UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA

Tiago Schnornberger

O USO DA PLETORA DE POLIEDROS NO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL

Porto Alegre
2014

Tiago Schnornberger

O USO DA PLETORA DE POLIEDROS NO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL

Trabalho de Conclusão de Curso junto ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

Porto Alegre

2014

Tiago Schnornberger

O USO DA PLETORA DE POLIEDROS NO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL

Trabalho de Conclusão de Curso junto ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

Comissão Examinadora

____

Prof. Leandra Anversa Fioreze

____

Prof. Márcia Rodrigues Notare Meneghetti

____

Prof. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

Porto Alegre, 4 de Julho de 2014.

Dedico este trabalho a minha esposa Tais, meu filho Guilherme e minha família como um todo. Meus agradecimentos por terem aceitado se privar de minha companhia pelos estudos, concedendo a mim a oportunidade de realizar este feito.

Agradecimentos

A minha esposa Tais, minha mãe Lidia e irmã Karen, meu sogro Clóvis e sogra Lourdes pelo incentivo e apoio.

Ao meu filho Guilherme, que sabia me descontrair quando já não conseguia mais escrever, trazendo a luz depois da pausa.

Aos demais membros da família que me ajudaram e apoiam neste momento.

A escola Bento Gonçalves por me dar a oportunidade de realizar as atividades, assim como os alunos da turma 306 que participaram deste projeto.

Ao meu mestre Marcus Basso, pela sua ajuda e paciência nas orientações, encaminhando este trabalho com dedicação até sua conclusão.

A todos os amigos e colegas de trabalho, que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

Resumo

Este trabalho teve como objetivo usar o objeto digital de aprendizagem Pletora de Poliedros[1] no ensino de geometria espacial. Foi aplicada uma sequência didática contendo atividades envolvendo a visualização geométrica bidimensional e tridimensional com recursos computacionais, como a Pletora de Poliedros. Existem outros objetos digitais de aprendizagem e softwares que podem auxiliar na visualização e aprendizado da geometria espacial. Foram realizados estudos sobre a teoria de aprendizado da geometria de Van Hiele e sobre outros trabalhos práticos com o uso de objetos digitais de aprendizagem, os quais foram tomados como base para o desenvolvimento dessa sequência didática que foi aplicada com estudantes do Ensino Médio de uma Escola Estadual de Canoas no Rio Grande do Sul. O uso da Pletora de Poliedros pode sim auxiliar muito na visualização dos objetos e no aprendizado da geometria espacial, desde que alinhada a uma boa sequência didática.

Palavras Chave: Pletora de Poliedros, geometria espacial, objetos digitais de aprendizagem e Teoria de Van Hiele.

[1] Objeto digital de aprendizagem. Disponível para download em http://www.uff.br/cdme/ e http://www.cdme.im-uff.mat.br/.

Abstract

This study aimed to use digital learning object Plethora of Polyhedra in teaching spatial geometry. Sequence containing a didactic activities involving the two-dimensional and three-dimensional geometric visualization with computational resources, such as Plethora of Polyhedra was applied. There are other digital learning objects and software that can assist in viewing and learning of spatial geometry. Studies on the theory of learning from the Van Hiele geometry and on other practical with the use of digital learning objects works were conducted, which were taken as a basis for the development of this instructional sequence that was applied to high school students in a school Canoes in the state of Rio Grande do Sul using Plethora of Polyhedra yes can greatly aid in the visualization of objects and the spatial geometry learning, since a good aligned instructional sequence.

Key words: Plethora of Polyhedra, spatial geometry, digital learning objects and theory of Van Hiele.

Lista das Figuras

Sumário

1. Introdução

A sociedade vem evoluindo com o avanço da tecnologia, que cada vez mais é introduzida no ambiente escolar, seja pelo uso softwares no ensino ou apoio às atividades escolares. A geometria espacial é uma área da matemática que depende muito da visualização dos objetos e suas estruturas para uma boa compreensão por parte dos alunos. Por que não usar recursos como softwares geométricos aliados a sequências didáticas voltadas ao ensino para tentar uma melhor compreensão deste conteúdo junto aos alunos?

O objetivo principal deste trabalho é testar e analisar as contribuições do uso de objetos digitais de aprendizagem em sala de aula, como softwares geométricos, no ensino e na aprendizagem de geometria espacial. Uma vez que apoio esta prática em sala de aula, decidi testar na prática seus resultados. Este tipo de prática vem crescendo cada vez mais com a inclusão digital da escola como um todo, onde professores e alunos começam a ser inseridos no mundo da tecnologia, ganhando recursos como *tablets* e *notebooks* para auxiliar no ensino dentro e fora da sala de aula.

Já tive experiências no ensino de geometria espacial em escolas durante meus estágios e laboratórios de ensino. Utilizei quadro e giz, além de outros recursos, como material dourado e montagem de poliedros a partir de planificações. Gosto de tecnologias e as defendo no ensino. A visualização dos objetos espaciais não é trivial, por isso pretendo utilizar recursos digitais, como a Pletora de Poliedros. Existem diversos outros objetos digitais de aprendizagem e softwares, como o GeoGebra[2] 3D por exemplo, mas vamos utilizar nesta experiência apenas a Pletora e analisar os resultados. Para tanto construirei uma sequência didática a ser aplicada no terceiro ano do ensino médio, onde efetivamente a maioria das escolas públicas abordam a geometria espacial.

Na universidade já temos certa dificuldade na visualização dos objetos geométricos, como afirma Gravina (1996, p. 2):

> Aos alunos ingressantes no curso de Licenciatura em Matemática da UFRGS é oferecido como obrigatório, no primeiro ano, uma disciplina de Geometria Plana e Espacial. Constata-se nesta disciplina que os alunos chegam à universidade sem

[2] Software de geometria. Disponível para download em www.geogebra.org.

> terem atingido os níveis mentais da dedução e do rigor. Raciocínio dedutivo, métodos e generalizações - processos característicos e fundamentais da Geometria- os alunos pouco dominam. Até mesmo apresentam pouca compreensão dos objetos geométricos, confundindo propriedades do desenho com propriedades do objeto.

Diante de tantas dificuldades no ensino e aprendizagem deste conteúdo, minha proposta é testar o uso de recursos tecnológicos, como objetos digitais de aprendizagem, no ensino-aprendizagem da geometria espacial. Analisar os resultados com o uso de softwares e coletar informações com os alunos para entender se os mesmos julgam válida esta utilização como recurso em seu ensino.

Com a sequência didática criada, pretendo trabalhar a geometria espacial com o uso destes recursos digitais e através de um pequeno questionário e do relato dos alunos durante as aulas, pretendo investigar e analisar os ganhos que temos no ensino da matemática com o auxílio de softwares e computação gráfica.

Ao longo deste trabalho irei apresentar o desenvolvimento da ideia com base em sequências didáticas adaptadas para o mesmo, de forma a testar o uso dos objetos digitais no ensino da geometria espacial, baseado em trabalhos já testados com softwares por outros autores e adaptados conforme as teorias de aprendizado geométrico de Van Hiele e seus níveis.

Nos próximos capítulos veremos a teoria utilizada como base para este estudo e que me levaram à construção e adaptação da sequência didática escolhida, como já mencionada a teoria de Van Hiele e o trabalho de conclusão de Azevedo (2010), que também utilizou um objeto digital de aprendizagem. Após, apresentarei a proposta e a sequência em si, além dos dados da escola e turma escolhida para o projeto, bem como seus porquês.

Mais adiante apresentarei as atividades e as pesquisas feitas com os alunos. Por fim, apresentarei minhas considerações finais acerca do trabalho.

2. Referencial teórico

Neste capítulo, apresentarei o estudo realizado para a construção desta sequência didática. Para tanto, primeiramente foi necessário um aprofundamento sobre a teoria do desenvolvimento geométrico de Van Hiele e demais autores que utilizaram objetos digitais de aprendizagem com recursos computacionais.

2.1 Pensando geometricamente: O modelo de Van Hiele

O modelo de Van Hiele sobre o pensamento geométrico é dividido em cinco níveis de conhecimento, denominados visualização, análise, dedução informal, dedução formal e rigor. Conforme este modelo, os alunos evoluem ordenadamente por níveis de conhecimento passando por determinadas fases de aprendizado em cada um deles e a partir daí tem o seu desenvolvimento geométrico definido.

Conforme Van Hiele (*Apud* KALEFF, 1994) os alunos pensam de diferentes formas e em níveis diferentes uns dos outros, usando as palavras e objetos de formas distintas das dos livros ou ensinadas pelos professores. Daí a importância de se separar e estudar estes níveis, para que possamos melhor compreender os alunos e assim tomar atitudes conforme seus níveis de conhecimento.

Segue abaixo uma pequena descrição de cada nível:

Nível 0 – Visualização: os alunos reconhecem a figura como um todo. Não conseguem identificar suas partes e componentes. Identificam sua aparência e conseguem reproduzi-la sem dificuldade, mas sem identificar suas propriedades básicas, apenas sabendo reconhecer visualmente um quadrado ou triângulo, mas sem saber explicar o porquê são chamados assim ou suas características.

Nível 1 – Análise: os alunos começam a reconhecer características e propriedades das figuras, como, por exemplo, sabem que um retângulo tem diagonais e ângulos retos ou lados paralelos, mas não conseguem comparar ou relacionar umas figuras com as outras. Os reconhecimentos são feitos através de experimentos.

Nível 2 – Dedução Informal: os alunos conseguem definir as figuras abstratamente e identificam e relacionam as propriedades das figuras, entendendo quais as propriedades de cada uma delas, mas ainda não conseguem entender axiomas e condições necessárias de existência.

Nível 3 – Dedução formal: os alunos conseguem construir formalmente uma figura, trabalhar com propriedades e axiomas, chegando a definir formas diferentes de construção das figuras.

Nível 4 – Rigor: os alunos dominam axiomas e teoremas. Podem comparar formalmente as figuras e definições, inclusive analisar outras geometrias se necessário. Fazem suas próprias demonstrações de construção ou existência de qualquer figura geométrica.

Para o funcionamento do método, um aluno não pode chegar a um nível sem ter passado por outro, nem pode estar em um nível sem ter passado por todos os níveis anteriores. Cada nível possui sua linguagem própria. Além disso, dentro da cada nível foram estabelecidas cinco fases de aprendizado em que os alunos devem passar antes de trocar de nível (VAN HIELE *Apud* KALEFF, 1994). São elas:

Fase 1 – Questionamento ou Informação: nesta fase o professor conversa com os alunos para saber seus conhecimentos prévios do assunto. São determinados materiais, termos e nomes a serem utilizados nas aulas. Durante o diálogo entre professor-alunos, o professor percebe que rumo tomar em suas aulas.

Fase 2 – Orientação Direta: nesta fase o aluno explora o assunto de acordo com os materiais separados pelo professor, o que levará o aluno a se familiarizar aos poucos com as características e estruturas deste nível. Geralmente são atividades de uma etapa, pois induz o aluno a trazer respostas mais objetivas.

Fase 3 – Explicitação: nesta fase o professor deve deixar o aluno pesquisar e se expressar por si só, apenas auxiliando no que for realmente preciso, deixando com que o aluno amplie e refina sua linguagem e opinião acerca do assunto.

Fase 4 – Orientação livre: nesta fase os alunos devem aplicar os conhecimentos adquiridos anteriormente em situações e atividades distintas, possibilitando a eles desenvolver de formas diferentes, mas com foco no mesmo objetivo. Esta fase deve possuir mais etapas para que o aluno perceba e aplique os conhecimentos de maneiras diferentes.

Fase 5 – Integração: nesta fase é feita a revisão e uma síntese de todo o conteúdo, unificando e interligando as experiências e seus pensamentos. O professor só deve auxiliar sem introduzir novas ideias.

Ao final de todas as cinco fases os alunos devem estar aptos a ir para o próximo nível de conhecimento, passando novamente por todas estas fases de aprendizagem neste novo nível.

Niveles Fases	0. Figura	1. Propiedad	2. Relación	3. Demostración	4. Sistema
1. Discernimiento	Comparar las acciones de deslizar, girar y saltar con los movimientos de traslación de rotación y de reflexión.	Comparar por ejemplo la idea de mediatriz con la de eje de simetría.	Relacionar las acciones de girar y trasladar con las de doblar.	Relacionar el cambio de posición de una figura con su superposición mediante pliegues sucesivos.	Relacionar la regularidad con la importancia.
2. Orientación dirigida	Trasladar, girar y simetrizar una figura.	Encontrar las propiedades comunes de los puntos que se obtienen al transformar un punto dado.	Efectuar diferentes composiciones de reflexiones.	Efectuar composiciones de 3 reflexiones.	Identificar todas las transformaciones que dejan invariante a una figura.
3. Explicitación	Explicitar todas las posibilidades de trasladar, girar o simetrizar una figura.	Encontrar todos los elementos de simetría de una figura.	Explicitar todas las posibilidades de componer 2 reflexiones.	Explicitar todas las posibilidades de componer 3 reflexiones.	Explicitar la estructura de grupo de simetría.
4. Orientación libre	Resolver un problema por el método de las transformaciones geométricas.	Descubrir los elementos constituyentes de una figura que se conserven al efectuar transformaciones geométricas.	Dado un giro o una traslación encontrar los ejes de reflexión que los descompone.	Dadas 2 posiciones de una figura, encontrar la composición de reflexiones que transforma una posición o otra.	Encontrar la figura dado su grupo de simetría.
5. Interrogación	Definiciones elementos básicos de las transformaciones geométricas.	Enunciar la noción general de propiedades invariantes.	Estudio de la composición general de 2 reflexiones.	Estudio de la generación de cualquier isometría como producto de reflexiones.	Clasificación y teoría de grupos.

Figura 1 - Os níveis e fases de Van Hiele sobre o pensamento geométrico.

Fonte: CATALA; AYMAMI; GOMEZ, 1997, p. 39.

Pelo quadro anterior, temos a descrição feita por CATALA; AYMAMI; GOMEZ (1997, p. 39) para todas as fases, de acordo com cada nível de conhecimento no âmbito da geometria espacial, descrevendo brevemente o que os alunos são capazes de realizar em cada um deles.

2.2 Geometria dinâmica

Hoje em dia estamos sempre em busca de novas formas para se ensinar geometria. Uma delas foi explorada no capítulo dois do livro Matemática, mídias digitais e didática: tripé para formação de professores de matemática[3], a modelagem geométrica com o uso de recursos digitais de aprendizagem.

> A modelagem geométrica pode ser uma interessante "porta de entrada" para a aprendizagem da geometria no Ensino Fundamental. O trabalho de modelagem faz uso de software de geometria dinâmica – uma mídia digital que disponibiliza régua e compasso virtuais, que são os instrumentos clássicos com os quais são feitas as construções geométricas, só que agora em ambiente virtual. (GRAVINA *et. al*., 2012, p. 37)

Para o curso[4] a que se refere este livro, foi escolhido o software GeoGebra[5], por ser um objeto digital de aprendizagem bom e estável, com ferramentas simples para utilização e principalmente por ser um "software livre", ou seja, pode ser compartilhado e usado por todos sem custo algum.

> Vamos descrever os programas construídos dentro de princípios de "geometria dinâmica". São programas que se opõem aos do tipo CAI (Computer Assisted Instruction). São ferramentas de construção: desenhos de objetos e configurações geométricas são feitos a partir das propriedades que os definem. Através de deslocamentos aplicados aos elementos que compõe o desenho, este se transforma, mantendo as relações geométricas que caracterizam a situação. Assim, para um dado objeto ou propriedade, temos associada uma coleção de "desenhos em movimento", e os invariantes que aí aparecem correspondem às propriedades geométricas intrínsecas ao problema. E este é o recurso didático importante oferecido: a variedade de desenhos estabelece harmonia entre os aspectos conceituais e figurais; configurações geométricas clássicas passam a ter multiplicidade de representações;

[3] Este livro discute possibilidades de inovações na matemática escolar e na formação continuada de professores, a partir da experiência desenvolvida no Curso de Especialização "Matemática - Mídias Digitais – Didática: tripé para formação do professor de Matemática" 1, oferecido de 2009 a 2011, na modalidade a distância, pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), em parceria com a Universidade Aberta do Brasil (UAB).

[4] Esse material, na forma de site web intitulado "Mídias Digitais I" (GRAVINA; BARRETO, 2009) está disponível em www.ufrgs.br/espmat no menu "Disciplinas".

[5] Disponível para download em www.geogebra.org.

propriedades geométricas são descobertas a partir dos invariantes no movimento. (GRAVINA, 1996, p. 6)

No curso foi utilizado o GeoGebra para a construção de figuras utilizando a geometria dinâmica através da modelagem geométrica. Como por exemplo, foi criado o mecanismo de um ventilador, já bem conhecido por todos. A partir daí, introduziram outras possibilidades de acordo com os materiais disponíveis no curso. A ideia principal é que professores que desconhecem a geometria dinâmica ou não costumam utilizá-la em aula, possam sentir confiança através do material disponibilizado pelo curso e consigam fazer uso destas ferramentas digitais em sala de aula, como no exemplo abaixo onde utilizaram o software GeoGebra durante o curso.

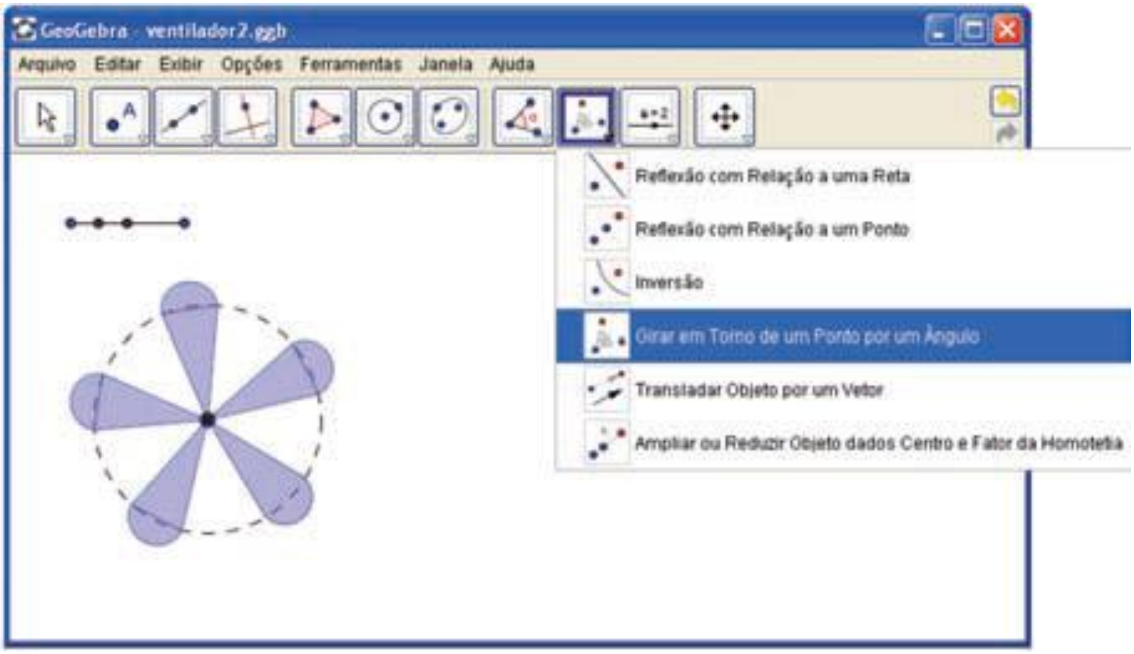


Figura 2 - Construção das pás do ventilador no GeoGebra.

Fonte: GRAVINA *et. al.* 2012, p. 49.

Os softwares de geometria dinâmica como o GeoGebra, permitem com o uso de régua e compasso virtuais construir figuras geométricas de acordo com suas propriedades, mostrando os objetos concretos bem diferentes dos feitos com lápis e papel, dando inclusive a possibilidade de manipulá-los para uma melhor visualização e entendimento, além de usar os recursos do site para disponibilizar os materiais elaborados, como no exemplo abaixo.

Figura 3 - Interface do Módulo III do site Mídias Digitais I.

Fonte: GRAVINA *et. al.* 2012, p. 50.

O GeoGebra, assim como outros softwares similares, possuem diferentes recursos para construção e manipulação das figuras geométricas, inclusive podem manter as propriedades feitas pala construção do objeto quando manipulados. Podemos então movimentar as figuras sem que elas se deformem, o que é muito importante na geometria, e por isso chamamos de "figuras da geometria dinâmica".

No livro, Gravina (*et. al.* 2012) comenta sobre as dificuldades que os alunos têm quando trabalham com geometria e diz que estas dificuldades poderiam ser superadas se utilizada a geometria dinâmica, pois quando movimentamos uma figura geométrica na tela do computador podemos enxergar melhor as propriedades e os conceitos da figura.

> [...] frequentemente os alunos tomam como propriedade da altura de um triângulo "ser um segmento no interior do triângulo", ou se referem ao paralelogramo como o "quadrilátero com dois ângulos agudos e dois obtusos". Tais equívocos estão fortemente associados aos desenhos prototípicos que sempre acompanham, nos livros, a introdução destes conceitos: no caso da altura, ela é sempre apresentada em desenho de triângulo com ângulos agudos e, nessa situação, a altura é de fato um segmento no interior do triângulo (lembramos que a altura relativa a um dos lados de um triângulo é o segmento AH, onde A é vértice oposto ao lado em questão e H é o pé da reta perpendicular à reta suporte do lado, passando pelo vértice A). No caso do paralelogramo, os alunos esquecem que a condição que o define é tão somente "ser quadrilátero com lados opostos paralelos" e, impressionados pelo desenho, registram a presença dos ângulos agudos e obtusos. (GRAVINA *et. al*., 2012, p. 42)

Este curso teve por objetivo (GRAVINA *et. al.* 2012) atualizar os conhecimentos dos professores, incluindo as mídias digitais em sala de aula, implementando novas técnicas de ensino-aprendizagem. Gravina (*et. al.* 2012, p. 53) afirma que “A grande maioria desconhecia o assunto e foi com entusiasmo que se engajaram nas primeiras atividades de construções geométricas e, ao final de três semanas, estavam produzindo suas ‘réplicas de mecanismos’”.

O software GeoGebra oferece diversas possibilidades permitindo ao professor tratar de assuntos importantes da geometria, em que o aprendizado exige muita abstração por parte do aluno. Atualmente, este software apresenta uma versão 3D que pode ser aplicada em objetos espaciais, mas ainda está em experimentação e é chamado de GeoGebra 3D. A geometria dinâmica (GRAVINA *et. al.* 2012) pode ajudar o professor a trabalhar as figuras geométricas, seus conceitos e suas propriedades, evoluindo com o desenvolvimento de habilidades de visualização, auxiliando nos argumentos e explicações das propriedades geométricas.

3. Objetos digitais de aprendizagem

Existem diversos objetos digitais de aprendizagem e softwares que podem ser utilizados no ensino de geometria espacial. Dentre eles softwares como Calques 3D, Poly e GeoGebra 3D. Escolhi utilizar apenas a Pletora de Poliedros, que diferente dos demais, não é um software de geometria dinâmica, mas um objeto digital de aprendizagem que poderá ajudar muito na aprendizagem da geometria espacial. Neste capítulo, descreverei a Pletora de Poliedros e também outro objeto criado e testado por Azevedo (2010), no intuito similar de auxiliar na aprendizagem da geometria espacial, trazendo um pouco de sua experiência para reforçar a importância do uso de objetos digitais de aprendizagem no ensino e aprendizagem da geometria espacial.

3.1 Pletora de Poliedros

A Pletora de Poliedros[6] foi escolhida para o projeto por seu potencial visual e detalhista. Segue uma descrição do objeto digital de aprendizagem que será utilizado no decorrer da prática de ensino para mostrar aos alunos os objetos geométricos espaciais de forma mais clara e interativa.

Ela permite visualizar diversos objetos com a ideia tridimensional, dentre os quais pirâmides, poliedros de Platão, cosmogramas de Leonardo e até animais, como o coelho e o cavalo. É possível escolher o que quer visualizar, como arestas, vértices e faces. Também é possível ver a planificação do objeto e imprimi-la em PDF para montagem física do mesmo.

Este objeto digital de aprendizagem permite o corte e a modelagem do objeto, além de diversas formas de visualização, podendo rotacionar livremente o objeto para qualquer ângulo que facilite sua visualização e também ampliar ou reduzir o seu tamanho de exibição na tela.

A Pletora de Poliedros é desenvolvida em linguagem *Java*[7] e pode funcionar em qualquer navegador de internet, não importando o sistema operacional, ou seja, funciona em plataforma Windows, Linux e Mac. Na próxima página, mostrarei mais detalhes do objeto digital de aprendizagem, extraídos do site do MEC (Ministério da Educação).

Será utilizado este objeto bem como suas atividades adaptadas e serão melhores descritos e exemplificados no capítulo da metodologia.

---

[6] Disponível para download em http://www.uff.br/cdme/ e http://www.cdme.im-uff.mat.br/.

[7] Java é uma linguagem de programação orientada a objeto desenvolvida na década de 90, e hoje uma das mais utilizadas no mundo.

Figura 4 - Tela inicial da Pletora de Poliedros.

Fonte: http://www.uff.br/cdme/pdp/. Acessado em 06/2014.

Tipo do recurso: Animação/simulação

Objetivo: Exercitar visualização espacial; identificar, comparar e analisar atributos geométricos e topológicos dos poliedros e, ao mesmo tempo, desenvolver o vocabulário necessário para descrever estes atributos; investigar, formular e argumentar sobre as propriedades resultantes das operações geométricas aplicadas aos poliedros.

Descrição do recurso: Nesta atividade apresentamos um software interativo que permite visualizar e manipular vários tipos de poliedros (os platônicos, os arquimedianos, os prismas, as pirâmides, etc.). Várias operações geométricas estão disponíveis: cálculo de um sólido dual, cortes por seções, planificação, truncamento e estrelamento. O software também informa o número de vértices, arestas e faces de cada poliedro e sua característica de Euler.

Observação: Requisitos: navegador (Firefox 2+ ou Internet Explorer 7+) com a linguagem Java (1.4+) instalada. Para controle de acessibilidade nos navegadores Firefox 2+ e Internet Explorer 8+, usar as combinações de teclas CTRL + "+" e CTRL + "-" para, respectivamente, ampliar e reduzir textos e imagens da atividade. Versão em inglês: http://www.uff.br/cdme/ e http://www.cdme.im-uff.mat.br/. Possíveis atualizações e extensões desta atividade estarão disponíveis nos endereços: http://www.uff.br/cdme/ e http://www.cdme.im-uff.mat.br/.

Componente Curricular: Ensino Médio – Matemática.

Tema: Educação Básica – Ensino Médio – Matemática – Geometria.

Autor(es): Universidade Federal Fluminense, UFF - Matemática; Projeto Condigital MEC – MCT; Kowada, Luis Antonio Brasil; Gomes, Anne Michelle Dysman; Tomazini, Raiana; Menezes, Mariana Figueira Lacerda de; Andrade, Mayara; Figueiredo, José Osorio de; Almeida Jr, Rogério Vaz de; Bortolossi, Humberto José; Ferreira, Carlos Eduardo Castaño.

(Fonte: http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/handle/mec/16513. Acessado em 06/2014).

3.2 VISTAS: A visualização geométrica no espaço

Este trabalho apresenta um objeto digital de aprendizagem criado por alunos da UFRGS sobre geometria espacial. O objeto VISTAS[8] foi criado e desenvolvido com uma sequência didática para o ensino de geometria espacial com atividades de visualizações geométricas bidimensionais e tridimensionais. VISTAS ajuda o aluno a exercitar atividades de localização do objeto no espaço, uma das maiores dificuldades que os estudantes enfrentam em geometria. Para o seu desenvolvimento foram usados como base à teoria de desenvolvimento de Van Hiele e a representação do espaço de Jean Piaget e esta sequência didática foi testada com alunos do ensino fundamental.

Dentre os objetivos desta aplicação estão identificar as vistas do objeto, observar e identificar os objetos através da conservação de sua imagem, reproduzir mentalmente os objetos através de suas vistas, observar e planificar os objetos através de suas vistas e através de suas vistas, identificar a localização dos objetos no espaço.

Para o desenvolvimento da noção de espaço e sua representação existem três estágios: incapacidade sintética, realismo intelectual e realismo visual. Utilizando esses conceitos e de acordo com os níveis de Van Hiele foram desenvolvidas as atividades do objeto digital VISTAS e estas atividades foram aplicadas em uma escola municipal de Porto Alegre, participando ao todo 20 alunos, divididos em duas turmas de 10.

Foram feitos três encontros, onde nos dois primeiros foram aplicadas atividades com materiais concretos e desenhos em papel. Já no terceiro, foram aplicadas as atividades do objeto VISTAS com o auxilio de computadores no laboratório de informática. Em uma turma

[8] Disponível em http://mdmat.mat.ufrgs.br/repositorio/vistas/.

o objeto VISTAS foi aplicado sem a sequência didática e os alunos não conseguiram realizar a atividade com êxito. Já na segunda turma foi aplicada esta sequência e o trabalho foi realizado com sucesso.

O objeto digital VISTAS foi dividido em três partes: planificações, vista épura e vista superior. Estas atividades foram criadas em *Flash*[9] e separadas da seguinte maneira (AZEVEDO, 2010, p. 49):

a) Planificações – atividades com planificações de dados no qual o aluno deve somar sete em suas faces opostas. Esta é a atividade onde o objetivo é a conservação da imagem do objeto planificado e o aluno deve tentar reproduzi-lo mentalmente.

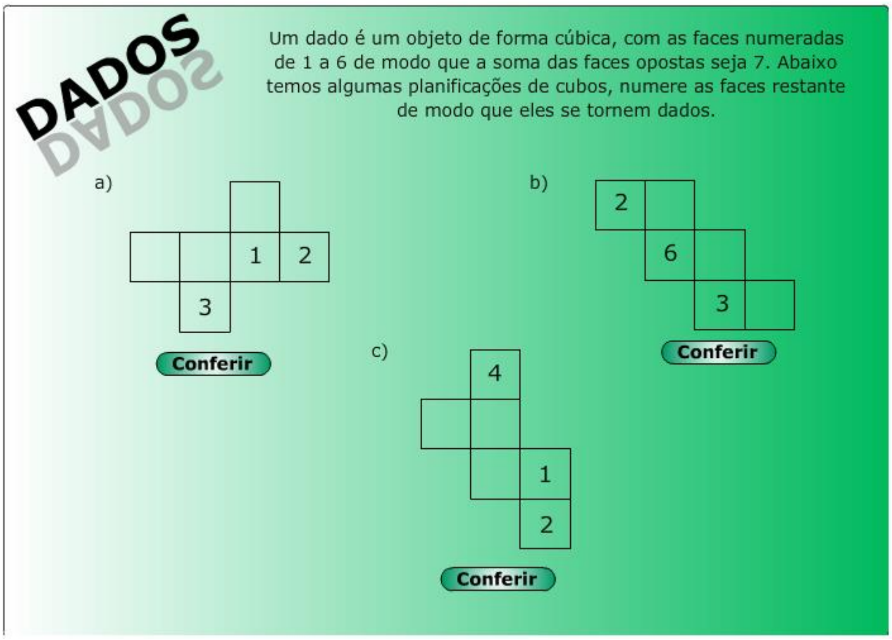


Figura 5 - Atividade "planificação" do objeto VISTAS.

Fonte: http://mdmat.mat.ufrgs.br/repositorio/vistas/. Acessado em 06/2014.

b) Vista Épura – atividade na qual o aluno deve localizar o objeto através das projeções de suas formas. A atividade de Vista Épura é divida em cinco desafios aumentando o grau de dificuldade para cada nível que o aluno percorre. Esta atividade tem como objetivo mostrar em uma visualização 3D e os rebatimentos das vistas dos objetos.

[9] Linguagem de programação orientada a objetos que permite a criação de jogos e animações facilmente e é comumente utilizada na internet, sendo necessária a utilização de um *player* gratuito para sua execução. *Player* disponível em http://get.adobe.com/br/flashplayer/.

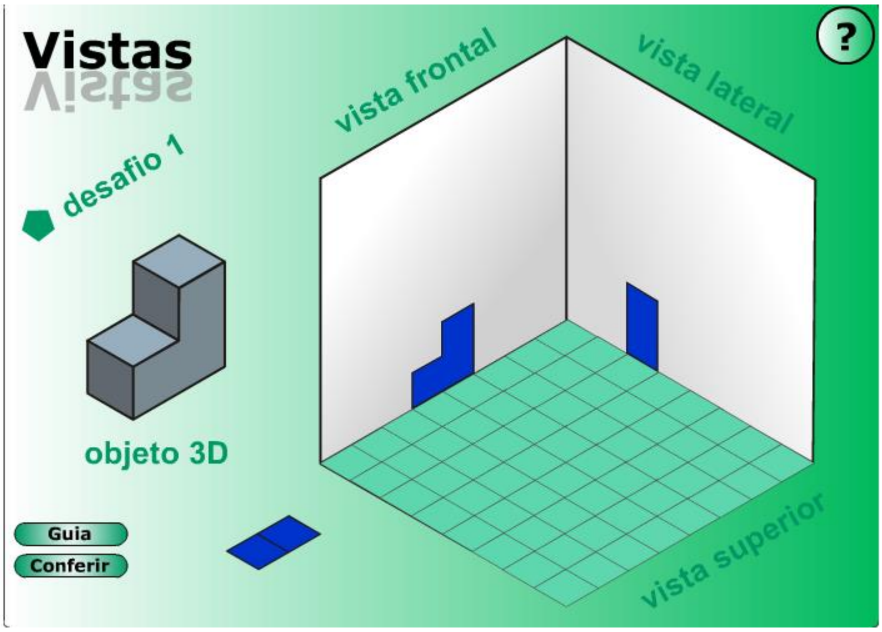


Figura 6 – Atividade "vista épura" do objeto VISTAS.

Fonte: http://mdmat.mat.ufrgs.br/repositorio/vistas/. Acessado em 06/2014.

c) Vista Superior – Atividade onde o aluno deve localizar e organizar os objetos em um cômodo através da visão de duas de suas vistas. A atividade de Vista Superior é divida em cinco desafios aumentando o grau de dificuldade para cada nível que o aluno percorre. A manipulação do objeto é intuitiva e bastante dinâmica. Esta atividade tem como objetivo a noção de localização dos objetos no espaço através de sua vista superior.

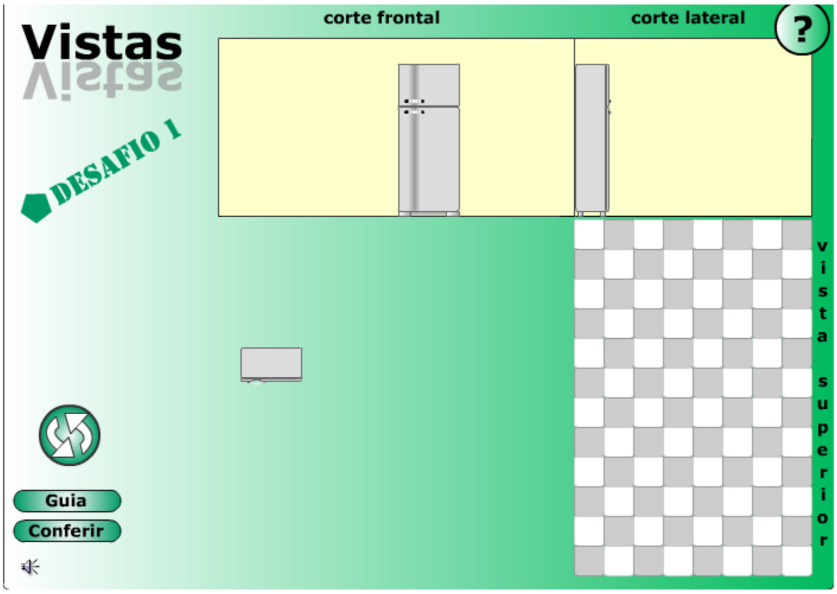


Figura 7 – Atividade "vista superior" do objeto VISTAS.

Fonte: http://mdmat.mat.ufrgs.br/repositorio/vistas/. Acessado em 06/2014.

Conforme Azevedo (2010) este objeto de aprendizagem faz com que os alunos consigam visualizar e representar as formas geométricas através de suas vistas e consigam trabalhar através de suas representações, pois são assim que eles encontram os objetos nos livros e na internet. Assim, os alunos obtêm um melhor entendimento das formas, o que ajuda no ensino da geometria.

O objeto digital de aprendizagem VISTAS (AZEVEDO, 2010, p. 59) “pode auxiliar na construção da representação geométrica do aluno, bem como na introdução das nomenclaturas da Geometria Euclidiana como mostrado nas análises”. “Consideramos importante que os alunos reconheçam as formas através de suas vistas, e consigam representá-las mentalmente, formando assim, um conceito coerente do objeto por completo” (AZEVEDO, 2010, p. 60).

Trago o exemplo deste trabalho como referencial em sua teoria e também para exemplificar a experiência do uso de um objeto digital de aprendizagem em sala de aula com o tema da geometria espacial, para frisar sua importância e resultados.

4. Metodologia

Este capítulo descreve a metodologia utilizada, o processo realizado, as atividades propostas e os participantes. Primeiramente falarei sobre o estudo de caso, que é a forma como irei encaminhar a investigação. Após, vou comentar sobre a escolha da escola e turma e explicitarei a sequencia didática desenvolvida.

4.1 Estudo de caso

O estudo de caso é uma forma bem conhecida e muito utilizada para investigar situações e métodos de ensino na educação matemática. Como qualquer tipo de investigação, possui suas peculiaridades, tendo seus pontos positivos e negativos.

O estudo de caso tem grande popularidade na investigação em educação matemática e apresenta grandes potencialidades, sendo utilizado em algum programa, instituição, sistema educativo, pessoa ou unidade social. Objetiva conhecer o "como" e os "porquês". Apoiando-se em uma teoria bem definida, possibilita compreender o ponto de vista dos participantes ou uma perspectiva global, tanto quanto completo e coerente seja o objeto de estudo.

Na educação matemática tem sido usado o estudo de caso pala analisar e investigar questões de ensino-aprendizagem e conhecimento dos alunos, práticas de professores, programas de formação docente, projetos curriculares, entre outros.

Existem duas perspectivas essenciais: uma interpretativa e outra pragmática. A interpretativa visa compreender como é o mundo do ponto de vista dos participantes, enquanto a pragmática visa proporcionar uma ideia global do objeto de estudo. De qualquer forma, ele produz um conhecimento particular, de uma população específica.

Com base em uma teoria bem fundamentada, podem ser formuladas questões e escolhidos materiais para a criação de uma sequência didática e recolhidos dados para futura análise dos resultados. A teoria é importante para orientar a investigação, tanto para escolha dos dados a recolher quanto para a análise dos mesmos. Ela poderá ajudar a responder questões como: O que observar? Quais dados recolher? Quais perguntas fazer?

Em um estudo de caso temos como objetivo conhecer a realidade como ela é vista pelos alunos, mas também devemos estar inseridos nela. Eisenhart (1988 *apud* PONTE, 2006, p. 15) afirma que:

> O investigador deve estar envolvido na atividade como um insider e ser capaz de refletir sobre ela como um outsider. Conduzir a investigação é um ato de interpretação em dois níveis: as experiências dos participantes devem ser explicadas e interpretadas em termos das regras da sua cultura e relações sociais, e as experiências do investigador devem ser explicadas e interpretadas em termos do mesmo tipo de regras da comunidade intelectual em que ele ou ela trabalha (pp. 103-4).

A investigação interpretativa (PONTE, 2006) preocupa-se com os processos e dinâmicas, depende somente do investigador, pode ser alterada e reformulada no transcorrer da investigação e apresenta riqueza na interação entre os participantes. Ela não serve para uma população inteira, mas sim para compreender algo específico em uma determinada prática. Sendo assim, seu principal objetivo é compreender um caso específico e ajudar a formular hipóteses para a compreensão de um mais amplo.

Com base nesta teoria, irei usar um estudo de caso para analisar e melhor compreender o uso de objetos digitais de aprendizagem no ensino da geometria espacial.

4.2 Sujeitos da pesquisa

Para o desenvolvimento deste projeto foi escolhida a Escola Estadual de Ensino Médio Bento Gonçalves, localizada em Canoas no Rio Grande do Sul. A escolha desta escola deu-se primeiramente por ter uma estrutura que possibilitasse a execução deste projeto. A escola conta com laboratório de informática, sala de vídeo e projetores, recursos que me possibilitaram desenvolver este projeto.

Já havia tido contato com a escola, pois foi nela que cursei meu ensino médio, concluindo o mesmo no ano de 2001. Muitos professores lembravam-se de mim e esta situação facilitou meu acesso à escola e a execução do projeto.

Como trabalho na cidade de Canoas, também facilitou minha locomoção, onde eu podia sair do trabalho e ir para a escola. Como trabalho em turno integral, optei por desenvolver o projeto no turno da noite.

Em acerto com a direção e a supervisão escolar, fui encaminhado para o professor de matemática do turno da noite, que cedeu dois de seus quatro períodos semanais para o projeto. Ele estava trabalhando com suas turmas do terceiro ano do ensino médio justamente a matéria de geometria espacial, o que facilitaria o projeto. Casando então a matéria ministrada pelo professor e o assunto do projeto, faltavam apenas os horários.

O professor me ofereceu a turma 306 e os períodos da segunda-feira e terça-feira. Acordei que necessitaria de 8 a 10 períodos para o bom andamento do projeto, ficando combinado com o professor e a escola que o projeto duraria de quatro a cinco semanas.

Logo de início fui apresentado à turma e tivemos uma pequena conversa sobre quem eu era e o projeto que faria com eles. A turma demonstrou-se animada e conforme o professor era uma boa turma e sempre gostavam de “coisas novas”. A turma tinha uma freqüência em média de 20 alunos. Era bem distribuída em termos de gênero e a maioria dos alunos tinham 17 anos, sendo oito maiores de 18 anos.

4.3 Coleta de dados

O processo de coleta de dados teve por objetivo ajudar na elaboração do trabalho de conclusão e na obtenção de respostas às minhas perguntas. Defini então, uma sequência didática para trabalhar com os alunos e precisei coletar dados como resultados de exercícios e atividades propostas a eles como parte do projeto, objetivando a coleta de material para análise conforme os objetivos deste trabalho.

Dentro da sequência didática que descreverei na próxima seção, separei três atividades para desenvolvimento em aula e que necessitariam ser entregues pelos estudantes até o final do projeto. São duas listas de exercícios e uma atividade relacionada ao objeto de aprendizagem Pletora de Poliedros, elaborada pelo próprio desenvolvedor, mas com adaptações. A primeira lista contém itens geométricos para relacionar e a outra, exercícios de Enem e vestibular de diversas fontes. Já a atividade restante foi direcionada ao objeto de aprendizagem, extraída do mesmo e adaptada.

Também para compor os dados necessários para este estudo de caso, elaborei um conjunto de perguntas simples e rápidas de se responder, para que os alunos se identificassem (turma, idade, etc) e dissessem o que acharam do projeto e da forma como foi planejado e executado, além do aprendizado que obtiveram.

Outra forma de coletar informações dos acontecimentos sobre o decorrer do projeto foi a criação de um “diário de campo”, onde eu anotei tudo que achava relevante durantes as aulas e posteriormente descrevi mais detalhadamente em um relatório de campo para uso neste trabalho.

A sequência didática e todos seus itens e anexos, serão descritos nos capítulos a seguir, bem como as perguntas do questionário. O relatório de campo e as observações sobre as respostas dos alunos virão logo após, no capítulo da análise dos dados.

4.4 Sequência didática

A sequência didática foi criada baseada nos estudos de Van Hiele. Foi utilizada a atividade da Pletora de Poliedros do Prof. Bortolossi com algumas adaptações. Esta sequência foi apresentada e aprovada pela 27ª CRE de Canoas como requisito para liberação de execução na escola. A mesma foi apresentada e revisada, conforme texto abaixo:

Professor: Tiago Schnornberger

Escola: E. E. Bento Gonçalves

Turma: Terceiro ano do ensino médio

Duração: Previsto para ser realizado em 8 a 10 períodos de 45 min cada.

Orientador: Prof. Marcus Basso

Tema: O uso da Pletora de Poliedros no ensino de geometria espacial.

Objetivos: Analisar as contribuições do uso de recursos tecnológicos, como a Pletora de Poliedros, no ensino e aprendizagem da geometria espacial.

Conteúdos: Definição e visualização de poliedros. Visualização e cálculo de áreas, volumes, vértices, arestas e faces. Utilização do Teorema de Euler.

Procedimentos:

1. Apresentar a sequência e seus objetivos;

2. Realizar uma revisão do conteúdo (se necessário) – anexo 1[10];

3. Apresentar a Pletora de Poliedros e suas funcionalidades, questionando e ajudando os alunos a se familiarizarem com o computador e o ambiente dos objetos digitais de aprendizagem;

4. Aplicar a atividade "uma pletora de poliedros" para que os alunos se familiarizem com o objeto de aprendizagem – anexo 2[11]. Esta atividade é de autoria do Prof. Bortolossi, criador da Pletora de Poliedros, com adaptações.

[10] Este anexo refere-se à sequência apresentada na escola. Aqui trataremos como "atividade 1" e estará descrito no item 4.4.1 Atividades.

5. Aplicar uma atividade de reconhecimento dos sólidos geométricos, suas planificações e nomenclaturas, que deverão ser desenvolvidas com a ajuda do objeto digital de aprendizagem Pletora de Poliedros – anexo 3[12];

6. Aplicar exercícios de vestibular e concursos a serem resolvidos com o auxílio da Pletora de Poliedros, dando conhecimento aos alunos de como são as questões de vestibulares e concursos envolvendo a área geométrica espacial – anexo 4[13];

7. Corrigir as questões anteriores e aplicar um questionário sobre como foi o projeto e a experiência – anexo 5[14] (perguntas a serem elaboradas conforme os resultados das questões e o andamento da sequência didática);

Recursos: Quadro, material impresso (lista de exercícios), projetor de vídeo e computador com internet e softwares/objetos geométricos pré-instalados.

Avaliação: A avaliação será feita através de observação dos alunos e participação em aula, juntamente com a entrega de atividades e com o questionário feito na última aula.

Referências:

WIKILIVROS. Disponível em:

http://pt.wikibooks.org/wiki/Matem%C3%A1tica_elementar/Geometria_plana/Conceitos_geom%C3%A9tricos. Acessado em 20/04/2014.

BARISON, Maria Bernadete. Disponível em:

http://www.mat.uel.br/geometrica/php/gd_t/gd_19t.php. Acessado em 20/04/2014.

INFOESCOLA. Disponível em: http://www.infoescola.com/geometria-espacial/poliedros/.

Acessado em 20/04/2014.

BORTOLOSSI, Humberto José. Pletora de poliedros. Disponível em:

[11] Este anexo refere-se à sequência apresentada na escola. Aqui trataremos como “atividade 2” e estará descrito no item 4.4.1 Atividades.

[12] Este anexo refere-se à sequência apresentada na escola. Aqui trataremos como “atividade 3” e estará descrito no item 4.4.1 Atividades.

[13] Este anexo refere-se à sequência apresentada na escola. Aqui trataremos como “atividade 4” e estará descrito no item 4.4.1 Atividades.

[14] Este anexo refere-se à sequência apresentada na escola. Aqui trataremos como “atividade 5” e estará descrito no item 4.4.1 Atividades.

http://www.uff.br/cdme/pdp/pdp-html/pdp-br.html. Acessado em 20/04/2014.

4.4.1 Atividades

Atividade 1

Revisão

Poliedros: Do grego - poly (muitas) + edro (face). É um sólido limitado por polígonos, que tem, dois a dois, um lado comum.

Poliedros Regulares: Um poliedro que tenha como faces apenas polígonos regulares, todos idênticos, todas as suas arestas são congruentes e todos os seus ângulos têm mesma medida é chamado de regular.

Poliedros de Platão: Platão estudou certa classe de poliedros, que vieram posteriormente, ser conhecidos como os poliedros de Platão, entre os quais se incluem os poliedros regulares. Só existem cinco tipos de poliedros de Platão, que são: tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro, icosaedro.

De um poliedro de Platão, exige-se que:

- Todas as faces sejam polígonos, regulares ou não, mas com os mesmos números de lados;
- Todos os bicos sejam formados com o mesmo número de arestas.

Poliedros Convexos: Um poliedro é convexo se qualquer reta (não paralela a nenhuma de suas faces) o corta em, no máximo, dois pontos.

Corpos redondos: são objetos que apresentam partes não planas, e por isso podem rolar. Exemplo: cilindro, esfera, cone, etc.

1. Definição de Aresta, Vértice e Face.

Face: Cada poliedro é formado pela reunião de um número finito de regiões poligonais planas, chamadas de *faces*.

Aresta: Cada lado de uma região poligonal, comum a exatamente duas faces, é chamada *aresta* do poliedro.

Vértice: E cada vértice de uma face é um *vértice* do poliedro.

2. Pedir para os alunos contar o número de faces, vértices e arestas dos sólidos geométricos montados.

3. Apresentar o teorema de Euler e verificar seu funcionamento:

Teorema de Euler: O matemático suíço Leonhard Euler (1707 – 1783) descobriu uma importante relação entre o número de vértice (V), o número de aresta (A) e o número de faces (F) de um poliedro convexo. O teorema de Euler foi descoberto em 1758. Em todo poliedro com **A** arestas, **V** vértices e **F** faces, vale a relação:

V – A + F = 2

Atividade 2

Atividade: uma pletora de poliedros

Aluno(a): ____ Turma: ______

Professor(a): ____

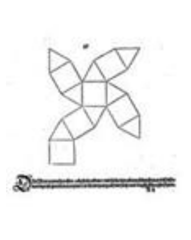
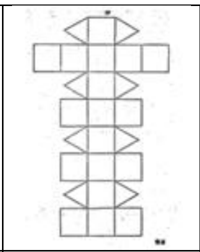
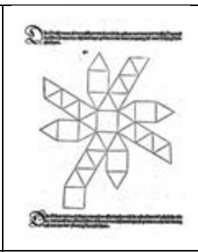
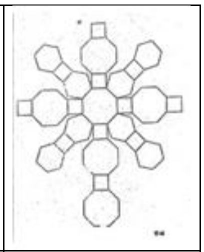
Parte 01 (exercício de visualização)

No software, você encontrará a categoria dos "Cosmogramas de Leonardo", que são modelos dos sólidos platônicos com as faces esburacadas e colocados um dentro do outro. Tente identificar a ordem em que cada sólido platônico aparece um dentro do outro em cada cosmograma, preenchendo a tabela abaixo. Lembre-se que, no software, você pode usar o botão direito do mouse para ampliar ou reduzir o tamanho da figura.

Número do Cosmograma	Poliedro 1 (mais externo)	Poliedro 2	Poliedro 3	Poliedro 4	Poliedro 5 (mais interno)
1					
2					
3					
4					
5					

Parte 02 (exercício de visualização)

As ilustrações abaixo foram extraídas da obra "Underweysung der messung / mit dem zirckel un richtscheyt / in Linien ebenen und gantzen corporen" (em português, "Instruções para a medida / com régua e compasso / das linhas, planos e corpos sólidos") do artista alemão Albretch Dürer (1471-1528) . Elas são planificações de sólidos arquimedianos. Tente identificar o poliedro de cada planificação.

Parte 03 (exercício de contagem/fórmula de Euler)

Usando o software, se necessário, conte o número de vértices, arestas e faces das pirâmides indicadas abaixo, anotando os resultados na tabela. Lembre-se que, no software, você pode usar o botão esquerdo do mouse para girar a figura.

Pirâmide Com Base	Número de Vértices (V)	Número de arestas (A)	Número de Faces (F)	Valor de V - A + F
Triangular				
Quadrangular				
Pentagonal				
Hexagonal				
Heptagonal				
Polígono de *n* Lados				

Parte 04 (exercício de contagem/fórmula de Euler)

Usando o software, se necessário, conte o número de vértices, arestas e faces dos prismas indicados abaixo, anotando os resultados na tabela. Lembre-se que, no software, você pode usar o botão esquerdo do mouse para girar a figura.

Prisma Com Base	Número de Vértices (V)	Número de arestas (A)	Número de Faces (F)	Valor de V - A + F
Triangular				
Quadrangular				
Pentagonal				

Hexagonal				
Heptagonal				
Polígono de *n* Lados				

Parte 05 (exercício de contagem/fórmula de Euler)

Usando o software, conte o número de vértices, arestas e faces dos sólidos platônicos. Anote os resultados na tabela abaixo. Dica: você pode usar os recursos de exibição de faces e de marcação de vértices para auxiliar na contagem. Para contar o número de faces mais facilmente, você pode planificar o sólido usando a operação da aba "Montar".

Poliedro Regular	Número de Vértices (V)	Número de arestas (A)	Número de Faces (F)	Valor de V - A + F
Tetraedro				
Cubo				
Octaedro				
Dodecaedro				
Icosaedro				

Parte 06 (exercício de contagem/fórmula de Euler)

A operação geométrica de truncar e preencher, disponível na aba "Modelar", faz o seguinte: (1) ela corta um pedaço do poliedro em cada vértice removendo as faces laterais de uma pirâmide cujo vértice é o vértice original do poliedro e, em seguida, (2) ela acrescenta faces para "tapar" os buracos que foram formados em (1).

a) Familiarize-se com esta operação geométrica no software. Note como o valor do parâmetro (controle deslizante) muda a altura da pirâmide que é removida de cada vértice. Em especial, tente truncar e preencher o icosaedro e, ajustando o valor do parâmetro (controle deslizante), tente obter o poliedro que se assemelha à bola de futebol.
b) Quantos vértices, arestas e faces possui o poliedro resultante da operação de truncar e preencher (considere o valor do parâmetro igual a 0,2) aplicada ao tetraedro? E se a operação fosse aplicada ao cubo? E aos demais sólidos platônicos? É possível obter estes números sem contar um a um os vértices, arestas e faces? Tente montar uma estratégia!

c) Quantos vértices, arestas e faces tem o poliedro resultante da operação de truncar e preencher (considere o valor do parâmetro igual a 0,2) aplicada ao sólido arquimediano icosaedro truncado (poliedro que se assemelha a bola de futebol)?

d) Os poliedros resultantes da operação de truncar e preencher (considere o valor do parâmetro igual a 0,2) aplicada aos sólidos platônicos satisfazem a relação de Euler V - A + F = 2? Por quê?

e) Aplicando a operação de truncar e preencher a um tetraedro regular, é possível obter um octaedro regular? Em caso afirmativo, qual é o valor do parâmetro?

Parte 07 (exercício de contagem/fórmula de Euler)

A operação geométrica de estrelar, disponível na aba "Modelar", faz o seguinte: (1) ela constrói pirâmides cujas bases são as faces originais do poliedro e, em seguida, (2) ela remove estas bases.

a) Familiarize-se com esta operação geométrica no software. Note como o valor do parâmetro (controle deslizante) muda a altura da pirâmide. O que acontece quando o valor do parâmetro é negativo?

b) Quantos vértices, arestas e faces possui um estrelamento do tetraedro? E do cubo? E dos demais sólidos platônicos? É possível obter estes números sem contar um a um os vértices, arestas e faces? Tente montar uma estratégia!

c) Quantos vértices, arestas e faces tem um estrelamento do sólido arquimediano icosaedro truncado (poliedro que se assemelha a bola de futebol)?

d) Os estrelamentos dos sólidos platônicos satisfazem a relação de Euler V - A + F = 2? Por quê?

e) Fazendo um estrelamento no tetraedro regular, é possível obter um poliedro cujos vértices são vértices de um cubo?

f) Verdadeiro ou falso? O estrelamento de um poliedro convexo *sempre* é um poliedro convexo. Justifique a sua resposta!

g) Verdadeiro ou falso? O estrelamento de um poliedro convexo *nunca* é um poliedro convexo. Justifique a sua resposta!

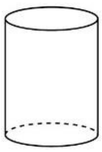
Se você sabe geometria analítica espacial, os seguintes recursos podem ser úteis: clique no fundo branco na área onde o poliedro é exibido e, então, pressione a tecla "4". O sistema de eixos coordenados aparecerá. Se você pressionar a tecla "4" novamente, o sistema desaparecerá. Caso os números dos vértices não estejam sendo exibidos, pressione a tecla “1”. Eles aparecerão. Em seguida, pressione a tecla “2”. As coordenadas dos vértices (ou aproximações destas coordenadas) aparecerão. Se você pressionar a tecla “2” várias vezes, aproximações com diferentes casas decimais serão exibidas. O plano de corte tem a seguinte equação:

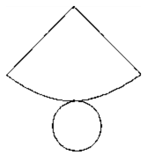
$$\cos(\varphi)\cos(\lambda)\ x + \cos(\varphi)\,\mathrm{sen}(\lambda)\ y + \mathrm{sen}(\varphi)\ z = d,$$

onde φ é o valor do controle “Ângulo 1”, λ é o valor do controle “Ângulo 2” e d é o valor do controle “Translação”. Os ângulos φ e λ representam, respectivamente, a latitude e a longitude da extremidade “e” do vetor normal ao plano.

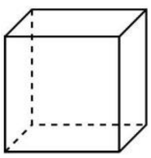
Atividade 3

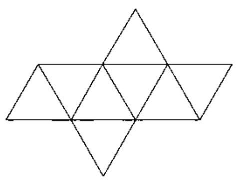
Abaixo se encontram formas geométricas espaciais representadas com ideia de profundidade. Na coluna do meio, encontram-se suas planificações e na terceira coluna seus nomes / classificação. Preencha cada lacuna com a letra indicada pela sua forma geométrica correspondente:

(a) 

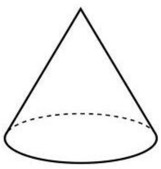
( ) 

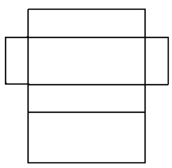
( ) cone

(b) 

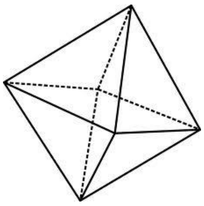
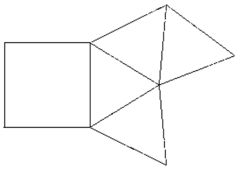
( ) 

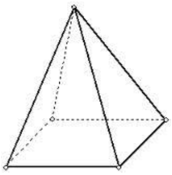
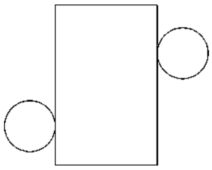
( ) Prisma de base retangular / Paralelepípedo

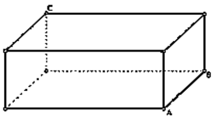
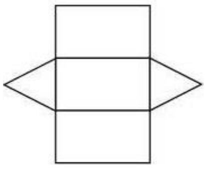
(c) 

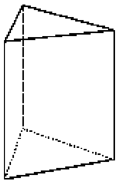
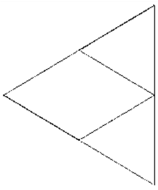
( ) 

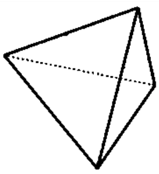
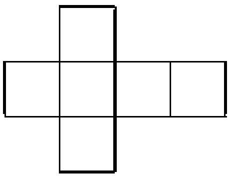
( ) Prisma de base circular / Cilindro

(d)  ( )  ( ) Tetraedro / Pirâmide de base triangular

(e)  ( )  ( ) Cubo / Prisma de base quadrada e arestas iguais

(f)  ( )  ( ) Prisma de base triangular

(g)  ( )  ( ) Octaedro

(h)  ( )  ( ) Pirâmide de base quadrada

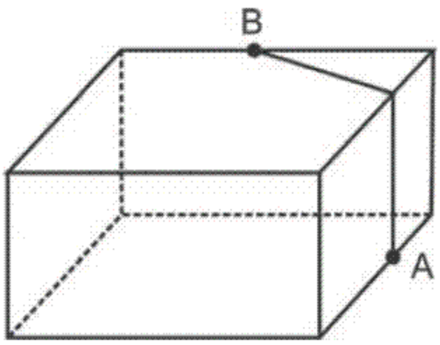
Atividade 4

Exercícios de Enem e Vestibular

Nome: ____

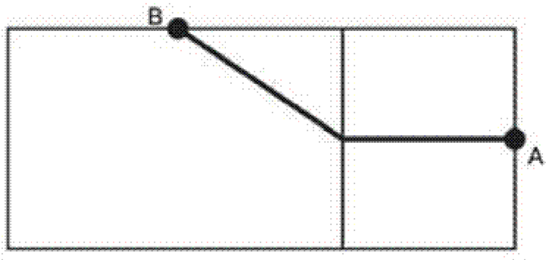
[15]**ENEM 2010**

A figura seguinte representa um salão de um clube onde estão destacados os pontos A e B.

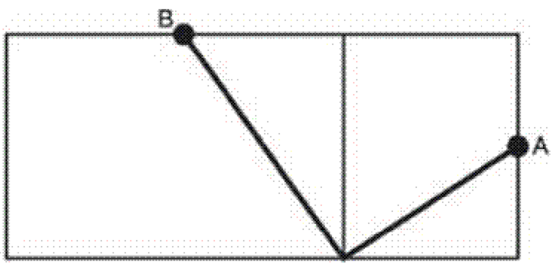


Nesse salão, o ponto em que chega o sinal da TV a cabo fica situado em A. A fim de instalar um telão para a transmissão dos jogos de futebol da Copa do Mundo, esse sinal deverá ser levado até o ponto B por meio de um cabeamento que seguirá na parte interna da parede e do teto. O menor comprimento que esse cabo deverá ter para ligar os pontos A e B poderá ser obtido por meio da seguinte representação no plano:

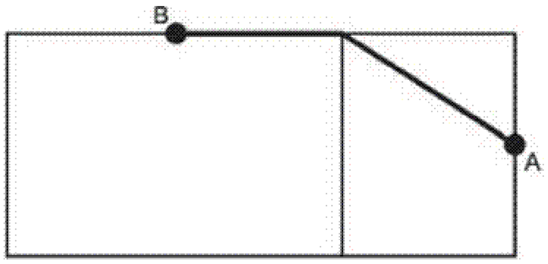
A)

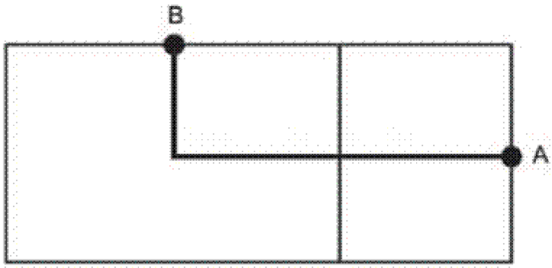


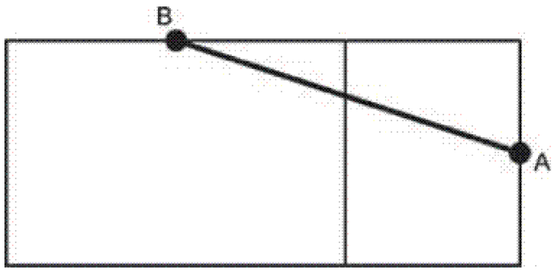
B)



[15] Fonte http://www.profcardy.com/exercicios/home.php?id=961

C) 

D) 

E) 

IBMEC 2008[16]

Para estimular a venda de seus produtos, uma conhecida marca de cervejas criou um recipiente térmico para manter as latas da bebida geladas, e o colocou a venda em três tamanhos: pequeno, médio e grande. Os três tamanhos tem, respectivamente, capacidades para armazenar 16, 54 e 128 latas de cerveja, alem do espaço para o gelo, que deve ser adicionado junto com as latas para mantê-las geladas. Considere que:

• os recipientes têm todos um formato cilíndrico, sendo a altura igual ao dobro do diâmetro da base;

• o volume de cada recipiente é diretamente proporcional a quantidade de latas que comporta;

[16] Fonte http://www.profcardy.com/exercicios/home.php?id=670

• os preços dos recipientes são proporcionais a área total da superfície do cilindro, dado que o principal custo do produto refere-se ao material de isolamento térmico.

Se o recipiente pequeno custa RS 60,00, a soma dos preços de um recipiente médio mais um recipiente grande é igual a:

A) RS 187,50.

B) RS 281,25.

C) RS 375,00.

D) RS 468,75.

E) RS 562,50.

[17]UFMG 2008

Considere um reservatório, em forma de paralelepípedo retângulo, cujas medidas são 8 m de comprimento, 5 m de largura e 120 cm de profundidade.

Bombeia-se água para dentro desse reservatório, inicialmente vazio, a uma taxa de 2 litros por segundo.

Com base nessas informações, e CORRETO afirmar que, para se encher completamente esse reservatório, serão necessários:

A) 40 min.

B) 240 min.

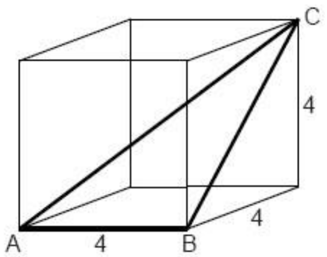
C) 400 min.

D) 480 min.

[17] Fonte http://www.profcardy.com/exercicios/home.php?id=622

[18]PUC-RS 2008

No cubo representado na figura



a área do triangulo ABC é:

A) $4\sqrt{2}$

B) $8\sqrt{2}$

C) $4\sqrt{3}$

D) $8\sqrt{3}$

E) 8

[19]FGV 2008

As alturas de um cone circular reto de volume P e de um cilindro reto de volume Q são iguais ao diâmetro de uma esfera de volume R. Se os raios das bases do cone e do cilindro são iguais ao raio da esfera, então, P – Q + R e igual a:

A) 0

B) $2\pi/3$

C) π

D) $4\pi/3$

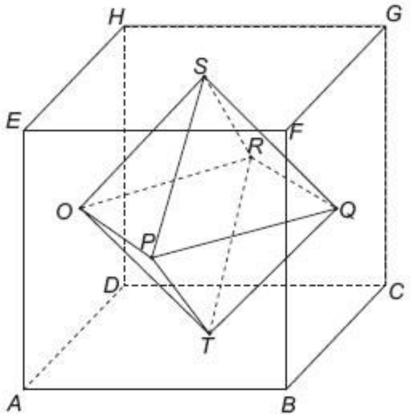
E) 2π

[18] Fonte http://www.profcardy.com/exercicios/home.php?id=608

[19] Fonte http://www.profcardy.com/exercicios/home.php?id=290

[20]UFMG 2007

Nesta figura, estão representados o cubo ABCDEFGH e o solido OPQRST:



Cada aresta do cubo mede 4 cm e os vértices do solido OPQRST são os pontos centrais das faces do cubo. Então, e CORRETO afirmar que a área lateral total do solido OPQRST mede:

A) $8\sqrt{2}$ cm^2

B) $8\sqrt{3}$ cm^2

C) $16\sqrt{2}$ cm^2

D) $16\sqrt{3}$ cm^2

[21]ESPM 2007

Numa pirâmide regular de base quadrada, as arestas laterais medem 6 cm e formam 60º com o plano da base. O volume dessa pirâmide, em cm^3, e igual a:

A) $8\sqrt{3}$

B) $9\sqrt{3}$

C) $12\sqrt{3}$

[20] Fonte http://www.profcardy.com/exercicios/home.php?id=632

[21] Fonte: http://www.profcardy.com/exercicios/home.php?id=233

D) $15\sqrt{3}$

E) $18\sqrt{3}$

[22]UPF 2005

Uma pequena empresa especializada em embalagens para presentes produz, mensalmente 100 embalagens retangulares com altura de 10cm e base com dimensões 15cm × 20cm, levando-se em conta 100% de aproveitamento do material utilizado. Num determinado mês, foi feito um pedido especial para embalagens com a base em forma de prisma hexagonal regular, com altura da caixa de 10cm e com o lado da base do polígono de 15cm. Como a empresa dispõe de estoque apenas para a produção habitual e levando-se em conta que, para esse pedido especial, serão consumidos 20% a mais de papelão do que o calculado, para o acabamento da caixa, será possível confeccionar, aproximadamente, (Obs.: Considere que a raiz quadrada de 3 é 1,73)

A) 32 embalagens.

B) 42 embalagens.

C) 52 embalagens.

D) 62 embalagens.

E) 72 embalagens.

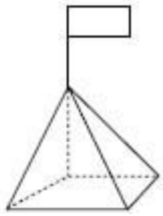
[23]UNESP 2002

O prefeito de uma cidade pretende colocar em frente a prefeitura um mastro com uma bandeira, que será apoiado sobre uma pirâmide de base quadrada feita de concreto maciço, como mostra a figura.

---

[22] Fonte: http://www.profcardy.com/exercicios/home.php?id=98

[23] Fonte: http://www.profcardy.com/exercicios/home.php?id=219



Sabendo-se que a aresta da base da pirâmide terá 3m e que a altura da pirâmide será de 4m, o volume de concreto (em m^3) necessário para a construção da pirâmide será:

A) 36.

B) 27.

C) 18.

D) 12.

E) 4.

[24]UNICAMP 2001

A base de uma pirâmide e um triângulo equilátero de lado L = 6 cm e arestas laterais das faces A= 4 cm.

A) Calcule a altura da pirâmide.

B) Qual e o raio da esfera circunscrita a pirâmide?

[25]FUVEST 1998

Numa caixa em forma de paralelepípedo reto-retângulo, de dimensões 26 cm, 17 cm e 8 cm, que deve ser tampada, coloca-se a maior esfera que nela couber. O maior número de esferas iguais a essa que cabem juntas na caixa é:

A) 1.

[24] Fonte: http://www.profcardy.com/exercicios/home.php?id=120

[25] Fonte: http://www.profcardy.com/exercicios/home.php?id=271

B) 2.

C) 4.

D) 6.

E) 8.

[26]SEDUC/RS 2012

Uma gráfica produz agendas com 15 cm de comprimento, 20 cm de altura e 4 cm de espessura. Ao atender a um pedido de 2520 agendas, acondicionou-as em caixas do mesmo tamanho, colocando-as todas na mesma posição, de modo que não sobrasse espaço livre nas caixas. Considerando que o volume de cada caixa é de 0,216 m³ e sua base tem 75 cm de comprimento e 80 cm de largura, pode-se afirmar que:

I) A altura de cada caixa corresponde a 0,64 cm.

II) Foram necessárias 14 caixas para acondicionar todas as agendas.

III) A área da base de cada caixa corresponde a 300 cm².

Quais as afirmativas são corretas?

A) Apenas a I.

B) Apenas a II.

C) Apenas a I e a III.

D) Apenas a II e a III.

E) A I, a II e a III.

[26] Fonte: Concurso SEDUC/RS 2011 – área 2 – habilitação 2.1 – Matemática (prova aplicada em 15/04/2012)

Atividade 5

E. E. E. M. Bento Gonçalves

Professor estagiário: Tiago Schnornberger

Turno: Noite

Turma: 306 **Idade: ________ Sexo: ( ) Masc. ( ) Fem.**

Questionário

1. O que você entende por tecnologia?

____
____
____

2. Você considera que este projeto foi importante para você? Por quê?

____
____
____

3. Você acredita que a visualização dos objetos tridimensionais no computador facilita seu aprendizado/compreensão? Por quê?

____
____
____

4. Você acha importante o uso de tecnologia na escola? Por quê?

____
____
____

5. Você usa o laboratório de informática da escola? Em quais matérias?

____
____
____

5. Análise de dados

Como descrito anteriormente, os dados que tenho a analisar são os exercícios entregues pelos alunos (atividades dois e três), observações sobre as aulas via registros no “diário de campo” com seus acontecimentos e os questionários (atividade cinco), preenchidos e entregues pelos alunos no último dia do projeto.

Dividi este capítulo da análise de dados em três seções: respostas, diário de campo e questionários. Em “respostas” e “questionários”, irei usar as teorias para comentar e analisar os dados dos alunos. Em “diário de campo” irei comentar como foram as práticas e as alterações no decorrer do projeto.

5.1 Respostas

Conforme o modelo de Van Hiele, primeiro eu deveria fazer uma análise com os alunos para descobrir em que nível de conhecimento a turma se enquadrava. Logo na primeira aula, comecei então a questionar os alunos sobre o que já sabiam do conteúdo, perguntando se já tinham visto a matéria, que detalhes já tinham visto, etc. Perguntei se copiavam a matéria ou como era o desenvolvimento das aulas com o professor. Como copiavam, solicitei ver os cadernos para ver “por onde andavam”. Notei que já haviam visto boa parte da matéria com o professor regente e estavam elaborando um trabalho sobre pirâmides para entregar em algumas semanas.

Conforme a estrutura do modelo de Van Hiele, em cada nível, passamos por cinco fases, sendo que a primeira é necessária para identificarmos exatamente o que vamos fazer com os alunos e em que nível eles estão, determinando materiais, termos e nomes a serem utilizados. Conversando com a turma, expliquei qual a ideia do projeto, mostrei o objeto digital de aprendizagem que iria utilizar com eles e do que era capaz. Questionei sobre os nomes dos poliedros e seus características e notei que os alunos estavam entre o nível um e dois, pois conseguiam reconhecer os objetos e sabiam suas propriedades, mas não conseguiam aplica-las em axiomas ou condições de existência.

Notei que a maioria dos conceitos já haviam sido estudados e então revisei alguns conteúdos e apliquei a atividade três, pois com ela eu poderia saber se os alunos estavam associando corretamente objetos espaciais com suas planificações e suas nomenclatura. Dezoito alunos entregaram esta atividade e praticamente todos preencheram as lacunas corretamente.

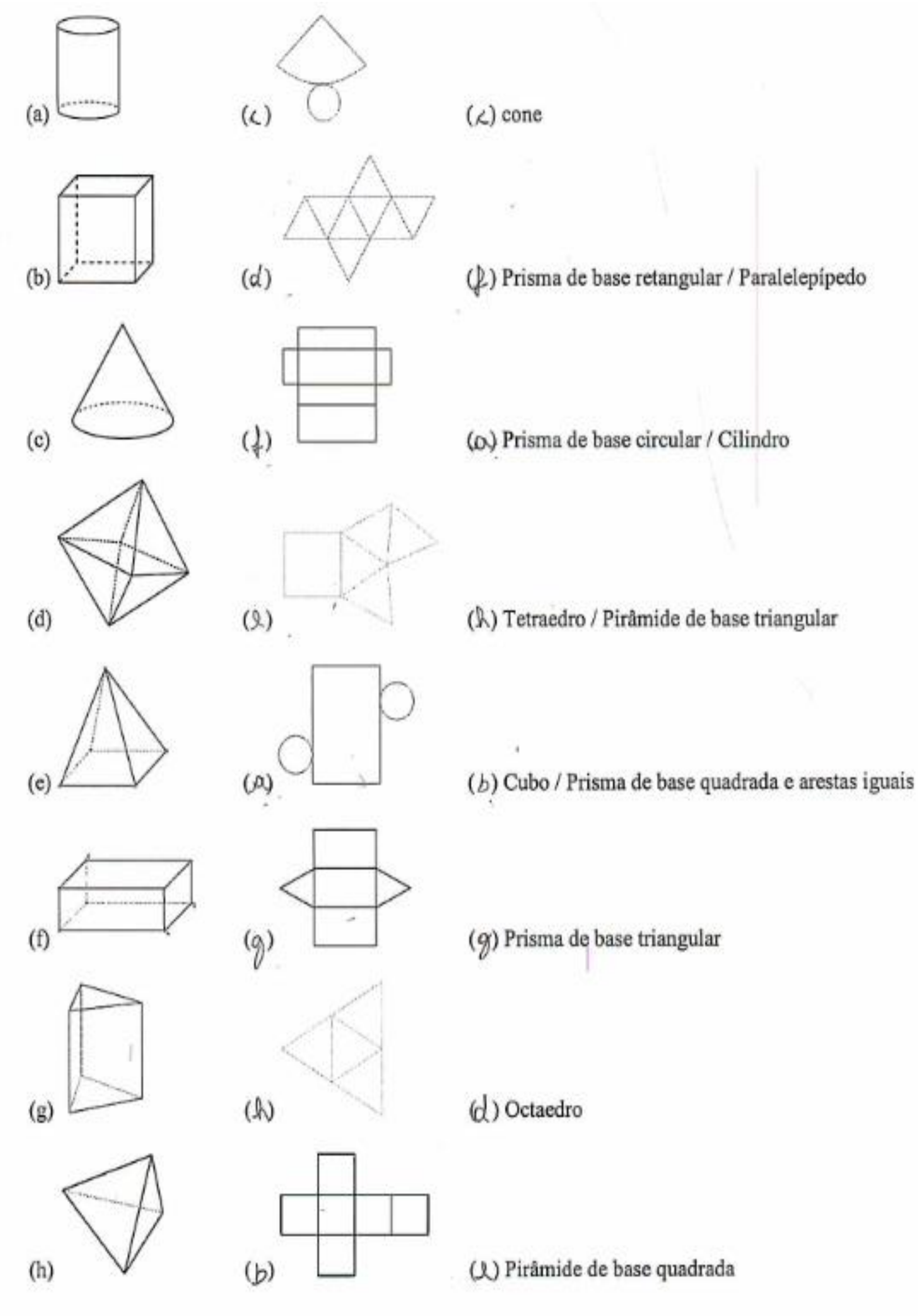


Figura 8 - Atividade 3 feita por um dos alunos.

Apenas um aluno errou, trocando dois itens:

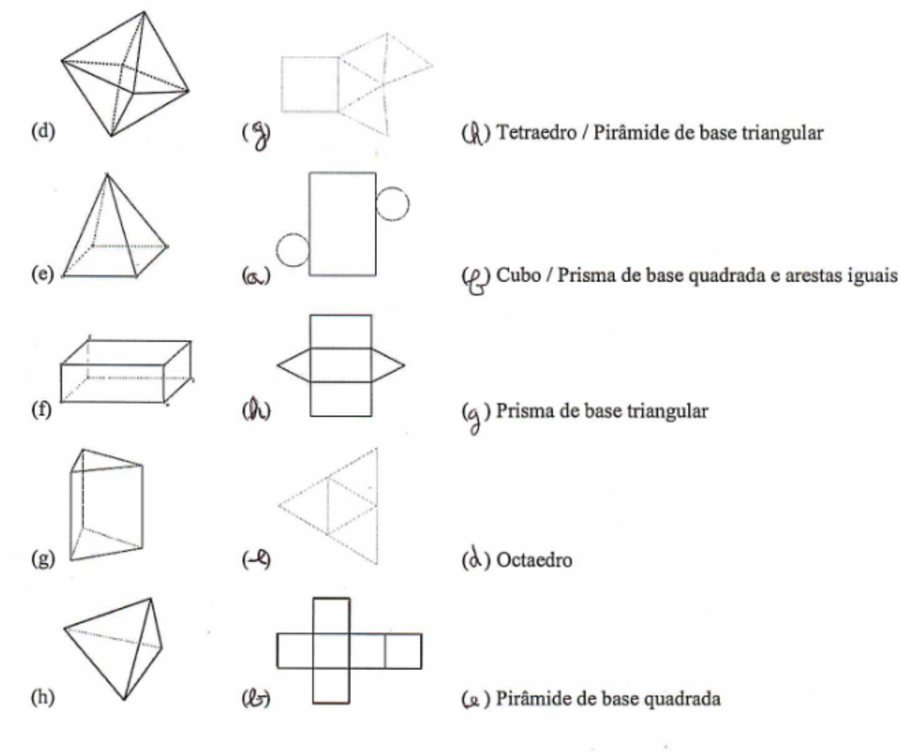


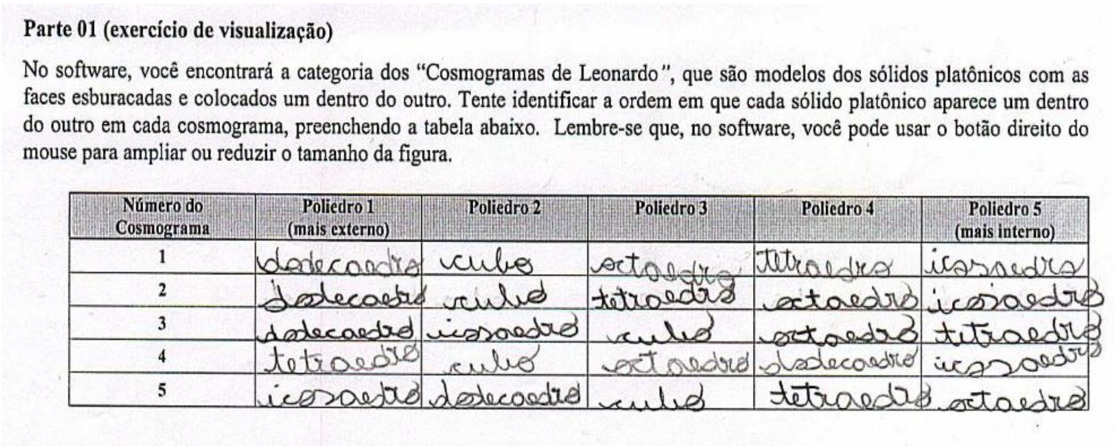
Figura 9 - Atividade 3 feita por um dos alunos.

Este aluno trocou as planificações das duas pirâmides (tetraedro com a pirâmide convencional – itens **e** e **h**) e do prisma de base triangular (item **g**). Provavelmente foi um erro de atenção, visto os demais que acertou. Certamente estão pelo menos no nível um, pois conforme Van Hiele (*Apud* KALEFF, 1994) eles conseguem reconhecer as características dos objetos e suas propriedades através de experimentos, como os testados nesta atividade. Ou seja, tirando um erro ou outro como os acima, em geral os alunos conseguiram reconhecer os objetos e relacioná-los com suas planificações e nomes. Cabe ressaltar que esta matéria já havia sido estudada pelo professor regente a poucos dias e os alunos tinham todas as propriedades anotadas nos cadernos, mas desconheciam ainda axiomas ou condições de existência.

Com a atividade dois, demoraram mais tempo para resolver, até porque é mais extensa e todos revezaram o *mouse* para fazer a atividade e, mesmo que em conjunto na realização dela, levaram mais tempo para concluir. Esta atividade foi adaptada da atividade original disponível no site da pletora de poliedros. Mais informações sobre o porquê da alteração da ordem das atividades e do revezamento do *mouse* estarão descritas na próxima seção, diário de campo.

Dentre os objetivos da atividade dois estavam que eles aprendessem e se familiarizassem melhor com a pletora de poliedros, além do desenvolvimento do conteúdo, que em parte não havia sido passado pelo professor regente, como a fórmula de Euler por exemplo.

Esta atividade apenas onze alunos entregaram. Conforme as fases de aprendizado de Van Hiele (*Apud* CATALA; AYMAMI; GOMEZ, 1997) após a primeira fase, as demais seguem a ordem da orientação dirigida, explicitação, orientação livre e integração. Os exercícios estão nesta ordem de complexidade e também fui trabalhando com eles nesta sequência. Na primeira aula com esta atividade os orientei sobre como proceder junto a pletora de poliedros e auxiliei na resolução do primeiro exercício. O primeiro exercício era para apenas localizar os poliedros inscritos uns nos outros, como apresentado nas figuras abaixo.


Parte 01 (exercício de visualização)

No software, você encontrará a categoria dos "Cosmogramas de Leonardo", que são modelos dos sólidos platônicos com as faces esburacadas e colocados um dentro do outro. Tente identificar a ordem em que cada sólido platônico aparece um dentro do outro em cada cosmograma, preenchendo a tabela abaixo. Lembre-se que, no software, você pode usar o botão direito do mouse para ampliar ou reduzir o tamanho da figura.

Número do Cosmograma	Poliedro 1 (mais externo)	Poliedro 2	Poliedro 3	Poliedro 4	Poliedro 5 (mais interno)
1	dodecaedro	cubo	octaedro	tetraedro	icosaedro
2	dodecaedro	cubo	tetraedro	octaedro	icosaedro
3	dodecaedro	icosaedro	cubo	octaedro	tetraedro
4	tetraedro	cubo	octaedro	dodecaedro	icosaedro
5	icosaedro	dodecaedro	cubo	tetraedro	octaedro

Figura 10 - Atividade dois feita por um dos alunos.

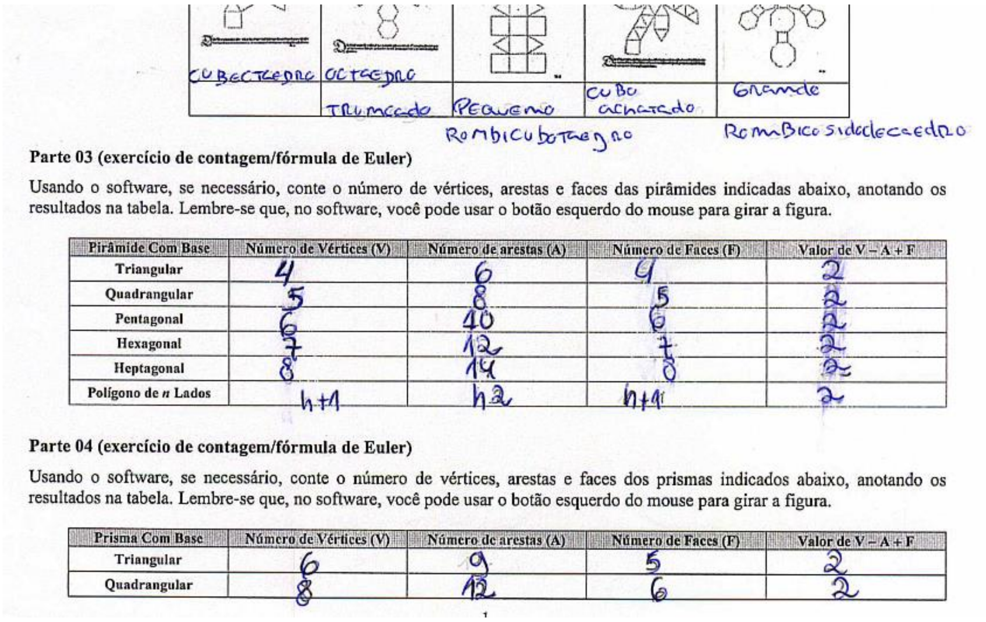
Figura 11 - Cosmograma de Leonardo nº 1 no objeto digital pletora de poliedros.

Fonte: http://www.uff.br/cdme/pdp/. Acessado em 06/2014.

Aqui o aluno deveria identificar a ordem em que os poliedros se encontravam um dentro o outro. Com o objeto digital é possível girar e ampliar, facilitando a visualização do poliedro.

A partir do segundo exercício, também de visualização, comecei a deixa-los trabalhar com autonomia, ajudando apenas quando solicitado, conforme fase três de Van Hiele. O segundo exercício tratou das planificações, onde eles usaram o objeto para encontrar a qual poliedro pertencia cada planificação. Tudo ocorreu conforme previstos nas demais fases de Van Hiele e acredito que, conforme Azevedo (2010):

> Através desta pesquisa, verifiquei que a análise das fases de desenvolvimento do aluno é muito importante para um bom trabalho, pois como mostramos anteriormente com Piaget (1993), Van Hiele (1976), Gutiérrez (1980), entre outros, o estudo das teorias deve ser trabalhado como ferramenta para sanar as falhas encontradas no desenvolvimento das habilidades geométricas do aluno. Estes autores me ajudaram a ter uma visão melhor de como proceder em sala de aula, bem como elaborar uma sequência didática no qual consigamos atingir nossos objetivos. (AZEVEDO, 2010, p. 59).



Cuboctaedro	Octaedro truncado	Pequeno rombicuboctaedro	Cubo achatado	Grande rombicosidodecaedro

Parte 03 (exercício de contagem/fórmula de Euler)

Usando o software, se necessário, conte o número de vértices, arestas e faces das pirâmides indicadas abaixo, anotando os resultados na tabela. Lembre-se que, no software, você pode usar o botão esquerdo do mouse para girar a figura.

Pirâmide Com Base	Número de Vértices (V)	Número de arestas (A)	Número de Faces (F)	Valor de V – A + F
Triangular	4	6	4	2
Quadrangular	5	8	5	2
Pentagonal	6	10	6	2
Hexagonal	7	12	7	2
Heptagonal	8	14	8	2
Polígono de *n* Lados	n+1	n2	n+1	2

Parte 04 (exercício de contagem/fórmula de Euler)

Usando o software, se necessário, conte o número de vértices, arestas e faces dos prismas indicados abaixo, anotando os resultados na tabela. Lembre-se que, no software, você pode usar o botão esquerdo do mouse para girar a figura.

Prisma Com Base	Número de Vértices (V)	Número de arestas (A)	Número de Faces (F)	Valor de V – A + F
Triangular	6	9	5	2
Quadrangular	8	12	6	2

Figura 12 - Atividade 2 feita por um dos alunos.

Do terceiro exercício em diante, deixei que trabalhassem sozinhos e revisei com eles apenas a parte final, onde retomávamos os cálculos. Expliquei para eles a fórmula de Euler, pois o professor ainda não havia trabalhado esse conteúdo, pois usariam no exercício. Os alunos questionaram bastante sobre a questão três da atividade, onde começaram a notar as características das pirâmides. Que o número de vértices e faces é sempre o mesmo em cada pirâmide e sempre serão o número de lados da figura da base acrescido de um. Também chegaram à conclusão de que o número de arestas da pirâmide é sempre o dobro do número de lados da figura da base. A partir daí, quando confirmei suas suspeitas e expliquei o porquê, começaram a questionar sobre as características dos demais objetos e poliedros.

5.2 *Diário de campo*

Conforme relatado anteriormente, escrevi um “diário de campo” com os acontecimentos aula a aula, no intuito de que não passassem informações ou acontecimentos despercebidos. Foi um total de dez encontros durante o mês de maio. Abaixo, mostrarei um resumo deste diário para conhecimento do que se passou no decorrer de um mês desta experiência.

No primeiro dia me apresentei à turma 306 (terceiro ano do ensino médio do turno da noite) e expliquei a ideia do projeto. Fomos ao laboratório de informática da escola para dar início às aulas. Os computadores utilizam *Linux* como sistema operacional e muitos dos softwares que eu gostaria de trabalhar, como o Calques 3D e o Poly, são produzidos apenas para a plataforma *Windows*. Por este motivo que optei por usar a pletora de poliedros nas aulas, pois ela requer apenas *java* e internet ou a instalação *off-line*. Tive problemas com o *java*, não conseguindo obter o funcionamento da aplicação. Apresentei para eles o site do objeto digital pletora de poliedros e fiquei de ver com a escola uma forma de instalar o *java* nos computadores.

Por fim, acabei alterando o cronograma e comecei a utilizar um projetor disponibilizado pela escola e um *notebook* pessoal, para usar o objeto em sala de aula com a projeção no quadro. Não cheguei a voltar para o laboratório de informática, o que seria o ideal, pois a escola não conseguiu liberação para instalar o *java*. Daí por diante continuei com estes recursos em sala de aula e com o auxílio de um *mouse wireless* consegui com que os alunos participassem das aulas, podendo de suas classes interagir com o objeto.

Durante as aulas mostrei do que o objeto era capaz, apresentando suas funcionalidades e curiosidades dos poliedros. Ao longo das atividades, eu oferecia o *mouse* para que eles interagissem e auxiliassem uns aos outros na execução das atividades. Quando ficavam envergonhados, eu passava o *mouse* de classe em classe.

Os alunos se mostravam interessados com as funcionalidades do objeto, faziam perguntas sobre ele e sobre outros softwares e aplicações. Eles estavam acompanhando a matéria com o professor nos demais períodos semanais que tinham de matemática, já que era a matéria que estavam estudando quando comecei o projeto na escola.

Na terceira aula, havia um aluno e uma aluna, ambos com *notebook* em sala de aula. Chamaram-me para ver o trabalho sobre pirâmides que haviam feito para entregar na outra aula com o professor regente. Elaboraram uma apresentação no *software prezi*[27] com o conteúdo de pirâmides. Ambos me solicitaram softwares e aplicações sobre geometria

[27]"O Prezi é uma ferramenta de edição de apresentações online e para Windows. Seus recursos vão além dos oferecidos pelos editores tradicionais, como o PowerPoint, e produzem slides mais dinâmicos, sobretudo para fins profissionais e educativos. Qualquer pessoa pode acessá-lo online." (fonte site globo.com. Acessado em 16/06/2014 - http://www.techtudo.com.br/noticias/noticia/2014/06/aprenda-fazer-uma-apresentacao-no-prezi-em-sete-minutos.html).

espacial. Ao fim da aula, lhes dei uma cópia do objeto pletora de poliedros e outros softwares de distribuição gratuita para que utilizassem em casa.

Ao longo das aulas, fui desenvolvendo as atividades (entreguei todo material impresso para os alunos) para que eles trabalhassem com o auxílio da pletora de poliedros. As atividades dois, três e cinco, foram recolhidas. A primeira atividade (revisão) não tinha essa necessidade e a atividade quatro (exercícios de ENEM e vestibular) optei por não recolher, para que ficassem com o material para estudar para provas, já que alguns farão ENEM ou vestibular ao fim do ano e também porque tive de auxiliar muito nestes exercícios, já que eram mais complexos.

Tive uma média de 18 alunos em aula no decorrer do projeto. Apesar de algumas interrupções (recados de formatura e simulação de incêndio) tive a impressão de conseguir a atenção dos alunos na execução das atividades a maior parte do tempo. Em alguns momentos o professor da turma passava na sala para monitorar o andamento das aulas, pois ele não quis assistir nenhuma completamente para não intimidar os alunos, deixando as aulas fluírem comigo apenas.

Algumas questões das atividades chamaram mais atenção deles, como a três da atividade dois, que era sobre pirâmides (assunto do trabalho deles com o professor regente). Durante a prática, mudei a ordem das atividades dois e três, pois percebi que seria melhor a troca de ordem, inclusive pela complexidade da dois em relação a três.

Conforme Ponte (2006) a investigação interpretativa pode ser alterada e reformulada durante o processo de investigação, de acordo com a riqueza das interações. Com base nisto, elaborei o questionário (atividade cinco) durante o período das práticas de acordo com os meus objetivos e a teoria, entregando na última aula para responderem. Algumas respostas e interpretações virão a seguir no item 4.3.

5.3 Análise dos questionários

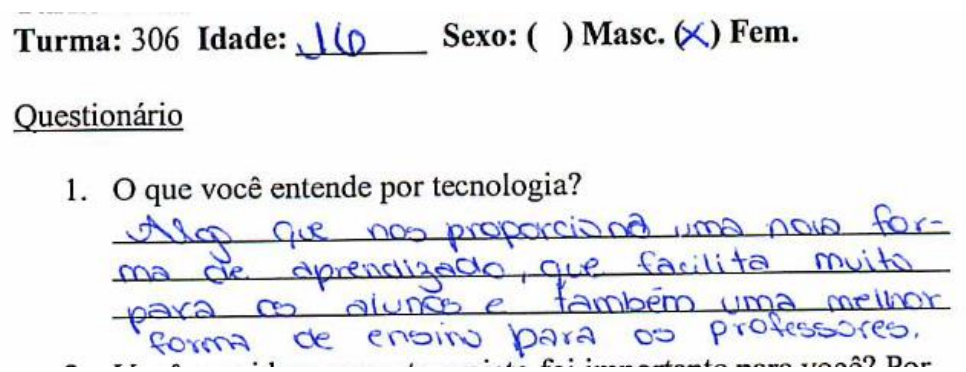
Na última aula entreguei um questionário para responderem, conforme atividade cinco. São cinco perguntas no intuito de entender o que os alunos conhecem por tecnologia (para ter um parâmetro do conhecimento prévio deles), o que acharam do projeto e das aulas, se foi válido para eles e quais suas expectativas de uso destes recursos em sala de aula. Vinte e dois alunos responderam a este questionário e a média de idade deles é de 17 anos, entre meninos e meninas.

A primeira questão, “O que você entende por tecnologia?”, no intuito de saber qual o nível de conhecimento dos alunos para avaliar as demais respostas, trouxe comentários do tipo:

- “Entendo como uma forma de comunicação e aprendizagem mais fácil.”;

- “Entendo que a tecnologia está no nosso dia-a-dia para melhorarmos no estudo.”;

- “Algo que na maioria das vezes é difícil de entender por ser bem avançado.”;



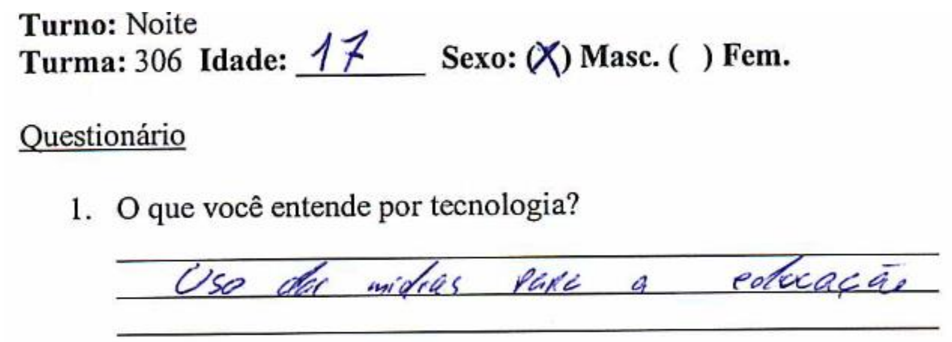
Turma: 306 **Idade:** 16 **Sexo:** ( ) Masc. (X) Fem.

Questionário

1. O que você entende por tecnologia?

Algo que nos proporciona uma nova forma de aprendizado, que facilita muito para os alunos e também uma melhor forma de ensino para os professores.

Figura 13 - Resposta à questão um por uma aluna de 16 anos.



Turno: Noite
Turma: 306 **Idade:** 17 **Sexo:** (X) Masc. ( ) Fem.

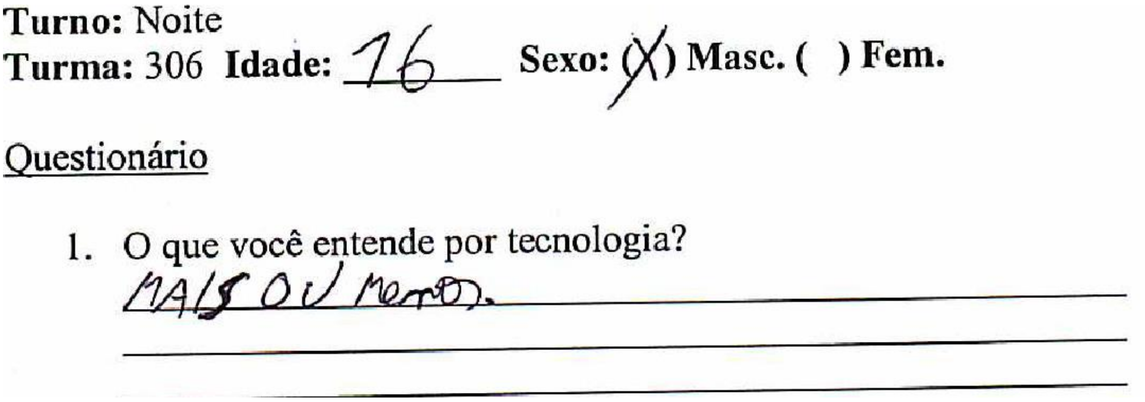
Questionário

1. O que você entende por tecnologia?

Uso das mídias para a educação

Figura 14 - Resposta à questão um por um aluno de 17 anos.

Tiveram respostas mais simples e outras mais elaboradas, como vistas acima, mas em geral a maioria entende que a tecnologia é útil e é sinônimo de computadores, facilidade no ensino e meios de comunicação. Talvez a maioria tenha respondido algo voltado para educação por estarmos na escola, em uma relação aluno-professor. Apenas duas respostas tiveram o seguinte conteúdo:


Turno: Noite
Turma: 306 **Idade:** 16 **Sexo:** (X) Masc. ( ) Fem.

Questionário

1. O que você entende por tecnologia?
MAIS OU MENOS.

Figura 15 - Resposta à questão de um aluno de 16 anos.

Respostas como esta demonstram a falta de interesse ou descaso com o assunto.

Na segunda e terceira questões, obtivemos também resposta mais simples e outras mais elaboradas, conforme segue:

Questão dois: Você considera que este projeto foi interessante para você? Por quê?

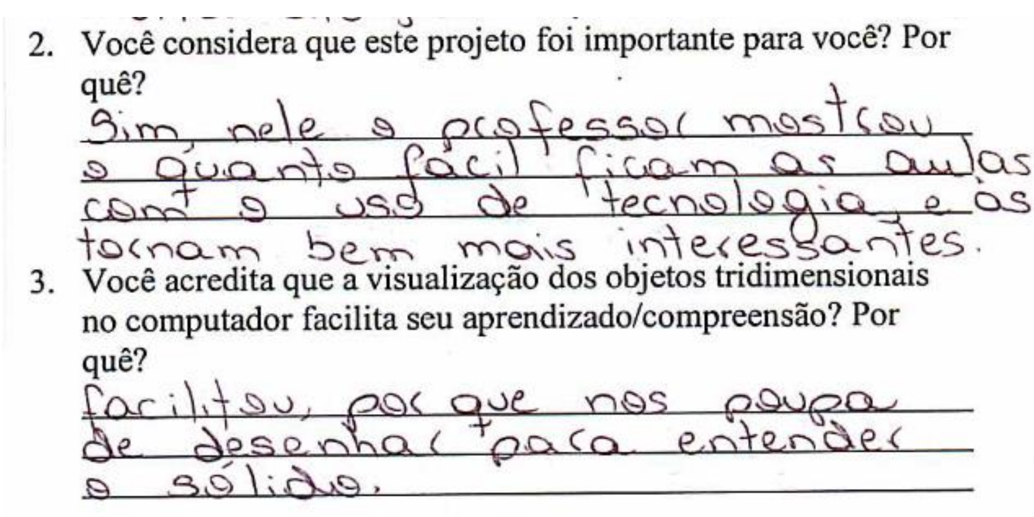
- “Sim, porque me ajudou a conhecer melhor os sólidos que existem, e aprendi várias curiosidades das geometrias.”;

- “Sim, pois foi uma coisa diferente e interessante que eu nunca tinha visto antes.”;

Questão três: Você acredita que a visualização dos objetos tridimensionais no computador facilita seu aprendizado/compreensão? Por quê?

- “Sim, pois podemos abri-lo com facilidade, girá-lo melhorando a compreensão.”;

- “Sim e muito, pois é mais nítido de mais fácil conhecimento e é muito melhor para entender e aprender.”;



2. Você considera que este projeto foi importante para você? Por quê?

Sim, nele o professor mostrou o quanto fácil ficam as aulas com o uso de tecnologia, e as tornam bem mais interessantes.

3. Você acredita que a visualização dos objetos tridimensionais no computador facilita seu aprendizado/compreensão? Por quê?

facilitou, porque nos poupa de desenhar para entender o sólido.

Figura 16 - Resposta às questões 2 e 3 de um aluno.

Conforme (GRAVINA et. al., 2012) a grande quantidade de recursos que temos hoje em dia nos permite discutir sobre a inserção da escola na cultura virtual. Com a tecnologia digital, dispomos de diversos softwares e objetos interativos que são concretos e abastratos ao mesmo tempo, pois além de existirem na tela do computador, também são manipuláveis de acordo com o que queremos.

> Estamos de acordo com a posição teórica defendida por Noss (2001), Radford (2006) e Duval (2006) sobre o papel dos sistemas de representação, que considera como funções primordiais desse sistema: a) ser instrumento para externar, consolidar e comunicar o saber matemático; b) ser instrumento que dá suporte aos pensamentos, mais especificamente aos processos cognitivos que produzem conhecimento matemático. É neste segundo aspecto que vamos colocar nossa atenção. (GRAVINA et. al., 2012)

Para Azevedo (2010) é preciso que entendamos que o desenvolvimento do pensamento geométrico não depende apenas do aluno, mas também de como o estimulamos a completar o pensamento desenvolvido nos anos anteriores, para que eles compreendam as propriedades da geometria. Para ela (AZEVEDO, 2010) o uso de objetos digitais de aprendizagem, como o *VISTAS*, facilitam o aprendizado dos alunos através do seus poderes de visualização, interação e representação no espaço.

2. Você considera que este projeto foi importante para você? Por quê?
Sim, pois ajudou muito no nosso conhecimento matemático, e aguçou nosso interesse pelas matérias estudadas.

3. Você acredita que a visualização dos objetos tridimensionais no computador facilita seu aprendizado/compreensão? Por quê?
Sim e muito, pois é mais nítido de mais fácil conhecimento e é muito melhor para entender e aprender.

4. Você acha importante o uso de tecnologia na escola? Por quê?
Acho bem importante, pois em tudo atualmente é utilizada a tecnologia, e a informática é o que se mais utiliza.

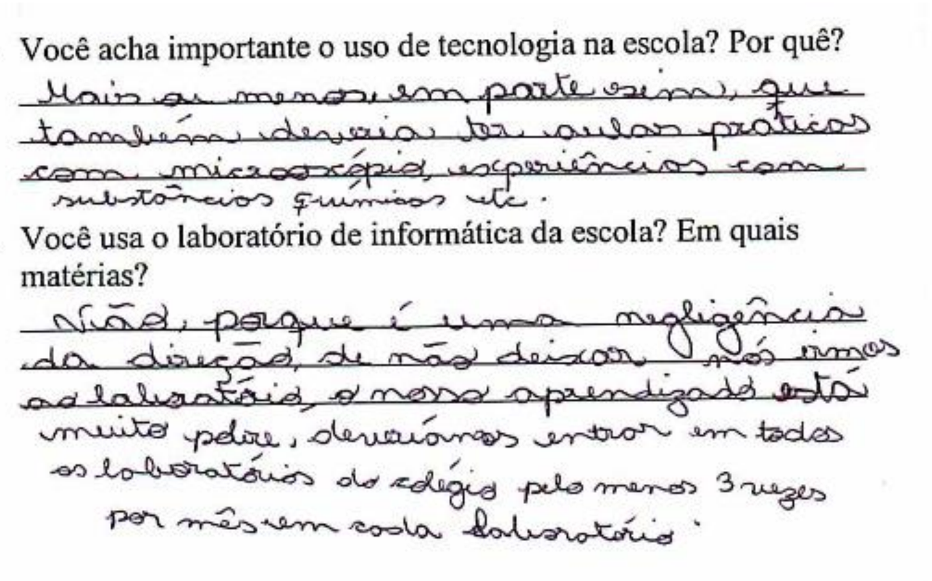
5. Você usa o laboratório de informática da escola? Em quais matérias?
Uso com bem pouca frequência, e faz muita falta.
A matéria que utilizo é história e geografia geralmente, e agora o professor Thiago nos proporcionou esse trabalho incrível e de muita aprendizagem.

Figura 17 - Respostas de uma aluna às questões 2, 3, 4 e 5.

Pelas questões quatro e cinco, busquei entender se os alunos gostariam da continuação de práticas como estas ou se já possuem algo similar. No geral, todos acham importante o uso de tecnologia digital na escola e gostariam de ter mais práticas como esta, mas não é o que ocorre na escola.

Conforme o livro Matemática, mídias digitais e didática: tripé para formação de professores de matemática (GRAVINA *et. al.* 2012) o uso dos objetos digitais de aprendizagem auxiliam sim na compreensão da matemática e são muito importantes para a escola, alunos e professores.

> Além de evidenciar que a boa apropriação dos recursos tecnológicos digitais pode auxiliar grandemente a compreensão da matemática, estas disciplinas também mostraram que aderir ao uso destes recursos constitui um desafio para o professor, pois exige dele mais cuidado com a preparação do seu plano, com uma definição clara do objetivo, além de um domínio das potencialidades do recurso a ser utilizado. (GRAVINA *et. al.* 2012, p. 176)



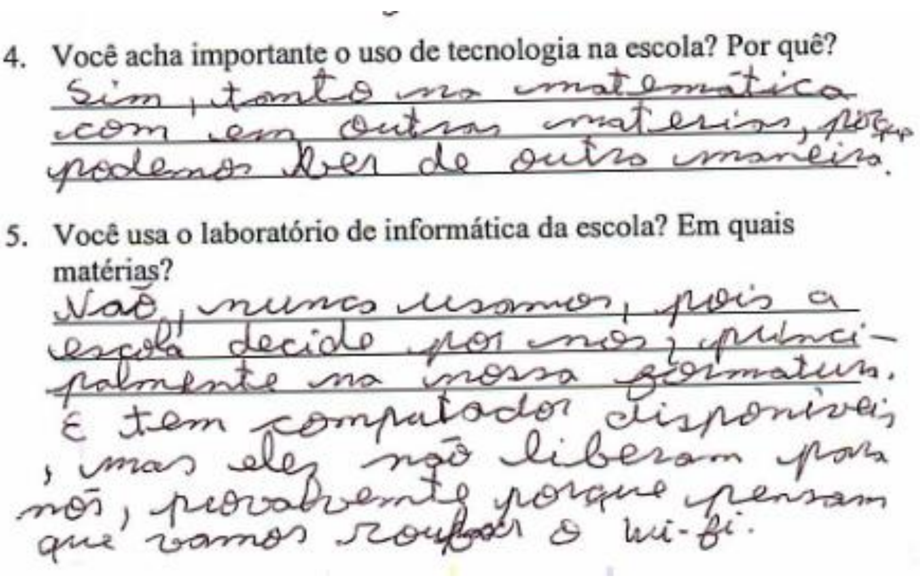
4. Você acha importante o uso de tecnologia na escola? Por quê?

Mais ou menos, em parte sim, que também deveria ter aulas práticas com microscópio, experiências com substâncias químicas etc.

5. Você usa o laboratório de informática da escola? Em quais matérias?

Não, porque é uma negligência da direção, de não deixar nós irmos ao laboratório, o nosso aprendizado está muito pobre, deveríamos entrar em todos os laboratórios do colégio pelo menos 3 vezes por mês em cada laboratório.

Figura 18 - Respostas às questões 4 e 5 de uma aluna.



4. Você acha importante o uso de tecnologia na escola? Por quê?

Sim, tanto na matemática como em outras matérias, porque podemos ler de outra maneira.

5. Você usa o laboratório de informática da escola? Em quais matérias?

Não, nunca usamos, pois a escola decide por nós; principalmente na nossa formatura. E tem computador disponível, mas eles não liberam para nós, provavelmente porque pensam que vamos roubar o wi-fi.

Figura 19 - Respostas às questões 4 e 5 de uma aluna.

O que pude notar é que, segundo os alunos, eles gostariam muito de ter práticas como estas nos laboratórios, mas há muita resistência dos professores. Imagino que boa parte dessa resistência citada por eles se dá pelo fato dos alunos dispersarem suas atenções no laboratório usando redes sociais e *internet* em geral. Outra parte pode ser atribuída à falta de preparo, pois essas tecnologias em geral são novas nas escolas, podendo trazer resistência pelos professores por não dominarem o assunto plenamente.

6. Considerações Finais

Este trabalho de conclusão de curso teve por objetivos me ajudar a entender o quão é importante o uso de objetos digitais de aprendizagem no ensino de geometria espacial e também ajudar a difundir este tema. Existem outras experiências com recursos digitais nas diversas áreas da matemática e também diversos softwares e aplicações que podem auxiliar alunos e professores no ensino-aprendizagem da matemática como um todo.

Considero muito importante o uso destes recursos tecnológicos em favor da educação e pela minha prática notei que são realmente muito importantes. Para Gravina (1996), em uma experiência similar realizada com softwares de geometria, ela afirma que os alunos conseguiram atingir um bom nível de aprendizado e desenvolveram habilidades de controle sobre as propriedades matemáticas passando inclusive à níveis abstratos de dedução e rigor, o que foi facilitado pelo uso dos softwares, constituindo-os assim, ferramentas poderosas no ensino e aprendizado da geometria.

Conforme Bortolossi (2010, p. 1), autor do objeto Pletora de Poliedros, "estudos recentes mostram que apenas ter o computador e usá-lo para acessar a internet produz pouco impacto no desempenho do aluno do ensino básico". Ele afirma que estes estudos indicam que apenas ter o acesso às novas tecnologias não ajuda em si, necessitando de alguma orientação com o apoio de softwares e objetos digitais de aprendizagem com qualidade e metodologias de ensino, para se tirar um bom proveito destas tecnologias. Muitas vezes esbarramos em softwares pagos e em outras línguas, dificultando nosso acesso. O objeto digital Pletora de Poliedros é gratuito e possui versões em português e inglês, possibilitando mais facilidade de acesso. Seria bom se a maioria fosse assim. Inclusive em meu projeto, inicialmente tinha a ideia de utilizar outros softwares, mas tive problemas de compatibilidade, pois a maioria era feita somente para serem instalados e rodados em plataformas *Windows*. Por isso, utilizei apenas um objeto digital de aprendizagem que funcione apenas pelo navegador de internet e mesmo assim tive problemas para que funcionasse nos computadores da escola.

A disseminação de práticas com o uso de softwares e objetos digitais de aprendizagem é necessária para que, num futuro próximo, possamos desfrutar de uma gama maior de opções, não apenas na geometria espacial, mas em diversas áreas da matemática.

Comumente o ensino de geometria espacial se dá com quadro, giz e livro didático. Isto dificulta muito a representação geométrica para os alunos (BORTOLOSSI, 2010), pois é difícil visualizar o tridimensional usando apenas o bidimensional. Com o computador e objetos digitais que simulem o tridimensional, ofertando a possibilidade de interagir com os objetos, o ensino-aprendizagem torna-se mais fácil e prático, tanto na visão do professor, quanto na dos alunos. Mesmo os objetos físicos, que são indispensáveis, não possuem recursos para demonstração de certas propriedades geométricas, sendo muito mais prático o uso de objetos digitais. Bortolossi (2010) ainda afirma que "aliado ao fascínio que exerce sobre os alunos, o computador se põe então como uma ferramenta promissora para o ensino da geometria espacial".

> O principal elemento do ambiente virtual "Uma Pletora de Poliedros" é um software que permite visualizar e manipular vários tipos de poliedros, como os sólidos platônicos, os sólidos arquimedianos, os prismas, as pirâmides, etc. Várias operações estão disponíveis: cálculo de um sólido dual, cortes por planos, planificação, truncamento e estrelamento (Figura 1). São mais de 300 poliedros disponíveis. Este conteúdo tem uma versão em inglês. (BORTOLOSSI, 2010, p. 3)

De acordo ainda com outra experiência neste campo, um trabalho feito por professores de matemática da UNISC em Santa Cruz do Sul, onde foi feito um artigo intitulado: "Os níveis de Van Hiele com o auxilio de ferramentas computacionais", onde eles trabalharam com o software *cabri-geometre* no ensino médio e também acreditam que o uso de ferramentas computacionais ajudam na representação gráfica e geométrica, muitas vezes com um enfoque científico (KLAUS; PAZOS, 2010). De acordo com eles (KLAUS; PAZOS, 2010, p. 4), "além de serem importantes ferramentas para o ensino da geometria, os softwares também costumam serem usados em outras áreas da geometria, como as geometrias não euclidianas, geometria analítica e geometria descritiva". Ainda afirma que existem diversas pesquisas na área da geometria feitas nos últimos anos, apontando a possibilidade de elevação do nível de aprendizagem através do uso destes recursos digitais por causa da grande gama de situações-problema possíveis de se explorar no ambiente virtual (KLAUS; PAZOS, 2010).

Assim, acredito ter alcançado meus objetivos quanto ao melhor entendimento destas práticas. Gostaria também que com este trabalho outros professores pudessem se inspirar e começar a explorar estes recursos digitais, introduzindo os softwares e objetos digitais de aprendizagem em suas práticas de ensino, pois a maioria das escolas já conta com recursos para tanto, necessitando apenas serem usados. Não só na geometria espacial, que considero, a partir de minha experiência uma área na qual ocorrem problemas de visualização dos objetos tridimensionais, mas também em todas as áreas da matemática, pois existem muitos recursos. Penso que a escolha crítica destes recursos pode ajudar e muito aos professores na prática de suas funções, em que o foco principal é a aprendizagem dos alunos.

Com a pesquisa feita na escola, acredito que foi uma prática válida e muito proveitosa, pois tive a oportunidade de colocar o conteúdo da geometria espacial de uma forma diferente da comumente vista pelos alunos daquela turma, onde os mesmos costumam ficar em sala de aula, ouvindo e copiando, sem ter uma perspectiva diferente do assunto. Conforme dito por eles próprios nos questionários, gostaram da experiência e queriam ter outras como estas em todas as matérias e assuntos possíveis. Entendo que na escola não há, atualmente, como todos os professores utilizarem o laboratório ou projetores ao mesmo tempo, pois faltaria material, mas uma prática como esta, nem que seja mensal, já ajudaria aos alunos a sair da "mesmice de sempre" e a aprender de outras formas, como no caso da geometria espacial, visualizar, movimentar e manipular objetos tridimensionais de acordo com o melhor ângulo de visão de cada um ou com os objetivos do estudo, enriquecendo muito o aprendizado.

Sugiro a todos os professores que pesquisem, pois há muito material bom (claro, sempre revisando e adaptando conforme o objetivo) e experimentem em sala de aula, para oportunizar aos alunos essa visão do conhecimento, enriquecendo o conteúdo visto em sala de aula.

7. Referências

AZEVEDO, Tais Aline Bruno de. Vistas – Atividades sobre a representação do espaço. Graduação em matemática licenciatura, UFRGS, 2010, p. 1-62.

Banco internacional de objetos educacionais. Uma Pletora de Poliedros. Disponível em: http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/handle/mec/16513. Acessado em 12/06/2014.

BORTOLOSSI, Humberto José. Conteúdos digitais para a matemática do ensino médio: integrando o computador na prática docente. Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática, 2010.

CATALA, Claudi Alsina, AYMEMI, Josep Maria Fortuny, GOMEZ, Rafael Perez. ¿Por qué geometria? Propostas didacticas para la eso. Ed. Sintesis, 1997.

GRAVINA, Maria Alice. Geometria dinâmica: uma nova abordagem para o aprendizado da geometria. Artigo publicado nos Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, p. 1-13. Belo Horizonte, 1996.

GRAVINA, Maria Alice, BÚRIGO, Elisabete Zardo, BASSO, Marcus Vinicius de Azevedo, GARCIA, Vera Clotilde Vanzetto. Matemática, mídias digitais e didática: tripé para formação de professores de matemática. Porto Alegre, Evangraf, 2012.

KALEFF, Ana Maria. Desenvolvimento do pensamento geométrico: modelo de van Hiele. Rio Claro, Bolema, 1994.

KLAUS, Tiago Stolben, PAZOS, Rubén Panta. Níveis de Van Hiele com o auxílio de ferramentas computacionais. Santa Cruz do Sul, UNISC, 2010.

PONTE, João Pedro. Estudos de caso em educação matemática. Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. Lisboa, Ed. Bolema, 2006.

ANEXO 1 – Termo de consentimento informado

TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Eu, ____, R.G. ________________, responsável pelo(a) aluno(a) ______________________________________, da turma ___________, declaro, por meio deste termo, que concordei em que o(a) aluno(a) participe do projeto intitulado O uso objetos de aprendizagem no ensino de geometria espacial, desenvolvido pelo Professor Tiago Schnornberger. Fui informado(a), ainda, de que o projeto é coordenado/orientado por Marcus Basso, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, através do e-mail mbasso@ufrgs.br.

Tenho ciência de que a participação do(a) aluno(a) não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso do projeto. Fui informado(a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais, são:

- Analisar as contribuições do uso de recursos tecnológicos, como softwares geométricos, no ensino-aprendizagem de geometria espacial;
- Analisar os ganhos com o uso de softwares e computação gráfica;

Fui também esclarecido(a) de que os usos das informações oferecidas pelo(a) aluno(a) será apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas pela inicial de seu nome e pela idade.

A colaboração do(a) aluno(a) se fará por meio de entrevista/questionário escrito etc, bem como da participação em oficina/aula/encontro/palestra, em que ele(ela) será observado(a) e sua produção analisada, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas. No caso de fotos, obtidas durante a participação do(a) aluno(a), autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc, sem identificação. A colaboração do(a) aluno(a) se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por mim assinado.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, ou me sinta prejudicado(a), poderei contatar o(a) professor responsável no e-mail stiagors@yahoo.com.br.

Fui ainda informado(a) de que o(a) aluno(a) pode se retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Canoas, _____ de ________________ de 2014.

Assinatura do Responsável:

Assinatura do Professor:

Assinatura do Orientador da pesquisa:

APÊNDICE 1 – Autorização da CRE para a execução da pesquisa na escola

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA

Av. Bento Gonçalves 9500 – Agronomia - 91509-900 Porto Alegre - RS - BRASIL
Tel: (051)3308-6189/3308-6225 FAX: (051)3308-7301
e-mail: matematica@mat.ufrgs.br Internet: www.ufrgs.br/mat

Ilma Profa. Leany Maria De Conti

Diretora da Escola Estadual de Ensino Médio Bento Gonçalves

Solicito sua autorização para que o Acadêmico **TIAGO SCHNORNBERGER**, aluno do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, desenvolva parte de seu trabalho de conclusão na Instituição de Ensino Escola Estadual de Ensino Médio Bento Gonçalves, durante o primeiro semestre de 2014.

O trabalho resultante do estudo desenvolvido por Tiago deve se constituir em material didático de qualidade que possa ser utilizado por outros estudantes e professores de Matemática.

Neste sentido, torna-se extremamente importante proceder à coleta de dados para futuras análises e obtenção de resultados relacionados com a aprendizagem em Matemática.

Dessa forma, nessa oportunidade, estamos solicitando sua autorização para a realização da coleta de dados mencionada bem como que o nome da Instituição seja referido no trabalho do Acadêmico.

Para manifestação de sua concordância, é suficiente sua declaração e assinatura nesse documento.

Ao seu dispor para quaisquer esclarecimentos, envio cordiais saudações.

Prof. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

Instituto de Matemática - UFRGS

Porto Alegre, 28 de abril de 2014.

Autorizado em 02/05

Luiz Antônio do Nascimento Moura
Id. Func. 2438640/01
Coordenador Regional de Educação Adjunto
27ª CRE - Canoas