

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
ENGENHARIA DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO  
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO - CCA

# **Simulação de um Controlador Preditivo Baseado em Modelo com Termo Integral**

*Autor: Augusto dos Santos Raimundo*

*Orientador: Pedro Rafael Bolognese Fernandes*

Porto Alegre, 10 de janeiro de 13

## Sumário

Sumário	ii
Agradecimentos	iv
Resumo	v
Lista de Figuras	vi
Lista de Tabelas	viii
Lista de Símbolos	ix
Lista de Abreviaturas e Siglas	xi
1 Introdução	1
2 Revisão Bibliográfica	3
2.1 O Controlador Preditivo Baseado em Modelo (MPC)	3
2.1.1 Elementos básicos do MPC	3
2.1.2 Características do MPC	5
2.1.3 O controlador DMC	6
2.2 Identificação dos modelos	7
3 Metodologia	9
3.1 Controle Preditivo Baseado em Modelo com Termo Integral (MPC+I)	9
3.2 Configuração do MPC	10
3.3 Caso 1: Planta linear de 1º ordem	12
3.4 Caso 2: Planta linear de 2º ordem	12
3.5 Caso 3: Planta não linear	13
4 Resultados	17
4.1 CASO 1: Planta linear de 1º ordem	17
4.1.1 Teste 1: Variando o ganho K	17
4.1.2 Teste 2: Variando o $\tau$	17
4.1.3 Teste 3: Variando o $\theta$	18
4.1.4 Teste 4: Distúrbio na entrada do sistema	19
4.1.5 Teste 5: Alteração nos parâmetros do MPC+I	20
4.2 Caso 2: Planta linear de 2º ordem	22
4.3 Caso 3: Planta não linear	23
5 Conclusões	24
6 Referências	25
7 APÊNDICE	26



## **Agradecimentos**

Agradeço primeiramente aos meus pais, Gilberto e Lúcia, por estarem sempre do meu lado, me apoiando e me incentivando em todos os momentos.

A minha namorada Luiza, pela paciência, amor, incentivo, por estar comigo nos momentos difíceis e sempre me proporcionar motivos para sorrir mesmo tendo minha atenção dividida com essa tal de engenharia.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Pedro Rafael Bolognese Fernandes, por acreditar em mim e pelo apoio ao longo destes anos, sempre pronto para ajudar e demonstrando seu bom humor.

Aos colegas e amigos, pelos momentos de descontração e conversas produtivas.

Aos colegas da TriSolutions, pelo acolhimento ao longo deste último ano.

## Resumo

O controlador MPC é amplamente utilizado na indústria de processos por permitir o controle de sistemas multivariáveis, realizar a compensação antecipada do efeito de distúrbios medidos e possibilitar a consideração de restrições nas variáveis controladas e manipuladas, entre outros. Porém, este controlador apresenta baixa performance quando se trata de distúrbios não medidos e, por utilizar internamente um modelo explícito da planta que está sendo controlada, erros de modelagem acabam limitando o seu desempenho.

Com o objetivo de diminuir estas desvantagens, é proposto neste trabalho o MPC+I, um controlador MPC com ação integral atuando de forma paralela e o controle preditivo. Nesta estratégia, o MPC atua em malha aberta, recebendo apenas o *setpoint* como entrada, enquanto que a ação integral atua na realimentação do sistema, integrando o erro entre o *setpoint* e a saída da planta, com o objetivo de corrigir o efeito de distúrbios não medidos e discrepâncias entre planta e modelo.

Para analisar os efeitos desta nova estratégia, foram simulados casos de malhas de controle SISO com plantas lineares de 1ª e 2ª ordem e também com um modelo não linear. Nestes testes, foram analisados a resposta do MPC+I frente a alterações de *setpoint*, distúrbios do tipo degrau na entrada da planta, discrepâncias entre a planta e o modelo e a influência dos parâmetros de sintonia do MPC+I no desempenho em malha fechada com a planta de 1ª ordem.

Os resultados demonstraram que a estratégia MPC+I faz com que a resposta servo do sistema em malha fechada apresente maior *overshoot* e um maior tempo de assentamento. Porém, quanto à resposta regulatória, o MPC+I apresenta maior tempo de subida, porém sem *overshoot* quando comparado com a estratégia tradicional do MPC.

## Lista de Figuras

<b>Figura 2.1:</b> Elementos básicos do MPC, Adaptado de Silveira (2009).	5
<b>Figura 2.2:</b> Estrutura da matriz $Su$ .	7
<b>Figura 2.3:</b> Ilustração do método de obtenção de modelo de resposta ao degrau do sistema.	8
<b>Figura 3.1:</b> Estrutura em SIMULINK® do MPC+I.	10
<b>Figura 3.2:</b> Estrutura básica utilizada para a realização das simulações no SIMULINK®.	11
<b>Figura 3.3:</b> Esquema da planta de três tanques esféricos.	14
<b>Figura 3.4:</b> Resposta da planta a um distúrbio de 0,5 L/min em $F0$ .	16
<b>Figura 4.1:</b> Resposta do MPC para o sistema de primeira ordem variando o ganho $K$ do sistema.	17
<b>Figura 4.2:</b> Resposta do MPC+I para o sistema de primeira ordem variando o ganho $K$ do sistema.	17
<b>Figura 4.3:</b> Resposta do MPC para o sistema de primeira ordem variando a constante de tempo $\tau$ do sistema.	18
<b>Figura 4.4:</b> Resposta do MPC+I para o sistema de primeira ordem variando a constante de tempo $\tau$ do sistema.	18
<b>Figura 4.5:</b> Resposta do MPC para o sistema de primeira ordem variando o tempo morto $\theta$ do sistema.	19
<b>Figura 4.6:</b> Resposta do MPC+I para o sistema de primeira ordem variando o tempo morto $\theta$ do sistema.	19
<b>Figura 4.7:</b> Resposta do MPC, MPC+I e do MPC+IW para o sistema de primeira ordem com perturbação na sua entrada.	20
<b>Figura 4.8:</b> Resposta do MPC+I para o sistema de primeira ordem alterando o parâmetro $\gamma$ do controlador.	20
<b>Figura 4.9:</b> Resposta do MPC+I para o sistema de primeira ordem alterando o parâmetro $\lambda$ do controlador.	21
<b>Figura 4.10:</b> Resposta do MPC+I para o sistema de primeira ordem alterando o parâmetro $KI$ do controlador.	21
<b>Figura 4.11:</b> Resposta do MPC para a planta linear de segunda ordem com variação no fator de amortecimento $\xi$ e perturbação na entrada da planta.	22
<b>Figura 4.12:</b> Resposta do MPC+I para a planta linear de segunda ordem com variação no fator de amortecimento $\xi$ e perturbação na entrada da planta.	22
<b>Figura 4.13:</b> Resposta do MPC e MPC+I para a planta não linear com alteração de setpoint e a perturbação $Fd$ .	23



**Lista de Tabelas**

<b>Tabela 3.1:</b> Parâmetros nominais da planta de 1º ordem.....	12
<b>Tabela 3.2:</b> Parâmetros utilizados no MPC para a simulação com a planta de 1º ordem. .	12
<b>Tabela 3.3:</b> Parâmetros da planta de 2º ordem.....	13
<b>Tabela 3.4:</b> Parâmetros utilizados no MPC para a simulação com a planta de 2º ordem. .	13
<b>Tabela 3.5:</b> Parâmetros utilizados pelo modelo de planta não linear. ....	15
<b>Tabela 3.6:</b> Parâmetros utilizados pela MPC e MPC+I para a simulação com a planta não linear. ....	15
<b>Tabela 3.7:</b> Parâmetros utilizados pela MPC e MPC+I para a simulação com a planta não linear. ....	16



**Lista de Símbolos**

$\hat{y}_t$	Valor da saída predita pelo modelo no instante $t$
$y$	Saída da planta no instante $t$
$y_{set_t}$	Valor do <i>setpoint</i> no instante $t$
$\gamma_i$	Peso do erro na variável controlada $i$
$\lambda_j$	Fator de supressão de movimento da saída de controle $j$
$P$	Horizonte de predição
$M$	Horizonte de controle
$J$	Função objetivo
$W$	Erro de predição
$S_u$	Matriz dinâmica da planta
$S_D$	Matriz dinâmica do distúrbio
$Y_B$	Resposta livre do modelo da planta
$\Delta U_j$	Valor da saída de controle $j$
$\Delta D_j$	Valor da perturbação $j$
$U$	Saída de controle efetiva do MPC
$U_{int}$	Saída de controle devido a ação integral do erro
$\theta$	Tempo morto da planta
$\tau$	Constante de tempo da planta
$K$	Ganho da planta
$\xi$	Fator de amortecimento
$\omega_n$	Frequência natural amortecida
$KI$	Ganho integral
$F_0$	Vazão de entrada do modelo não-linear
$F_d$	Vazão de perturbação aplicada no tanque 3 do modelo não-linear
$A_n$	Área do tanque $n$ do modelo não-linear
$h_n$	Nível do tanque $n$ do modelo não-linear
$D_n$	Diâmetro do tanque $n$ do modelo não-linear

$CD_n$       Coeficiente de descarga do tanque  $n$  do modelo não linear

**Lista de Abreviaturas e Siglas**

MPC	Controle Preditivo baseado em Modelo ( <i>Model Predictive Control</i> )
DMC	Controle por Matriz Dinâmica ( <i>Dynamic Matrix Control</i> )
GPC	Controlador Preditivo Generalizado ( <i>Generalized Predictive Control</i> )
NMPC	Controle Preditivo baseado em Modelo não-linear ( <i>Non-linear Model Predictive Control</i> )
MPC+I	Controle Preditivo baseado em Modelo com termo Integral
MPC+IW	Controle Preditivo baseado em Modelo com termo Integral do erro de Predição
CARIMA	<i>Controlled Auto-Regressive Integrated Moving Average</i>
SISO	<i>Single Input, Single Output</i>
MIMO	<i>Multiple Input, Multiple output</i>
PID	Controlador Proporcional-Integral-derivativo
RPN	Robust-Performance Number



## 1 Introdução

Com o objetivo de aumentar a sua rentabilidade, a indústria de processos vem sempre procurando novas técnicas para melhorar seus sistemas de controle, visando a um aumento da qualidade dos produtos, do rendimento e uma maior estabilidade operacional. Mas, para atingir estes objetivos, é necessário que o controle seja capaz de trabalhar com processos multivariáveis, com elevados tempos mortos e interações entre as variáveis, além de considerar restrições e distúrbios medidos, levando a planta para um ponto ótimo de operação (Ogunnaike & Ray, 1994). Também é importante que o controlador seja robusto quanto a erros de modelagem, distúrbios não medidos e ruídos de medição.

O MPC (do inglês Model Predictive Control) é muito empregado na indústria de processos devido à capacidade de trabalhar com sistemas multivariáveis, mesmo com forte interação entre as variáveis e a presença intrínseca de ação *feedforward*, compensando assim distúrbios medidos com bom desempenho (Camacho & Bordons, 1999). Além disso, tem-se a possibilidade de impor restrições as variáveis manipuladas e controladas.

O princípio de funcionamento do MPC é o cálculo, a cada instante de amostragem, de um conjunto de sinais de controle que leve as variáveis controladas para suas referências da forma mais eficiente, de acordo com um critério de otimização. Para isto, ele possui internamente um modelo dinâmico do processo e, através de um problema de otimização, determina o melhor conjunto de sinais de controle a serem aplicados no futuro, com o objetivo de minimizar o erro entre a trajetória predita e a trajetória utilizada como referência. Apenas o primeiro sinal de controle calculado é então aplicado na planta e os cálculos recomeçam no instante seguinte. Este procedimento é conhecido como “princípio do horizonte móvel”.

Porém, o MPC também apresenta algumas desvantagens que podem acabar limitando seu desempenho. Geralmente os modelos implementados nos controladores MPC são modelos de resposta ao degrau ou impulso, representando pobremente dinâmicas relevantes da planta (Ogunnaike & Ray, 1994). Também há uma perda de desempenho quando existem discrepâncias entre o modelo implementado e o sistema real (Camacho & Bordons, 1999). Outra desvantagem ocorre com relação aos distúrbios não medidos, já que o erro entre o valor real e o valor estimado da variável controlada no instante de amostragem é assumida como constante ao longo do horizonte de predição na maioria das versões do MPC (Ogunnaike & Ray, 1994).

Alguns métodos foram propostos a fim de reduzir os efeitos destas desvantagens, como a integração de um modelo para o distúrbio na formulação do MPC (Pannocchia & Rawlings, 2003) e a implementação de um observador de distúrbios (Silveira, 2009), além de abordagens que envolvem a atualização do modelo através do uso de filtro de Kalman, por exemplo.

O presente trabalho tem por objetivo testar, através de simulações computacionais, uma proposta de controlador preditivo multivariável baseado em modelo (MPC) com adição de um termo integral, visando melhorar o seu desempenho com relação a distúrbios não-medidos e às diferenças entre planta modelo. Tais testes serão realizados em modelos SISO de primeira e segunda ordem por simplicidade, analisando a resposta do MPC frente a distúrbios na entrada do processo e discrepâncias

entre o modelo e o sistema controlado. Também será avaliado o desempenho do controlador proposto em uma planta SISO não-linear.

Este trabalho de conclusão está estruturado da seguinte forma: no Capítulo 2 será feita a revisão bibliográfica, apresentando o funcionamento do MPC, suas vantagens e desvantagens bem como as estratégias propostas para diminuir tais desvantagens; no Capítulo 3 será apresentada a proposta de alteração na estrutura do MPC e também a metodologia utilizada para testar esta nova estrutura; no Capítulo 4 serão apresentados e discutidos os resultados e no Capítulo 5 estão as conclusões gerais do trabalho.

## 2 Revisão Bibliográfica

### 2.1 O Controlador Preditivo Baseado em Modelo (MPC)

#### 2.1.1 Elementos básicos do MPC

O princípio de funcionamento do MPC é o cálculo das saídas de controle que levem as variáveis controladas para seus *setpoints* da forma mais otimizada possível através de um problema de otimização matemática. Este procedimento é realizado a cada instante de amostragem  $k$ , determinando as saídas de controle futuras de forma a minimizar a função objetivo dada na Equação ( 2.1 ):

$$\min_{\Delta U} J \quad (2.1)$$

$$J = \sum_{i=k}^{k+P} \gamma_i (\hat{y}_i(k) - y_{set_i}(k))^2 + \sum_{i=k}^{k+M} \lambda_j \Delta U_j^2(k)$$

Onde:

$\hat{y}_i$  é a saída predita pelo modelo no instante  $i$ ;

$y_{set_i}$  é o valor do *setpoint* (ou da trajetória a ser seguida) no instante  $i$ ;

$\gamma_i$  é o peso do erro na variável controlada no instante  $i$ ;

$\lambda_k$  é o fator de supressão de movimento da saída de controle  $k$ ;

$\Delta U_k$  é o valor da saída de controle no instante  $k$ ;

$P$  é o horizonte de predição;

$M$  é o horizonte de controle;

Este problema de otimização pode ser definido de modo a obedecer as restrições apresentadas a seguir:

$$U_{\min}^{[k+M]} \leq U_{[k]}^{[k+M]} \leq U_{\max}^{[k+M]} \quad (2.2)$$

$$\Delta U_{\min}^{[k+M]} \leq \Delta U_{[k]}^{[k+M]} \leq \Delta U_{\max}^{[k+M]} \quad (2.3)$$

$$y_{\min}^{[k+P]} \leq y_{[k]}^{[k+P]} \leq y_{\max}^{[k+P]} \quad (2.4)$$

As restrições relacionadas com as saídas de controle devem ser respeitadas em todo o horizonte de controle (desde o instante  $k$  até  $k+M$ ) e as restrições da saída da planta

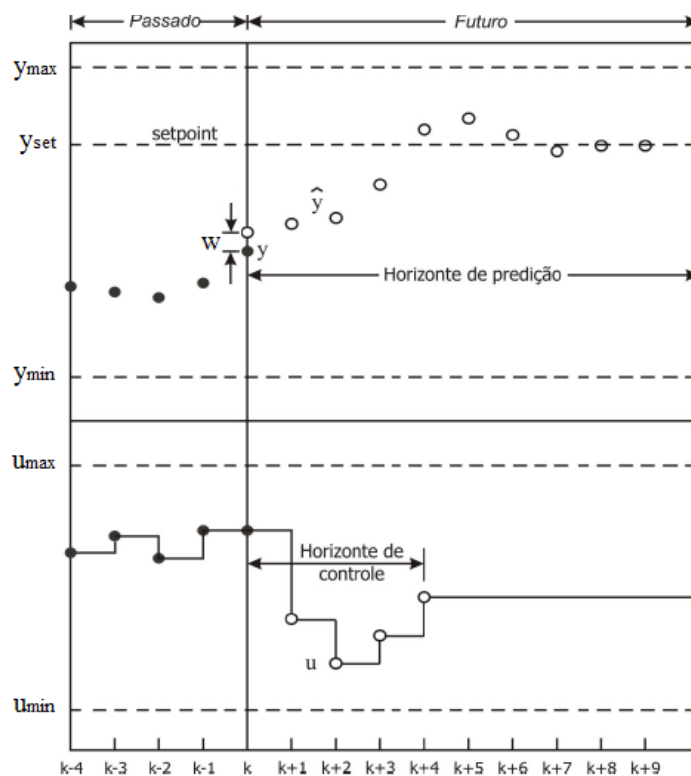
devem ser respeitadas ao longo de todo o horizonte de predição (desde o instante  $k$  até  $k+P$ ).

Para o entendimento do algoritmo utilizado pelo MPC, quatro conceitos básicos são necessários (Ogunnaike & Ray, 1994). Estas definições estão apresentadas a seguir.

- Especificação da trajetória de referência ( $y_{set}$ ): define a trajetória a qual a variável controlada  $y_i$  deve seguir. Pode ser desde um simples degrau de *setpoint* ou uma função mais suave do tempo, como uma rampa ou a resposta degrau de um filtro de primeira ordem.
- Predição da variável controlada ( $\hat{y}$ ): Considerando um modelo discreto da planta, onde  $k$  é o instante de tempo atual, consiste em prever os valores de  $\hat{y}(k+1)$ ,  $\hat{y}(k+2)$ , ...,  $\hat{y}(k+i)$  para  $i$  instantes de tempo no futuro, baseado em  $j$  saídas de controle passadas dadas por  $U(k-1)$ ,  $U(k-2)$ , ...,  $U(k-j)$  e pelas saídas de controle calculadas em  $y(k)$ . Para tanto, o MPC emprega um modelo dinâmico interno explícito da planta.
- Sequência de ações de controle ( $\Delta U$ ): A partir do modelo discreto da planta, é feito o cálculo da sequência ações de controle  $\Delta U(k)$ ,  $\Delta U(k+1)$ , ...,  $\Delta U(k+M-1)$  que minimizem a função objetivo  $J$ , dada pela Equação (2.1). O emprego desta função objetivo visa minimizar o erro entre a saída predita do processo e o *setpoint* em  $P$  instantes de tempo no futuro, sem que o esforço de controle aplicado seja excessivo, além de evitar que as restrições, caso existam, sejam ultrapassadas.
- Atualização do erro de predição ( $W$ ): Reconhecendo que há discrepâncias entre o modelo e a planta real e que ocorrem distúrbios que afetam a saída do processo, é calculado o erro de predição, dado por  $W(k) = y(k) - \hat{y}(k|k-1)$ . Este erro é utilizado para atualizar predições futuras e é assumido constante ao longo da predição na maioria das formulações do MPC.

Um exemplo é apresentado na Figura 2.1, onde o MPC projeta, a partir do instante  $k$ , o comportamento do sistema no futuro, para um horizonte de predição  $P = 9$  e horizonte de controle  $M = 4$ . As grandezas  $y_{min}$ ,  $y_{max}$ ,  $u_{min}$  e  $u_{max}$  representam os limites máximos e mínimos das variáveis controladas e manipuladas, respectivamente. O erro de predição  $W$  também é apresentado, mostrando a diferença entre a saída predita e a saída medida no instante zero.





**Figura 2.1:** Elementos básicos do MPC, Adaptado de Silveira (2009).

### 2.1.2 Características do MPC

De acordo com Ogunnaike & Ray (1994), as principais vantagens do MPC são:

- É facilmente aplicável a sistemas multivariáveis e com grandes interações entre os canais;
- trabalha facilmente com dinâmica complexas como resposta inversa e tempos mortos;
- pode utilizar modelos simples do processo, como o modelo de resposta ao degrau ou o modelo de resposta ao impulso. No entanto, as versões mais modernas do MPC empregam modelos em espaço de estados e mesmo modelo não-lineares;
- compensa o efeito de distúrbios medidos, através da aplicação de ação *feedforward* mediante um modelo do efeito dos distúrbio medidos;
- considera intrinsecamente questões de otimização e restrições na sua formulação.

Existem vários tipos de algoritmos utilizados classificados como MPC, alguns exemplos são: DMC (Dynamic Matrix Control), que utiliza modelos de resposta ao degrau, IDCOM, GPC (Generalized Predictive Controller), que utiliza modelos do tipo CARIMA, e implementações de modelos em espaço de estados e NMPCs (Nonlinear Model Predictive Control), onde modelos e otimização não linear são utilizados.

Estas características tornam o MPC muito adequado para a grande maioria dos processos industriais. Porém, ele também apresenta algumas desvantagens que, para muitas aplicações, são fontes de degradação do desempenho, tais como o efeito de distúrbios não medidos e erros de modelagem. Esta questão é particularmente importante para as formulações que empregam modelos lineares do processo, uma vez

que, na indústria, os sistemas apresentam geralmente grau razoável de não-linearidade. Lundstron *et al.* (1995) apresentou algumas limitações do controlador DMC, como a necessidade de um número excessivo de coeficientes na resposta ao degrau a fim de se obter uma boa resposta, baixa performance para distúrbios afetando as entradas da planta e baixa robustez em planta multivariáveis com forte interação entre as mesmas.

Na literatura, alguns trabalhos apresentam soluções para estes problemas, visando melhorar o comportamento do controlador na presença de perturbações. A estratégia tradicionalmente utilizada é a compensação do erro de predição  $W$  na otimização do MPC, onde este erro é assumido constante ao longo do horizonte de predição. Em outro trabalho, uma proposta simples para melhorar o desempenho frente à distúrbios foi apresentada por Maciejowsky (2000): para o algoritmo DMC, ao invés de se assumir o erro  $W$  como constante ao longo do horizonte de predição, pode-se considerá-lo com um decaimento exponencial  $\alpha$ . No entanto, esta alternativa não permite a eliminação do erro em regime permanente, já que considerá-lo constante ao longo do horizonte de predição é a condição para que haja uma ação integral atuante neste erro.

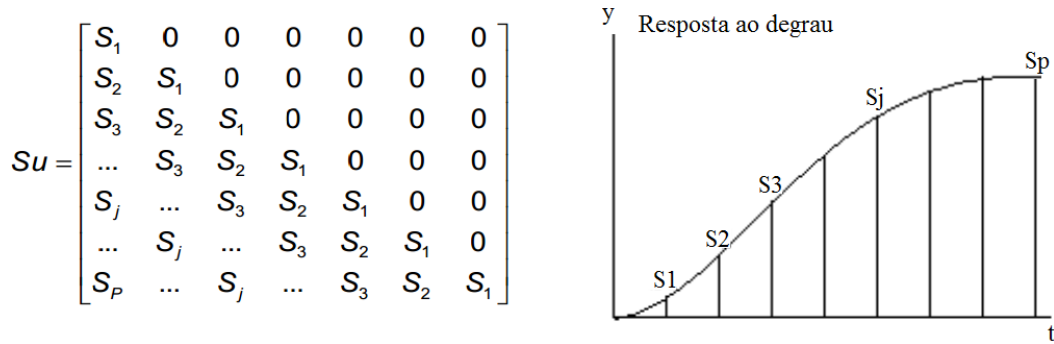
Silveira (2009) propôs a utilização do preditor de Smith para criar um observador de distúrbios não medidos a fim de compensá-los. Ele conseguiu melhorar o desempenho do MPC frente a distúrbios não-medidos do tipo degrau e rampa, diminuindo o efeito destes distúrbios na variável de saída.

Outras abordagens são mais complexas e envolvem a geração de um modelo aumentado para incluir efeito dos distúrbios. Pannocchia & Rawlings (2003) propuseram uma compensação de distúrbios na qual o erro entre os estados preditos e os medidos eram integrados e compensados na predição através de um modelo do efeito do distúrbio na saída. Skogestad & Faanes (2005) estudaram a compensação de distúrbios não-medidos a partir de modelos nos quais os efeitos destes eram estimados e compensados nos estados do sistema, criando uma forma de ação integral para tais distúrbios. Ambos obtiveram resultados de erro zero em regime permanente para perturbações constantes com o uso desta técnica.

Uma abordagem para estimar estados não medidos foi testada por Paim (2009), o qual se utilizou das técnicas de Filtro de Kalman em um MPC com modelo em espaço de estados. Seus resultados foram comparados com uma correção por *bias* proporcional à discrepância entre as saídas medidas e o seu valor predito. Suas conclusões foram que para modelos lineares, a correção por *bias* apresentou-se marginalmente melhor do que a estimação de estados.

### 2.1.3 O controlador DMC

Uma das formulações de MPC mais empregadas é o DMC. Este método utiliza como modelo a resposta ao degrau ou a resposta impulsiva do sistema, truncada nas  $P$  primeiras amostras (Camacho & Bordons, 1999). A Figura 2.2 ajuda a ilustrar este método.



**Figura 2.2:** Estrutura da matriz  $S_u$ .

Na Figura 2.2 pode ser visto que a primeira coluna da matriz  $S_u$  apresenta os valores da resposta ao degrau do sistema amostrado truncados na  $P$ -ésima amostra. A cada coluna seguinte, a resposta ao degrau é deslocada de uma amostra. A quantidade de colunas da matriz  $S_u$  está relacionada com o horizonte de controle  $M$ , tornando a matriz  $S_u$  uma matriz  $P \times M$ .

A equação utilizada para a predição da saída  $\hat{y}$  é apresentada na Equação ( 2.5 ).

$$\hat{y}_{[1]}^{[P]} = S_u \Delta U_{[0]}^{[P-1]} + y_{B[1]}^{[N]} + S_D \Delta D_{[0]}^{[P-1]} + W \tag{ 2.5 }$$

Nesta equação,  $S_u$  é a matriz dinâmica,  $y_B$  representa a resposta livre do sistema, dada pelos efeitos das ações de controle aplicadas no passado, os quais são independentes das ações futuras (Camacho & Bordons, 1999). O termo  $S_D \Delta D$  é a contribuição dos distúrbios medidos na saída, e  $S_D$  é o modelo do efeito dos distúrbios, possuindo formato similar à matriz dinâmica. O último termo  $W$  corresponde ao erro de predição que é calculado como mostra a Equação ( 2.6 ):

$$W = y(k) - \hat{y}(k|k - 1) \tag{ 2.6 }$$

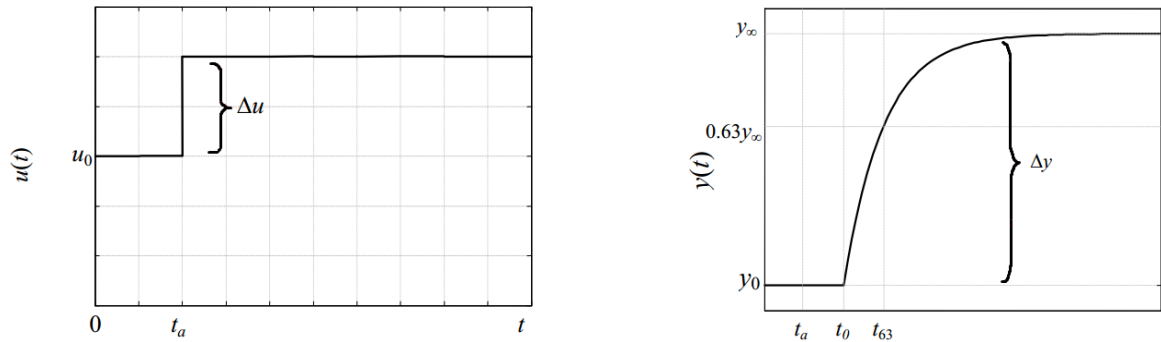
Sendo  $\hat{y}(k|k - 1)$  a predição feita para o instante  $k$  no instante  $k - 1$ . O objetivo de usar este termo  $W$  é o de inserir uma realimentação no algoritmo do MPC e compensar possíveis distúrbios e erros de modelagem.

O problema de controle resolvido corresponde à obtenção das ações de controle  $\Delta U$  que mimizam a função objetivo apresentada na Equação ( 2.1 ). Para o caso sem restrições, este problema pode ser resolvido de forma analítica (Maciejowsky, 2000), enquanto para o caso com restrições (Equação ( 2.2 ) e seguintes), o problema a ser resolvido é de programação quadrática e deve ser resolvido iterativamente.

## 2.2 Identificação dos modelos

Existem inúmeros métodos de identificação de parâmetros, tanto para modelos fenomenológicos quanto para modelos empíricos. Seborg *et al.* (2010) apresenta um método experimental para obtenção de modelos lineares do processo a partir de perturbações na variável manipulada. Este métodos consiste em perturbar o processo aplicando-se degraus e, a partir da resposta dinâmica do sistema, calcular as variáveis de

um sistema aproximado de primeira ordem. A Figura 2.3 apresenta a forma de obtenção deste modelo.



**Figura 2.3:** Ilustração do método de obtenção de modelo de resposta ao degrau do sistema.

Para obtenção do modelo que será utilizado na matriz  $S_u$ , a partir da perturbação  $\Delta u$ , amostra-se a resposta do sistema desde  $t_a$  (instante da aplicação do degrau) até aproximadamente  $5\tau$ , onde  $\tau$  é a constante de tempo da planta, determinada por  $t_{63} - t_0$ , que são, respectivamente, o tempo em que a variável controlada atinge 63% do seu valor final e o tempo morto da variável controlada. Após a amostragem, a resposta obtida é normalizada, subtraindo-se  $y_0$  e dividindo-se por  $\Delta u$  todos os coeficientes.

Para sistemas MIMO, este método pode ser estendido realizando-se perturbações individuais em cada entrada da planta e analisando a resposta de cada saída individualmente, obtendo assim múltiplos modelos SISO relacionando a influência de cada entrada com cada saída da planta.

### 3 Metodologia

Neste trabalho, será proposta e testada uma estratégia simples de controle MPC que visa compensar tanto os erros de modelagem quanto o efeito dos distúrbios em controladores DMC, com a ressalva de que este trabalho considerará apenas distúrbios não-medidos. Para isso, será alterado o termo de realimentação do MPC isto é, o erro de predição  $W$  será substituído por uma compensação em paralelo, dado pela integral do erro entre o *setpoint* e a saída medida do processo.

#### 3.1 Controle Preditivo Baseado em Modelo com Termo Integral (MPC+I)

A proposta deste trabalho consiste em associar à ação do MPC, removendo-se a correção do erro de predição  $W$  deste, uma parcela correspondente à integral do erro entre o *setpoint*  $y_{set}$  e a saída medida do sistema  $y$ . O objetivo é tirar proveito das vantagens de cada um destes princípios de atuação.

A motivação para realizar os testes com essa estrutura de controle baseia-se no fato do MPC ser um controlador que atua com foco nos instantes futuros de tempo, buscando otimizar suas ações baseado num modelo da planta, enquanto que a parcela integral atua com base no erro passado, compensando as imperfeições do modelo e levando a planta para erro nulo em regime permanente. Com isto, a estrutura proposta visa ser similar a uma estrutura de controle PID, na qual a ação derivativa seria substituída pelo MPC, objetivando uma boa performance servo, enquanto a ação integral busca uma boa resposta frente a distúrbios e erros de modelagem em regime permanente.

A estrutura proposta é inicialmente bastante simples e envolve o MPC em paralelo com a ação integral, de forma que o controle preditivo atua em malha aberta. Com essa estratégia, o MPC estaria responsável apenas por otimizar as mudanças de *setpoint*, enquanto que o integrador auxiliaria no desempenho servo e seria responsável pela correção de possíveis erros de modelagem e distúrbios não medidos.

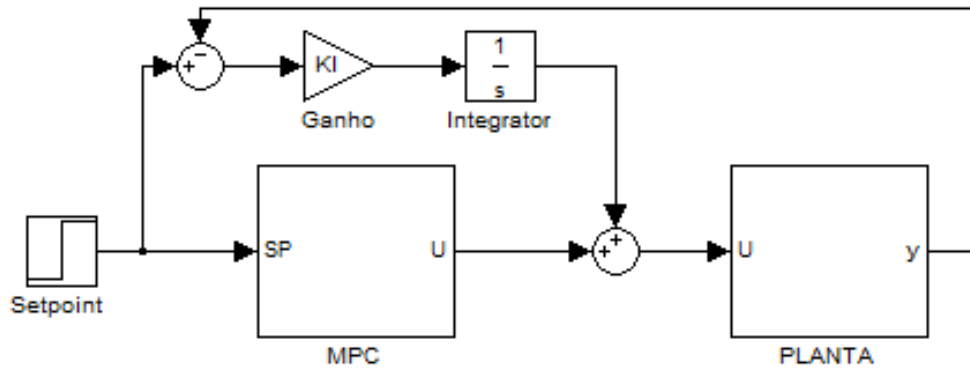
Para esta estrutura, a ação de controle final toma a seguinte forma:

$$\hat{y}_{[k]}^{[P]} = S_u \Delta U_{MPC}[k] + y_B[N] + S_D \Delta D[k] \quad (3.1)$$

$$U_{int}(k) = KI(y_{set}(k) - y(k)) + U_{int}(k - 1) \quad (3.2)$$

$$U(k) = \Delta U_{MPC}(k) + U_{int}(k) \quad (3.3)$$

onde  $U_{int}$  é a ação de controle dada pelo integrador do erro,  $KI$  é o ganho integral que fará a ponderação deste erro e  $U(k)$  é a saída efetiva do controlador MPC+I. A estrutura de blocos utilizada para a simulação deste controlador no SIMULINK é apresentada na Figura 3.1. Nesta estrutura, como dito anteriormente, tem-se o MPC atuando em malha aberta sobre alterações no *setpoint* enquanto que a ação integral atua em paralelo sobre a diferença entre o *setpoint* e a saída da planta.



**Figura 3.1:** Estrutura em SIMULINK® do MPC+I.

Para avaliar o desempenho do MPC+I, serão realizadas simulações computacionais com plantas de 1ª e 2ª ordens e com um sistema não linear, todos SISO. Nestas simulações, o MPC+I será comparado com um MPC tradicional segundo o algoritmo DMC. Os parâmetros considerados para o MPC e o MPC+I serão os mesmos, com o objetivo de avaliar a influência da adição da ação integral nestas estratégias. Também serão avaliados, para o caso da planta de 1º ordem, o efeito dos parâmetros  $\gamma_i$ ,  $\lambda_i$  e  $KI$  do controlador MPC+I.

Outra estrutura que será avaliada é o MPC+IW, onde será alterado o termo da integral do erro entre o *setpoint* e a saída medida para a integral do erro de predição  $W$ , ainda mantendo o MPC em malha aberta, conforme mostrado abaixo:

$$U_{int}(k) = KI(\hat{y}(k|k-1) - y(k)) + U_{int}(k-1) \quad (3.4)$$

$$U(k) = \Delta U_{MPC}(k) + U_{int}(k) \quad (3.5)$$

onde  $\Delta U_{MPC}(k)$  é calculado do mesmo modo que no controlador MPC+I.

Com esta estratégia, procura-se reduzir os efeitos da ação integral em alterações no setpoint, pois o erro de predição  $W$  tende a ser menor do que o erro entre o setpoint e saída medida, e uma atuação semelhante ao MPC+I no caso de controle regulatório, já que a saída predita pelo MPC será o próprio setpoint.

Os testes para esta estrutura serão realizados com o modelo de 1ª ordem e com o modelo não-linear, analisando sua resposta servo e regulatória. Os parâmetros do MPC+IW são os mesmo do MPC+I.

### 3.2 Configuração do MPC

A configuração do controlador MPC foi feita de forma padrão para todos os casos, com o objetivo de minimizar a influência da sintonia nos resultados. O algoritmo escolhido foi o DMC tradicional, onde os parâmetros do modelo foram obtidos através da resposta ao degrau do sistema. Para todos os casos, foram considerados que o horizonte de predição é  $P = 6\tau$ , onde  $\tau$  é a constante de tempo mais lenta do processo, e o horizonte de controle é dado por  $M = P/4$ .

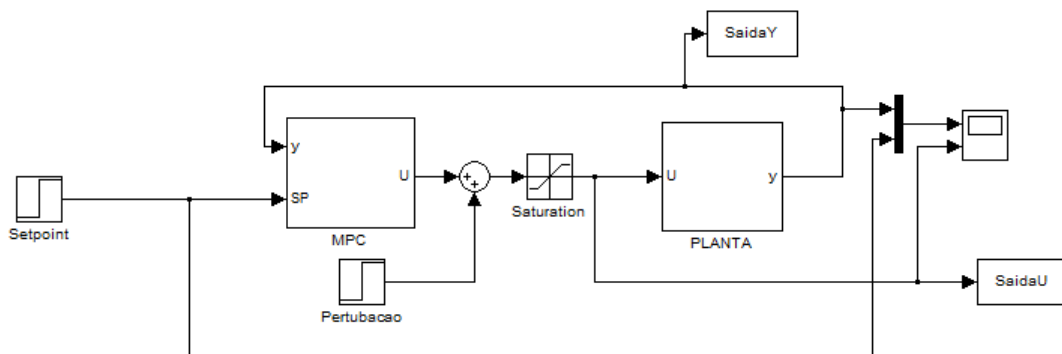
O ganho integral  $KI$  foi calculado baseado nas estratégias de sintonia de PID, como Ziegler & Nichols e ITAE, onde o cálculo do tempo integral  $TI$  depende apenas da constante de tempo  $\tau$  e do tempo morto  $\theta$  da planta (Campos e Teixeira, 2010). Após alguns testes com as plantas de 1º e 2º ordem, determinou-se que o ganho  $KI$ , para um modelo de primeira ordem, será calculado como apresentado na Equação ( 3.6 ), e para um modelo de segunda ordem, como apresentado na Equação ( 3.7 ).

$$KI = \frac{1}{5(\tau + \theta)}, \quad \text{para } e^{-\theta s} \cdot \frac{K}{\tau s + 1} \quad (3.6)$$

$$KI = \frac{1}{5 \max(\tau_1, \tau_2)}, \quad \text{para } \frac{K}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \quad (3.7)$$

Os pesos  $\alpha_i$  e  $\lambda_i$  para os testes com as plantas lineares serão considerados iguais a 1. Para o modelo não linear, foram selecionados os pesos empregados por Silveira (2009), já que o modelo da planta não linear utilizado por ele é o mesmo que será utilizado neste trabalho.

As simulações do controlador foram realizadas no SIMULINK®. A estrutura básica das simulações está apresentada na Figura 3.2.



**Figura 3.2:** Estrutura básica utilizada para a realização das simulações no SIMULINK®.

O bloco “MPC” possui o controlador implementado na forma de S-function do MATLAB® e o bloco “PLANTA”, o modelo do sistema que será controlado. O *script* utilizado na S-function está apresentado no APÊNDICE e uma breve descrição do seu funcionamento é apresentada a seguir:

- Primeiramente são lidos os valores de entrada (*setpoint* e *y*), aplicada a saída *U* e calculado o erro de predição *W*;
- após o cálculo do *W*, parte-se para a otimização através do modelo DMC da planta, utilizando a função *fmincon* do MATLAB®. A escolha desta função se dá pelo fato de poder contemplar restrições;
- com a otimização concluída, computa-se a resposta livre do sistema, a predição  $\hat{y}(k|k + 1)$  que será utilizada no próximo instante de amostragem para o cálculo do *W* e soma-se a saída  $\Delta U$ , calculado na otimização, com a saída anterior *U* do MPC;
- aguarda-se o próximo instante de amostragem para repetir o algoritmo.

### 3.3 Caso 1: Planta linear de 1º ordem

No primeiro caso, será simulado o comportamento do controlador MPC+I e comparado com os resultados obtidos com o MPC na representação tradicional de DMC. Para isto, será considerado o modelo de primeira ordem com tempo morto apresentado pela Equação ( 3.8 ) com os parâmetros apresentados na Tabela 3.1.

$$G(s) = e^{-\theta s} \frac{K}{\tau s + 1} \quad (3.8)$$

Na Equação ( 3.8 ),  $K$  é o ganho do processo,  $\tau$  é a constante de tempo do processo e  $\theta$  é o tempo morto do processo.

**Tabela 3.1:** Parâmetros nominais da planta de 1º ordem.

Parâmetro	Valor
Ganho da planta ( $K$ )	1
Constante de tempo ( $\tau$ )	2
Tempo morto ( $\theta$ )	0,25

O modelo utilizado pelo MPC para a planta de 1º ordem foi obtido aplicando um degrau unitário utilizando a função *step* do MATLAB®. A partir deste degrau, foram amostrados pontos (com tempo de amostragem de 1 s ) até a planta entrar em regime permanente. A matriz dinâmica  $S_U$  foi então construída com esta resposta ao degrau. Os parâmetros dos controladores estão apresentados na Tabela 3.2.

**Tabela 3.2:** Parâmetros utilizados no MPC para a simulação com a planta de 1º ordem.

Parâmetro	MPC	MPC+I
Horizonte de previsão ( $P$ ) (amostras)	12	12
Horizonte de controle ( $M$ ) (amostras)	4	4
Ganho integral ( $KI$ )	-	0,1

A fim de analisar o comportamento do MPC+I frente a distúrbios e erros de modelagem, foram realizadas simulações variando-se os parâmetros  $K$ ,  $\theta$ , e  $\tau$  da planta, desde a metade até o dobro do seu valor nominal. Também foram analisadas suas respostas frente a um distúrbio do tipo degrau unitário na entrada da planta. Neste último teste, foi comparado o desempenho do MPC, do MPC+I e do MPC+IW utilizando os mesmos parâmetros nos três controladores, e também a análise do MPC+I frente a variação dos parâmetros  $\gamma$ ,  $\lambda$  e  $KI$  do controlador.

### 3.4 Caso 2: Planta linear de 2º ordem



O segundo caso envolve a simulação do comportamento do MPC+I e a comparação com os resultados obtidos com o MPC tradicional. Para isto, será considerado o modelo de segunda ordem apresentado pela Equação ( 3.9 ) com os parâmetros apresentados na Tabela 3.3. Estes parâmetros foram escolhidos para tornar a planta subamortecida.

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (3.9)$$

**Tabela 3.3:** Parâmetros da planta de 2º ordem.

Parâmetro	Valor
Fator de amortecimento ( $\xi$ )	0,3
Frequência natural amortecida ( $\omega_n$ )	0,5

O modelo da planta de 2º ordem a ser utilizado pelo MPC foi obtido através do mesmo procedimento que no caso 1. Os parâmetros dos controladores testados estão apresentados na Tabela 3.4.

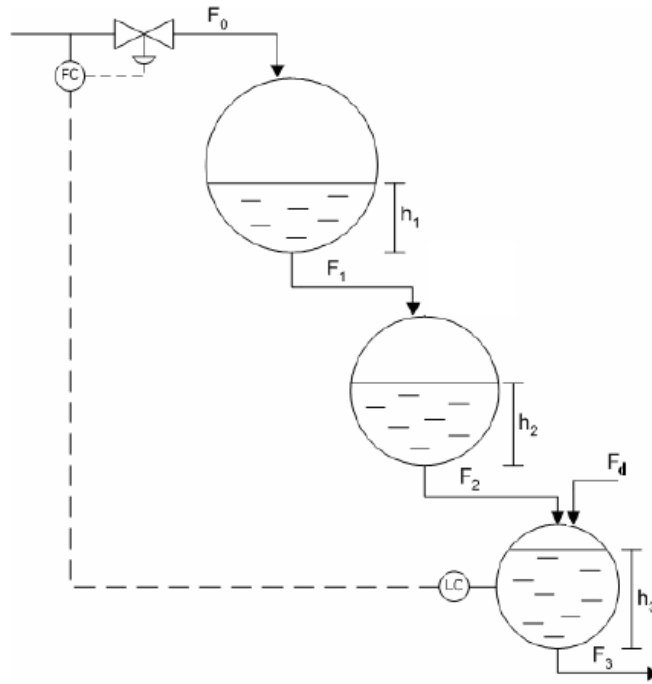
**Tabela 3.4:** Parâmetros utilizados no MPC para a simulação com a planta de 2º ordem.

Parâmetro	MPC	MPC+I
Horizonte de predição (P) (amostras)	41	41
Horizonte de controle (M) (amostras)	10	10
Ganho integral (KI)	-	0,03

A fim de analisar o comportamento do MPC+I frente a distúrbios e erros de modelagem, foram realizadas simulações variando-se o parâmetro  $\xi$  entre 0,1 e 0,5. Também será analisada sua resposta frente a um distúrbio do tipo degrau unitário na entrada da planta.

### 3.5 Caso 3: Planta não linear

Para a simulação considerando uma planta não-linear, foi utilizado o modelo de uma planta de três tanques esféricos, como apresentado Figura 3.3.



**Figura 3.3:** Esquema da planta de três tanques esféricos.

O objetivo de controle neste caso é, manipulando-se a vazão de entrada  $F_0$ , controlar o nível  $h_3$ . O teste envolve a verificação da ação dos controladores frente a mudanças de *setpoint* de nível em  $h_3$  e frente a uma perturbação na entrada do tanque 3, dada por uma vazão  $F_d$ .

A partir deste esquema, foi obtido um modelo fenomenológico não linear. Para o balanço de massa de cada tanque e considerando a densidade constante, têm-se as seguintes equações.

$$A_1(h_1) \frac{d(h_1)}{dt} = F_0 - CD_1 \sqrt{h_1} \quad (3.10)$$

$$A_2(h_2) \frac{d(h_2)}{dt} = CD_1 \sqrt{h_1} - CD_2 \sqrt{h_2} \quad (3.11)$$

$$A_3(h_3) \frac{d(h_3)}{dt} = CD_2 \sqrt{h_2} - CD_3 \sqrt{h_3} \quad (3.12)$$

$$A_i(h_i) = \pi h_i (D_i - h_i), \quad \text{para } i = 1, 2, 3 \quad (3.13)$$

Os parâmetros utilizados no modelo estão apresentados na Tabela 3.5.

**Tabela 3.5:** Parâmetros utilizados pelo modelo de planta não linear.

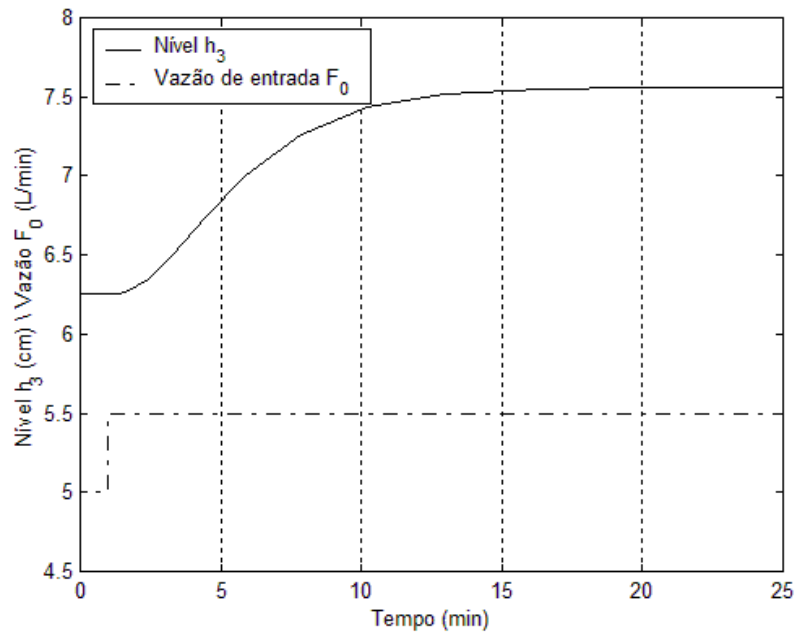
Parâmetro	Diâmetro (cm)	Coefficiente de descarga (CD) [cm <sup>2,5</sup> /s]
Tanque 1	35	30
Tanque 2	30	33,33
Tanque 3	30	33,33

Os parâmetros do modelo são aqueles empregados por Silveira (2009). O mesmo autor apresenta parâmetros de sintonia para o controlador MPC, o peso dos desvios da variável controlada ( $\gamma$ ) e o fator de supressão da variável manipulada ( $\lambda$ ), utilizando a metodologia RPN para este mesmo exemplo. O horizonte de predição (P) e o horizonte de controle (M) foram determinados a partir da resposta ao degrau da planta apresentada na Figura 3.4. Este modelo foi obtido considerando-se os pontos de operação apresentados na Tabela 3.6.

**Tabela 3.6:** Parâmetros utilizados pela MPC e MPC+I para a simulação com a planta não linear.

Parâmetro	Ponto de operação
Nível do tanque 1 ( $h_1$ )	7,7 cm
Nível do tanque 2 ( $h_2$ )	6,2 cm
Nível do tanque 3 ( $h_3$ )	6,2 cm
Vazão de entrada ( $F_0$ )	5 L/min

Para a obtenção do modelo linear, foi aplicado um degrau de 0,5L/min na entrada do processo ( $F_0$ ) e amostrada sua resposta dinâmica, considerando um tempo de amostragem de 1 min. A resposta da planta está apresentada na Figura 3.4: Resposta da planta a um distúrbio de 0,5 L/min em  $F_0$ .e os parâmetros utilizados pelos controladores estão apresentados na Tabela 3.7.



**Figura 3.4:** Resposta da planta a um distúrbio de 0,5 L/min em  $F_0$ .

**Tabela 3.7:** Parâmetros utilizados pela MPC e MPC+I para a simulação com a planta não linear.

Parâmetro	MPC	MPC+I
Horizonte de predição (P) (amostras)	33	33
Horizonte de controle (M) (amostras)	8	8
Peso do desvio da variável controlada ( $\gamma$ )	0,4896	0,4896
Fator de supressão de movimentos ( $\lambda$ )	1,1774	1,1774
Ganho integral (KI)	-	$6,2 \times 10^4$

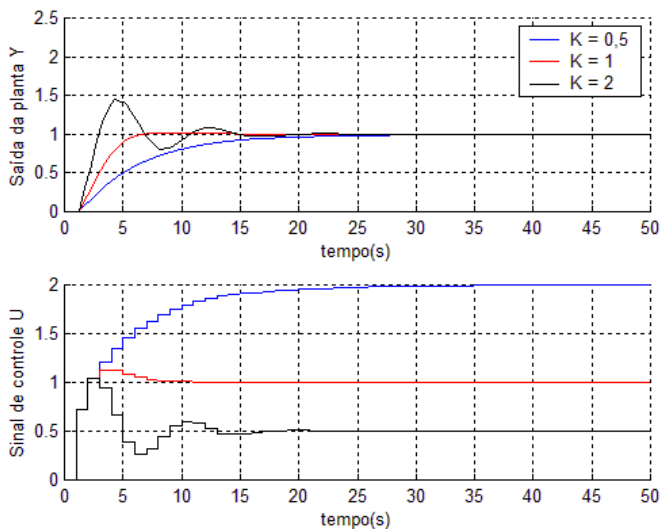
O teste foi realizado aplicando-se uma alteração de 6,25 cm para 7,25 cm no *setpoint* em  $t = 3$  min, uma alteração no *setpoint* para 6,5 cm em  $t = 8$  min e, por fim, uma perturbação de 0,5 L/min em  $F_d$  no instante  $t = 160$  min.

## 4 Resultados

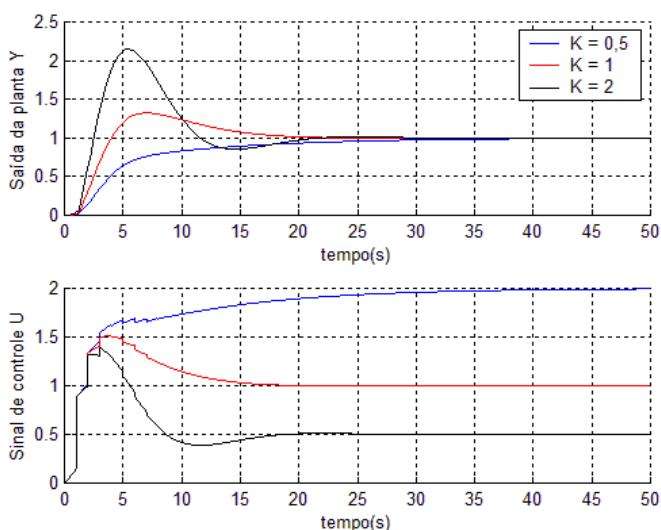
### 4.1 CASO 1: Planta linear de 1º ordem

#### 4.1.1 Teste 1: Variando o ganho $K$

As Figura 4.1 e Figura 4.2 apresentam a resposta do sistema com os controladores MPC e MPC+I, respectivamente. Nota-se que o MPC possui uma atuação mais rápida quando comparado ao MPC+I, tanto para valores maiores quanto para valores menores do ganho da planta  $K$ . Cabe ressaltar que o ganho nominal da planta é  $K = 1$ .



**Figura 4.1:** Resposta do MPC para o sistema de primeira ordem variando o ganho  $K$  do sistema.

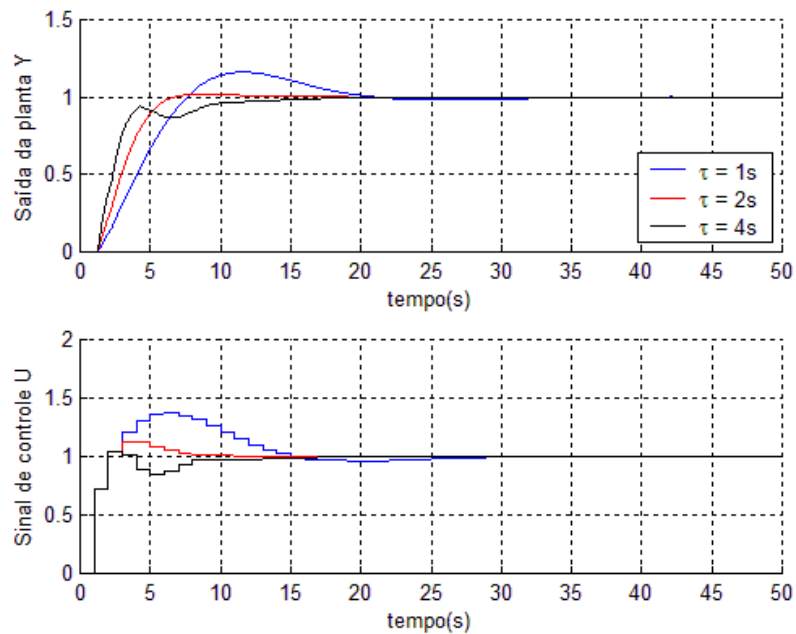


**Figura 4.2:** Resposta do MPC+I para o sistema de primeira ordem variando o ganho  $K$  do sistema.

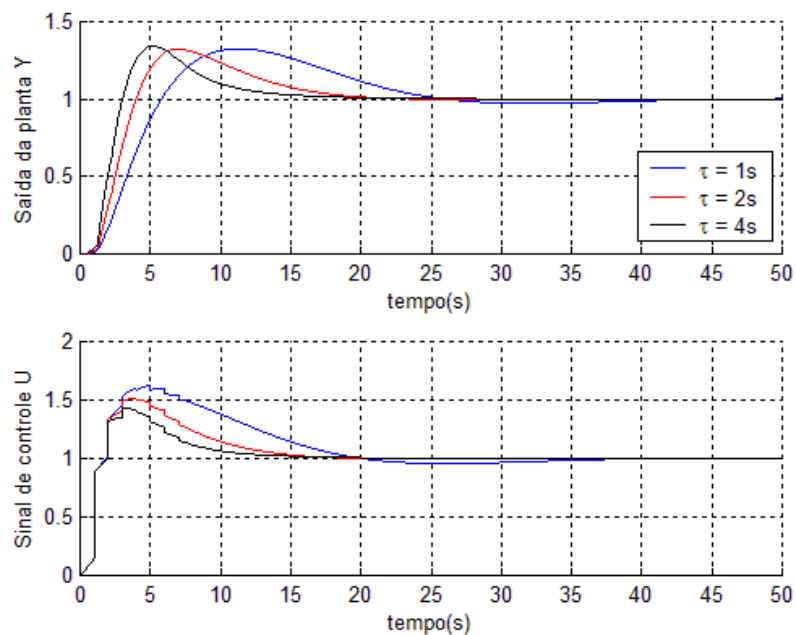
#### 4.1.2 Teste 2: Variando o $\tau$

As Figura 4.3 e Figura 4.4 apresentam a resposta do sistema com os controladores MPC e MPC+I, respectivamente. Para variações na constante de tempo, o controlador

MPC apresentou-se mais rápido tanto para diminuições quanto para aumentos da constante de tempo  $\tau$ . Cabe lembrar que a constante de tempo nominal é  $\tau = 2s$ .



**Figura 4.3:** Resposta do MPC para o sistema de primeira ordem variando a constante de tempo  $\tau$  do sistema.

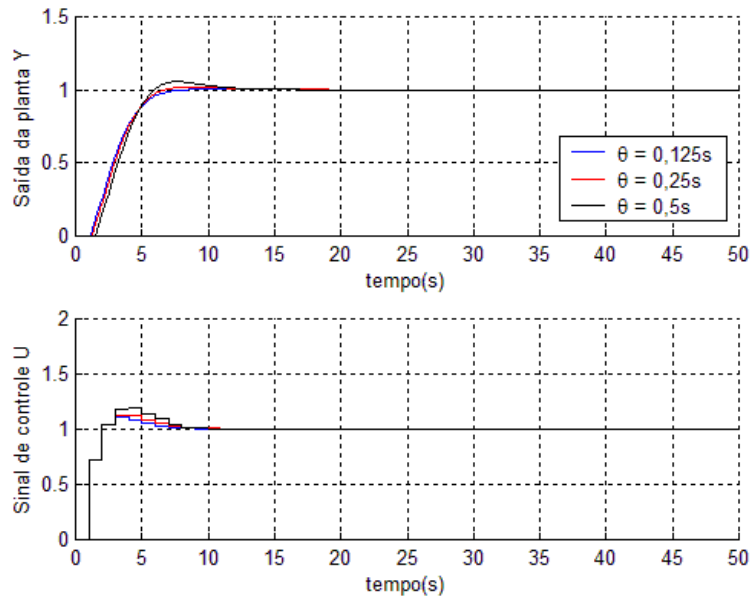


**Figura 4.4:** Resposta do MPC+I para o sistema de primeira ordem variando a constante de tempo  $\tau$  do sistema.

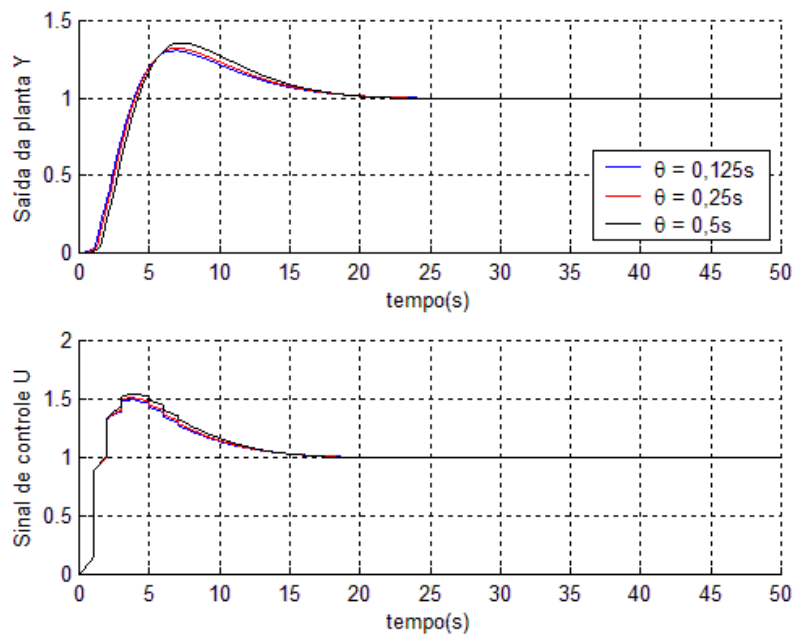
#### 4.1.3 Teste 3: Variando o $\theta$

As Figura 4.5 e Figura 4.6 apresentam a resposta do sistema com os controladores MPC e MPC+I, respectivamente. Para variações no  $\theta$ , o controlador MPC apresentou desempenho superior, com menor *overshoot* e tempo de assentamento tanto para

aumento quanto para diminuição do tempo morto. Cabe lembrar eu o tempo morto nominal é  $\theta = 0,25s$ .



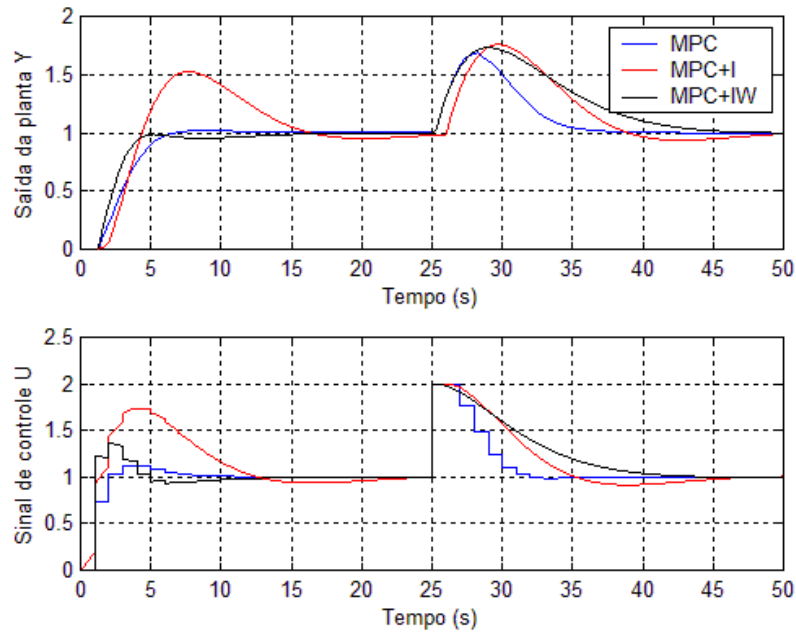
**Figura 4.5:** Resposta do MPC para o sistema de primeira ordem variando o tempo morto  $\theta$  do sistema.



**Figura 4.6:** Resposta do MPC+I para o sistema de primeira ordem variando o tempo morto  $\theta$  do sistema.

#### 4.1.4 Teste 4: Distúrbio na entrada do sistema

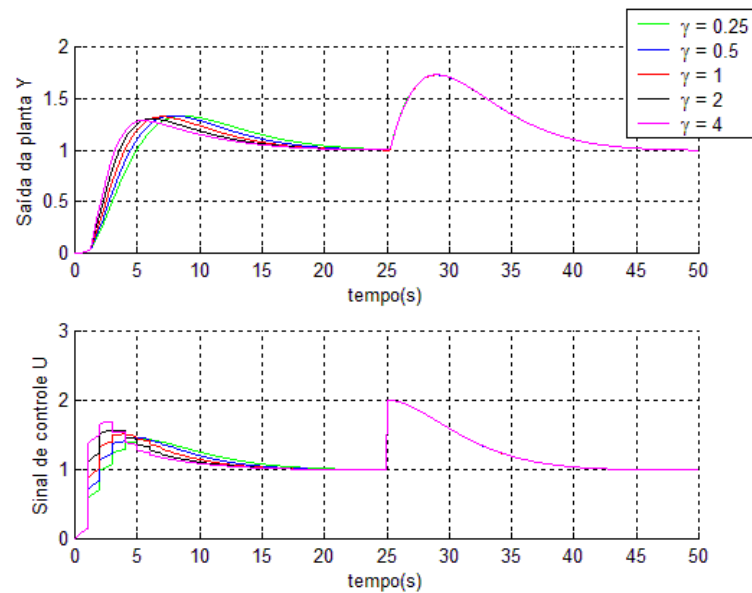
A Figura 4.7 apresenta as respostas do sistema controlado pelo MPC e MPC+I. Neste teste, o controlador MPC apresentou uma resposta mais rápida para a rejeição da perturbação e com um menor *overshoot* comparado ao MPC+I. Porém, o MPC+IW apresentou resposta mais rápida quando à mudança de *setpoint*.



**Figura 4.7:** Resposta do MPC, MPC+I e do MPC+IW para o sistema de primeira ordem com perturbação na sua entrada.

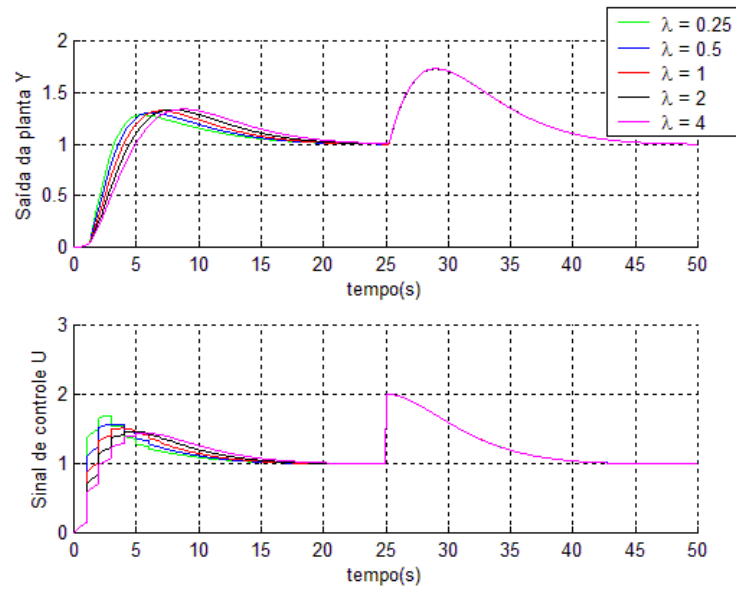
#### 4.1.5 Teste 5: Alteração nos parâmetros do MPC+I

As Figura 4.8, Figura 4.9 e Figura 4.10 apresentam, respectivamente, a resposta da planta de 1<sup>o</sup> ordem frente a variações nos parâmetros  $\gamma$ ,  $\lambda$  e  $KI$  do MPC+I.

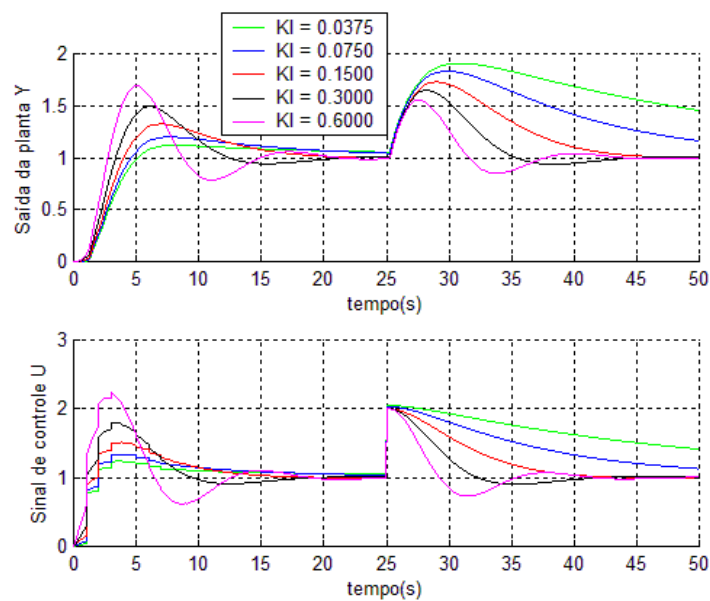


**Figura 4.8:** Resposta do MPC+I para o sistema de primeira ordem alterando o parâmetro  $\gamma$  do controlador.





**Figura 4.9:** Resposta do MPC+I para o sistema de primeira ordem alterando o parâmetro  $\lambda$  do controlador.



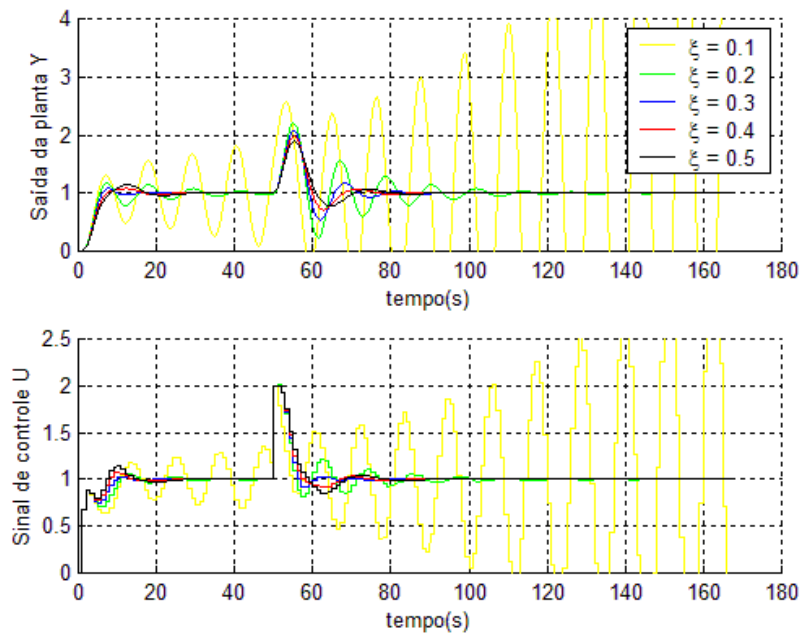
**Figura 4.10:** Resposta do MPC+I para o sistema de primeira ordem alterando o parâmetro  $KI$  do controlador.

Pode-se notar que variações no peso do erro de predição e no fator de supressão não alteram significativamente o desempenho do MPC+I, porém alterações no ganho integral afetam significativamente seu desempenho. Quanto maior o ganho integral, mais rápido o MPC+I responde a perturbação, porém aumenta o *overshoot*, tanto na rejeição da perturbação quanto no seguimento de referência.

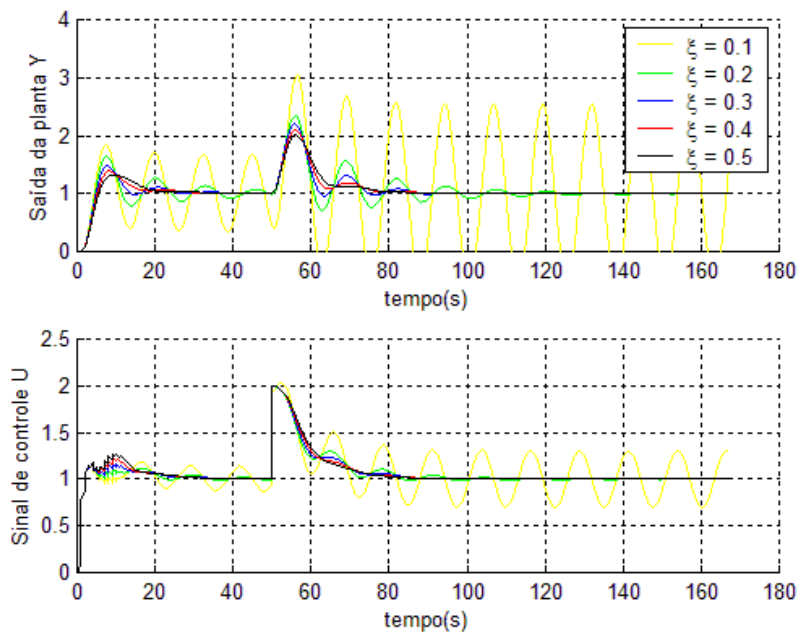
Os resultados das simulações para a planta de 1° ordem apresentaram, no geral, melhor desempenho para o controlador MPC comparado ao controlador MPC+I. O teste com variação nos parâmetros  $\gamma$  e  $\lambda$  do controlador MPC+I apresentaram pouco efeito na ação de controle, porém efeitos significativos com a variação do  $KI$ .

#### 4.2 Caso 2: Planta linear de 2º ordem

Os resultados das simulações com os controladores MPC e MPC+I estão apresentados na Figura 4.11 e na Figura 4.12.



**Figura 4.11:** Resposta do MPC para a planta linear de segunda ordem com variação no fator de amortecimento  $\xi$  e perturbação na entrada da planta.



**Figura 4.12:** Resposta do MPC+I para a planta linear de segunda ordem com variação no fator de amortecimento  $\xi$  e perturbação na entrada da planta.

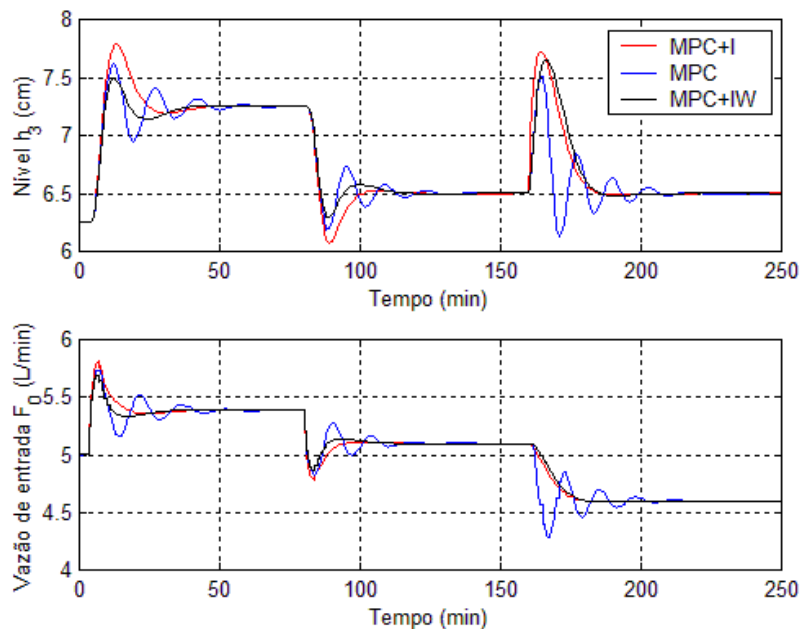
Analisando o comportamento servo da planta, o controlador MPC apresentou um desempenho com menor *overshoot* e menor tempo de assentamento comparado ao MPC+I.

Com relação ao desempenho regulatório dos controladores, nota-se que o controlador MPC+I apresentou um maior *overshoot* em relação ao MPC, porém ele se mostrou mais robusto. Isto é evidenciado na simulação com  $\xi = 0,1$ , onde o MPC apresenta uma resposta instável e o MPC+I uma resposta oscilatória, porém estável.

### 4.3 Caso 3: Planta não linear

A Figura 4.13 apresenta a resposta da planta não linear com os controladores MPC, MPC+I e MPC+IW. Avaliando-se o desempenho servo dos controladores, para a planta não linear, o MPC+I apresentou maior *overshoot* comparado ao MPC e MPC+IW, porém, ele, juntamente com o MPC+IW, apresentaram uma resposta mais rápida e menos oscilatória, tanto para o degrau positivo quanto para o negativo.

Analisando-se o desempenho regulatório, o MPC+I e o MPC+IW reagiram mais lentamente à perturbação, rejeitando-a mais rapidamente e sem apresentar *overshoot*, comparado ao MPC.



**Figura 4.13:** Resposta do MPC e MPC+I para a planta não linear com alteração de setpoint e a perturbação  $F_d$ .

## 5 Conclusões

Pode-se notar que a mudança da forma de realimentação de erro de predição para ação integral, deixando o MPC em malha aberta, tornou os sistemas menos oscilatórios e com uma resposta mais suave. Deve-se observar que os parâmetros utilizados para os controladores MPC são os mesmos nos dois controladores e o cálculo do ganho integral foi feito da mesma forma para os três casos.

A alteração dos parâmetros do controlador MPC na estratégia MPC+I não apresentaram mudanças significativas na resposta da planta em malha fechada, porém alterações no ganho integral modificaram tanto o tempo de assentamento, quanto o tempo de subida da resposta.

Sobre a atuação servo do MPC+I, este se mostrou eficiente quanto ao seguimento de referência, porém quanto à dinâmica, apresentou ser menos eficiente, principalmente quando não haviam discrepâncias entre o modelo e planta. De fato, este efeito era esperado, pois o modelo em malha aberta do MPC fará com que ele calcule de forma otimizada as saídas de controle a fim de tornar a dinâmica do sistema a melhor possível. Porém, a ação integral em paralelo também contribui com o aumento da ação de controle, causando o *overshoot* apresentado nas mudanças de *setpoint*.

Analisando-se o desempenho regulatório, o MPC+I apresentou um tempo de assentamento menor, porém, o tempo de subida foi maior, comparado ao MPC. Para sistemas onde oscilações em torno do *setpoint* devido à presença de distúrbios não medidos são prejudiciais ao seu funcionamento, esta configuração de MPC pode ser uma boa alternativa.

Quanto aos erros de modelagem, para variações no ganho e no amortecimento das plantas, o MPC+I apresentou-se mais robusto, mantendo a estabilidade para discrepâncias no amortecimento de até quatro vezes o modelo original, como visto no teste com a planta de 2º ordem. Quanto a discrepâncias no tempo morto e na constante de tempo, O MPC+I apresentou performance inferior compara ao MPC.

Analisando a atuação do MPC+IW, este apresentou uma resposta semelhante ao MPC+I em relação ao desempenho regulatório, porém apresentou melhor desempenho quando a mudanças de *setpoint*, com tempo de assentamento menor que o MPC. Estes fatos estão relacionados à pequena contribuição da integral frente à mudanças de *setpoint* devido ao erro de predição ser pequeno, e, em relação ao desempenho regulatório, a resposta é próxima à do controlador MPC+I pelo fato da saída predita em malha aberta em regime permanente ser próxima ao valor de *setpoint*, tornando a integral do erro de predição parecida com a integral do erro entre o *setpoint* e a saída da planta.

Como sugestões para trabalhos futuros, pode-se estudar a possibilidade de manter uma parcela proporcional dentro da estrutura MPC, juntamente com o integrador em paralelo, fazendo com que o MPC atue também na rejeição de distúrbios. Também pode-se estudar a estabilidade do sistema MPC+I e MPC+IW analiticamente, buscando métodos de sintonia dos parâmetros, e realizar testes com sistemas reais e também multivariáveis.

## 6 Referências

- CAMACHO, E.F, BORDONS, C., *Model Predictive Control*. Ed. Springer-Verlag, 1999.
- CAMPOS, M. C. M. M., TEIXEIRA, H. C. G., *Controles típicos de equipamentos e processos industriais*. 2ª ed. São Paulo-SP : Blücher, 2010.
- LUNDSTRON, P., LEE, J.H., MORARI, M., SKOGESTAD, S., *Limitations of Dynamic matrix Control*. Computers chemical Engineering. V. 19, n. 4, p. 409-421, 1995.
- MACIEJOWSKI, J. M. *Predictive Control with Constraints*, Ed. Prentice Hall, 2000.
- OGUNNAIKE, B. A., RAY, W.H., *Process Dynamics, Modeling, and Control*. Ed, Oxford University Press, 1994.
- PAIM, A. C., *Controle preditivo retroalimentado por Estados Estimados, Aplicado a Uma Planta Laboratorial*, Tese, Departamento de Engenharia Química – UFRGS, Porto Alegre, 2009.
- PANNOCCHIA, G.; RAWLINGS, J. B. *Disturbance Models for Offset-Free Model-Predictive Control*, AIChE Journal, v. 49, n. 2, p. 426-437, 2003.
- SEBORG, D. E., MELLICHAMP, D. A., EDGAR, T. F., DOYLE, F. J., *Process Dynamics and Control*, 3ª ed. John Wiley & Sons, 2010.
- SILVEIRA, R. P., *Melhoria do Desempenho regulatório do MPC Através de Observadores de Distúrbios*, Monografia, Departamento de Engenharia Química – UFRGS, Porto Alegre, 2009.
- SKOGESTAD, S., FAANES, A., *offset-Free Tracking of Model Predictive Controle with Model Mismatch: Experimental results*. Industrial and Engineering Chemistry research. V. 44, p. 3966-3972, 2005.

## 7 APÊNDICE

Os comandos do MATLAB® a seguir foram escritos em *scripts* para execução da S-function do bloco MPC do SIMULINK® e a função objetivo. A rotina abaixo apresenta apenas a implementação para a planta não-linear, sendo as demais dadas de forma semelhante.

```
%-----
function [sys, x0, str, ts] = BlocoMPC(t, x, u, flag)

%-----inicialização-----
if flag == 0
    estados_continuos = 0;
    estados_discretos = 3;
    saidas = 2;
    entradas = 2;

    sys = [estados_continuos estados_discretos saidas entradas 0 1 1];
    x0 = [6.25 0 0];
    str = [ ];
    ts = [-2 0];

%-----Calcula o próximo instante de amostragem-----
elseif flag == 4

    sys=(floor(t/60)+1)*60 %Amostragem a cada 60 segundos

%-----Atualiza os estados discretos-----
elseif flag == 2
    diretorio=cd;
    load(strcat(diretorio, '\variaveis'));
    load(strcat(diretorio, '\estacionario'));

    Y1Set=u(2); %Valor do setpoint no instante de amostragem
    Y=u(1); %Saída medida da planta
    YSimulado=x(1); %Saída simulada no instante anterior
    W=Y-YSimulado; %Erro de predição

%salva as variaveis que o MPC utilizará como constante

save(strcat(diretorio, '\estacionario'), 'Y1a', 'U1', 'Y1Set', 'W');

LB=-3*ones(HorizonteControle,1); %limite inferior
UB=3*ones(HorizonteControle,1); %limite superior

option=optimset('TolX',1e-3, 'TolFun',1e-3, 'display', 'off', ...
'MaxIter', 50);

%chama o MPC
DU=fmincon('MPC', zeros(HorizonteControle,1), [], [], [], [], LB, UB, [], option);

% Cálculo da saída estimada para o próximo instante

Y1Simulado=Sull*DU(:,1)+Y1s*U1+Y1a;

% Calcula os valores em regime permanente das saídas e do modelo
Y1a=Y1a+U1(end)*Y1f(end);

% atualiza o vetor de sinais de controle
U1=[DU(1,1);U1(1:end-1)];
```

```
save(strcat(diretorio, '\estacionario'), 'Y1a', 'U1');

saidaU(1)=x(3)+U1(1); % cálculo da saída de controle do próximo instante
de amostragem

sys=[Y1Simulado(1) U1(1) saidaU(1)];

%-----Saídas do próximo instante-----
elseif flag == 3

    sys=[x(3) x(1)];

%default
else
sys = [ ]; %não faz nada
end

%-----
%-----

function J=MPC(deltaU)
diretorio=cd;
load(strcat(diretorio, '\variaveis'));
load(strcat(diretorio, '\estacionario'));
KY1=0.4896; % Peso do erro
KU=1.1774; % Fator de supressão

Y1=Su11*deltaU(:,1)+Y1s*U1+Y1a+W;

J=sum(((Y1Set-Y1)).^2).*KY1+KU.*(sum(deltaU(:,1).^2));
```