UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

APIMEC SUL

CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM MERCADO DE CAPITAIS

Marco Aurélio de Jesus

Estruturas Temporais de Taxas de Juros

Trabalho de Conclusão apresentado como requisito parcial para a formação de Analista de Mercado de Capitais

Prof. Gilberto de Oliveira Kloeckner
Orientador e Coordenador do Curso

PORTO ALEGRE, janeiro de 2007.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Este é um trabalho introdutório sobre procedimentos metodológicos que possam precificar de forma correta títulos com maturidades diferentes. A pergunta chave é: qual a taxa de juros à qual devemos descontar os vários fluxos de caixa de um título de renda fixa, para determinar o preço do título? Ou ainda, que taxas de juros foram descontadas, em média, dos fluxos de caixa de um específico segmento ou grupo de títulos, para definir os respectivos preços?

A afirmação de que "o preço de qualquer instrumento financeiro é igual ao valor presente dos fluxos de caixa esperados do instrumento financeiro.", de Fabozzi, pode ser representada pela equação abaixo:

$$P = \frac{C}{(1+y)} + \frac{C}{(1+y)^2} + ... + \frac{C+M}{(1+y)^n}$$

A equação assume que a taxa de juros é a mesma para todas as datas dos fluxos de caixa. Ou seja, que os y são iguais para todos os períodos de tempo. Na realidade, este é um caso particular para uma curva de juros plana.

Fabozzi também especifica que, para se determinar o preço, são necessárias:

- Uma estimativa dos fluxos de caixa esperados.
- Uma estimativa do rendimento adequado exigido.

E completa: "o retorno exigido reflete o retorno de instrumentos financeiros de risco comparável, ou investimentos alternativos (ou substitutos)". Daí vem a idéia de segmentação, de comparar títulos de renda fixa de uma mesma classe de risco.

Podemos deduzir intuitivamente uma propriedade importante da renda fixa, embora passível de aplicação a todas as classes de ativos: se o **retorno** exigido **aumenta**, o **preço** do título **diminui**, pelo efeito no valor presente do fluxo de caixa. Se o **retorno diminui**, o **preço aumenta**, pelo mesmo motivo. Portanto, o preço do título muda na razão inversa do retorno exigido.

Daí decorre o aspecto do risco. As fontes mais comuns de risco em investimento são as exposições a mudanças em taxas de juros (BERNSTEIN e DAMODARAN *apud* VEIGA, 2005, p. 67).

O risco de taxa de juros pode ser definido como flutuações nos preços de um título causados por mudanças na taxas de juros associadas com o título. Desta forma, os títulos com altos níveis de risco embutidos nas taxas de juros experimentarão maiores mudanças nos seus preços que aqueles títulos com menores parcelas de risco inseridas nas taxas de desconto (FRANCIS *apud* VEIGA, p. 67).

Mudanças nas taxas de juros alteram o valor presente do título. A não antecipação dos movimentos das taxas de juros é a maior fonte de risco dos títulos de renda fixa (e, evidentemente, de oportunidade de ganho para os gestores competentes). Quando as taxas de juros variam, os detentores de títulos de renda fixa realizam ganhos e perdas de capital. São estes ganhos que fazem com que os investimentos de renda fixa apresentem risco (BODIE *apud* VEIGA, p. 68).

Portanto, a variação das taxas de juros afeta o valor das carteiras compostas por títulos de renda fixa. Taxas de juros são um dos Fatores de Risco de uma classe denominada Risco de Mercado (JORION, 2003, p. 14).

Um aspecto chave ao se comparar os retornos de diferentes títulos é o prazo. Diferentes prazos implicam em diferentes retornos. A relação gráfica entre o prazo e o retorno dos títulos com a mesma qualidade de crédito é conhecida como curva de juros (FABOZZI, p. 121). Diferente da assunção habitual de análise de investimentos, a curva de juros considera que existem diferentes taxas de juros para cada período de tempo.

A taxa usualmente utilizada no mercado para comparar o retorno das diversas alternativas de renda fixa é a taxa esperada até o vencimento ou *yield to maturity*. A metodologia de cálculo é a mesma da taxa interna de retorno. No entanto, o uso da taxa esperada é inadequado para a construção da curva de juros. A taxa esperada até o vencimento é a taxa de retorno que seria obtida se todos os fluxos de caixa recebidos antes da data de vencimento fossem aplicados à própria taxa esperada até a data de vencimento. Uma instituição que estiver escolhendo entre títulos com taxas esperadas diferentes estará assumindo hipóteses distintas de reinvestimento (ELTON *et al*, 2004, p. 428). E a taxa esperada até o vencimento de um título pode ser considerada uma média destas diferentes taxas, ponderada pelo prazo de vigência de cada taxa (ROSS, WESTERFILED e JAFFE, 2002, p. 120).

A taxa esperada até o vencimento só é comparável para títulos de *zero coupon bond* ou títulos de cupom zero, pois a inexistência de pagamentos intermediários elimina o problema do reinvestimento dos cupons. Títulos de cupom zero são títulos sem pagamentos intermediários até o vencimento, quando é realizado o pagamento do principal.

Na literatura, a curva de juros, conceituada como relação entre a taxa interna de retorno para títulos de cupom zero e o tempo, é denominada Estrutura Temporal da Taxas de Juros (ETTJ ou ET) ou Estrutura a Termo. Também é empregado Curva de Taxas a Vista ou Curva *Spot*. Ou simplesmente Curva de Juros. Neste trabalho, todos estes termos são considerados como sinônimos e utilizados indistintamente.

A partir da curva de juros da taxa *spot*, é possível extrapolar as taxas de juros futuras. Isto é, é possível conhecer a expectativa do mercado **hoje** para a taxa de juros para daqui a um ano, por exemplo. Esta taxa de juros é conhecida como taxa *forward* ou taxa a termo.

Utilizando-se títulos de cupom zero pode-se construir a curva de juros da taxa *spot* ou taxa a vista. Na ausência de títulos de cupom zero, é possível derivar esta curva de títulos com cupom efetivamente negociados. As diferentes taxas para os diferentes prazos ocorrem devido às expectativas tais como inflação futura – pode haver a expectativa no mercado que a inflação no segundo ano seja maior do que a inflação do primeiro ano (ROSS, WESTERFILED e JAFFE, p. 119).

As taxas *spot* são fundamentais para os gestores de renda fixa. Um uso importante é indicar a cotação esperada dos títulos para empresas que desejam fazer a captação através de instrumentos de renda fixa. Outro uso é a identificação de títulos que estejam incorretamente avaliados, onde o preço de mercado difere do preço estimado – estes títulos são candidatos para a compra ou a venda. Muitas instituições utilizam as taxas spot para ter uma noção dos retornos oferecidos para diferentes prazos de aplicação (ELTON *et al*, p. 435).

O conhecimento do comportamento das taxas de juros ao longo do tempo e dos fatores que afetam o deslocamento da curva também é fundamental para as estratégias de gestão de renda fixa. Decisões sobre a compra ou venda de ativos, estar “longo” ou “curto” na parte curta ou longa da curva são tomadas sobre as expectativas de posicionamento futuro da curva de juros.

Técnicas de proteção da carteira através de derivativos ou a busca de oportunidades de arbitragem podem trazer ganhos diferenciados para os gestores. As taxas *forward*, por trabalharem com as expectativas do mercado, podem ser utilizadas para criar ganhos adicionais, quando o gestor de renda fixa diverge do consenso. Por exemplo, aplicar em dois títulos de um ano de prazo sucessivamente, ao invés de comprar um único título de dois anos. As taxas *forwards* são utilizadas também como instrumentos de *hedge*. No exemplo, por aplicar em dois títulos de um ano sucessivamente, o investidor poderia fazer o *hedging* da taxa de um ano daqui a um ano (FABOZZI, p. 132-134).

Também os gestores de outras classes de ativos, como renda variável, por exemplo, desenham estratégias e movimentos sobre as perspectivas do movimento dos juros. Informações sobre o aperto ou afrouxe monetário trazem movimentos importantes nos mercados de renda variável.

A curva *spot* ou as taxas *forward* que dela derivam tem aplicação ilimitada nos sistemas de risco, tais como *RiskMetrics* do J. P. Morgan. Estes sistemas determinam se um ativo financeiro está sobre ou subavaliado (*Rich and Cheap Analysis*) ou para calibrar os modelos de alterações das taxas de juros, através dos quais se precificam os derivativos de taxas de juros.

Para o setor governo, o formato da curva de juros é fundamental. Praticamente todo o ano de 2005 e parte de 2006, Alan Greenspan, presidente do FED americano, discutiu o *conundrum* do formato da curva de juros americana, que num período de aperto monetário insistia em se manter invertida. Como decorrência, muitos economistas e estrategistas mergulharam em estatísticas sobre a capacidade de predição de recessões da curva de juros (na metade das vezes em que a curva de juros se inverteu, houve uma recessão). Adicionalmente, para o Tesouro dos países, a curva de juros indica se e quando deve ser feito financiamento ou captação de recursos no mercado, e a que *spread* ou preço.

Certamente, o principal indicador das economias é a curva de juros. Daí a pretensão de analisar, ainda que muito inicialmente, o tema.

Talvez surpreendentemente, cabe o aviso: as taxas *forward* não são boas previsoras das taxas de juros futuras (FAMA *apud* FABOZZI, p. 135). No entanto, "através da estrutura a termo, formam-se expectativas sobre a economia. A forma da estrutura a termo impacta o funcionamento da economia real no que tange a consumo e investimento e pode ser um bom instrumento para prever de taxas futuras de inflação" (OLIVEIRA, ALBERTO A. S. DE, 2003, p. 4). Algumas teorias dão suporte para a inferência do comportamento macroeconômico, através da explicação do formato da Estrutura Temporal das Taxas de Juros: Teoria de Mercados Segmentados, Teoria das Expectativas e a Teoria do Prêmio por Liquidez (ELTON *et al*, p. 436-441).

Ao longo do estudo, buscou-se dar um viés bastante prático para o tema. O trabalho focaliza o mercado dos EUA. O espectro de alternativas de renda fixa neste mercado, vis a vis com o brasileiro, traz uma diversidade muito maior para o estudo, além de mais consistência, por ser mais líquido. O segmento de títulos do Tesouro dos EUA será a base para uma modelagem experimental da curva de juros.

O grande volume da dívida e o tamanho das emissões fizeram dos títulos do Tesouro dos EUA o maior e mais líquido mercado do mundo. A qualidade do crédito é considerada como "*triple A*", que no jargão financeiro significa *rating* Aaa na nomenclatura da Moody's ou AAA na nomenclatura da Standard & Poor's. Este *rating* indica a qualidade de crédito mais alta possível. O *spread* das distribuidoras de títulos (diferença entre o valor de compra e venda do ativo numa instituição) é o menor nos títulos do Tesouro se comparado com os demais títulos do mercado. O mercado secundário (onde um grupo de distribuidoras oferece preços de compra e venda para títulos do Tesouro em circulação) é o mercado financeiro de maior liquidez em todo o mundo (FABOZZI, 2000, p. 157).

Quanto à construção das curvas de juros *spot* e *forward*, muitos métodos foram criados, devido à preocupação do mercado com a precificação correta dos títulos de renda fixa. Vamos nos deter no método *Bootstrap*, bastante utilizado, embora com restrições, e no *Spline* Quadrático. No primeiro capítulo, vamos estudar a base teórica do tema e onde os métodos escolhidos se situam.

1 ESTIMAÇÃO DA ESTRUTURA TEMPORAL

Numerosos estudos há mais de 50 anos têm tratado da modelagem matemática e estatística para estimação das taxas de juros e sua relação com o prazo dos investimentos. O assunto é extremamente complexo e tem preocupado acadêmicos, bancos centrais, economistas e gestores de investimento, principalmente, mas não somente, os de renda fixa.

É interessante notar a citação de John Campbell acerca da surpresa que a curva de juros causa nos bancos centrais, instituições e pessoas (CAMPBELL, J. Y., 1995, p. 129). Neste artigo, foi feita uma referência a Edward J. Kane que criticou os economistas pela qualidade da pesquisa na área da estrutura a termo das taxas de juros: "It is generally agreed that, ceteris paribus, the fertility of a field is roughly proportional to the quantity of manure that has been dumped upon it in the recent past. By this standard, the term structure of interest rates has become... an extraordinary fertile field indeed." [1]

Mas, admite John Campbell, a qualidade da pesquisa tem melhorado nos últimos 25 anos e existe hoje um melhor entendimento da relação entre o retorno e maturidade dos instrumentos de renda fixa.

A organização da literatura e o diagrama abaixo foram estruturados a partir de informações de Oliveira (OLIVEIRA, A. A. S, 2003, p. 4) e refere-se aos estudos internacionais sobre a estrutura a termo.

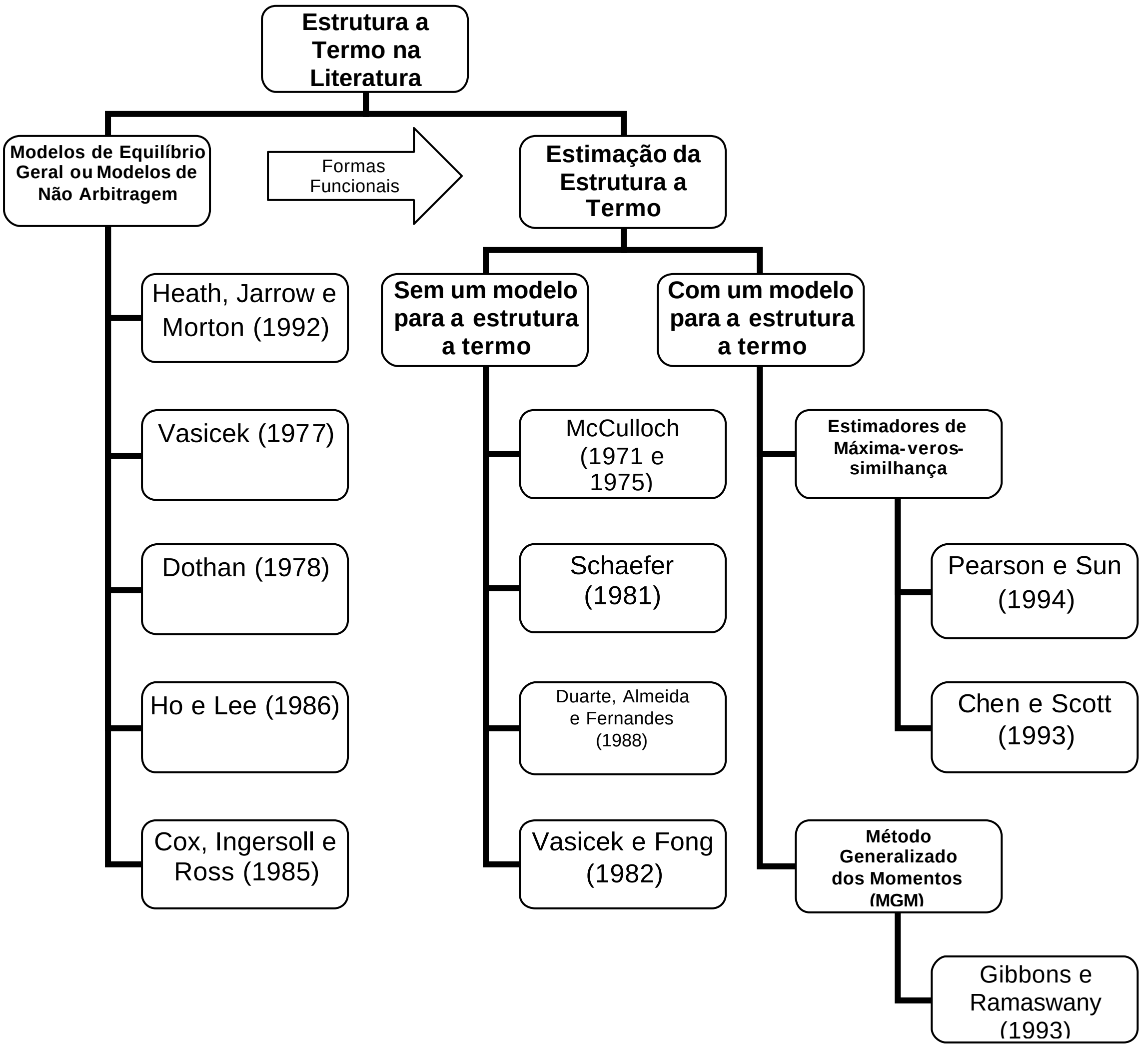
A literatura divide-se em dois ramos: um que compreende os modelos de equilíbrio geral e os modelos de não arbitragem e outro ramo que lida com a estimação da estrutura a termo propriamente dita. Os dois ramos se entrelaçam ao longo de vários estudos, já que os modelos de equilíbrio geral e os de não arbitragem fornecem as formas funcionais para serem estimadas.

Os modelos de equilíbrio partem de hipóteses sobre o comportamento econômico das variáveis e obtêm a dinâmica da taxa de juros livre de risco como resultado (CASSETTARI, A. e FERRUA NETO, L., 2001, p. 4). Estes modelos

[1] Traduzindo: "Tem sido geralmente acordado que, *ceteris paribus*, a fertilidade de um campo é, grosso modo, proporcional à quantidade de estrume que tenha sido jogado aí no passado recente. De acordo com este padrão, a estrutura a termo das taxas de juros tem se tornado... sem dúvida, um extraordinário campo fértil".

necessitam de função de produção da economia e da função de utilidade dos consumidores como ponto de partida. Já os modelos de não arbitragem buscam determinar uma forma funcional que associe cada vencimento dos títulos a uma taxa de juros.

Os estudos de Cox, Ingersoll e Ross, para os modelos de equilíbrio, e os de Heath, Jarrow e Morton, para os modelos de não arbitragem, são marcos referenciais. Outros trabalhos importantes são Vasicek, Dothan e de Ho e Lee.



Os modelos de estimação trabalham com ou sem um modelo de estrutura a termo para tentar ajustar funções aos dados. Caso utilizem um modelo, se apoiarão nos modelos de equilíbrio ou de não arbitragem, conforme foi explicado.

As formas funcionais, muitas vezes, modelam as taxas de juros no curto prazo; o modelo teórico extrai as taxas no longo prazo. Com isto, uma grande parcela dos trabalhos que ligam os dois grupos estima um processo gerador de dados para a taxa de juros de curto prazo e utiliza modelos de estrutura a termo para ligar a taxa de juros de curto prazo às outras de prazo mais longo.

Especificamente, no grupo da estimação da estrutura a termo, os estudos propuseram o uso de *splines* cúbicos, (Mc Culloch em 1971 e 1975 e Shea em 1984), *B-splines*, Polinômios de Chebychev, Polinômios de Bernstein, Polinômios de Laguerre (Nelson e Siegel em 1988), *splines* polinomiais, *splines* exponenciais (Vasicek e Fong em 1982) e polinômios gerais (Chambers *et al* em 1984) (JULIO, J. M.; MERA, S. J.; e HÉRAULT, A. R., 2002, pg. 16).

A maioria dos trabalhos de estimação se realiza em três etapas: definir uma função de desconto que relacione os fluxos de caixa com os preços dos títulos, escolher uma forma funcional, como polinômios ou *splines*, que modele a função de desconto e finalmente utilizar um método econométrico para estimar os parâmetros.

A complexidade matemática e estatística varia grandemente nestes procedimentos, mas em função do nosso escopo, vamos tratar dos métodos mais conhecidos de construção da estrutura a termo. Vamos analisar dois métodos que têm sido empregados amplamente e já são parte do cotidiano dos textos básicos: *Bootstrap* e estimação de equações que reproduzem o comportamento da curva de juros. Com variações, foi o proposto por McCulloch e Schaefer (ELTON *et al*, p. 452).

No próximo capítulo, iremos discutir que tipo de taxa de juros que deve ser utilizada na construção da estrutura temporal. Além disto, vamos analisar as convenções utilizadas nas negociações dos títulos de renda fixa nos EUA. Como vamos trabalhar com dados reais adiante, isto é, com títulos de renda fixa do Tesouro dos EUA, é importante estabelecer critérios para tratamento destes dados, de forma a ter algum nível de qualidade no processo de estimação.

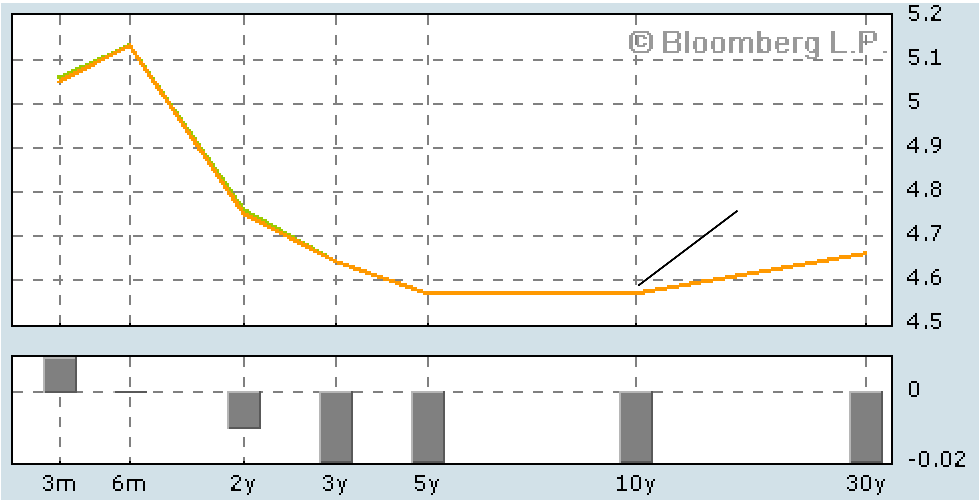
2 DIFERENTES TAXAS DE JUROS

Existem várias formas de calcular o rendimento de um título de renda fixa. Este capítulo discute qual taxa de juros é a mais adequada para precificar um título e servir como informação para construir a curva de juros.

A prática corrente do Tesouro dos EUA é emitir todos os títulos com vencimentos abaixo de um ano como títulos de cupom zero, conhecidos também como títulos descontados. São denominadas como Letras do Tesouro ou *Treasury Bills*. Os títulos emitidos com prazo de dois ou mais anos são emitidos com cupom semestral. São conhecidas como Notas do Tesouro ou *Treasury Notes*, se o prazo for até 10 anos, ou Bônus do Tesouro ou *Treasury Bonds*, se o prazo superar os 10 anos (Fabozzi, p. 157). Mas na prática, no mercado, *Treasury Notes* e *Treasury Bonds* são simplesmente chamados de *Treasuries*.

2.1 Taxa Interna de Retorno, Taxa Esperada de Juros ou *Yield to Maturity*

Tipicamente, muitos *web sites*, como www.bloomberg.com trazem a curva de retornos tal como segue, referente ao *U.S. Government Securities*:



Yield Curve em www.bloomberg.com/markets/rates/index.html, de 21/11/2006, 22h do Brasil. Em percentual.

Por exemplo, o título de 10 anos, o *Treasury* com cupom (COUPON) 4.625% com maturidade em 15/11/2016, aparece na mesma tela com os dados:

Notes/Bonds	COUPON	MATURITY DATE	CURRENT PRICE/YIELD	PRICE/YIELD CHANGE	TIME
2-Year	4.875	10/31/2008	100-06¾ / 4.76	0-00¾ / -.013	11/21
3-Year	4.625	11/15/2009	99-30+ / 4.64	0-02 / -.023	11/21
5-Year	4.625	10/31/2011	100-07 / 4.57	0-03½ / -.025	11/21
10-Year	4.625	11/15/2016	100-12+ / 4.57	0-06 / -.024	11/21
30-Year	4.500	02/15/2036	97-15½ / 4.66	0-11+ / -.022	11/21

Notes/Bonds em www.bloomberg.com/markets/rates/index.html, de 21/11/2006, 22h do Brasil.

Este título paga cupom à taxa de 4,625% por ano. Para cada $100 de valor de face, o cupom é de $2,313 por semestre, pagos em 15 de maio e 15 de novembro de cada ano, calculado pela fórmula:

$$C = \frac{y}{n} \times M$$

Onde C é o valor do cupom, y é a taxa de cupom anual, n o número de cupons por ano e M o valor de face ou valor no vencimento. No exemplo:

$$2{,}313 = \frac{4{,}625\%}{2} \times 100$$

O mercado utiliza nas negociações a taxa de cupom semestral multiplicada pelo número de cupons no ano. "Embora suponha desconto e composição em base semi-anual não supõe nenhuma composição na conversão de uma taxa semi-anual em uma taxa anual." (ELTON *et al*, p. 426) Esta convenção distorce a taxa de retorno.

O preço do título é igual ao valor presente dos seus fluxos de caixa. No nosso exemplo, o preço é 100-12+, e segue a convenção do preço dos títulos do Tesouro dos EUA com cupom: unidades de preço de 1/32 de 1% do valor ao par. Um sinal colocado no lado direito da quantidade de 1/32 indica que 1/64 é somado ao preço (FABOZZI, p. 161). O resultado é o preço de 100,391:

$$100{,}391 = 100 + \frac{12}{32} + \frac{1}{64}$$

Além do preço, caso a transação aconteça após a emissão do título e entre as datas de pagamento de cupons, existe uma complicação adicional. O preço cotado considera que o próximo cupom será pago parcialmente para o comprador do título, proporcional ao período entre a transação e o pagamento do cupom.

O comprador do título vai receber o cupom cheio. No momento da transação, portanto, o comprador do título deve compensar ao vendedor a parcela do cupom proporcional que lhe é devida. Esta parcela é conhecida como juros acumulados ou *accrued interest*.

Preços e retornos são cotados como "preço vazio" ou *clean basis*. *Clean price* é o preço do título excluindo os juros acumulados (*accrued interest*). "Preço cheio" ou *Dirty price* é o "preço vazio" mais os juros acumulados. Os preços são sempre cotados como "limpos", mas ao completar a transação o comprador paga sempre o "preço cheio". [2]

O cálculo dos juros acumulados pode ser realizado de duas formas: o método do Tesouro dos EUA (também denominado método do FED), que supõe juros simples ao longo do período entre a data da transação e a data de pagamento do cupom, e o *Street*, também conhecido como método da *Securities Industry Association – SAI*, que utiliza juros compostos (FABOZZI, p. 161).

O método *Street*, utilizado no mercado secundário, é calculado:

$$\left\{\left[\left(\frac{C}{M}+1\right)^{\frac{DDUC}{DEC}}\right]-1\right\}\times M$$

DDUC são os dias decorridos do último cupom até a data da transação e *DEC* são os dias entre o pagamento dos cupons. No nosso exemplo:

$$0{,}075=\left\{\left[\left(\frac{2{,}313}{100}+1\right)^{\frac{6}{182{,}5}}\right]-1\right\}\times 100$$

Aqui entra o aspecto da contagem de dias. Alguns títulos fazem a contagem de dias na base de 30/360 dias. É o caso dos títulos emitidos por empresas (*corporates*). No caso dos títulos emitidos pelo Tesouro dos EUA, o ano é

[2] O Excel calcula o preço vazio (*clean price*) na função *Price*.

contado como 365 dias ou base atual sobre 365 (HOLLAND, A., p. 12 e FABOZZI, p. 162). Por isto, utilizou-se 182,5 no numerador da fração que é o expoente na fórmula anterior:

$$\frac{6}{182{,}5}.$$

Como diz o Giorgio S. Questa, "*the accrual of interest is governed by a set of (often irrational) market conventions*." (QUESTA, 2006, p. 10)

O valor a ser pago pelo comprador do título será, portanto:

$$100{,}466 = 100{,}391 + 0{,}075$$

No nosso exemplo, o rendimento informado no Bloomberg é de 4,57%. No entanto, é diferente da taxa interna de retorno, calculada com fluxo de caixa:

21/11/06	100,466	
15/05/07	2,313	
15/11/07	2,313	
15/5/08	2,313	
15/11/08	2,313	
15/5/09 a 15/5/15	2,313	Repete 13 vezes
15/11/15	2,313	
15/5/16	2,313	
15/11/16	102,313	
	4,625%	= Taxa Interna de Retorno[3]

Esta diferença, conforme já comentamos acima, é resultado do efeito de não considerar que o cupom intermediário pago semestralmente será reinvestido. Se convertermos a taxa interna de retorno, que é anual, em uma taxa semestral, multiplicando o resultado por dois, a taxa obtida será igual ao rendimento da Bloomberg:

$$4{,}57\% = \left[(4{,}625\% + 1)^{\frac{1}{2}} - 1\right] \times 2$$

A forma de cotação dos títulos que, ao invés de capitalizar, dobra a taxa de juros semestral é conhecida como retorno do bônus equivalente ou *bond-equivalent yield* (FABOZZI, p. 53).

[3] Que casualmente é igual à taxa de cupom anual calculada como $y = \frac{nC}{M}$

O retorno do bônus equivalente é estabelecido “sem levar em conta o fato de que o investidor pode obter juros, sobre o primeiro cupom recebido a cada ano, durante a segunda metade do ano” (FABOZZI, p. 53).

2.2 Inadequação da Taxa Interna de Retorno para a Curva de Juros

A taxa de desconto, a taxa interna de retorno, a taxa esperada até o vencimento, o *yield to maturity* ou, ainda abreviado, o *YTM*, é a taxa de desconto onde os valores presentes dos fluxos de caixa positivos e negativos se anulam (ASSAF NETO *apud* VEIGA, p. 60). Para calcular a taxa interna de retorno é necessário usar um método de tentativa e erro. [4] Na equação abaixo, C são os cupons, M é o valor na maturidade, P é o preço e n é o número de períodos. O valor para *y* que tornar verdadeira a equação é a Taxa Interna de Retornos.

$$0 = \frac{C}{(1+y)} + \frac{C}{(1+y)^2} + ... + \frac{C+M}{(1+y)^n} - P$$

Como diz Fabozzi: “Uma função-chave da curva de retornos de títulos do Tesouro é a de servir como *benchmark* para a precificação de bônus e determinar os retornos em todos os demais setores do mercado de dívida: empréstimos bancários, hipotecas, dívida corporativa e bônus internacionais. Entretanto, participantes no mercado estão se conscientizando de que a curva de retornos de títulos do Tesouro elaborada de forma tradicional constitui medida insatisfatória da relação entre retorno exigido e vencimento. A principal razão disso é a de que títulos com o mesmo vencimento podem, na verdade, oferecer retornos diferentes.” E prossegue: “... este fenômeno reflete o papel e o impacto de diferenças nas taxas de cupom dos bônus.” (FABOZZI, p. 121)

Diferentes taxas de cupons implicam em cupons maiores ou menores relativamente ao preço do título. A taxa interna de retorno assume que estes cupons são reinvestidos à mesma taxa do título. O exemplo abaixo considera dois títulos em duas situações. Na situação A, os reinvestimentos dos cupons são feitos à mesma taxa de retorno de ambos os títulos, 6% ao período. Na situação B, o reinvestimento dos cupons de ambos os títulos é feito à taxa de 1% ao período. Ora, é intuitivo que,

[4] Do MS Excel: “O Microsoft Excel usa uma técnica iterativa para calcular TIR. Começando por estimativa, TIR refaz o cálculo até o resultado ter uma precisão de 0,00001 por cento. Se TIR não puder localizar um resultado que funcione depois de 20 tentativas, o valor de erro #NÚM! será retornado.”

se a taxa de reinvestimento for menor que a taxa do título, aquele que tiver cupons maiores relativamente ao valor total investido será uma alternativa pior.

	A		B	
	Título 1	Título 2	Título 1	Título 2
0	100	66,88	100	66,88
1	6	1,5	6	1,5
2	6	1,5	6	1,5
3	6	1,5	6	1,5
4	6	1,5	6	1,5
5	6	1,5	6	1,5
6	6	1,5	6	1,5
7	6	1,5	6	1,5
8	6	1,5	6	1,5
9	6	1,5	6	1,5
10	106	101,5	106	101,5
Taxa Interna de Retorno[5]	6,000%	6,000%	6,000%	6,000%
Taxa Interna de Retorno com opção de reinvestimento dos cupons	6,000%	6,000%	4,993%	5,633%
Taxa de Reinvestimento	6,000%		1,000%	

De forma oposta, se um investidor estiver fazendo escolhas entre títulos com taxas internas de retorno diferentes, utilizando por critério exclusivamente a taxa interna de retorno, estará fazendo hipóteses distintas a respeito da taxa de reinvestimento (ELTON *et al*, p. 428).

Neste ponto, deve estar claro que a taxa interna de retorno não deve ser utilizada para construir a curva de juros. A taxa interna de retorno é, na verdade, uma mistura de taxas de diferentes períodos (com alguma licença matemática, é quase uma média de taxas). A taxa mais adequada é a taxa de retorno do título de cupom zero, também conhecida como taxa a vista ou taxa *spot*. Daí que a Curva *Spot* ou simplesmente Curva de Juros (FERREIRA, R., 2004, p. 34) é representação gráfica da relação entre o prazo do título, que corresponde ao seu único vencimento, e a taxa de juros do título. Que por ser um título sem cupom, é a própria taxa interna de retorno.

Apenas quando a curva *spot* é plana, a curva construída com a taxa interna de retorno se aproxima daquela.

[5] Taxa Interna de Retorno calculada através da função TIR do MS Excel. Taxa Interna de Retorno com opção de reinvestimento dos cupons calculada através da função MTIR.

É interessante comparar as duas fórmulas. A primeira considera diferentes taxas para os distintos períodos na precificação de um título e que será utilizada adiante para a estimação da curva *spot*. O termo *y* é diferente para cada período:

$$P = \frac{C}{(1+y_1)} + \frac{C}{(1+y_2)^2} + ... + \frac{C+M}{(1+y_n)^n}$$

E a segunda fórmula da taxa interna de retorno, onde o termo *y* é o mesmo em todos os componentes, talvez a mais comum na literatura de finanças:

$$P = \frac{C}{(1+y)} + \frac{C}{(1+y)^2} + ... + \frac{C+M}{(1+y)^n}$$

Como diz Gyorgy Varga [6], "é de extrema importância a obtenção da ET (estrutura a termo) para o processo de seleção de investimento, pois, como se sabe, a seleção de títulos com base na TIR não é o procedimento correto – o certo é calcular e selecionar um título, por seu valor presente de acordo com a ET corrente. Se for uma aplicação financeira, compra-se (vende-se) a de valor presente menor (maior) do que o preço de mercado, pois está barato (caro). Apesar disso, um procedimento utilizado por praticantes e mesmo acadêmicos é o de construir a ET, tomando a TIR de cada título como taxa *spot* e a *duration* como prazo."

Quando consideramos o reinvestimentos dos cupons, estamos falando de Retorno Total. Fabozzi (2000, p. 64-71) tem uma detalhada explicação sobre o assunto.

2.3 Títulos sem ou de cupom zero – *zero coupon bonds*

São os títulos que não fazem o pagamento de cupom. Estes títulos são comprados com um desconto de seu valor na maturidade. Conforme veremos a seguir, serão chaves para a estimativa da curva de juros.

É muito mais fácil calcular o retorno até o vencimento de um título de cupom zero porque a equação abaixo pode ser utilizada:

$$y = \left[\frac{M}{P}\right]^{\frac{1}{n}} - 1$$

[6] Excelente o artigo técnico de Gyorgy Varga, em Estrutura a Termo Baseada em Títulos com Pagamentos Intermediários, Resenha da BM&F, p. 4.

M é o valor na maturidade, P é o preço e n é o número de períodos. Para comparar o preço de títulos de cupom zero com títulos com cupons pagos semestralmente, deve ser utilizado como n o número de semestres ao invés do número de anos.

Considerando a avaliação de alternativas de investimento, um título livre de risco e de cupom zero, o qual proporciona apenas um fluxo de caixa no seu vencimento, representa o ativo mais fácil de ser avaliado. Para este ativo, a taxa de desconto apropriada é a taxa livre de risco (BERNSTEIN e DAMODARAN *apud* VEIGA, p. 55). Também são conhecidos como títulos descontados.

Os títulos do Tesouro dos EUA, com vencimentos abaixo de um ano, são títulos de cupom zero ou também conhecidos como títulos descontados. São as Letras do Tesouro ou *Treasury Bills*.

Existem títulos do Tesouro dos EUA com cupom zero, denominados *Strips - Separate Trading of Registered Interest and Principal of Securities*, com prazos maiores do que 1 ano. São originados de títulos do Tesouro, com cupom, adquiridos por corretoras. Cada cupom é transformado num título individual e o título original fornece a garantia. Os *Strips* são menos líquidos que os títulos originais e consequentemente o *spread* entre a compra e a venda é maior do que os títulos do Tesouro com cupom. Também, como diz Elton *et al* (p. 434) "... a soma dos preços de *strips* geralmente é superior ao preço do título original. Um preço mais elevado indica que as taxas a vista calculadas com base em *strips* são inferiores às taxas usadas para avaliar os títulos com cupom. Não é raro observar diferenças de 0,5% no caso de *strips* com prazos longos de vencimento".

A taxa de juros de um título de cupom zero é conhecida como Taxa a Vista ou Taxa *Spot*.

2.4 Lei do Preço Único

A lei do Preço Único diz que ativos iguais devem ter preços iguais. Os títulos devem ter o mesmo risco de crédito, como é o caso dos títulos públicos, Como o preço é dado por:

$$P = \frac{C}{(1+y_1)} + \frac{C}{(1+y_2)^2} + ... + \frac{C+M}{(1+y_n)^n}$$

ou

$$P = C(1+y_1)^{-1} + C(1+y_2)^{-2} + ... + (C+M)(1+y_n)^{-n}$$

O termo $(1+y_n)^{-n}$ é conhecido como Fator de Desconto.

A taxa y pode ser igual em todos os períodos ou não, mas como veremos mais adiante, normalmente não é igual. Ou seja, y_1, y_2, ..., y_n são muitas vezes diferentes. Mas o que a Lei do Preço Único diz é que a mesma taxa, de um determinado período, será utilizada para descontar os fluxos de caixa deste período de todos os títulos.

O exemplo a seguir foi adaptado de Elton *et al* (p. 431-433). Se considerarmos três títulos, A, B e C, é possível construir uma combinação de unidades compradas de B e C que dê o mesmo fluxo de caixa do título A. Esta combinação será feita comprando-se determinadas quantidades de B e de C que reproduzem o fluxo de caixa de A.

Se o preço da combinação de B e C for diferente de A, investidores arbitrarão e comprarão B+C ou A, o que for mais barato. Isto levará o preço de B+C a ser igual a A.

A Lei do Preço Único vale para todos os títulos de renda fixa, inclusive os títulos de cupom zero. Para um dado título com cupom, existe um conjunto de títulos de cupom zero que irão reproduzir o fluxo de caixa do título com cupom. Seja um título com 3 cupons de $6 e com valor no vencimento igual a $100:

t_1	$3
t_2	$3
t_3	$103

Este fluxo de caixa pode ser substituído por um grupo de 3 títulos de cupom zero, com vencimentos em t_1, t_2 e t_3, e valores $3, $3 e $103.

Portanto, as taxas y_1, y_2, ..., y_n são as taxas dos títulos de cupom zero com as maturidades iguais aos períodos dos cupons. Se isto não for verdade, é possível que um participante do mercado gere lucros livres de risco (arbitragem) através da separação dos pagamentos dos cupons e da criação de títulos derivados (FABOZZI, p. 124).

2.5 Considerações para construção da Curva *Spot*

Os títulos do tesouro do EUA constituem a maior parcela dos títulos de renda fixa negociados nos EUA e também de todo o planeta. São, em conseqüência, os títulos mais líquidos.

Como tem lastro do Governo dos EUA, são considerados livres do risco de crédito. São, portanto, a taxa básica de juros e *benchmark* para avaliação dos instrumentos da renda fixa e demais alternativas de investimento.

São de fácil precificação, pois tem uma estrutura simples, pagando cupom ou não, e o pagamento do principal na maturidade juntamente com o último cupom, se houver. Estas características favorecem que os títulos do tesouro do EUA sejam utilizados como fonte para a construção da curva de juros.

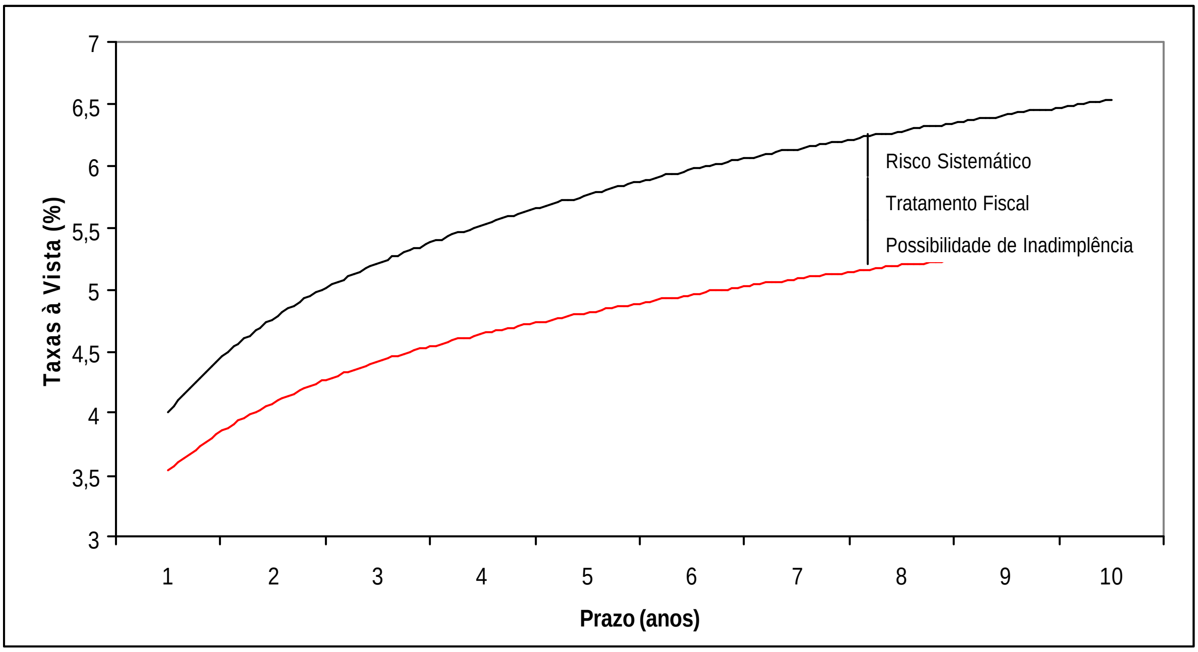
Outras curvas de juros podem ser construídas, por tipo de emissor de dívida: títulos do tesouro de outros países, títulos lastreados em empréstimos hipotecários (Ginnie Mae, Fannie Mae e Freddie Mac), títulos de empresas ou títulos de instituições supranacionais, como o Banco Mundial ou BIRD. Dentro destas categorias, outras curvas podem ser identificadas, dependendo de aspectos como:

- Risco de crédito do emissor. A probabilidade de inadimplência, normalmente associada ao *rating* da empresa e do título, atribuído por agências de risco. Também os títulos de empresas privadas têm risco de inadimplência maior do que os títulos públicos e os investidores exigem um prêmio por isto.
- Tratamento fiscal. Por exemplo, nos EUA, os pagamentos de juros de títulos de renda fixa não são tributados para investidores não residentes. No caso de residentes, os juros de títulos de empresas privadas são tributados no nível estadual, mas os pagamentos de juros de títulos federais não o são (ELTON *et al*, p. 448).
- Títulos resgatáveis antecipadamente. Possibilidade de ser resgatado pelo emissor num prazo menor que a maturidade – possibilidade de ser “chamado” (*callable*). É óbvio que o emissor procura ter uma vantagem, criando a possibilidade de resgate antecipado se, no futuro, o resgate for interessante. Por outro lado, os investidores

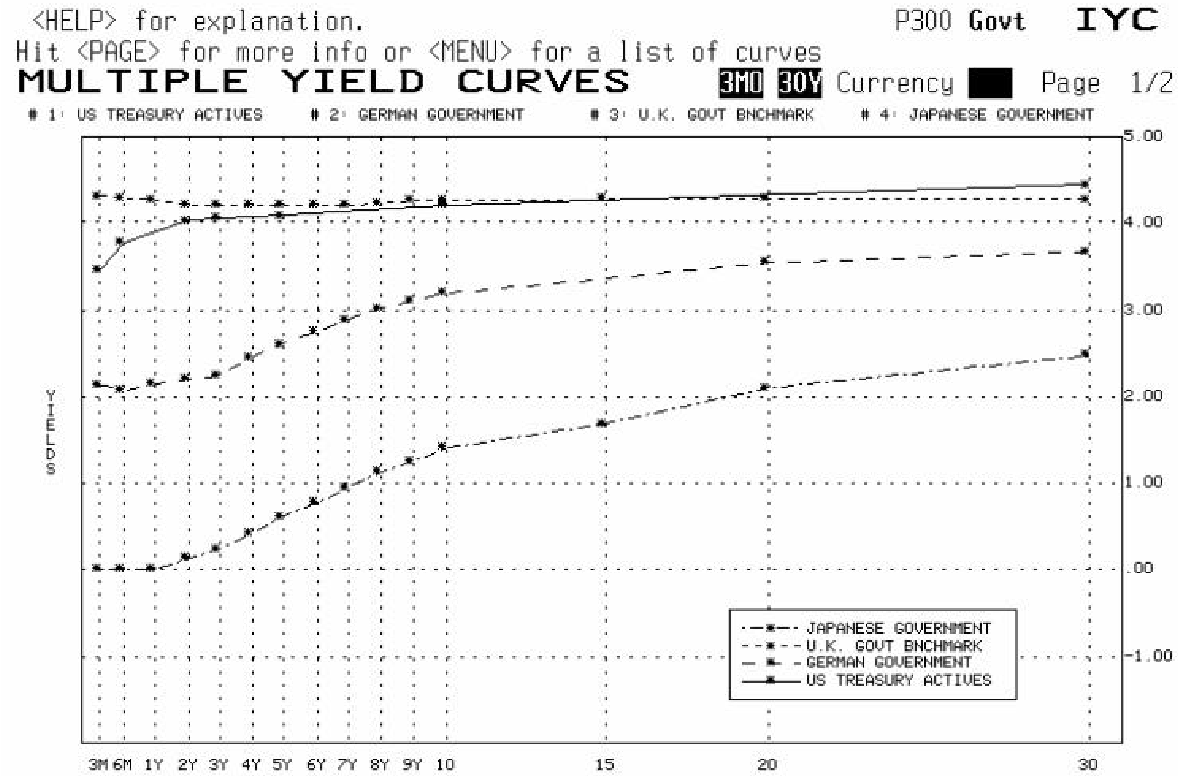
exigem um prêmio por esta desvantagem (ROSS, WESTERFILED E JAFFE, p. 463).

- Títulos com taxa flutuante. Podem ser títulos que pagam um cupom que varia em função de uma taxa de juros. Por exemplo, *Libor* (*London Interbank Offered Rate*) mais 2% ao ano. Pode ser também títulos indexados à inflação, como os *Treasuries Inflation-Protected Securities* (*TIPS)*, que pagam juros mais a correção da inflação.

Em resumo, a construção da curva de juros deve considerar as classes de títulos no mercado. O exemplo adaptado de Elton *et al* ajuda este entendimento. Para cada classe de título existe uma curva de juros diferenciada, em função dos prêmios exigidos pelo mercado (*spreads*).



Um exemplo real pode ser visto abaixo, obtido de Andrew Clare (s. d., p. 4), apresentando as curvas de juros de títulos do Tesouro japonês, inglês, alemão e americano (data da tela não foi informada):



Pela sua utilidade, buscar métodos para calcular a curva de juros a partir de títulos com cupom e como interpolar as taxas de juros nos períodos onde não tem títulos vencendo, sempre foi uma preocupação do mercado. Muitas teorias foram criadas e dão fundamento aos métodos. No próximo capítulo, vamos estudar dois métodos de construção da curva de juros *spot*: *Bootstrap* e *Spline*.

3 CURVA TEÓRICA DE TAXAS SPOT

Embora a estrutura de prazos e taxas de juros seja uma só, pode ser representada pelo menos das quatro formas descritas: curva da taxa interna de retorno, a curva par, a curva *spot* e a curva *forward*.

A curva mais utilizada é a curva obtida a partir das taxas internas de retorno, apesar da deficiência do tratamento do reinvestimento. Outra curva bastante utilizada é a curva par. Esta curva relaciona as taxas de títulos que são cotados ao par.

A curva *forward* é obtida implicitamente da curva *spot*. É fundamental para os instrumentos derivativos da renda fixa. É obtida através da equação:

$$F_n = \left(\frac{(1+S_n)^n}{(1+S_{n-1})^{n-1}} \right) - 1$$

Onde F_n é a taxa *forward*, S é a taxa *spot*, e n o período.

A curva mais importante para fazer a valorização e administração de riscos é a curva de zero cupom, que mostra relação entre o vencimento dos títulos de cupom zero e a sua taxa interna de retorno. O grande problema é que existem poucos títulos com cupom zero. Taxas de zero cupom raramente são observadas nos mercados financeiros. O Tesouro dos EUA emite títulos com cupom zero apenas para prazos menores que um ano. E os *strips*, que tem prazos maiores do que um ano, não são adequados para a construção da curva, devido à baixa liquidez e o *spread* que as corretoras inserem ao separar os cupons do título original. [7]

A solução é derivar títulos de cupom zero sintéticos dos títulos com cupons. De modo geral, qualquer bônus pode ser visto como um conjunto de instrumentos de cupom zero (FABOZZI, p. 124). Os títulos com cupom podem ser decompostos em títulos de cupom zero, ou um conjunto de fluxos de caixa, cada um correspondendo a um cupom, e o último fluxo ao último cupom somado ao principal.

Por exemplo, seja um título de preço \$100, com 4 cupons de \$3 por período e pagamento do principal no quarto período:

---

[7] Um trabalho de de Brian Sack, 2000, intitulado "*Using Treasuty STRIPS to Measure the Yield Curve*", defende as vantagens de derivar a curva de juros de títulos *STRIPS*. Pode ser encontrado em http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=249286.

Períodos			
1	**2**	**3**	**4**
3,00	3,00	3,00	103,00

Este título pode ser decomposto em 4 títulos de cupom zero. É, portanto, equivalente aos quatro títulos:

Períodos			
1	**2**	**3**	**4**
3,00	-	-	-
-	3,00	-	-
-	-	3,00	-
-	-	-	103,00

O valor do título com cupom tem que ser igual ao somatório do valor dos títulos derivados de cupom zero, pela lei do preço único. Se isto não for verdade, é possível a um operador do mercado gerar lucros por arbitragem (sem risco), através da separação dos pagamentos dos cupons e da criação de títulos sem cupom (FABOZZI, p. 124).

E a que taxa deve ser descontado cada um dos 4 títulos de cupom zero, derivados do título com cupom? Obedecendo à lei de preço único, cada título deve ser descontado à taxa de um título de cupom zero com mesmo vencimento.

Para resolver este problema, constrói-se a curva teórica da taxa *spot*, que mostra taxas de rendimento apropriadas, que se podem descontar fluxos individuais em prazos específicos. É necessário derivar a curva a partir de considerações teóricas aplicadas aos retornos dos títulos realmente negociados.

3.1 Bootstrap

O método *Bootstrap* utiliza títulos com cupons cujos pagamentos ocorrem nas mesmas datas. De um universo de obrigações de mesmas características, por exemplo, títulos do Tesouro dos EUA, o método seleciona um título em cada classe abaixo:

- Cupom zero, com pagamento único no vencimento,
- Títulos com pagamento de um cupom (dois fluxos, um no pagamento do cupom e outro no vencimento),

- Títulos de dois cupons e assim por diante.

Todos os vencimentos dos fluxos, de cupom e de principal, devem ocorrer nas mesmas datas. Vencimentos de principal coincidem com os vencimentos de cupons dos conjuntos seguintes.

A taxa de retorno do conjunto de títulos de cupom zero, cujo vencimento coincide com a data do pagamento do cupom dos de cupom único, fornece a taxa *spot* para esta data. A lei do preço único dá suporte a esta assunção. E esta taxa *spot* permite a dedução da taxa para a data de vencimento do grupo de um cupom. Que por sua vez, fornece a taxa o segundo ciclo de pagamento de cupons, e assim sucessivamente.

Cada vencimento é conhecido como vértice. A taxa *spot* vale para todos os fluxos do vértice.

Seja um título de cupom zero A:

	0	1	TIR
A	100	106	6,000%

A TIR foi calculada determinando-se y na equação:

$$y = \frac{106}{100} - 1$$

Um segundo título, com dois cupons, o segundo pago no vencimento com o principal, denominado B:

	0	1	2	TIR
B	100	10	110	10,000%

A TIR foi calculada determinando-se o valor de y que satisfaça a equação:

$$100 = \frac{10}{(1+y)} + \frac{110}{(1+y)^2}$$

O título B pode ser decomposto em duas obrigações de cupom zero, B1 e B2. O somatório dos preços destas obrigações derivadas, o somatório dos cupons e o somatório do resgate no vencimento de B1 e B2 devem ser iguais ao do título original B. Dito de outra forma, os fluxos nas respectivas datas devem ser iguais:

B1	0	1	TIR
	9,43396	10	6,000%

B2	0	1	2	TIR
	90,566	0	110	10,208%

Total **100**

O preço de B1, no período 0, foi obtido descontando-se o valor no vencimento à taxa do título de cupom zero A:

$$9{,}43396 = \frac{10}{1 + 0{,}06}$$

Ora, necessariamente o preço de B2 deverá ser $90{,}566 = 100 - 9{,}43396$. Qualquer diferença violaria a Lei do Preço Único. Consequentemente, a TIR de B2 é:

$$10{,}208\% = \left(\frac{110}{90{,}566}\right)^{\frac{1}{2}} - 1$$

Conclui-se que, embora a TIR do título B seja 10%, na verdade, no primeiro período, o título é remunerado à taxa de 6%. E no segundo período, o título é remunerado à taxa de 10,208%.

A taxa de 6% e 10,208% são as taxas *spot* ou a vista.

Se incluirmos um terceiro título, como o *C*, com três cupons:

C	0	1	2	3	TIR
	100	12	12	112	12,000%

A taxa *spot* para o terceiro período pode ser calculada como segue, onde C_n são os cupons, *M* é o valor no vencimento, *P* é o preço e S_n são as taxas *spots*.

$$S_3 = \left[\frac{C_3 + M}{P - \frac{C_1}{(S_1 + 1)^1} - \frac{C_2}{(S_2 + 1)^2}}\right]^{\frac{1}{3}} - 1$$

Substituindo:

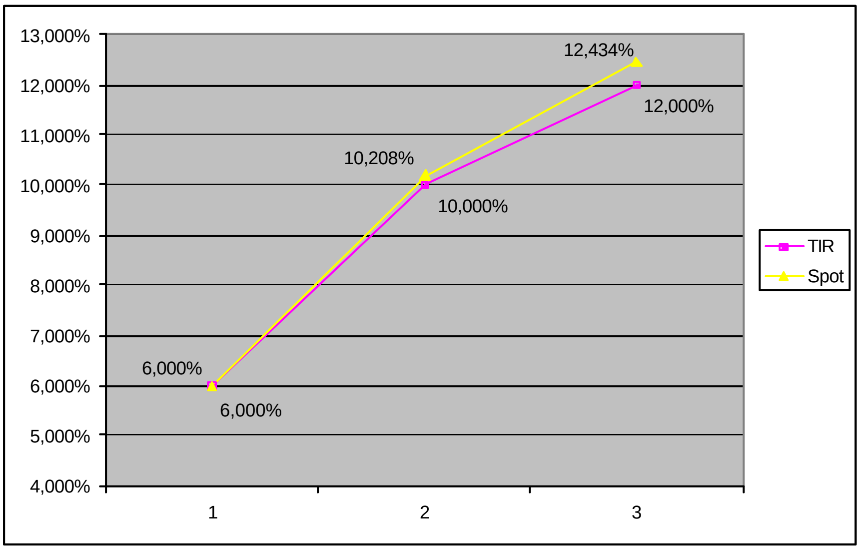
$$12{,}434\% = \left[\frac{12+100}{100-\dfrac{12}{(6\%+1)^1}-\dfrac{12}{(10{,}208\%+1)^2}}\right]^{\frac{1}{3}}-1$$

E assim segue, utilizando os títulos em sucessão para descobrir as taxas a vista. Um grupo de títulos de quatro cupons pode ser utilizado para calcular a taxa spot do quarto período e assim sucessivamente.

As taxas *spots* derivadas no nosso exemplo:

1	**2**	**3**
6,000%	10,208%	12,434%

Graficamente, são apresentadas assim:



3.2 Regressão Linear Múltipla

A técnica do *Bootstrap* é uma técnica trabalhosa. No mundo real, teremos muitos ativos de renda fixa, mesmo se fizermos a segmentação adequada, criando diferentes curvas para diferentes classes de títulos. Mesmo que se foque, por exemplo, em títulos do Tesouro dos EUA, existem diferentes margens nas cotações, dependendo dos agentes financeiros. E quando trabalhando sobre os dados históricos das transações de compra ou venda, o momento em que ocorreram são distintos. A cada momento, as taxas de juros se modificam e as expectativas do mercado mudam o formato e disposição da curva de juros. Uma estrutura temporal, por exemplo, do dia 22 de novembro de 2006, 14:00 h, é diferente da estrutura do momento seguinte, digamos, 14:15 h do mesmo dia (ROSS, WESTERFILED e

JAFFE, p. 120). Em suma, dá realmente muito trabalho utilizar *Bootstrap* com dezenas de títulos.

Na verdade, o que precisamos é de uma estimativa média das taxas a vista. A regressão múltipla é uma técnica possível para cálculo das médias (ELTON *et al*, p. 434).

A regressão trabalha com a função de desconto – onde y_1 é a taxa de juros por período, podendo ser diferente para cada período (diferente de y_2, etc.) – conforme segue:

$$d_t = \frac{1}{(1+y_t)^t}$$

A função de desconto é um termo da fórmula:

$$P = \frac{C_1}{(1+y_1)} + \frac{C_2}{(1+y_2)^2} + \ldots + \frac{C_n + M}{(1+y_T)^n}$$

Assim, o preço P de um título pode ser representado:

$$P = d_1 C_1 + d_2 C_2 + \ldots + d_T (C_T + M)$$

Vamos ter muitos títulos com o mesmo tipo de fluxo de caixa. Conforme já comentamos, existem diferenças em função de transações não sincronizadas (quando trabalharmos com dados históricos), *spreads* entre a compra e a venda, distintos nas várias instituições (talvez por possuírem posições diferentes do estoque de títulos), características diferentes dos títulos, liquidez (volume no mercado), etc. Por isto, ao procurarmos um d_t, este será uma média dos vários títulos naquele vértice. Este d_t é o coeficiente de uma equação de regressão. Os dados serão os preços P (variável dependente) e os fluxos de caixa C_1, C_2, ..., C_T (variáveis independentes).

Utilizando os dados do nosso exemplo, com três títulos:

	Preço	**1**	**2**	**3**
A	100	106	-	-
B	100	10	110	-
C	100	12	12	112

Devido ao fato de que a técnica de mínimos quadrados exigir que o número de colunas das variáveis independentes seja diferente do número de linhas (área delimitada pelas colunas 1, 2 e 3), vamos acrescentar mais um título D, exatamente igual ao título C. Desta forma, vamos realizar a regressão sobre os títulos:

	Preço	1	2	3
A	100	106	-	-
B	100	10	110	-
C	100	12	12	112
D	100	12	12	112

A coluna Preço será a variável dependente. As colunas 1, 2 e 3 serão as variáveis independentes.

A regressão [8] traz o seguinte resultado para a função desconto:

d_1	d_2	d_3
0,943396226415094	0,823327615780446	0,703565302621906

De:

$$d_t = \frac{1}{(1+y_t)^t}$$

Deduz-se:

$$y_t = \left(\sqrt[t]{\frac{1}{d_t}}\right) - 1$$

Portanto, os y_t (taxas *spot*) são:

y_1	y_2	y_3
6,000%	10,208%	12,434%

No caso, devido ao fato do ajustamento dos títulos-exemplo, o R^2 é 1 e a estatística t é máxima. [9] A equação que minimiza todas as funções de desconto fica assim:

$$P = 0{,}943396226415094C_1 + 0{,}823327615780446C_2 + 0{,}703565302621906(C_3 + M)$$

Aplicando-se, por exemplo, ao título C, chega-se à igualdade:

$$100 = 0{,}943396226415094 \times 12 + 0{,}823327615780446 \times 12 + 0{,}703565302621906(12 + 100)$$

[8] Para fazer a regressão, utilizou-se a função do MS Excel. A opção da reta da regressão passar pela origem é obrigatória, no cálculo da regressão, sempre que a regressão for utilizada para calculo da função de desconto.

[9] No caso do Excel, a estatística t atinge o indicador máximo 65535.

Como diz Elton *et al*: "na prática, são acrescentados alguns termos para levar em conta aspectos fiscais e a existência de cláusula de resgate antecipado. Como a maioria dos títulos não paga juros nas mesmas datas, os procedimentos utilizados por muitas instituições para estimar as funções de desconto são um pouco mais complexos." (ELTON *et al*, p. 435)

3.3 A função contínua de desconto

As funções de desconto estimadas pela regressão são discretas, isto é, são pontos isolados nos períodos de tempo t. Como existe uma diversidade de títulos que pagam cupons em diferentes datas, há necessidade de alguma forma de interpolação.

Além disto, ambos os métodos – o da Regressão Linear Múltipla e o *Bootstrap* – exigem que títulos com datas de pagamento diferentes não possam ser utilizados na estimação, fazendo com que muitos dados sejam desprezados (ELTON *et al*, p. 451). Os métodos necessitam que os vértices ou datas dos fluxos de caixa intermediários da amostra de títulos tenham a distância temporal igual (FERREIRA, R. p. 36). Como resultado, o que se obtém são pontos isolados.

Para resolver este problema, estima-se uma função contínua, unindo os pontos que representam a taxa *spot* através de uma função do tipo:

$$d_t = a + bt + ct^2 + dt^3$$

A função de desconto é d_t e t é o período. É comum que os analistas utilizem simplesmente a função linha de tendência do MS Excel, do tipo polinomial e de 3ª ordem. Esta linha de tendência é aplicada aos pontos descontínuos (vértices) encontrados em qualquer dos métodos, seja pelo *Bootstrap* ou pela regressão linear múltipla. No nosso exemplo:

t	**1**	**2**	**3**
y	6,000%	10,208%	12,434%

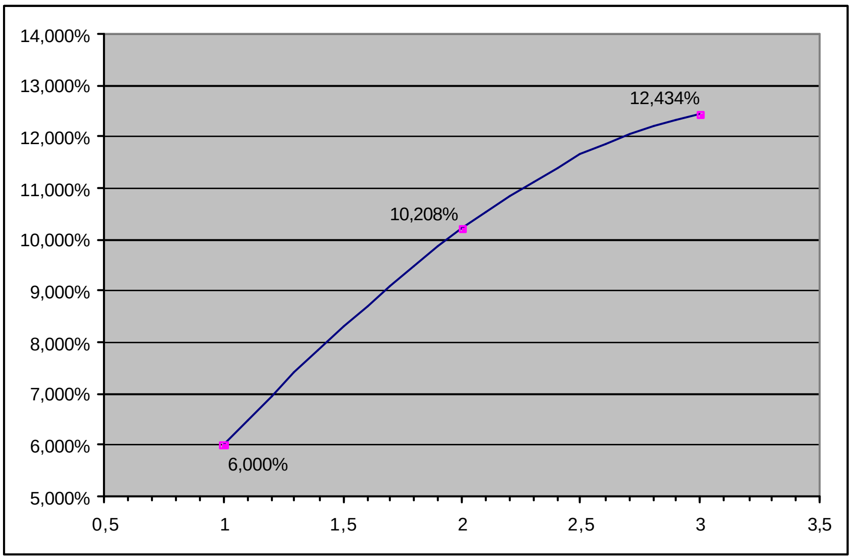
Foi executada a regressão múltipla, para evitar a perda de decimais, o que resultou na equação:

$$d_t = 0{,}998028558062864 - 0{,}0655894277249339t^2 + 0{,}0109570960771647t^3$$

Aplicando-se:

$$y_t = \left(\sqrt[t]{\frac{1}{d_t}} \right) - 1$$

Obtém-se a seguinte representação gráfica para as taxas *spots* e a respectiva equação:



$$y_t = \left[\sqrt[t]{\frac{1}{(0{,}998028558062864 - 0{,}0655894277249339t^2 + 0{,}0109570960771647t^3)}} \right] - 1$$

Desta forma, portanto, é possível calcular a taxa de juros para qualquer período contínuo de tempo. A taxa de juros assim calculada dá origem à Estrutura de Taxa de Juros Ajustada.

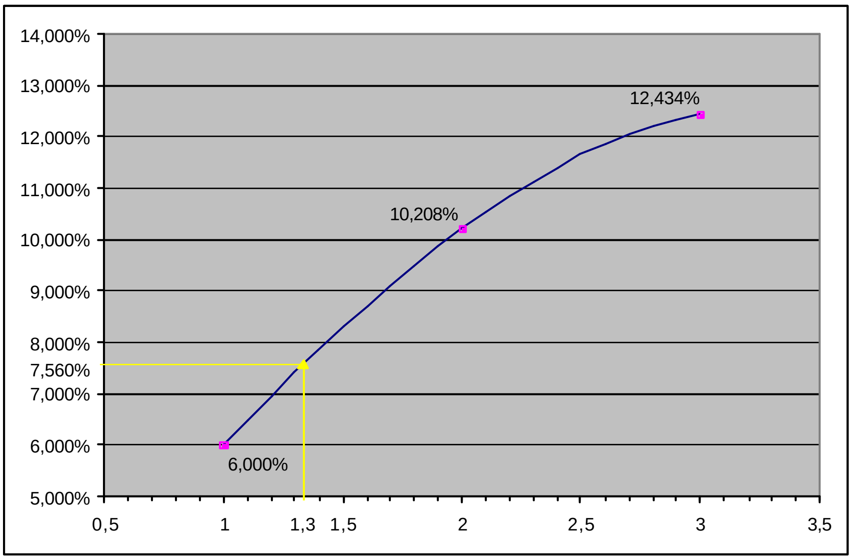
Para saber a taxa *spot* de 8 meses, considerando que os períodos no nosso exemplo foram estabelecidos como semestres, calcula-se o número de semestres t:

$$t = 1{,}3333 = \frac{8}{6}$$

Inserindo na equação da Estrutura da Taxa de Juros Ajustada, obtém-se:

$$7{,}560\% = y_t = \left[\sqrt[1{,}3333]{\frac{1}{(0{,}99802855\ 8062864 - 0{,}06558942\ 77249339 \times 1{,}3333^2 + 0{,}01095709\ 60771647 \times 1{,}3333^3)}} \right] - 1$$

E sua representação no gráfico:



Este método – a partir dos fluxos de caixa, realizar uma regressão linear múltipla que estime a função de desconto, para fazer uma nova regressão para obter uma curva contínua – apresenta duas dificuldades: (1) os prazos dos cupons e vencimentos devem coincidir exatamente e (2) é necessário um software que tenha a capacidade de realizar a regressão com um número grande de variáveis independentes (uma para cada vencimento). Considerando esta última dificuldade, o MS Excel pode ter no máximo 16 variáveis independentes, o que é suficiente para 8 anos de títulos que pagam cupons bianuais.

3.4 Função contínua de descontos para vencimentos não coincidentes

A demonstração abaixo foi apresentada por Elton *et al* (p. 452), citando Schaefer e McCulloch. Da equação:

$$P = d_1C_1 + d_2C_2 + \ldots + d_T\left(C_T + M\right)$$

Podemos simplificar, considerando que $C_T + M$ (último cupom e o resgate do principal na maturidade) como um termo único:

$$P = \sum_{t=1}^{T} d_t C_t$$

Inserindo a equação da função de desconto $d_t = a + bt + ct^2 + dt^3$ na equação acima, resulta em:

$$P = \sum_{t=1}^{T} \left(a + bt + ct^2 + dt^3\right) C_t$$

Que pode ser expresso como:

$$P = a\left[\sum_{t=1}^{T} C_t\right] + b\left[\sum_{t=1}^{T} tC_t\right] + c\left[\sum_{t=1}^{T} t^2 C_t\right] + d\left[\sum_{t=1}^{T} t^3 C_t\right]$$

Novamente, a expressão tem o formato de uma regressão linear múltipla. Do exemplo de 3 títulos: [10]

	Preço	1	2	3
A	100	106	-	-
B	100	10	110	-
C	100	12	12	112

Obtemos a matriz com os termos da fórmula:

		a	b	c	d
	Preço	$\left[\sum_{t=1}^{T} C_t\right]$	$\left[\sum_{t=1}^{T} tC_t\right]$	$\left[\sum_{t=1}^{T} t^2 C_t\right]$	$\left[\sum_{t=1}^{T} t^3 C_t\right]$
A	100	106	106	106	106
B	100	120	230	450	890
C	100	136	372	1068	3132

A coluna Preço será a variável dependente. As colunas a, b, c e d serão as variáveis independentes.

A regressão traz o seguinte resultado para a função desconto:

$$d_t = 0{,}998028558062864 - 0{,}0655894277249339t^2 + 0{,}0109570960771647t^3$$

Estes parâmetros minimizam a diferença entre os preços de mercado de títulos e os preços da função de desconto $d_t = a + bt + ct^2 + dt^3$. Observe-se que a função reproduz a equação já apresentado anteriormente em 3.3.

Em Elton *et al*, é utilizado um polinômio quadrático $d_t = a + bt + ct^2$. Varga (p. 10) comenta que esta forma é pouco flexível para a representação dos formatos da curva de juros e explica que, no artigo de 1975, McCulloch usa um polinômio cúbico, tal como fizemos, como um aperfeiçoamento de uma versão anterior de estimativa da função de desconto, através de um polinômio quadrático. No entanto, em ambos os casos, o polinômio era seccionado, isto é, a curva de descontos era

[10] O título D do exemplo pode ser retirado, pois foi colocado para permitir a técnica de mínimos quadrados do MS Excel, que exige que o número de colunas das variáveis independentes seja diferente do número de linhas.

desenhada com vários segmentos de curva, cada uma das quais correspondendo a um polinômio e ligadas pelos vértices ou nós aos antecedentes.

Esta forma da função é mais conhecida como *spline*, uma das principais técnicas de curvas paramétricas. [11] Curva paramétrica é aquela onde o comportamento da curva, ao longo do tempo, em relação a cada um dos eixos, é definido por uma equação independente. A função determina da forma mais suave possível a curva que relaciona vários pontos – no caso, a função de desconto contínua dos vários títulos, ao longo do tempo (FERREIRA, R. p. 45). Conforme dissemos, autores diversos utilizam tanto formulações quadráticas ou cúbicas.

O *site* do Tesouro dos EUA [12] informa que a sua curva de juros é derivada de um "*quasi-cubic hermite spline function*". Isto significa que é empregado um *spline* cúbico, com vários intervalos, também cada qual representado por um polinômio diferente, como no caso de McCulloch. Cada polinômio do *spline* está na forma Hermite. A forma Hermite consiste de dois pontos de controle e duas tangentes de controle para cada polinômio.

No próximo capítulo, vamos utilizar o método com dados reais, em títulos do Tesouro dos EUA.

---

[11] "As técnicas de obtenção de equações de curvas dados seus pontos e suas derivadas, chama-se, normalmente, interpolação, aproximação ou composição ponderada. Destas técnicas destacam-se 3 formulações: curvas Bèzier, curvas Hermite e curvas *Spline*." (PINHO, MÁRCIO)

O termo *spline* vem de um dispositivo usado pelos construtores de navios para desenhar formas suaves, de acordo com http://pt.wikipedia.org/wiki/Spline.

Spline também significa uma "barra de metal longa e flexível usada para delinear cascos de navio, aviões, etc." (MANSSOUR, ISABEL HARB, 2005, pg. 5)

[12] Ver www.treas.gov/offices/domestic-finance/debt-management/interest-rate/yieldmethod.html.

4 UM EXEMPLO REAL

A aplicação do modelo foi realizada sobre uma série de títulos do Tesouro do EUA, obtida através do terminal Bloomberg, em 12 de dezembro de 2006 12:28:30 h. No Anexo estão todos os 175 títulos que fizeram parte da amostra.

Para a aplicação do exemplo real, não foram selecionados as obrigações com maior liquidez. Na prática, procura-se utilizar títulos *on-the-run*, que são os leiloados mais recentemente pelo Tesouro – e, tipicamente, os mais líquidos – numa determinada faixa de vencimento (HARVEY, C. R., 2000) Emissões leiloadas antes das emissões *on-the-run* são conhecidas como *off-the-run*, e não são tão líquidas. O *spread* entre a compra e a venda para as emissões *on-the-run* é menor que o *spread* das emissões *off-the-run*. Os títulos *on-the-run* são negociados próximos ao par, pelo menos inicialmente, e tem uma *duration* mais curta, devido ao cupom, que títulos de cupom zero de mesma maturidade. [13]

O mercado de renda fixa é principalmente um mercado de balcão ou *over-the-counter*. Com exceção de uns poucos títulos *corporate*, a grande maioria das obrigações são negociadas entre os emitentes (Tesouro dos EUA, emissores privados, agências do governo dos EUA e o tesouro de outros países) e as distribuidoras primárias, no mercado primário. No mercado secundário, as distribuidoras primárias e outras instituições (*brokers-dealers*) oferecem preços contínuos para títulos em circulação. [14] Isto significa que a amostra obtida é resultado de um levantamento realizado pela Bloomberg entre as principais corretoras do mercado americano e não necessariamente representa o preço real a ser praticado entre os compradores de títulos e as corretoras.

Na nossa amostra, o primeiro título vence em 31/12/2006; o último vence em 15/2/2036. O cupom mínimo é de 2,250%, o cupom máximo é de 13,250%. O preço médio – preço solicitado ou *Price Ask* – dos títulos é de US$106,852 para

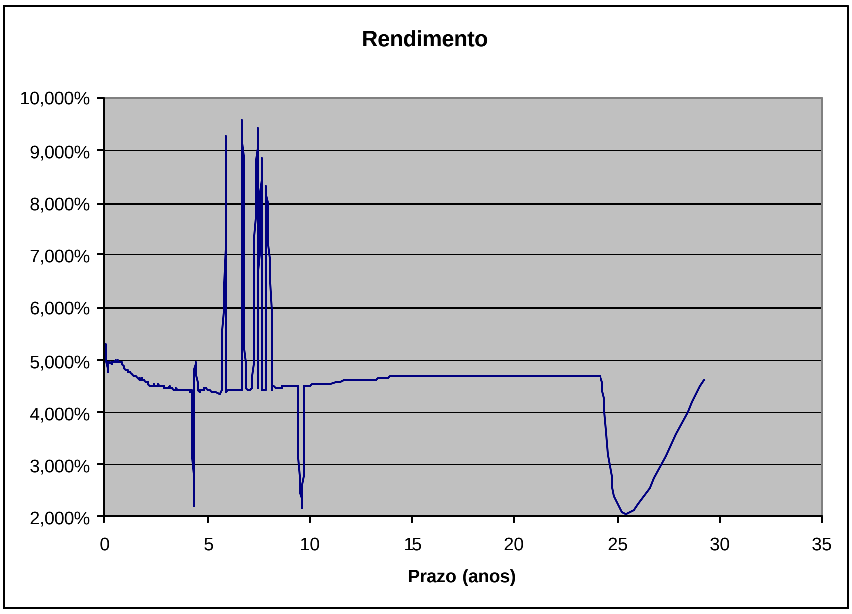
---

[13] Uma explicação mais detalhada pode ser encontrada em Gurkaynak, Sack e Wright em The U.S. Treasury Yield Curve: 1961 to the Present, 2006, p. 5. A taxa de cupom para uma emissão *on-the-run* é definida após o leilão do Tesouro no maior nível, de forma que o título é negociado abaixo do par. Devido ao fato que o Tesouro dos EUA define cupons em incrementos de 12,5 *basis points* ou 0,125% (1 *basis point* ou BP é igual à 0,01%. 12,5 *basis points* equivale à 0,125%), o processo deixa a emissão transacionando muito próximo ao par imediatamente após o leilão.

[14] O mercado secundário é o mercado financeiro de maior liquidez no mundo (FABOZZI, p. 157).

cada US$100 de valor de face. O preço mínimo é de US$95,531 e o preço máximo é de US$145,859.

O rendimento informado pelo sistema Bloomberg teve as seguintes características: rendimento médio de 4,697%, mínimo de 2,056% e máximo de 9,573%. Portanto, na amostram existem alguns *outliers*:



Foram retirados 8 títulos, que atenderam ao critério arbitrário do rendimento estar fora da faixa de 3% a 7%. Estes títulos estão marcados em vermelho na coluna *Yld Ytm Ask* no Anexo.

Utilizou-se também da amostra data de vencimento e o percentual do cupom.

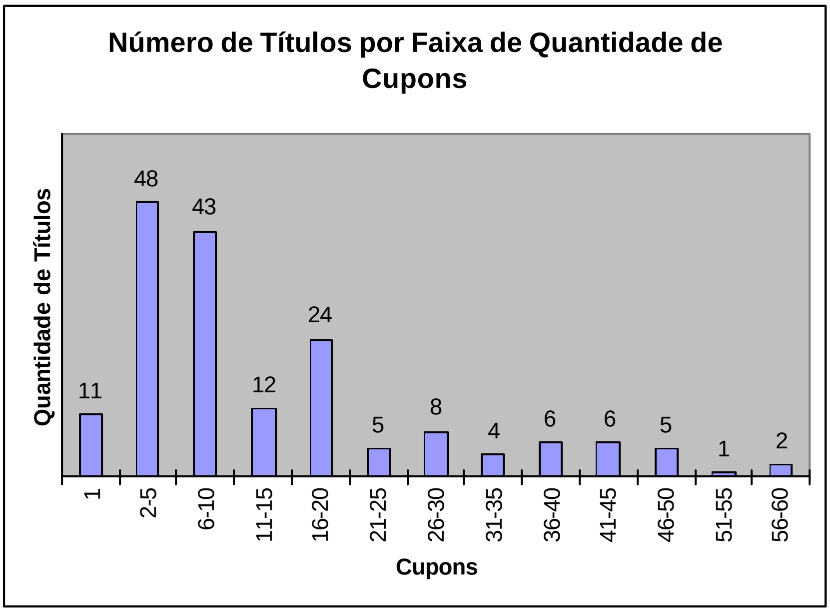
Assumiu-se como data da liquidação 13/12/2006, um dia após a data da amostra (12/12/2006). Considerou-se o valor de resgate igual a US$100, com dois cupons por ano e a base de contagem de dias de 365 dias.

O cálculo dos juros acumulados foi o do método *Street*:

$$\left\{\left[\left(\frac{C}{M}+1\right)^{\frac{DDUC}{DEC}}\right]-1\right\}\times M$$

Onde *DDUC* são os dias decorridos do último cupom até a data da transação e *DEC* são os dias entre o pagamento dos cupons.

Para cada título, abriu-se o fluxo de caixa cupom por cupom, até o vencimento. 11 títulos eram de cupom zero, por serem antigos e vencerem antes de um ciclo de pagamento de cupom. Dois títulos tinham 59 cupons.



A regressão da função de desconto resultou na seguinte estimativa para $d_t = a + bt + ct^2 + dt^3$:

$$d_t = 0{,}99457292\,6751737 - 0{,}04086630\,75016592\,t + 0{,}00048762\,6880107334\,t^2 + 0{,}00000222\,5728663386\,41t^3$$

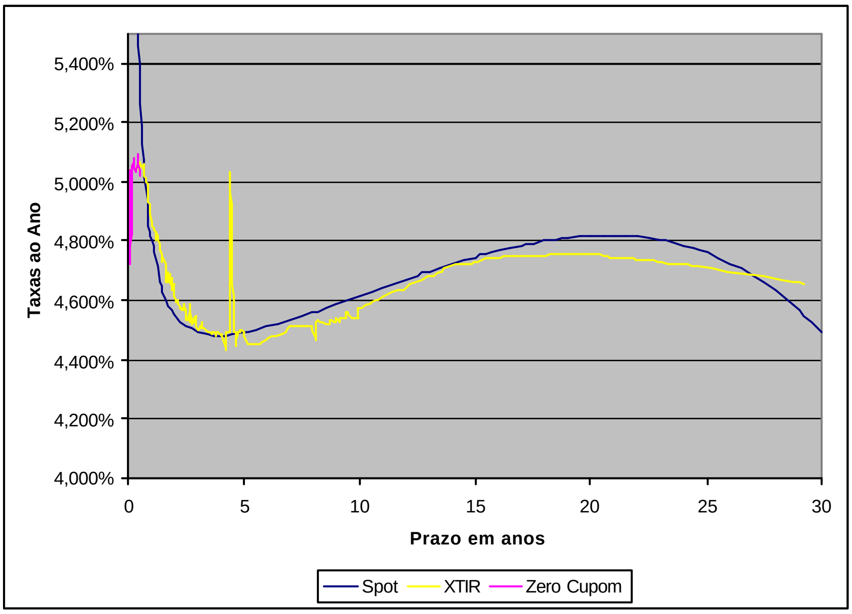
O R^2 foi calculado como 0,99999299. A estatística F foi 5812750. E as estatísticas t resultaram em:

Variável	Estatística t
a	1964,081
b	-192,975
c	24,17
d	4,328255

Aplicando-se a equação abaixo para obter as taxas *spot*:

$$y_t = \left(\sqrt[t]{\frac{1}{d_t}} \right) - 1$$

Obtém-se a forma gráfica das taxas *spot*:



Além da curva *spot* estimada, inclui-se uma comparação com a curva das taxas internas de retorno (linha amarela). No início desta curva, está marcado em vermelho as taxas internas de retorno dos títulos sem cupom. Neste caso, a taxa interna de retorno coincide com as taxas *spot*.

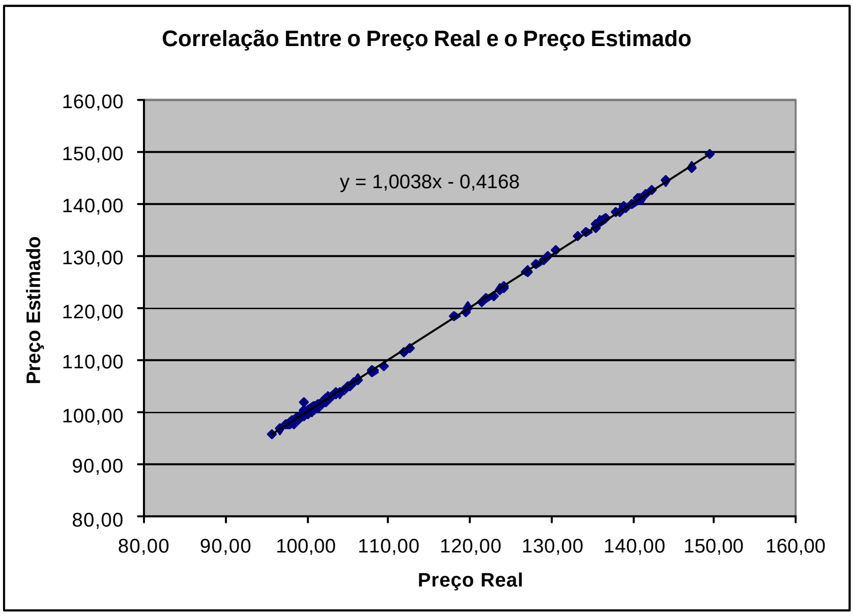
Para cada título, foi realizado o cálculo do preço estimado, utilizando-se a equação determinada pela regressão. A função de desconto de cada cupom foi determinada de acordo com prazo de cada cupom:

$$d_t = 0{,}99457292\ 6751737 - 0{,}04086630\ 75016592\,t + 0{,}00048762\ 6880107334\,t^2 + 0{,}00000222\ 5728663386\ 41t^3$$

O somatório correspondeu ao valor presente ou preço estimado do título, aplicando-se a equação:

$$P = \sum_{t=1}^{T} d_t C_t$$

A correlação entre o preço real e o preço estimado é muito alta – igual a 0,999791007. O gráfico abaixo foi obtido através da correlação dos preços. A equação é resultado da linha de tendência. Apresenta um pouco de viés negativo no intercepto:



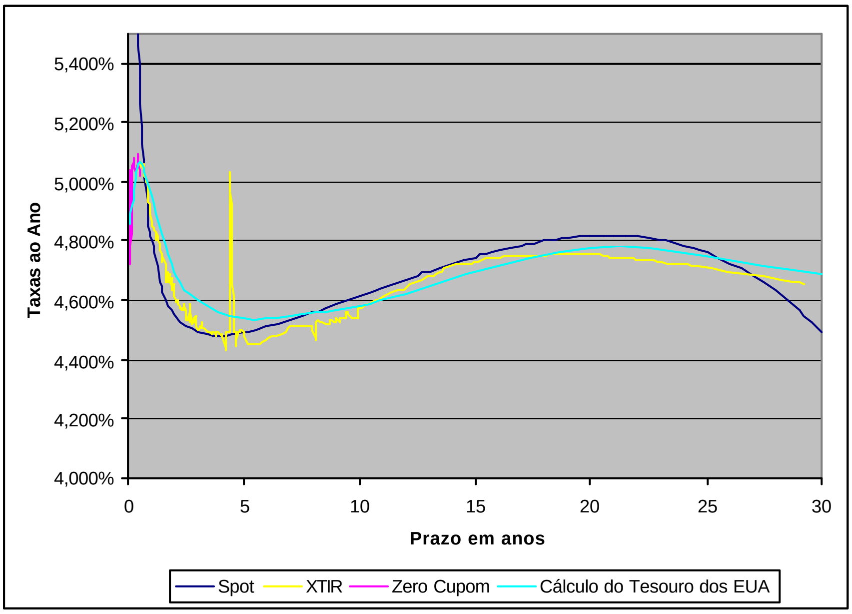
Na média, a diferença entre o preço estimado e o preço real é de US$0,0075. Considerando que o preço médio dos títulos, da amostra sem os outliers, é de US$ 107,692, o erro médio é de 0,007%.

Segue uma comparação com o cálculo do Tesouro dos EUA, para a mesma data, através das taxas *spot* conhecidas como CMT ou *Constant Maturity Treasury*:[15]:

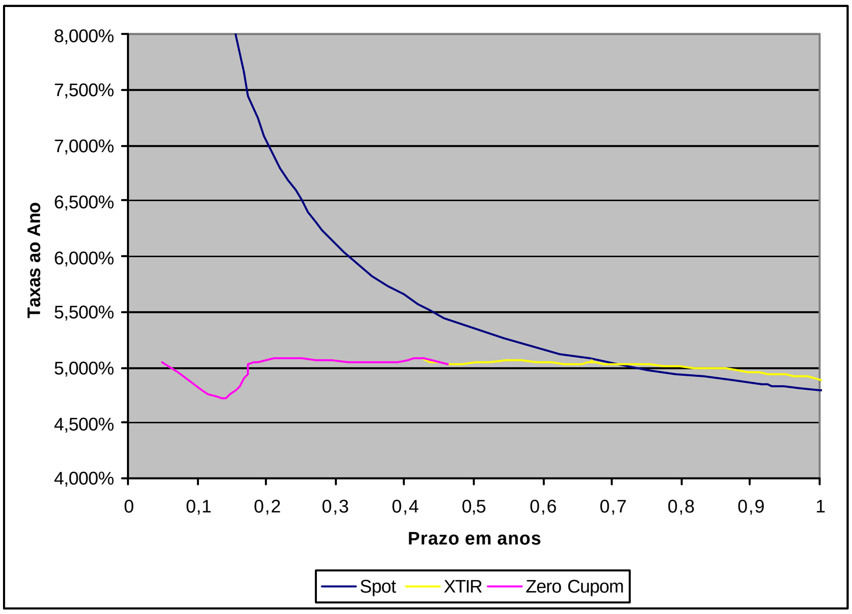
Date	1 mo	3 mo	6 mo	1 yr	2 yr	3 yr	5 yr	7 yr	10 yr	20 yr	30 yr
12/11/06	4.85	4.93	5.07	4.94	4.67	4.55	4.50	4.50	4.52	4.73	4.63
12/12/06	4.87	4.93	5.06	4.91	4.61	4.49	4.45	4.45	4.49	4.70	4.60
12/13/06	4.86	4.94	5.07	4.95	4.70	4.60	4.54	4.55	4.58	4.78	4.69
12/14/06	4.87	4.96	5.08	4.97	4.73	4.63	4.58	4.58	4.60	4.81	4.72

Plotando estas taxas no gráfico anterior, podemos perceber que a nossa equação está bastante aproximada:

[15] Estes valores estão disponíveis no site www.treas.gov/offices/domestic-finance/debt-management/interest-rate/yield.shtml, do Tesouro dos EUA. As taxas CMT são interpolações da curva *spot*, calculada pelo Tesouro dos EUA diariamente. Vários produtos de derivativos apóiam-se na CMT, estabelecendo ganhos, por exemplo, caso a taxa de 10 anos fique acima da taxa de 2 anos.

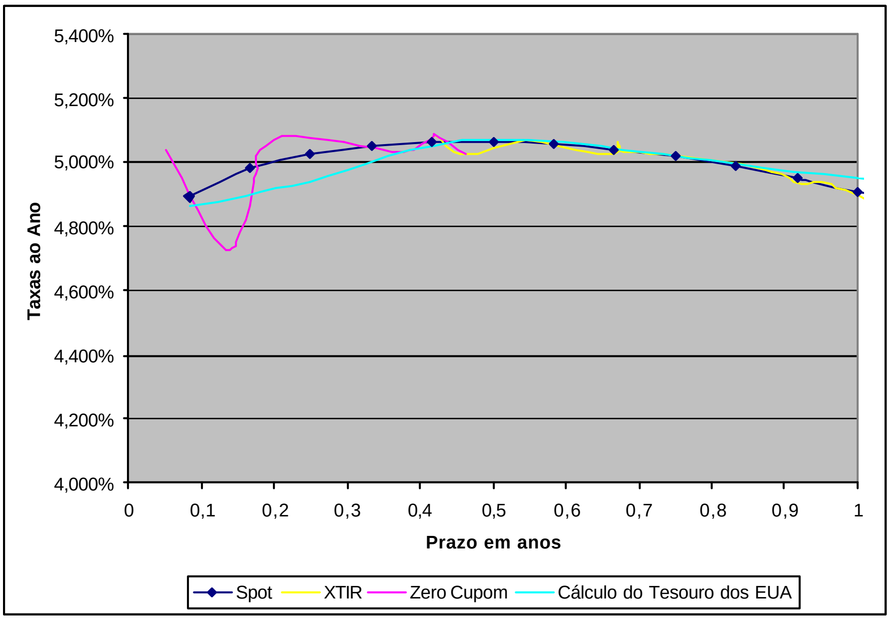


Fazendo um *zoom* no primeiro ano:



Percebe-se que a equação é totalmente inadequada para este período. É claro que existe uma deficiência nos dados, pois existem apenas 11 títulos de cupom zero com prazo pouco menor que 6 meses. Dá para entender que é melhor utilizar um *spline* com vários polinômios, ao invés de um único, como foi feito neste caso prático.

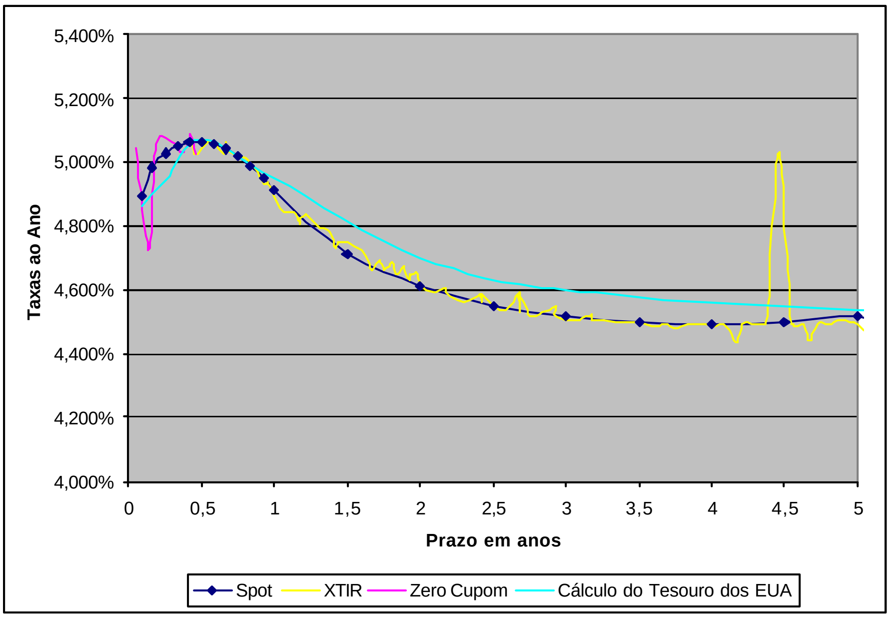
Desta forma, utilizando apenas os títulos com um ano, arbitrariamente, obteremos a função de desconto:



$$d = 1{,}0001086196379 - 0{,}0487468962778493t - 0{,}00302394932097 05t^2 + 0{,}00494612235868685t^3$$

Variável	Estatística t
a	6966,022
b	-42,3532
c	-1,18952
d	3,046824
R^2	0,999999988

Fazendo o mesmo com os títulos de 1 a 5 anos e obtemos uma segunda função (no gráfico, justaposto com o período anterior):



$$d = 0{,}994814560096961 - 0{,}0429343672597319t + 0{,}00143183307927621t^2 - 0{,}000113084535736113t^3$$

Variável	Estatística t
a	218,522
b	-7,85353
c	0,729731
d	-0,52053
R^2	0,999994376

Esta técnica foi a empregada por McCulloch em 1975, através do uso de um *spline* cúbico seccionado (VARGA, p. 11). A junção dos dois polinômios origina uma única função para a estrutura temporal.

Os modelos devem considerar o problema da heterocedasticidade, isto é, de que a variância teórica do termo de erro seja variável ao longo do tempo. Existe a tendência de que os títulos de prazo mais curto tenham a variância dos seus preços menor do que a variância dos preços dos títulos de prazo mais longo. Não foi feito nenhum ajuste nos modelos com referencia a esta questão.

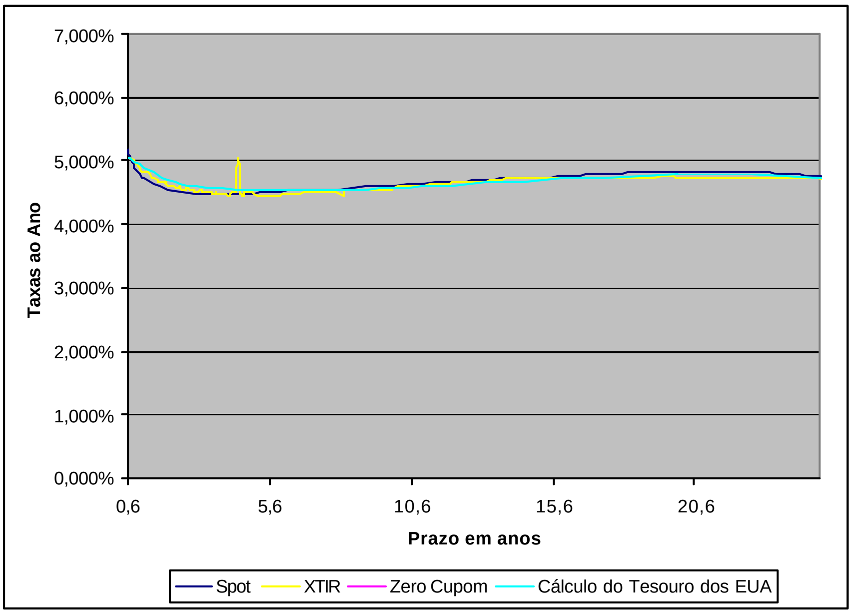
Muito importante é a seleção dos dados. Como o mercado de títulos é um mercado de balcão, a arbitragem está presente constantemente. Os preços embutem *spreads* que diferem de instituição para instituição. Os preços dependem também da liquidez, isto é, dos volumes negociados. A seleção dos dados envolve decisões sobre utilizar informações sobre negócios realizados num determinado período ou dados de títulos disponíveis para negociação. O Tesouro dos EUA informa que utiliza os rendimentos oferecidos (*bid* yields) COB, isto é, *Close Of Business*: a ultimo momento do dia útil do mercado de títulos (Raynet Business & Marketing Glossary, 2000). Como as taxas se movem de um momento para outro, se a amplitude do tempo de coleta da amostra dos títulos transacionados for grande, existe o risco de estar misturando preços de diferentes momentos.

No próximo capítulo vamos estudar algumas das teorias explicativas para o formato da estrutura a termo.

5 TEORIAS EXPLICATIVAS DO FORMATO DAS ESTRUTURAS TEMPORAIS

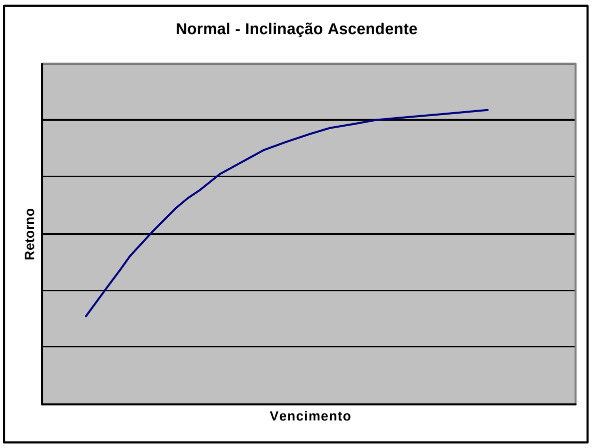
Uma das razões importantes para o estudo da Estrutura Temporais das Taxas de Juros diz respeito aos vários formatos que esta assume ao longo do tempo.

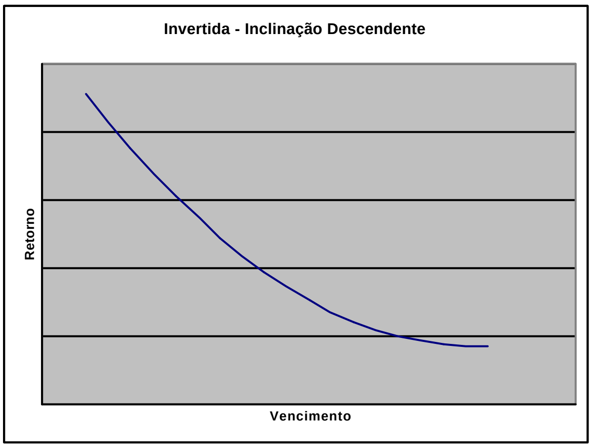
No nosso exemplo, a curva tem uma aparência **Plana.** Retirando-se as distorções do modelo de um único polinômio nos primeiros 6 meses e nos últimos 5 anos:

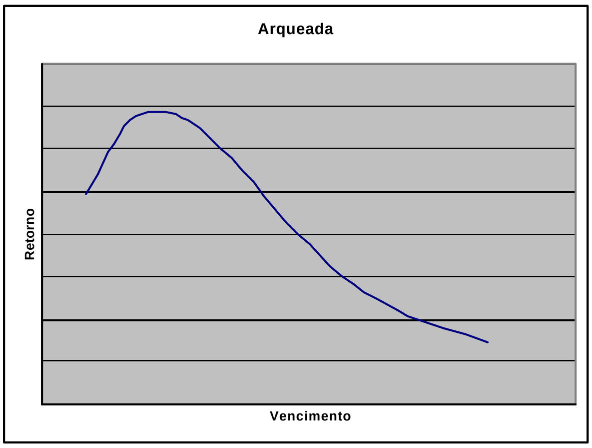


Aliás, este é o motivo pelo qual a curva real obtida através da taxa interna de retorno e as curvas teóricas, tanto a estimada no nosso exemplo, quando a calculada pelo Tesouro dos EUA, são tão semelhantes. A diferença entre a TIR e a taxa *spot* é tanto maior quanto maior for o prazo e mais inclinada a estrutura temporal (VARGA, p. 10).

Os outros formatos possíveis são: **Normal**, com inclinação ascendente, **Invertida**, com inclinação descendente e **Arqueada**, com uma “corcova”.

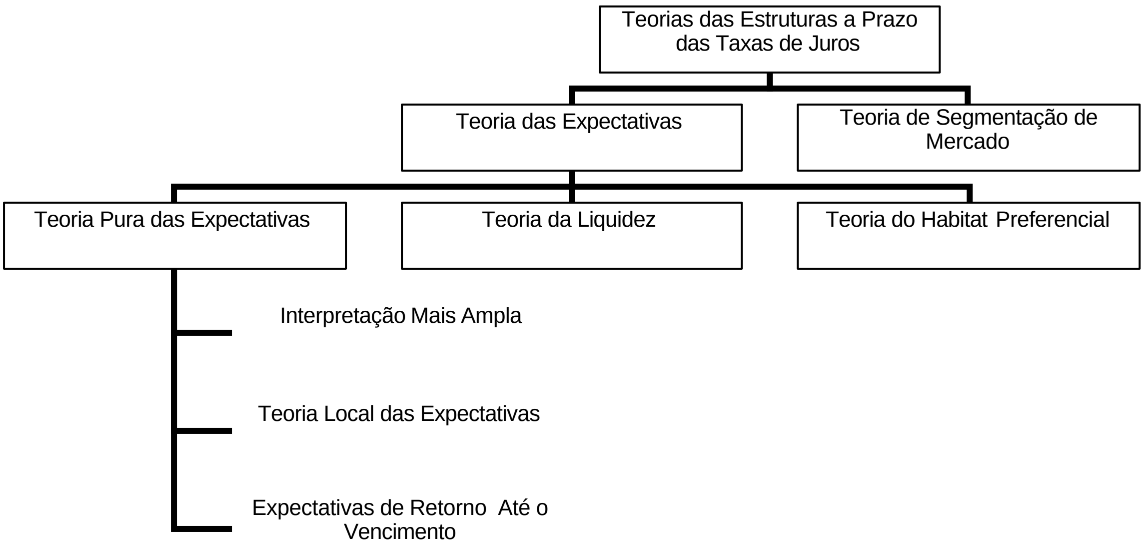






Duas teorias buscam explicar as formas observadas: A teoria das expectativas e a teoria de segmentação de mercado.

Por sua vez, a teoria das expectativas apresenta-se em três formas: a teoria pura das expectativas, a teoria da liquidez e a teoria do habitat preferencial. O diagrama a seguir (FABOZZI, p. 136) organiza as teorias:



5.1 Teoria pura das expectativas

A teoria pura das expectativas considera que as expectativas do mercado ditam o formato que a curva apresenta ao longo dos vencimentos. Se a curva de juros apresenta-se ascendente, isto significa que o mercado considera que os juros de curto prazo irão subir. Se a curva de juros apresenta-se descendente, o mercado espera que os juros de curto prazo devam cair. A teoria pura das expectativas considera ser este o único fator determinante da forma da estrutura temporal.

Num cenário de curva normal, investidores de longo prazo não comprariam títulos de longo prazo, pois tem a expectativa que as taxas de juros irão subir. Esperariam para comprar títulos quando a taxa de juros estivesse mais alta.

Da mesma forma, especuladores esperariam taxas mais altas no futuro e, antecipando um declínio no preço dos títulos de longo prazo, venderiam, mesmo que a descoberto, títulos de longo prazo.

Tomadores de empréstimos, imaginando que a taxa de juros irá subir, tomariam dívida, emitindo títulos de longo prazo, para tomar partido das taxas atuais, que esperam serem mais baixas que as taxas futuras.

A combinação destas ações tenderia a diminuir a demanda ou aumentar a oferta de títulos de longo prazo. Ao mesmo tempo, aumentaria a demanda de títulos de curto prazo. Os preços de curto prazo subiriam e os de longo prazo cairiam. Como o preço dos títulos é inversamente proporcional ao retorno, as taxas de curto prazo diminuiriam e as de longo prazo aumentariam.

Existem duas incertezas ao longo do horizonte de qualquer investimento: o risco de preço e o risco de reinvestimento.

Em relação ao preço, um investidor de 5 anos, por exemplo, pode adquirir um título de vencimento de 5 anos ou de 10 anos. Se adquirir um título de 10 anos, para vendê-lo ao final de 5 anos, o retorno é incerto, pois não se conhece antecipadamente o preço do título no prazo de 5 anos. A principal razão é que a taxa a vista hoje, embora tenha implicitamente a taxa a termo (*foward*) de 5 anos para daqui a 5 anos, não é um previsor perfeito para esta taxa no futuro. O risco aumenta, caso opte por adquirir um título de prazo maior.

Em relação ao risco de reinvestimento, o mesmo investidor de 5 anos pode adquirir um título de 2 anos e reinvestir resgate por mais dois anos. Como a taxa de 3 anos daqui a 2 anos é incerta, novamente existe uma incerteza.

Ambos os riscos aumentam na medida em que o horizonte de investimento aumenta.

Três interpretações buscam explicar a teoria pura das expectativas: Interpretação Mais Ampla, Teoria Local das Expectativas e Expectativas de Retorno Até o Vencimento.

- **Interpretação mais ampla**

Esta explicação sugere que o retorno esperado pelos investidores de qualquer horizonte de investimentos seja o mesmo, independente da estratégia selecionada. Esta explicação indica que não fará diferença alguma se um investidor de horizonte de cinco anos adquirir títulos de 5 anos ou de 10 anos, mantido por cinco anos, já que o investidor espera que o retorno seja o mesmo.

A crítica a esta explicação advém do risco de preço do título de 10 anos, ao final de cinco anos.

- **Teoria local das expectativas**

Esta teoria considera que, se um investidor de cinco anos comprar títulos de 10 anos ou 20 anos, terá o mesmo retorno em cinco anos. Embora de escopo restrito, existe demonstração que esta interpretação é a única que pode ser sustentada.

- **Expectativas de retorno até o vencimento**

O retorno que um investidor com horizonte de investimento de cinco anos adquirindo um título de cupom zero de 5 anos é o mesmo que comprar títulos de 6 meses e fazer sua rolagem por cinco anos. Esta explicação também está sujeita a dúvidas consideráveis.

5.2 Teoria da liquidez

A teoria pura das expectativas pressupõe que não existe um prêmio de risco associado ao posicionamento ao longo dos vencimentos.

Em oposição, a teoria da liquidez sugere que o retorno dos títulos do longo prazo será convincente aos investidores desde que contenha um prêmio de risco, que compense a perda de liquidez. Quanto maior o vencimento, maior deverá ser este prêmio, e, portanto, a relação é positiva. Assim, uma curva de retorno ascendente refletirá a expectativa do mercado que as taxas de juros irão subir, ou serão constantes e até cairão, mas com um prêmio de risco capaz de produzir uma curva de retorno ascendente.

5.3 Teoria do habitat preferencial

Semelhante à teoria da liquidez, a teoria do habitat preferencial sugere que existe um prêmio de risco, positivo ou negativo, para compensar o risco de preço e de reinvestimento. O habitat preferencial é o ponto ao longo do prazo de vencimento confortável para um determinado investidor ou tomador de recurso. Mas diferente das demais teorias, considera que o prêmio de risco não necessariamente deva subir proporcionalmente ao prazo de investimento. Apenas no caso de todos os investidores desejarem liquidar seus investimentos no prazo mais curto possível e os tomadores procurarem tornar o prazo de suas dívidas o mais longo possível, a curva seria ascendente. O habitat preferencial para todos os participantes seria o curto prazo,

Como o horizonte é diferente no universo de tomadores e investidores, o prêmio de risco positivo ou negativo deveria compensar o movimento dos participantes do mercado para fora de seus habitats preferidos.

De acordo com esta teoria, curvas de retorno de todos os formatos são possíveis.

5.4 Teoria da segmentação de mercado

Também reconhece que os investidores têm seus habitats preferidos, de acordo com seus horizontes de investimentos, no caso dos investidores, ou suas obrigações, no caso dos tomadores de empréstimos.

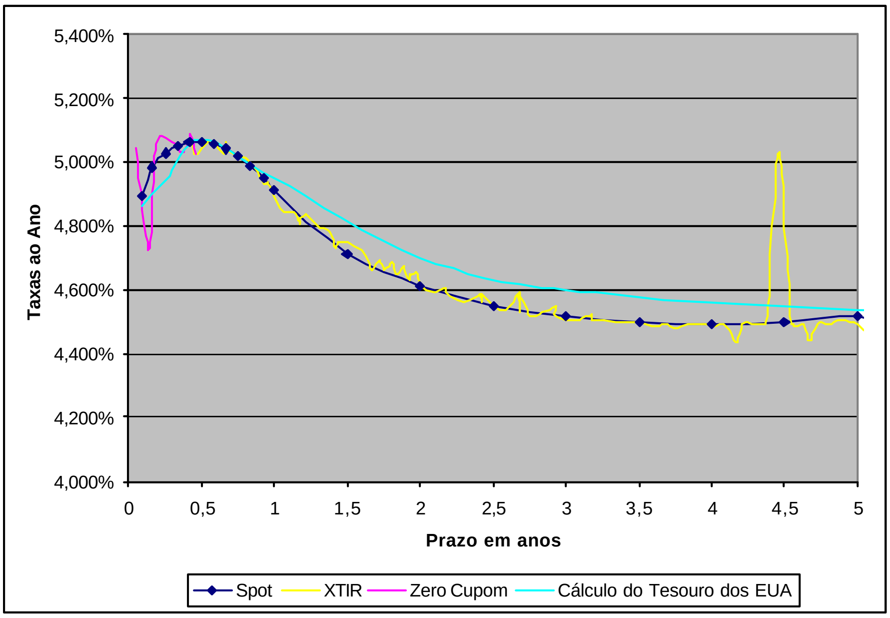
Mas difere da teoria do habitat preferencial ao propor que o mercado não está disposto a se deslocar do seu habitat, para se beneficiarem de oportunidades geradas pelas expectativas futuras de taxas de juros. Para a teoria da segmentação, a curva de retornos é determinada pela demanda e oferta dentro de cada setor ou segmento de prazo de vencimento.

Em resumo, a teoria diz que não existe um formato de estrutura temporal.

6 CONCLUSÃO

. Diferentes técnicas e procedimentos metodológicos têm sido utilizados para a estimação da estrutura temporal da curva *spot*. Este estudo teve a preocupação de entender os métodos mais comuns e explicar a utilização passo a passo. Na verdade, entender, experimentar e descobrir que a teoria funciona.

Se verificarmos novamente a representação gráfica e as duas funções que foram obtidas:



Para o período entre 0 e 1 ano:

$$d = 1{,}0001086196379 - 0{,}0487468962778493t - 0{,}00302394932097 05t^2 + 0{,}00494612235868685t^3$$

E para o período entre 1 e 5 anos:

$$d = 0{,}994814560096961 - 0{,}0429343672597319t + 0{,}00143183307927621t^2 - 0{,}000113084535736113t^3$$

Chega surpreender quão ajustado estão os polinômios aos dados reais.

Ao mesmo tempo, pelo lado negativo, por qual motivo a curva *spot* está tão próxima da curva da taxa interna de retorno? A explicação possível é que a diferença entre o ponto mais alto da curva e o ponto mais baixo é de apenas, aproximadamente, 50 *basis points* ou 0,5%. Esta diferença – cerca de 10% de uma taxa média em torno de 5% – cria condições para que a taxa interna de retorno possa servir como uma substituta para a taxa *spot*. Conforme já dissemos, a curva é praticamente plana.

Para continuidade do trabalho, algumas oportunidades podem ser exploradas:

Analisar modelos mais sofisticados. Num primeiro momento, como integrar os vários polinômios, de períodos diferentes, numa única forma funcional. Num segundo momento, trabalhar em modelos de equilíbrio geral e de não arbitragem fornecendo formas funcionais para a estimação.

Estudar o comportamento das curvas ao longo do tempo. Como o formato da curva de juros variou ao longo dos anos? Será que a curva normal realmente é a mais comum? Porque não temos hoje uma curva normal, mas uma curva plana?

Quais os aspectos macroeconômicos atuais que podem explicar o formato atual da curva de juros? Analisar o impacto de duas grandes economias – a China e a Índia – entrando na economia mundial, com uma superoferta de mão de obra e de produtos, mantendo a inflação mundial baixa e, consequentemente, a taxa de juros baixa. Podemos encontrar uma justificativa para a teoria de segmentação do mercado, de que a taxa de juros de longo prazo está sendo mantida em níveis baixos devido à procura de títulos americanos de longo prazo. E que esta procura acontece graças ao superávit em conta corrente da China, Índia, Japão, Alemanha e países emergentes em relação à economia americana.

Comparar diversos segmentos de tomadores de dívida para identificar os *spreads* entre eles e estudar os aspectos que possam explicar ou justificar esta dispersão. Quão baixos estarão os spreads dos ativos de risco? Ao longo do trabalho assumiu-se que os títulos *strips* não são adequados para a construção da curva *spot*. Verificar a consistência desta assunção pode ser um desdobramento interessante.

7 REFERÊNCIAS

Campbell, John Y. **Some Lessons from the Yield Curve**. The Journal of Economic Perspectives, Vol. 9, N^0 3, 1995.

Oliveira, Alberto A. S. **MODELOS DE ESTRUTURA A TERMO DE TAXAS DE JUROS: UM TESTE EMPÍRICO**. Dissertação de Mestrado da FGV, 2003. Disponível em http://epge.fgv.br/portal/arquivo/1719.pdf. Acesso em janeiro de 2007.

Cassettari, Ailton e Ferrua Neto, Luiz. **A Precificação de Derivativos de Taxa de Juros no Brasil**. Seminários IBMEC, 2001. Disponível em http://pvalls.ibmecsp.edu.br/seminariosIbmec/cassettari.pdf. Acesso em janeiro de 2007.

Fabozzi, Frank J. **Mercados, Análise e Estratégias de Bônus**. Tradução da 3ª edição americana. Rio de Janeiro, Qualitymark, 2000.

Veiga, Rafael P. **Cálculo do VaR de uma Carteira de Renda Fixa**. 1ª edição. São Paulo, Saint Paul Editora Ltda, 2005.

Jorion, Philippe. **Value at Risk**. 2ª edição. São Paulo, Bolsa de Mercadorias & Futuros, 2003.

Elton, Edwin J., Gruber, Martin J., Brown, Stephen J. e Goetzmann, William N. **Moderna Teoria de Carteiras de Análise de Investimentos**. São Paulo, Editora Atlas, 2004.

Ross, Stephen A., Westerfiled, Randolph W. e Jaffe, Jeffrey F. **Administração Financeira**. São Paulo, Editora Atlas, 2002.

Oliveira, Alberto Alves Silva de. **Dissertação de Mestrado: Modelos de Estrutura a Termo de Taxas de Juros: Um Teste Empírico**. São Paulo, FGV, 2003. Disponível em http://epge.fgv.br/portal/arquivo/1719.pdf. Acesso em dezembro de 2006.

Questa, Giorgio S. **Teaching and Learning Notes**. Londres, Cass Business School, 2006. Disponível em http://www.cass.city.ac.uk/faculty/g.questa/files/FI_02.pdf. Acesso em dezembro de 2006.

Holland, Allison. **Finance in Debt Management**. Washington, International Monetary Fund, 2005.

Varga, Gyorgy. **Estrutura a Termo Baseada em Títulos com Pagamentos Intermediários**. São Paulo, Resenha da BM&F, s. d. Disponível em http://www.fce.com.br/servicos/artigos.php#. Acesso em dezembro de 2006.

Ferreira, L. F. Rogé. **Manual de Gestão de Renda Fixa**. Porto Alegre, Bookman, 2004.

Clare, Andrew. **Teaching and Learning Notes**. Londres, Cass Business School. Disponível em www.cass.city.ac.uk/faculty/a.clare/index.html. Acesso em dezembro de 2006.

Sack, Brian. **Using Treasury STRIPS to Measure the Yield Curve**. Washington D. C, Federal Reserve Board of Governors, 2000. Disponível em http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=249286. Acesso em dezembro de 2006.

Pinho, Márcio. **Curvas Paramétricas no Plano**. Porto Alegre, PUC, s. d. Disponível em http://www.inf.pucrs.br/~pinho/CG/Aulas/Curvas/Curvas.htm. Acesso em dezembro de 2006.

Treasury Yield Curve Methodology, 2006. Disponível em http://www.treas.gov/offices/domestic-finance/debt-management/interest-rate/yieldmethod.html. Acesso em novembro de 2006.

Manssour, Isabel Harb. **Curvas Planas**. Porto Alegre, PUC, 2005. Disponível em http://www.inf.pucrs.br/~manssour/CG-SI/curvas.pdf. Acesso em dezembro de 2006.

Gurkaynak, Refet S., Sack, Brian, e Wright, Jonathan H. **The U.S. Treasury Yield Curve: 1961 to the Present**. Washington D. C., Finance and Economics Discussion Series, Divisions of Research & Statistics and Monetary Affairs, Federal Reserve Board, 2006. Disponível em http://www.federalreserve.gov/Pubs/FEDS/2006/200628/200628pap.pdf. Último acesso em janeiro de 2006.

Júliio, Juan Manuel; Mera, Silvia Juliana; e Hérault, Alejandro Revéiz. **Estimación Con Splines Cúbicos Suavizados, Usos y Ejemplos**. Bogotá, Banco de la República, 2002. Disponível em http://www.banrep.gov.co/docum/Lectura_finanzas/pdf/lectura4.pdf. Último acesso em novembro de 2006.

Raynet Business & Marketing Glossary, 2000

Harvey, Campbell R. **Campbell R. Harvey's Hypertextual Finance Glossary**. 2000.

8 GLOSSÁRIO

De Rogé Ferreira (p. 34), com algumas adaptações, trazemos este glossário:

- *Zero Coupon Bond*, ou Título de Cupom Zero – Título que não possui cupom de juros, sendo negociado por desconto para resgate do valor de face, normalmente igual a 100. Por não possuírem fluxos de caixa intermediários, estes títulos não têm risco de reinvestimento.
- *Spot Rate* ou Taxas de Juro a Vista – Taxas de juros dos títulos de cupom zero.
- *Forward Rate of Interest*, ou Taxas de Juros a Termo – Taxas de juros implícitas entre os diversos vencimentos de títulos de zero cupom. Pode se dizer que as taxas de juros a termo são as taxas de juros a vista em algum momento **no futuro**, tal como vistas pelo mercado **hoje**.
- *Yield to Maturity* – Taxa Interna de Retorno (TIR) do título, calculado através do seu fluxo de caixa.
- *Yield Curve* ou Curva de Juros pela Taxa Interna de Retorno – Representa a relação existente entre as taxas internas de retorno dos títulos e suas respectivas maturidades.
- *Spot Curve*, ou Curva de Juros a Vista – É a curva de juros para títulos que não possuem cupom de juros (títulos de cupom zero). Também representa a relação entre as taxas internas de retorno dos títulos e suas respectivas maturidades. Como se trata de títulos de cupom zero, a taxa interna de retorno é igual à taxa *spot* ou a vista.
- *Term Structure*, Estrutura a Termo da Taxa de Juros, ET, ETTJ ou Estrutura Temporal da Taxa de Juros – Representa a função contínua da taxa de juros a vista. Para a construção da estrutura a termo podem ser usados títulos de cupom zero sintéticos, isto é, títulos virtuais obtidos a partir dos títulos com cupom.

- *Par Bond Yield Curve* – Representa a relação existente entre as taxas internas de retorno de títulos que são negociados ao par (100% do seu valor) e suas respectivas maturidades.

9 ANEXO

Dados obtidos de uma série de títulos do Tesouro do EUA, obtida através do terminal Bloomberg, em 12 de dezembro de 2006 12:28:30 h. São títulos destinados para venda, cujos dados foram obtidos de um levantamento de vários bancos e corretoras.

#		MATURITY	Px Ask	Px Bid	Yld Ytm Ask	Yld Ytm Bid	Cpn
1	912828DF Govt	31/12/2006	99,8906	99,8594	5,301	5,971	3,0000
2	912828DJ Govt	31/1/2007	99,7813	99,7500	4,758	4,996	3,1250
3	912828BY Govt	15/2/2007	99,5313	99,5000	4,975	5,158	2,2500
4	9128272J Govt	15/2/2007	100,1992	100,1992	4,974	4,974	6,2500
5	912828DN Govt	28/2/2007	99,6719	99,6406	4,906	5,055	3,3750
6	912828DQ Govt	31/3/2007	99,6406	99,6094	4,952	5,06	3,7500
7	912828DS Govt	30/4/2007	99,5156	99,4844	4,907	4,991	3,6250
8	912828CG Govt	15/5/2007	99,2344	99,2031	4,974	5,05	3,1250
9	9128272U Govt	15/5/2007	100,6875	100,6563	4,928	5,003	6,6250
10	912828AC Govt	15/5/2007	99,7500	99,7188	4,965	5,041	4,3750
11	912828DW Govt	31/5/2007	99,3438	99,3125	4,948	5,017	3,5000
12	912828DY Govt	30/6/2007	99,2656	99,2344	5,001	5,06	3,6250
13	912828EB Govt	31/7/2007	99,3281	99,2969	4,963	5,014	3,8750
14	912828AH Govt	15/8/2007	98,8750	98,8438	4,968	5,016	3,2500
15	9128273E Govt	15/8/2007	100,7344	100,7031	4,986	5,033	6,1250
16	912828CR Govt	15/8/2007	98,5469	98,5156	4,972	5,021	2,7500
17	912828EF Govt	31/8/2007	99,3281	99,2969	4,966	5,012	4,0000
18	912828EH Govt	30/9/2007	99,2656	99,2344	4,947	4,988	4,0000
19	912828EK Govt	31/10/2007	99,4375	99,4063	4,906	4,943	4,2500
20	912828AN Govt	15/11/2007	98,3281	98,2969	4,878	4,914	3,0000
21	912828EP Govt	30/11/2007	99,4219	99,4063	4,871	4,888	4,2500
22	912828ER Govt	31/12/2007	99,5625	99,5000	4,807	4,869	4,3750
23	912828EU Govt	31/1/2008	99,5313	99,4688	4,801	4,859	4,3750
24	912828DK Govt	15/2/2008	98,4219	98,3594	4,772	4,829	3,3750
25	912828AT Govt	15/2/2008	98,0000	97,9375	4,773	4,829	3,0000
26	9128273X Govt	15/2/2008	100,8281	100,7656	4,758	4,813	5,5000
27	912828EY Govt	29/2/2008	99,8281	99,7656	4,767	4,821	4,6250
28	912828EZ Govt	31/3/2008	99,8438	99,7813	4,746	4,796	4,6250
29	912828FC Govt	30/4/2008	100,2031	100,1406	4,717	4,764	4,8750
30	9128274F Govt	15/5/2008	101,2969	101,2344	4,667	4,713	5,6250
31	912828AZ Govt	15/5/2008	97,2031	97,1406	4,682	4,729	2,6250
32	912828DT Govt	15/5/2008	98,7344	98,6719	4,68	4,726	3,7500
33	912828FG Govt	31/5/2008	100,2422	100,2422	4,7	4,7	4,8750
34	912828FJ Govt	30/6/2008	100,6445	100,6445	4,686	4,686	5,1250
35	912828FM Govt	31/7/2008	100,5313	100,4688	4,654	4,694	5,0000
36	912828BG Govt	15/8/2008	97,8281	97,7656	4,613	4,652	3,2500
37	912828EC Govt	15/8/2008	99,2188	99,1563	4,613	4,652	4,1250
38	912828FR Govt	31/8/2008	100,3750	100,3125	4,64	4,678	4,8750
39	912828BK Govt	15/9/2008	97,5156	97,4531	4,615	4,653	3,1250
40	912828FT Govt	30/9/2008	99,9727	99,9727	4,637	4,637	4,6250
41	912828FT Govt	30/9/2008	99,9727	99,9727	4,637	4,637	4,6250
42	912828BM Govt	15/10/2008	97,4219	97,3594	4,604	4,64	3,1250

#		MATURITY	Px Ask	Px Bid	Yld Ytm Ask	Yld Ytm Bid	Cpn
43	912828FV Govt	31/10/2008	100,4414	100,4414	4,624	4,624	4,8750
44	912828FV Govt	31/10/2008	100,4414	100,4414	4,624	4,624	4,8750
45	912828BQ Govt	15/11/2008	97,7969	97,7344	4,585	4,62	3,3750
46	9128274V Govt	15/11/2008	100,2695	100,2695	4,6	4,6	4,7500
47	912828EL Govt	15/11/2008	99,5938	99,5313	4,597	4,631	4,3750
48	912828FZ Govt	30/11/2008	100,0273	100,0273	4,609	4,609	4,6250
49	912828FZ Govt	30/11/2008	100,0273	100,0273	4,609	4,609	4,6250
50	912828BT Govt	15/12/2008	97,7344	97,6719	4,572	4,605	3,3750
51	912828BV Govt	15/1/2009	97,4219	97,3594	4,558	4,59	3,2500
52	912828BZ Govt	15/2/2009	96,7969	96,7344	4,564	4,596	3,0000
53	912828EV Govt	15/2/2009	99,8906	99,8281	4,551	4,581	4,5000
54	912828CC Govt	15/3/2009	95,9844	95,9219	4,519	4,55	2,6250
55	912828CE Govt	15/4/2009	96,9375	96,8750	4,52	4,549	3,1250
56	912828FE Govt	15/5/2009	100,7773	100,7773	4,531	4,531	4,8750
57	9128275G Govt	15/5/2009	102,2461	102,2461	4,508	4,508	5,5000
58	912828CH Govt	15/5/2009	98,5469	98,4844	4,514	4,542	3,8750
59	912828FE Govt	15/5/2009	100,7773	100,7773	4,531	4,531	4,8750
60	912828CL Govt	15/6/2009	98,8281	98,7656	4,5	4,527	4,0000
61	912828CN Govt	15/7/2009	97,9063	97,8438	4,49	4,516	3,6250
62	912828FP Govt	15/8/2009	100,8281	100,7656	4,54	4,565	4,8750
63	9128275N Govt	15/8/2009	103,6797	103,6797	4,519	4,519	6,0000
64	912828CS Govt	15/8/2009	97,5469	97,4844	4,483	4,508	3,5000
65	912828FP Govt	15/8/2009	100,8281	100,7656	4,54	4,565	4,8750
66	912828CV Govt	15/9/2009	97,1719	97,1094	4,477	4,502	3,3750
67	912828CX Govt	15/10/2009	97,0781	97,0156	4,482	4,507	3,3750
68	912828FX Govt	15/11/2009	100,3398	100,3398	4,498	4,498	4,6250
69	912828FX Govt	15/11/2009	100,3398	100,3398	4,498	4,498	4,6250
70	912828DB Govt	15/11/2009	97,3594	97,2969	4,474	4,497	3,5000
71	912828DE Govt	15/12/2009	97,3281	97,2656	4,461	4,483	3,5000
72	912828DG Govt	15/1/2010	97,5938	97,5313	4,467	4,489	3,6250
73	9128275Z Govt	15/2/2010	105,9023	105,9023	4,48	4,48	6,5000
74	912828DL Govt	15/2/2010	97,1719	97,1094	4,465	4,487	3,5000
75	912828DP Govt	15/3/2010	98,6406	98,5781	4,452	4,473	4,0000
76	912828DR Govt	15/4/2010	98,6094	98,5469	4,452	4,472	4,0000
77	912828DU Govt	15/5/2010	98,2031	98,1406	4,446	4,466	3,8750
78	912828DX Govt	15/6/2010	97,3398	97,3398	4,454	4,454	3,6250
79	912828DZ Govt	15/7/2010	98,1406	98,0781	4,441	4,46	3,8750
80	912828ED Govt	15/8/2010	98,9219	98,8594	4,445	4,464	4,1250
81	9128276J Govt	15/8/2010	104,3594	104,3594	4,448	4,448	5,7500
82	912828EG Govt	15/9/2010	98,0781	98,0156	4,435	4,454	3,8750
83	912828EJ Govt	15/10/2010	99,3281	99,2656	4,441	4,459	4,2500
84	912828EM Govt	15/11/2010	100,1875	100,1719	4,446	4,451	4,5000
85	912828EQ Govt	15/12/2010	99,7656	99,7031	4,44	4,457	4,3750
86	912828ES Govt	15/1/2011	99,2813	99,2188	4,443	4,46	4,2500
87	9128276T Govt	15/2/2011	102,2813	102,2188	4,394	4,41	5,0000
88	912828EX Govt	28/2/2011	100,2188	100,1563	4,441	4,457	4,5000
89	912828FA Govt	31/3/2011	101,1719	101,1094	4,446	4,462	4,7500
90	912828FB Govt	15/4/2011	100,7031	100,6406	2,204	2,219	2,3750
91	912828FD Govt	30/4/2011	101,6875	101,6250	4,445	4,461	4,8750
92	912828FH Govt	31/5/2011	99,6094	99,6094	4,973	4,973	4,8750
93	912828FK Govt	30/6/2011	102,7656	102,7031	4,446	4,461	5,1250

#		MATURITY	Px Ask	Px Bid	Yld Ytm Ask	Yld Ytm Bid	Cpn
94	912828FN Govt	31/7/2011	101,7813	101,7188	4,444	4,459	4,8750
95	9128277B Govt	15/8/2011	102,5156	102,4531	4,397	4,412	5,0000
96	912828FS Govt	31/8/2011	100,7422	100,7422	4,447	4,447	4,6250
97	912828FU Govt	30/9/2011	100,2188	100,1563	4,447	4,462	4,5000
98	912828FU Govt	30/9/2011	100,2188	100,1563	4,447	4,462	4,5000
99	912828FW Govt	31/10/2011	100,7344	100,7344	4,455	4,455	4,6250
100	912828FW Govt	31/10/2011	100,7344	100,7344	4,455	4,455	4,6250
101	912828GA Govt	30/11/2011	100,2148	100,2148	4,451	4,451	4,5000
102	912828GA Govt	30/11/2011	100,2148	100,2148	4,451	4,451	4,5000
103	9128277L Govt	15/2/2012	102,1094	102,0469	4,413	4,426	4,8750
104	912828AJ Govt	15/8/2012	99,8125	99,7500	4,412	4,424	4,3750
105	912810DB Govt	15/11/2012	104,9844	104,9219	9,259	9,272	10,3750
106	912828AP Govt	15/11/2012	97,8125	97,7500	4,423	4,436	4,0000
107	912828AU Govt	15/2/2013	96,9922	96,9922	4,437	4,437	3,8750
108	912828BA Govt	15/5/2013	95,5313	95,4688	4,432	4,444	3,6250
109	912828BH Govt	15/8/2013	98,8906	98,8281	4,443	4,454	4,2500
110	912810DF Govt	15/8/2013	111,7344	111,6719	9,573	9,585	12,0000
111	912828BR Govt	15/11/2013	98,7656	98,7656	4,459	4,459	4,2500
112	912828CA Govt	15/2/2014	97,1719	97,1094	4,464	4,475	4,0000
113	912810DJ Govt	15/5/2014	119,8906	119,8281	9,456	9,466	13,2500
114	912828CJ Govt	15/5/2014	101,7969	101,7344	4,462	4,472	4,7500
115	912810DL Govt	15/8/2014	119,8906	119,8281	8,866	8,876	12,5000
116	912828CT Govt	15/8/2014	98,6094	98,5469	4,465	4,475	4,2500
117	912828DC Govt	15/11/2014	98,5781	98,5156	4,465	4,474	4,2500
118	912810DN Govt	15/11/2014	119,7500	119,6875	8,296	8,305	11,7500
119	912828DM Govt	15/2/2015	97,1055	97,1055	4,425	4,425	4,0000
120	912810DP Govt	15/2/2015	145,8594	145,7969	4,483	4,49	11,2500
121	912828DV Govt	15/5/2015	97,5547	97,5547	4,476	4,476	4,1250
122	912828EE Govt	15/8/2015	98,3906	98,3281	4,475	4,484	4,2500
123	912810DS Govt	15/8/2015	143,7031	143,6406	4,484	4,491	10,6250
124	912828EN Govt	15/11/2015	100,1406	100,0781	4,48	4,489	4,5000
125	912810DT Govt	15/11/2015	139,2344	139,1719	4,488	4,495	9,8750
126	912828EW Govt	15/2/2016	100,1094	100,0469	4,485	4,493	4,5000
127	912810DV Govt	15/2/2016	135,3906	135,3281	4,497	4,504	9,2500
128	912828FF Govt	15/5/2016	104,8047	104,8047	4,493	4,493	5,1250
129	912828FF Govt	15/5/2016	104,8047	104,8047	4,493	4,493	5,1250
130	912810DW Govt	15/5/2016	120,8594	120,7969	4,507	4,514	7,2500
131	912828FL Govt	15/7/2016	103,0156	102,9531	2,15	2,157	2,5000
132	912828FQ Govt	15/8/2016	102,9414	102,9414	4,496	4,496	4,8750
133	912828FQ Govt	15/8/2016	102,9414	102,9414	4,496	4,496	4,8750
134	912828FQ Govt	15/8/2016	102,9414	102,9414	4,496	4,496	4,8750
135	912828FY Govt	15/11/2016	101,0469	101,0469	4,493	4,493	4,6250
136	912828FY Govt	15/11/2016	101,0469	101,0469	4,493	4,493	4,6250
137	912828FY Govt	15/11/2016	101,0469	101,0469	4,493	4,493	4,6250
138	912810DX Govt	15/11/2016	123,5938	123,5313	4,521	4,528	7,5000
139	912810DY Govt	15/5/2017	134,6406	134,5781	4,54	4,546	8,7500
140	912810DZ Govt	15/8/2017	136,2188	136,1563	4,551	4,557	8,8750
141	912810EA Govt	15/5/2018	140,1250	140,0625	4,574	4,58	9,1250
142	912810EB Govt	15/11/2018	140,1875	140,1250	4,585	4,591	9,0000
143	912810EC Govt	15/2/2019	139,4219	139,3594	4,606	4,612	8,8750
144	912810ED Govt	15/8/2019	133,3438	133,2813	4,618	4,624	8,1250

#		MATURITY	Px Ask	Px Bid	Yld Ytm Ask	Yld Ytm Bid	Cpn
145	912810EE Govt	15/2/2020	137,7813	137,7188	4,634	4,64	8,5000
146	912810EF Govt	15/5/2020	140,7031	140,6406	4,641	4,646	8,7500
147	912810EG Govt	15/8/2020	141,0625	141,0000	4,655	4,66	8,7500
148	912810EH Govt	15/2/2021	132,9531	132,8906	4,669	4,674	7,8750
149	912810EJ Govt	15/5/2021	135,9688	135,9063	4,669	4,674	8,1250
150	912810EK Govt	15/8/2021	136,3125	136,2500	4,676	4,681	8,1250
151	912810EL Govt	15/11/2021	135,3906	135,3594	4,678	4,68	8,0000
152	912810EM Govt	15/8/2022	128,2188	128,1563	4,687	4,692	7,2500
153	912810EN Govt	15/11/2022	132,7188	132,6563	4,685	4,69	7,6250
154	912810EP Govt	15/2/2023	127,2813	127,2188	4,697	4,702	7,1250
155	912810EQ Govt	15/8/2023	117,7813	117,7188	4,699	4,704	6,2500
156	912810ES Govt	15/11/2024	133,6875	133,6250	4,698	4,702	7,5000
157	912810ET Govt	15/2/2025	135,3906	135,3281	4,705	4,709	7,6250
158	912810EV Govt	15/8/2025	126,7500	126,6875	4,705	4,71	6,8750
159	912810EW Govt	15/2/2026	116,2188	116,1563	4,706	4,71	6,0000
160	912810EX Govt	15/8/2026	126,0313	125,9688	4,706	4,71	6,7500
161	912810EY Govt	15/11/2026	123,1094	123,0781	4,7	4,702	6,5000
162	912810EZ Govt	15/2/2027	124,8906	124,8906	4,701	4,701	6,6250
163	912810FA Govt	15/8/2027	122,0000	121,9375	4,699	4,703	6,3750
164	912810FB Govt	15/11/2027	118,9531	118,9531	4,693	4,693	6,1250
165	912810FE Govt	15/8/2028	110,8789	110,8789	4,694	4,694	5,5000
166	912810FF Govt	15/11/2028	107,6875	107,6250	4,685	4,689	5,2500
167	912810FG Govt	15/2/2029	107,7344	107,6719	4,685	4,689	5,2500
168	912810FJ Govt	15/8/2029	120,0000	119,9375	4,683	4,687	6,1250
169	912810FM Govt	15/5/2030	122,3906	122,3281	4,668	4,671	6,2500
170	912810FM Govt	15/5/2030	122,3906	122,3281	4,668	4,671	6,2500
171	912810FP Govt	15/2/2031	110,1523	110,1523	4,669	4,669	5,3750
172	912810FP Govt	15/2/2031	110,1523	110,1523	4,669	4,669	5,3750
173	912810FQ Govt	15/4/2032	125,9531	125,8906	2,056	2,058	3,3750
174	912810FT Govt	15/2/2036	98,2813	98,2500	4,607	4,609	4,5000
175	912810FT Govt	15/2/2036	98,2813	98,2500	4,607	4,609	4,5000