

As cônicas são curvas planas bem conhecidas da geometria euclidiana. Dentre suas principais propriedades destacam-se as propriedades focais, que são empregadas, por exemplo, nos faróis de automóveis e nas antenas parabólicas. Em nosso trabalho procuramos inicialmente uma maneira natural de definir as cônicas sobre a superfície de uma esfera, e verificar que propriedades tais cônicas apresentam. Descobrimos uma maneira razoável de defini-las, e verificamos a preservação das propriedades focais. Descobrimos ainda outras propriedades das cônicas esféricas, destacando-se o fato de as três cônicas (elipse, parábola e hipérbole) na esfera serem curvas idênticas. Estudamos as cônicas esféricas inicialmente com auxílio do cálculo, mas posteriormente foi possível fazer estas demonstrações, e mais algumas, com a geometria sintética, tornando assim o estudo e a compreensão das mesmas acessíveis a um número maior de pessoas. Pelo fato de as cônicas apresentarem propriedades focais tanto na geometria euclidiana quanto na geometria esférica, supomos que elas deveriam ocorrer também na geometria hiperbólica. De fato elas ocorrem, o que implica sua independência do quinto postulado de Euclides. Já conseguimos provar unificadamente as propriedades focais das cônicas na geometria euclidiana e na hiperbólica, através de um raciocínio de geometria sintética onde não é utilizado o quinto postulado de Euclides. Uma prova das propriedades focais das cônicas que seja válida simultaneamente nas geometrias esférica, euclidiana e hiperbólica é mais difícil de se obter, pois na geometria esférica há outros postulados além do quinto que são diferentes. (CNPq)