanente são apresentados em Friedman (1968) e Phelps (1968).

Com o passar dos anos essa relação foi sendo refinada e três principais inovações formaram as bases para a taxa natural de desemprego e para a hipótese aceleracionista da curva de Phillips, as quais foram: imposição de uma variável descrevendo o excesso de demanda; inclusão de um termo relativo às expectativas; e um mecanismo de aprendizado

com os erros. A taxa natural e a hipótese aceleracionista são dois conceitos que alteraram a visão dos economistas e dos *policymakers* sobre a relação entre inflação e desemprego. De acordo com a hipótese aceleracionista, uma baixa taxa constante de desemprego seria alcançada a um custo cada vez maior da taxa de inflação e, por isso, há a impossibilidade de *trade-off* permanente. A hipótese da *Non-Accelerating Inflation Rate of Unemployment* (NAIRU), isto é, a taxa de desemprego consistente com uma taxa de inflação estável implica que: quando o desemprego está abaixo da NAIRU, há pressões para que a taxa de inflação suba; inversamente, quando o desemprego está acima da NAIRU, há pressões para a queda da inflação. O conceito da NAIRU, ou seja, taxa natural de desemprego, consolida a relação entre inflação e desemprego e é a base teórica por trás da hipótese aceleracionista.

Podemos notar que a especificação “tradicional” da curva de Phillips possui a seguinte forma:

$$\pi_t = \beta\pi_t^e + \delta(u^* - u_t), \quad (2-1)$$

onde π_t é a taxa de inflação, u_t é a taxa de desemprego, u^* é a NAIRU, π_t^e é a taxa esperada de inflação e $\beta > 0$ e $\delta > 0$ são parâmetros. Inovações foram adicionadas a curva de Phillips de forma que um componente de expectativas dos agentes quanto à inflação futura, π_t^e , foi adicionado, buscando representar a importância das expectativas na formação do nível de preços.

O componente expectacional $\pi_t^e = E_{t-1}[\pi_t] = E[\pi_t|I_{t-1}]$ é a taxa de inflação no período prévio para o período corrente, condicionada ao conjunto de informação disponível aos agentes econômicos até o período prévio. Este componente expectacional pode se dar de forma adaptativa ou racional. A abordagem de expectativas adaptativas implica que os agentes preveem a inflação futura de acordo com sua trajetória passada. A inclusão de um termo expectacional adaptativo dá um caráter inercial na inflação. Se os agentes formam suas expectativas de acordo com a trajetória passada da inflação, π_t^e nada mais é do que uma combinação linear de termos defasados da inflação.

Mais tarde a curva de Phillips incorporou expectativas racionais. De acordo com a hipótese de expectativas racionais, indivíduos tenderão a levar em conta todas as variáveis disponíveis que são pertinentes para o processo de formação da taxa de inflação e farão previsões embasadas nesse conjunto informacional. Isto implica que erros de previsão só podem ocorrer devido a choques inesperados na taxa de inflação.

A abordagem de expectativas racionais tem radicais implicações políticas. Quando incorporada à curva de Phillips, implica que variáveis nominais, como o nível de preços, não podem influenciar variáveis reais como o produto e desemprego, mesmo no curto prazo. Portanto, a taxa de inflação influencia variáveis reais apenas quando ela não é antecipada.

Mais tarde Calvo (1983), utilizando um arcabouço microeconômico de indivíduos maximizadores e firmas maximizadoras operando dentro de um sistema de concorrência monopolística, impõe rigidez nominal na determinação dos preços. Assim, o autor propõe um modelo estrutural que leva a uma curva de Phillips com expectativas racionais que possibilita um *trade-off* de curto prazo devido à rigidez nominal a qual está submetida o processo de determinação de preços. As firmas possuem uma probabilidade de reajustar os preços, em um determinado período, de acordo com um processo de Poisson. Sendo assim, nem todas são capazes de reajustar seus preços a cada período e isso gera uma rigidez nominal que leva a um ajustamento gradual do nível de preços, que por sua vez, possibilita um *trade-off* de curto prazo entre inflação e desemprego dentro de um ambiente de agentes que se comportam racionalmente.

A curva de Phillips derivada do trabalho de Calvo (1983) é conhecida como Curva de Phillips Novo-Keynesiana (CPNK) e foi amplamente estimada e testada devido aos fundamentos microeconômicos que ela possui³.

No entanto há muitas críticas à CPNK, sobre tudo no que diz respeito às suas características microeconômicas. Ball (1994,1995) demonstra a possibilidade de crescimento econômico como consequência de políticas desinflacionárias críveis dentro do arcabouço teórico da CPNK, fato que é altamente questionável empiricamente. Outra fonte de críticas surge do que Blanchard e Galí (2007) chamaram de “coincidência divina” da CPNK. Segundo os autores, do ponto de vista do bem-estar, o modelo Novo-Keynesiano, o qual tem o lado da oferta caracterizado por uma CPNK, implica que é desejável estabilizar inflação e excesso de demanda. Porém, a CPNK implica que essas duas metas não são conflitantes: estabilizar inflação também causa estabilização do produto. O excesso de demanda e o nível de produto eficiente (*first-best*) é constante e invariante a choques no modelo Novo-Keynesiano. Esta característica implica que estabilizar a inflação é equivalente a estabilizar o “*welfare relevant output gap*”, ou seja, o excesso de demanda que maximiza o bem-estar. Estabilizar a inflação poderia ser equivalente a estabilizar o excesso de demanda, mas não deveria ser equivalente a estabilizar o “*welfare relevant output gap*”. Logo, esta política não seria desejável para uma

³ Ela é derivada do comportamento agregado dos *price setters* que encaram barreiras ao ajustamento de preços.

autoridade que maximiza uma função objetivo e portanto, teríamos um *trade-off* entre inflação e desemprego do ponto de vista de maximização do bem-estar⁴.

Além disso, devido à ausência de termos defasados da inflação, a CPNK não apresenta inércia inflacionária. Galí e Gertler (1999) adicionam um termo de defasagem na especificação da CPNK, assim, a curva mantém suas especificações microeconômicas seguindo um modelo de precificação do tipo Calvo. A cada período apenas uma parte das firmas pode otimizar seus preços utilizando toda a informação disponível; as demais utilizam uma simples regra de bolso baseada na trajetória passada do nível de preços. Dessa forma, a curva de Phillips passou a ter uma especificação com um termo expectacional adaptativo e outro racional, definindo o que os autores denominam de Curva de Phillips Novo-Keynesiana Híbrida (CPNKH).

A CPNKH é muito utilizada para análises de política econômica. Isso se deve a duas características que ela apresenta; componente inercial e componente *forward-looking*. Fica claro que a CPNKH surge de um modelo estrutural onde famílias e firmas maximizam funções de escolhas intertemporais. Como as equações resultam da maximização de escolhas individuais na presença de expectativas *forward-looking*, as análises de política econômica não sofrem com a crítica de Lucas, ao contrário dos modelos estatísticos VECM e VAR⁵. Por este motivo o New Keynesian Policy Model (NKPM) tornou-se uma ferramenta muito atrativa na análise de política monetária.

Para deixar as coisas mais claras, segue abaixo as equações que compõe um NKPM estrutural de pequena escala⁶, como demonstrado em Henry e Pagan (2004). O modelo envolve três equações, onde a equação (2) é uma curva de demanda agregada (representação de uma curva IS), a equação (3) é uma curva de oferta agregada (que corresponde a uma curva de Phillips) e a equação (4) é uma regra de política.

$$y_t = y_{t+1}^e - \sigma(r_t - \pi_{t+1}^e) + v_t \quad (2-2)$$

$$\pi_t = \alpha_\pi \pi_{t-1} + (1 - \alpha_\pi) \pi_{t+1}^e + \alpha_y (y_{t-1} - y_{t-1}^*) + \xi_t \quad (2-3)$$

$$r_t = \bar{r} + \beta(\pi_{t+1}^e - \pi^*) + \gamma(y_t - y^*) \quad (2-4)$$

⁴ Blanchard e Galí (2007) propõe uma modificação no modelo Novo-Keynesiano. Os autores incluem rigidez real nos salários e demonstram que quando essas *non-trivial rigidities* são permitidas a “coincidência divina” desaparece.

⁵ Os quais exibiriam instabilidade em seus coeficientes devido à falta de microfundamentos.

⁶ Por escala nos referimos ao modelo de economia fechada.

Neste sistema, y_t é o log do produto real e y^* é o produto potencial⁷, r_t é a taxa nominal de juros, π_t é a taxa de inflação e π_{t+1}^e é o termo *forward-looking*. O termo v_t representa um choque de demanda, enquanto ξ_t representa um choque de oferta⁸.

A curva IS e a curva de Phillips são equações de Euler descrevendo escolhas intertemporais, dessa forma, valores futuros esperados aparecem nelas. Se há valores passados nas equações, os quais dependem essencialmente dos pressupostos feitos na construção do modelo⁹, a curva de Phillips tem a forma híbrida com a inflação corrente dependendo da inflação defasada e da inflação futura esperada. Além dos fundamentos teóricos o NKPM incorpora algumas características que possuem amplo suporte dos economistas de uma maneira geral, que são: curva de Phillips vertical no longo prazo; *staggered price setting*; e um comportamento *forward-looking* bastante significativo (especialmente no estabelecimento de preços).

Há menos consenso sobre a natureza da regra de política. Em uma forma genérica da terceira equação, a taxa de juros depende da taxa de juros de equilíbrio de longo prazo (\bar{r}), desvios da inflação esperada da meta e do hiato do produto. Em alguns casos a regra de política é derivada como a resposta de uma autoridade monetária a qual otimiza uma função objetivo intertemporal dependendo de desvios das variáveis de interesse de suas metas¹⁰.

Podemos substituir a equação (4) na equação (2). Ao fazermos isso, a inflação passa a ser expressa em função do hiato do produto na equação (3), e o contrário ocorre na primeira equação, o que caracteriza a simultaneidade do sistema. É importante notar também que pode surgir simultaneidade devido a relação entre inflação e inflação esperada, tudo depende de como se caracteriza a regra de formação de expectativas por parte dos agentes. A equação de formação de expectativas não aparece no sistema (2-2)-(2-4), mas dependendo da forma com que as expectativas são formadas pode surgir simultaneidade. Dessa forma, fica claro que deve-se levar em conta a endogeneidade de algumas variáveis se o objetivo é a estimação de

⁷ Note que nesta curva de Phillips o desemprego não aparece explicitamente conforme destacamos anteriormente. Isto se deve pelo uso da Lei de Okun. Usando a relação exposta por Okun entre produto e desemprego, podemos substituir o desemprego na curva de Phillips pelo produto de forma que continuamos a expressar a inflação corrente com uma medida de excesso de demanda.

⁸ As especificações desses choques podem variar, no modelo exposto aqui assume-se que esses choques são ruído branco, porém, alguns autores atentam para o fato de que alguns choques podem ser persistentes de forma que v_t e ξ_t são representados como processos serialmente correlacionados, conforme Romer (2011, p.353).

⁹ Por exemplo, uma precificação do tipo Calvo mais uma regra de bolso adaptativa para as firmas que não utilizam toda a informação disponível, conforme é especificado em Galí e Gertler (1999).

¹⁰ Ver por exemplo, Ball (1997), Bean (1998) e Svensson (2000), nos quais diferentes regras de política são derivadas de uma função objetivo da autoridade monetária.

uma única equação do sistema, por exemplo, a curva de Phillips, quando o NKPM é utilizado como base teórica.

A seguir são apresentadas algumas considerações econométricas a respeito da estimação de uma CPNK.

2.2 Estimação da Curva de Phillips Novo-Keynesiana

A curva de Phillips apresentada em (3) tem uma forma particular onde a inflação corrente depende de variáveis endógenas, pois, conforme discutido acima, tanto y_t quanto π_{t+1}^e podem ser consideradas endógenas. Para o propósito de estimação é necessário a busca de um vetor z_t , o qual é composto de variáveis instrumentais, devido a correlação entre as endógenas e o termo de erro. Portanto, uma maneira de estimar a CPNKH seria pelo *Generalized Method of Moments* (GMM), onde a condição

$$E_t \left[\left(\pi_t - \alpha_\pi \pi_{t-1} - (1 - \alpha_\pi) \pi_{t+1}^e - \alpha_y (y_{t-1} - y_{t-1}^*) \right) z_t \right] = 0 \quad (2-5)$$

é satisfeita. O uso de GMM na estimação da CPNKH é bastante tradicional e pode ser encontrado em Galí e Gertler (1999) e Jondeau e Le Bihan (2005).

Contudo, o uso de tais instrumentos precisa satisfazer três critérios. Primeiro, eles precisam ser em um número suficiente. Segundo, eles precisam ser instrumentos válidos, ou seja, não ser correlacionados com o termo de erro¹¹. Terceiro, eles devem ser instrumentos relevantes, isto é, correlacionados com as variáveis as quais eles servem de instrumento.

Esta última condição pode se mostrar um grande problema para a estimação da CPNKH, conforme destacado em Stock, Wright e Yogo (2002). Se a variável instrumental possui baixa correlação com a variável a qual ela serve de instrumento então a teoria assintótica que descreve a performance do estimador de variáveis instrumentais evidencia uma grave falha. A razão disso é que sua distribuição assintótica é governada por uma função do tamanho da amostra e do coeficiente de correlação entre a variável instrumental e a variável a qual ela serve de instrumento. Conseqüentemente, uma grande amostra pode compensar um baixo coeficiente de correlação, e isto pode produzir uma grande discrepância entre resultados de pequenas amostras e o que é previsto pela teoria assintótica. Por este

¹¹ Esta condição geralmente é assumida de forma arbitrária e depende em grande medida das propriedades do termo de erro. Por exemplo, π_{t-2} pode ser um instrumento válido quando ξ_t é serialmente não correlacionado, mas é improvável de ser um bom instrumento quando ξ_t é serialmente correlacionado.

motivo, Lindé (2005) critica a utilização de GMM, argumentando que este estimador produz estimativas viesadas em pequenas amostras.

Lindé (2005) chega aos coeficientes estimados da CPNKH através da estimação das três equações do NKPM por *Full Information Maximum Likelihood* (FIML). A estimação por FIML também é utilizada nos trabalhos de Ireland (2001) e Kurmann (2004). Lindé (2005) apresenta alguns exercícios de Monte Carlo para demonstrar a superioridade do uso de FIML sobre GMM (quando a amostra é pequena e/ou os instrumentos são pobres) e conclui que é muito difícil obter estimativas confiáveis dos parâmetros de CPNKH usando *single equation methods*.

Contudo, Galí *et al* (2005), discutem os resultados apresentados por Lindé (2005) e argumentam que a superioridade do FIML ocorre pois o autor assume que o economista possui o conhecimento do verdadeiro modelo da economia *a priori*, coisa que é bastante improvável de ser verdadeira na prática. *Single equation methods* são usados para evitar tomar uma forma específica da estrutura da economia como um todo. Assim, quando há algum erro de especificação nas propriedades estocásticas das variáveis que dão a dinâmica dos sistemas de equações de (2-2)-(2-4), então as estimativas de FIML mostram viés de magnitude pelo menos tão grande quanto as simulações das estimativas por GMM.

Outro ponto de discórdia na estimação da CPNKH é sobre a variável que representa o excesso de demanda. Os dois principais concorrentes são o hiato do produto e os custos marginais¹². O argumento em favor do uso de uma medida de custo marginal é derivado da determinação de preços tipo Calvo. Vale notar que resultados diferentes têm sido encontrados em equações baseadas em custos marginais. Alguns exemplos são Bastini *et al* (2000) e Galí *et al* (2005).

Além desses problemas descritos acima, há problemas relacionados à escolha de proxies que são incluídas na estimação da CPNKH. Qual variável observável pode ser uma boa representação para o hiato ou para os custos marginais? O hiato, por exemplo, é composto pelo produto potencial, o qual é um componente não observável na curva de Phillips e isso traz problemas para a estimação, pois ela pode ser comprometida pela *proxy* que é utilizada para sua representação. O mesmo problema ocorre com a expectativa da inflação¹³.

¹² É importante notar que a teoria exposta aqui sugere que o hiato do produto e os custos marginais são equivalentes. Extensões da teoria onde esta equivalência é menos provável incluem a adição de decisões sobre o capital explicitamente no modelo.

¹³ Geralmente é incluído um termo referente a pesquisas sobre opiniões de instituições financeiras. Para o caso brasileiro, por exemplo, é costumeiro utilizar a mediana das expectativas de inflação do boletim FOCUS do Banco Central do Brasil.

Até agora discutimos os desenvolvimentos teóricos e as dificuldades de estimação de uma curva de Phillips linear. A seguir será apresentada uma série de aspectos teóricos e empíricos que buscam tratar de não linearidades na curva.

2.3 Não Linearidade na Curva de Phillips

De acordo com o exposto acima, tradicionalmente, estimativas assumem que a forma da relação produto-inflação é linear. Isto implica que a inclinação da curva de Phillips é constante e, portanto, independente do ciclo econômico. Porém, há um grande número de trabalhos que questionam a validade dessa suposta forma linear. Muitos modelos teóricos de *price-setting behaviour* argumentam que a inclinação da curva de Phillips é uma função das condições macroeconômicas. A linearidade implica que o custo da desinflação, em termos de produto, não varia com o estado da economia ou com a agressividade das políticas de desinflação executadas pelas autoridades monetárias. Em contraste, uma curva de Phillips não linear permite que o custo, em termos de produto, dependa dessas variáveis. É claro que essa não linearidade pode surgir tanto do componente expectacional quanto do componente de excesso de demanda da curva de Phillips. A literatura sobre esse assunto aborda essas duas possibilidades.

Conforme destaca Laxton *et al* (1994), a ampla aceitação da curva de Phillips aumentada pelas expectativas, associada à hipótese da taxa natural de desemprego, conduziram à conclusão de que não existe *trade-off* de longo prazo entre atividade econômica e inflação. Mas o que dizer quanto ao formato da ligação produto-inflação? Segundo Laxton *et al* (1994),

“The presumption of linearity reflects several considerations, including: its simplicity; the tractability it affords in deriving analytical solutions to models; and its statistical robustness to mismeasurement of the level of potential output. At the same time, the linear model ignores much of the historical context underlying the original split between classical and Keynesian economics: under conditions of full employment, inflation appeared to respond strongly to demand conditions, while in deep recessions, it was relatively insensitive to changes in activity.”

O campo teórico propõe alguns fundamentos microeconômicos que servem de amparo a alternativas não lineares para a construção da curva de Phillips. Abaixo há uma breve descrição das diferentes abordagens que dão surgimento a essas possíveis não linearidades.

Em Lucas (1973), por, a não linearidade da curva de Phillips surge devido à volatilidade do nível de preços. Essa abordagem é chamada de erro de percepção

(“*misperception*”) ou modelo de extração de sinal (“*signal extraction model*”). Os agentes possuem informação imperfeita quanto às mudanças no nível agregado de preços, sendo incapazes de distinguir os choques nos preços relativos dos choques nos preços agregados. Sempre que os agentes percebem uma mudança nos preços relativos eles dão uma resposta em termos de variação do produto, porém, se a percepção é de que apenas os preços agregados se alteraram não há variação no produto. Há então uma relação inversa entre a volatilidade da inflação e a atribuição por parte dos agentes a mudanças nos preços relativos: quanto mais volátil for a inflação menor será a mudança no produto. Dessa forma, quanto mais a inflação for volátil maior é o custo da desinflação em termos de produto. A relação entre produto e inflação neste modelo depende da variância da inflação. Sendo assim, a não linearidade é uma função positiva da volatilidade da inflação. O coeficiente do hiato do produto deixa de ser uma constante e passa a ser uma função da volatilidade do nível de preços.

Macklem (1997) apoia-se na premissa da restrição da capacidade instalada para sugerir uma forma não linear para a curva de Phillips, é o chamado “modelo de restrição de capacidade” (“*capacity constraint model*”). No curto prazo as firmas têm dificuldades em expandir sua capacidade produtiva, de forma que um choque positivo na demanda agregada reflete muito mais no nível de preços do que no produto. Quanto mais próxima a economia estiver de seu potencial, maior é o aumento da inflação dado um choque de demanda. Assim a curva de Phillips possui uma forma convexa em relação ao excesso de demanda. De uma maneira geral, grande parte da literatura sobre a relação não linear na curva de Phillips apoia a ideia de que ela deve ser convexa. Mesmo no trabalho empírico original de Phillips (1958), a curva parece não ser linear e sim convexa. Muitos autores postulam uma forma convexa para a curva de Phillips, entre as principais contribuições empíricas em favor da convexidade estão Laxton *et al* (1994), Clark *et al* (1996) e Debelle e Laxton (1997).

Vale ressaltar que a principal diferença entre uma curva de Phillips linear e convexa é que, sob convexidade, o *trade-off* de curto prazo encarado pelos *policymakers* é *state-dependent*, ou seja, é uma função do estado da economia: um ponto percentual de redução na taxa de desemprego conduz a um menor aumento na inflação a altas taxas de desemprego do que a baixas taxas de desemprego.

Outro modelo que pode motivar um relacionamento assimétrico entre produto e inflação é o modelo de rigidez nominal dos salários (“*downward nominal wage rigidity model*”). Stiglitz (1986) e Fisher (1989) apresentam modelos teóricos os quais podem gerar esse tipo de rigidez. Nesses modelos, os trabalhadores são mais relutantes em aceitar uma diminuição no seu salário nominal do que uma diminuição de seu salário real devido à ilusão

monetária e fatores institucionais e/ou comportamentais. Supondo um ambiente econômico de baixa inflação, os salários relativos podem se ajustar mais devagar conduzindo a alocações ineficientes. Dado que eventualmente ocorrem ajustamentos completos ocasionados por choques de demanda, este modelo possui duas implicações distintas para o formato da curva de Phillips. Em primeiro lugar, implica que os efeitos do piso salarial são mais prováveis de serem significativos quando a inflação é baixa. Desse modo, quanto mais alta é a inflação, menos provável é a necessidade de cortes nos salários nominais dado um declínio nos salários reais. Em segundo lugar, se a rigidez é válida apenas para cortes salariais, então, numa economia com baixa taxa de inflação, o excesso de oferta pode ter efeito menor na inflação do que o excesso de demanda, conduzindo a uma assimetria no que diz respeito ao hiato do produto.

O modelo de custos de ajustamento (“*costly adjustment model*”) ou custos de menu, como são mais conhecidos, implica uma relação entre produto e inflação que varia com o nível de inflação. Segundo Ball, Mankiw e Romer (1988), na presença de custos de menu, nem todas as firmas mudarão seus preços em resposta a choques de demanda. Contudo, quanto maior o número de firmas que decidem mudar seus preços, mais sensível será o nível agregado de preços a choques de demanda. Neste tipo de modelo, as firmas comportam-se da seguinte maneira: elas aumentam a frequência e a magnitude do ajustamento de preço enquanto a inflação aumenta de forma que choques na demanda agregada terão efeitos menores no produto e efeitos maiores no nível de preços. Além disso, conforme Ball e Mankiw (1994), na presença de uma tendência inflacionária aumentos de preços são mais flexíveis do que quedas nos preços. Isso ocorre, pois, algumas firmas são capazes de obter declínio nos preços relativos, dada uma tendência inflacionária, sem mudar seus próprios preços e incorrendo em custos reais. O modelo é capaz de apresentar uma curva de Phillips convexa que se torna linear à medida que a inflação se aproxima de zero.

Os custos de ajustamento podem se dar também devido à duração dos contratos. O processo de negociação salarial entre firmas e trabalhadores é custoso. Portanto, pode ser uma estratégia ótima, dado um ambiente de baixa inflação, negociar contratos mais longos buscando baixar os custos que as firmas encaram. Sendo assim, quando ocorre um choque, a existência de contratos torna o ajustamento difícil. Portanto, os preços vão se ajustando lentamente e a curva de Phillips é mais íngreme para altas taxas de inflação. Como resultado, no modelo de custos de ajustamento, o impacto do hiato do produto é uma função da média do nível de inflação.

Stiglitz (1984, 1997) considera a possibilidade de uma curva de Phillips côncava. Esta concavidade é consistente com a literatura de ajustamentos assimétricos de preços em mercados que funcionam sob concorrência monopolística. Produtores podem baixar os preços para evitar serem expulsos do mercado por seus rivais, porém, são mais relutantes em aumentar seus preços mesmo num ambiente de aumento da inflação. Este tipo de comportamento é compatível com firmas que operam em concorrência monopolística e estão preocupadas com a manutenção e/ou expansão de suas respectivas parcelas de mercado.

A literatura sobre o assunto propõe diversos formatos para uma possível relação não linear na curva de Phillips. Diferentes formatos desta não linearidade possuem diferentes implicações para custos de desinflação, dado que a inclinação de curvas côncavas ou convexas varia de acordo com o nível de hiato de produto. Uma curva de Phillips côncava implica que o custo de desinflação aumenta com forte atividade econômica, pois quando aumenta a atividade econômica a inclinação da curva de Phillips torna-se mais plana. Em contraste, uma curva de Phillips convexa implica que o custo de desinflação cai à medida que aumenta a atividade econômica, pois, a inclinação da curva de Phillips torna-se mais íngreme.

É importante considerar que o modelo Novo-Keynesiano, conforme apresentado em (2-2)-(2-4), não fornece embasamento teórico para não linearidades na curva de Phillips. Conforme destaca Carvalho (2010), a derivação dos modelos Novo-Keynesianos é efetuada utilizando ferramentas algébricas como a log-linearização e aproximações de Taylor, resultando em relações lineares entre as variáveis¹⁴. Essa ausência de relações não lineares nas equações finais desse tipo de modelo não impõe restrições a uma estratégia empírica que busque avaliar um possível tipo de assimetria.

A seguir são apresentados alguns resultados empíricos sobre a existência e a possível forma da não linearidade da curva de Phillips no contexto dos modelos teóricos apresentados até aqui. Esta literatura sobre evidências empíricas abrange casos internacionais assim como o caso brasileiro especificamente.

2.4 Evidências Empíricas

Evidências empíricas de não linearidade são encontradas em diversos trabalhos. Abaixo está disposto um resumo desta literatura. A maioria dos trabalhos citados foca-se na estimação paramétrica da curva de Phillips.

¹⁴ Há na literatura trabalhos que propõe modificações nos modelos teóricos a fim de possibilitar não linearidades nas equações finas desses modelos. Nesse sentido ver Dobrynskaya (2008, 2009) .

Debelle e Laxton (1997) encontram evidências de não linearidade da curva de Phillips para o Canadá, Reino Unido e Estados Unidos. São utilizados dados trimestrais de 1959:Q3 a 1997:Q1 e uma forma convexa é atribuída à equação. É feita uma especificação híbrida da curva de Phillips aumentada para expectativas e a estimação é feita via filtro de Kalman, de modo a permitir que a NAIRU varie no tempo. Os autores concluem que a curva de Phillips é não linear, com formato convexo, argumentando que esta especificação é capaz de ajustar melhor os dados para a inflação no período analisado. É digno de nota o comentário feito pelos autores de que as estimativas da NAIRU que estão implícitas na estimação são altamente sensíveis a mudanças nas especificações feitas no modelo – a NAIRU é especificada como um passeio aleatório no modelo de estado-espço – portanto, as estimativas encontradas devem ser consideradas como um indicativo da presença de não linearidades.

Dupasquier e Ricketts (1998) focam-se na economia canadense e estimam diferentes modelos teóricos de curvas de Phillips não lineares (côncava, convexa e côncava-convexa). As especificações baseiam-se em uma curva de Phillips híbrida, onde os modelos estimados são apresentados em formato de estado-espço e estimados por Máxima Verossimilhança e as variáveis de estado não-observáveis são estimadas por filtro de Kalman. Os dados utilizados são de frequência trimestral e abrangem o período de 1964:01 a 1994:01. Os autores concluem que há relações não linearidades no ajustamento de preços dado os choques de demanda. Porém, não chegam a um resultado conclusivo quanto ao melhor modelo representativo. O problema em apontar uma forma específica surge, de acordo com os autores, devido às medidas de expectativa de inflação e de hiato do produto. Dada a dificuldade de mensurar essas variáveis, os testes sobre as possíveis formas funcionais carecem de poder.

Eliasson (2001) faz algumas críticas aos trabalhos empíricos anteriores. A autora argumenta que as relações entre as variáveis eram introduzidas nas equações sem nenhum teste que comprove uma relação de não linearidade. É testada então a linearidade da curva de Phillips aumentada pelas expectativas contra uma hipótese alternativa de um modelo híbrido da curva de Phillips com Transição Suave (STAR). A autora encontra evidências de não linearidade para Austrália e Suécia. É importante notar que a fonte de não linearidade não é a mesma para esses dois países: o nível de inflação esperada foi a variável responsável pela transição entre regimes no caso da Suécia e a variação na taxa de desemprego foi a responsável pela transição entre regimes no caso da Austrália. Portanto, apenas a economia australiana apresentaria um custo de desinflação que varia com o estado da economia. Apesar

de ambos os países terem apresentados relações não lineares, os resultados disso em termos de política monetária serão bem distintos nos dois casos, dado as diferentes fontes de não linearidade. Além disso, a economia americana apresenta um parâmetro de inclinação estável durante o período analisado, o que evidencia uma forma linear para a curva de Phillips.

Fillardo (1998) utiliza um sistema de seis equações, derivado de Christiano *et al* (1994), para descrever a economia americana. A curva de Phillips utilizada é do tipo híbrido, onde a trajetória da expectativa presente quanto à inflação futura é descrita por uma das equações do sistema, de forma que não são utilizados dados de pesquisa como *proxies*. Além disso, a não linearidade imposta é caracterizada por três tipos de regime: produto abaixo do potencial, produto estável ao nível potencial e produto acima do potencial. Têm-se um sistema não linear de equações o qual é estimado por *Nonlinear Least Squares* (NLS). Apesar da não linearidade do sistema, o modelo em cada regime é linear nas variáveis explanatórias, portanto, são geradas funções impulso-resposta para cada regime de maneira similar a um VAR recursivo padrão. O autor conclui que a curva de Phillips para a economia americana não é inteiramente côncava nem convexa, mas sim uma combinação de ambas; sendo assim, o custo de desinflação dependerá do ponto onde a economia se encontra. Para o autor, existem regiões onde a curva de Phillips é côncava e outras nas quais ela é convexa: a convexidade surge quando o hiato do produto é estável e/ou positivo, enquanto que, a concavidade surge quando o hiato do produto é negativo.

Utilizando instrumental econométrico paramétrico e não-paramétrico, Buchman (2009), encontrou evidências de uma curva de Phillips com formato côncavo para um hiato do produto negativo e convexo para um hiato do produto positivo, o trabalho foca-se na área da zona do Euro compreendendo o período de janeiro de 2001 a junho de 2009. A curva paramétrica é estimada via GMM e *Generalized Empirical Likelihood* (GEL). É imposto um formato linear e os resultados são contrários aqueles encontrados em Galí e Gertler (1999) para a economia americana, ou seja, o coeficiente da inflação defasada é dominante em relação à inflação futura e o coeficiente do hiato do produto é de pequena magnitude. Sendo assim, o autor encontrou uma forte persistência na inflação. Depois o autor estima a curva de Phillips de forma não-paramétrica através de um *Local Polynomial Regression*, utilizando uma função kernel do tipo Epanechnikov. As derivadas em relação a expectativa futura e a inflação defasada ficaram muito próximas aos parâmetros estimados na forma linear paramétrica, o que evidencia uma relação linear entre expectativa de inflação e inflação corrente. Já a derivada em relação ao hiato do produto apresentou um formato côncavo para um hiato do produto negativo e convexo para um hiato do produto positivo. Este resultado

evidenciou um formato não linear quanto à influência do excesso de demanda na inflação e um formato linear quanto a influência das expectativas de inflação na inflação presente.

É preciso salientar que o resultado apresentado por Buchman (2009) é sensível aos problemas de *curse of dimensionality*, de forma que um modelo semi-paramétrico é estimado. Esse modelo possui uma forma linear nas expectativas enquanto que nenhuma forma específica é atribuída ao hiato do produto. Os resultados seguem em linha com os apresentados pelo modelo não-paramétrico. A diferença mais significativa é que o modelo não-paramétrico apresenta intervalos de confiança muito mais amplos do que o modelo semi-paramétrico. Dessa forma o autor concentra suas atenções nos resultados apresentados pela estimação semi-paramétrica dado que as estimativas são mais confiáveis.

Nas últimas décadas, vários estudos tentaram estimar a curva de Phillips para o Brasil. Estes estudos não se focaram apenas nos testes de não linearidade da curva, ao contrário, abrangem um grande número de objetivos distintos. Estimou-se a curva de Phillips para fazer inferências sobre a política monetária, para fazer previsões, inferir sobre a composição dos termos *forward-looking* e *backward-looking*, entre outros objetivos. Abaixo se encontra um resumo dos principais trabalhos, destacando apenas os seus resultados quanto à relação inflação-produto ou outras possíveis fontes de não linearidade.

Lima (2003) estima a NAIRU para o Brasil e testa a estabilidade dos coeficientes da curva de Phillips. Dois modelos diferentes são estimados: o primeiro com uma NAIRU que muda ao longo do tempo, e o segundo é um modelo com diferentes regimes markovianos para a NAIRU. O autor conclui que a inclinação da curva de Phillips para o Brasil é estável. Os modelos foram estimados com dados trimestrais para o período de 1982:01 a 2001:04. A *proxy* utilizada para a inflação foi o Índice Nacional de Preços ao Consumidor (INPC/IBGE), e para o desemprego foi utilizado a Pesquisa Mensal de Emprego (PME/IBGE). O autor alerta para as possíveis quebras estruturais presentes neste período da economia brasileira. Assim sendo, ele estima um modelo *time-varying parameter* (TVP) com variância condicional descrita por um processo *autoregressive conditional heteroscedasticity* (ARCH), e outro modelo com *Markov-switching regime* (MSR). Como resultado, os testes não rejeitam a hipótese nula de estabilidade da curva de Phillips.

Fasolo e Portugal (2004) testam a relação entre inflação e emprego no Brasil utilizando um modelo que explicitamente baseia-se em quatro hipóteses: i) os agentes não possuem racionalidade perfeita; ii) a imperfeição na formação de expectativas pode ser determinante no componente inercial da inflação brasileira; iii) a inflação possui componente inercial autônomo; e iv) as relações não lineares entre inflação e desemprego fornecem

melhores resultados para a economia nos últimos 12 anos. Os resultados dos testes econométricos apontam para a validade das quatro hipóteses descritas. A curva de Phillips é estimada através do filtro de Kalman, e a relação entre inflação e expectativas é verificada por intermédio de um modelo de mudança de regime. Os dados são de frequência mensal e abrangem o período de 1990:01 a 2002:08. As *proxies* utilizadas são: Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA/IBGE) para a inflação, para a variável desemprego é utilizado o Desemprego Aberto sazonalmente ajustado (IBGE), enquanto que para a expectativa presente quanto à inflação futura é utilizada a estrutura a termo da taxa de juros. O estudo conclui que existe não linearidade na curva de Phillips a qual se caracteriza por uma mudança de regime após o Plano Real.

Correa e Minella (2005) estudam os mecanismos de não linearidade na curva de Phillips focando-se nos repasses cambiais. Os autores utilizam um modelo *Threshold Autoregressive* (TAR) para modelar uma curva de Phillips híbrida onde uma das variáveis utilizadas como limiar é o hiato do produto. São utilizados dados trimestrais de 1995:01-2004:04, onde o IPCA (preços livres) é a medida de inflação e o hiato do produto é calculado a partir da metodologia de uma função de produção. O modelo é estimado por Mínimos Quadrados em Dois Estágios (MQ2E) utilizando diversas variáveis instrumentais para o componente de expectativa. Os resultados mostram que a fonte de não linearidade é centrada na variável câmbio.

É importante salientar que o foco do trabalho é no componente de repasse cambial, ou seja, o hiato do produto é utilizado como variável limiar mas não apresenta variação no seu parâmetro. O resultado apresentado pelos autores é que em regimes de maior atividade econômica os efeitos do repasse cambial são maiores e significantes, enquanto no regime de menor atividade econômica estes efeitos são menores e significantes. Portanto, os efeitos não lineares na curva de Phillips se dão pelo repasse cambial, que depende do estado da economia. Podemos pensar que a não linearidade é fomentada indiretamente pelos desvios do produto de seu potencial, já que o hiato serve como variável limiar nas estimações.

Tombini e Alves (2006) analisam possíveis quebras estruturais nos parâmetros de uma curva de Phillips híbrida. O foco do trabalho é apresentar uma metodologia alternativa para estimar uma medida de custo de desinflação e aplicá-la ao Brasil. O custo de desinflação é apresentado como o ganho de inflação que teria sido observado se os coeficientes da curva de Phillips não tivessem mudado. Como essa medida de desinflação depende da variação dos parâmetros da curva de Phillips, os autores, utilizando a abordagem do filtro de Kalman, estimam os *time-varying parameters* para uma curva de Phillips híbrida. A especificação

dessa curva é feita para uma economia aberta, ou seja, a taxa de câmbio entra na equação de Phillips para representar o *pass-through* cambial. O termo relativo à expectativa presente da inflação futura é instrumentalmente determinado no primeiro passo de uma estimação por MQ2E. Os dados têm frequência mensal compreendendo o período de 1996:01 a 2006:01, e a variável dependente é o IPCA – preços livres (taxa não anualizada). Como resultado, os autores encontram uma relação positiva e crescente entre nível de atividade e taxa de inflação até maio de 2002. A curva de Phillips torna-se mais plana a partir de junho de 2002. Já em 2004 a curva de Phillips passa a ser praticamente linear. Embora os autores destaquem esse resultado, é preciso salientar que as estimativas apresentaram grandes desvios-padrão e o coeficiente do hiato do produto não mostrou-se estatisticamente significativo a 5% de significância.

Carvalho (2010) investiga a possibilidade empírica da curva de Phillips, em sua especificação novo-keynesiana híbrida, ser não linear. O autor faz uso de uma variação do modelo de Regressão com Transição Suave (STR), que permite a identificação de não linearidades de maneira mais flexível, levando em conta a endogeneidade da série de expectativas de inflação. O modelo STR fornece uma maneira de testar a existência de não linearidades do que se chama “transição suave”, que pertence aos modelos não lineares de séries temporais conhecidos como *state-dependent*. O modelo utilizado é uma variação do modelo STR desenvolvida por Areosa *et al* (2010), que permite a estimação de parâmetros da equação não linear mesmo quando há regressores endógenos. Esta abordagem econométrica é utilizada, pois, leva em consideração o problema da endogeneidade das variáveis da CPNKH na equação a ser estimada, sem a necessidade da estimação de todo o sistema de equações do modelo novo-keynesiano.

É testada a hipótese de não linearidade da curva de Phillips para 13 países. A periodicidade é mensal e os dados amostrais iniciam-se após a adoção do sistema de metas para a inflação de cada país. O autor encontra evidências de não linearidade na CPNKH para um total de 9 dos 13 países analisados. A variável de transição que capta com mais precisão a não linearidade é o distanciamento entre expectativas de inflação e sua meta. Além disso, para o caso do Brasil, o grau de aquecimento da demanda agregada não é a condição macroeconômica relevante a não linearidade.

Por fim, Areosa *et al.* (2010) testaram a hipótese de linearidade da curva de Phillips para o Brasil contra um modelo alternativo STR, encontrando evidências a favor da não linearidade. A relação não linear encontrada pelos autores estaria relacionada à volatilidade da

variância cross-section¹⁵ das expectativas de inflação dos agentes de mercado e não propriamente no nível de atividade econômica. A metodologia utilizada pelos autores permite testar a hipótese de linearidade do modelo antes da estimação da suposta equação não linear, caso ela se mostre relevante, dessa forma, pode-se evitar uma especificação sobreparametrizada da curva de Phillips.

¹⁵ Refere-se a variância das expectativas dos agentes consultados em um determinado ponto do tempo.

3 METODOLOGIA

A variável referente à atividade econômica, utilizada nas estimações da curva de Phillips, será uma medida de hiato do produto. Conforme exposto na revisão da literatura, há uma longa discussão sobre qual medida de atividade econômica deve ser usada na estimação da CPNK. Neste trabalho será utilizado o hiato do produto, pois, ele apresenta relação direta com o custo marginal, dentro da abordagem teórica, e possui várias metodologias de estimação as quais são amplamente utilizadas na literatura empírica. Abaixo segue uma descrição da relação entre custo marginal e hiato do produto dentro da abordagem teórica de Calvo (1983).

3.1 Inflação e Custo Marginal

A formulação original de Calvo (1983) expressa a taxa de inflação sendo determinada pela expectativa presente quanto à inflação futura e pelos desvios percentuais dos custos marginais das firmas de seu valor de *steady state*. A equação de Phillips tem a seguinte forma:

$$\pi_t = \beta E_t \{\pi_{t+1}\} + \lambda cm_t, \quad (3-1)$$

onde, cm_t é o custo marginal, e o coeficiente $\lambda \equiv (1 - \theta)(1 - \beta\theta)/\theta$ depende da frequência do ajustamento de preços θ e do fator de desconto intertemporal β . Considerando as seguintes características do modelo: as firmas estabelecem seus preços seguindo uma regra de *mark-up* sobre os custos marginais; as firmas têm um comportamento *forward-looking*; as firmas compreendem que o preço estabelecido em um período pode perdurar por múltiplos períodos à frente, dessa forma, elas estabelecem seus preços levando em conta o comportamento futuro esperado dos custos marginais. Iterando a equação (3-1) múltiplos períodos à frente, temos:

$$\pi_t = \lambda \sum_{k=0}^{\infty} \beta^k E_t \{cm_{t+k}\}. \quad (3-2)$$

Como resultado, o modelo de Calvo (1983) implica que a inflação deveria igualar o valor descontado da trajetória futura do custo marginal.

O que acontece é que geralmente a literatura empírica sobre a curva de Phillips utiliza uma medida de hiato do produto, e não custo marginal, como variável relevante de medida de atividade econômica. Essa forma alternativa de expressar a equação (3-2) é válida devido a relação existente entre o custo marginal e o hiato do produto. Suponha que y_t é o produto em log; y_t^* é o produto potencial em log (podemos afirmar que é o produto que surgiria caso os preços fossem flexíveis); e $x_t \equiv y_t - y_t^*$ é o hiato do produto. Então, sob certas condições, podemos escrever

$$cm_t = kx_t, \quad (3-3)$$

onde, k representa a elasticidade do produto em relação ao custo marginal. Combinando as equações (3-3) e (3-1), temos uma curva de Phillips que relaciona inflação corrente ao hiato do produto corrente:

$$\pi_t = \lambda k x_t + \beta E_t \{ \pi_{t+1} \}. \quad (3-4)$$

Como um resultado desta expressão, a inflação depende exclusivamente da sequência descontada da trajetória futura do hiato do produto. Isto pode ser verificado iterando a equação (3-4) múltiplos períodos à frente

$$\pi_t = \lambda k \sum_{k=0}^{\infty} \beta^k E_t \{ x_{t+k} \}. \quad (3-5)$$

Conforme enfatizado por Fuhrer e Moore (1995), a equação (3-5) implica que a inflação deveria antecipar o hiato do produto no decorrer dos ciclos econômicos, no sentido que um aumento na inflação corrente deveria sinalizar um subsequente aumento no hiato do produto.

Apesar do embasamento teórico existente na utilização do hiato do produto como medida da atividade real econômica, há problemas no uso desta variável na estimação da curva de Phillips. Conforme foi destacado no capítulo 2, o hiato do produto é determinado pelo produto potencial, o qual é uma variável não observável. Dessa forma são utilizadas medidas de hiato do produto que provavelmente possuem erros. Há diversas abordagens para a estimação do hiato do produto. Abaixo são destacadas todas as medidas de hiato que foram testadas neste trabalho.

3.2 Diferentes Metodologias na Estimação do Hiato do Produto

O produto potencial normalmente é identificado como a tendência do produto efetivo. Existem inúmeros tipos de filtros propostos para decompor o produto em componentes de tendência e ciclo. Neste trabalho, foram testados hiatos do produto derivados de diversas abordagens, as quais são amplamente usadas na literatura empírica. Abaixo há uma descrição de cada uma delas.

3.2.1 Decomposição de Componentes Não-observáveis

Em Machado e Portugal (2012) o produto potencial é estimado através da decomposição de componentes não-observáveis. O produto em log é decomposto em tendência sazonalidade e ciclo. O tratamento estatístico de um modelo de componentes não-observáveis é baseado na representação de uma série temporal na forma de estado-espço. Os componentes não-observáveis, os quais dependem do vetor de estado, são relacionados às observações por uma equação de medida e a estimação é feita através do filtro de Kalman¹⁶. Uma discussão detalhada sobre essa classe de modelos pode ser encontrada em Harvey (1989).

A extração do hiato do produto é feita através do seguinte modelo;

$$y_t = \mu_t + \varphi_t + v_t \quad v_t \sim NID(0, \sigma_v^2) \quad (3-6)$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \beta_{t-1} \quad (3-7)$$

$$\beta_t = \beta_{t-1} + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim NID(0, \sigma_\varepsilon^2) \quad (3-8)$$

$$\begin{bmatrix} \varphi_t \\ \varphi_t^* \end{bmatrix} = \rho_\varphi \begin{bmatrix} \cos\lambda_c & \text{sen}\lambda_c \\ -\text{sen}\lambda_c & \cos\lambda_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_{t-1} \\ \gamma_{t-1}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \kappa_t \\ \kappa_t^* \end{bmatrix} \quad t=1, \dots, T \quad (3-9)$$

A especificação estatística do ciclo é descrita pela equação (3-9), onde $\rho_\varphi \in (0,1]$ é o chamado *damping factor*, $\lambda_c \in [0, \pi]$ é a frequência em radianos e, por fim, κ_t e κ_t^* são ruído branco com média zero e variância constante σ_κ^2 não correlacionados entre si e não

¹⁶ O filtro de Kalman é um método de recursão básica para a estimação de vetor de estados, e, portanto, dos componentes não observáveis, dentro de uma representação linear de estado-espço. As estimativas são baseadas nas informações correntes e passadas e o algoritmo do filtro geram estimativas “suavizadas” dos componentes a cada ponto no tempo, baseadas no presente, passado e futuro.

correlacionados com v_t e ε_t . Assumindo que o vetor inicial $(\varphi_0, \varphi_0^*)'$ tem média zero e matriz de covariância definida por $\sigma_\varphi^2 I_2$ e que $\rho_\varphi \in (0,1]$, segue que φ_t é estacionário.

A interpretação dessa decomposição é a seguinte: o ciclo indica quanto o produto está acima ou abaixo do produto de equilíbrio, ou seja, do produto de longo prazo da economia. Quando a economia está abaixo do equilíbrio, há subutilização dos recursos disponíveis, enquanto que, se a economia está acima do produto de equilíbrio, há sobreutilização dos recursos disponíveis e, portanto, pressões inflacionárias são prováveis de ocorrer. A extração do ciclo pode ser considerada como uma medida de hiato do produto.

3.2.2 Regressão Linear

A segunda abordagem utilizada foi retirada de Areosa (2010). O autor obtém o hiato do produto do resíduo de uma regressão do PIB sobre 11 variáveis dicotômicas sazonais e uma tendência linear. O modelo estimado é o seguinte

$$\log(y_t) = D_1 + D_2 + D_3 + D_4 + D_5 + D_6 + D_7 + D_8 + D_9 + D_{10} + D_{11} + \beta t + \varepsilon_t, \quad (3-10)$$

onde, $\hat{\varepsilon}_t$ corresponde ao hiato do produto. Segundo o autor, o resultado é semelhante ao que seria obtido no caso do uso de um filtro Hodrick-Prescott (HP). É importante salientar que Areosa (2010) utiliza essa medida de hiato como variável instrumental na estimação da equação de Phillips. Uma medida de custo marginal, proposta pelo próprio autor, é que entra na curva de Phillips como medida de atividade econômica.

3.2.3 Filtro Hodrick-Prescott

Este é um simples procedimento de suavização restrito a uma forma quadrática que acompanha um coeficiente penalizador. Talvez seja a abordagem mais utilizada na literatura para a derivação do hiato do produto. Formalmente, a tendência do produto é obtida por

$$\{y_t^*\}_{t=1}^T = \arg \min \sum_{t=1}^T (y_t - y_t^*)^2 + \lambda \sum_{t=1}^{T-1} [(y_{t+1}^* - y_t^*) - (y_t^* - y_{t-1}^*)]^2, \quad (3-11)$$

onde a medida de hiato do produto resultante é a que segue

$$\{x_t\}_{t=1}^T = \{y_t - y_t^*\}_{t=1}^T . \quad (3-12)$$

e λ é o chamado “*smoothing parameter*” que penaliza a variabilidade do componente de crescimento do produto. Quando λ se aproxima do infinito, o componente de crescimento corresponde a uma tendência linear. Para dados trimestrais é usual utilizar o filtro HP com $\lambda = 1600$. Porém, para dados mensais, segundo Ravn e Uhlig (1997), um melhor ajuste para dados de periodicidade mensal é alcançado com $\lambda = 129600$.

3.2.4 Filtro Hodrick-Prescott Restrito a uma Função de Produção

Esta metodologia, proposta por Areosa (2008), combina duas das mais populares técnicas para estimação do hiato do produto: a abordagem da função de produção e o filtro HP. Esses métodos separadamente apresentam algumas falhas. O filtro HP, como um método puramente estatístico univariado, extrai uma tendência determinística sem qualquer teor econômico e impõe relações estatísticas que são difíceis de justificar dentro de uma base teórica.

Areosa (2008) propõe o uso do filtro HP restrito a uma função de produção buscando superar algumas das falhas dos dois métodos aplicados individualmente. Enquanto a função de produção é utilizada para decompor o hiato do produto em uma média ponderada do hiato do desemprego e da utilização da capacidade instalada, o filtro HP é utilizado na estimação desses três hiatos. Esta estratégia cria um filtro multivariado que produz simultaneamente estimativas para o produto potencial e para os componentes não-observáveis da função de produção.

A função de produção utilizada é uma função Cobb-Douglas com retornos constantes de escala da seguinte forma:

$$Y_t = A_t(K_t C_t)^\alpha (L_t(1 - U_t))^{1-\alpha} \quad (3-13)$$

$$Y_t^n = A_t(K_t C_t^n)^\alpha (L_t(1 - U_t^n))^{1-\alpha} , \quad (3-14)$$

onde Y é o produto, Y^n é o produto potencial, A é um fator de produtividade, K é o estoque de capital, L é a força de trabalho, α é a participação do capital na renda, C é a utilização da

capacidade instalada, U é a taxa de desemprego, U^n é a taxa natural de desemprego e C^n é a utilização da capacidade instalada natural.

Definido $E_t \equiv 1 - U_t$ e $E_t^n \equiv 1 - U_t^n$, é possível usar as seguintes equações para computar o hiato do produto, x_t :

$$x_t \equiv \ln\left(\frac{Y_t}{Y_t^n}\right) = y_t - y_t^n \quad (3-15)$$

$$y_t^n = y_t + \alpha(c_t^n - c_t) + (1 - \alpha)(e_t^n - e_t), \quad (3-16)$$

onde as letras minúsculas representam os logaritmos das variáveis. Segue então, que a metodologia usada para combinar o filtro HP com a função de produção pode ser resumida em dois passos: adiciona uma restrição derivada de uma função Cobb-Douglas no problema de otimização, conhecido como filtro HP; e expande a função objetivo, conforme apresentada em (3-17), para estimar as variáveis não observadas que aparecem na função de produção, ou seja,

$$\begin{aligned} \min_{\{e_t^n\}_{t=1}^N, \{c_t^n\}_{t=1}^N} & \left\{ \beta_e \left[\sum_{t=1}^N (e_t^n - e_t)^2 + \lambda_e \sum_{t=3}^N (\Delta^2 e_t^n)^2 \right] \right. \\ & + \beta_c \left[\sum_{t=1}^N (c_t^n - c_t)^2 + \lambda_c \sum_{t=3}^N (\Delta^2 c_t^n)^2 \right] \\ & \left. + \beta_y \left[\sum_{t=1}^N (y_t^n - y_t)^2 + \lambda_y \sum_{t=3}^N (\Delta^2 y_t^n)^2 \right] \right\} \\ \text{s. t. } & y_t^n = y_t + \alpha(naicu_t - c_t) + (1 - \alpha)(naire_t - e_t). \end{aligned} \quad (3-17)$$

Este procedimento gera um filtro multivariado que simultaneamente estima o produto potencial e seus componentes não-observáveis e^n e c^n . Enquanto as séries e^n e c^n são as soluções do problema de otimização, as séries x e y^n são obtidas através das equações (3-15) e (3-16).

Para realizar a estimação o problema de otimização (3-17) é escrito na forma de estado-espço e é utilizado um filtro de Kalman de forma similiar ao que Harvey (1985) utiliza para estimar o filtro HP. Além disso, é incorporada uma equação observacional que representa uma curva de Phillips em (3-17) para que seja possível interpretar a taxa natural de

desemprego como sendo a NAIRU. Uma discussão detalhada sobre o procedimento de estimação pode ser encontrada em Boone (2000) e Harvey (1985).

3.2.5 Decomposição Beveridge-Nelson

Araújo *et al* (2004) utilizam uma forma alternativa de decomposição de componentes não-observáveis para derivar o hiato do produto, a chamada decomposição de Beveridge-Nelson. Assume-se que o produto contém um componente permanente e um componente temporário representados por um passeio aleatório com constante e um processo autoregressivo estacionário.

Beveridge e Nelson (1981) consideram o caso de uma série y_t , a qual é descrita por um processo ARIMA (p,1,q) e pode ser decomposta em uma tendência mais um componente cíclico. Por simplicidade os autores assumem que todos os componentes determinísticos pertencem ao componente da tendência. Portanto, a primeira diferença da série é estacionária e pode ser representada por um processo MA de ordem infinita, ou seja,

$$\Delta y_t = \varepsilon_t + \beta_1 \varepsilon_{t-1} + \beta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots = \xi_t, \quad (3-18)$$

onde ε é uma sequência de inovações. A diferença da série sobre os próximos s períodos é

$$y_{t+s} - y_t = \sum_{j=1}^s \Delta y_{t+j} = \sum_{j=1}^s \xi_{t+j}. \quad (3-19)$$

Dessa forma, a tendência é definida como

$$\lim_{s \rightarrow \infty} E_t[y_{t+s}] = y_t + \lim_{s \rightarrow \infty} E_t\left[\sum_{j=1}^s \xi_{t+j}\right]. \quad (3-20)$$

Da equação (3-18), podemos ver que

$$E_t[\xi_{t+j}] = E_t[\varepsilon_{t+j} + \beta_1 \varepsilon_{t+j-1} + \beta_2 \varepsilon_{t+j-2} + \dots] = \sum_{i=1}^{\infty} \beta_{j+i-1} \varepsilon_{t+j-i} \quad (3-21)$$

Portanto, mudanças na tendência são imprevisíveis, resultando na decomposição da série em um passeio aleatório mais um componente cíclico, da seguinte forma:

$$y_t = \tau_t + c_t \quad (3-22)$$

$$\tau_t = \tau_{t-1} + \xi_t, \quad (3-23)$$

onde ξ_t é um ruído branco.

Os autores comparam diferentes medidas de produto potencial e de hiato do produto para a economia brasileira, utilizando diferentes abordagens amplamente usadas na literatura¹⁷. Buscando comparar os hiatos gerados a partir das diferentes metodologias os autores utilizam uma curva de Phillips *forward-looking* e um *rolling forecast experiment* a fim de testar a precisão da previsão. A conclusão é que a metodologia Beveridge-Nelson supera todos os modelos para todos os horizontes de previsão.

3.4 Estimação do Modelo Linear

Afim de estimar uma curva de Phillips linear na forma reduzida, será utilizado a mesma estratégia de estimação aplicada por Galí e Gertler (1999). A forma reduzida da versão híbrida da curva de Phillips é a que segue

$$\pi_t = \phi_1 \pi_{t-1} + \phi_2 E(\pi_{t+1}|I_t) + \phi_3 x_t + \epsilon_t, \quad (3-24)$$

onde, $E(\pi_{t+1}|I_t)$ é a expectativa de π_{t+1} condicional ao conjunto de informação I_t , ϵ_t é um choque de inflação exógeno com relação à I_{t+1} com variância σ_ϵ^2 . O conjunto I_t contém toda a informação que está disponível para os agentes no período t . Como regra prática, seguindo a convenção da literatura conforme Binder e Pesaran (1995), assumimos que I_t contém pelo menos valores correntes e passados da variável endógena π_t e da variável de atividade x_t , ou seja, $I_t = (\pi_t, \pi_{t-1}, \dots; x_t, x_{t-1}, \dots; \dots)$.

O modelo (3-24) não pode ser estimado diretamente devido ao fato de que $E_t(\pi_{t+1}|I_t)$ é uma variável não-observável. Porém, conforme exposto em Galí e Gertler (1999), nós podemos substituir essa variável por π_{t+1} e obter a seguinte expressão:

$$\pi_t = \phi_1 \pi_{t-1} + \phi_2 \pi_{t+1} + \phi_3 x_t + e_t \quad (3-25)$$

¹⁷ Inclusive algumas das que são utilizadas neste trabalho.

onde $e_t = \epsilon_t - \phi_2 \eta_{t+1}$ é o resíduo de GMM, e $\eta_{t+1} \equiv \pi_{t+1} - E(\pi_{t+1}|I_t)$ é o erro de previsão e portanto um processo de inovação com respeito a I_t . Sob expectativas racionais, o erro na previsão de π_{t+1} é não correlacionado com a informação disponível no período t e nos períodos anteriores, portanto, temos que

$$E[(\pi_t - \phi_1 \pi_{t-1} + \phi_2 \pi_{t+1} + \phi_3 x_t) z_t] = 0, \quad (3-26)$$

onde z_t é um vetor de instrumentos composto de variáveis datadas em t e períodos anteriores e, portanto, ortogonal à surpresa inflacionária no período t+1. Dessa forma, a condição de ortogonalidade dada por (3-26) é a base para a estimação do modelo via GMM. A escolha dos instrumentos depende das propriedades atribuídas ao resíduo de GMM, $e_t = \epsilon_t - \phi_2 \eta_{t+1}$. A hipótese de expectativas racionais em conjunto com $E(\epsilon_t|I_{t-1}) = 0$ implica que qualquer $z_t \in I_{t-1}$ é admissível.

Galí e Gertler (1999) se valém da condição de momento exposta em (3-26) para estimar o modelo via GMM, onde a variância da condição de momento é estimada com um *Heteroscedasticity and Autocorrelation Consistent* (HAC) de Newey e West (1987) fixado com 12 defasagens. Essa abordagem foi utilizada neste trabalho para as estimações paramétrica apresentadas no capítulo 4.

3.4.1 Estimação de GMM e Matriz Ponderadora HAC

Supondo um modelo linear da seguinte forma:

$$y_t = x'_{1t} \gamma_0 + x'_{2t} \delta_0 + \epsilon_t, \quad t = 1, 2, \dots, T, \quad (3-27)$$

onde as K_1 variáveis em x_{1t} são exógenas enquanto que as $K_2 = K - K_1$ variáveis em x_{2t} são endógenas. Denotando

$$\begin{matrix} x_t \\ (K \times 1) \end{matrix} = \begin{pmatrix} x_{1t} \\ x_{2t} \end{pmatrix} \quad e \quad \begin{matrix} z_t \\ (K \times 1) \end{matrix} = \begin{pmatrix} x_{1t} \\ z_{2t} \end{pmatrix}, \quad (3-28)$$

onde z_t é o vetor de instrumentos. Nós assumimos que as variáveis exógenas são instrumentos para elas mesmas, enquanto que os novos instrumentos, z_{2t} , são instrumentos para x_{2t} . Utilizando as expressões abaixo,

$$\begin{aligned} E[x_{1t}\epsilon_t] &= 0 \quad (K_1x1) \\ E[z_{2t}\epsilon_t] &= 0 \quad (K_2x1), \end{aligned} \quad (3-29)$$

nós temos então K condições de momentos:

$$g(\beta_0) = E[f(w_t, z_t, \beta)] = 0, \quad (3-30)$$

$$g(\beta_0) = E[z_t\epsilon_t] = E[z_t(y_t - x_t'\beta_0)] = 0. \quad (3-31)$$

Note que β é um vetor $K \times 1$ de parâmetros com valor verdadeiro β_0 , $f(\cdot)$ é um vetor de R -dimensões de funções e w_t é o vetor de variáveis que aparecem no modelo. As R equações em (3-30) simplesmente significam que a esperança da função $f(w_t, z_t, \beta_0)$ é zero se avaliada no valor verdadeiro β_0 . Um estimador de GMM é um $\hat{\beta}$ que resolve:

$$\hat{\beta}_{GMM}(\hat{W}) = \arg \min_{\beta} \{g_T(\beta)' W_T g_T(\beta)\}, \quad (3-32)$$

onde W_T é uma matriz $R \times R$ ponderadora simétrica e positiva semidefinida que atribui pesos aos momentos condicionais individualmente. W_T pode ser pensada como definindo a métrica para medir a distância de $g_T(\beta)$ de zero.

A matriz ponderadora ótima é dada por $W_T^{opt} = S_T^{-1}$, onde S_T é um estimador consistente de

$$S = T \cdot V[g_T(\beta)] = T \cdot V \left[\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T f(w_t, z_t, \beta) \right] = \frac{1}{T} \cdot V \left[\sum_{t=1}^T f(w_t, z_t, \beta) \right]. \quad (3-33)$$

No caso de autocorrelação, $f(w_t, z_t, \beta)$ e $f(w_s, z_s, \beta)$ são correlacionados e a variância do somatório em (3-33) não é apenas a soma das variâncias, mas inclui as covariâncias cruzadas,

$$S = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \sum_{s=1}^S E[f(w_t, z_t, \beta) f(w_s, z_s, \beta)']. \quad (3-34)$$

O estimador de (3-34) é conhecido como HAC *variance estimator*. Para descrever o estimador HAC, primeiro definimos a matriz $R \times R$ de covariância amostral entre $f(w_t, z_t, \beta)$ e $f(w_{t-j}, z_{t-j}, \beta)$,

$$\Gamma_T(j) = \frac{1}{T} \sum_{t=j+1}^T f(w_t, z_t, \beta) f(w_{t-j}, z_{t-j}, \beta)'. \quad (3-35)$$

O estimador de S é dado por

$$S_T = \sum_{j=-T+1}^{T-1} \Gamma_T(j) = \Gamma_T(0) + \sum_{j=1}^{T-1} (\Gamma_T(j) + \Gamma_T(j)'). \quad (3-36)$$

Nós não podemos estimar consistentemente tantas covariâncias quanto nós temos de observações e o estimador em (3-36) não é necessariamente positivo definido. A saída é colocar um peso w_j na covariância j e fazer os pesos convergirem para zero à medida que j aumenta. Assim, w_j toma a forma de uma função kernel e o estimador passa a ser

$$S_T = \Gamma_T(0) + \sum_{j=1}^{T-1} w_j (\Gamma_T(j) + \Gamma_T(j)') \quad (3-37)$$

$$w_j = k\left(\frac{j}{B}\right) = \begin{cases} 1 - \frac{j}{B} & \text{para } \frac{j}{B} > 0 \\ 0 & \text{para } \frac{j}{B} < 0 \end{cases}, \quad (3-38)$$

onde $k(\cdot)$ é a função kernel e B é a *bandwidth*. Conforme (3-38), os pesos diminuem linearmente com j e os pesos são zero para $j \geq B$. O parâmetro B pode ser pensado como a ordem máxima de autocorrelação levada em conta pelo estimador¹⁸. Este estimador é também conhecido como *Newey-West estimator*. A estimação via HAC torna a inferência robusta à autocorrelação e heterocedasticidade.

¹⁸ Galí e Gertler (1999) especificam 12 defasagens no tratamento da autocorrelação.

3.5 Estimação Não-paramétrica

3.5.1 Estimação da Média Condicional e Derivada

Tradicionalmente economistas especificam um modelo paramétrico para uma regressão da média condicional e estimam os parâmetros desconhecidos a fim de fazer inferência estatística.

A título de exemplo, um simples modelo de regressão seria:

$$Y_i = m(X_i) + u_i \quad i = 1, \dots, n, \quad (3-39)$$

onde X_i é um vetor aleatório $q \times 1$, $m(\cdot)$ é uma *smooth function* e u_i é o termo de erro tal que $E(u_i|X_i) = 0$, $E(u_i^2|X_i) = \sigma^2(X_i)$. Quando a forma funcional de $m(\cdot)$ é conhecida até algum número finito de parâmetros, ou seja, $m(\cdot) = g(x, \beta)$, nós dizemos que a média condicional de Y_i dado X_i é parametricamente especificada. Neste caso, nós podemos utilizar os métodos de estimação paramétricos tradicionais (por exemplo, *nonlinear least squares* ou *generalized method of moments*) para estimar os parâmetros conhecidos de dimensão finita.

Quando a forma funcional $m(\cdot)$ em (3-39) é desconhecida, nós podemos estimar $m(\cdot)$ não-parametricamente utilizando algum método adequado. Nós podemos interpretar $m(x)$ como a média condicional dado $X = x$: $m(x) = E(Y|X = x)$. Um resultado conhecido da estatística é que a função m para a qual

$$E[Y - m(X)]^2 \quad (3-40)$$

é minimizado é $m(x) = E(Y|X)$. Então, esta função é o melhor previsor quadrático médio de Y dado X , e é frequentemente chamado de regressão de Y em X .

Há diversas maneiras de estimar $m(\cdot)$, neste trabalho nós focamos em métodos de aproximação local. Por definição nós podemos escrever

$$m(x) = E(Y|X = x) = \frac{\int yf(y, x)dy}{f(x)}. \quad (3-41)$$

Watson (1964) e Nadaraya (1965) propuseram estimar $m(x)$ substituindo $f(y, x)$ e $f(x)$ por seus estimadores kernel de densidade $\hat{f}(y, x)$ e $\hat{f}(x)$, respectivamente. Um estimador kernel de densidade é uma função suave que atribui pesos a $(X_i - x)/h$, de forma que quanto mais próximo X_i for de x , maior será o peso atribuído. Denote $f = f(x)$ como a função de densidade contínua de uma variável aleatória X , e x_1, x_2, \dots, x_n são observações de f . O estimador kernel de densidade, $\hat{f}(x)$ de f pode ser escrito como

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{X_i - x}{h}\right). \quad (3-42)$$

Note que $k(\cdot)$ e $\hat{f}(x)$ possuem as seguintes propriedades:

- (1) O kernel K é uma função simétrica em torno de zero que satisfaz:
 - (i) $\int K(\psi) d\psi = 1$;
 - (ii) $\int \psi^2 K(\psi) d\psi = \mu_2 \neq 0$;
 - (iii) $\int K^2(\psi) d\psi < \infty$.
- (2) As derivadas de segunda ordem de f são contínuas e limitadas em alguma vizinhança de x .
- (3) $h = h_n \rightarrow 0$ quando $n \rightarrow \infty$.
- (4) $nh \rightarrow \infty$ quando $n \rightarrow \infty$.

Denote $(h_y, h) = (h_y, h_1, \dots, h_q)$, onde h é a sequência de *bandwidth* usada para obter $\hat{f}(y, x)$ e $\hat{f}(x)$. Temos

$$\begin{aligned} \hat{f}(y, x) &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n K_h(X_i) k_{h_y}(Y_i - y) \\ &= \frac{1}{nh_y h_1 \dots h_n} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{X_{i1} - x_1}{h_1}, \dots, \frac{X_{iq} - x_q}{h_q}\right) k\left(\frac{Y_i - y}{h_y}\right). \end{aligned} \quad (3-43)$$

Também

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n K_h(X_i - x) = \frac{1}{nh_1 \dots h_n} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{X_{i1} - x_1}{h_1}, \dots, \frac{X_{iq} - x_q}{h_q}\right). \quad (3-44)$$

Então, o estimador NW de m é dado por $\hat{m}(x) = \int y \hat{f}(y, x) dy / \hat{f}(x)$, fazendo algumas manipulações algébricas simples, nós temos:

$$\hat{m}(x) = \frac{\sum_{i=1}^n K_h(X_i - x) Y_i}{\sum_{i=1}^n K_h(X_i - x)} \quad (3-45)$$

Pode ser mostrado que o estimador de NW de $m(x)$ minimiza

$$\sum_{i=1}^n (Y_i - m(x))^2 K\left(\frac{X_i - x}{h}\right) \quad (3-46)$$

com respeito a $m(x)$ ¹⁹. Alternativamente, podemos minimizar a seguinte função objetivo

$$\sum_{i=1}^n (Y_i - m - (X_i - x)' \beta)^2 K\left(\frac{X_i - x}{h}\right) \quad (3-47)$$

com respeito a m e β . Esta estimativa pode ser encontrada realizando uma regressão por *weighted least squares* de Y_i em $Z_i = (1, (X_i - x))$ com pesos $K_i^{1/2}$, onde $K_i = K\left(\frac{X_i - x}{h}\right)$. Portanto o estimador de NW ajusta uma constante ao conjunto de dados próximos de x , enquanto um *local linear* ajusta uma reta. Segue que, sendo $\hat{m} = \hat{m}(x)$ e $\hat{\beta} = \hat{\beta}(x)$ soluções para o problema de minimização acima, é possível demonstrar que \hat{m} é um estimador consistente de $m(x)$ e $\hat{\beta}$ é um estimador consistente de $\beta(x) = \partial m(x) / \partial x$.

Uma extensão natural do *local linear kernel estimator* é ajustar localmente polinômios de ordem mais alta. Por uma questão de simplicidade de notação é exposto aqui apenas o caso univariado. A generalização para o caso multivariado é direta, porém, demanda uma notação mais complicada. Quando x é um escalar, o *local linear kernel estimator* é baseado no seguinte problema de minimização:

$$\min_{\{m, \beta_1, \dots, \beta_p\}} \sum_{i=1}^n (Y_i - \beta_0 - \beta_1(X_i - x) - \dots - \beta_p(X_i - x)^p)^2 K\left(\frac{X_i - x}{h}\right) \quad (3-48)$$

¹⁹ Ou seja, o estimado de Nadaraya-Watson de $m(x)$ é também um estimador de *weighted least square* com pesos dados por $w_{it}(x) = K(X_i - x) / \sum_{i=1}^n K(X_i - x)$, onde $\sum_{i=1}^n w_{it} = 1$.

Seja $\hat{\beta} = \{\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_p\}$ o vetor dos valores de $\{\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p\}$ que minimizam (3-48), então, $\hat{\beta}_0$ é o estimador de $m(x)$, e $s! \hat{\beta}_s$ é o estimador de $m^s(x)$, onde $m^s(x)$ é a s -ésima derivada de $m(x)$ para $s = 1, \dots, p$.

Existe um *trade-off* entre viés e variância em amostras finitas. Quando h cresce, o estimador tende a ter menor variância mas um maior viés, ou seja, a estimativa torna-se mais suave. O oposto ocorre quando h é pequeno; a variância é aumentada, o viés é reduzido e a estimativa torna-se mais instável. Há várias formas de determinar h . Para detalhes ver Li e Racine (2007).

3.5.2 Estimação Semi-paramétrica

O modelo pode ter uma parte linear e outra parte constituída de um formato não linear desconhecido. Ao invés de uma especificação completa linear, nós temos

$$y_i = x'_{1i}\beta + g_1(x_{2i}) + u_i . \quad (3-49)$$

Em (3-49) $E(u_i|x_{1i}, x_{2i}) = 0$. Além disso, x_{2i} não pode conter a unidade como elemento. Esta restrição ao intercepto é uma condição de identificação que surge do fato de que $g_1(x_{2i})$ é irrestrito e portanto pode conter um termo constante como parte de sua definição. Portanto, seria sempre possível adicionar uma constante a (3-49) e então defini-la como parte de $g_1(x_{2i})$, e dessa forma, sem qualquer restrição sobre a natureza de $g_1(x_{2i})$, é impossível estimar consistentemente um intercepto.

A questão que surge é como estimar β na presença de uma função desconhecida g_1 . O problema reside apenas nos parâmetros da parte linear, pois a função g_1 pode ser estimada utilizando os métodos apresentados no capítulo anterior. Para uma estimação semi-paramétrica de β , primeiro tomamos a esperança condicional de (3-49),

$$E(y_i|x_{2i}) = E(x_{1i}|x_{2i})'\beta + g_1(x_{2i}) . \quad (3-50)$$

Consequentemente,

$$y_i - E(y_i|x_{2i}) = (x_{1i} - E(x_{1i}|x_{2i}))'\beta + u_i , \quad (3-51)$$

e

$$g_1(x_{2i}) = E(y_i|x_{2i}) - E(x_{1i}|x_{2i})'\beta. \quad (3-52)$$

Note que (3-51) possui as propriedades de um modelo de regressão linear com variável dependente $y_i - E(y_i|x_{2i})$ e variáveis independentes $(x_{1i} - E(x_{1i}|x_{2i}))$, sendo assim, um estimador de β é

$$\hat{\beta} = \left[\sum_{i=1}^n (x_{1i} - \hat{m}_{12i})(x_{1i} - \hat{m}_{12i})' \right]^{-1} \left[\sum_{i=1}^n (x_{1i} - \hat{m}_{12i})(y_i - \hat{m}_{2i})' \right], \quad (3-53)$$

onde \hat{m}_{12i} e \hat{m}_{2i} são os estimadores kernel de $\hat{m}_{12i} = E(x_{1i}|x_{2i})$ e $\hat{m}_{2i} = E(y_i|x_{2i})$. Uma vez que encontramos $\hat{\beta}$, $g_1(x_{2i})$ pode ser estimado de (3-52) da seguinte forma:

$$\hat{g}_1(x_{2i}) = \hat{m}_{2i} - \hat{m}_{12i}'\hat{\beta}. \quad (3-54)$$

Uma discussão detalhada de modelos não-paramétricos e semi-paramétricos pode ser encontrada em Härdle *et al* (2004), Pagan e Ullah (1999) e Li e Racine (2007).

Vale ressaltar que enquanto o estimador de Nadaraya-Watson é obtido por derivar o estimador de *weighted least square* do intercepto $\alpha = m(x)$ na regressão $y_i = \alpha + u_i$, o *local linear estimator* é o *weighted least square* de α na regressão $y_i = \alpha + (x_i - x)\beta + u_i$. Portanto, se essa segunda regressão é uma aproximação mais realista de $y_i = m(x_i) + u_i$, então a regressão por Nadaraya-Watson está mal especificada e caímos no problema de viés da variável omitida. Esse viés é devido a omissão de $(x_i - x) = h\psi$ e some a medida que o tamanho da amostra aumenta e h tende a zero.

O estimador de Nadaraya-Watson é não viesado quando a função $m(\cdot)$ a ser estimada é uma constante. Similarmente, o *local polynomial estimator* (o *local linear estimator* é um caso especial do *polynomial*) é um estimador não viesado quando a função $m(\cdot)$ a ser estimada é um polinômio. Para um $m(\cdot)$ desconhecido, o comportamento do viés do local polynomial estimator é melhor do que o do estimador de Nadaraya-Watson. Isto é especialmente verdade nas caldas das densidades. Para maiores detalhes ver Pagn e Ullah (1999). Neste trabalho as estimações não-paramétricas são feitas através de um *local polynomial estimator*.

3.5.3 Curse of Dimensionality

As técnicas não-paramétricas não fazem pressuposto algum sobre a forma da função n-dimensional $m(x)$. A meta é ajustar uma superfície n-dimensional aos dados observados $\{(X_i^T, Y_i): i = 1, \dots, n\}$, onde $X_i = (X_{i1}, \dots, X_{in})^T, i = 1, \dots, n$. Uma abordagem direta é generalizar as técnicas univariadas de *smoothing*, ou seja, usar um *Local Linear*, conforme descrito em 3.5.1, adicionando n covariáveis. Quando mais de uma covariável está presente no modelo de regressão surgem alguns problemas. Faz-se necessário agora discutir como definir vizinhanças em uma superfície n-dimensional. Surge uma função kernel n-dimensional K , assim como, uma matriz de *bandwidth* B . A questão que surge aqui é se o grau de suavidade deveria ser o mesmo em todas as direções, ou seja, se as variações na superfície são similares com respeito a todas as covariáveis. Essa discussão está fora do escopo deste trabalho e pode ser consultada em Silverman (1986), Scott (1992) e Wand e Jones (1993).

Embora generalizações da maioria das técnicas univariadas de *smoothing* para *multivariate surface smoothing* possam ser praticáveis, essas generalizações trazem um sério problema: o chamado *curse of dimensionality*. Este problema se refere ao fato de que uma vizinhança local em dimensões mais altas não é mais local: uma vizinhança com uma porcentagem fixa dos pontos pode ser muito grande e longe do que é compreendido pelo termo “vizinhança local”. Em outras palavras, se uma vizinhança local contém 10 dados amostrais, então há 10^n pontos amostrais correspondendo a vizinhança n-dimensional. Em consequência, são necessários conjuntos de dados muito maiores mesmo quando n é pequeno.

Devido ao *curse of dimensionality*, técnicas de *surface smoothing* não são muito úteis na prática quando há mais de duas ou três covariáveis, visto que as séries macroeconômicas, principalmente para a economia brasileira, geralmente não são muito extensas. Existem várias abordagens propostas para lidar com o problema do *curse of dimensionality*, e todas elas envolvem a aplicação de processos de redução da dimensionalidade. Descrições detalhadas de alguns desses métodos podem ser encontrados em Carrol *et al* (1997), Fan *et al* (1998) e Horowitz e Mammen (2004).

Uma alternativa para contornar os problemas da dimensionalidade é o uso dos modelos aditivos. Um modelo desta classe pode ser representado como:

$$y_i = m_0 + m_{1i}(X_{1i}) + \dots + m_{pi}(X_{pi}) + \varepsilon_i, \quad (3-55)$$

com $i = 1, \dots, n$. A constante m_0 , assim como as funções m_1, \dots, m_p são desconhecidas. Dado que todas as funções desconhecidas são unidimensionais, o problema associado ao “*curse of dimensionality*” é substancialmente reduzido. Porém, é necessária a suposição de aditividade nos componentes de (3-55). Sendo assim, o modelo aditivo evita problemas relacionados a dimensionalidade ao custo de possíveis erros de aproximação ao usar funções aditivas para descrever a superfície p -dimensional. Por sua forma, um modelo deste tipo possui a interpretação de um modelo linear: a natureza do efeito de uma variável na superfície não depende dos valores das outras variáveis, ou seja, uma vez estimado o modelo aditivo, nós podemos analisar as coordenadas das p funções separadamente para examinar os papéis das variáveis na predição. Essa classe de modelos não foi utilizada neste trabalho. Mas seria interessante a comparação entre as estimativas não-paramétricas feitas aqui com a de modelos aditivos, afim de verificar se há ganhos no tratamento da dimensionalidade. Um exercício como este seria interessante como tema de trabalhos futuros.

As estimações não-paramétricas feitas neste trabalho focam-se na variável referente ao excesso de demanda. Os dois termos expectationais da curva de Phillips são estimados de forma paramétrica através de uma especificação linear em relação à inflação corrente. Portanto, o que é utilizado é um modelo semi-paramétrico. Dessa forma, o problema de dimensionalidade decorrente do *curse of dimensionality* não afeta as estimações.

Um problema de viés pode surgir devido à endogeneidade de algumas das variáveis na equação de Phillips. O modelo semi-paramétrico não é corrigido para o caso de endogeneidade, de forma que algum viés pode surgir nas estimações. A correção para a presença de endogeneidade não foi introduzida na estimação do modelo semi-paramétrico pois as estimativas obtidas segundo um *Semiparametric Two-Stage Least Squares Estimator* (SP2SLS), o qual trata de corrigir o problema da endogeneidade através do uso de variáveis instrumentais, seriam severamente condenadas devido ao *curse of dimensionality*. Suponha $\tilde{X} = \{X_t - \hat{E}(X_t|Z_{1t})\}_{t=1}^n$, e $\tilde{Y} = \{Y_t - \hat{E}(Y_t|Z_{1t})\}_{t=1}^n$, onde $\hat{E}(\cdot)$ é estimado de forma não-paramétrica. O SP2SLS nada mais é do que

$$\tilde{\beta} = \left(\tilde{X}' \tilde{Z} (\tilde{Z}' \tilde{Z})^{-1} \tilde{Z}' \tilde{X} \right)^{-1} \tilde{X}' \tilde{Z} (\tilde{Z}' \tilde{Z})^{-1} \tilde{Z}' \tilde{Y}, \quad (3-56)$$

onde \tilde{X} é projetado no subespaço $s(\tilde{Z})$ através do projetor $\tilde{Z} (\tilde{Z}' \tilde{Z})^{-1} \tilde{Z}'$, e $\tilde{Z} (\tilde{Z}' \tilde{Z})^{-1} \tilde{Z}' \tilde{X}$ estima a esperança condicional $E(X_t - E(X_t|Z_t)|Z_t)$. Note que Z_t é um vetor de variáveis

instrumentais. O que se passa aqui é que se a esperança condicional de \tilde{X} dado \vec{Z} ou se a forma reduzida não é linear em \vec{Z} , nós esperamos que a projeção $\vec{Z}(\vec{Z}'\vec{Z})^{-1}\vec{Z}'\tilde{X}$ com suas estimativas não-paramétricas resulte em ganhos de eficiência.

O problema do uso de um estimador como o apresentado em (3-55) é que quando \tilde{X} é projetado no subespaço $s(\vec{Z})$ nós estamos falando de uma regressão não-paramétrica onde o conjunto de instrumentos pode ser de número elevado, no caso das estimações por GMM foram utilizados sete instrumentos, o que de certa forma impossibilita sua utilização se o número de dados amostrais é pequeno. Como já foi destacado, a abordagem não-paramétrica multivariada está associada com a *curse of dimensionality* ou baixa taxa de convergência em regressão multivariada, de forma que os problemas na estimação podem ser severos numa estimação com um número pequeno de dados amostrais. Por este motivo esse estimador não foi utilizado: o número de dados amostrais é muito pequeno para que uma regressão não-paramétrica com várias covariáveis fosse realizada sem que nos preocupássemos com o problema da dimensionalidade.

4 ESTIMAÇÃO DA CURVA DE PHILLIPS

4.1 Estimação Paramétrica

Nesta seção são apresentados os resultados da estimação convencional paramétrica. A especificação a ser estimada da curva de Phillips é a seguinte:

$$\hat{\pi}_t = \phi_1\pi_{t-1} + \phi_2E(\pi_{t+1}|I_t) + \phi_3x_t \quad (4-1)$$

Estamos interessados em estimar os parâmetros ϕ_1 , ϕ_2 e ϕ_3 . A estimação é feita por GMM com matriz poderadora HAC, da mesma forma que é feito em Galí e Gertler (1999). A condição de ortogonalidade utilizada foi:

$$E[(\hat{\pi}_t - \phi_1\hat{\pi}_{t-1} - \phi_2\hat{\pi}_{t+1} - \phi_3\hat{x}_t)z_t] = 0 \quad (4-2)$$

Os instrumentos utilizados foram cinco defasagens da inflação medida pelo IPCA e mais duas defasagens da medida de hiato do produto. As estimativas apresentadas foram baseadas em dados mensais utilizando uma amostra compreendida no período 2002:04 – 2012:09. Quanto à medida de atividade econômica real, foi utilizado o hiato do produto calculado pela metodologia da decomposição Beveridge-Nelson.

Conforme enfatizado por Fuhrer e Moore (1995), a equação (3-5) implica que a inflação deveria antecipar o hiato do produto no decorrer dos ciclos econômicos, no sentido que um aumento na inflação corrente deveria sinalizar um subsequente aumento no hiato do produto. O gráfico a seguir apresenta a correlação cruzada entre o hiato do produto x_t e a inflação.

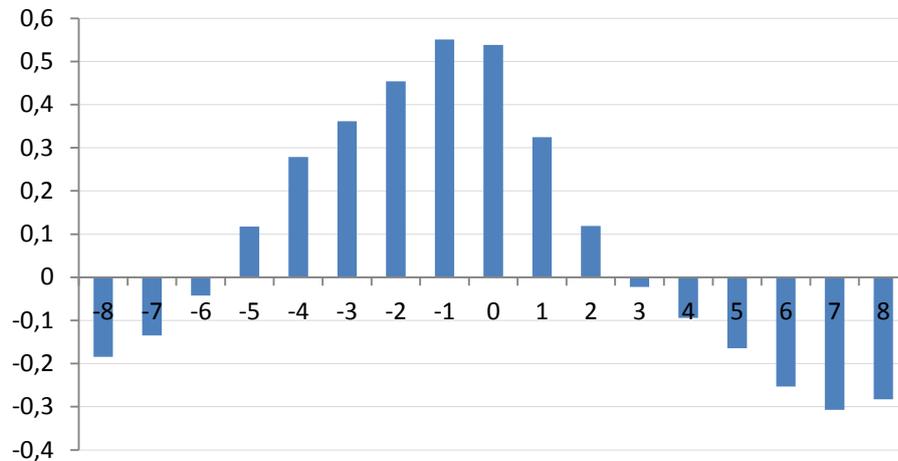


Figura 4.1: Hiato do Produto (t), inflação (t+k)

O correlograma do hiato do produto, extraído pela decomposição Beveridge-Nelson, com a inflação apresenta um comportamento de acordo com o modelo teórico²⁰. Outras medidas de hiato foram consideradas; a rigor, foram derivados hiatos do produto seguindo todas as abordagens que foram apresentadas no capítulo 3 de Metodologia. Porém, todas as outras medidas de hiato se caracterizaram por apresentar correlação positiva com a inflação passada e negativa com a inflação futura. Ou seja, um comportamento que é contrário à intuição teórica.

Os resultados da estimação encontram-se na tabela a seguir:

Tabela 4.1: CPNK – forma reduzida – caso 1

	Estimativa	Erro-padrão	p-valor
ϕ_1	0.416797	0.002086	0.0000
ϕ_2	0.522884	0.004008	0.0000
ϕ_3	0.014368	0.000667	0.0000
\bar{R}^2	0.6636		

As estimativas apresentadas são consistentes com a teoria. Os resultados informam que: (i) o componente expectacional *forward-looking* é dominante em relação ao componente *backward-looking*, apresentando valor correspondente a 0.52; (ii) ambos componentes

²⁰ O comportamento do correlograma da Figura 4.1 é muito semelhante ao encontrado em Galí e Gertler (1999), porém esses autores utilizaram uma medida de custo marginal como variável de atividade real econômica.

expectacionais são estatisticamente significativos; (iii) o impacto da atividade real, representado pelo hiato do produto, é estatisticamente significativo e apresenta sinal positivo em concordância com a teoria.

Areosa (2010), utilizando a mesma estratégia de estimação apresentada aqui, não encontrou significância estatística para o coeficiente relativo ao hiato do produto. Além disso, o coeficiente estimado pelo autor apresentou sinal negativo, ou seja, contrário à teoria econômica. O autor encontrou uma estimativa de sinal positivo, mas ainda não significativa, apenas quando o hiato do produto é substituído por uma medida de custo marginal. De fato, a literatura sobre a estimação da curva de Phillips tem, em geral, demonstrado resultados semelhantes aos encontrados em Areosa (2010). É bastante clara uma tendência ao uso de uma medida de custo marginal, ao invés de hiato do produto, na estimação da curva de Phillips buscando evitar problemas associados à significância estatística e adequação da estimativa ao modelo teórico.

Contudo, os resultados apresentados na Tabela 4.1 diferem do padrão encontrado na literatura. O coeficiente relativo ao hiato do produto apresenta sinal positivo e é estatisticamente significativo. Em primeiro lugar, o que deve ser ressaltado é que a medida de hiato do produto utilizada neste trabalho não é mesma utilizada por Areosa (2010). O autor obteve o hiato do produto do resíduo de uma regressão do PIB sobre 11 variáveis dicotômicas sazonais e uma tendência linear. Essa mesma medida de hiato foi utilizada neste trabalho e, de fato, apresentou os mesmos problemas encontrados em Areosa (2010). A literatura, em geral, obtém o hiato do produto através da utilização de um filtro Hodrick-Prescott. Nós estimamos o modelo (4-1) utilizando essa mesma medida de hiato e rendeu um coeficiente de sinal positivo, porém sem significância estatística.

O que os resultados apresentados na Tabela 4.1 mostram é que o problema de utilizar as medidas de hiato do produto pelo filtro Hodrick-Prescott, ou pelo método de regressão linear com variáveis dicotômicas, é que essas medidas apresentam correlação negativa com a inflação defasada e positiva com a inflação futura, padrão que é exatamente o contrário do comportamento previsto pela teoria. O hiato do produto, que foi utilizado neste trabalho, foi obtido de uma decomposição Beveridge e Nelson de acordo com a especificação apresentada em Araújo *et al* (2004). Essa medida de hiato apresenta um padrão de correlação com a inflação que vai de acordo com a teoria econômica²¹.

²¹ O correlograma encontra-se na figura 4.1.

Dessa forma, fica claro que os problemas encontrados na estimação da curva de Phillips, quando uma medida de hiato é utilizada para refletir a atividade econômica, estão associados ao formato da correlação cruzada entre a medida de atividade econômica e a inflação, e não ao uso de uma medida de hiato em si, conforme destaca parte da literatura²². Medidas de hiato do produto que apresentam uma correlação com a inflação semelhante à figura 4.1 tenderão a apresentar coeficientes estatisticamente significantes na equação de Phillips. Há diversas metodologias para a derivação do hiato do produto, as quais geram, em alguns casos, séries muito diferentes entre si. Concluimos que a utilização da variável hiato não é inferior, no sentido estatístico, ao uso de uma variável que representa o custo marginal. Desde que sua correlação com a inflação respeite a relação teórica entre essas duas variáveis.

4.1 Estimação Paramétrica com Termo Quadrático para o Hiato do Produto

O modelo (4-1) agora é estimado incluído um termo quadrático relativo ao hiato do produto. Esse tipo de especificação é feito para analisarmos a possibilidade de uma relação não linear entre a atividade econômica e a inflação corrente. A especificação da curva de Phillips passa a ser a seguinte:

$$\hat{\pi}_t = \phi_1 \pi_{t-1} + \phi_2 E(\pi_{t+1}|I_t) + \phi_3 x_t + \phi_4 x_t^2 \quad (4-3)$$

A estimação é novamente feita por GMM com matriz ponderadora HAC, utilizando as condições de momento apresentadas abaixo:

$$E[(\hat{\pi}_t - \phi_1 \hat{\pi}_{t-1} - \phi_2 \hat{\pi}_{t+1} - \phi_3 \hat{x}_t - \phi_4 \hat{x}_t^2)z_t] = 0 \quad (4-4)$$

Os resultados encontram-se na tabela abaixo:

Tabela 4.2: CPNK com termo quadrático para o hiato do produto – forma reduzida – caso 2

	Estimativa	Erro-padrão	p-valor
ϕ_1	0.392239	0.005044	0.0000
ϕ_2	0.498215	0.003457	0.0000
ϕ_3	0.023839	0.00179	0.0000

²² Inclusive em Galí e Gertler (1999).

ϕ_4	0.001968	0.000326	0.0000
\bar{R}^2	0.6704		

Podemos ver que os parâmetros relativos aos componentes expectacionais são estaticamente significativos e apresentam sinais compatíveis com a teoria econômica. Além do mais, a soma dos dois componente é muito próxima a um, exatamente como afirma a teoria na ausência de *trade-off* de longo prazo entre inflação e produto. Nessa nova especificação, o coeficiente do termo *forward-looking* apresentou uma estimativa de 0.49 contra uma estimativa de 0.39 para o coeficiente do termo *backward-looking*. Novamente, a expectativa presente quanto à inflação futura mostra-se dominante na dinâmica da inflação brasileira. Este padrão verificou-se na estimação das duas especificações da curva de Phillips apresentadas até aqui, e está em concordância com os resultados encontrados em Areosa (2010) para a economia brasileira, e Galí e Gertle (1999) para a economia americana. Parece evidente a predominância dos termos *forward-looking*, em trabalhos que estudam a dinâmica da inflação, quando se utiliza o método de GMM em modelos de expectativas racionais.

Podemos observar também, que os coeficientes relativos ao hiato do produto e ao hiato ao quadrado são estatisticamente significativos, e apresentam sinal positivo. O parâmetro estimado relativo ao hiato do produto é de 0.023, enquanto a estimativa do parâmetro relativo ao termo quadrático do hiato é de 0.0019. Dessa forma, a inflação parece ser influenciada pela atividade econômica não apenas de forma linear, mas também de forma quadrática.

Portanto, estimativas paramétricas da curva de Phillips na forma reduzida não excluem a possibilidade de uma relação não linear entre a inflação corrente e a atividade econômica medida pelo hiato do produto. Buscando avaliar de forma mais precisa essa relação não linear fazemos uso de uma estimação semi-paramétrica com o objetivo de compreender melhor a forma dessa não linearidade. Essas estimações servirão de guia para uma futura estimação paramétrica onde será imposta a forma funcional estimada não-parametricamente.

4.2 Estimação Semi-Paramétrica

O modelo agora será tratado dentro de uma abordagem semi-paramétrica. Essa abordagem explora a situação na qual o comportamento da variável dependente pode ser escrito como uma função linear de algumas variáveis e uma função que possui uma forma

funcional desconhecida. Nós iremos assumir que a curva de Phillips é linear nas expectativas, tanto no termo *forward-looking* quanto no *backward-looking*, mas nenhum tipo de relação específica será imposto ao componente da atividade econômica. Dessa forma, o modelo é especificado como:

$$\hat{\pi}_t = \phi_1 \pi_{t-1} + \phi_2 E(\pi_{t+1}|I_t) + f(x_t). \quad (4-5)$$

Com isso, menos restrições são impostas na relação entre as variáveis. É assumido que existe uma função $f(\cdot)$, a qual descreve o impacto da atividade econômica na inflação corrente, porém nenhuma forma funcional é imposta. Apenas assumimos que $f(\cdot)$ existe e que é pelo menos duas vezes continuamente diferenciável. O objetivo é revelar a estrutura de $f(\cdot)$ através da estimação da expectativa condicional da inflação $E(\pi_t|\pi_{t-1}, \pi_{t+1}^e, x_t)$ com o auxílio de uma função kernel. Dessa forma, estaremos interessados em determinar a o formato da função $f(\cdot)$, assim como a derivada parcial do modelo de regressão em relação à x_t , ou seja,

$$\frac{\partial E(\pi_t|\pi_{t-1}, \pi_{t+1}^e, x_t)}{\partial x_t}. \quad (4-6)$$

Note que no modelo paramétrico as derivadas parciais são todas constantes por definição. Em um modelo não-paramétrico, as derivadas relativas às variáveis explanatórias são permitidas variar livremente em seu domínio.

O modelo semi-paramétrico descrito em (4-3) é um pouco diferente do modelo paramétrico que foi estimado. A diferença está nas variáveis que estão inclusas no modelo. Para estimar (4-1) utilizamos a condição de momento (4-2) de forma que tratamos a endogeneidade da formação da expectativa presente quanto à inflação futura através do uso de variáveis instrumentais. Isso não será utilizado para estimar (4-3). Ao invés de nos valermos de uma condição de ortogonalidade para tratar a endogeneidade, será utilizada uma medida de expectativa de inflação²³.

²³ Uma descrição sobre o método de estimação utilizado aqui está disponível na seção 3.5 do capítulo 3 de Metodologia.

Sem utilizar as condições de momento, conforme expostas em (4-2), a opção é utilizar a informação dos bem conhecidos *surveys*²⁴. A ideia é incorporar uma medida de expectativa baseada em uma *survey* ao invés de presumir racionalidade em um componente expectacional que é não observável. A *proxy* utilizada será a expectativa da inflação da pesquisa FOCUS do Banco Central do Brasil²⁵.

O modelo estimado passa a ser:

$$\hat{\pi}_t = \phi_1 \hat{\pi}_{t-1} + \phi_2 \hat{\pi}_{t+1}^{focus} + \hat{f}(\hat{x}_t) \quad (4-7)$$

onde, $\hat{\pi}_{t+1}^{focus}$ é a mediana das expectativas dos agentes quanto à inflação do próximo mês, formada pelo conjunto de informação disponível até a data de divulgação do IPCA-15. As outras variáveis são as mesmas utilizadas na estimação paramétrica.

A *bandwidth* escolhida foi $h^* = 3h^{ótima}$, onde $h^{ótima}$ é a *bandwidth* determinada via método *plug-in*. É preciso salientar que a *bandwidth* utilizada é 3 vezes maior do que a determinada pela metodologia *plug-in*. Essa alteração é feita para diminuir a variância da estimação e facilitar a visualização do formato de \hat{f} e de $\frac{\partial \hat{f}(x_t)}{\partial x_t}$. Como se sabe, existe um *trade-off* entre variância e viés quando o tamanho da *bandwidth* varia. Quanto maior é a *bandwidth*, menor é a variância, porém, maior é o viés do estimador. Preferiu-se diminuir a variância para que possamos visualizar um formato mais bem definido das duas funções estimadas.

O formato de f é estimado com o auxílio de uma função kernel. A função kernel utilizada na estimação é um kernel gaussiano univariado:

$$k(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right). \quad (4-8)$$

Os passos para a obtenção de \hat{f} podem ser sumarizados como segue. Primeiro foi realizada uma regressão não-paramétrica através de um estimador *local linear* onde a inflação corrente foi regredida contra a inflação defasada, a expectativa presente quanto à inflação futura e o hiato do produto. A expressão minimizada foi:

²⁴ Esses *Surveys* se referem às pesquisas efetuadas pelas autoridades monetárias aos agentes econômicos sobre a trajetória da inflação futura. No Brasil temos a pesquisa FOCUS empreendida pelo Banco Central.

²⁵ Nós usamos a mediana das expectativas relativa à data de divulgação do IPCA-15.

$$\min_{\{m, \beta_1, \beta_2, \beta_3\}} \sum_{i=1}^n (Y_i - m - \beta_1(X_i - x) - \beta_2\pi_{t-1} - \beta_3\hat{\pi}_{t+1}^{focus})^2 K\left(\frac{X_i - x}{h}\right) \quad (4-9)$$

a qual gerou o vetor $\hat{\theta} = (\hat{m}, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3)'$ de parâmetros estimados. As estimativas pontuais de \hat{m} dizem respeito à função $f(x_t)$, logo, $\hat{m} = \hat{f}(\hat{x}_t)$. De forma análoga, $\hat{\beta}_1$ diz respeito à derivada da inflação corrente em relação ao hiato do produto, logo:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\partial \hat{E}(\pi_t | \pi_{t-1}, \pi_{t+1}^e, x_t)}{\partial x_t} = \frac{\partial f(x_t)}{\partial x_t} \quad (4-10)$$

Para estimar os parâmetros ϕ_1 e ϕ_2 da equação (4-7) foi feita a seguinte manipulação algébrica:

$$\hat{\pi}_t = \phi_1\pi_{t-1} + \phi_2E(\pi_{t+1}|I_t) + \hat{f}(\hat{x}_t). \quad (4-11)$$

$$\hat{\pi}_t - \hat{f}(\hat{x}_t) = \phi_1\pi_{t-1} + \phi_2E(\pi_{t+1}|I_t) \quad (4-12)$$

Sendo assim, o termo $\hat{\pi}_t - \hat{f}(\hat{x}_t)$ foi usado como variável dependente em uma regressão por MQO com π_{t-1} e $E(\pi_{t+1}|I_t)$ atuando como variáveis explicativas. O resultado foi $\hat{\gamma} = (\hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2)'$, onde $\hat{\gamma}$ diz respeito as estimativas da parte paramétrica (linear) do modelo. Os resultados das estimativas paramétricas estão listados abaixo:

Tabela 4.3: CPNK – parte paramétrica

	Estimativa	Erro-padrão	p-valor
ϕ_1	0.35936	0.13197	0.0000
ϕ_2	0.66710	0.05777	0.0000

Novamente o parâmetro relativo ao termo *forward-looking* é dominante em relação ao termo *backward-looking*, indicando uma importância maior do termo expectacional em relação ao termo inercial na determinação da inflação. Em comparação com as estimativas do modelo paramétrico linear, a inflação defasada teve um parâmetro estimado de magnitude maior no modelo semi-paramétrico. Já no caso do parâmetro relacionado à expectativa de

inflação, o parâmetro estimado no modelo semi-paramétrico foi menor do que no modelo paramétrico linear.

A estimativa da parte não-paramétrica do modelo, \hat{f} , é apresentada na Figura 4.2. Como podemos observar, a função $\hat{f}(\hat{x}_t)$ é crescente em relação à atividade econômica mensurada pelo hiato do produto. Quando o produto efetivo está abaixo do potencial a atividade econômica contribui negativamente para a taxa de inflação. Por outro lado, quando o produto efetivo está acima do produto potencial (hiato do produto maior que zero) a atividade econômica contribui positivamente para a taxa de inflação. Essa relação positiva entre inflação e atividade econômica não se dá de forma linear, como mostra a Figura 4.2, ela pode ser aproximada por uma função linear até um hiato do produto na ordem de 2%. Para valores do hiato do produto acima de 2% a atividade econômica passa a aumentar a taxa de inflação de forma exponencial. Quando o produto efetivo está muito acima do produto potencial, a atividade econômica tem um impacto muito maior na inflação.

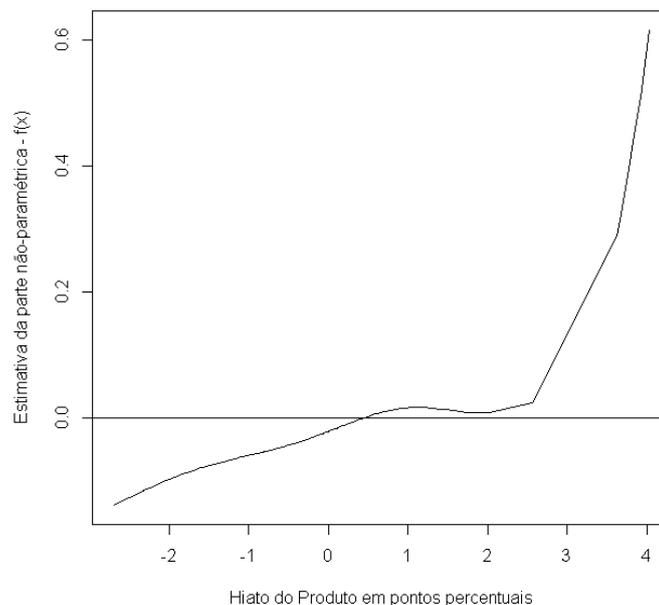


Figura 4.2: Estimativa de \hat{f} versus Hiato do Produto

Adicionalmente à estimação de \hat{f} de forma não-paramétrica conforme exposto acima, foi estimada a relação entre inflação e produto após excluir os efeitos relativos à inflação passada e à expectativa quanto a inflação futura. Em um primeiro momento foi estimada uma regressão²⁶ onde a inflação presente foi estabelecida como variável dependente e a inflação

²⁶ A estimação foi feita por OLS.

defasada e expectativa da inflação como variáveis explicativas. Em um segundo momento, foi estimada uma segunda regressão onde o hiato do produto foi estabelecido como variável dependente e a inflação defasada e expectativa da inflação como variáveis explicativas. Por último foi realizada uma regressão não-paramétrica entre os resíduos da primeira regressão contra os resíduos da segunda.

A ideia por trás desse procedimento é simples: a primeira regressão busca “limpar” a inflação presente dos efeitos referentes ao componente inercial e expectacional, já a segunda regressão busca “limpar” o hiato do produto dos efeitos relativos aos dois componentes. Os resíduos dessas regressões correspondem à inflação e ao hiato livres das influências dos componentes inercial e expectacional.

Para a estimação não-paramétrica foi utilizado um *local linear* com a mesma função kernel e a mesma escolha de *bandwidth* feita na estimação anterior²⁷. As estimativas da média condicional devem mostrar a relação entre a inflação e o hiato do produto excluindo os efeitos relativos às outras variáveis expostas na curva de Phillips. O resultado da estimação pode ser visto na figura abaixo.

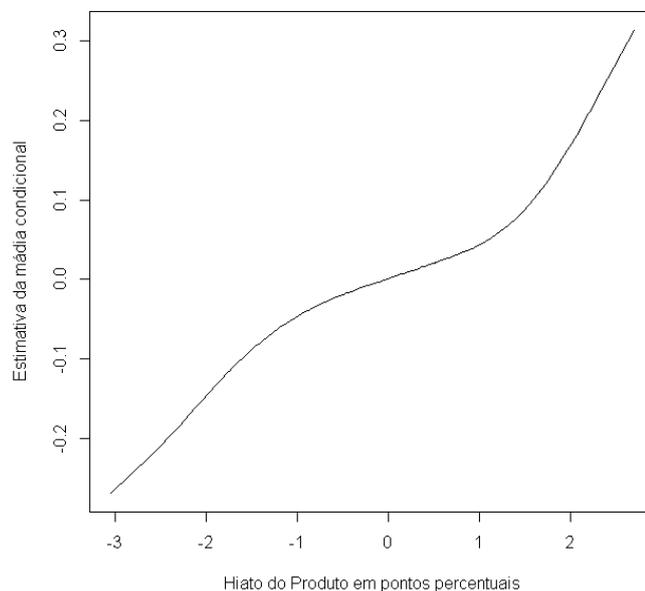


Figura 4.3: Efeito do Hiato do Produto na inflação versus Hiato do Produto

Pela análise visual da Figura 4.3, podemos notar que os efeitos do hiato do produto na inflação não se comportam linearmente. A curva estimada é côncava quando o hiato do

²⁷ A *bandwidth* utilizada não é a mesma. A penas o critério de escolha dela foi o mesmo, porém, nessa estimação a metodologia *plug-in* é aplicada sobre os resíduos da primeira e da segunda regressão por OLS, e não sobre a inflação presente e o hiato do produto como feito anteriormente.

produto é menor que zero e convexa para valores positivos do hiato do produto. O formato da curva estimada se assemelha ao gráfico da Figura 4.2, sendo assim, essa estimação adicional parece corroborar os resultados apresentados anteriormente.

Passamos agora para a análise da derivada. A Figura 4.4 apresenta a estimativa não-paramétrica da derivada parcial apresentada na equação (4-6). A derivada não-paramétrica revela uma relação não linear no hiato do produto. Se a relação entre inflação e produto fosse linear, o gráfico de $\partial \hat{f} / \partial x_t$ deveria ser uma constante, ou algo próximo de uma constante. A forma quadrática apresentada na Figura 4.4 indica que o efeito do produto efetivo sobre a inflação depende do nível de atividade econômica. Quando a atividade econômica é baixa, com o produto efetivo aproximadamente 2% abaixo do produto potencial, um aumento de 1% no hiato do produto está associado com um aumento de 0.064% na inflação. Quando a atividade econômica é alta, aproximadamente 2% acima do produto potencial, o impacto marginal sobre a inflação é de 0.068%. Para valores positivos extremos de hiato, maior é o impacto na taxa de inflação. Se considerarmos a economia operando 3.5% acima do seu potencial, um aumento marginal no hiato do produto implica um aumento de 1.1% na inflação.

É interessante notar que para um hiato do produto variando entre -1% e 2%, ou seja, para $\hat{x}_t \in (-1, 2)$, a derivada estimada não-parametricamente é relativamente estável variando entre 0.01 e 0.03. Isso significa que quando a economia opera dentro de um intervalo de -1% a 2% de hiato do produto, um aumento marginal nesta variável leva a um aumento na inflação de 0.02% em média.

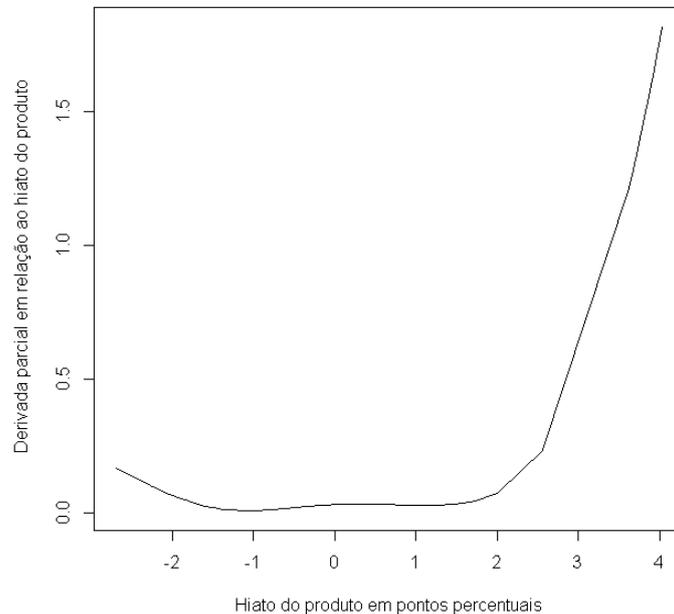


Figura 4.4: Derivada parcial versus Hiato do produto

O formato apresentado na Figura 4.4 parece sugerir que o hiato do produto tem uma relação não linear com a inflação para valores extremos tanto positivos quanto negativos. Porém, a análise visual do formato apresentado por essa derivada parece sugerir que a inflação é mais sensível a valores extremos positivos do hiato do que valores negativos. Embora possa se estabelecer uma forma quadrática no comportamento da derivada, é difícil avaliar se a inflação responde de forma simétrica a desvios positivos e negativos do hiato do produto. Essa dificuldade surge do fato de que há poucos dados amostrais concentrados nas regiões extremas. É possível notar que valores extremos positivos do hiato estão associados a uma derivada de maior magnitude, porém a escassez de dados nos intervalos extremos dificulta um melhor ajuste do formato da derivada.

Como um resultado geral das estimações não-paramétricas, podemos afirmar que o impacto do produto efetivo sobre a inflação depende do nível de atividade econômica. O *trade-off* entre produto-inflação é não linear para valores extremos do hiato do produto.

A estimação do modelo semi-paramétrico nos fornece informações suficientes para que possamos modelar de forma paramétrica a não linearidade apresentada pelo hiato do produto. Com o formato de \hat{f} dado pela Figura 4.2 é possível realizar uma aproximação paramétrica para que possamos ajustar um melhor modelo para a dinâmica inflacionária.

Através das figuras 4.2 e 4.4 parece plausível testar duas especificações para os modelos paramétricos:

- (i) Especificar um formato cúbico para o hiato do produto. Neste caso, assumimos que a forma funcional estimada, ou seja, \hat{f} , possui um formato cúbico. Se este é o caso, aceitamos a hipótese da forma quadrática de $\partial\hat{f}/\partial x_t$. A curva de Phillips é então representada pela seguinte equação:

$$\pi_t = \phi_1\pi_{t-1} + \phi_2E(\pi_{t+1}|I_t) + \phi_3x_t + \phi_4x_t^3 \quad (4-13)$$

- (i) Especificar um formato exponencial para o hiato do produto. Essa especificação é válida se aceitamos a hipótese de que o formato de \hat{f} pode ser bem aproximado por uma reta positivamente inclinada para valores de hiato do produto até 2 pontos percentuais. Para valores maiores que esse, \hat{f} apresenta um comportamento exponencial. Se este é o caso, aceitamos a hipótese de que $\partial\hat{f}/\partial x_t$ tenha um formato exponencial, ou seja, que o formato apresentado na Figura 4.4 é um formato exponencial. A curva de Phillips é então representada pela seguinte equação:

$$\pi_t = \phi_1\pi_{t-1} + \phi_2E(\pi_{t+1}|I_t) + \phi_3x_t + \phi_4\exp(x_t) \quad (4-14)$$

Essas estimações foram realizadas por GMM com matriz ponderadora HAC, utilizando as condições de momento apresentadas abaixo:

$$E[(\pi_t - \phi_1\pi_{t-1} - \phi_2\pi_{t+1} - \phi_3x_t^3)z_t] = 0 \quad (4-15)$$

$$E[(\pi_t - \phi_1\pi_{t-1} - \phi_2\pi_{t+1} - \phi_3x_t - \phi_4\exp(x_t))z_t] = 0 \quad (4-16)$$

Os resultados encontram-se na tabela abaixo:

Tabela 4.3: CPNK com termo cúbico para o hiato do produto – forma reduzida – caso 3

	Estimativa	Erro-padrão	p-valor
\emptyset_1	0.355625	0.005958	0.0000
\emptyset_2	0.448682	0.006367	0.0000
\emptyset_3	0.026973	0.001218	0.0000
\emptyset_4	0.002931	0.000349	0.0000
\bar{R}^2	0.6852		

Como podemos observar, o parâmetro relativo ao termo cúbico do hiato do produto apresenta sinal compatível com a teoria econômica e é estatisticamente significativo. Portanto, parece que a relação não linear entre a inflação e a atividade econômica pode ser modelada pela inclusão de um termo cúbico do hiato do produto na curva de Phillips. O parâmetro relativo à expectativa de inflação apresentou uma estimativa menor do que a anteriormente estimada para a curva de Phillips do caso 1 (paramétrico linear), assim como o parâmetro relativo à inflação defasada. Porém, a estimação mostra que o termo expectacional é dominante em relação ao termo da inflação defasada, padrão apresentado por todas as estimações feitas até aqui. Comparando com o modelo do caso 1, o acréscimo de um termo cúbico para o hiato do produto melhora o ajuste do modelo. O coeficiente de determinação ajustado passa de 0.663 no caso 1, para 0.685 no caso 3.

Tabela 4.4: CPNK com termo exponencial para o hiato do produto – forma reduzida – caso 4

	Estimativa	Erro-padrão	p-valor
\emptyset_1	0.388911	0.004811	0.0000
\emptyset_2	0.494011	0.005948	0.0000
\emptyset_3	0.024493	0.001427	0.0000
\emptyset_4	0.001015	0.000181	0.0000
\bar{R}^2	0.6729		

A tabela acima mostra o resultado da estimação para o modelo especificado com termo exponencial para a variável hiato do produto. Todos os parâmetros apresentam sinais compatíveis com a teoria e são estatisticamente significativos. O parâmetro relativo à inflação defasada é de menor magnitude do que o parâmetro relativo a expectativa quanto à inflação futura. O parâmetro relativo ao hiato do produto apresentou um valor estimado de 0.024 bem

acima da estimativa de 0.014 do modelo do caso 1. Além desse efeito linear, o modelo estimou em 0.001 o efeito exponencial com que o hiato do produto afeta a inflação.

Comparando com o modelo do caso 1, o acréscimo de um termo exponencial para o hiato do produto melhora levemente o ajuste do modelo. O coeficiente de determinação ajustado passa de 0.663 no caso 1, para 0.672 no caso 4.

Portanto, as estimações apresentadas até aqui sugerem que uma melhor representação para a curva de Phillips, dada as evidências empíricas para o caso brasileiro, é alcançada com a substituição de um termo linear do hiato do produto por um termo cúbico ou pela adição de um termo exponencial. Esta alteração melhora o ajustamento do modelo aos dados pois permite uma melhor aproximação à forma funcional de f . Tanto o termo cúbico quando o termo exponencial, permitem ao modelo, capturar melhor a não linearidade existente entre a inflação e a alta atividade econômica, a qual é representada aqui por grandes desvios do produto efetivo do seu potencial. Dessa forma, o processo da dinâmica inflacionária brasileira pode ser considerado um processo *state-dependent*, em relação à atividade econômica. Isso significa dizer que a taxa de sacrifício é *state-dependent* e não constante, como os modelos lineares levam a crer. O impacto do produto na inflação claramente aumenta em tempos de alta atividade econômica, fato que não podia ser visualizado quando impomos a suposição de linearidade no modelo.

Diferentes formatos de curva de Phillips evidenciam diferentes custos de desinflação. Dessa forma, uma curva de Phillips conforme estimada para o caso 1 apresenta uma resposta constante da inflação a mudanças no produto. Já os formatos da curva de Phillips, conforme estimada para os casos 3 e 4, possibilitam que a inflação reaja de forma distinta a mudanças no produto de acordo com o nível de atividade econômica. É interessante considerarmos o resultado dos modelos a um incremento marginal no hiato do produto a diferentes níveis de atividade econômica. A Tabela 4.5 exemplifica esta distinção.

Tabela 4.5: Resposta dos modelos a um incremento marginal no hiato do produto a diferentes níveis de atividade econômica.

Modelos estimados	$x_t = -2\%$	$x_t = 0\%$	$x_t = 2\%$
Modelo paramétrico – caso1 (LINEAR)	$\Delta\pi_t = 0.0143\%$	$\Delta\pi_t = 0.0143\%$	$\Delta\pi_t = 0.0143\%$
Modelo paramétrico – caso3 (CÚBICO)	$\Delta\pi_t = 0.0621\%$	$\Delta\pi_t = 0.0269\%$	$\Delta\pi_t = 0.0621\%$
Modelo paramétrico – caso4 (EXPONENCIAL)	$\Delta\pi_t = 0.0246\%$	$\Delta\pi_t = 0.0255\%$	$\Delta\pi_t = 0.0319\%$

Os resultados apresentados na Tabela 4.5 são referentes a aumentos infinitesimais do produto efetivo em cada caso. É importante que fique claro que cada coluna é referente a um nível específico de atividade econômica, enquanto cada variação percentual refere-se a um aumento marginal do produto efetivo. Como podemos observar, o modelo do caso 1 possui uma resposta constante da inflação à incrementos marginais no hiato do produto. Um aumento no hiato do produto implica um aumento na inflação na ordem de 0.0143% para qualquer nível de atividade econômica. Para os modelos não lineares estimados nos casos 3 e 4, isso não é verdade, a resposta da inflação à mudanças no hiato varia com o nível de atividade. O modelo do caso 4, com um termo linear mais um exponencial para o hiato do produto, apresentou os seguintes resultados: um aumento na inflação de 0.0246%, quando o produto efetivo encontra-se 2% abaixo do potencial; aumento na inflação de 0.0255%, quando o produto efetivo encontra-se no nível do potencial, e um aumento de 0.0319% na inflação quando o produto efetivo encontra-se 2% acima do potencial.

Já o modelo do caso 3, com um termo linear e um cubico para o hiato do produto, foi o que apresentou respostas mais semelhantes às estimações não-paramétricas. Um aumento no hiato do produto implica um aumento na inflação de 0.0621%, quando o produto efetivo encontra-se 2% abaixo ou acima do potencial. Conforme visto anteriormente, a estimacão não-paramétrica de $\partial\hat{f}/\partial x_t$ indicou que $\frac{\partial\hat{f}}{\partial x_t}(2) = 0.068$, ou seja, o modelo paramétrico do caso 3 teve uma estimativa muito próxima. É interessante notar que, a 5% de significância,

não podemos rejeitar a hipótese de que a derivada de (4-13) em relação ao hiato do produto seja igual a 0.068²⁸, no ponto $x_t = 2$.

Quando a economia encontra-se no seu nível potencial, para o modelo do caso 3, um aumento no hiato do produto implica um aumento na inflação de 0.0269%. De acordo com a estimação não-paramétrica, $\frac{\partial \hat{f}}{\partial x_t}(0) = 0.0325$. Embora os valores estimados dos dois modelos sejam próximos, a 5% de significância, rejeitamos a hipótese de que a derivada de (4-13) em relação ao hiato do produto seja igual a 0.0325, no ponto $x_t = 0$.

Mesmo assim, de uma maneira geral, o modelo do caso 3 parece se aproximar mais da função $\partial \hat{f} / \partial x_t$ estimada não-parametricamente. No entanto, não é possível afirmar que o formato paramétrico apresentado em (4-13) é a representação correta da curva de Phillips para o caso brasileiro. Pelas estimações feitas aqui, o que podemos afirmar é que a equação (4-13) é uma melhor aproximação da relação inflação-produto, para o caso brasileiro, do que modelo linear. A impossibilidade de estabelecer o formato exato dessa relação surge pelo pequeno tamanho da amostra, principalmente a escassez de dados extremos. Esse problema dificulta a estimação do formato das funções para os valores extremos do hiato do produto. Sabemos, pela estimação não-paramétrica, que a relação inflação-produto é não linear, onde essa não linearidade aparece para grandes desvios do produto efetivo do seu potencial. Porém, temos apenas algumas evidências sobre a forma dessa não linearidade. Embora o modelo com hiato cúbico tenha se ajustado melhor ao formato de $\partial \hat{f} / \partial x_t$, não podemos excluir a hipótese de uma relação exponencial.

O próximo capítulo apresenta uma discussão sobre a diferença entre os formatos linear e cúbico da curva de Phillips no âmbito de política monetária. Algumas derivações são feitas baseadas no formato cúbico sugerido nesta seção e são apresentadas sugestões para pesquisas futuras.

²⁸ Intervalo de confiança calculado usando os erros-padrão disponíveis na Tabela 4.3.

5 TRAJETÓRIA ÓTIMA DE POLÍTICA MONETÁRIA

Como sabemos, diferentes formatos de curva de Phillips evidenciam diferentes custos de desinflação. Portanto, é importante considerar as diferentes trajetórias ótimas de política monetária. Nesta seção será investigada as implicações de uma curva de Phillips conforme especificada em (4-13) para a derivação de uma regra ótima de política monetária.

Geralmente as derivações para uma regra ótima na condução de política monetária baseiam-se na forma linear-quadrática (L-Q), a qual surge da combinação de uma função objetivo quadrática para a autoridade monetária e um sistema dinâmico linear descrevendo a economia. Quando o instrumento de política é a taxa de juros de curto prazo, esta combinação conduz a uma função de reação linear, conhecida como regra de Taylor, onde a autoridade monetária ajusta a taxa de juros nominal proporcionalmente a desvios da inflação e do produto de suas metas. Problemas desse tipo são investigados em Taylor (1993), Svensson (1997) e Clarida *et al* (1998, 2000).

Há casos em que há a necessidade de ir além do caso L-Q. Se o *trade-off* de curto prazo entre inflação-produto for não linear o paradigma L-Q torna-se inválido. Adicionalmente, há a possibilidade de que a autoridade monetária tenha preferências assimétricas com respeito à inflação e/ou hiato do produto. Esses casos são discutidos extensivamente em Mishkin e Posen (1997), Tambakis (1998), Laxton et al (1999) e Schaling (2004). Embora esses autores explorem tanto o caso de preferências assimétricas quanto o caso de não linearidade na curva de Phillips, em nenhum dos trabalhos a forma funcional dessa não linearidade é especificada com um termo cúbico, conforme foi evidenciado para o caso brasileiro na seção 4.

Nosso foco nesta seção é avaliar as implicações de assumir uma forma não linear para a curva de Phillips conforme especificada em (4-13). Quais os resultados, em relação à condução de política monetária quando assumimos uma curva de Phillips conforme (4-13)? A regra ótima de política monetária diverge daquela exposta no caso L-Q? A fim de responder essas questões, em uma primeira etapa, a forma linear-quadrática é derivada e chegamos a uma expressão para a regra de juros. Logo em seguida as mesmas derivações são feitas para um modelo onde a curva de Phillips é especificada conforme (4-13). Por fim, as duas regras monetárias ótimas são comparadas.

5.1 Regra de Política para uma Curva de Phillips Linear

Buscando simplicidade na análise dos resultados sem introduzir complicações desnecessárias, o modelo que é derivado aqui é o mesmo apresentado em Svensson (1997). Nele, a inflação é determinada por uma curva de Phillips aceleracionista, totalmente *backward-looking*, o produto segue um processo autoregressivo e o instrumento de política monetária é a taxa de juros nominal de curto prazo.

A cada período a autoridade monetária estabelece a taxa de juros nominal, i , buscando evitar os desvios da inflação de sua meta, $\tilde{\pi} = \pi - \pi^*$, e o hiato do produto, \tilde{y} , próximos de zero. Assume-se uma função perda quadrática nos desvios da inflação e produto que toma a seguinte forma:

$$L(\tilde{\pi}_t, \tilde{y}_t) = \frac{1}{2} [\tilde{\pi}_t^2 + \lambda \tilde{y}_t^2] \quad (5-1)$$

O objetivo da autoridade monetária no período t é minimizar o valor presente esperado da função perda, descontado por uma taxa fixa δ , sujeita a um sistema de duas equações que descrevem a evolução da economia, ou seja:

$$\min E_t \sum_{s=0}^{\infty} \delta^s L(\tilde{\pi}_{t+s}, \tilde{y}_{t+s}) \quad (5-2)$$

$$s. t. \quad \pi_{t+1} = \pi_t + \alpha \tilde{y}_t + u_{\pi,t+1} \quad (5-3)$$

$$\tilde{y}_{t+1} = \beta \tilde{y}_t + \eta x_t - \xi r_t + u_{y,t+1} \quad (5-4)$$

onde E_t é o operador de expectativa condicional, δ e $\beta \in [0,1)$, e $u_{\pi,t+1}$ e $u_{y,t+1}$ são choques normalmente distribuídos com média zero.

Do problema de minimização apresentado acima, a equação (5-3) representa uma curva de Phillips *backward-looking* de formato linear. A equação (5-4), por sua vez, é uma curva *investment-saving* (IS), onde o hiato do produto possui um componente autoregressivo, e depende de uma variável exógena x_t , a qual captura a influência de aspectos externos (configurando uma economia aberta), e da taxa real de juros, $r_t = i_t - E_t(\pi_{t+1})$. Conforme especificado acima, a taxa real de juros afeta o produto com uma defasagem, e, portanto, afeta a inflação com duas defasagens.

O que nos interessa é chegar em uma regra de Taylor a partir do problema de minimização exposto em (5-2)-(5-4). Para isso, num primeiro passo, derivamos (5-2) em relação a i_t , sujeito a (5-3) e (5-4):

$$E_t \left\{ \delta \tilde{\pi}_{t+1} \frac{\partial \tilde{\pi}_{t+1}}{\partial i_t} + \lambda \delta \tilde{y}_{t+1} \frac{\partial \tilde{y}_{t+1}}{\partial i_t} + \delta^2 \tilde{\pi}_{t+2} \frac{\partial \tilde{\pi}_{t+2}}{\partial i_t} + \lambda \delta^2 \tilde{y}_{t+2} \frac{\partial \tilde{y}_{t+2}}{\partial i_t} \right\} \quad (5-5)$$

$$\lambda E_t(\tilde{y}_{t+1}) + \lambda \delta \beta E_t(\tilde{y}_{t+2}) + \delta \alpha E_t(\tilde{\pi}_{t+2}) = 0 \quad (5-6)$$

Usando (5-4), podemos reescrever a equação de Euler apresentada em (5-6) e resolver para i no período t . O resultado é a seguinte regra de Taylor:

$$i_t = a_1 E_{t-1}(\tilde{\pi}_{t+1}) + a_2 E_{t-1}(\tilde{y}_t) + a_3 E_{t-1}(x_t) \quad (5-7)$$

onde os coeficientes a 's são funções dos parâmetros estruturais do modelo:

$$a_1 = a_1(\alpha, \beta, \lambda, \xi) \equiv \left(1 + \frac{\alpha}{\lambda \xi \beta} \right) \quad (5-8)$$

$$a_2 = a_2(\beta, \xi, \delta) \equiv \left(\frac{1 + \delta \beta^2}{\delta \xi \beta} \right) \quad (5-9)$$

$$a_3 = a_3(\eta, \xi) \equiv \frac{\eta}{\xi} \quad (5-10)$$

Dada a regra monetária exposta em (5-7), se, por exemplo, espera-se que a inflação fique acima da sua meta no período $t+1$, a taxa real de juros ficará abaixo do seu valor de equilíbrio no período t , o que causa um produto maior no período $t+1$ e, portanto, pressões inflacionárias em $t+2$. A autoridade monetária age conforme a regra de Taylor (5-7) aumentando a taxa de juros nominal em $a_1 E_{t-1}(\tilde{\pi}_{t+1})$. Essa é a resposta da autoridade monetária para uma expectativa de inflação acima da meta quando só há restrições lineares no problema de minimização encarado pela autoridade monetária.

5.2 Regra de Política para uma Curva de Phillips Não Linear

Vejamos o que acontece quando substituimos a curva de Phillips linear por uma não linear. A não linearidade imposta aqui é a mesma que foi estimada para o caso brasileiro, ou seja, um termo cúbico para o hiato do produto. O problema encarado pela autoridade monetária passa a ser:

$$\min E_t \sum_{s=0}^{\infty} \delta^s L(\tilde{\pi}_{t+s}, \tilde{y}_{t+s}) \quad (5-11)$$

$$s. t. \quad \pi_{t+1} = \pi_t + \alpha \tilde{y}_t + \theta \tilde{y}_t^3 + u_{\pi,t+1} \quad (5-12)$$

$$\tilde{y}_{t+1} = \beta \tilde{y}_t + \eta x_t - \xi r_t + u_{y,t+1} \quad (5-13)$$

Derivando (5-11) em relação a i_t sujeito à (5-12) e (5-13), obtemos a seguinte equação de Euler:

$$\lambda E_t(\tilde{y}_{t+1}) + \lambda \delta \beta E_t(\tilde{y}_{t+2}) + \alpha E_t(\tilde{\pi}_{t+2}) + 3\delta \theta E_t(\tilde{\pi}_{t+2} \tilde{y}_{t+1}^2) = 0 \quad (5-14)$$

Utilizando simples manipulações algébricas, conforme foi feito no caso linear, (5-14) implica a seguinte regra de Taylor:

$$i_t = a_1 E_{t-1}(\tilde{\pi}_{t+1}) + a_2 E_{t-1}(\tilde{y}_t) + a_3 E_{t-1}(x_t) + a_4 E_{t-1}(\tilde{\pi}_{t+1} \tilde{y}_t^2) \quad (5-15)$$

a_1 , a_2 e a_3 são os mesmos descritos para o caso linear e o parâmetro de interação entre $\tilde{\pi}_{t+1}$ e \tilde{y}_t^2 é

$$a_4 = a_4(\alpha, \beta, \xi, \lambda) \equiv \left(\frac{3\theta}{\lambda \xi \beta} \right) \quad (5-16)$$

Suponha que há uma expectativa de que a inflação fique acima de sua meta no período $t+1$, assim como supomos no caso linear. A taxa real de juros ficará abaixo do seu valor de equilíbrio no período t , o que causa um produto maior no período $t+1$ e, portanto, pressões inflacionárias em $t+2$. Contudo, se $\theta > 0$, a futura pressão inflacionária causada por um hiato do produto mais alto, será maior do que no caso linear. A autoridade monetária, irá antecipar essas pressões inflacionárias mais fortes através do termo de interação entre a inflação futura e o

quadrado do hiato do produto. A reação será um aumento da taxa de juros nominal de magnitude maior do que no caso linear, pois, como $\theta > 0$, então $a_4 > 0$.

De forma análoga, se o produto efetivo está acima do seu nível potencial no período t , então o hiato do produto será positivo no período $t+1$, pois $\beta \in [0,1)$. Dessa forma haverá pressões inflacionárias mais altas em $t+2$ do que no caso linear, devido novamente ao formato não linear da curva de Phillips. Portanto, seja qual for a fonte de pressões inflacionárias, a resposta ótima de política monetária será mais contracionista num caso onde a curva de Phillips tem um formato não linear como em (5-12).

Embora possamos afirmar de que a política monetária ótima será mais contracionista do que no caso linear, não podemos avaliar o quanto mais contracionista a política monetária será. A dificuldade em avaliar essa diferença surge pois as regras de Taylor apresentadas aqui estão em função das variáveis expressas na equação de Euler e não tem uma solução analítica²⁹. Como a equação (5-15) é derivada da minimização de uma função objetiva quadrática restrita a uma estrutura econômica não linear, a função valor na equação de Bellman associada à $E_t \sum_{s=0}^{\infty} \delta^s L(\tilde{\pi}_{t+s}, \tilde{y}_{t+s})$ não é quadrática, portanto não é possível derivar uma solução analítica para a função de reação ótima. Este problema é discutido em Dolado *et al* (2005). Em Orphanides e Wieland (2000), são buscadas soluções através de algoritmos numéricos em programação dinâmica.

A busca de uma solução analítica para a regra de Taylor do caso não linear não é o foco deste trabalho. As derivações das duas regras de Taylor serviram apenas para demonstrar como uma diferente regra de política surge quando a curva de Phillips é especificada de forma não linear. É claro que a regra ótima de política depende do formato específico da não linearidade que se impõe³⁰. As derivações apresentadas aqui servem para chamar a atenção para as implicações evidenciadas por uma curva de Phillips não linear. Se a autoridade monetária se baseia em uma curva de Phillips linear para derivar uma regra monetária ótima, quando na realidade existem relações não lineares, a trajetória de política não será uma trajetória eficiente. Como vimos, a regra monetária ótima depende expressamente do formato que é imposto à curva de Phillips.

Esta seção chama a atenção para a importância da especificação das relações existentes entre nível de preços e excesso de demanda. Essas relações, expressas pela curva de

²⁹ A solução analítica seria uma *closed-form solution*, ou seja, expressar a taxa de juros em função apenas dos parâmetros estruturais e de quantidades definidas em (5-12) e (5-13), sem os respectivos operadores expectacionais.

³⁰ Os resultados apresentados aqui são devidos ao formato de não linearidade imposto na curva de Phillips. Nós impomos uma relação cúbica entre inflação e produto, a qual foi estimada no capítulo anterior.

Phillips, devem ser muito bem investigadas para que se tenha uma trajetória eficiente na condução da política monetária.

6 CONCLUSÕES

Nesta dissertação, investigamos a presença de relações não lineares entre a inflação e a atividade econômica dentro do arcabouço teórico da curva de Phillips Novo-Keynesiana Híbrida. As análises basearam-se em estimadores não-paramétricos, os quais auxiliaram a identificação de uma forma funcional mais adequada para a curva de Phillips. Depois de identificado o formato da relação inflação-produto, foi estimada uma curva de Phillips, através do uso de GMM, buscando descrever satisfatoriamente a forma funcional encontrada de forma não-paramétrica.

Os resultados deste trabalho sugerem que a inflação e a atividade econômica relacionam-se de forma não linear. Essa não-linearidade torna-se mais importante para valores extremos do hiato do produto. Ou seja, quando o produto efetivo encontra-se em torno de 2% abaixo ou acima do produto potencial. Mais especificamente, o impacto do hiato do produto sobre a inflação depende do nível de atividade econômica. Quando o produto efetivo está próximo do produto potencial, o hiato do produto tem impacto positivo e aproximadamente linear na taxa de inflação. Por outro lado, quando o produto efetivo não está próximo do produto potencial, o hiato do produto impacta a inflação de forma positiva e cúbica.

Sendo assim, a curva de Phillips, para o caso brasileiro, pode ser bem aproximada por um termo linear mais um termo cúbico referente ao hiato do produto. Rejeitamos o formato linear da curva de Phillips, pois, o modelo com um termo linear mais um cúbico para o hiato do produto mostrou-se mais significativo. Além disso, gerou derivadas parciais bastante próximas daquelas encontradas na estimação não-paramétrica. Em outras palavras, a curva de Phillips não-linear gera respostas da inflação a mudanças na atividade econômica mais próximas das evidências empíricas. Concluimos então que a dinâmica inflacionária brasileira é caracterizada por um processo *state-dependent*, sendo assim, os custos de desinflação, em termos de produto, dependem do nível de atividade econômica: há um custo maior quando o produto efetivo encontra-se no nível do produto potencial. Outra maneira de interpretar esses resultados é notar que, quando a economia está muito aquecida, com o produto efetivo muito acima do potencial, pequenos desvios positivos do hiato do produto causam grandes aumentos na inflação.

Outra contribuição deste trabalho se refere ao uso do hiato do produto como proxy para atividade econômica. A literatura sobre a curva de Phillips tem, em geral, encontrado um coeficiente não significativo, ou mesmo de sinal negativo, quando o hiato do produto é

utilizado como medida de atividade econômica. Este resultado é encontrado em Areosa (2010). É bastante clara uma tendência ao uso de uma medida de custo marginal, ao invés de hiato do produto, na estimação da curva de Phillips buscando evitar problemas associados à significância estatística e adequação da estimativa ao modelo teórico. Porém, neste trabalho foram testados hiatos do produto estimados a partir de várias metodologias diferentes – filtro Hodrick-Prescott, decomposição de componentes não-observáveis, decomposição por Beveridge-Nelson, regressão linear e filtro Hodrick-Prescott restrito a uma função de produção. Concluímos que os problemas de significância encontrados na estimação da curva de Phillips, quando uma medida de hiato é utilizada para refletir a atividade econômica, estão associados ao formato da correlação cruzada entre a medida de atividade econômica e inflação, e não ao uso de uma medida de hiato em si, conforme destaca parte da literatura. Conforme enfatizado por Fuhrer e Moore (1995), a inflação deveria antecipar o hiato do produto no decorrer dos ciclos econômicos, no sentido que um aumento na inflação corrente deveria sinalizar um subsequente aumento no hiato do produto. Medidas de hiato do produto que apresentam este comportamento geram coeficientes de sinal positivo e são, de um modo geral, estatisticamente significantes.

Por fim, mostramos através da minimização de uma função perda da autoridade monetária que diferentes trajetórias ótimas de política monetária surgem quando a relação entre inflação-produto passa de linear para cúbica. Se a autoridade monetária toma essa relação como linear, quando na realidade ela é cúbica, a trajetória de política monetária não será ótima. Se a dinâmica inflacionária é caracterizada por um processo state-dependent, minimizar uma função perda restrita a uma curva de Phillips linear não gera uma resposta ótima de política monetária do ponto de vista do controle da inflação. Concluímos que se a curva de Phillips é melhor aproximada pela presença de um termo cúbico para o hiato do produto, seja qual for a fonte de pressões inflacionárias - via expectativas ou excesso de demanda - a resposta ótima da autoridade monetária será mais contracionista do que no caso de uma curva de Phillips linear. Mesmo que as pressões inflacionárias tenham origem no canal de expectativas, dado a iteração entre produto presente e expectativa futura, a resposta da autoridade monetária deve ser de uma política monetária mais contracionista. Este resultado evidencia a importância de se avaliar corretamente a forma com que se relacionam a inflação e a atividade econômica.

Com relação aos resultados apresentados aqui, é digno de nota a necessidade de um tamanho maior de amostra para uma melhor estimação não-paramétrica da forma funcional inflação-produto, principalmente para os casos extremos, ou seja, produto efetivo muito

abaixo ou muito acima do produto potencial. Em relação a futuros direcionamentos de pesquisa, fica clara a necessidade da investigação de possíveis não linearidades não só na relação inflação e atividade econômica, mas também na relação inflação e expectativas inflacionárias. Neste trabalho focamos apenas na possibilidade de relação não linear no primeiro caso, mas seria interessante uma investigação dos dois casos conjuntamente avaliando as diferentes trajetórias de política monetária ótima. Este conhecimento enriqueceria a compreensão da dinâmica de inflação no curto prazo e contribuiria para as tomadas de decisão no âmbito de política monetária.

REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, C. H. V.; AREOSA, M. B. M.; GUILLÉN, O. T. C. Estimating potential output gap for Brazil. Anais do XXXII Encontro Nacional de Economia – ANPEC – n. 041, 2004.
- AREOSA, M. Combining Hodrick-Prescott filtering with a production function approach to estimate output gap. Banco Central do Brasil – Working Paper Series 172, 2008.
- AREOSA, W. Dinâmica da inflação no Brasil: O caso de uma pequena economia aberta. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Economia, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2010.
- AREOSA, W.; MCALEER, M.; MEDEIROS, M. Moment-based estimation of smooth transition regression models with endogenous variable. Textos para Discussão, PUC-Rio, n. 571, 2010.
- Ball, L. Credible disinflation with staggered price setting. *American Economic Review*, vol. 84, p. 282-289, 1994.
- BALL, L. Disinflation with imperfect credibility. *Journal of Monetary economics*, n 35, p. 5-23, 1995.
- BALL, C. Efficient rules for monetary policy. NBER Working Paper, n. 5952, 1997.
- BALL, L.; MANKIW, G. Asymmetric price adjustment and economic fluctuations. *Economic Journal*, n. 104, p. 247-261, 1994.
- BALL, L.; MANKIW, G.; ROMER, D. The New-Keynesian economics and the output-inflation trade-off. *Brookings Papers on economic Activity* (1), p. 1-65, 1988.
- BASTINI, N.; JACKSON, B.; NICKELL, S. Inflation dynamics and the labor share in the UK, External MPC Unit Discussion Paper – Bank of England , n. 2, 2000.
- BEAN, C. The new UK monetary arrangements. *Economic Journal*, v. 108, p. 1795-1809, 1998.
- BEVERIDGE, S.; NELSON, C. R. A New approach to decomposition of economic time series into permanent and transitory components with particular attention to measurement of 'business cycle'. *Journal of Monetary Economics*, v. 7, p. 151-174, 1981.
- BINDER, M.; PESARAN, M. H. Multivariate rational expectations models: A review and some new results. *Handbook of applied econometrics, Volume Macroeconomics*, p. 139-187, Oxford: Blackwell, 1995.
- BOONE, L. Comparing semi-structural methods to estimate unobserved variables: the HPMV and Kalman filters approaches. OECD Economics Department Working Papers, n. 240, 2000.

- BLANCHARD, O., GALÍ, J. Real wage rigidities and the New-Keynesian model. *Journal of Money, Credit, and Banking*, supplement to vol. 39, p. 45-65, 2007.
- BUCHMANN, M. Nonparametric hybrid Phillips curves Based on Subjective Expectations: Estimates for the Euro Area. European Central Bank, Working Paper Series 1119, 2009.
- CALVO, G. Staggered prices in a utility-maximizing framework. *Journal of Monetary Economics*, n 12, p. 883-398, 1983.
- CARROL, R. J.; FAN, J.; GIJBELS, I.; WAND, M. P. Generalized partially linear single-index models. *Journal of the American Statistical Association*, n. 438, p. 477-489, 1997.
- CARVALHO, P. V. C. A curva de Phillips Novo-Keynesiana é Não-Linear? Evidências de países com metas de inflação. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Economia, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2010.
- CHRISTIANO, L. J.; EICHENBAUM, M. S.; EVANS, C. L. The effects of monetary Policy shocks: Some evidence from the flow of funds. National Bureau of Economic Research Working Paper, n. 4699, 1994.
- CLARIDA R.; GALÍ, J.; GERTLER, M. Monetary policy rules in practice: Some international evidence. *European Economic Review*, n. 42, p. 1033-1067, 1998.
- CLARIDA R.; GALÍ, J.; GERTLER, M. Monetary policy rules and macroeconomic stability: Evidence and some theory. *Quarterly Journal of Economics*, n. 115, p. 147-180, 2000.
- CLARK, P.; LAXTON, D.; ROSE, D. Asymmetry in the US output inflation nexus. IMF Staff Papers, n. 43, p. 216-251, 1996.
- CORREA, A. S.; MINELLA, A. Mecanismos não-lineares de repasse cambial: Um modelo de curva de Phillips com threshold para o Brasil. *Anais do XXXIII Encontro Nacional de Economia*, n.33, 2005.
- DEBELLE, G.; LAXTON, D. Is the Phillips curve really a curve? Some evidence for Canada, the United Kingdom, and the United States. *Staff Papers – International monetary Fund*, v. 44, n. 2, p. 249-282, 1997.
- DOBRINSKAYA, V. Asymmetric price rigidity and the optimal interest rate defense of the exchange rate: Some evidence for the US. *Journal of Policy Modeling*, v. 30, n. 5, 2008.
- DOBRINSKAYA, V. The implications of asymmetric price rigidity for the monetary policy in an open economy. *Higher School of Economics Working Papers*, v.9, 2009.
- DOLADO, J. J; MARÍA-DOLORES, R.; NAVEIRA, M. Are monetary-policy reaction functions asymmetric? The role of nonlinearity in the Phillips curve. *European Economic Review*, v. 49, n. 2, p. 485-503, 2005.
- DUPASQUIER, C.; RICKETTS, N. Non-linearity in the output-inflation relationship: Some empirical results for Canada. Bank of Canada - Working paper, v. 98-14, 1998.

- ELIASSON, A. Is the short-run Phillips curve nonlinear? Empirical evidence for Australia, Sweden and the United States. Sveriges Riskbank - Working Paper Series, v. 124, 2001.
- FAN, J.; HÄRDLE, W.; MAMMEN, E. Direct estimation of low-dimensional components in additive models. *The Annals of Statistics*, v. 26, n.3, p. 943-971, 1998.
- FASOLO, A. M.; PORTUGAL, M. S.. Imperfect rationality and inflationary inertia: a new estimation of the Phillips curve for Brazil. *Estudos Econômicos*, v. 34(4), out-dez, p. 725-776, 2004.
- FILARDO, A. J. New evidence on the output cost of fighting inflation. *Economic Review*, third quarter, p.33-61, 1998.
- FISHER, I. A statistical relation between unemployment and price changes. *International Labour Review* 13, 1926.
- FISHER, T. C. G. Efficiency wages: A literature survey. Bank of Canada Working Paper, n.85-5, 1989.
- FRIEDMAN, M. The role of monetary policy. *American Economic Review*, v. 58, p. 1-17, 1968.
- FUHRER, J. C.; MOORE, G. R. Inflation persistence. *Quarterly Journal of Economics*, 440, 1995.
- GALÍ, J.; GERTLER, M.. Inflation dynamics: A structural econometric analysis. *Journal of Monetary Economics*, 44, p. 195-222, 1999.
- GALÍ, J.; GERTLER, M.; LÓPEZ-SALIDO, D. J. Robustness of the estimates of the hybrid New-Keynesian Phillips curve. Banco de Espanã Working Papers, n. 0520, 2005.
- HARDLE, W., MULLER, M., SPERLICH, S., e Werwatz, A. Nonparametric and semiparametric models. Springer, 1st Edition, 2004.
- HARVEY, A. C. Trends and cycles in macroeconomic time series. *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 3, p. 216-227, 1985.
- Harvey, A. Forecasting, structural time series models and Kalman filter. Cambridge, U.K.: Cambridge Univ. Press, 1989.
- HENRY, S.; PAGAN, A.. The econometrics of the New Keynesian policy model: Introduction. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, n. 66, p. 581-607, 2004.
- HOROWITZ, J. L.; MAMMEN, E. Nonparametric estimation of an additive model with a link function. *The Annals of Statistics*, v. 32, n. 6, p. 2412-2443, 2004.
- IRELAND, P. N. Sticky Price models of the business cycle: Specification and stability. *Journal of Monetary Economics*, v. 47, n. 1, p. 3-18, 2001.

JONDEAU, E.; LE BIHAN, H. Testing for the New Keynesian Phillips curve. Additional international evidence. *economic modeling*, v. 22, n. 3, p. 521-550, 2005.

KURMANN, A. Maximum likelihood estimation of dynamic stochastic theories with an application to the New Keynesian pricing. *CIRPEE*, n. 0421, 2004.

LAXTON, D.; MEREDITH, G.; ROSE, D. Asymmetric effects of economic activity of inflation: Evidence and policy implications. *IMF Working Paper*, n. 94/139, 1994.

LAXTON, D.; ROSE, D.; TAMBAKIS, D. The U.S. Phillips curve: The case for asymmetry. *Journal of Economic Dynamics and Control*, n. 23, p. 1459-1485, 1999.

LI, Q. e RACINE, J. S. *Nonparametric econometrics: Theory and practice*. Princeton University Press, 2007.

LIMA, E. C. R.. Unemployment and the rate of inflation in Brazil. *Revista Brasileira de Economia*, v.57(4), out - dez., p. 899-930, 2003.

LINDÉ, J. Estimating New-Keynesian Phillips curves: A full information maximum likelihood approach. *Journal of Monetary Economics*, v. 52, n. 6, p. 1135-1149, 2005.

LUCAS, R. J. Some international evidence on output-inflation trade-offs. *American Economic Review*, v. 63, n. 3, p. 326-34, 1973.

MACHADO, V. G. ; PORTUGAL, M. S. . Measuring inflation persistence in Brazil using a structural times series model. In: *2012 Annual Meeting of the Latin American and Caribbean Economic Association, 2012, Lima, Peru. Papers and Proceedings of LACEA 2012*. Lima, Peru: LACEA, 2012.

MACKLEM, T. Capacity constraints, price adjustment, and monetary policy. *Bank of Canada Review*, v. Spring, p.39-56, 1997.

MISHKIN, F.; POSEN, A. Inflation targeting: Lessons from four countries. *Federal Reserve Bank of New York Economic Policy Review*, n. 3, p.89-110, 1997.

NADARAYA, A. E. On non-parametric estimates of density functions and regression curves. *Theory of Probability and Its Applications*, vol. 10, n. 01, 1965.

NEWKEY, W. K.; WEST, K. D. A simple, positive semi-definite, heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix. *Econometrica*, n. 55(3), p. 703-708, 1987.

ORPHANIDES, A; WIELAND, V. W. Inflation zone targeting. *European Economic Review*, n. 91, p. 226-231, 2000.

PAGAN, A.; ULLAH, A. *Nonparametric econometrics*. Cambridge University Press, 1999.

PHELPS, E. Money-Wage dynamics and labor market equilibrium. *Journal of Political Economy*, v.76, p. 678-711, 1968.

PHILLIPS, A. W. The Relationship between unemployment and the rate of change of money wages in the United Kingdom 1861-1957. *Economica*, v. 25 (100), p.283-299, 1958.

RAVN, M.; UHLIG, H. On adjusting the HP-filter for the frequency of observations. Tilburg University, Center for Economic Research – C.E.P.R Discussion Paper 2858, 1997.

ROMER, D. Advanced macroeconomics. McGraw-Hill, 4th edition, 2011.

SCHALING, E. The nonlinear Phillips curve and inflation forecast targeting: Symmetric versus asymmetric monetary policy rules. *Journal of Monetary, Credit and Banking*, vol. 36, n. 3, p. 361-386, 2004.

SCOTT, D. W. Multivariate density estimation: Theory, practice, and visualization. Wiley, New York, 1992.

SILVERMAN, B. W. Density estimation for statistics and data analysis. Chapman and Hall, London, 1986.

STIGLITZ, J. E. Price rigidities and market structure. *American Economic Review*, n. 74, p. 350-355, 1984.

STIGLITZ, J. E. Theories of wage rigidity. *Keynes' Economic Legacy: Contemporary Economic Theories*, edited by Butkiewicz, L. J.; Koford, J. K.; Miller, B. J. – New York: Praeger, p. 153-222, 1986.

STIGLITZ, J. E. Reflection on the natural rate hypothesis. *Journal of Economic Perspectives*, v. 11, n. 1, p.3-10, 1997.

STOCK, J.; WHIGHT, J.; YOGO, M. GMM, weak instruments and weak identification. *Journal of Business and Economic Statistics*, n. 20, p. 518-530, 2002.

SVENSSON, L. O. Inflation forecast targeting: Implementing and monitoring inflation targets. *European Economic Review*, n. 41, 111-1146, 1997.

SVENSSON, L. O. Open-economy inflation targeting. *Journal of International Economics*, v.50, p. 155-183, 2000.

TAMBAKIS, D. N. Monetary policy with a convex Phillips curve and asymmetric loss. *International Monetary Fund - Working Paper*, n. 21, 1998.

TAYLOR, J. B. Discretion versus policy rules in practice. *Carnegie-Rochester Conference on Public Policy*, n. 39, p. 195-214, 1993.

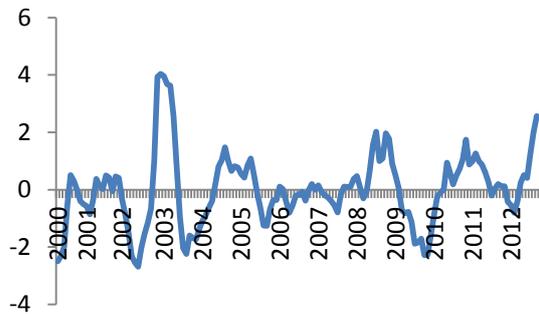
TOMBINI, A. A.; ALVES, S. A. L.; The recent Brazilian disinflation process and costs. *Banco Central do Brasil, Working Paper Series*, n. 109, p. 1-26, 2006

WAND, M. P; JONES, M. C. Comparison of smoothing parameterizations in bivariate kernel density estimation. *Journal of American Statistical Association*, n. 88, p. 520-528, 1993.

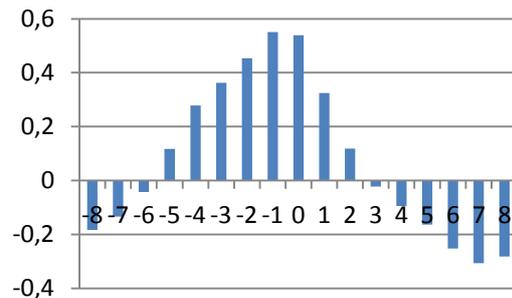
WATSON, G. S. Smooth regression analysis. *Sankhya – The Indian Journal of Statistics, Series A*, n. 26, p. 359-372, 1964.

APÊNDICE A – Medidas de Hiato do Produto

- 1) Hiato do produto extraído através da decomposição Beveridge Nelson na série de produto acumulado nos últimos 12 meses deflacionada pelo IGP-DI do mês (4190-SGS/BANCEN).



(a) Hiato do Produto (%)

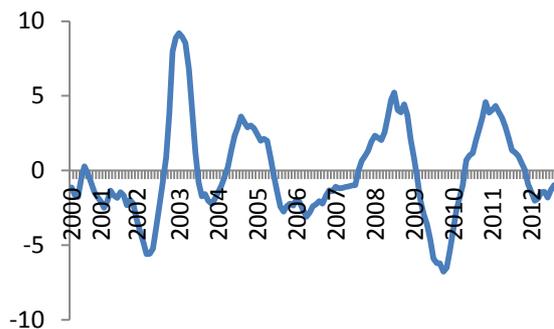


(b) Correlograma cruzado entre Hiato do Produto (t), inflação (t+k)

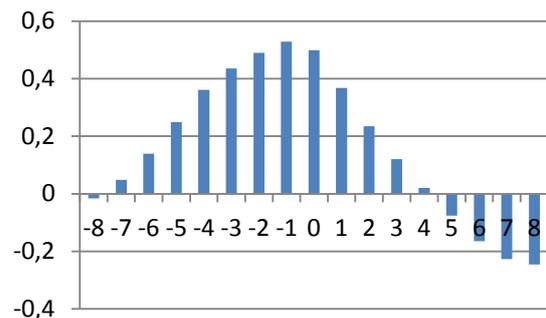
Tabela de Estatística descritiva (valores em pontos percentuais)

Mínimo	1st quantil	Mediana	Média	3rd quantil	Máximo
-2.692	-0.6729	0.004711	0.0	0.6093	4.039

- 2) Hiato do produto extraído através do filtro Hodrick-Prescott na série de produto acumulado nos últimos 12 meses deflacionada pelo IGP-DI do mês (4190-SGS/BANCEN).



(a) Hiato do Produto (%)

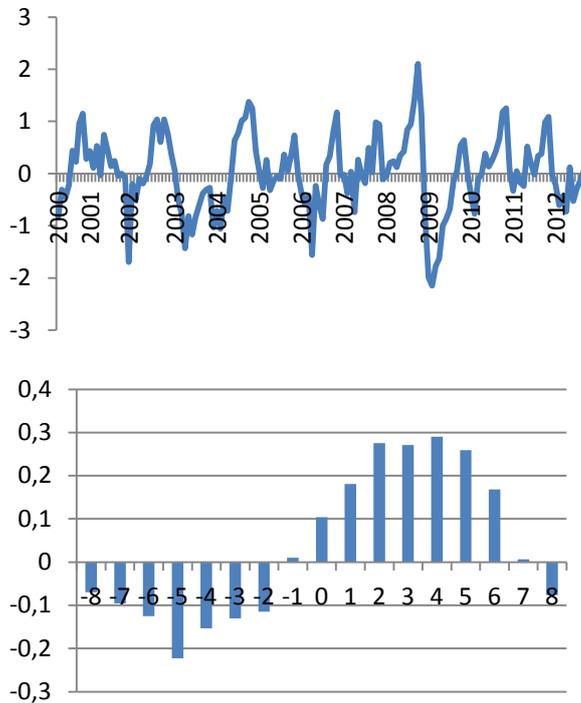


(b) Correlograma cruzado entre Hiato do Produto (t), inflação (t+k)

Tabela de Estatística descritiva (valores em pontos percentuais)

Mínimo	1st quantil	Mediana	Média	3rd quantil	Máximo
-6.768	-2.05	-0.995	-0.1105	2.0850	9.201

- 3) Hiato do produto extraído através de um filtro HP restrito a uma função de produção na série de produto acumulado nos últimos 12 meses deflacionada pelo IGP-DI do mês (4190-SGS/BANCEN).



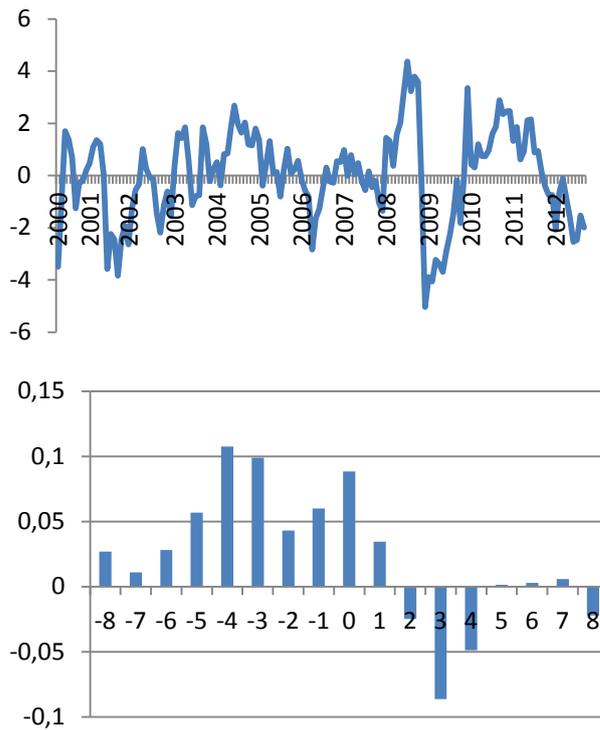
(a) Hiato do Produto (%)

(b) Correlograma cruzado entre Hiato do Produto (t), inflação (t+k)

Tabela de Estatística descritiva (valores em pontos percentuais)

Mínimo	1st quantil	Mediana	Média	3rd quantil	Máximo
-2.146	-0.381	-0.003669	0.01583	0.4292	2.101

- 4) Hiato do produto extraído por uma decomposição tendência-ciclo-sazonalidade via filtro de Kalman na série de produto mensal a valores correntes (4380-SGS/BACEN).



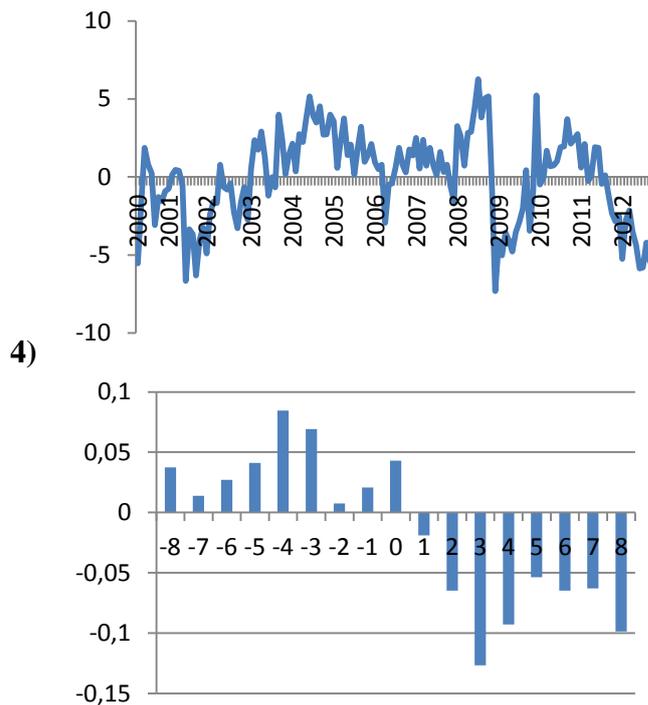
(a) Hiato do Produto (%)

(b) Correlograma cruzado entre Hiato do Produto (t), inflação (t+k)

Tabela de Estatística descritiva (valores em pontos percentuais)

Mínimo	1st quantil	Mediana	Média	3rd quantil	Máximo
-5.033	-0.8522	0.1393	0.01411	1.196	4.362

- 3) **Hiato do produto extraído como o resíduo de uma regressão do produto sobre onze variáveis dicotômicas mais uma tendência determinística. Foi aplicada na série de produto mensal a valores correntes (4380-SGS/BACEN).**



(a) Hiato do Produto (%)

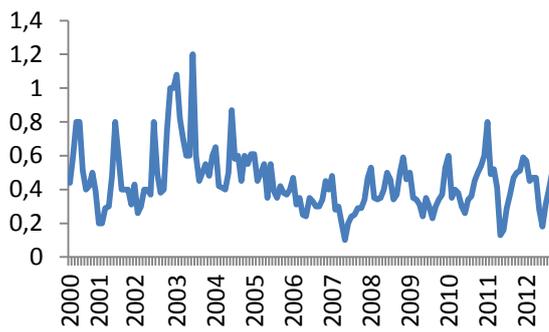
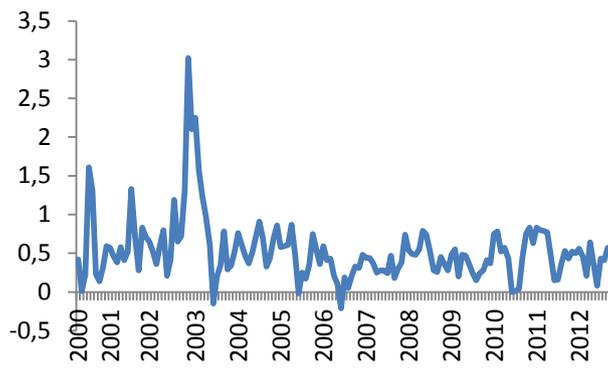
(b) Correlograma cruzado entre Hiato do Produto (t), inflação (t+k)

Tabela de Estatística descritiva (valores em pontos percentuais)

Mínimo	1st quantil	Mediana	Média	3rd quantil	Máximo
-7.31	-1.678	0.4464	0.04088	2.037	6.264

Algumas considerações deve ser feitas acerca das escolhas das séries de produto. Em quase todas as abordagens de extração do hiato do produto foi utilizado a série mensal do produto acumulado nos últimos 12 meses deflacionada pelo IGP-DI do mês (4190-SGS/BANCEN). A escolha desta série foi feita para evitar a sazonalidade. Os dois únicos casos em que esta série não foi utilizada foram: i) na abordagem da decomposição de componentes não-observáveis (ciclo-tendência-sazonalidade via filtro de Kalman), pois nessa abordagem a sazonalidade é estimada pelo algoritmo do filtro de Kalman e não há a necessidade de trabalhar com dados dessazonalizados; ii) na abordagem da regressão com variáveis *dummy*, onde não há a necessidade de dessazonalizar a série pois essas *dummies* servem justamente para capturar a sazonalidade da série.

Abaixo encontram-se os gráficos das séries utilizadas de inflação e expectativa de inflação.



(a) Inflação medida pelo IPCA (%).
(IBGE)

(b) Mediana das expectativas de
inflação para t+1 do mês de
referência (SGS/BACEN)