

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ADMINISTRAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ADMINISTRAÇÃO**

GABRIEL MATOS PEREIRA

**INTEGRAÇÃO DE RESTRIÇÕES DE LIQUIDEZ EM MODELOS DE
SELEÇÃO DE CARTEIRAS**

Porto Alegre
2014

Gabriel Matos Pereira

INTEGRAÇÃO DE RESTRIÇÕES DE LIQUIDEZ EM MODELOS DE SE-
LEÇÃO DE CARTEIRAS

Dissertação apresentada como requisito para a obtenção do grau de Mestre em Administração pelo Programa de Pós-Graduação em Administração da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Orientador: Tiago Pascoal Filomena, PhD.

Porto Alegre

2014

Gabriel Matos Pereira

INTEGRAÇÃO DE RESTRIÇÕES DE LIQUIDEZ EM MODELOS DE SE- LEÇÃO DE CARTEIRAS

Dissertação apresentada como requisito para a obtenção do grau de Mestre em Administração pelo Programa de Pós-Graduação em Administração da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Aprovada em 03 de junho de 2014.

BANCA EXAMINADORA

Professor Doutor Denis Borenstein – PPGA/UFRGS

Professor Doutor João Luiz Becker – PPGA/UFRGS

Professor Doutor Cristiano Costa – PPG/UNISINOS

Porto Alegre

2014

CIP - Catalogação na Publicação

Pereira, Gabriel Matos

Integração de Restrições de Liquidez em Modelos de Seleção de Carteira / Gabriel Matos Pereira. -- 2014. 59 f.

Orientador: Tiago Filomena.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Administração, Programa de Pós-Graduação em Administração, Porto Alegre, BR-RS, 2014.

1. Otimização de carteiras. 2. Liquidez. 3. Pesquisa Operacional. I. Filomena, Tiago, orient. II. Título.

RESUMO

A liquidez é um fator importante no âmbito da gestão de carteiras. Em 2012, no Brasil, a CVM começou a exigir que todos bancos e corretoras mantenham um controle da liquidez de seus ativos/carteiras. Esse trabalho define uma medida e uma restrição de liquidez adequada ao mercado brasileiro, possível de ser incorporada em modelos de otimização de carteiras. As simulações realizadas com o modelo proposto demonstraram um alto nível de liquidação das carteiras formadas, próximo a 85%.

Palavras chave: Otimização de carteiras. Liquidez. Restrição de liquidez. Gestão de portfólios.

ABSTRACT

Liquidity is an important element in portfolio management. In 2012, in Brazil, CVM started to require all banks and brokerages to maintain control of the liquidity of its assets/portfolios. This work defines a liquidity measure and liquidity constraints proper to Brazilian market that can be attached to portfolio optimization models. The simulations with the proposed model evidence a high level of portfolio liquidation, close to 85%.

Keywords: Portfolio optimization. Liquidity. Liquidity constraint. Portfolio management.

LISTA DE QUADROS

- Quadro 1: Estatísticas descritivas referente aos níveis de liquidação das carteiras formadas utilizando, como índice de liquidação, suavização exponencial simples (SES), média móvel de 5 dias (MM5d) e média móvel de 30 dias (MM30d) do volume diário negociado..... 56
- Quadro 2: Correlação entre os valores dos níveis de liquidação das carteiras formadas utilizando suavização exponencial simples (SES), média móvel de 5 dias (MM5d) e média móvel de 30 dias (MM30d) do volume diário negociado..... 58
- Quadro 3: Análise de variância tendo, como variável dependente, o nível de liquidação quando utilizando como índice de liquidez a média móvel de 5 dias (MM5d) do volume diário total negociado e, como variáveis independentes, retorno mínimo exigido da carteira (r_c), valor total da carteira (VTC) e percentual máximo do volume projetado para o dia seguinte de cada ativo aceito na carteira (β)..... 59

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Percentual limite do total negociado e cálculo da média do volume total negociado utilizados por diversas corretoras e bancos brasileiros.....	31
Tabela 2: Diferentes cenários formados pela variação dos parâmetros de entrada do modelo de formação de carteiras	42
Tabela 3 :Média do nível de liquidação das carteiras formadas para cada um dos cenários utilizando, como medida de liquidez, média móvel de 5 dias (MM5d), média móvel de 30 dias (MM30d) e suavização exponencial simples (SES) do volume diário negociado de cada ativo.....	43
Tabela 4: Número de dias em que foi possível a formação de carteira em função da variação dos parâmetros do modelo	45

LISTA DE FIGURAS

- Figura 1: Histograma referente aos níveis de liquidação das carteiras formadas utilizando, como índice de liquidação suavização exponencial simples (SES) do volume diário negociado 57
- Figura 2: Histograma referente aos níveis de liquidação das carteiras formadas utilizando, como índice de liquidação média móvel de 5 dias (MM5d) do volume diário negociado..... 57
- Figura 3: Histograma referente aos níveis de liquidação das carteiras formadas utilizando, como índice de liquidação média móvel de 30 dias (MM30d) do volume diário negociado 58

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANBIMA	Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais
CAPM	<i>Capital Asset Pricing Model</i>
CVaR	<i>Conditional Value at Risk</i>
CVM	Comissão de Valores Mobiliários
MEC	<i>Market-Efficiency Coefficient</i> (Coeficiente de Eficiência de Mercado)
PO	Pesquisa Operacional
SES	Suavização Exponencial Simples
VTC	Valor Total da Carteira
MM5d	Média móvel de 5 dias
MM30d	Média móvel de 30 dias

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
1.1	JUSTIFICATIVA	12
1.2	OBJETIVOS	14
1.2.1	Objetivo geral	14
1.2.2	Objetivos específicos	14
2	REVISÃO TEÓRICA	15
2.1	MÉTRICAS DE LIQUIDEZ	15
2.1.1	Índices baseados em volume	15
2.1.2	Índices baseados em preços	17
2.2	MÉTRICAS DE LIQUIDEZ EM PORTFÓLIOS	20
2.2.1	Média ponderada	20
2.3	APLICAÇÃO DE CONTROLES DE LIQUIDEZ	22
2.3.1	Filtragem Prévia	22
2.3.2	Restrições de liquidez	23
3	MODELO E MÉTODO	25
3.1	MODELO DE MÉDIA VARIÂNCIA	25
3.2	MÉDIA VARIÂNCIA ADAPTADO	26
3.3	RESTRICÇÕES DE LIQUIDEZ	27
3.3.1	Média ponderada	28
3.3.2	Restrição por ativos individuais – média móvel	28
3.3.3	Restrição por ativos individuais – média móvel ponderada com suavização exponencial simples	33
3.4	MÉTODO	35
3.4.1	Modelo	35
3.4.2	Medidas de liquidez	36
3.4.3	Dados	37
4	SIMULAÇÕES E ANÁLISE DOS RESULTADOS	39
4.1	SIMULAÇÕES	39
4.2	ANÁLISE DOS RESULTADOS	43
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	49
5.1	LIMITAÇÕES	50
5.2	SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS	51

1 INTRODUÇÃO

Ao se efetuar um investimento trabalha-se com expectativas; fazem-se estimativas futuras sobre o benefício que a alocação de capital em determinado investimento pode proporcionar ao investidor. É feita, durante o processo de decisão, uma análise comparativa entre os investimentos disponíveis ponderando elementos tanto referentes às características quanto às suas perspectivas futuras. Sendo assim, a análise de investimentos, além de uma tarefa de comparação, também é uma tarefa de análise individual de cada uma das opções disponíveis. Dentro do escopo de análise, quatro atributos se destacam: o retorno esperado, o potencial risco ao qual se estará exposto, o prazo a que se estará disposto a permanecer na posição e a possibilidade de saída da posição. Logo, ao se fazer uma análise, basicamente se estará estimando sua rentabilidade, seu grau de risco e sua liquidez.

Markowitz, em 1952, incorporou, de forma quantitativa, o risco à análise de investimentos, conceito anteriormente apenas trabalhado de forma abstrata. Seguindo seu raciocínio, pode-se considerar que o risco de um ativo pode ser dividido em duas partes complementares, uma relacionada à probabilidade de, no caso de uma ação, a empresa emissora não ser bem sucedida (risco não sistêmico) e outra relacionada à probabilidade de o mercado entrar em recessão afetando não apenas uma, mas todas as empresas que o compõem (risco sistêmico). Em 1959, propondo de forma mais consistente a teoria das carteiras, é por ele provado que ao se montar uma carteira com dois ativos negativamente correlacionados, se consegue se não eliminar completamente, pelo menos reduzir o risco não sistemático total do portfólio. Sendo assim, ao se diversificar uma carteira, se está reduzindo o risco total do investimento, visto que, mesmo que haja perda em ativos de um determinado setor, essa pode ser compensada por ganhos em ativos de outro setor.

Durante os anos que se seguiram, alguns pesquisadores como Jack Treynor (1962), William Sharpe (1964), John Lintner (1965) e Jan Mossin (1966) agregaram novos conceitos à teoria das carteiras, forjando um novo modelo de precificação de ativos, o CAPM (*Capital Asset Pricing Model*). Ao agregar o conceito de investimento sem risco e assumir a hipótese de que todos os investidores compartilham das mesmas informações relativas aos retornos esperados, variâncias e covariâncias –

medida de risco do modelo – é possível definir fronteiras eficientes e supor que os investidores irão assumir posições sobre essas de acordo com sua tolerância ao risco.

Tanto o modelo CAPM quanto o modelo original de média e variância não incorporam liquidez em sua avaliação. Entretanto, a não observância de restrições a esse respeito pode trazer efeitos negativos para o investidor. Apesar do mercado já precificar, de certa forma, a liquidez do ativo (AMIHUJ; MENDELSON, 1991), fato que foi, também, comprovado no mercado brasileiro (MACHADO, 2009), ao não se considerar o impacto que a liquidez dos ativos exerce durante a formação da carteira, o investidor pode se expor desnecessariamente a riscos futuros.

Diante da importância da liquidez na gestão de investimentos, o objetivo é incorporar a liquidez a um modelo de otimização de portfólios visando a sua utilização no mercado de capitais brasileiro. Para tanto foi feita uma revisão dos índices de liquidez existentes com potencial para serem incorporados em um modelo de otimização de carteiras, foi escolhido o índice mais apropriado e, esse, foi adaptado para utilização no modelo de média variância adaptado (FILOMENA; LEJEUNE, 2012) incorporando ao modelo, então, uma nova restrição - de liquidez.

O trabalho está organizado da seguinte forma: no Capítulo 2 é feita uma revisão da literatura sobre liquidez e os índices utilizados para mensurá-la; no capítulo 3 é exposto o modelo de otimização de carteiras e a restrição de liquidez desenvolvida; no capítulo 4 é detalhado o procedimento para execução das simulações e feita a análise dos resultados; o capítulo 5 traz as considerações finais, limitações e sugestões de trabalhos futuros.

1.1 JUSTIFICATIVA

A importância da liquidez dos ativos na gestão de carteiras é evidente, principalmente quando os valores movimentados, relativamente ao mercado, são elevados. Fundos com grandes posições em ativos pouco líquidos podem ter perdas no caso da necessidade de se desfazer de um montante grande desses papéis em um tempo relativamente curto. Ao serem obrigados a vender parte desses ativos em um curto espaço de tempo, um fundo poderá estar oferecendo ao mercado uma quantidade muito superior àquela a qual o mercado costuma operar nesse intervalo tempo-

ral. Esse excesso de oferta, invariavelmente, levará a impactar negativamente no preço desse ativo e, em casos de uma oferta relativa substancialmente elevada, pode até não ser possível encontrar compradores suficientes para os papéis.

No Brasil, a Comissão de Valores Imobiliários (CVM), autarquia responsável por disciplinar, normalizar e fiscalizar a atuação dos diversos integrantes do mercado, somente nos últimos dois anos se alertou para a importância do controle das ferramentas que os fundos utilizam para gerenciar a liquidez. Alessandra Bellotto, em reportagem para a Valor Econômico em fevereiro de 2011, apontou a preocupação da CVM para o tema:

A gestão de liquidez dos fundos abertos é outro foco de preocupação da CVM, por conta da estratégia de investimentos em ativos de crédito. Na supervisão realizada no último ano, verificou-se que, assim como havia instituições com metodologias sofisticadas para evitar a deterioração do patrimônio por conta de resgates de curto prazo, uma parcela dos gestores não contava com nenhuma política. Maes afirma que, de dez instituições monitoradas no último ano, três apresentaram problemas e devem continuar sendo acompanhadas pela CVM. Nos fundos do PanAmericano, que são abertos, o banco teve de intervir para honrar os resgates, tanto injetando liquidez via cotas subordinadas como recomprando créditos. (Valor Econômico, 2011)

Respondendo a essa preocupação, a CVM divulgou uma instrução no dia 08 de maio de 2012, reformando as regras dos fundos de investimento, visando a dar mais transparência para o investidor. A seção IV-B da referida instrução delibera sobre o “gerenciamento do risco de liquidez”. Nessa seção, o Art. 65-B dispõe que: “o administrador deve adotar as políticas, práticas e controles internos necessários para que a liquidez da carteira seja compatível com os prazos previstos no regulamento para pagamento dos pedidos de resgate e o cumprimento das obrigações”. De acordo com o Art. 14 da mesma instrução, com o intuito de permitir a existência de tempo para a adequação, ele coloca que “A nova redação do art. 65-B da Instrução CVM nº 409, de 2004, entra em vigor em 2 de julho de 2012”.

A preocupação dos gestores/instituições a se adequarem a essa nova exigência imposta pela CVM fica clara na divulgação pelo Citibank de seu manual de controle de riscos em agosto de 2012, que objetiva “estabelecer controles e procedimentos para gerenciamento de risco de liquidez das carteiras dos fundos de investimento sob administração da Citibank DTVM S.A., em cumprimento ao disposto na Instrução CVM nº 522/2012, que alterou a Instrução CVM nº 409/2004 (“ICVM 409”)”. O manual deixa claro aos gestores dos fundos regidos pela ICVM 409 que eles devem seguir as diretrizes estabelecidas no manual e que essas serão auditadas men-

salmente pelo departamento de *Risk & Portfolio Compliance* do banco. Ainda de acordo com o manual, “caso sejam detectados fundos cujas carteiras estão em desacordo com os parâmetros de liquidez estabelecidos no presente manual, os respectivos gestores serão comunicados e deverão se posicionar imediatamente perante a Citi DTVM, com a avaliação e justificativa a respeito do desvio reportado e as eventuais ações corretivas adotadas.”

A penalização potencial à rentabilidade de um fundo/carteira em caso de não haver tempo hábil para estruturar uma estratégia de vendas de ativos que não impacte, ou impacte pouco, no preço e, em casos mais drásticos, a não possibilidade de se desfazer desses ativos para honrar sua responsabilidade frente aos quotistas coloca a importância de se considerar a liquidez dos papéis ao se trabalhar com gestão de carteiras. A recente ação imposta pela CVM, de forçar um aumento no controle do nível de liquidez das carteiras, ratifica a importância da utilização desses controles ao se trabalhar no atual mercado de capitais brasileiro.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo geral

Dado um modelo geral para otimização de carteiras, incorporar uma restrição de liquidez adequada ao mercado de capitais brasileiro.

1.2.2 Objetivos específicos

- Fazer uma revisão sobre os principais índices de liquidez existentes na literatura com potencialidade para utilização no modelo de otimização de carteira;
- Escolher/desenvolver o índice de liquidez mais adequado e adaptá-lo como restrição do modelo;
- Propor uma restrição de liquidez que não seja dependente de um modelo específico de otimização de carteiras;
- Identificar os principais fatores que impactam no nível de liquidação das carteiras.

2 REVISÃO TEÓRICA

A partir de uma revisão da literatura científica, esse capítulo traz elementos com objetivo de fundamentar teoricamente este trabalho. Na seção 2.1 são apresentadas métricas de liquidez, tanto em medidas ancoradas em volume, quanto baseadas em preços. A seção 2.2 explica como, dado os índices de liquidez individuais dos ativos, é calculada a liquidez de um portfólio. A seção 2.3 aborda as formas de se introduzir controles de liquidez em modelos de otimização de carteiras.

2.1 MÉTRICAS DE LIQUIDEZ DE ATIVOS

O estudo da liquidez esbarra em uma principal dificuldade: enquanto é possível facilmente obter preços de ações e taxas de retornos de todo o tipo de ativo, obter um valor diretamente para expressar a liquidez não poder ser conseguido de forma tão direta. Isso leva a uma primeira pergunta: como é possível se medir a liquidez?

Não há uma medida de liquidez única, nem um consenso sobre qual a melhor forma de mensurar esse fenômeno; é possível, entretanto, valer-se de dados disponíveis para calcular índices artificiais que tentam capturar da melhor forma esse comportamento.

Serão apresentados os principais índices de liquidez encontrados na literatura com potencial para utilização em modelos de otimização de carteiras utilizando-se parcialmente de revisão trabalhada por Gabrielsen, Marzo e Zagaglia (2011). Serão abordados, inicialmente, os índices de liquidez baseados em volume e, em seguida, os índices de liquidez baseados em preço.

2.1.1 Índices baseados em volume

É quase intuitivo pensar que quanto mais transacionado é um ativo e quanto maior o volume dessas transações, mais líquido ele é. Essa faceta da liquidez pode ser bem capturada medindo-se simplesmente o valor total de ações transacionadas em um período t . Sendo, então definida como:

Volume transacionado = Valor total de ações transacionadas no tempo t

O volume transacionado, assim como os índices derivados desse, podem ser considerados medidas robustas apesar da simplicidade de seu cálculo. Alguns pesquisadores, entretanto, a consideram medidas inapropriadas para liquidez, visto que elas fazem uma dupla contagem, tanto pelo lado da compra, quanto pelo lado da venda. Sendo assim, uma mesma transação pode ser contada mais de uma vez.

A ampla disponibilidade de dados facilita a sua utilização em praticamente qualquer cenário. Ademais, já foi demonstrado (BLUME; EASLEY; O'HARA, 1994) que o volume transacionado é um fator determinante na estrutura de preço, contendo, em si, informações que não podem ser extraídas de outras medidas estatísticas.

É possível estabelecer uma relação entre volume total transacionado e o total de ativos emitidos, gerando um novo indicador: a taxa de *turnover*. Ela pode ser calculada da seguinte forma:

$$\textit{Turnover} = \frac{\textit{Volume transacionado}}{\textit{Número de ações emitidas} * \textit{Preço médio da ação no tempo } t}$$

A obtenção de dados para seu cálculo no mercado de ativos não enfrenta dificuldade, permitindo sua aplicação de forma direta.

A taxa de liquidez convencional é, provavelmente, uma das medidas mais utilizadas na análise de liquidez (GABRIELSEN; MARZO; ZAGAGLIA, 2011). Ela expressa qual o volume transacionado necessário para induzir uma variação de um por cento no preço de um ativo. No seu cálculo, além do volume transacionado, entra o preço do ativo como elemento base. Ela pode ser calculada da seguinte forma:

$$LR_{it} = \frac{\sum_{t=1}^T P_{it} V_{it}}{\sum_{t=1}^T |PC_{it}|}$$

O numerador expressa o volume total transacionado, sendo P_{it} o preço do ativo i no tempo t e, respectivamente, V_{it} , o número total de ativos i transacionados

no tempo t . O denominador representa a variação absoluta no preço no período, sendo calculado por $PC_{it} = P_{it} - P_{it-1}$.

De acordo com Gabrielsen, Marzo e Zagaglia (2011), o cálculo do índice é, usualmente, feito para um período de um mês, podendo esse, também, em alguns casos, ser arbitrado de acordo com a necessidade. Os autores ainda salientam que na sua utilização é comum que seu cálculo seja feito para um conjunto de ativos e, posteriormente, esses, agregados em grupos com características similares. A liquidez do ativo, ou do grupo de ativos, será expressa de forma direta em relação ao índice, ou seja, quanto maior o LR_{it} , maior será a liquidez do ativo.

Outra medida de liquidez para ativos é a taxa de liquidez de Hui e Heubel (1984) - LR_{HH} - que relaciona os volumes transacionados e seus impactos nos preços. O taxa de liquidez de Hui e Heubel pode ser calculada da seguinte forma:

$$LR_{HH} = \frac{\frac{(P_{max} - P_{min})}{P_{min}}}{(S * \bar{P})}$$

Sendo P_{max} e P_{min} , respectivamente, o preço máximo e mínimo atingido pelo ativo dentro de um período de 5 dias, V o volume total do ativo transacionado no mesmo período de 5 dias, S o número total de ações emitidas e \bar{P} o preço médio do ativo nos 5 dias considerados. O denominador aparece como o turnover do ativo para um período de 5 dias. Algumas considerações sobre o LR_{HH} já foram identificadas, como o fato de 5 dias ser um tempo longo demais para o índice capturar algumas anomalias, visto que os preços dos ativos podem rapidamente se ajustar a problemas de liquidez (GABRIELSEN; MARZO; ZAGAGLIA, 2011).

2.1.2 Índices baseados em preços

Nessa categoria estão incluídos aqueles índices nos quais é inferida a liquidez de um ativo, ou mercado, analisando diretamente a variação de preços. Serão apresentadas a taxa de liquidez de Marsh e Rock (1986) e a taxa de variância.

A taxa de liquidez de Marsh e Rock (1986), também estabelece uma relação entre a variação do preço e o total transacionado; na taxa de Marsh e Rock, entre-

tanto, não é considerado o volume transacionado, e sim o número absoluto de transações. Sendo assim, ele estabelece uma relação entre a variação percentual do preço e o número total absoluto de transações. Ao se utilizar esse índice como medida de liquidez se está aceitando seu pressuposto principal, de que as mudanças de preços são independentes do volume transacionado, sendo exceção, apenas, as operações de transação de grandes blocos. Sua construção traz a ideia de que a liquidez de um ativo é muito melhor representada pelo efeito nos preços das transações que pelo impacto do volume transacionado. A taxa de liquidez de Marsh e Rock (1986) pode ser calculada da seguinte forma:

$$LR_{MR}^i = \frac{1}{M^i} \sum_{m=1}^{M^i} \left| \frac{P_m^i - P_{m-1}^i}{P_{m-1}^i} \right| * 100$$

Considerando M^i o número total de transações para o ativo i em um determinado período e P_m^i o preço do ativo i na transação m . Após o somatório será obtido o valor absoluto da variação percentual de preço em dois períodos subsequentes.

A forma de melhor ilustrar a abordagem quanto a liquidez utilizada por esse tipo de medida é considerar um exemplo em que existam dois ativos com o mesmo volume diário transacionado. As características da forma como são transacionados, entretanto, podem se diferir. Enquanto o ativo A pode ser transacionado em grandes blocos uma vez ao dia, o ativo B pode ser transacionado em centenas de operações. Considerando as variações de preços nos ativos A e B semelhantes, seria perfeitamente razoável apontar o ativo B como mais líquido que o ativo A, visto que o único fator em que se difeririam seria a forma como seriam transacionados; essa nuance da liquidez, entretanto, não é capturada com nenhuma medida de liquidez baseada em volume.

Pode-se demonstrar que o índice de liquidez de Marsh e Rock (1986) tem sucesso em capturar diferenças dessa natureza se valendo de um exemplo análogo ao acima descrito e calculando seus respectivos índices. Assumindo-se um exemplo em que a variação de preços dos ativos A e B são semelhantes, no cálculo do índice, a parcela referente à variação de preço (o somatório), será igual para os dois ativos, como segue:

$$LR_{MR}^A = \frac{1}{M^A} \sum_{m=1}^{M^A} \left| \frac{P_m^A - P_{m-1}^A}{P_{m-1}^A} \right| * 100$$

$$LR_{MR}^A = \frac{1}{M^A} * W$$

$$LR_{MR}^B = \frac{1}{M^B} \sum_{m=1}^{M^B} \left| \frac{P_m^B - P_{m-1}^B}{P_{m-1}^B} \right| * 100$$

$$LR_{MR}^B = \frac{1}{M^B} * W$$

Ao se considerar que o ativo B tem, por exemplo 500 transações diárias, enquanto o ativo A tem apenas 10, teremos os seguintes índices:

$$LR_{MR}^A = \frac{1}{10} * W$$

$$LR_{MR}^B = \frac{1}{500} * W$$

Bernstein (1987) afirmou que “medidas de liquidez, quando nenhuma informação está atingindo o ativo, devem ser mais relevantes que medidas de liquidez quando novas informações levam a novos preços de equilíbrio”. Ele ainda coloca que “essas medidas de liquidez pouco refinadas devem ser nada mais que algum tipo de média ponderada que refletem a frequência com a qual novas informações atingem um ativo em comparação com um outro.” Dada a dificuldade para encontrar o preço de equilíbrio e, principalmente, a dificuldade para determinar se uma nova informação está afetando o preço de um ativo, Hasbrouck e Schwartz (1988) propuseram o coeficiente de eficiência de mercado (MEC) visando distinguir variações de preço de curto e longo prazos. A ideia suportada por esse coeficiente é que, em mercados ou ativos mais líquidos, mesmo que novas informações estejam influenciando seus preços de equilíbrio, esses movimentos serão, de certa forma, mais contínuos. O coeficiente pode ser calculado da seguinte forma

$$MEC = \frac{Var(Ri)}{(T * Var(ri))}$$

Sendo $Var(Ri)$ a variância do logaritmo natural dos retornos de longo prazo, $Var(ri)$ a variância do logaritmo natural dos retornos de curto prazo e T o número de

períodos de curto prazo que estão contidos dentro do período de longo prazo analisado.

Em mercados mais resilientes, ou seja, aqueles em que a variação de preços ocorrida, por exemplo, por uma grande movimentação, se dissipa rápido, retornando o ativo para seu valor de equilíbrio, é esperado encontrar valores do MEC próximos a um. Bernstein (1987) considerou a possibilidade de que, em situações bem específicas, valores acima de um fossem encontrados para o MEC, como, por exemplo, quando, frente a uma notícia nova há uma determinação imprecisa do novo preço do ativo, levando ao preço a ser ajustado em pequenos incrementos. Esse fenômeno leva a uma diminuição da volatilidade relativa no curto prazo (denominador) relativamente ao longo prazo (numerador) podendo levar o MEC a apresentar valores superiores a um.

A medida utilizada para cálculo da liquidez do portfólio e, também, no restante do trabalho desenvolvido foi o volume diário negociado de cada ativo. A opção por essa medida de liquidez foi feita, principalmente, por essa ser a medida utilizada, de forma unânime, por bancos e corretoras na gestão de liquidez de seus fundos.

2.2 MÉTRICAS DE LIQUIDEZ EM PORTFÓLIOS

2.2.1 Média ponderada

Lo, Petrov e Wierzbicki (2003) definiram a liquidez de um portfólio como uma simples média ponderada, em relação ao peso individual desses ativos no portfólio. Logo, dada uma carteira de ativos p , sendo o vetor de pesos dos ativos expresso por $x_p = [x_{p1} \ x_{p2} \ x_{p3} \ \dots \ x_{pn}]$ e, considerando que não há venda a descoberto – soma do peso de todos os ativos igual a 1 – é possível definir a liquidez total da carteira l_{pt} como:

$$l_{pt} = \sum_{i=1}^n x_{pi} l_{it}$$

Essa forma de cálculo pode ser aplicada para todos os índices citados, com exceção do MEC devido a forma de seu cálculo.

Apesar da medida de liquidez proposta ser interessante por ser de fácil aplicação na otimização de portfólios, algumas considerações relativas a fatores limitantes dessa definição devem ser colocados. Lo, Petrov e Wierzbicki (2003) salientam algumas delas. Ao se utilizar essa medida de liquidez para o portfólio, assume-se que não há interações entre os ativos. Sendo assim se desconsidera uma potencial inter-relação em relação à liquidez dos ativos. Um exemplo de como é intuitivo esse raciocínio pode ser percebido analisando-se dois ativos do mesmo setor com métricas individuais de liquidez semelhantes; eles, individualmente compartilham de níveis de liquidez próximos, entretanto, quando combinados em uma mesma carteira, podem apresentar uma maior dificuldade de serem transacionados do que a originalmente esperada analisando apenas suas medidas de liquidez individuais. Esse comportamento é desencadeado devido à interpretação dos investidores sobre esses ativos, ao considerá-los substitutos entre si.

Uma opção, para suavizar o impacto dessa suposição, pode ser encontrada ao se trabalhar com restrições em relação ao peso que ativos de cada setor podem representar em cada carteira.

Uma segunda consideração a ser feita é que as medidas de liquidez apresentadas para carteiras não levam em consideração os volumes financeiros de cada um dos portfólios, ancorando-se apenas no peso individual de cada ativo. É possível ilustrar essa situação ao considerar dois portfólios p e q , tendo em sua composição 20% do ativo a . Sendo p , em relação ao valor financeiro total do portfólio, quinhentas vezes maior que q , é possível perceber que o impacto da liquidez do ativo a em cada um dos portfólios não deveria ser igual; afinal, se o investidor quiser zerar a posição do ativo a nas duas carteiras, em termos de liquidez, seria diferente vender, por exemplo, 50.000 reais referente ao ativo a na carteira q e 25.000.000 na carteira p . Uma possibilidade para amenizar essa não relação entre valor da carteira e liquidez, seria a incluir uma parametrização para a liquidez em função do volume total. Ao se incorporar, entretanto, uma nova dependência na avaliação de liquidez em modelos de otimização de carteiras, a resolução do problema pode ser expressivamente aumentada.

2.3 APLICAÇÃO DE CONTROLES DE LIQUIDEZ

Harry Markowitz (1952), em seu artigo “*Portfolio selection*”, trouxe a ideia de incorporar a análise do risco na gestão de investimentos. Partindo-se desse conceito, originou-se a moderna teoria de portfólios, passando-se, então, a apresentar o risco como fator inerente às decisões de investimentos, ressaltando a importância e os benefícios decorrentes da diversificação dos ativos.

Um modelo de otimização de portfólio visa, basicamente, encontrar a melhor combinação de ativos que maximize o retorno, dado um índice máximo de risco ou, analogamente, uma distribuição de ativos em uma carteira que minimize o risco dado um índice mínimo de retorno. O risco é mensurado pela variância da carteira.

A incorporação da liquidez na construção de um modelo de otimização pode ser feita de duas formas: fazer uma filtragem prévia para escolher os ativos a serem incluídos na análise ou adicionar uma restrição ao modelo que exija um nível mínimo de liquidez para o modelo levando em conta a liquidez individual de cada ativo.

O modelo base a ser utilizado terá como objetivo minimizar o risco, dado um retorno mínimo para a carteira.

2.3.1 Filtragem Prévia

A ideia principal nessa técnica é filtrar previamente os ativos. Para tanto é definido um nível de corte l_0 e são selecionados os ativos que entrarão no modelo apenas se suas medidas de liquidez forem maiores que l_0 . Considerando U o conjunto de todos os potenciais ativos a serem incluídos no modelo de otimização, U_0 será o subconjunto de U em que as medidas de liquidez individuais dos ativos seja superior ao nível de corte ($l_{it} \geq l_0$).

$$U_0 = \{ i \in U : l_{it} \geq l_0 \}$$

Após a seleção dos ativos qualificados para entrarem no modelo, é possível utilizar um processo de otimização para encontrar um portfólio ótimo.

$$\text{Min} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_{ij} \quad (1)$$

Sujeito a

$$\sum_{i=1}^N \mu_i x_i \geq r_c \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1 \quad (3)$$

$$x_i \geq 0, \forall i \quad (4)$$

$$i, j \in U_0 \quad (5)$$

Sendo x_i e x_j o percentual relativo ao ativo i e j , respectivamente, no total do portfólio; μ_i o retorno esperado do ativo i ; r_c o parâmetro de retorno mínimo aceito e σ_{ij} a covariância entre o ativo i e o ativo j .

2.3.2 Restrições de liquidez

É possível, de forma alternativa à filtragem prévia dos ativos com baixa liquidez, utilizar uma nova restrição no problema original assegurando que a liquidez mínima do portfólio resultante seja maior que um determinado nível. O modelo, incorporando uma restrição de liquidez simples para exemplificar fica semelhante ao modelo apresentado anteriormente, na subseção 2.3.1. Substitui-se, apenas, a restrição (5) pela seguinte restrição de liquidez:

$$\sum_{i=1}^N l_i x_i \geq l_0 \quad (6)$$

Sendo na restrição de liquidez de exemplo, l_i a medida de liquidez do ativo i e l_0 o parâmetro de liquidez mínima para o portfólio.

Utilizando essa abordagem se torna possível encontrar carteiras que respeitam a restrição de liquidez e que não estão presentes no universo de solução do

modelo com filtragem prévia. Isso é viabilizado, pois não é excluído nenhum ativo unicamente por sua medida de liquidez individual ($i, j \in U_0$); mantendo esses ativos, o modelo considera a possibilidade de incluir os ativos menos líquidos - aqueles que suas medidas, individualmente, são menores que o mínimo exigido para a carteira – mesmo que em proporções menores.

3 MODELO E MÉTODO

A medida de liquidez utilizada é o volume total negociado, sendo essa coletada individualmente para cada ativo. Conforme já constatado por Lo, Petrov e Wierzbicki (2003) os índices referente ao volume negociado e *turnover* apresentam forte correlação, indicando que ambos identificam de forma similar a liquidez.

Será utilizada a seguinte notação:

σ_{ij} : covariância entre o ativo i e o ativo j

x_i : peso do ativo i (%)

N : número total de ativos avaliados

T : número total de períodos

μ_i : retorno médio do ativo i (%)

μ_{it} : retorno do ativo i no período t (%)

r_c : parâmetro de retorno mínimo esperado (%)

l_{it} : liquidez diária do ativo i no período(dia) t (R\$)

l_i : liquidez do ativo i (R\$)

l_0 : parâmetro de liquidez mínima aceitável (R\$)

M : número de períodos de treinamento

VTC : valor total da carteira (R\$)

3.1 MODELO DE MÉDIA VARIÂNCIA

O modelo original de média variância para otimização de carteiras traz, como objetivo, a minimização do risco da carteira. O risco, de acordo com as premissas propostas, será medido pela variância dos ativos componentes do portfólio, o que, por sua vez, ao contrário do retorno médio do portfólio, não pode ser encontrada apenas se calculando uma média ponderada simples. Para obter a variância da carteira deve-se levar em consideração a covariância (σ_{ij}) entre os ativos e seus respectivos pesos ($x_i x_j$), ficando a função objetivo da seguinte forma:

$$\text{Min} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_{ij} \quad (1)$$

O objetivo principal é complementado pela restrição em relação ao retorno desejável; ou seja, quer-se encontrar a carteira com menor risco que atenda ao critério de ser maior ou igual a um retorno mínimo esperado (r_c). Para tanto é calculado o retorno da carteira, com base no peso de cada ativo que a compõe (x_i), como a média ponderada dos retornos individuais dos ativos (μ_i). Impõe-se, então, a seguinte restrição:

$$\sum_{i=1}^N \mu_i x_i \geq r_c \quad (2)$$

É colocado, também, como premissa, que sempre será utilizado todo o capital que está disponível e não haverá venda a descoberto. Para tanto será utilizada a seguinte restrição:

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1 \quad (3)$$

Para não permitir pesos negativos na carteira, é colocada a seguinte restrição:

$$x_i \geq 0, \forall i \quad (4)$$

Por fim inclui-se, então, as restrições de liquidez para a carteira, as quais serão discutidas a seguir.

3.2 MÉDIA VARIÂNCIA ADAPTADO

O problema de média variância original é, computacionalmente, resolvido com razoável velocidade. Entretanto, a solução desse problema perpassa, invariavelmente, a necessidade da construção da matriz de covariância dos retornos dos ativos. Esse pré-processamento obrigatório, a ser realizado em cada instância, traz consigo um ônus computacional maior que a própria resolução do problema. Outro potencial

inconveniente na estimativa das matrizes de covariância elemento a elemento é a possibilidade da matriz resultante não se apresentar positiva e semidefinida exigindo o seu ajuste (FILOMENA, LEJEUNE; 2012).

Dada a natureza desse trabalho, em que um número bem elevado de problemas deverá ser resolvido, o cálculo das matrizes de covariância pode inviabilizar o estudo por períodos de tempo mais extensivos. O modelo alternativo, equivalente ao problema de média variância original, proposto por Filomena e Lejeune (2012) dispensa o cálculo prévio da matriz de covariância dos retornos dos ativos, acelerando sensivelmente a resolução do problema. Sua função objetivo é:

$$\text{Min } \frac{1}{M} \sum_{t=1}^M b_t^2 x_i \geq 0 \quad , \forall i \quad (7)$$

É necessário agregar uma nova restrição para que se mantenha a equivalência entre os modelos. A restrição define a variável auxiliar b_t da seguinte forma:

$$b_t - \sum_{i=1}^N \left[\mu_{it} - \left(\frac{1}{M} \sum_{t=1}^M \mu_{it} \right) \right] x_i = 0 \quad , \forall t \quad (8)$$

As restrições (2), (3) e (4) se mantêm inalteradas, completando o modelo. A restrição de liquidez que será incorporada ao modelo será discutida abaixo.

O modelo desenvolvido por Filomena e Lejeune (2012) é convexo, garantindo assim que, ao solucionar um problema por essa formulação, será encontrada a solução ótima.

3.3 RESTRIÇÕES DE LIQUIDEZ

Abaixo serão exploradas algumas possibilidades de restrições de liquidez com potencial para serem incorporadas em um modelo de otimização de carteiras. Primeiramente é exposta a restrição utilizada por Lo, Petrov e Wierzbicki (2003) em seu trabalho, com a característica de fazer o controle apenas pela liquidez total da carteira. Nas subseções subsequentes são propostos modelos de restrições de liquidez que baseiam-se no controle individual da liquidez de cada ativo componente da carteira, resultando no controle, também, da liquidez total da carteira.

3.3.1 Média ponderada

Nessa abordagem, a medida de liquidez da carteira, de forma análoga ao retorno, é calculada como a média ponderada da liquidez individual dos ativos (l_i). Adiciona-se, então, a seguinte restrição ao modelo:

$$\sum_{i=1}^N l_i x_i \geq l_0 \quad (6)$$

Sendo assim, serão admitidas como carteiras viáveis apenas aquelas que tiverem um nível de liquidez maior que l_0 , o parâmetro de liquidez mínima para o portfólio. Essa restrição de liquidez é a mesma proposta por Lo, Petrov e Wierzbicki (2003). Em seu trabalho, entretanto, os critérios para definição do parâmetro de liquidez mínima (l_0) não ficam claros.

Ao se utilizar apenas essa restrição para controlar a liquidez da carteira, é gerado um efeito secundário pouco desejável. Optando-se por controlar apenas a liquidez total da carteira possibilita-se, também, a formação de portfólios em que ativos muito líquidos respaldem a inclusão de proporções relativamente elevadas de ativos pouco líquidos.

3.3.2 Restrição por ativos individuais – média móvel

Conforme já mencionado, ao ser considerado apenas o peso do ativo na medição de liquidez total da carteira, não é possível estabelecer uma relação entre a posição da carteira em um determinado ativo e sua respectiva liquidez. Para conseguir relacionar ambos, deve-se levar em consideração o valor absoluto alocado nesse ativo dentro da carteira e relacioná-lo com a sua liquidez individual. É calculada essa relação fazendo-se o quociente entre o produto do peso do ativo na carteira e o valor total da carteira e a liquidez individual do ativo:

$$\frac{x_i VTC}{l_i}$$

O que se busca é não possuir posição em um determinado ativo que, no caso da necessidade de sua liquidação, o seu preço sofra impacto significativo pelo movimento de venda desse. Com a exigência da CVM em implantar sistemas de monitoramento e controle de liquidez e, orientados pela Associação Brasileira das Enti-

dades dos Mercados Financeiros e de Capitais (ANBIMA) em um documento chamado “Diretrizes de liquidez das carteiras dos fundos de investimento” (ANBIMA, 2013), corretoras e bancos criaram manuais de gerenciamento de liquidez. Esses são responsáveis por definir políticas internas que possibilitem gerenciar a liquidez das carteiras dos Fundos por elas geridos.

Os manuais desenvolvidos pelos bancos e corretoras descrevem, de forma detalhada, na maioria dos casos, a sistemática de controles de liquidez implementados na gestão de seus respectivos fundos e carteiras. Apesar de não haver uma diretriz específica em relação à metodologia a ser utilizada, quando analisados os manuais de controles de liquidez das corretoras e bancos, é possível perceber algum alinhamento na forma de como é feita a gestão de liquidez em seus fundos. A identidade das corretoras e bancos pesquisados não serão revelados a fim de respeitar a privacidade das instituições.

Os manuais expõem que a liquidez é controlada, basicamente, com base em três indicadores: o percentual limite do total negociado, o prazo para liquidação, e o nível de liquidação aceitável.

- i. o percentual limite do total negociado é o valor percentual máximo em que se considera que, caso haja uma liquidação completa da posição, o preço de venda não sofrerá penalização;
- ii. o prazo para liquidação da posição, contado em dias, é o tempo aceitável para que, após a efetiva decisão pela liquidação, todos os ativos sejam vendidos.
- iii. o nível de liquidação aceitável é utilizado para permitir uma liquidação da carteira em um patamar menor que 100% dentro do prazo máximo de liquidação.

O percentual limite do total negociado é a fração máxima do total médio transacionado de um determinado ativo em que se acredita que, no caso de um encerramento de posição, a venda desses ativos não irá impactar no seu respectivo preço. Assim considerando, ao se respeitar esse limite e, no caso da necessidade de vender a totalidade de um determinado ativo que se tenha na carteira, isso não incorrerá em perdas devido a uma degradação no preço causada por esse movimento de venda. As corretoras e bancos consideram aceitável ter posição em carteira de

um determinado ativo um total que não ultrapasse 15% a 30% da média diária (tabela 1).

Normalmente o percentual limite do total negociado é um parâmetro estabelecido globalmente pela corretora, sendo ele considerado como margem segura em todos os seus fundos e operações; essa abordagem, entretanto, incorre em alguns riscos ao deixar de se observar a operação de cada fundo individualmente. Ao se estabelecer um parâmetro global para o percentual limite do total negociado, se possibilita que, na soma da posição de um determinado ativo em todos os fundos de uma corretora/banco, essa possa superar em muito o que é aceito como margem segura. Um exemplo: um banco tem definido o percentual limite do total negociado como 20% e os gestores de seis de seus fundos optam por alocar o máximo permitido no ativo A. Cada fundo terá alocado 20% do que é negociado diariamente do ativo A, resultando na corretora/banco detendo, de forma consolidada, 120% do volume diário negociado do ativo A. Em caso de liquidação da posição desse ativo, por exemplo, por três de seus fundos, a corretora/banco estará colocando no mercado o triplo do volume que ela própria considera seguro em relação a não causar uma depreciação no preço desse ativo. Essa hipótese é agravada pela possível interação informal entre os gestores dos fundos, o que potencializa tomada de posição conjunta entre eles.

A média diária utilizada como parâmetro pelos bancos e corretoras para balizar a quantidade máxima possível de alocação individual de cada ativo é medida através de uma média móvel. O período que é utilizado para o cálculo dessa média, entretanto, não é unânime entre as diferentes instituições financeiras. Percebe-se uma divisão clara, em que a maior parte das corretoras opta por trabalhar com o cálculo da média móvel dos volumes negociados da última semana (cinco dias) enquanto o restante utiliza períodos entre 20 e 30 dias para o cálculo da média (Tabela 1).

Tabela 1 - Percentual limite do total negociado e cálculo da média do volume do total negociado utilizado por diversas corretoras e bancos brasileiros

Corretora/Banco	Percentual limite do total negociado	Cálculo do volume médio diário negociado
Corretora/Banco 1	25%	Média móvel de 5 dias
Corretora/Banco 2	20%	Média móvel de 30 dias
Corretora/Banco 3	20%	Média móvel de 20 dias
Corretora/Banco 4	30%	Menor valor entre a média móvel de 10 dias e a média móvel de 30 dias
Corretora/Banco 5	25%	Média móvel de 30 dias
Corretora/Banco 6	20%	Média móvel de 5 dias
Corretora/Banco 7	20%	Média móvel de 5 dias
Corretora/Banco 8	20%	Média móvel de 5 dias
Corretora/Banco 9	15%	Média móvel de 5 dias
Corretora/Banco 10	30%	Não definido

Fonte: Elaborado pelo autor

O prazo para liquidação é o período máximo que se tem disponível para que o total de um determinado ativo seja liquidado. Ao se admitir prazos maiores, também se permite, proporcionalmente, uma maior alocação de recursos nos ativos dentro da carteira. Em um exemplo em que o prazo máximo para liquidação seja de 1 dia e em que o percentual limite do total negociado seja de 20%, considera-se um determinado ativo que transaciona, em média, 20 milhões por dia; o valor máximo aceitável desse ativo em uma carteira é de 4 milhões, ou 20% da média diária de transação. Ao se alongar o prazo para liquidação, passando esse para 4 dias, se permite que a venda seja dividida durante esses dias. Observando-se ainda a regra de não vender mais que 20% da média do total negociado de um ativo em um dia e, tendo 4 dias de prazo para liquidar uma posição, pode-se perceber que, se as vendas forem feitas em lotes iguais durante o prazo para liquidação, é permitido, então, ter alocado em um ativo um valor referente a, até, 80% da média do total transacionado desse ativo; no exemplo 16 milhões. A definição do prazo para liquidação é orientada pelo perfil do fundo e/ou investidor.

O nível de liquidação aceitável permite que a gestão de liquidez aceite alocações nos ativos maiores do que quando se considera apenas o percentual limite do total negociado e o prazo para liquidação. Isso ocorre, pois ao se introduzir esse novo parâmetro, é flexibilizada a exigência da liquidação total da posição. Permite-se, com esse parâmetro, a aceitação de uma carteira quando apenas parte da posição possa ser liquidada sem um impacto maior no preço dos ativos. Em um exemplo em que um ativo tenha um volume médio diário de transação de 20 milhões, que o per-

centual limite do total negociado seja de 20% e que o prazo para liquidação seja de 1 dia, não deveriam ser aceitas carteiras em que esse ativo tivesse posição maior que 4 milhões. Ao se incorporar um nível de liquidação de 50%, entretanto, o limite passa para 8 milhões nesse ativo. Isso ocorre, pois é exigido agora que apenas a metade das posições respeitem os limites de liquidez primários. O parâmetro de nível de liquidação aceitável não é utilizado pela maioria dos bancos/corretoras.

Considerando o volume médio negociado de cada um dos potenciais ativos (l_{it}), os parâmetro de percentual do total negociado máximo (pl_{max}), prazo para liquidação ($ppzo_{max}$) e nível de liquidação ($pnvl_{min}$) é possível calcular, para cada ativo, o valor máximo da sua respectiva posição em uma carteira. O valor é resultante do seguinte quociente:

$$\eta_i = \frac{pl_{max} * ppzo_{max} * l_i}{pnvl_{min}}$$

A restrição que seria aplicada a cada um dos potenciais ativos na carteira não permitiria que houvesse qualquer posição que superasse o valor total máximo aceitável. Sendo assim, o valor total alocado em um ativo i não pode ser maior que η_i . Essa restrição, entretanto, não pode ser implementada diretamente, pois o valor total alocado em cada ativo não é uma variável de decisão, e sim a sua respectiva fração na carteira. O valor alocado em cada ativo, entretanto, pode ser obtido multiplicando-se o peso desse ativo na carteira x_i pelo parâmetro valor total da carteira VTC , resultando na seguinte restrição:

$$x_i * VTC \leq \eta_i$$

Dado que o valor de η_i é formado por 3 parâmetros únicos no modelo (pl_{max} , $ppzo_{max}$, $pnvl_{min}$) e pela liquidez individual do ativo i , é possível separar esse termo em uma constante β multiplicada pela liquidez do ativo l_i :

$$\eta_i = \beta * l_i$$

Sendo beta:

$$\beta = \frac{pl_{max} * ppzo_{max}}{pnvl_{min}} \quad (9)$$

Reescrevendo a restrição:

$$x_i * VTC \leq \beta * l_i \quad \forall_i \quad (10)$$

Com essa restrição é possível afirmar que todos os ativos alocados na carteira atendem aos quesitos de liquidez estabelecidos.

3.3.3 Restrição por ativos individuais – média móvel ponderada com suavização exponencial simples

Nas instituições financeiras pesquisadas constatou-se como um padrão a utilização de simples médias móveis dos volumes negociados de cada ativo para a definição de seu respectivo índice de liquidez (Tabela 1). Essa medida, apesar de simples em seu cálculo, considera igual importância a liquidez de cada um dos períodos envolvidos.

É interessante observar, entretanto, uma tendência das corretoras/bancos a utilizarem períodos relativamente curtos e recentes como base para a medição da liquidez do ativo. A maioria das instituições financeiras analisadas considera apenas os valores de liquidez da semana anterior para o cálculo da média móvel e, do restante, nenhuma inclui valores de liquidez anteriores a um mês no cálculo. Isso demonstra a maior importância relativa que o mercado dá aos valores mais recentes.

Essa característica identificada como importante pelo mercado, a de uma tendência a considerar os valores mais recentes como mais importantes na estimação da liquidez, pode ser melhor capturada utilizando-se, no cálculo da média móvel, ao invés de pesos fixos, pesos variáveis decrescentes. Dessa forma é possível estender o espaço de tempo considerado no cálculo, a fim de não desprezar totalmente os valores mais antigos, mantendo a maior importância relativa dos valores mais recentes.

Utilizou-se um modelo de suavização exponencial (SES) para os pesos utilizados no cálculo da média móvel ponderada. Dessa forma é possível concentrar a maior parte do significado nos valores mais recentes sem desprezar por completo os valores mais antigos.

Comparativamente a outros métodos, a suavização exponencial simples apresenta uma característica desejável: ela demanda pouca capacidade computacional. Em aplicações que necessitam gerar um grande número de previsões, essa qualidade se torna mais relevante.

A sua facilidade de cálculo está ancorada no fato da previsão ser feita baseando-se apenas na observação e previsão anterior. Considerando γ_t observações de uma série temporal, a previsão para o período $t + 1$, denotada por $\hat{\gamma}_{t+1}$, pode ser descrita como:

$$\hat{\gamma}_{t+1} = \alpha\gamma_t + (1 - \alpha)\hat{\gamma}_t$$

A previsão do período ($\hat{\gamma}_{t+1}$) seguinte é resultado da soma entre a observação anterior γ_t ponderada pela constante de suavização α e a previsão anterior t com peso atribuído de $(1 - \alpha)$.

É possível observar o real conceito incorporado a esse método de previsão ao se reescrever a equação da seguinte forma:

$$\hat{\gamma}_{t+1} - \hat{\gamma}_t = \alpha(\gamma_t - \hat{\gamma}_t)$$

O valor $(\gamma_t - \hat{\gamma}_t)$ multiplicado pela constante de suavização α aparece como o erro da previsão feita anteriormente. Reescrevendo:

$$\hat{\gamma}_{t+1} = \hat{\gamma}_t + \alpha e_t$$

Considerando que $e_t = \gamma_t - \hat{\gamma}_t$ expressa o erro de previsão para o período t , é possível afirmar que a previsão futura gerada pela suavização exponencial é descrita como a previsão anterior acrescida de um ajuste do erro ocorrido na última previsão.

O comportamento dos pesos decrescentes pode ser visto ao se expandir a equação do modelo original:

$$\hat{\gamma}_{t+1} = \alpha\gamma_t + \alpha(1 - \alpha)\gamma_{t-1} + \alpha(1 - \alpha)^2\gamma_{t-2} + \dots + \alpha(1 - \alpha)^{t-2}\gamma_2 + \alpha(1 - \alpha)^{t-1}\gamma_1$$

Em sua forma geral:

$$\hat{\gamma}_{t+1} = \alpha \sum_{k=0}^{t-1} (1 - \alpha)^k \gamma_{t-k}$$

Aplicando o cálculo da liquidez de cada ativo pela média ponderada com suavização exponencial simples tem-se que a liquidez do ativo i é definida por:

$$l_i = \alpha \sum_{k=0}^{t-2} (1 - \alpha)^k \gamma_{t-k-1}$$

A restrição (10) de liquidez se mantém inalterada, diferindo apenas, nesse caso, o cálculo da liquidez individual de cada ativo.

3.4 MÉTODO

Nessa seção serão apresentados o modelo selecionado de forma consolidada, as restrições de liquidez escolhidas, a fonte e o tratamento dos dados e os procedimentos requeridos para a execução das simulações.

3.4.1 Modelo

O modelo utilizado nas simulações é o de média variância adaptado por Filomena e Lejeune (2012). A opção por esse modelo deveu-se a não necessidade de um pré cálculo da matriz de covariância dos retornos em cada iteração de solução, acelerando consideravelmente o processo. O modelo é apresentado na seção 3.2, sendo composto pela função objetivo (7), sujeito às restrições (2), (3), (4) e (8).

A restrição (10) de liquidez da carteira utilizada é resultado da aplicação de restrições de liquidez individuais para cada um dos ativos. Essa restrição foi desenvolvida após análise do que atualmente é praticado em bancos e corretoras brasileiras. O valor de β é apresentado na equação (9).

A restrição de liquidez escolhida, apesar de aplicada no modelo proposto por Filomena e Lejeune (2012), pode ser utilizada em qualquer outro modelo de otimização de carteiras que utilize o peso dos ativos (x_i) como variável de decisão e em que estejam disponíveis as informações do valor total da carteira (VTC), liquidez do ativo (l_i) e o percentual máximo do volume total negociado de cada ativo aceito na carteira (β).

3.4.2 Medidas de liquidez

Em linha com a prática no mercado, a medida de liquidez de cada ativo utilizada (l_i) ancorou-se no seu volume total negociado. Manteve-se, em dois cenários, as medidas mais presentes no cotidiano das corretoras e bancos brasileiros: média móvel de 5 e 30 dias, respectivamente. Como um contraponto, optou-se pela utilização, para fins de comparação, de uma média móvel ponderada com suavização exponencial simples.

Abaixo o processo de cálculo da média móvel de 5 e 30 dias, respectivamente:

$$\text{Média móvel 5 dias: } \frac{1}{5} \sum_{j=T-4}^T l_{it}$$

$$\text{Média móvel 30 dias: } \frac{1}{30} \sum_{j=T-29}^T l_{it}$$

O cálculo da liquidez individual dos ativos por meio da média móvel ponderada com suavização exponencial perpassa pela definição da constante de suavização. O método utilizado para a constante de suavização (α) é o da minimização dos erros quadrados para o período anterior. Dado que as simulações são feitas ano a ano, a definição de α dar-se-á individualmente para cada ano com base na constante de suavização que minimize a soma dos erros quadrados (erros de previsão) para todos os ativos conjuntamente no ano anterior. O cálculo de α para cada ano foi feito da seguinte forma:

$$\text{Minimizar } \alpha \sum_{i=1}^N \sum_{t=di}^{df} (\gamma_{it} - \hat{\gamma}_{it})^2$$

O valor de di é definido como o primeiro dia com mercado aberto no ano anterior, enquanto df é o último dia de transações no mesmo ano. Sendo assim, no caso de se estar calculando o α com o intuito de se simular o ano de 2011, di será o primeiro dia útil de 2010 e df o último. Os valores de γ_{it} e $\hat{\gamma}_{it}$ são, respectivamente, o volume negociado e a previsão do volume negociado pela SES do ativo i no período

t . A diferença entre o que efetivamente foi negociado e a previsão representa o erro absoluto, sendo esse negativo se a previsão era de um volume maior negociado e positivo quando a estimativa era menor que o volume realmente transacionado. Elevando-se ao quadrado, retira-se a distinção entre erros positivos e negativos, permanecendo apenas a informação essencial que é o quão distante da realidade estava a previsão efetuada.

A operacionalização desse modelo não pode ser feita de forma imediata, pois, como exposto anteriormente, a previsão $\hat{\gamma}_{it}$ não pode ser calculada diretamente. Para a resolução do modelo, com base apenas nos dados relativos aos volumes negociados de cada ativo em cada um dos dias (γ_{it}) é necessário expressar a previsão para cada um dos dias ($\hat{\gamma}_{it}$) em função de γ_{it} . Substituindo-se, então, $\hat{\gamma}_{it}$ pela sua forma geral, tem-se o seguinte modelo para encontrar α :

$$\text{Minimizar} \quad \alpha \sum_{i=1}^N \sum_{t=di}^{df} \left\{ \gamma_{it} - \left[\alpha \sum_{k=0}^{t-2} (1-\alpha)^k \gamma_{t-k-1} \right] \right\}^2$$

Espera-se resultados pouco díspares entre as médias móveis de 5 dias e 30 dias, com tendência de melhores resultados para a média móvel de 5 dias pela sua capacidade maior de reação em face de mudanças mais bruscas nos volumes negociados em períodos mais recentes. Em relação aos resultados decorrentes da aplicação da média móvel ponderada com suavização exponencial simples, também não se espera grande melhoria na qualidade das previsões feitas (ADAM, 1973; ARMSTRONG, 1978; ELTON, GRUBER, 1972; KIRBY, 1966).

3.4.3 Dados

Os dados primários necessários para a execução do modelo (valor no fechamento de cada ativo dia a dia e o volume negociado em cada uma das datas) são de fácil acesso e disponíveis através do Economatica. A preocupação principal em relação aos dados centrou-se em seu tratamento e geração de dados secundários, derivados dos dados originais através de um pré processamento.

Inicialmente coletaram-se os dados referentes ao volume total transacionado e o valor de cada um dos ativos negociados na BOVESPA no período entre janeiro de 2009 e dezembro de 2012. A filtragem primária orientou-se por excluir os ativos

nitidamente pouco líquidos. Aplicou-se um critério de seleção em que se permitiu como potenciais ativos na carteira apenas aqueles que tivessem sido transacionados pelo menos uma vez em cada um dos dias do período total. Essa seleção excluiu 414 ativos, dos 599 inicialmente possíveis. Apenas os 185 ativos restantes, que, comprovadamente, tem transações diárias, foram utilizados para as simulações. A opção por esse tipo de filtragem evita que sejam formadas carteiras que tenham ativos potencialmente inviáveis de serem vendidos em alguma data, garantindo que, mesmo sob uma penalização de preço, toda a carteira possa ser liquidada.

Dados secundários também foram pré processados para, computacionalmente, agilizar a resolução dos problemas. O retorno diário de cada um dos ativos foi computado verificando-se a variação percentual nos preços dos ativos em cada dois dias consecutivos. Foram calculados, antecipadamente, o retorno médio de cada ativo em cada uma das datas, sendo esse definido como uma simples média aritmética do retorno absoluto de cada ativo por um período de 200 dias anteriores a data base. Os índices de liquidez identificados como mais corriqueiros nas corretoras/bancos brasileiros (Tabela 1), média móvel do volume transacionado de 5 e 30 dias, também foram computados para cada um dos ativos em cada um dos períodos. O índice de liquidez por ativo por data foi calculado utilizando-se a suavização exponencial simples (SES) do volume diário transacionado; esse, índice, entretanto traz consigo a necessidade da utilização da constante de suavização que, conforme já exposto, é resultante de um processo de minimização de erros.

As constantes de suavização que minimizam os erros quadrados em cada um dos anos mantêm-se em valores relativamente semelhantes. Em 2009, a constante com melhor qualidade nas previsões foi de 0,209. Para as simulações no ano de 2011, utilizou-se o α com o melhor nível de acertos no ano de 2010: 0,196. Os α que melhor minimizaram os erros em 2011 e 2012 ficaram muito próximos; respectivamente 0,227 e 0,228.

Escolheram-se períodos anuais para a definição de cada uma dessas constantes. Por consequência, o cálculo por meio de SES ocorreu dentro de períodos anuais.

4 SIMULAÇÕES E ANÁLISE DOS RESULTADOS

O processo de implementação do modelo e geração de resultados será detalhadamente desenvolvido na seção 4.1. A seção 4.2 tratará da análise dos resultados decorrentes da execução das simulações feitas.

4.1 SIMULAÇÕES

Com a finalidade de verificar o desempenho de cada uma das medidas de liquidez é proposta a realização de simulações com base no mercado passado. De forma simplificada, essas simulações, para cada uma das datas analisadas, formam carteiras com base nos dados anteriores a sua respectiva data base e, no dia posterior, tentam liquidá-las por completo. O resultado de cada simulação diária é o percentual liquidado da carteira formada no dia anterior. A seguir será descrito o processo utilizado para estruturar e executar as simulações.

Inicialmente, após a coleta dos dados primários (valor no fechamento de cada ativo dia a dia e o volume negociado em cada uma das datas), filtrou-se os ativos com indícios de pouca liquidez (subseção 3.4.3). Os dados restantes serviram de base para o cálculo dos dados secundários: retorno diário de cada ativo, retorno diário médio de cada ativo, índices de liquidez diário de cada ativo.

O modelo utilizado nas simulações foi o de média variância adaptado, proposto por Filomena e Lejeune (2012), exposto, mais detalhadamente, na seção 3.2. A opção por esse modelo ocorreu devido a sua característica, em comparação ao de média variância original, de não necessitar, a cada iteração, do cálculo da matriz de covariância dos retornos dos ativos. Isso subtrai um ônus computacional importante, principalmente quando há a necessidade da execução do modelo por uma quantidade elevada de instâncias, o que é o caso desse trabalho.

A restrição de liquidez utilizada foi desenvolvida com base no que é praticado por bancos e corretoras brasileiros. Apesar da restrição ser aplicada no modelo escolhido, ela pode ser utilizada com qualquer modelo de otimização de carteiras que disponha dos dados por ela utilizados. A restrição é definida pela equação (10).

Considerando x_i o peso de cada ativo na carteira, VTC o valor total da carteira, l_i a medida de liquidez de cada ativo utilizada, a restrição garante que o valor financeiro de cada ativo no portfólio resultante não será maior que um percentual β da projeção do volume desse mesmo ativo a ser negociado no dia subsequente (l_i). A definição de β , o percentual máximo do volume projetado para o dia seguinte de cada ativo aceito na carteira, é estabelecida pela equação (9).

Os parâmetros para a definição de β são determinados por cada corretora/banco de forma particular. O percentual limite do total negociado (pl_{max}) é o valor percentual máximo em que se considera que, caso haja uma liquidação completa da posição, o preço de venda não sofrerá penalização por esse movimento específico de venda; esse parâmetro, usualmente, é definido para todos os fundos operados pela corretora/banco. Os outros dois parâmetros utilizados na definição β usualmente são particulares de cada fundo ou operação geridas pela corretora/banco em questão. São eles o prazo para liquidação da posição ($ppzo_{max}$) definido como o tempo, em dias, aceitável para que, após a efetiva decisão pela liquidação, todos os ativos sejam vendidos e o nível de liquidação aceitável ($pnvl_{min}$) que é utilizado para permitir considerar apenas uma liquidação parcial da carteira dentro do prazo máximo de liquidação.

O período compreendido pelas simulações iniciou-se em janeiro de 2010 e se estendeu a dezembro de 2012. Os dados do ano de 2009 foram utilizados como parâmetro para o cálculo dos índices de liquidez: média móvel de 5 dias, média móvel de 30 dias e suavização exponencial simples do volume negociado de cada ativo. O período de um ano foi utilizado como padrão para o treino da medida determinada pela suavização exponencial, pois há a necessidade de encontrar a constante de suavização mais adequada (subseção 3.3.4). Com a finalidade de facilitar a execução das otimizações foram pré-calculados todos os valores referentes aos índices de liquidez e retornos diários e médio dos ativos.

As simulações começaram no primeiro dia útil de 2010. Com base nesse dia foram, então, formadas as carteiras iniciais, sendo uma utilizando o índice de liquidez de cada ativo definido pela média móvel de 5 dias do volume negociado nos dias anteriores, outra pela média móvel de 30 dias e uma terceira pela média móvel

ponderada com suavização exponencial simples. O valor da constante de suavização (α) utilizada para o cálculo dos índices de liquidez durante o ano de 2010 é de 0,209; esse é o valor que minimiza os erros quadrados das previsões feitas pela SES no ano treino (2009). Após a formação das 3 carteiras avança-se um dia, no caso, a simulação estaria agora no segundo dia útil de 2010. Nesse momento é feita a tentativa de liquidar cada uma das 3 carteiras formadas no período anterior armazenando-se, então, o percentual liquidado para esse dia. Simultaneamente são geradas, com base no modelo desenvolvido, mais 3 carteiras que serão liquidadas no dia posterior. A simulação se desenvolve dessa mesma forma durante todos os dias úteis do ano em questão. Na virada de cada ano é necessário fazer um ajuste na constante de suavização utilizada na SES. Verifica-se então a constante α que minimize os erros quadrados das previsões do ano anterior, calcula-se as novas médias móveis ponderadas com SES e inicia-se novamente o processo de formação-liquidação de carteiras para o ano subsequente. Os valores de α utilizados no cálculo dos índices de liquidez nos anos de 2011 e 2012 foram de 0,196 e 0,227 respectivamente.

O modelo exige a definição de três parâmetros: o retorno mínimo, o valor total da carteira e o percentual máximo do volume projetado para o dia seguinte de cada ativo aceito na carteira (β). O retorno mínimo exigido para carteira é o limiar mínimo de retorno esperado para que a carteira seja aceita, quanto mais alto ele for definido, menor será o percentual da carteira que conseguirá ser liquidada no dia seguinte. O valor total da carteira é o valor financeiro que se está disposto a investir na formação do portfólio; espera-se que quanto maior for esse valor, menor será o percentual da carteira possível de se liquidar no dia subsequente.

Foram gerados cenários com diferentes parâmetros, sendo que a variação foi definida em três níveis para cada um deles. Os patamares de retornos mínimos exigidos utilizados nos cenários foram de 0,5% (baixo), 1,5% (médio) e 3% (alto). Foi constatado que a partir de uma exigência acima de 3,5% de retorno mínimo, houve dificuldade na formação de carteiras possíveis, sendo essas inviabilizadas em mais de 20% das ocorrências. Os valores financeiros das carteiras utilizadas na simulação foram de 2 milhões (baixo), 20 milhões (médio) e 100 milhões (alto); uma tentativa de se utilizar carteiras de 200 milhões foi feita, mas em pouco mais da metade das

resoluções do modelo foi possível encontrar carteiras válidas, descartando assim essa instância das simulações finais. Os valores de β foram estabelecidos com base na pesquisa feita entre algumas corretoras brasileiras (Tabela 1), sendo seus valores definidos em 10%, 20% e 30%.

A partir da variação em 3 níveis dos parâmetros de retorno mínimo exigido (r_c), valor total da carteira (VTC) e percentual máximo do volume projetado para o dia seguinte de cada ativo aceito na carteira (β), foram gerados 27 diferentes cenários (Tabela 2). Para cada um desses cenários, foram feitas 3 simulações anuais referente aos anos de 2010, 2011 e 2012, com o processo de formação-liquidação de carteira dia a dia.

Tabela 2 – Diferentes cenários formados pela variação dos parâmetros de entrada do modelo de formação de carteiras

Cenário	Parâmetros do modelo por cenário		
	Retorno mínimo mensal	VTC (R\$)	beta
1	0.5%	2 milhões	0.1
2	0.5%	2 milhões	0.2
3	0.5%	2 milhões	0.3
4	0.5%	20 milhões	0.1
5	0.5%	20 milhões	0.2
6	0.5%	20 milhões	0.3
7	0.5%	100 milhões	0.1
8	0.5%	100 milhões	0.2
9	0.5%	100 milhões	0.3
10	1.5%	2 milhões	0.1
11	1.5%	2 milhões	0.2
12	1.5%	2 milhões	0.3
13	1.5%	20 milhões	0.1
14	1.5%	20 milhões	0.2
15	1.5%	20 milhões	0.3
16	1.5%	100 milhões	0.1
17	1.5%	100 milhões	0.2
18	1.5%	100 milhões	0.3
19	3.0%	2 milhões	0.1
20	3.0%	2 milhões	0.2
21	3.0%	2 milhões	0.3
22	3.0%	20 milhões	0.1
23	3.0%	20 milhões	0.2
24	3.0%	20 milhões	0.3
25	3.0%	100 milhões	0.1
26	3.0%	100 milhões	0.2
27	3.0%	100 milhões	0.3

Fonte: Elaborado pelo autor

4.2 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Uma análise inicial foi feita na tentativa de identificar se a utilização de alguma medida de liquidez específica influencia no nível de liquidação das carteiras. A Tabela 3 apresenta as médias do nível de liquidação das carteiras para cada uma das medidas de liquidez simuladas – média móvel de 5 dias (MM5d), média móvel de 30 dias (MM30d) e suavização exponencial simples (SES) do volume diário negociado de cada ativo – em cada um dos 27 cenários.

Tabela 3 – Média do nível de liquidação das carteiras formadas para cada um dos cenários utilizando, como medida de liquidez, média móvel de 5 dias (MM5d), média móvel de 30 dias (MM30d) e suavização exponencial simples (SES) do volume diário negociado de cada ativo.

Cenário	Parâmetros do modelo por cenário			Tipo de media utilizada		
	Retorno mínimo mensal	VTC (R\$)	beta	MM5d	MM30d	SES
1	0.50%	2 milhões	0.1	86,58%	84,04%	85,45%
2	0.50%	2 milhões	0.2	89,07%	87,16%	88,14%
3	0.50%	2 milhões	0.3	90,67%	88,92%	89,83%
4	0.50%	20 milhões	0.1	81,55%	81,24%	81,58%
5	0.50%	20 milhões	0.2	82,53%	81,46%	82,24%
6	0.50%	20 milhões	0.3	82,99%	81,47%	82,41%
7	0.50%	100 milhões	0.1	80,30%	80,45%	80,65%
8	0.50%	100 milhões	0.2	81,56%	81,65%	81,82%
9	0.50%	100 milhões	0.3	81,86%	81,93%	82,12%
10	1.50%	2 milhões	0.1	86,85%	84,32%	85,78%
11	1.50%	2 milhões	0.2	89,47%	87,63%	88,55%
12	1.50%	2 milhões	0.3	90,99%	89,45%	90,22%
13	1.50%	20 milhões	0.1	81,96%	81,61%	81,97%
14	1.50%	20 milhões	0.2	82,87%	81,81%	82,60%
15	1.50%	20 milhões	0.3	83,44%	81,97%	82,84%
16	1.50%	100 milhões	0.1	80,07%	80,30%	80,46%
17	1.50%	100 milhões	0.2	81,53%	81,61%	81,77%
18	1.50%	100 milhões	0.3	82,02%	82,08%	82,26%
19	3.00%	2 milhões	0.1	88,39%	86,41%	87,46%
20	3.00%	2 milhões	0.2	91,07%	89,27%	90,29%
21	3.00%	2 milhões	0.3	92,57%	91,18%	91,94%
22	3.00%	20 milhões	0.1	82,74%	82,55%	82,72%
23	3.00%	20 milhões	0.2	84,00%	83,11%	83,68%

24	3.00%	20 milhões	0.3	84,92%	83,30%	84,28%
25	3.00%	100 milhões	0.1	79,57%	79,86%	79,92%
26	3.00%	100 milhões	0.2	81,02%	81,22%	81,25%
27	3.00%	100 milhões	0.3	82,32%	82,50%	82,56%

Fonte: Elaborado pelo autor

Identificou-se que as 3 medidas testadas pouco se diferem em relação à média e desvio padrão. A utilização da média móvel de 5 dias apresenta resultado levemente superior às demais, conseguindo uma liquidação das carteiras em torno de 1% maior, quando comparada com a média móvel de 30 dias, e de 0,5%, quando comparada com a suavização exponencial.

Todas as 3 médias são fortemente correlacionadas ao nível de significância de 99%. O menor coeficiente de correlação ocorre entre a média móvel de 5 dias e de 30 dias com seu valor sendo de 0,874. O maior coeficiente, de 0,966, é estabelecido entre a suavização exponencial (SES) e a média móvel de 5 dias. O coeficiente entre a SES e a média móvel de 30 dias também apresenta forte correlação, sendo ele 0,930.

Considerando a proximidade entre as médias e o alto nível de correlação das medidas analisada, optar-se-á pela utilização da média móvel de 5 dias nos testes seguintes. Além dessa medida apresentar resultados tão bons quanto a SES e ser fortemente correlacionada a essa, a simplicidade em seu cálculo e, principalmente, em seu entendimento a coloca como a melhor opção. A escolha por essa abordagem também se apoia na prática atual do mercado, identificada nos controles de liquidez conduzidos pelas corretoras pesquisadas (Tabela 1).

A análise dos resultados decorrentes das simulações realizadas foi concentrada em três variáveis: número de dias em que não foi possível a formação de carteiras, nível de risco das carteiras formadas e nível de liquidação das carteiras formadas. Analisou-se a relação que os parâmetros de retorno mínimo exigido (r_c), valor total da carteira (VTC) e percentual máximo do volume projetado para o dia seguinte de cada ativo aceito na carteira (β) tiveram sobre o resultado das variáveis em questão.

A não formação de carteira em algumas das instâncias do modelo, dadas as restrições aplicadas, é uma possibilidade que deve ser considerada. Espera-se que, quanto mais rigorosas as restrições impostas no modelo, maior será o número de dias em que serão inviabilizadas as formações de carteiras. A elevação da exigência

maior do retorno mínimo da carteira diminui a quantidade de ativos possíveis de estarem presentes no portfólio formado. Conforme se eleva o valor total de carteira, força-se uma alocação em um maior número de ativos, visto que o valor máximo a ser alocado em cada ativo é o percentual β da projeção do volume total negociado para o próximo dia. A Tabela 4 identifica o número de dias em que foi possível a formação de carteiras em cada um dos anos e em função de r_c , VTC e β .

Tabela 4 – Número de dias em que foi possível a formação de carteira em função da variação dos parâmetros do modelo

Cenário	Parâmetros do modelo por cenário			Ano			TOTAL
	Retorno mínimo mensal	VTC (R\$)	beta	2010	2011	2012	
1	0.50%	2 milhões	0.1	247	249	246	742
2	0.50%	2 milhões	0.2	247	249	246	742
3	0.50%	2 milhões	0.3	247	249	246	742
4	0.50%	20 milhões	0.1	247	249	246	742
5	0.50%	20 milhões	0.2	247	249	246	742
6	0.50%	20 milhões	0.3	247	249	246	742
7	0.50%	100 milhões	0.1	247	249	246	742
8	0.50%	100 milhões	0.2	247	249	246	742
9	0.50%	100 milhões	0.3	247	249	246	742
10	1.50%	2 milhões	0.1	247	249	246	742
11	1.50%	2 milhões	0.2	247	249	246	742
12	1.50%	2 milhões	0.3	247	249	246	742
13	1.50%	20 milhões	0.1	247	249	246	742
14	1.50%	20 milhões	0.2	247	249	246	742
15	1.50%	20 milhões	0.3	247	249	246	742
16	1.50%	100 milhões	0.1	247	242	246	735
17	1.50%	100 milhões	0.2	247	249	246	742
18	1.50%	100 milhões	0.3	247	249	246	742
19	3.00%	2 milhões	0.1	247	249	246	742
20	3.00%	2 milhões	0.2	247	249	246	742
21	3.00%	2 milhões	0.3	247	249	246	742
22	3.00%	20 milhões	0.1	247	220	246	713
23	3.00%	20 milhões	0.2	247	228	246	721
24	3.00%	20 milhões	0.3	247	229	246	722
25	3.00%	100 milhões	0.1	244	114	232	590
26	3.00%	100 milhões	0.2	247	172	244	663
27	3.00%	100 milhões	0.3	247	205	246	698

Fonte: Elaborado pelo autor

Enquanto o retorno mínimo exigido é mantido abaixo de 1,5%, a formação de carteiras é possível em, praticamente, todas as datas testadas. Apenas quando, combinado ao retorno de 1,5%, define-se um valor total de carteira elevado (100 milhões) e um β baixo (0,1) ocorre a não possibilidade de formação de carteiras em 7 dias, no ano 2011. Quando se eleva o retorno mínimo para 3% restringe-se consideravelmente o número de ativos com potencial para comporem as carteiras formadas. Mesmo ao se trabalhar em cenários pouco restritivos em relação ao valor total de carteira (20 milhões) e ao β (0,3) há a ocorrência de períodos em que não é possível formar um portfólio válido; 20 casos no ano de 2011. Ao se analisar o cenário mais restritivo em relação a todos os parâmetros – retorno mínimo de 3%, valor total da carteira de 100 milhões e β de 0,1 – é possível perceber um grande aumento nos casos de impossibilidade de estruturar uma carteira válida, sendo esses dispersos pelos 3 anos, totalizando 152 ocorrências. Percebe-se um grande impacto de uma variação no retorno mínimo no número de dias em que não é possível a formação de carteiras.

O nível de risco da carteira, aqui identificado pela variância total dos portfólios construídos, foi medido em cada uma das datas simuladas para todos os cenários propostos. A variação nos 3 parâmetros do modelo (r_c , VTC e β) explica 46,1% da variação no risco da total das carteiras formadas.

O valor total investido (VTC) tem uma relação direta com o risco da carteira. Partindo-se da restrição da existência de um valor total máximo possível de compra de cada ativo, pode-se explicar essa relação ao se observar a forma de alocação do capital nos ativos durante a formação das carteiras. Inicialmente o modelo tende a alocar os máximos valores possíveis em ativos que atendam a restrição de retorno mínimo e que tenham a menor risco. À medida que as quotas desses ativos são preenchidas, o modelo, tendo a necessidade de alocar todo o recurso disponível (VTC), é forçado a incorporar na carteira ativos com maior risco, elevando assim o risco total da carteira.

É estabelecida uma relação inversa entre o percentual máximo do volume projetado para o dia seguinte de cada ativo aceito na carteira (β) e o nível de risco das carteiras formadas. Dado que o valor de β restringe o valor máximo possível de compra de cada ativo, sua redução pressiona a alocação em um maior número de

ativos que, normalmente, possuem um risco maior. A incorporação desses ativos eleva o risco total da carteira.

O retorno mínimo exigido (r_c) e o nível total de risco da carteira compartilham de uma relação direta. A elevação do nível mínimo de retorno da carteira obriga a alocação em ativos com potencial de retorno maior e, na maioria dos casos, maior risco. A elevação da exigência de retorno mínimo para níveis acima de 3% ao mês mostrou-se fortemente relacionada a impossibilidade de formar carteiras. A ocorrência desses casos deve-se a falta de uma combinação de ativos que satisfaça a restrição de retorno mínimo para um dado β e um determinado volume financeiro (VTC).

A variação nos valores dos parâmetros de retorno mínimo exigido (r_c), valor total da carteira (VTC) e percentual máximo do volume projetado para o dia seguinte de cada ativo aceito na carteira (β) na formação da carteira influenciam o percentual total liquidado da carteira no dia seguinte, explicando aproximadamente 16% de sua variação. A influência dos parâmetros r_c , VTC e β no total liquidado das carteiras são significantes tanto quando analisados de forma isolada, quanto quando considerada sua interação. Apenas a interação entre β e r_c e entre r_c , VTC e β não são significantes.

É possível identificar que quanto maior o valor total da carteira (VTC), menor é o percentual total da carteira liquidada. Carteiras com valor de 2 milhões, em média, conseguem um índice de liquidação 6,5% maior que carteiras com valor de 20 milhões. Quando comparadas com carteiras de 100 milhões, conseguem uma liquidação média 8,5% melhor. A principal explicação para isso perpassa a análise dos ativos formadores dos diferentes tipos de carteiras em relação ao VTC . As carteiras, em seu processo de formação, tendem a concentrar seus recursos nos ativos mais líquidos que consigam atender as restrições estabelecidas. Considerando que há um limite no valor máximo a ser comprado ($\beta * l_i$) para cada ativo potencial a ser incorporado na carteira, ao se aumentar o valor total a ser investido exige-se a alocação em novos e diferentes ativos que, muitas vezes, apresentam uma variação relativa maior no seu volume negociado (l_i). Quanto maior a carteira, mais exposta essa estará em ativos com uma variação relativa elevada, impactando negativamente no possível índice de liquidação dessa.

De forma oposta à relação encontrada ao se analisar o valor total da carteira (VTC), é identificado que quanto maior for o percentual máximo do volume projetado

para o dia seguinte de cada ativo aceito na carteira (β), maior será o provável percentual liquidado da carteira formada. Carteiras formadas utilizando um parâmetro β de 0,3 têm sua liquidação, em média, 1% maior que carteiras com β de 0,2. Se comparadas com carteiras com β de 0,1, sua liquidação é 2,5% maior. A variação no parâmetro β influencia diretamente no valor máximo a ser alocado em cada ativo ($\beta * l_i$), sendo que uma redução em seu valor reduz, na mesma proporção, a possibilidade de alocação em todos os potenciais ativos da carteira. Como durante a formação das carteiras há uma tendência na incorporação dos ativos com maior liquidez e que atendam o restante das restrições impostas, quando se limita o valor máximo a ser alocado em cada um desses, passa-se a gerar carteiras com uma maior diversidade de ativos e um menor valor absoluto em cada um desses. A diferença no índice de liquidação provavelmente ocorre por identificar-se, ao se analisar a composição de uma carteira formada com um β pequeno (0,1 por exemplo), que ela é formada, em menores proporções, pelos mesmos ativos presentes em carteiras com β maiores acrescido de alguns outros ativos que tendem a ter uma variação relativa maior no seu volume negociado (l_i). A liquidação desses ativos, presentes exclusivamente em carteiras formada com β pequeno, é provavelmente o fator redutor do índice de liquidação total dessas carteiras.

A relação entre o retorno mínimo exigido (r_c) e o índice de liquidação das carteiras é estatisticamente significativa. Também não fica evidente exatamente o comportamento dessa relação nos testes feitos, visto que não há diferença significativa entre os índices de liquidação com carteiras construídas com base em r_c de 0,5% e 1,5%. Uma diferença significativa só se apresenta quando são comparadas essas carteiras formadas com retornos mínimos mais baixos (0,5% e 1,5%) a carteiras formadas com 3% de exigência para o retorno mínimo.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O problema de otimização de carteiras é bem conhecido e pesquisado, existindo, na literatura, vários modelos propostos para a sua solução. A incorporação de restrições de liquidez a esses modelos, entretanto, é um tópico mais recente.

A dificuldade de solução do modelo original proposto por Markowitz não apresenta uma oneração computacional grande para os *solvers* atuais. Entretanto, a solução de um número grande de problemas, caso específico desse trabalho (com 60102 instâncias), demanda um tempo computacional bastante grande. Agrega-se, como fator dificultador, a necessidade do cálculo de uma nova matriz de covariância dos retornos médios dos ativos para cada uma das instâncias a serem executadas. Utilizou-se, a fim de solucionar o problema computacional, o modelo proposto por Filomena e Lejeune (2012). Esse modelo se apresenta como equivalente ao modelo original proposto por Markowitz (FILOMENA; LEJEUNE, 2012), porém dispensando o cálculo de qualquer matriz de covariância.

No Brasil, bancos e corretoras começaram a idealizar e utilizar controles de liquidez mais rígidos há alguns poucos anos. Apenas em meados de 2012 se iniciou a validade da exigência da efetiva implementação de controles de liquidez pelos atores do mercado. Essa exigência, ainda que muito vaga (em relação a controles) forçou os bancos e corretoras a desenvolver controles internos de liquidez. Durante esse trabalho foi feito um estudo sobre os tipos e formas de controles de liquidez utilizados pelos bancos e corretoras brasileiras e aqueles presentes na literatura. Foi desenvolvida uma restrição de liquidez adequada para o mercado brasileiro que sintetiza a prática atual das corretoras. A restrição desenvolvida consegue modelar em um único elemento os diversos controles, hoje em operação, nos bancos e corretoras do país. Comparativamente aos controles disponíveis na literatura, a restrição proposta se apresenta como uma alternativa mais adequada à realidade brasileira.

A constatação que todas corretoras e bancos brasileiros pesquisados utilizam medidas de liquidez baseadas no volume total negociado de cada ativo foi de fundamental importância para a escolha desse como base para as medidas de liquidez testadas. As simulações de formação-liquidação de carteiras indicaram que é, na prática, indiferente a utilização como índice de liquidez de um ativo a média móvel de 5 dias, 30 dias ou uma SES do seu volume total negociado. Ao se analisar o índi-

ce de liquidação das carteiras utilizando as diferentes medidas de liquidez constata-se elevada correlação entre elas.

A análise do índice de liquidação das carteiras em relação aos parâmetros do modelo (r_c , VTC e β) mostrou um bom nível de explicação daquele em função da variação desses. Observou-se a existência dessa relação, de forma mais forte, principalmente nos parâmetros valor total da carteira (VTC) e percentual máximo do volume projetado para o dia seguinte de cada ativo aceito na carteira (β). Analisando-se essa constatação sob a ótica do modelo, verifica-se que ambos os parâmetros com maior influência sob o índice de liquidação das carteiras (VTC e β) encontram-se na restrição de liquidez, ratificando a qualidade da restrição proposta.

5.1 LIMITAÇÕES

A pesquisa limitou-se a aplicação de restrições de liquidez no mercado brasileiros de capitais. Essa limitação se torna importante pelas características específicas desse mercado em comparação a mercados mais consolidados, como o mercado americano. A seleção como ativos potenciais para entrar em carteira, seguindo o critério de excluir ativos sem negociação em algum dos dias do período analisado, resultou, no mercado brasileiro, em 185 ativos. No mercado americano, seguindo o mesmo critério, o número de ativos é superior a 1000. Essa diferença de liquidez potencializa o efeito para o mercado brasileiro da restrição de liquidez desenvolvida, ao incorporar o valor total da carteira em sua composição.

A comparação, desejável, da restrição desenvolvida com alguma outra restrição de liquidez presente na literatura ficou inviabilizada. A falta dos dados utilizados pelos pesquisadores em seus trabalhos e/ou alguma falta de informação sobre a forma de definição dos parâmetros de seus modelos impossibilitou a sua respectiva reprodução.

A análise do impacto dos parâmetros do modelo (r_c , VTC e β) no risco total da carteira pode ser mais aprofundada. A limitação ocorreu pela pouca variação dos parâmetros do modelo sob a perspectiva dessa avaliação. Esses cenários restritos, sob a ótica do estudo da variância da carteira, deve-se ao fato dessa análise não ser o objetivo principal do estudo, apresentando-se apenas como um resultado secundário.

O estudo de parâmetros que impactam no nível de liquidação das carteiras pode ser ampliado. A análise sobre o quanto é possível explicar do nível de liquidação das carteiras baseou-se na variação de apenas três parâmetros: retorno mínimo exigido (r_c), valor total da carteira (VTC) e percentual máximo do volume projetado para o dia seguinte de cada ativo aceito na carteira (β).

5.2 SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS

Mantendo a linha das limitações da pesquisa, discutidas acima, os estudos futuros poderiam ser centrados na supressão dos respectivos fatores limitantes. A aplicação do modelo proposto em um mercado de capitais alternativo, a adaptação e/ou aplicação de uma restrição de liquidez encontrada na literatura, a utilização de uma variação maior nos parâmetros do modelo e a incorporação de uma variável exógena na análise do nível de liquidação das carteiras se apresentam como potenciais trabalhos futuros que complementaríamos esse estudo.

A aplicação do modelo proposto em um mercado de capitais mais líquido e a análise, de forma comparativa, com a sua aplicação no mercado brasileiro pode revelar resultados interessantes. Em um cenário em que o número de ativos considerados líquidos e o nível geral de liquidez do mercado são elevados, talvez a restrição de liquidez proposta não desempenhasse tão bem. Em um mercado bem mais líquido a importância relativa do valor total da carteira para a restrição do portfólio formado seria diminuída. Essa diminuição de importância ocorre pela vasta quantidade, tanto em número quanto em valores totais, de ativos possíveis de serem incorporados nas carteiras, permitindo que sejam efetivamente formadas carteiras com valores bem superiores ao valor máximo utilizado nesse trabalho (100 milhões).

As restrições presentes na literatura refletem a preocupação apenas como fator secundário quanto ao valor total da carteira, sendo esse restrito a observações textuais não refletidas nos modelos propostos. Dada essa preocupação com o valor total de carteiras, nenhuma restrição proposta incorpora esse parâmetro ao modelo. Uma possível adaptação de uma restrição de liquidez presente na literatura em que só se considera o peso de cada ativo e a liquidez desse ativo em sua formulação, sua aplicação em um modelo de otimização de carteira e a posterior análise de forma comparativa ao modelo proposto nesse trabalho poderia indicar como res-

trições adequadas a um mercado mais líquido desempenhariam no mercado de capitais brasileiro.

Um estudo mais aprofundado sobre a relação de variações nos parâmetros do modelo (r_c , VTC e β) com o risco total da carteira formada pode ser desenvolvido simplesmente ao se estabelecer um número maior de cenários. Um estudo restrito ao impacto sobre a variância da carteira dispensa o ônus de se efetuar a liquidação no dia posterior para cada carteira formada.

A incorporação de uma variável exógena na análise do nível de liquidação das carteiras poderá complementar os, aproximados, 16% de explicação já encontrada pela variação dos parâmetros do modelo (r_c , VTC e β). Os restantes 84% de explicação em relação ao nível de liquidação podem estar, em parte, relacionados diretamente com a variação da liquidez sistêmica. A captura dessa parcela de explicação pode ser desenvolvida ao se incorporar uma medida que represente a variação da liquidez do mercado. A soma do volume diário negociado dos ativos componentes do IBOVESPA apresenta-se como uma potencial *proxy* para a liquidez sistêmica. Agregando-se essa variável e refazendo os testes estatísticos, análise de variância principalmente, abre-se a possibilidade de se estimar o quanto do nível de liquidação das carteiras é explicado pela variação da liquidez geral do mercado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADAM, Everett E. Individual item forecasting model evaluation. **Decision Sciences**, v. 4, p: 458-470.

AMIHUD, Y.; MENDELSON, H. Liquidity, assets prices and financial policy. **Financial Analysts Journal**, v. 47, n.6, p. 56-66, 1991.

ANBIMA. **Diretrizes de liquidez das carteiras dos fundos de investimento**. Disponível em: <http:// http://www.anbima.com.br/circulares/arqs/2010000032_diretrizes%20liquidez.pdf> Acesso em: 26 dezembro 2013.

ARMSTRONG, Jon Scott. **Long-range forecasting: from Crystal ball to computer**. 1ª edição. Nova York: Wiley, 1978.

BERNSTEIN, Peter L. Liquidity, stock markets, and market makers. **Financial Management**, p: 54-62, 1987.

BLUME, Lawrence; EASLEY, David; O'HARA, Maureen. Market statistics and technical analysis: The role of volume. **The Journal of Finance**, v. 49, n. 1, p. 153-181, 1994.

BRASIL. Comissão de Valores Mobiliários. Instrução normativa nº 522, de 8 de maio de 2012.

BRASIL. Comissão de Valores Mobiliários. Instrução normativa nº 409, de 18 de agosto de 2004.

ELTON, E. J.; GRUBER, H. J. Earnings estimates and accuracy of expectational data. **Management Science**. Vol. 18, b409-b424, 1972.

FILOMENA, T.; LEJEUNE, M. Stochastic portfolio optimization with proportional transaction costs: Convex reformulations and computational experiments. **Operations Research Letters**. Vol. 40, p. 212-217, 2012.

GABRIELSEN, A.; MARZO, M.; ZAGAGLIA, P. Measuring Market Liquidity: An Introductory Survey. **Quaderni DSE Working Paper No. 802**. Dezembro de 2011. Working Paper. Acesso em: 12 de abril de 2013.

HASBROUCK, J.; R.A. Schwartz. Liquidity and Execution Costs in Equity Markets, **Journal of Portfolio Management**, Vol. 14, No. 3, 10-16, 1988.

HUI, B.; HUEBEL, B. (1984), Comparative Liquidity Advantages Among Major U.S. Stock Markets, **DRI Financial Information Group Study Series**, 1984.

KIRBY, R. M. A comparison of short and medium range forecasting statistical methods. **Management Science**. Vol. 13, p:b202-b210, 1966.

LINTNER, John. The Valuation of Risk Assets and the Slection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. **Review of Economics and Statistics**. Fevereiro, 47, p. 13-37, 1965.

LO, A; WANG, J. Trading Volume: Definitions, Data Analysis, and Implications of Portfolio Theory, **Review of Financial Studies** n. 13, p: 257-300, 2000.

LO, A.; PETROV, C.; WIERZBICKI, M. It's 11PM—Do You Know Where Your Liquidity Is?, **Journal of Investment Management**, n. 1, p:1–39, 2003.

MACHADO, Márcio André Veras. Modelos de precificação de ativos e o efeito liquidez: evidências empíricas do mercado acionário brasileiro, 2009. 165 f. Tese (Doutorado em Administração) – Programa de Pós-Graduação em Administração, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2009.

MANUAL DE CONTROLE DO RISCO DE LIQUIDEZ desenvolvido pelo Citibank. Agosto de 2012. Disponível em: <www.brasil.citibank.com%2Fsite%2Fdownload%2Fmanual_controle_risco_liquidez.pdf&ei=0ziVUZmOBoWm9AT1iYDwBA&usg=AFQjCNGDKbPiRbvc3bd14slq6sZvIGXBBg&sig2=66n2-cgCI9LHznxCyN4jgA&bvm=bv.46471029,d.eWU> Acesso em: 03 de março de 2013.

MARKOWITZ, H. M. Portfolio section. **Journal of Finance**, v. 7, n. 1, p. 77–91, Março 1952.

MARKOWITZ, Harry. **Portfolio selection: Efficient Diversification of Investments**. Cowles Foundation for Research in Economics at Yale University, v.16, 1959.

MARSH, T.; ROCK, K. Exchange Listing and Liquidity: A Comparison of the American Stock Exchange with the NASDAQ National Market System, **American Stock Exchange Transaction Data Research Project**, Report N. 2, 1986.

MOSSIN, Jan. Equilibrium in a Capital Asset Market. **Econometrica**. Outubro, 35, 1966.

SHARPE, William F. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. **The Journal of Finance**. ISSN 00221082. 19:3 (1964) 425-442.

TREYNOR, Jack L. Toward a Theory of Market Value of Risky Assets. Manuscrito não publicado. Versão final na **Asset Pricing and Portfolio Performance**, 1999.

VALOR ECONOMICO. CVM vai monitorar fundos de recebíveis. Rio de Janeiro, fevereiro de 2011. Disponível em: <<http://www.valor.com.br/arquivo/874867/cvm-vai-monitorar-fundos-de-recebiveis#ixzz25R2Lkqib>> Acesso em: 8 de abril de 2013.

APÊNDICE – RESULTADO DOS TESTES ESTATÍSTICOS

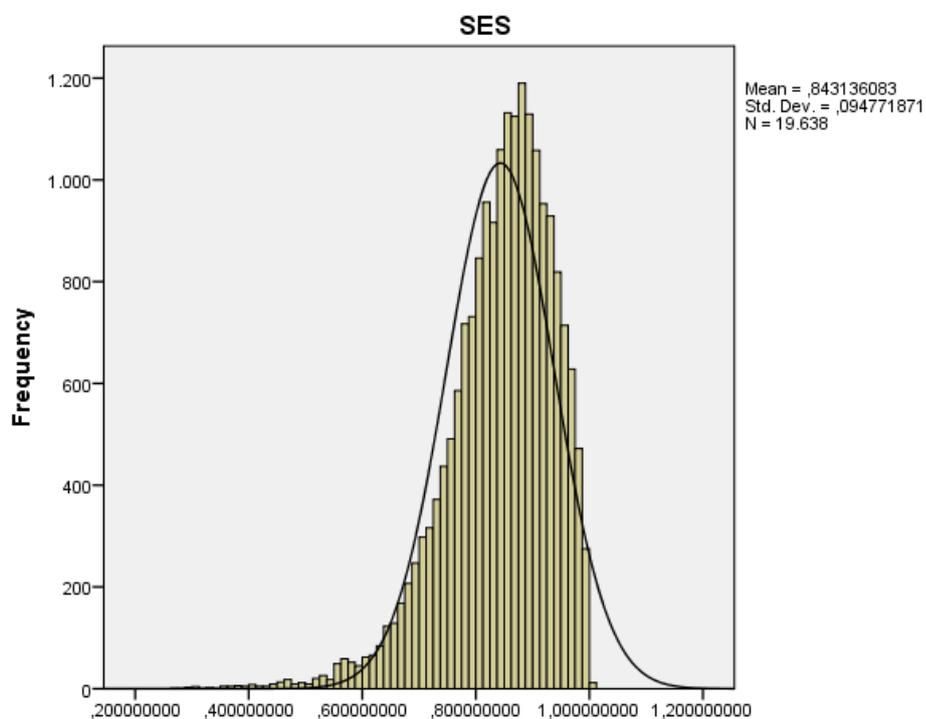
Abaixo serão apresentados os resultados completos dos testes estatísticos, já discutidos anteriormente. Primeiramente serão apresentadas as estatísticas descritivas e histogramas do nível de liquidação utilizando média móvel de 5 e 30 dias e SES com suas respectivas correlações. Em seguida será apresentado os testes de análise de variância relacionando o índice de liquidação das carteiras (média móvel de 5 dias) com os três parâmetros do modelo: retorno mínimo exigido (r_c), valor total da carteira (VTC) e percentual máximo do volume projetado para o dia seguinte de cada ativo aceito na carteira (β).

Quadro 1 – Estatísticas descritivas referente aos níveis de liquidação das carteiras formadas utilizando, como índice de liquidação, suavização exponencial simples (SES), média móvel de 5 dias (MM5d) e média móvel de 30 dias (MM30d) do volume diário negociado.

		SES	MM5d	MM30d
N	Valid	19638	19638	19638
	Missing	0	0	0
Mean		,8431360829	,8462376790	,8369895446
Median		,8566794955	,8601920440	,8505476545
Mode		1,000000000	1,000000000	1,000000000
Skewness		-1,092	-1,035	-1,047
Std. Error of Skewness		,017	,017	,017
Kurtosis		2,169	1,882	2,031
Std. Error of Kurtosis		,035	,035	,035

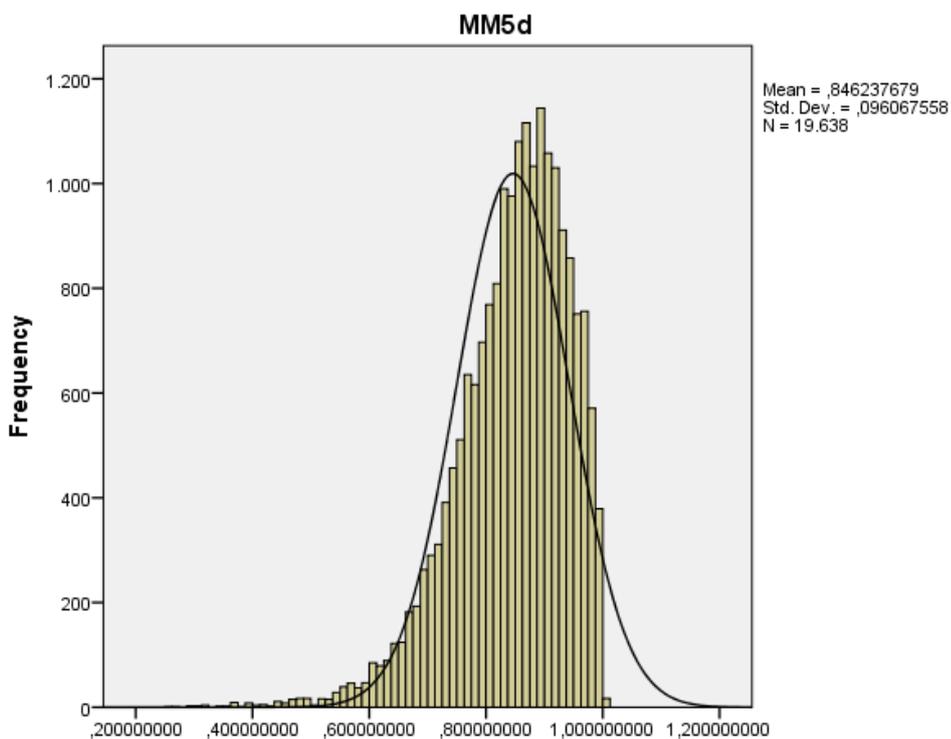
Fonte: Elaborado pelo autor utilizado *software* IBM SPSS

Figura 1 – Histograma referente aos níveis de liquidação das carteiras formadas utilizando, como índice de liquidação suavização exponencial simples (SES) do volume diário negociado.



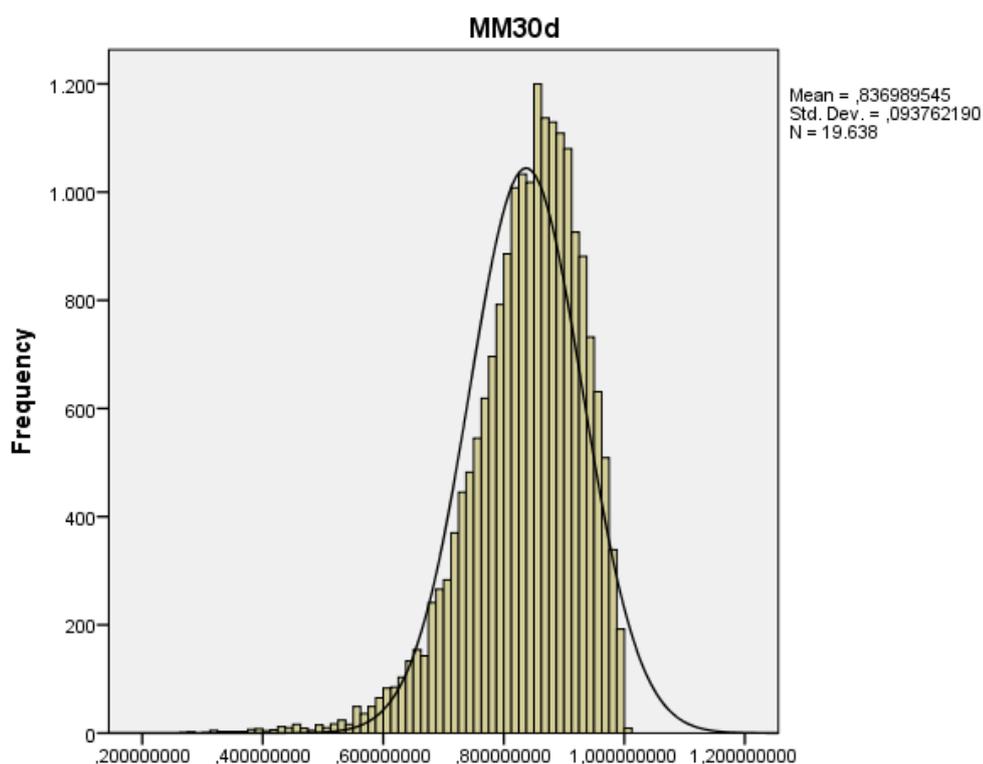
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando *software* IBM SPSS

Figura 2 – Histograma referente aos níveis de liquidação das carteiras formadas utilizando, como índice de liquidação suavização média móvel de 5 dias (MM5d) do volume diário negociado.



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando *software* IBM SPSS

Figura 3 – Histograma referente aos níveis de liquidação das carteiras formadas utilizando, como índice de liquidação suavização média móvel de 30 dias (MM30d) do volume diário negociado.



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando *software* IBM SPSS

Quadro 2 – Correlação entre os valores dos níveis de liquidação das carteiras formadas utilizando suavização exponencial simples (SES), média móvel de 5 dias (MM5d) e média móvel de 30 dias (MM30d) do volume diário negociado.

		MM5d	MM30d	SES
MM5d	Pearson Correlation	1	,874**	,966**
	Sig. (2-tailed)		,000	,000
	N	19638	19638	19638
MM30d	Pearson Correlation	,874**	1	,930**
	Sig. (2-tailed)	,000		,000
	N	19638	19638	19638
SES	Pearson Correlation	,966**	,930**	1
	Sig. (2-tailed)	,000	,000	
	N	19638	19638	19638

** . Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Fonte: Elaborado pelo autor utilizando *software* IBM SPSS

Quadro 3 – Análise de variância tendo, como variável dependente, o nível de liquidação quando utilizando como índice de liquidez a média móvel de 5 dias (MM5d) do volume diário total negociado e, como variáveis independentes, retorno mínimo exigido da carteira (r_c), valor total da carteira (VTC) e percentual máximo do volume projetado para o dia seguinte de cada ativo aceito na carteira (β).

Dependent Variable: MM5d

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	28,818 ^a	26	1,108	142,619	,000
Intercept	13998,588	1	13998,588	1801221,796	,000
VTC	25,404	2	12,702	1634,420	,000
beta	2,318	2	1,159	149,161	,000
Retorno	,392	2	,196	25,248	,000
VTC * beta	,387	4	,097	12,450	,000
VTC * Retorno	,319	4	,080	10,254	,000
beta * Retorno	,028	4	,007	,916	,453
VTC * beta * Retorno	,017	8	,002	,272	,975
Error	152,411	19611	,008		
Total	14244,359	19638			
Corrected Total	181,229	19637			

a. R Squared = ,159 (Adjusted R Squared = ,158)

Fonte: Elaborado pelo autor utilizado *software* IBM SPSS