



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

ESCOLA DE ENGENHARIA

TRABALHO DE CONCLUSÃO EM ENGENHARIA DE
CONTROLE E AUTOMAÇÃO

Modelagem dinâmica e simulação de uma plataforma de Stewart

Autor: Igor Giongo

Orientador: Eduardo André Perondi

Porto Alegre, 3 de julho de 2014

Agradecimentos

Agradeço, primeiramente, meus pais e minhas irmãs, que sempre estiveram ao meu lado, tanto nos momentos de alegria como nos difíceis, me proporcionando tudo o que eu precisei para chegar aqui hoje.

A todos os professores pela dedicação e paciência em ensinar. Presto minha gratidão em especial ao meu professor orientador Eduardo André Perondi que me guiou nessa etapa final dessa jornada.

Aos meus amigos, que me apoiaram sempre, em momentos de trabalho e de descontração.

Sumário

Agradecimentos	ii
Resumo	v
Abstract	v
Lista de Figuras	vi
Lista de Tabelas	vii
Lista de Símbolos	viii
Lista de Abreviaturas e Siglas	x
1 Introdução	1
1.1 Objetivos do presente trabalho	2
1.2 Estrutura do Trabalho	2
2 Revisão Bibliográfica	3
2.1 Classificação de sistemas robóticos	3
2.2 Comparação entre robôs seriais e paralelos	3
2.3 Aplicações de manipuladores paralelos	3
2.4 Controle e estudo dinâmico	4
2.5 Métodos para análise dinâmica	5
3 Modelagem Dinâmica	7
3.1 Descrição do Robô	7
3.1.1 Matriz de Rotação $b R_p$	9
3.2 Cinemática Inversa	9
3.2.1 Comprimento dos atuadores	9
3.2.2 Análise da Velocidade Angular	10
3.2.3 Análise da Aceleração angular	11
3.2.4 Matriz jacobiana	11
3.3 Modelo Dinâmico Inverso	12
3.3.1 Modelo dinâmico inverso da plataforma móvel	13
3.3.2 Análise dinâmica dos atuadores	14
3.3.3 Modelo dinâmico inverso simplificado	14
3.4 Modelo Dinâmico Direto	15
4 Simulações e resultados	16
4.1 Parâmetros do Sistema	16
4.2 Teste 1: Translação no eixo z	17
4.2.1 Cinemática Inversa da Translação em z	18
4.2.2 Dinâmica Inversa da translação em z	19
4.2.3 Dinâmica Direta da translação em z	19
4.3 Teste 2: Rotação no eixo x	20
4.3.1 Cinemática Inversa da Rotação no eixo x	21
4.3.2 Dinâmica Inversa da Rotação no eixo x	21
4.3.3 Dinâmica Direta da Rotação no eixo x	22

4.4	Teste 3: Movimento misto	23
4.4.1	Cinemática Inversa	24
4.4.2	Dinâmica Inversa	24
4.4.3	Dinâmica Direta	25
5	Conclusões	26
6	Referências	27
	Apêndices	29

Resumo

Neste trabalho, os modelos dinâmico inverso e direto de uma Plataforma de Stewart foram obtidos e simulações foram realizadas. O modelo dinâmico inverso é usado para encontrar as forças que são necessárias nos braços para um seguimento de uma trajetória desejada. Já, o modelo dinâmico direto mostra a resposta de posição e velocidade para forças aplicadas pelas juntas prismáticas. Com o objetivo de projetar um sistema de controle, os modelos dinâmicos foram simplificados de forma a desprezar os efeitos dinâmicos dos braços do manipulador paralelo. Ambos os modelos foram implementados em Matlab/Simulink®. O modelo dinâmico inverso mostrou-se adequado, enquanto o modelo dinâmico direto mostrou-se limitado para tempos curtos de simulação.

PALAVRAS-CHAVE: Plataforma de Stewart, Robô Paralelo, Modelagem Dinâmica

Abstract

In this paper, the inverse and direct dynamics of a Stewart Platform were modeled and simulated. The inverse dynamic model is used to find the forces needed in each arm in order to follow a reference. In the case of the direct dynamic model, it shows the resulting position and velocity applied by the prismatic joints. Aiming to design a control system, the dynamic models were simplified in a way to neglect dynamic effects of the parallel manipulator's arms. Both of the models were implemented in Matlab/Simulink®. The inverse dynamic model was proven adequate, while the direct dynamic model was proven limited only to short simulation's time.

KEYWORDS: Stewart Platform, Parallel Robot, Dynamic Modeling

Lista de Figuras

Figura 1.1: Plataforma de Stewart	1
Figura 2.1: Controle da Plataforma de Stewart baseado em controle de força dos atuadores.....	4
Figura 3.1: Manipulador de Stewart de Seis Graus de Liberdade.....	7
Figura 3.2: Diagrama de eixos dos elos de um braço da estrutura.....	8
Figura 3.3: Geometria e localização das juntas.....	8
Figura 3.4: Seis graus de Liberdade da Plataforma móvel	9
Figura 3.5: Comprimento L de um atuador	10
Figura 3.6: Articulação Universal Passiva	12
Figura 3.7: Forças de reação de um braço da plataforma	12
Figura 4.1: Plataforma e Base	17
Figura 4.2: Trajetória de referência: translação no eixo z	18
Figura 4.3: Variação de comprimento dos atuadores.....	18
Figura 4.4: Forças dos atuadores para a translação no eixo z	19
Figura 4.5: Dinâmica Direta, teste 1.....	19
Figura 4.6: Simulação da dinâmica direta com erro crescente.....	20
Figura 4.7: Trajetória de referência: rotação no eixo x.....	21
Figura 4.8: Comprimentos dos atuadores para a rotação	21
Figura 4.9: Forças nos atuadores para a rotação	22
Figura 4.10: Modelo dinâmico Direto para a rotação.....	22
Figura 4.11: Trajetória a ser seguida	23
Figura 4.12: Comprimentos dos braços para a trajetória mista	24
Figura 4.13: Forças dos braços para a trajetória mista	24
Figura 4.14: Dinâmica direta do movimento misto	25

Lista de Tabelas

Tabela 1: Parâmetros do Sistema	15
--	----

Lista de Símbolos

B_i	Coordenada centro da junta universal i
P_i	Coordenada do centro da junta esférica i
r_b	Raio da base [m]
r_p	Raio da plataforma [m]
Υ_b	Ângulos de configuração das juntas na base
Υ_p	Ângulos de configuração das juntas na plataforma
F_b	Sistema de coordenadas da base
F_p	Sistema de coordenadas da plataforma
B_0	Coordenada do centro da Base
P_0	Coordenada do centro da Plataforma
T	Vetor de orientação da plataforma móvel
ϕ	Rotação no eixo de coordenada x da plataforma [rad]
θ	Rotação no eixo de coordenada y da plataforma [rad]
ψ	Rotação no eixo de coordenada z da plataforma [rad]
${}^b R_p$	Matriz de rotação da plataforma
L_i	Comprimento do atuador i [m]
S_i	Vetor do comprimento do atuador [m]
${}^p P_i$	Vetor constante entre a origem da plataforma e a junta esférica i [m]
${}^b t$	Deslocamento translacional da plataforma [m]
${}^b B_i$	Vetor constante entre a origem da base e a junta universal i [m]
${}^b \omega_p$	Velocidade angular da plataforma referenciada à base [rad/s]
R_ω	Matriz de rotação de velocidade angular
${}^b \alpha_p$	Aceleração angular da plataforma em relação à base
${}^b J_p$	Matriz Jacobiana da plataforma em relação a base
v	Vetor de velocidades espaciais do sistema

s_i	Vetor unitário na direção do eixo do braço i
Γ	Vetor das forças necessárias dos atuadores
f_i	Força entre a plataforma e atuador i
$M(T)$	Matriz que contém os efeitos dinâmicos devidos à inércia
$C(T,v)$	Matriz que contém os efeitos devidos à aceleração de Coriolis e forças centrífugas
$G(T)$	Matriz dos efeitos gravitacionais
F_{ext}	Vetor que representa as forças externas no sistema
m_p	Massa da plataforma com carga inclusa
I	Matriz identidade
g	Vetor da gravidade
${}^b I_p$	Tensor de inércia da plataforma em relação à base
${}^p I_p$	Tensor de Inércia da plataforma em relação ao seu centro de massa
${}^b \tilde{\omega}_p$	Matriz antissimétrica 3x3 relacionada ao vetor da velocidade angular
M_p	Massa da plataforma
C_p	Matriz de efeitos de Coriolis e forças centrífugas
G_p	Matriz de efeitos da gravidade
F_p	Forças externas para mover a plataforma

Lista de Abreviaturas e Siglas

UPS – Universal - Prismática - Esférica

1 Introdução

Comparado com manipuladores seriais, os manipuladores paralelos possuem vantagens como alta rigidez, precisão e capacidade de carga. O primeiro robô paralelo foi patenteado em 1931 por James Gwinnett (Gwinnett, 1931) para ser usado na indústria de entretenimento. Em 1965, um dos mais famosos manipuladores paralelos foi proposto por Stewart para ser utilizado em simuladores de voo (Stewart, 1965), a partir da adaptação de um mecanismo de teste de pneus projetado por Gough em 1947. Esta estrutura é chamada de manipulador paralelo de 6 graus de liberdade ou então, como ficou mais conhecida, Plataforma de Stewart.

Esse mecanismo é constituído por seis braços com deslocamento linear, cada qual expresso por um atuador; uma junta universal conectada à base e uma junta esférica conectada à parte móvel superior. Com o propósito de modificar a posição da plataforma móvel, os atuadores agem de tal forma a modificar os comprimentos dos braços. Tal configuração permite a ocorrência da rotação da parte superior, de acordo com os valores de deslocamento de cada atuador. Assim, o mecanismo apresenta seis graus de liberdade: três coordenadas de translação e três ângulos direcionadores, rolagem, arfagem e guinada (*roll*, *pitch* e *yaw*).

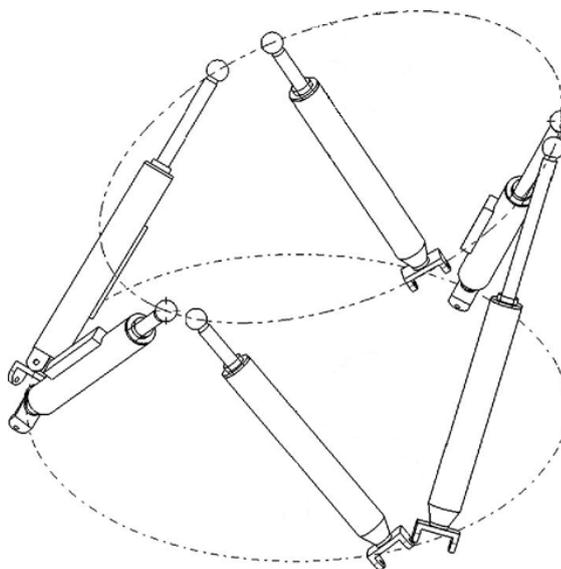


Figura 1.1 - Plataforma de Stewart

Devido ao fato de serem formados por diversas cadeias cinemáticas fechadas, os manipuladores robóticos paralelos mostram-se sistemas complexos, cuja modelagem matemática envolve o desenvolvimento de equações relacionadas à cinemática e dinâmica (Gosselin et al., 1999).

No presente contexto, a cinemática estuda a evolução das posições da plataforma no tempo (deslocamentos e velocidades), sem se preocupar com a causa dos movimentos e explora as configurações possíveis do mecanismo no espaço cartesiano.

Já, a dinâmica estuda o comportamento do manipulador de acordo com leis da mecânica newtoniana e sua importância pode ser verificada de diversas maneiras. A dinâmica inversa, por exemplo, permite conhecer as forças necessárias para uma dada trajetória a ser realizada pela plataforma e o modelo dinâmico inverso do robô é usado tanto para o desenvolvimento do sistema completo de acionamento e controle, quanto para projeto e dimensionamento da estrutura. Os resultados da análise dinâmica direta, por outro lado, permitem avaliar a movimentação da plataforma móvel para uma entrada de forças das juntas prismáticas, permitindo antever o comportamento dinâmico do sistema robótico em diferentes tarefas sem a necessidade de lidar com o sistema real.

Diversos métodos de análise dinâmica de sistemas mecânicos foram propostos nas últimas décadas. Os dois mais populares são: o método de Newton-Euler, onde as matrizes do modelo dinâmico são derivadas a partir da análise cinemática e dinâmica dos componentes e o método de Lagrange, onde as matrizes do modelo dinâmico são derivadas a partir da variação da energia cinética e potencial dos componentes do mecanismo.

1.1 Objetivos do presente trabalho

O principal objetivo deste trabalho é desenvolver um modelo dinâmico de uma plataforma de Stewart em sua configuração mais básica, para, então, projetar uma estratégia de controle agregada ao modelo cinemático e dinâmico do manipulador. O segundo objetivo é implementar os modelos dinâmicos (inverso e direto) através de diagrama de blocos no ambiente Simulink® do software de manipulação algébrica e numérica MATLAB® e realizar simulações para fins de análise e validação.

1.2 Estrutura do Trabalho

O trabalho está organizado da seguinte maneira:

No Capítulo 2 é apresentada uma revisão bibliográfica sobre manipuladores paralelos, aplicações e características do mecanismo, além de uma revisão sobre os principais fundamentos teóricos sobre a análise dinâmica e modelagem de sistemas mecânicos.

No Capítulo 3 é apresentado o desenvolvimento do modelo dinâmico inverso e direto da plataforma de Stewart utilizando o método de Newton-Euler.

No Capítulo 4, a validação dos modelos é mostrada através de resultados de simulações do comportamento da plataforma realizados no ambiente Simulink/Matlab®.

Finalmente, no Capítulo 5 são apresentadas as principais conclusões do trabalho e perspectivas futuras.

2 Revisão Bibliográfica

Nesta seção é apresentada uma breve revisão da literatura sobre manipuladores paralelos com ênfase na plataforma de Stewart.

2.1 Classificação de sistemas robóticos

Um sistema robótico pode ser classificado de várias maneiras. Dentre elas, pode-se caracterizar o número de graus de liberdade, estrutura cinemática, geometria do espaço de trabalho e movimento.

Quanto a estrutura cinemática, os sistemas robóticos dividem-se em:

- a) Serial: apresentam uma cadeia cinemática aberta;
- b) Paralelo: caracterizados pela presença de cadeias cinemáticas fechadas;
- c) Híbrido: formados por cadeias cinemáticas abertas e fechadas.

2.2 Comparação entre robôs seriais e paralelos

Nos manipuladores paralelos, todos os atuadores são montados próximos à base, possibilitando, assim, uma possível redução da massa nas suas partes móveis, implicando também no fato de os manipuladores paralelos apresentarem geralmente características dinâmicas melhores em relação aos manipuladores seriais.

Assim, sua estrutura de cadeia fechada faz com que o sistema manipulador seja proporcionalmente mais rígido, quando comparados seu tamanho e seu peso com os mesmos de uma ligação robótica serial equivalente (Chang et al., 2004). Em relação ao volume de trabalho, o dos manipuladores paralelos é muito menor em relação ao volume de um manipulador serial equivalente. Em compensação, a estrutura mecânica de um manipulador paralelo é geralmente mais simples.

Um manipulador paralelo tem articulações passivas, as quais não estão associadas a um atuador, em contrapartida aos manipuladores seriais, nos quais uma junta sempre está associada a um atuador. Os erros de posicionamento nas articulações são acumulativos nos manipuladores seriais, enquanto que nos manipuladores paralelos, estes erros consistem de uma média de todos os erros.

A capacidade de carga máxima nos manipuladores seriais é limitada para cada atuador, enquanto que nos manipuladores paralelos a capacidade de carga é a soma das capacidades de todos os atuadores constituintes do manipulador.

2.3 Aplicações de manipuladores paralelos

A utilização de manipuladores robóticos com mecanismos paralelos em aplicações industriais tem sido expandida significativamente nas últimas décadas, principalmente como solução para sistemas de posicionamento.

Além de simuladores de vôos, existem aplicações para manipuladores paralelos como em telescópios para movimentos lentos de foco (Merlet, 2006) ou aplicações médicas, como auxílio em cirurgias de alta precisão (Molina, 2008).

Devido à alta precisão de posicionamento, esses manipuladores também são usados em aplicações industriais de alta velocidade, como operações “pick-and-place”, montagem, usinagem, soldagem, etc. (Moretti, 2010).

Além disso, o manipulador paralelo também pode ser utilizado na indústria naval como um dispositivo de estabilização para navios, facilitando pouso de helicópteros ou carregamento de cargas.

2.4 Controle e estudo dinâmico

Para o controle de posição, a cinemática de um manipulador consiste no primeiro aspecto importante a ser considerado. Conforme já comentado, a cinemática direta permite determinar a posição e orientação do efetuador final em função das variáveis das juntas. O modelo cinemático inverso é necessário para o cálculo dos deslocamentos das juntas quando são considerados os movimentos desejados no espaço de trabalho, como, por exemplo, o movimento do efetuador final ao longo de uma trajetória prescrita.

O segundo aspecto importante para um controle preciso é a disponibilidade de um modelo dinâmico inverso do sistema para obter os torques e forças necessários nas juntas da plataforma para a proposta de executar uma determinada trajetória. A análise dinâmica de manipuladores paralelos é complexa em função da cadeia cinemática fechada, da relação acoplada entre os parâmetros do sistema e devido a presença de altas não-linearidades nas restrições cinemáticas e dinâmicas.

É possível, a partir do modelo cinemático inverso e dos modelos dinâmico direto e inverso, implementar um controle de seguimento de posição baseado no controle de forças do atuador. A Figura 2.1 mostra uma proposta de estratégia de controle, onde $T_d(t)$ representa a trajetória desejada do efetuador, $L(t)$ o vetor dos comprimentos do atuador, $F_d(t)$ é o vetor das forças desejadas para o atuador e $F_o(t)$, $T_o(t)$ e $L_o(t)$ representam as saídas dos modelos em termos de força, trajetória e comprimento, respectivamente.

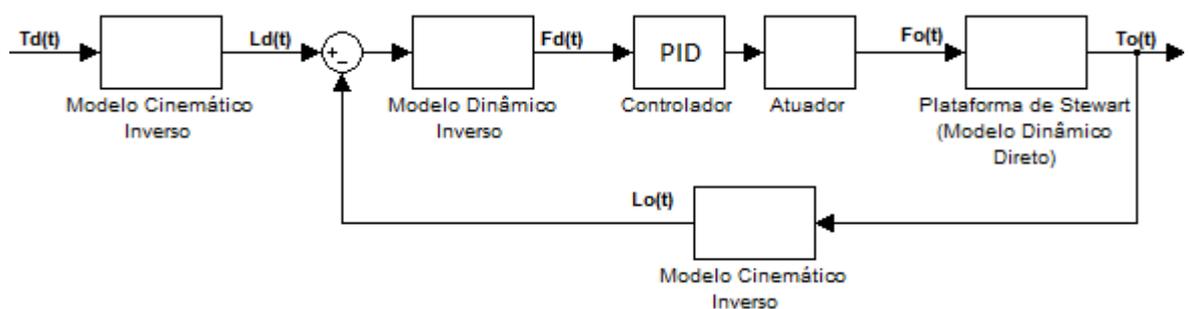


Figura 2.1- Controle da Plataforma de Stewart baseado em controle de força dos atuadores

Nessa proposta de controle, o erro de comprimento de cada um dos atuadores (diferença entre o comprimento desejado e o comprimento medido) é usado para encontrar as forças necessárias através do modelo dinâmico inverso.

Lee et al. (2003), trata os erros de posicionamentos, originados por aproximações do modelo, como perturbações no sistema, e utiliza um controlador H_∞ para compensar os erros e seguir a trajetória.

2.5 Métodos para análise dinâmica

Há diversos trabalhos sobre análise cinemática da plataforma de Stewart disponível, entre eles (Fitzgerald et al., 1993; Dieudonne et al., 1972; Behi, 1988). Por outro lado, os estudos sobre os efeitos dinâmicos são relativamente escassos. Na literatura, a análise dinâmica de manipuladores paralelos tem sido tradicionalmente feita através de duas abordagens: o método de Newton-Euler e a formulação de Lagrange (também conhecida como Euler-Lagrange).

Na mecânica clássica, as equações de Newton-Euler descrevem a combinação da dinâmica rotacional e translacional de um corpo rígido. Assim, a dinâmica de um corpo rígido é representada por duas equações: a equação de Newton, que descreve a translação do centro de massa do corpo, e a equação de Euler, que descreve a rotação do corpo em relação ao seu centro de massa. Posteriormente, estes equacionamentos são agrupados em uma única equação de seis componentes descritos por vetores e matrizes. Essas leis relacionam o movimento do centro de massa de um elemento rígido com as forças e momentos que agem no corpo.

Para a plataforma de Stewart, através desse método é possível calcular todas as forças presentes nas juntas e momentos entre os seus elos. Gosselin (1996) usou essa abordagem para a formulação da dinâmica inversa, destacando que sistemas paralelos de computação podem ser facilmente aplicados para o problema devido ao paralelismo inerente da estrutura do manipulador.

Outro estudo importante que fez uso dessa abordagem foi o realizado por Dasgupta e Mruthyunjaya (1998) para obter a formulação dinâmica do manipulador. Como resultado de seus estudos obteve uma forma fechada para as equações dinâmicas da plataforma de Stewart UPS no espaço de trabalho e no espaço das juntas. Na Seção 3.1 está apresentada uma descrição detalhada desse tipo de plataforma. As equações foram implementadas para dinâmica direta e inversa e as simulações mostraram que essa formulação fornece uma modelagem completa das dinâmicas da plataforma. Além disso, também demonstrou o poder da abordagem de Newton-Euler para aplicação de manipuladores paralelos e mostrou uma maneira computacionalmente eficiente de derivar as equações dinâmicas. Devido ao cálculo de todas as forças de juntas e momentos entre os elos, a abordagem por Newton-Euler mostra-se especialmente útil para o projeto de manipuladores.

Outra maneira de se analisar a dinâmica do manipulador é através da formulação de Lagrange. Esse método é usado para descrever as equações dinâmicas do sistema mecânico sob o conceito de trabalho e energia. Abdellatif e Heimann (2009) deduziram explicitamente o arranjo hexadimensional das equações diferenciais, descrevendo a dinâmica inversa de manipuladores de seis graus de liberdade não-redundantes. Eles mostraram que a obtenção do modelo explícito era possível usando a forma de Lagrange de uma maneira computacionalmente eficiente e sem simplificações. Liu et al. (1991) desenvolveram as equações do movimento de Lagrange adotando algumas simplificações a respeito da geometria e da distribuição de inércia do manipulador, demonstrando a influência da dinâmica dos elos nas forças requeridas pelo atuador. Guo e Li (2006) encontraram uma forma fechada explícita e compacta para as equações dinâmicas da plataforma de Stewart usando uma combinação do método de Newton-Euler com a formulação de Lagrange. A fim de validar a formulação proposta, eles estudaram exemplos numéricos usados em outras referências. Apesar da formulação de Lagrange ser

bem estruturada e poder ser expressa na forma fechada, uma grande quantidade de computação simbólica é necessária para encontrar as derivadas parciais do Lagrangiano através desse método.

Além dos métodos clássicos, novas abordagens têm sido adotadas nos últimos anos, como o princípio do trabalho virtual (Tsai, 2000; Wang et al., 1998; Geike et al., 2003), teoria dos helicoidais (Gallardo et al., 2003), método de Kane (Liu et al., 2000; Meng et al., 2010) e método da matriz recursiva (Staicu e Zhang, 2008). O princípio do trabalho virtual mostrou-se um método eficiente de derivação das equações da dinâmica inversa da plataforma de Stewart. Entretanto, para a obtenção das equações da dinâmica direta o método não permite obter as equações de forma direta por causa da complicada transformação de velocidades entre o espaço de juntas e o espaço de trabalho (Liu et al., 2000).

O método de análise proposto por Kane (1985), apesar de pouco conhecido, une as vantagens dos métodos de Newton-Euler e Lagrange. Liu et al. (2000) tratam os braços e a plataforma móvel como sub-estruturas independentes, e suas equações dinâmicas são derivadas usando a equação de Kane. As equações dinâmicas são unidas e as restrições que surgem das sub-estruturas são tratadas por multiplicadores de Lagrange (método que encontra pontos extremos de uma função com restrições utilizando o operador λ). Esta aproximação é mais direta que a aproximação de Newton-Euler e o processo derivativo pode ser feito computacionalmente de forma automática.

Embora as equações derivadas para a dinâmica de manipuladores paralelos apresentem diferentes níveis de complexidade e custo computacional, os resultados das forças dos atuadores computadas por diferentes abordagens mostraram-se equivalentes. Assim, o principal objetivo das abordagens recentes é minimizar o número de operações envolvidas no cálculo computacional da dinâmica do manipulador, sendo que os trabalhos são focados principalmente na precisão e eficiência computacional.

3 Modelagem Dinâmica

Conforme comentado, o modelo dinâmico de um sistema mecânico permite relacionar a evolução temporal da sua configuração (posição, velocidade a aceleração) com as forças e momentos que nele atuam. Para o desenvolvimento do modelo dinâmico da plataforma de Stewart, o comportamento do manipulador é descrito através das forças e momentos aplicados na plataforma móvel e nos braços do robô.

Assim, no presente trabalho, uma abordagem utilizando o método clássico de Newton-Euler foi adotada, sendo os procedimentos baseados em Khalil e Guegan (2002). Para tanto, alguns conceitos básicos são incluídos e detalhados a seguir.

3.1 Descrição do Robô

O modelo geométrico da plataforma de Stewart consiste principalmente de duas plataformas que são conectadas por seis atuadores lineares dispostos em paralelo. A plataforma superior, definida como a plataforma móvel, tem seis graus de liberdade (dentro de seu espaço de trabalho) em referência a uma plataforma base e o manipulador forma uma estrutura complexa com cinco malhas fechadas.

Em uma configuração típica (chamada de UPS - Figura 3.1), as extremidades de um atuador são conectadas por uma junta universal (U) passiva na base e uma junta esférica (S) passiva na plataforma móvel. Os atuadores são juntas prismáticas (P) ativas e a variação do comprimento delas é responsável pelo movimento relativo entre as duas plataformas.

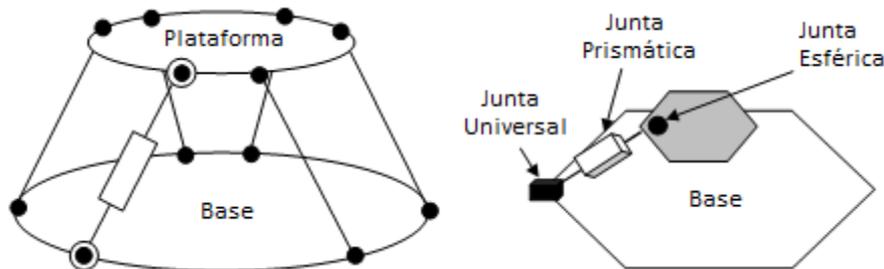


Figura 3.1 - Manipulador de Stewart de Seis Graus de Liberdade (Khalil e Guegan, 2002).

Os eixos de um braço do robô são mostrados na Figura 3.2, onde são evidenciados os três graus de liberdade desse elemento: os dois primeiros, de rotação, nos eixo x e y da junta universal e o terceiro, de translação, no eixo z da junta prismática.

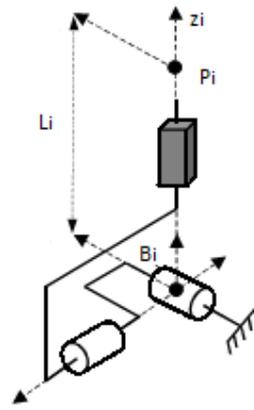


Figura 3.2 – Diagrama de eixos dos elos de um braço da estrutura (Khalil e Guegan, 2002).

A seguir, assume-se que todas as juntas universais (U) e esféricas (S) são ideais e que as juntas prismáticas estão perfeitamente conectadas. Os centros das juntas U e S são representados por B_i e P_i , respectivamente, para $i = 1, \dots, 6$.

De acordo com Ma e Angeles (1991), o polígono resultante da união dos pontos B_i e do polígono dos pontos P_i tem grande importância para o espaço de trabalho resultante e na ocorrência de singularidades, além de modificar o desempenho de transmissão de força dos atuadores. Além disso, a matriz Jacobiana do robô torna-se singular para todo o espaço de trabalho caso a geometria da base e da plataforma sejam polígonos similares e regulares. Caso os polígonos da base e plataforma fossem hexágonos de mesmo tamanho e orientação, por exemplo, o robô teria apenas um grau de liberdade no eixo z .

Assim, para este trabalho, os pontos das juntas B_i e P_i são definidos conforme apresentado na Figura 3.3. Considerando tanto a base quanto a plataforma como circunferências de raios r_b e r_p , respectivamente, pode-se expressar a localização dos mesmos a partir da definição do sistema de coordenadas e dos ângulos γ_b e γ_p , respectivamente. Os pontos da base e da plataforma são arranjados em pares com intervalos de 120° ao redor de um círculo e espaços.

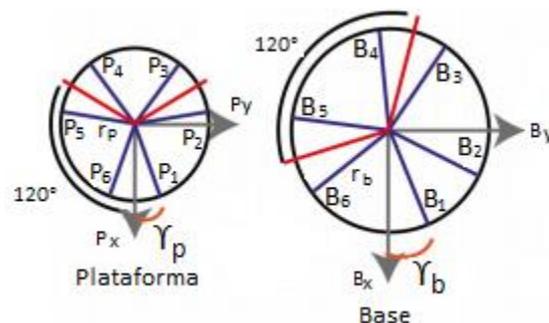


Figura 3.3 – Geometria e localização das juntas (Valente, 2012).

A posição generalizada da plataforma móvel em relação a base é representada pelo vetor de posição:

$$T = [x \ y \ z \ \phi \ \theta \ \psi]^T \quad (3.1)$$

onde x , y e z representam os deslocamentos translacionais do centro da plataforma móvel em relação ao centro base e ϕ , θ e ψ são os ângulos de Euler que representam a orientação da plataforma através de rotações nos eixos de coordenada da plataforma x , y

e z, respectivamente, e são comumente denominados como ângulos Roll, Pitch e Yaw (rolagem, arfagem e guinada).

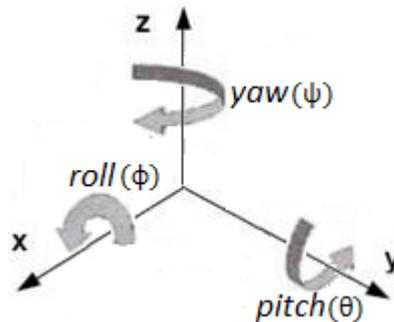


Figura 3.4 – Seis graus de Liberdade da Plataforma móvel

Assim, para a descrição do movimento da estrutura paralela, define-se um sistema de coordenadas $\{F_b\}$ fixado no ponto B_0 localizado no centro da base e outro sistema de coordenadas $\{F_p\}$ fixado no ponto P_0 localizado no centro da plataforma móvel, representando o efetador do robô.

3.1.1 Matriz de Rotação ${}^b R_p$

Outra maneira de descrever a orientação do sistema de coordenadas da plataforma é através de uma matriz que mapeie as rotações de um sistema de coordenadas para outro.

De acordo com Merlet (1987), a matriz de rotação ${}^b R_p$ da plataforma em relação à base pode ser expressa, pela composição das matrizes de rotações no eixo z em função de ψ , no eixo y em função de θ e no eixo x em função de ϕ , resultando em:

$${}^b R_p = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & s\phi s\theta c\psi - c\phi s\psi & c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi \\ s\psi c\theta & s\phi s\theta s\psi + c\phi c\psi & c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi \\ -s\theta & s\phi c\theta & c\phi c\theta \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

onde o operador s representa a função $\text{sen}(u)$ e o operador c a função $\text{cos}(u)$.

3.2 Cinemática Inversa

Na cinemática inversa da plataforma, o problema consiste em encontrar o comprimento do atuador L_i de cada um dos seis braços extensíveis em função da posição da plataforma. Este problema possui solução única e o procedimento de solução pode ser expresso de uma maneira simples através da descrição vetorial das cadeias cinemáticas do manipulador.

3.2.1 Comprimento dos atuadores

O vetor do comprimento do atuador i (para $i = 1, \dots, 6$) depende apenas das coordenadas das juntas e da posição da plataforma. Ele é mostrado na Figura 3.5 e pode ser expresso pela soma dos seguintes vetores:

$$S_i = {}^b R_p {}^p P_i + {}^b t - {}^b B_i \quad (3.3)$$

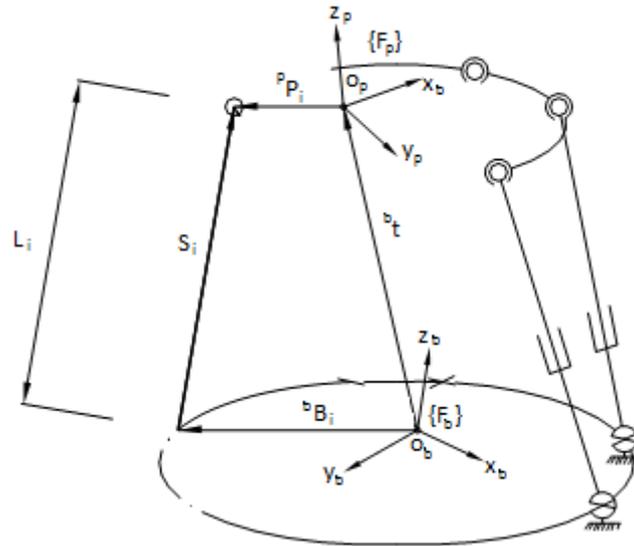


Figura 3.5 - Comprimento L de um atuador (Khalil e Guegan, 2002).

onde bR_p é a matriz de rotação da plataforma, pP_i é o vetor (constante) entre a origem da plataforma e a junta esférica i , bt é o deslocamento translacional da plataforma expresso por ${}^bt = [x \ y \ z]^T$, bB_i é o vetor (constante) entre a origem da base e a junta universal i e L_i é o módulo do vetor S_i , representando o comprimento do atuador e expresso por:

$$L_i = \|S_i\| = \sqrt{S_i^T S_i} \quad (3.4)$$

3.2.2 Análise da Velocidade Angular

A velocidade angular da plataforma referenciada à base ${}^b\omega_p$ depende da orientação angular e da velocidade angular referenciada com relação à plataforma, sendo expresso por meio de:

$${}^b\omega_p = [{}^b\omega_x \ {}^b\omega_y \ {}^b\omega_z]^T = R_\omega \dot{\theta} \quad (3.5)$$

onde,

$$\dot{\theta} = [\dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T \quad (3.6)$$

e R_ω é definido como:

$$R_\omega = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & -s\psi & 0 \\ c\theta s\psi & c\psi & 0 \\ -s\psi & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

3.2.3 Análise da Aceleração angular

A aceleração angular ${}^b\alpha_p$ da plataforma móvel em relação ao sistema de coordenadas de referência da base pode ser definida derivando no tempo a Equação 3.4 (Vargas, 2009), resultando em:

$${}^b\alpha_p = R_\omega \ddot{\Theta} + \dot{R}_\omega \dot{\Theta} \quad (3.8)$$

3.2.4 Matriz jacobiana

A Equação 3.3 consiste em uma forma explícita de se obter o comprimento dos atuadores. Para obter a relação entre a variação de comprimento L em função da velocidade espacial v da plataforma, utiliza-se a matriz jacobiana bJ_p , que relaciona as duas velocidades através de:

$$\dot{L} = {}^bJ_p v \quad (3.9)$$

onde,

$$v = [{}^bV_p \quad {}^b\omega_p]^T \quad (3.10)$$

e inclui as velocidades lineares ${}^bV_p = [\dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{z}]^T$ e angulares da plataforma móvel em relação a base.

A matriz jacobiana depende das coordenadas das juntas e da posição da plataforma e é dada por:

$${}^bJ_p = \begin{bmatrix} s_1^T & ({}^bP_1 \times s_1)^T \\ s_2^T & ({}^bP_2 \times s_2)^T \\ s_3^T & ({}^bP_3 \times s_3)^T \\ s_4^T & ({}^bP_4 \times s_4)^T \\ s_5^T & ({}^bP_5 \times s_5)^T \\ s_6^T & ({}^bP_6 \times s_6)^T \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

onde bP_i representa o vetor P_0P_i referenciado ao sistema de coordenadas F_b e é expresso por:

$${}^bP_i = {}^bR_p {}^pP_i + {}^bt \quad (3.12)$$

e s_i é o vetor unitário em direção ao eixo longitudinal do atuador i , que é expresso por:

$$s_i = \frac{S_i}{L_i} \quad (3.13)$$

É importante observar que a estabilidade numérica da matriz Jacobiana é muito dependente do projeto da arquitetura do manipulador. Para um robô bem projetado, a

matriz jacobiana é não-singular para todo seu volume de trabalho. Caso contrário, se a estrutura passar por uma região de singularidade, ela torna-se inviável à aplicação, já que falha no balanceamento das cargas aplicadas à parte móvel o robô, ocorrendo a possibilidade de sofrer danos físicos (Ma e Angeles, 1991).

3.3 Modelo Dinâmico Inverso

O modelo dinâmico inverso permite calcular as forças das juntas prismáticas necessárias para seguimento de uma trajetória desejada. Utiliza-se aqui o vetor Γ para representar essas forças:

$$\Gamma = [\Gamma_1 \ \Gamma_2 \ \Gamma_3 \ \Gamma_4 \ \Gamma_5 \ \Gamma_6]^T \quad (3.14)$$

Considerando que a plataforma superior está conectada aos atuadores através de juntas esféricas, os momentos de reação entre eles assumem valor nulo. Assim, existe apenas uma força f_i entre a plataforma e o atuador i . Já, na outra extremidade do braço, devido ao uso de articulações universais passivas, os torques na junta também apresentam valores nulos (Figura 3.7).



Figura 3.6 - Articulação Universal Passiva

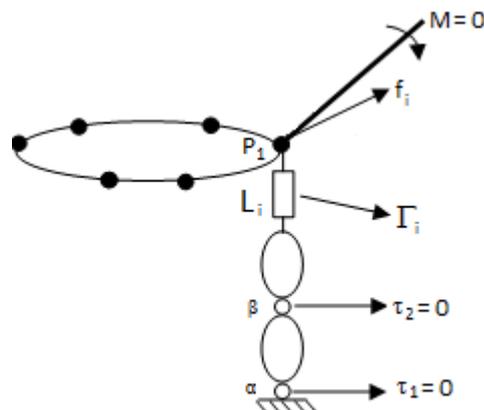


Figura 3.7 - Forças de reação de um braço da plataforma (Khalil e Guegan, 2002).

As equações dinâmicas do manipulador no espaço de trabalho são representadas por uma aproximação de segunda ordem, na seguinte forma:

$$M(T)\dot{v} + C(T,v)v + G(T) = F_{\text{ext}} \quad (3.15)$$

onde v é calculado pela Equação 3.10, $M(T)$ é a matriz que contém os efeitos dinâmicos devidos à inércia, $C(T,v)$ é a matriz que contém os efeitos da aceleração de Coriolis e das forças centrífugas. $G(T)$ é a matriz dos efeitos gravitacionais e F_{ext} é o vetor que representa as forças externas aplicadas ao sistema e está relacionado com as forças dos atuadores através da transformação :

$$\Gamma = \left({}^b J_p^{-1} \right)^T F_{\text{ext}} \quad (3.16)$$

onde $\left({}^b J_p^{-1} \right)^T$ é a transposta da inversa da matriz jacobiana e descreve a transformação do espaço cartesiano para o espaço das juntas. O termo relacionado aos efeitos de Coriolis e forças centrífugas geralmente é negligenciado, entretanto ele se torna importante quando as velocidades relativas à base aumentam.

O modelo dinâmico do manipulador paralelo pode ser decomposto para desenvolvimento da análise dinâmica dos braços e da plataforma móvel independentemente (Ji, 1993). O sistema completo de equações correspondente ao modelo dinâmico do manipulador pode ser obtido através da soma dos efeitos dinâmicos da plataforma móvel e dos braços.

Assim, para o cálculo das forças Γ dos atuadores necessárias para a realização de uma trajetória desejada, pode-se utilizar os valores das forças e/ou momentos necessários para superar os efeitos dinâmicos da plataforma e dos braços independentemente.

3.3.1 Modelo dinâmico inverso da plataforma móvel

Para derivar as equações dinâmicas da plataforma através de Newton-Euler, considera-se o equilíbrio das forças que atuam no seu centro de massa:

$$\left(m_p \mathbf{I} \right)^b \dot{V}_p = \sum_{i=1}^6 f_i - m_p g \quad (3.17)$$

onde m_p é a massa da plataforma composta com a carga, \mathbf{I} é a matriz identidade 3x3 e g é o vetor de gravidade, é expresso por $g = [0 \ 0 \ -g_{\text{terra}}]^T$.

Considerando a soma dos momentos tomados em relação ao centro de massa da plataforma, encontra-se:

$${}^b I_p \alpha_p + {}^b \tilde{\omega}_p {}^b I_p \omega_p = \sum_{i=1}^6 {}^b P_i f_i \quad (3.18)$$

onde ${}^b I_p$ é o tensor de inércia da plataforma em relação à base, e dado por:

$${}^b I_p = {}^b R_p {}^p I_p {}^b R_p^T \quad (3.19)$$

sendo ${}^p I_p$ definido como o tensor de Inércia da plataforma em relação ao seu centro de massa e ${}^b \tilde{\omega}_p$ como a matriz antissimétrica 3x3 relacionada ao vetor da velocidade angular expressa por :

$${}^b\tilde{\omega}_p = \begin{bmatrix} 0 & -{}^b\omega_z & {}^b\omega_y \\ {}^b\omega_z & 0 & -{}^b\omega_x \\ -{}^b\omega_y & {}^b\omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

onde,

$${}^b\omega_p = [{}^b\omega_x \quad {}^b\omega_y \quad {}^b\omega_z]^T \quad (3.21)$$

Assim, a partir das equações 3.16 e 3.18, encontram-se as equações dinâmicas da plataforma no espaço cartesiano em torno do seu centro de massa:

$$M_p \dot{v} + C_p v - G_p = F_p \quad (3.22)$$

onde $M_p = \begin{bmatrix} m_p I & 0 \\ 0 & bI_p \end{bmatrix}$, $C_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & {}^b\tilde{\omega}_p bI_p \end{bmatrix}$, $G_p = \begin{bmatrix} 0 \\ m_p g \end{bmatrix}$ e F_p representa as forças externas necessárias para mover a plataforma móvel.

3.3.2 Análise dinâmica dos atuadores

De acordo com Khalil e Guegan (2002), para o cálculo do modelo dinâmico inverso dos atuadores é interessante utilizar as variáveis dos braços no espaço das juntas para então encontrar o vetor das forças necessárias para superar seus efeitos dinâmicos. Para calcular esse vetor, há diversos métodos numéricos ou simbólicos que podem ser usados. Além disso, eles podem ser computados paralelamente para os seis braços, distribuindo o custo computacional em diversos processadores.

3.3.3 Modelo dinâmico inverso simplificado

Para sistemas em que a massa dos atuadores é muito menor que a da plataforma com carga, Li (1997), baseando-se em simulações, e estudos experimentais concluíram que a dinâmica dos braços pode ser desconsiderada em relação à análise da dinâmica total do manipulador, feitas da plataforma de Stewart e a comparação do mesmo com o protótipo experimental.

Assim, no presente estudo, para fins de testes de estratégia de controle, serão aplicados esses critérios de simplificações, considerando somente o modelo da dinâmica correspondente à plataforma móvel do manipulador. Conseqüentemente, a equação 3.16 torna-se:

$$\Gamma = \left({}^bJ_p^{-1} \right)^T F_p \quad (3.23)$$

Então, substituindo a Equação 3.23 na equação 3.22, encontra-se o modelo dinâmico inverso simplificado da plataforma de Stewart:

$$\Gamma = \left({}^bJ_p^{-1} \right)^T (M_p \dot{v} + C_p v - G_p) \quad (3.24)$$

3.4 Modelo Dinâmico Direto

O modelo dinâmico direto do manipulador fornece a aceleração da plataforma em função do estado do robô (velocidade e posição) e das forças ativas das juntas prismáticas.

As equações do modelo direto podem ser obtidas isolando o termo \dot{v} da Equação 3.24 resultando em:

$$\dot{v} = M_p^{-1} ({}^b J_p^T \Gamma - C_p v + G_p) \quad (3.25)$$

Na simulação, a saída de aceleração deve ser integrada para se obter as velocidades do sistema e integrada novamente para obter a posição da plataforma.

4 Simulações e resultados

Através de uma simulação numérica da dinâmica do manipulador, é possível facilitar não apenas o projeto mecânico e o projeto do sistema de controle, mas também auxiliar a estabelecer a potência requerida para os atuadores, a seleção dos sensores mais adequados para a aplicação, entre outros.

Para este trabalho, os modelos encontrados nas seções anteriores foram implementados em diagrama de blocos no ambiente de simulação Simulink® do software de manipulação algébrica e numérica MATLAB®. A técnica de integração utilizada pelo simulador é chamada “ode45” e é baseada nas fórmulas de 4° e 5° ordens de Runge-Kutta.

4.1 Parâmetros do Sistema

Para todos os testes realizados, os seguintes parâmetros da plataforma foram utilizados:

Tabela 1 – Parâmetros do Sistema

Parâmetro	Valor
Massa da plataforma com carga	30 kg
Raio da base	0.6 m
Raio da plataforma	0.25 m
γ_b	50°
γ_p	10°
Altura inicial da plataforma móvel	1 m

Considerando a plataforma móvel como um disco sólido de altura desprezível com centro de massa em seu centroide. A matriz de inércia resultante considera efeitos apenas dois eixos principais:

$${}^p I_p = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

e de acordo Hibeller (2005), para a geometria de um disco, os momentos de inércia nas direções x, y e z são expressos por:

$$I_{xx} = I_{yy} = \frac{mr^2}{4}$$

e

$$I_{zz} = \frac{mr^2}{2}$$

Assim, para os parâmetros escolhidos, a matriz de momentos de inércia da plataforma para seu centro de massa assumem os valores:

$${}^pI_p = \begin{bmatrix} 0.7813 & 0 & 0 \\ 0 & 0.7813 & 0 \\ 0 & 0 & 1.5625 \end{bmatrix} \quad [\text{kgm}^2]$$

Os polígonos formados pela união dos pontos das juntas da base e da plataforma através dos parâmetros da tabela 1 são mostrados na Figura 4.1, onde os atuadores 1 a 6 estão representados pelos segmentos de reta B_1P_1 , B_2P_2 , B_3P_3 , B_4P_4 , B_5P_5 e B_6P_6

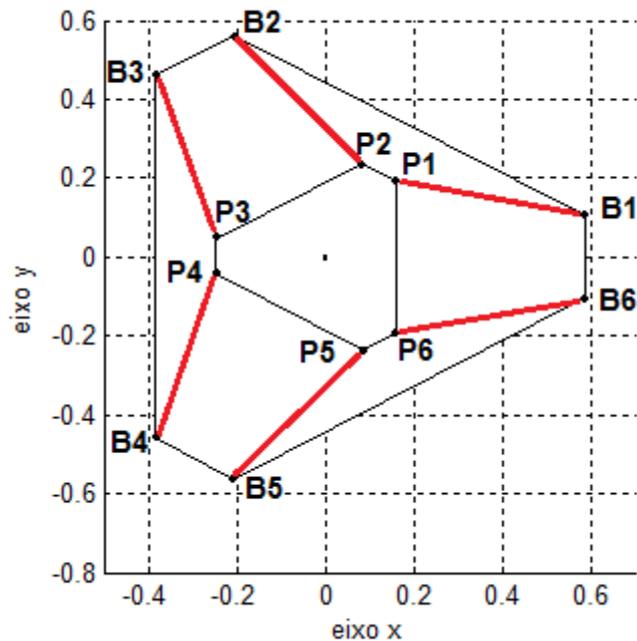


Figura 4.1 – Plataforma, Base e Atuadores

4.2 Teste 1: Translação no eixo z

Para o primeiro teste, foi escolhida uma trajetória de referência de simples interpretação: uma translação no eixo z (ver Figura 3.4) através de uma função senoidal de amplitude 0.3 metros com frequência de 3 rad/s.

Na Figura 4.2, é mostrada a trajetória da plataforma através das posições de translação x, y e z do seu centro de massa e da orientação dos ângulos ϕ , θ e ψ em graus.

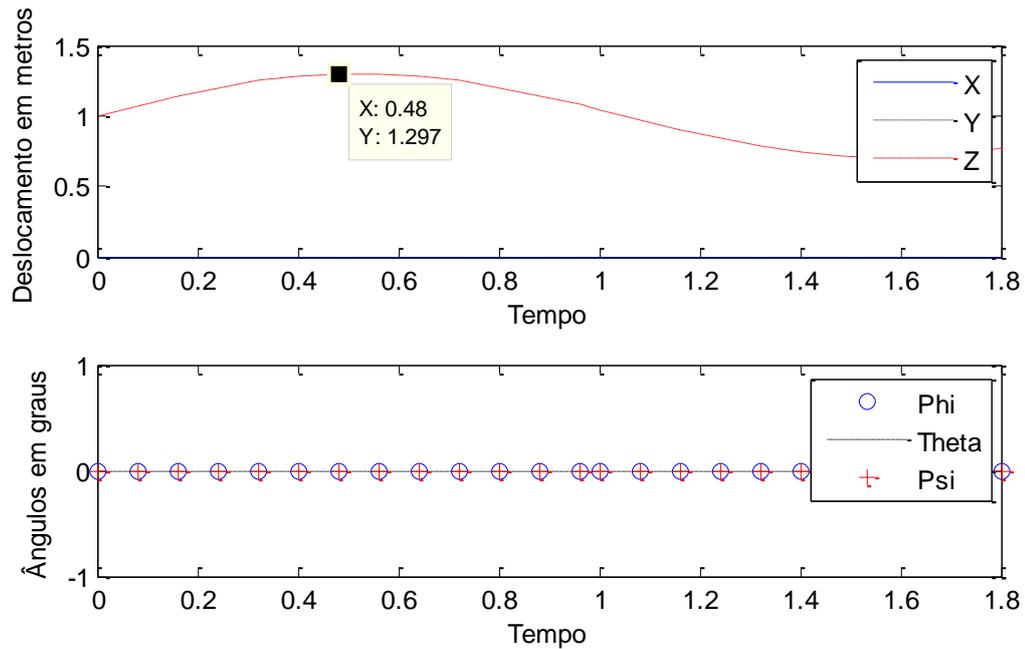


Figura 4.2 - Trajetória de referência: translação no eixo z

4.2.1 Cinemática Inversa da Translação em z

Para a trajetória escolhida, o modelo fornece as amplitudes dos atuadores conforme mostrado na Figura 4.2. Como as geometrias da plataforma e da base são simétricas e o deslocamento é apenas no eixo z, constata-se na Figura 4.3 que todos os atuadores executam a mesma variação de comprimento no tempo.

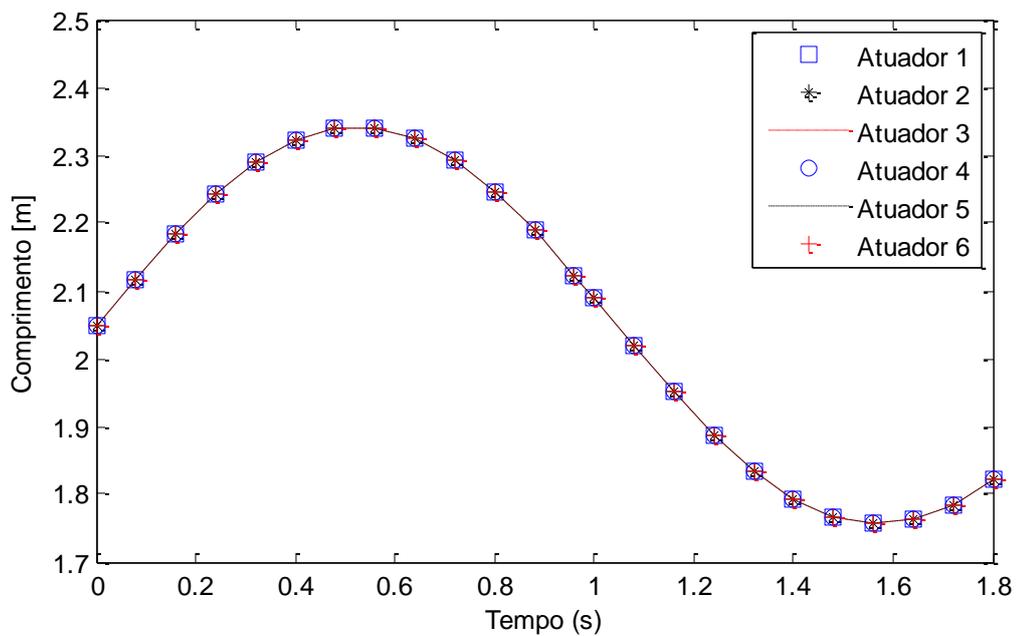


Figura 4.3 – Variação de comprimento dos atuadores

4.2.2 Dinâmica Inversa da translação em z

Da mesma forma que no modelo cinemático, constata-se na Figura 4.4 que as forças requeridas para os atuadores variam com a mesma amplitude devido à natureza simples do movimento, e, assim, considera-se satisfatório o resultado dessa primeira simulação dinâmica.

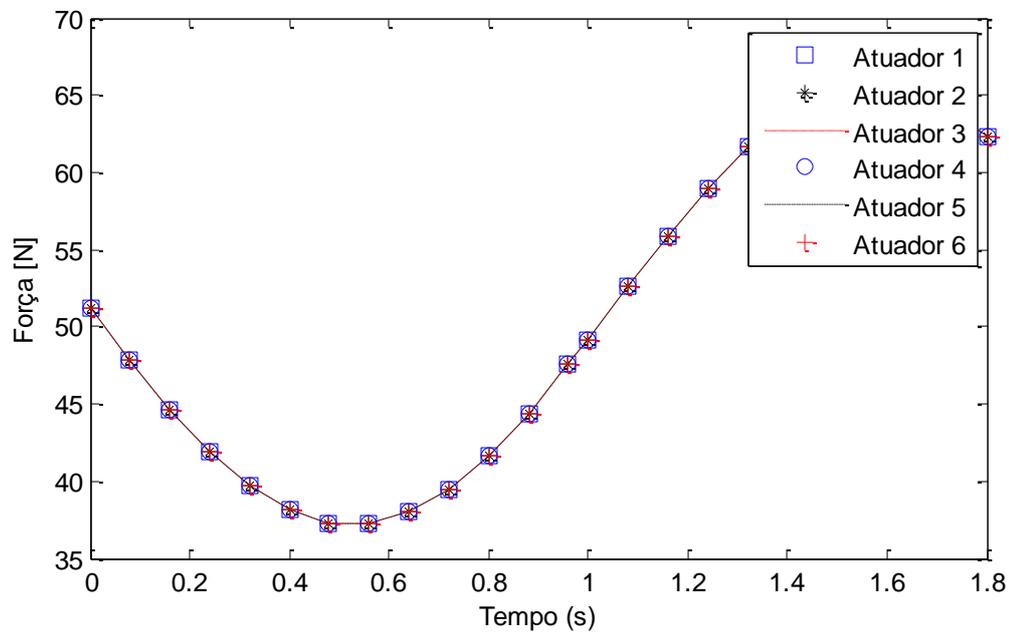


Figura 4.4 – Forças dos atuadores para a translação no eixo z

4.2.3 Dinâmica Direta da translação em z

Para a dinâmica direta, a resposta das forças encontradas na dinâmica inversa foi aplicada ao modelo dinâmico direto com o objetivo de comparar a saída do modelo com a trajetória inicial desejada. De acordo com a Figura 4.5 foi verificada uma resposta próxima a da Figura 4.2.

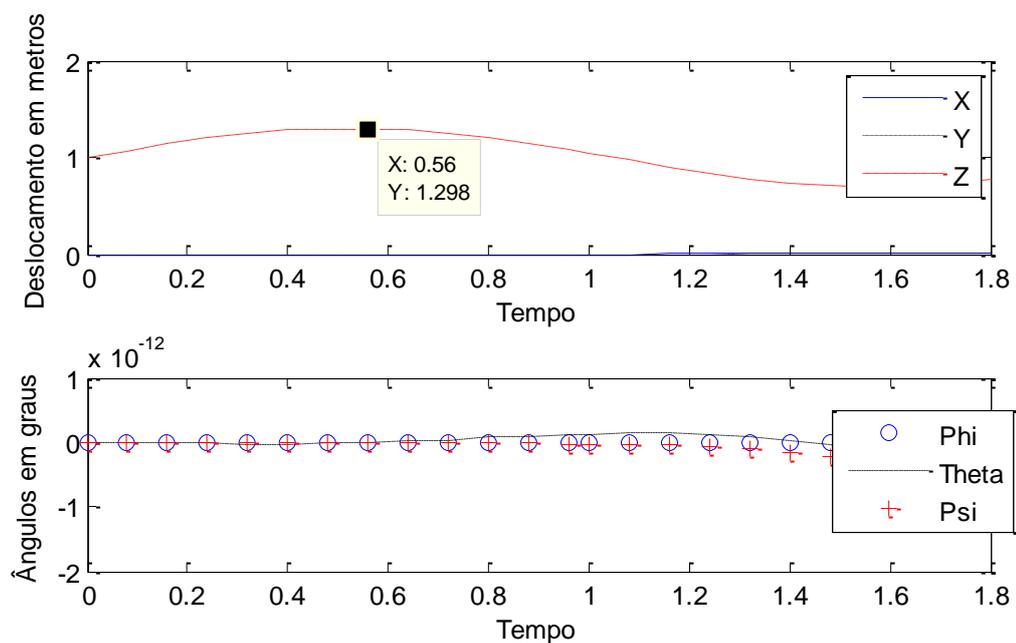


Figura 4.5 – Dinâmica Direta, teste 1

Entretanto, a simulação da dinâmica direta apresentou um erro cumulativo crescente no tempo para a trajetória evidenciado na Figura 4.6 que mostra a simulação por um período maior de 8s. Assim, o modelo dinâmico implementado mostrou-se limitado para períodos curtos.

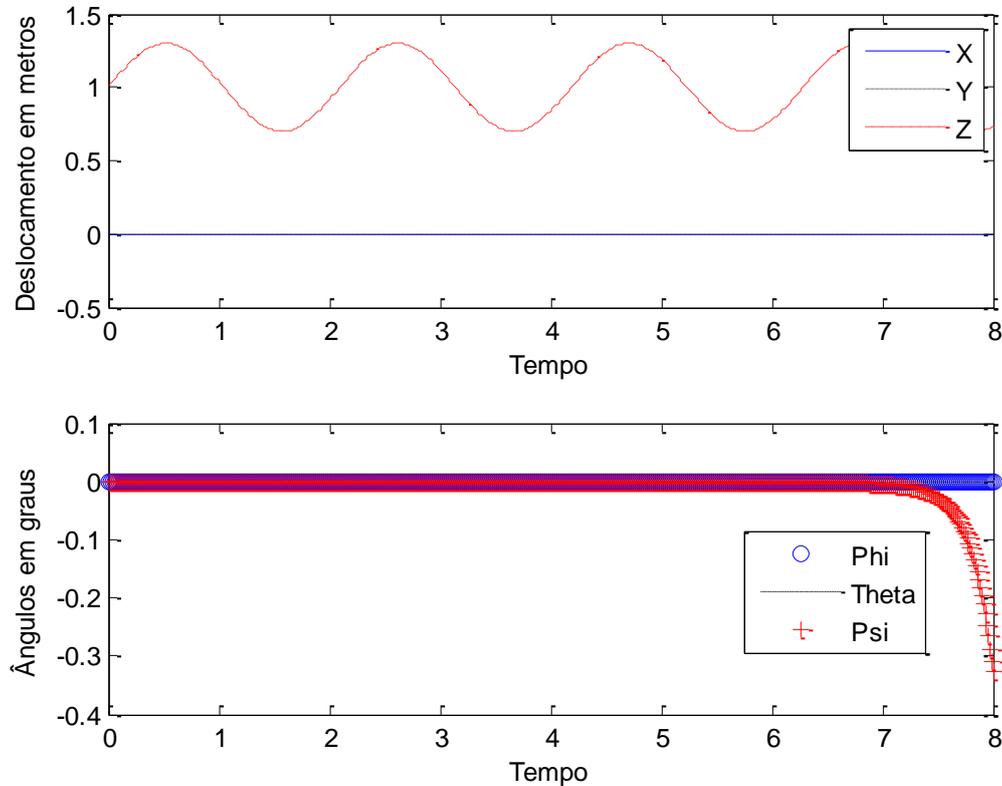


Figura 4.6 – Simulação da dinâmica direta com erro crescente

Para tentar eliminar o erro de instabilidade numérica observado, buscou-se reduzir o passo de tempo do método de integração do Simulink para 0.001 segundos, obtendo, então, uma redução da amplitude do erro. Porém o mesmo continuou acumulativo e divergindo no tempo.

4.3 Teste 2: Rotação no eixo x

Para esse teste, uma rotação ϕ no eixo x (ver Figura 3.4) foi definida através de outra função senoidal com amplitude equivalente a 0.5 radianos ou 28° .

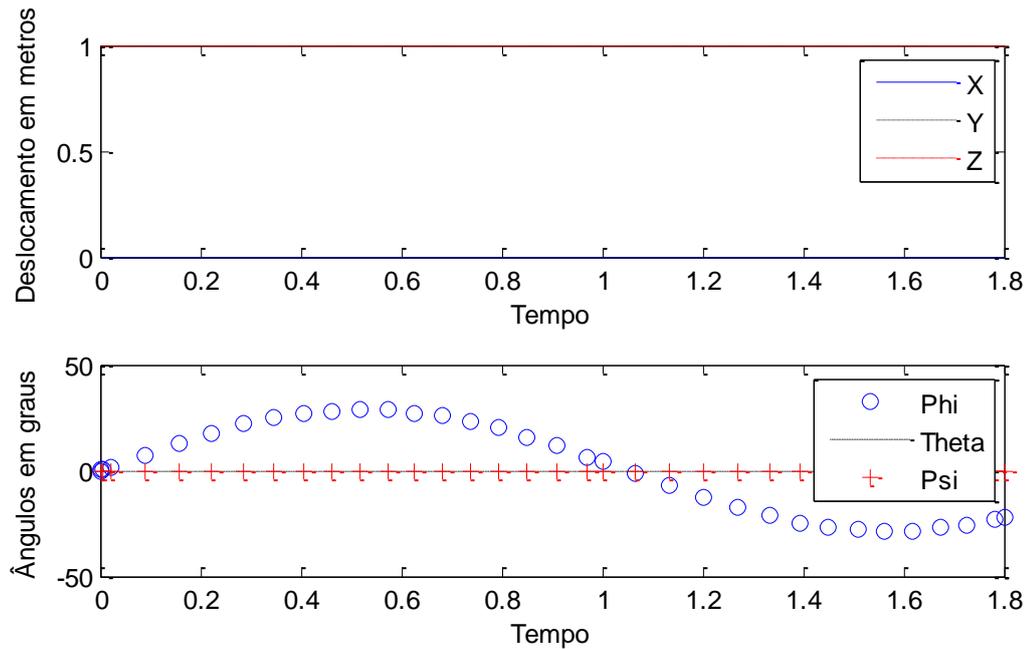


Figura 4.7: Trajetória de referência: rotação no eixo x

4.3.1 Cinemática Inversa da Rotação no eixo x

Na Figura 4.8 da simulação de rotação, percebe-se, por exemplo, que o atuador 5 respondeu com uma grande amplitude em um primeiro momento, o que é compreensível, se analisarmos a posição dos atuadores na Figura 4.1.

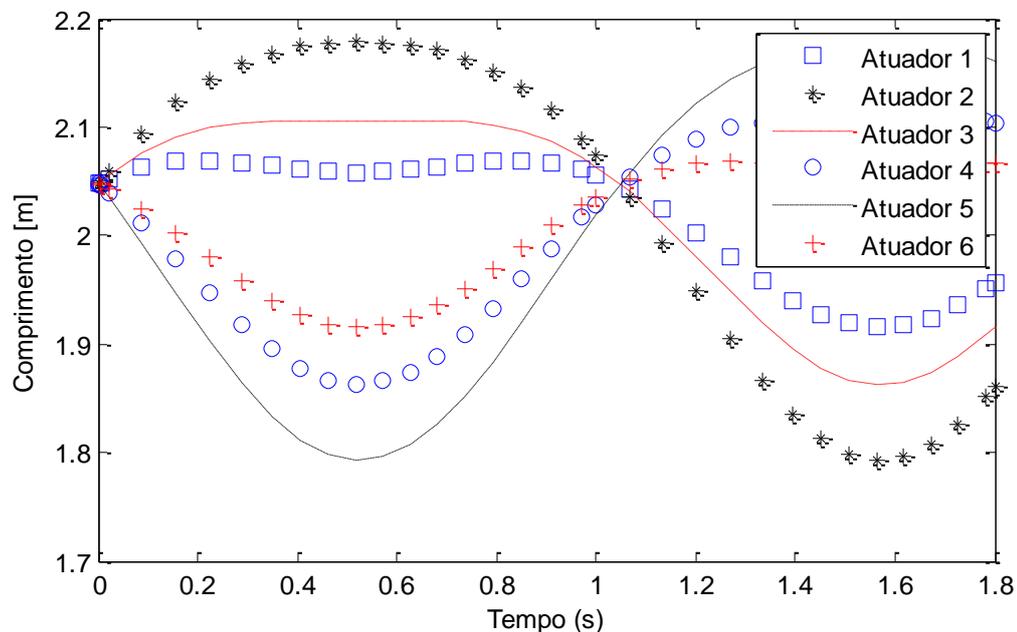


Figura 4.8 – Comprimentos dos atuadores para a rotação

4.3.2 Dinâmica Inversa da Rotação no eixo x

As respostas de forças da Figura 4.9 também apresentaram um comportamento congruente ao movimento, se observado a posição dos atuadores da Figura 4.1.

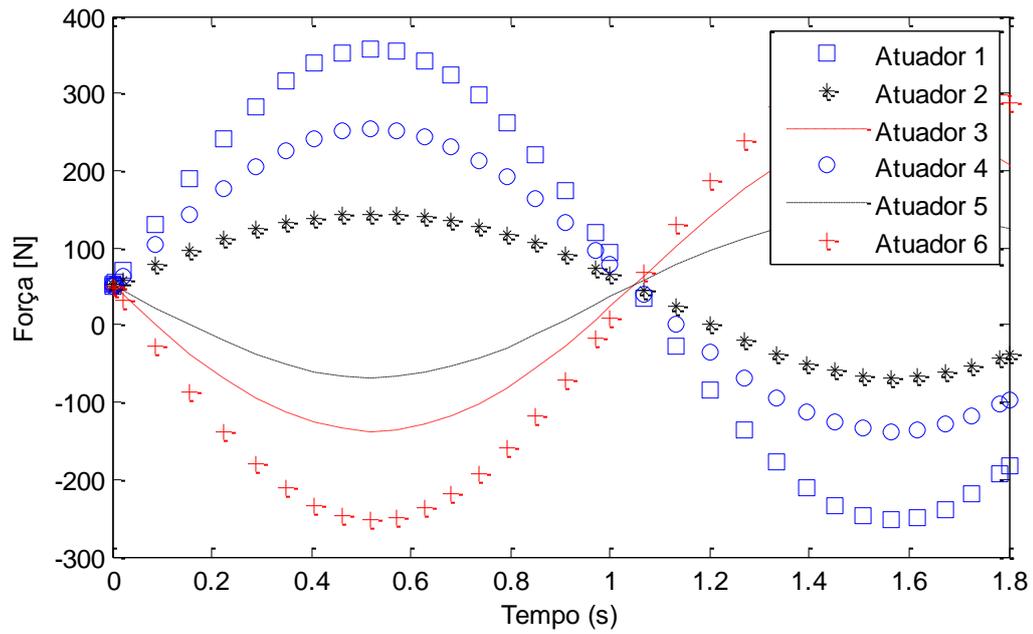


Figura 4.9 - Forças nos atuadores para a rotação

4.3.3 Dinâmica Direta da Rotação no eixo x

O modelo dinâmico direto apresentou uma resposta equivalente a trajetória considerando para o período simulado (Figura 4.10).

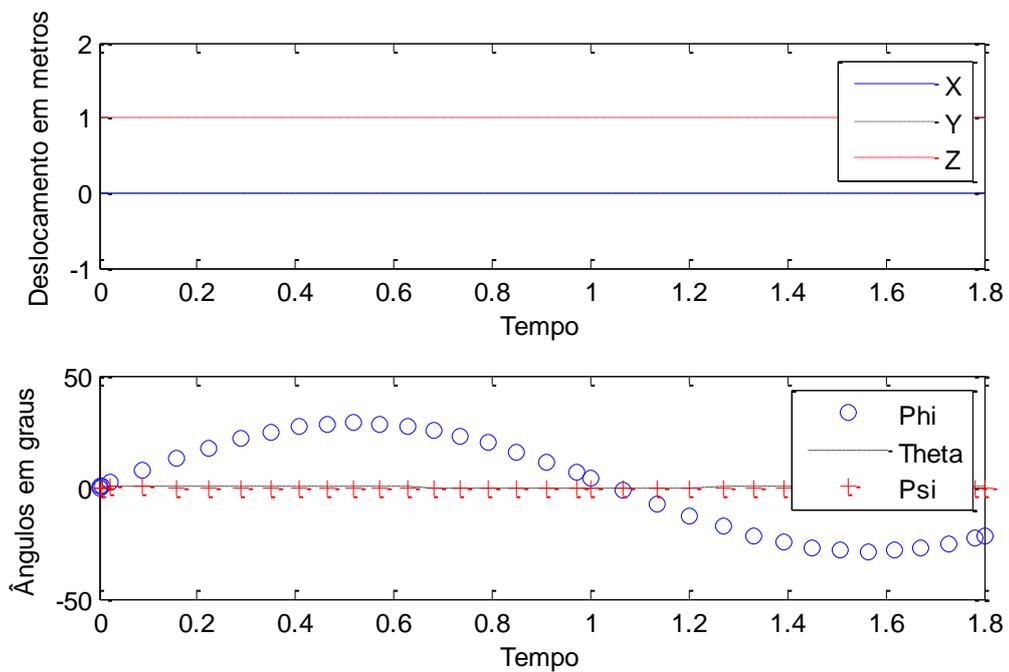


Figura 4.10 – Modelo dinâmico Direto para a rotação

4.4 Teste 3: Movimento misto

Para o terceiro teste, foram definidas as seguintes trajetórias senoidais: translação no eixo z, com amplitude de 0.2 m, translação no eixo y com amplitude de 0.2 m, rotações nos eixos y e z com 10 graus de amplitude cada. Os resultados são encontrados nas figuras a seguir.

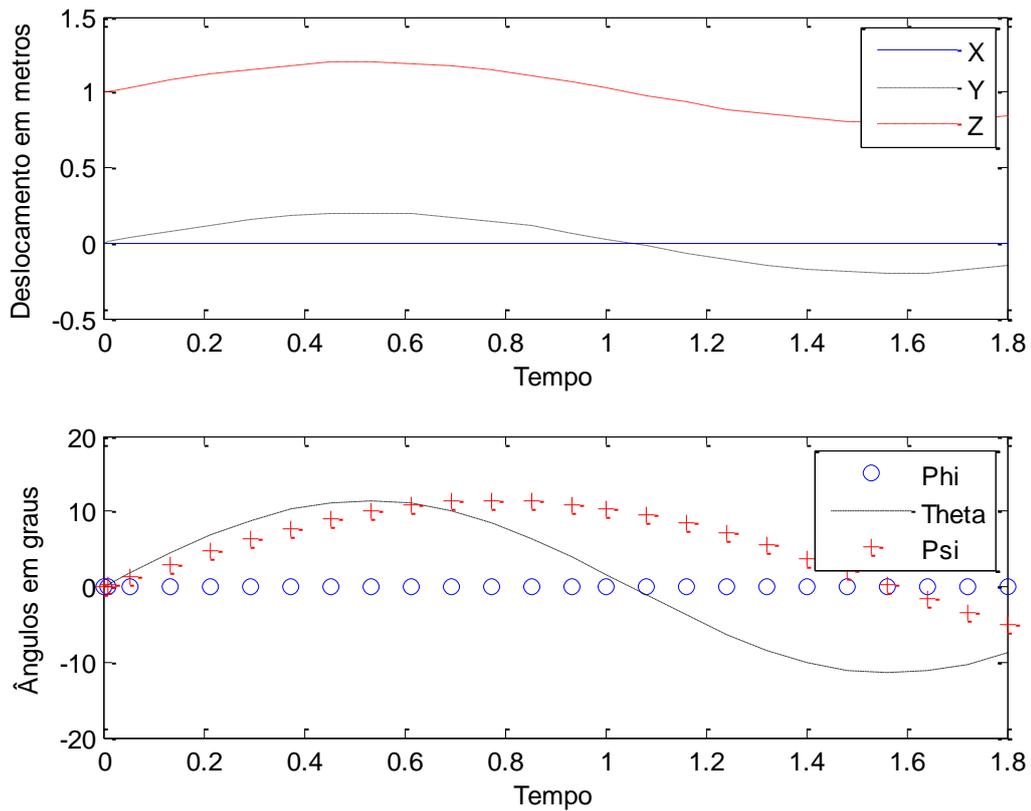


Figura 4.11 – Trajetória a ser seguida

4.4.1 Cinemática Inversa

Para esse movimento a interpretação dos comprimentos (Figura 4.12) e das forças (Figura 4.13) dos braços torna-se complexo.

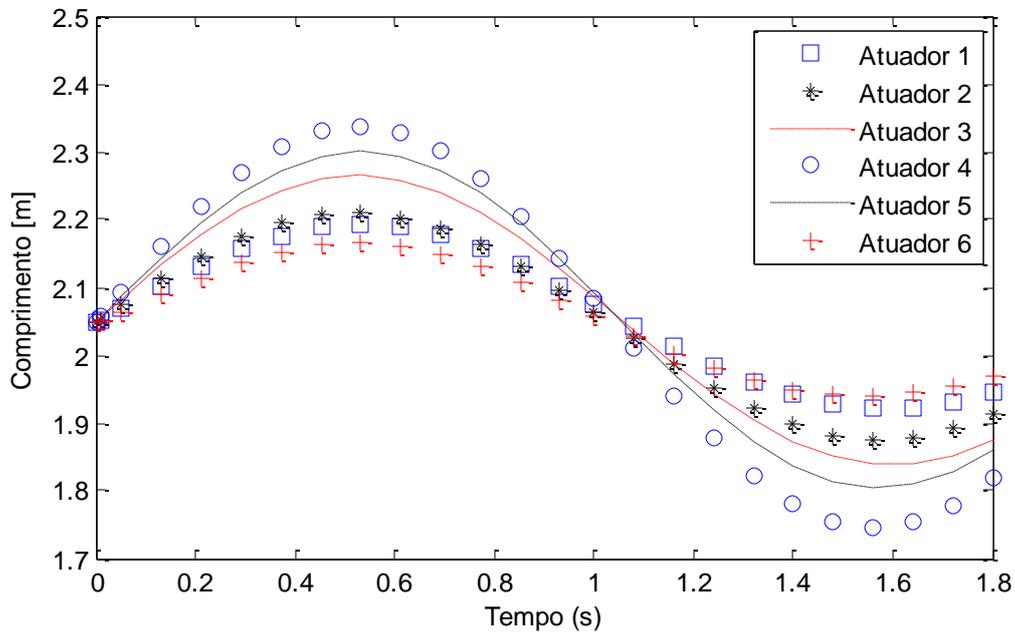


Figura 4.12 – Comprimentos dos braços para a trajetória mista

4.4.2 Dinâmica Inversa

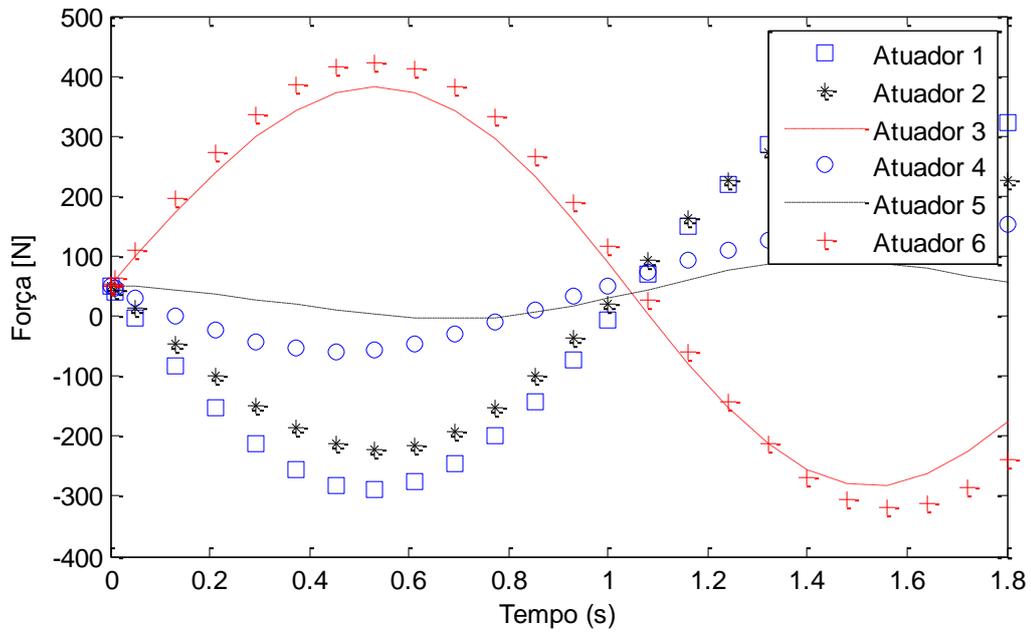


Figura 4.13 – Forças dos braços para a trajetória mista

4.4.3 Dinâmica Direta

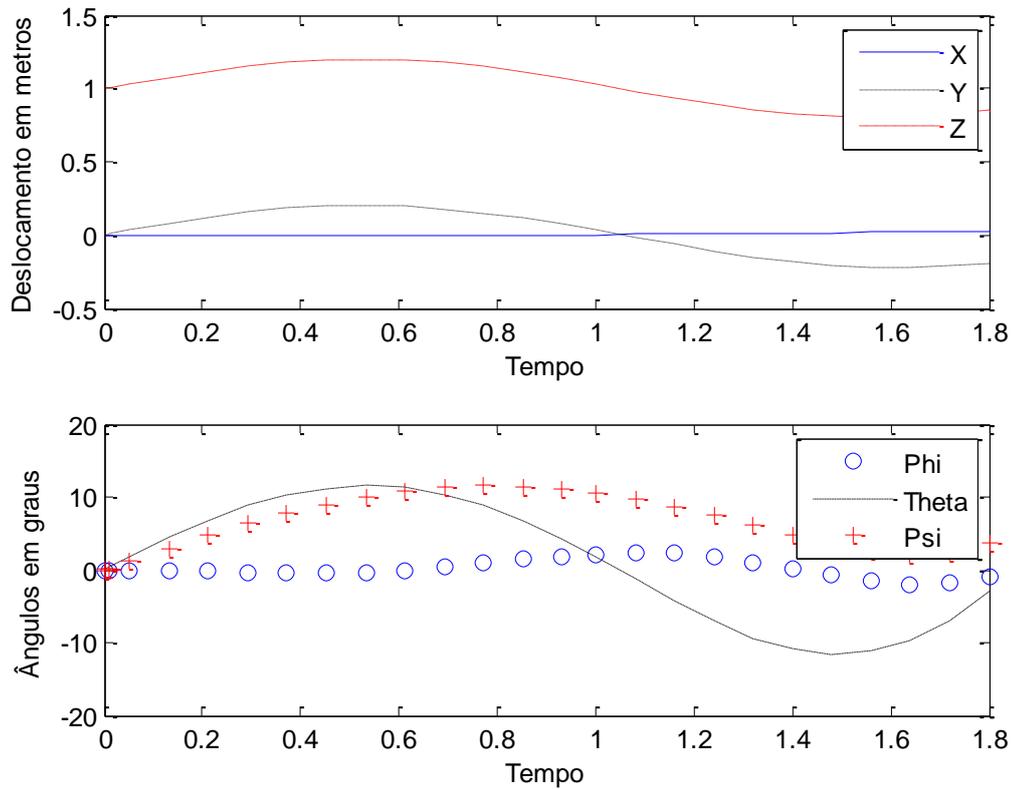


Figura 4.14 - Dinâmica direta do movimento misto

A dinâmica direta, novamente apresentou resultados semelhantes a trajetória inicial desejada para tempos curtos, mas com um erro acumulativo divergente para períodos maiores.

5 Conclusões

O presente trabalho buscou encontrar modelos dinâmicos de um manipulador paralelo de seis graus de liberdade visando a implementação de uma estratégia de controle. A análise para obtenção dos modelos foi baseada na abordagem de Newton-Euler e a massa dos braços foi negligenciada para fins de simplificação do modelo e eficiência computacional.

O modelo dinâmico inverso foi obtido através de diagramas de blocos no ambiente de simulação Matlab/Simulink® e forneceu as forças necessárias dos braços do manipulador para fins de seguimento de uma trajetória pré-definida em função das coordenadas cartesianas e em função dos ângulos de Euler. A simulação do modelo inverso implementado mostrou-se estável para todas as simulações realizadas.

Também foi deduzido o modelo dinâmico direto, o qual forneceu uma resposta em termos de aceleração do centro de massa da plataforma para uma entrada de forças das juntas prismáticas. Entretanto, esse modelo apresentou erros acumulativos crescentes nas respostas de posição limitando o modelo para utilização em períodos curtos de tempo.

Para continuidade desse trabalho, sugere-se o desenvolvimento dos seguintes tópicos:

- Desenvolvimento e projeto de uma estratégia de controle baseada no controle de forças dos atuadores.
- Inclusão dos efeitos dinâmicos dos braços e atrito das juntas.
- Estudo do espaço de trabalho do efetuador e singularidades do robô.
- Revisão do modelo dinâmico direto e verificação do método de integração utilizado.
- Desenvolvimento dos modelos em simulação gráfica para visualizar os movimentos da plataforma.

6 Referências

- ABDELLATIF, H.; HEIMANN, B. **Computational efficient inverse dynamics of 6-DOF fully parallel manipulators by using the Lagrangian formalism**. Mechanism and Machine Theory, 44, pp. (192-207), 2009.
- BEHI, F. **Kinematic Analysis for a Six-Degree-of-Freedom 3-RPS Parallel Mechanism**. IEEE J. of Robotics and Automation, Vol 4, pp 131-142, 1988.
- CHANG, C.F.; FU, L.C.; YU, M.Y.; HUANG, C.I. **Sliding-mode tracking control of the Stewart platform**. (pp. 561-568). Taipei, Taiwan: 5th Asian Control Conference, 2004.
- DASGUPTA, B.; MRUTHYUNJAYA, T. **Closed-form Dynamic Equations of the General Stewart Platform Through the Newton-Euler Approach**. 33 (7), 993-1012, 1998.
- DIEUDONNE, J. E. PARRISH, R. V., BARDUSCH, R. E., **An actuator Extension Transformation for a Motion Simulator and an Inverse Transformation Applying Newton-Raphson's Method**. NASA Technical Report, Hampton, 1972.
- FITZGERALD, J. M., LIU, K., LEWIS, F. L., **Kinematic Analysis of a Stewart Platform Manipulator**. IEEE, Vol. 40, 1993.
- GALLARDO, J.; RICO, J.M.; FRISOLI, A.; CHECCACCI, D.; BERGAMASCO, M. **Dynamics of parallel manipulators by means of screw theory**. Mechanism and Machine Theory, 38, pp. (1113–1131), 2003.
- GEIKE, T.; MCPHEE J. **Inverse dynamic analysis of parallel manipulators with full mobility**. Mechanism and Machine Theory, 38, pp. (549–562), 2003.
- GOSSELIN, C. M.; PERREAULT, L.; VAILLANCOURT, C. **Simulation and Computer-Aided Kinematic Desing of Tree-Degree-of-Freedom Spherical Parallel Manipulators**, Jornal of Robotic Systems 12 (12), 857-869, 1999.
- GUO, H.; LI, H. **Dynamic analysis and simulation of a six degree of freedom Stewart platform manipulator**. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, Vol. 220, pp. (61-72), 2006.
- GWINNETT, J. **US Patent No. 1,789,680**, Amusement devices, 1931
- HIBBELER, R. C. **Dinâmica: Mecânica para Engenharia**. Vol 2. Prentice Hall, 2005.
- Jl, Z. **Study of the effect of leg inertia in Stewart platform**, in Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, Atlanta, GA, pp. 121–126, 1993.
- KANE, T.R. **Dynamics Theory and Applications**. McGraw-Hill Book Company, 1985
- KHALIL, W.; GUEGAN, S. **Inverse and Direct Dynamic Modeling of Gough–Stewart Robots**, IEEE Transactions on Robotics, 2002.
- LEE, S.; SONG, J.; CHOI, W.; HONG, D. **Position control of a Stewart platform using inverse dynamics control with approximate dynamics**, Mechatronics, vol. 13, pp. 605-619, 2003.

LI, D.; SALCUDEAN, S. E. **Modeling, Simulation, and Control of a Hydraulic Stewart Platform**, Proceedings of the 1997 IEEE International Conference on Robotics and Automation 4, 1997.

LIU, K.; FITZGERALD, M. **Lewis Control of Systems with Inexact Dynamic Models**, ASME-33, pp. 83–89, 1991.

LIU, M.J.; LI, C.X.; LI, C.N. **Dynamics analysis of the Gough-Stewart platform manipulator**. IEEE Trans. Robot. Automat., 16 (1), pp. (94-98), 2000.

MA, O.; ANGELES, J. **Architecture Singularities of Platform Manipulators**. IEEE International Conference on Robotics and Automation. Sacramento, 1991.

MENG, Q.; ZHANG, T.; HE, J.F.; SONG, J.Y.; HAN, J.W. **Dynamic modeling of a 6-degree-of-freedom Stewart platform driven by a permanent magnet synchronous motor**. Journal of Zhejiang University-SCIENCE C (Computers & Electronics), 11(10), pp. (751-761), 2010.

MERLET, J.P. **Parallel Manipulators Part 1: Theory, Design, Kinematics, Dynamics and Control**. Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique, France, 1987.

MERLET, J.P. **Parallel Robots (Solid Mechanics and Its Applications)**. Springer, 2006.

MOLINA, F.A. **Ambiente de simulação de manipuladores paralelos: modelagem, simulação e controle de uma plataforma Stewart**. Dissertação. UNICAMP, 2008.

MORETTI, M. **Estudo dinâmico e simulação de uma plataforma de Stewart com ênfase na implementação do sistema de controle**. Dissertação. UNICAMP, 2010.

STAIKU, S.; ZHANG, D. **A novel dynamic modelling approach for parallel mechanisms analysis**. Robot Comput. Integr. Manufact, 24, pp. (167–172), 2008.

STEWART, D. **A platform with six degrees of freedom**. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, London, 1965.

TSAI, L.W. **Solving the inverse dynamics of Stewart–Gough manipulator by the principle of virtual work**. J Mech Des, 122, pp. (3–9), 2000.

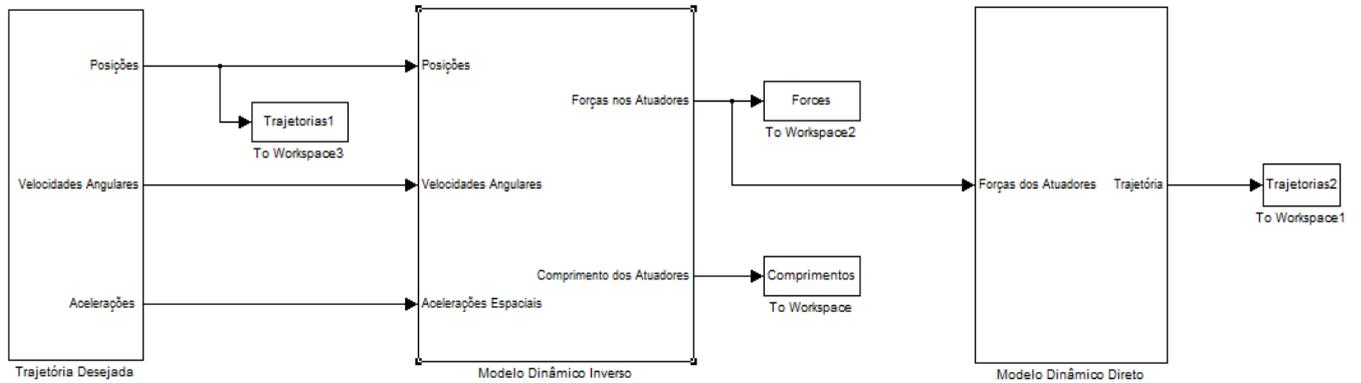
VALENTE, V. T. **Análise matemática e simulação de um manipulador paralelo com seis graus de liberdade**. 2012. 33 fls. Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

VARGAS, M. **Controle de uma plataforma de movimento de um simulador de vôo**. Tese (Doutorado) —Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.

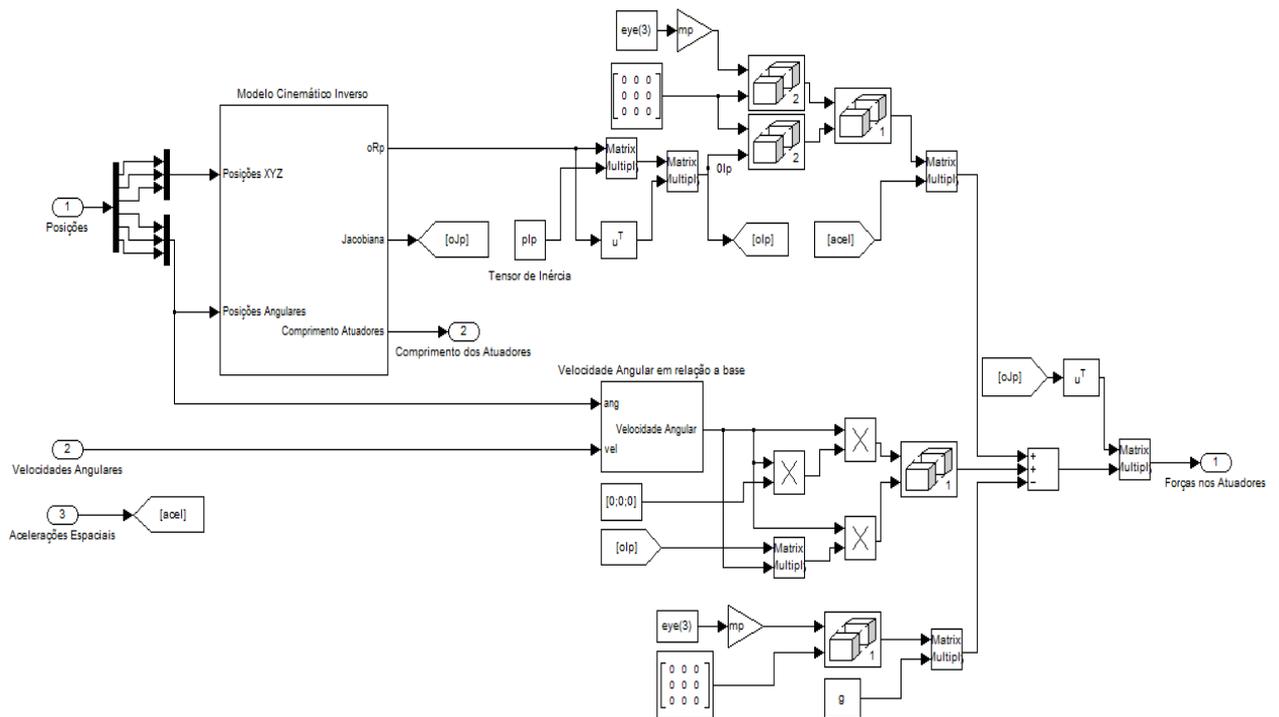
WANG, J.; GOSSELIN, C. **A New Approach for the Dynamic Analysis of Parallel Manipulators**. Multibody System Dynamics, 2, pp. (317-334), 1998.

Apêndices

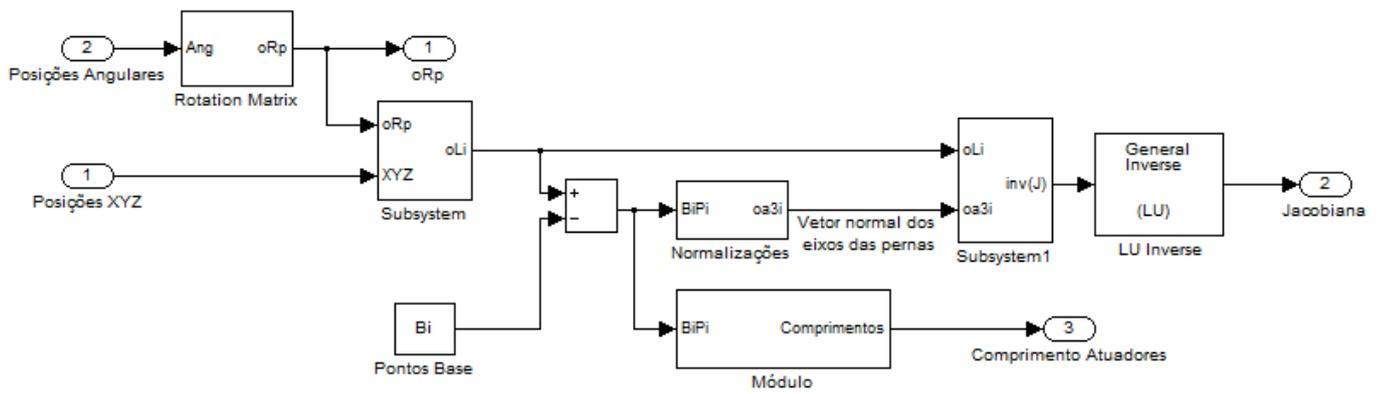
Apêndice 1: Modelo da Plataforma de Stewart em diagrama de blocos do Simulink



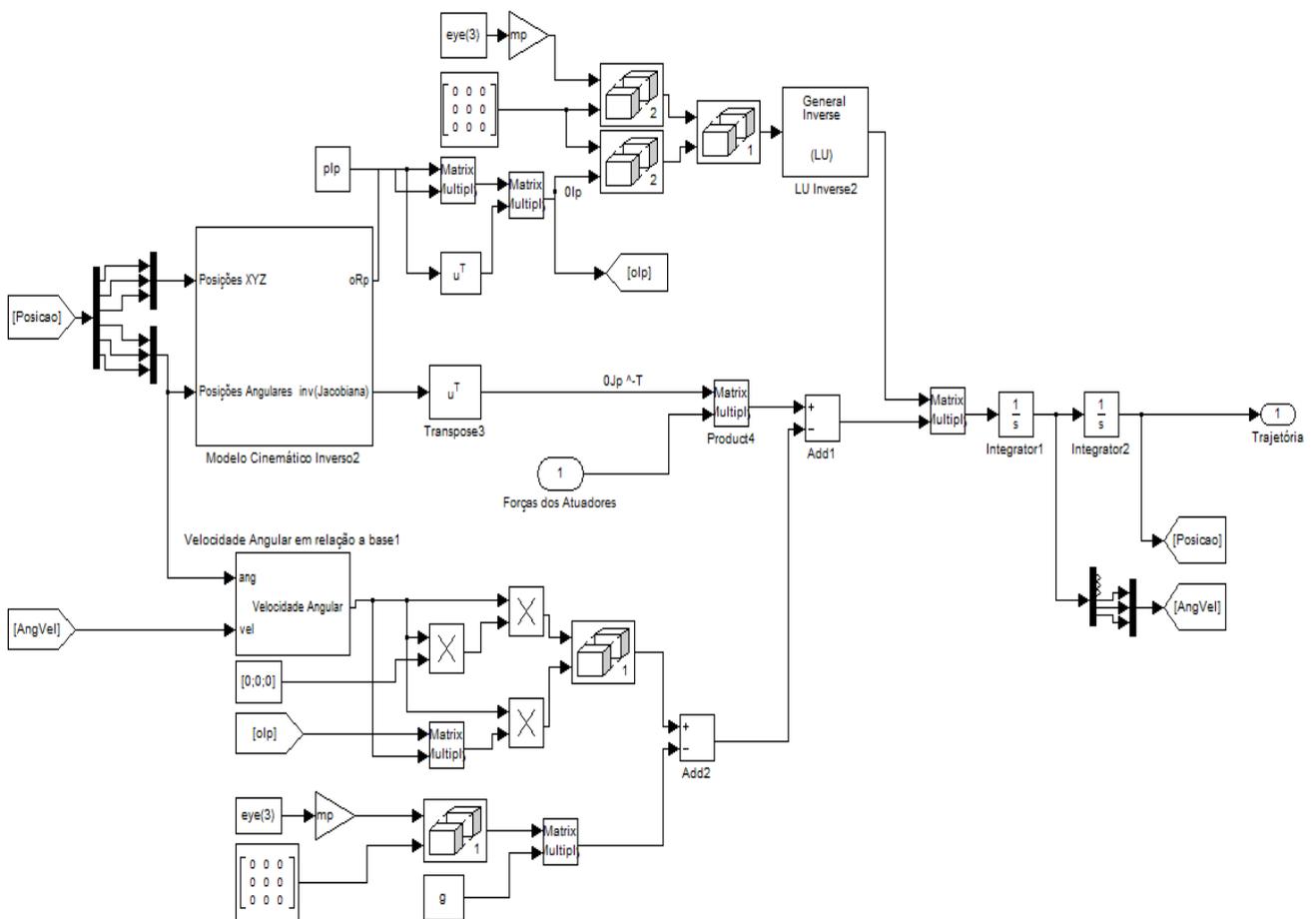
a) Visão Geral



b) Modelo Dinâmico Inverso



c) Modelo cinemático inverso



d) Modelo Dinâmico Direto

Apêndice 2: Código utilizado

Inicialização de parâmetros do sistema:

```

% Parâmetros do Sistema
clc
clear all
% parâmetros da estrutura
rp = 0.25;
rb = 0.6;
hp = 1;
g = [0;0;-10];
mp = 30;
Ix = (mp*rp^2)/4;
Iy = Ix;
Iz = 2*Ix;
pIp = [Ix 0 0 ; 0 Iy 0 ; 0 0 Iz];

% Geometria em metros
gammaP1 = 50; % graus
gammaP = [gammaP1, 120-gammaP1, 120+gammaP1, -120-gammaP1, -
120+gammaP1, -gammaP1];
gammaB1 = 10; % graus
gammaB = [gammaB1, 120-gammaB1, 120+gammaB1, -120-gammaB1, -
120+gammaB1, -gammaB1];

% vetor fixo de pp
pp(1,:) = rp*cos(gammaP*pi/180);
pp(2,:) = rp*sin(gammaP*pi/180);
pp(3,:) = [hp, hp, hp, hp, hp, hp];
% vetor fixo de bb
bb(1,:) = rb*cos(gammaB*pi/180);
bb(2,:) = rb*sin(gammaB*pi/180);
bb(3,:) = [0, 0, 0, 0, 0, 0];

P1 = pp(:,1);P2 = pp(:,2);P3 = pp(:,3);P4 = pp(:,4);P5 = pp(:,5);P6 =
pp(:,6);
B1 = bb(:,1);B2 = bb(:,2);B3 = bb(:,3);B4 = bb(:,4);B5 = bb(:,5);B6 =
bb(:,6);

P0 = [0;0;0];B0 = [0;0;0];
Bi = [B1-B0;B2-B0;B3-B0;B4-B0;B5-B0;B6-B0];

% Parâmetros para simulação com funções senoidais e condições iniciais

AmpX = 0; FreqX = 3; X0 = 0;
AmpY = 0; FreqY = 3; Y0 = 0;
AmpZ = 0.3; FreqZ = 3; Z0 = hp; %altura da plataforma em repouso

AmpAlfa = 0; FreqAlfa = 3; Alfa0 = 0;
AmpBeta = 0; FreqBeta = 3; Beta0 = 0;
AmpGama = 0; FreqGama = 2; Gama0 = 0;

posic_inicial = [X0;Y0;Z0;Alfa0;Beta0;Gama0];
veloc_inicial =
[AmpX*FreqX;AmpY*FreqY;AmpZ*FreqZ;AmpAlfa*FreqAlfa;AmpBeta*FreqBeta;AmpGa
ma*FreqGama;];

```