

Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Escola de Engenharia  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil - PPGEC

Estudo da Incerteza em Estimativas de Frequências Naturais de  
Vibração Livre de Edifícios Altos em Concreto Armado

Fabício Bagatini Cachuço

Porto Alegre  
2014

Fabício Bagatini Cachuço

**ESTUDO DA INCERTEZA EM ESTIMATIVAS DE  
FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO LIVRE DE  
EDIFÍCIOS ALTOS EM CONCRETO ARMADO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul,  
como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em  
Engenharia

Porto Alegre

2014

### CIP - Catalogação na Publicação

Bagatini Cachuço, Fabrício

Estudo da Incerteza em Estimativas de Frequências Naturais de Vibração Livre de Edifícios Altos em Concreto Armado / Fabrício Bagatini Cachuço. -- 2014. 170 f.

Orientador: Marcelo Maia Rocha.

Coorientador: Acir Mércio Loredo Souza.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre, BR-RS, 2014.

1. frequência natural. 2. edifícios altos. 3. resposta dinâmica. I. Maia Rocha, Marcelo, orient. II. Loredo Souza, Acir Mércio, coorient. III. Título.

**FABRÍCIO BAGATINI CACHUÇO**

**Estudo da Incerteza em Estimativas de Frequências Naturais de  
Vibração Livre de Edifícios Altos em Concreto Armado**

Esta dissertação de mestrado foi julgada adequada para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA, Estruturas, e aprovada em sua forma final pelo professor orientador e pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Porto Alegre, junho de 2014.

---

Prof. Marcelo Maia Rocha  
Dr. Techn., Universität Innsbruck, Áustria  
Orientador

---

Prof. Acir Mércio Loredo Souza  
Ph.D., University of Western Ontario,  
Canadá  
Coorientador

Prof. Armando Miguel Awruch  
D.Sc., Universidade Federal do Rio de Janeiro  
Coordenador do PPGEC

**BANCA EXAMINADORA**

**Prof. Ricardo Leopoldo e Silva França (USP)**  
D.Sc. pela Universidade de São Paulo, Brasil

**Prof. Herbert Martins Gomes (UFRGS)**  
D.Sc. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil

**Prof. Inácio Benvegno Morsch (UFRGS)**  
D.Sc. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil

**Prof. Rubem Clécio Schwingel (UFRGS)**  
M.Sc. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Dedico este trabalho à minha família.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço aos meus pais João e Neusa, ao meu irmão Giovanni e aos demais familiares por tudo.

Aos meus colegas pelas dicas e auxílios ao longo deste trabalho, do curso de mestrado e também pela amizade e companheirismo.

À empresa RS Engenharia e ao seu corpo técnico pelo auxílio, esclarecimentos e apoio ao longo da escrita deste trabalho.

Ao engenheiro Lucas Pergher e à empresa Estádio3 pela ajuda e disponibilidade.

À empresa Vento-S, principalmente à Maria Cristina Dolz Bênia e ao Mario Gustavo Klaus Oliveira, por toda a colaboração de forma prestativa e fundamental para o presente trabalho.

Ao Prof. Acir Loredo Souza pelo empenho e dedicação imprescindíveis para o andamento da pesquisa.

Ao Prof. Marcelo Rocha por tudo, desde conversas e explicações sobre conceitos básicos até o acompanhamento e a própria orientação ao longo do trabalho feita com maestria.

Aos professores do PPGECC da UFRGS e ao Prof. Jean Marie Désir pelos ensinamentos e aos funcionários da secretaria por toda ajuda de forma prestativa.

À CAPES e ao CNPq pelas bolsas concedidas ao longo do curso.

## RESUMO

CACHUÇO, F. B. **Estudo da incerteza em estimativas de frequências naturais de vibração livre de edifícios altos em concreto armado.** Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2014.

Edifícios altos têm pouca rigidez lateral devido a suas dimensões. Os principais carregamentos laterais nestas estruturas são de sismos e vento. Portanto, suas propriedades dinâmicas e a correta estimativa das mesmas são fundamentais. Todavia, mesmo havendo muita pesquisa nesta área, a predição de frequências naturais de vibração livre de edifícios altos com precisão não é trivial. Métodos computacionais e fórmulas de normas ao redor do mundo divergem, ao passo que cidades brasileiras estão crescendo com a construção de maiores estruturas com frequências naturais estimadas abaixo de valores esperados. Neste trabalho, as incertezas acerca da estimativa de frequências naturais são investigadas através da comparação de resultados de diferentes metodologias. Primeiramente, frequências naturais estimadas ainda na fase de projeto de 8 prédios altos construídos ou em construção no Brasil são comparadas com formulações típicas baseadas em dados experimentais. Em um segundo momento, 3 edifícios altos têm suas primeiras frequências naturais estimadas através de: um método simplificado proposto neste trabalho; 2 programas de MEF diferentes; um modelo em MEF incluindo diagonais de compressão a fim de replicar o comportamento da alvenaria de fechamento e, finalmente, através da aplicação de um fator para calibrar a frequência natural obtida via programação em MEF. Tal fator é oriundo de uma formulação elaborada neste estudo para corrigir a frequência natural estimada sem a consideração do acréscimo de rigidez causado pela alvenaria de fechamento. Os resultados evidenciam que as baixas frequências naturais são semelhantes a medições de resposta sísmica. Também é relatada uma boa convergência para diferentes métodos computacionais enquanto os resultados das análises com alvenaria não estrutural revelam uma ótima convergência. Este estudo apresenta um melhor entendimento das razões para as baixas frequências naturais dos arranha-céus brasileiros enquanto expõe avanços na estimativa de frequências naturais com alta precisão.

**Palavras-chave:** *frequência natural; edifícios altos; resposta dinâmica.*

## ABSTRACT

CACHUÇO, F. B. **Study of uncertainties on estimating natural frequencies of free vibration of reinforced concrete tall buildings.** Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2014.

Tall buildings have low lateral stiffness due to their dimensions and the main lateral forces on these structures are wind and seismic loads. Therefore, an accurate estimation of their dynamic properties is essential. Nevertheless, even with plenty of studies in this area, predicting natural frequencies of tall buildings is not trivial. Numeric computational methods and simplified procedures around the world diverge, whereas Brazilian cities are growing with the construction of higher buildings with lower estimated values for natural frequencies than the expected. In this work, the uncertainties are investigated through the comparison of different methods of estimating natural frequencies. Firstly, the natural frequencies estimated during project phase of 8 buildings, recently constructed or under construction in Brazil, are compared with formulas based on experimental measurements. Secondly, the natural frequencies of 3 buildings are estimated with different methods: two FEM models made with two computer programs commercially available, a simplified method proposed in this work, a FEM model with diagonal elements representing the masonry infill and a method based on applying a correction factor on the natural frequency obtained with another method. This last method is proposed here in order to consider the effect of infill masonry on the stiffness. The results evince that the low frequencies are similar to the ones measured on seismic response. The different computational methods have a good convergence while the analysis including the infill masonry has an outstanding convergence. This study reveals a better understanding of the reasons for low natural frequencies of the Brazilian tall buildings while presents improvements on estimating natural frequencies with high precision.

**Keywords:** *natural frequency; tall buildings; dynamic response.*



## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	17
1.1 RELEVÂNCIA DO ESTUDO .....	17
1.2 OBJETIVOS .....	21
1.3 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO .....	22
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	24
2.1 SISTEMA VIBRATÓRIO .....	24
<b>2.1.1 Vibrações Livres Não Amortecidas</b> .....	25
<b>2.1.2 Método de Rayleigh para Análise de Vibrações</b> .....	27
<b>2.1.3 Frequência Natural em Estruturas do Tipo <i>Shear Building</i></b> .....	28
2.2 DISPOSIÇÕES NORMATIVAS ACERCA DE FREQUÊNCIAS NATURAIS FUNDAMENTAIS .....	31
<b>2.2.1 NBR 6123/1988</b> .....	31
<b>2.2.2 NBR 15421/2006</b> .....	33
<b>2.2.3 Eurocode 1 Parte 4</b> .....	34
<b>2.2.4 Eurocode 8 Parte 1</b> .....	35
<b>2.2.5 UBC Volume 2</b> .....	35
2.3 ESTIMATIVA DE FREQUÊNCIAS NATURAIS EM EDIFICAÇÕES ALTAS ...	37
<b>2.3.1 Estimativa com Embasamento Experimental</b> .....	37
<b>2.3.2 Estimativas Através de Modelos Numéricos</b> .....	42
2.3.2.1 Dados do Acervo de Estudos do LAC-UFRGS .....	42
2.3.2.2 Comparação com Estimativas Embasadas Experimentalmente .....	45
2.3.2.3 Tendências Relatadas .....	46
2.4 PÓRTICOS COM FECHAMENTO EM ALVENARIA .....	48
2.5 CRITÉRIOS DE ACEITAÇÃO PARA VIBRAÇÕES .....	56
<b>3 MODELO ALTERNATIVO PARA VALIDAÇÃO DA FREQUÊNCIA NATURAL</b> .....	65
3.1 MODELOS CONTÍNUOS CONVENCIONAIS .....	66
<b>3.1.1 Modelos Clássicos de Análise de Barras</b> .....	66
<b>3.1.2 Modelos de Vigas em Paralelo</b> .....	68
3.2 PREMISSAS CONSIDERADAS .....	73
3.3 MATRIZ DE RIGIDEZ DO NÚCLEO RÍGIDO .....	75
3.4 MATRIZ DE RIGIDEZ DO PÓRTICO .....	76
<b>3.4.1 Rigidez à Flexão das Vigas e dos Pilares</b> .....	78

<b>3.4.2 Rigidez à Flexão Geral</b> .....	81
<b>3.4.3 Rigidez Resultante do Pórtico</b> .....	82
3.5 MATRIZ DE MASSA .....	82
3.6 COMENTÁRIOS ADICIONAIS .....	83
<b>4 INFLUÊNCIA DA ALVENARIA NA FREQUÊNCIA NATURAL</b> .....	85
4.1 PREMISAS CONSIDERADAS .....	85
4.2 ESTUDO PARAMÉTRICO DE PÓRTICOS SIMPLES .....	88
<b>4.2.1 Pressuposto Para o Estudo</b> .....	88
<b>4.2.2 Parâmetros Constantes</b> .....	89
<b>4.2.3 Parâmetros Variáveis</b> .....	90
<b>4.2.4 Resultados Obtidos</b> .....	91
4.3 REPRESENTATIVIDADE DA ANÁLISE PARA EDIFÍCIOS ALTOS .....	95
<b>5 ANÁLISES COM SOFTWARES DISPONÍVEIS COMERCIALMENTE</b> .....	99
5.1 DETALHES SOBRE O MODELO NUMÉRICO COM O SOFTWARE SAP2000	100
5.2 DETALHES SOBRE O MODELO EM SAP2000 COM ALVENARIA .....	105
5.3 DETALHES SOBRE O MODELO NUMÉRICO COM O SOFTWARE TQS .....	106
5.4 RESULTADOS PARA O EDIFÍCIO A .....	110
<b>5.4.1 Modelo em SAP2000 sem Diagonais</b> .....	110
<b>5.4.2 Modelo em SAP2000 com Diagonais</b> .....	111
<b>5.4.3 Modelo em TQS</b> .....	112
5.5 RESULTADOS PARA O EDIFÍCIO B .....	113
<b>5.5.1 Modelo em SAP2000 sem Diagonais</b> .....	114
<b>5.5.2 Modelo em SAP2000 com Diagonais</b> .....	116
<b>5.5.3 Modelo em TQS</b> .....	117
5.6 RESULTADOS PARA O EDIFÍCIO C .....	118
<b>5.6.1 Modelo em SAP2000 sem Diagonais</b> .....	118
<b>5.6.2 Modelo em SAP2000 com Diagonais</b> .....	120
<b>5.6.3 Modelo em TQS</b> .....	121
5.7 DISCUSSÃO SOBRE VAIRAÇÕES NA MODELAGEM .....	122
<b>6 ANÁLISES COM MODELOS PROPOSTOS</b> .....	126
6.1 DETALHES SOBRE O MODELO ALTERNATIVO PARA VALIDAÇÃO DA FREQUÊNCIA NATURAL .....	126
6.2 DETALHES SOBRE AS FREQUÊNCIAS NATURAIS OBTIDAS CONSIDERANDO O FECHAMENTO EM ALVENARIA .....	127
6.3 RESULTADOS PARA O EDIFÍCIO A .....	128

<b>6.3.1 Modelo Alternativo para Frequências Naturais de Translação</b> .....	128
<b>6.3.2 Correção Através da Consideração da Alvenaria</b> .....	130
<b>6.4 RESULTADOS PARA O EDIFÍCIO B</b> .....	132
<b>6.4.1 Modelo Alternativo para Frequências Naturais de Translação</b> .....	133
<b>6.4.2 Correção Através da Consideração da Alvenaria</b> .....	135
<b>6.5 RESULTADOS PARA O EDIFÍCIO C</b> .....	138
<b>6.5.1 Modelo Alternativo para Frequências Naturais de Translação</b> .....	138
<b>6.5.2 Correção Através da Consideração da Alvenaria</b> .....	141
<b>7 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	144
7.1 RESUMO DOS RESULTADOS .....	144
7.2 PRINCIPAIS CONCLUSÕES .....	148
7.3 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	152
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	155
<b>APÊNDICES</b> .....	160
APÊNDICE A - EDIFICAÇÕES ANALISADAS NOS CAPÍTULOS 5 E 6 .....	161
<b>A.1 Edifício A</b> .....	162
<b>A.2 Edifício B</b> .....	165
<b>A.3 Edifício C</b> .....	169

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Perfil urbano de Balneário Camboriú .....	18
Figura 1.2: Comparação entre frequências naturais relatadas em projetos de edificações e fórmula de Ellis .....	20
Figura 2.1: Estrutura tipo <i>shear building</i> .....	29
Figura 2.2: Matrizes de rigidez e de massa de estruturas tipo <i>shear building</i> .....	30
Figura 2.3: Esquema para modelo dinâmico discreto da NBR 6123/1988 .....	33
Figura 2.4: Valores obtidos experimentalmente por Ellis (1980) para frequência natural .....	38
Figura 2.5: Fórmulas recomendadas para limites superior e inferior no período natural fundamental de estruturas de pórtico de concreto armado .....	40
Figura 2.6: Estimativas experimentais de frequência natural fundamental de estruturas de concreto armado .....	41
Figura 2.7: Estimativas experimentais de período natural fundamental de estruturas de concreto armado .....	42
Figura 2.8: Estimativas experimentais de frequência natural fundamental comparadas com dados do LAC-UFRGS .....	45
Figura 2.9: Comparação entre tendência relatada nas frequências naturais fundamentais das edificações e Ellis (1980) .....	47
Figura 2.10: Diferentes modos de falha em pórticos preenchidos com alvenaria: (a) esmagamento de canto e compressão da diagonal; (b) deslizamento por cisalhamento, ruptura no pórtico e fratura diagonal .....	49
Figura 2.11: Modelo da diagonal comprimida .....	50
Figura 2.12: Comparação entre modelos de diagonal comprimida .....	52
Figura 2.13: Redução da rigidez do pórtico em função da abertura no painel de alvenaria .....	53
Figura 2.14: Envelope de deslocamentos para força lateral em pórtico preenchido com alvenaria sem reforço .....	54
Figura 2.15: Percepção humana de vibrações através de deslocamentos .....	57
Figura 2.16: Percepção humana de vibrações através de aceleração .....	57
Figura 2.17: Efeitos e danos causados por vibrações .....	58
Figura 2.18: Limites estruturais de vibrações através da velocidade .....	59
Figura 2.19: Fatores de amplificação de acelerações em humanos .....	61
Figura 2.20: Curvas especificadas no AIJ e percepção humana .....	62
Figura 2.21: Critério de conforto para vibrações devidas ao vento ISO 10137/2007 .....	62
Figura 3.1: Modelo simplificado para edifícios com elementos rígidos ligando as vigas	69
Figura 3.2: Modelo simplificado para edifícios com mola rotacional ligando as vigas ...	72

Figura 3.3: Estrutura planar de parede e pórtico .....	74
Figura 3.4: Esquema do modelo de rigidez proposto .....	77
Figura 3.5: Deslocamentos do pórtico: (1) rotação dos nós devido à flexão da viga; (2) deslocamento entre pavimentos devido à flexão da viga; (3) deslocamento entre pavimentos devido à flexão dos pilares .....	79
Figura 4.1: Vinculação, força e deslocamentos considerados no estudo paramétrico .....	89
Figura 4.2: Dimensões variáveis e constantes para o pórtico .....	91
Figura 4.3: Diferença entre modelos sem e com diagonal representando alvenaria .....	92
Figura 4.4: Dados coletados da análise paramétrica .....	93
Figura 4.5: Limites superiores e inferiores para dados da análise paramétrica .....	94
Figura 4.6: Relação entre fator de alvenaria e $\alpha_0$ .....	97
Figura 5.1: Exemplo de adaptação da malha com elementos não retangulares .....	102
Figura 5.2: Ligação parede e viga com <i>body constraint</i> (MPC) .....	103
Figura 5.3: Ligação pilares e vigas com <i>body constraint</i> (MPC) .....	103
Figura 5.4: Exemplo de vão de pórtico com diagonal bi rotulada .....	105
Figura 5.5: Ligação semi rígida viga-parede do software TQS .....	109
Figura 5.6: Massas adicionadas no modelo em SAP2000 para o Edifício A .....	110
Figura 5.7: Resultados obtidos com o modelo em SAP2000 para o Edifício A .....	111
Figura 5.8: Resultados obtidos com o modelo em SAP2000 com alvenaria para o Edifício A .....	112
Figura 5.9: Resultados obtidos com o modelo em TQS para o Edifício A .....	113
Figura 5.10: Massas adicionadas no modelo em SAP2000 para o Edifício B .....	114
Figura 5.11: Resultados obtidos com o modelo em SAP2000 para o Edifício B .....	115
Figura 5.12: Resultados obtidos com o modelo em SAP2000 com alvenaria para o Edifício B .....	116
Figura 5.13: Resultados obtidos com o modelo em TQS para o Edifício B .....	117
Figura 5.14: Massas adicionadas no modelo em SAP2000 para o Edifício C .....	118
Figura 5.15: Resultados obtidos com o modelo em SAP2000 para o Edifício C .....	119
Figura 5.16: Resultados obtidos com o modelo em SAP2000 com alvenaria para o Edifício C .....	120
Figura 5.17: Resultados obtidos com o modelo em TQS para o Edifício C .....	121
Figura 5.18: Comportamento estrutural de pilares ligados por viga engastada e viga rotulada .....	123
Figura 5.19: Vigas rotuladas nos modelos das edificações em vermelho .....	125
Figura 6.1: Resultados obtidos com o modelo alternativo para o Edifício A .....	129
Figura 6.2: Fatores $r_u$ obtidos para o Edifício A nas direções x e y .....	131
Figura 6.3: Resultados obtidos com o modelo alternativo para o Edifício B .....	135

Figura 6.4: Fatores $r_u$ obtidos para o Edifício B nas direções x e y .....	136
Figura 6.5: Resultados obtidos com o modelo alternativo para o Edifício C .....	140
Figura 6.6: Fatores $r_u$ obtidos para o Edifício C nas direções x e y .....	141
Figura 7.1: Comparação das frequências naturais resultantes .....	146
Figura 7.2: Comparação das frequências naturais resultantes com curvas adaptadas de medições experimentais .....	147
Figura A1.1: Pavimento tipo do Edifício A .....	163
Figura A1.2: a) Modelo do Edifício A em TQS; b) Modelo do Edifício A em SAP2000	164
Figura A2.1: Pavimento tipo 1 do Edifício B .....	166
Figura A2.2: Pavimento tipo 2 do Edifício B .....	167
Figura A2.3: a) Modelo do Edifício B em TQS; b) Modelo do Edifício B em SAP2000	168
Figura A3.1: Pavimento tipo do Edifício C .....	169
Figura A3.2: a) Modelo do Edifício C em TQS; b) Modelo do Edifício C em SAP2000	170

## LISTA DE QUADROS

Quadro 2.1: Parâmetros para a determinação de efeitos dinâmicos da NBR 6123/1988	32
Quadro 2.2: Parâmetros para a determinação da frequência natural fundamental conforme NBR 15421/2006 .....	34
Quadro 2.3: Frequências naturais de edifícios altos em concreto armado do acervo de estudos do LAC-UFRGS .....	44
Quadro 2.4: Limites para o parâmetro KB .....	59
Quadro 4.1: Parâmetros constantes no estudo paramétrico .....	90
Quadro 4.2: Dimensões variáveis e constantes para o pórtico .....	91
Quadro 5.1: Parâmetros do material concreto no software SAP2000 .....	100
Quadro 5.2: Comparação entre resultados com e sem modificações na modelagem .....	124
Quadro 6.1: Dados relativos ao Edifício A .....	128
Quadro 6.2: Influência da alvenaria nas frequências naturais do Edifício A .....	132
Quadro 6.3: Dados relativos ao Edifício B .....	133
Quadro 6.4: Influência da alvenaria nas frequências naturais do Edifício B .....	137
Quadro 6.5: Dados relativos ao Edifício C .....	138
Quadro 6.6: Influência da alvenaria nas frequências naturais do Edifício C .....	142
Quadro 7.1: Resumo geral dos resultados .....	145

## LISTA DE SÍMBOLOS

$A$  – Área da seção

$A_C$  – Área efetiva combinada de paredes resistentes a corte no primeiro pavimento

$A_E$  – Área mínima de seção transversal em qualquer plano horizontal de uma parede resistente a corte no primeiro pavimento

$a$  – Aceleração

$b$  – Vão livre da viga que liga paredes

$C$  – Matriz de amortecimento

$C$  – Energia cinética da massa

$C^*$  – Energia cinética de referência

$C_T$  – Coeficiente de período

$D_E$  – Comprimento da parede resistente a corte na direção da força aplicada

$d$  – deslocamento

$dx$  – Dimensão do elemento infinitesimal em  $x$

$dy$  – Dimensão do elemento infinitesimal em  $y$

$dz$  – Dimensão do elemento infinitesimal em  $z$

$d_w$  – Comprimento da diagonal comprimida

$E$  – Módulo de elasticidade longitudinal

$F$  – Força atuante

$f$  – Frequência natural

$f_I(t)$  – Força inercial

$f_D(t)$  – Força de amortecimento

$f_S(t)$  – Força elástica

$G$  – Módulo de elasticidade transversal

$H$  – Altura total da estrutura

$h$  – Altura de piso a piso

$h_w$  – Altura da parede



$I$  – Momento de inércia da seção

$J$  – Constante referente ao problema de autovalores

$\mathbf{K}$  – Matriz de rigidez

$KB$  – Parâmetro de intensidade para percepção de vibrações

$k_{ij}$  – Termo  $ij$  da matriz de rigidez

$k_{jP}$  – Rigidez do pavimento  $j$  devida à flexão dos pilares

$k_{jV}$  – Rigidez do pavimento  $j$  devido á flexão das vigas

$L$  – Comprimento da barra

$l$  – Vão da viga

$\mathbf{M}$  – Matriz de massa

$M$  – Momento fletor

$m_{ij}$  – Termo  $ij$  da matriz de massa

$p(t)$  – Carga externa

$\bar{q}$  – Forma modal (autovetor)

$r_i$  – Distância entre centro de área do elemento  $i$  e o eixo do centroide comum no pavimento

$r_V$  – Relação entre volumes

$r_U$  – Relação de energia potencial entre casos com e sem alvenaria

$T$  – Período natural

$t_V$  – Distância do eixo da parede até o início do vão livre da viga

$t_w$  – Espessura da parede

$U$  – Energia potencial

$U^*$  – Densidade de energia de deformação

$U_T$  – Energia de deformação total armazenada

$u(t)$  – Vetor de deslocamentos

$u_j$  – Deslocamento do grau de liberdade  $j$

$V$  – Esforço cortante total atuando na base da estrutura

$V_a$  – Volume de alvenaria

$V_c$  – Volume de concreto de referência

$V_j$  – Cortante no andar  $j$

$v$  – Velocidade

$w$  – Largura da diagonal comprimida

$w_i$  – peso no nível  $i$

$x(t)$  – Função escalar ao longo do tempo para todas coordenadas  $j$

$x_T$  – Expoente da lei potencial do período natural fundamental aproximado

$z$  – Altura do ponto em análise

$z_n$  – altura acima da base da edificação no nível  $n$

$\alpha_0$  – Parâmetro de relação entre corte e flexão

$\alpha_F$  – Rigidez à flexão do sistema estrutural

$\alpha_C$  – Rigidez ao corte do sistema estrutural;

$\gamma$  – Expoente da lei potencial do modo de vibração

$\gamma_i$  – Raiz da equação 3.14 associado ao autovalor  $i$

$\delta_i$  – Deflexão elástica no nível  $i$  com base na força aplicada  $F_i$

$\theta_w$  – Ângulo da diagonal com a horizontal

$\theta_j$  – giro no grau de liberdade  $j$

$\lambda$  – Constante referente ao problema de autovalores

$\lambda_h$  – Parâmetro de rigidez entre painel e pórtico

$\rho$  – Massa específica

$\varphi_{alv}$  – Fator da influência da alvenaria na frequência natural de translação

$\omega$  – Frequência angular

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 RELEVÂNCIA DO ESTUDO

Este capítulo apresenta uma síntese da relevância dos efeitos dinâmicos em estruturas ao longo da história e a importância destes em edifícios altos. Também são expostos os objetivos do presente trabalho assim como a sua organização.

Torres altas e construções fascinam a humanidade desde o início da civilização. Tais construções tinham propósitos em geral militar e eclesiástico. No entanto, foi somente na década de 1880 que teve início a construção moderna de edifícios altos. Não apenas para propósitos residenciais e comerciais, mas também enquanto pontos de referência e símbolo de prestígio para empresas e corporações.

O conceito de edifício alto é relativo e não pode ser expresso em número de andares ou altura. É algo que depende das circunstâncias da comunidade e da percepção dos indivíduos. Porém, para fins de engenharia de estruturas, um edifício alto é aquele que, por causa da sua altura, é afetado principalmente por forças horizontais de ventos e sismos (SMITH; COULL, 1991).

Estes carregamentos, além de exigirem soluções quanto à estabilidade da estrutura, demandam um nível aceitável de condições de serviço das edificações. Segundo Tamura (2006), a percepção humana de vibrações é um grande problema em prédios altos excitados por abalos sísmicos, por ventos frequentes ou até mesmo por tráfego de trens e automóveis.

Conforme Sartori (2010) relata, a ação do vento em edifícios altos começou a ser estudada no fim do século XIX. Mas foi em meados de 1930 que os estudos começaram a ser mais significativos junto a forte tendência de construção de arranha-céus que surgia.

Também na década de 1930, estudos com um pêndulo horizontal foram realizados junto à construção do *Empire State Building* (edificação de 380 metros de altura em Nova Iorque), e isso comprovou o comportamento dinâmico ressonante das edificações frente ao vento. Avançando no tempo, a era pós Segunda Guerra Mundial trouxe uma nova geração de arranha-céus e o desenvolvimento de estudos em túnel de vento que, até hoje, é a ferramenta mais importante para carregamentos de vento na maioria das construções. Hoje em dia, os maiores arranha-céus se aproximam de 800 metros de altura e é sabido que a resposta

ressonante nas direções da rajada e transversal, assim como modos torcionais, são aspectos de extrema relevância (HOLMES, 2007).

O vento começou a se tornar um problema na medida em que as construções, que eram baixas, pesadas e de paredes grossas, foram tornando-se mais esbeltas e compostas de sistemas estruturais que utilizam uma menor quantidade de material, conforme Blessmann (2001) especifica. Isyumov (1982) expõe que, no caso de edifícios altos e flexíveis, a resposta ao carregamento devido ao vento pode ter um caráter ressonante. Isto faz com que a parcela dinâmica da resposta estrutural tenha um papel importante na consideração da integridade da estrutura.

Sendo assim, é evidente que as características dinâmicas das edificações são fundamentais para a boa representação do carregamento de vento e da resposta da estrutura. Principalmente nos casos de prédios altos e esbeltos, que são sensíveis a este tipo de carregamento. A figura 1.1 exemplifica o aumento na altura dos edifícios no Brasil com o perfil urbano de Balneário Camboriú em Santa Catarina.

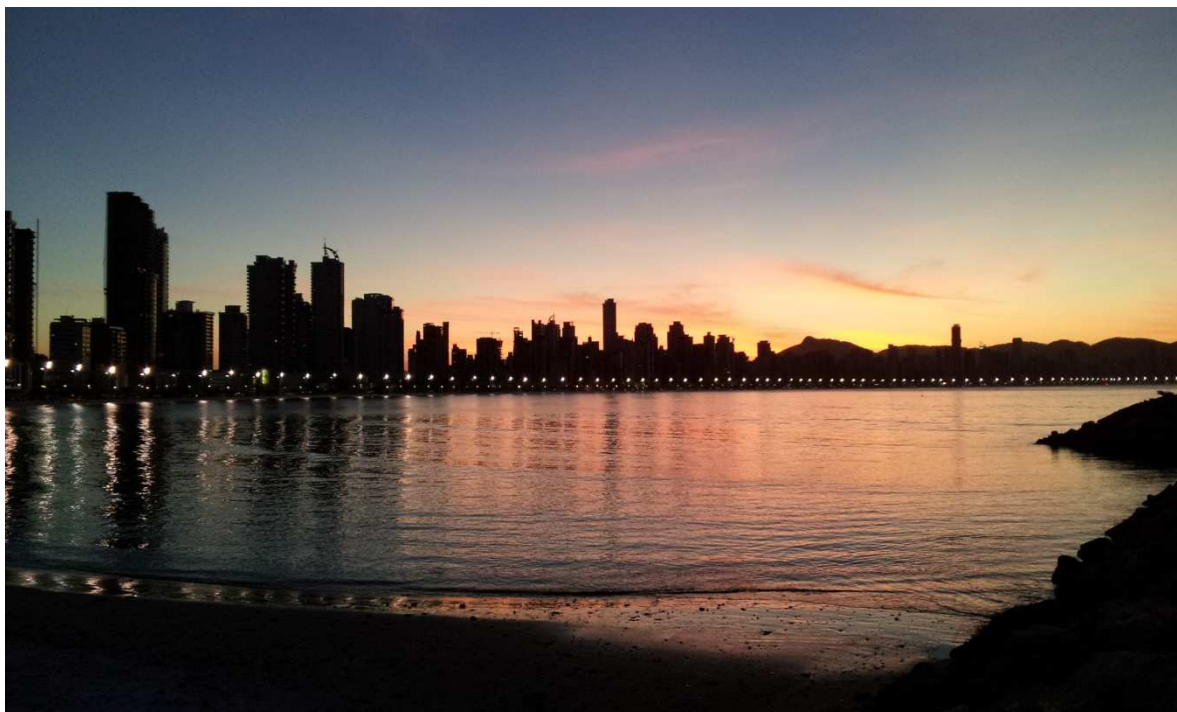


Figura 1.1: Perfil urbano de Balneário Camboriú  
(fonte: elaborado pelo autor).

Por outro lado, o vento não é a única carga dinâmica horizontal que atua sobre estas estruturas. As consequências desastrosas de terremotos são registradas desde o início da civilização, e regiões como o Oriente Médio e a China recordam relatos de eventos ocorridos a mais de dois mil anos. Ainda assim, das forças dinâmicas externas que atuam em edificações, o sismo é notoriamente a mais importante em termos de consequências desastrosas em potencial. Por isso, o projeto de estruturas econômicas e atraentes que são capazes de resistir à movimentação forte do solo é um desafio que exige o melhor da engenharia estrutural (CLOUGH; PENZIEN, 2003).

No que diz respeito a arranha-céus, dentre outras estruturas, D'Amico (2013) explica que é importante estimar de forma correta a dissipação de energia de abalos sísmicos em uma banda de 0,1 Hz a 10 Hz e a influência do solo para fins de engenharia. Isto porque prédios altos, pontes e outras estruturas têm suas frequências naturais nesta faixa.

Robertson e Gaylord (1980) também relatam que os arranha-céus estão entre as estruturas mais sensíveis a terremotos. Isto porque a atenuação da movimentação do solo é maior para os componentes de alta frequência do que para os de baixa frequência. Assim, a exposição de construções altas é maior que a de construções baixas para grandes sismos.

No âmbito nacional, Cachuçó (2011) expõe que, através dos métodos das normas atuais de carregamentos, edificações altas podem ter solicitações oriundas de abalos sísmicos maiores que as devidas ao vento em aproximadamente 21% do território do Brasil. Estas forças de projeto ainda são sensíveis ao variar apenas a frequência natural fundamental adotada.

Salientada a importância dos carregamentos dinâmicos para a construção de edifícios altos, fica evidente a relevância das características estruturais perante tais eventos. Porém, este campo não é completamente dominado e o entendimento do comportamento da estrutura envolve uma série de incertezas. Dentre as principais características das estruturas perante análises dinâmicas, estão as frequências naturais.

Uma das principais justificativas para o presente estudo é a constatação de que edifícios altos projetados atualmente no Brasil têm apresentado rigidez, e conseqüentemente frequências naturais, mais baixas do que seria esperado. Isto foi constatado no estudo de Rocha e Loredou-Souza (2011), exposto no 53º Congresso Brasileiro do Concreto do IBRACON, que apresenta as frequências naturais estimadas via análise estrutural para uma série de edificações e

questiona a causa de tal fenômeno, conforme o quadro 2.3 do item 2.3.2. Na figura 1.2, os pontos exprimem estas frequências naturais comparadas com a curva adaptada através de valores medidos experimentalmente em 163 edificações (ELLIS, 1980).

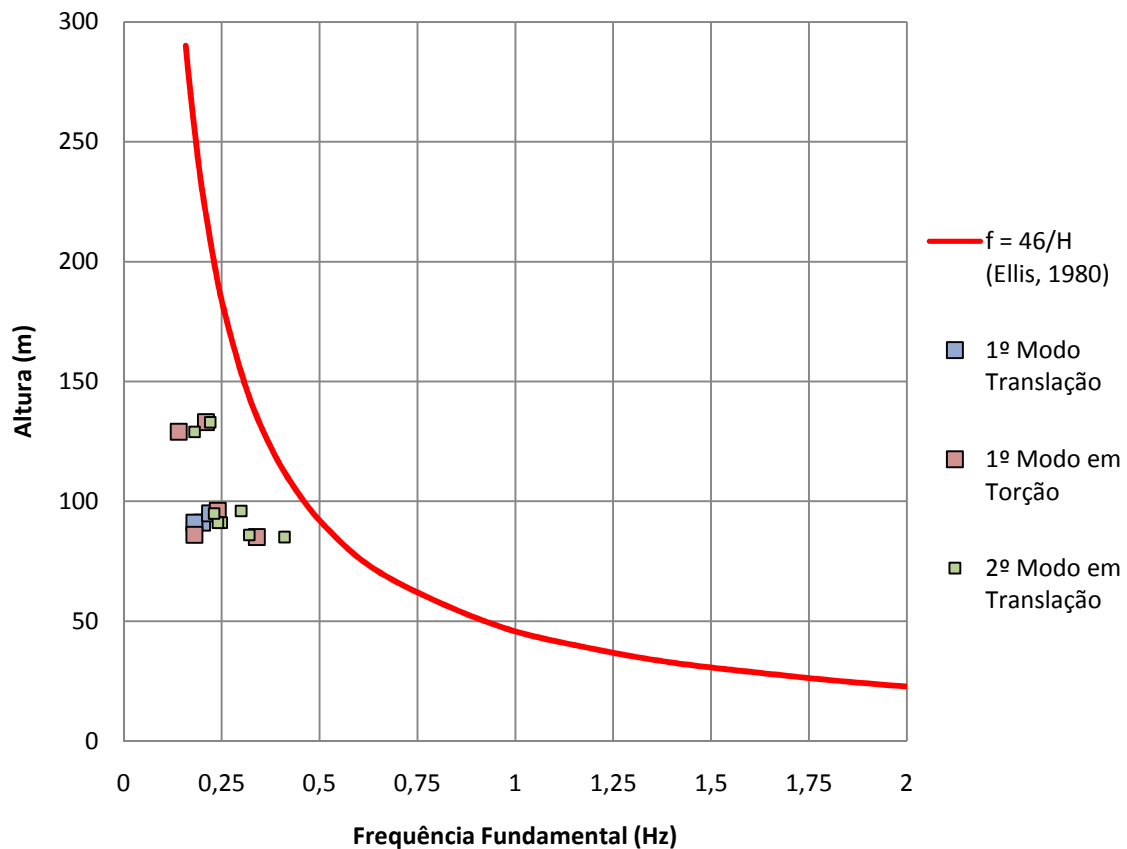


Figura 1.2: Comparação entre frequências naturais relatadas em projetos de edificações e fórmula de Ellis (fonte: elaborado pelo autor).

Os dados observados na figura 1.2 indicam esta constatação tomando os valores da curva como os esperados para edifícios altos. No entanto, não é possível confirmar tal tendência sem uma análise precisa acerca das frequências naturais de edifícios altos em concreto armado.

Kim et al. (2009) cita que a estimativa das frequências naturais de prédios altos deve ser feita com precisão, pois elas influem na obtenção de acelerações em serviço. Predições muito conservadoras levam a custos excessivos para a estrutura. No entanto, segundo Chopra (1995), além da dificuldade em obter parâmetros dinâmicos de estruturas, existe a divergência entre a frequência natural "verdadeira" da estrutura construída e aquela computada através de

idealizações das propriedades de massa e rigidez. Assim, esse tipo de comparações e investigações têm levado ao desenvolvimento de idealizações mais representativas de estruturas reais.

Por outro lado, formulações tipicamente utilizadas em normativas pelo mundo não são capazes de chegar a um consenso acerca da frequência natural fundamental em prédios altos, conforme Goel e Chopra (1997) descrevem. Portanto, ficam evidentes as incertezas acerca de uma análise fidedigna de carregamentos dinâmicos e, também, a necessidade de estudos nesta área.

## 1.2 OBJETIVOS

O presente trabalho tem como objetivo principal a comparação entre diferentes métodos de obtenção da frequência natural fundamental de edifícios altos em concreto armado. Entre as metodologias analisadas estão métodos empíricos, simplificados e numéricos. As referências para fins comparativos são as estimativas obtidas por projetistas através de métodos numéricos e também os resultados de três casos específicos de edificações analisadas com base nos seus projetos arquitetônicos e estruturais.

Conforme exposto na figura 1.2, os edifícios altos em concreto armado projetados atualmente no Brasil têm frequências naturais estimadas abaixo do que é esperado. Então, consideram-se três possíveis causas para essas diferenças. A primeira seria que os métodos numéricos, bem como a modelagem, têm uma imprecisão que reduz os valores resultantes. A segunda indicaria que as frequências naturais são calculadas sem a consideração de fatores relevantes que são mensurados apenas experimentalmente, como a influência de elementos não estruturais na rigidez. A terceira e última supõe que os prédios realmente estão menos rígidos do que se espera para estruturas deste porte.

A fim de verificar as três hipóteses, a comparação é feita entre métodos numéricos e também entre métodos que levam em conta a influência de elementos não estruturais na rigidez para três casos específicos de edificações. Já os métodos com base experimental são utilizados para a gama de edificações da biblioteca do Laboratório de Aerodinâmica das Construções da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (LAC-UFRGS). Portanto, a diversidade de métodos e a variedade de edificações analisadas apresenta uma gama de resultados que viabiliza o objetivo.

O presente trabalho ainda apresenta dois objetivos secundários. Um deles é a elaboração de uma forma simplificada para estimar a frequência natural com base nos elementos estruturais de cada pavimento da edificação. Esta estimativa é uma manipulação de dados presentes na literatura oriundos de métodos simplificados e do comportamento estrutural de prédios altos.

O outro objetivo secundário é a proposição de um método para a obtenção de um fator que representa a influência da alvenaria de fechamento na frequência natural da edificação. A diferença entre a frequência natural calculada através de modelos e aquela relatada na obra construída se dá em parte pela não consideração de elementos não estruturais para fins de rigidez, o que reflete a importância da alvenaria para frequência natural.

Sendo assim, busca-se a comparação entre diversas formas de obtenção da frequência natural fundamental de edifícios altos para uma variedade de edificações representativas para aquelas construídas atualmente no Brasil. Tal comparação faz viável a discussão posterior dos resultados, a convergência e a eficiência dos métodos existentes, bem como aqueles propostos.

A comparação feita neste trabalho não envolve a coleta de dados mensurados experimentalmente. A falta de disponibilidade de edificações para medições somada à dificuldade em se excitar dinamicamente o tipo estrutural em questão impediu a inclusão de dados de campo no presente trabalho. A falta de tais dados inviabiliza a comparação direta dos métodos aqui analisados com estes valores de referência. No entanto, métodos adaptados de medições experimentais e demais estudos prévios *in situ* reduzem a incerteza envolvida nas estimativas.

### 1.3 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

Este trabalho está organizado em sete capítulos. A divisão corresponde às etapas feitas na pesquisa.

O capítulo introdutório situa o assunto de uma forma geral e justifica o estudo realizado. Também são apresentados os objetivos da pesquisa.

O segundo capítulo expõe a pesquisa bibliográfica. Primeiramente, são apresentados os fundamentos para a compreensão do comportamento dinâmico de edifícios altos. Então, são



abordados métodos para estimativa de frequências naturais, a influência do fechamento com alvenaria em vãos de pórtico e os limites de vibrações.

No capítulo 3, é proposto um método para o cálculo simplificado de frequências naturais fundamentais. O método se fundamenta na literatura existente acerca de comportamento estrutural de edifícios altos.

O capítulo 4 relata um estudo realizado para estimar a influência da alvenaria de fechamento nas frequências naturais. Esta influência é estimada através de um fator que, multiplicado pela frequência natural, corrige a mesma.

No capítulo 5, são estimadas as frequências naturais de três edifícios altos. Estas estimativas são feitas com modelos numéricos através de programas computacionais disponíveis comercialmente.

De forma análoga, o capítulo 6 também apresenta estimativas de frequências naturais para as mesmas três estruturas. No entanto, os métodos utilizados são aqueles discutidos nos capítulos 3 e 4.

O capítulo 7 expõe as considerações finais. Nele é feito um resumo geral dos resultados e são explicitadas as conclusões atingidas com o presente trabalho.

O Apêndice A apresenta as três edificações analisadas nos capítulos 5 e 6.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O presente capítulo apresenta a base teórica disponível na literatura para a realização deste trabalho. São tratados os métodos propostos por normas, analíticos, empíricos e resultados experimentais obtidos para a determinação da frequência natural fundamental de edificações alteadas. Também são discutidos os critérios para aceitação de vibrações nas mesmas estruturas.

### 2.1 SISTEMA VIBRATÓRIO

A consideração primordial para o estudo de frequências naturais de edificações alteadas é o conceito básico de vibração que, conforme Rao (2008) define, é um movimento oscilatório de um corpo embasado nas forças associadas a este movimento. Por consequência, tal sistema oscilatório é uma troca de energia potencial por energia cinética ao longo do tempo. Em caso de haver perda de energia envolvida, o movimento é considerado amortecido.

A idealização de massa concentrada implica em limitar o número de graus de liberdade de um dado sistema em coordenadas generalizadas às quais a massa é atribuída. Clough e Penzien (2003) ressaltam a validade deste modelo para estruturas onde os pontos discretizados são capazes de representar uma vasta proporção da massa total.

A modelagem de um sistema mecânico é tratada por Meirovitch (2001) como não sendo uma ciência exata. É frequente que tais sistemas sejam tão complexos a ponto de não haver uma descrição única e completamente precisa para o mesmo. Portanto, uma boa modelagem implica na correta atribuição das suas propriedades dinâmicas essenciais. Assim, o comportamento previsto pelo modelo deve ser coerente com o observado no sistema em funcionamento.

As equações de movimento de qualquer sistema dinâmico representam a Segunda Lei de Newton que diz que a mudança de movimento de uma partícula de massa é proporcional à força sobre esta. Este conceito associado à consideração de que a massa desenvolve uma força inercial proporcional a sua aceleração, porém em sentido contrário, é uma forma extremamente conveniente de apresentar problemas de natureza dinâmica a fim de estabelecer uma relação de equilíbrio, conforme explicam Clough e Penzien (2003). Os mesmos autores

expõem os componentes básicos de um sistema dinâmico em regime elástico conforme a equação 2.1 através do equilíbrio entre a carga externa e as forças inerciais, de amortecimento e forças elásticas.

$$f_I(t) + f_D(t) + f_S(t) = p(t) \quad (2.1)$$

Onde:

$f_I(t)$  – Força inercial;

$f_D(t)$  – Força de amortecimento;

$f_S(t)$  – Força elástica;

$p(t)$  – Carga externa.

Os índices seguintes desta divisão do capítulo estão divididos em três partes. A primeira aborda o conceito baseado no problema de autovalores. A segunda apresenta o quociente de Rayleigh enquanto a terceira parte desenvolve uma simplificação para o caso particular de edificações.

### 2.1.1 – Vibrações Livres não Amortecidas

Situando as edificações enquanto sistemas estruturais vibratórios, a resposta a uma carga que varia ao longo do tempo se dá de forma que respeite a equação 2.1. Então, para a resolução da respectiva equação, mantendo-se os princípios de que o sistema é elástico e linear, é estabelecida a discriminação de cada termo na forma expressa na equação 2.2 que segue.

$$\mathbf{M} \ddot{\bar{u}}(t) + \mathbf{C} \dot{\bar{u}}(t) + \mathbf{K} \bar{u}(t) = \bar{p}(t) \quad (2.2)$$

Onde:

$\mathbf{M}$  – Matriz de massa;

$\mathbf{C}$  – Matriz de amortecimento;

$\mathbf{K}$  – Matriz de rigidez;

$\bar{u}(t)$  – Vetor de deslocamentos;

$\bar{p}(t)$  – Vetor de carga externa.

É válido observar que a equação 2.2 é a equação 2.1 mais desenvolvida e em forma matricial. Assim, a mesma faz referência às  $n$  equações diferenciais homogêneas que representam o equilíbrio de cada grau de liberdade do sistema. Ao considerar o problema como uma

vibração livre não amortecida, as parcelas referentes ao amortecimento e ao carregamento externo são removidas, conforme a equação 2.3 demonstra.

$$\mathbf{M} \ddot{\bar{u}}(t) + \mathbf{K} \bar{u}(t) = 0 \quad (2.3)$$

Com base nesta equação, é viável fazer a análise das frequências naturais de vibração livre e de suas respectivas formas modais. O desenvolvimento do método para obter estes parâmetros dinâmicos é apresentado conforme o capítulo 11 do livro *Dynamics of Structures* (CLOUGH; PENZIEN, 2003).

A resolução deste sistema em equilíbrio parte da analogia ao caso de sistemas com um grau de liberdade, onde é assumido um movimento harmônico. O vetor de deslocamentos  $\bar{u}(t)$  é separado em um vetor  $\bar{q}$  constante no tempo e um escalar que varia de forma senoidal ao longo do tempo. Ao omitir o termo arbitrário referente à senóide, obtém-se a equação 2.4. Esta equação é uma das formas de expressar o problema de autovalor característico, onde os valores de  $\omega^2$  são os autovalores que indicam o quadrado das frequências angulares de vibração livre do sistema. Cada autovalor  $\omega^2$  corresponde a um autovetor  $\bar{q}$  da respectiva forma modal.

$$[\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}] \bar{q} = 0 \quad (2.4)$$

Onde:

$\bar{q}$  – Forma modal;

$\omega$  – Frequência angular do movimento harmônico.

Através da regra de Cramer, é possível resolver as equações simultâneas conforme a equação 2.5. A solução não trivial só é viável quando o determinante no denominador nulo, conforme a equação 2.6. Assim, os  $n$  possíveis valores para  $\omega^2$  representam as frequências naturais de vibração livre do respectivo sistema estrutural com  $n$  graus de liberdade. A frequência mais baixa é chamada de frequência natural fundamental e está associada ao primeiro modo (autovetor correspondente), a segunda frequência mais baixa está associada ao segundo modo e assim sucessivamente.

$$\bar{q} = \frac{0}{\|\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}\|} \quad (2.5)$$

$$\|\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}\| = 0 \quad (2.6)$$

A solução apresentada refere-se a vibrações livres de sistemas elásticos lineares. Clough e Penzien (2003) explicam que é possível substituir a matriz de rigidez  $\mathbf{K}$  por uma matriz de rigidez combinada  $\mathbf{K}^*$  afim de incluir a não linearidade geométrica devida a carregamentos axiais. Para um caso específico de barra bi rotulada com carregamento axial constante, Virgin e Plaut (2003) expõem que a relação  $(\omega/\omega_0)^2$  varia linearmente de 1 para 0 quando a relação  $P/P_{cr}$  varia linearmente de 0 para 1. Isto é, quando a barra está carregada com carga próxima da carga crítica de flambagem, a sua frequência natural tende a zero. Analogamente, os autores relatam que a frequência natural aumenta quando uma carga axial de tração é aplicada.

No entanto, edifícios altos em concreto armado são análogos a uma viga engastada-livre com carga axial variando linearmente. As maiores tensões de compressão se encontram na base, onde os deslocamentos modais são próximos a zero devido ao engaste. Portanto, as propriedades dinâmicas de tais estruturas não são tão sensíveis às cargas verticais, apesar de estas terem uma certa influência. Assim, o estudo aqui proposto, a matriz de rigidez  $\mathbf{K}$  é mantida.

### 2.1.2 – Método de Rayleigh para Análise de Vibrações

Clough e Penzien (2003) definem que o quociente de Rayleigh é baseado no princípio da conservação de energia em um sistema em vibração livre não amortecida. O método também é válido considerando uma coordenada generalizada e, conseqüentemente, o sistema como sendo de um grau de liberdade associado à respectiva forma modal. A energia potencial do sistema, que neste caso é a energia de deformação da mola, é apresentada na equação 2.7 em seu valor máximo. De forma análoga, a equação 2.8 apresenta a energia cinética em sua forma máxima.

$$U_{Máx} = \frac{1}{2} k x_0^2 \quad (2.7)$$

$$C_{Máx} = \frac{1}{2} m x_0^2 \omega^2 \quad (2.8)$$

Onde:

$x_0$  – Deslocamento inicial e máximo;

$k$  – Rigidez generalizada;

$m$  – Massa generalizada;

$U_{Máx}$  – Energia potencial elástica máxima;

$C_{Máx}$  – Energia cinética máxima da massa.

Portanto, sabendo que a energia potencial máxima é igual à energia cinética máxima, fica evidente a representatividade da equação 2.9 para os fins desejados. Analogamente, para sistemas com  $n$  graus de liberdade, o método do quociente de Rayleigh é exposto na equação 2.10 e parte de um vetor referente à forma modal assumida.

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad (2.9)$$

$$\omega^2 = \frac{\bar{q}^T \mathbf{K} \bar{q}}{\bar{q}^T \mathbf{M} \bar{q}} \quad (2.10)$$

### 2.1.3 – Frequências Naturais de Estruturas do Tipo *Shear Building*

Edificações que têm a altura como dimensão predominante e que são organizadas estruturalmente em pavimento e pilares sucessivamente ao longo da altura podem ser relacionadas ao conceito de *shear building*. Esta tipologia estrutural é caracterizada por Clough e Penzien (1975) como tendo as lajes dos pavimentos como rígidas e indeformáveis enquanto a deflexão lateral resulta da flexão das colunas de forma a não considerar a rotação nas ligações entre pilar e pavimento.

A simplificação é válida visto que a massa é concentrada nos pavimentos que são dados como rígidos. A figura 2.1 mostra a tipologia estrutural descrita que, segundo Chopra (1995), tem o deslocamento relativo entre pavimentos associado ao esforço cortante (que é a soma do esforço de corte nos pilares) conforme as equações 2.11 e 2.12 explicitam.

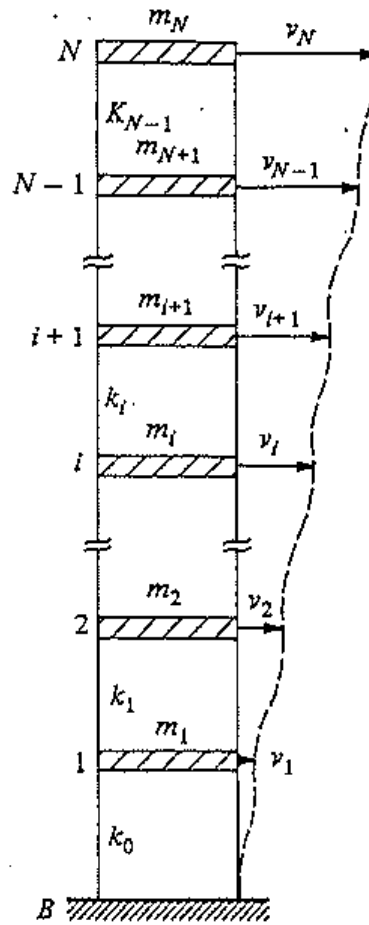


Figura 2.1: Estrutura tipo *shear building*  
(fonte: CLOUGH; PENZIEN, 1975).

$$V_j = k_j(u_j - u_{j-1}) \quad (2.11)$$

$$k_{jP} = \sum_{\text{pilares}} \frac{12 EI}{h^3} \quad (2.12)$$

Onde:

$V_j$  – Cortante no andar  $j$ ;

$k_{jP}$  – Rigidez do andar  $j$  devida à flexão dos pilares;

$u_j$  – Deslocamento horizontal do andar  $j$ ;

$EI$  – Rigidez à flexão do pilar;

$h$  – Altura do vão do pilar.

Chopra (1995) apresenta a forma de obter as frequências naturais para essa tipologia estrutural conforme a equação 2.13 define. Então, ao concentrar a massa da estrutura nos pavimentos,

utilizar a rigidez à flexão total dos andares e conhecer a forma modal, obtém-se a frequência natural do respectivo modo.

$$\omega_r^2 = \frac{\sum_{j=1}^n k_j (q_{jr} - q_{(j-1)r})^2}{\sum_{j=1}^n m_j q_{jr}^2} \quad (2.13)$$

Onde:

$\omega_r$  – Frequência natural angular  $r$ ;

$k_j$  – Rigidez do andar  $j$ ;

$m_j$  – Massa do andar  $j$ ;

$q_{jr}$  – Deslocamento normalizado do andar  $j$  para o modo  $r$ .

$$K = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & \dots & \dots & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & \\ 0 & \dots & -k_{n-1} & k_{n-1} + k_n & -k_n \\ 0 & \dots & \dots & -k_n & k_n \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & \dots & 0 \\ & m_2 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & \dots & m_{n-1} & m_n \end{bmatrix}$$

Figura 2.2: Matrizes de rigidez e de massa de estruturas tipo *shear building* (fonte: elaborado pelo autor).

Outra forma de obter as frequências naturais é aplicando o conceito de *shear building* ao problema de autovalor explicitado anteriormente, conforme a equação 2.4. Assim, é possível obter as frequências naturais sem o conhecimento prévio, ou estimativa, das formas modais. Para tal resolução, faz-se a utilização das matrizes de rigidez e de massa para o respectivo sistema estrutural em série, com a consideração já ressaltada do conceito de massa concentrada, conforme a figura 2.2.



## 2.2 DISPOSIÇÕES NORMATIVAS ACERCA DE FREQUÊNCIAS FUNDAMENTAIS

As frequências naturais são parâmetros chave em projetos de edificações altas. Isso se justifica por tais dados terem relevância para cálculo de resposta ao carregamento devido ao vento e para a determinação das ações sísmicas. Esta etapa do trabalho tem enfoque em evidenciar os métodos aproximados ou recomendações das normas vigentes sobre frequências naturais fundamentais.

O item 5.3.4 da norma chilena NCh2369/2003 impõe como procedimento para o projeto de estruturas resistentes a sismos a utilização de métodos teóricos ou empíricos fundamentados para a obtenção do período natural fundamental da estrutura. O mesmo documento apresenta ainda a montagem do espectro de resposta de projeto com base em tal parâmetro (INSTITUTO NACIONAL DE NORMALIZACIÓN, 2003).

Por outro lado, outras normativas apresentam formulações para o cálculo. Nos próximos subíndices, são relatados os métodos apresentados por normas para uma estimativa preliminar da frequência, ou período, natural fundamental de edificações. As normas utilizadas são aquelas vigentes no Brasil, nos Estados Unidos e na Europa.

### 2.2.1 – NBR 6123/1988

A norma brasileira de forças devidas ao vento em edificações apresenta, no seu item 9.2.2, dois modelos para as características dinâmicas das estruturas. Um chamado de simplificado, no qual a estrutura deve ter rigidez entre pavimentos constante e massa igualmente distribuída ao longo da altura, que deve ser inferior a 150 metros. Neste caso, é possível aproximar o primeiro modo através da equação 2.14 utilizando os parâmetros do quadro 2.1, onde é apresentada a formulação para períodos naturais fundamentais e taxas de amortecimento conforme a tipologia estrutural em questão (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1988).

$$q_1(z) = \left(\frac{z}{H}\right)^\gamma \quad (2.14)$$

Onde:

$q_1(z)$  – Forma do primeiro modo ao longo de  $z$ ;

$z$  – Altura do ponto em análise;

$H$  – Altura total da estrutura;

$\gamma$  – Expoente da lei potencial do modo de vibração.

Em contrapartida, a mesma norma ressalta a não validade das considerações anteriores para edificações com características variáveis ao longo da altura. A utilização de um modelo dinâmico discreto para obtenção de frequências naturais deve ser imposta quando a estrutura apresenta uma esbeltez grande e a rigidez altamente variável. Para tais casos, a normativa propõe um modelo com aproximadamente 10 graus de liberdade de deslocamento horizontal com massa concentrada, conforme a figura 2.3 exemplifica.

Quadro 2.1: Parâmetros para a determinação de efeitos dinâmicos da NBR 6123/1988.

<b>Tipo de edificação</b>	$\gamma$	$\zeta$	$T_1 = 1 / f_1$
Edifícios com estrutura aporticada de concreto, sem cortinas	1,2	0,02	$0,05 + 0,015H$
Edifícios com estrutura de concreto, com cortinas para a absorção de forças horizontais	1,6	0,015	$0,05 + 0,012H$
Torres e chaminés de concreto, seção variável	2,7	0,015	$0,02H$
Torres, mastros e chaminés de concreto, seção uniforme	1,7	0,01	$0,015H$
Edifícios com estrutura de aço soldada	1,2	0,01	$0,29H^{0,5} - 0,4$
Torres e chaminés de aço, seção uniforme	1,7	0,008	
Estruturas de madeira	-	0,03	

(fonte: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1988)

A NBR 6123/1988 ainda permite a estimação da taxa de amortecimento crítico  $\zeta$  conforme o quadro 2.1 menciona, tanto para o modelo contínuo quanto para o modelo discreto. No entanto, atribuir a frequência natural fundamental, e o período analogamente, para o modelo discreto com base no respectivo quadro só é válido com a devida justificativa (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1988).

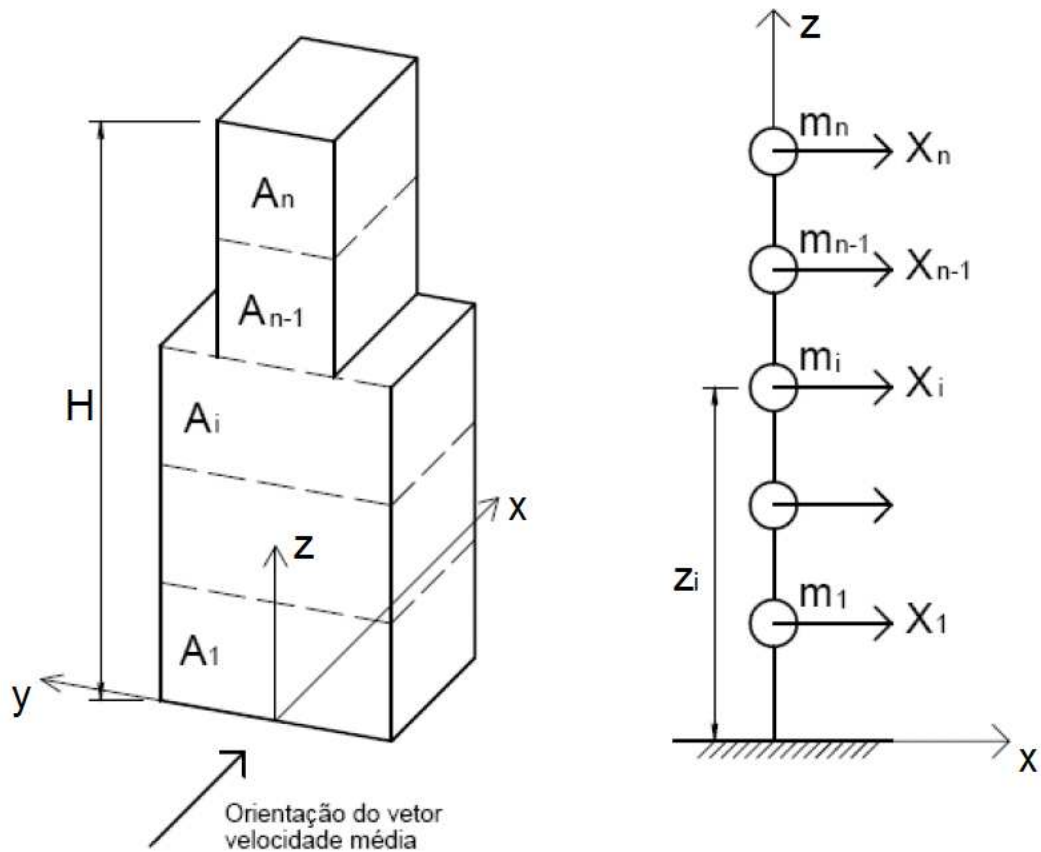


Figura 2.3: Esquema para modelo dinâmico discreto da NBR 6123/1988 (fonte: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1988).

### 2.2.2 – NBR 15421/2006

De forma análoga à norma exposta no item anterior, a norma brasileira de projeto de estruturas resistentes a sismos apresenta um método alternativo para estimação do período natural fundamental da estrutura em caso da não determinação por forma analítica. Porém, em caso de determinação do parâmetro por processo de extração modal, por exemplo (sugestão da norma a fim de levar em conta os parâmetros mecânicos e de massa da edificação), este não pode ser superior ao obtido pelo método alternativo multiplicado por um fator que varia entre 1,5 e 1,7 conforme a zona sísmica em questão.

A equação 2.15 demonstra o método aproximado alternativo para obtenção do período natural fundamental. O quadro 2.2 expõe os coeficientes que são utilizados na mesma (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2006).

Quadro 2.2: Parâmetros para a determinação da frequência natural fundamental conforme NBR 15421/2006.

<b>Tipologia Estrutural</b>	<b>Coefficiente de Período <math>C_T</math></b>	<b>Expoente <math>x_T</math></b>
Estruturas em que as forças sísmicas horizontais são 100% resistidas por pórticos de aço momento-resistentes, não sendo estes ligados a sistemas mais rígidos que impeça a sua livre deformação quando submetidos à ação sísmica.	0,0724	0,8
Estruturas em que as forças sísmicas horizontais são 100% resistidas por pórticos de concreto, não sendo estes ligados a sistemas mais rígidos que impeçam a sua livre deformação quando submetidos à ação sísmica.	0,0466	0,9
Estruturas em que as forças sísmicas horizontais são resistidas em parte por pórticos de aço contraventados com treliças.	0,0731	0,75
Todas outras estruturas.	0,0488	0,75

(fonte: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2006)

$$T_A = C_T H^{x_T} \quad (2.15)$$

Onde:

$T_A$  – Período natural fundamental aproximado (s);

$C_T$  – Coeficiente de período;

$x_T$  – Expoente da lei potencial do período natural fundamental aproximado.

### 2.2.3 – Eurocode 1 Parte 4

O Eurocode 1 Parte 4 é a normativa europeia acerca de carga de vento em estruturas. A normativa, ao tratar de frequências naturais de edificações de vários andares, apresenta a mesma equação formulada por Ellis (1980) que indica a frequência natural fundamental inversamente proporcional à altura, em metros, com um numerador valendo 46.

Esse método é apresentado no presente trabalho na equação 2.22 do item 2.3.1. Já no Eurocode 1 Parte 4, ela consta no item F-2 do anexo F que também faz menção a validade deste modelo de cálculo para edificações com mais de 50 m de altura (EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION, 2010).

### 2.2.4 – Eurocode 8 Parte 1

O período natural fundamental é mencionado no item 4.3.3.2.2 do Eurocode 8 parte 1, que trata do projeto de estruturas resistentes a sismos, onde consta que métodos baseados em dinâmica estrutural podem ser utilizados. No entanto, para edificações com altura menor ou igual a 40 metros, a norma apresenta uma formulação alternativa que não é aqui reproduzida, já que estas estruturas não são objeto de estudo do presente trabalho.

Para fins de estimação do período natural fundamental, o mesmo documento apresenta a equação 2.16 como passível de ser usada. O método é baseado no deslocamento do topo da edificação para uma específica carga horizontal (EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION, 2004).

$$T_1 = 2\sqrt{d} \quad (2.16)$$

Onde:

$d$  – deslocamento lateral elástico no topo da edificação para cargas gravitacionais aplicadas horizontalmente (m).

### 2.2.5 – UBC Volume 2

O UBC Volume 2 apresenta dois métodos para estimar o período natural das estruturas no seu item 1630.2.2. O Método A é uma aproximação simplificada, enquanto o Método B leva em conta as deformações obtidas através de modelagem numérica.

A equação 2.17 explicita o Método A que é similar à metodologia apresentada pela NBR 15421/2006. O valor do coeficiente de período  $C_T$ , no sistema internacional de unidades, tem valor: 0,0853 para pórticos de aço momento-resistentes; 0,0731 para pórticos de concreto armado momento-resistentes contraventados com treliça ou 0,0488 para as demais tipologias estruturais. Porém, para estruturas com paredes de concreto armado (*shearwall*) ou de alvenaria estrutural, o valor do coeficiente de período pode ser adotado conforme as equações 2.18 e 2.19 sendo que  $D_E/h_n$  não deve exceder 0,9 (INTERNATIONAL CONFERENCE OF BUILDING OFFICIALS, 1997).

$$T_A = C_T H^{3/4} \quad (2.17)$$

$$C_T = \frac{0,0743}{\sqrt{A_C}} \quad (2.18)$$

$$A_C = \sum A_E \left[ 0,2 + \left( \frac{D_E}{z_n} \right)^2 \right] \quad (2.19)$$

Onde:

$A_C$  – Área efetiva combinada de paredes resistentes a corte no primeiro pavimento ( $m^2$ );

$A_E$  – Área mínima de seção transversal em qualquer plano horizontal de uma parede resistente a corte no primeiro pavimento ( $m^2$ );

$D_E$  – Comprimento da parede resistente a corte na direção da força aplicada (m);

$z_n$  – altura acima da base da edificação no nível  $n$  (m).

O Método B expõe uma abordagem mais detalhada e leva em conta a distribuição de deslocamentos laterais ao longo da edificação assim como a divisão do peso através dos pavimentos. O UBC também menciona que o valor calculado com este método não pode fornecer um período natural 30% ou 40% maior que o obtido com o Método A (percentual varia conforme a Zona Sísmica).

A equação 2.20 apresenta o método onde a distribuição de forças  $F_i$  deve respeitar uma distribuição racional. Tal distribuição deve estar coerente com os princípios aplicados na equação 2.21 (INTERNATIONAL CONFERENCE OF BUILDING OFFICIALS, 1997).

$$T = 2\pi \sqrt{\left( \sum_{i=1}^n w_i \delta_i^2 \right) \div \left( g \sum_{i=1}^n F_i \delta_i \right)} \quad (2.20)$$

$$F_i = \frac{(V - F_T) w_i h_i}{\sum_{j=1}^n w_j h_j} \quad (2.21)$$

Onde:

$w_i$  – peso no nível  $i$ ;

$\delta_i$  – Deflexão elástica no nível  $i$  com base na força aplicada  $F_i$ ;

$F_i$  – Força aplicada no nível  $i$ ;

$V$  – Esforço cortante total atuando na base da estrutura;

$F_T$  – Força horizontal concentrada aplicada no topo da estrutura.

## 2.3 ESTIMATIVA DE FREQUÊNCIAS NATURAIS EM EDIFICAÇÕES ALTAS

O cálculo das frequências naturais das edificações envolve várias incertezas. Assim, esta parte do trabalho apresenta alguns métodos embasados em dados experimentais e também discute dados obtidos através de modelos numéricos para edificações construídas, ou em construção, no Brasil.

### 2.3.1 Estimativas com Embasamento Experimental

Conforme Bachmann (1997) ressalta, a utilização de método exato com auxílio de programas de computador pode não fornecer valores tão próximos daqueles reais quanto aqueles oriundos de métodos aproximados com base em dados experimentais. É relatado também que o parâmetro principal na obtenção de frequências naturais é a altura da edificação sob análise. Isto vai de encontro com o que é observado nas normas brasileiras e internacionais que procuram limitar os valores relatados através de métodos numéricos ou expõem métodos simplificados auxiliares.

Bachmann (1997) apresenta uma formulação simplificada para estimar a frequência natural apenas com base na altura da edificação. Esta é apresentada na equação 2.22 e provém da adaptação de uma curva com base em valores medidos experimentalmente em 163 edificações, feita por Ellis (1980). Entre as medições estão algumas anteriores à década de 1960 e é possível identificar uma dispersão nos dados, principalmente para prédios entre 20 e 50 metros de altura através da figura 2.4. A mesma metodologia é apresentada no Eurocode 1 parte 4 (referente à ação do vento) para estimar a frequência natural fundamental de edificações constituídas de vários pavimentos (EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION, 2010).

Ellis (1980) ressalta a importância da amplitude das vibrações para as frequências naturais medidas. Ainda são expostos três valores medidos para frequências naturais: antes de evento sísmico, durante evento sísmico e depois de evento sísmico. Sendo a frequência anterior a mais elevada, seguida da posterior e tendo o menor valor durante o abalo.

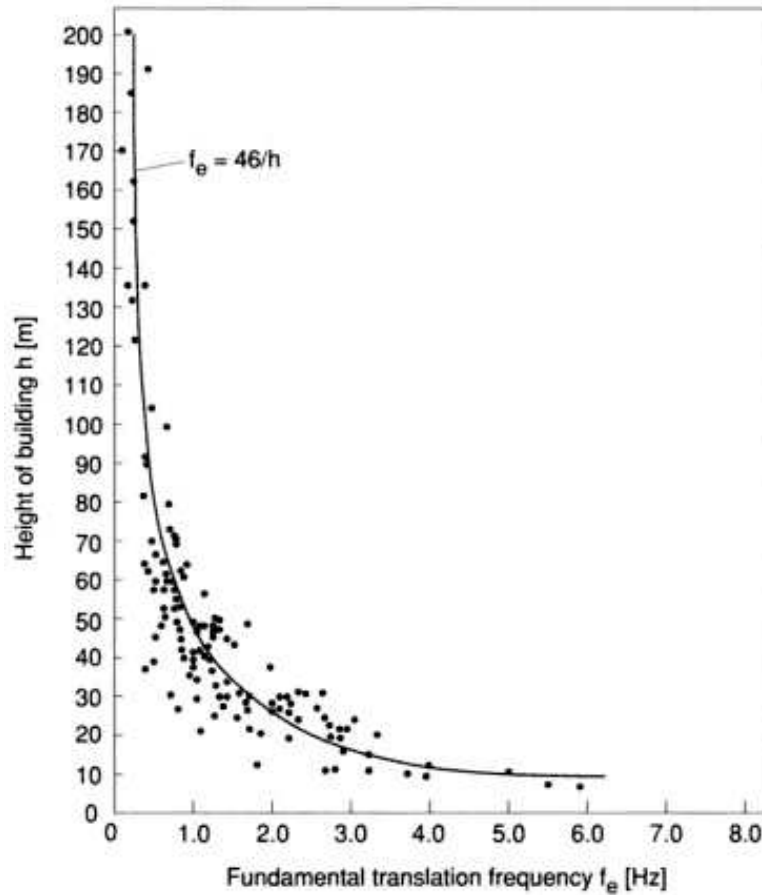


Figura 2.4: Valores obtidos experimentalmente por Ellis (1980) para frequência natural (fonte: BACHMANN, 1997).

$$f_a = \frac{46}{H} \quad (2.22)$$

De forma análoga à formulação anterior, Tamura et al. (2000) recomenda as equações 2.23 e 2.24, respectivamente, para estimar a frequência natural de edificações de concreto armado em regime de baixa amplitude e de alta amplitude. O estudo feito leva em conta o levantamento do *Japanese Damping Database* (JDD) relativo a medições em um total de 285 construções (dentre estruturas de concreto armado e de aço) em território japonês.

$$f_{HA} = \frac{56}{H} \quad (2.23)$$

$$f_{LA} = \frac{67}{H} \quad (2.24)$$

Onde:

$f_{HA}$  – Frequência natural aproximada em altas amplitudes (Hz);

$f_{LA}$  – Frequência natural aproximada em baixas amplitudes (Hz);



Não obstante, em caso de estruturas situadas em regiões de atividades sísmicas, Goel e Chopra (1998) mencionam que as normas referentes a ações sísmicas tendem a subestimar o período natural (conseqüentemente, superestimar a frequência natural e a rigidez). Isso ocorre porque os valores dos coeficientes que fornecem o cortante resultante na base das edificações dependem do período natural da estrutura, que, em caso de ter valor baixo, levam a um esforço cortante de cálculo mais elevado. Esta redução no valor do período, normalmente, é da ordem de 10% a 20%.

Normas internacionais de ações sísmicas em edificações apresentam limites superiores para o valor do período natural obtido através do cálculo com método numérico. Tais valores são levados em consideração para a precaução contra considerações errôneas na modelagem computacional das estruturas. Desta forma, é possível evitar a utilização de coeficientes que reduzem a ação sísmica horizontal na base do edifício (GOEL; CHOPRA, 1998).

As equações 2.25 e 2.26 apresentam estimativas de limites superior e inferior para períodos naturais de translação em edificações de pórtico de concreto armado em função da altura. Elas são o produto de uma regressão não linear com nível de confiança associado a  $\alpha_U = 0,023$  e  $\alpha_L = 0,016$ . Goel e Chopra (1997) chegaram a estas equações através da análise de 37 registros sob ação de sismos na Califórnia entre 1971 e 1994.

$$T_U = 0,023 \left( \frac{H}{0,3048} \right)^{0,90} \quad (2.25)$$

$$T_L = 0,016 \left( \frac{H}{0,3048} \right)^{0,90} \quad (2.26)$$

Onde:

$T_U$  – Limite superior do período natural de translação aproximado (s);

$T_L$  – Limite inferior do período natural de translação aproximado (s).

Os mesmos autores explicam que, entre os dados coletados, existem registros oriundos de acelerações do solo de mais de  $0,15g$ , de forma que estas causam fissuração no concreto e deslocamentos em regime inelástico. Sendo assim, é possível que alguns períodos registrados, e a curva adaptada por consequência, estejam deslocados para períodos mais elevados. A figura 2.5 apresenta os dados coletados junto com as equações propostas.

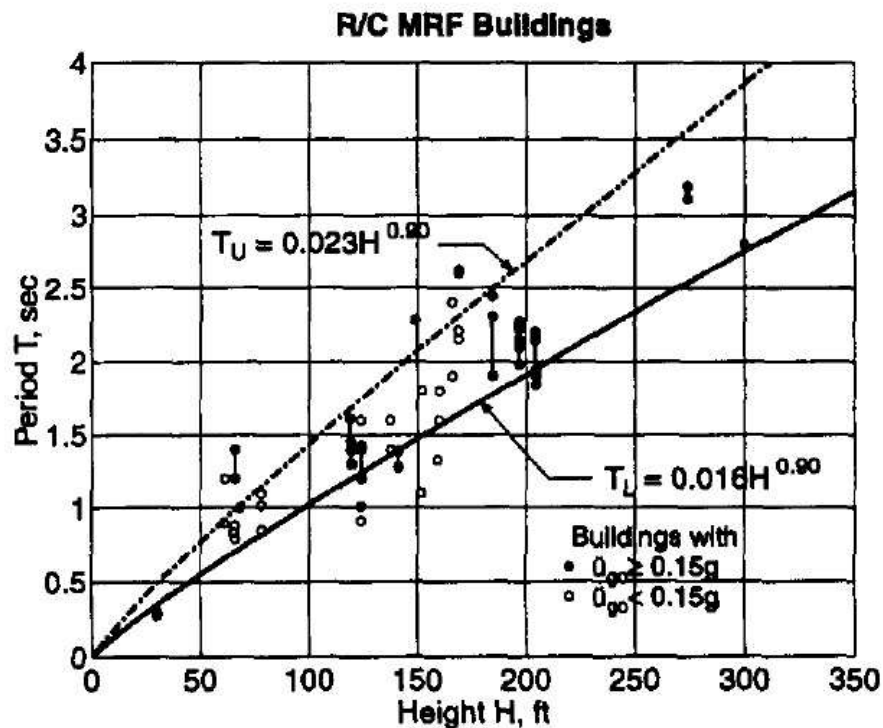


Figura 2.5: Fórmulas recomendadas para limites superior e inferior no período natural fundamental de estruturas de pórtico de concreto armado (fonte: GOEL; CHOPRA, 1997).

Os métodos apresentados por Ellis (1980), Tamura et al. (2000) e Goel e Chopra (1997) apresentam estimativas que tem certo grau de divergência. Isso provavelmente se dá por dois aspectos: as características bem como a tipologia estrutural adotada na gama de edificações estudadas e também as ações que causaram tais vibrações registradas.

As equações apresentadas por Tamura et al. (2000) indicam valores de frequências naturais mais elevados quando comparados com os outros métodos aqui apresentados. Da mesma forma, as equações de Goel e Chopra (1997) levam a uma frequência natural média menor quando comparada com as demais fórmulas. Inclusive, cada um dos três estudos foi feito em certa região do mundo utilizando as construções disponíveis até então. Portanto, há um forte indício de que a data de construção das edificações observadas, as metodologias de projeto e execução disponíveis na época e a região se situam têm influência nesta diferença entre os levantamentos. Edificações construídas no Japão tendem a ser extremamente rígidas por se tratar de uma zona de atividade sísmica intensa e de tufões (ciclones tropicais). Edificações na Califórnia, estudadas por Goel e Chopra (1997), também estão em uma região de alta sismicidade. Em contraponto aos outros dois estudos, Ellis (1980) analisa edificações em diversas localidades.

Essas regiões têm forças atuantes principais características que são de vento ou de sismos. As medições feitas por Goel e Chopra (1997) relatam terremotos que, em alguns casos, são de amplitude de pico em aceleração maior do que  $0,15 g$ . Todavia, Tamura (2000) estuda edificações que, mesmo em região de falhas tectônicas, foram observadas frente a carregamentos devidos a vento e, por uma regressão estatística, descrevem uma frequência mais elevada. As equações 2.23 e 2.24 do mesmo autor ainda diferem a frequência conforme as amplitudes da vibração e, assim, é enfatizada a relevância do carregamento na estimativa exata da frequência natural de uma edificação real.

Sendo assim, as equações oriundas de base estatística fornecem um bom parâmetro para a magnitude esperada na frequência, ou período, natural de uma edificação conforme as figuras 2.6 e 2.7. Por outro lado, a finalidade de utilização de tal parâmetro também deve ser ponderada a fim de não levar a cargas ou respostas mais brandas por usar uma estimativa. Ressaltada a importância das características da edificação, tanto pela sua época de construção, quanto pela região onde ela se situa, um caso específico de estrutura construída atualmente em território brasileiro, por exemplo, não é capaz de ser caracterizado por tais métodos com demasiada precisão.

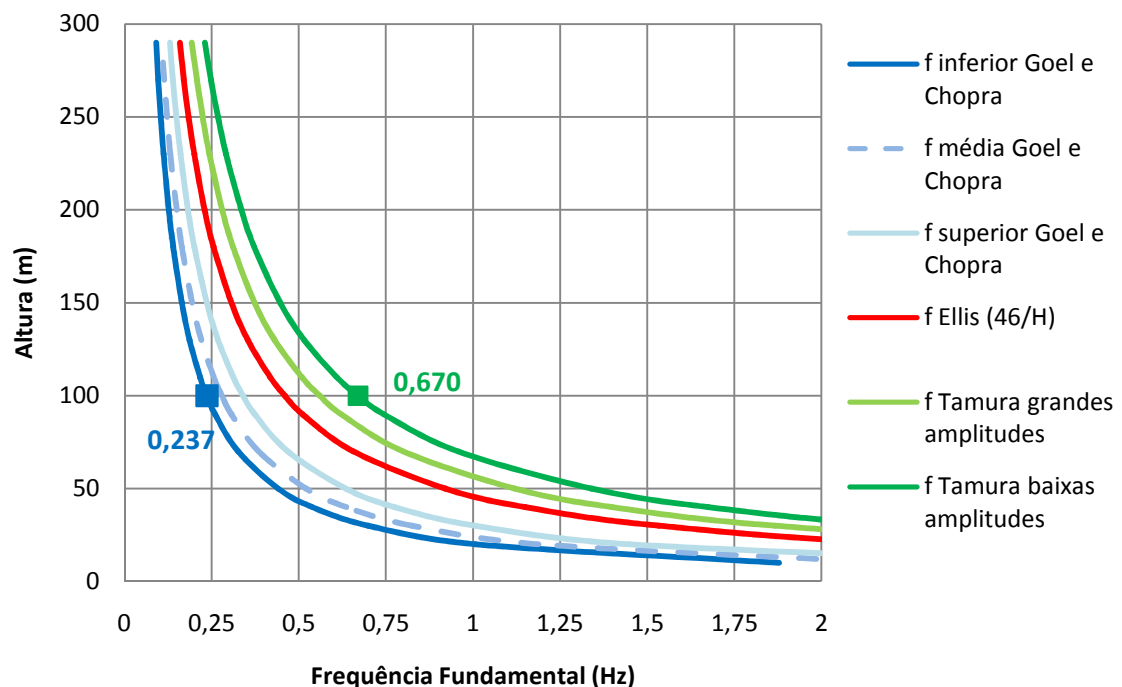


Figura 2.6: Estimativas experimentais de frequência natural fundamental de estruturas de concreto armado (fonte: elaborado pelo autor).

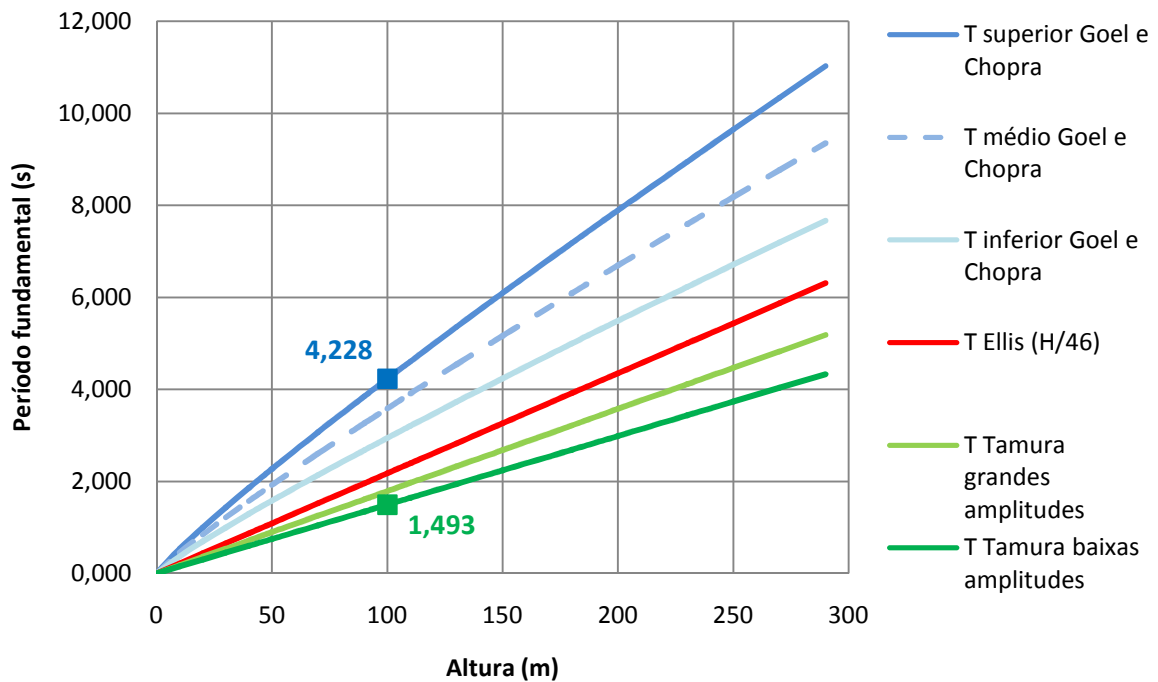


Figura 2.7: Estimativas experimentais de período natural fundamental de estruturas de concreto armado (fonte: elaborado pelo autor).

### 2.3.2 Estimativas Através de Modelos Numéricos

Este item discute os dados referentes às frequências naturais de edifícios altos em concreto armado disponíveis no acervo de estudos realizados no LAC-UFRGS. Os objetos de estudo são os mesmos apresentados no gráfico da figura 1.2, apresentada na introdução.

A organização desta parte do trabalho é feita em três partes. Primeiro, são apresentadas as frequências naturais em função da altura das edificações para depois serem comparadas com metodologias de base experimental presentes na bibliografia. Finalmente, a terceira parte apresenta a tendência observada e comentários relevantes.

#### 2.3.2.1 Dados do Acervo de Estudos do LAC-UFRGS

O quadro 2.3 apresenta as frequências naturais abaixo de 1 Hz dos edifícios ensaiados em túnel de vento e analisados através do método *High Frequency Pressure Integration* (HFPI). Estes valores são referentes aos respectivos projetos estruturais, fornecidos pelas empresas projetistas, onde as frequências nas células em cinza indicam modos de torção do pavimento tipo predominantes (ROCHA; LOREDO-SOUZA, 2011).

Ainda é apresentado o Edifício A no quadro 2.3. Ele se refere ao mesmo prédio estudado nos capítulos 5 e 6 desta dissertação.

Observando a grande quantidade de valores inferiores a 1 Hz, ficam evidentes dois aspectos. Um deles é aquele salientado na introdução do estudo que relata a possibilidade de as frequências naturais estarem indicando uma rigidez muito baixa nas edificações construídas atualmente no Brasil. Além disso, fica explícita a invalidade do método proposto pelo capítulo 9 da NBR 6123/1988, que apresenta o método de análise dinâmica de edifícios altos. Pois, estas edificações contêm muitos modos abaixo de 1 Hz (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1988).

Conforme já citado, essas frequências naturais são dados de projetos estruturais. Os baixos valores representam a possibilidade de os métodos utilizados estarem imprecisos ou não levarem em conta fatores relevantes para a frequência natural. No entanto, ainda existe uma última hipótese de os prédios realmente serem pouco rígidos ao considerar que não há dificuldades em definir a massa de um modelo estrutural com suficiente precisão. Assim, fica evidente que uma destas tendências deve se cumprir.

Por outro lado, outro problema se torna aparente ao observar o quadro 2.3: a impossibilidade de utilizar o método apresentado no capítulo 9 da NBR 6123 para cálculo da resposta dinâmica. A normativa apresenta o cálculo para a resposta na direção do vento e uma alternativa para a resposta transversal (considerando esta um terço da resposta na direção principal) fazendo menção à relevância da consideração dos efeitos dinâmicos para edificações com frequência natural fundamental inferior a 1 Hz (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1988).

A norma vigente não apresenta metodologia eficaz para a análise de edificações tão sensíveis à ação do vento, que chegam a ter 10 modos inferiores a 1 Hz, sendo que algumas formas modais apresentam inclusive torção. Entretanto, a Associação Brasileira de Normas Técnicas (1988) relata que a metodologia do capítulo 9 da NBR 6123/1988 se baseia na resposta de elementos com apenas uma forma modal considerada linear e de frequência natural inferior a 1 Hz através de um coeficiente de amplificação dinâmica  $\xi$ . Frente a tal situação, se faz necessária uma análise mais precisa e uma provável alternativa válida é a superposição modal.

Quadro 2.3: Frequências naturais de edifícios altos em concreto armado do acervo de estudos do LAC-UFRGS.

Altura (m)	Frequências Naturais (Hz)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Edifício 1	0,20	0,25	0,30	0,67	1,07	-	-	-	-	-
Edifício 2	0,18	0,24	0,28	0,62	1,01	-	-	-	-	-
Edifício 3	0,24	0,30	0,31	1,13	-	-	-	-	-	-
Edifício 4	0,14	0,18	0,23	0,43	0,49	0,53	0,67	0,78	0,86	0,90
Edifício 5 - Edifício B*	0,21	0,22	0,24	0,53	0,57	0,70	1,00	-	-	-
Edifício 6	0,34	0,41	0,48	1,43	-	-	-	-	-	-
Edifício 7 - Edifício C*	0,18	0,32	0,33	0,79	1,10	-	-	-	-	-
Edifício 8	0,22	0,23	0,25	0,70	0,78	0,70	0,78	0,82	1,37	-
Edifício A	0,34	0,34	0,43	1,17	-	-	-	-	-	-

\* Os edifícios 5 e 7 são semelhantes aos edifícios B e C dos capítulos 5 e 6, respectivamente, pois são embasados no mesmo projeto arquitetônico ainda que contendo algumas diferenças.

\*\* O Edifício A aqui reportado é exatamente aquele representado nos capítulos 5 e 6.

(fonte: ROCHA; LOREDO-SOUZA, 2011)

### 2.3.2.2 Comparação com Estimativas Embasadas Experimentalmente

O item 2.3.1 da pesquisa bibliográfica apresenta diversas formulações para a estimativa da frequência natural de um prédio alto através de sua altura onde é possível contemplar os diferentes métodos na figura 2.6. Aquelas equações são embasadas em medições *in situ* das frequências naturais em diversas regiões do mundo em épocas diferentes. Assim, conclui-se que, para a estimativa da frequência natural através da altura da edificação, é preciso levar em conta o carregamento utilizado, as características arquitetônicas da região e a época de construção dos prédios.

Para comparar de forma plena os dados do LAC-UFRGS com métodos experimentais considerados, a figura 2.8 faz a relação gráfica incluindo o já mencionado Edifício A. As curvas indicam as formulações da bibliografia, enquanto os pontos referenciam os primeiros modos das edificações em questão.

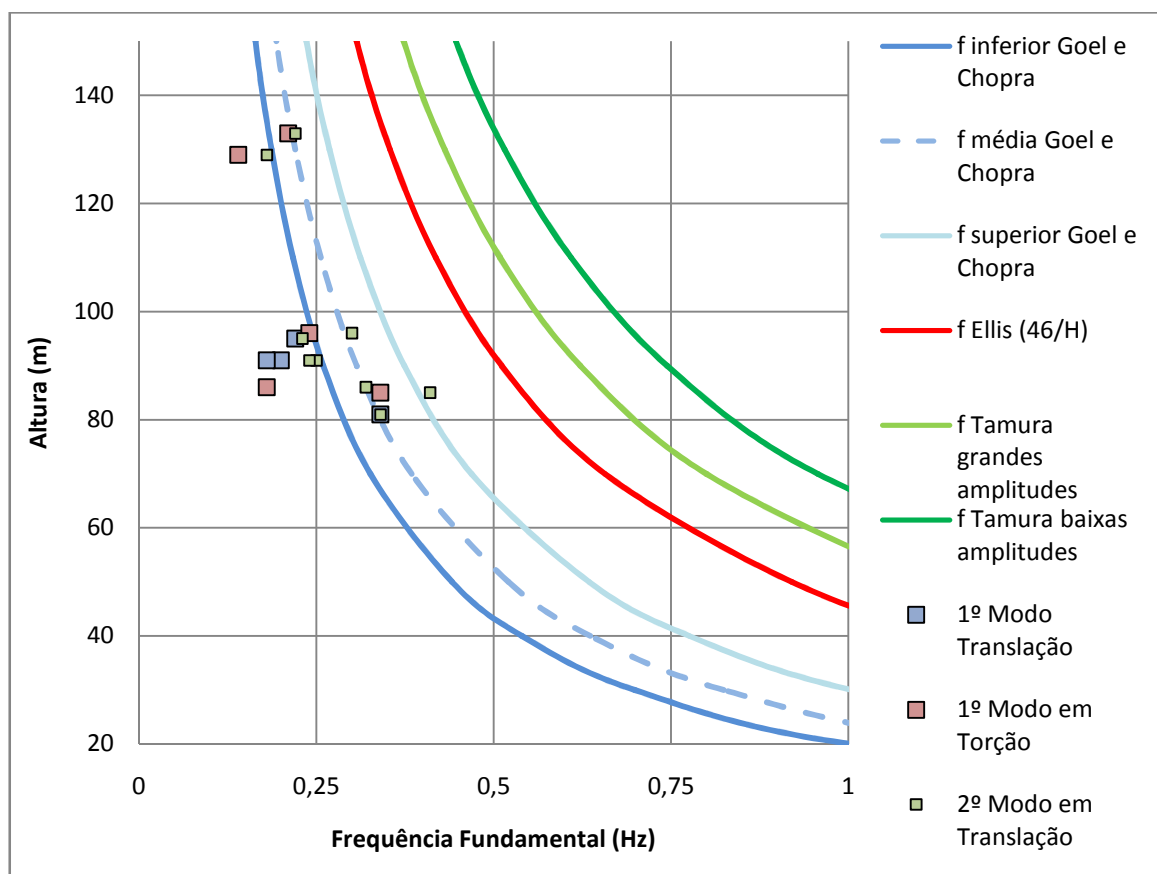


Figura 2.8: Estimativas experimentais de frequência natural fundamental comparadas com dados do LAC-UFRGS (fonte: elaborado pelo autor).

É visível certa coerência entre o limite inferior de Goel e Chopra (1997) e a amostra de dados, ainda que os primeiros modos plotados se apresentem majoritariamente em valores inferiores a este limite. Porém, os valores estão longe do que foi relatado por Ellis (1980) e mais distante ainda de Tamura (2000). Portanto, a relação verificada está indicando que os dados pontuais apresentam estimativas coerentes com aquelas embasadas em medições frente a ações sísmicas. Por consequência, a divergência com os valores de Ellis (1980) leva a conclusão de que os dados estão abaixo do que é relatado por medição experimental com carregamento devido ao vento.

### 2.3.2.3 Tendências Relatadas

Conforme o item anterior sugere, as frequências naturais fundamentais do conjunto de edificações observadas se mostram plausíveis para uma análise de estruturas para ações sísmicas. Esta possibilidade ainda é reforçada pelo fato de normativas vigentes, como a NBR6123/1988 e a NBR15421/2006 ou o Eurocode 8 parte 1 e o Eurocode 1 parte 4, relatarem diferentes modelos de cálculo conforme a necessidade de uso da frequência natural.

Então, chega-se a consideração de que a frequência natural fundamental utilizada para pequenas oscilações em uma verificação quanto à percepção dos usuários deve estar de acordo com o comportamento dinâmico da edificação como um todo. Isto é, a tendência de utilizar as frequências naturais obtidas em modelos numéricos pode indicar a consideração de uma frequência natural inferior ao valor real. Mesmo assim, não é descartada a possibilidade de os prédios considerados serem pouco rígidos.

Os primeiros modos de vibração sem torção dominante apresentados no quadro 2.3 ainda podem ser úteis para outra discussão. É possível adaptar uma curva com base nos dados. Assim, a equação 2.27 disponibiliza o numerador médio para a frequência inversamente proporcional à altura das estruturas. A proposta é identificar uma formulação semelhante aos modelos de Ellis (1980) e Tamura (2000) mesmo que com uma base de dados computacionais e não experimentais.

$$f_a = \frac{25}{H} \quad (2.27)$$



A figura 2.9 reflete a equação 2.34 em comparação com a equação 2.22 de Ellis (1980), que consta no item 2.3.1. No eixo das ordenadas é visível a frequência natural de translação multiplicada pela altura em cada uma das 8 edificações observadas mais o Edifício A. Os dados são confrontados com os numeradores das equações. Assim, relata-se que o numerador mais próximo do 46, apresentado por Ellis (1980), é 35, ao passo que o numerador mais baixo vale 16.

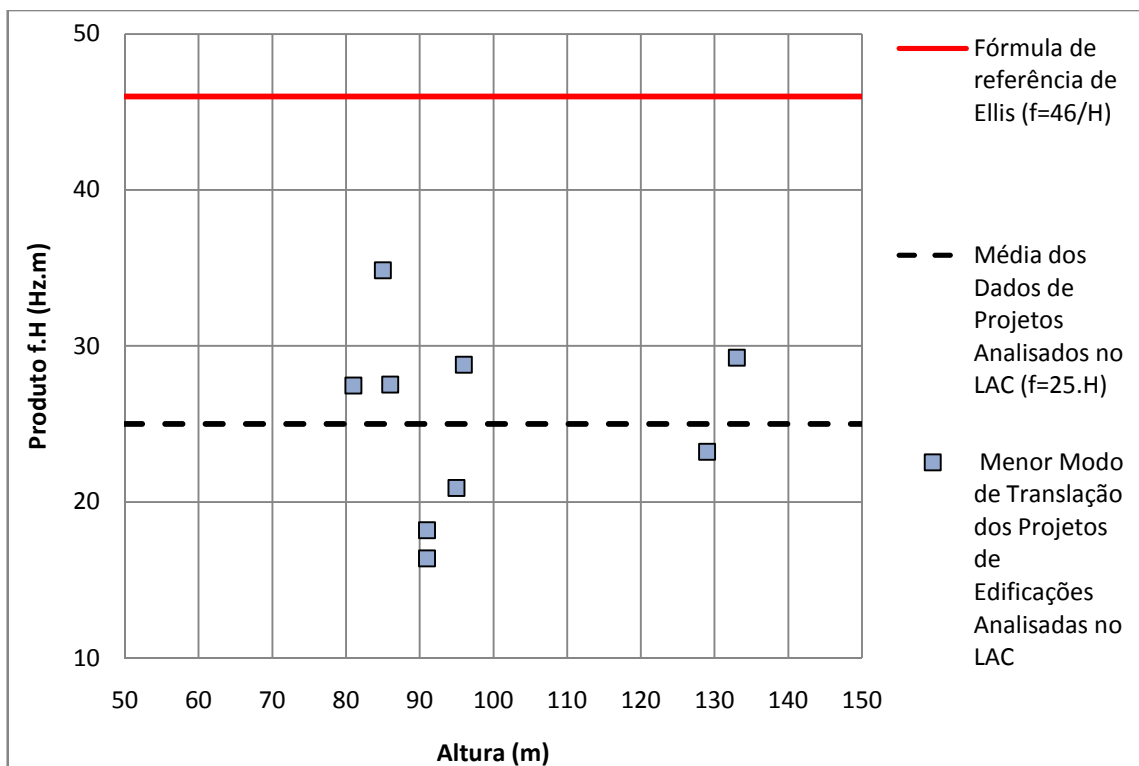


Figura 2.9: Comparação entre tendência relatada nas frequências naturais fundamentais das edificações e Ellis (1980) (fonte: elaborado pelo autor).

Uma possível conclusão a ser tirada dos dados observados é justamente de que elementos não estruturais podem ser relevantes para um acréscimo de rigidez que normalmente não é considerado em modelos numéricos, pois a comparação com dados experimentais indicou esta tendência. No entanto, a possibilidade de as edificações serem pouco rígidas não pode ser descartada, assim como a possibilidade de os modelos numéricos estarem equivocados.

## 2.4 PÓRTICOS COM FECHAMENTO EM ALVENARIA

A frequência natural fundamental é uma característica que relaciona a rigidez e a massa da estrutura. Porém, o fechamento de pórticos com paredes de alvenaria ou painéis de concreto normalmente é desprezado para fins de rigidez adicional ao sistema. Essa consideração pode distorcer o comportamento dinâmico real da edificação.

Conforme Crisafulli et al. (2000) explica, engenheiros de estruturas têm ignorado a influência do fechamento de alvenaria por seu comportamento frágil quando comparado ao do pórtico. Isto ocorre porque faltam métodos práticos para a consideração desses elementos e pelo conhecimento inadequado do comportamento do sistema com o fechamento.

O mesmo autor salienta que o comportamento de tais sistemas é altamente não linear. A complexidade se deve aos seguintes fatores:

- a) esmagamento e fissuração da alvenaria;
- b) fissuração do concreto e escoamento dos vergalhões do pórtico;
- c) variação nos mecanismos de fricção e na superfície de contato entre concreto e alvenaria.

A não linearidade geométrica pode ocorrer quando a estrutura resiste a grandes deslocamentos horizontais. Também é importante mencionar que o sistema composto não pode ser modelado como sendo elastoplástico devido à degradação da rigidez e da resistência sob carregamentos cíclicos.

Por outro lado, ao fazer o estudo experimental de 48 pórticos simples tanto preenchidos com alvenaria quanto vazios, Stylandis (2012) relatou entre seus resultados a importância da argamassa em adicionar rigidez ao cisalhamento no painel. Ainda assim, quando utilizada argamassa armada, o modelo de ruptura se apresentou com um comportamento diferente do padrão para o pórtico vazado ou preenchido com alvenaria.

De forma generalizada, o comportamento de pórticos preenchidos com alvenaria pode ser separado em dois modelos segundo Asteris et al. (2011) conforme a figura 2.10. O modelo típico de rompimento é por corte no pilar anterior ou por formação de rótula plástica. No entanto, se o pórtico é suficientemente resistente para não romper por uma de tais formas, o aumento no carregamento pode levar à falha do painel. Frequentemente, a força aplicada

lateralmente é suportada por uma treliça formada com a diagonal do painel. Tal estado de tensões corresponde à compressão da respectiva diagonal e tração perpendicular. Ainda é possível ocorrer uma forma alternativa de ruptura por cisalhamento no plano da argamassa.

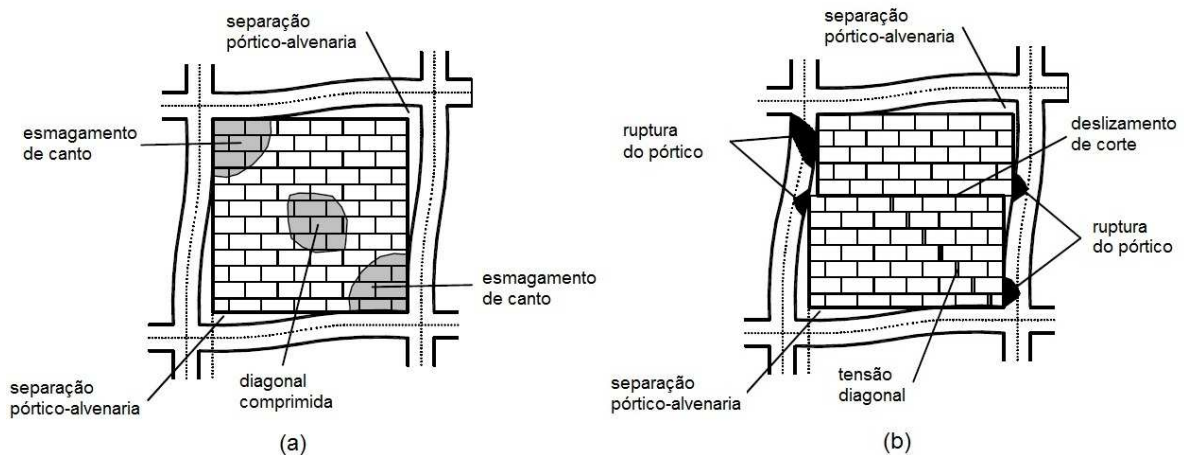


Figura 2.10: Diferentes modos de falha em pórticos preenchidos com alvenaria: (a) esmagamento de canto e compressão da diagonal; (b) deslizamento por cisalhamento, ruptura no pórtico e fratura diagonal (fonte: ASTERIS et al., 2011).

Asteris et al. (2011) destaca que os modos de ruptura apresentados na figura 2.10 foram propostos através de estudos analíticos e experimentais durante as últimas cinco décadas. A seguir, são expostos os motivos para tais falhas de forma resumida:

- a) o esmagamento de canto é normalmente associado a alvenaria fraca, vigas e colunas fortes e juntas fracas;
- b) a compressão da diagonal está vinculada a esbeltez do painel;
- c) o deslizamento por cisalhamento é causado por uma argamassa fraca e vigas e colunas fortes;
- d) a ruptura no pórtico é associada ao preenchimento forte enquanto as vigas, colunas e juntas fracas;
- e) a fratura diagonal, de forma análoga à ruptura no pórtico, é causada por preenchimento forte enquanto as vigas, colunas e juntas fracas.

No contexto de amplitudes de vibração para análise de conforto, a alvenaria se deforma pouco trabalhando em regime elástico. Segundo Asteris et al. (2011), desde as primeiras tentativas de caracterizar a resposta de pórticos preenchidos com painel de alvenaria, observações conceituais e experimentais indicaram que o modelo da diagonal comprimida com características mecânicas e geométricas apropriadas poderia fornecer a solução para o

problema. Crisafulli (2000) frisa que o modelo da diagonal comprimida é amplamente aceito como uma forma simples e racional de descrever a influência dos painéis de alvenaria.

Basicamente, o conceito implica em atribuir a influência da parede através de uma diagonal bi-rotulada que funciona apenas à compressão. A barra tem sua largura  $w$  determinada conforme as características geométricas e mecânicas do pórtico e do fechamento. A figura 2.11 apresenta as premissas de tal modelo.

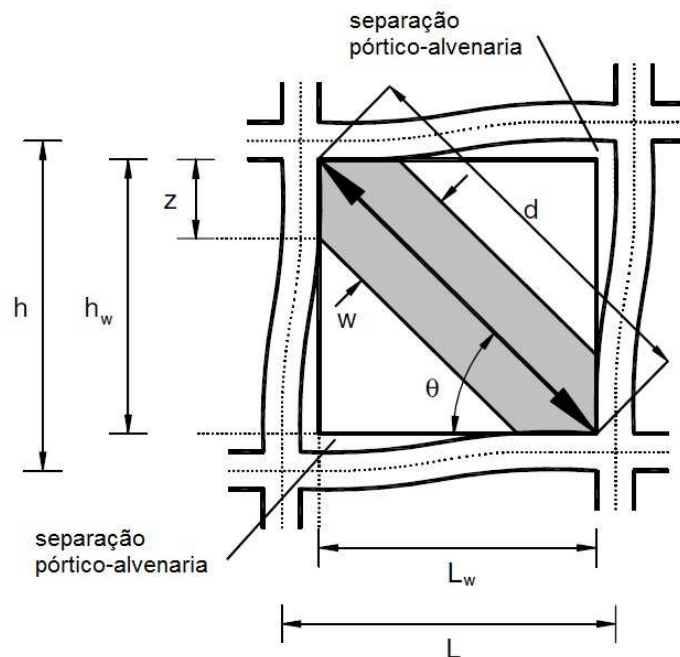


Figura 2.11: Modelo da diagonal comprimida (fonte: ASTERIS et al., 2011).

Definida esta simplificação de comportamento, foram realizados vários estudos a fim de obter valores precisos para a largura da diagonal comprimida. A primeira aproximação com base experimental foi feita por Holmes (1961) considerando esta largura  $1/3$  do comprimento da diagonal conforme a equação 2.28. Outros estudos com uma base mais ampla foram feitos por Smith (1962, 1966, 1967) e, finalmente, por Smith e Carter (1969) levando a elaboração de um parâmetro  $\lambda_h$  relacionado ao contato entre pórtico e alvenaria através da adaptação do comprimento de contato entre vigas em base elástica sujeitas a força concentrada, que consta da equação 2.29. Avançando no tempo, Mainstone (1971), com fundamentação empírica, propôs a equação 2.30. Na década de 1980, Liauw e Kwan (1984) apresentaram a equação 2.31 com base semi-empírica que, conforme Asteris et al. (2011) cita, é usada amplamente para a representação do problema. Por outro lado, Paulay e Priestley (1992) apresentam a

equação 2.32, que exprime um valor relativamente elevado, para resultar em uma estrutura mais rígida e, conseqüentemente, uma maior resposta sísmica à ação sísmica.

$$\frac{w}{d_w} = \frac{1}{3} \quad (2.28)$$

$$\lambda_h = h \sqrt[4]{\frac{E_w t_w \text{sen}(2\theta_w)}{4E_c I_c h_w}} \quad (2.29)$$

$$\frac{w}{d_w} = 0,16 \lambda_h^{-0,3} \quad (2.30)$$

$$\frac{w}{d_w} = \frac{0,95 d_w \text{sen}(2\theta_w)}{2\lambda_h} \quad (2.31)$$

$$\frac{w}{d_w} = \frac{1}{4} \quad (2.32)$$

Onde:

$w$  – Largura da diagonal comprimida;

$d_w$  – Comprimento da diagonal comprimida;

$\lambda_h$  – Parâmetro de rigidez entre painel e pórtico;

$h$  – Altura entre os eixos das vigas;

$h_w$  – Altura da parede;

$t_w$  – Espessura da parede;

$E_w$  – Módulo de elasticidade da parede;

$E_c$  – Módulo de elasticidade do pórtico;

$I_c$  – Momento de inércia do pilar;

$\theta_w$  – Ângulo da diagonal com a horizontal.

Assim, é feita uma comparação gráfica dos modelos através da figura 2.12 conforme os modelos de diagonal comprimida apresentados. É viável relatar que os métodos de Holmes (1961) e Paulay e Priestley (1992) expõem uma faixa superior de valores enquanto a formulação de Mainstone (1971) define um limite inferior. No entanto, a equação 2.31 de Liauw e Kwan (1984) cobre a área de variação da rigidez relativa  $\lambda_h$  variando entre os limites inferior e superior de largura relativa.

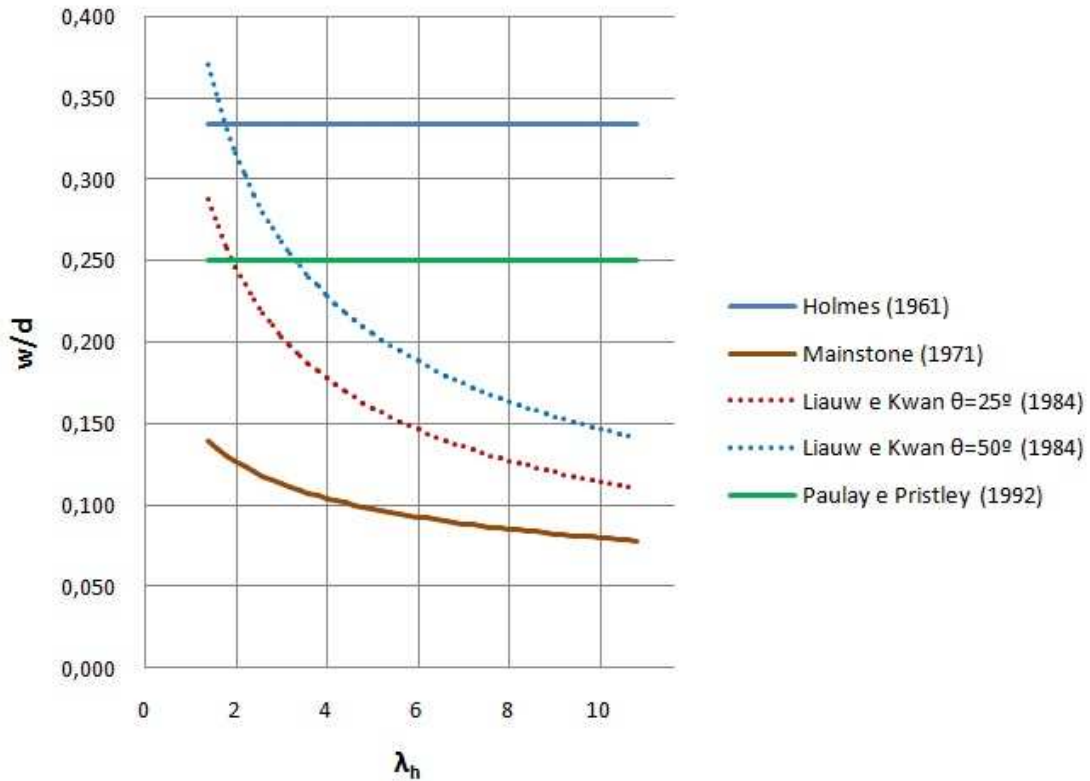


Figura 2.12: Comparação entre modelos de diagonal comprimida (fonte: ASTERIS et al., 2011).

Doudoumis (2006), ao fazer um estudo paramétrico através do método de elementos finitos, destaca a importância de uma série de parâmetros, tais como a relação entre a rigidez do painel e das colunas, a relação entre os momentos de inércia das colunas e das vigas, a relação entre altura e largura, o coeficiente de atrito considerado na superfície de contato e a relação entre os módulos de elasticidade horizontal e vertical da alvenaria. Tanto o pórtico em concreto quanto o painel de alvenaria são considerados materiais elásticos lineares e o carregamento aplicado é monotônico e apresenta convergência com o método experimental apresentado por Smith e Carter (1969), apesar de o autor concluir que o modelo com base experimental não é capaz de representar a fricção entre os diferentes materiais.

Em outro estudo com elementos finitos, Asteris (2003) faz uma análise paramétrica de aberturas no painel levando em conta a não linearidade no comportamento da alvenaria e no contato entre pórtico e parede. A figura 2.13 demonstra a redução na rigidez lateral total do sistema  $\lambda$  conforme diferentes tipos e tamanhos de abertura. A curva B apresenta tal redução para furos no centro do painel de alvenaria onde é possível observar que um furo com 10% da área total da parede causa uma redução de 40% na rigidez lateral do sistema. Os casos de furos nos cantos do painel são menos drásticos. Outra conclusão relatada, ao analisar pórticos

compostos por mais de um painel, é o aumento considerável no esforço cortante nos pilares em relação ao pórtico sem preenchimento em caso de um pavimento intermediário não ter alvenaria de fechamento enquanto os outros têm (*soft story*).

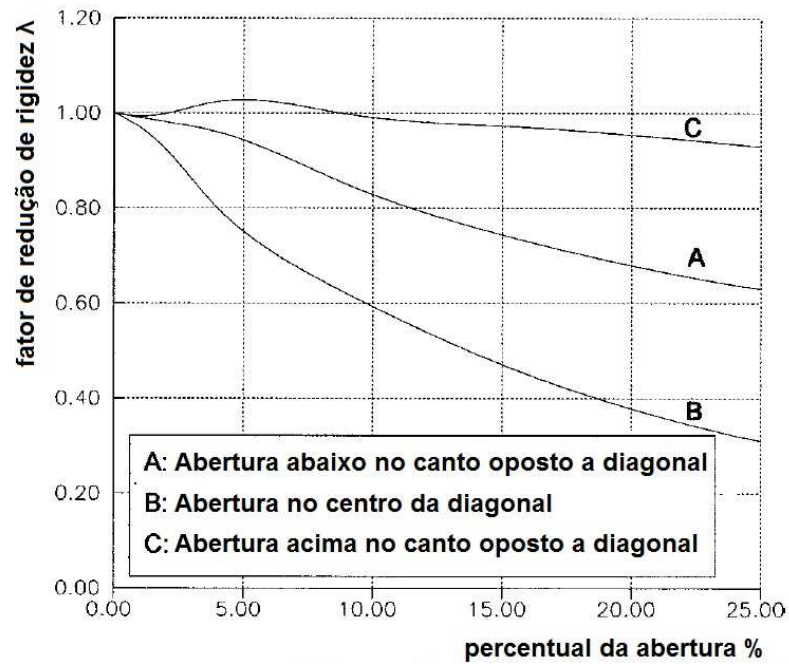


Figura 2.13: Redução da rigidez do pórtico em função da abertura no painel de alvenaria (fonte: ASTERIS, 2003).

No âmbito experimental, entre os diversos estudos já realizados, Buonopane e White (1999) fazem a análise de pórtico com dois painéis em dois pavimentos com aberturas para carga dinâmica. Entre as conclusões apresentadas, é feita uma comparação da diagonal efetiva dos testes com modelos típicos simplificados e o método mais próximo é o de Paulay e Priestley (1992) que, conforme o esperado, define valores um pouco superiores de rigidez da diagonal efetiva.

O estudo de Stylandis (2012) com testes experimentais em 48 pórticos reporta a influência da alvenaria, da argamassa e de eventual armação na argamassa para cargas cíclicas. É observada uma série de incertezas devido à complexidade no comportamento dos materiais em conjunto assim como os diversos parâmetros influentes tanto para fins de rigidez quanto para fins de dissipação de energia. No entanto, a figura 2.14 apresenta o acréscimo de rigidez relatado para testes com preenchimento de alvenaria sem reforço (F1 a F8) em relação ao pórtico vazado (FB) em função da distorção angular.

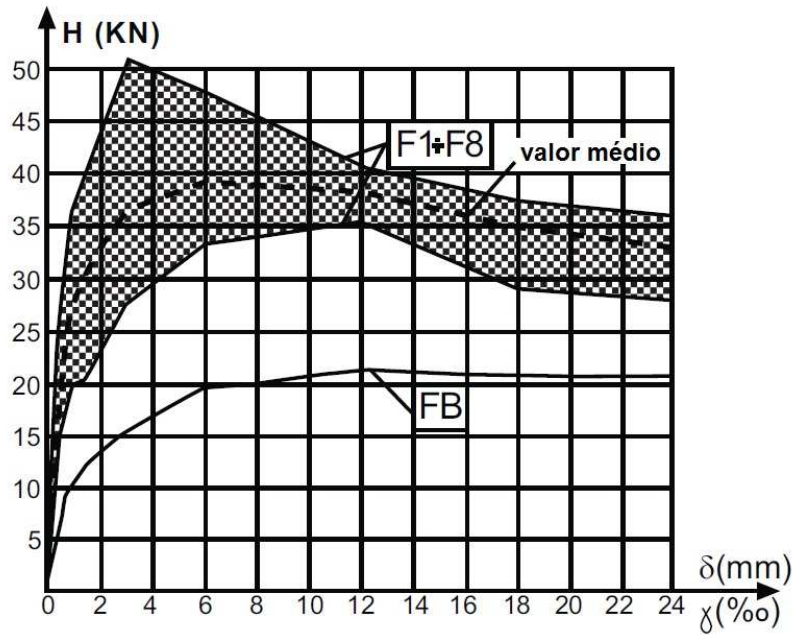


Figura 2.14: Envelope de deslocamentos para força lateral em pórtico preenchido com alvenaria sem reforço (fonte: STYLANDIS, 2012).

Conforme Asteris et al. (2011) explica, nas últimas duas décadas têm sido relatado que o modelo da diagonal comprimida não é capaz de representar a complexidade do problema. Então, modelos de múltiplas diagonais buscam representar de forma mais efetiva o sistema estrutural. Tais métodos são mais precisos e capazes de abranger um maior número de parâmetros que gerariam incertezas. Porém, os autores mencionam a dificuldade em selecionar com precisão os valores para os diversos parâmetros inviabilizando o método para a prática usual.

Com base nisso, é possível observar que o comportamento de pórticos de concreto preenchidos com alvenaria está longe de ser perfeitamente compreendido, embora, o aumento da rigidez do sistema devido à presença do fechamento seja expressivo. Ainda assim, tanto estudos experimentais, quanto métodos numéricos levam a concluir que o comportamento tende a ser semelhante ao do modelo da diagonal comprimida, proposto a mais de 50 anos ao passo que os mesmos estudos explicitam a sua imprecisão.

Este modelo de diagonal comprimida, além de ser prático, é útil para o estudo de vibrações de baixa amplitude em edifícios altos. Nestes casos, as paredes trabalham em regime elástico e a complexidade devida a não linearidades não é um fator predominante.



Foram apresentados diferentes métodos de estimar a largura da diagonal comprimida efetiva de alvenaria nesta parte do presente trabalho, porém existem vários outros modelos que podem caracterizar o problema. Uma etapa delicada, e que envolve o domínio de tal fenômeno, é escolher qual equação utilizar para descrever o caso. Portanto, ao adotar um modelo, é válido comparar com os resultados obtidos com outras formulações, bem como avaliar a proporcionalidade das dimensões obtidas em relação às demais do pórtico.

Outra tendência observada é de que, para edifícios altos e sensíveis a cargas dinâmicas, tal aumento na rigidez causado pela presença deste elemento não estrutural deve ser incluído na estimativa da frequência natural fundamental. Os limites superiores no período natural impostos por normas de ações sísmicas tendem a evitar a discrepância entre modelos sem elementos não estruturais. No âmbito experimental, é visto que os valores observados podem ter a influência da amplitude do carregamento e tal fenômeno está relacionado com a fissuração da alvenaria, dentre outros fenômenos.

Então, é comprovada a influência de painéis de alvenaria na rigidez de pórticos, e, por consequência, nas frequências naturais de edifícios altos. Estes elementos encontram-se em um estado de tensões de compressão vertical devido ao método construtivo, em que as paredes são executadas ao passo que os pavimentos são concretados de baixo para cima. Este encurtamento faz com que a parede se mobilize mais facilmente, validando mais ainda a necessidade da sua representação numérica. Para fins de estimativa e prática usual, apesar de mais precisos, atualmente é inviável a utilização de elementos complexos como os de múltiplas diagonais ou painéis de elementos finitos de casca nos modelos. Por isso, mesmo que sem exatidão, o modelo de diagonal comprimida apresenta-se como o mais viável para não negligenciar tal fator e aproximar a estimativa da frequência natural em modelos numéricos de edifícios altos.

O estudo feito por Kose (2009) envolve a análise do período natural fundamental de edificações em concreto armado com alvenaria de fechamento, que é representada por diagonais. Tal trabalho analisa 189 edificações com 5, 7 e 10 pavimentos e diferentes disposições estruturais e números de vãos. Entre suas conclusões, é relatada uma redução de 5% a 10% no período natural por considerar a alvenaria de fechamento.

## 2.5 CRITÉRIOS DE ACEITAÇÃO PARA VIBRAÇÕES

As cargas dinâmicas que atuam em edificações induzem vibrações que podem, ou não, ser relevantes. Tanto a percepção humana e o desconforto, quanto a estabilidade da estrutura devem ser respeitados e a presente etapa do trabalho aborda os limites de tolerância.

No caso particular de edifícios altos, os critérios de aceitação são de extrema relevância, pois tais estruturas são sensíveis à ação do vento. O projeto estrutural de tais edificações implica em verificações quanto ao estado limite último (ELU) e quanto ao estado limite de serviço (ELS). Assim, após estabelecer as dimensões do sistema estrutural e realizar verificações em ELU, algumas estruturas passam por um redimensionamento por não atenderem o ELS devido a vibrações excessivas. Obviamente, este redimensionamento envolve aumento dos gastos na construção. No entanto, a incerteza que existe acerca dos critérios de aceitação para vibrações questiona a real necessidade deste incremento de rigidez.

Bachmann e Ammann (1987) afirmam que a definição de um parâmetro de aceitação para limite de vibração é uma tarefa complexa. Os efeitos psicológicos causados em pessoas são de difícil mensuração, enquanto o critério embasado em preservar a integridade da estrutura é menos subjetivo. Desta forma, a tolerância é estipulada com base em limites de:

- a) efeitos psicológicos em pessoas;
- b) impedimento para funcionamento de maquinários e limitações em processamento de produtos;
- c) esforços, deformações e fadiga em elementos estruturais.

A metodologia utilizada para chegar a um limite de vibrações pode ser embasada tanto em amplitudes de deslocamentos, velocidades ou acelerações, quanto em quantidades empíricas. Até os dias atuais, não existe um critério único e preciso. Então, as formulações estabelecem uma magnitude para o limite aceitável.

Os mesmos autores apresentam as figuras 2.15 e 2.16 como formas de mensurar os efeitos de vibrações estruturais. Os limites são embasados em deslocamentos e acelerações relacionados à frequência da oscilação respectivamente e dizem respeito à percepção humana e limites de conforto.

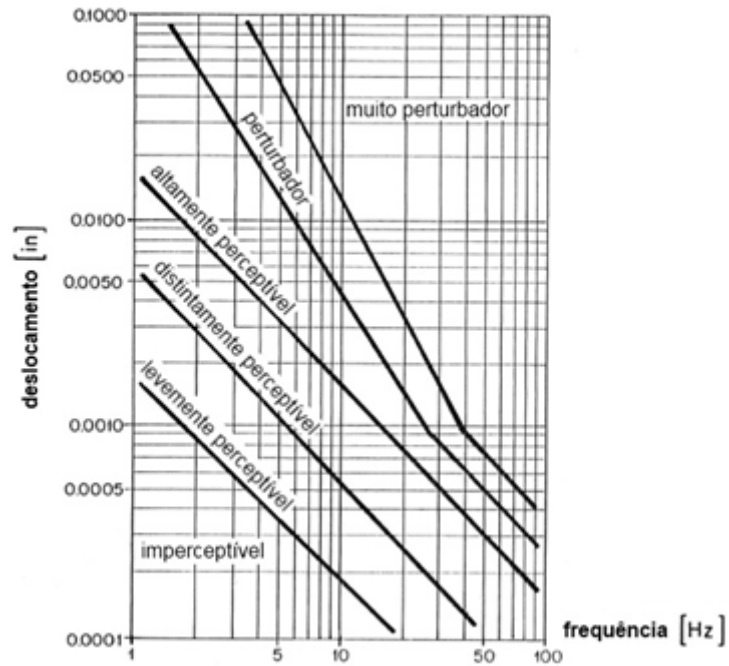


Figura 2.15: Percepção humana de vibrações através de deslocamentos (fonte: BACHMANN; AMMANN, 1987).

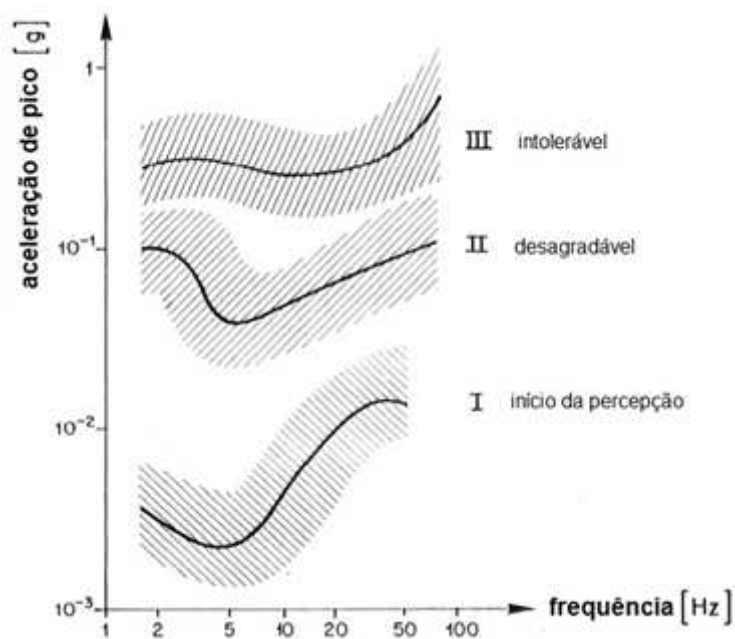


Figura 2.16: Percepção humana de vibrações através de aceleração (fonte: BACHMANN; AMMANN, 1987).

A figura 2.17, apresentada por Bachmann e Ammann (1987) expõe uma visão geral dos danos e efeitos causados por vibrações em estruturas e pessoas. Os limites são aproximados por regiões no gráfico em deslocamentos, acelerações, velocidades e frequência do movimento.

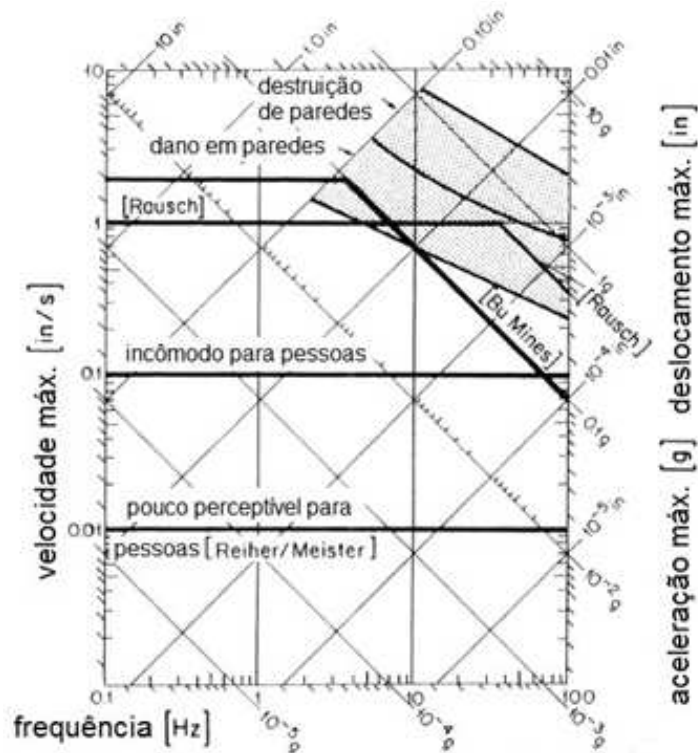


Figura 2.17: Efeitos e danos causados por vibrações (fonte: BACHMANN; AMMANN, 1987).

De forma análoga, a normativa alemã DIN 4150 parte 3 apresenta os limites com fundamento estrutural variando conforme a finalidades da edificação. A figura 2.18 evidencia o método que tem como base a relação entre a frequência de vibração e a máxima velocidade no movimento. É estabelecido que, para frequências menores que 10 Hz até 100 Hz, velocidades menores que 50 mm/s não podem ser toleradas a fim de evitar danos severos na estrutura e também é apresentado o limite de 20 mm/s para evitar danos menores (DIN, 1983).

No entanto, a parte 2 da norma DIN 4150 apresenta o fator empírico  $KB$  a fim de estabelecer limites para percepção de pessoas. A equação 2.33 define tal parâmetro enquanto a equação 2.34 apresenta a relação permitida entre deslocamentos, velocidades e acelerações máximas, que caracterizam uma vibração harmônica neste caso. Obtido o  $KB$ , este deve ser comparado com os valores do quadro 2.4 (DIN, 1983).

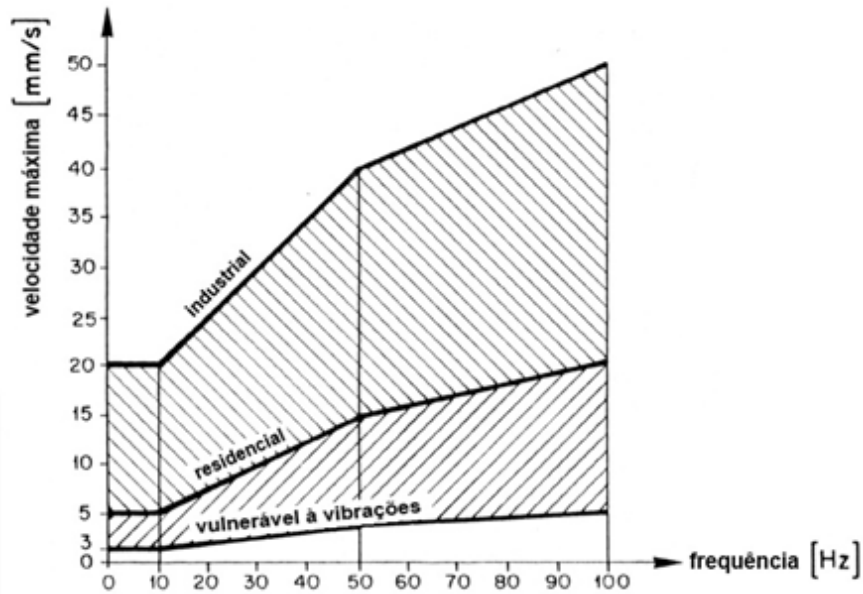


Figura 2.18: Limites estruturais de vibrações através da velocidade (fonte: DIN, 1983).

Quadro 2.4: Limites para o parâmetro KB.

Localização	Horário	Intensidade Aceitável para KB	
		Vibração Contínua	Vibração não frequente
Região puramente residencial	Diurno	0,2 (0,15*)	4
	Noturno	0,15 (0,1*)	0,15
Zonas centrais de pequenas cidades	Diurno	0,3 (0,2*)	8
	Noturno	0,2	0,2
Zonas comerciais e escritórios	Diurno	0,4	12
	Noturno	0,3	0,3
Regiões industriais	Diurno	0,6	12
	Noturno	0,4	0,4
Demais regiões	Diurno	0,1 a 0,6	4 a 12
	Noturno	0,1 a 0,4	0,15 a 0,4

(\*) Valores entre parênteses devem ser comparados com construções excitadas horizontalmente com frequência abaixo de 5 Hz.

(fonte: DIN, 1983)

$$KB = d \frac{0,8f^2}{\sqrt{1 + 0,032f^2}} \quad (2.33)$$

$$d = \frac{v}{2\pi f} = \frac{a}{4\pi^2 f^2} \quad (2.34)$$

Onde:

$KB$  – Parâmetro de intensidade de percepção;

$d$  – Deslocamento máximo (mm);

$f$  – Frequência do movimento (Hz);

$v$  – Velocidade máxima (mm/s);

$a$  – Aceleração máxima (mm/s<sup>2</sup>).

O capítulo 9 da NBR 6123/1988, referente à força do vento em edificações, impõe um limite de 0,1 m/s<sup>2</sup> para as acelerações oriundas de análise modal. Tal valor pode ser ultrapassado, em média, uma vez a cada dez anos, e a conversão de deslocamentos em acelerações deve ser feita através da equação 2.34. O presente método tem base na percepção humana de oscilações e, por isso, deve ser utilizado para estruturas destinadas à ocupação por pessoas (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1988).

Burton et al. (2006) menciona que, em construções de altura maior que 100 m, a resposta fisiológica para vibrações induzidas pelo vento é uma parte vital do projeto. Bashor e Kareem (2009) citam que determinar a habitabilidade de uma edificação depende não apenas da resposta da estrutura, mas também do efeito atuante nas pessoas. Assim, para obter uma representação satisfatória do problema, seria necessário um modelo biodinâmico humano capaz de reduzir as incertezas nesta área.

A percepção humana depende da interação entre vários mecanismos visuais, auditivos, cinestésicos e, principalmente, vestibulares. Este último é o mais importante e o responsável pelo equilíbrio através da percepção de acelerações lineares, conforme Burton et al. (2006) explica. Bashor e Kareem (2009) dividem em dois patamares a percepção humana: início da percepção e limite de tolerância. Os mesmos autores ainda salientam que a percepção humana tem caráter probabilístico do tipo log-normal e questionam as incertezas de adotar o modelo gaussiano para distribuição de acelerações a fim de chegar a um fator de pico.

Em um estudo de laboratório, feito com pessoas, induzindo séries espaçadas de vibrações de mesma amplitude com frequência variando, Burton et al. (2006) mediu acelerações no chão,

nas costas e na cabeça dos sujeitos. Assim, foram obtidos fatores de amplificação de acelerações entre o corpo humano e o chão e entre a cabeça e o chão. Também foram estudados os deslocamentos da cabeça.

Os mesmos autores mencionam uma amplificação de acelerações para o tronco humano de aproximadamente duas vezes na faixa de frequências medidas (valores entre 0,15 Hz e 1,00 Hz) e, para a cabeça, a amplificação relatada tem caráter crescente com o aumento da frequência, conforme a figura 2.19 apresenta. No que diz respeito aos deslocamentos na cabeça dos sujeitos, os valores medidos foram menores em comparação com as amplitudes no chão. Porém, é constatada uma relação quase constante de tais deslocamentos com a paralaxe visual.

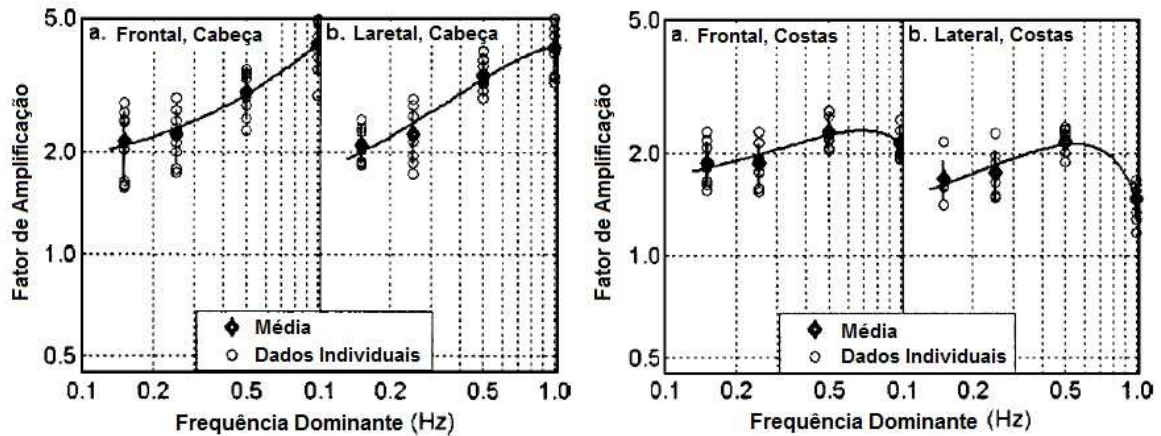


Figura 2.19: Fatores de amplificação de acelerações em humanos (fonte: BURTON et al., 2006).

O estudo realizado por Tamura et al. (2006) apresenta o desenvolvimento do método do AIJ (Instituto de Arquitetura do Japão). Os experimentos feitos em laboratório com 270 sujeitos submetidos a vibrações senoidais e randômicas são divididos em três cenários: de baixa ou média ou alta frequência, que abrangem faixas de 0,15 a 0,315 Hz, 0,33 a 2,0 Hz e 1,0 a 6,0 Hz respectivamente. Todavia, os testes não levam em conta fatores visuais ou auditivos e apenas a posição sentada foi objeto de análise.

Cada um desses três cenários mencionados antes tem duração entre 50 e 100 minutos tendo a ordem das frequências disposta aleatoriamente. Nestes experimentos, os sujeitos tinham dois botões em sua frente: um para relatar o início da percepção e outro para anunciar o fim. No

caso específico de frequências baixas, havia mais três botões indicando que o movimento é imperceptível ou pouco perceptível ou bastante perceptível.

O resultado desta bateria de testes e ajustes probabilísticos chega à figura 2.20 onde as curvas  $H-n$  apresentam o limite de percepção para um percentual  $n$  de pessoas e também onde outros métodos são comparados. Outras conclusões de Tamura et al. (2006) são de que as vibrações aleatórias e senoidais não apresentam grande variação na percepção humana, assim como movimentos elipsoidais são vistos como uniaxiais. Foi exposto também que a percepção humana tem caráter log-normal (conforme já foi mencionado por outros autores) tomando como base a aceleração de pico e que o nível social e econômico do habitante da edificação influencia na tolerância de vibrações.

Na mesma figura 2.20, estão os limites apresentados na ISO 6897/1984 para um vento com 5 anos como tempo de recorrência. A normativa aborda o limite em termos de valor quadrático médio (RMS) que, para fins de comparação com limites de pico, é multiplicado por um fator de pico (INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION, 1984).

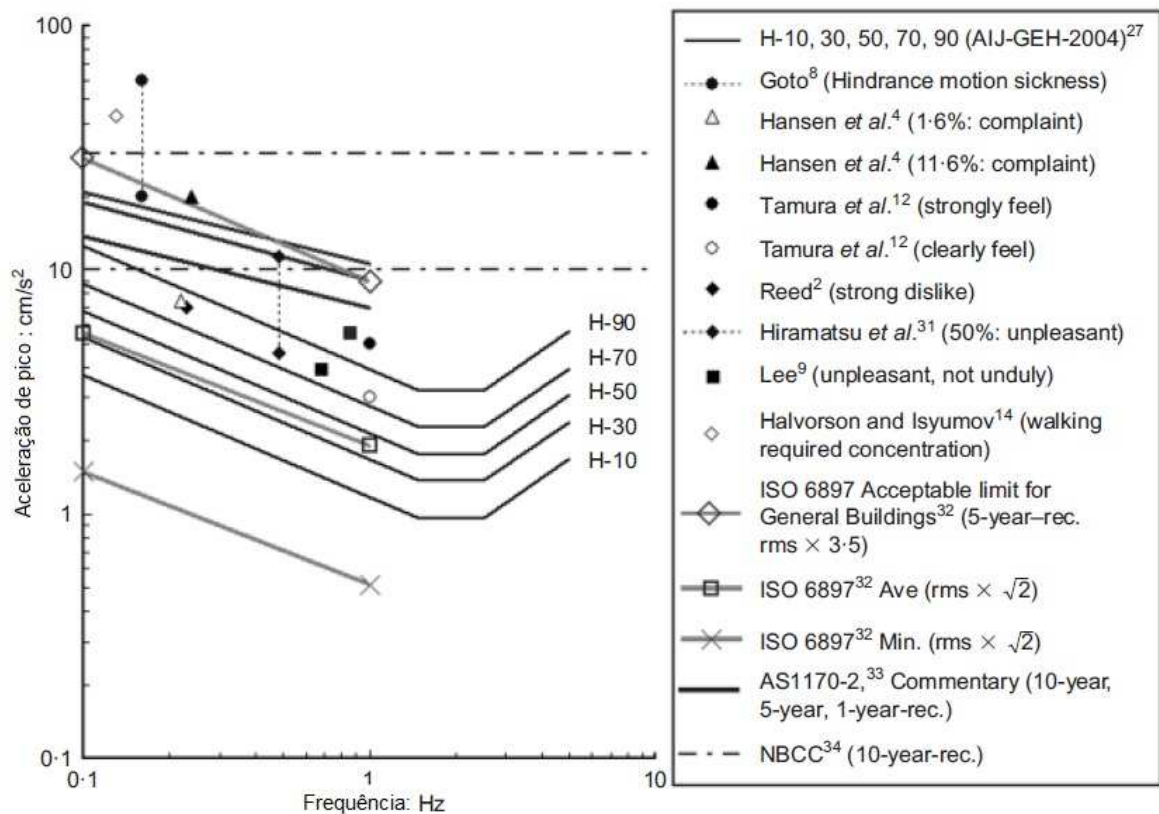


Figura 2.20: Curvas especificadas no AIJ e percepção humana (fonte: TAMURA et al., 2006).



A norma ISO 10137/2007 apresenta dois limites de conforto para vibrações oriundas do vento: residencial e comercial. Ambos limites são em termos de aceleração de pico para um vento com tempo de recorrência de 1 ano. É visível, através da figura 2.21, que a curva resultante para residências é similar à curva H-90 de Tamura et al. (2006) presente na curva 2.20 (INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION, 2007).

Todavia, McNamara et al. (2002) salienta que testes feitos com simuladores de movimento não são capazes de representar o caráter aleatório das vibrações impostas aos edifícios altos e o acoplamento de diferentes modos. Até porque a abstinência de observações visuais e auditivas negligencia estímulos importantes para as pessoas. Em meio a incertezas no estabelecimento de limites, investigações têm indicado que o *jerk* (taxa de variação da aceleração) é o principal dos fatores responsáveis pela percepção humana de movimentos, visto que este parâmetro também é referido em movimentos de elevadores.

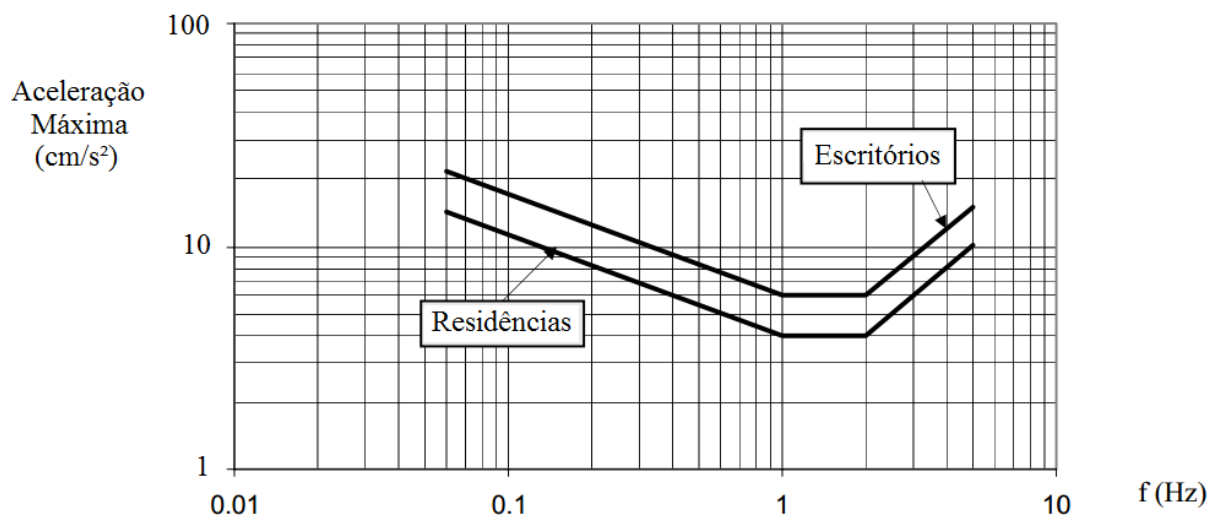


Figura 2.21: Critério de conforto para vibrações devidas ao vento ISO 10137/2007 (fonte: INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION, 2007).

Conclui-se que ainda é difícil de estabelecer limites para vibrações atualmente. Os limites mais frequentemente utilizados são de deslocamentos, velocidades e acelerações, sendo que este último está fortemente ligado à percepção humana em baixas frequências. Assim, além da subjetividade dos parâmetros existentes em bibliografia, é importante levar em consideração o objetivo do limite de vibração que se busca, isto é, para humanos ou para limites estruturais

ou outros. No caso de critérios de aceitação para vibrações em edifícios altos, estes dizem respeito a limites de conforto e são de extrema relevância durante a fase de projeto.

No âmbito de percepção humana, vários estudos têm sido feitos ultimamente e, apesar da gama de fatores de difícil mensuração influentes, a área está desenvolvendo atualmente. Relata-se também que o limite apresentado pela NBR 6123/1988 ( $0,1 \text{ m/s}^2$ ) está em um patamar onde vibrações já são perceptíveis para valores típicos de frequências naturais fundamentais de edifícios altos. No entanto, a NBR 6123/1988 tem o seu limite para um vento de 10 anos de tempo de retorno, ao passo que a ISO 10137/2007 apresenta um limite mais brando por se tratar de 1 ano de tempo de retorno.

### 3 MODELO ALTERNATIVO PARA VALIDAÇÃO DA FREQUÊNCIA NATURAL

Este capítulo apresenta uma metodologia alternativa para validação da frequência natural fundamental de translação de edifícios altos em concreto armado. Para tal, é feita uma rotina de programação através da plataforma GNU Octave.

Conforme já foi mencionado, as frequências naturais são parâmetros da estrutura sujeitos a muitas incertezas. É possível aproximar o valor através de formulações simples com base experimental, ou então estabelecer um valor de referência através de um modelo numérico. No segundo caso, é fundamental que o projetista tenha o controle e o conhecimento da ferramenta utilizada. Pois, a modelagem numérica é uma tarefa complexa e diferentes softwares de análise estrutural podem levar a diferentes resultados. Sendo assim, um valor de referência, obtido através de uma ferramenta simples, é extremamente útil para a comparação com os resultados destes modelos mais elaborados.

Ainda assim, é importante ressaltar a diferença que existe entre resultado de modelos analíticos e numéricos e a frequência natural medida experimentalmente. Fatores como a influência de elementos não estruturais na rigidez, interação solo-estrutura, variabilidade na construção entre outros são de difícil representação e justificam essa diferença. Assim sendo, a metodologia apresentada neste capítulo é tão incapaz de obter uma estimativa absolutamente confiável quanto outros modelos analíticos ou numéricos.

Na sequência, primeiro são discutidos os modelos contínuos de barras, então é exposta a premissa fundamental que viabiliza a programação feita. Depois são explicitados os métodos para obter as matrizes de rigidez, tanto para os pórticos quanto para os núcleos, e a matriz de massa. Os conceitos aplicados são embasados nos capítulos 7, 9 e 11 do livro *Tall Building Structures: Analysis and Design* (SMITH; COULL, 1991) que se referem a estruturas de pórtico, estruturas de parede e estruturas de pórtico e parede, respectivamente. Por fim, conclui-se com a obtenção da frequência natural e fazendo menção às limitações do método.

### 3.1 MODELOS CONTÍNUOS CONVENCIONAIS

Edificações altas de concreto armado têm um comportamento que pode ser caracterizado como semelhante ao de uma viga em balanço quando solicitados com cargas horizontais ao longo da altura. Assim, ao levar em conta tal simplificação, é viável aproximar a frequência natural de uma edificação através do quociente de Rayleigh.

As seguintes etapas estão divididas em dois índices. Primeiramente, são apresentados conceitos básicos de análise de vigas e, depois, a discussão sobre modelos envolvendo vigas ligadas em paralelo com intuito de melhor representar o comportamento de arranha-céus.

#### 3.1.1 Modelos Clássicos de Análise de Barras

A equação da linha elástica, explicitada na equação 3.1, apresenta a equação diferencial que descreve as deformações devidas à flexão em uma barra com seção transversal simétrica. No entanto, tal formulação não representa o efeito do corte (ODDEN; RIPPERGER, 1981).

$$\frac{d^2}{dz^2} \left( EI \frac{d^2 u}{dz^2} \right) = p \quad (3.1)$$

Onde:

$z$  – Eixo longitudinal da barra;

$EI$  – Rigidez à flexão da barra;

$u$  – Curva elástica;

$p$  – Carregamento transversal ao eixo.

Então, a fim de representar a influência do corte nas deflexões da viga, Odden e Ripperger (1981) expõem a equação 3.2. É possível observar que a solução da equação diferencial depende não somente da relação entre momento fletor atuante e o respectivo momento de inércia, mas também daquela entre a carga e a área resistente ao corte.

$$\frac{d^2 u}{dz^2} = - \left( \frac{M}{EI} + \frac{p}{G_C A_C} \right) \quad (3.2)$$

Onde:

$M$  – Momento fletor na seção;

$G_C A_C$  – Rigidez ao corte da barra;

O modelo da viga de Timoshenko (1922) é vastamente utilizado para análise dinâmica de barras, sendo que as equações 3.3 e 3.4 o governam. Challamel (2006) compara a viga de Timoshenko com a viga de corte puro. O resultado da comparação relata que, em casos de rigidez à flexão muito maior que a rigidez ao corte, a convergência entre os dois modelos ainda é possível se a inércia rotacional puder ser negligenciada.

$$\rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - G_c A_c \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + G_c A_c \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0 \quad (3.3)$$

$$\rho I \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} - G_c A_c \left( \frac{\partial y}{\partial x} - \theta \right) - EI \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = 0 \quad (3.4)$$

Onde:

$x$  – Variável ao longo do eixo da barra;

$y$  – Deflexão transversal;

$\theta$  – Giro da seção;

$\rho$  – Massa específica;

$A$  – Área da seção.

Hodges (2007) fez um estudo comparativo sobre as frequências naturais obtidas para as vigas de Bernoulli-Euler e de corte comparadas a de Timoshenko. Foi observado que, para as rigidezes à flexão e ao corte em uma ordem de grandeza equivalente, há uma boa correlação do modelo de Bernoulli-Euler para vigas delgadas. Em contrapartida, a viga de corte tem uma excelente correlação quando a rigidez à flexão é notavelmente maior que a rigidez ao corte.

Portanto, a escolha de um modelo em especial deve ser feita conforme o caso em estudo. Tanto a viga de Bernoulli-Euler, quanto a viga de Timoshenko e a viga de corte são úteis na obtenção de frequências naturais.

Conforme as características da viga (ou edificação representada como tal), o modelo a ser utilizado pode fornecer vantagens. A viga de Timoshenko é uma ótima aproximação por representar os giros da seção tanto ao corte quanto à flexão quando ambos têm relevância na análise. Porém, os modelos mais simplificados são relatados como boas ferramentas para casos em que a deformação por corte ou por flexão é notavelmente mais relevante que a outra, além de serem modelos mais práticos.

Conclui-se que as vigas de Bernoulli-Euler e de corte são ferramentas funcionais na estimativa de frequências naturais enquanto a viga de Timoshenko é uma boa ferramenta por atribuir ambas as deformações de corte e flexão. Na próxima etapa do trabalho, são discutidas outras formas de agregar rigidez ao corte e à flexão em modelos de barras.

### 3.1.2 Modelos de Vigas em Paralelo

Contextualizando a aplicação de modelos de viga em edificações altas, Dym e Williams (2007) comparam a viga de Timoshenko com um modelo de vigas de corte puro e flexão pura acopladas, isto é, com compatibilidade de deslocamentos. Nota-se que a viga de Timoshenko pode ser usada para estimar a frequência natural de estruturas compostas por parede (*shearwall*). O modelo de vigas acopladas é apropriado para estruturas de pórtico e núcleo. No entanto, comparando o estudo de Dym e Williams (2007) com o que se relata experimentalmente, para uma viga com parâmetros característicos de deflexão ao corte dominante, o modelo de Timoshenko apresenta a frequência natural fundamental variando proporcional a  $1/H^2$ . Já o modelo de vigas acopladas varia conforme  $1/H$ , sendo  $H$  a altura da edificação ou dimensão longitudinal da viga.

Miranda e Taghavi (2005) obtêm as propriedades dinâmicas de uma edificação alta e esbelta através da consideração de um modelo contínuo específico. Tal modelo é representado por duas vigas em paralelo, sendo uma com deflexão apenas ao corte, e a outra apenas à flexão. A forma de acoplar os dois efeitos é através de barras rígidas axialmente e rotuladas que ligam os dois modelos independentes conforme a figura 3.1 expõe.

Ao analisar edificações de tal forma, os mesmos autores descrevem a importância do fator  $\alpha_0$  que relaciona a rigidez ao corte com a rigidez à flexão. A equação 3.5 demonstra esta fração que, quando se aproxima de zero exemplifica a viga de Euler-Bernoulli (modelo com deflexões puramente à flexão) e quando tende a infinito corresponde a um modelo com deformações absolutas de corte.

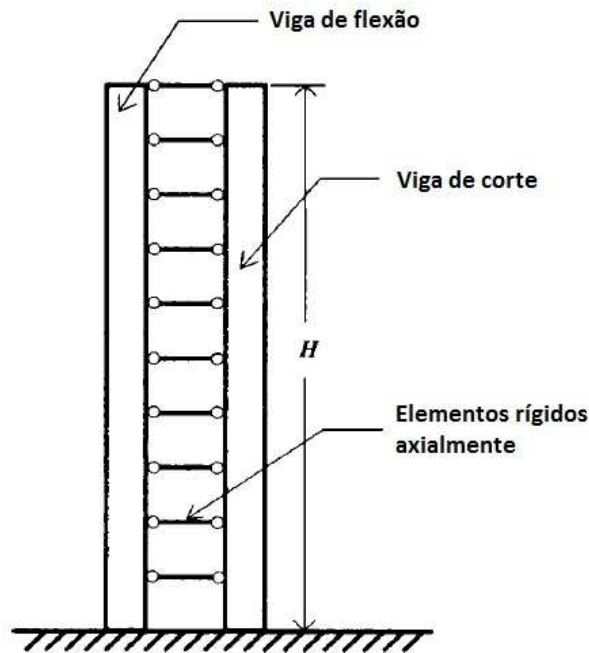


Figura 3.1: Modelo simplificado para edifícios com elementos rígidos ligando as vigas (fonte: MIRANDA; TAGHAVI, 2005).

$$\alpha_0^2 = \frac{G_C A_C}{EI} H^2 \quad (3.5)$$

Onde:

$\alpha_0$  – Parâmetro de relação entre corte e flexão;

$H$  – Comprimento total da barra.

O parâmetro  $\alpha_0$  também é capaz de interferir nas formas modais de vibração e nas frequências naturais dos primeiros modos entre si. O decréscimo de tal parâmetro leva a deslocamentos relativos menores comparados ao máximo do respectivo modo. Enquanto que, com o  $\alpha_0$  alto, os vários graus de liberdade apresentam deflexões modais com valores mais semelhantes. Em relação às frequências naturais, o acréscimo de  $\alpha_0$  relata uma proximidade maior entre o valor das três primeiras. Diferentes tipologias estruturais de edifícios altos residem, usualmente, em faixas características de  $\alpha_0$  (MIRANDA; TAGHAVI, 2005):

$0 < \alpha_0 \leq 1,5$  - Sistema de parede (*shearwall*) ou pórtico contraventado com treliça;

$1,5 \leq \alpha_0 \leq 5$  - Sistema dual com estrutura aporticada junto à parede ou junto ao pórtico contraventado com treliça;

$5 \leq \alpha_0 \leq 20$  - Estrutura aporticada.

A utilização de um modelo contínuo para estudo de edificações implica em atribuir características de um sistema discreto para tal finalidade. Smith e Crowe (1986) apresentam várias formas se caracterizar a rigidez ao corte de edificações de diferentes tipologias estruturais. A seguir, é apresentada uma série de equações que exprimem a obtenção do parâmetro  $\alpha_0$ : a equação 3.6 demonstra o próprio parâmetro, a equação 3.7 expõe o fator de rigidez à flexão, que se refere à soma do momento de inércia dos pilares e paredes e seus módulos de elasticidade, e as equações 3.8, 3.9 e 3.10 referem-se à rigidez ao corte para sistemas de pórtico somente, paredes acopladas e pórtico com parede, respectivamente. As equações 3.11, 3.12 e 3.13 apresentam o cálculo dos parâmetros auxiliares para a rigidez ao corte do sistema pórtico parede.

$$\alpha_0^2 = \frac{\alpha_C}{\alpha_F} H^2 \quad (3.6)$$

$$\alpha_F = \sum EI \quad (3.7)$$

$$\alpha_C = \frac{12E}{h \left[ \frac{1}{\sum \frac{I_P}{h}} + \frac{1}{\sum \frac{I_V}{l}} \right]} \quad (3.8)$$

$$\alpha_C = \frac{12EI_b l_b^2}{b^3 h} \quad (3.9)$$

$$\alpha_C = \frac{6EI_V}{lh} [(1+r)(1+2r+s)] \quad (3.10)$$

$$r = \frac{t_V}{l} \quad (3.11)$$

$$s = \frac{\beta - 3r - 1}{\beta + 2} \quad (3.12)$$

$$\beta = \frac{6EI_P l}{EI_V h} \quad (3.13)$$

Onde:

$\alpha_0$  – Parâmetro de relação entre corte e flexão;

$\alpha_F$  – Rigidez à flexão do sistema estrutural;

$\alpha_C$  – Rigidez ao corte do sistema estrutural;



- $I_P$  – Momento de inércia do pilar;  
 $I_V$  – Momento de inércia da viga;  
 $h$  – Altura do pavimento tipo;  
 $l$  – Vão da viga;  
 $I_b$  – Momento de inércia da viga que liga paredes;  
 $l_b$  – Distância entre eixo das paredes ligada pela viga;  
 $b$  – Vão livre da viga que liga paredes;  
 $t_V$  – Distância do eixo da parede até o início do vão livre da viga.

A resolução da equação que rege a vibração livre não amortecida de um sistema contínuo, para o caso especificado na figura 3.1, é feita por Miranda e Taghavi (2005) através de separação de variáveis, e os resultados são formas modais e frequências naturais. No entanto, para chegar nessa função e nesse valor, necessita-se obter um coeficiente correspondente ao modo de vibração em questão. As três menores raízes da equação 3.14, em ordem crescente, apresentam os valores que são usados na equação 3.15, respectivamente, para o cálculo da frequência natural angular do modo.

$$2 + \left[ 2 + \frac{\alpha_0^4}{\gamma_i^2(\gamma_i^2 + \alpha_0^2)} \right] \cos(\gamma_i) \cosh\left(\sqrt{\gamma_i^2 + \alpha_0^2}\right) \quad (3.14)$$

$$+ \left[ \frac{\alpha_0^2}{\gamma_i \sqrt{\gamma_i^2 + \alpha_0^2}} \right] \sin(\gamma_i) \sinh\left(\sqrt{\gamma_i^2 + \alpha_0^2}\right) = 0$$

$$\omega_i^2 = \frac{EI}{\rho H^4} \gamma_i^2 (\gamma_i^2 + \alpha_0^2) \quad (3.15)$$

Onde:

- $\gamma_i$  – Raiz da equação 3.14 associada ao autovalor  $i$ ;  
 $\omega_i$  – Frequência natural angular  $i$ ;

Enquanto o método anterior apresenta a solução para vigas acopladas através de elementos rígidos, Dym (2013) apresenta uma análise utilizando uma mola rotacional ligando as vigas de corte e flexão. Os deslocamentos horizontais de ambas as vigas também são assumidos como iguais e a mola rotacional que as liga é conectada em um ponto acima da base conforme a figura 3.2. As equações 3.16 e 3.17 apresentam a frequência natural fundamental através do método de Rayleigh para dois casos específicos de forma modal pré-definida.

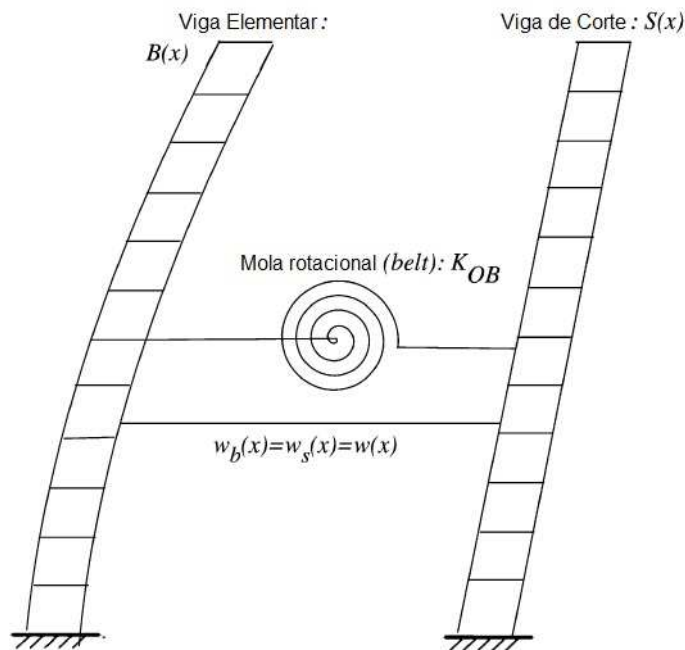


Figura 3.2: Modelo simplificado para edifícios com mola rotacional ligando as vigas (fonte: DYM, 2013).

$$\omega^2 = \frac{EI}{\rho AH^4} (12,47 + 4,45\alpha_0^2) \quad (3.16)$$

$$\omega^2 = \frac{EI}{\rho AH^4} (13,42 + 5,44\alpha_0^2) \quad (3.17)$$

É possível afirmar que métodos aproximados com base em modelo contínuo produzem resultados efetivos quando comparados com valores obtidos através de métodos numéricos computacionais. Smith e Crowe (1986) apresentam uma metodologia que pode ser uma alternativa interessante na estimativa rápida e prévia à elaboração de um modelo. O estudo apresentado por Dym (2013) também chega a resultados próximos de modelos feitos com o software SAP2000.

Conforme visto em capítulos anteriores, a estimativa de frequências naturais em um edifício esbelto não é simples e acarreta algumas incertezas. A escolha de um modelo simplificado é capaz de representar o comportamento da estrutura, mas negligencia alguns fatores como a contribuição de elementos não estruturais na rigidez, a interação solo estrutura, a não linearidade dos materiais entre outros. Ainda assim, os modelos discutidos nesta parte do trabalho são ferramentas válidas e ressaltam a importância da tipologia estrutural além da altura para relatar o comportamento da edificação através do parâmetro  $\alpha_0$ .

## 3.2 PREMISSAS CONSIDERADAS

O item 2.1.3 descreve a obtenção da frequência natural fundamental para uma estrutura que se comporta conforme o conceito *shear building*. Porém, a aplicação direta de tal modelo para edifícios altos é inviável, visto que, neste caso específico, os pavimentos não podem ser considerados completamente rígidos. Ainda assim, as matrizes de rigidez e de massa reduzidas aos graus de liberdade de deslocamento lateral de cada pavimento são simplificações válidas para o presente estudo.

A proposta deste capítulo é de obter a frequência natural através do problema de autovalores e autovetores, exposto em 2.1.1, para um modelo com os graus de liberdade citados. Considera-se que a estrutura é formada por sistemas de dois tipos (núcleo rígido e pórtico) ao passo que as matrizes de rigidez são montadas para cada sistema e depois são compatibilizadas a fim de se obter o comportamento estrutural resultante.

Fica evidente que a metodologia não se aplica a tipologias estruturais que fogem do padrão pórticos e paredes, enquanto que a torção dos pavimentos também não é contemplada. Portanto, da mesma forma que em qualquer simplificação, esta negligencia a influência de elementos julgados irrelevantes. Eles são vigas que não formam pórtico ou transversais à direção em análise, lajes, elementos não estruturais entre outros.

A compatibilização das matrizes de rigidez dos pórticos e dos núcleos, formados por paredes, parte do princípio de que os deslocamentos resultantes em ambas as estruturas são os mesmos. Isto é, apesar de o pavimento não ser considerado rígido fora do seu plano, os seus deslocamentos horizontais são os mesmos para qualquer ponto. Smith e Coull (1991) explicam que a figura 3.1 pode ser utilizada para representar, tanto uma estrutura com paredes e pórticos interagindo no mesmo plano, quanto uma estrutura com pórticos e paredes em planos paralelos. Esta compatibilização é similar a que é feita por Miranda e Taghavi (2005), discutida em 3.1.2, porém, aquele caso trata de duas barras contínuas enquanto o modelo aqui apresentado é discretizado através de pavimentos.

As equações 3.18, 3.19 e 3.20 relatam a compatibilização de deslocamentos para um exemplo de pavimento de edificação com 2 núcleos e 2 pórticos enquanto a equação 3.21 é a conclusão aplicada ao presente capítulo em forma matricial. Desta forma, a matriz de rigidez da edificação é igual à soma das matrizes de rigidez de cada pórtico e núcleo.

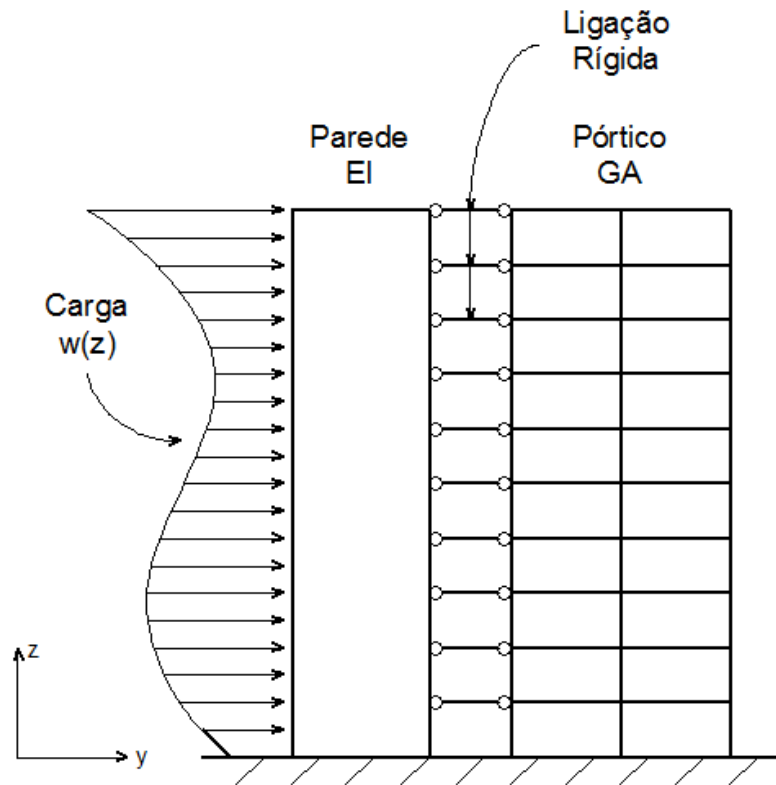


Figura 3.3: Estrutura planar de parede e pórtico  
(fonte: SMITH; COULL, 1991).

$$u_j = u_{j \text{ núcleo } 1} = u_{j \text{ núcleo } 2} = u_{j \text{ pórtico } 1} = u_{j \text{ pórtico } 2} \quad (3.18)$$

$$\frac{F_j}{k_j} = \frac{F_{j \text{ núcleo } 1}}{k_{j \text{ núcleo } 1}} = \frac{F_{j \text{ núcleo } 2}}{k_{j \text{ núcleo } 2}} = \frac{F_{j \text{ pórtico } 1}}{k_{j \text{ pórtico } 1}} = \frac{F_{j \text{ pórtico } 2}}{k_{j \text{ pórtico } 2}} \quad (3.19)$$

$$k_j = k_{j \text{ núcleo } 1} + k_{j \text{ núcleo } 2} + k_{j \text{ pórtico } 1} + k_{j \text{ pórtico } 2} \quad (3.20)$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_{\text{núcleo } 1} + \mathbf{K}_{\text{núcleo } 2} + \mathbf{K}_{\text{pórtico } 1} + \mathbf{K}_{\text{pórtico } 2} \quad (3.21)$$

Onde:

$u_j$ – Deslocamento no pavimento  $j$ ;

$F_j$ – Força atuante no pavimento  $j$ ;

$k_j$ – Rigidez ao deslocamento do pavimento  $j$ ;

$\mathbf{K}$ – Matriz de rigidez.

### 3.3 MATRIZ DE RIGIDEZ DO NÚCLEO RÍGIDO

No item precedente, foi apresentado o modelo de compatibilização entre núcleo e pórtico. A presente parte do trabalho define a matriz de rigidez para os núcleos. Sendo que, paredes e demais elementos verticais com demasiada rigidez à flexão são considerados formadores de núcleo.

Segundo Smith e Coull (1991), a consideração de que paredes deformam apenas por flexão é válida ao analisar estruturas de pórtico e parede. Somando-se a isso, conforme relatado no item 3.1.2, existe uma analogia entre a rigidez à flexão da edificação e o sistema estrutural formado por paredes.

Clough e Penzien (2003) definem que o comportamento de uma barra uniforme sujeita a deslocamentos nodais em um extremo, enquanto fixando os outros, deve ser representado através de uma função que satisfaça a continuidade interna e nodal. Essas funções são polinômios cúbicos de Heremite e os coeficientes de rigidez são determinados através delas ao equalizar o trabalho interno e o trabalho externo realizado pela força. Assim, é possível montar a matriz de rigidez para uma barra uniforme expressa pela equação 3.22 para os graus de liberdade de deslocamento transversal no nó inicial, deslocamento transversal no nó final, giro no nó inicial e giro no nó final respectivamente.

$$\begin{pmatrix} F_{u1} \\ F_{u2} \\ F_{\theta1} \\ F_{\theta2} \end{pmatrix} = \frac{2EI}{L^3} \begin{bmatrix} 6 & -6 & 3L & 3L \\ -6 & 6 & -3L & -3L \\ 3L & -3L & 2L^2 & L^2 \\ 3L & -3L & L^2 & 2L^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \theta_1 \\ \theta_2 \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

Onde:

$F_j$ – Carga atuante grau de liberdade  $j$ ;

$L$ – Comprimento da barra;

$u_1$ – deslocamento no nó 1;

$u_2$ – deslocamento no nó 2;

$\theta_1$ – giro no nó 1;

$\theta_2$ – giro no nó 2.

Faz-se viável utilizar a equação 3.22 para discretizar o comportamento das paredes onde o comprimento da barra é a distância entre pavimentos e estas barras estão ligadas em série ao

longo da altura. O momento de inércia e o módulo de elasticidade são os mesmos dos elementos do núcleo e do material utilizado. Também é considerado que as propriedades dos núcleos rígidos são mantidas constantes em cada lance entre pavimentos.

Então, obtém-se uma matriz de rigidez para o núcleo da edificação com o tamanho igual ao dobro do número de pavimentos. Isto é, ela relaciona os deslocamentos horizontais e os giros de cada pavimento. No entanto, para ser possível a compatibilização com a matriz de rigidez dos pórticos, é necessário reduzir esta matriz somente a graus de liberdade de deslocamentos horizontais.

A redução nos graus de liberdade da matriz de rigidez é feita através da matriz de flexibilidade. Uma força unitária horizontal é aplicada em um pavimento  $j$  e os deslocamentos em todos os pavimentos são registrados formando assim uma das linhas da matriz de flexibilidade reduzida que diz respeito ao pavimento  $j$ . Ao aplicar essas forças em cada pavimento e registrar os deslocamentos em forma de linhas, onde as linhas estão ordenadas conforme os pavimentos, o resultado é a matriz de flexibilidade de tamanho igual ao número de pavimentos. Para finalizar esta redução, a matriz de flexibilidade é invertida chegando a matriz de rigidez do núcleo.

Esta forma de atribuir as rigidezes das paredes é bastante efetiva por ser simples e representar com qualidade o comportamento de tais elementos. Existe uma perda de precisão na redução dos graus de liberdade, assim como não é considerada a rigidez axial dos elementos. Todavia, fica fácil observar a semelhança da metodologia aqui aplicada com base na figura 3.3 apresentada em 3.2.

### 3.4 MATRIZ DE RIGIDEZ DO PÓRTICO

Os itens anteriores expõem a necessidade de representar a rigidez da estrutura discriminada em duas parcelas: a das paredes e a dos pórticos. A presente etapa relata a obtenção da matriz de rigidez do pórtico.

As premissas desta parte do capítulo são embasadas no capítulo 7 do livro *Tall Building Structures: Analysis and Design* (SMITH; COULL, 1991) que estuda estruturas de prédios altos formadas por pórticos. Tais autores fazem a simplificação de que os pontos de inflexão ocorrem entre os pavimentos, o que é razoável para edifícios altos e para todos os pavimentos

exceto o primeiro e o último. Também é explicado que o deslocamento horizontal de um pavimento pode ser considerado como consequência de três fenômenos:

- a) deslocamento devido à flexão das vigas;
- b) deslocamento devido à flexão dos pilares;
- c) deslocamento devido à flexão geral da estrutura.



Figura 3.4: Esquema do modelo de rigidez proposto (fonte: elaborado pelo autor).

Então, o deslocamento horizontal de um pavimento resultante do pórtico é a soma destes três deslocamentos. Os autores ressaltam que a parcela devida à flexão geral geralmente é pequena, mas, para edificações com a relação altura:largura maior que 4:1, o deslocamento no topo devido a tal parcela normalmente é maior que 10% do total do pórtico.

A figura 3.4 apresenta o escopo geral da abordagem feita para a rigidez da edificação. No respectivo esquema, é apresentado que as três rigidezes da parte do pórtico estão em série. Portanto, as próximas partes do presente item apresentam a obtenção da matriz de rigidez devida à flexão dos pilares e das vigas, a dedução da matriz de rigidez da flexão geral e, por fim, a combinação destas duas.

### 3.4.1 – Rigidez à Flexão das Vigas e dos Pilares

A presente etapa demonstra a obtenção de uma matriz de rigidez parcial para a obtenção da matriz de rigidez do pórtico. Conforme discutido anteriormente, existem três fenômenos em série que contribuem para a rigidez. Dois deles podem ser acoplados em uma mesma matriz por se referir aos mesmos graus de liberdade: deslocamentos horizontais de cada pavimento.

A figura 3.5 apresenta a contribuição para o deslocamento entre os pavimentos para ambos os casos de flexão das vigas e dos pilares. Nos itens 1 e 2 da imagem percebe-se a relação da flexão das vigas, enquanto o item 3 representa a relação para os pilares.

Este modelo de deslocamento entre pavimentos é mais coerente para prédios altos do que o *shear building*, que se refere apenas ao item 3 da figura 3.5. Ao considerar a flexão das vigas que formam o pórtico, ainda é válida a hipótese do pavimento rígido no seu plano. Porém, o giro dos nós e, conseqüentemente, a flexão das vigas representam a flexibilidade do pavimento fora do seu plano.

O deslocamento entre pavimentos devido à flexão das vigas, segundo Smith e Coull (1991), é deduzido através das equações 3.23, que diz respeito ao giro dos nós do pavimento; 3.24, que apresenta o momento que causa tal giro; 3.25, que expõe a rigidez de todos os nós do pavimento ao giro; 3.26, que relaciona o giro com o deslocamento e sua respectiva rigidez resultante. É assumido que a altura dos pavimentos  $j-1$  e  $j$  é a mesma e que o cortante no pavimento  $j$  é igual a média entre os cortantes no pavimento superior e inferior. A equação 3.26 é uma conclusão proposta que é conseqüente da metodologia apresentada pelos autores referidos para os fins do presente trabalho, que busca relacionar a rigidez lateral do pavimento com as forças horizontais atuantes no mesmo.



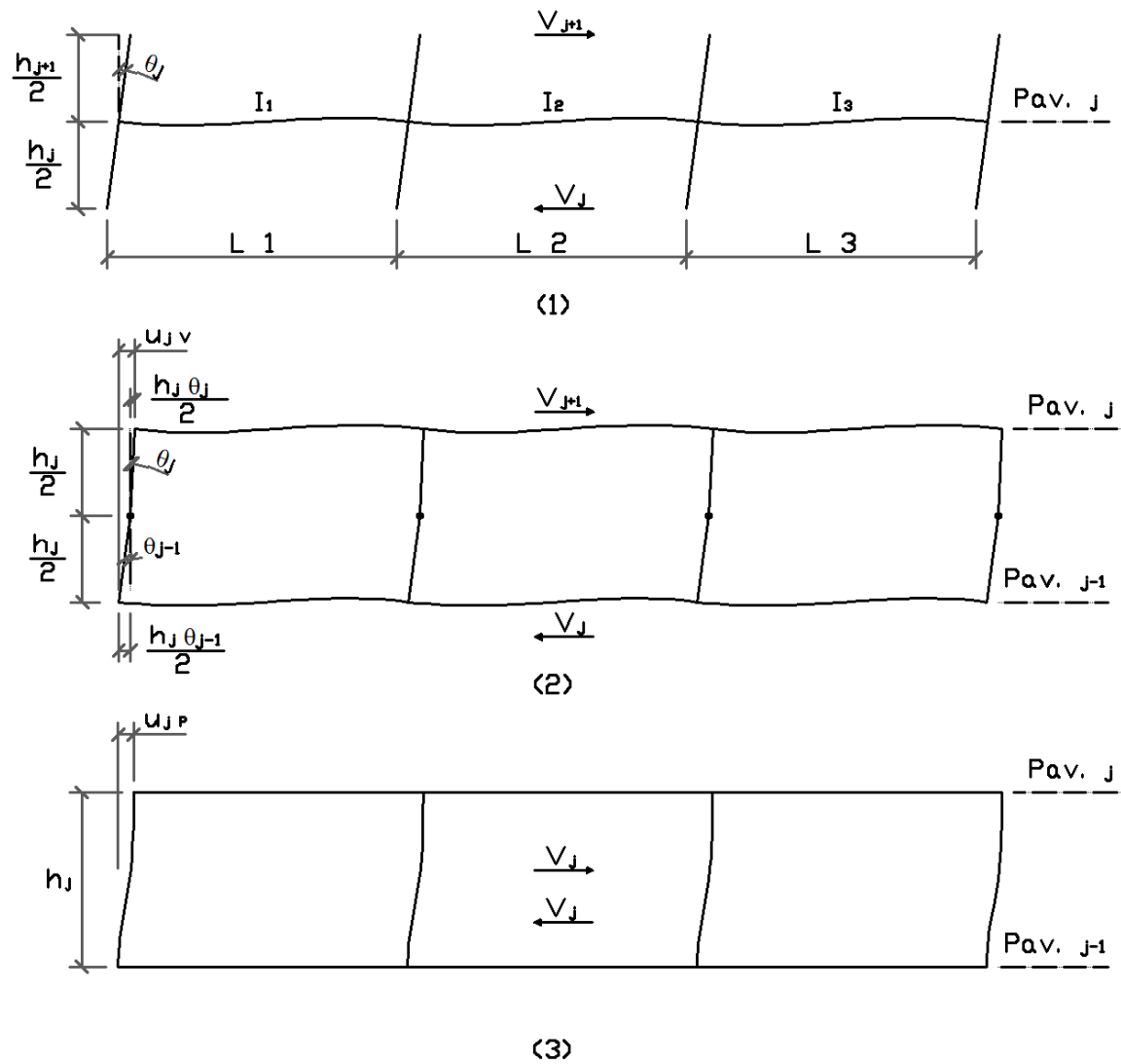


Figura 3.5: Deslocamentos do pórtico: (1) rotação dos nós devido à flexão da viga; (2) deslocamento entre pavimentos devido à flexão da viga; (3) deslocamento entre pavimentos devido à flexão dos pilares (fonte: SMITH e COULL, 1991).

$$\theta_j = \frac{M_\theta}{k_\theta} \quad (3.23)$$

$$M_\theta = \frac{V_j h_j}{2} + \frac{V_{j+1} h_{j+1}}{2} \quad (3.24)$$

$$k_\theta = 12E \sum_{vigas} \frac{I_V}{l} \quad (3.25)$$

$$u_{jV} = \frac{h_j}{2} (\theta_{j-1} + \theta_j) = \frac{V_j h_j^2}{12E \sum \frac{I_V}{l}} = \frac{V_j}{k_{jV}} \quad (3.26)$$

Onde:

$\theta_j$  – Rotação dos nós do pavimento j;

$M_\theta$  – Momento total atuante nos nós do pavimento j;

$k_\theta$  – Rigidez ao giro dos nós do pavimento j;

$V_j$  – Cortante no andar j;

$u_{jV}$  – Deslocamento horizontal do pavimento j devido á flexão das vigas;

$k_{jV}$  – Rigidez do pavimento j devido á flexão das vigas.

O deslocamento entre pavimentos devido à flexão dos pilares, conforme Smith e Coull (1991), é o mesmo apresentado no item 2.1.3 na revisão bibliográfica que menciona a estrutura *shear building*. Então, até este ponto, existem duas rigidezes:  $k_{jV}$ , exposta na equação 3.26 e  $k_{jP}$ , apresentada na equação 2.12, para definir a rigidez do pavimento devida ao pórtico. Os dois mecanismos estruturais mencionados trabalham em série, devido ao embasamento no fato de que o deslocamento resultante no pavimento é a soma daqueles oriundos dos ocorridos em ambos sistemas.

Sendo assim, o deslocamento resultante é dado pela equação 3.27 ao passo que a equação 3.28 estabelece a compatibilidade entre rigidezes. A equação 3.29 apresenta a rigidez resultante de ambos fenômenos no pavimento  $j$  com a qual é viável montar uma matriz de rigidez para esta parte do pórtico da edificação. A matriz resultante tem a mesma forma referida na figura 2.2, item 2.1.3, de matriz de banda do tipo tridiagonal.

$$u_j = u_{jV} + u_{jP} \quad (3.27)$$

$$k_j^{-1} = k_{jV}^{-1} + k_{jP}^{-1} \quad (3.28)$$

$$k_j = \frac{12 E}{h^2} \frac{1}{\left( \sum \left( \frac{I_V}{l} \right)^{-1} + \sum \left( \frac{I_P}{h} \right)^{-1} \right)} \quad (3.29)$$

Onde:

$u_j$  – Deslocamento horizontal do pavimento  $j$  resultante;

$u_{jV}$  – Deslocamento horizontal do pavimento  $j$  devido á flexão das vigas;

$u_{jP}$  – Deslocamento horizontal do pavimento  $j$  devido á flexão dos pilares;

$k_j$  – Rigidez do pavimento  $j$  resultante;

$k_{jV}$  – Rigidez do pavimento  $j$  devido á flexão das vigas;

$k_{jP}$  – Rigidez do pavimento  $j$  devido á flexão dos pilares;

### 3.4.2 – Rigidez à Flexão Geral

Embora a parcela do deslocamento devida à flexão geral seja pequena, ela pode ser representativa nos últimos pavimentos. Então, se faz necessário incluir este termo na análise.

O método proposto é o mesmo utilizado para a matriz de rigidez do núcleo, apresentado em 3.3. Isto é, a flexão geral é representada através da discretização em várias barras em série ligando nós que representam os pavimentos, assim tendo que haver uma redução de graus de liberdade de deslocamentos e rotações para deslocamentos apenas por cada pavimento.

A consequência é a utilização da equação 3.22 para cada segmento (vide item 3.3). Smith e Coull (1991) citam que uma estimativa do deslocamento devido a esta flexão pode ser feita assumindo que o momento de inércia da respectiva viga engastada-livre é igual ao momento da área dos pilares em relação ao centroide do pavimento, conforme a equação 3.30.

$$I_j = \sum A_i r_i^2 \quad (3.30)$$

Onde:

$I_j$  – Momento de inércia à flexão geral do pavimento  $j$ ;

$A_i$  – Área da seção transversal do elemento  $i$ ;

$r_i$  – Distância ortogonal entre centro de área do elemento  $i$  e o eixo de referência do centroide comum no pavimento  $j$ .

Desta forma, por se tratar de uma parcela pequena do deslocamento final, o resultado é uma matriz de rigidez reduzida a graus de liberdade de deslocamentos. Ela é bastante rígida comparada às outras e isto pode ser observado através do termo  $r_i$  elevado ao quadrado na equação 3.30.

### 3.4.3 – Rigidez Resultante do Pórtico

Os itens anteriores relataram a obtenção de duas matrizes cada qual representa fenômenos diferentes referentes à rigidez do pórtico sendo todos em série. As rigidezes por flexão dos pilares e das vigas foram unidas em uma matriz parcial com base na proposta da bibliografia utilizada. Por outro lado, o efeito de flexão geral foi composto por outra matriz, o que induz a necessidade de uma junção. A equação 3.31 é a operação matricial que obtém a matriz de rigidez do pórtico.

$$\mathbf{K}_{p\acute{o}rtico}^{-1} = \mathbf{K}_{ppv}^{-1} + \mathbf{K}_{pfg}^{-1} \quad (3.31)$$

Onde:

$\mathbf{K}_{p\acute{o}rtico}$  – Matriz de rigidez do pórtico;

$\mathbf{K}_{ppv}$  – Matriz de rigidez do pórtico devida à flexão de vigas e pilares;

$\mathbf{K}_{pfg}$  – Matriz de rigidez do pórtico devida à flexão geral da estrutura.

A matriz de rigidez montada para o pórtico é igual, tanto em tamanho, quanto em relação aos graus de liberdade, à matriz de rigidez da parcela rígida, apresentada anteriormente. Assim, é viável compatibilizar as duas tipologias de sistemas estruturais conforme define a equação 3.21.

## 3.5 MATRIZ DE MASSA

A matriz de massa utilizada na análise é do tipo diagonal sem termos nulos, visto que se trata apenas de graus de liberdade de deslocamentos horizontais para diferentes cotas. A relação feita é a mesma apresentada no item 2.1.3, que relaciona a massa do pavimento  $j$  ao termo diagonal  $j$  da matriz. A figura 2.2 presente no item 2.1.3 expõe o formato resultante.

Clough e Penzien (2003) salientam que a matriz de massa concentrada é a maneira mais simples de representar as propriedades de massa de qualquer estrutura ao assumir que toda a massa está concentrada em pontos onde o deslocamento de translação é definido. No caso de uma estrutura em forma de barra, a massa de cada segmento é atribuída como concentrada nos respectivos nós. Visto que a representação da edificação é feita através de uma

compatibilização semelhante a uma barra engastada-livre vertical com graus de liberdade de deslocamento horizontal, o conceito de massa concentrada é aplicável para este caso.

### 3.6 COMENTÁRIOS ADICIONAIS

Os itens anteriores deste capítulo apresentaram formas simplificadas para obtenção de matriz de rigidez e de massa para um edifício alto. Com estes dois dados, faz-se o cálculo da frequência fundamental de translação resolvendo o problema de autovalores e autovetores associado. O item 2.1.1 exibiu a dedução para fins de obtenção de tal parâmetro conforme a equação 2.4.

Então, a frequência natural é calculada de uma forma relativamente eficaz e muito simples. A eficácia é justificada por se basear em uma discretização do modelo analítico proposto para análise da edificação como um sistema contínuo, enquanto a simplicidade se refere aos dados de entrada do problema, que são:

- a) a soma dos momentos de inércia dos pilares em cada pavimento;
- b) a soma dos momentos de inércia das vigas formadoras de pórtico em cada pavimento;
- c) a soma dos momentos de inércia das paredes de cada pavimento;
- d) a soma do momento de inércia dos elementos verticais em relação ao eixo do centróide de cada pavimento;
- e) a soma das massas concentradas em cada pavimento;
- f) o pé-direito de cada pavimento;
- g) o módulo de elasticidade do concreto utilizado.

Os conceitos utilizados, bem como as equações, vão de encontro com os modelos apresentados no item 3.1.2, onde foram discutidas simplificações através de vigas em paralelo. Além disso, o conceito de estrutura *shear building*, que é parcialmente efetivo, foi aprimorado levando em conta a representatividade dos pórticos e dos núcleos.

Outro ponto importante sobre a metodologia apresentada é que ela não incorpora a influência das lajes, vigas transversais, outros sistemas estruturais e elementos não estruturais para fins de rigidez. Além disso, uma série de simplificações são feitas para o modelo resultante ser prático, incluindo a desconsideração da torção. Portanto, a sua utilização deve se limitar à

validação de valores obtidos com ferramentas mais precisas e para edificações com sistema estrutural passível da representação em pórticos e núcleos.

## 4 INFLUÊNCIA DA ALVENARIA NA FREQUÊNCIA NATURAL

O presente capítulo trata da influência dos painéis de alvenaria na frequência natural fundamental de edifícios altos em concreto armado. O estudo é feito de uma forma simplificada a fim de estabelecer, de forma aproximada, a importância de tais elementos que normalmente não são considerados para fins de rigidez.

Conforme estabelecido na revisão bibliográfica, a influência da alvenaria na rigidez de pórticos de concreto armado é algo de difícil modelagem e, mesmo havendo uma noção do comportamento destes sistemas, ainda não há um consenso aceito de forma geral sobre como representá-lo. Visto que o presente trabalho analisa frequências naturais fundamentais de edifícios altos, este capítulo tem um enfoque breve no tema a fim de relatar se a alvenaria de fechamento altera significativamente ou não tais frequências naturais.

A forma abordada para verificar a alteração na frequência natural é através de um fator de correção a ser multiplicado pela frequência natural obtida para a estrutura sem fechamento. Este parâmetro é reportado com base na relação entre a energia potencial elástica acumulada em pórticos simples (dois pilares e duas vigas) para dois casos; com fechamento e sem de alvenaria. Conseqüentemente, a relação pode ser aplicada no quociente de Rayleigh. Somente então, são feitas considerações para a sua representatividade na estrutura da edificação como um todo.

Os próximos índices discutem os conceitos básicos de densidade de energia de deformação, energia potencial elástica e quociente de Rayleigh. Depois, é apresentado um estudo paramétrico de pórticos preenchidos, ou não, com alvenaria, e analisa-se os resultados aplicando os conceitos discutidos anteriormente. Por fim, é apresentada uma adaptação da relevância de fechamentos de alvenaria para o caso das frequências naturais de edifícios altos.

### 4.1 PREMISSAS CONSIDERADAS

A finalidade do presente capítulo é a análise da influência do fechamento de alvenaria nas frequências naturais fundamentais de edifícios altos. Para tal, é proposta uma abordagem baseada na obtenção da frequência natural através do quociente de Rayleigh e, desta forma,

através da energia potencial máxima acumulada no sistema estrutural e da energia cinética máxima de referência.

No item 2.1.2, foi apresentada a obtenção da frequência natural de vibração livre para um sistema estrutural composto por uma coordenada generalizada através da equação 2.9. Esta equação resulta da igualdade entre energia potencial elástica máxima, equação 2.7, e energia cinética máxima, equação 2.8.

Clough e Penzien (2003) apresentam, além do método de Rayleigh, outros métodos considerados métodos de Rayleigh aprimorados (*Improved Rayleigh Methods*). Onde simplificações são feitas para uma estimativa de frequências naturais mais prática, mas também efetiva. Um destes métodos é através da utilização de deslocamentos, e não velocidades, na obtenção da energia cinética máxima. Desta forma, o resultado é uma energia cinética máxima de referência que não depende da frequência natural angular, apresentada na equação 4.1.

Ao igualar a equação 4.1 à equação 2.7, referente à energia potencial elástica máxima, o resultado é a equação 4.2. Portanto, fica evidente a representatividade da equação 4.2 para os fins desejados.

$$C_{M\acute{a}x}^* = \frac{1}{2} m x_0^2 \quad (4.1)$$

$$\omega^2 = \frac{U_{M\acute{a}x}}{C_{M\acute{a}x}^*} \quad (4.2)$$

Onde:

$C_{M\acute{a}x}^*$  – Energia cinética máxima de referência;

Ao enquadrar tal contextualização na influência do fechamento de alvenaria na frequência natural fundamental de uma edificação, é observado que a alvenaria é levada em conta apenas como massa. Ela consta na parcela referente à energia cinética máxima de referência, não obstante à sua influência na rigidez, que não é ponderada. Esta prática tradicionalmente realizada em projetos acarreta certa variação na frequência natural fundamental resultante que pode, ou não, ser significativa.

Como a energia cinética de referência não é afetada pela não consideração da alvenaria para fins de rigidez (já que sua massa já foi computada no peso próprio), é feita uma abordagem



sobre a energia potencial. Conforme Sadd (2005) define, o trabalho realizado por uma força é armazenado na forma de energia de deformação em um corpo idealizado como elástico e é completamente recuperável. A energia de deformação armazenada é igual ao trabalho ao negligenciar efeitos inerciais. Assim, a energia de deformação por unidade de volume é expressa pela equação 4.3 e é chamada de densidade de energia de deformação e a energia de deformação total acumulada no sólido elástico é obtida através da equação 4.4.

$$U^* = \frac{dU}{dxdydz} \quad (4.3)$$

$$U_T = \iiint_{Vol} U \, dxdydz \quad (4.4)$$

Onde:

$U^*$  – Densidade de energia de deformação;

$U_T$  – Energia de deformação total armazenada;

$dU$  – Energia de deformação armazenada no elemento infinitesimal;

$dx$  – Dimensão do elemento infinitesimal em x;

$dy$  – Dimensão do elemento infinitesimal em y;

$dz$  – Dimensão do elemento infinitesimal em z.

As equações expostas relatam a maior energia de deformação acumulada em um corpo de maior volume para um mesmo deslocamento em relação a um corpo de mesmas propriedades e menor volume. Isto é análogo ao estudo de Asteris (2003) o qual relata o decréscimo na rigidez de pórticos com alvenaria causado por furos na parede que reduzem o volume do material alvenaria no sistema. Então, ao analisar o caso de deformações em pórticos, é viável um estudo que relata a energia de deformação armazenada em um sistema de apenas vigas e colunas comparada a aquela acumulada em um sistema análogo, porém preenchido com alvenaria, para um mesmo deslocamento na coordenada generalizada considerada.

A variação na energia de deformação acumulada entre os dois casos é capaz de definir a influência da alvenaria diretamente na frequência natural angular conforme o quociente de Rayleigh expõe. O sistema com preenchimento de alvenaria tem energia potencial elástica armazenada ao longo do seu volume, que é notoriamente maior que o volume de um pórtico vazado. No entanto, é válido salientar que se trata de um sistema estrutural composto por diferentes materiais com diferentes parâmetros de rigidez.

## 4.2 ESTUDO PARAMÉTRICO DE PÓRTICOS SIMPLES

A partir dos aspectos citados anteriormente e na revisão bibliográfica (item 2.4), faz-se o estudo da variação na energia potencial entre pórticos com e sem alvenaria para diferentes formatações geométricas. Na sequência, são expostas as premissas da análise, os fatores variáveis e constantes e, depois, os resultados obtidos.

### 4.2.1 – Pressuposto Para o Estudo

O comportamento estudado no presente capítulo é de difícil representação, conforme já foi mencionado, ao passo que o presente trabalho lida com um fator que envolve uma série de incertezas. Por isso, é proposta uma abordagem simplificada a fim de estimar a ordem de grandeza da alteração na frequência natural causada pela consideração de paredes de alvenaria.

A análise é realizada de forma bidimensional através do software FTool. As forças necessárias para um mesmo deslocamento são calculadas em dois casos: pórtico sem alvenaria e pórtico com alvenaria. A força é aplicada distribuída nos dois nós do topo e o deslocamento é medido conforme a figura 4.1. As vinculações do modelo são feitas através de apoios duplos em ambos os nós representantes do pavimento inferior.

Desta forma, fica exposta a coordenada generalizada em questão e, por consequência, a respectiva redução a um grau de liberdade que possibilita o estudo de dinâmica. Considera-se também a relação entre força e deslocamento como elástica linear e isto permite a utilização da equação 2.7 para obter a energia potencial máxima. Isto é válido tanto para o pórtico com alvenaria quanto para aquele sem.

A representação da alvenaria no problema proposto é feita através de uma diagonal bi-rotulada em compressão, isto é, ligando o nó superior esquerdo ao inferior direito. O modelo de diagonal utilizado é o proposto por Liauw e Kwan (1984) não podendo exceder o limite superior apresentado por Paulay e Priestley (1992). A utilização de tal modelo é justificada no item 2.4 com base na figura 2.12 e as equações 2.29, 2.31 e 2.33 do mesmo capítulo regem a respectiva consideração.

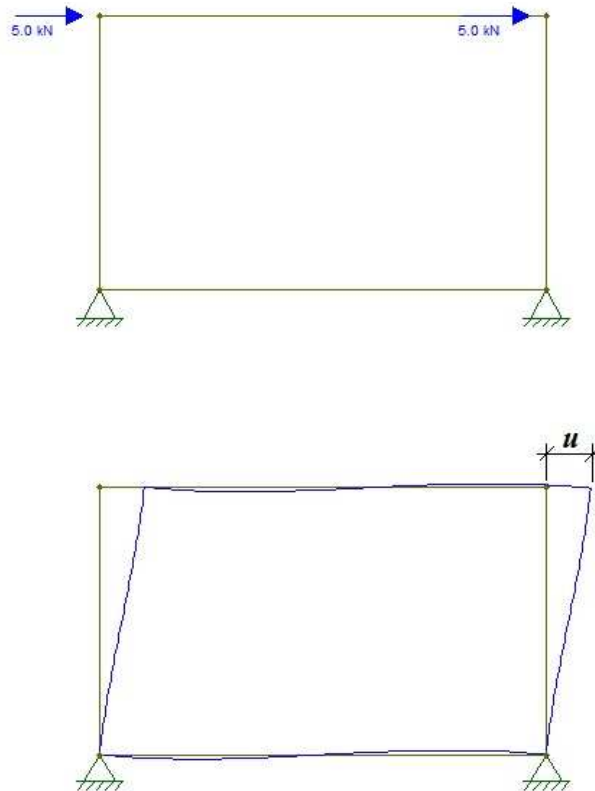


Figura 4.1: Vinculação, força e deslocamentos considerados no estudo paramétrico (fonte: elaborado pelo autor).

#### 4.2.2 – Parâmetros Constantes

Os fatores mantidos constantes no estudo estão citados no quadro 4.1. A seguir, eles são listados com a respectiva justificativa dos valores considerados.

- a) Módulo de elasticidade do concreto. Conforme a NBR 6118/2003 expõe no item 8.2.8, o módulo de elasticidade secante do concreto é função apenas da resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ). Então, ao considerar que o  $f_{ck}$  tem um valor na ordem de grandeza de 40 MPa, o módulo de elasticidade secante é da ordem de grandeza de 30000 MPa (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003).
- b) Módulo de elasticidade da alvenaria. O FEMA 273/1997 - *NEHRP Guidelines for the Seismic Rehabilitation of Buildings*, onde NEHRP se refere ao *National Earthquake Hazard Reduction Program* dos Estados Unidos, apresenta a consideração de pórticos preenchidos com alvenaria através do modelo de diagonal comprimida no seu item 6.7.2. Em relação ao módulo de elasticidade em compressão da alvenaria, o item 7.3.2.2 sugere a adoção de tal dado como 550 vezes a resistência à compressão característica. Então, ao considerar a resistência com valor entre 5 MPa e 6 MPa, o módulo de elasticidade obtido é de aproximadamente 3000 MPa (FEDERAL EMERGENCY MANAGEMENT AGENCY).

- c) Espessura da alvenaria. A parede é adotada como tendo 14 cm de espessura. O valor foi escolhido com base nas práticas usuais e nos blocos comercialmente disponíveis.
- d) Altura de piso a piso do pórtico. A distância vertical entre o eixo das vigas superior e inferior é de 3,00 m. O valor é plausível, ao passo que projetos arquitetônicos de edifícios altos consultados durante o presente trabalho apresentam esta ordem de grandeza nos seus pavimentos tipo.

Quadro 4.1: Parâmetros constantes no estudo paramétrico.

Parâmetro	Valor	Unidade	Descrição
$E_{CS}$	30000	MPa	Módulo de elasticidade secante do concreto.
$E_{Alv}$	3000	MPa	Módulo de elasticidade da alvenaria.
$e_w$	14	cm	Espessura da parede de alvenaria.
$h$	300	cm	Altura de piso a piso.

(fonte: elaborado pelo autor)

#### 4.2.3 – Parâmetros Variáveis

Os parâmetros que variam no estudo do presente capítulo dizem respeito à geometria do problema. Os vãos dos pórticos, assim como as dimensões dos pilares e das vigas, são variáveis. Cinco possibilidades de vão, cinco possíveis dimensões de pilares e quatro possíveis dimensões de vigas foram consideradas. A seguir, figura 4.2 demonstra os valores geométricos fixos e variáveis ao passo que o quadro 4.2 expõe os possíveis valores para  $h_p$  e  $h_v$ .

A intenção ao variar tais parâmetros é atingir uma gama de momentos de inércia plausível e ampla o suficiente para obter uma boa representatividade. Por isso, a largura da seção dos elementos estruturais foi mantida constante. O comprimento dos vãos é variável com base na mesma justificativa e somado ao fato de que ele relaciona as rigidezes entre pilar e viga. Pois, o comprimento do pilar é constante, então é possível relacionar as rigidezes destes elementos ao variar o comprimento da viga.

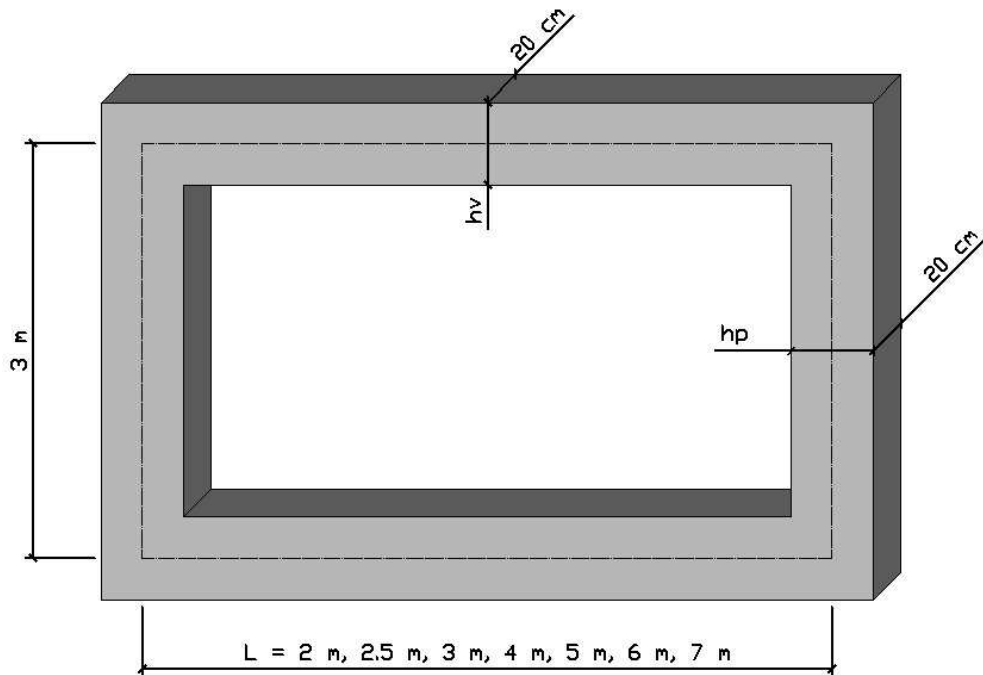


Figura 4.2: Dimensões variáveis e constantes para o pórtico (fonte: elaborado pelo autor).

Quadro 4.2 – Dimensões variáveis e constantes para o pórtico.

Dimensões das Vigas			
$h_v$ (cm)	$b_v$ (cm)	$A_v$ (cm <sup>2</sup> )	$I_v$ (cm <sup>4</sup> )
40	20	800	106666,7
60	20	1200	360000,0
80	20	1600	853333,3

Dimensões dos Pilares			
$h_p$ (cm)	$b_p$ (cm)	$A_p$ (cm <sup>2</sup> )	$I_p$ (cm <sup>4</sup> )
40	20	800	106666,7
60	20	1200	360000,0
80	20	1600	853333,3
100	20	2000	1666666,7
120	20	2400	2880000,0

(fonte: elaborado pelo autor)

#### 4.2.4 – Resultados Obtidos

Conforme ressaltado anteriormente, a proposta é analisar a relação entre energia potencial acumulada em forma de energia de deformação para os dois casos: pórtico com alvenaria e sem alvenaria. Como o método é embasado em duas análises elásticas lineares, primeiramente foi aplicada uma carga de 10 kN no pórtico vazado (conforme a figura 4.1 expõe no item 4.2.1) e calculado o deslocamento resultante. Na segunda parte, é aplicada uma força no pórtico que contém a diagonal de compressão e anotado o deslocamento resultante, para

então, com base na relação de rigidez estabelecida neste pórtico preenchido, chegar à força necessária para o deslocamento referido na primeira parte.

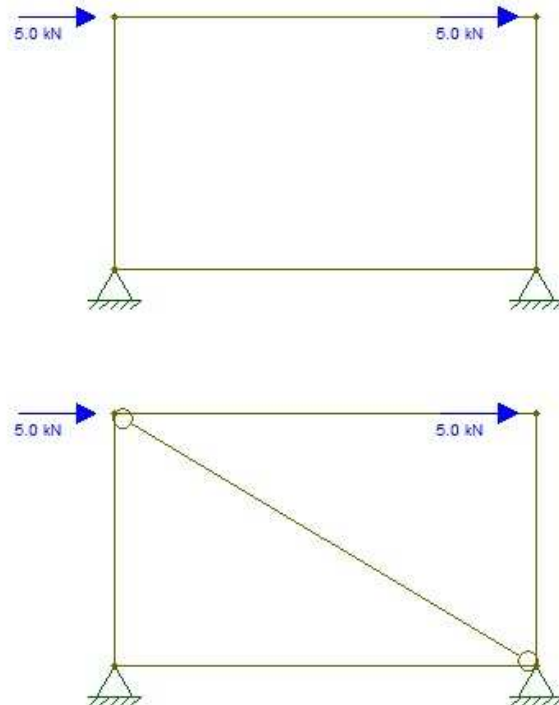


Figura 4.3: Diferença entre modelos sem e com diagonal representando alvenaria (fonte: elaborado pelo autor).

$$r_U = \frac{U_a}{U} = \frac{0,5 F_a u}{0,5 F u} \quad (4.5)$$

$$r_V = \frac{E_a V_a + E_c V_c}{E_c V_c} \quad (4.6)$$

Onde:

$r_U$  – Relação de energia potencial entre casos com e sem alvenaria;

$U_a$  – Energia potencial para caso com alvenaria;

$U$  – Energia potencial para caso sem alvenaria;

$F_a$  – Força necessária para obter deslocamento  $u$  no caso com alvenaria;

$F$  – Força necessária para obter deslocamento  $u$  no caso sem alvenaria;

$u$  – Deslocamento resultante;

$r_V$  – Relação entre volumes;

$E_a$  – Módulo de elasticidade da alvenaria;

$E_c$  – Módulo de elasticidade do concreto;

$V_a$ – Volume de alvenaria;

$V_c$ – Volume de concreto de referência.

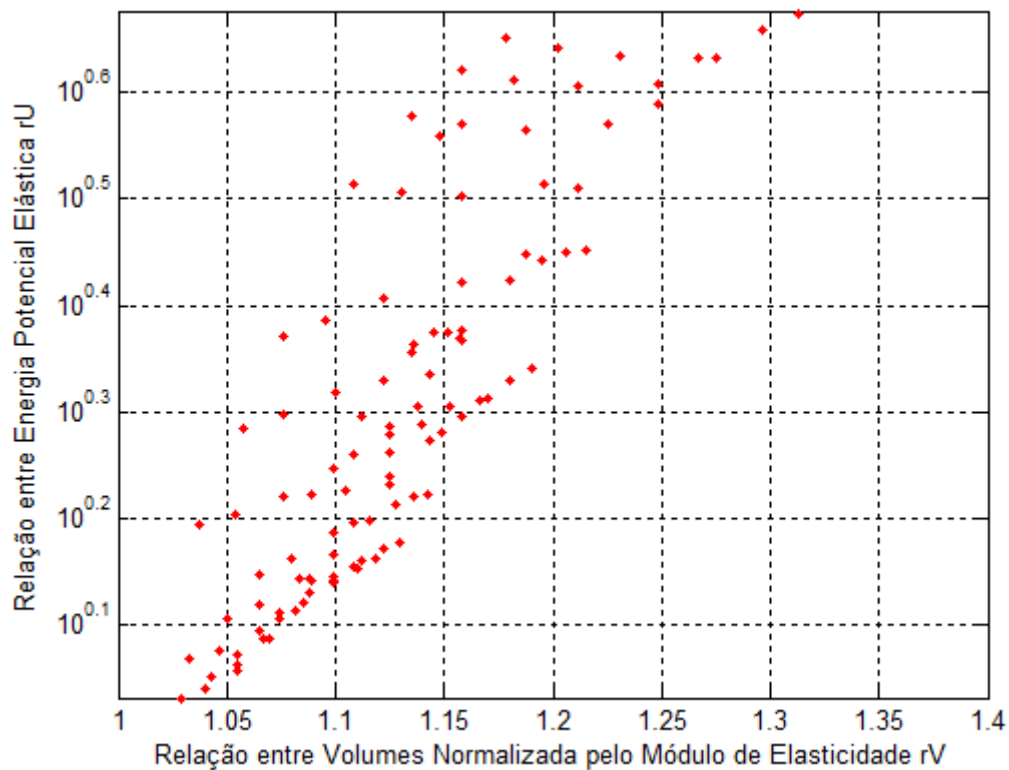


Figura 4.4: Dados coletados da análise paramétrica  
(fonte: elaborado pelo autor).

A figura 4.3 demonstra dois modelos referentes a um dos 105 casos estudados enquanto a equação 4.5 expõe a relação entre energias potenciais (com base na equação 2.7 apresentada em 2.1.2). A equação 4.6 exprime a relação entre volumes normalizados pelo módulo de elasticidade, sendo válido ressaltar que o volume de concreto diz respeito a aquele limitado pelo eixo das vigas e pilares, conforme a figura 4.2 em 4.2.3 define.

Assim, existe um  $r_v$  e um  $r_U$  para cada situação analisada. A figura 4.4 demonstra os resultados obtidos de forma gráfica, onde a escala vertical é logarítmica.

Com base nesses resultados, é visível um limite inferior em forma de reta do acréscimo mínimo causado pela presença de alvenaria nos pórticos. Também é fácil de observar um limite superior íngreme para  $r_v$  com valores próximos de 1 e outro mais suave que aparece para  $r_v$  com maior valor. Portanto, é feita uma regressão exponencial utilizando os pontos lindeiros em questão levando a limites expostos na figura 4.5. Esta regressão foi adotada por se tratar de um estudo aproximado que busca a ordem de grandeza do acréscimo na energia

potencial. As equações que governam os limites inferiores e superiores são a 4.7, a 4.8, a 4.9 e a 4.10, respectivamente. O valor de  $r_V$  que estabelece a fronteira entre os dois limites inferiores é de 1,1323 enquanto a fronteira dos limites superiores é dada em 1,1455.

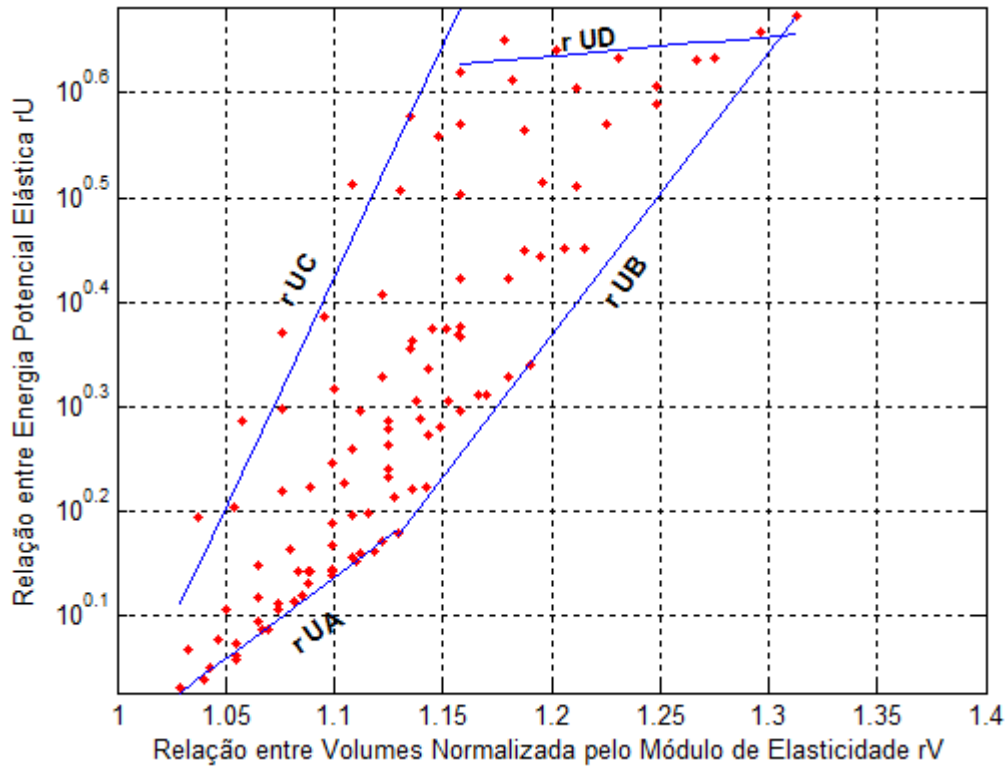


Figura 4.5: Limites superiores e inferiores para dados da análise paramétrica (fonte: elaborado pelo autor).

$$r_{UA} = 0,0273 e^{3,5598 r_V} \quad (4.7)$$

$$r_{UB} = 0,0013 e^{6,2487 r_V} \quad (4.8)$$

$$r_{UC} = 3,671(10^{-5}) e^{10,1732 r_V} \quad (4.9)$$

$$r_{UD} = 2,6225 e^{0,4163 r_V} \quad (4.10)$$

Onde:

$r_{UA}$  – Limite mínimo da relação de energia potencial para  $r_V$  entre 1 e 1,1323;

$r_{UB}$  – Limite mínimo da relação de energia potencial para  $r_V$  superior a 1,1323;

$r_{UC}$  – Limite máximo da relação de energia potencial para  $r_V$  entre 1 e 1,1455;

$r_{UD}$  – Limite máximo da relação de energia potencial para  $r_V$  superior a 1,1455;



Apesar da dispersão dos valores, o comportamento deles segue uma lógica. Conforme já era esperado, para pórticos com sua rigidez demasiadamente elevada perante a rigidez da parede de alvenaria, o fator  $r_U$  se apresentou menor. Os pontos mais distantes da origem na figura 4.5 são de pórticos com vão grande e elementos com seções menos rígidas.

A equação 4.7, do tramo inferior inicial  $r_{UA}$ , é representada por casos onde vigas e pilares têm a mesma seção (de 20x80 cm) e o vão variando. Por outro lado, a equação 4.8, do outro tramo inferior  $r_{UB}$ , corresponde aos casos onde as vigas e pilares tem a mesma seção para o vão maior considerado, que é de 7 metros.

O limite superior inicial  $r_{UC}$ , referido na equação 4.9, define os casos em que os pilares têm a maior seção e as vigas têm a menor. Já a equação 4.10, do  $r_{UD}$ , se refere aos os casos em que as vigas têm a menor seção, a seção do pilar varia e o vão é de 7 metros.

Embasado nesta nuvem de dados e a sua respectiva delimitação, é viável optar por um fator  $r_U$  mais conservador através da equação 4.7, por um fator mais expressivo através do valor médio entre os limites superior e inferior ou por um fator mais drástico através do limite superior. A ressonância entre carga de vento e resposta da estrutura é característica para baixos valores de frequência natural justificando a consideração da alvenaria de forma conservadora. Por outro lado, cargas devidas a sismos, calculadas por norma, são maiores para maiores frequências naturais e isto justificaria uma consideração da alvenaria de forma mais significativa para estar a favor da segurança.

### 4.3 REPRESENTATIVIDADE DA ANÁLISE PARA EDIFÍCIOS ALTOS

O item 4.2 apresentou uma forma plausível de relatar o acréscimo na energia potencial elástica e, conseqüentemente, na frequência natural de um pórtico simples devido ao fechamento com alvenaria. O presente item discute uma possível adaptação dos dados para a edificação como um todo.

A utilização do estudo paramétrico tem como base três premissas. A primeira é de que a edificação tem o seu comportamento estrutural separado em pórtico e núcleo. A segunda é de que os vãos dos pórticos que são preenchidos por alvenaria estão distribuídos de forma homogênea pela estrutura e sua altura. Já a terceira ressalta a similaridade da relação entre

energias potenciais e cinéticas para um quadro único de pórtico e um pórtico formado por vários quadros.

A segregação do comportamento estrutural em duas parcelas (núcleo e pórtico) viabiliza entender o quanto cada uma destas é influente na rigidez global e, conseqüentemente, na frequência natural em questão. O parâmetro  $\alpha_0$  (discutido no item 3.1.2 e exposto na equação 3.5) relata tal relação entre os sistemas estruturais. Então, ao saber o quanto os pórticos são afetados pela alvenaria, faz-se viável saber o quanto eles são representativos para a edificação.

A consideração do fechamento foi proposta com base nos volumes de concreto e alvenaria no item anterior e é mantida para a edificação como um todo. No entanto, isso só é válido se a distribuição deste volume de paredes é homogênea ao longo da estrutura. Isto é, se a forma modal dos pórticos preenchidos e não preenchidos for praticamente igual. Em casos onde a alvenaria é distribuída de forma descontínua e inconstante, a forma modal é afetada pela consideração dela, o que inviabiliza a relação aqui proposta.

O item 3.1.2 apresentou o fator  $\alpha_0$  e a sua representatividade: valores baixos para edificações que se deformam principalmente como parede e valores altos para aquelas que se deformam predominantemente como pórtico. Os resultados de Miranda e Taghavi (2005) demonstram que o comportamento estrutural varia entre valores de 1 a 10 para o  $\alpha_0$ . Com base em tais resultados, é plausível que:

- a) o edifício se deforma como uma viga fletida para  $\alpha_0 \leq 1$ . Comportamento de uma estrutura que não tem pórticos, apenas núcleo ou parede;
- b) o edifício se deforma apenas pelo efeito de pórtico para  $\alpha_0 \geq 10$ .

A mudança no comportamento da estrutura entre os valores de  $\alpha_0$  extremos de 1 e 10 é adotada de forma simplificada como linear. Tal representação permite utilizar o fator  $r_U$  que foi estabelecido no item 4.2 de forma prática e eficiente na sua representatividade para toda a estrutura. Portanto, para uma edificação com  $\alpha_0$  próximo a 1, a frequência natural de translação praticamente não é afetada pelo preenchimento de vãos com alvenaria. Já nos casos em que  $\alpha_0$  é próximo de 10, o fechamento dos pórticos altera consideravelmente a frequência em questão.

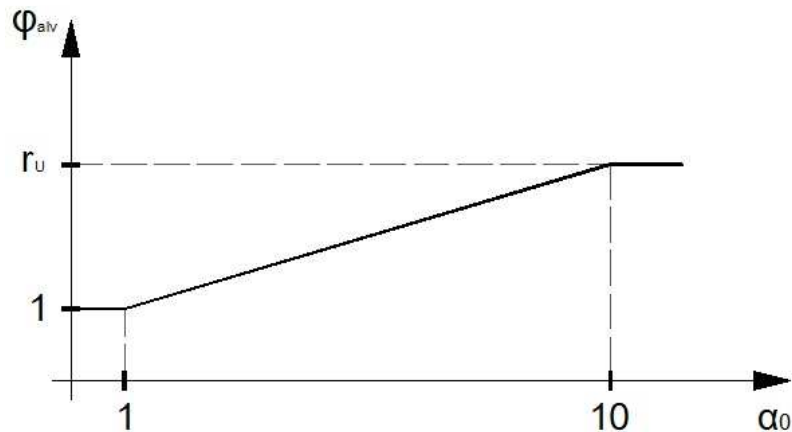


Figura 4.6: Relação entre fator de alvenaria e  $\alpha_0$   
(fonte: elaborado pelo autor).

A figura 4.6 representa de forma gráfica a relação entre  $\alpha_0$  e a influência da alvenaria na edificação  $\varphi_{alv}$  enquanto a equação 4.11 relata a obtenção deste parâmetro e a equação 4.12 explicita a sua relação com a frequência natural de translação em questão.

$$\varphi_{alv} = 1, \quad \alpha_0 \leq 10$$

$$\varphi_{alv} = (r_U - 1) \frac{(\alpha_0 - 1)}{9} + 1, \quad 1 < \alpha_0 < 10 \quad (4.11)$$

$$\varphi_{alv} = r_U, \quad 10 \leq \alpha_0$$

$$f_{cor} = f \sqrt{\varphi_{alv}} \quad (4.12)$$

Onde:

$\varphi_{alv}$ – Fator da influência da alvenaria na frequência natural de translação;

$f$ – Frequência natural de translação sem consideração da alvenaria (Hz);

$f_{cor}$ – Frequência natural de translação corrigida pela influência da alvenaria (Hz).

A formulação apresentada permite uma estimativa rápida da ordem de grandeza da alteração causada pela influência da alvenaria na respectiva frequência natural. O parâmetro  $\alpha_0$  é calculado através da planta baixa do pavimento tipo da edificação e o fator  $r_U$  é adotado conforme o item 4.2 define, embasado nos volumes de concreto e alvenaria presentes nos pórticos resistentes na direção em análise.

As simplificações consideradas são: de que o fator  $r_U$  é capaz de relacionar a variação da energia elástica, de que o modelo de diagonal comprimida é representativo para o sistema

composto, de que a variação na energia elástica de um pórtico simples é análoga a aquela em um pórtico composto de uma edificação e de que o parâmetro  $\alpha_0$  pode representar plenamente a relação do pórtico composto com o sistema estrutural total do edifício através da linearização proposta. Estas simplificações limitam o uso da metodologia proposta apenas para fins de estimativa e acarretam uma distorção difícil de ser mensurada. A formulação é aplicada em estudos de caso no capítulo 6. De forma análoga, trabalhos futuros devem estudar a sua funcionalidade.

## 5 ANÁLISES COM SOFTWARES DISPONÍVEIS COMERCIALMENTE

Os capítulos anteriores, bem como a revisão bibliográfica, tratam de modelos e formulações para a obtenção das frequências naturais de edificações. Então, se faz necessária a utilização de tais métodos aplicados em casos de edifícios altos que se enquadram no perfil daqueles construídos hoje em dia em território nacional.

Os estudos são feitos para três edificações: Edifício A, Edifício B e Edifício C. Os itens A1, A2 e A3 do Apêndice A expõem as características das estruturas, respectivamente.

Os casos estudados são baseados em três edificações construídas ou em fase de projeto. Isto é, empresas que atuam em projeto e construção de edifícios altos forneceram plantas do projeto arquitetônico e, em um dos casos, o pavimento tipo do projeto estrutural. Assim, através das características das edificações e dos dados disponibilizados para análise, são gerados modelos estruturais os quais levam em conta a disposição dos pilares, as dimensões do pavimento tipo e o próprio projeto arquitetônico. Em casos onde não há acesso a detalhes estruturais e dimensões e disposição das vigas, se faz necessário adotar dimensões e disposição que cumprem o projeto arquitetônico e a necessidade estrutural da edificação.

No que diz respeito às análises realizadas, elas estão divididas em dois capítulos. No presente capítulo, são apresentadas as estimativas através de dois softwares disponíveis comercialmente: SAP2000 e TQS. No capítulo 6, são apresentadas estimativas feitas com os métodos dos capítulos 3 e 4 para as mesmas edificações.

São gerados dois modelos via SAP2000. Um deles no formato usual, apenas com elementos de concreto armado. O outro com diagonais bi-rotuladas representado os vãos com alvenaria de fechamento. Em TQS, é gerado um modelo usual. Mas, no final do capítulo, outro modelo é feito com algumas alterações na modelagem a fim de ressaltar a importância das mesmas.

Na sequência, são expostos os detalhes e as premissas adotadas para a obtenção das frequências naturais para cada maneira proposta neste capítulo. Também são apresentados os resultados obtidos.

## 5.1 DETALHES SOBRE O MODELO NUMÉRICO COM O SOFTWARE SAP2000

Esta parte do capítulo descreve as análises realizadas com o software SAP2000. É discutida a metodologia do programa computacional assim como os detalhes de modelagem. Além do próprio software, o manual do mesmo é utilizado como referência para a análise bem como as descrições presentes nesta etapa do capítulo (COMPUTERS AND STRUCTURES, 2011).

O software utilizado é uma plataforma de análise estrutural em elementos finitos na qual é utilizada a análise modal. Através do manual do programa, é descrito o método de autovalores utilizado (análogo à equação 2.4 exposta no capítulo 2) para obtenção dos modos de vibração livre não amortecida.

O material utilizado para caracterizar o concreto é estabelecido através da massa e peso específicos, módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson. As definições também são de material elástico isotrópico e o quadro 5.1 apresenta os parâmetros.

Por se tratar de uma análise linear, a curva tensão-deformação axial é considerada linear com base no módulo de elasticidade estabelecido conforme o módulo de elasticidade secante do concreto, item 8.2.8 da NBR 6118/2003 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003).

Este valor, que está presente no quadro 5.1, é definido com base no  $f_{ck}$  de 40 MPa. As não linearidades devidas a fluência e retração também não são atribuídas na análise e, de forma análoga, nenhum amortecimento é atribuído para o material.

Quadro 5.1: Parâmetros do material concreto no software SAP2000.

Parâmetro	Valor	Unidade	Descrição
E	301048,8	kgf/cm <sup>2</sup>	Módulo de elasticidade longitudinal.
U	0,2	-	Coeficiente de Poisson
G	125437	kgf/cm <sup>2</sup>	Módulo de elasticidade transversal.
m	0,00245	Kg/cm <sup>3</sup>	massa específica.
w	0,00240	Kgf/cm <sup>3</sup>	Peso específico.

(fonte: elaborado pelo autor)

Os elementos que representam vigas e colunas são os *Frame Elements* que são elementos lineares conectando dois pontos  $i$  e  $j$  e fazendo a respectiva interpolação entre os mesmos. Os graus de liberdade em cada nó são 6, sendo 3 de deslocamentos e 3 de rotações. Nos casos em que dois ou mais elementos lineares se conectam em um mesmo ponto, isto é, os eixos das barras se intersectam, estes nós definem o comprimento das barras. Para tais casos, o vão das vigas é a distância entre eixos de pilares.

Todos elementos lineares são inseridos como tendo seção transversal retangular. A partir desta geometria o programa calcula as rigidezes axial, torsional, à flexão e ao corte. Os valores são calculados utilizando as propriedades elásticas inseridas para o material concreto apresentadas no quadro 5.1.

A massa dos *Frame Elements* é contabilizada nos seus nós extremos  $i$  e  $j$ . Através da massa específica e da área do elemento a massa total é obtida e então distribuída igualmente nos dois nós. Desta forma, nenhuma força inercial é considerada dentro do elemento.

Por outro lado, as paredes formadoras de núcleos e as lajes são modeladas com elementos de área. O elemento atribuído é o *Shell Thin* que tem a combinação dos comportamentos de membrana e placa através da formulação de Kirchhoff (isto é, não contempla deformações transversais por corte). O comportamento de membrana considera forças no plano e momento normal ao plano. Já o comportamento de placa é caracterizado para momentos fletores e forças transversais. Assim, os nós extremos dos elementos têm graus de liberdade de translações e rotações, e os elementos suportam momentos e forças.

Os elementos *Shell Thin* são utilizados como homogêneas. A espessura é mantida constante conforme as dimensões da parede ou da laje. Analogamente, as propriedades do material concreto também são mantidas.

Assim como nos elementos de barras, os elementos de área também têm a massa específica do material concreto distribuída ao longo dos nós. A distribuição é feita conforme a geometria do elemento e a espessura, que é constante.

Os elementos de área utilizados têm forma quadrangular em geral. Conforme o próprio manual recomenda, foram mantidos os ângulos internos em  $90^\circ$  sempre que possível. Em alguns casos particulares, elementos não retangulares são utilizados para adaptar a malha à estrutura, conforme apresentado na figura 5.1. Assim, todos elementos de área estão

conectados entre si através de seus nós. Cantos de paredes perpendiculares e ligações parede-laje não utilizam *Offset* havendo algumas sobreposições e vazios volumétricos considerados irrelevantes para o resultado final.

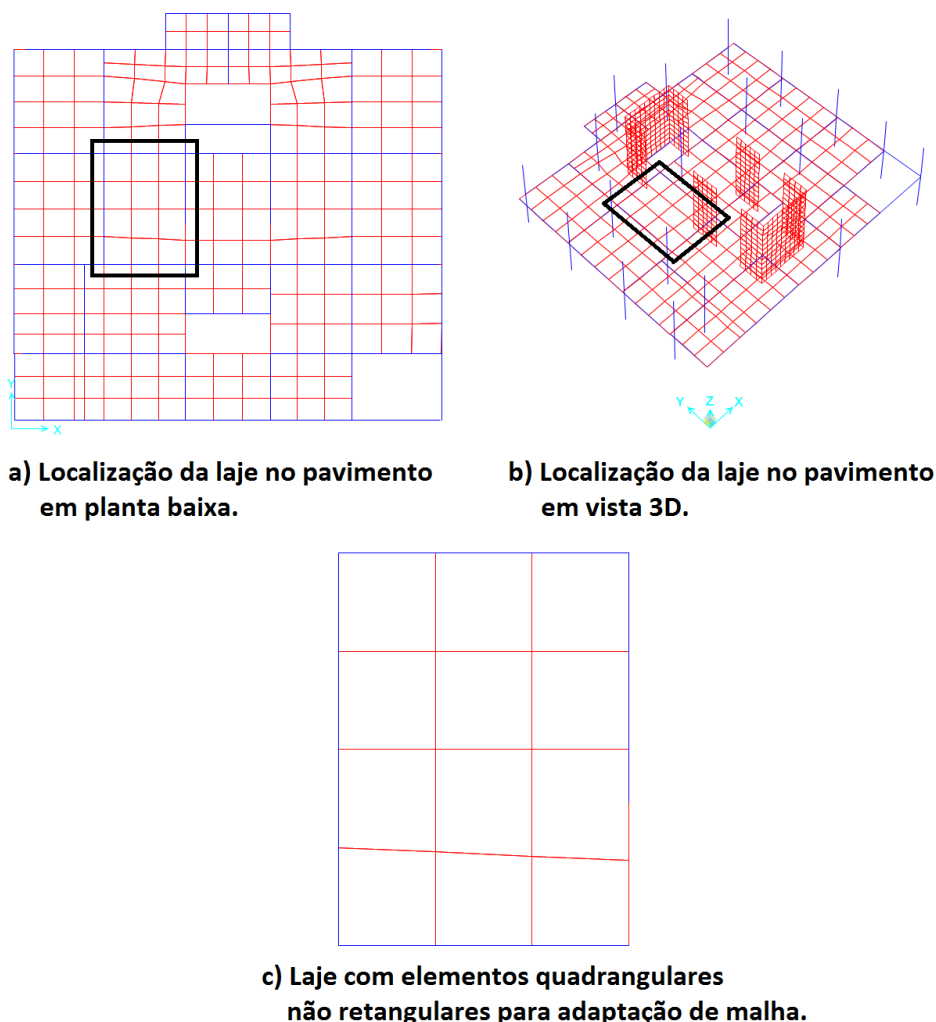


Figura 5.1: Exemplo de adaptação da malha com elementos não retangulares (fonte: elaborado pelo autor).

Em algumas ligações particulares entre viga e parede, o nó extremo da viga não condiz com algum dos nós da parede. A solução para tal problema é a utilização de *body constraints* (também conhecido como MPC - *MultiPoints Constraint*) em ambos nós. O software disponibiliza tal atributo para vincular as linhas da matriz de rigidez dos nós selecionados a fim de caracterizar o comportamento de todos como o de um corpo rígido. Está exposto na figura 5.2 um exemplo onde o extremo da viga não condiz com um dos nós da parede. Então, a viga foi vinculada por MPC ao nó da parede mais próximo.



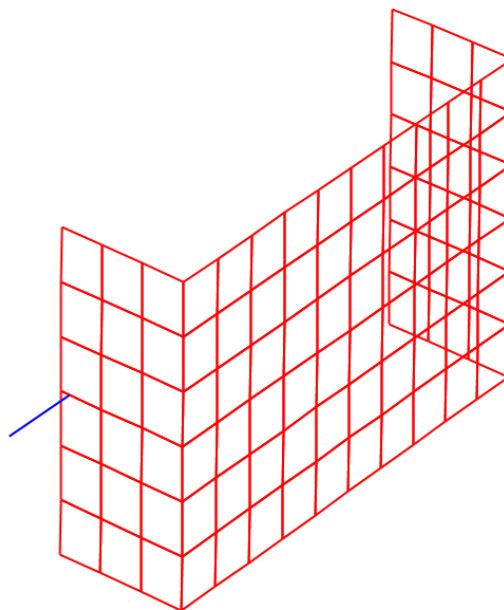


Figura 5.2: Ligação parede e viga com *body constraint* (MPC)  
(fonte: elaborado pelo autor).

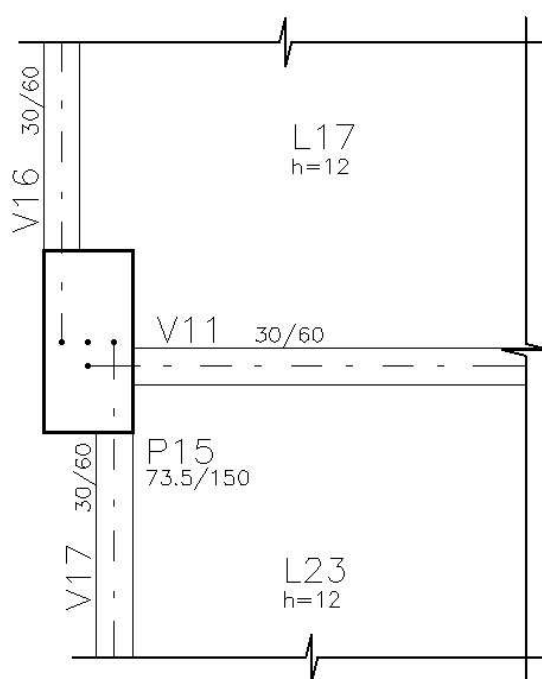


Figura 5.3: Ligação pilares e vigas com *body constraint* (MPC)  
(fonte: elaborado pelo autor).

A utilização de *body constraints* também é feita para ligar apenas elementos de barras. Então, este artifício é utilizado em nós de diferentes elementos lineares que se conectam sem ser pelo

eixo. A figura 5.3 apresenta um exemplo de utilização desta ferramenta, onde os eixos dos quatro elementos não se encontram apesar de fazerem parte da mesma ligação.

A vinculação do modelo é feita na base dos elementos verticais na cota  $z = 0$ . Os pilares, que são elementos de barras, são vinculados através de engastes restringindo os 6 graus de liberdade do nó. As paredes, modeladas com elementos de área, são vinculadas com a restrição dos deslocamentos resultando numa linha de apoios ao longo da base da parede. Tal vinculação é adotada a fim de manter a distribuição homogênea de esforços de tração e compressão verticais nas paredes, visto que estes esforços são responsáveis pelo binário momento resistente.

A malha utilizada procura viabilizar a análise, visto que são estruturas grandes e podem levar a uma inviabilidade computacional por falta de memória. Os elementos de barra referentes aos pilares são discretizados conforme a distância de piso a piso, que é de 3 metros, enquanto os elementos de vigas são discretizados conforme os nós de intersecção com outros nós que podem ser de elementos de área de lajes, elementos de área de paredes, cruzamento com outras vigas ou vinculação junto a pilar. Já os elementos de área referente às paredes são discretizados em elementos de no máximo 50 cm x 50 cm, enquanto os elementos de área referentes às lajes são discretizados em elementos maiores, mas com um refinamento necessário para a sua função no modelo que é de travar horizontalmente o pavimento.

A massa total atribuída às edificações é obtida de duas formas. A massa da própria estrutura, que é o resultado da soma das massas dos elementos, e massas adicionadas.

As massas adicionadas são inseridas de forma nodal. Alguns nós pertencentes à malha do pavimento recebem adição de massa apenas para os graus de liberdade de translação. A quantidade de nós é estabelecida afim de representar a distribuição de massa ao longo do pavimento sem inviabilizar o processamento computacional do modelo. As massas são inseridas em pontos distribuídos homogeneamente pelo pavimento afim de evitar o surgimento de modos torcionais inexistentes. Da mesma forma, o valor das massas é o mesmo para diferentes graus de liberdades e diferentes nós pertencentes ao mesmo pavimento tipo.

Então, a massa total resultante é a soma da massa dos elementos do modelo e das massas adicionadas. A matriz de massa utilizada pelo software é do tipo concentrada, portanto a

matriz resultante é do tipo diagonal e os termos referentes a massas de graus de liberdade de rotação são nulas.

## 5.2 DETALHES SOBRE O MODELO EM SAP2000 COM ALVENARIA

Este modelo numérico é feito sobre o modelo já realizado com o software SAP2000. Isto é, a partir do modelo da estrutura em concreto armado, são inseridos elementos para representar a alvenaria.

Conforme discutido no item 2.4 na revisão bibliográfica, o comportamento dos painéis de alvenaria é extremamente complexo. Apesar de todas as incertezas envolvidas, a representação com diagonal bi-rotulada se faz aceitável visto que as frequências naturais estudadas no trabalho dizem respeito ao estado limite de serviço, isto é, em regime elástico e sem ruptura de tais elementos.

Os elementos inseridos no modelo são barras do tipo *Frame Elements* sem deformação por corte, os mesmos citados no item 5.1. No entanto, algumas alterações são feitas: a massa creditada a estas barras é nula e os momentos fletores em ambas as direções perpendiculares ao eixo da barra são liberados nas extremidades. O elemento é exemplificado na figura 5.4, onde é possível observar diferentes nós para ligações entre pilar-viga unidos por MPC e a diagonal.

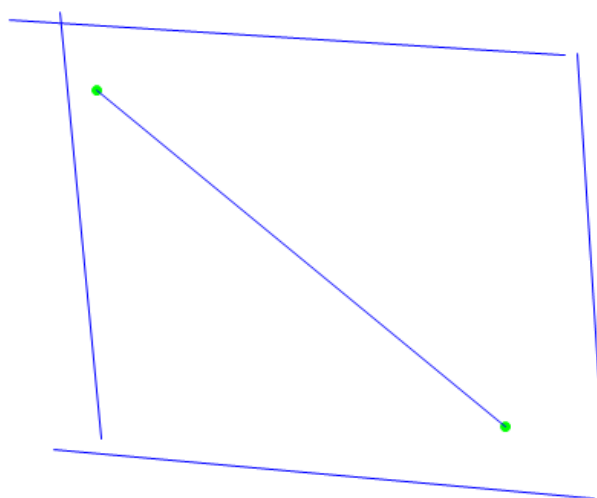


Figura 5.4: Exemplo de vão de pórtico com diagonal bi rotulada  
(fonte: elaborado pelo autor).

A massa específica do material alvenaria inserido no programa é nula. Desta forma, a massa de ambos modelos com diagonais e sem diagonais é a mesma. As massas das paredes de fechamento e da sobrecarga na edificação já foram inseridas através do acréscimo de massas nodais em ambos modelos. Assim, a variação nas frequências naturais entre modelos com e sem alvenaria remetem a variação na rigidez.

Todos os vãos de pórtico preenchido por alvenaria são representados por uma diagonal apenas. O módulo de elasticidade do material é de 30000 kgf/cm<sup>2</sup>, a espessura é de 14 cm e a largura é o menor valor relatado entre os métodos de Liauw e Kwan (1984) e Paulay e Priestley (1992), que constam nas equações 2.38 e 2.39 do item 2.4, respectivamente.

### 5.3 DETALHES SOBRE O MODELO NUMÉRICO COM O SOFTWARE TQS

A descrição das premissas adotadas na modelagem e das características do modelo criado com o software TQS é feita nesta fase do trabalho. É explicado o funcionamento do software e também as decisões acarretadas ao longo da elaboração da estrutura que se baseiam no próprio programa computacional, no seu manual e no seu website (TQS INFORMÁTICA LTDA, 2014).

O software é utilizado por ser uma ferramenta de análise estrutural extremamente difundida e utilizada no Brasil. Trata-se de uma plataforma computacional que administra o projeto desde o lançamento das características básicas do projeto, modelagem estrutural, dimensionamento, verificações até a geração de desenhos e emissão de revisões. No entanto, o enfoque da utilização é apenas a extração de formas modais e suas frequências naturais. Isto requer somente a utilização do aplicativo do modelador estrutural embutido e a visualização dos resultados da análise. Além do objetivo direto de comparar as frequências naturais obtidas com os demais casos, existe a intenção de comparar os resultados dos softwares SAP2000 e TQS para avaliar as diferenças entre os métodos computacionais e as decisões do engenheiro ao longo da modelagem estrutural.

O TQS realiza a extração de modos e frequências naturais através da solução do problema de autovalores e autovetores exposto na equação 2.4 do capítulo 2. O algoritmo utilizado é a iteração por subespaço.

O modelo estrutural adotado é o modelo integrado e flexibilizado de pórtico espacial: Modelo Estrutural IV conforme a nomenclatura do software. Este modelo é composto por pórtico e grelha integrados. Ao contrário dos outros modelos disponíveis, que consideram separadamente pórtico para cargas horizontais e grelhas para cargas verticais, o modelo IV é um modelo único para ambos onde a grelha do pavimento está integrada no pórtico espacial.

O material considerado na análise é o concreto C40. No entanto, o módulo de elasticidade longitudinal foi inserido manualmente no valor de 3 010 488 tf/m<sup>2</sup>. Este valor é o mesmo utilizado nas demais análises desta dissertação, referente ao módulo de elasticidade secante para o concreto com  $f_{ck}$  de 40 MPa conforme o item 8.2.8 da NBR 6118/2003 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003).

O material concreto C40 teve o coeficiente de Poisson mantido como 0,2. De forma análoga a própria análise modal, que é linear, o material concreto aqui utilizado é elástico linear isotrópico

Os elementos utilizados na modelagem são elementos de barra sem deformações por corte. Os pilares, paredes e vigas são representados desta forma. As lajes não são levadas em consideração diretamente, no entanto há a formação de diafragmas rígidos para representar elas no pórtico espacial. Desta forma, a resolução da grelha de cada pavimento resulta nos carregamentos lineares e nodais aplicados nas barras do pórtico.

O software permite a utilização de uma mesma viga para vários vãos consecutivos e também a consideração da excentricidade de vãos em casos onde a viga muda de seção, mas mantém uma das faces constante. O modelador estrutural tem duas funções concomitantes que são gerar a planta de formas do pavimento e criar o modelo estrutural a ser analisado.

Acerca da vinculação do modelo, ela é feita sem a atribuição da interação entre solo e estrutura. Isto é, o modelo é feito sem levar em conta tais efeitos, não têm deslocamentos e giros nos apoios e tem têm reações em momentos e forças. As barras que representam elementos verticais de pilares e paredes são engastadas na sua base na cota  $z = 0$ , referente às fundações.

Acerca da malha de elementos finitos, ela é gerada automaticamente pelo software. Conforme observado no próprio modelo tridimensional do pórtico espacial resultante, os elementos são discretizados conforme os seus vãos. Pilares tem discretização entre pavimentos e vigas entre cruzamentos com outras vigas ou com pilares.

A massa atribuída ao modelo é imposta de duas maneiras. Uma delas é através da conversão em massa do peso próprio dos elementos, para o qual se utiliza o peso específico do concreto de  $2,5 \text{ tf/m}^3$ . A outra é o acréscimo de carregamentos uniformes nas lajes dos pavimentos. Pois, uma parcela de tal carga é convertida em massa. Desta forma, a massa dos elementos estruturais somada à massa acrescida indiretamente resulta na massa total da estrutura, que é igual a massa total nos outros modelos adotados nesta dissertação.

Outras decisões são exigidas ao longo da modelagem. Quando existe o cruzamento de vigas, se faz necessário indicar qual viga apóia em qual viga e, em tal situação, a decisão é de adotar como apoio a viga mais rígida. É viável também engastar as vigas nos pilares não intermediários, porém os mesmos foram mantidos com a vinculação usual que leva em conta engastamento parcial apenas.

Conforme citado anteriormente, o modelador estrutural tem a função de gerar a geometria da forma dos pavimentos e também as características estruturais para a análise. Isso faz com que os vínculos sejam feitos automaticamente entre vigas e pilares através da geometria inserida no software com um *offset rígido*. Este recurso é análogo ao MPC e vincula rigidamente as diferentes barras em uma ligação. Assim, a barra de uma viga entre duas paredes tem seu vão igual ao vão livre da viga e não igual a distância entre os eixos das barras verticais das paredes.

Este *offset rígido* é muito importante neste caso específico de ligações vigas-paredes. Pois, as paredes são modeladas como barras verticais no TQS. Isto permite a comparação entre diferentes métodos de numéricos com o modelo feito em SAP2000. Neste último, as paredes são feitas por diversos elementos de área, resultando em uma ferramenta numérica diferente para representar a mesma ligação.

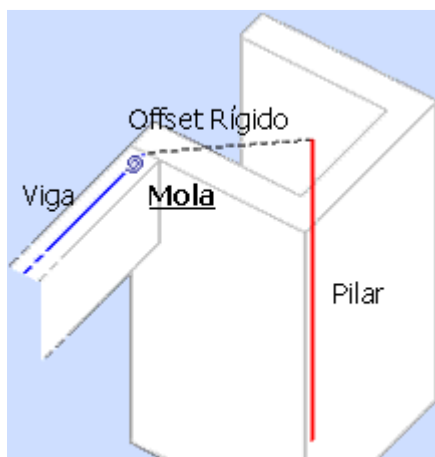


Figura 5.5: Ligação semi rígida viga-parede do software TQS  
(fonte: TQS INFORMÁTICA LTDA, 2014).

Ainda comparando os modelos gerados com diferentes softwares, a convenção do TQS em utilizar o *offset rígido* também influencia casos de ligações pilar-viga. Este dispositivo numérico, conforme já citado, reduz o comprimento das barras das vigas afim de representar corretamente o comportamento estrutural do vão livre. No entanto, no modelo feito com o software SAP2000, o comprimento das barras horizontais é mantido na distância entre eixos dos pilares, conforme exposto anteriormente na figura 5.3 (lembrando que, para paredes, não há este problema porque estas são modeladas com elementos de área).

Além do *offset rígido*, o TQS introduz automaticamente molas nas ligações viga-pilar ou viga-parede. O resultado é uma ligação semi-rígida, que é flexibilizada pela inserção de uma mola calibrada automaticamente de acordo com a ligação. É exposto na figura 5.5 um caso de ligação viga-parede, e ambos *offset rígido* e mola de flexibilização implícitos.

O software disponibiliza resultados dinâmicos em dois formatos: Estado limite último (ELU) e Estado limite de serviço (ELS). A diferença na análise do pórtico se dá pela consideração da não linearidade física no ELU, que é representada através de coeficientes redutores da rigidez devidos a fissuração. Neste caso, o EI dos pilares é multiplicado por 0,8 e o EI das vigas é multiplicado por 0,4.

O pórtico em ELS não tem redução na rigidez dos elementos. Portanto, a extração de valores de frequências e modos é feita através do modelo em ELS.

## 5.4 RESULTADOS PARA O EDIFÍCIO A

A seguir, são apresentados os resultados e detalhes específicos de modelagem para o Edifício A, descrito no item A1 do Apêndice A. Os resultados dizem respeito às análises via SAP2000, SAP2000 com diagonais de alvenaria e TQS.

### 5.4.1 Modelo em SAP2000 sem Diagonais

O modelo gerado com o software SAP2000 contém uma massa total de 7289,567 ton. Isto é, o equivalente a 99,994% da massa total idealizada de 7290 ton. O método de atingir esta massa total é através da adição de massas de 11,50 ton em 8 nós por pavimento do edifício conforme a figura 5.6 apresenta. Tais massas são computadas apenas para deslocamentos apenas.

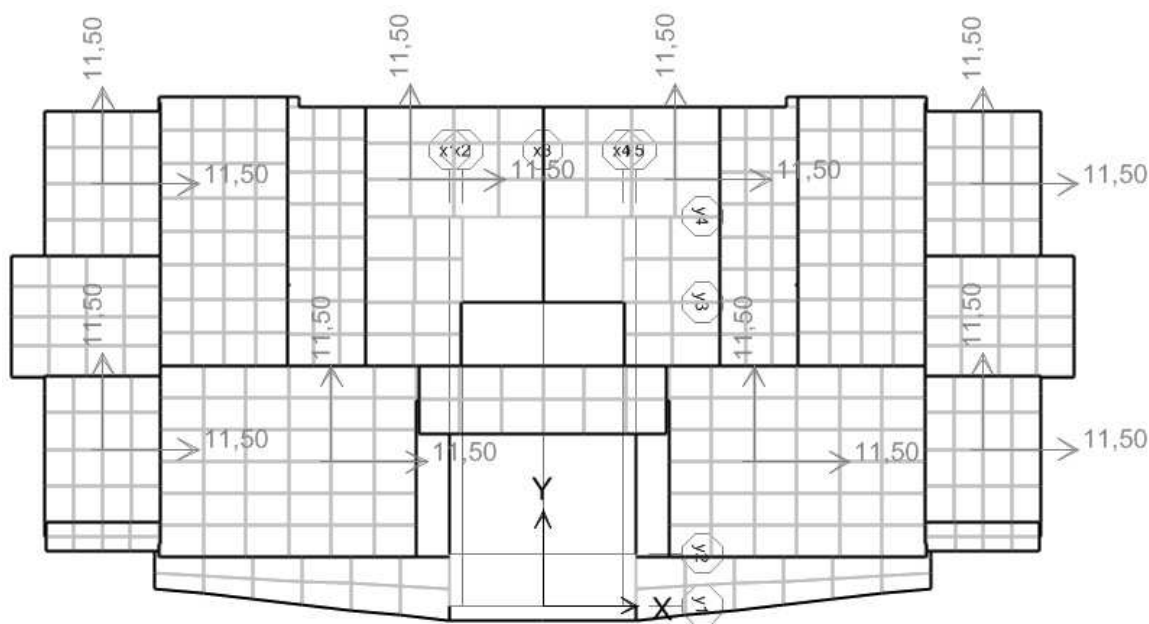


Figura 5.6: Massas adicionadas no modelo em SAP2000 para o Edifício A (fonte: elaborado pelo autor).

Os modos resultantes são apresentados na figura 5.7. As duas primeiras frequências naturais correspondem a um modo de translação em y de 0,339 Hz, e outro em x de 0,341 Hz, respectivamente. As duas frequências são bastante próximas, e, ainda assim, a frequência natural fundamental é de translação em y relatando uma menor rigidez da edificação em tal direção. Porém, o modo de translação em x apresenta um movimento de torção do tabuleiro, apesar de prevalecer a translação em x de todos os nós.



O terceiro modo de vibração é de torção do pavimento tipo. A frequência natural correspondente é de 0,433 Hz.

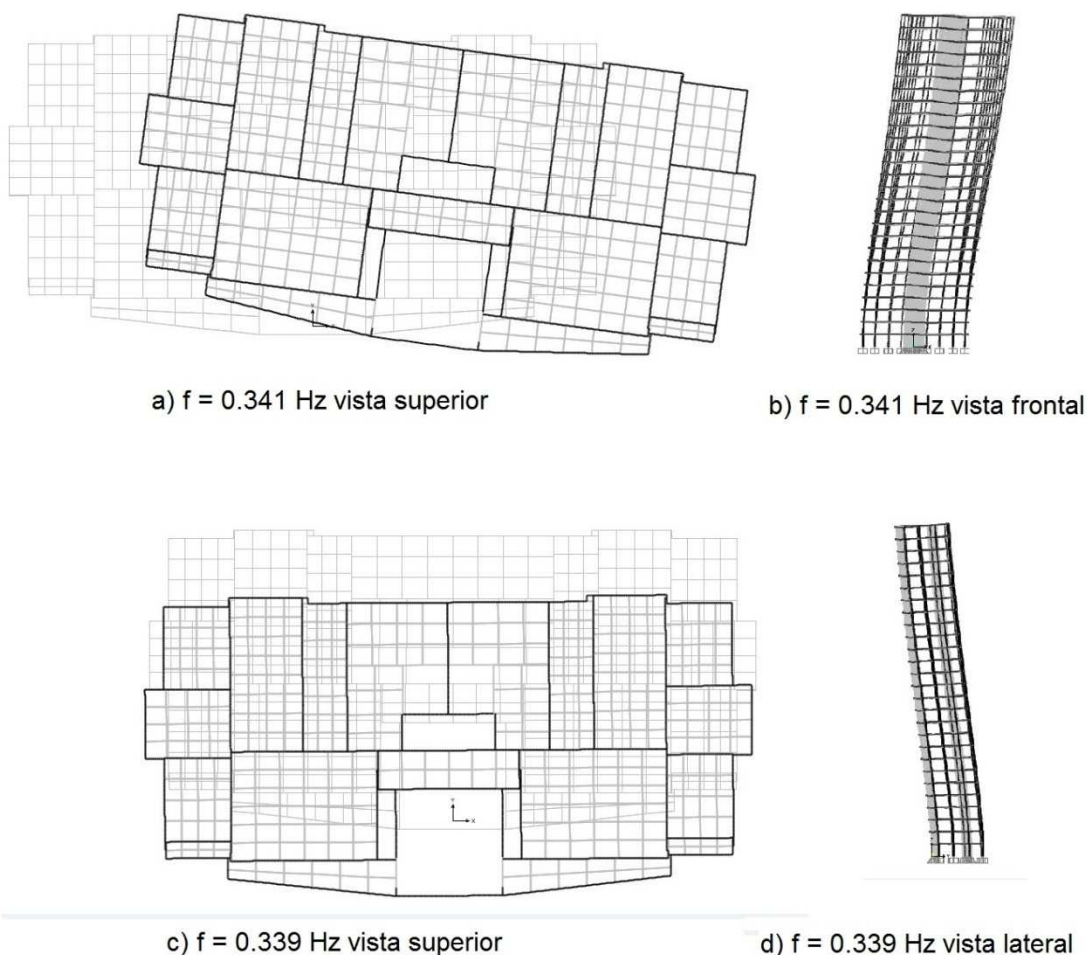


Figura 5.7: Resultados obtidos com o modelo em SAP2000 para o Edifício A (fonte: elaborado pelo autor).

#### 5.4.2 Modelo em SAP2000 com Diagonais

Ao contrário do método utilizado anteriormente, a figura 5.8 exibe os modos resultantes da análise com o software SAP2000 incluindo as diagonais bi-rotuladas representando a alvenaria. O acréscimo de rigidez por consideração da alvenaria leva a um modo de translação em x de 0,433 Hz e um modo de translação em y de 0,368 Hz, respectivamente. O elevado número de vãos com alvenaria ao longo da direção x causa este incremento além de inverter a posição do centro de giro para a torção do tabuleiro. No entanto, o modo de translação em y apresentou um aumento menor devido ao menor número de vãos preenchidos com alvenaria nesta direção.

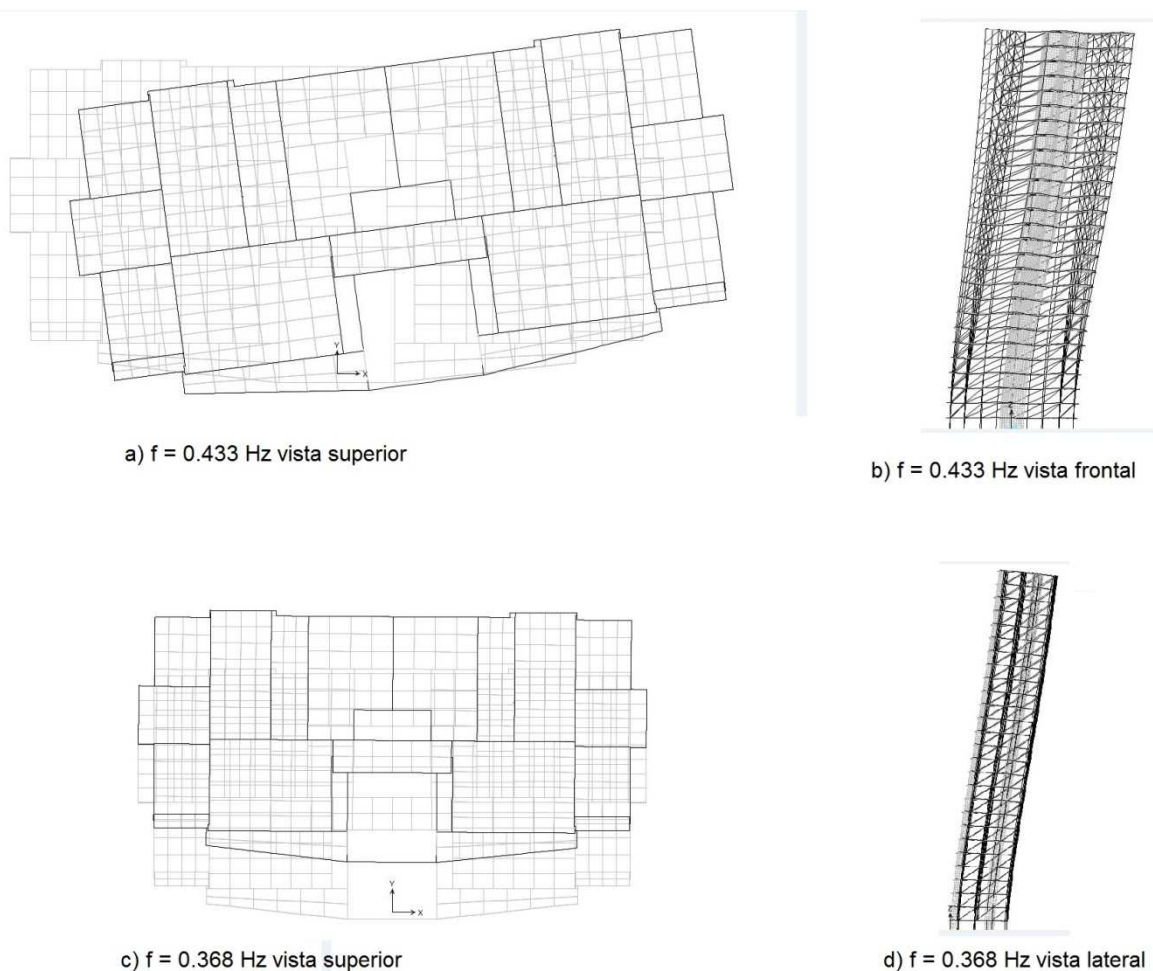


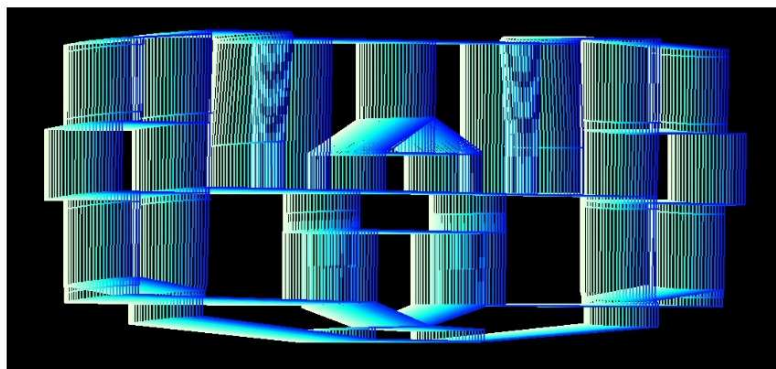
Figura 5.8: Resultados obtidos com o modelo em SAP2000 com alvenaria para o Edifício A (fonte: elaborado pelo autor).

### 5.4.3 Modelo em TQS

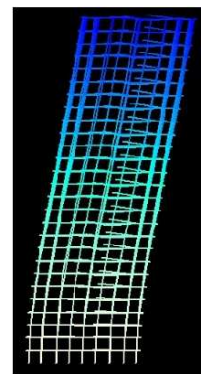
O modelo em TQS tem uma massa resultante de 7310,183 ton. Relativo a 100,276% da massa idealizada de 7290 ton. Para isto, foi adicionada uma sobre carga em todas as lajes do modelo de 0,200 tf/m<sup>2</sup> permanente e 0,174 tf/m<sup>2</sup> acidental.

A figura 5.9 demonstra os resultados obtidos. São observados os dois primeiros modos, sendo que a frequência mais baixa é para um modo de translação em x de 0,293 Hz, seguida de um modo de translação em y de 0,348 Hz, respectivamente. Relata-se que tais modos não apresentam um nível de torção relevante no tabuleiro, assim como se observa que o modelo tem uma rigidez notavelmente inferior para translação em x. Tal rigidez reduzida em x é o oposto do que é observado com os outros métodos.

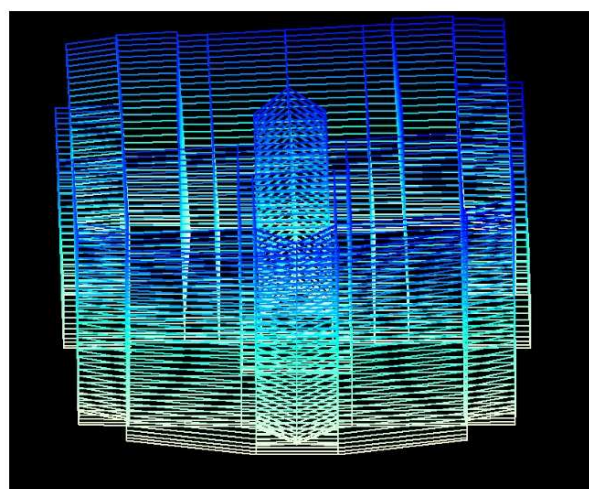
O terceiro modo de vibração é de torção do pavimento tipo. A frequência natural correspondente é de 0,375 Hz.



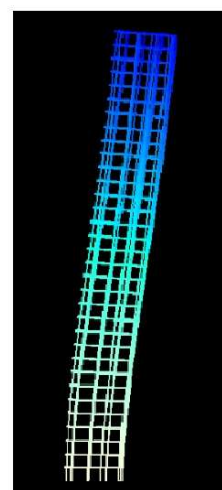
a)  $f = 0.293$  Hz vista superior



b)  $f = 0.293$  Hz vista frontal



c)  $f = 0.348$  Hz vista superior



d)  $f = 0.348$  Hz vista lateral

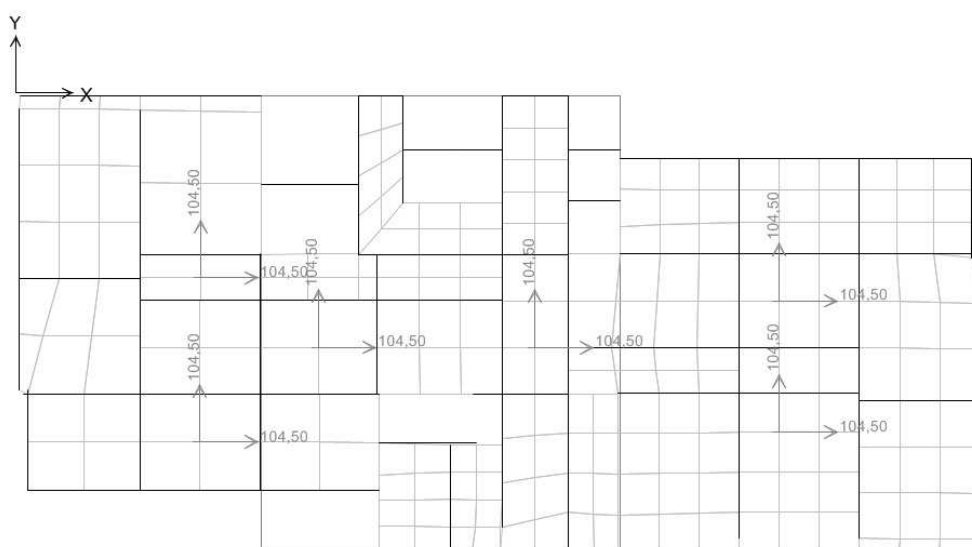
Figura 5.9: Resultados obtidos com o modelo em TQS para o Edifício A (fonte: elaborado pelo autor).

## 5.5 RESULTADOS PARA O EDIFÍCIO B

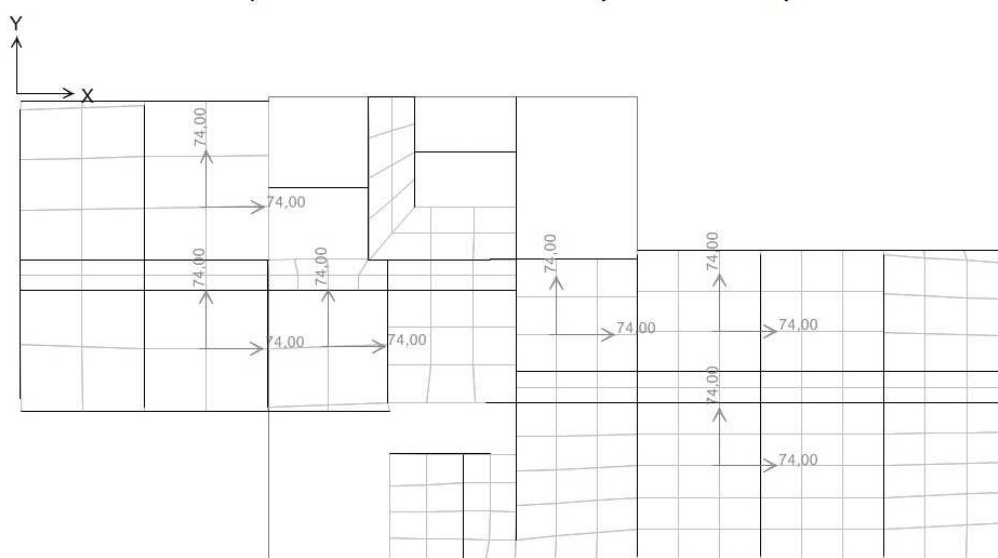
Na sequência, são expostos os resultados e detalhes específicos de modelagem para o Edifício B, descrito no item A2 do Apêndice A. Os itens subsequentes estão organizados conforme os modelos gerados em SAP2000, SAP2000 com diagonais de alvenaria e TQS.

### 5.5.1 Modelo em SAP2000 sem Diagonais

A massa total do modelo feito com o software SAP2000 é de 48768,8 ton que representam 99,528% da massa total idealizada de 49000 ton. Foram inseridas massas nodais em 6 nós por pavimento a fim de estabelecer a massa por pavimento conforme o anexo A2 estabelece. A figura 5.10 apresenta as massas adicionadas de 104,5 ton e 74 ton nos pavimentos tipo 1 e 2, respectivamente.



a) Massa adicionada no pavimento tipo 1



b) Massa adicionada no pavimento tipo 2

Figura 5.10: Massas adicionadas no modelo em SAP2000 para o Edifício B (fonte: elaborado pelo autor).

São expostos os primeiros modos de vibração resultantes na figura 5.11. O primeiro diz respeito à translação em x com uma frequência natural de 0,204 Hz apresentando um pouco de rotação no pavimento. Analogamente, o segundo modo apresenta uma leve torção do pavimento junto com o deslocamento ao longo de y para uma frequência natural de 0,247 Hz. Também é resultado do modelo a frequência natural de 0,295 Hz de rotação.

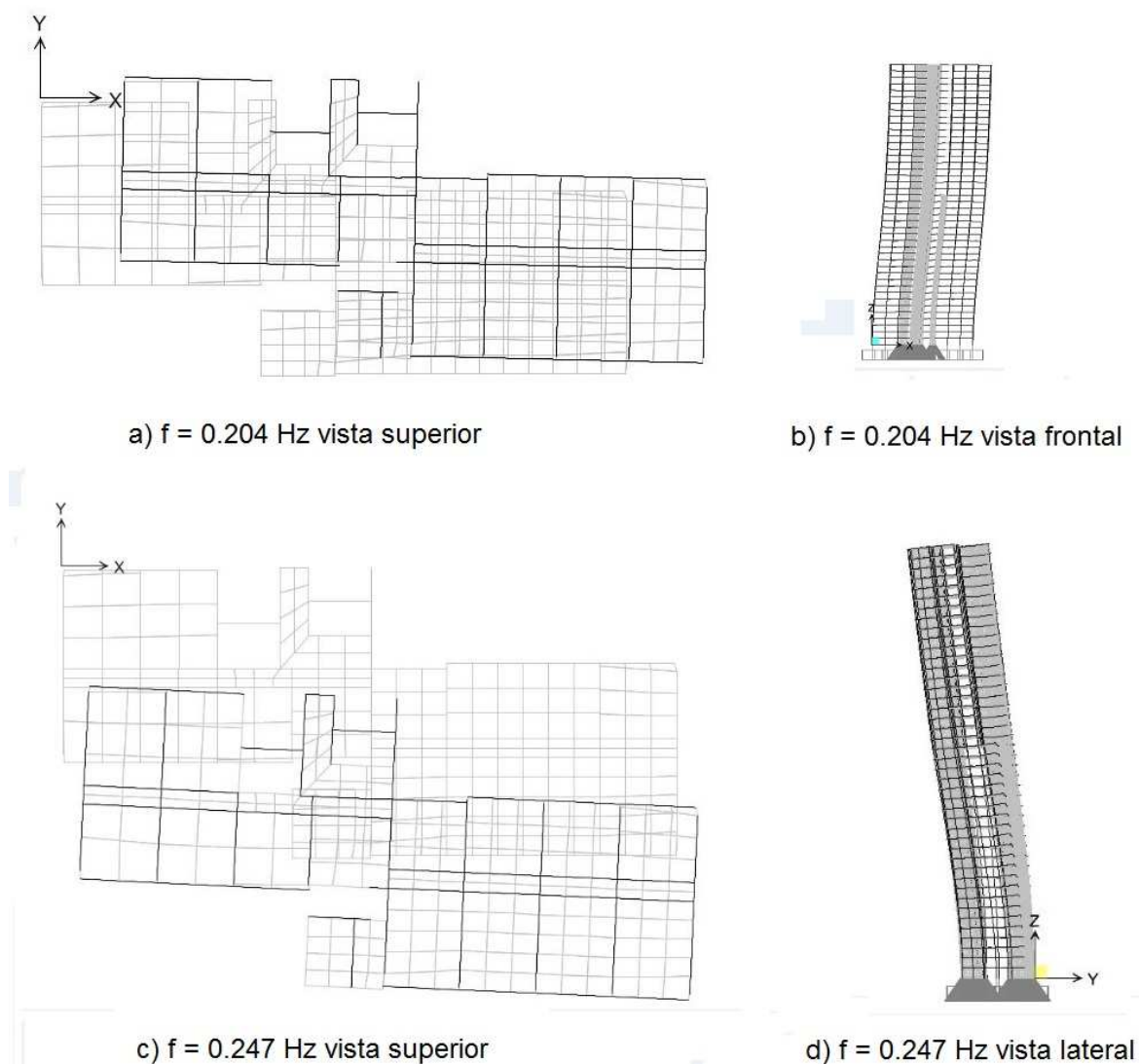
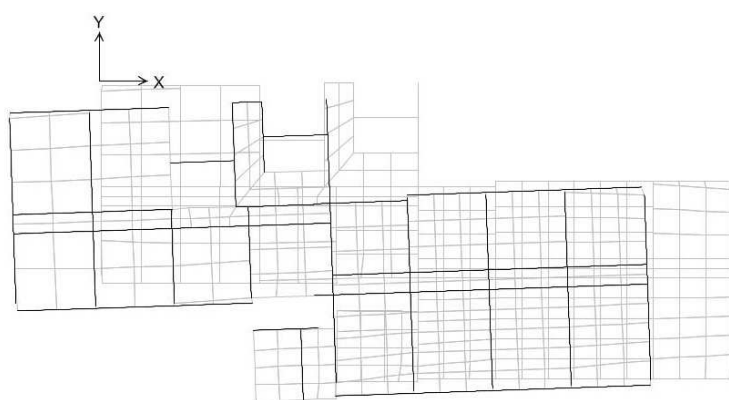


Figura 5.11: Resultados obtidos com o modelo em SAP2000 para o Edifício B (fonte: elaborado pelo autor).

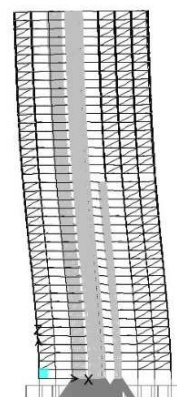
### 5.5.2 Modelo em SAP2000 com Diagonais

Ao incluir a presença da alvenaria através de diagonais bi-rotuladas, são obtidas outras frequências naturais no modelo numérico do software SAP2000. Conforme o anexo A2 e as plantas baixas dos pavimentos tipo informam, o prédio tem poucos vãos de pórtico preenchidos com alvenaria. Ainda assim, há uma maior presença do fechamento nos vãos ao longo da direção y.

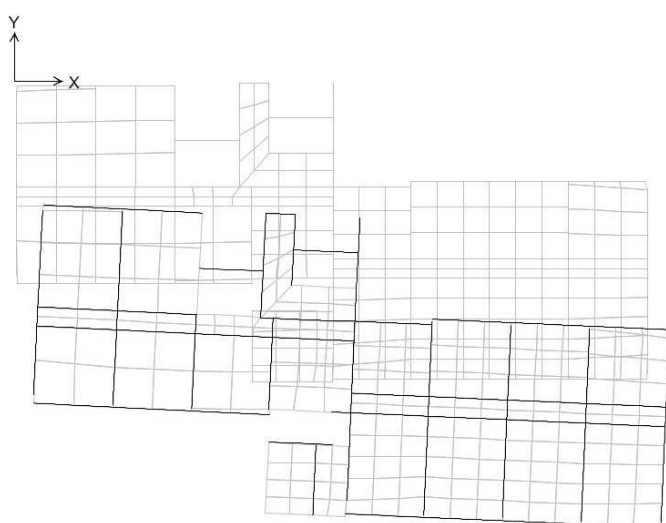
A figura 5.12 expõe os resultados obtidos. O modo de translação em x indica uma frequência natural de 0,211 Hz, ao passo que a forma modal para deslocamentos na direção transversal se refere a 0,257 Hz.



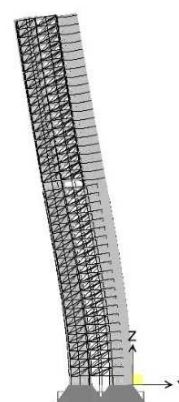
a)  $f = 0.211$  Hz vista superior



b)  $f = 0.211$  Hz vista frontal



c)  $f = 0.257$  Hz vista superior



d)  $f = 0.257$  Hz vista lateral

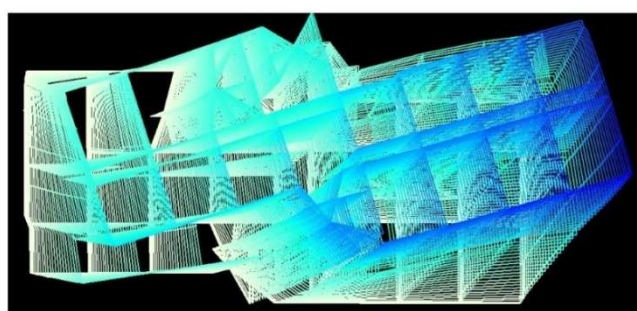
Figura 5.12: Resultados obtidos com o modelo em SAP2000 com alvenaria para o Edifício B (fonte: elaborado pelo autor).

### 5.5.3 Modelo em TQS

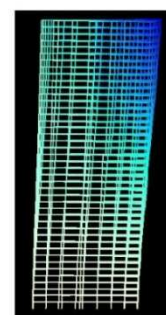
Os resultados obtidos através do software TQS dizem respeito a um modelo criado com a massa praticamente idêntica daquela idealizada. Foram adicionadas sobrecargas de peso permanente nos pavimentos, sendo  $0,820 \text{ tf/m}^2$  no pavimento tipo 1 e  $0,730 \text{ tf/m}^2$  no pavimento tipo 2. Então, a massa total na análise é de  $48874,18 \text{ ton}$  que correspondem a  $99,743 \%$  do total idealizado de  $49000 \text{ ton}$ .

A análise chega aos valores e formas modais que constam na figura 5.13. A frequência de translação em x é de  $0,243 \text{ Hz}$ , que é mais elevada do que os valores obtidos com SAP2000. Já a outra forma modal, de deslocamentos em y, tem a frequência natural de  $0,261 \text{ Hz}$ , que é um valor médio quando comparado aos resultados do SAP2000 e da rotina em GNU Octave, que tem seus resultados expostos no capítulo 6.

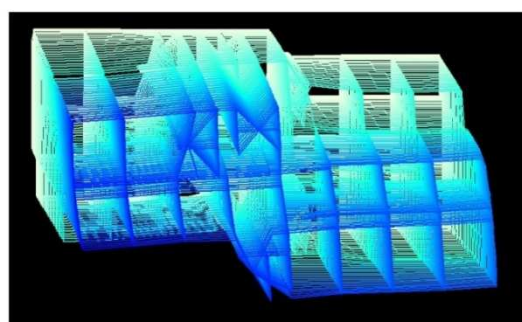
A terceira forma modal é de torção do pavimento tipo. Ela tem a frequência natural de  $0,311 \text{ Hz}$ .



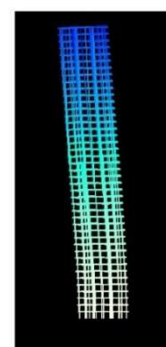
a)  $f = 0.243 \text{ Hz}$  vista superior



b)  $f = 0.243 \text{ Hz}$  vista frontal



c)  $f = 0.261 \text{ Hz}$  vista superior



d)  $f = 0.261 \text{ Hz}$  vista lateral

Figura 5.13: Resultados obtidos com o modelo em TQS para o Edifício B (fonte: elaborado pelo autor).

## 5.6 RESULTADOS PARA O EDIFÍCIO C

Esta parte do trabalho apresenta os modelos gerados e resultados para o Edifício C para os modelos em SAP2000, com e sem diagonais de alvenaria, e em TQS. O item A3 do Apêndice A apresenta as características e descrições gerais da edificação.

### 5.6.1 Modelo em SAP2000 sem Diagonais

O Edifício C, quando analisado com o software SAP2000, tem a massa total de 11833,733 ton. Este valor é 99,860% da massa total idealizada de 11850,3 ton e foi obtido com base na adição de massas nodais para graus de liberdade de translação em 6 nós por pavimento. Tais pontos têm 31,3 ton a mais conforme a figura 5.14.

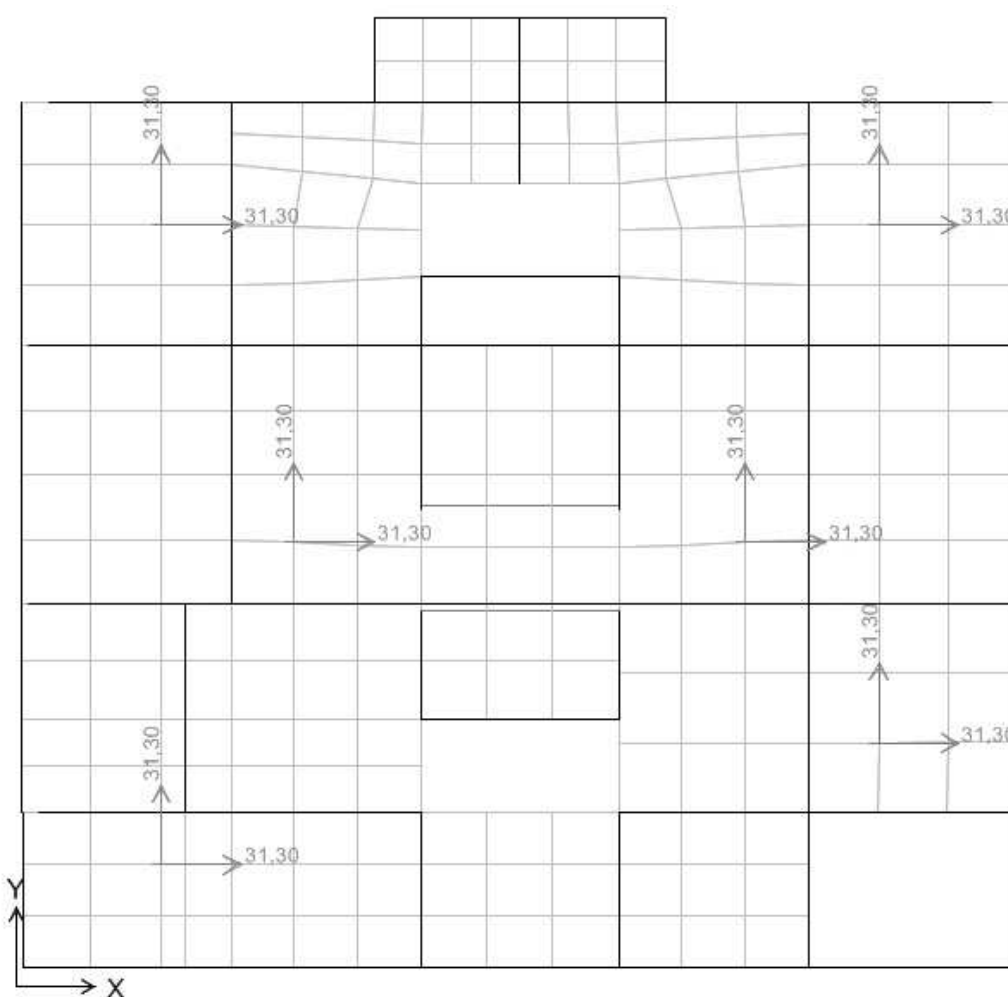
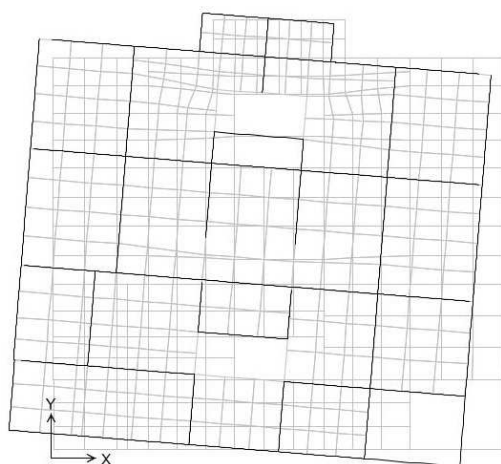


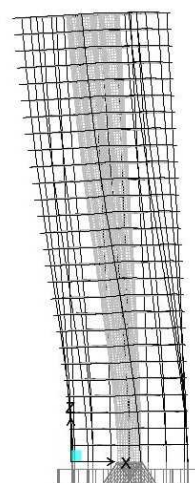
Figura 5.14: Massas adicionadas no modelo em SAP2000 para o Edifício C (fonte: elaborado pelo autor).



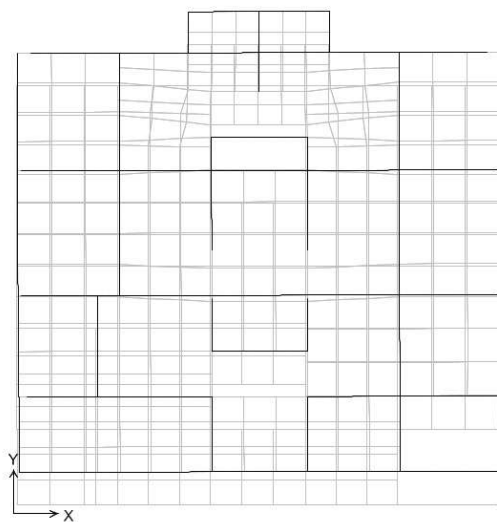
O resultado do modelo em elementos finitos é exposto na figura 5.15. São relatados os dois primeiros modos: um de translação em x tendo certa rotação no pavimento tipo com 0,344 Hz de frequência natural e o outro de translação em y que tem frequência natural de 0,263 Hz. Ainda assim, o terceiro modo de vibração do Edifício C corresponde à torção do pavimento tipo sem translações com uma frequência natural de 0,405 Hz.



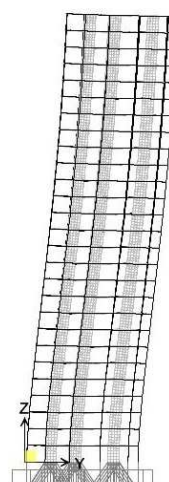
a)  $f = 0.344$  Hz vista superior



b)  $f = 0.344$  Hz vista frontal



c)  $f = 0.263$  Hz vista superior



d)  $f = 0.263$  Hz vista lateral

Figura 5.15: Resultados obtidos com o modelo em SAP2000 para o Edifício C (fonte: elaborado pelo autor).

### 5.6.2 Modelo em SAP2000 com Diagonais

Os resultados apresentados nesta parte do trabalho se referem ao modelo montado no software SAP2000 com diagonais bi-rotuladas representando a alvenaria nos pórticos, conforme a figura 5.16. O Edifício C apresenta uma frequência natural para a translação em x de 0,359 Hz, o valor relatado para a translação em y é de 0,304 Hz e o terceiro modo de vibração corresponde a uma rotação do pavimento tipo de frequência natural de 0,483 Hz. Relata-se um acréscimo mais expressivo na análise na direção y, na qual a estrutura é menos rígida e também onde o volume de alvenaria é maior.

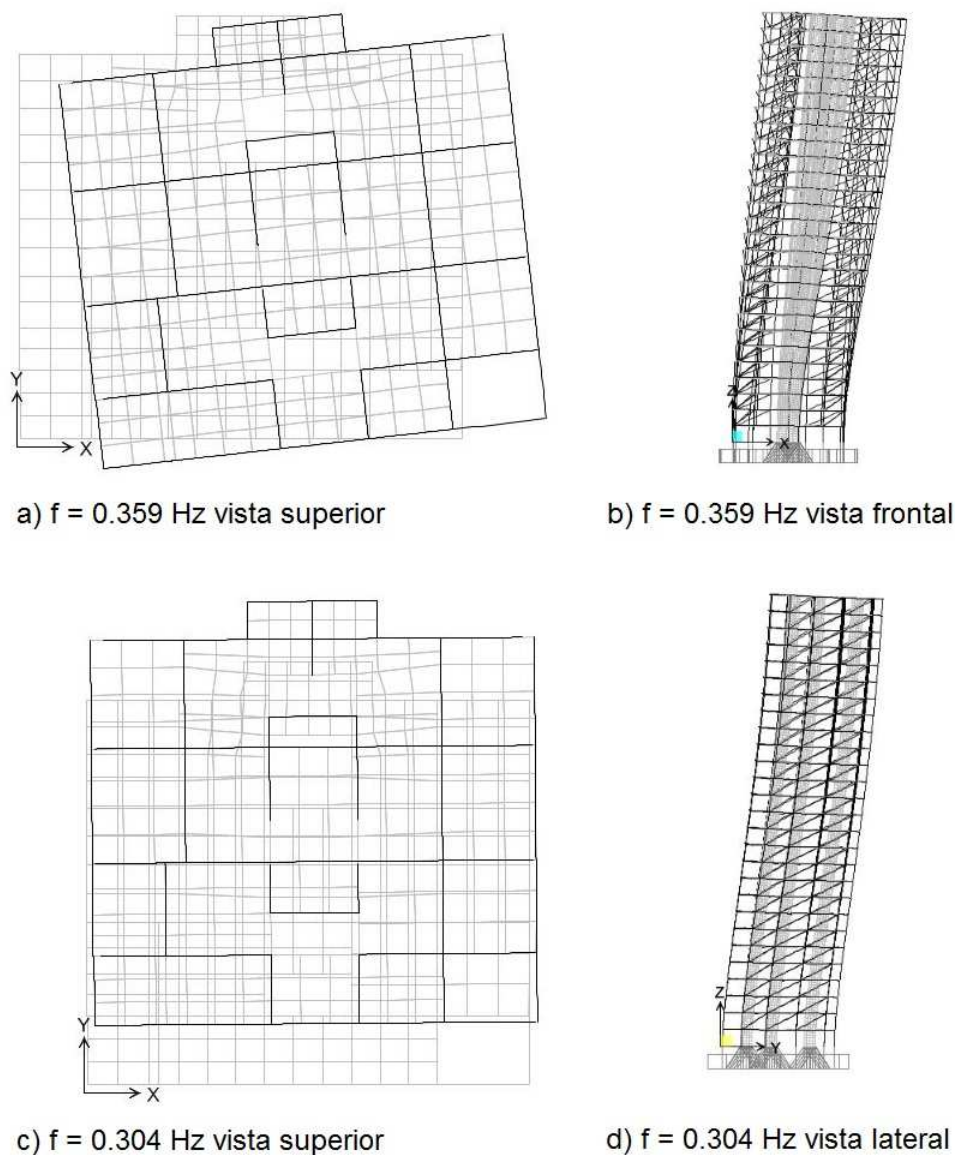
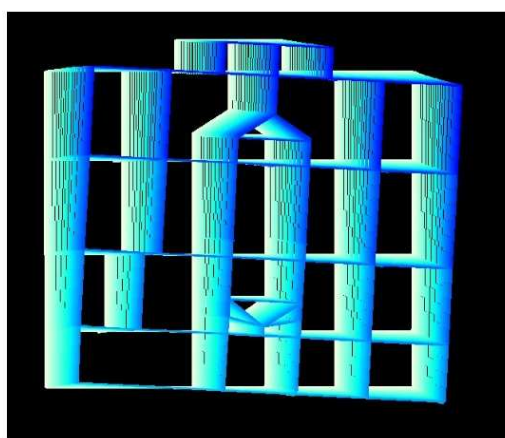


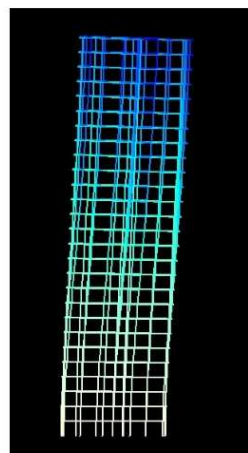
Figura 5.16: Resultados obtidos com o modelo em SAP2000 com alvenaria para o Edifício C (fonte: elaborado pelo autor).

### 5.6.3 Modelo em TQS

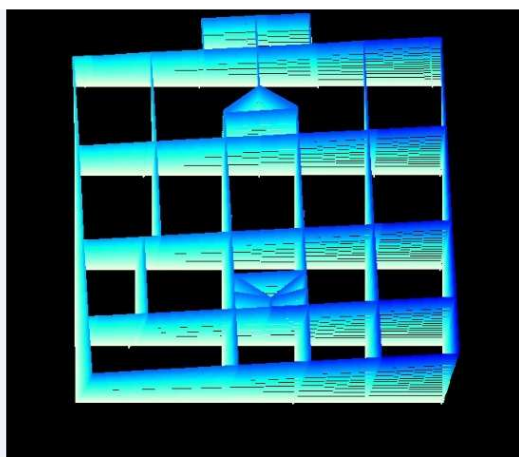
O Edifício C, no modelo com o software TQS, tem uma massa total de 11866,330 ton. Assim, esta massa corresponde a 100,135% da massa de referência de 11850,3 ton. Este valor foi atingido através da adição de uma carga permanente de 0,555 tf/m<sup>2</sup> em todas as lajes do pavimento tipo.



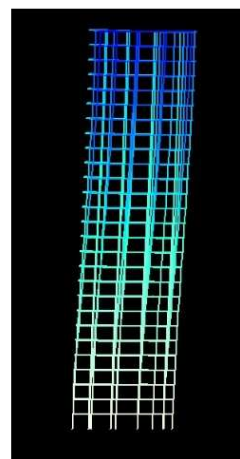
a)  $f = 0.394$  Hz vista superior



b)  $f = 0.394$  Hz vista frontal



c)  $f = 0.355$  Hz vista superior



d)  $f = 0.355$  Hz vista lateral

Figura 5.17: Resultados obtidos com o modelo em TQS para o Edifício C (fonte: elaborado pelo autor).

Ao contrário do que é relatado para os demais edifícios, a figura 5.17 exhibe o segundo e o terceiro modo de vibração resultantes da análise com o software TQS. Isto se dá porque a

frequência natural fundamental da estrutura é de rotação do pavimento com 0,339 Hz de frequência natural. A forma modal referente à translação em x tem uma frequência natural de 0,394 Hz ao passo que a forma modal de translação em y tem a frequência natural de 0,355 Hz.

## 5.7 DISCUSSÃO SOBRE VARIAÇÕES NA MODELAGEM

Os resultados dos estudos realizados neste capítulo expõem frequências naturais que descrevem uma concordância apesar da pequena variação entre os valores dos diferentes métodos. Porém, ao discutir as frequências naturais da base de dados do LAC/UFRGS, é observada uma tendência de as frequências apresentarem valores mais baixos do que o esperado. Tal fenômeno induz a discussão acerca das decisões tomadas durante a modelagem.

A fim de evidenciar a relevância de tais decisões, um caso em específico foi selecionado: a aplicação de rótulas nas extremidades de vigas que conectam paredes e elementos caracterizados como formadores de núcleo. Tal alteração altera drasticamente as solicitações e o dimensionamento, que não são discutidas no presente trabalho. No entanto, alterar a vinculação de um elemento para fazê-lo passar em verificações de Estado Limite Último (ELU) acaba por indicar um comportamento estrutural não verossímil para um Estado Limite de Serviço (ELS), por exemplo.

Uma viga ligando duas paredes bastante rígidas usualmente relata esforços cortantes extremamente altos em verificações do ELU e isto leva a peça a não poder ser dimensionada. Porém, ao rotular as vigas, não se trata de uma modificação pontual e singular no modelo. Essa alteração faz com que a edificação tenha um funcionamento estrutural completamente diferente do anterior, visto que a viga conectora, quando engastada, é capaz de fazer com que as duas paredes funcionem como um par momento resistente através do braço de alavanca representado pela viga em questão. Todavia, quando tal barra é rotulada, as duas paredes funcionam como elementos independentes cada qual resistindo a momentos fletores conforme as suas rigidezes singulares e sem esforços normais. Esta rotulação dos elementos é irreal para a representação de ligações entre pilares e vigas de concreto armado moldado *in loco*.

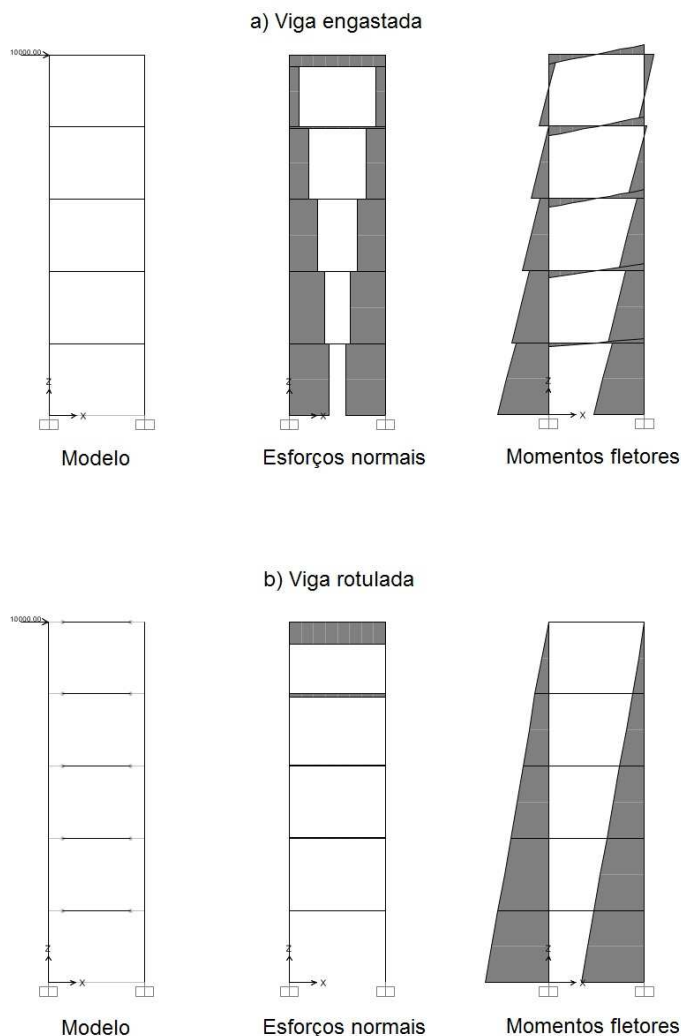


Figura 5.18: Comportamento estrutural de pilares ligados por viga engastada e viga rotulada (fonte: elaborado pelo autor).

A figura 5.18 exprime a diferença no funcionamento estrutural de dois modelos para uma mesma estrutura quando carregada com uma força horizontal. No termo *a)* da figura é relatada uma rigidez maior por resistir ao momento através do par de esforços axiais e da própria absorção de momento dos elementos verticais. O termo *b)* é menos rígido por ter somente solicitações de momento fletor nas peças verticais.

Então, perante tal alteração no modelo, é viável considerar que prédios altos podem ter uma frequência natural de projeto inferior àquela da estrutura existente e inferior a um valor plausível para verificações quanto ao ELS. O comportamento estrutural da edificação em serviço possivelmente não atinge níveis de solicitações capazes de rotular ligações que assim foram consideradas para passar em verificações quanto ao ELU.

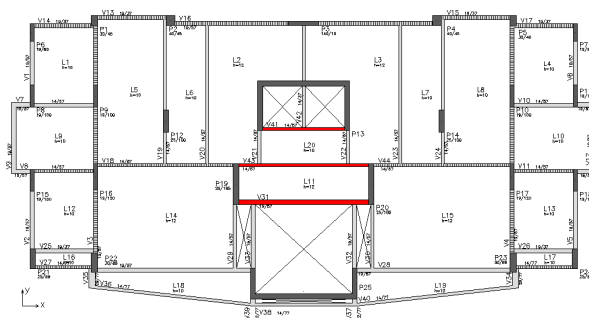
A fim de mensurar o efeito de tais alterações estruturais, foram modificados os modelos dos edifícios A, B e C obtidos com o software TQS. A mudança feita é a consideração de que as vigas que conectam paredes e elementos de núcleo entre si são bi-rotuladas. O quadro 5.2 apresenta as frequências naturais relatadas no modelo original e no modelo após a rotulação enquanto a figura 5.19 apresenta as vigas modificadas em vermelho.

Quadro 5.2: Comparação entre resultados com e sem modificações na modelagem.

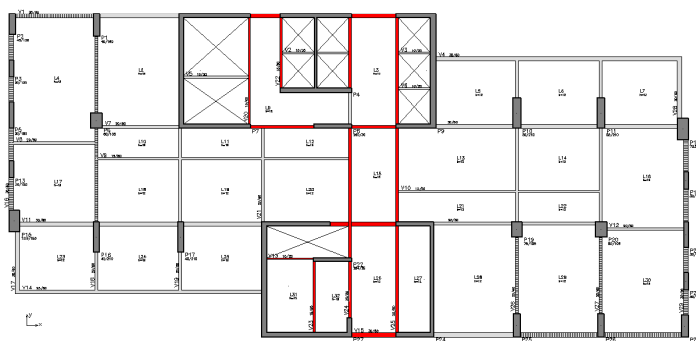
		Modelo TQS Sem Modificações	Modelo TQS com Vigas Rotuladas
<b>Edifício A</b>	Translação em x	0,293 Hz	0,291 Hz
	Translação em y	0,348 Hz	0,333 Hz
<b>Edifício B</b>	Translação em x	0,243 Hz	0,166 Hz
	Translação em y	0,261 Hz	0,243 Hz
<b>Edifício C</b>	Translação em x	0,394 Hz	0,358 Hz
	Translação em y	0,355 Hz	0,169 Hz

(fonte: elaborado pelo autor)

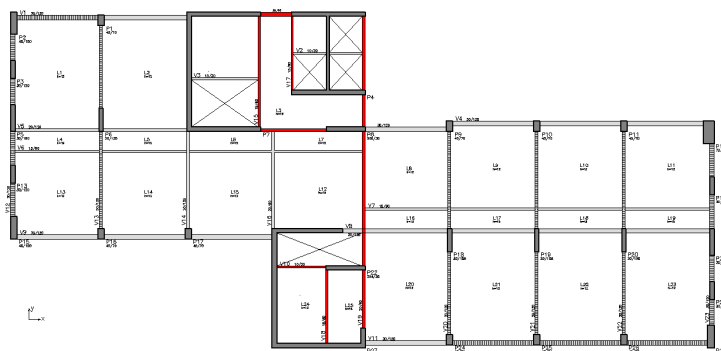
A partir destes resultados, é mensurada a importância das decisões durante a modelagem. Mesmo sendo um extremo, o caso apresentado, de rotulação das vigas entre elementos formadores de núcleo, é uma entre várias modificações possíveis no sistema estrutural que podem afetar a rigidez e, conseqüentemente, as frequências naturais das edificações.



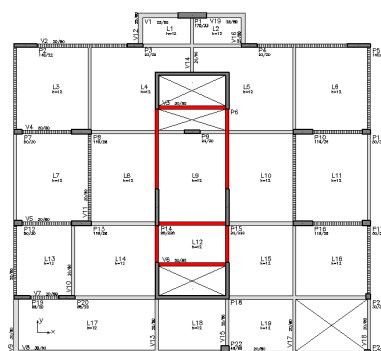
Edifício A - Vigas rotuladas



Edifício B - Pavimento tipo 1 - Vigas rotuladas



Edifício B - Pavimento tipo 2 - Vigas rotuladas



Edifício C - Vigas rotuladas

Figura 5.19: Vigas rotuladas nos modelos das edificações em vermelho (fonte: elaborado pelo autor).

## 6 ANÁLISES COM MODELOS PROPOSTOS

O capítulo anterior apresentou os modelos feitos em softwares disponíveis comercialmente para três edificações específicas. No presente capítulo, as mesmas edificações são analisadas conforme as estimativas de frequências naturais abordadas nos capítulos 3 e 4.

Os detalhes gerais e as principais características das edificações constam no Apêndice A. Os edifícios A, B e C são expostos nos itens A1, A2 e A3, respectivamente.

Enquanto o capítulo anterior abordou modelos numéricos convencionais, esta parte do trabalho se refere ao modelo proposto no capítulo 3 para estimativa de frequências naturais de translação de forma simplificada. Então, é possível fazer comparações entre as estimativas e comprovar a validade do método proposto.

A correção na frequência natural, proposta no capítulo 4, também é aplicada. As frequências naturais obtidas com o modelo sem diagonais em SAP2000 são corrigidas. Assim, além de expor o acréscimo nas frequências naturais causado pela consideração da alvenaria, é possível comparar o resultado com o modelo em SAP2000 com diagonais.

Os próximos itens deste capítulo caracterizam os métodos aqui utilizados. Depois, são expostos os cálculos e frequências naturais resultantes das metodologias para cada edificação.

### 6.1 DETALHES SOBRE O MODELO ALTERNATIVO PARA VALIDAÇÃO DA FREQUÊNCIA NATURAL

Conforme exposto no capítulo 3, se faz viável a utilização deste modelo simplificado a fim de validar as frequências naturais obtidas com outros métodos mais detalhados. A rotina criada em GNU Octave se apresenta útil para modos de translação e para edificações facilmente caracterizadas como tendo pórticos e núcleos.

Os resultados obtidos através deste modelo são eficazes, principalmente, para o estudo de modos de translação pura. Isto ocorre porque a proposta deste método é de validar uma frequência natural obtida por outro método mais complexo. Então, quanto menos translação e mais torção do tabuleiro houver nos resultados de outras análises, menos útil é a comparação com este cálculo simplificado.



Outra observação importante sobre este método é que ele é eficiente para prédios com núcleo e pórticos distintamente segregados. Em casos onde o sistema estrutural envolve uma solução diferente, a análise se faz inviável. No entanto, as edificações analisadas, assim como a maioria das edificações altas no Brasil, apresentam uma disposição de elementos estruturais que possibilitam tal abordagem.

No que diz respeito à identificação dos pórticos e dos núcleos, esta é passível de interpretação. Os pilares e vigas que formam pórticos são considerados como tais, assim como as vigas que conectam os pórticos aos núcleos. Por outro lado, são considerados núcleos, os elementos verticais considerados capazes de responder a carregamentos principalmente em flexão e isso engloba as paredes que envolvem as caixas de elevadores e demais elementos verticais com momento de inércia notavelmente maior que os demais pilares.

## 6.2 DETALHES SOBRE AS FREQUÊNCIAS NATURAIS OBTIDAS CONSIDERANDO O FECHAMENTO EM ALVENARIA

É obtida a frequência natural utilizando a metodologia proposta no capítulo 4. Isto é, parte-se da frequência natural obtida para o modelo sem qualquer representação da alvenaria para fins de rigidez, feito com o software SAP2000 conforme o item 5.1 descreve, e faz-se a correção.

Conforme ressaltado no capítulo 4, essa correção é eficaz para os modos de translação. A premissa é de que a forma modal da edificação é resultado de deslocamentos laterais nos vãos dos seus pórticos, o que valida o estudo paramétrico realizado em pórtico de um vão apenas. Então, partindo da frequência natural da edificação em concreto armado e dos volumes de alvenaria e de concreto nos pórticos, chega-se a frequência natural corrigida através do  $\alpha_0$  da edificação em questão.

O método é válido para comparação com o modelo com diagonais, discutido no capítulo 5. Também é viável a comparação com os valores sem influência da alvenaria para mensurar seu efeito nas frequências naturais.

## 6.3 RESULTADOS PARA O EDIFÍCIO A

A seguir, são apresentados os resultados para o Edifício A, descrito no item A1 do Apêndice A. Os resultados dizem respeito às análises via método simplificado e correção da frequência natural para consideração da alvenaria.

### 6.3.1 Modelo Alternativo para Frequências Naturais de Translação

Primeiramente, o quadro 6.1 exibe os valores de dados relevantes do Edifício A. Já a figura 6.1 demonstra os resultados obtidos com a rotina de GNU Octave elaborada para validar frequências naturais de translação.

Quadro 6.1: Dados relativos ao Edifício A.

<b>Dados Gerais do Edifício A</b>		
H	81 m	Altura total
h	3 m	Altura de piso a piso
bx	25 m	Dimensão da edificação em x
by	12 m	Dimensão da edificação em y
$M_{pav}$	270 ton	Massa do pavimento tipo
$M_{tot}$	7290 ton	Massa total
<b>Dados da análise em x</b>		
$\Sigma I_{nucx}$	10,0878 m <sup>4</sup>	Momento de inércia dos núcleos
$\Sigma I_{px}$	0,06964 m <sup>4</sup>	Momento de inércia dos pilares
$\Sigma I_{vx}/L_{vx}$	0,01903 m <sup>3</sup>	Momento de inércia das vigas
$I_{pavx}$	427,13 m <sup>4</sup>	Momento de inércia do pavimento
$\alpha_{0x}$	3,945	Fator de relação de rigidezes
$r_{Volx}$	1,08011	Relação de volumes de concreto e alvenaria

continua

continuação

Dados da análise em y		
$\Sigma I_{nucy}$	1,4192 m <sup>4</sup>	Momento de inércia dos núcleos
$\Sigma I_{py}$	0,2805 m <sup>4</sup>	Momento de inércia dos pilares
$\Sigma I_{vy}/L_{vy}$	0,009921 m <sup>3</sup>	Momento de inércia das vigas
$I_{pavy}$	150,87 m <sup>4</sup>	Momento de inércia do pavimento
$\alpha_{0y}$	11,769	Fator de relação de rigidezes
$r_{voly}$	1,03635	Relação de volumes de concreto e alvenaria

(fonte: elaborado pelo autor)

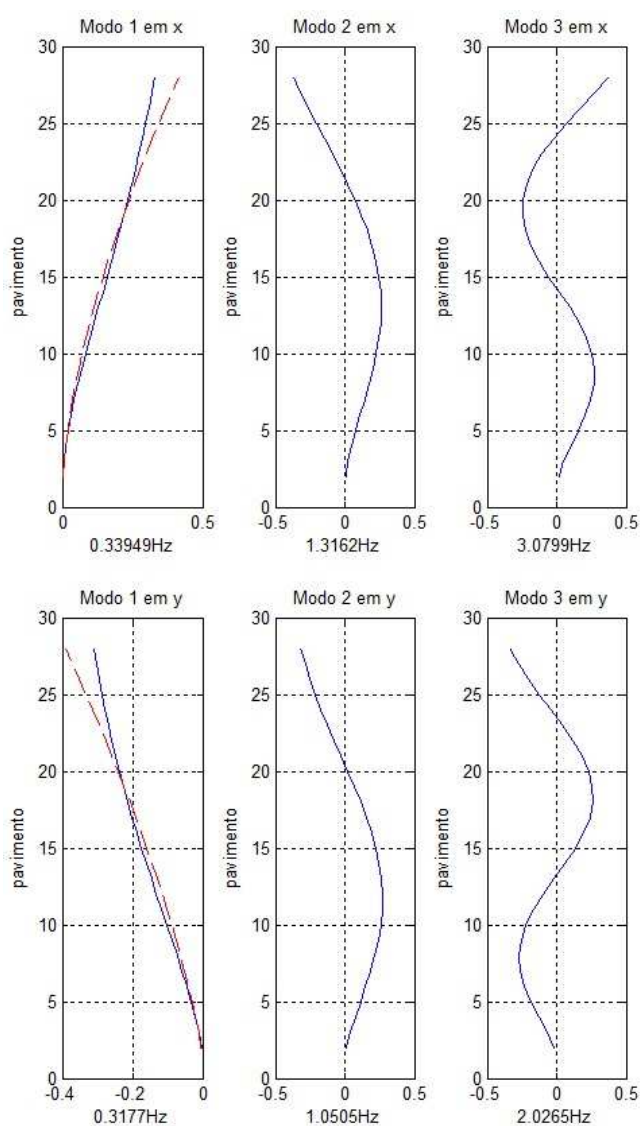


Figura 6.1: Resultados obtidos com o modelo alternativo para o Edifício A (fonte: elaborado pelo autor).

Observa-se através dos resultados que o Edifício A é mais rígido na análise bidimensional em  $x$ . Isto está coerente com os valores das propriedades, visto que a participação do núcleo é muito maior para translação em  $x$ . O momento de inércia para a flexão geral do pavimento (calculado em relação ao centro de rigidez do pavimento) também é maior para translação em  $x$ , pois os pilares estão distribuídos ao longo dos 25 metros em  $x$ , enquanto o braço de alavanca é praticamente a metade em  $y$  (12 metros). Por outro lado, o somatório dos momentos de inércia dos pilares para a análise em  $y$  é maior quando comparado ao somatório para análise em  $x$ , visto que os pilares estão orientados ao longo de  $y$  a fim de compensar o fato de que esta é a menor dimensão horizontal.

O parâmetro  $\alpha_0$  revela que a estrutura se comporta como um sistema composto de núcleo e pórtico na análise bidimensional em  $x$ . Na direção perpendicular, o valor relata que o comportamento de pórtico prevalece e isso é observado com base na proximidade dos somatórios de momentos de inércia dos pilares e dos núcleos. As relações de volumes de alvenaria de fechamento e concreto nos pórticos expõem maior influência do preenchimento na direção  $x$ .

### 6.3.2 Correção Através da Consideração da Alvenaria

A correção é feita através do método do capítulo 4 a fim de estimar o acréscimo de rigidez causado pela alvenaria com base nos volumes de concreto e alvenaria e na frequência natural obtida sem consideração da mesma para fins de rigidez. As relações entre volumes que constam no quadro 6.1, quando inseridas nas equações 4.7 e 4.8 (presentes no item 4.2.4 do capítulo 4) apresentam os valores plotados na figura 6.2. Também são apresentados os valores de  $r_U$  médio para cada direção, que se refere ao ponto no gráfico equidistante dos limites inferior e superior. A adoção do  $r_U$  é algo subjetivo, por isso, os três valores, inferior, médio e superior, serão considerados.

Então, através do valor obtido para o  $r_U$ , é possível corrigir a frequência natural original, que neste caso é aquela obtida com o modelo gerado no software SAP2000 sem as diagonais bi-rotuladas. No entanto, ainda é necessário obter o fator  $\varphi_{alv}$  para efetuar esta correção.

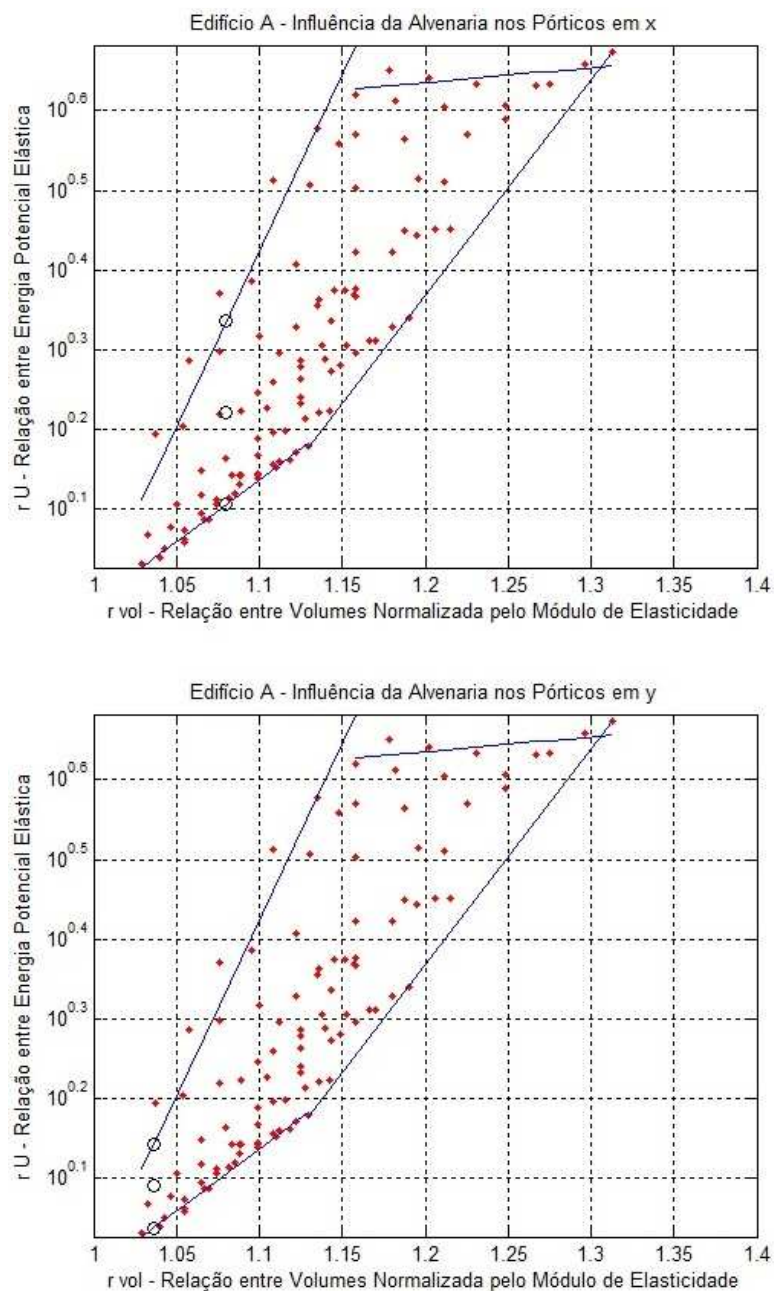


Figura 6.2: Fatores  $r_u$  obtidos para o Edifício A nas direções x e y (fonte: elaborado pelo autor).

Na análise no eixo x, o  $\alpha_0$  de 3,945, que consta no quadro 6.1, indica que a equação 4.11, que consta no item 4.3 do capítulo 4, deve ser utilizada. Por outro lado, na análise em y, o  $\alpha_0$  de 11,769, que também consta no quadro 6.1, indica que o valor de  $\varphi_{alv}$  é o mesmo do  $r_U$ , já que a edificação se comporta predominantemente como pórtico nesta direção. O quadro 6.2 apresenta os resultados obtidos em ambas as direções x e y para os três casos de  $r_U$  considerados através da equação 4.12 do capítulo 4.

Quadro 6.2: Influência da alvenaria nas frequências naturais do Edifício A.

<b>Edifício A - Análise em x</b>			
$\alpha_0 =$	3,945		
$r_V =$	1,08011		
$f =$	0,341	Hz	
$r_{U \text{ inf}} =$	1,2762	$\varphi_{\text{alv inf}} =$	1,0904 $f_{\text{cor inf}} =$ 0,356 Hz
$r_{U \text{ med}} =$	1,6655	$\varphi_{\text{alv med}} =$	1,2178 $f_{\text{cor med}} =$ 0,376 Hz
$r_{U \text{ sup}} =$	2,1736	$\varphi_{\text{alv sup}} =$	1,384 $f_{\text{cor sup}} =$ 0,401 Hz
<b>Edifício A - Análise em y</b>			
$\alpha_0 =$	11,769		
$r_V =$	1,03635		
$f =$	0,339	Hz	
$r_{U \text{ inf}} =$	1,0918	$\varphi_{\text{alv inf}} =$	1,0918 $f_{\text{cor inf}} =$ 0,354 Hz
$r_{U \text{ med}} =$	1,2327	$\varphi_{\text{alv med}} =$	1,2327 $f_{\text{cor med}} =$ 0,376 Hz
$r_{U \text{ sup}} =$	1,3918	$\varphi_{\text{alv sup}} =$	1,3918 $f_{\text{cor sup}} =$ 0,400 Hz

(fonte: elaborado pelo autor)

Ao comparar os resultados obtidos através do modelo com diagonais bi-rotuladas e através da correção da frequência natural, é relatado que há uma concordância razoável. Na análise ao longo da direção x, que tem mais vãos com alvenaria, o resultado pela correção se mostrou inferior. Porém, ao longo da direção y, os resultados foram bastante próximos.

## 6.4 RESULTADOS PARA O EDIFÍCIO B

O Edifício B, descrito em A2 no Apêndice A, tem seus resultados expostos nesta parte do capítulo. Tais resultados dizem respeito ao método simplificado, do capítulo 3, e a correção na frequência natural, do capítulo 4.

### 6.4.1 Modelo Alternativo para Frequências Naturais de Translação

Os dados relevantes para a análise estrutural do Edifício B constam no quadro 6.3, no qual é mantida a mesma notação de índices utilizada no Edifício A. Com base nestes valores e nos demais dados da edificação, é feito o cálculo das frequências naturais através da rotina de programação apresentada no capítulo 3. Assim, são apresentados os resultados na figura 6.3.

Quadro 6.3: Dados relativos ao Edifício B.

<b>Dados Gerais do Edifício B</b>		
H	129 m	Altura total
h	3 m	Altura de piso a piso
bx	46,85 m	Dimensão da edificação em x
by	22,35 m	Dimensão da edificação em y
$M_{pav1}$	1261,643 ton	Massa do pavimento tipo 1
$M_{pav2}$	5999,110 ton	Massa do pavimento tipo 2
$M_{tot}$	49000 ton	Massa total
<b>Dados da análise em x</b>		
$\Sigma I_{nucx1}$	49,8627 m <sup>4</sup>	Momento de inércia dos núcleos do pavimento tipo 1
$\Sigma I_{px1}$	0,3567 m <sup>4</sup>	Momento de inércia dos pilares do pavimento tipo 1
$\Sigma I_{vx1}/L_{vx1}$	0,01280 m <sup>3</sup>	Momento de inércia das vigas do pavimento tipo 1
$I_{pavx1}$	6260,88 m <sup>4</sup>	Momento de inércia do pavimento tipo 1
$\Sigma I_{nucx2}$	45,0727 m <sup>4</sup>	Momento de inércia dos núcleos do pavimento tipo 2
$\Sigma I_{px2}$	0,1476 m <sup>4</sup>	Momento de inércia dos pilares do pavimento tipo 2
$\Sigma I_{vx2}/L_{vx2}$	0,1355 m <sup>3</sup>	Momento de inércia das vigas do pavimento tipo 2
$I_{pavx2}$	4360,18 m <sup>4</sup>	Momento de inércia do pavimento tipo 2
$\alpha_{0x}$	4,092	Fator de relação de rigidezes
$\Gamma_{Volx}$	1,00896	Relação de volumes de concreto e alvenaria

continua

continuação

<b>Dados da análise em y</b>		
$\Sigma I_{nucy1}$	206,30 m <sup>4</sup>	Momento de inércia dos núcleos do pavimento tipo 1
$\Sigma I_{py1}$	3,2848 m <sup>4</sup>	Momento de inércia dos pilares do pavimento tipo 1
$\Sigma I_{vy1}/L_{vy1}$	0,01623 m <sup>3</sup>	Momento de inércia das vigas do pavimento tipo 1
$I_{pavy1}$	1868,37 m <sup>4</sup>	Momento de inércia do pavimento tipo 1
$\Sigma I_{nucy2}$	137,10 m <sup>4</sup>	Momento de inércia dos núcleos do pavimento tipo 2
$\Sigma I_{py2}$	1,5390 m <sup>4</sup>	Momento de inércia dos pilares do pavimento tipo 2
$\Sigma I_{vy2}/L_{vy2}$	0,1376 m <sup>3</sup>	Momento de inércia das vigas do pavimento tipo 2
$I_{pavy2}$	1161,08 m <sup>4</sup>	Momento de inércia do pavimento tipo 2
$\alpha_{0y}$	2,267	Fator de relação de rigidezes
$\Gamma_{Vol}$	1,03104	Relação de volumes de concreto e alvenaria

(fonte: elaborado pelo autor)

O Edifício B se apresenta mais rígido na análise bidimensional em y, pois a soma dos momentos de inércia dos elementos dos núcleos é um valor muito grande. O momento de inércia para a flexão geral do pavimento é maior para a análise na direção x. No entanto, conforme a própria pesquisa bibliográfica indica, tal dado não é tão influente na rigidez comparado a participação dos pórticos e dos núcleos. Também é observado que, de forma análoga ao edifício anterior, os pilares estão orientados na direção y para compensar a menor dimensão geral da edificação.

Através das frequências resultantes também é possível identificar o funcionamento dos dois núcleos de elementos verticais na região central dos pavimentos tipo. Além de se tratar de peças orientadas ao longo da direção y, os dois núcleos também funcionam como um par de tração e compressão, visto que estão conectados por vigas. Os parâmetros  $\alpha_0$  considerados no quadro 6.3 são calculados através do pavimento tipo 1. Eles indicam um comportamento de estrutura composta de pórtico e paredes resistentes em ambas as direções.



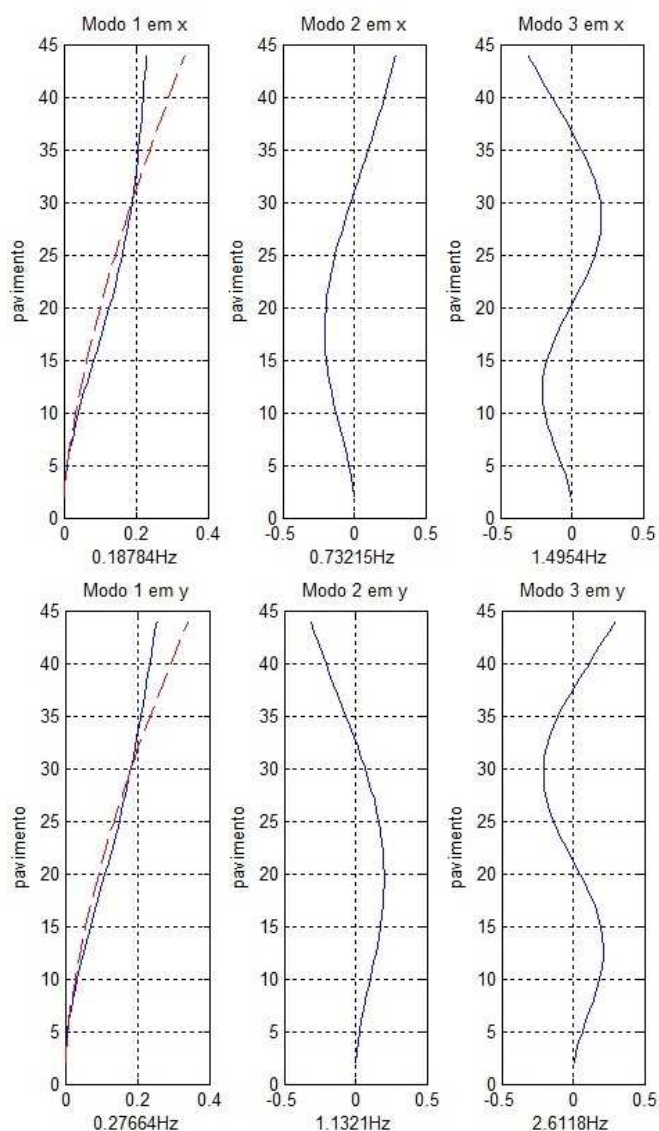


Figura 6.3: Resultados obtidos com o modelo alternativo para o Edifício B (fonte: elaborado pelo autor).

#### 6.4.2 Correção Através da Consideração da Alvenaria

A metodologia aplicada aqui é a mesma do capítulo 4 seguindo de forma análoga a utilização para com a outra edificação em 6.3.2. Assim, o princípio de utilizar a relação de volumes ponderada pelos módulos de elasticidade  $r_V$  se mantém. Na figura 6.4 é apresentada tal relação para ambas as direções e três possíveis valores de  $r_U$ : inferior, médio e superior.

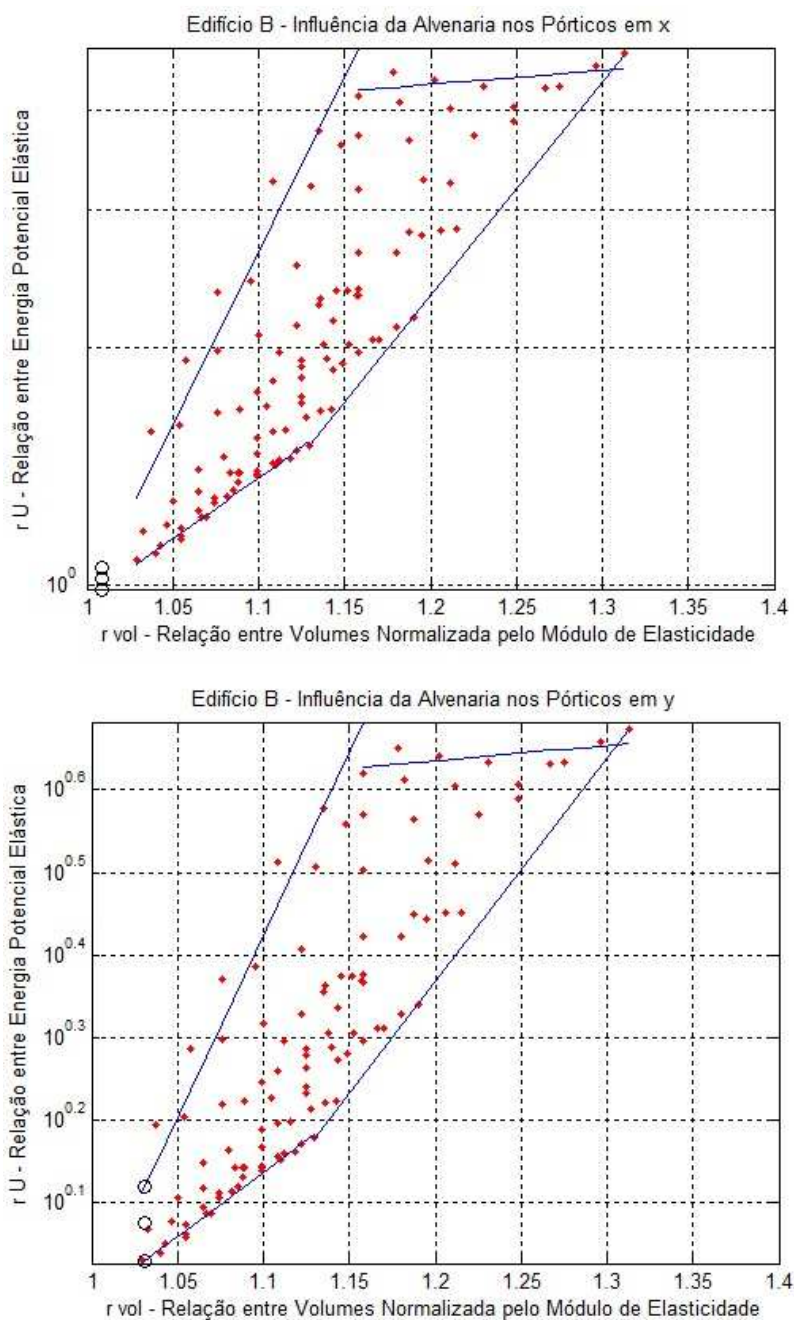


Figura 6.4: Fatores  $r_u$  obtidos para o Edifício B nas direções x e y (fonte: elaborado pelo autor).

Através da análise da figura 6.4 é possível observar que a edificação tem uma participação da alvenaria muito baixa, tanto no que se refere a volumes, quanto no que se refere a acréscimo de rigidez por consequência. Por se tratar de um valor extremamente baixo de  $r_v$ , praticamente igual a 1, a análise em x está fora do intervalo de interesse e isso questiona o método para pórticos com presença de alvenaria quase nula.

Seguindo para a correção na frequência natural, ela se dá através da ponderação do  $r_U$  a fim de chegar ao fator  $\varphi_{alv}$  que é aplicado na frequência natural. Conforme relatado nos itens anteriores, o método é realizado através da equação 4.11 e da equação 4.12 na sequência. A frequência natural a ser corrigida é a resultante da análise com o software SAP2000 sem diagonais bi-rotuladas.

Quadro 6.4: Influência da alvenaria nas frequências naturais do Edifício B.

<b>Edifício B - Análise em x</b>					
$\alpha_0 =$	4,092				
$r_{Vol} =$	1,00896				
$f =$	0,204	Hz			
$r_{U\ inf} =$	0,9904	$\varphi_{alv\ inf} =$	0,9967	$f_{cor\ inf} =$	0,204 Hz
$r_{U\ med} =$	1,0214	$\varphi_{alv\ med} =$	1,0073	$f_{cor\ med} =$	0,205 Hz
$r_{U\ sup} =$	1,0533	$\varphi_{alv\ sup} =$	1,0183	$f_{cor\ sup} =$	0,206 Hz
<b>Edifício B - Análise em y</b>					
$\alpha_0 =$	2,267				
$r_V =$	1,03104				
$f =$	0,247	Hz			
$r_{U\ inf} =$	1,0714	$\varphi_{alv\ inf} =$	1,0101	$f_{cor\ inf} =$	0,248 Hz
$r_{U\ med} =$	1,1886	$\varphi_{alv\ med} =$	1,0265	$f_{cor\ med} =$	0,250 Hz
$r_{U\ sup} =$	1,3186	$\varphi_{alv\ sup} =$	1,0448	$f_{cor\ sup} =$	0,253 Hz

(fonte: elaborado pelo autor)

O quadro 6.4 apresenta os resultados da correção na frequência natural. Ambos os valores de  $\alpha_0$  estão no intervalo entre 1 e 10, que se refere a edificações com comportamento estrutural misto de paredes e pórticos, fazendo necessária a ponderação do fator  $r_U$ . Outro dado relevante é a presença de fatores  $r_U$  e  $\varphi_{alv}$  inferiores a 1, que devem ser descartados, visto que

isto supõe uma redução na rigidez ao incluir a influência da alvenaria. Esta suposição é errônea porque se baseia em uma região do gráfico presente na figura 6.4 que foge da região alvo do estudo paramétrico do capítulo 4.

A comparação entre as frequências naturais resultantes da correção e do modelo com diagonais bi-rotuladas leva a concluir que, para o caso do Edifício B, a metodologia simplificada não chega a representar toda a influência da alvenaria relatada por vias numéricas. As irregularidades, bem como a complexidade desta edificação fazem com que os resultados sejam de difícil análise crítica ao passo que questiona os métodos propostos quanto a sua validade em casos não de presença de alvenaria quase nula.

## 6.5 RESULTADOS PARA O EDIFÍCIO C

De forma análoga aos itens anteriores, nesta parte do trabalho são apresentados os resultados para o Edifício C. Os métodos utilizados são os dos capítulos 3 e 4, enquanto os detalhes da edificação constam no item A3 do Apêndice A.

### 6.5.1 Modelo Alternativo para Frequências Naturais de Translação

A análise simplificada das frequências naturais, que é feita através do método exposto no capítulo 3, é realizada com base nos dados apresentados no quadro 6.5. Estas informações também são relevantes para compreender o comportamento estrutural do Edifício C.

Quadro 6.5: Dados relativos ao Edifício C.

<b>Dados Gerais do Edifício C</b>		
H	81 m	Altura total
h	3 m	Altura de piso a piso
bx	22 m	Dimensão da edificação em x
by	19 m	Dimensão da edificação em y
$M_{\text{pav}}$	438,9 ton	Massa do pavimento tipo
$M_{\text{tot}}$	11850,3 ton	Massa total

continua

continuação

<b>Dados da análise em x</b>		
$\Sigma I_{nucx}$	9,9008 m <sup>4</sup>	Momento de inércia dos núcleos
$\Sigma I_{px}$	0,3529 m <sup>4</sup>	Momento de inércia dos pilares
$\Sigma I_{vx}/L_{vx}$	0,02780 m <sup>3</sup>	Momento de inércia das vigas
$I_{pavx}$	251,12 m <sup>4</sup>	Momento de inércia do pavimento
$\alpha_{0x}$	8,265	Fator de relação de rigidezes
$r_{Volx}$	1,02804	Relação de volumes de concreto e alvenaria
<b>Dados da análise em y</b>		
$\Sigma I_{nucy}$	1,9082 m <sup>4</sup>	Momento de inércia dos núcleos
$\Sigma I_{py}$	0,04450 m <sup>4</sup>	Momento de inércia dos pilares
$\Sigma I_{vy}/L_{vy}$	0,02288 m <sup>3</sup>	Momento de inércia das vigas
$I_{pavy}$	342,33 m <sup>4</sup>	Momento de inércia do pavimento
$\alpha_{0y}$	14,416	Fator de relação de rigidezes
$r_{Voly}$	1,04241	Relação de volumes de concreto e alvenaria

(fonte: elaborado pelo autor)

Ao observar os valores de  $\alpha_0$ , chega-se a conclusão de que o comportamento da edificação é característico de pórtico para ambas as análises em x e y. No entanto, ao longo da direção x, existe uma participação do núcleo formado por paredes e elementos mais rígidos, mesmo que pequena. Também é notável o valor reduzido da soma dos momentos de inércia dos elementos formadores de núcleo para a análise em y, que indicam uma rigidez reduzida.

A presença de alvenaria nos vãos formadores de pórtico é explicitada pelo fator  $r_V$ . Os seus valores não são muito elevados, mas indicam uma presença de alvenaria relativamente relevante para as duas direções transversais.

Referente aos dados gerais da edificação, a forma em planta é quase quadrada. No entanto, a orientação dos pilares é preferencialmente estendida ao longo da direção x, a fim de contrapor os elementos centrais, que estão distribuídos ao longo de y.

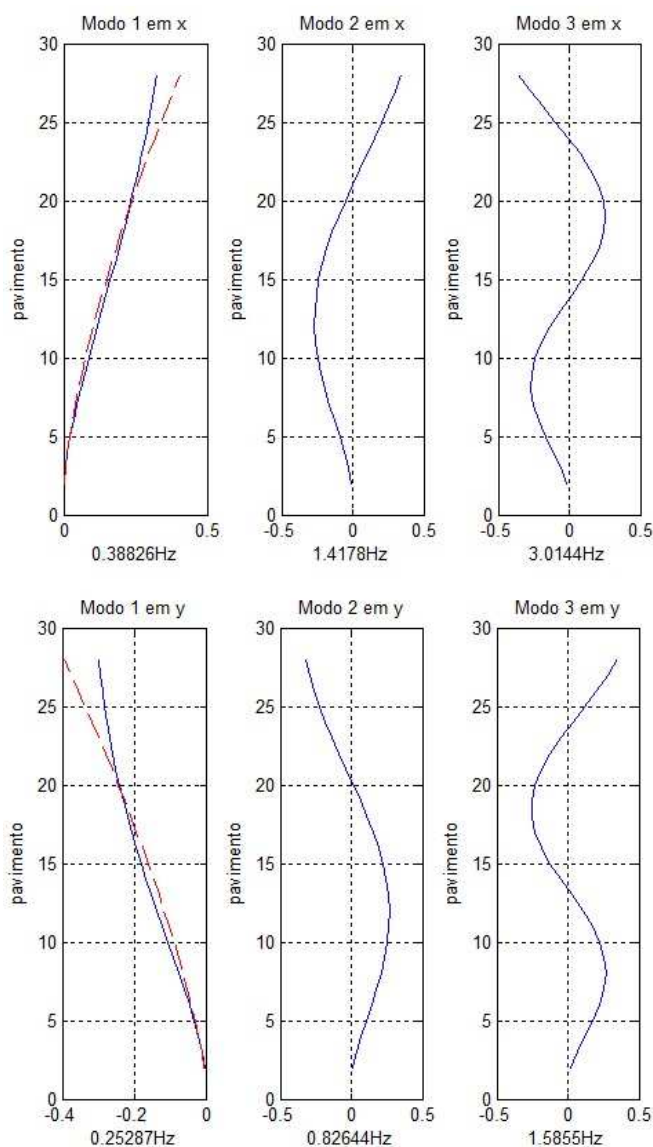


Figura 6.5: Resultados obtidos com o modelo alternativo para o Edifício C (fonte: elaborado pelo autor).

Os resultados da análise com o a rotina simplificada, expostos na figura 6.5, exprimem uma maior rigidez da edificação para com a direção x, visto que a massa é a mesma para ambas as análises. As formas modais referentes aos primeiros modos em cada direção estão de acordo com o que indicam os parâmetros  $\alpha_0$ . Isto é, comportamento predominantemente de pórtico. Ainda assim, a primeira forma modal na direção y é a que apresenta curvaturas mais características de estrutura aporticada, ao passo que o baixo valor da sua frequência relata a falta de rigidez do núcleo.

### 6.5.2 Correção Através da Consideração da Alvenaria

O método proposto no capítulo 4 é aplicado para a Edificação C a fim de considerar a influência da alvenaria na frequência natural. Na figura 6, é exibido o fator de volumes  $r_V$  e os valores inferior, médio e superior considerados para o respectivo  $r_U$  resultante.

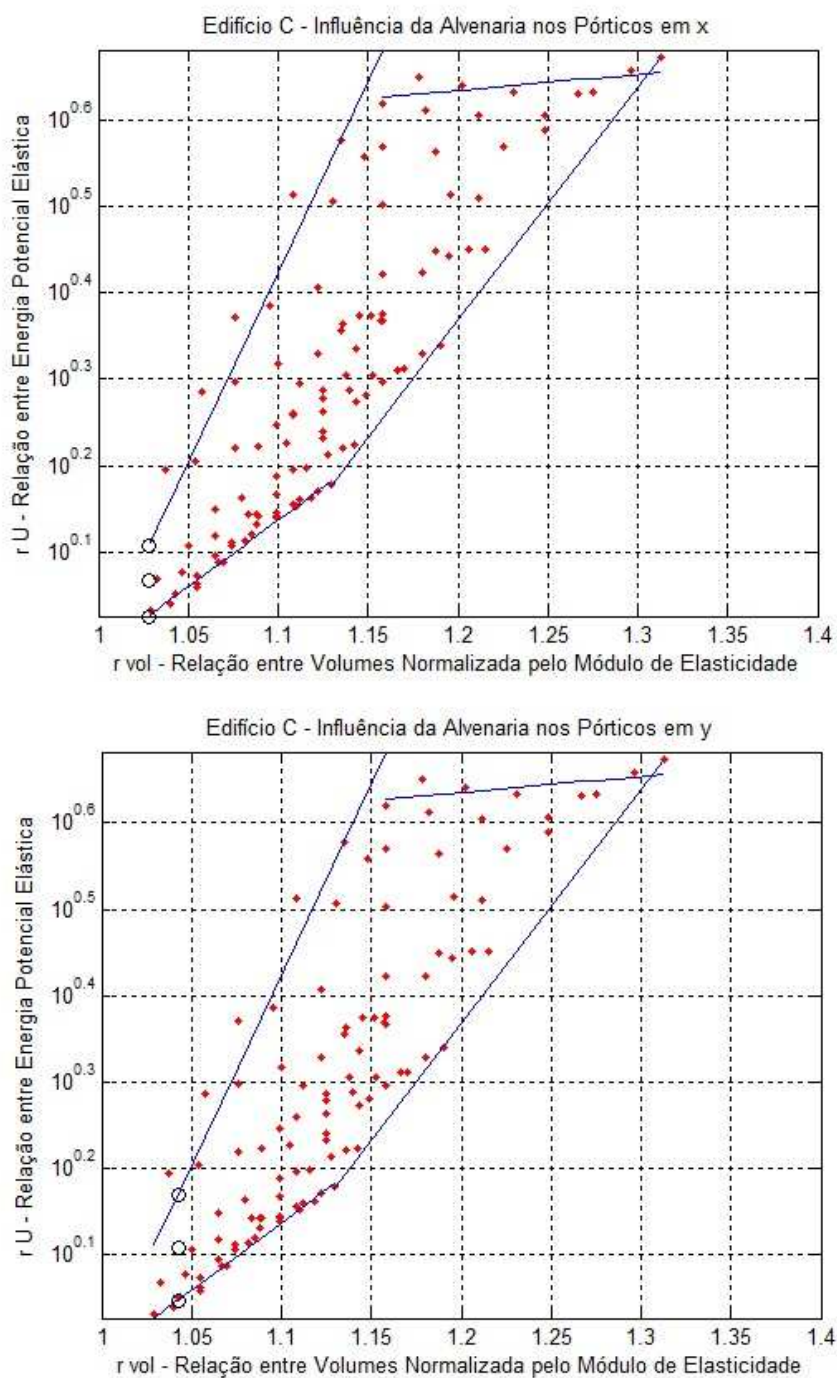


Figura 6.6: Fatores  $r_u$  obtidos para o Edifício C nas direções x e y (fonte: elaborado pelo autor).

Na figura 6.6, as relações de volumes para ambas as direções são valores relativamente baixos. Mesmo assim, eles se encontram na região dos resultados do estudo paramétrico realizado no capítulo 4, o que valida a análise aqui proposta.

Com base nos valores de  $r_U$  obtidos, é possível calcular o coeficiente  $\varphi_{alv}$  que indica a influência da alvenaria na energia potencial elástica da edificação para o respectivo modo de translação. No entanto, conforme o fator  $\alpha_0$  explicita, a edificação tem um comportamento de pórtico em y e, de acordo com a equação 4.11 do capítulo 4, não é necessária redução do  $r_U$ . Os valores utilizados na análise, bem como os resultados, são contemplados no quadro 6.6.

Quadro 6.6: Influência da alvenaria nas frequências naturais do Edifício C.

Edifício C - Análise em x					
$\alpha_0 =$	8,265				
$r_{Vol} =$	1,02804				
$f =$	0,344	Hz			
$r_{U\ inf} =$	1,0600	$\varphi_{alv\ inf} =$	1,0484	$f_{cor\ inf} =$	0,352 Hz
$r_{U\ med} =$	1,1643	$\varphi_{alv\ med} =$	1,1327	$f_{cor\ med} =$	0,366 Hz
$r_{U\ sup} =$	1,2789	$\varphi_{alv\ sup} =$	1,2252	$f_{cor\ sup} =$	0,381 Hz
Edifício C - Análise em y					
$\alpha_0 =$	14,416				
$r_V =$	1,04241				
$f =$	0,263	Hz			
$r_{U\ inf} =$	1,1157	$\varphi_{alv\ inf} =$	1,1157	$f_{cor\ inf} =$	0,278 Hz
$r_{U\ med} =$	1,2851	$\varphi_{alv\ med} =$	1,2851	$f_{cor\ med} =$	0,298 Hz
$r_{U\ sup} =$	1,4803	$\varphi_{alv\ sup} =$	1,4803	$f_{cor\ sup} =$	0,320 Hz

(fonte: elaborado pelo autor)



Ao comparar os resultados desta análise com o modelo criado com diagonais bi-rotuladas, é notada uma grande semelhança nos resultados. O estudo na direção  $x$ , mesmo apresentando um valor baixo para  $r_V$  e um modo de translação envolvendo certo nível de rotação do pavimento tipo, chega a resultados coerentes. Já o caso da translação em  $y$  não envolve torção e, da mesma forma, chega a resultados próximos.

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho faz o estudo acerca de frequências naturais de edifícios altos em concreto armado. Conforme a própria pesquisa bibliográfica aponta, ainda não existe um consenso sobre tal propriedade dinâmica mesmo havendo muita pesquisa nesta área.

Uma vez situada a complexidade envolvida, os estudos aqui realizados fazem menção à relevância da modelagem estrutural, à precisão de métodos com embasamento experimental e também à influência da alvenaria de fechamento. Desta forma, é buscada a redução na distância entre valores de projeto e aqueles reais.

O presente capítulo relata o resumo dos resultados e os pontos mais relevantes observados ao longo da pesquisa, bem como as tendências apresentadas pelos resultados. Os próximos índices expõem: primeiramente, o resumo dos resultados; depois, as conclusões atingidas na segunda parte e, na terceira, os tópicos e assuntos para futuras pesquisas.

### 7.1 RESUMO DOS RESULTADOS

Este item apresenta, de forma resumida, os resultados obtidos. A sua finalidade é simplificar a visualização e discussão acerca dos valores relatados.

O quadro 7.1 exhibe as frequências naturais referentes aos prédios estudados. Os valores de  $f_{Octave}$ ,  $f_{SAP}$  e  $f_{TQS}$  correspondem aos resultados obtidos com: as rotinas em GNU Octave, conforme capítulo 3; o modelo com o software SAP2000 e o modelo com o software TQS, respectivamente. Também são apresentadas as frequências naturais obtidas estimando a influência da alvenaria. O resultado do modelo feito com diagonais bi-rotuladas é citado como  $f_{SAP\ Alv}$  e o resultado ao aplicar a correção na frequência natural, conforme capítulo 4, é referido como  $f_{Cor}$  e utiliza um  $r_U$  médio entre os valores superior e inferior. A correção é aplicada sobre a frequência  $f_{SAP}$ .

Observa-se que as frequências naturais para modelos estruturais sem alvenaria para fins de rigidez seguem uma tendência e estão relativamente próximas. Por outro lado, as duas frequências propostas levando em consideração a influência da alvenaria relatam uma grande proximidade entre os valores, exceto em um caso. Tal caso é de translação ao longo de x no Edifício A, que é justamente o caso em que praticamente todos os vãos dos pórticos estão

fechados com alvenaria. Esta exceção descreve que a correção proposta na frequência natural, conforme o capítulo 4 menciona, pode relatar um acréscimo mais brando do que o esperado para edificações com muito volume de alvenaria.

Quadro 7.1: Resumo geral dos resultados.

<b>Edifício A</b>		
Análise em x:	Análise em y:	Rotação do pavimento:
$f_{\text{Octave}} = 0,339 \text{ Hz}$	$f_{\text{Octave}} = 0,318 \text{ Hz}$	
$f_{\text{SAP}} = 0,341 \text{ Hz}$ $f_{\text{SAP Aliv}} = 0,433 \text{ Hz}$	$f_{\text{SAP}} = 0,339 \text{ Hz}$ $f_{\text{SAP Aliv}} = 0,368 \text{ Hz}$	$f_{\text{SAP}} = 0,433 \text{ Hz}$
$f_{\text{TQS}} = 0,293 \text{ Hz}$ $f_{\text{Cor}} = 0,376 \text{ Hz}$	$f_{\text{TQS}} = 0,348 \text{ Hz}$ $f_{\text{Cor}} = 0,376 \text{ Hz}$	$f_{\text{TQS}} = 0,375 \text{ Hz}$
<b>Edifício B</b>		
Análise em x:	Análise em y:	Rotação do pavimento:
$f_{\text{Octave}} = 0,188 \text{ Hz}$	$f_{\text{Octave}} = 0,277 \text{ Hz}$	
$f_{\text{SAP}} = 0,204 \text{ Hz}$ $f_{\text{SAP Aliv}} = 0,211 \text{ Hz}$	$f_{\text{SAP}} = 0,247 \text{ Hz}$ $f_{\text{SAP Aliv}} = 0,257 \text{ Hz}$	$f_{\text{SAP}} = 0,295 \text{ Hz}$
$f_{\text{TQS}} = 0,243 \text{ Hz}$ $f_{\text{Cor}} = 0,205 \text{ Hz}$	$f_{\text{TQS}} = 0,261 \text{ Hz}$ $f_{\text{Cor}} = 0,250 \text{ Hz}$	$f_{\text{TQS}} = 0,311 \text{ Hz}$
<b>Edifício C</b>		
Análise em x:	Análise em y:	Rotação do pavimento:
$f_{\text{Octave}} = 0,388 \text{ Hz}$	$f_{\text{Octave}} = 0,253 \text{ Hz}$	
$f_{\text{SAP}} = 0,344 \text{ Hz}$ $f_{\text{SAP Aliv}} = 0,359 \text{ Hz}$	$f_{\text{SAP}} = 0,263 \text{ Hz}$ $f_{\text{SAP Aliv}} = 0,304 \text{ Hz}$	$f_{\text{SAP}} = 0,405 \text{ Hz}$
$f_{\text{TQS}} = 0,394 \text{ Hz}$ $f_{\text{Cor}} = 0,366 \text{ Hz}$	$f_{\text{TQS}} = 0,355 \text{ Hz}$ $f_{\text{Cor}} = 0,298 \text{ Hz}$	$f_{\text{TQS}} = 0,309 \text{ Hz}$

(fonte: elaborado pelo autor)

A figura 7.1 exibe os resultados de uma forma mais visual. É possível observar que ambos os modelos em SAP e TQS apresentam valores relativamente próximos entre si e próximos da frequência natural obtida através do modelo simplificado, conforme capítulo 3. Nos casos de translação em y no Edifício A e de translação em y no Edifício B, existe uma coerência entre

os 3 métodos. No entanto, no caso de translação em x no Edifício C, o modelo criado em SAP2000 mostrou um valor mais distante dos outros dois. As três análises restantes apresentam alguma diferença entre o valor do modelo em TQS para com os outros dois métodos, que estão próximos entre si.

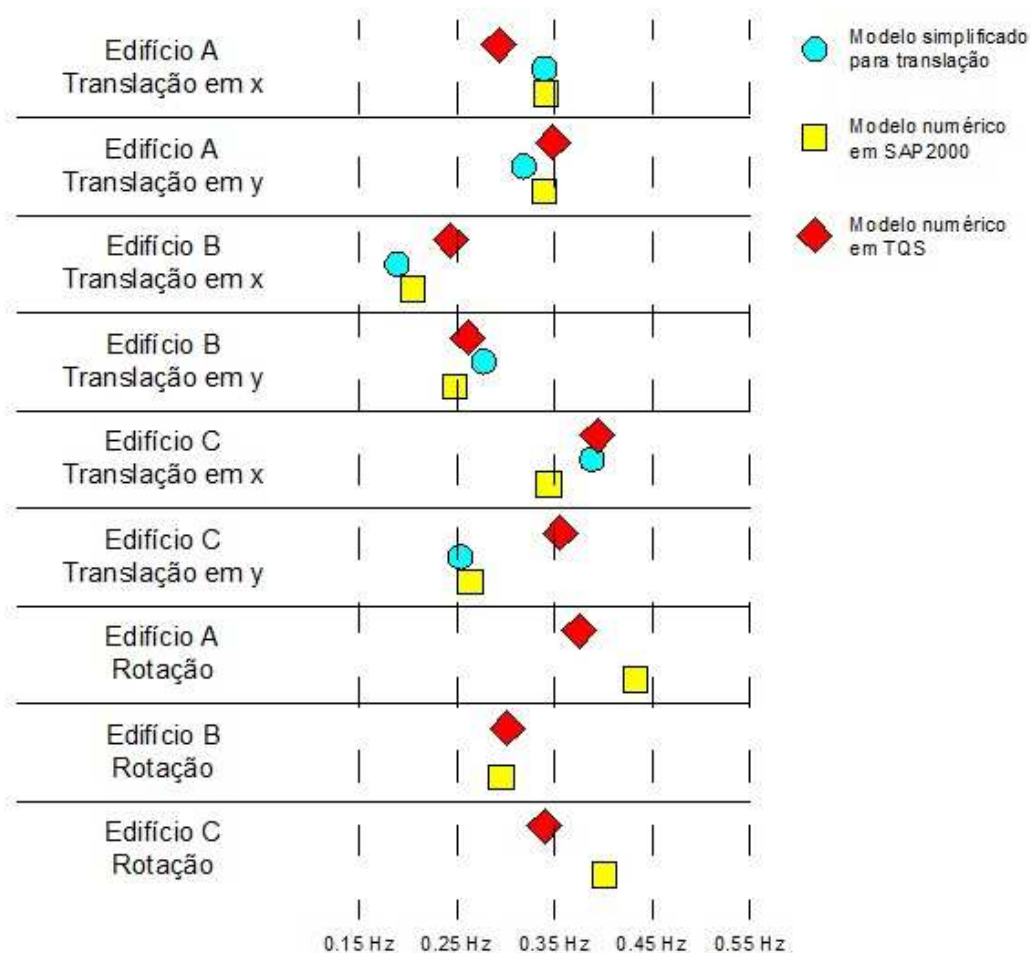


Figura 7.1: Comparação das frequências naturais resultantes (fonte: elaborado pelo autor).

No que diz respeito aos modos de torção predominante do pavimento, os edifícios A e C apresentaram frequências naturais maiores com o software SAP2000 comparadas com as obtidas através do software TQS. Já para o Edifício B, os valores dos diferentes modelos são similares. Ainda assim, fica exposta uma tendência de o modelo de barras apenas, TQS, indicar frequências inferiores ao modelo com elementos de placas e de barras, SAP2000.

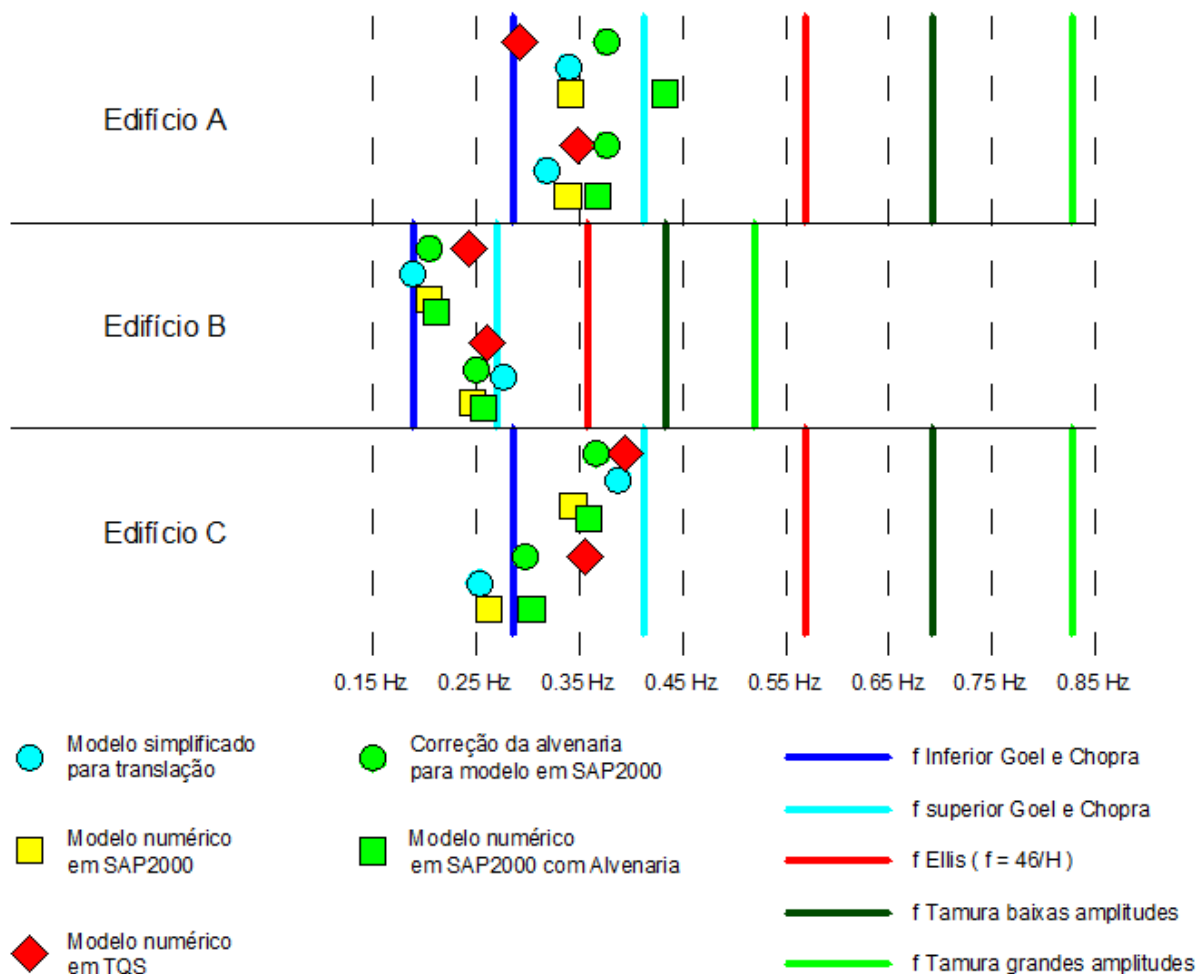


Figura 7.2: Comparação das frequências naturais resultantes com curvas adaptadas de medições experimentais (fonte: elaborado pelo autor).

Os resultados quadro 7.1 são plotados na figura 7.2 para comparação com curvas adaptadas de medições experimentais. Os pontos indicam os resultados, onde aqueles com hachura verde se referem aos métodos com influência da alvenaria, e as linhas marcam os valores esperados para a altura da edificação em questão. É possível observar que a maioria dos resultados se encontra na faixa estimada por Goel e Chopra (1997), o que diverge do que foi observado na figura 2.8 do item 2.3.2.2, onde a maioria das frequências naturais está abaixo do limite inferior de Goel e Chopra (1997). Este acréscimo demonstra a importância de uma modelagem numérica precisa, mesmo não sendo um acréscimo muito grande.

Através da figura 7.2, relata-se também que os resultados para o Edifício A demonstram claramente a importância da alvenaria. Para os demais casos, os resultados com e sem alvenaria estão na mesma região. Isto indica que a variação dos resultados numéricos sem

alvenaria pode abranger o acréscimo de rigidez causado pela alvenaria. Ainda assim, estes resultados com influência da alvenaria se referem à frequência natural com o modelo em SAP2000. Portanto, se o acréscimo de rigidez causado pela alvenaria fosse aplicado nos outros resultados, a mesma tendência observada no Edifício A seria observada.

## 7.2 PRINCIPAIS CONCLUSÕES

Embasada no objetivo central do trabalho, que é a comparação entre diferentes métodos de obtenção das frequências naturais de edifícios altos em concreto armado, a principal conclusão é a relativa incerteza confirmada e, também, amenizada. Fatores como a consideração da alvenaria de fechamento e uma modelagem coerente reduzem a imprecisão. Não obstante, a frequência natural para oscilações de baixa amplitude devidas ao vento é diferente da relatada frente a um evento sísmico de grande intensidade, conforme Ellis (1980) relata através da variação na frequência natural de um mesmo modo. No seu estudo, é apresentada a frequência natural antes (maior), durante (menor) e depois (valor entre os dois anteriores) de abalos sísmicos.

O estudo do item 2.3.2 apresenta e analisa frequências naturais coletadas de projetos estruturais de prédios existentes, ou em fase de construção, e compara com dados com embasamento experimental. A importância do carregamento fica evidente conforme os dados dos edifícios se aproximam de medições de respostas a sismos e se afastam do que é esperado para ação de ventos de baixa amplitude. Assim, métodos numéricos podem ser incapazes de estimar a frequência natural de uma edificação em serviço, ao passo que eles se mostram muito precisos para estimar o comportamento em um estado limite último. Portanto, a noção de para qual função se está calculando a frequência natural é de extrema relevância. A utilização de um modelo numérico sem a representação da influência da alvenaria e de demais fatores que aumentam a frequência natural real leva a gastos desnecessários com a superestrutura. Pois, frente a uma ressonância com a carga de vento superestimada, projetistas se encontram em uma necessidade de enrijecer o sistema estrutural.

A discussão acerca do efeito da alvenaria de fechamento na frequência natural comprova o acréscimo na rigidez. Isso é exposto desde a pesquisa bibliográfica até os resultados passando pela abordagem do capítulo 4. O estudo de Kim et al. (2009) evidencia uma grande diferença entre valores medidos *in situ* e frequências naturais de modelos estruturais de edifícios altos

em concreto armado que não apresentam a consideração da alvenaria. O mesmo autor também ressalta a importância das decisões na modelagem e da representação de elementos não estruturais a fim de aproximar as frequências naturais dos modelos numéricos daquelas reais. Da mesma forma, a presente dissertação vai de acordo com esta tendência e enfatiza a importância da alvenaria de fechamento no comportamento dinâmico. Principalmente para fins de verificação frente à ação do vento em estado limite de serviço. Pois, a carga induz a um funcionamento estrutural em regime elástico tanto para a superestrutura quanto para a alvenaria. O acréscimo na frequência natural aqui relatado varia entre 3% e 27%, onde somente os vãos de pórticos preenchidos com alvenaria são representados. Possivelmente, a influência da argamassa e dos demais vãos preenchidos com alvenaria podem ser responsáveis por um acréscimo ainda maior.

O objetivo secundário desta dissertação, que era de elaborar um método simplificado para representar a alvenaria de fechamento, se cumpriu com êxito. Os resultados explicitam uma grande proximidade entre modelos numéricos com diagonal bi-rotulada e a própria formulação proposta. No entanto, mesmo a bibliografia sendo extremamente vasta e enfática ao mencionar as incertezas no comportamento estrutural de pórticos de concreto armado com fechamento em alvenaria, as simplificações e considerações atribuídas no capítulo 4 se mostram plausíveis, visto que os resultados convergem. Ainda assim, não é descartada a remota possibilidade de ambos os modelos numéricos e método aproximado proposto serem próximos entre si, mas incapazes de reproduzir a realidade. Esta hipótese é bastante improvável visto que o acréscimo na frequência natural devido a alvenaria aqui relatado é semelhante ao relatado por Kim et al. (2009) e por Kose (2009).

A comparação entre os métodos numéricos e a rotina simplificada proposta para validação das frequências naturais expõe uma boa coerência. Apesar de serem observadas pequenas diferenças entre alguns resultados, é possível considerar uma boa confiabilidade nos dados obtidos ao se ter controle das limitações implícitas nas ferramentas numéricas. Portanto, os métodos computacionais e suas implicações não são capazes de estimar com exatidão e cada qual distorce, mesmo que infimamente em alguns casos, a frequência natural resultante através de cada artifício numérico. Fica clara a diferença entre as análises e também a plena capacidade de se estabelecer uma ordem de grandeza plausível para a frequência natural. É válido observar que o programa computacional vai fornecer valores referentes à estrutura inserida, que tem, ou não, a representação de elementos não estruturais.

Os resultados numéricos não foram comparados com medições experimentais. Este mesmo problema de engenharia ocorre durante projetos de edificações, nos quais os engenheiros estimam as frequências naturais da edificação a ser construída através de modelos. Então, mesmo sem haver uma referência medida *in situ*, é viável a comparação entre os modelos aqui utilizados. O modelo feito em SAP2000 é considerado mais preciso por utilizar elementos de placas para paredes. Também foi observado que a média dos erros relativos do método simplificado em relação ao modelo SAP2000 é de 7,2% ao passo que este valor é 13,9% para o erro relativo do método simplificado em relação ao modelo em TQS. O método proposto no capítulo 3 pode ser considerado o menos preciso pela série de simplificações empregadas. Porém, um modelo mais complexo não necessariamente produz resultados melhores, conforme Ellis (1980) e outros autores mencionam.

Os valores calculados para frequências naturais de rotação com os dois modelos numéricos, SAP2000 e TQS, apresentam uma diferença quando comparados. Há a tendência de que os modelos em elementos de barras relatem frequências menores que aquelas oriundas de uma modelagem com elementos de barras e placas. Os modos de vibração torcionais têm um comportamento estrutural mais complexo que necessitaria de maiores estudos para conclusões mais precisas.

A rotina simplificada proposta para validação das frequências naturais de translação confere valores úteis na análise. Além de os resultados convergirem com os obtidos via SAP2000 e TQS, ela se mostra como uma ótima ferramenta para evitar erros em um modelo numérico complexo, uma vez que se sabe um valor de referência através de um modelo menos detalhista. Ainda existe outro benefício implícito na utilização deste e de outros métodos de estimativa, que é o cálculo de propriedades da estrutura para fins de rigidez de forma não automatizada. Através deste procedimento, o comportamento estrutural da edificação é compreendido pelo projetista. Esta vantagem é um contraponto a uma análise estrutural puramente automatizada onde o engenheiro apenas insere dados em um programa computacional.

O item 5.7 busca avaliar o impacto que alterações aparentemente pequenas em um modelo numérico estrutural causam nas frequências naturais resultantes. Observa-se que a rotulação de algumas vigas modifica os valores resultantes e, em alguns casos, muito. Sendo assim, é fundamental que, ao alterar a estrutura através de tentativa e erro até se cumprirem todas as verificações de dimensionamento, não seja alterado o sistema estrutural previamente proposto



para carregamentos laterais. Mesmo tratando de um caso extremo, a discussão do mesmo item 5.7 também levanta uma possibilidade de o modelo estrutural utilizado para uma verificação ao ELU não ser representativo para o funcionamento da estrutura em serviço.

Portanto, outra conclusão deste trabalho é a necessidade que existe em se ter dois modelos estruturais para edifícios altos: ELU e ELS. O comportamento da edificação em ELU é diferente daquele em ELS, pois as condições para a verificação de elementos estruturais podem não ser as mesmos para verificação de vibrações excessivas. Analogamente ao que Kim et al. (2009) relata, um modelo para verificações ao ELS deve ter o módulo de elasticidade do concreto, a influência de elementos não estruturais e uma modelagem precisa para ser representativo. Assim, a estrutura deve ter duas frequências naturais referentes a um mesmo modo: aquela em ELS, para baixas amplitudes, e aquela em ELU para grandes amplitudes.

Esta diferenciação entre ELS e ELU também é importante para a redução de custos na construção. A incerteza em estimativas de frequências naturais pode ocasionar a utilização de um valor mais baixo que o real para verificação de conforto em ELS. Isto pode fazer com que uma estrutura, que já foi dimensionada verificada quanto ao ELU, tenha que ser redimensionada afim de aumentar a sua rigidez para passar nas verificações quanto ao ELS. Este acréscimo de rigidez causa acréscimo no valor obra que talvez não seria necessário em uma verificação ao ELS mais precisa e confiável.

Com base nessas conclusões, ficam claras duas tendências capazes de reduzir a distância entre valores estimados para frequências naturais e aqueles reais. Primeiramente, é fundamental a boa modelagem através de métodos numéricos visando a boa representação de um comportamento estrutural realista da edificação. A outra é a inclusão da influência da alvenaria não estrutural para fins de rigidez. Assim, através destes dois pontos levantados, já é notável uma alteração nos valores resultantes que indica a aproximação do valor real esperado.

A possibilidade de as edificações construídas em território nacional atualmente estarem muito pouco rígidas ainda não pode ser comprovada ou descartada. A discussão no item 2.3.2 indica que os valores dos modelos numéricos se aproximam de dados medidos via resposta sísmica e induz a possibilidade de as frequências naturais utilizadas serem referentes a um comportamento estrutural em ELU. No entanto, ainda existe a possibilidade de edifícios altos

estarem sendo projetados no Brasil com tipologia estrutural e diretrizes de projeto válidas para prédios menores e extrapoladas para uma maior ordem de grandeza.

### 7.3 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A estimativa de frequências naturais de forma precisa é uma área do conhecimento que necessita de muito estudo mesmo havendo muito avanço nas últimas três décadas. Esta etapa do trabalho sugere tópicos para serem aprofundados nesta área e o possível seguimento ao estudo aqui feito.

O capítulo 4 identifica uma maneira de aproximar a influência da alvenaria de fechamento nas frequências naturais de translação de edifícios altos através da relação entre volumes de concreto armado e alvenaria e da variação na energia potencial elástica de um pórtico simples. O estudo feito leva em conta uma série de simplificações que podem ser aprimoradas. Entre as principais sugestões estão:

- a) a utilização de um modelo em elementos finitos de área e com a fricção e variações nos mecanismos de contato entre concreto e alvenaria;
- b) validação da premissa de que a relação entre energia potencial elástica e energia cinética de referência para um pórtico simples e para um pórtico de vários vãos e vários pavimentos se mantém perante tal redução a um grau de liberdade;
- c) a comprovação da validade da consideração de que, para o  $\alpha_0$  variando entre 1 e 10, a modificação do comportamento de núcleo para pórtico se dá linearmente;
- d) a utilização da formulação apresentada para outros casos de edificações a fim de comprovar ainda mais a sua funcionalidade.

A rotina proposta para a validação de frequências naturais através de dividir o comportamento estrutural da edificação em pórtico e núcleo se mostrou eficiente. No entanto, mais comparações perante métodos computacionais e outras simplificações são capazes de relatar suas deficiências.

O item 5.7 apresentou a relevância das decisões durante a modelagem através de um caso extremo, onde vigas engastadas foram modeladas como rotuladas. No entanto, o comportamento das ligações pode variar entre estes dois extremos. Portanto, estudos mais preciso acerca deste tópico, variando a rigidez das ligações afim de relatar a frequência

natural resultante em função das mesmas, é de grande relevância. Principalmente para vibrações de grandes amplitudes.

Os modelos em SAP2000 feitos buscam representar o comportamento estrutural da melhor forma possível, por isso foram utilizados artifícios numéricos como MPC. No entanto, tais modelos não utilizaram *offset* com redução no vão de cálculo das vigas. Isto influencia principalmente as ligações pilar-viga de pórticos, enquanto as ligações parede-viga não sofrem esta distorção por as paredes serem modeladas com elementos de casca. Desta forma, estudos futuros analisando a importância do *offset* em pórticos são de extrema relevância. Kim et al. (2009) expõe um acréscimo de 1% a 6% na frequência natural entre modelo com *offset* e modelo com ligações por único nó.

O presente estudo enfatizou as frequências naturais de translação, apesar de mencionar as frequências naturais de modos torcionais. Conforme os próprios dados discutidos no item 2.3.2 expõem, tais modos têm sido observados com grande incidência abaixo de 1 Hz. Portanto, a grande recorrência e a necessidade de um melhor entendimento deste comportamento aplicado às edificações brasileiras atuais são os principais motivos para futuras pesquisas acerca de modos torcionais.

As incertezas estudadas nesta dissertação dizem respeito principalmente a modelagem numérica e a influência da alvenaria. Mas, conforme Kim et al. (2009) descreve, a diferença entre módulo de elasticidade considerado no cálculo e aquele medido *in situ* é capaz de alterar as frequências naturais resultantes. O acréscimo na frequência natural observado pelo autor varia entre 7% e 12% apenas por utilizar a resistência relatada na construção e não a prevista por norma.

Portanto, estudos acerca do módulo de elasticidade podem reduzir a incerteza em estimativas de frequências naturais. Em âmbito nacional, a NBR 6118/2003 apresenta o cálculo do módulo de elasticidade secante, utilizado neste trabalho, e o módulo de elasticidade tangente inicial que é 17% maior. Ainda assim, ambos módulos dependem do  $f_{ck}$ , mas a resistência média é o  $f_{cj}$ . Então, variando apenas a resistência utilizada no cálculo: do  $f_{ck}$  de 40 MPa para o  $f_{cj}$  de 46,6 MPa (considerando condição A de preparo, conforme NBR 12655/2006), o módulo de elasticidade é acrescido em 8%. O resultado final, ao utilizar o  $f_{cj}$  e o módulo de elasticidade tangente inicial, é um acréscimo de aproximadamente 26% na rigidez da estrutura em comparação ao módulo de elasticidade secante embasado no  $f_{ck}$ . Isto causaria um

acrécimo de aproximadamente 12% em uma frequência natural de forma modal elástica linear em vibrações de baixas amplitudes.

Mehta e Monteiro (2005) também diferenciam os módulos de elasticidade estático e dinâmico, que pode ser aproximado pelo módulo de elasticidade tangente inicial. Os autores indicam que o valor dinâmico tem ordem de grandeza entre 20% e 40% comparado ao estático, sendo maior a diferença para menores resistências. Então, estudos comparando o módulo de elasticidade tangente inicial, o módulo de elasticidade dinâmico e ainda o módulo de elasticidade secante são de extrema relevância para análise dinâmica de edifícios altos, ressaltando a possível diferença entre valores estimados e medidos durante a construção.

Este estudo não envolveu medições em campo porque estas foram dificultadas por questões culturais, em que medições seriam vistas como indícios de problemas estruturais por parte dos usuários. Portanto, outra sugestão de extrema importância em âmbito nacional é a comparação entre métodos numéricos e experimentais. Isto é, a medição *in situ* de frequências naturais de edifícios brasileiros construídos atualmente e o confronto destes dados com aqueles numéricos.

## REFERÊNCIAS

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6123**: forças devidas ao vento em edificações. Rio de Janeiro, 1988.
- \_\_\_\_\_. **NBR 6118**: projeto de estruturas de concreto: procedimento. Rio de Janeiro, 2003.
- \_\_\_\_\_. **NBR 12655**: concreto: controle, preparo e recebimento. Rio de Janeiro, 2006.
- \_\_\_\_\_. **NBR 15421**: projeto de estruturas resistentes a sismos: procedimento. Rio de Janeiro, 2006.
- ASTERIS, P. G. Lateral Stiffness of Brick Masonry Infilled Plane Frames. **Journal of Structural Engineering**, v. 129, p. 1071-1079, Aug. 2003.
- ASTERIS, P.G. et al. Mathematical Macromodeling of Infilled Frames: state of the art. **Journal of Structural Engineering**, v. 137, p. 1508-1517, Dec. 2011.
- BACHMANN, H.; AMMANN, W. **Vibrations in Structures**: induced by man and machines. 3rd ed. Zürich: International Association for Bridge and Structural Engineering, 1987.
- BACHMANN, H. **Vibration Problems in Structures**: practical guidelines. Basel: Birkhäuser, 1995.
- BASHOR, R.; KAREEM, A. Probabilistic Assessment of Occupant in Tall Buildings. **Proceedings of Structures Congress**, Austin, p. 599-608, Apr. 2009.
- BLESSMANN, J. **Acidentes Causados pelo Vento**. 2. ed. Porto Alegre: Editora da Universidade / UFRGS, 2001.
- BUONOPANE, S. G.; WHITE, R. N. Pseudodynamic Testing of Masonry Infilled Reinforced Concrete Frame. **Journal of Structural Engineering**, v. 125, p. 578-589, Jun. 1999.
- BURTON, M. D. et al. Frequency Dependence of Human Response to Wind-induced Building Motion. **Journal of Structural Engineering**, v. 132, p. 296-303, Feb. 2006.
- CACHUÇO, F. B. **Análise de Cargas Dinâmicas de Ventos e Sismos**: comparação através das normas brasileiras. 2011. 99 f. Trabalho de Diplomação (Graduação em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Civil, Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- CHALLAMEL, N. On the Comparison of Timoshenko and Shear Models in Beam Dynamics. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 132, p. 1141-1145, Oct. 2006.
- CHOPRA, A. K. **Dynamics of Structures**. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1995.
- COMPUTERS AND STRUCTURES. **CSI Analysis Reference Manual**. Berkley: Computers and Structures, 2007.
- CLOUGH, R. W.; PENZIEN, J. **Dynamics of Structures**. New York: McGraw-Hill, 1975.

\_\_\_\_\_. **Dynamics of Structures**. 3rd ed. Berkeley: Computers & Structures, Inc., 2003.

CRISAFULLI, F. J. et al. Analytical Modelling of Infilled Frame Structures - A General Review. **Bulletin of The New Zealand Society for Earthquake Engineering**, v. 33, p. 30-47, Mar. 2000.

D'AMICO, S. **Engineering, Seismology, Geotechnical and Structural Earthquake Engineering**. Rijeka: InTech, 2013.

DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG. **DIN 4150 - Part 2**: human exposure to vibration in buildings. Berlin, 1975.

DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG. **DIN 4150 - Part 3**: effects of vibration on structures. Berlin, 1983.

DOUDOUMIS, I. N. Finite Element Modelling and Investigation of the Behaviour of Elastic Infilled Frames Under Monotonic Loading. **Engineering Structures**, v. 29, p. 1004-1024, Jun. 2007.

DYM, C. L.; WILLIAMS, H. E. Estimating Fundamental Frequencies of Tall Buildings. **Journal of Structural Engineering**, v. 133, p. 1479-1483, Oct. 2007.

DYM, C. L. Approximating Frequencies of Tall Buildings. **Journal of Structural Engineering**, v. 139, p. 288-293, Feb. 2013.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **Eurocode 1**: actions on structures – part 1-4: general actions - wind actions. Brussels, 2010.

\_\_\_\_\_. **Eurocode 8**: design of structures for earthquake – part 1: general rules, seismic actions and rules for buildings. Brussels, 2004.

ELLIS, B. R. An Assessment of the Accuracy of Predicting the Fundamental Natural Frequencies of Buildings and Implications Concerning the Dynamic Analysis of Structures. **Institution of Civil Engineers Proceedings**, London, v. 69, n. 2, p. 763-776, Sep. 1980.

FEDERAL EMERGENCY MANAGEMENT AGENCY. **NEHRP Guidelines for the Seismic Rehabilitation of Buildings**. Washington, D.C., 1997.

GOEL, R.; CHOPRA, A. Period Formulas for Moment-Resisting Frame Buildings. **Journal of Structural Engineering**, v. 123, p. 1454-1461, Nov. 1997.

\_\_\_\_\_. Period Formulas for Concrete Shear Wall Buildings. **Journal of Structural Engineering**, v. 124, p. 426-433, Apr. 1998.

HODGES, D. H. Asymptotic Derivation of Shear Beam Theory from Timoshenko Theory. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 133, p. 957-961, Aug. 2007.

HOLMES, M. Steel Frames With Brickwork and Concrete Infilling. **Institution of Civil Engineers Proceedings**, v. 19, p. 473-478, Aug. 1961.

HOLMES, J. **Wind Loading Structures**. 2nd ed. London: Taylor and Francis, 2007.

INSTITUTO NACIONAL DE NORMALIZACIÓN. **NCh2369**: diseño sísmico de estructuras e instalaciones industriales. Santiago, 2003.

INTERNATIONAL CONFERENCE OF BUILDINGS OFFICIALS. **Uniform Building Code**: chapter 16, division IV - earthquake design. Whittier, 1997. v. 2.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. **ISO 6897**: guidelines for the evaluation of the response of occupants of fixed structures, especially buildings and off-shore structures, to low-frequency horizontal motion (0,063 to 1 Hz). Geneva, 1984.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. **ISO 10137**: bases for design of structures - Serviceability of buildings and walkways against vibrations. Geneva, 2007.

ISYUMOV, N. Wind Tunnel Modeling for Civil Engineering Applications. In: INTERNATIONAL WORKSHOP ON WIND TUNNEL MODELING CRITERIA AND TECHNIQUES IN CIVIL ENGINEERING APPLICATIONS, 1982, Gaithersburg. **Proceedings...** New York: Cambridge University Press.

KIM, J. Y. et al. Calibration of Analytical Models to Assess Wind-induced Acceleration Responses of Tall Buildings in Serviceability Level. **Engineering Structures**, v. 31, p. 2086-2096, Sep. 2009.

KOSE, M. M. Finite Parameters Affecting the Fundamental Period of RC Buildings with Infill Walls. **Engineering Structures**, v. 31, p. 93-102, Jan. 2009.

LIAUW, T. C.; KWAN, K. H. Nonlinear Behaviour of Non-integral Infilled Frames. **Computers & Structures**, v. 18, p. 551-560, 1984.

McNAMARA, R.. Ask the Experts... Perception of Motion Criteria for Tall Buildings Subjected to Wind: a panel discussion. **Structures Congress Proceedings**, Denver, p. 599-608, Apr. 2002.

MAINSTONE, R. J. On the Stiffnesses and Strengths of Infilled Frames. **Proceedings of Institution of Civil Engineers Supplement**, v. 4, p. 57-90, 1971.

MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P. J. M. **Concrete**: Microstructure, properties and materials. New York: McGraw-Hill, 2006.

MIEROVITCH, L. **Fundamentals of Vibrations**. Boston: McGraw-Hill, 2001.

MIRANDA, E.; TAGHAVI, S. Approximate Floor Acceleration Demands in Multistory Buildings. I: Formulation. **Journal of Structural Engineering**, v. 131, p. 203-211, Feb. 2005.

ODEN, J. P.; RIPPERGER, E. A. **Mechanics of Elastic Structures**. 2nd ed. New York: McGraw-Hill, 1981.

PAULAY, T.; PRISTLEY, M. J. N. **Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings**. New York: Wiley, 1992.

RAO, S. **Vibrações Mecânicas**. Tradução de Arlete Simille Marques. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

ROBERTSON, L. E.; GAYLORD, E. H. **Tall Building Criteria and Loading**. Reston: ASCE, 1980.

ROCHA, M. M.; LOREDO-SOUZA, A. M. Resposta Estrutural de Edifícios Altos Frente à Ação Dinâmica do Vento. In: 53º CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 2011, Florianópolis. **Anais...** Florianópolis: IBRACON, 2011.

SADD, M. H. **Elasticity: theory, applications and numerics**. Amsterdam: Elsevier, 2005.

SARTORI, F. C. **Uma Comparação de Métodos para Avaliar a Resposta Dinâmica de Edifícios Altos em Túnel de Vento**. 2010. 166 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

SMITH, B. S. Lateral Stiffness of Infilled Frames. **Journal of Structural Division**, v. 88, p. 183-199, Dec. 1962.

\_\_\_\_\_. Behavior of Square Infilled Frames. **Journal of Structural Division**, v. 92, p. 381-403, Dec. 1966.

\_\_\_\_\_. Methods for Predicting the Lateral Stiffness and Strength of Multi-storey infilled frames. **Building Science**, v. 2, p. 247-257, Jun. 1967.

SMITH, B. S.; CARTER, C. Methods for Predicting the Lateral Stiffness and Strength of Multi-storey Infilled Frames. **Institution of Civil Engineers Proceedings**, v. 44, p. 31-48, Sep. 1969.

SMITH, B. S.; CROWE, E. Estimating Periods of Vibration of Tall Buildings. **Journal of Structural Engineering**, v. 112, p. 1005-1019, May. 1986.

SMITH, B. S.; COULL, A. **Tall Building Structures: Analysis and Design**. New York: John Wiley & Sons, 1991.

STYLIANIDIS, K. C. Experimental Investigation of Masonry Infilled R/C Frames. **The Open Construction and Building Technology Journal**, v. 6, p. 194-2112, May 2012.

TAMURA, Y. et al. Damping in Buildings for Wind Resistant Design. **International Symposium on Wind and Structures for the 21st Century Proceedings**, Cheju, p. 115-130, Jan. 2000.

TAMURA, Y. et al. Evaluation Perception of Wind-induced Vibrations in Buildings. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers Structures & Buildings**, v. 159, p. 283-293, Oct. 2006.

TIMOSHENKO, S. P. On the Transverse Vibrations of Bars of Uniform Cross Section. **Philosophical Magazine**, v. 43, p. 125-131, Jan. 1922.



TQS INFORMÁTICA LTDA. Biblioteca digital TQS, 2014. Apresenta biblioteca de textos relacionados a engenharia estrutural e ao uso dos sistemas CAD/TQS. Disponível em: <<http://www.tqs.com.br/suporte-e-servicos/biblioteca-digital-tqs/>>. Acesso em 20 fev. 2014.

VIRGIN, L. N.; PLAUT, R. H. Axial Load Effects on the Frequency Response of a Clamped Beam. In: IMAC XXI: CONFERENCE AND EXPOSITION ON STRUCTURAL DYNAMICS, Feb. 2003, Kissimmee. **Proceedings...** Kissimmee: SEM, 2003

## **APÊNDICES**

## **APÊNDICE A – EDIFICAÇÕES ANALISADAS NOS CAPÍTULOS 5 E 6**

## A1 EDIFÍCIO A

O Edifício A é constituído de um pavimento tipo repetido sucessivamente ao longo da sua altura. Este prédio é modelado com base no pavimento tipo estrutural de uma edificação residencial construída em território nacional e tem seu comportamento estrutural praticamente idêntico ao projeto original, que tem variações apenas no subsolo, térreo e ático.

O sistema estrutural da edificação é composto por pilares e vigas que formam pórticos e dois elementos verticais de grande porte. As dimensões do Edifício A, dentre outras atribuições, são extremamente representativas para o presente estudo. Isto porque elas definem características gerais típicas de edifícios altos em concreto armado construídos em grandes cidades do Brasil.

A altura do prédio é de 81 m enquanto suas dimensões em planta são de 25 m na direção x e 12 m ao longo de y de forma simplificada. A área total do pavimento tipo é de 319,41 m<sup>2</sup> e a altura de piso a piso é de 3 m. A massa é atribuída com base no valor de massa específica aproximada de 300 kg/m<sup>3</sup>. Então, a massa total considerada é de 7290 ton, que é dividida em 270 ton por pavimento.

As figuras A1.1 e A1.2 exibem o pavimento tipo e os modelos tridimensionais gerados, respectivamente. É relatado que os pilares têm maior dimensão em y, enquanto a edificação tem sua maior dimensão horizontal em x. São observados 6 pórticos em x e 9 pórticos em y, sendo que as vigas com hachura listrada são aquelas que recebem alvenaria de fechamento e constituem pórtico. Os pilares P13, P19, P20 e P25 têm momento de inércia elevado na direção y e são considerados núcleos. Já na análise na direção x, apenas os pilares P13 e P25.

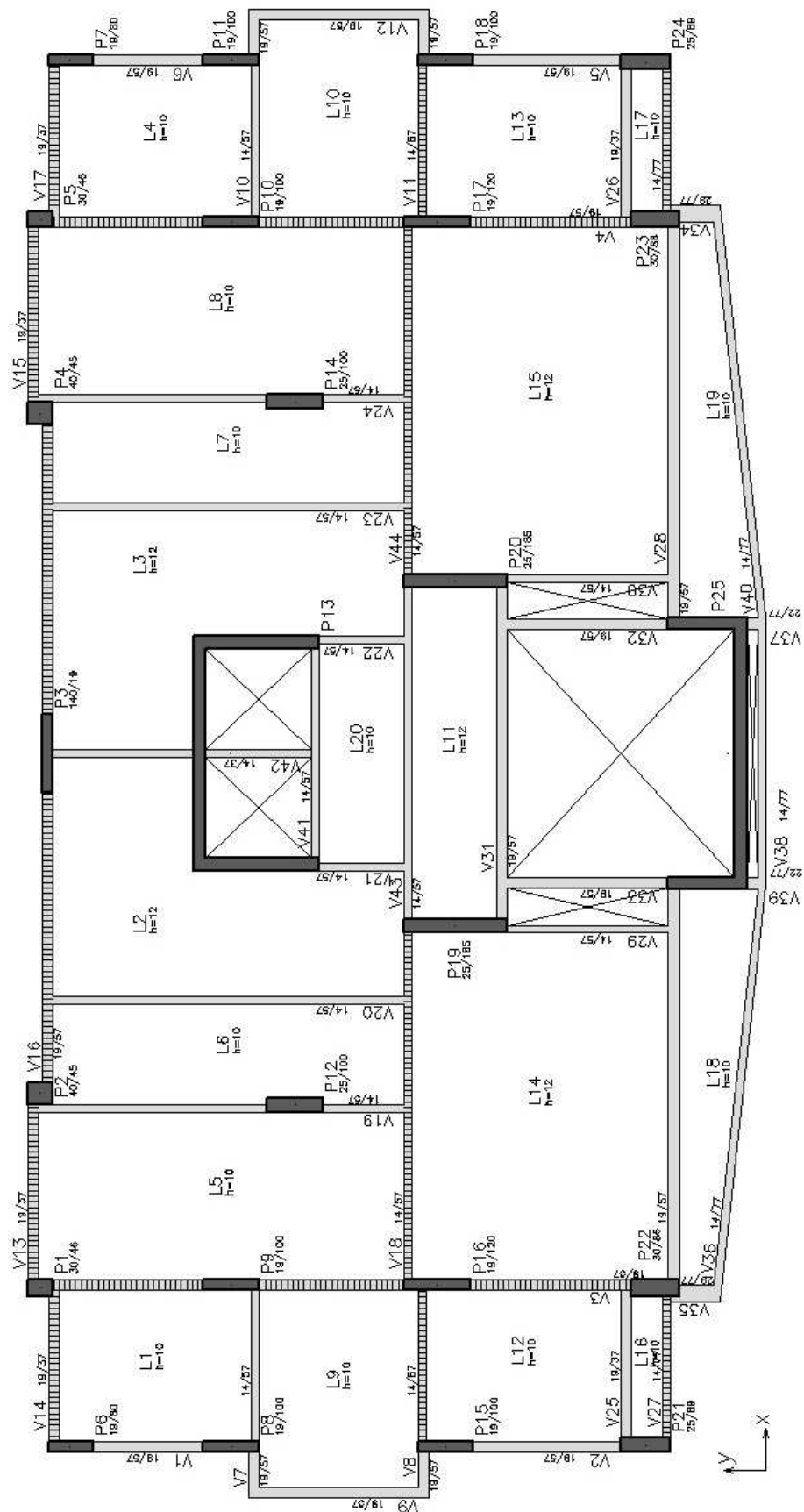


Figura A1.1: Pavimento tipo do Edifício A  
(fonte: elaborado pelo autor).

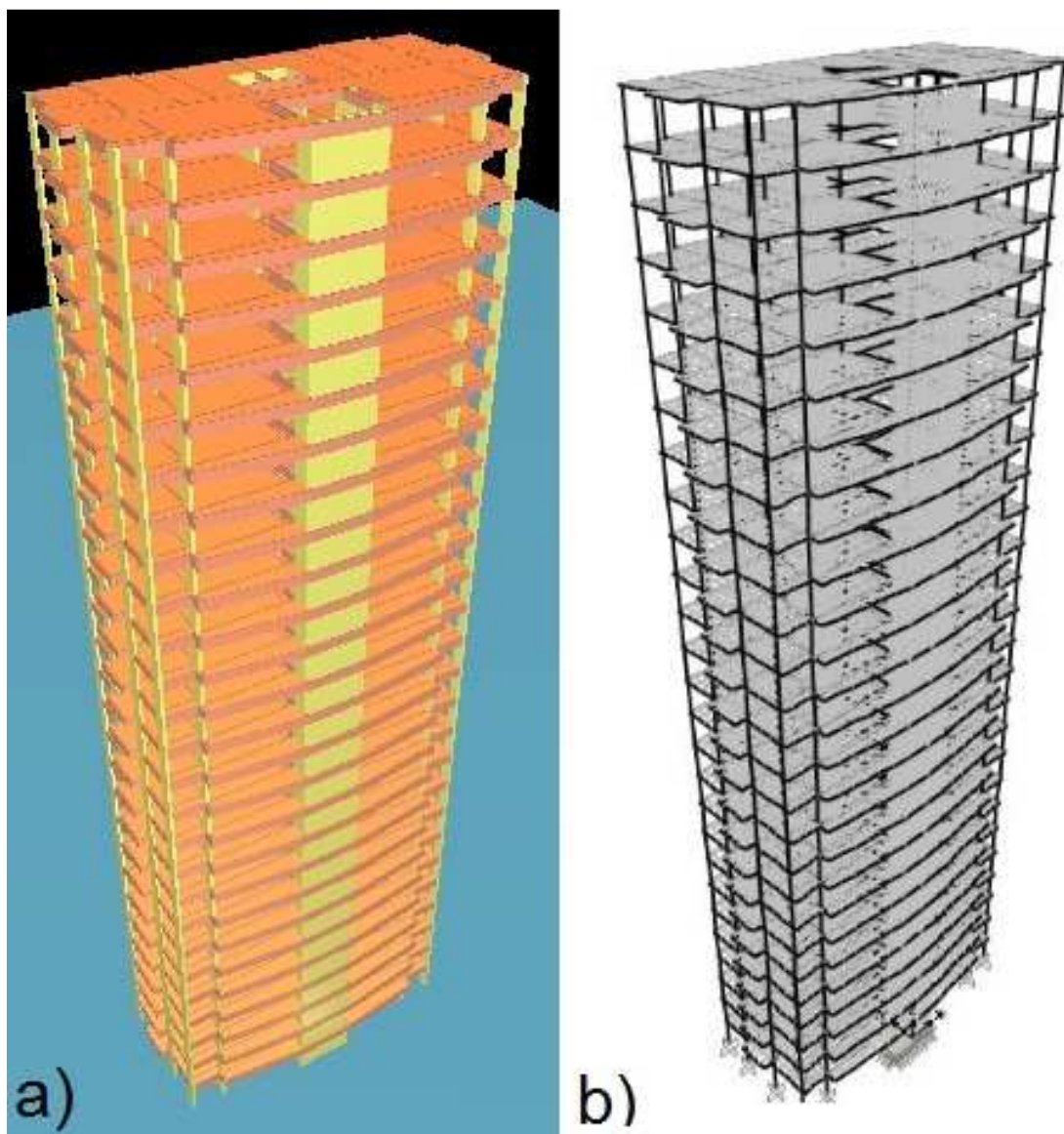


Figura A1.2: a) Modelo do Edifício A em TQS;  
b) Modelo do Edifício A em SAP2000 (fonte: elaborado pelo autor).

## A2 EDIFÍCIO B

O Edifício B é constituído de dois pavimentos tipo repetidos ao longo da sua altura. Tal edifício é baseado no projeto arquitetônico de um prédio que contém 4 pavimentos tipo e variações no subsolo e nos últimos pavimentos que está sendo construído em uma grande metrópole nacional. Mesmo havendo algumas considerações simplificadas para viabilizar o estudo, o Edifício B mantém as características mais relevantes da estrutura real, sendo a sua rigidez elevada e a sua grande irregularidade no plano suas principais atribuições.

O sistema estrutural é composto de vigas e pilares característicos de pórticos em concreto armado e também de elementos verticais extremamente rígidos nas regiões reservadas para shafts, escadarias e elevadores. No entanto, apesar de os elementos verticais constarem no projeto arquitetônico utilizado como base, as vigas foram inseridas a fim de formar pórticos e grelhas e garantir a estabilidade da edificação. A validade dos estudos acerca do Edifício B se dá por este representar edificações que envolvem atividades comerciais e residenciais que visam extrair o proveito máximo do espaço útil, típicos de centros de grandes capitais do país.

O prédio tem altura total de 129 m onde a altura de piso a piso é constante de 3 m e o primeiro pavimento tipo se repete 23 vezes, dos 3 m até os 69 m, e o segundo pavimento se repete 20 vezes, dos 72 m até os 129 m. No que diz respeito a áreas, o primeiro pavimento tipo tem um total de 939 m<sup>2</sup> enquanto o segundo tem o valor de 743,65 m<sup>2</sup>. As dimensões gerais são de 46,85 m ao longo da direção x e de 22,35 ao longo da direção y. A massa total da edificação de 49000 ton foi extraída do próprio projeto da edificação original. Esta massa é dividida proporcional à área dos pavimentos, isto é, 29017,8 ton estão no primeiro pavimento tipo, até 69 m de altura, e 19982,2 ton estão no segundo pavimento tipo, dos 72 m até o topo do Edifício B.

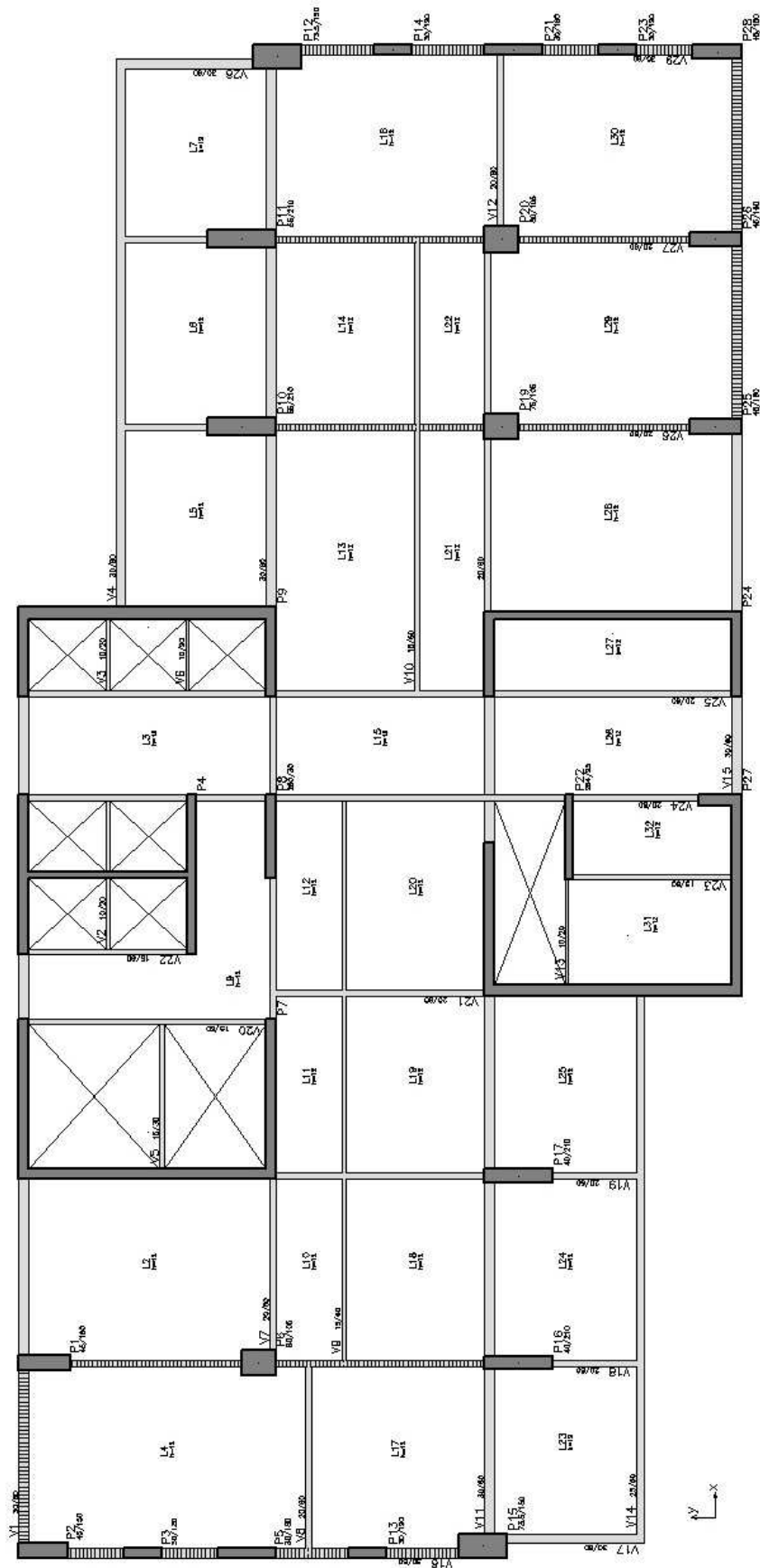


Figura A2.1: Pavimento tipo 1 do Edifício B  
(fonte: elaborado pelo autor).



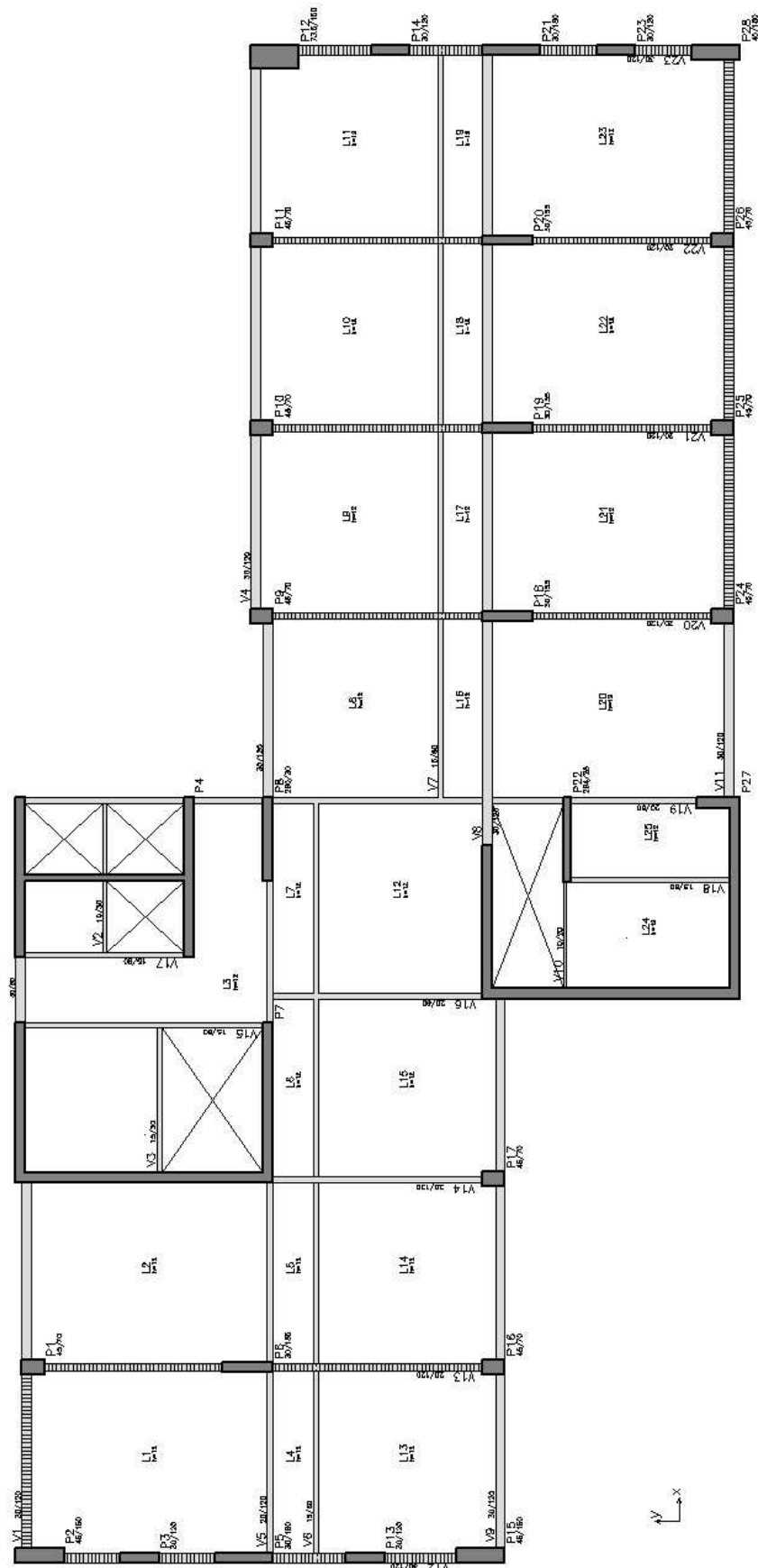


Figura A2.2: Pavimento tipo 2 do Edifício B  
(fonte: elaborado pelo autor).

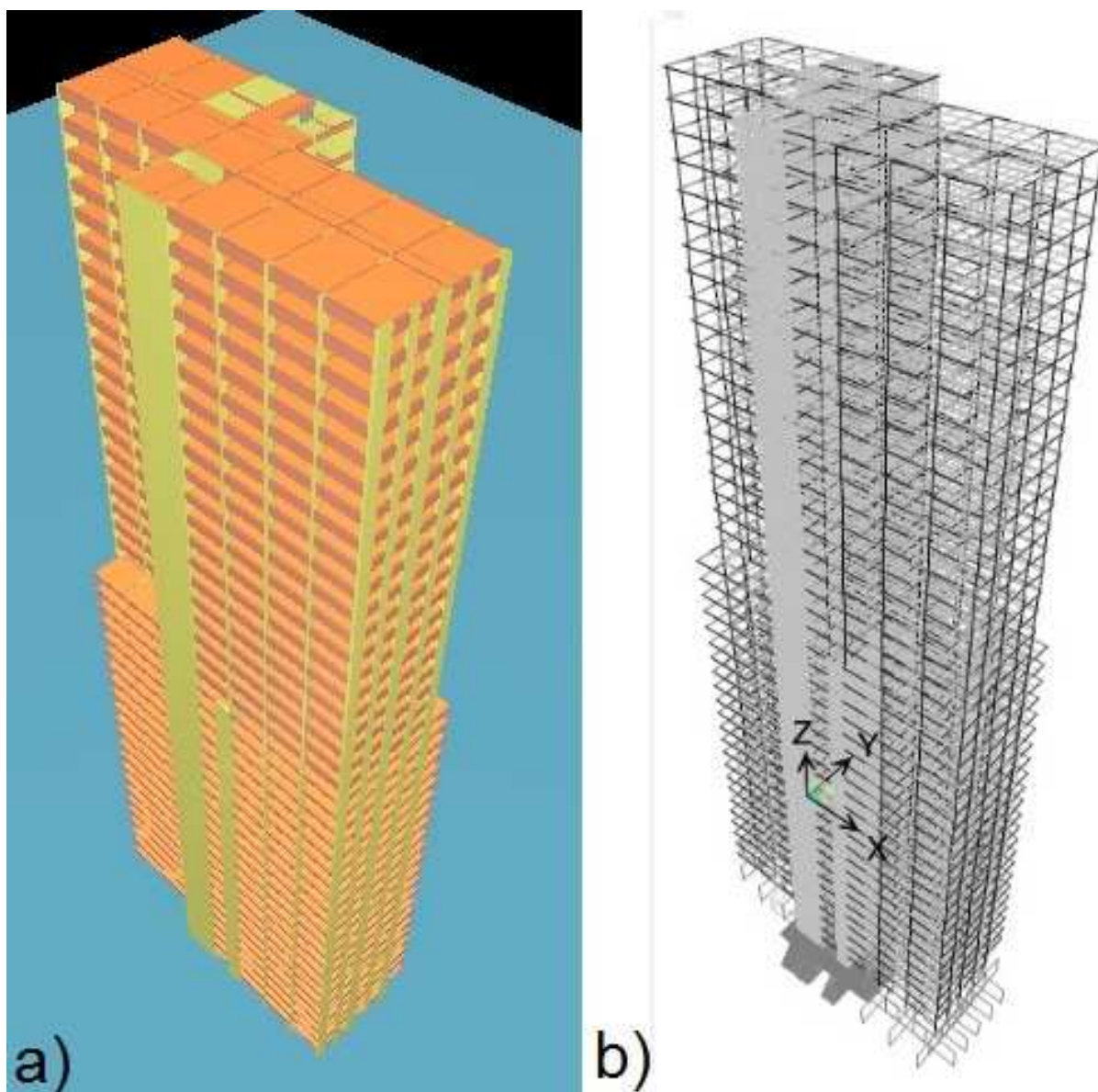


Figura A2.3: a) Modelo do Edifício B em TQS;  
b) Modelo do Edifício B em SAP2000 (fonte: elaborado pelo autor).

As figuras A2.1 e A2.2 apresentam a geometria dos pavimentos tipo 1 e 2, respectivamente, enquanto a figura A2.3 expõe os modelos tridimensionais gerados para representar a edificação. Com base nestas imagens é possível observar a irregularidade em planta da edificação, bem como a irregularidade ao longo de sua altura. Também é relatada a presença de duas regiões que funcionam como núcleos, sendo uma com os pilares P4, P7, P8 e P9 e outra formada por P22, P24 e P27.

### A3 EDIFÍCIO C

Do mesmo modo que o primeiro caso de estudo, o Edifício C é formado por um pavimento tipo repetido da base até o topo. A estrutura cumpre o projeto arquitetônico de uma edificação residencial de alto padrão em construção em uma cidade brasileira. A simplificação em um pavimento tipo é válida por haverem apenas pequenas alterações no ático, subsolo e térreo. Outro fator relevante é que a posição dos pilares, definida no projeto arquitetônico, é mantida, enquanto as vigas são adotadas para formar pórticos grelhas, garantir a estabilidade estrutural e não interferir na viabilidade arquitetônica.

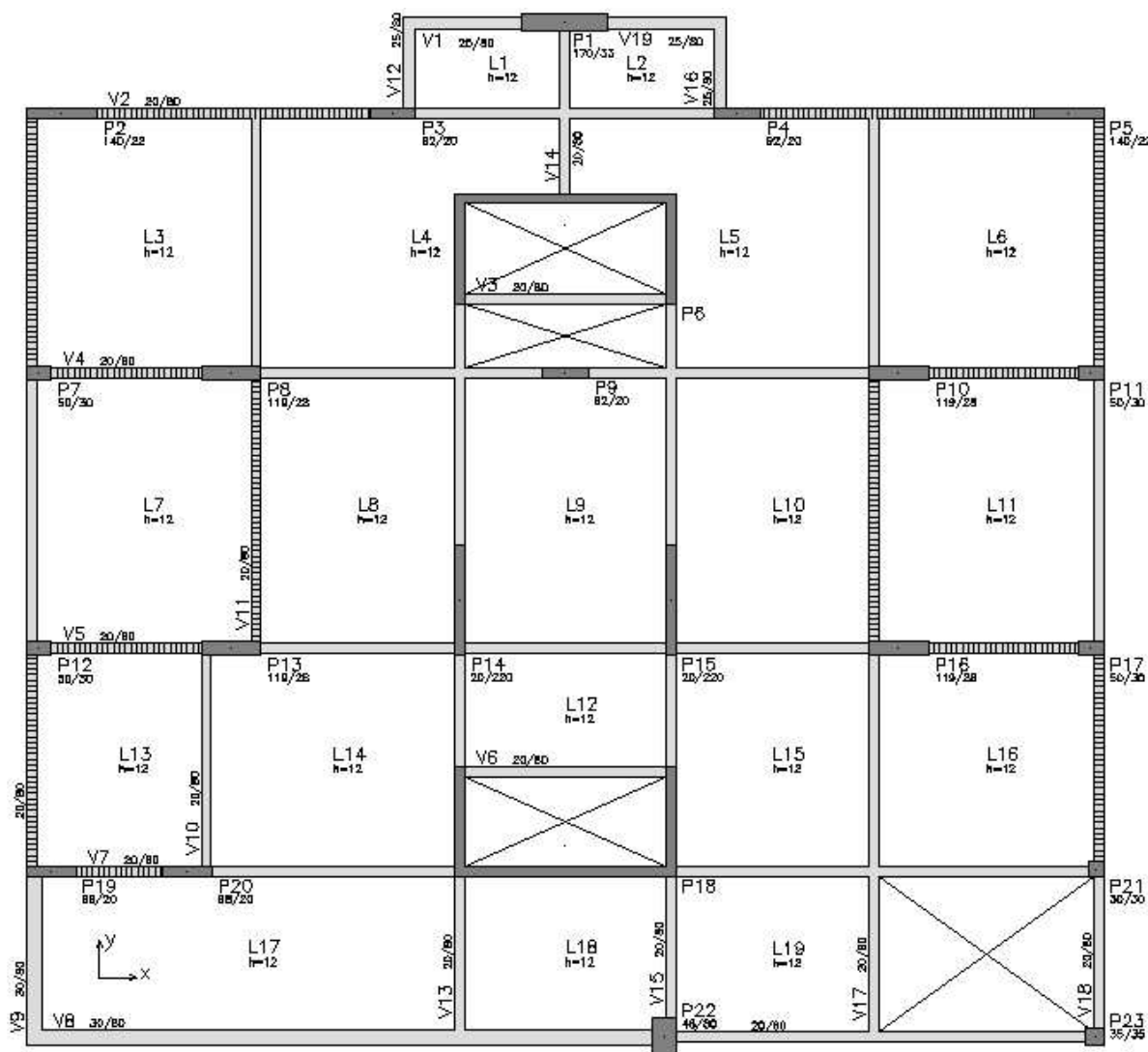


Figura A3.1: Pavimento tipo do Edifício C  
(fonte: elaborado pelo autor).

O Edifício C apresenta uma validade para este trabalho por se tratar de um sistema estrutural formado por paredes e pórticos. O projeto arquitetônico e as dimensões gerais relatam uma tipologia frequentemente observada em grandes centros urbanos brasileiros.

As dimensões do prédio em planta, de forma simplificada, são de 22 m na direção x, 19 m na direção y e 81 m de altura. A área total do pavimento tipo é de 411,19 m<sup>2</sup> enquanto a altura de piso a piso é de 3 m. A massa total da estrutura é de 11850,3 ton, que se refere a uma massa específica de 350 kg/m<sup>3</sup> distribuída homogeneamente pela edificação. Isto é, 438,9 ton por pavimento.

As figuras A3.1 e A3.2 expõem o pavimento tipo e os modelos numéricos tridimensionais, respectivamente. São observados 6 pórticos ao longo da direção x e 6 pórticos ao longo da direção y, sendo eles ligados, ou não, aos elementos de comportamento mais rígido. Esses elementos mais rígidos são os pilares P6, P14, P15 e P18 para a análise em y. No entanto, para a análise em x, apenas os pilares P14 e P15 são formadores de pórtico.

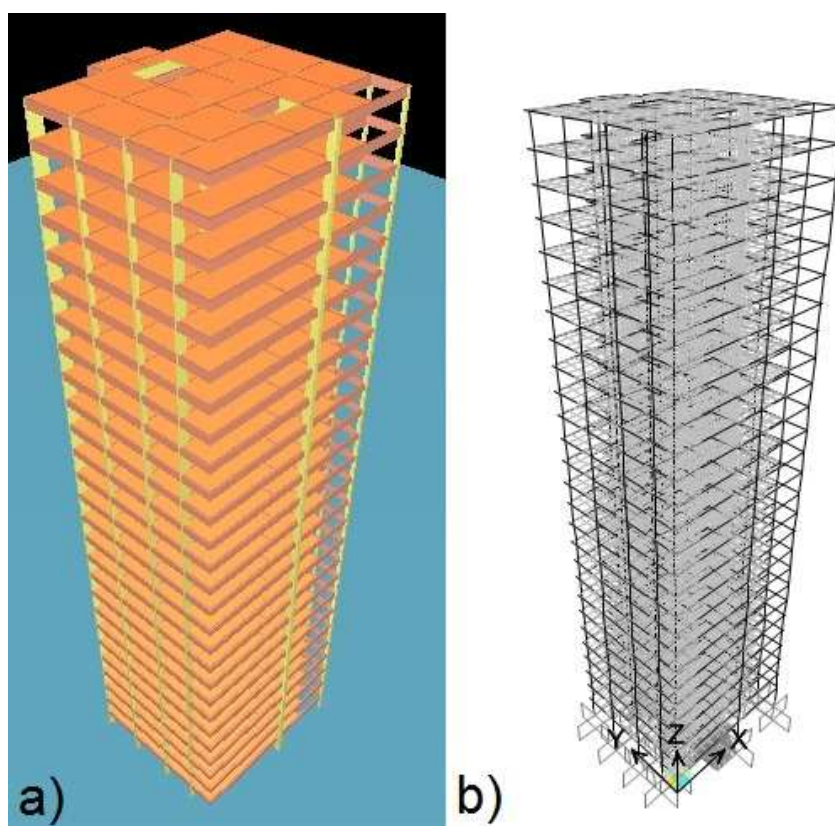


Figura A3.2: a) Modelo do Edifício C em TQS;  
b) Modelo do Edifício C em SAP2000 (fonte: elaborado pelo autor).