

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

JULIANA KLAS

**PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DO SISTEMA DE
TRANSMISSÃO COM DISPOSITIVOS FACTS E *LINKS* CC
EMPREGANDO METODOLOGIA *BRANCH-AND-BOUND*
ADAPTADA**

Porto Alegre

2013

JULIANA KLAS

**PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DO SISTEMA DE
TRANSMISSÃO COM DISPOSITIVOS FACTS E *LINKS* CC
EMPREGANDO METODOLOGIA *BRANCH-AND-BOUND*
ADAPTADA**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Sistemas de Potência

ORIENTADOR: Sérgio Haffner

Porto Alegre

2013

JULIANA KLAS

Planejamento da Expansão do Sistema de Transmissão com Dispositivos FACTS e *Links* CC empregando metodologia *Branch-and-Bound* adaptada

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Orientador: _____

Prof. Dr. Sérgio Haffner, UFRGS

Doutor pela Universidade Estadual de Campinas – Campinas, Brasil

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Arturo Suman Bretas, UFRGS

Doutor pela Virginia Polytechnic Institute and State University - Blacksburg, Estados Unidos

Prof. Dr. Roberto Chouhy Leborgne, UFRGS

Doutor pela Chalmers University of Technology – Gotemburgo, Suécia

Prof. Dr. Rubén Augusto Romero Lázaro, UNESP

Doutor pela Universidade Estadual de Campinas – Campinas, Brasil

Coordenador do PPGEE: _____

Prof. Dr. Arturo Suman Bretas

Porto Alegre, Novembro 2013.

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus pais e irmãos, marido, amigos e colegas pela dedicação e apoio em todos os momentos de minha dissertação, da mudança de rumo à finalização do trabalho. Agradeço à minha filha, que ainda no meu ventre, se mantém tranquila e companheira nas longas horas de escrita e trabalho.

Dedico este trabalho ao meu orientador que foi sempre preciso na indicação da direção e forma de trabalho.

AGRADECIMENTOS

Aos colegas do PPGEE pelos debates e contribuições no meu estudo e pesquisa e aos professores pelo aprendizado.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, PPGEE, pela oportunidade de realização de trabalhos em minha área de pesquisa.

Ao CNPq pela provisão da bolsa de mestrado.

RESUMO

Este trabalho apresenta proposta de modelo matemático para o problema de expansão do sistema de transmissão baseado no fluxo de carga CC considerando a utilização de *links* CC e FACTS resolvido através de metodologia de solução que considera a primeira e a segunda lei de Kirchhoff em processo enumerativo de *branch-and-bound* adaptado. A abordagem possui dois pontos em destaque: i) apresenta uma proposta de modelo matemático com possibilidade da utilização direta em problemas de expansão de linhas de transmissão que possuem tanto linhas de transmissão CA, transformadores, *links* CC e dispositivos FACTS e ii) é um método exato de solução do problema que garante a otimalidade da resposta e traz uma contribuição ao tradicional método *branch-and-bound* por incluir relaxações adicionais. O método aplicado aos sistemas de 6 barras de Garver e sistema Sul sudeste Brasileiro de 46 barras apresenta respostas adequadas e o modelo matemático testado em um sistema Garver modificado apresenta novas configurações possíveis com redução do custo total do investimento.

Palavras-chaves: Otimização, Planejamento da expansão do sistema de transmissão, modelo de fluxo CC, *branch-and-bound*, *links* CC, FACTS.

ABSTRACT

This work proposes a mathematical model to the transmission expansion system problem based on the DC power flow model considering the use of DC links and FACTS that is solved using a solution method considering the first and second Kirchhoff's Law in an enumerative adapted branch-and-bound process. It is possible to highlight two key aspects of the proposed approach: i) presents a mathematical model that can be directly used on expansion transmission systems problems that have AC transmission lines, transformers, DC links and FACTS and ii) is an exact solution method that guarantees the optimum problems's solutions and contributes to the traditional *branch-and-bound* method bringing additional relaxations. The solution method applied to Garver's six-bus network and southeast Brazilian 46 bus network provides correct answers and the mathematical model tested on a modified Garver's six-bus network presents new possible configurations that enables overall cost reduction to the problem.

Keywords: Optimization, Transmission Expansion planning problem, DC Power flow model, branch-and-bound, DC links, FACTS.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	OBJETIVOS E CONTRIBUIÇÕES	23
1.2	ORGANIZAÇÃO	23
2	MODELOS MATEMÁTICOS APLICADOS AO PROBLEMA	24
2.1	MODELO DE FLUXO CC	25
2.2	MODELO HÍBRIDO	28
2.3	ADAPTAÇÕES AOS MODELOS HÍBRIDO E DE FLUXO CC COM A REPRESENTAÇÃO DE DISPOSITIVOS FACTS E LINKS CC.....	29
2.3.1	Representações existentes	30
2.3.2	Representação Proposta.....	31
2.3.2.1	Modelo de fluxo CC com a representação de FACTS e links CC.....	32
2.3.2.2	Modelo Híbrido com a representação de FACTS e links CC.....	35
3	MÉTODO DE SOLUÇÃO.....	36
3.1	O MÉTODO <i>BRANCH-AND-BOUND</i>	37
3.1.1	Separação	37
3.1.2	Relaxação.....	39
3.1.3	Sondagem	40
3.1.4	Adaptações ao método <i>branch-and-bound</i>	40
3.1.4.1	Separação	40
3.1.4.2	Relaxação.....	44
3.1.5	Heurísticas Utilizadas.....	46
3.1.5.1	Seleção do problema candidato.....	46
3.1.5.2	Seleção da variável de separação.	50
3.2	IMPLEMENTAÇÕES ADICIONAIS	51
3.2.1	Cortes tipo novos caminhos	51
3.2.2	Cortes tipo cerca	53
3.3	ESTRUTURA DO PROGRAMA.....	53
3.3.1	Programa principal	55
3.3.2	Funções Principais.....	56
4	TESTES E RESULTADOS	59
4.1	TESTES E RESULTADOS DO MÉTODO DE SOLUÇÃO.....	59
4.2	TESTES E RESULTADOS DO MODELO MATEMÁTICO	63
4.2.1	Inclusão de links CC	65
4.2.2	Inclusão de FACTS.....	68
4.2.3	Resumo dos resultados	72
5	CONCLUSÕES.....	75
	REFERÊNCIAS	77
	APÊNDICE A – DADOS ELÉTRICOS DO SISTEMA GARVER.....	80
	APÊNDICE B – DADOS ELÉTRICOS DO SISTEMA SUL SUDESTE	81

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 Caminhos paralelos - duas linhas com diferentes impedâncias	16
Figura 2 Caminhos paralelos - <i>link</i> CC	17
Figura 3 Caminhos paralelos - controlador FACTS.....	17
Figura 4 Atuação dos Dispositivos FACTS e <i>links</i> CC.....	34
Figura 5 Nós iniciais da árvore <i>branch-and-bound</i>	39
Figura 6 Solução Inteira com parte fracionária desprezível	41
Figura 7 Primeira separação de variável inteira	42
Figura 8 Descendentes gerados a partir da solução inteira do nó 4.....	43
Figura 9 Espaço de soluções do problema.....	46
Figura 10 Exploração de nós em largura	47
Figura 11 Cálculo do custo com parte fracionária e custo do nó pai.....	48
Figura 12 – Pseudocusto no nó 0.....	49
Figura 13 Parte de sistema com barras ilhadas.....	52
Figura 14 Retas das restrições de novos caminhos.....	52
Figura 15 Área, fluxos e capacidades.....	53
Figura 16 Estrutura do Programa	54
Figura 17 Evolução da construção da árvore	58
Figura 18 Configuração inicial do sistema de 6 barras Garver	59
Figura 19 Configuração inicial do sistema Sul Sudeste de 46 barras.....	60
Figura 20 Fluxo de carga da solução 1 do Garver modificado sem redespacho	64
Figura 21 Fluxo de carga da solução do Garver modificado com redespacho.....	65
Figura 22 Fluxo de carga da solução 1 do Garver com opção de <i>links</i> CC sem redespacho ...	66
Figura 23 Fluxo de carga da solução do Garver modificado com redespacho.....	67
Figura 24 Linha de transmissão com FACTS – Garver modificado	69
Figura 25 Circuitos Candidatos de linhas de transmissão e FACTS.....	69
Figura 26 Fluxo de carga da solução 1 do Garver modificado sem redespacho – FACTS com abertura angular máxima igual a 31°	71
Figura 27 Fluxo de carga da solução 1 do Garver modificado sem redespacho – FACTS com abertura angular máxima igual a 11°	71
Figura 28 Fluxos de carga na opção sem redespacho.....	73
Figura 29 Fluxos de carga na opção com redespacho	74

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 Características do problema do planejamento da expansão de sistemas elétricos.....	25
Tabela 2 Conjuntos de variáveis.....	33
Tabela 3 Soluções da expansão do Sistema Garver	61
Tabela 4 Soluções da expansão do Sul Sudeste	61
Tabela 5 Configurações de teste.....	62
Tabela 6 número de PLs necessários para encontrar-se a solução dos sistemas teste descritos na tabela 5	62
Tabela 7 Soluções da expansão do Sistema Garver Modificado.....	64
Tabela 8 <i>Links</i> CC - circuitos candidatos	65
Tabela 9 Resultado obtido sem e com redespacho – <i>Links</i> CC.....	66
Tabela 10 FACTS - circuitos candidatos com abertura angular máxima igual a 31°	68
Tabela 11 FACTS - circuitos candidatos com abertura angular máxima igual a 11°	68
Tabela 12 Resultado Obtido Sem Redespacho – FACTS - com abertura angular máxima igual a 31°	70
Tabela 13 Resultado Obtido Sem Redespacho – FACTS - com abertura angular máxima igual a 11°	70
Tabela 14 Comparação das soluções encontradas sem redespacho	72
Tabela 15 Comparação das soluções encontradas com redespacho	74
Tabela 16 Comparação das soluções do Gm somente com dispositivos FACTS	74

LISTA DE ABREVIATURAS

CA: Corrente Alternada

CC: Corrente Contínua

EPE: Empresa de Pesquisa Energética

FACTS: *Flexible Alternating Current Transmission Systems*

Gm: Garver modificado

LT: Linha de transmissão

MME: Ministério de Minas e Energia do Brasil

PL: Programação linear

TCSC: *Thyristor Controller Series Capacitor*

LISTA DE SÍMBOLOS

- v_{inv} – custo do investimento [\\$];
- v_{oper} – custo de operação [\\$];
- c_{ij} – custo de adição de um circuito no corredor ij [\\$];
- n_{ij} – número de circuitos candidatos no corredor ij ;
- α – fator compatibilizador do custo com corte de carga [\\$];
- r_k – corte de carga na barra k [pu];
- S – matriz incidência nó-ramo de circuitos da rede existente e dos circuitos candidatos (linhas de transmissão CA e transformadores);
- S^0 – matriz incidência nó-ramo de circuitos da rede existente no modelo Híbrido (linhas de transmissão CA e transformadores);
- S^1 – matriz incidência nó-ramo dos circuitos candidatos (linhas de transmissão CA e transformadores);
- S^{01} – matriz incidência nó-ramo de circuitos da rede existente no modelo de fluxo CC com a representação de FACTS e *links* CC (linhas de transmissão CA e transformadores);
- S^2 – matriz incidência nó-ramo dos circuitos candidatos (linhas de transmissão com dispositivos FACTS e *links* CC);
- S^{02} – matriz incidência nó-ramo de circuitos da rede existente (linhas de transmissão com dispositivos FACTS e *links* CC);
- f – vetor dos fluxos de potência ativa nos circuitos da rede existentes e candidatos (linhas de transmissão CA e transformadores) [pu];
- f^0 – vetor dos fluxos de potência ativa nos circuitos da rede existente no modelo Híbrido (linhas de transmissão CA e transformadores) [pu];
- f^1 – vetor dos fluxos de potência ativa nos circuitos candidatos (linhas de transmissão CA e transformadores) [pu];
- f^{01} – vetor dos fluxos de potência ativa nos circuitos da rede existente no modelo de fluxo CC com a representação de FACTS e *links* CC (linhas de transmissão CA e transformadores) [pu];

- f^2 – vetor dos fluxos de potência ativa nos circuitos (linhas de transmissão com dispositivos FACTS e *links* CC) [pu];
- f^{02} – vetor dos fluxos de potência ativa nos circuitos da rede existente (linhas de transmissão com dispositivos FACTS e *links* CC) [pu];
- g – vetor das injeções de potência ativa nas barras dos geradores já instalados [pu];
- r – vetor dos cortes de carga nas barras [pu];
- d – vetor das demandas de potência ativa [pu];
- f_{ij} – fluxo de potência ativa no circuito ij [pu];
- f_{ij}^0 – fluxo de potência ativa no circuito da rede existente (linhas de transmissão CA e transformadores) [pu];
- f_{ij}^1 – fluxo de potência ativa no circuito candidato (linhas de transmissão CA e transformadores) [pu];
- f_{ij}^{01} – fluxo de potência ativa no circuito da rede existente no modelo de fluxo CC com a representação de FACTS e *links* CC (linhas de transmissão CA e transformadores) [pu];
- f_{ij}^2 – fluxo de potência ativa no circuito candidato (linhas de transmissão com dispositivos FACTS e *links* CC) [pu];
- f_{ij}^{02} – fluxo de potência ativa no circuito da rede existente (linhas de transmissão com dispositivos FACTS e *links* CC) [pu];
- n_{ij}^0 – número de circuitos existentes no corredor ij na rede inicial;
- θ_i – ângulo de fase do fasor tensão nodal da barra i [radianos];
- θ_j – ângulo de fase do fasor tensão nodal da barra j [radianos];
- x_{ij} – reatância do circuito ij [pu];
- Ω – conjunto de circuitos da rede existente e candidatos (linhas de transmissão CA e transformadores);
- Ω^1 – conjunto de circuitos candidatos (linhas de transmissão CA e transformadores);
- Ω^0 – conjunto de circuitos da rede existente (linhas de transmissão CA e transformadores);
- Ω^{01} – conjunto de circuitos da rede existente no modelo de fluxo CC com a representação de FACTS e *links* CC (linhas de transmissão CA e transformadores);
- Ω^{02} – conjunto de circuitos da rede existente (linhas de transmissão com dispositivos FACTS e *links* CC);

- Ω^2 – conjunto de circuitos candidatos (linhas de transmissão com dispositivos FACTS e links CC);
- f_{ij}^{\max} – fluxo de potência máxima no circuito ij [pu];
- g_j^{\min} – geração mínima do gerador instalado j [pu];
- g_j^{\max} – geração máxima do gerador instalado j [pu];
- n_{ij}^{\min} – número mínimo de circuitos que precisam ser adicionados no corredor ij ;
- n_{ij}^{\max} – número máximo de circuitos que precisam ser adicionados no corredor ij ;
- ψ_{ij} – abertura angular controlável do FACTS no circuito ij [radianos];
- ψ_{ij}^{\max} – abertura angular controlável máxima do FACTS no circuito ij [radianos];
- ψ_{ij}^{\min} – abertura angular controlável mínima do FACTS no circuito ij [radianos];
- γ_{ij} – inverso da reatância (susceptância) do circuito ij [pu];
- γ_{ij}^{\max} – susceptância máxima do circuito ij [pu];
- γ_{ij}^{\min} – susceptância mínima do circuito ij [pu];
- P_j^+ – pseudocusto de aumento da variável j [\$];
- v_{PL}^k – valor ótimo do PL do modelo Híbrido do nó k [\$];
- v_{PL}^{k+1} – valor ótimo do PL do modelo Híbrido do nó descendente $k+1$ [\$];
- f_j^k – parte fracionária da variável j [pu];
- PA_j – pseudocusto acumulado de aumento da variável j [\$];
- P_j^k – valor do pseudocusto no nível k [\$];
- NPA^+ – número de atualizações que o pseudocusto da variável j sofreu alterações.

1 INTRODUÇÃO

O Ministério de Minas e Energia do Brasil (MME) através da Empresa de Pesquisa Energética (EPE) presta serviços na área de estudos e pesquisas destinadas a subsidiar o planejamento do setor energético. Resultado deste serviço pode ser encontrado no Plano Decenal de Expansão de Energia, cuja última edição foi disponibilizada em 2012, considerando 2021 como horizonte (MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA, 2012). A segunda parte do plano decenal detalha os principais aspectos da configuração do sistema de transmissão e de sua expansão. A expansão da transmissão é necessária para que os agentes de mercado tenham livre acesso à rede, para interligar os sub-mercados e para um despacho ótimo do parque gerador (MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA, 2009).

O Brasil possui um grande potencial hidrelétrico, aproximadamente de 260GW, com somente 30% já explorado, sendo que deste montante, cerca de 40% se encontra na região Norte. Para um aproveitamento adequado deste potencial são necessários investimentos em infraestrutura, como em transmissão, apesar dos cerca de 100.000 quilômetros de linhas de transmissão existentes (CENTRAIS ELÉTRICAS BRASILEIRAS S.A. - ELETROBRAS, 2012). O sistema de transmissão vem sendo anualmente expandido, como indica a Eletrobrás, detentora de aproximadamente 52% do sistema de transmissão brasileiro (CENTRAIS ELÉTRICAS BRASILEIRAS S.A. - ELETROBRAS, 2012). A Eletrobrás pretende, no horizonte de seis anos, adicionar mais 20.000 quilômetros ao sistema de transmissão brasileiro.

No Plano Decenal de Expansão de Energia 2020 é projetado um crescimento do consumo em 4,7% no período de 2015 a 2020. Conforme declarado na introdução deste documento, com o aumento de consumo a capacidade instalada do parque gerador de energia elétrica deverá crescer 56% na próxima década. O Sistema Interligado Nacional, responsável pelo escoamento de toda essa energia, deverá crescer 43%, alcançando 142 mil quilômetros de linhas de transmissão (MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA, 2011). Justifica-se assim um estudo contínuo do problema de expansão do sistema de transmissão.

Pode-se caracterizar o problema de expansão em dois subproblemas: um de investimento e outro de operação. O Subproblema de Investimento é relacionado às decisões a serem tomadas em relação à nova rede de transmissão, qual o horizonte do planejamento que será considerado e que recursos serão utilizados. O subproblema de operação já se refere ao tipo da modelagem que será utilizada para considerar aspectos da rede e qual são a segurança

e incertezas que estão relacionadas à operação do sistema, como incertezas na geração e carga, reprogramação da geração, disponibilidade de circuitos entre outros.

Em relação ao investimento cabe destacar a utilização de novas tecnologias oriundas do uso extensivo de Eletrônica de Potência como dispositivos FACTS (do inglês, *Flexible Alternating Current Transmission Systems* - FACTS) e sistemas de transmissão em corrente contínua. Ambos são uma alternativa para redução da complexidade, melhor operação do sistema e uma opção para a transmissão em longa distância, como a existente entre o norte e sudeste brasileiro, grande centro gerador e consumidor, respectivamente.

Os dispositivos FACTS são equipamentos estáticos que atuam sobre alguns parâmetros do sistema para controle do fluxo de potência (MIYASAKI, 2006), com o objetivo principal de aumentar a capacidade de transmissão de potência das redes e controlar diretamente o fluxo de potência em rotas específicas de transmissão, com este controle e aumento da capacidade reduz-se a complexidade e melhora-se a operação do sistema (WATANABE, BARBOSA, *et al.*, 1998).

Já sistemas de transmissão em corrente contínua, constituídos de elos de corrente contínua ou *links* CC (Corrente Contínua), são utilizados para a transmissão de grandes blocos de energia em grandes distâncias, sua controlabilidade sem limites resolve problemas de congestionamento da rede ou fluxo de malha em caminhos paralelos (BAHRMAN e JOHNSON, 2007).

Fluxo de malha em caminhos paralelos pode ser exemplificado através de simples casos de fluxo de potência (TARANTO, PINTO e PEREIRA, 1992). A Figura 1 apresenta um caso o fluxo de potência entre as áreas A e B, que tem possibilidade de escoar por duas rotas, uma direta e outra passando por C. Nesse caso, o máximo fluxo de potência nas rotas será limitado pela primeira rota que atingir seu limite, ficando a outra imediatamente subutilizada.

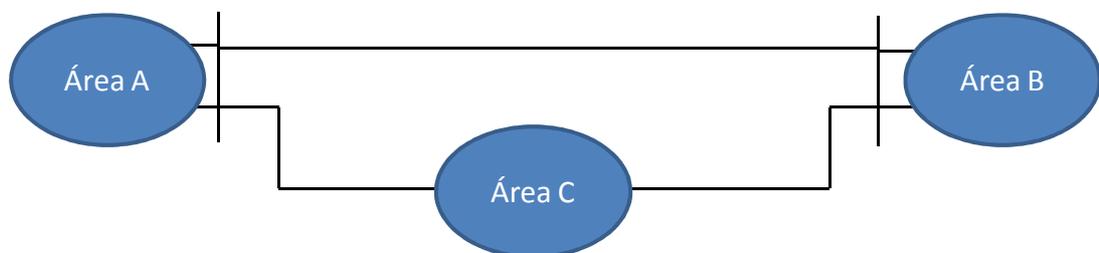


Figura 1 Caminhos paralelos - duas linhas com diferentes impedâncias

A Figura 2 mostra as mesmas áreas, porém a ligação entre A e B possui transmissão em CC (*link* CC). No *link* CC o fluxo é definido pelos controladores dos dispositivos de

conversão CA-CC e CC-CA, possibilitando distribuir os fluxos de modo que ambos os caminhos sejam usados em sua capacidade máxima. Apesar das vantagens, a tecnologia é cara para uso geral, sendo normalmente considerada como atrativa para longas distâncias.

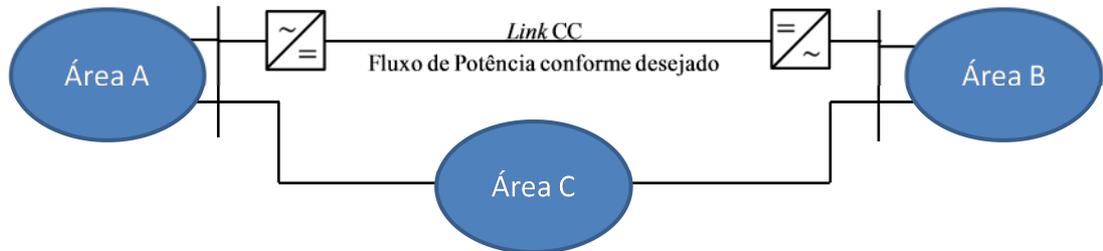


Figura 2 Caminhos paralelos - link CC

Por fim a Figura 3 apresenta um controlador FACTS entre A e B, que igualmente pode controlar o fluxo de potência através da variação de parâmetros do sistema como ângulo de fase e impedância, de acordo com o tipo de FACTS. Estes novos parâmetros do sistema serão uma variação dos parâmetros existentes, portanto apesar do controle de fluxo existir ele será limitado pela capacidade do dispositivo.

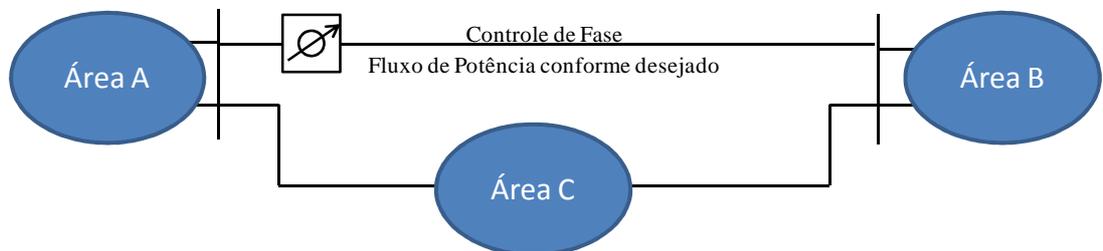


Figura 3 Caminhos paralelos - controlador FACTS

Dispositivos FACTS podem ser sintetizados em quatro modelos ideais (HINGORANI e GYUGYI, 2000), cujas características estão descritas a seguir:

- compensadores em derivação (com tiristores ou chaves auto compensadoras) - comportam-se como impedância ou fonte controlável. Em princípio este tipo de compensador sempre irá injetar corrente no sistema, mesmo aqueles com tiristores e impedância somente. Fornecem ou consomem potência reativa;
- compensadores série (com tiristores ou chaves auto compensadoras) - podem ser uma impedância variável como um capacitor em série com a linha chaveado a tiristor ou uma fonte controlada de frequência fundamental, subsíncrona e/ou harmônica. Esta segunda finalidade foi considerada para a

conexão dos sistemas elétricos Norte-Sul (WATANABE, BARBOSA, *et al.*, 1998) e o TCSC (em inglês, *Thyristor Controller Series Capacitor*) foi adicionado no item requisitos básicos das instalações do edital de leilão da ANEEL sobre a interligação Norte Sul III -Trecho 3- LT500Kv (MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA, 2005). Em princípio este tipo de compensador sempre irá causar variação de tensão em série no sistema. Fornecem ou consomem potência reativa;

- c) compensadores combinados série-derivação - combinação de dispositivos série e derivação que são controlados de uma forma coordenada. Pode injetar corrente no sistema com a parte em derivação e variar tensão em série, assim sua região de operação é um círculo (qualquer amplitude e fase), sendo esta uma das principais vantagens deste modelo;
- d) compensadores combinados série-série - combinação de dispositivos série que são controlados de uma forma coordenada em um sistema de mais de uma linha. Podem controlar o fluxo e potência ativa, ajustando assim os ângulos de fase.

A motivação original do desenvolvimento de linhas em CC foi a eficiência da transmissão, pois as perdas de sistemas em CC são menores que em CA, porém requereu-se o desenvolvimento de chaves de comutação para altas potências. Quando estas chaves se tornaram economicamente interessante, o tiristor passou a desempenhar um importante papel para dar competitividade aos esquemas em CC (ARRILLAGA, LIU e WATSON, 2007).

Outra possibilidade de melhoria do fluxo é a recapacitação das linhas. Argumenta-se (CAVASSIN e PIAZZA FERNAND, 2012) que as dificuldades na implantação de novas linhas de transmissão em função de alguns fatores externos como o alto custo para se constituir novas faixas de servidão de passagem levam a busca desta possibilidade em favor à construção de novas linhas. Alguns métodos possíveis para a recapacitação são: o retensionamento dos cabos condutores, alteração de padrões construtivos, substituição dos condutores e a alteração do nível de tensão (CAVASSIN e PIAZZA FERNAND, 2012). Já na questão de aumento de capacidade de transmissão da linha algumas opções possíveis se localizam na adição de elementos, como compensadores em série (MIASAKI e ROMERO, 2007).

Em relação ao Subproblema de Operação e sua caracterização, quatro modelos de rede são encontrados na bibliografia para representar o sistema de transmissão: fluxo de carga CA

(ZHANG, HEYDT, *et al.*, 2012) (RIDER, GARCIA e ROMERO, 2007), Fluxo de carga CC, Híbrido e Transportes (ROMERO, MONTICELLI, *et al.*, 2002).

O modelo de fluxo de carga CA é o mais completo de todos, porém com uso pouco frequente na bibliografia devido à complexidade de resolução (ZHANG, HEYDT, *et al.*, 2012). A utilização deste modelo apresenta algumas vantagens descritas a seguir (RIDER, GARCIA e ROMERO, 2007):

- a) gerar um plano de reforço quando implementada a fase de planejamento de reativos;
- b) usar um modelo matemático integrado que possibilita tanto o estudo do planejamento de expansão do sistema de transmissão quanto à alocação ótima de potência reativa;
- c) determinar precisamente perdas reais de uma forma trivial como um subproduto do processo de otimização;
- d) incorporar outras características de operação não linear ao problema como dispositivos FACTS;
- e) executar outros tipos de estudo após resolução do problema de expansão como análise de estabilidade.

Apesar das vantagens, a resolução deste problema apresenta uma série de restrições não lineares, geralmente abordadas por intermédio de algoritmos meta-heurísticos, que apresentam a desvantagem de não garantir a solução ótima.

Uma alternativa de simplificação de modelo de fluxo CA é o modelo de fluxo CC. Este modelo obedece às leis de conservação de fluxo em cada barra e de tensão em cada malha, dado que o fluxo de potência ativa em uma linha de transmissão (LT) é aproximadamente proporcional à abertura angular da linha e se desloca no sentido de ângulos maiores para os ângulos menores (MONTICELLI, 1993). Este modelo apresenta somente uma restrição não linear e com técnicas como linearização e decomposição é possível resolver o problema de expansão do sistema de transmissão utilizando-se métodos clássicos de resolução exata.

O modelo híbrido utiliza a segunda lei de Kirchhoff somente para as linhas já existentes na rede, assim a não linearidade desta restrição é eliminada possibilitando a utilização de programação linear. O problema é resolvido sem considerar a conservação da tensão nas malhas para linhas novas. Este modelo surgiu como uma melhoria do modelo de transporte, que não considera a segunda lei de Kirchhoff para nenhuma malha.

Baseado nas linhas gerais da caracterização do problema de expansão considera-se para o presente trabalho que o sistema de transmissão de uma região ou país deve satisfazer as necessidades de geração e carga futuras previstas. A localização desta geração e carga é previamente conhecida e a ligação entre barras através de linhas deve ser projetada, considerando-se que a quantidade de novas linhas de transmissão deverá possuir capacidade suficiente para despachar a carga e geração, e que esta configuração de linhas considerando seu valor global versus custos de operação seja economicamente justificável, isto é, apresente o menor custo possível. O resultado final da resolução do problema é o valor de investimento e uma configuração inteira de linhas entre barras a serem instaladas.

O problema de expansão do sistema de transmissão vem sendo estudado desde a década de 70 com destaque aos seguintes eventos da evolução da resolução do mesmo:

- a) utilização de programação e formulação linear (modelo de transporte) para a rede de transmissão e algoritmo de solução baseado em algoritmo heurístico construtivo (GARVER, 1970) (ASADA, KWANG, *et al.*, 2008);
- b) utilização de programação inteira mista e o método de busca *branch-and-bound* e sua aplicação no problema de planejamento ótimo (ADAMS e LAUGHTON, 1974) (GEOFFRION e MARSTEN, 1972);
- c) utilização de algoritmo construtivo e modelo de fluxo CC relacionado à índices de performance do sistema de potência como indicadores de sensibilidade (PEREIRA e PINTO, 1985) (ASADA, KWANG, *et al.*, 2008).
- d) resolução do problema linear de fluxo (fluxo CC) em conjunto com o modelo de transporte (VILLASANA, GARVER e SALON, 1985);
- e) utilização de métodos de decomposição (PEREIRA, PINTO, *et al.*, 1985);
- f) utilização de algoritmos baseados em meta-heurísticas e uso intenso de algoritmos baseados em inteligência artificial.

O estudo da problemática da expansão no Brasil iniciou na década de 80, anteriormente somente ferramentas de análise tradicionais eram usadas, como fluxo de potência, estabilidade e curto-circuito.

Este período se caracterizou pelo desenvolvimento de sistemas interativos que possibilitassem a análise não só da operação do sistema bem como do custo de sua expansão, trazendo uma dimensão temporal de longo prazo ao estudo da problemática. Os novos sistemas criados dispunham de critérios de ordenação para facilitar ao planejador a identificação de soluções atraentes, com critérios econômicos (custo de linha, restrições financeiras entre outros) e construtivos (capacidade máxima de geração entre outros)

adicionados à critérios de operabilidade e segurança do sistema (PEREIRA, GRANVILLE e PINTO, 1987).

Em relação aos métodos de solução os trabalhos na área podem seguir duas abordagens distintas, ou mesmo ou um misto delas. O método tem relação direta com o modelo matemático escolhido. Têm-se os métodos exatos ou métodos de otimização como enumeração explícita ou decomposição de Benders, que garantem a otimalidade da solução e os métodos aproximados como meta-heurísticas tais como o GRASP, algoritmo genético e busca tabu. Ainda dentro do método de solução existem implementações adicionais possíveis e adaptações nos métodos para melhorar-se seu desempenho (ARENALES, ARMENTANO, *et al.*, 2007) (ASADA, KWANG, *et al.*, 2008) (HEMMATI, HOOSHMAND e KHODABAKHSHIAN, 2013).

Uma estratégia existente dentre os métodos exatos é a investigação *branch-and-bound*, que explora uma árvore de soluções, onde cada nó da árvore representa uma solução (valor de investimento e configuração de linhas) e cada ramo um subproblema com o objetivo de enumerar soluções inteiras para o investimento de linhas. O ponto de início é uma solução que ignora o requerimento de integralidade para todas as linhas propostas. A cada expansão da árvore um caso de não integralidade é analisado e dois subproblemas são gerados a partir de uma variável inteira. Soluções inteiras podem emergir em qualquer nó ou nível da árvore. A pesquisa em um caminho da árvore encerrará quando o valor de investimento de uma configuração inteira for maior que o melhor valor previamente encontrado, quando a solução for infactível ou quando o valor de investimento for menor que o previamente encontrado. Este método é utilizado para modelos matemáticos que apresentam variáveis inteiras e linearidade, como o modelo Híbrido.

Decomposição de Benders, outra estratégia exata de resolver-se o problema, baseia-se também na partição do problema (BENDERS, 1962) de uma forma distinta daquela utilizada na investigação *branch-and-bound*. Nessa, a partição do problema se dá através de uma variável, enquanto que na decomposição de Benders o problema é representado por um processo de decisão em dois estágios. No primeiro estágio é decidida uma capacidade de investimento possível a ser instalada. No segundo estágio, dada à capacidade, o problema é resolvido a fim de minimizar os custos de operação com tal capacidade. A técnica de Benders é então utilizada para construir uma função que indique as consequências de uma decisão de investimento em termos do custo de operação (PEREIRA, PINTO, *et al.*, 1985). A decomposição de Benders pode ser combinada com outras técnicas exatas como a *branch-*

and-bound ou mesmo meta-heurísticas e aplicada em modelos mais completos como o de fluxo CC com variáveis binárias (BAHIENSE, OLIVEIRA, *et al.*, 2001).

Apesar de certas heurísticas serem utilizadas desde o início da pesquisa do problema de expansão, os métodos aproximados começaram a ser muito utilizados a partir na década de 80 (MONTICELLI, SANTOS, *et al.*, 1982) (PEREIRA e PINTO, 1985), porém foi a partir do desenvolvimento de meta-heurísticas que os métodos aproximados ganharam força. Uma série de trabalhos foi publicada, com a utilização de técnicas baseadas na inteligência artificial como busca tabu, têmpera simulada, lógica fuzzy, algoritmo genético entre outros (ASADA, KWANG, *et al.*, 2008). É difícil afirmar dentre estas diversas técnicas qual apresenta melhor desempenho para resolver o problema de expansão, já que estes algoritmos não são determinísticos e em muitos casos a eficiência depende de uma série de critérios como ajuste dos parâmetros de controle e formulação do problema.

Os métodos aproximados apresentam bons resultados quando aplicados em problemas grandes, complexos, não lineares e combinatórios onde as alternativas crescem exponencialmente com o tamanho da rede. Novas abordagens com algoritmos híbridos têm sido propostas integrando as melhores meta-heurísticas, algoritmos exatos clássicos e outras ferramentas da inteligência computacional (ASADA, KWANG, *et al.*, 2008).

Implementações adicionais são aquelas executadas com o objetivo de otimizar a busca da solução do problema como a utilização de pré-processamento ou algoritmo de planos de cortes. Pré-processamento é a análise da formulação original do problema com o objetivo de encontrar restrições que ajudarão a apertar os limites das variáveis e redução do espaço de busca. Duas técnicas se destacam no pré-processamento, novos caminhos (MONTICELLI, SANTOS, *et al.*, 1982) e cerca (BALDWIN, HOFFMAN, *et al.*, 1959). Algoritmos de planos de cortes objetivam a aproximação convexa da região factível do problema (ARENALES, M. *et al.*, 2007) e podem ocorrer no decorrer do processo da busca; não somente inicialmente como o pré-processamento. A união do método de enumeração explícita em conjunto com cortes válidos resulta no algoritmo *branch-and-cut*, técnica já utilizada para a resolução do problema de expansão (SOUSA e ASADA, 2012).

Dada a importância do problema de expansão do sistema de transmissão existem vários trabalhos que apresentam uma revisão bibliográfica sobre o tema. A mais recente revisão foi feita em 2013 (HEMMATI, HOOSMAND e KHODABAKHSHIAN, 2013) com uma abordagem abrangente analisando a investigação do problema através do seu ponto de vista, método, restrições e objetivos. Antes desta revisão havia sido feita uma classificação das publicações e modelos do planejamento do sistema de transmissão, com o foco nos

métodos de solução, no tratamento do horizonte de planejamento e considerações de esquemas competitivos do setor de potência. (LATORRE, CRUZ, *et al.*, 2003). Além destes trabalhos pode-se ainda citar um capítulo específico sobre o planejamento do sistema elétrico do livro de técnicas modernas de otimização (ASADA, KWANG, *et al.*, 2008) e inúmeras dissertações e teses que apresentam detalhada revisão bibliográfica sobre o tema (HAFFNER, 2000) (MIASAKI, 2006) (RAHMANI, 2013).

1.1 Objetivos e Contribuições

Este trabalho propõe apresentar um modelo matemático para planejamento da expansão do sistema de transmissão em um estágio, considerando a possibilidade de instalação de linhas de transmissão, transformadores, elos de corrente contínua e dispositivos FACTS. Utiliza-se o modelo híbrido e do Fluxo CC supondo todos os circuitos disponíveis, geração com ou sem reprogramação e cargas com ou sem corte. Além do modelo matemático apresenta-se um método de solução exato utilizando algoritmo *branch-and-bound* com alterações nas etapas de separação e relaxação. Desta forma, as duas principais contribuições do trabalho são: i) modelo matemático utilizado, que inclui a representação de dispositivos FACTS e *links* CC; ii) método de solução, que sugere adaptações ao método de solução exato *branch-and-bound*. De acordo com revisão recente sobre o planejamento da transmissão, (HEMMATI, HOOSHMAND e KHODABAKHSHIAN, 2013) cabe mais investigação e estudo de FACTS na expansão do sistema de transmissão, esta conclusão corrobora com a exploração da representação de dispositivos FACTS e *links* CC proposta neste trabalho.

1.2 Organização

O Capítulo 2 traz a caracterização do problema e o modelo matemático escolhido para representar o problema e adaptações destes modelos com a representação de Dispositivos FACTS e *links* CC. O Capítulo 3 descreve o método de solução escolhido, adaptações deste método e suas implementações adicionais. O capítulo 4 descreve os procedimentos de testes destes modelos e métodos escolhidos bem como faz uma análise dos resultados encontrados. O capítulo 5 traz conclusões do trabalho, contribuições e possibilidade de trabalhos futuros.

2 MODELOS MATEMÁTICOS APLICADOS AO PROBLEMA

O planejamento da expansão de sistemas elétricos compreende uma grande diversidade de problemas de otimização matemática com diversas variáveis, funções objetivo e restrições. Como ponto comum, o planejamento da expansão busca selecionar os novos equipamentos e instalações que são necessários para atender as condições futuras de uma rede de energia elétrica ao mínimo custo. O problema associado ao planejamento da expansão em geral abrange dois subproblemas, um relacionado com o investimento nos equipamentos e instalações (recursos) a serem acrescentados e outro relacionado com a forma de operação dos recursos disponíveis, conforme resumido na Tabela 1. O subproblema de investimento tem características como o número de estágios considerado para o investimento e quais equipamentos e instalações são considerados para adição. O subproblema de operação tem características como o modelo utilizado para representar as equações do fluxo de carga e se é permitida ou não a reprogramação da geração. Assim, existe uma grande diversidade de modelos de otimização formulados para determinar o plano ótimo de expansão, sendo sua diferenciação associada às características que são utilizadas para representar os subproblemas de investimento e operação. A diversidade existe pois não é possível construir um único modelo e resolvê-lo em um único passo (RAHMANI, 2013). Utilizando a classificação mostrada na Tabela 1, este trabalho está inserido no modelo de expansão que considera:

- Subproblema de investimento:
 - um estágio;
 - variáveis inteiras;
 - instalação de linhas de transmissão, transformadores, *links* CC e dispositivos FACTS;
- Subproblema de operação:
 - modelo híbrido e do Fluxo CC (bilinear);
 - todos os circuitos disponíveis;
 - geração com ou sem reprogramação;
 - carga com ou sem possibilidade de corte.

Como a contribuição do trabalho foca na representação dos *links* CC e dispositivos FACTS foi adotado o modelo mais reconhecido para o problema de planejamento da expansão do sistema de transmissão que é o modelo de fluxo CC. Os outros dois tipos de modelo de rede apresentam inconvenientes, o modelo CA, acrescenta novas não-linearidades

ao problema, e o modelo de transporte ignora a segunda lei de Kirchhoff, implicando resultados muito distantes da realidade. Na proposta utilizada neste trabalho, o modelo Híbrido é utilizado somente em parte da resolução do problema.

Tabela 1 Características do problema do planejamento da expansão de sistemas elétricos

Subproblema	Característica	Alternativas		
Investimento	Número de estágios	Um estágio		
		Multiestágio		
		Variáveis	Reais	
	Inteiras			
	Binárias			
	Recursos	Linhas de transmissão e transformadores		
		<i>Links CC</i> e dispositivos FACTS		
		Recapacitação de circuitos e compensação série		
	Operação	Modelo de rede	Transporte	
Híbrido				
Fluxo de Carga CC			Bilinear	
			Linear disjuntivo	
		Fluxo de Carga CA		
Segurança e incerteza		Circuitos	Todos sempre disponíveis	
			Alguns com possibilidade de indisponibilidade	
			Todos com possibilidade de indisponibilidade	
		Geração	Sem reprogramação	
			Com reprogramação	
			Com incerteza	
		Carga	Sem possibilidade de corte	
			Com possibilidade de corte	
			Com incerteza	
Custo		Geração		
		Manutenção		
		Perdas		
		Incertezas		
Outros fatores	Impactos Ambientais			
	Congestionamento de linhas			
	Regulamentação			
	Coordenação com a geração			
	Planejamento de potência reativa			

2.1 Modelo de fluxo CC

O modelo de fluxo CC, ou Modelo de Fluxo de Potência Linearizado, considera as equações de fluxo de carga CC para todos os circuitos (existentes e candidatos), que são

baseadas no acoplamento entre a potência ativa e a abertura angular da linha. Sua utilização iniciou no início da década de 80 e até hoje é o modelo mais utilizado em trabalhos da área de planejamento da expansão de sistemas elétricos. A formulação do problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão em um estágio considerando o modelo de rede do fluxo de carga CC é dada a seguir por:

$$\text{Min } v = v_{\text{inv}} + v_{\text{oper}} \quad (1)$$

$$v_{\text{inv}} = \sum_{ij} c_{ij} n_{ij} \quad (1.1)$$

$$v_{\text{oper}} = \alpha \sum_k r_k \quad (1.2)$$

$$\text{s.a. } Sf + g + r = d \quad (2)$$

$$f_{ij} = \frac{(n_{ij}^0 + n_{ij})(\theta_i - \theta_j)}{x_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega \quad (3)$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij}) f_{ij}^{\text{max}} \quad \forall ij \in \Omega \quad (4)$$

$$g_j^{\text{min}} \leq g_j \leq g_j^{\text{max}} \quad (5)$$

$$0 \leq r \leq d \quad (6)$$

$$n_{ij}^{\text{min}} \leq n_{ij} \leq n_{ij}^{\text{max}} \quad (7)$$

$$n_{ij} \text{ inteiro e positivo} \quad (8)$$

$$f_{ij}, \theta_i \text{ e } \theta_j \text{ irrestritos} \quad (9)$$

onde:

v_{inv} – custo do investimento [\$];

v_{oper} – custo de operação [\$];

c_{ij} – custo de adição de um circuito no corredor ij [\$];

n_{ij} – número de circuitos candidatos no corredor ij ;

α – fator compatibilizador do custo com corte de carga [\$];

r_k – corte de carga na barra k [pu];

S – matriz incidência nó-ramo de circuitos da rede existente e dos circuitos candidatos (linhas de transmissão CA e transformadores);

f – vetor dos fluxos de potência ativa nos circuitos da rede existentes e candidatos (linhas de transmissão CA e transformadores) [pu];

g – vetor das injeções de potência ativa nas barras dos geradores já instalados [pu];

r – vetor dos cortes de carga nas barras [pu];

d – vetor das demandas de potência ativa [pu];

f_{ij} – fluxo de potência ativa no circuito ij [pu];

n_{ij}^0 – número de circuitos existentes no corredor ij na rede inicial;

θ_i – ângulo de fase do fasor tensão nodal da barra i [radianos];

θ_j – ângulo de fase do fasor tensão nodal da barra j [radianos];

x_{ij} – reatância do circuito ij [pu];

Ω – conjunto de circuitos da rede existente e candidatos (linhas de transmissão CA e transformadores);

f_{ij}^{\max} – fluxo de potência máxima no circuito ij [pu];

g_j^{\min} – geração mínima do gerador instalado j [pu];

g_j^{\max} – geração máxima do gerador instalado j [pu];

n_{ij}^{\min} – número mínimo de circuitos que precisam ser adicionados no corredor ij ;

n_{ij}^{\max} – número máximo de circuitos que precisam ser adicionados no corredor ij .

A equação (1) define a função objetivo, sendo ela descrita em duas partes: (1.1) refere-se ao objetivo de minimizar os custos de investimento em novas linhas e (1.2) ao objetivo de minimizar os custos de operação. Os custos de operação na equação (1.2) são representados pela geração fictícia imposta nas barras com demanda multiplicada por um fator compatibilizador, equivalente ao custo do corte de carga.

A equação (2) é a restrição decorrente da aplicação da primeira lei de Kirchhoff, que define que a soma das potências ativas decorrentes da geração, demanda e fluxos nos circuitos deve ser igual a zero. Neste caso ainda soma-se o corte de cargas que é a geração fictícia associada às barras com demanda. A equação (3) é a restrição decorrente da aplicação da segunda lei de Kirchhoff que define que a diferença angular entre barras de um circuito dividido pela sua reatância é igual ao fluxo de potência do circuito. Esta restrição, aplicada ao conjunto de circuitos (linhas de transmissão CA e transformadores) existentes na rede inicial e candidatos, é não linear (bilinear), pois tanto o ângulo de fase do fasor tensão nodal da barra quanto o número de circuitos a serem instalados no corredor ij são incógnitas do problema.

As equações (5) a (9) são relativas aos limites operacionais do problema. A equação (5) define os valores mínimos e máximos da geração nas barras, a equação (6) define que o corte de carga deve ser menor que a demanda em cada barra, a equação (7) define os limites mínimos e máximos de circuitos candidatos possíveis, a equação (8) delimita que o número de circuitos candidatos deve ser inteiro e positivo e por fim a equação (9) estipula que tanto os fluxos quanto as aberturas angulares podem assumir valores reais positivos ou negativos.

O modelo de otimização definido pelas equações (1) a (9) constitui um problema de programação não linear inteiro misto, pois mesmo a função objetivo sendo linear, algumas restrições não são lineares.

2.2 Modelo Híbrido

Uma alteração na formulação das restrições pode contornar a não linearidade do modelo de fluxo CC, esta alteração basicamente trata da separação dos circuitos existentes na configuração inicial da rede dos que são candidatos a adição, sendo imposta a restrição relativa a segunda lei de Kirchhoff apenas aos circuitos da rede inicial (VILLASANA, GARVER e SALON, 1985). As equações alteradas do modelo de fluxo CC são mostradas a seguir, Ω^0 representa o conjunto de circuitos existentes e Ω^1 o de circuitos candidatos, ambos para linhas de transmissão CA e transformadores.

$$S^0 f^0 + S^1 f^1 + g + r = d$$

$$f_{ij}^0 = \frac{n_{ij}^0}{x_{ij}} (\theta_i - \theta_j) \quad \forall ij \in \Omega^0$$

$$|f_{ij}^0| \leq n_{ij}^0 f_{ij}^{\max} \quad \forall ij \in \Omega^0$$

$$|f_{ij}^1| \leq n_{ij}^1 f_{ij}^{\max} \quad \forall ij \in \Omega^1$$

onde:

S^0 – matriz incidência nó-ramo de circuitos da rede existente no modelo Híbrido (linhas de transmissão CA e transformadores);

S^1 – matriz incidência nó-ramo dos circuitos candidatos (linhas de transmissão CA e transformadores);

f^0 – vetor dos fluxos de potência ativa nos circuitos da rede existente no modelo Híbrido (linhas de transmissão CA e transformadores) [pu];

f^1 – vetor dos fluxos de potência ativa nos circuitos candidatos (linhas de transmissão CA e transformadores) [pu];

f_{ij}^0 – fluxo de potência ativa no circuito da rede existente (linhas de transmissão CA e transformadores) [pu];

f_{ij}^1 – fluxo de potência ativa no circuito candidato (linhas de transmissão CA e transformadores) [pu];

Ω^1 – conjunto de circuitos candidatos (linhas de transmissão CA e transformadores);

Ω^0 – conjunto de circuitos da rede existente (linhas de transmissão CA e transformadores).

A formulação completa do problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão em um estágio considerando o modelo híbrido de rede é dada por:

$$\text{Min } v = v_{\text{inv}} + v_{\text{oper}} \quad (10)$$

$$v_{\text{inv}} = \sum_{ij} c_{ij} n_{ij} \quad (10.1)$$

$$v_{\text{oper}} = \alpha \sum_k r_k \quad (10.2)$$

$$\text{s.a. } S^0 f^0 + S^1 f^1 + g + r = d \quad (11)$$

$$f_{ij}^0 = \frac{n_{ij}^0}{x_{ij}} (\theta_i - \theta_j) \quad \forall ij \in \Omega^0 \quad (12)$$

$$|f_{ij}^0| \leq n_{ij}^0 f_{ij}^{\text{max}} \quad \forall ij \in \Omega^0 \quad (13)$$

$$|f_{ij}^1| \leq n_{ij} f_{ij}^{\text{max}} \quad \forall ij \in \Omega^1$$

$$g_j^{\text{min}} \leq g_j \leq g_j^{\text{max}} \quad (14)$$

$$0 \leq r \leq d \quad (15)$$

$$n_{ij}^{\text{min}} \leq n_{ij} \leq n_{ij}^{\text{max}} \quad (16)$$

$$n_{ij} \text{ inteiro e positivo} \quad (17)$$

$$f_{ij}^0, \theta_i \text{ e } \theta_j \text{ irrestritos.} \quad (18)$$

Com a divisão dos circuitos em dois conjuntos, aplica-se a segunda lei de Kirchhoff somente no conjunto de circuitos existentes na rede inicial. A equação (12) somente é válida para o conjunto dos circuitos existente na rede inicial. Como a quantidade de circuitos existentes neste conjunto é conhecida, a equação deixa de apresentar a não linearidade devido à multiplicação de duas variáveis do problema.

O modelo Híbrido é utilizado em um primeiro momento da resolução do problema de expansão do sistema de transmissão, justamente por ser um modelo com mais relaxações que o modelo de fluxo CC.

2.3 Adaptações aos modelos Híbrido e de fluxo CC com a representação de Dispositivos FACTS e links CC

A utilização de FACTS na transmissão é algo relativamente novo, envolvendo a conversão e/ou chaveamento de dispositivos eletrônicos de potência em uma faixa de 10 a

algumas centenas de megawatts, cujo principal papel é melhorar a controlabilidade e capacidade de transferência de potência em sistemas de CA. Já a transmissão de potência utilizando links CC é uma tecnologia há tempos estabelecida, sendo usualmente uma forma econômica de se interligar certos sistemas de potência separados por longas distâncias (HINGORANI e GYUGYI, 2000). De acordo com estudo (ALBERTA DEPARTMENT OF ENERGY, 2009), a tecnologia CC vem evoluindo continuamente e apresenta bom custo-benefício em casos específicos. Já FACTS foram considerados pela revista IEEE Spectrum como uma das 11 principais tecnologias da década (IEEE, 2010). Fatos como estes levam ao estudo da representação destas tecnologias nos modelos matemáticos aplicados ao problema do sistema de transmissão.

2.3.1 Representações existentes

Uma das primeiras proposta de representações de FACTS em modelos de sistemas de potência apresenta a adição de duas variáveis de controle a um modelo de fluxo CC similar ao descrito na Seção 2.1: i) defasadores de ângulo (podendo ser um FACTS tipo Compensador combinado série-série) e ii) compensadores série representados por variação da reatância do circuito (TARANTO, PINTO e PEREIRA, 1992).

A representação dos defasadores possui a adição do termo ψ_{ij} somado à abertura angular em uma equação equivalente à equação (3) além de uma equação adicional de limite conforme descrito a seguir nas equações (19) e (20),

$$f_{ij} = \frac{(\theta_i - \theta_j) + \psi_{ij}}{x_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega \quad (19)$$

$$\psi_{ij}^{\min} \leq \psi_{ij} \leq \psi_{ij}^{\max} \quad (20)$$

sendo:

ψ_{ij} – abertura angular controlável do FACTS no circuito ij [radianos];

ψ_{ij}^{\max} – abertura angular controlável máxima do FACTS no circuito ij [radianos];

ψ_{ij}^{\min} – abertura angular controlável mínima do FACTS no circuito ij [radianos].

FACTS tipo compensador em série são representados por uma variação da reatância, ou seu inverso, a susceptância, em uma equação equivalente à equação (3). Neste caso, o valor da susceptância, que no modelo descrito em 2.1 é uma constante, torna-se variável e o limite desta variável é acrescentado conforme equações (21) e (22) a seguir:

$$f_{ij} = \gamma_{ij} (\theta_i - \theta_j) \quad (21)$$

$$\gamma_{ij}^{\min} \leq \gamma_{ij} \leq \gamma_{ij}^{\max} \quad (22)$$

onde

γ_{ij} – inverso da reatância (susceptância) do circuito ij [pu];

γ_{ij}^{\max} – susceptância máxima do circuito ij [pu];

γ_{ij}^{\min} – susceptância mínima do circuito ij [pu].

Trabalhos recentes (MIASAKI, 2006) (RAHMANI, VINASCO, *et al.*, 2013) apresentam modelos mais completos contendo, por exemplo, a variável número de circuitos candidatos no corredor ij e custo dos dispositivos FACTS. Porém diferentemente de (TARANTO, PINTO e PEREIRA, 1992) a presença de FACTS faz com que a função objetivo do problema seja alterada com o acréscimo de variáveis relativas a estes equipamentos adicionados.

Em um destes trabalhos são apresentados três modelos matemáticos (MIASAKI, 2006), um com transformador defasador, outro com compensador série e com ambos. Todos os modelos apresentam alteração da função objetivo, com a inclusão de termo que adiciona custo do dispositivo FACTS e na restrição que atende a segunda lei com a alteração dos ângulos entre barras.

Outra abordagem é a resolução do problema dinâmico de expansão do sistema de transmissão considerando a alocação de compensação série (RAHMANI, VINASCO, *et al.*, 2013) com o objetivo de definir os seguintes pontos: a compensação necessária nos corredores, percentagem da compensação série e reforço da linha de transmissão em cada fase de planejamento. A função objetivo contém custos da linha e da compensação série, valor presente do investimento e variáveis binárias que indicam a presença ou não de novas linhas e/ou compensação série.

2.3.2 Representação Proposta

A representação matemática proposta apresenta variável relacionada à dispositivos FACTS e *links* CC nas restrições, a função objetivo não é alterada. Todas as linhas inicialmente ou posteriormente adicionadas já consideram os dispositivos FACTS ou os *links* CC, tanto nas características técnicas quanto comerciais (custo) assim não há alteração na função objetivo, pois cada linha já possui dados diferenciados de acordo com o tipo de

recurso utilizado. Conforme descrito na Seção 3, Método de solução, ambos os modelos descritos em 2.1 e 2.2 são utilizados para a resolução do problema, e apesar das alterações nos modelos ocorrerem somente nas restrições, tanto o Modelo Híbrido quanto o de Fluxo CC são descritos a seguir contendo a representação de FACTS e *links* CC.

2.3.2.1 Modelo de fluxo CC com a representação de FACTS e *links* CC

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & v = v_{\text{inv}} + v_{\text{oper}} \\ & v_{\text{inv}} = \sum_{ij} c_{ij} n_{ij} \\ & v_{\text{oper}} = \alpha \sum_k r_k \\ \text{s.a} \quad & S^{01} f^{01} + S^{02} f^{02} + S^1 f^1 + S^2 f^2 + g + r = d \end{aligned} \quad (23)$$

$$f_{ij}^{01} = \frac{n_{ij}^0}{x_{ij}} (\theta_i - \theta_j) \quad \forall ij \in \Omega^{01} \quad (24)$$

$$f_{ij}^1 = \frac{n_{ij}}{x_{ij}} (\theta_i - \theta_j) \quad \forall ij \in \Omega^1 \quad (25)$$

$$|f_{ij}^{01}| \leq n_{ij}^0 f_{ij}^{\max} \quad \forall ij \in \Omega^{01} \quad (26)$$

$$|f_{ij}^1| \leq n_{ij} f_{ij}^{\max} \quad \forall ij \in \Omega^1 \quad (27)$$

$$|f_{ij}^{02}| \leq n_{ij}^0 f_{ij}^{\max} \quad \forall ij \in \Omega^{02} \quad (28)$$

$$|f_{ij}^2| \leq n_{ij} f_{ij}^{\max} \quad \forall ij \in \Omega^2 \quad (29)$$

$$-\psi_{ij}^{\min} \leq \theta_i - \theta_j \leq \psi_{ij}^{\max} \quad \forall ij \in \Omega^2 \quad (30)$$

$$g^{\min} \leq g \leq g^{\max} \quad (31)$$

$$0 \leq r \leq d \quad (32)$$

$$n_{ij}^{\min} \leq n_{ij} \leq n_{ij}^{\max} \quad (33)$$

$$n_{ij} \text{ inteiro e positivo} \quad (34)$$

$$f_{ij}, \theta_i \text{ e } \theta_j \text{ irrestritos} \quad (35)$$

sendo:

- S^1 – matriz incidência nó-ramo dos circuitos candidatos (linhas de transmissão CA e transformadores);
- S^{01} – matriz incidência nó-ramo de circuitos da rede existente no modelo de fluxo CC com a representação de FACTS e links CC (linhas de transmissão CA e transformadores);
- S^2 – matriz incidência nó-ramo dos circuitos candidatos (linhas de transmissão com dispositivos FACTS e *links* CC);

S^{02} – matriz incidência nó-ramo de circuitos da rede existente (linhas de transmissão com dispositivos FACTS e *links* CC);

f^1 – vetor dos fluxos de potência ativa nos circuitos candidatos (linhas de transmissão CA e transformadores) [pu];

f^{01} – vetor dos fluxos de potência ativa nos circuitos da rede existente no modelo de fluxo CC com a representação de FACTS e links CC (linhas de transmissão CA e transformadores) [pu];

f^2 – vetor dos fluxos de potência ativa nos circuitos (linhas de transmissão com dispositivos FACTS e *links* CC) [pu];

f^{02} – vetor dos fluxos de potência ativa nos circuitos da rede existente (linhas de transmissão com dispositivos FACTS e *links* CC) [pu];

f_{ij}^1 – fluxo de potência ativa no circuito candidato (linhas de transmissão CA e transformadores) [pu];

f_{ij}^{01} – fluxo de potência ativa no circuito da rede existente no modelo de fluxo CC com a representação de FACTS e links CC (linhas de transmissão CA e transformadores) [pu];

f_{ij}^2 – fluxo de potência ativa no circuito candidato (linhas de transmissão com dispositivos FACTS e *links* CC) [pu];

f_{ij}^{02} – fluxo de potência ativa no circuito da rede existente (linhas de transmissão com dispositivos FACTS e *links* CC) [pu];

Ω^1 – conjunto de circuitos candidatos (linhas de transmissão CA e transformadores);

Ω^{01} – conjunto de circuitos da rede existente no modelo de fluxo CC com a representação de FACTS e links CC (linhas de transmissão CA e transformadores);

Ω^{02} – conjunto de circuitos da rede existente (linhas de transmissão com dispositivos FACTS e *links* CC);

Ω^2 – conjunto de circuitos candidatos (linhas de transmissão com dispositivos FACTS e *links* CC).

A descrição dos conjuntos existentes para este grupo de equações está na Tabela 2, nesta tabela as colunas estão relacionadas aos circuitos (da rede existente ou candidatos) e as linhas ao recurso utilizado.

Tabela 2 Conjuntos de variáveis

Recurso	Circuitos	
	da rede existente	candidatos à instalação
Linhas de transmissão CA e transformadores	Ω^{01}	Ω^1
Linhas de transmissão com dispositivos FACTS e <i>links</i> CC	Ω^{02}	Ω^2

As novas variáveis da equação (23), (28), (29) e (30) fazem parte dos conjuntos que utiliza os recursos de linhas de transmissão com dispositivos FACTS e *links* CC com dispositivos FACTS. Os circuitos destes novos conjuntos não obedecem a segunda lei de Kirchhoff pois:

- Dispositivos FACTS controlam diretamente o fluxo atuando nas magnitudes das tensões terminais da linha, na sua reatância e nos ângulos de defasagem entre as barras terminais (WATANABE, BARBOSA, *et al.*, 1998);
- nos *Links* CC o fluxo de potência é diretamente controlado, independentemente da magnitude ou ângulo de fase das tensões terminais.

A Figura 4 exemplifica a atuação dos dispositivos FACTS e *links* CC em relação à formulação de fluxo de potência desprezando perdas na linha. O fluxo de potência total entre as barras *i* e *j* é a soma da contribuição de cada parte, isto é, a contribuição do fluxo no segmento de linha, de *link* CC e de linha com FACTS. Conforme formulação do P_{Linha} , o fluxo da linha depende das tensões terminais da linha, da sua reatância e dos ângulos de fase. Já no segmento do *link* CC o fluxo $P_{LinkCC}^{Esp.}$ é diretamente controlado, independentemente da magnitude ou ângulo de fase das tensões terminais, sendo um valor especificado pela estação de conversão existente em cada terminal da linha. O fluxo $P_{FACT}^{Esp.}$ é também diretamente controlado, porém de outra forma, conforme mostra a figura o dispositivo FACTS é capaz de atuar nas magnitudes das tensões terminais da linha, na sua reatância e nos ângulos de defasagem que é somado à diferença dos ângulos de fase.

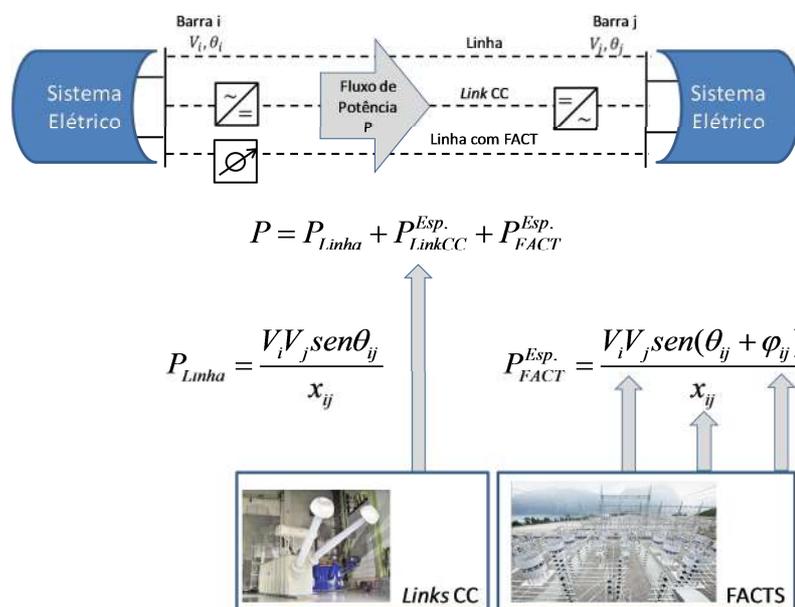


Figura 4 Atuação dos Dispositivos FACTS e *links* CC

Apesar dos FACTS não seguirem a segunda lei de Kirchhoff do mesmo modo que uma linha de transmissão convencional, existe um limite de abertura angular ψ_{ij}^{\max} conforme descrito na equação (30). O controle sobre os ângulos de defasagem entre as barras terminais é limitado, no caso de FACTS, e segue a formulação da restrição descrita na equação (30) (TARANTO, PINTO e PEREIRA, 1992). No caso de *links* CC, a título de simplificação do modelo, utiliza-se a mesma formulação da restrição dos FACTS com um valor de limite inferior e superior diferentes.

2.3.2.2 Modelo Híbrido com a representação de FACTS e *links* CC

Como o modelo Híbrido é definido a partir do modelo de fluxo CC relaxado, as equações que o definem são praticamente iguais às apresentadas na Seção 2.3.2.1, conforme mostrado a seguir.

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & v = v_{\text{inv}} + v_{\text{oper}} \\
 & v_{\text{inv}} = \sum_{ij} c_{ij} n_{ij} \\
 & v_{\text{oper}} = \alpha \sum_k r_k \\
 \text{s.a} \quad & S^{01} f^{01} + S^{02} f^{02} + S^1 f^1 + S^2 f^2 + g + r = d \quad (36)
 \end{aligned}$$

$$f_{ij}^{01} = \frac{n_{ij}^0}{x_{ij}} (\theta_i - \theta_j) \quad \forall ij \in \Omega^{01} \quad (37)$$

$$|f_{ij}^{01}| \leq n_{ij}^0 f_{ij}^{\max} \quad \forall ij \in \Omega^{01} \quad (38)$$

$$|f_{ij}^1| \leq n_{ij} f_{ij}^{\max} \quad \forall ij \in \Omega^1 \quad (39)$$

$$|f_{ij}^{02}| \leq n_{ij}^0 f_{ij}^{\max} \quad \forall ij \in \Omega^{02} \quad (40)$$

$$|f_{ij}^2| \leq n_{ij} f_{ij}^{\max} \quad \forall ij \in \Omega^2 \quad (41)$$

$$g^{\min} \leq g \leq g^{\max} \quad (42)$$

$$0 \leq r \leq d \quad (43)$$

$$n_{ij}^{\min} \leq n_{ij} \leq n_{ij}^{\max} \quad (44)$$

$$n_{ij} \text{ inteiro e positivo} \quad (45)$$

$$f_{ij}, \theta_i \text{ e } \theta_j \text{ irrestritos} \quad (46)$$

3 MÉTODO DE SOLUÇÃO

Existem duas abordagens na bibliografia para a resolução do problema de expansão: i) métodos de otimização matemática (ou exato) e ii) métodos de otimização baseados em heurísticas. Os métodos de otimização matemática prezam pela garantia da solução ótima exata em detrimento ao detalhamento do modelo matemático (como estudos dinâmicos e de estabilidade) e facilidade de implementação do modelo matemático. Já os métodos heurísticos são aplicáveis em modelos completos com implementação mais direta que os modelos matemáticos, porém podem levar à mínimos locais (HEMMATI, HOOSHMAND e KHODABAKHSHIAN, 2013).

O método de solução escolhido para a resolução do problema foi o método de otimização matemática, pela garantia da otimalidade da solução, porém a representação proposta descrita na Seção 2.3.2 apresenta dois complicadores para uma resolução através desse método: i) a integralidade das variáveis de investimento, descrita na equação(34); ii) a não-linearidade da equação (25).

Para contornar a integralidade das variáveis, uma estrutura de resolução baseada em três conceitos é utilizada (GEOFFRION e MARSTEN, 1972), sendo eles: Separação; Relaxação e Sondagem. Esta estrutura resultou no método conhecido como *branch-and-bound*, encontrado em vários trabalhos de resolução do problema de expansão do sistema de transmissão (HEMMATI, HOOSHMAND e KHODABAKHSHIAN, 2013).

Para contornar a não linearidade é proposta uma adaptação no método *branch-and-bound* nas etapas de sondagem e relaxação. Inicia-se a resolução do problema com o modelo Híbrido, isto é, modelo duplamente relaxado inclusive não considerando a restrição de ângulos dos FACTS, encontram-se explicitamente ou implicitamente todas as soluções inteiras e aplicam-se estas soluções ao modelo de fluxo CC completo.

Qualquer método *branch-and-bound* pode ter seu desempenho melhorado por intermédio de implementações adicionais e utilização de heurísticas de escolhas aplicadas na sua resolução. Implementações adicionais são relativas à adição de cortes válidos, na formulação do problema ou no decorrer de sua resolução e servem para reduzir o espaço de solução e por consequência melhorar o desempenho do método. As heurísticas de escolha se referem às heurísticas definidas na escolha de variáveis para separação e escolha do nó a ser processado no método *branch-and-bound*.

3.1 O método *branch-and-bound*

O método *branch-and-bound* é um algoritmo enumerativo, cuja estrutura de resolução baseia-se na construção de uma árvore na qual os nós representam os problemas candidatos e os ramos representam as novas restrições que devem ser consideradas. Por intermédio dessa árvore, todas as soluções inteiras da região viável do problema são enumeradas de modo implícito ou explícito o que garante a otimalidade da solução. As principais etapas do método estão descritas a seguir, visando possibilitar o entendimento das alterações a serem introduzidas na abordagem utilizada neste trabalho.

3.1.1 Separação

Na etapa de separação, o problema original (P) é separado em q subproblemas (P_1), (P_2), ..., (P_q) sujeitos às seguintes condições:

- a) toda a solução viável de (P) é uma solução de somente um dos subproblemas (P_i), $i = 1, 2, \dots, q$;
- b) uma solução viável de qualquer um dos subproblemas (P_i), $i = 1, 2, \dots, q$ é, também, uma solução viável de (P).

Estas condições asseguram que o conjunto das soluções viáveis de cada um dos subproblemas (P_i), $i = 1, 2, \dots, q$ é uma partição do conjunto das soluções viáveis de (P). Os subproblemas (P_i), $i = 1, 2, \dots, q$ são denominados descendentes de (P) e podem, sucessivamente, gerar seus próprios descendentes.

Enquanto a solução de (P) não é possível, separa-se (P) em dois ou mais subproblemas descendentes, gerando uma lista de problemas candidatos (PC). A seguir, seleciona-se um dos candidatos dessa lista e tenta-se resolvê-lo. Se a solução não é possível o problema é novamente separado e seus descendentes são adicionados à lista dos candidatos; caso contrário o problema é resolvido e uma nova solução é obtida. O valor da função objetivo dessa nova solução é comparado com o valor da solução incumbente, que é a melhor solução viável conhecida até o momento e caso a nova solução seja melhor do que a solução incumbente, ela se torna a nova incumbente.

A seguir, retorna-se à lista e seleciona-se o próximo candidato. Isto é repetido até que a lista esteja vazia, quando se pode afirmar que a solução do problema é a solução incumbente final. A forma usual de separação de um problema de programação inteira é através de restrições contraditórias em uma única variável inteira (variável de separação ou de

ramificação). A cada nó se associa um subproblema candidato e cada ramo indica o acréscimo de uma restrição relacionada com a variável empregada na separação.

Quando a separação é realizada em uma variável com valor fracionário, cada um dos dois nós descendentes gerados possui uma restrição de desigualdade adicional que inviabiliza o valor fracionário obtido anteriormente. Como exemplo, seja um problema de expansão com três variáveis inteiras no qual a solução obtida relaxando-se as restrições de integralidade é dada por $v=3,85$, sendo $n_{12}=0,57$, $n_{13}=0,5$ e $n_{23}=0$. Tal solução corresponde ao nó inicial da árvore *branch-and-bound* (P0), mostrado na Figura 5, que exemplifica duas etapas do processo de separação, inicia-se com o subproblema (P0) sendo substituído pelos seus descendentes, subproblemas (P1) e (P2) por intermédio da introdução das seguintes restrições $n_{12} \leq 0$ e $n_{12} \geq 1$, respectivamente, para os nós 1 e 2. O processo prossegue com o subproblema (P2) sendo substituído pelos seus descendentes, subproblemas (P3) e (P4) por intermédio da introdução das seguintes restrições $n_{13} \leq 0$ e $n_{13} \geq 1$, respectivamente, para os nós 3 e 4.

A Figura 5 exemplifica o processo de enumeração da árvore *branch-and-bound*, cada retângulo apresenta um subproblema com o valor da função objetivo v (caso o PL já tenha sido processado), os valores das variáveis de investimento e os limites máximos e mínimos destas variáveis. Cada linha que une os retângulos indica qual a variável e seu valor utilizado para separar os subproblemas. Pode-se verificar que na árvore *branch-and-bound* existem dois tipos de nós: (a) inativos ou já processados, como o nó P0 (substituído pelos nós P1 e P2) e nó P2 (substituído pelos nós P3 e P4), para os quais a solução do problema linear associado é conhecida; e (b) ativos ou ainda não processados, como os nós P1, P3 e P4, para os quais o problema linear associado ainda não foi resolvido. O conjunto dos nós ativos contém o espaço de busca que ainda necessita ser explorado. Entre os nós ativos é selecionado um para ser processado com a resolução do PL. Para os nós já processados (nós P0 e P2), o valor do investimento e os valores das variáveis de investimento são mostrados Figura 5.

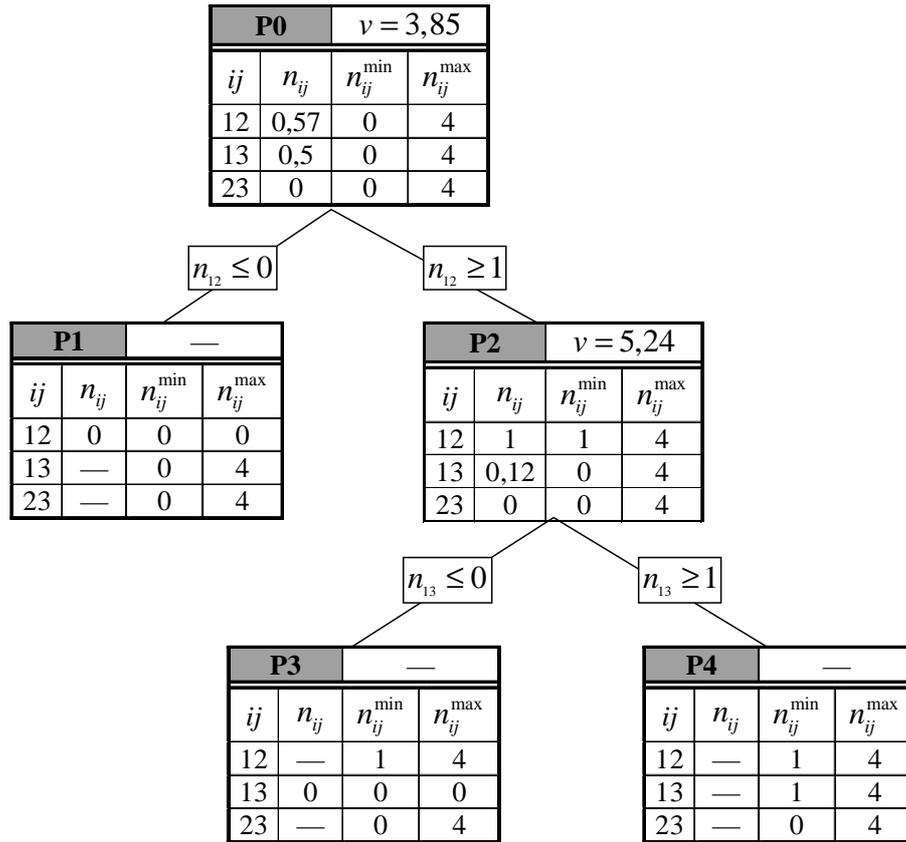


Figura 5 Nós iniciais da árvore *branch-and-bound*.

Na seção 3.1.4.1, a seguir, o conceito de separação será estendido, para garantir que todas as soluções do problema sejam sempre encontradas.

3.1.2 Relaxação

A relaxação consiste em, temporariamente, ignorar algumas restrições do problema (P) visando torná-lo mais fácil de resolver. A condição que deve ser satisfeita é que o conjunto de soluções viáveis do problema original (P) esteja contido no conjunto de soluções viáveis do problema relaxado (P_R). Isto implica que:

- se (P_R) não tem solução viável, então o mesmo é verdadeiro para (P);
- o valor mínimo de (P) não é menor que o valor máximo de (P_R);
- se uma solução ótima de (P_R) é viável em (P), então ela é uma solução ótima de (P).

A forma usual de relaxação que é utilizada no algoritmo *branch-and-bound* é a eliminação das restrições de integralidade para transformar o problema inteiro misto em um problema contínuo. Na seção 3.1.4.2, a seguir, a relaxação será ampliada, sendo incluídas outras relaxações ao problema para tratar-se da não linearidade do problema.

3.1.3 Sondagem

Na análise dos problemas candidatos, é necessário determinar quais são promissores e devem ser examinados, e quais podem ser descartados. Isto é realizado na etapa de sondagem onde o problema candidato (PC) é eliminado, juntamente com todos os seus descendentes, se satisfizer pelo menos um dos seguintes critérios:

- a) o problema candidato relaxado (PC_R) não tem solução viável;
- b) a solução ótima do problema candidato relaxado (PC_R) é pior do que a melhor solução atualmente conhecida para (P) (solução incumbente);
- c) uma solução ótima do problema relaxado (PC_R) é viável em (PC), isto é, uma solução inteira. Neste caso, devido à c) da Seção 3.1.2 ela é ótima em (P) e, devido à b) de 3.1.1 ela é também factível em (P). Caso seja melhor que a incumbente atual, a solução deste problema candidato passa a ser a nova incumbente.

3.1.4 Adaptações ao método *branch-and-bound*

Para aplicar-se o método *branch-and-bound* no modelo de fluxo CC com a representação proposta e com a existência de restrições não lineares são necessárias algumas adaptações nas etapas de separação e relaxação descritas na Seção 3.1.

A alteração da separação de variáveis explora todas as possibilidades de valor das variáveis e possui o ônus de aumentar o número de problemas candidatos a serem avaliados na árvore. Estes ônus, porém, garante que todas as soluções inteiras serão encontradas. Com esta garantia pode-se assegurar que as soluções inteiras encontradas quando forem testadas no modelo completo descrito na Seção 2.3.2 gerarão a solução ótima do problema.

Outra adaptação ao método *branch-and-bound*, que normalmente apresenta somente uma relaxação para a integralidade, é a inclusão de outras relaxações relacionadas à não linearidade do problema. As adaptações da separação e relaxação são detalhadas nas Seções a seguir.

3.1.4.1 Separação

Na etapa de separação é necessário realizar uma pequena adaptação para garantir que todas as soluções ótimas do problema não linear sejam obtidas (no caso de haver soluções múltiplas). Todas as soluções inteiras devem ser encontradas para serem utilizadas na etapa que são incluídas as restrições do modelo de rede do fluxo de carga CC.

Nas implementações tradicionais do algoritmo *branch-and-bound*, a variável de separação é selecionada apenas entre as variáveis que apresentam parte fracionária não desprezível (assumidas como inteiras). Na abordagem apresentada neste trabalho, realiza-se a separação também nas variáveis assumidas como inteiras, desde que tais variáveis ainda apresentem algum grau de liberdade, ou seja, desde que o limite inferior desta variável seja menor que o limite superior. Assim, um nó é sondado apenas quando todas variáveis inteiras estiverem com seus respectivos limites inferior e superior iguais. Com esta adaptação, o número de nós gerados na árvore *branch-and-bound* aumenta, mas grande parte dos nós gerados resulta em soluções com custos elevados ou inactivíveis. Além disto, a partir de uma única solução inteira é possível gerar grande parte de seus descendentes sem a necessidade de resolver nenhum problema linear adicional.

As Figuras 6 à 8 descrevem como este processo de separação na variável inteira acontece e de que forma todo o espaço de soluções é enumerado a partir de uma solução assumida como inteira, mas ainda com grau de liberdade. Com base na árvore descrita na Figura 5 continua-se o processo de separação até encontrar-se uma solução inteira, o que acontece no subproblema P4, conforme identificado na Figura 6. Nota-se que neste ponto a solução inteira encontrada para as variáveis n_{12} , n_{13} e n_{23} é equivalente ao limite mínimo que estas variáveis podem assumir, mas ainda existem graus de liberdade a serem explorados.

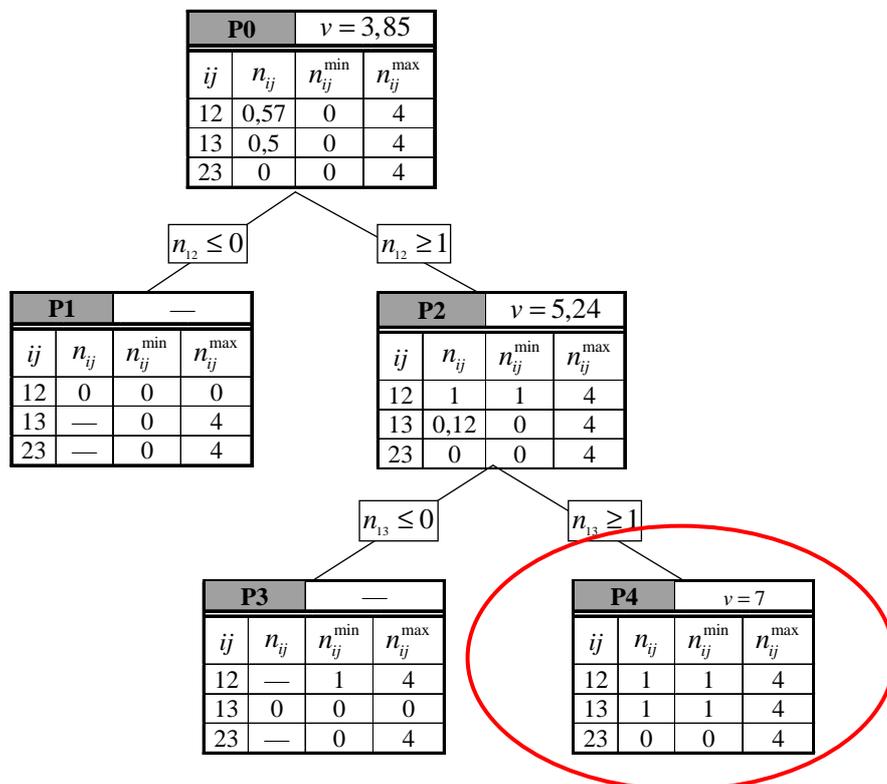


Figura 6 Solução Inteira com parte fracionária desprezível

A partir deste subproblema e da primeira variável com grau de liberdade n_{12} geram-se dois subproblemas, o P5, com o limite inferior exatamente igual ao problema original P4 e o P6 explorando o limite superior da variável, como mostrado na Figura 7. Como o P5 apresenta todos os valores das variáveis de investimento iguais ao problema original P4 não é necessário resolver um PL, pois a solução é mesma que foi obtida em P4. Já o P6 gerado é colocado na lista de nós ativos a serem processados posteriormente.

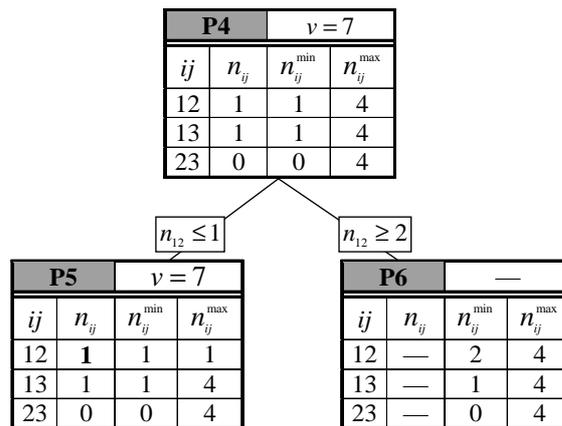


Figura 7 Primeira separação de variável inteira

Prossegue-se a separação com a variável subsequente que possui grau de liberdade, n_{13} , da mesma forma que foi feito com a variável anterior, criando-se dois subproblemas P7 e P8. P7 tem a mesma solução do problema original P4 e P8 é adicionado à lista de nós ativos a serem processados posteriormente. Este procedimento segue até que todas as variáveis com grau de liberdade estejam na árvore, sempre com um subproblema igual ao original e outro com solução diferente de P4, em função da alteração dos limites das variáveis assumidas como inteiras nas quais é realizada a separação, conforme mostrado na Figura 8.

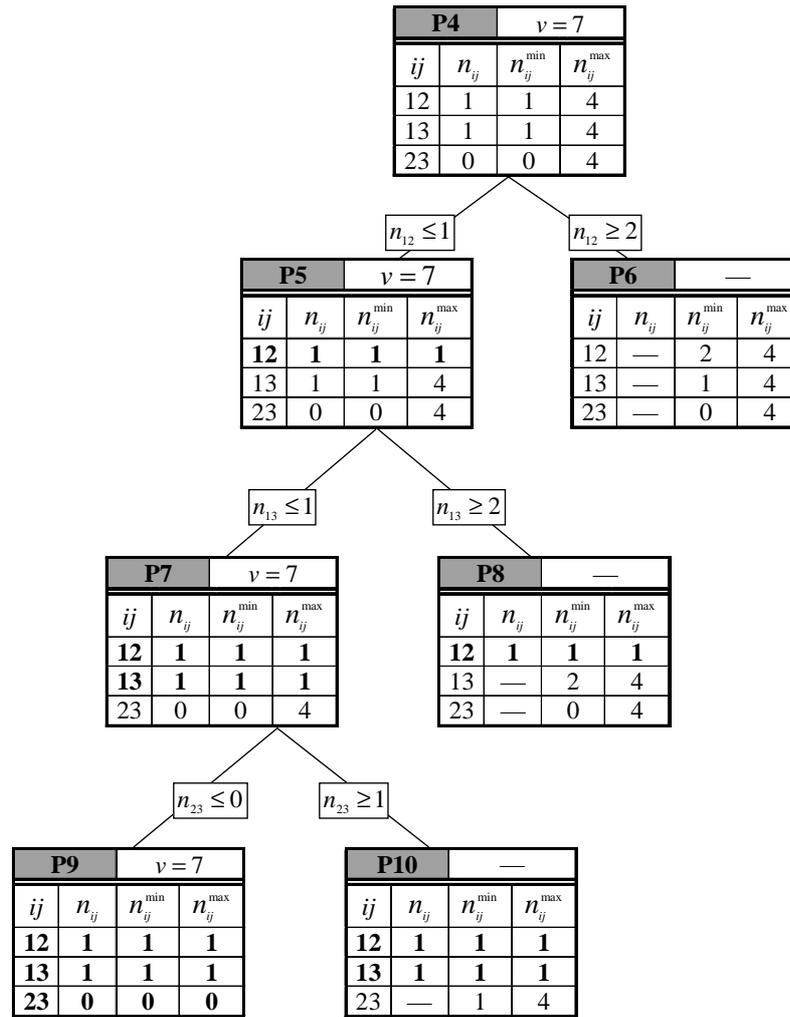


Figura 8 Descendentes gerados a partir da solução inteira do nó 4.

Diferentemente do descrito na etapa Separação do método tradicional de *branch-and-bound*, na Seção 3.1.1, que trata de uma separação em uma variável fracionária, quando ela é realizada em uma variável inteira, a solução relaxada de um dos nós descendentes é sempre igual ao nó pai, conforme mostrado na Figura 8. Os nós P5, P7 e P9 possuem a mesma solução de seus antecessores, ou seja, podem ser avaliados sem a necessidade de resolver um novo problema linear. Desta forma, a partir da solução inteira obtida no nó P4, são gerados diversos descendentes, até não existirem variáveis inteiras com algum grau de liberdade, como ocorre no nó P9. Assim, o subproblema P4 é substituído pelos subproblemas P6, P8, P9 e P10. A solução inteira obtida no subproblema P4 é reproduzida novamente no subproblema P9 e os demais subproblemas P6, P8 e P10, geralmente apresentam custos mais elevados, pois correspondem a problemas mais restritos.

Em negrito na Figura 8, são mostradas as variáveis sem grau de liberdade, ou seja, com limites iguais. Observa-se que o subproblema do nó P9 da Figura 8 não possui nenhuma variável inteira com grau de liberdade, sendo então uma solução inteira para o problema de expansão, quando as restrições impostas pela segunda lei de Kirchhoff são relaxadas conforme equações descritas na Seção 2.2. Utilizando-se o plano de investimento definido para o nó P9 (n_{ij}^{int}), a solução do problema não linear de expansão é testada, com a inclusão das restrições relacionadas à segunda lei de Kirchhoff.

A criação dos nós P6, P8 e P10 é necessária para que todos os planos viáveis de investimento do problema relaxado (soluções inteiras), ou seja, sem as restrições da segunda lei de Kirchhoff, possam ser enumerados de maneira implícita ou explícita. Quando as restrições são relaxadas, a solução relaxada do nó P4 sempre é menor ou igual do que a solução relaxada de todos os seus descendentes. Entretanto, não se pode afirmar o mesmo da solução do problema não linear que inclui as restrições da segunda lei de Kirchhoff. Neste caso, como o investimento já está definido pelos limites das variáveis de investimento (limite inferior igual ao superior), a introdução das restrições pode provocar o aumento do custo de operação em função da necessidade de aumentar o corte de carga para que os limites das linhas e transformadores sejam respeitados, quando o fluxo é redistribuído para atender a segunda lei de Kirchhoff. Assim, uma solução com maior custo de investimento (v_{inv}) pode apresentar um custo total (v) menor, desde que seu custo de operação (v_{oper}) seja menor, quando consideradas as restrições.

3.1.4.2 Relaxação

Na abordagem apresentada neste trabalho, para tornar o problema não linear de expansão em um problema linear são relaxadas as restrições (25), (27), (29) e (30). Esta relaxação segue a proposta do modelo híbrido descrito na Seção 2.2 (VILLASANA, GARVER e SALON, 1985).

Observar que as relaxações adicionais das restrições (25), (27), (29) e (30) também satisfazem as condições a, b e c descritas na Seção 3.1.2. As restrições (25), (27), (29) e (30) voltam a ser consideradas quando é encontrada uma solução inteira, ou seja, quando é encontrado um plano de investimento inteiro que é definido por n_{ij}^{int} . Neste caso, como os valores de n_{ij}^{int} são conhecidos, basta resolver o problema linear obtido com a substituição das equações (1), (25), (27) e (29) por, respectivamente:

$$\begin{aligned}
\text{Min} \quad & v^{\text{int}} = v_{\text{inv}}^{\text{int}} + v_{\text{oper}}^{\text{int}} & (1a) \\
& v_{\text{inv}}^{\text{int}} = \sum_{ij} c_{ij} n_{ij}^{\text{int}} & (1.1a) \\
& v_{\text{oper}}^{\text{int}} = \alpha \sum_k r_k & (1.2a) \\
\text{s.a.} \quad & f_{ij}^1 = \frac{n_{ij}^{\text{int}}}{x_{ij}} (\theta_i - \theta_j) & \forall ij \in \Omega^1 \quad (25a) \\
& |f_{ij}^1| \leq n_{ij}^{\text{int}} f_{ij}^{\text{max}} & \forall ij \in \Omega^1 \quad (27a) \\
& |f_{ij}^2| \leq n_{ij}^{\text{int}} f_{ij}^{\text{max}} & \forall ij \in \Omega^2 \quad (29a)
\end{aligned}$$

Com a introdução das restrições (25), (27), (29) e (30) o problema torna-se mais restrito que aquele que foi usado no método *branch-and-bound* e o valor da solução ótima v , será maior ou igual ao obtido com o relaxamento das restrições de integralidade. Para cada problema relaxado avaliado, a diferença entre o valor da solução ótima considerando ou não as restrições (25), (27), (29) e (30) está na parcela $v_{\text{oper}}^{\text{int}}$, pois os valores das variáveis de investimento são os mesmos para ambos os problemas. Assim, para o plano de investimento definido por n_{ij}^{int} , o valor da solução ótima do problema não linear de expansão será dado por v^{int} .

A Figura 9 ilustra as relaxações aplicadas e o espaço de solução do problema de expansão apresentado na Seção 2.3.2. O espaço maior de solução se refere ao problema com relaxações conforme modelo Híbrido, isto é, o espaço contínuo das soluções sem considerar a integralidade e a segunda Lei de Kirchhoff. O espaço subsequente é menor que o anterior pois somente considera soluções inteiras do problema de investimento, ainda sem considerar a segunda Lei de Kirchhoff. As soluções inteiras são encontradas através do método *branch-and-bound*. Por fim, o menor espaço de solução é aquele que considera a integralidade e a segunda lei de Kirchhoff, resultado das adaptações sugeridas no método *branch-and-bound* conforme descrito na Seção 3.1.4. Atender a segunda lei de Kirchhoff significa encontrar solução com a variável corte de carga r_k próximo à 0.

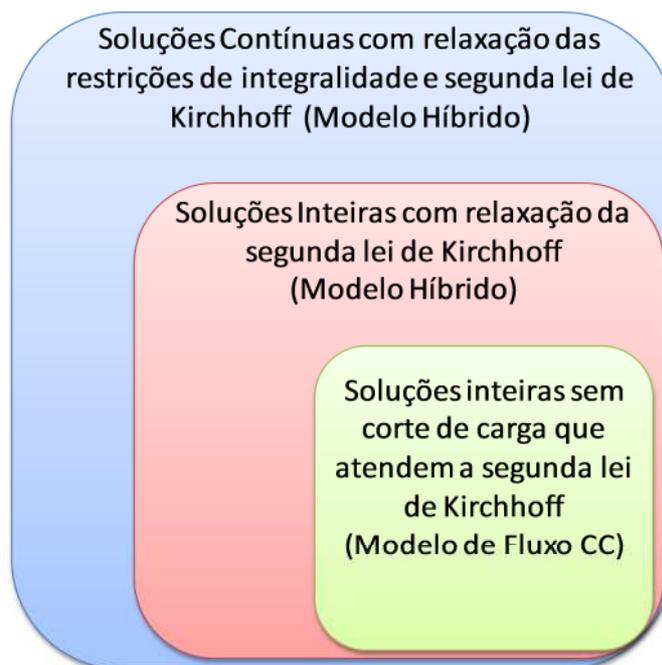


Figura 9 Espaço de soluções do problema

3.1.5 Heurísticas Utilizadas

Quando um problema apresenta um grande número de variáveis e restrições a forma como são escolhidos problemas candidatos e variáveis de separação podem alterar drasticamente o desempenho do algoritmo *branch-and-bound* (HAFFNER, 2000). Portanto a especialização de heurísticas de seleção do problema candidato e variável de separação é válida e podem reduzir o esforço computacional, medido através do número de PLs necessários para finalizar a resolução do problema.

3.1.5.1 Seleção do problema candidato

No caso da seleção do problema candidato a ser processado os seguintes tipos de heurística foram implementadas: i) as que consideram o nível do nó a ser processado e ii) as que consideram valores do problema candidato a ser processado.

Considerando o nível do nó, uma heurística é a seleção de nós de mesma profundidade até que uma profundidade pré-definida seja atingida, esta exploração é conhecida como “em largura” da árvore. Outra estratégia, conhecida por regra LIFO (*Last In, First Out*) seleciona sempre o último nó criado para ser processado, esta heurística é eficiente em problemas de pouca complexidade. Neste trabalho utiliza-se como a primeira etapa de busca a exploração

“em largura”, a Figura 10 mostra os nós criados a partir desta heurística com profundidade pré-definida igual à 2.

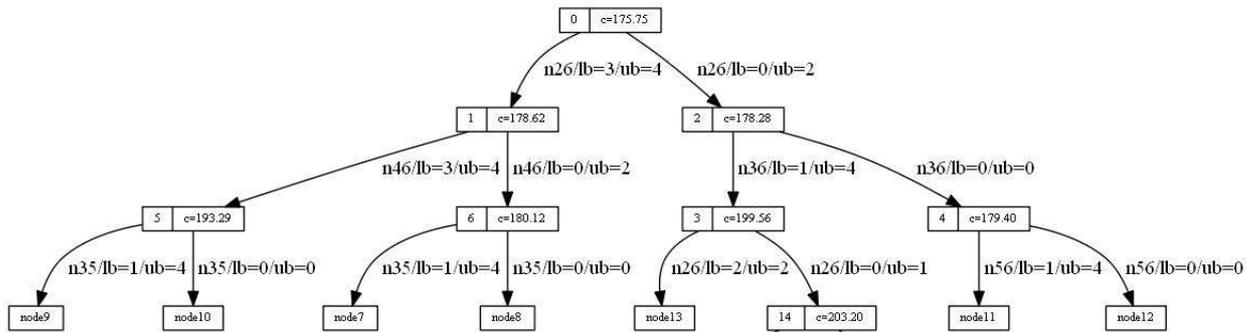


Figura 10 Exploração de nós em largura

Considerar valores do problema relativos ao nó a ser processado é outra heurística possível. No presente trabalho escolheu-se o custo, porém como o nó ainda não foi processado (PL não resolvido) deve-se criar uma estimativa de custo para os nós da árvore. A estimativa do custo é calculada de duas formas: i) decorrente de valores fracionários das variáveis e seu custo e ii) decorrente de valores fracionários das variáveis e seu pseudocusto.

O custo decorrente de valores fracionários é calculado através da variação necessária para deixar todas as variáveis fracionárias do problema inteiras multiplicada pelos custos individuais das linhas somados ao custo do nó pai, conforme exemplifica Figura 11. Nesta figura o nó 0 já foi processado e o resultado do PL com modelo híbrido marcada com uma elipse. A figura mostra o valor das variáveis de investimento (linhas) decorrente do cálculo do PL do nó pai (nó 0) e ao lado o menor valor fracionário para tornar a variável inteira. Este é um cálculo aproximado do custo, pois considera um cenário otimista (menor valor) do comportamento do problema. Ainda na Figura 11 observa-se que a variável de separação escolhida é a n_{35} e somente nesta variável o valor fracionário de um ramo pode ser diferente do outro, justamente pois nesta variável conhece-se previamente o comportamento devido aos limites impostos no processo de separação. A estimativa do custo é armazenada no nó que fica disponível para seleção do problema candidato.

O problema candidato com menor custo é escolhido por ser o mais promissor no sentido de minimizar a função objetivo. É importante ressaltar que o custo estimado é baseado no modelo Híbrido, assim a escolha do problema candidato pode perder eficiência, pois não contempla a evolução da solução do problema considerando a segunda lei de Kirchhoff.

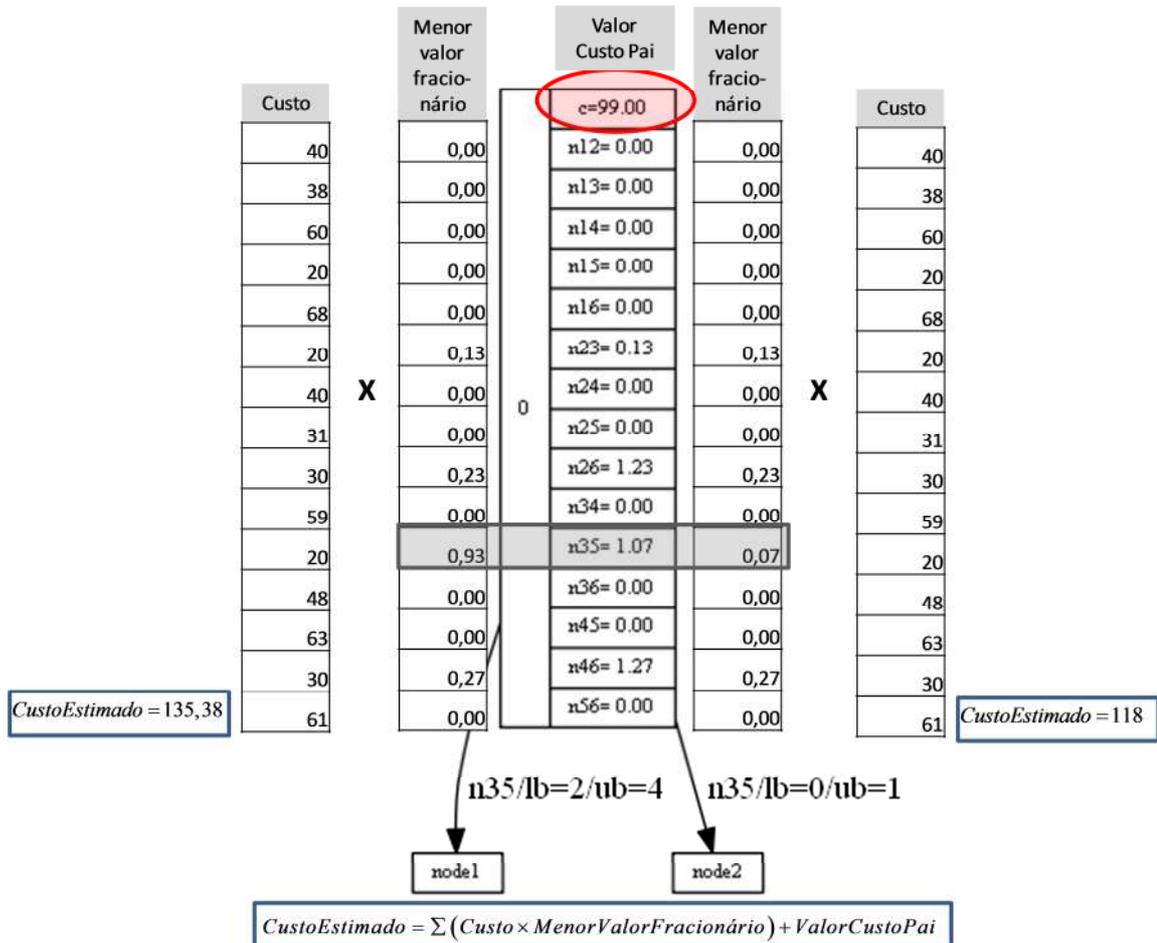


Figura 11 Cálculo do custo com parte fracionária e custo do nó pai

O pseudocusto de cada variável é uma taxa que indica a variação do valor ótimo do problema relaxado ao avançar-se um nível da árvore frente ao valor fracionário de aumento e diminuição da mesma variável. Assim para cada variável existem dois pseudocustos, um de aumento e outro de redução. A Figura 12 exemplifica o cálculo do pseudocusto no processamento da árvore, a começar pelo nó 0, sendo este inicializado com o custo.

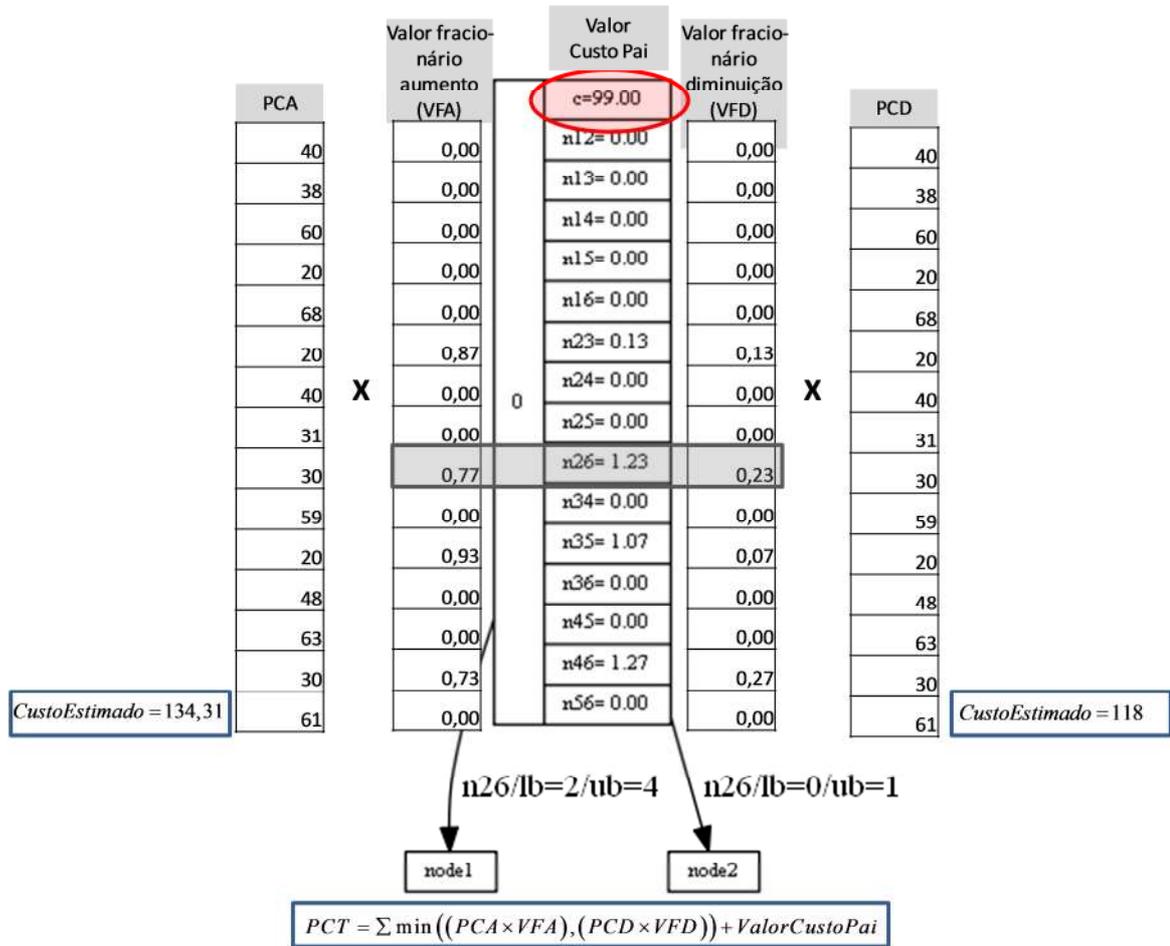


Figura 12 – Pseudocusto no nó 0

Este pseudocusto estimado é utilizado para a seleção do problema candidato a ser processado e o critério escolhido é aquele que apresente o menor pseudocusto. No exemplo da Figura 12, após a escolha do problema candidato (nó 2), atualiza-se o pseudocusto deste nó de acordo com a variável de separação (no exemplo variável n_{26}) seguindo fórmulas a seguir, onde P_j^- é o pseudocusto de diminuição da variável j , v_{PL}^k é o valor ótimo do PL do modelo Híbrido do nó k (nó 0), v_{PL}^{k-} o valor ótimo do PL do modelo Híbrido do nó descendente no nível $k+1$ (nó 2), f_j^k a parte fracionária da variável n_{26} , PA_j^- é o pseudocusto acumulado de diminuição da variável j , P_j^k o valor do pseudocusto no nó k (nó 0) e NPA é o número de atualizações que o pseudocusto daquela variável sofreu alterações.

$$(PA_j^-)^{novo} = PA_j^- + \frac{v_{PL}^{k-} - v_{PL}^k}{f_j^k} \tag{47}$$

$$(NPA_j)^{novo} = NPA_j + 1 \tag{48}$$

$$P_j^- = \frac{(PA_j^-)}{(NPA_j)^{novo}} \quad (49)$$

Cálculo análogo é feito para o pseudocusto de aumento, conforme descrito a seguir.

$$(PA_j^+)^{novo} = PA_j^+ + \frac{V_{PL}^{k+} - V_{PL}^k}{f_j^k} \quad (50)$$

$$(NPA_j)^{novo} = NPA_j + 1 \quad (51)$$

$$P_j^+ = \frac{(PA_j^+)}{(NPA_j)^{novo}} \quad (52)$$

Por fim foi utilizada outra heurística de seleção do problema candidato com o objetivo de limpar os nós da árvore no caso específico do número de nós ter ultrapassado um limite pré-estabelecido. A heurística escolhida foi de selecionar-se sempre nó com maior profundidade (LIFO), pois este nó, por possuir um maior número de variáveis restritas tende a ser sondado mais facilmente (por infactibilidade ou custo elevado).

3.1.5.2 Seleção da variável de separação.

Para a variável de separação dois métodos foram implementados: i) multiplicador de Lagrange e ii) pseudocusto. No método do multiplicador de Lagrange a variável de separação n_{ij} é definida de acordo com o valor do multiplicador de Lagrange da restrição (33) que define os limites máximos de circuitos candidatos possíveis para esta variável. Tal multiplicador quantifica a variação que ocorre na função objetivo caso o limite da restrição seja alterado. Baseado neste princípio escolhe-se a variável fracionária cujo multiplicador de Lagrange relacionado à sua restrição de limite máximo de circuito candidato seja maior. Este multiplicador é obtido da resolução da PL no modelo Híbrido. A escolha do maior multiplicador segue a lógica de que esta variável impactará mais drasticamente a função objetivo, e chegar-se-á de uma forma mais rápida à uma situação de sondagem que eliminará o problema candidato, o que por sua vez tende a reduzir o esforço computacional para a resolução do problema.

No método do pseudocusto, escolhe-se a variável de separação n_{ij} que apresente maior expectativa na função objetivo (degradação). Para isto calcula-se a expectativa de aumento ou de diminuição associada a cada variável fracionária através da multiplicação de sua parte não inteira pelo pseudocusto corrente, escolhe-se qual deles é o maior, e dentre todas

as variáveis fracionárias aquela que possui maior valor será utilizada para a separação. Como o pseudocusto de cada variável é uma taxa que indica a variação do valor ótimo do problema relaxado ao avançar-se um nível da árvore frente ao valor fracionário de aumento e diminuição da mesma variável, a escolha da variável com maior pseudocusto possui o objetivo de, como no método de Lagrange, de uma forma mais rápida chegar-se em uma situação de sondagem que elimina o problema candidato, o que por sua vez tende a reduzir o esforço computacional para a resolução do problema.

3.2 Implementações Adicionais

Com o objetivo de redução do espaço de busca utiliza-se um pré-processamento que verifica algumas características do sistema e define novas restrições ou cortes para o problema. A primeira característica observada são as barras ilhadas sem nenhuma geração ou demanda. Quando uma barra desta existe no sistema, a ligação da mesma somente se faz necessária caso seja constituído um novo caminho para o fluxo, com barras adjacentes conectadas. Assim criam-se restrições que exigem que linhas com capacidade de fluxo compatível sejam adicionadas simultaneamente. Este tipo de corte é designada restrição de novos caminhos (MONTICELLI, SANTOS, *et al.*, 1982). A segunda característica a ser observada é a existência de circuitos suficientes para despachar o fluxo excedente ou faltante nas barras com geração ou demanda. Esta análise possibilita a criação de cortes adicionais ao problema designadas de cerca (BALDWIN, HOFFMAN, *et al.*, 1959).

3.2.1 Cortes tipo novos caminhos

A Figura 13 representa um exemplo de parte de um sistema de transmissão com destaque para uma barra ilhada sem carga ou geração. Este exemplo é feito para uma barra ilhada com duas ligações apenas, mas o conceito pode ser ampliado para mais ligações. A barra i está conectada ao sistema; a barra j está ilhada e pode ser conectada ao sistema através dos circuitos n_{ij} e n_{jk} , mas isso só é atrativo caso seja necessário escoar algum fluxo no corredor $i-j-k$, pois não existe injeção (geração ou carga) na barra j . Outro ponto a notar é que o fluxo máximo possível neste novo caminho é limitado pelo circuito de menor capacidade, isto é, com menor valor de fluxo máximo. Assim qualquer adição de mais circuitos entre as barras j e k sem acréscimo entre i e j não apresenta aumento de capacidade para o corredor $i-j-k$. Portanto, a quantidade de circuitos adicionados entre as barras deve ter uma proporção adequada, de acordo com os fluxos máximos dos circuitos.

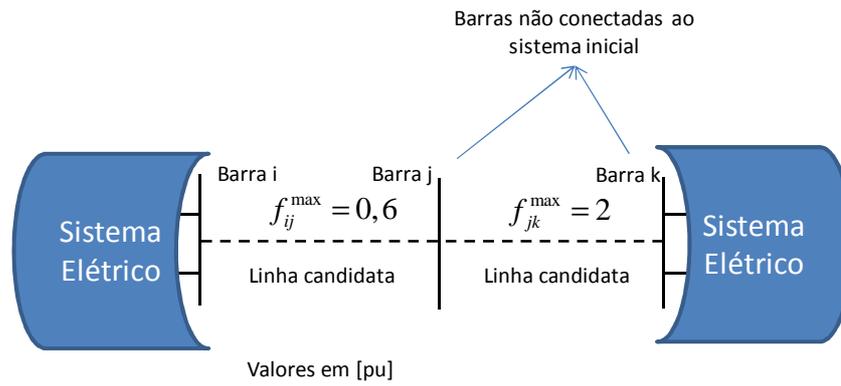


Figura 13 Parte de sistema com barras ilhadas

A Figura 14 mostra quais combinações são atrativas para o corredor $i-j-k$, considerando as capacidades mostradas na Figura 13. Matematicamente, é possível eliminar as alternativas não atrativas por intermédio da inclusão de restrições lineares como as mostradas na Figura 14, que por sua vez definem restrições adicionais conforme (53) e (54) ao modelo Híbrido descrito na Seção 2.2. Estas restrições cortam o espaço de soluções, e assim, melhoram o desempenho do algoritmo.

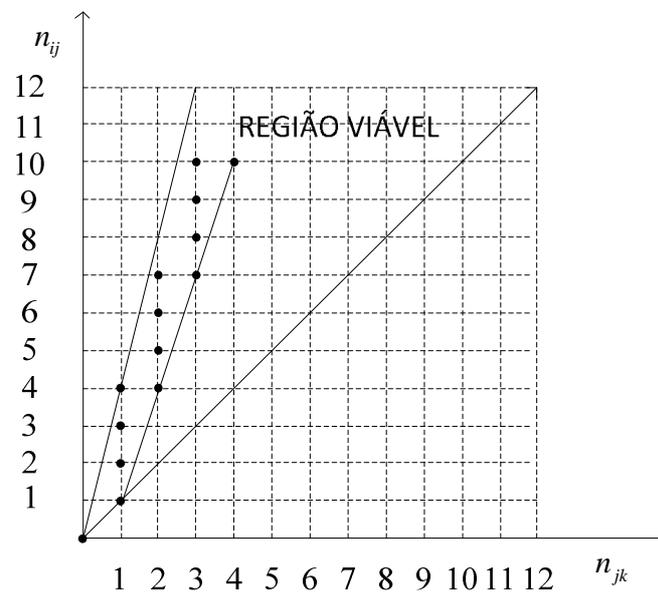


Figura 14 Retas das restrições de novos caminhos

$$-n_{ij} + n_{jk} \leq 0 \quad (53)$$

$$n_{ij} - \left[\frac{f_{jk}^{\max}}{f_{ij}^{\max}} \right] n_{jk} \leq 0 \quad (54)$$

3.2.2 Cortes tipo cerca

Neste tipo de corte analisa-se a injeção líquida total de uma área do sistema confrontando este valor com a capacidade de transmissão externa desta área. Conforme mostrado na Figura 15 a área do sistema deve ser definida considerando o número de barras que ela contém. Foram analisadas áreas (ou cercas) com 1, 2 ou 3 barras, denominadas na figura de C1, C2 ou C3. Em cada área calcula-se a injeção líquida total, que é dada pelo somatório das injeções líquidas nas barras e verifica-se a capacidade máxima de fluxo dos circuitos externos a esta área. As gerações líquidas nas barras por sua vez são calculadas subtraindo-se da geração a demanda (carga). Considerando que a capacidade de fluxo de cada circuito (existente ou candidato) da Figura 15 seja 1 p.u. as equações resultantes desta análise para os diversos tipos de cerca estão a seguir.

$$\text{Cerca 1:} \quad n_{ij} + n_{jk} \geq 1 \quad (55)$$

$$\text{Cerca 2:} \quad n_{ik} + n_{jl} \geq 2 \quad (56)$$

$$\text{Cerca 3:} \quad n_{kl} + n_{jl} \geq 2 \quad (57)$$

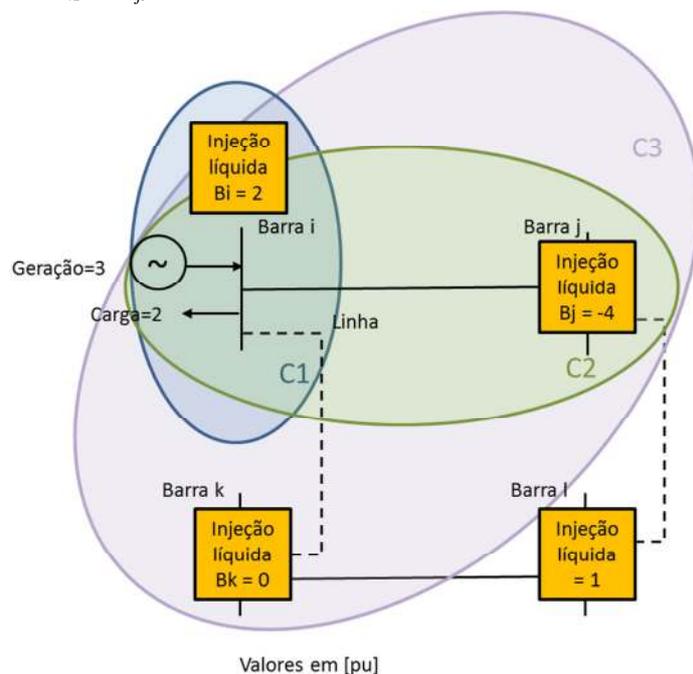


Figura 15 Área, fluxos e capacidades.

3.3 Estrutura do programa

O método de solução foi implementado no software Matlab com estrutura descrita na Figura 16. Os nomes em parêntesis são referentes aos nomes dos programas ou funções.

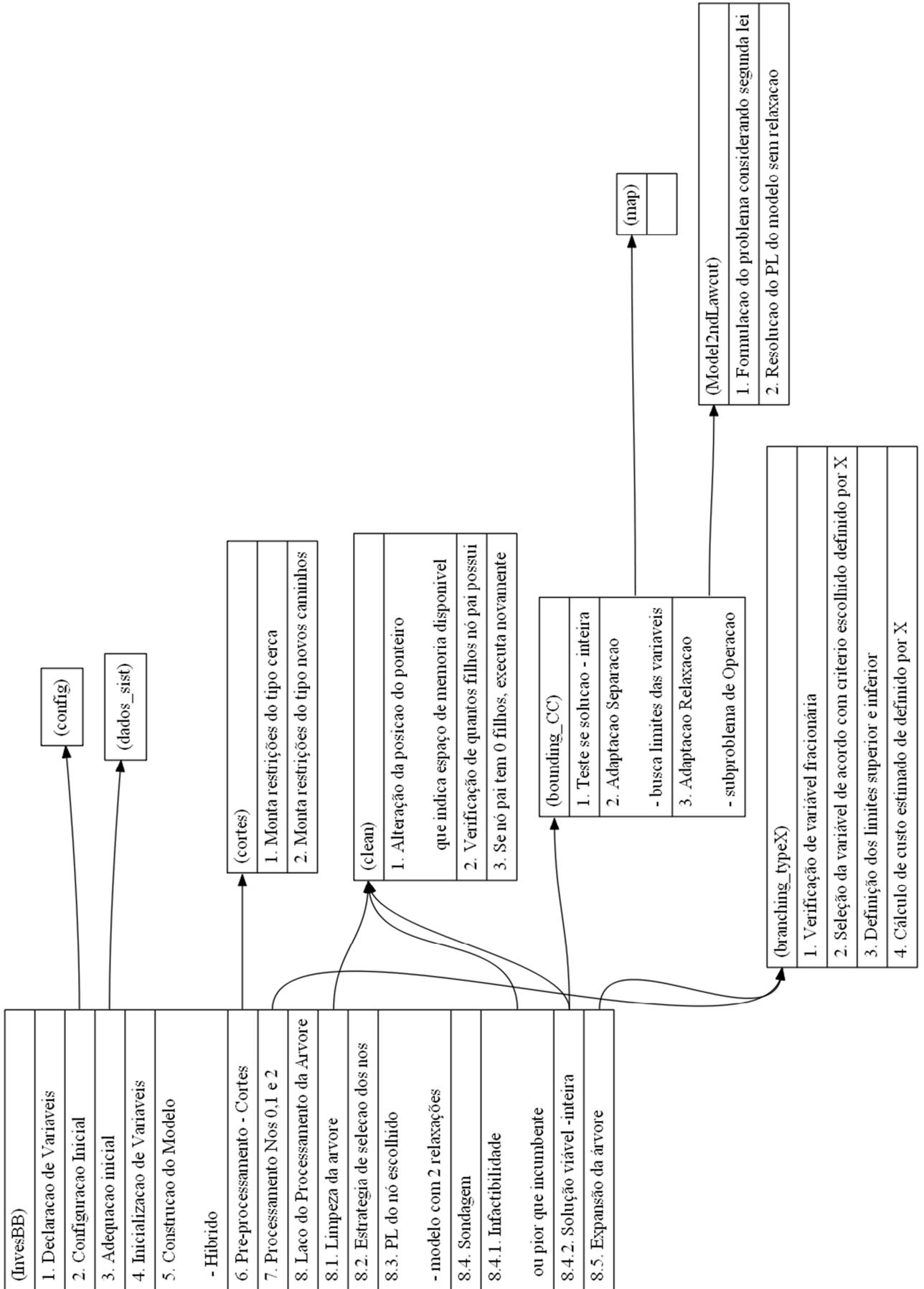


Figura 16 Estrutura do Programa

3.3.1 Programa principal

O programa `InvesBB` é o principal da execução do algoritmo, sendo suas etapas descritas a seguir:

1. Declaração de variáveis: criação das variáveis globais do programa.
2. Configuração Inicial: configuração da forma de resolução da função `linprog` de resolução de problemas lineares do Matlab, criação da estrutura do nó e chamada da função `config` que estipula parâmetros iniciais relativos à execução de todo o algoritmo como tipo de rede, tipo de corte a ser utilizado, entre outros.
3. Adequação inicial: de acordo com os valores das variáveis globais definidas na função `config` ajusta programa.
4. Inicialização de variáveis: variáveis de entrada do programa que armazenam dados relativos à: valor incumbente permanente e temporário, do processamento da árvore, que caracterizam a rede e que auxiliam na execução do programa.
5. Construção do modelo Híbrido: criação das matrizes a serem utilizadas para resolução do PL conforme modelo descrito em Modelo Híbrido com a representação de FACTS e *links* CC da Seção 2.3.2.2 com duas relaxações, sendo elas, da integralidade (34) e da segunda lei de Kirchhoff (25) e (27).
6. Pré-processamento corte: monta restrições do tipo Corte através da função `cortes` conforme descrito em Cortes tipo cerca no item 3.2.2 e Cortes tipo novos caminhos no item 3.2.1.
7. Processamento dos nós 0, 1 e 2: para iniciar a árvore cria-se nós 0,1 e 2 fora do laço principal do processamento da árvore. Após criação do nó 0 executa-se função `branching_X` (onde X pode ser opção 1 ou 2), que seleciona a variável a ser separada.
8. Laço do processamento da árvore: este laço garante que o processamento da árvore será mantido enquanto a dimensão da lista de nós ativos for diferente de 0.
 - 8.1. Limpeza da árvore: antes de começar o processamento da árvore verifica-se a existência de um novo valor incumbente e em caso afirmativo inicia-se processo de limpeza da árvore a partir da lista dos nós ativos da árvore. Para cada nó ativo verifica-se o valor ótimo do custo do pai resolvido com o modelo Híbrido. Se este valor do custo for superior ao novo valor incumbente elimina-se este nó que estava ativo na árvore através da função `clean`. O processo de limpeza continua até o momento em que todos os nós da lista ativa tenham sido avaliados.

- 8.2. Estratégia de seleção de nós: com a lista de nós ativos dentro de um limite controlável, existem as seguintes estratégias de seleção do problema candidato: largura até profundidade pré-definida; nó com menor custo ou pseudocusto estimado. Caso a lista de nós ativos esteja acima que um valor pré-definido¹ a estratégia assumida é sempre a escolha dos candidatos com maior profundidade.
- 8.3. PL do nó escolhido (modelo Híbrido): após a escolha do problema candidato a ser processado, busca-se na sua estrutura de dados as informações que serão utilizadas para a montagem dos limites superiores e inferiores da variável de separação. Com os limites levantados executa-se função do Matlab `linprog` para encontrar solução ótima do problema candidato.
- 8.4. Sondagem: processo conforme descrito na Seção 3.1.3 que especifica que o nó candidato é eliminado, juntamente com todos os seus descendentes, se satisfizer a certos critérios implementados nas etapas descritos.
- 8.4.1. Infactibilidade ou pior que incumbente: nesta etapa é testada a solução do PL do nó escolhido em relação à inexistência de solução (infectível) ou se o valor encontrado é superior ao valor incumbente. Caso uma destas opções sejam verdadeiras elimina-se este nó que estava ativo na árvore através da função `clean`.
- 8.4.2. Solução viável (inteira): caso a solução do PL do nó escolhido seja inferior à incumbente processa-se a função `bounding_CC`, que testa o terceiro critério descrito no item 3.1.3 referente à viabilidade da solução. Caso afirmativo elimina-se este nó que estava ativo na árvore através da função `clean`.
- 8.5. Expansão da árvore: se após a sondagem o nó escolhido não foi eliminado inicia-se a função `branching_X`, que seleciona a variável a ser separada. Depois de selecionada a variável expande-se a árvore criando-se dois nós que separam o problema em dois subproblema cuja variável de separação e limites foram escolhidos na função `branching_X` e a árvore expande-se nos moldes da Figura 5.

3.3.2 Funções Principais

A função `corte` analisa a topologia do sistema proposto e cria restrições de corte e novo caminho conforme descrito na Seção 3.2 Implementações Adicionais.

¹ Porcentagem do total de memória disponível

A função `clean` altera a posição do ponteiro que percorre a lista de nós ativos para o espaço que armazena dados de um nó que foi sondado e descartado. Como a função é recursiva logo após excluir-se um nó na árvore a função verifica a condição do pai daquele nó e caso não existam mais descendentes a função `clean` é novamente executada.

A função `bounding_CC` testa a última etapa de sondagem que define que uma solução ótima do problema relaxado (PC_R) é viável em (PC), isto é, uma solução inteira. Neste caso, devido à c) da Seção 3.1.2 ela é ótima em (P) e, devido à b) de 3.1.1 ela é também factível em (P). Caso seja melhor que a incumbente atual, a solução deste problema candidato passa a ser a nova incumbente. Ela se divide em três partes: i) teste para verificar que a solução é inteira (viável); ii) adaptação da separação (função `map`) conforme descrito na Seção 3.1.4.1 e iii) adaptação da relaxação (função `Model2ndlaw`) conforme descrito na Seção 3.1.4.2. Após a execução da função `Model2ndlaw`, calcula-se o custo total do problema de investimento e operação que é o custo do corte de cargas somado do resultado decorrente da resolução do PL do modelo híbrido e avalia-se este valor frente ao valor incumbente corrente

A função `map` expande os nós possíveis da árvore após encontrar-se uma solução inteira do problema. A função avalia todas as variáveis de escolha a partir do problema candidato escolhido e verifica se o limite inferior é igual ao superior. Caso não seja, do nó são criados até três descendentes, dependendo do valor da solução inteira. A evolução da construção da árvore está ilustrada na Figura 17. Os nós sinalizados com uma elipse identificam uma solução inteira encontrada e a expansão da árvore seguindo critério detalhado na Seção 3.1.4.1, que descreve adaptações no processo *branch-and-bound* referente ao processo de separação. A quantidade de elipses identifica quantas vezes isto aconteceu no decorrer de parte do processo. A profundidade de expansão da árvore depende do número de variáveis com grau de liberdade.



Figura 17 Evolução da construção da árvore

A função `Model2ndLaw` testa a solução ótima encontrada conforme modelo descrito na Seção 2.3.2, com a restrição da segunda lei de Kirchhoff.

A função `branching_X` é responsável pela seleção da variável de separação, cujas principais etapas são: Verificação de variável fracionária, Seleção da variável de acordo com critério escolhido definido por X , Definição dos limites superior e inferior, Cálculo de custo estimado definido por X . As duas possibilidades de X são i) multiplicador de Lagrange e ii) pseudocusto.

A função `linprog` faz parte da biblioteca de otimização do Matlab e é utilizada para resolver problemas de programação linear. Os algoritmos utilizados na otimização podem ser: i) pontos interiores, ii) active-set e iii) simplex. Para resolução do PL utiliza-se como padrão o método de pontos interiores, devido à sua rapidez de execução, porém em caso de não convergência (flag de saída da função igual a -3) troca-se o algoritmo pelo simplex.

4 TESTES E RESULTADOS

Como descrito no capítulo 2, existem várias características do problema de expansão que, quando consideradas, possibilitam a escolha de um modelo matemático para representar o problema. No capítulo 3 descreve-se a forma utilizada para resolver este modelo escolhido. Para analisar o resultado das escolhas descritas em ambos os capítulos os testes são divididos em duas partes: testes do método de solução e testes do modelo matemático.

Com o objetivo de validar o método de solução utilizado são efetuados testes com dois sistemas, cuja solução é conhecida e descrita na bibliografia: i) Sistema de 6 barras de Garver (GARVER, 1970) e ii) Sistema Sul Brasileiro de 46 barras (PEREIRA, GRANVILLE e PINTO, 1987). Nestes dois sistemas considera-se que todos os circuitos são disponíveis, a geração pode ser ou não reprogramada (redespacho) e a carga com possibilidade de corte.

Para o teste do modelo matemático proposto com a representação de FACTS e *links* CC é utilizada uma adaptação no sistema de 6 barras de Garver com a inclusão de circuitos candidatos (FACTS e *links* CC).

4.1 Testes e resultados do Método de Solução

O sistema elétrico de 6 barras de Garver possui 15 linhas candidatas e sua configuração inicial apresenta 3 geradores nas barras 1, 3 e 6, 5 cargas, das barras 1 à 5, 1 barra ilhada (6) e 6 circuitos existentes conforme mostra Figura 18. As características elétricas detalhadas do sistema se encontram no Apêndice A.

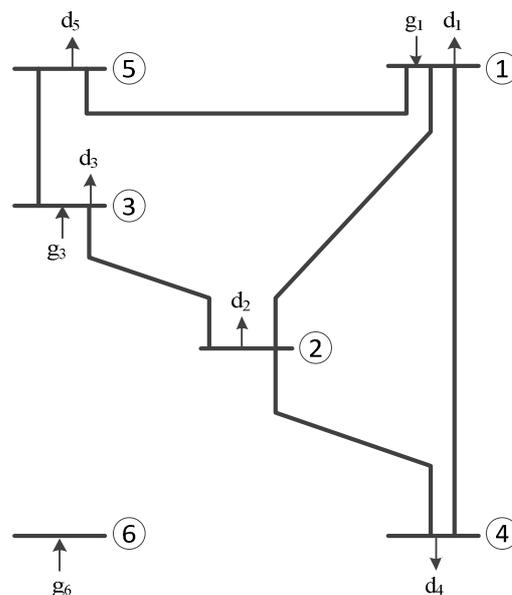


Figura 18 Configuração inicial do sistema de 6 barras Garver

O sistema elétrico sul brasileiro é uma rede de transmissão de 46 barras, 79 circuitos candidatos e sua configuração inicial apresenta 12 geradores, cargas em 19 barras e 62 circuitos existentes na configuração inicial conforme mostra Figura 19. As características elétricas detalhadas do sistema se encontram no Apêndice B.

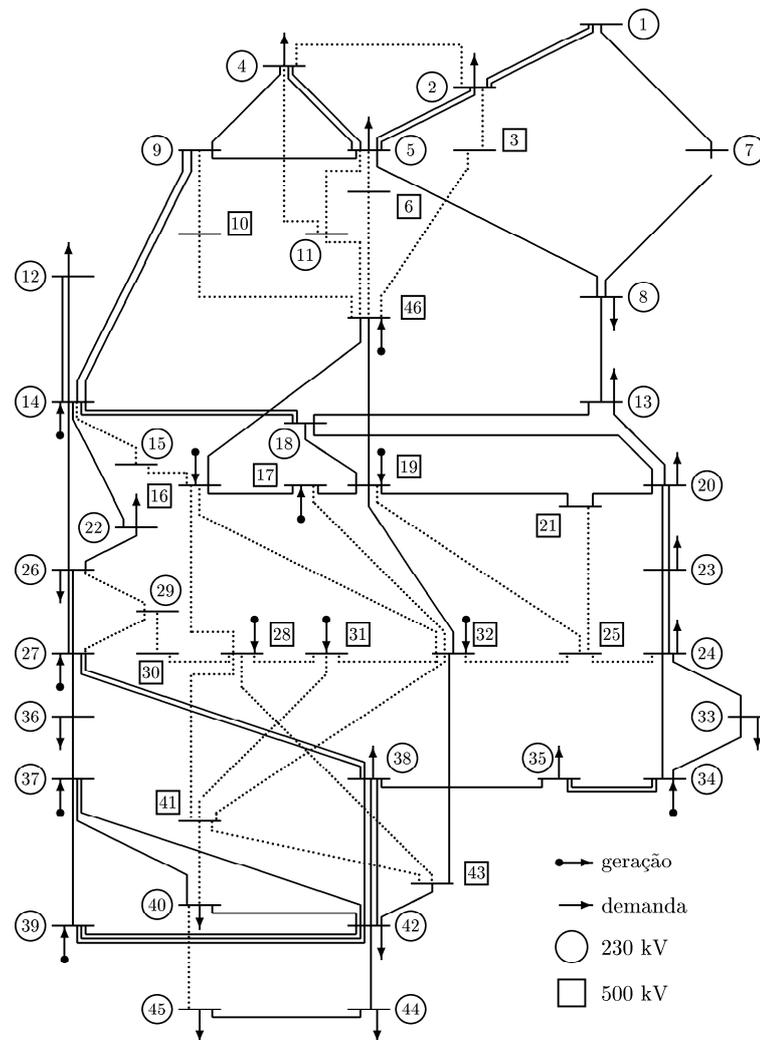


Figura 19 Configuração inicial do sistema Sul Sudeste de 46 barras

Em ambas as redes têm-se a opção de geração com ou sem redespacho. No caso de geração com redespacho, existe folga, assim os geradores podem ser ajustados de acordo com os limites mínimos e máximos. Na geração sem redespacho não existe folga na geração, os limites máximos atendem somente a demanda, sem excedentes. O número máximo que a variável n_{ij} pode assumir é igual à 4.

Com o sistema escolhido, utilizam-se dois modelos de rede para teste, o modelo Híbrido e o modelo de fluxo CC. O teste com o modelo Híbrido é necessário para verificar-se o desempenho das heurísticas de escolha do problema candidato e variável de separação, pois estas heurísticas somente consideram este modelo.

As soluções da expansão descritas na bibliografia estão resumidas na Tabela 3 e Tabela 5, relacionadas ao sistemas Garver e Sul Sudeste, respectivamente. Nas tabelas verificam-se os circuitos sugeridos para cada modelo matemático e o custo total do investimento com e sem reprogramação da geração.

Tabela 3 Soluções da expansão do Sistema Garver

Circuito Sugerido	Geração com redespacho			Geração sem redespacho			
	Modelo de Rede			Modelo de Rede			
	Híbrido		Fluxo CC	Híbrido			Fluxo CC
	Solução 1	Solução 2		Solução 1	Solução 2	Solução 2	
n ₂₆	1	-	-	4	5	3	4
n ₃₅	1	1	1	1	1	1	1
n ₄₆	2	3	3	2	1	3	2
Custo	110			200			

Tabela 4 Soluções da expansão do Sul Sudeste

Circuito Sugerido	Geração com redespacho		Geração sem redespacho	
	Modelo de Rede		Modelo de Rede	
	Híbrido	Fluxo CC	Híbrido	Fluxo CC
n ₁₃₋₂₀	-	1	-	-
n ₂₀₋₂₃	1	1	-	-
n ₂₀₋₂₁	2	2	1	1
n ₄₂₋₄₃	1	1	2	2
n ₄₆₋₀₆	1	1	1	1
n ₁₉₋₂₅	-	-	-	1
n ₂₅₋₃₂	-	-	1	-
n ₃₁₋₃₂	-	-	1	1
n ₂₈₋₃₁	-	-	1	-
n ₂₈₋₃₀	-	-	1	1
n ₂₆₋₂₉	-	-	2	3
n ₂₄₋₂₅	-	-	2	2
n ₂₉₋₃₀	-	-	1	2
n ₀₅₋₀₆	2	2	1	2
Custo	63163	70289	141350	154420

A configuração dos testes está descrita na Tabela 5 a seguir. Nesta tabela verificam-se as variações possíveis do sistema, do modelo de rede, do tipo de geração (com e sem redespacho) e das heurísticas de escolhas de problema candidato e variável de separação. A tabela apresenta, além dos critérios de cada teste, o índice do teste. Este índice é utilizado na Tabela 6 na qual se apresenta o correspondente a cada teste.

Tabela 5 Configurações de teste

Variação			Sistema	
Modelo de Rede	Heurística de escolha de problema candidato/Seleção de variável de separação	Redespacho	6 barras de Garver	Sul Brasileiro de 46 barras
Híbrido	Custo estimado/ Multiplicador de Lagrange	Com	A.1	B.1
		Sem	A.2	B.2
	Pseudocusto estimado / degradação	Com	A.3	B.3
		Sem	A.4	B.4
Fluxo CC	Custo estimado/ Multiplicador de Lagrange.	Com	A.5	B.5
		Sem	A.6	B.6
	Pseudocusto estimado / degradação	Com	A.7	B.7
		Sem	A.8	B.8

A título de comparação com outras abordagens de solução do problema que envolvem métodos clássicos ou heurísticos, foi incluída uma análise de esforço computacional dado pelo número de PLs resolvidos para a obtenção do solução final do modelo de otimização. Têm-se assim, na Tabela 6, o número de PLs necessários para encontrar-se as soluções do sistema, soluções estas iguais às encontradas na bibliografia e descritas na Tabela 3. No caso da resolução do modelo de Fluxo CC cabe lembrar que para contornar-se a questão da não-linearidade da restrição da segunda lei de Kirchhoff, até encontrar-se uma solução inteira, resolve-se o problema Híbrido. Assim a Tabela 6 apresenta ambos os números de PLs, do modelo híbrido (PL) e do Fluxo CC (PL_{CC}). O esforço computacional final é a soma dos 2 tipos de PLs .

Tabela 6 número de PLs necessários para encontrar-se a solução dos sistemas teste descritos na tabela 5

Teste	PL	PL _{CC}	Teste	PL	PL _{CC}
A.1	62	NA	B.1	323	NA
A.2	36		B.2	42119	
A.3	91		B.3	1476	
A.4	38		B.4	6824	
A.5	69	6	B.5	15626	553
A.6	36	2	B.6	2812632	61822
A.7	96	6	B.7	151665	4529
A.8	38	2	B.8	3066880	93809

Pela análise dos resultados mostrados na Tabela 6, pode-se observar que:

- números de PLs necessários para a resolução do problema Híbrido: Para o sistema Garver, o algoritmo se mostrou eficiente com ambas as heurísticas de seleção de nó e variável de escolha (testes A.1 à A.4) frente aos resultados de busca tanto utilizando técnicas heurísticas (DE LIMA, 2012) quanto técnicas

exatas (HAFFNER, 2000). Para o sistema sul sudeste (testes B.1 à B.4), o número de PLs necessários se assemelha ao encontrado na bibliografia utilizando técnicas heurísticas (DE LIMA, 2012) e é inferior quando utilizado técnicas exatas (HAFFNER, 2000). Interessante notar que com redespacho a heurística que apresenta melhor resultado é a de custo estimado/ multiplicador de Lagrange, já para o problema sem redespacho é a de pseudocusto estimado / degradação;

- números de PLs necessários para a resolução do problema de fluxo CC: Para o sistema Garver, o algoritmo se mostrou eficiente com ambas as heurísticas de seleção de nó e variável de escolha (testes A.1 à A.4) frente aos resultados de busca tanto utilizando técnicas heurísticas (DE LIMA, 2012) quanto técnicas exatas (HAFFNER, 2000). Para o sistema sul sudeste (testes B.1 à B.4), o número de PLs necessários com e sem redespacho foi muito superior ao encontrado na bibliografia com técnicas heurísticas (DE LIMA, 2012), porém no caso da técnica heurística escolhida para comparação cabe notar que a probabilidade de obter solução ótima é de 70%. Com relação à técnica exata escolhida para comparação (HAFFNER, 2000) o desempenho com redespacho foi satisfatório e o número de PLs necessários inferior, porém sem redespacho o desempenho apresentado foi inferior;
- comparação do número de PLs necessários para a resolução do problema Híbrido em relação do de fluxo CC: O número de PLs para a resolução do modelo de fluxo CC é 68 vezes maior que o modelo Híbrido. Esta grande diferença deve-se principalmente ao fato das heurísticas de escolhas de variáveis e problemas candidatos levarem em conta somente o problema híbrido.

4.2 Testes e resultados do Modelo Matemático

Para validar o algoritmo em sua abrangência para redes com linhas CA, FACTS e *links* CC utilizou-se uma configuração do sistema Garver de 6 barras modificado. O sistema Garver de 6 barras modificado é o sistema cujos dados estão apresentados no Apêndice A com alteração da reatância de um circuito, com o objetivo de demonstrar-se de forma clara a criação de fluxo de malha em caminhos paralelos, conforme exemplificado na Figura 1. O circuito escolhido foi o circuito entre as barras 2 e 6, e a reatância do circuito 2-6 (x_{26}) passou

do valor de 0,3 para 0,9 pu. Assim tem-se uma nova solução para o sistema de 6 barras sem a inclusão de FACTS ou *links* CC, conforme apresentada na Tabela 7

Nota-se que a nova solução somente é encontrada no teste da geração sem redespacho. No caso com redespacho como existe folga na geração o problema é resolvido sem apresentar caminhos paralelos. O fluxo de carga da solução 1 do sistema Garver modificado sem redespacho está detalhado na Figura 20. Neste sistema modificado é proposta a inclusão de circuitos candidatos podendo ser eles *links* CC ou LT com dispositivos FACTS. O fluxo de carga com redespacho, cuja solução é igual ao do sistema Garver tradicional, encontra-se na Figura 21.

Tabela 7 Soluções da expansão do Sistema Garver Modificado

Modelo de Rede - Fluxo de Carga CC			
Circuito Sugerido	Sem redespacho		Com redespacho
	Solução 1	Solução 2	
n_{26}	3	4	-
n_{35}	1	1	1
n_{46}	4	3	3
Custo	230		110

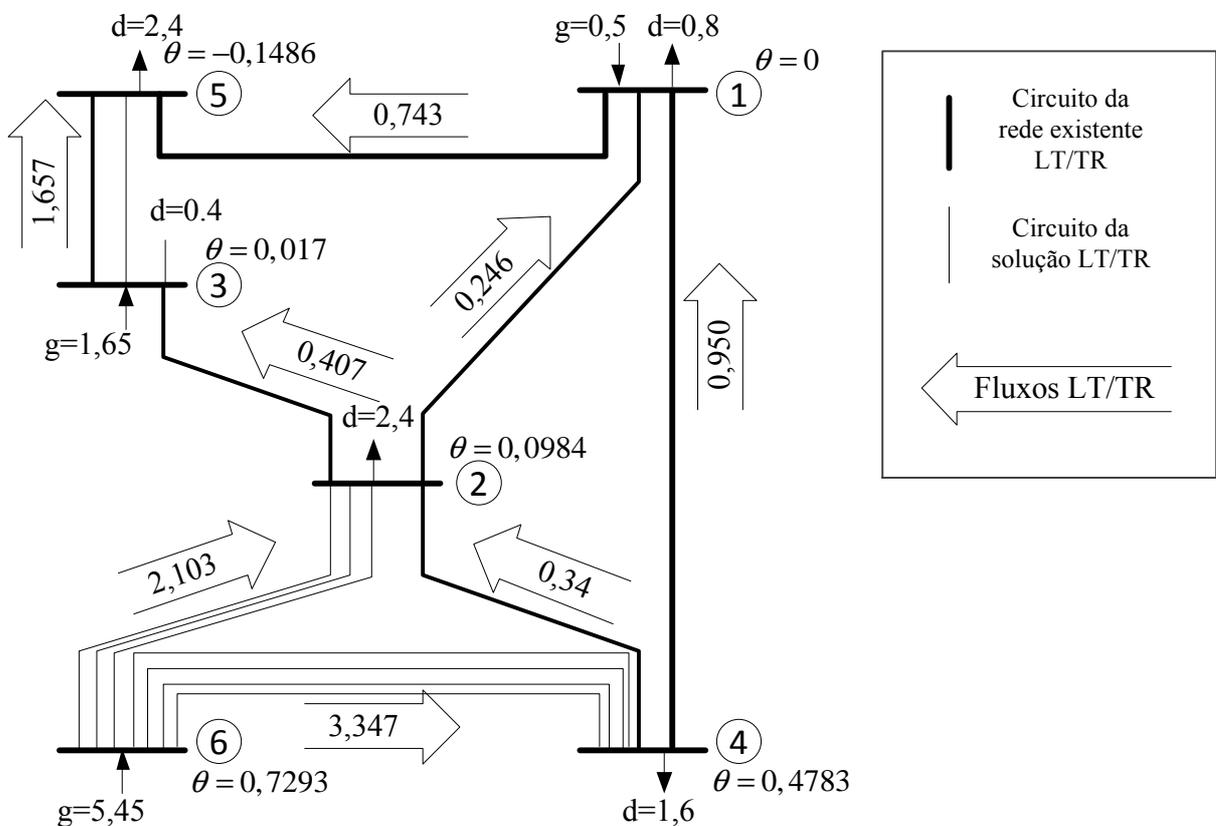


Figura 20 Fluxo de carga da solução 1 do Garver modificado sem redespacho

O fluxo de carga acima representado indica os circuitos da configuração base (linhas de maior espessura) e da solução (linhas de menor espessura), geração (g) e demanda (d) nas barras (em pu), os fluxos nos circuitos (em pu) e os ângulos das barras (em radianos).

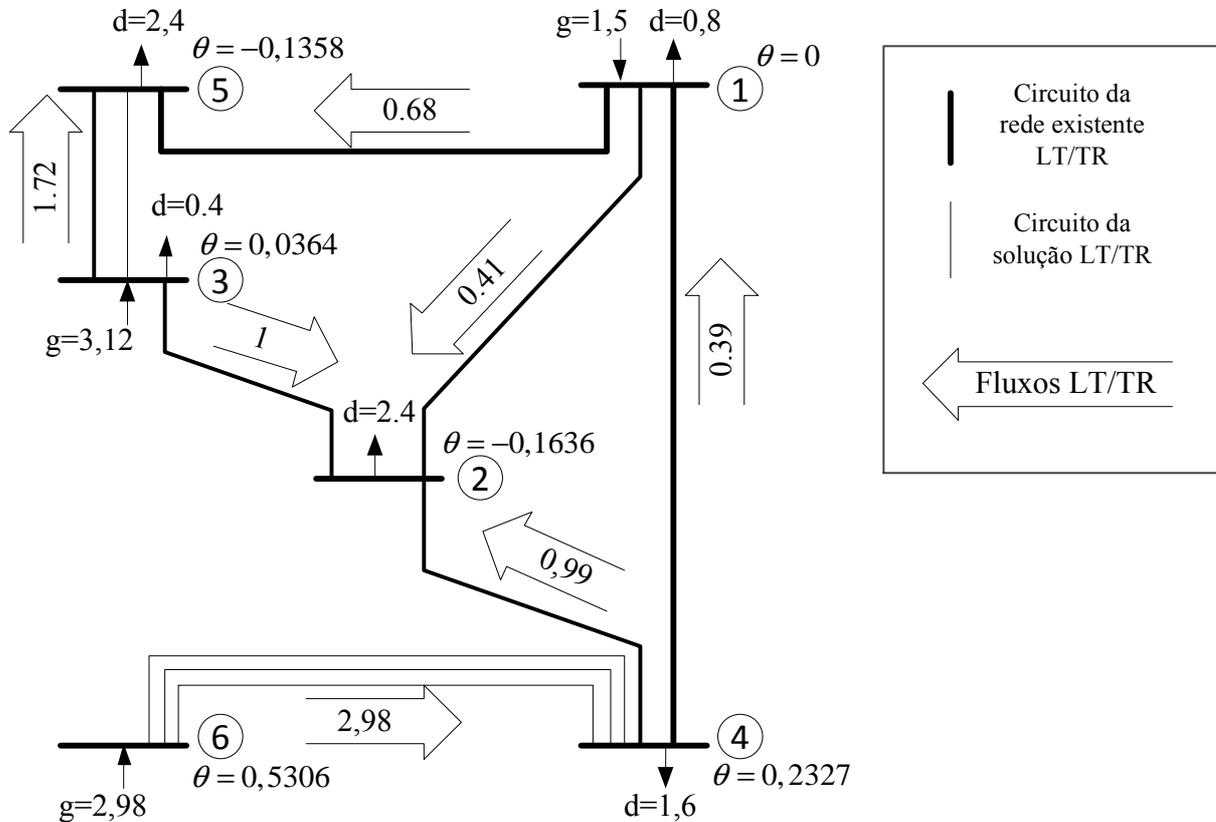


Figura 21 Fluxo de carga da solução do Garver modificado com redespacho

4.2.1 Inclusão de *links* CC

Inicialmente explora-se a possibilidade de adição de *links* CC, cujos custos do conjunto (linha CC adicionado dos conversores CA-CC e CC-CA) foram estimados como sendo 50% maiores que o da linha CA especificada (a bibliografia indica 15%) e com capacidade de transmissão superior no mesmo percentual, considerando-se circuitos com cerca de 200 km (ALBERTA DEPARTMENT OF ENERGY, 2009). Assim, além das 15 linhas de transmissão CA e transformadores candidatos no sistema de Garver modificado, são candidatos os circuitos de *links* CC detalhados na Tabela 8.

Tabela 8 *Links* CC - circuitos candidatos

Barra de Origem	Barra de Destino	Fluxo Máximo (MW)	Custo de Investimento
2	6	150	45
3	5	150	30
4	6	150	45

Com estas possibilidades de investimento o algoritmo encontrou novas soluções para o problema sem redespacho e com redespacho conforme Tabela 9, com custo de investimento inferior ao do sistema original modificado.

Tabela 9 Resultado obtido sem e com redespacho – *Links CC*

Modelo de Rede - Fluxo de Carga CC				
Circuito Sugerido	Sem redespacho			Com redespacho
	Solução 1	Solução 2	Solução 3	Solução 1
n_{26}	1	-	1	-
n_{35}	1	1	1	-
n_{46}	-	1	-	1
n_{26}^{CC}	1	2	2	1
n_{35}^{CC}	-	-	-	1
n_{46}^{CC}	2	1	1	-
Custo	185			105

Nota-se que as soluções encontradas no resultado da Tabela 9 diferem da solução da Tabela 7 e para melhor compreender esta diferença comparam-se os fluxos de carga da solução do Garver tradicional modificado e do Garver com *links CC*, com geração sem redespacho conforme Figura 20 e Figura 22, seguida da análise da geração com redespacho conforme Figura 21 e Figura 23.

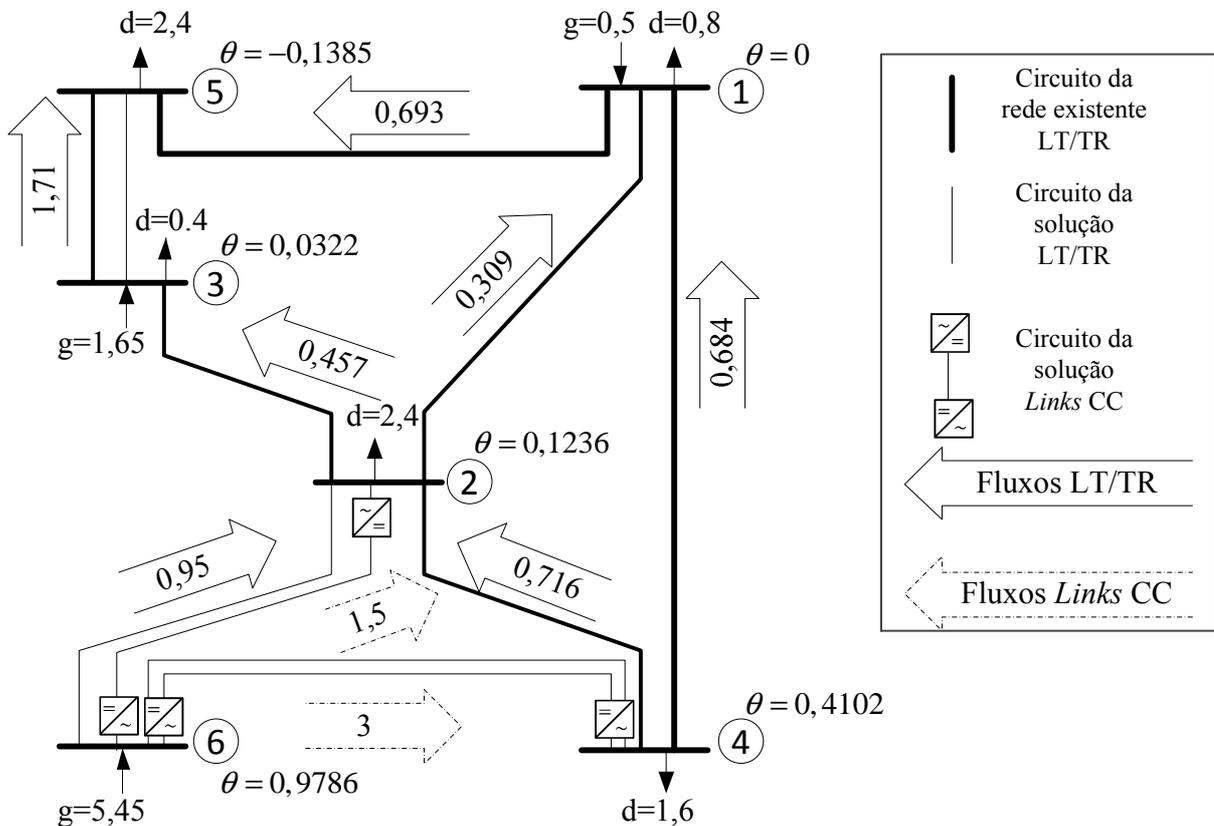


Figura 22 Fluxo de carga da solução 1 do Garver com opção de *links CC* sem redespacho

Na operação sem redespacho com as opções dos *links* CC a solução apresenta os mesmos circuitos, porém com reduções das LTs em favor aos *links* CC. Com isto o custo apresentado reduz-se de 220 para 185. Esta redução deve-se ao fato de que os *links* CC que fazem parte da solução não obedecem à segunda lei de Kirchhoff além de apresentar uma capacidade superior de fluxo. Conforme explicado no Capítulo 1, no *link* CC o fluxo é definido pelos controladores dos dispositivos de conversão CA -CC e CC-CA, assim a linha pode ser usada com qualquer fluxo, independente dos ângulos terminais.

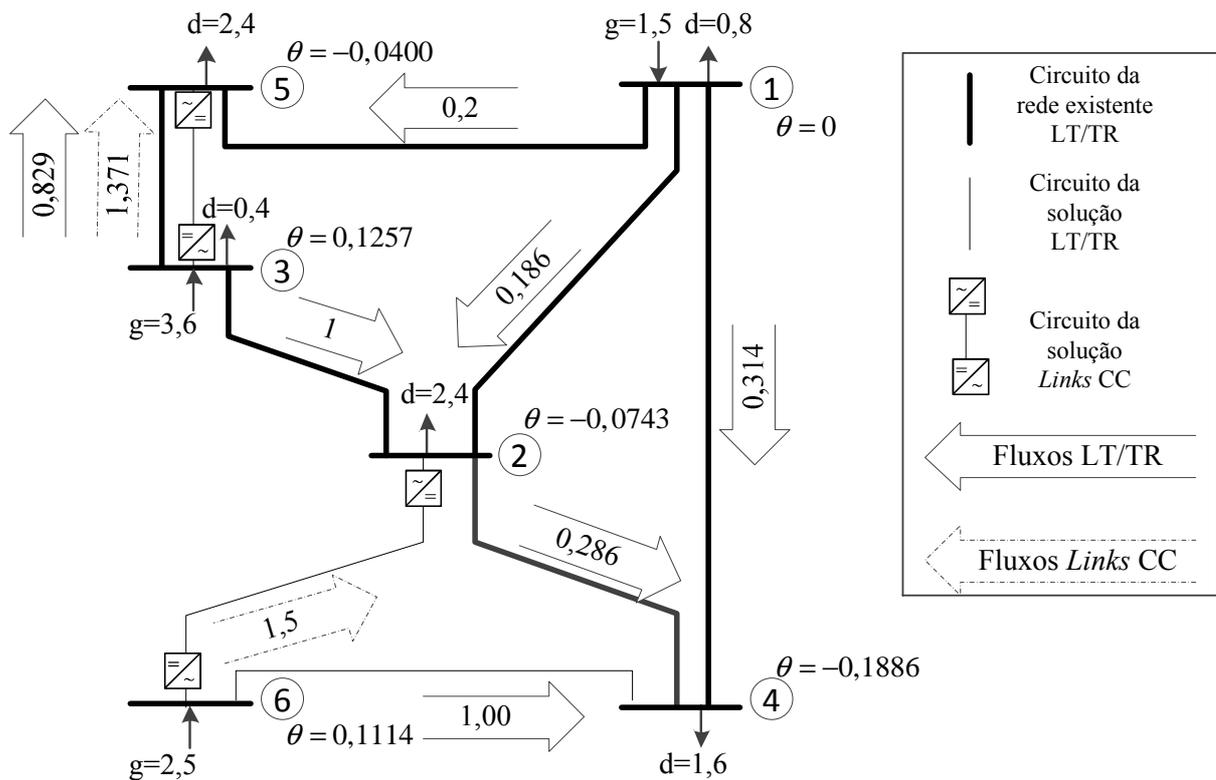


Figura 23 Fluxo de carga da solução do Garver modificado com redespacho

Na operação com redespacho o problema é resolvido com a adição de um *link* CC no circuito 2-6, que não fazia parte da solução original do Garver modificado. Se no problema original do Garver modificado existisse a inclusão do circuito 2-6 seriam gerados caminhos paralelos com limitação de fluxo no momento que o primeiro deles atingisse o limite de capacidade. Com a inclusão dos *links* CC o algoritmo encontra uma nova rota por intermédio da redistribuição dos fluxos para atender os limites de cada caminho paralelo.

4.2.2 Inclusão de FACTS

A segunda parte de testes do modelo refere-se à possibilidade de adição de linhas de transmissão com FACTS. As linhas propostas são as mesmas dos *links* CC, porém existem três diferenças em relação aos mesmos: i) o custo da linha de transmissão CA com FACTS foi definido como o custo original da linha somado ao custo estimado do FACTS; ii) a abertura angular controlável máxima do FACTS (ψ_{ij}^{\max}) foi estimada como sendo resultado do tipo de FACTS utilizado; iii) somente um tipo de recurso é possível por circuito, isto é, ou linhas de transmissão ou FACTS.

O custo do FACTS foi considerado como sendo 40% do valor da linha de transmissão, para abertura de até 31°, e 70% deste valor para a abertura angular controlável máxima de 11° (MACHADO, 2003) (BAHRMAN, 2009). Assim, além das 15 LT CA e transformadores candidatos no sistema de Garver modificado, são candidatos os circuitos com FACTS mostrados nas tabelas a seguir.

Tabela 10 FACTS - circuitos candidatos com abertura angular máxima igual a 31°

Barra de Origem	Barra de Destino	Fluxo Máximo (MW)	Custo de Investimento (LT+FACTS)	ψ_{ij}^{\max} [rad]
2	6	100	30+12	0,55
3	5	100	20+8	0,55
4	6	100	30+12	0,55

Tabela 11 FACTS - circuitos candidatos com abertura angular máxima igual a 11°

Barra de Origem	Barra de Destino	Fluxo Máximo (MW)	Custo de Investimento (LT+FACTS)	ψ_{ij}^{\max} [rad]
2	6	100	30+8,4	0,2
3	5	100	20+5,6	0,2
4	6	100	30+8,4	0,2

Para a criação das LTs com FACTS inseridos no meio das linhas do sistema Garver modificado, em cada circuito candidato foram utilizadas duas barras fictícias, baseando-se no modelo ideal de FACTS que considera que a linha *ij* pode ser dividida em duas seções, uma seção com dispositivo FACT e outra com a linha tradicional (WATANABE, BARBOSA, *et al.*, 1998), conforme mostra Figura 24.

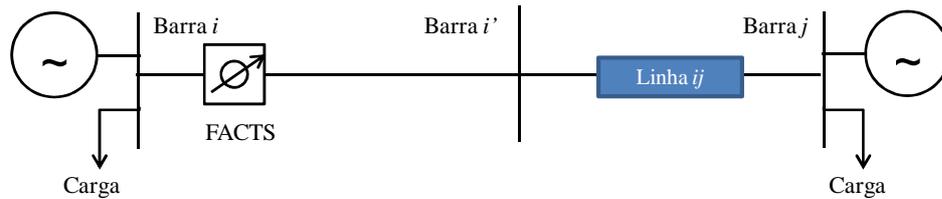


Figura 24 Linha de transmissão com FACTS – Garver modificado

Adiciona-se assim à rede Garver modificada 3 novos circuitos candidatos e 6 novas barras fictícias, conforme representado na Figura 25 a seguir.

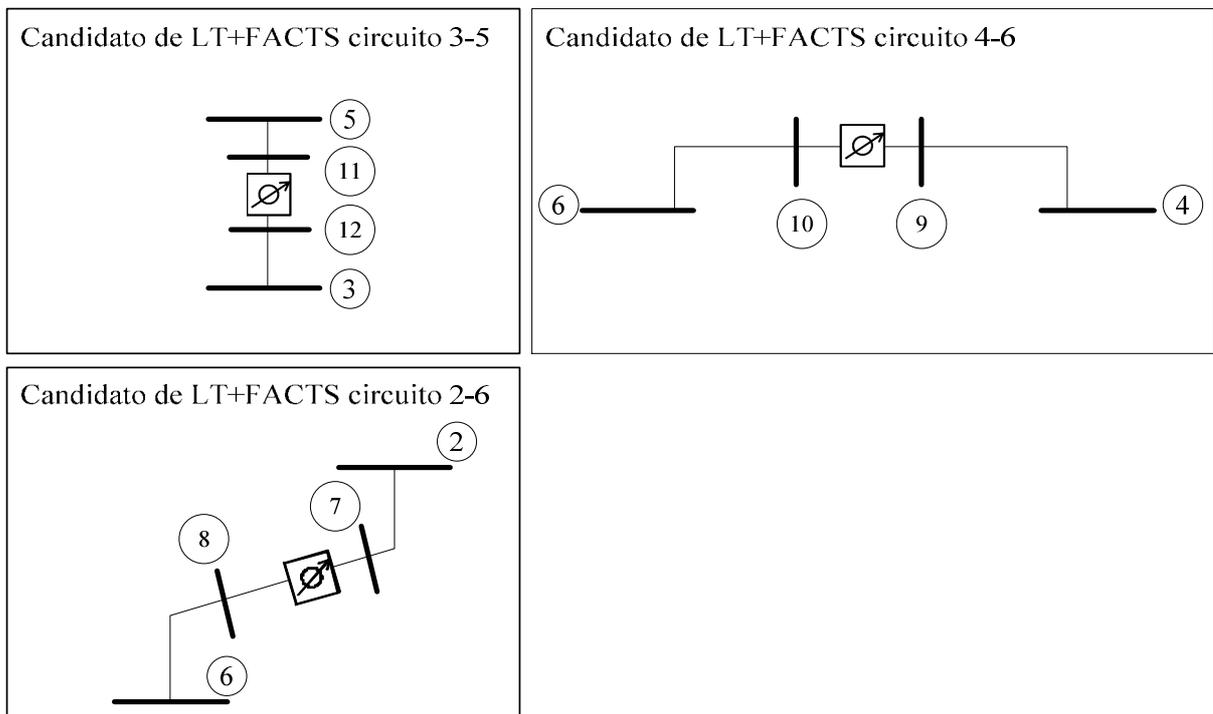


Figura 25 Circuitos Candidatos de linhas de transmissão e FACTS

Neste caso, tem-se a restrição da abertura máxima do ângulo entre as barras. Assim além da variação da geração (com e sem redespacho) inclui-se testes com aberturas e variações de custo, dado que as duas variáveis estão relacionadas. Com estas possibilidades de investimento e ângulo máximo de abertura o algoritmo encontrou novas soluções para o problema sem redespacho, conforme descrito a seguir nas Tabela 12 e Tabela 13.

Os resultados do sistema com redespacho não apresentam alteração frente à solução do Garver modificado detalhada na Figura 21. Neste caso como existe folga na geração o problema é resolvido sem apresentar limitações por caminhos paralelos, assim sem alocação de LTs com FACTS que apresentam custo mais alto que as LTs.

Tabela 12 Resultado Obtido Sem Redespacho – FACTS - com abertura angular máxima igual a 31°

Modelo de Rede - Fluxo de Carga CC	
Circuito Sugerido	Sem redespacho
n_{26}	4
n_{35}	1
n_{46}	-
$n_{4-9} + n_{9-10}^{\text{FACTS}} + n_{6-10}$	2
$n_{2-7} + n_{7-8}^{\text{FACTS}} + n_{6-8}$	-
Custo	224

Tabela 13 Resultado Obtido Sem Redespacho – FACTS - com abertura angular máxima igual a 11°

Modelo de Rede - Fluxo de Carga CC		
Circuito Sugerido	Sem redespacho	
	Solução 1	Solução 2
n_{26}	-	3
n_{35}	1	1
n_{46}	3	-
$n_{4-9} + n_{9-10}^{\text{FACTS}} + n_{6-10}$	-	3
$n_{2-7} + n_{7-8}^{\text{FACTS}} + n_{6-8}$	3	-
Custo	225,20	

O fluxo de carga da solução 1 do Garver modificado com LTs e FACTS, com abertura angular máxima igual a 31° está descrito na Figura 26, seguido do fluxo de carga da solução 1 com abertura angular máxima igual a 11° descrito na Figura 27.

Através da análise das figuras a seguir, nota-se que a utilização dos FACTS resolve o problema das limitações de fluxo imposta por caminhos paralelos. Como FACTS não seguem a segunda lei de Kirchhoff, assim como os *links* CC, a limitação da restrição de fluxo imposta pela diferença de ângulo e reatância é contornada, porém diferentemente dos *links* CC o controle é limitado pelo ângulo máximo de abertura.

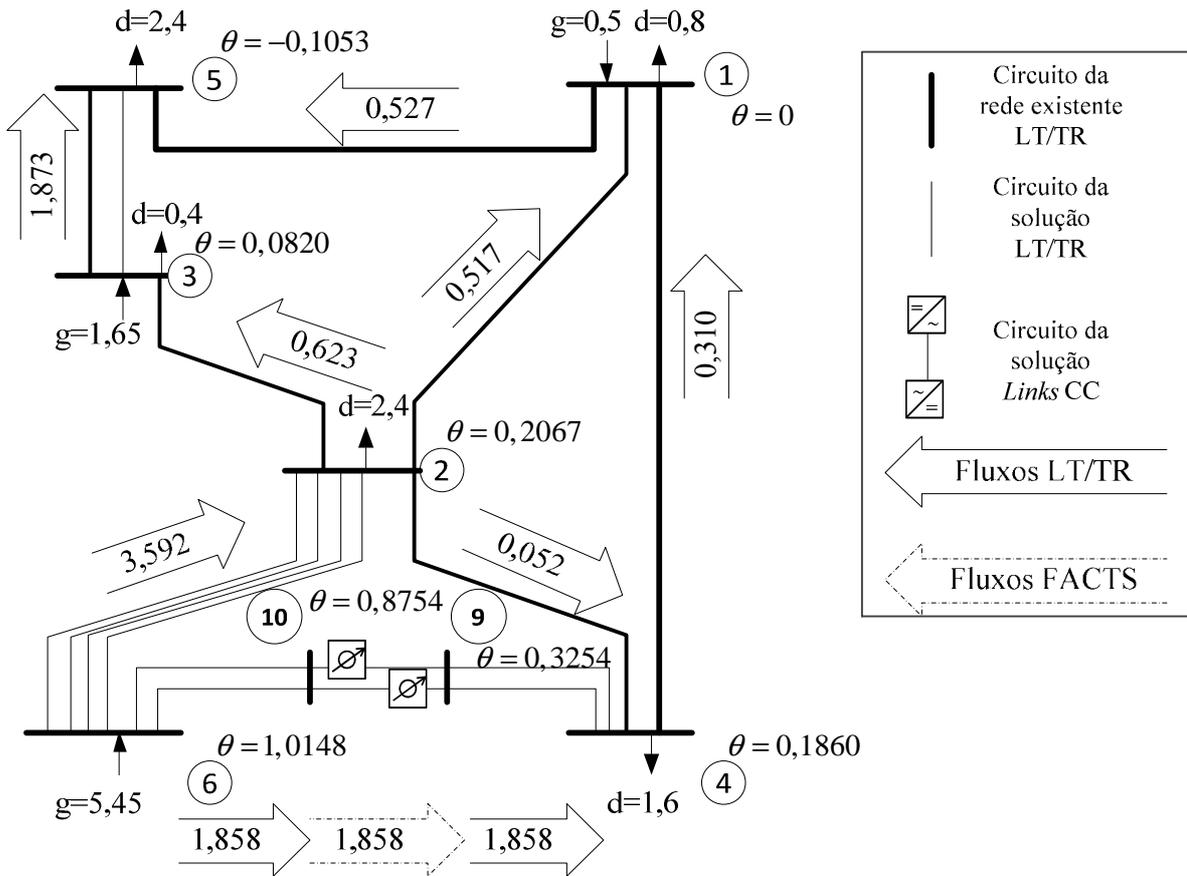


Figura 26 Fluxo de carga da solução 1 do Garver modificado sem redespacho – FACTS com abertura angular máxima igual a 31°

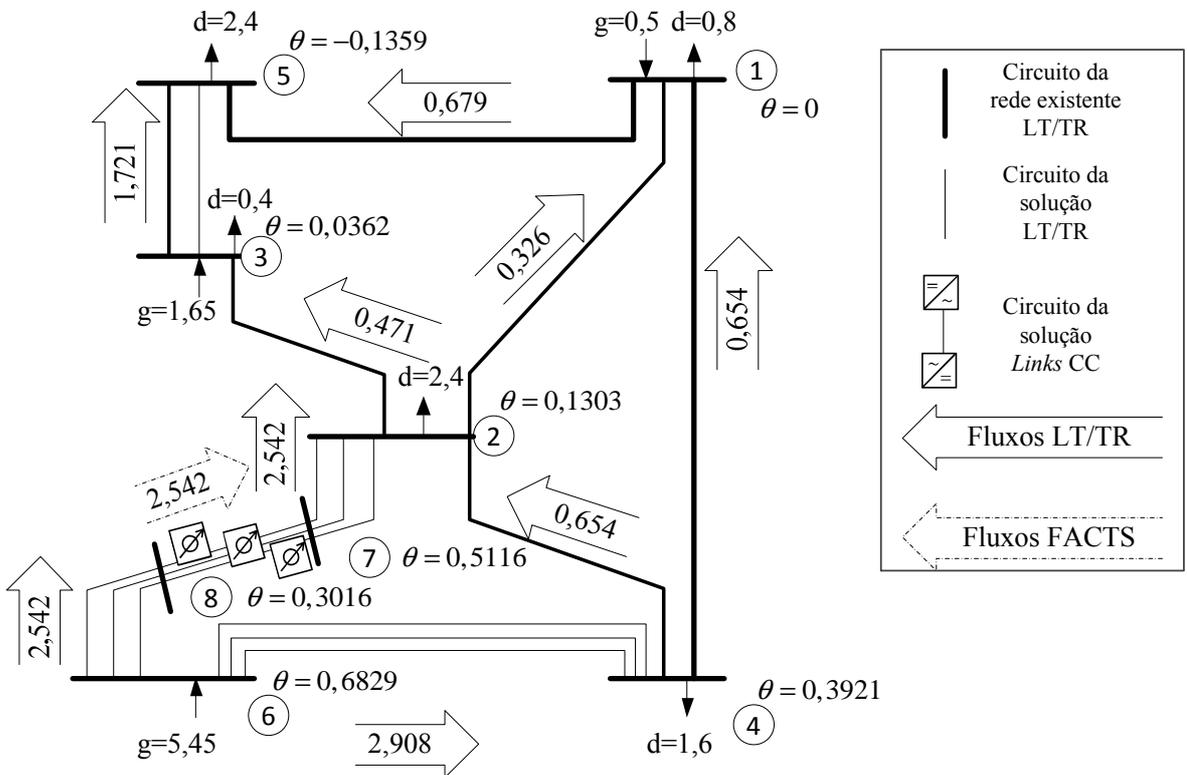


Figura 27 Fluxo de carga da solução 1 do Garver modificado sem redespacho – FACTS com abertura angular máxima igual a 11°

4.2.3 Resumo dos resultados

Após verificar-se a inclusão de cada uma das tecnologias separadamente apresenta-se na Tabela 14 um resumo das soluções encontradas, primeiramente na opção sem redespacho. O custo final apresentado na tabela dos dois casos com dispositivos FACTS (224 e 225,2) e com *links* CC (185) apresentam solução inferior ao sistema sem FACTS (230). Comparando os dispositivos FACTS com *links* CC o valor final do custo de investimento com FACTS é superior. Esta diferença acontece principalmente, pois o fluxo máximo dos circuitos candidatos dos *links* CC é superior (150MW) que o fluxo máximo dos FACTS (100MW) e a diferença de custo é pequena. O valor de fluxo nos FACTS é limitado pelo valor de fluxo máximo das LTs e o custo dos *links* CC é de 50% do custo da LTs frente à cerca de 40% para FACTS. Cabe colocar que os valores de custo dos links CC e FACTS e a abertura angular máxima dos FACTS são aproximados e seguem indicações da bibliografia, porém não podem ser utilizados como critério de exclusão ou não da tecnologia, pois o custo e máxima abertura dependem de outros parâmetros como comprimento e nível de tensão da linha de transmissão, volume de compra, condições econômicas (como cotação de moeda estrangeira e oferta mundial de componentes de potência como IGBTs e GTOs) entre outros fatores.

Tabela 14 Comparação das soluções encontradas sem redespacho

Circuito Sugerido	Soluções Garver modificado (Gm)		Soluções Gm com links CC			Soluções Gm com FACTS		
						ψ_{ij}^{\max}		
	S1	S2	S1	S2	S3	0,55	0,2	
						S1	S1	S2
n_{26}	3	4	1	-	1	4	-	3
n_{35}	1	1	1	1	1	1	1	1
n_{46}	4	3	-	1	-	-	3	-
n_{26}^{CC} ou n_{2-7+} $n_{FACTS}^{7-8+} n_{6-8}$	-		1	2	2	-	3	-
n_{46}^{CC} ou n_{4-9+} $n_{FACTS}^{9-10+} n_{6-10}$	-		2	1	1	2	-	3
Custo	230		185			224	225,2	

Para completar a comparação a Figura 28 traz os fluxos de carga do Garver modificado, solução 1 com *links* CC (superior) e com abertura angular igual à 0,55 com FACTS (inferior).

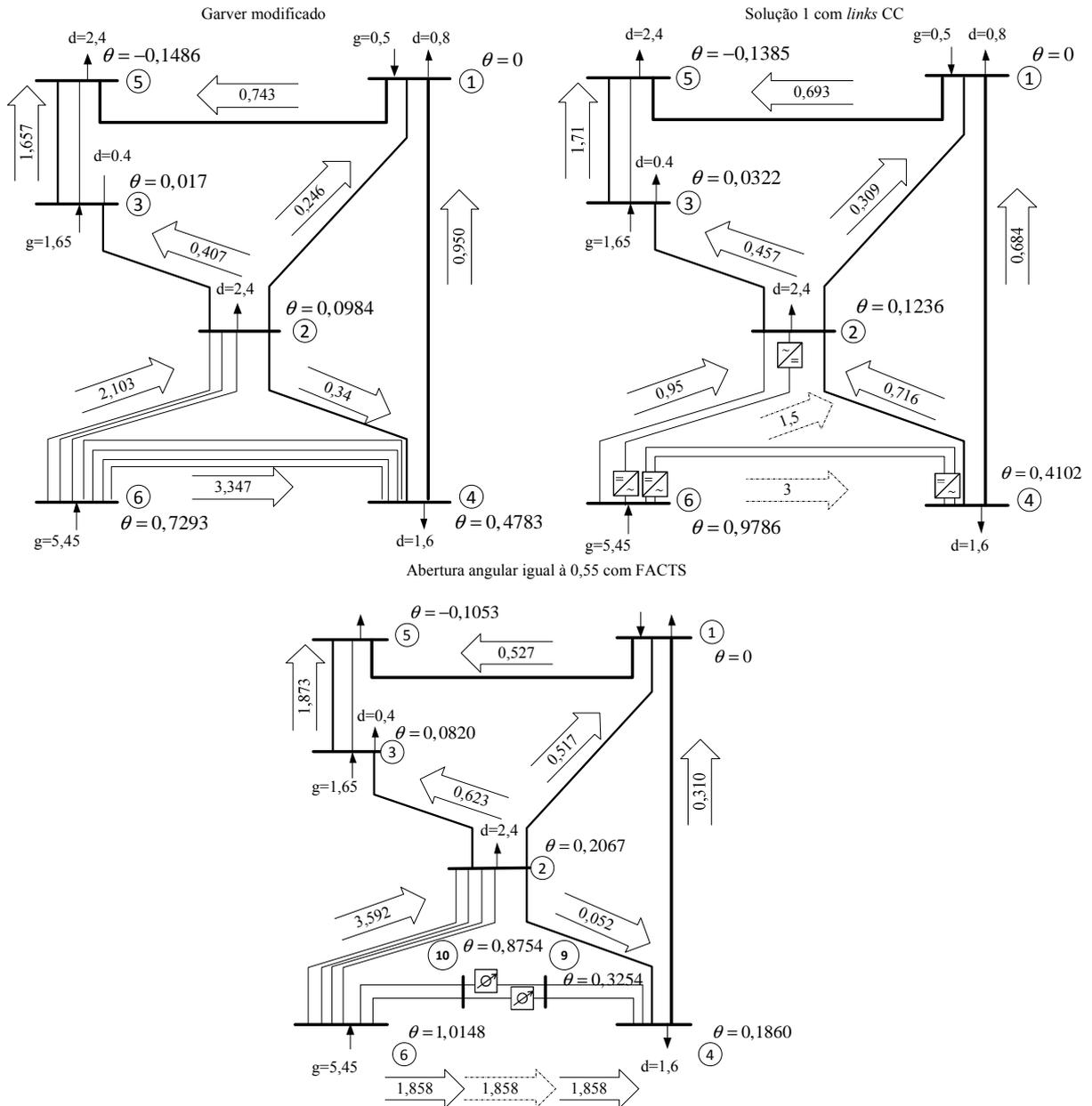


Figura 28 Fluxos de carga na opção sem redespatcho

A Tabela 15 apresenta a comparação dos resultados na opção com redespatcho. Como a geração possui folga, a única configuração cuja solução é diferente é aquela com links CC, pois neste caso o fluxo máximo dos links CC é 50% superior que as LTs e LTs com FACTS. Esta diferença pode ser verificada através da análise dos fluxos de carga com redespatcho descrita na Figura 29.

Tabela 15 Comparação das soluções encontradas com redespacho

Circuito Sugerido	Soluções Garver modificado (Gm)	Soluções Gm com links CC	Soluções Gm com FACTS
n_{35}	1	-	1
n_{46}	3	1	3
n_{26}^{CC} ou $n_{2-7}^{FACTS} + n_{7-8}^{FACTS} + n_{6-8}$	-	1	-
n_{35}^{CC}	-	1	-
Custo	110	105	110

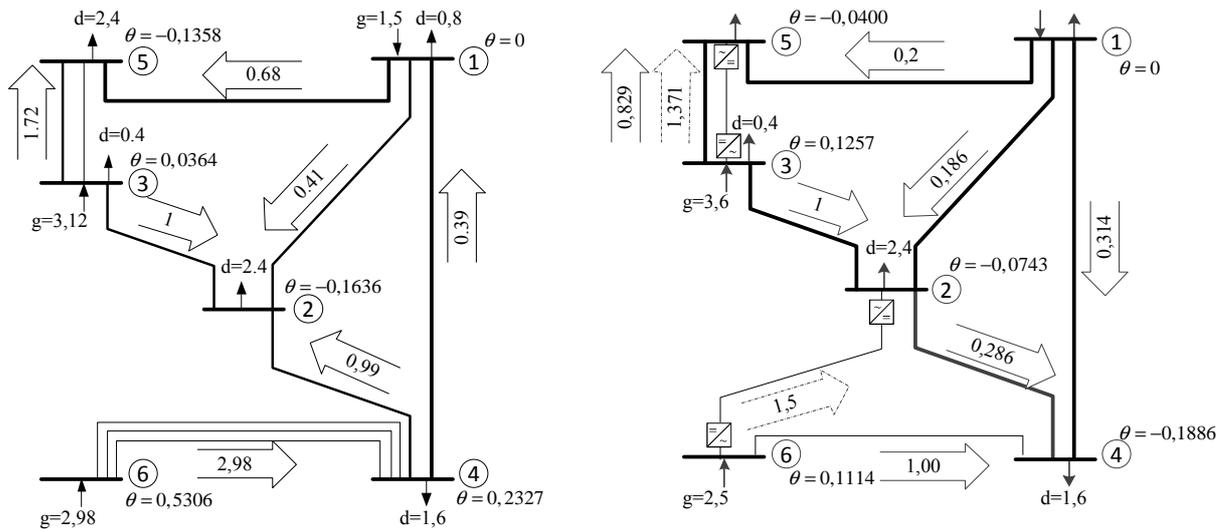


Figura 29 Fluxos de carga na opção com redespacho

O primeiro fluxo indicado refere-se à solução do Garver modificado e com dispositivos FACTS e o segundo fluxo do Garver modificado com *links* CC, onde cabe ressaltar o valor dos fluxos dos *links* CC próximo (1,371 pu) ou no limite máximo (1,5 pu).

Por fim a Tabela 16 apresenta resultados relativos aos testes do Garver modificado com diferentes configurações de dispositivos FACTS. O mínimo valor de abertura angular máxima que compensa o investimento em FACTS (custo do investimento inferior à 230) é de 0,15 radianos, ou 8,6°. Abaixo deste valor o algoritmo encontra a solução utilizando somente LTs. O máximo valor de custo de FACTS que ainda compensa a utilização da tecnologia é de 49% do custo da LT. Acima deste valor não é atrativa a utilização dos FACTS.

Tabela 16 Comparação das soluções do Gm somente com dispositivos FACTS

Configuração	Custo do FACTS [%]	Abertura angular máxima [rad]	Custo total do investimento [\$]
1	40% do custo da LT	0,55	224
2	70% do custo do FACTS da configuração 1	0,2	225,2
3	70% do custo do FACTS da configuração 1	0,14	230
4	50% do custo da LT	0,55	230

5 CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou proposta de modelo matemático para o problema de expansão do sistema de transmissão baseado no fluxo de carga CC considerando a utilização de *links* CC e FACTS resolvido através de metodologia de solução que considera a primeira e segunda lei de Kirchhoff em processo enumerativo de *branch-and-bound* adaptado. A abordagem possui dois pontos em destaque: i) apresenta uma proposta de modelo matemático com possibilidade da utilização direta em problemas de expansão de linhas de transmissão que possuem tanto linhas de transmissão CA, transformadores, *links* CC e dispositivos FACTS e ii) é um método exato de solução do problema considerando a segunda lei de Kirchhoff cujo método de solução traz uma contribuição ao tradicional método *branch-and-bound*, por incluir relaxações adicionais.

Em relação ao modelo apresentado, de acordo com revisão recente de trabalhos relacionados à expansão da transmissão (HEMMATI, HOOSHMAND e KHODABAKHSHIAN, 2013), o estudo da contribuição dos FACTS na expansão da transmissão é não somente válido como necessário, pois a área carece de trabalhos com este enfoque. Assim, parte do trabalho de estudo da representação de FACTS no modelo de expansão do sistema de transmissão é justificado. Com o intuito de abranger ainda outra tecnologia que é constantemente considerada na expansão de redes de transmissão (BAHRMAN, 2009), incluiu-se no modelo os *links* CC. A vantagem da representação proposta considerando as tecnologias comentadas é sua simplicidade sem perda de qualidade, o que possibilita sua resolução com métodos exatos que garantem a otimalidade da solução. A representação proposta, frente ao modelo de fluxo CC utilizado como referência, apresenta a inclusão de somente um novo conjunto e uma restrição de abertura angular máxima. A função objetivo do problema bem como o método de resolução não são alterados. A qualidade da representação é comprovada através dos testes efetuados no modelo, onde parâmetros como custo e comportamento de *links* CC e tipo de tecnologia de FACTS podem ser incluídos no fluxo de carga CC, trazendo novas soluções com redução do custo total do investimento.

O método de resolução escolhido apresenta como vantagem a garantia da otimalidade do problema mesmo aplicado em um modelo que apresenta restrições não lineares. Nos testes realizados o método encontrou todas as respostas conhecidas de resolução da expansão da transmissão em sistemas de pequeno e médio porte (Garver e Sul-sudeste) utilizando o modelo de fluxo de carga CC. Adaptações feitas ao método *branch-and-bound* garantem a

precisão e exatidão das respostas encontradas, além de possibilitar que outras restrições, mesmo não lineares, possam ser incorporadas no modelo, como incertezas no cenário de geração e demanda e outros fatores como impactos ambientais. Tais restrições são relaxadas no problema de investimento, mas são incorporadas ao problema de operação.

O método de resolução apresenta um inconveniente em relação ao grande esforço computacional necessário para resolver sistemas de médio porte, quando comparado com outros trabalhos da área. Apesar do problema de expansão do sistema de transmissão possuir uma janela de resolução grande (normalmente os planos de expansão são gerados decenalmente), o tempo menor de resolução de um algoritmo indica sua capacidade de processar sistemas de maior porte e com maior número de barras. Uma sugestão de melhoria neste sentido é a inclusão de novos cortes e heurísticas de escolha de variável de separação e problema candidato. Estes novos cortes e heurísticas de escolha devem considerar preferencialmente a informação proveniente da resolução do fluxo de carga CC (problema de operação) e não somente do modelo relaxado híbrido utilizado na primeira etapa de resolução do método de solução (problema de investimento).

O problema de expansão do sistema de transmissão vem sendo estudado com métodos de otimização desde a década de 70 e ainda são vislumbradas possíveis contribuições na área para tornar o modelo adotado mais próximo da realidade do sistema elétrico brasileiro, o que destaca a importância do trabalho apresentado.

Alguns desdobramentos associados à este trabalho são: i) criação de novos cortes; ii) adição de novas alternativas ao problema de investimento e operação como consideração de multiestágio no investimento e seguranças e incertezas da operação como indisponibilidade de circuitos, perdas e incertezas na geração e demanda e iii) comparação dos resultados com outros métodos de resolução e sistemas.

REFERÊNCIAS

- ADAMS, R. N.; LAUGHTON, M. A. Optimal planning of power networks using mixed-integer programming. Part 1: Static and time-phased network synthesis. **Electrical Engineers, Proceedings of the Institution of**, [S.I.], v. 121, n. 2, p. 139-147, 1974.
- ALBERTA DEPARTMENT OF ENERGY. **Assessment and Analysis of the State-Of-The Art Electric Transmission Systems with Specific Focus on High-Voltage Direct Current (HVDC), Underground or Other New or Developing Technologies**. 2009. 147 f. Edmonton: Stantec Consulting Ltd,
- ARENALES, M. et al. **Pesquisa Operacional**. 5. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2007.
- ARRILLAGA, J.; LIU, Y. H.; WATSON, N. R. **Flexible power transmission: the HVDC options**. Chichester: Wiley, 2007.
- ASADA, E. N. et al. Applications to System Planning. In: LEE, K.; EL-SHARKAWI, M. **Modern Heuristic Optimization Techniques: Theory and Applications to Power Systems**. 5. ed. [S.l.]: Wiley-IEEE Press, 2008. p. 285-335.
- BAHIENSE, L. et al. A Mixed Integer Disjunctive Model for Transmission Network Expansion. **IEEE Transactions on Power Systems**, [S.I.], v.16, n. 3, Aug 2001. 560–565.
- BAHRMAN, M. HVDC Transmission, an economic complement to AC transmission. **Western Electricity Coordinating Council**, 2009. Disponível em: <<http://www.wecc.biz/committees/BOD/TEPPC/020209/Lists/Agendas/1/WECC%20planning%20-%20HVDC%20Bahrman.pdf>>. Acesso em: 30 Outubro 2013.
- BAHRMAN, M. P.; JOHNSON, B. K. The ABCs of HVDC transmission technologies. **IEEE Power & Energy Magazine**, [S.I.], v. 5, n. 2, p. 32-44, 2007.
- BALDWIN, C. J. et al. A model for transmission planning by logic. **American Institute of Electrical Engineers Power Apparatus and Systems, Part III**, [S.I.], v. 4, n. 78, p. 1638-1643, 1959.
- BENDERS, J. F. Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems. **Numerische mathematik**, [S.I.], v. 4, n. 1, p. 238-252, 1962.
- CAVASSIN, R. S.; PIAZZA FERNAND, T. S. Uma abordagem multicritérios para recapacitação de linhas de transmissão. **Controle & Automação**, [S.I.], v. 23, n. 6, p. 749-765, nov./ dez. 2012.
- CENTRAIS ELÉTRICAS BRASILEIRAS S.A. - ELETROBRAS. **Plano Diretor**. 2012. 24 f. Rio de Janeiro:
- CENTRAIS ELÉTRICAS BRASILEIRAS S.A. - ELETROBRAS. **Relatório Anual e de Sustentabilidade**. 2012. 212 f. Rio de Janeiro:
- DE LIMA, A. A. **Análise e Implementação de um Algoritmo de Busca Dispersa para o Planejamento da Expansão de Sistemas de Transmissão**. 2012. 93 f. Dissertação (Mestrado). Ilha Solteira: Universidade Estadual Paulista, 2012.
- GARVER, L. L. Transmission network estimation using linear programming. **IEEE Transactions Power Apparatus and Systems**, [S.I.], v. 7, p. 1688-1697, 1970.
- GEOFFRION, A. M.; MARSTEN, R. E. Integer Programming Algorithms: A Framework and State-of-the-Art Survey. **Management Science**, [S.I.], v.18, n. 9, 1972. p.465-491.
- HAFFNER, S. **O planejamento da expansão dos sistemas eletricos no contexto de um ambiente competitivo**. 2000. 183 f. Tese (Doutorado). Campinas: Universidade Estadual de Campinas, 2000.

- HEMMATI, R.; HOOSHMAND, R.-A.; KHODABAKHSHIAN, A. Comprehensive review of generation and transmission expansion planning. **Generation, Transmission & Distribution, IET**, [S.I.], v. 7, n. 9, p. 955 - 964, Sept. 2013.
- HINGORANI, N. G.; GYUGYI, L. **Understanding FACTS: concepts and technology of flexible AC transmission systems**. New York: IEEE press, v. 1, 2000.
- IEEE. IEEE Spectrum, 2010. Disponível em: <<http://spectrum.ieee.org/static/special-report-top-11-technologies-of-the-decade>>. Acesso em: 03 Setembro 2013.
- LATORRE, G. et al. Classification of Publications and Models on Transmission Expansion Planning. **IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS**, [S.I.], v. 18, n. 2, 2003.
- MACHADO, R. L. **Aplicação de dispositivos facts no sistema de transmissão da Eletrosul**. 2003. Florianópolis: UFSC,
- MIASAKI, C. T. **Planejamento da Expansão do Sistema de Transmissão de Energia Elétrica Utilizando Controladores FACTS**. 2006. 158 f. Tese (Doutorado). Ilha Solteira: Universidade Estadual Paulista, 2006.
- MIASAKI, C. T.; ROMERO, R. Um algoritmo genético especializado aplicado ao planejamento da expansão do sistema de transmissão com alocação de dispositivos de compensação série. **Sba: Controle & Automação Sociedade Brasileira de Automatica**, [S.I.], v. 18, n. 2, p. 210-222, maio/jun. 2007.
- MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA. **Edital de leilão No001/2005-ANEEL Anexo 6c – Lote C –Interligação Norte Sul III -Trecho 3–LT500Kv**. 2005. 001/2005. Brasília, DF: Agência Nacional de Energia Elétrica,
- MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA. **Plano Decenal de Expansão de Energia 2008/2017**. 2009. Rio de Janeiro: Empresa de Pesquisa Energética,
- MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA. **Plano Decenal de Expansão de Energia 2020**. 2011. Rio de Janeiro: Empresa de Pesquisa Energética,
- MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA. **Plano Decenal de Expansão de Energia 2021**. 2012. Rio de Janeiro: Empresa de Pesquisa Energética,
- MONTICELLI, A. **Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica**. 2ª. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 1993.
- MONTICELLI, A. et al. Interactive transmission network planning using a least-effort criterion, [S.I.], v. 10, p. 3919-3925, 1982.
- PEREIRA, M. V. F. et al. A decomposition approach to automated generation/transmission expansion planning. **IEEE Transactions Power Apparatus and System**, [S.I.], v. 11, p. 3074-3083, 1985.
- PEREIRA, M. V. F.; GRANVILLE, S.; PINTO, L. M. V. G. Uma metodologia para expansão automática de sistemas de transmissão de energia elétrica. **SBA: Controle & Automação**, [S.I.], v. 1, n. 4, p. 291-297, 1987.
- PEREIRA, M. V.; PINTO, L. M. Application of sensitivity analysis of load supplying capability to interactive transmission expansion planning. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, [S.I.], v. 2, p. 381-389, 1985.
- RAHMANI, M. **Análise de novos modelos matemáticos para o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão**. 2013. 139 f. Tese de Doutorado. Ilha Solteira: Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”,
- RAHMANI, M. et al. Multistage Transmission Expansion Planning Considering Fixed Series Compensation Allocation. **Power Systems, IEEE Transactions on**, [S.I.], v. PP, n. 99, p. 1-11, 2013.
- RIDER, M. J.; GARCIA, A. V.; ROMERO, R. Power system transmission network expansion planning using AC model. **IET Gener. Transm. Distrib.**, [S.I.], v. 1, n. 5, p. 731-742, 2007.

- ROMERO, R. et al. Test systems and mathematical models for transmission network expansion planning. **IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution**, [S.I.], v. 149, n. 1, p. 27-36, 2002.
- SOUSA, A. S.; ASADA, E. N. Uma nova abordagem branch and cut aplicada ao problema de planejamento da expansão de redes de transmissão de grande porte. **Sba Controle & Automação**, [S.I.], v. 23, n. 1, p. 108-119, 2012.
- TARANTO, G. N.; PINTO, L. V. G.; PEREIRA, M. V. F. Representation of Facts Devices in Power System Economic Dispatch. **Transactions on Power Systems**, [S.I.], v. 7, n. 2, p. 572-576, 1992.
- VILLASANA, R.; GARVER, L. L.; SALON, S. J. Transmission network planning using linear programming. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, [S.I.], v. PAS-104, n. No. 2, p. 349-356, Feb. 1985.
- WATANABE, E. H. et al. Tecnologia FACTS - Tutorial. **SBA Controle & Automação**, [S.I.], v. 9, n. 1, p. 39-55, 1998.
- ZHANG, H. et al. **Transmission Expansion Planning Using an AC Model: Formulations and Possible Relaxations**. Power and Energy Society General Meeting. San Diego: [s.n.]. 2012.

APÊNDICE A – DADOS ELÉTRICOS DO SISTEMA GARVER

*Sistema de 6 barras de Garver

DADOS_DAS_BARRAS 6 ITENS

k	gMAX_MW	gNIV_MW	dem_MW
1	150.0	50.0	80.0
2	0.0	0.0	240.0
3	360.0	165.0	40.0
4	0.0	0.0	160.0
5	0.0	0.0	240.0
6	600.0	545.0	0.0

DADOS_DAS_LINHAS 15 ITENS

k	m	N0	Nmax	R[%]	X[%]	MWmax	CInv
1	3	0	4	0.0	38.0	100.0	38.0
1	4	1	4	0.0	60.0	80.0	60.0
1	5	1	4	0.0	20.0	100.0	20.0
1	6	0	4	0.0	68.0	70.0	68.0
2	3	1	4	0.0	20.0	100.0	20.0
2	4	1	4	0.0	40.0	100.0	40.0
2	5	0	4	0.0	31.0	100.0	31.0
2	6	0	4	0.0	30.0	100.0	30.0
3	4	0	4	0.0	59.0	82.0	59.0
3	5	1	4	0.0	20.0	100.0	20.0
3	6	0	4	0.0	48.0	100.0	48.0
4	5	0	4	0.0	63.0	75.0	63.0
4	6	0	4	0.0	30.0	100.0	30.0
5	6	0	4	0.0	61.0	78.0	61.0

APÊNDICE B – DADOS ELÉTRICOS DO SISTEMA SUL SUDESTE

 *SISTEMA SUL 46 BARRAS 79 LINHAS

 DADOS_DAS_BARRAS

46 ITENS

k	gMAX_MW	gNIV_MW	dem_MW
1	0.0	0.0	0.0
2	0.0	0.0	443.1
3	0.0	0.0	0.0
4	0.0	0.0	300.7
5	0.0	0.0	238.0
6	0.0	0.0	0.0
7	0.0	0.0	0.0
8	0.0	0.0	72.2
9	0.0	0.0	0.0
10	0.0	0.0	0.0
11	0.0	0.0	0.0
12	0.0	0.0	511.9
13	0.0	0.0	185.8
14	1257.0	944.0	0.0
15	0.0	0.0	0.0
16	2000.0	1366.0	0.0
17	1050.0	1000.0	0.0
18	0.0	0.0	0.0
19	1670.0	773.0	0.0
20	0.0	0.0	1091.2
21	0.0	0.0	0.0
22	0.0	0.0	81.9
23	0.0	0.0	458.1
24	0.0	0.0	478.2
25	0.0	0.0	0.0
26	0.0	0.0	231.9
27	220.0	54.0	0.0
28	800.0	730.0	0.0
29	0.0	0.0	0.0
30	0.0	0.0	0.0
31	700.0	310.0	0.0
32	500.0	450.0	0.0
33	0.0	0.0	229.1
34	748.0	221.0	0.0
35	0.0	0.0	216.0
36	0.0	0.0	90.1
37	300.0	212.0	0.0
38	0.0	0.0	216.0
39	600.0	221.0	0.0
40	0.0	0.0	262.1
41	0.0	0.0	0.0
42	0.0	0.0	1607.9
43	0.0	0.0	0.0
44	0.0	0.0	79.1
45	0.0	0.0	86.7
46	700.0	599.0	0.0

 DADOS_DAS_LINHAS 79 ITENS

k	m	N0	Nmax	R[%]	X[%]	MWmax	CInv
1	7	1	3	0.0	6.16	270.0	4349.0
1	2	2	3	0.0	10.65	270.0	7076.0
4	9	1	3	0.0	9.24	270.0	6217.0
5	9	1	3	0.0	11.73	270.0	7732.0
5	8	1	3	0.0	11.32	270.0	7480.0
7	8	1	3	0.0	10.23	270.0	6823.0
4	5	2	3	0.0	5.66	270.0	4046.0
2	5	2	3	0.0	3.24	270.0	2581.0
8	13	1	3	0.0	13.48	240.0	8793.0
9	14	2	3	0.0	17.56	220.0	11267.0
12	14	2	3	0.0	7.40	270.0	5106.0
14	18	2	3	0.0	15.14	240.0	9803.0
13	18	1	3	0.0	18.05	220.0	11570.0
13	20	1	3	0.0	10.73	270.0	7126.0
18	20	1	3	0.0	19.97	200.0	12732.0
19	21	1	3	0.0	2.78	1500.0	32632.0
16	17	1	3	0.0	0.78	2000.0	10505.0
17	19	1	3	0.0	0.61	2000.0	8715.0
14	26	1	3	0.0	16.14	220.0	10409.0
14	22	1	3	0.0	8.40	270.0	5712.0
22	26	1	3	0.0	7.90	270.0	5409.0
20	23	2	3	0.0	9.32	270.0	6268.0
23	24	2	3	0.0	7.74	270.0	5308.0
26	27	2	3	0.0	8.32	270.0	5662.0
24	34	1	3	0.0	16.47	220.0	10611.0
24	33	1	3	0.0	14.48	240.0	9399.0
33	34	1	3	0.0	12.65	270.0	8288.0
27	36	1	3	0.0	9.15	270.0	6167.0
27	38	2	3	0.0	20.80	200.0	13237.0
36	37	1	3	0.0	10.57	270.0	7025.0
34	35	2	3	0.0	4.91	270.0	3591.0
35	38	1	3	0.0	19.80	200.0	12631.0
37	39	1	3	0.0	2.83	270.0	2329.0
37	40	1	3	0.0	12.81	270.0	8389.0
37	42	1	3	0.0	21.05	200.0	13388.0
39	42	3	3	0.0	20.30	200.0	12934.0
40	42	1	3	0.0	9.32	270.0	6268.0
38	42	3	3	0.0	9.07	270.0	6116.0
32	43	1	3	0.0	3.09	1400.0	35957.0
42	44	1	3	0.0	12.06	270.0	7934.0
44	45	1	3	0.0	18.64	200.0	11924.0
19	32	1	3	0.0	1.95	1800.0	23423.0
46	19	1	3	0.0	2.22	1800.0	26365.0
46	16	1	3	0.0	2.03	1800.0	24319.0
18	19	1	3	0.0	1.25	600.0	8178.0
20	21	1	3	0.0	1.25	600.0	8178.0
42	43	1	3	0.0	1.25	600.0	8178.0
2	4	0	3	0.0	8.82	270.0	5965.0
14	15	0	3	0.0	3.74	270.0	2884.0
46	10	0	3	0.0	0.81	2000.0	10889.0
4	11	0	3	0.0	22.46	240.0	14247.0
5	11	0	3	0.0	9.15	270.0	6167.0
46	6	0	3	0.0	1.28	2000.0	16005.0

46	3	0	3	0.0	2.03	1800.0	24319.0
16	28	0	3	0.0	2.22	1800.0	26365.0
16	32	0	3	0.0	3.11	1400.0	36213.0
17	32	0	3	0.0	2.32	1700.0	27516.0
19	25	0	3	0.0	3.25	1400.0	37748.0
21	25	0	3	0.0	1.74	2000.0	21121.0
25	32	0	3	0.0	3.19	1400.0	37109.0
31	32	0	3	0.0	0.46	2000.0	7052.0
28	31	0	3	0.0	0.53	2000.0	7819.0
28	30	0	3	0.0	0.58	2000.0	8331.0
27	29	0	3	0.0	9.98	270.0	6672.0
26	29	0	3	0.0	5.41	270.0	3894.0
28	41	0	3	0.0	3.39	1300.0	39283.0
28	43	0	3	0.0	4.06	1200.0	46701.0
31	41	0	3	0.0	2.78	1500.0	32632.0
32	41	0	3	0.0	3.09	1400.0	35957.0
41	43	0	3	0.0	1.39	2000.0	17284.0
40	45	0	3	0.0	22.05	180.0	13994.0
15	16	0	3	0.0	1.25	600.0	8178.0
46	11	0	3	0.0	1.25	600.0	8178.0
24	25	0	3	0.0	1.25	600.0	8178.0
29	30	0	3	0.0	1.25	600.0	8178.0
40	41	0	3	0.0	1.25	600.0	8178.0
2	3	0	3	0.0	1.25	600.0	8178.0
5	6	0	3	0.0	1.25	600.0	8178.0
9	10	0	3	0.0	1.25	600.0	8178.0