

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE FÍSICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

# A produção de Dileptons no Condensado de Vidros de Cor \*

Marcos André Betemps Vaz da Silva

Tese realizada sob orientação da Professora Dra. Maria Beatriz de Leone Gay (IF-UFRGS) e apresentada ao Instituto de Física da UFRGS em preenchimento final dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Ciências.

Porto Alegre  
2007.

---

\* Trabalho financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

Novamente, é com muita alegria que dedico este novo trabalho

a todo apoio, companheirismo e principalmente  
amor, de minha eterna namorada  
e esposa **Fabiane**,

agradeço antes de tudo a Deus.

# Agradecimentos

É um tanto difícil expressar com palavras o quão agradecido sou a todas as pessoas que me auxiliaram na realização deste sonho, pois cada uma contribuiu de maneira única para que o mesmo fosse realizado, mesmo assim, tentarei fazê-lo.

Agradeço a minha orientadora Profa. Dra. Maria Beatriz de Leone Gay, por todo apoio, incentivo, cobrança, ensinamentos e discussões proporcionados durante todo o período de doutorado. Agradeço também a toda liberdade que sempre fez questão de proporcionar a todos os seus estudantes, para que estes viessem a ser pesquisadores independentes. Pessoa essa que me orientou não apenas na parte técnica deste trabalho, mas também na correta conduta de um pesquisador em um país com tantas dificuldades de financiamento à pesquisa. Sei que estas palavras não são suficientes para expressar minha gratidão.

Agradeço a todos os colegas do Grupo de Fenomenologia de Partículas de Altas Energias (GFPAE): Prof. Dr. Álvaro Leonardi Ayala Filho (IFM-UFPel), Prof. Dr. Victor Paulo Gonçalves (IFM-UFPel), Prof. Dr. Magno Valério Trindade Machado (UNIPAMPA), Prof. Dr. Cristiano Brenner Mariotto (DF-FURG), Prof. Dr. Werner Krambeck Sauter (UERGS), Prof. MSc. Luiz Fernando Mackedanz (UNIPAMPA), MSc. João Thiago de Santana Amaral, MSc. Emmanuel Gräve de Oliveira, MSc. Mairon Melo Machado, MSc. Gustavo Gil da Silveira, Rogério Nunes Wulf, Eduardo André Flach Basso e Talitha Bueno Motter, pois de uma forma ou de outra, contribuíram com este trabalho. Obrigado pela amizade e por todo apoio, em especial gostaria de agradecer aos meus amigos Magno e Emmanuel, por serem colaboradores em trabalhos que constam nesta tese.

Agradeço aos professores do IF-UFRGS pela excelente formação proporcionada, e a todos os funcionários que de alguma forma colaboraram com a realização deste trabalho. É com muita alegria que agradeço aos colegas da sala M204 e demais salas de PG's, que proporcionaram excelente ambiente durante o período de trabalho e momentos ainda mais agradáveis fora deste, muito obrigado pela excelente amizade. Agradeço também a toda minha família, pelo apoio e incentivo durante o período de doutorado.

Não poderia deixar de agradecer aos novos amigos do Conjunto Agrotécnico "Visconde da Graça" da Universidade Federal de Pelotas, com os quais passei a conviver na etapa final deste trabalho. Obrigado pelo excelente ambiente que me foi proporcionado e pela maravilhosa acolhida.

*a todos Muito Obrigado*

# Resumo

Neste trabalho investigamos a produção de pares de léptons (lépton-antilépton) em colisões *próton-próton* e *próton-núcleo* para energias dos aceleradores Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC) e Large Hadron Collider (LHC). Estes processos de colisão podem ser divididos entre antes e depois do espalhamento, portanto, pode-se analisar os efeitos de estado inicial e de estado final. No estado final do processo de colisão, para os aceleradores aqui apresentados, a quantidade de partículas produzidas é muito grande, de forma que uma partícula produzida no processo de espalhamento, que participe da interação forte, pode interagir com este meio antes de ser detectada. Entretanto, é fundamental uma determinação precisa do estado inicial do processo de colisão para que assim a investigação da produção de partículas no estado final possa ser realizada. Neste contexto, a produção de pares de léptons (dileptons Drell-Yan) possui grande relevância, tendo em vista que não participa da interação forte, logo pode ser detectada sem sofrer efeitos de estado final, carregando informações claras do estado inicial do processo de colisão.

Para energias de RHIC e LHC, a densidade de quarks e glúons nos hádrons colidores é muito grande, de tal forma que efeitos de estado inicial de alta densidade podem ser percebidos na produção de partículas no estado final. Este é o principal objetivo desta tese, utilizar os dileptons como observável para investigar os efeitos de alta densidade, ou seja, efeitos de unitariedade em colisões *próton-próton*, efeitos de saturação partônica descritos pelo Condensado de Vidros de Cor em colisões *próton-núcleo*. Além destes efeitos, os efeitos nucleares de baixa densidade, presentes em colisões *próton-núcleo*, também são investigados. Ou seja, utiliza-se um observável eletromagnético, para investigar as propriedades da QCD em colisões hadrônicas.

Mais especificamente, as distribuições de momentum transversal e rapidez são investigadas para energias de RHIC e LHC. A produção de dileptons é calculada utilizando o formalismo de dipolos de cor e também a teoria do Condensado de Vidros de cor. Os resultados obtidos nesta tese mostram a potencialidade deste observável para se investigar a QCD de alta densidade e indicam a urgente necessidade de medidas com relação a este observável nos experimentos existentes em colisões hadrônicas para altas energias.

# Abstract

In this work, the lepton pair production (lepton-antilepton) in *proton-proton* and *proton-nucleus* collisions is investigated for Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC) and Large Hadron Collider (LHC) colliders energies. These collisions processes can be classified between before and after the scatterings, therefore, initial and final states effects can be analyzed. In the final state, for the colliders here presented, the number of produced particles is large, then a particle produced in the scattering process, which interact strongly, could interact with the medium before being detected. However, it is very important to determine the initial state of the collision process, thus to determine the particle production in the final state. In this context, the lepton pair production (dileptons Drell-Yan), which does not interact strongly, should carry undisturbed information about the initial state system of the collision process.

For RHIC and LHC, the quarks and gluons hadrons densities in the initial state of the collision processes is large, such that high density initial state effects should affect the particle production in the final state. This is the main goal of this thesis, use the dilepton production to investigate the high density effects. This implies in to investigate the unitarity effects in the *proton-proton* collisions, the Color Glass Condensate in the *proton-nucleus* collisions. Moreover, the low density effects in *proton-nucleus* collisions are under investigation in this thesis. The main point of this thesis, is that an electromagnetic observable is considered to investigate the properties of the QCD in hadronic collisions.

Specifically, the transverse momentum and the rapidity distributions are investigated. The dilepton production is evaluated by means of the dipole picture and through the Color Glass Condensate theory. The results obtained in this thesis show that dilepton production is an observable that deserves to be measured in the hadronic colliders at high energies, once it carries clear informations about the QCD system at high density.

## Artigos Relacionados a esta tese

1. M. A. Betemps, M. B. Gay Ducati, E. G. de Oliveira, *Phys. Rev. D* **74**, 094010 7p., Nov. 2006.
2. M. A. Betemps, M. B. Gay Ducati, *Phys. Lett. B* **636**, p. 46-50, Apr. 2006.
3. M. A. Betemps, M. B. Gay Ducati, *Eur. Phys. J. C* **47**, p. 365-369, Aug. 2005.
4. M. A. Betemps, M. B. Gay Ducati, *Phys. Rev. D* **70**, 011065 10p., Dec. 2004.
5. M. A. Betemps, M. B. Gay Ducati, M. V T. Machado, J. Raufeisen, *Phys. Rev. D* **67**, 011065 8p., June 2003.

## Trabalhos em Eventos

1. M. A. Betemps, M. B. Gay Ducati, E. G. de Oliveira. Light-Cone QCD Dipoles in Hadronic Collisions at High Energies. International Workshop: High Energy Physics in the LHC era. Chile (2006). (Apresentado por M. B. Gay Ducati).
2. M. A. Betemps, M. B. Gay Ducati, E. G. de Oliveira. Dilepton distributions at backward rapidities. XXVII Encontro Nacional de Física de Partículas e Campos, Brasil (2006). (Apresentado por M. A. Betemps)
3. M. A. Betemps, M. B. Gay Ducati, E. G. de Oliveira. Dilepton backward rapidity distributions. Diffraction 2006, Grécia. (Apresentado por M. B. Gay Ducati)
4. M. A. Betemps, M. B. Gay Ducati, E. G. de Oliveira. Dilepton distributions at backward rapidities. ICHEP 2006, Rússia. (Apresentado por M. B. Gay Ducati)
5. M. A. Betemps, M. B. Gay Ducati. High Density QCD Through Eletromagnetic Probes. I LAWHEP, Brasil (2005). (Apresentado por M. A. Betemps)
6. M. A. Betemps, M. B. Gay Ducati. Rapidity and  $p_T$  suppression in dileptons. Rencontres de Blois 2005, França (2005). (Apresentado por M. B. Gay Ducati)
7. M. A. Betemps, M. B. Gay Ducati. Relating Cronin effect and dilepton production at high energies. XXVI Encontro Nacional de Física de Partículas e Campos, Brasil (2005). (Apresentado por M. A. Betemps)

8. M. A. Betemps, M. B. Gay Ducati. Dilepton  $p_T$  distribution through the Color Glass Condensate. AIP Conference Proceedings, **739**, 616-618 (2005). Hadrons 2004, Brasil (2004). (Apresentado por M. A. Betemps)
9. M. A. Betemps, M. B. Gay Ducati. Transverse momentum distribution of the dilepton in the Color Glass Condensate. XXV Encontro Nacional de Física de Partículas e Campos, Brasil (2004). (Apresentado por M. A. Betemps)
10. M. A. Betemps, M. B. Gay Ducati. High Density Quantum Chromodynamics Through Hard Probes. Latin American Workshop on Fundamental Interactions, Argentina (2004). (Apresentado por M. A. Betemps)
11. M. A. Betemps, M. B. Gay Ducati, M. V T. Machado, J. Raufeisen. Dilepton transverse momentum in the color dipole approach. XI International Workshop on Deep Inelastic Scattering, Rússia (2003). (Apresentado por M. B. Gay Ducati)
12. M. A. Betemps, M. B. Gay Ducati. Dilepton production through the Color Glass Condensate. XXIV Encontro Nacional de Física de Partículas e Campos, Brasil (2003). (Apresentado por M. A. Betemps)
13. M. A. Betemps, M. B. Gay Ducati. Unitarity Corrections in the  $p_T$  distribution for the Drell-Yan process. XXIII Encontro Nacional de Física de Partículas e Campos, Brasil (2002). (Apresentado por M. A. Betemps)

# Conteúdo

Introdução . . . . .	1
<b>1. A Cromodinâmica Quântica e os Processos de Espalhamento . . . . .</b>	<b>7</b>
1.1 Cromodinâmica Quântica . . . . .	7
1.2 Espalhamento Profundamente Inelástico . . . . .	9
1.2.1 Modelo de pártons . . . . .	13
1.3 Equações de Evolução Lineares . . . . .	16
1.3.1 DGLAP . . . . .	16
1.3.2 BFKL . . . . .	20
1.4 Distribuições Partônicas para o Próton . . . . .	22
1.5 Processo Drell-Yan . . . . .	24
1.6 Distribuições Partônicas Nucleares . . . . .	31
1.6.1 Parametrização EKS . . . . .	33
1.6.2 Parametrização De Florian - Sassot . . . . .	35
1.7 Conclusões . . . . .	37
<b>2. Formalismo de Dipolos de Cor e a Saturação Partônica . . . . .</b>	<b>39</b>
2.1 Descrição de Processos no Referencial de Repouso do Alvo . . . . .	39
2.2 Formalismo de Glauber na QCD . . . . .	41
2.2.1 Os múltiplos espalhamentos de Glauber . . . . .	42
2.2.2 A Fórmula de Glauber-Mueller . . . . .	45
2.3 Seção de Choque de Dipolo . . . . .	47
2.4 Equações de Evolução Não-Lineares . . . . .	48
2.4.1 Gribov, Levin, Ryskin, Mueller e Qiu (GLR-MQ) . . . . .	49
2.4.2 Ayala, Gay Ducati e Levin (AGL) . . . . .	50
2.4.3 Balitskii e Kovchegov (BK) . . . . .	53
2.4.4 Jalilian-Marian, Iancu, McLerran, Weigert, Leonidov, Kovner (JIM- WLK) . . . . .	55

---

2.5	Modelos e parametrizações para $\sigma_{dip}$	57
2.6	Conclusões	60
<b>3.</b>	<b>Condensado de Vidros de Cor</b>	<b>62</b>
3.1	Introdução	62
3.1.1	Coordenadas do Cone de Luz	63
3.2	Processos de Espalhamento a Altas Energias	65
3.3	Modelo McLerran-Venugopalan	66
3.3.1	O Campo Clássico de Cor	69
3.4	Correções Quânticas: Equação JIMWLK	75
3.4.1	Gaussiana Local e não-Local	76
3.5	Observáveis no Condensado de Vidros de Cor	76
3.5.1	Distribuição de Gluons no CGC	77
3.5.2	Produção de Dileptons no Condensado de Vidros de Cor	81
3.5.3	O efeito Cronin e o CGC	98
3.6	Conclusões	100
<b>4.</b>	<b>Produção de Dileptons no Formalismo de Dipolos</b>	<b>101</b>
4.1	Introdução	101
4.2	Relacionando formalismo de dipolos e modelo partônico para grande $p_T$ para a produção de dileptons	103
4.3	Características da Seção de Choque Drell-Yan no formalismo de dipolos	107
4.4	A Seção de Choque de Dipolo	109
4.5	A distribuição de momentum transverso	112
4.6	Produção de dileptons em Rapidez negativa	115
4.7	Funções de distribuição partônicas nucleares	120
4.8	Resultados para Rapidez negativa	121
4.9	Conclusões	124
<b>5.</b>	<b>Produção de Dileptons no Condensado de Vidros de Cor</b>	<b>127</b>
5.1	Produção de dileptons no formalismo CGC	127
5.2	A correlação de campos de cor $C(l_T, x, A)$	131
5.3	A distribuição de Momentum Transverso e o efeito Cronin	136
5.4	Distribuições em $y$ e $p_T$	141
5.5	Comparando Rapidez positiva e negativa	145
5.6	Conclusões	146

---

<b>Conclusões</b> . . . . .	148
<b>A. Cálculo dos termos com média</b> . . . . .	152
A.1 Cálculo do termo $\langle U(x_{\perp}) \rangle_{\rho}$ . . . . .	152
A.2 Cálculo do termo $\langle U(x_{\perp})U^{\dagger}(y_{\perp}) \rangle_{\rho}$ . . . . .	155
A.3 Cálculo do termo $\langle (U(x_{\perp}) - 1)(U^{\dagger}(y_{\perp}) - 1) \rangle_{\rho}$ . . . . .	157
A.4 Cálculo da função $B_1$ e $B_2$ . . . . .	157
A.5 Função $C(k_{\perp})$ com função peso Gaussiana local . . . . .	159
A.6 Função $C(k_{\perp})$ com função peso Gaussiana não-local . . . . .	160
<b>B. Propagador de fermions num campo de calibre de fundo</b> . . . . .	161
B.1 Propagador de férmions num campo de calibre de fundo . . . . .	161
<b>Referências</b> . . . . .	164

# Introdução

A Cromodinâmica Quântica (QCD) tem sido considerada como a teoria correta para descrever as interações fortes. A QCD é uma teoria de calibre, invariante frente as transformações do grupo  $SU(3)$ , e que descreve a interação forte entre quarks (partículas que constituem os hádrons [próton, nêutrons, píons, káons, etc...]) como sendo mediada por bóson vetoriais de calibre, denominados de glúons [1, 2, 3]. A interação forte ocorre por meio de um novo número quântico, a carga de cor. Os quarks possuem carga elétrica e também carga de cor e, portanto, interagem tanto eletromagneticamente, quanto através da interação forte. Os glúons possuem apenas carga de cor, portanto participam exclusivamente da interação forte. Uma propriedade interessante, é que na QCD, o bóson mediador também porta a carga envolvida na interação, ao contrário do fóton na Eletrodinâmica Quântica (QED), que não porta carga elétrica. Além disso, a QCD é mais complexa que a QED, porque os quarks e glúons, os análogos aos elétrons e fótons na QED, não são observados com partículas livres, mas sempre confinados dentro dos hádrons.

Muitos experimentos têm sido desenvolvidos para investigar as propriedades da QCD, e principalmente compreender a estrutura dos sistemas hadrônicos a altas energias. No que se refere a quantidade de pártons num determinado hádron, esta não é predita pela QCD, mas sim, indica apenas como se dá a evolução da quantidade de pártons, a partir de uma determinada condição inicial. Para altas energias (pequenas distâncias) a constante de acoplamento da teoria  $\alpha_s$  é suficientemente pequena, de maneira tal que técnicas perturbativas podem ser utilizadas [4]. O grande problema é que a QCD é uma teoria não-linear que não é analiticamente solucionável. Embora possamos aplicar QCD perturbativa em alguns processos, esta aproximação frequentemente falha, implicando que significativas contribuições não-perturbativas necessitem ser consideradas.

Para a QCD, a descrição perturbativa para a evolução dinâmica das distribuições de quarks  $xq(x, Q^2)$  e glúons,  $xg(x, Q^2)$ , pode ser dada pelas equações propostas por Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi (DGLAP) [5, 6, 7] ou propostas por Balitski-Fadin-Kuraev-Lipatov (BFKL) [8, 9, 10, 11]. Nestas equações de evolução,  $x$  representa a fração de momentum do hádron de origem, carregada pelo párton, e  $Q^2$  representa o momentum trocado no processo. Para energias não muito elevadas, as equações apresentadas têm obtido sucesso na descrição dos resultados experimentais. Entretanto, tanto as equações

DGLAP quanto BFKL preveem um crescimento acentuado das distribuições partônicas quando  $x$  torna-se muito pequeno. Para valores suficientemente altos de energia e valores suficientemente pequenos de fração de momentum  $x$ , este crescimento deve levar à violação do princípio da unitariedade perturbativa da QCD.

Mais especificamente, as equações DGLAP descrevem o comportamento das distribuições partônicas na região onde  $\alpha_s \ln Q^2 \approx 1$ ,  $\alpha_s \ll 1$  e  $\alpha_s \ln(1/x) \ll 1$ , sabendo-se que  $\alpha_s$  representa a constante de acoplamento da QCD. Nas equações DGLAP, a emissão de novos pártons é descrita em termos de uma cascata partônica que está submetida a um forte ordenamento nos momenta transversos dos pártons emitidos. Usando os diagramas da QCD, podemos encontrar a probabilidade da emissão de um párton de comprimento transversal  $r_\perp \sim 1/Q$  por outro párton dentro do hádron. Levando em conta todas as possibilidades de emissão de pártons dentro da cascata partônica, podemos determinar uma equação de evolução na variável  $Q^2$ . Para regiões cinemáticas de pequeno  $x$  (altas energias), a distribuição de glúons domina, e a distribuição partônica tem um comportamento geral  $xg(x, Q^2) \sim x^{-\lambda}$ , com  $\lambda > 0$ . Além disso, para condições iniciais  $xg(x, Q_0^2) \sim cte$ , a distribuição resulta em  $xg(x, Q^2) \sim \exp(\sqrt{\ln(\ln Q^2) \ln(1/x)})$ , conhecida como aproximação de duplo logaritmo dominante (DLA).

Para regiões de  $x$  muito pequeno (Energia de centro de massa  $\sqrt{s}$  muito grande) temos que  $\alpha_s \ln(1/x) \approx 1$  e a aproximação DLA não é mais válida, e outra forma de se analisar a evolução das distribuições partônicas pode ser feita considerando a região onde  $\alpha_s \ln Q^2 \ll 1$ ,  $\alpha_s \ll 1$  e  $\alpha_s \ln(1/x) \approx 1$ , para  $Q^2$  fixo e  $x$  assumindo valores pequenos. Neste caso obtém-se uma equação de evolução na variável  $x$  denominadas BFKL, a qual é válida somente na região de pequeno  $x$ . A evolução se dá para uma virtualidade  $Q^2$  fixa, logo, a medida que a energia aumenta, a densidade de pártons aumenta mantendo a resolução fixa, e o limite denominado limite de disco negro é atingido. Portanto, podemos dizer que no limite de altas energias, ambas equações de evolução predizem um crescimento acentuado das distribuições partônicas, e algum mecanismo deve ser estabelecido de forma a corrigir tal crescimento. Na realidade, na região de pequeno  $x$ , devido a grande densidade de pártons, espera-se que estes comecem a sobrepor, e efeitos de múltiplos espalhamentos, sombreamento ou recombinação partônica passam a ser importantes na descrição da evolução partônica, podendo levar a um estado de saturação partônica. As equações apresentadas acima são ditas equações de evolução partônica lineares, pois apenas termos de emissão são considerados durante a evolução. Para se descrever os efeitos de saturação partônica, necessitamos incluir termos não lineares nas evoluções partônicas, o que dá origem às equações de evolução não-lineares na QCD.

Um dos primeiros trabalhos com a intenção de investigar a propriedade de saturação partônica foi proposto por Gribov, Levin e Ryskin em 1983 [12], denominada equação de

evolução GLR, a qual introduziu um mecanismo de recombinação partônica para sistemas de alta densidade através da QCD perturbativa. Em ambas equações de evolução lineares (DGLAP e BFKL), apenas o mecanismo de emissão é considerado, porém, no formalismo GLR, a recombinação partônica vem a ser importante na região de pequeno  $x$  e processos tipo fusão de glúons passam a contribuir durante a evolução da distribuição partônica. Esta equação de evolução prediz uma redução no crescimento acentuado das distribuições partônicas (predito pelas equações lineares) a medida que a energia aumenta, e no limite assintótico  $x \rightarrow 0$ , prediz a saturação da distribuição de glúons. Embora esta equação apresente a saturação partônica no limite assintótico, sua região de validade não se estende a valores muito pequenos de  $x$ , onde termos de mais alta ordem em recombinação partônica passam a contribuir significativamente.

Mais recentemente, outras abordagens foram desenvolvidas com a intenção de descrever os sistemas hadrônicos de alta densidade. Em 1996, Ayala, Gay Ducati e Levin propuseram uma equação de evolução generalizada (AGL) [13, 14], que considera a interação de todos os pártons da cascata com o alvo, não apenas os pártons rápidos, através da troca de múltiplos diagramas de escada gluônica, na aproximação DLA. Nesta generalização, o tratamento através da QCD perturbativa é estendido até o início do regime de alta densidade e obtém uma distribuição de glúons que é fortemente modificada pelas correções de alta densidade (chamadas correções de unitariedade) na região de pequeno  $x$ . Este formalismo é aplicado à região de pequeno  $x$ , e estima correções de unitariedade tanto em núcleo quanto em nucleons. Em determinados limites cinemáticos, o formalismo AGL recai nas equações DGLAP e na equação GLR.

Considerando outro formalismo, o problema da unitarização da seção de choque na QCD foi investigado como uma extensão do formalismo de dipolos (que será apresentado no Capítulo 2 desta tese) para a equação BFKL por Kovchegov, obtendo-se uma equação não-linear generalizada da equação BFKL. Esta proposta já havia sido sistematizada em trabalhos anteriores de Balitski, por isso ficou denominada equação Balitski-Kovchegov (BK) [15, 16]. Neste formalismo, o espalhamento de um dipolo com um núcleo é descrito por uma cascata originada de sucessivos desdobramentos do dipolo original. Cada dipolo experimenta múltiplos espalhamentos com os nucleons do núcleo, implicando que diagramas de múltiplas escadas necessitam ser ressomados para se obter a seção de choque do dipolo com o núcleo. Como resultado, se obtém um equação de evolução não-linear que unitariza a equação BFKL, na aproximação de logaritmo dominante (LL)  $\ln(1/x)$ .

Todos os formalismos apresentados até o momento consideram um sistema que evolui para um sistema QCD de alta densidade saturado. Existe porém um formalismo, que considera como premissa básica a existência de um sistema denso e saturado. Este formalismo foi inicialmente proposto por McLerran e Venugopalan em 1994 [17, 18], e indica que para

altas energias e abaixo de uma determinada escala  $Q_s^2$  (denominada escala de saturação), o sistema torna-se denso e saturado, formando o denominado Condensado de Vidros de Cor (CGC). O Condensado de Vidros de Cor é de extrema importância, pois sua existência implica que todos os núcleos passam a ser descritos da mesma maneira para altas energias. Este campo saturado, dominado por glúons, apresenta grande número de ocupação, de forma tal que técnicas semi clássicas podem ser aplicadas a um Lagrangeano efetivo para pequeno  $x$ . Considerando este formalismo, a medida que escalas cada vez menores são atingidas, correções ao formalismo clássico necessitam ser introduzidas. Estas correções quânticas são implementadas através de uma equação funcional não-linear investigada e proposta em vários trabalhos por Jalilian-Marian, Iancu, McLerran, Kovner, Leonidov e Weigert (JIMWLK) [19, 20, 21, 22, 23]. Neste formalismo, o campo denso e saturado de glúons é originado de processos de emissão por fontes de carga de cor, que são consideradas como os pártons rápidos. As modificações na configuração destas fontes, bem como a correlação entre as fontes são governadas pela equação de evolução JIMWLK. Não se obteve ainda uma solução exata desta equação de evolução, entretanto, pode-se obter soluções aproximadas, de tal forma que podemos realizar estudos fenomenológicos baseados nas soluções aproximadas da equação JIMWLK. Mais recentemente, verificou-se que aspectos importantes no que se refere a correções de unitariedade não são levadas em conta nas equações JIMWLK, e generalizações desta equação já estão sendo propostas [24, 25].

Todas as equações de evolução discutidas tratam da densidade partônica nuclear na região de altas energias (pequeno  $x$ ). Entretanto, é verificado experimentalmente que as distribuições partônicas nucleares apresentam modificações quando comparadas com a extrapolação linear das distribuições partônicas do nucleon. Na região de pequeno  $x$ , as distribuições partônicas nucleares apresentam uma redução, em comparação com a extensão linear das distribuições partônicas do nucleon. Esta redução é consequência dos efeitos de sombreamento, recombinação ou saturação partônicas. A medida que regiões de valores de  $x$  maiores são atingidas, novos efeitos nucleares aparecem e podem ser importantes na descrição de resultados experimentais em colisões nucleares para altas energias.

Neste trabalho, procuramos obter informações do sistema nuclear em processos de colisão hadrônica de altas energias, investigando tanto o efeito de saturação partônica, como também a influência dos efeitos nucleares na descrição de observáveis neste regime cinemático. O observável escolhido é a produção de pares de léptons, denominados de dileptons, em colisões *próton – próton* e *próton – núcleo* para energias dos aceleradores RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider, Brookhaven, EUA) e LHC (Large Hadron Collider, CERN, Suíça) em regiões cinemáticas distintas, a saber, nas regiões de fragmentação do próton e do próprio núcleo. Isto implica em investigar a produção de dileptons nas regiões de rapidez positiva e negativa. Nestas regiões, verificamos que os dileptons carregam in-

formações claras sobre o meio nuclear onde foram produzidos. Com a intenção de investigar o observável acima citado e obter informações com relação aos efeitos de alta densidade, organizamos esta tese da seguinte forma. No primeiro capítulo, apresentamos os elementos básicos da Cromodinâmica Quântica necessários à compreensão dos capítulo subseqüentes. Discutimos os principais observáveis investigados nesta tese e também apresentamos as parametrizações para as funções de distribuição partônicas do próton e do núcleo. Na discussão dos observáveis, o espalhamento profundamente inelástico (DIS) é apresentado, salientando a função de estrutura  $F_2(x, Q^2)$  dependente da variável de Bjorken  $x$  e da escala de momentum  $Q^2$ . A violação da propriedade de escalamento, apresentada pelas funções de estrutura, é também investigada neste capítulo, onde apresentamos as equações lineares que regem a evolução das distribuições partônicas nos pártons, Equações DGLAP e BFKL.

No capítulo 2, apresentamos a descrição de observáveis no referencial de repouso do alvo, onde o modelo de dipolos de cor é introduzido na intenção de descrever o DIS e discutimos a seção de choque de dipolo. O formalismo de Glauber na QCD é apresentado, e a propriedade de saturação partônica é discutida neste capítulo. Vários formalismos foram desenvolvidos com a intenção de descrever este estado saturado de pártons, o que dá origem a equações de evolução não lineares na QCD (Correções às equações DGLAP e BFKL), abordados neste capítulo. Algumas equações de evolução partônicas não lineares são discutidas neste capítulo. Também apresentamos algumas parametrizações para a seção de choque de dipolo, que serão investigadas no decorrer desta tese.

No capítulo 3 discutimos e apresentamos a teoria do Condensado de Vidros de Cor (CGC), investigando as principais características deste modelo e suas implicações na descrição fenomenológica de observáveis. A obtenção de alguns observáveis através do formalismo do CGC é discutida, em particular a produção de dileptons no CGC é apresentada em detalhes. O efeito Cronin, medido pelo acelerador RHIC, é discutido neste capítulo, como sendo um dos possíveis sinais da existência do Condensado de Vidros de Cor.

No capítulo 4 apresentamos parte dos resultados originais desta tese, onde investigamos a produção de dileptons através do formalismo do dipolos de cor. Primeiramente investigamos os efeitos de unitariedade na seção de choque de dipolos, na distribuição de momentum transversal dos dileptons produzidos em colisões próton-próton para energias de RHIC e LHC nas regiões de rapidez positiva, e ainda comparamos com os resultados experimentais existentes para baixas energias ( $\sqrt{s} = 62$  GeV), adicionando uma contribuição de Reggeon à seção de choque. Neste mesmo capítulo, investigamos a produção de dileptons para energias de RHIC e LHC em colisões próton-núcleo e próton-próton, entretanto, a região cinemática de interesse é distinta da investigada no primeiro trabalho deste capítulo, pois vamos abordar a região de rapidez negativa. Nesta região cinemática e considerando a colisão nuclear, os efeitos nucleares de grande  $x$  influenciam fortemente na seção de choque

e principalmente, modificam significativamente a razão entre a seção de choque próton-núcleo e próton-próton. Em particular, os efeitos EMC (European Muon Collaboration) e antisombreamento são fundamentais para descrever o espectro da razão entre as seções de choque próton-núcleo e próton-próton,  $R_{pA}$ .

No capítulo 5 apresentamos também resultados originais desta tese, onde a produção de dileptons em colisões próton-próton e próton-núcleo é investigada na região de fragmentação do próton, ou seja, na região de rapidez positiva, para energias dos aceleradores RHIC e LHC. Neste regime cinemático, o núcleo pode ser descrito através do Condensado de Vidros de Cor e, portanto, discutimos evidências do mesmo, analisando as distribuições de momentum transversal e rapidez da razão  $R_{pA}$ .

Ao final de cada capítulo apresentamos conclusões parciais, as quais são agrupadas na conclusão final desta tese. Os resultados obtidos evidenciam os dileptons como um observável que carrega informações claras dos efeitos nucleares de grande e pequeno  $x$ , bem como dos efeitos de unitariedade no próton, e indicam a necessidade de se medir este observável, para que as informações do estado inicial do processo de colisão possam ser melhor especificadas. Particularmente, isto implica que os dileptons podem ser considerados como uma prova física para o Condensado de Vidros de Cor na região de rapidez positiva em colisões próton-núcleo para energias de RHIC e LHC.

## Capítulo 1

# A Cromodinâmica Quântica e os Processos de Espalhamento

Neste capítulo os conceitos fundamentais necessários para o desenvolvimento deste trabalho são abordados. A teoria das interações fortes, Cromodinâmica Quântica, é apresentada, bem como uma descrição resumida do espalhamento profundamente inelástico (DIS), fundamental na compreensão da estrutura dos hádrons.

Os conceitos fundamentais do modelo de pártons são introduzidos, e as funções de estrutura do processo DIS que descrevem a estrutura dos hádrons, são estudadas. A dinâmica partônica, que caracteriza o modelo de pártons e as funções de distribuição partônica, é apresentada e as equações de evolução linear DGLAP e BFKL são brevemente discutidas.

O processo Drell-Yan, utilizado como observável para investigação dos efeitos de alta densidade na QCD, é apresentado considerando o procedimento padrão da QCD perturbativa.

Encerrando o capítulo, os efeitos nucleares existentes em colisões hadrônicas nucleares, bem como uma discussão das parametrizações utilizadas nesta tese para descrever tais efeitos são apresentados.

## 1.1 Cromodinâmica Quântica

A QCD é uma teoria de calibre não-Abeliana  $SU(3)$  para espinores de Dirac, que visa descrever as interações fortes entre quarks de spin  $1/2$  e massa  $m_i$ , a partir da troca de bósons vetoriais de calibre, chamados glúons, de spin  $1$  e sem massa [1, 2, 3].

O Lagrangeano da QCD pode ser escrito na forma

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} + \sum_{k=1}^{N_f} \bar{\psi}^k (i\gamma^\mu D_\mu - m) \psi^k + \mathcal{L}_{\text{fixação de gauge}} + \mathcal{L}_{\text{fantasma}}, \quad (1.1)$$

onde  $N_f$  representa o número de sabores dos quarks,

$$F_{\mu\nu}^a \equiv \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c, \quad (1.2)$$

$$D_\mu = \partial_\mu - ig T^a A_\mu^a. \quad (1.3)$$

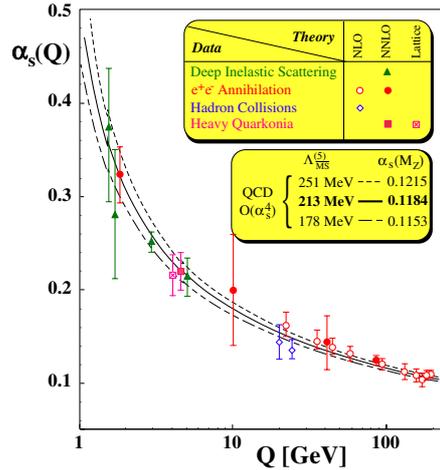
onde  $a = 1, \dots, 8$ ,  $f^{abc}$  são as constantes de estrutura para  $SU(3)$  e  $T^a$  são os geradores de  $SU(3)$  que numa representação de ordem mais baixa são representados pelas matrizes de Gell-Mann ( $T^a = \frac{1}{2}\lambda^a$ ). O termo  $\mathcal{L}_{\text{fixação de gauge}}$  é responsável pela fixação de calibre e  $\mathcal{L}_{\text{fantasma}}$  é o termo correspondente aos fantasmas de Faddeev-Popov que surge na quantização da teoria [1]. Esta teoria descreve a interação de quarks  $\psi$ , por meio de sua carga de cor. O campo de gauge  $A_\mu^a$  descreve os glúons. O termo  $g f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c$  que está no termo cinético do Lagrangeano permite interação entre os glúons; isto ocorre porque o grupo de gauge é o não-Abeliano  $SU(3)$  considerando três cores ( $N_c = 3$ ). O índice em  $A_\mu^a$  apresenta  $a = 1, \dots, 8$ , logo os glúons são em número de oito, portando carga de cor. Os quarks são representados pelos campos  $\psi^i$ , onde  $i$  é o índice de cor, logo  $i = 1, 2, 3$ .

A forma do tensor associado ao campo de glúons é uma das características que diferencia a QCD da QED, pois dá origem a vértices de três e quatro glúons. Além dessas propriedades, a teoria apresenta as seguintes características:

- A interação entre os quarks é mediada por objetos bicolores, não massivos e de spin 1: os glúons;
- Os quarks são férmions portadores de carga de cor:  $R$  (red),  $G$  (green) e  $B$  (blue);
- Os glúons, por serem objetos coloridos, podem interagir entre si, dando origem aos vértices de três e quatro glúons, manifestando o caráter não-Abeliano da QCD;
- A troca de glúons altera a cor dos quarks. A carga elétrica e o sabor são invariantes frente à interação forte;
- Em determinados limites cinemáticas (que serão evidenciados posteriormente) a constante de acoplamento da teoria ( $\alpha_s$ ) é suficientemente pequena e técnicas perturbativas podem ser utilizadas. Nesse limite, o cálculo das interações de cor podem ser efetuadas a partir dos diagramas de Feynman da QCD.

A descrição dos processo de interação forte, através da QCD, está resumida em dois termos: *liberdade assintótica* e *confinamento*. Para entender a importância destas duas características, podemos lembrar alguns aspectos da interação forte. O espectro hadrônico é descrito pelo modelo de quarks, porém quarks nunca foram observados isoladamente. Todo esforço para produzir quarks livres em experimentos de espalhamento nos leva sempre a produção de mésons ( $q_i \bar{q}_j$ ) e bárions ( $q_i q_j q_k$ ). Este fato evidencia que as forças entre quarks devem crescer com a tentativa separação. Por outro lado, podemos descrever razoavelmente seções de choque em altas energias (para o processo de espalhamento profundamente inelástico, por exemplo) utilizando um modelo no qual os quarks interagem simplesmente

através de carga elétrica. Então temos uma interação que, para curtas separações, a força é relativamente fraca, ou seja, *liberdade assintótica*, mas para grandes distâncias, a força vem a ser muito maior, ou seja, *confinamento*. Uma extraordinária característica da QCD é sua habilidade de acomodar ambos tipos de comportamento.



**Fig. 1.1:** Resultados experimentais para a constante de acoplamento da QCD (DIS,  $e^+e^-$ , colisões hadrônicas) em comparação com a evolução da constante  $\alpha_s(\mu)$  em termos da escala  $Q$  de cada processo [4].

Este é um dos resultados mais importantes obtidos com os cálculos perturbativos na QCD: a evolução da constante de acoplamento  $\alpha_s$ . De maneira similar à QED, na QCD uma modificação da escala de momentum para qual o processo é considerado, implica numa modificação do acoplamento. Na QED, o acoplamento cresce com o crescimento da escala. Entretanto na QCD, para grande escala de momentum o acoplamento torna-se pequeno. Como, para pequenas escalas de momentum, o acoplamento torna-se grande e a teoria de perturbações deixa de ser válida, entramos numa região não perturbativa da QCD. A evolução da constante de acoplamento da QCD tem sido testada em muitos experimentos, como podemos ver na Fig. 1.1, e podemos concluir que a QCD perturbativa é válida apenas para processos com grande escala de momentum, ou seja, uma grande contribuição não perturbativa se faz presente nos processos envolvendo cálculos em QCD.

## 1.2 Espalhamento Profundamente Inelástico

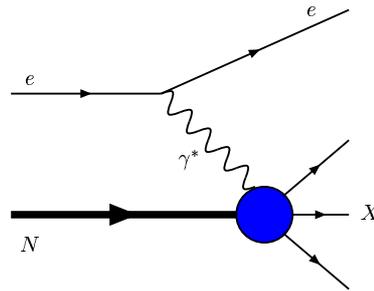
O espalhamento profundamente inelástico (DIS) é um dos mais importantes processos para se estudar a estrutura hadrônica. O espalhamento profundamente inelástico é caracterizado pela interação eletromagnética de um lépton de alta energia com um nucleon (próton

ou neutron) ou com nucleons dentro do núcleo. Essa interação ocorre mediante a troca de bósons de gauge ( $\gamma^*$ ,  $Z^0$ ). No estado final são medidos o lépton espalhado e o estado hadrônico final  $X$ . Medindo-se somente o lépton espalhado, temos um processo inclusivo. Quando especifica-se o estado final a ser medido, temos um processo exclusivo. Nesta seção, apenas a contribuição pela troca de  $\gamma^*$  em processos inclusivos será discutida. O diagrama em mais baixa ordem em teoria de perturbações para o processo DIS é dado por

$$e + N \rightarrow e + X, \tag{1.4}$$

e é mostrado na Fig.(1.2). Na descrição da QED, o fóton com quadri-momentum  $q_\mu$  tipo espaço ( $q^2 < 0$ ) é trocado e esse define em qual escala a estrutura hadrônica está sendo visualizada. O negativo do quadrado do momentum transferido define a virtualidade  $Q^2$  do bóson trocado e é dada por,

$$Q^2 \equiv -q^2 = (k - k')^2 > 0. \tag{1.5}$$



**Fig. 1.2:** Processo de espalhamento profundamente inelástico em ordem mais baixa na teoria de perturbações.

No processo, o lépton possui quadri-momentum  $k^\mu = (k_0, \vec{k})$  no estado inicial, e  $k'^\mu = (k'_0, \vec{k}')$  no estado final. O nucleon possui quadri-momentum  $p^\mu = (p_0, \vec{p})$  e o estado hadrônico possui quadri-momentum  $p_X^\mu$ . A massa do nucleon é dada por  $M^2 = p^2 \approx 1 \text{ GeV}^2$ <sup>1</sup>. A energia do centro de momentum lépton-núcleon é definida como

$$s = (k + p)^2 \tag{1.6}$$

e, para o sistema  $\gamma^*$ -núcleon, temos

$$W^2 = (q + p)^2 \tag{1.7}$$

---

<sup>1</sup> Cabe salientar, que em física de partículas elementares, as duas constantes fundamentais da mecânica quântica relativística  $c$  e  $\hbar$  são consideradas de maneira tal que  $c = \hbar = 1$ , portanto, é comum sempre se referir a massa, momentum e energia, todos em termos de GeV

Em processos de corrente neutra ( $CN$ ), o lépton inicial é do mesmo tipo que o final, e o bóson pode ser um fóton virtual  $\gamma^*$  ou um  $Z^0$ . No caso de corrente carregada ( $CC$ ), o lépton inicial e o final são diferentes, e um  $W^\pm$  media a interação. Se a virtualidade  $Q^2$  não for suficientemente grande ( $Q^2 \ll m_{Z^0}$ ), os dois últimos processos (interação fraca) são suprimidos e somente a parte eletromagnética (fóton) contribui.

O DIS é descrito pela introdução da variável adimensional de Bjorken,  $x$ , definida por,

$$x = \frac{Q^2}{2p \cdot q}. \quad (1.8)$$

Como  $W^2 \geq M^2$  e  $W^2 = M^2 + 2p \cdot q(1 - x)$ , então  $x$  deve estar no intervalo  $0 \leq x \leq 1$ .

A variável rapidez  $y$  pode ser definida da seguinte maneira,

$$y = \frac{p \cdot q}{p \cdot k}, \quad (1.9)$$

e representa a fração de energia perdida pelo elétron no referencial de repouso do nucleon. Usa-se freqüentemente outro invariante de Lorentz,  $\nu$ , definida como

$$\nu = \frac{p \cdot q}{M}, \quad (1.10)$$

que representa a energia do bóson no referencial de repouso do nucleon.

Em ordem mais baixa na Eletrodinâmica Quântica, a seção de choque inclusiva para o DIS pode ser escrita como

$$d\sigma(eN \rightarrow eX) = \frac{2\alpha_{em}^2}{Q^4} \frac{m^2}{k_0 k'_0} L^{\mu\nu} W_{\mu\nu} d^3 k', \quad (1.11)$$

onde  $L^{\mu\nu}$  é o tensor associado ao vértice leptônico, sendo calculado diretamente através das regras de Feynman da QED. Este tem a forma,

$$L^{\mu\nu} = \frac{1}{m^2} [k'^\mu k^\nu + k'^\nu k^\mu - (k \cdot k') g^{\mu\nu}]. \quad (1.12)$$

O tensor  $W_{\mu\nu}$  descreve o vértice hadrônico e é dado por

$$W_{\mu\nu} = \frac{4\pi^2 E_N}{M} \int d^4 x e^{ip \cdot x} \langle N | J(x)_\mu^{em} J(0)_\nu^{em} | N \rangle, \quad (1.13)$$

onde  $E_N$  é a energia do nucleon, e  $J_\mu^{em}$  é o operador densidade de corrente, que nos dá a probabilidade de transição do estado final para o estado inicial. O tensor  $W_{\mu\nu}$  contém todas as informações sobre a interação do fóton virtual com o alvo. Supondo que o nucleon tenha uma subestrutura, o tensor  $W_{\mu\nu}$  parametriza todo nosso desconhecimento com relação à estrutura interna do nucleon. Apesar do tensor  $W_{\mu\nu}$  não ser conhecido, é possível parametrizá-lo em termos dos quadrimomenta presentes no vértice hadrônico.

A forma mais geral para parametrizar o tensor hadrônico é:

$$\begin{aligned}
 W_{\mu\nu} = & -W_1 g_{\mu\nu} + W_2 \frac{p_\mu p_\nu}{M^2} - iW_3 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \frac{p_\rho p_\sigma}{2M^2} \\
 & + W_4 \frac{q_\mu q_\nu}{M^2} + W_5 \frac{p_\mu q_\nu + p_\nu q_\mu}{2M^2} + iW_6 \frac{p_\mu q_\nu - p_\nu q_\mu}{2M^2}.
 \end{aligned} \quad (1.14)$$

As  $W_i$  são funções das variáveis escalares de Lorentz que podem ser construídas a partir dos quadri-momenta do vértice hadrônico. Considerando que o tensor leptônico é simétrico, apresenta invariância de paridade e impondo a conservação de corrente no vértice hadrônico  $q^\mu W_{\mu\nu} = 0$ , podemos escrever o tensor hadrônico somente com duas componentes, na seguinte forma,

$$W_{\mu\nu} = (-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2})W_1 + (p_\mu - \frac{p \cdot q}{q^2} q_\mu)(p_\nu - \frac{p \cdot q}{q^2} q_\nu) \frac{1}{M^2} W_2. \quad (1.15)$$

Agora considerando a contração dos tensores em (1.11), podemos escrever a seção de choque para o DIS em mais baixa ordem em QED no referencial de laboratório como [26, 27]

$$\frac{d^2\sigma(ep \rightarrow eX)}{dE' d\Omega} = \frac{4\alpha_{em}^2}{q^4} E'^2 \left[ 2\text{sen}^2 \frac{\theta}{2} W_1(\nu, Q^2) + \cos^2 \frac{\theta}{2} W_2(\nu, Q^2) \right]. \quad (1.16)$$

onde  $E'$  representa a energia do lépton no estado final e  $\Omega$  é o ângulo sólido de espalhamento deste lépton. Nestas expressões, negligenciamos a massa do lépton, pois estamos interessados no regime de altas energias <sup>2</sup>.

Definimos o conjunto de variáveis de Mandelstam  $s$ ,  $t$  e  $u$ , que são invariantes de Lorentz

$$s \equiv (p + k)^2 = E_{cm}^2, \quad (1.17)$$

$$t \equiv (k - k')^2 = -Q^2, \quad (1.18)$$

$$u \equiv (k - p_X)^2, \quad (1.19)$$

onde  $E_{cm}$  é a energia de centro de momentum. Desta forma podemos escrever a seção de choque para o DIS

$$\frac{d\sigma}{dt du} = \frac{4\pi\alpha_{em}^2}{s^2 t^2} \frac{1}{(s+t)} \left\{ -(s+u)t M W_1(\nu, Q^2) - us\nu W_2(\nu, Q^2) \right\}. \quad (1.20)$$

Em princípio, poderíamos esperar que  $W_1$  e  $W_2$  fossem complicadas funções de  $\nu$  e  $Q^2$ . Entretanto, foi verificado experimentalmente, durante a década de 60 nos experimentos no SLAC (“Stanford Linear Accelerator”) [27], que no limite de Bjorken, definido por

$$\nu \rightarrow \infty, \quad Q^2 \rightarrow \infty \quad \text{com } x \equiv \frac{Q^2}{2M\nu} \text{ fixo,} \quad (1.21)$$

---

<sup>2</sup> é um tanto difícil quantificar um valor para determinar o limite de altas energias, porém, podemos dizer que para o acelerador RHIC, onde a energia de centro de momentum é da ordem de 200 GeV caracteriza um regime de altas energias

as funções de estrutura do DIS são independentes de  $Q^2$  e  $\nu$  individualmente, passando a ser função unicamente da variável adimensional  $x$ , ou seja,

$$\lim_{Q^2, \nu \rightarrow \infty} MW_1(\nu, Q^2) \approx F_1(x), \quad (1.22)$$

$$\lim_{Q^2, \nu \rightarrow \infty} \nu W_2(\nu, Q^2) \approx F_2(x). \quad (1.23)$$

Este comportamento é chamado de escalamento das funções de estrutura e foi predito por Bjorken [28] a partir da álgebra de correntes. Em princípio, as funções  $W_i$  podem ser fortemente dependentes de  $Q^2$  pois a estrutura interna pode ser excitada de uma maneira diferente para diferentes valores de  $Q^2$ . Contudo, no limite de Bjorken, a seção de choque do espalhamento inelástico elétron-próton passa a depender apenas da variável adimensional  $x = Q^2/2M\nu$ . Portanto, para valores suficientemente grandes de energias, o espalhamento passa a ser inelástico e ocorre o desaparecimento da dependência em  $Q^2$ . Este comportamento sugere que está ocorrendo o espalhamento elástico do fóton por partículas pontuais, sem estrutura.

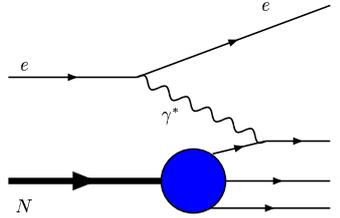
### 1.2.1 Modelo de pártons

O comportamento observado nas funções de estrutura é a base para a interpretação da estrutura do próton em termos do Modelo de pártons. Neste modelo, o hádron (*e.g.* próton) é composto por férmions pontuais quase-livres chamados pártons. Cada partícula carrega uma fração  $x$  do momentum total do hádron inicial, de tal forma que  $\sum_i x_i P = P$ . O modelo partônico é baseado nas seguintes hipóteses:

1. Num referencial onde o hádron possui momentum  $P \rightarrow \infty$ , este comporta-se como um conjunto de partículas livres. Estas partículas movem-se quase que paralelamente ao hádron (portanto desprezando seu momentum transverso) portando uma parcela  $x$  do momentum total do hádron.
2. A seção de choque inelástica lépton-hádron é a soma incoerente da seção de choque elástica individual lépton-párton, sendo estes pártons tratados como livres.

Esta forma de tratamento do DIS implica que o processo pode ser descrito considerando a interação partônica na Fig.(1.3). Todas as hipóteses do modelo justificam-se num sistema de referência de Lorentz tal que a massa dos pártons e seu momentum transverso possam ser desprezados, ou seja,

$$|\mathbf{P}| \gg M, m, P_T. \quad (1.24)$$



**Fig. 1.3:** *Interpretação do DIS através do modelo de páttons.*

O modelo de páttons nos permite fatorizar o espalhamento profundamente inelástico em duas etapas:

- a) O espalhamento do lépton por um dos páttons do nucleon, que porta uma fração de momentum  $x'$  do momentum inicial do nucleon.
- b) Combinação de páttons, formando os hádrons secundários (hadronização) que são observados pelos detectores.

Considerando as hipóteses do modelo, definimos a probabilidade  $[q_i(x_i)]$  de encontrarmos um pátton do tipo  $i$ , no interior de um hádron, portando uma fração de momentum  $x_i = \frac{P_i}{P}$ , onde  $P_i$  é o momentum portado pelo pátton  $q_i$ . O número de páttons  $i$  no hádron pode ser expresso da seguinte forma:

$$N_i = \int_0^1 q_i(x_i) dx_i. \tag{1.25}$$

A conservação de momentum, implica

$$\sum_i \int_0^1 x_i q_i(x_i) dx_i = 1, \tag{1.26}$$

ou seja, somando sobre todas as frações de momentum portadas pelos páttons (carregados ou não) deve-se obter o momentum total do hádron.

A partir dos resultados do espalhamento  $ep$ , verifica-se que incluindo-se na regra de soma de momentum (1.26) apenas as distribuições de páttons carregados, obtém-se um valor aproximado de 1/2 [29]. Este resultado indica que aproximadamente 50% do momentum total do hádron deve estar associado a páttons que não portam carga elétrica, não sendo diretamente detectáveis em experiências de DIS.

A fatorização colinear e o modelo de pártons permitem escrever a seção de choque diferencial do processo lépton-hádron em termos da seção de choque diferencial do espalhamento lépton-párton e, portanto

$$d\sigma^{\text{lépton-Nucleon}} = \sum_i \int_0^1 dx q_i(x) d\sigma^{\text{lépton-párton}}, \quad (1.27)$$

onde a soma se dá sobre os pártons que portam carga elétrica. O processo lépton-hádron é calculado a partir das regras de Feynman da QED para o espalhamento de dois léptons. Comparando com a expressão (1.20) e fazendo uso da propriedade de escalamento das funções de estrutura, obtemos, no limite de Bjorken,

$$F_2(x) = 2xF_1(x) = x \sum_i \varepsilon_i^2 q_i, \quad (1.28)$$

onde  $\varepsilon_i$  é a fração de carga do nucleon que o párton porta. Esta relação advém diretamente da hipótese de que os pártons possuem spin- $\frac{1}{2}$  [2, 29] e é denominada relação de Callan-Gross [30].

Os resultados expostos acima permitem identificar os quarks com os pártons [26, 27]. Os quarks podem se apresentar em seis sabores diferentes  $u, d, s, c, b$  e  $t$  que diferem em carga e em massa. Considerando a denominação  $q_u(x) = u(x)$ ,  $q_d(x) = d(x) \dots$  para os diferentes sabores, as distribuições partônicas  $q_i(x)$  são apresentadas em número de doze, uma para cada quark [ $u(x)$ ] ou anti-quark [ $\bar{u}(x)$ ].

Na constituição dos hádrons temos dois tipos de quarks: os quarks de valência e os quarks do mar ( $q \equiv q_v + q_s$ ). Os quarks de valência são os quarks utilizados na descrição espectroscópica e devem reproduzir os números quânticos do hádron. Os quarks do mar são pares virtuais quark-antiquark que têm origem nas flutuações dos propagadores da interação forte. Estas partículas carregam os números quânticos do vácuo.

No caso de nucleons, o conteúdo total dos quarks  $c, b$  e  $t$  é desprezível se comparando com as distribuições dos quarks leves  $u, d$  e  $s$ . Isto ocorre devido a grande massa dos quarks  $c, b$  e  $t$ . Portanto, podemos escrever a função de estrutura do próton  $F_2^p(x)$  da seguinte forma:

$$F_2^p(x) = x \left\{ \left( \frac{2}{3} \right)^2 [u(x) + \bar{u}(x)] + \left( \frac{1}{3} \right)^2 [d(x) + \bar{d}(x)] + \left( \frac{1}{3} \right)^2 [s(x) + \bar{s}(x)] \right\} \quad (1.29)$$

A função de estrutura do nêutron  $F_2^n$  pode ser obtida a partir de  $F_2^p$  a partir da substituição  $u \Leftrightarrow d, \bar{u} \Leftrightarrow \bar{d}$ , pois próton e nêutron formam um duplete de isospin.

Experimentalmente, as distribuições de quarks de valência anulam-se para  $x = 0$  e  $x = 1$ , enquanto os quarks do mar tendem a popular a região de pequeno  $x$ . Como vimos anteriormente, aproximadamente 50 % do momentum do nucleon é portado por pártons que

não são detectáveis diretamente no DIS, ou seja, pártons sem carga elétrica. A presença destes pártons no interior do nucleon pode ser justificada pela dinâmica da interação quark-quark, identificando estes pártons com as partículas de troca da interação forte, os glúons.

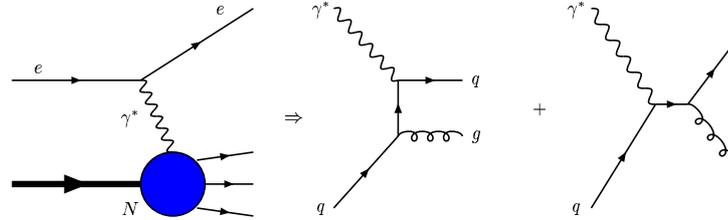


Fig. 1.4: Contribuição  $O(\alpha_s)$   $\gamma^* q \rightarrow qg$  para o processo  $ep \rightarrow eX$ .

### 1.3 Equações de Evolução Lineares

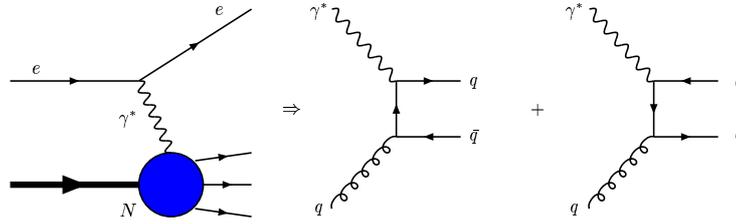
#### 1.3.1 DGLAP

O modelo de pártons descreve o processo DIS [Fig. (1.3)], desconsiderando a dinâmica de glúons como o portador da força forte associada a carga de cor dos quarks. Assim, o modelo desconsidera o fato de que os quarks podem radiar glúons. Para implementar os efeitos de QCD, vamos considerar que o quark da Fig. (1.3) possa emitir glúons antes ou depois de interagir com o fóton  $\gamma^*$ . Estes eventos são mostradas na Fig. (1.4). Além disso, um glúon do alvo pode contribuir para o processo DIS via  $\gamma^* g \rightarrow q\bar{q}$ , como mostrado na Fig. (1.5). Considerando a ordem de contribuição nos cálculos perturbativos, definindo  $\alpha$  como a constante de acoplamento eletromagnética e  $\alpha_s$  a constante de acoplamento forte, podemos dizer que nos processos das Figs. (1.4) e (1.5) são contribuições de  $O(\alpha\alpha_s)$  para a seção de choque, sendo a contribuição dominante na Fig. (1.3) de  $O(\alpha)$ .

A inclusão dos diagramas da QCD no processo DIS tem conseqüências significativas nos observáveis experimentais:

- A propriedade de escalamento das funções de estrutura é violada;
- O quark no estado final (e portanto a direção do jato de hádrons) não será necessariamente colinear com o fóton virtual.

A partir da QCD, podemos prever a violação de escalamento, bem como a distribuição angular do jato associado ao fóton virtual. A quebra de escalamento predito pela QCD é de forma logarítmica. Aqui abordaremos a quebra de escalamento das funções de estrutura utilizando a descrição proposta por Altarelli-Parisi e paralelamente por Dokshiter, Gribov e Lipatov (DGLAP) [5, 6, 7], que descreve a evolução dinâmica das funções de estrutura



**Fig. 1.5:** Contribuição de glúons no estado inicial  $O(\alpha_s) \gamma^* g \rightarrow q\bar{q}$  para o processo  $ep \rightarrow eX$ .

usando uma linguagem partônica, intuitiva. A seguir vamos apresentar os principais aspectos dessa abordagem.

Definimos as funções de desdobramento  $P_{ab}\left(\frac{x}{y}\right)$ , que estão associadas à probabilidade de um parton  $b$  com fração de momentum  $y$  dar origem a um parton  $a$  com fração de momentum  $x$ . É conveniente também definir as funções de distribuição de quarks *singlete* ( $q + \bar{q}$ ) ( $S$ ) e *não-singlete* ( $q - \bar{q}$ ) ( $NS$ ) e ainda a função de distribuição de glúons.

$$q^{NS} \Rightarrow \text{Quarks de valência}, \quad (1.30)$$

$$q^S \Rightarrow \text{Quarks do mar}, \quad (1.31)$$

$$g \Rightarrow \text{Distribuição de glúons}. \quad (1.32)$$

O formalismo DGLAP descreve a evolução em  $Q^2$  das funções de distribuição partônica considerando que a interação partônica é dada através de uma cascata partônica, com um forte ordenamento nos momenta transverso dos partons emitidos dentro desta cascata. Considerando os processos de emissão em mais baixa ordem dentro desta cascata, as equações DGLAP podem ser escritas

$$\frac{dq_i^{NS}(x, Q^2)}{d \ln Q^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} P_{qq}\left(\frac{x}{y}\right) q_i^{NS}(y, Q^2), \quad (1.33)$$

$$\frac{dq_i^S(x, Q^2)}{d \ln Q^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[ P_{qq}\left(\frac{x}{y}\right) q_i^S(y, Q^2) + P_{qg}\left(\frac{x}{y}\right) g(y, Q^2) \right], \quad (1.34)$$

$$\frac{dg(x, Q^2)}{d \ln Q^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[ P_{gq}\left(\frac{x}{y}\right) q_i^S(y, Q^2) + P_{gg}\left(\frac{x}{y}\right) g(y, Q^2) \right], \quad (1.35)$$

$$(1.36)$$

onde as funções de desdobramento podem ser calculadas em QCD perturbativa. Em ordem mais baixa, essas funções foram obtidas por Altarelli-Parisi [6], e têm a seguinte forma:

$$P_{qq}(z) = \frac{4}{3} \left[ \frac{(1+z^2)}{(1-z)_+} + \frac{3}{2} \delta(1-z) \right], \quad (1.37)$$

$$P_{gg}(z) = \frac{1}{2} [z^2 + (1-z)^2], \quad (1.38)$$

$$P_{gq}(z) = 6 \left[ \frac{(1-z)}{z} + \frac{z}{(1-z)_+} + z(1-z) + \left( \frac{11}{12} - \frac{n_f}{18} \right) \delta(1-z) \right], \quad (1.39)$$

$$P_{qg}(z) = \frac{4}{3} \left[ \frac{1+(1-z)^2}{z} \right], \quad (1.40)$$

onde a prescrição

$$\int_0^1 dz \frac{f(z)}{(1-z)_+} = \int_0^1 dz \frac{f(z) - f(1)}{1-z} \quad (1.41)$$

é usada na regularização da divergência para  $z = 1$ .

A partir da solução dessas equações, a QCD prevê a quebra de escalamento das distribuições de pártons e permite calcular a dependência em  $Q^2$  da função de estrutura  $F_2$ . O formalismo DGLAP prevê que a função de estrutura  $F_2$ , definida pela Eq. (1.29), passe a ser dependente da distribuição de glúons também. Como a distribuição de glúons aumenta para pequeno  $x$ , temos um comportamento semelhante para a  $F_2$ .

Devido ao forte ordenamento nos momenta transversos dentro da cascata partônica, as equações DGLAP têm validade na seguinte região cinemática:

$$\alpha_s \ln Q^2 \approx 1, \quad \alpha_s \ll 1, \quad e \ln \left( \frac{1}{x} \right) \ll \ln \left( \frac{Q^2}{Q_0^2} \right), \quad (1.42)$$

ou seja, as equações DGLAP são válidas numa região cinemática de valores de  $Q^2$  não muito baixos (valores de  $Q^2 \gtrsim 1\text{GeV}^2$  onde a QCD perturbativa pode ser aplicada) e também numa região de  $x$  não muito pequeno ( $x \gtrsim 0.001$ ).

As equações DGLAP não nos fornecem valores para as funções de distribuição partônicas a uma dada virtualidade, mas sim uma evolução em  $Q^2$  destas distribuições. Assim a QCD prediz a quebra de escalamento e permite calcular explicitamente a dependência em  $Q^2$  das funções de estrutura. Dadas as funções de distribuição partônica de quarks ou glúons para um dado ponto de referência  $(x, Q_0^2)$ , podemos evoluir para um certo valor  $(x, Q^2)$  utilizando as equações DGLAP.

Na região de pequeno  $x$ , devido ao aumento da densidade partônica, os diagramas de recombinação de pártons (que não são considerados na evolução DGLAP), como por exemplo a fusão de dois glúons em um só, tornam-se importantes na descrição das funções de estrutura. Tais efeitos são denominados de efeitos de alta densidade e constituem um dos pontos de investigação deste trabalho. Estes efeitos podem ser considerados através de

termos não lineares nas equações DGLAP, por isso pode-se chamar também de efeitos não-lineares. Por este motivo não quantificamos aqui a densidade nuclear a partir da qual os efeitos não-lineares surgem, pois é um ponto ainda em aberto na teoria.

O limite de pequeno  $x$  do DIS ( $x \approx Q^2/s$ ) define o comportamento assintótico da seção de choque  $\sigma(\gamma^*N)$  no limite de alta energia. Na região de pequeno  $x$  a dinâmica DGLAP é controlada pela distribuição de glúons, pois as funções desdobramento  $P_{qg}$  e  $P_{gg}$  [equações (1.40)] apresentam divergência no limite de  $z \rightarrow 0$ . Como as distribuições de glúons dominam na região de pequeno  $x$ , as equações DGLAP podem ser aproximadas por

$$\frac{dq_i^S(x, Q^2)}{d \ln Q^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[ P_{qg} \left( \frac{x}{y} \right) g(y, Q^2) \right], \quad (1.43)$$

$$\frac{dg(x, Q^2)}{d \ln Q^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[ P_{gg} \left( \frac{x}{y} \right) g(y, Q^2) \right]. \quad (1.44)$$

Podemos considerar a forma de uma solução das equações DGLAP. Vamos considerar inicialmente a evolução da distribuição de glúons. Para qualquer distribuição  $f(x, Q^2)$ , define-se o momentum  $f(\omega, Q^2)$  [2], tal que

$$f(\omega, Q^2) = \int_0^1 dx x^\omega f(x, Q^2). \quad (1.45)$$

A variável  $\omega$  é escolhida de tal forma que o momentum  $\omega = 0$  corresponde ao número de pártons e o momentum  $\omega = 1$  mede a quantidade de momentum linear deste pártons. A distribuição em  $x$  pode ser reobtida utilizando-se a transformada inversa de Mellin[1, 31]. Por exemplo, para a função de glúons, a transformada inversa fica

$$xg(x, Q^2) = \frac{1}{2\pi i} \int_C d\omega x^{-\omega} g(\omega, Q^2), \quad (1.46)$$

onde  $g(\omega, Q^2)$  corresponde ao momentum associado à distribuição de glúons. O contorno de integração no plano complexo  $C$  deve ser tomado à direita de todas as singularidades do integrando. Podemos determinar a expressão para o momentum da distribuição de glúons substituindo (1.46) em (1.44) e obtendo

$$g(\omega, Q^2) = g(\omega, Q_0^2) \exp \left\{ \int_{Q_0^2}^{Q^2} \frac{dq^2}{q^2} \int_0^1 \frac{dy}{y} \left[ P_{gg} \left( \frac{x}{y} \right) \right] \right\}. \quad (1.47)$$

Definimos a dimensão anômala  $\gamma$ , que corresponde ao momentum associado à função de desdobramento, dada por

$$\gamma_{gg}(\omega, Q^2) = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_0^1 \frac{dy}{y} \left[ P_{gg} \left( \frac{x}{y} \right) \right], \quad (1.48)$$

No limite de duplo logaritmo dominante (DLA) [ $\alpha_s \ln(1/x) \ln(Q^2/Q_0^2)$ ], a dimensão anômala pode ser aproximada em primeira ordem por

$$\gamma_{gg}(\omega) = \frac{\alpha_s N_c}{\pi} \left( \frac{1}{\omega} \right), \quad (1.49)$$

onde temos a singularidade em  $\omega = 0$ . Determinada a singularidade de  $\gamma_{gg}$  no limite de alta energia (pequeno  $x$ ), o comportamento da função de glúon dependerá das singularidades de  $g(\omega, Q^2)$ . Tomando  $\alpha_s$  independente de  $q^2$ , a distribuição de glúons pode ser escrita na forma geral,

$$xg(x, Q^2) = \frac{1}{2\pi i} \int_C d\omega e^{\omega \ln(1/x) + \gamma_{gg}(\omega) \ln(Q^2/Q_0^2)} xg(\omega, Q_0^2), \quad (1.50)$$

onde usou-se a transformação de variável  $x^{-\omega} = e^{\omega \ln(1/x)}$ . As singularidades do integrando da Eq. (1.50) definem o comportamento das distribuições de glúons. Esta expressão mostra que a dimensão anômala  $\gamma_{gg}(\omega)$  controla a evolução dinâmica da distribuição de glúons na variável  $Q^2$ . A condição inicial  $g(\omega, Q_0^2)$  também tem papel fundamental no comportamento de  $g(x, Q^2)$ . Se esta apresentar uma singularidade e for dominante com relação à singularidade de  $\gamma_{gg}$ , então o comportamento de  $g(x, Q^2)$  será determinado pela condição inicial e não por  $\gamma_{gg}$ .

A forma mais geral para  $\gamma_{gg}(\omega)$ , pode ser escrita em termos de uma série de potências de  $\alpha_s/2\pi$  da forma [13]

$$\gamma_{gg}(\omega) = \frac{\alpha_s N_c}{\pi} \frac{1}{\omega} + \frac{2\alpha_s^4 N_c^4 \zeta(3)}{\pi^4} \frac{1}{\omega^4} + O\left(\frac{\alpha_s^5}{\omega^5}\right), \quad (1.51)$$

onde  $\zeta(3)$  é a função zeta de Riemman e  $N_c$  é o número de cores. Na aproximação DLA, somente o primeiro termo da série acima é considerado.

### 1.3.2 BFKL

O formalismo associado às equações de evolução DGLAP não permite fazer nenhuma predição sobre a evolução das distribuições partônicas na variável de Bjorken  $x$ . A dependência em  $x$ , necessária para descrever os dados, está presente nas distribuições de entrada. Na evolução DGLAP, as contribuições dependentes de  $1/x$ , logo dominantes na região de pequeno  $x$ , são levadas em conta no limite duplo logaritmo dominante (DLA), onde os diagramas somados contribuem com termos da ordem de  $[\alpha_s \ln(Q^2/Q_0^2) \ln(1/x)]^n$  e possuem um forte ordenamento nas variáveis  $x$  e  $k_{\perp}^2$ . Os termos proporcionais a  $\ln(1/x)$  aparecem sempre acompanhados de um  $\ln Q^2$ , o que significa que esta descrição é válida apenas para a região cinemática de grandes valores de  $1/x$  e  $Q^2$ .

A análise da região cinemática de pequeno  $x$  e valores moderados de  $Q^2$  implica somar diagramas que contribuam com termos da ordem  $[(\alpha_s) \ln(1/x)]^n$  com  $\alpha_s \ln(Q^2/Q_0^2) \ll 1$  e  $\alpha_s \ln(1/x) \approx 1$ . Assim, devemos considerar termos dominantes em  $\ln(1/x)$  e a dependência completa em  $Q^2$  deve ser mantida. Isto significa que o forte ordenamento nos momenta transversos dentro da cascata partônica deve ser relaxado e deve ser incluída uma integração sobre todo o espaço de fase formado pelas componentes transversas dos momenta dos pártons emitidos. Em tal região cinemática, as equações de evolução DGLAP não são mais válidas e uma nova dinâmica é necessária para descrever a evolução das distribuições partônicas.

Com o objetivo de estudar a amplitude de espalhamento no limite de altas energias (pequeno  $x$ ), na década de 70, Y. Balitski, V. Fadin, E. Kuraev e L. Lipatov (BFKL) [8, 9, 10, 11] propuseram uma equação que leva em consideração termos proporcionais a  $\alpha_s \ln(1/x)$ , equação que descreve a evolução na variável de Bjorken  $x$ . Como o espaço de fase não está mais restrito pelo ordenamento nos momenta transversos, a equação BFKL deve ser escrita em termos da função de glúons não integrada  $\phi(x, k_\perp^2)$ , que nos fornece a probabilidade de encontrar um glúon no nucleon com momentum transverso  $k_\perp^2$  e fração de momentum longitudinal  $x$ . A forma diferencial da equação BFKL é dada por

$$\frac{\partial \phi(x, k_\perp^2)}{\partial \ln(1/x)} = \frac{3\alpha_s}{\pi} k_\perp^2 \int_0^\infty \frac{dk'_\perp{}^2}{k'_\perp{}^2} \left\{ \frac{\phi(x, k'_\perp{}^2) - \phi(x, k_\perp^2)}{|k'_\perp{}^2 - k_\perp^2|} + \frac{\phi(x, k_\perp^2)}{\sqrt{4k'_\perp{}^4 + k_\perp^4}} \right\} \quad (1.52)$$

$$\equiv K \otimes \phi, \quad (1.53)$$

onde a função de glúons não integrada  $\phi(x, k_\perp^2)$  está relacionada com a função de glúons usual por

$$xg(x, Q^2) = \int^{Q^2} \frac{dk_\perp^2}{k_\perp^2} \phi(x, k_\perp^2). \quad (1.54)$$

A condição inicial para a equação (1.53) deve ser tomada para um valor suficientemente pequeno de  $x_0$ , tal que as seguintes condições sejam satisfeitas

$$\alpha_s \ll 1, \quad \alpha_s \ln(Q^2/Q_0^2) \ll 1, \quad \alpha_s \ln(1/x) \approx 1. \quad (1.55)$$

Como a equação BFKL descreve o limite de  $x \rightarrow 0$ , então ela é própria para o cálculo de processo para altas energias. No limite de altas energias, a distribuição de glúons domina a evolução e a equação BFKL pode ser representada por um diagrama escada efetivo, com os momenta longitudinais fortemente ordenados e sem ordenamento nos momenta transversos, ou seja,

$$x \ll x_{i+1} \ll \dots \ll x_1 \ll 1, \quad (1.56)$$

$$Q^2 \approx k_{\perp i+1}^2 \approx \dots \approx k_{\perp 1}^2 \approx Q_0^2. \quad (1.57)$$

É possível obter uma solução analítica para a equação BFKL a partir da transformada de Mellin da função  $\phi(x, k^2)$  na variável  $k^2$  da forma,

$$\frac{\partial \phi(x, \bar{\gamma})}{\partial \ln(1/x)} = \bar{K}(\bar{\gamma})\phi(x, \bar{\gamma}), \quad (1.58)$$

cuja solução é

$$\phi(x, \bar{\gamma}) = \phi(x_0, \bar{\gamma}) \left( \frac{x}{x_0} \right)^{-\bar{K}(\bar{\gamma})}. \quad (1.59)$$

Onde  $\bar{\gamma}$  é a variável conjugada de  $k^2$ ,  $\phi(x, \bar{\gamma})$  é a função transformada e  $\bar{K}$  é o núcleo transformado.

Utilizando uma forma explícita para as funções transformadas, pode-se obter a função de glúon não integrada [32],

$$\phi(x, k^2) = \left( \frac{x}{x_0} \right)^{-\lambda} \frac{\sqrt{k^2} \phi(x_0, \bar{\gamma} = 1/2)}{(6\alpha_s 28\zeta(3) \ln(x/x_0))^{1/2}} \exp \left\{ \frac{-\ln(k^2/\bar{k}^2)}{6\frac{\alpha_s}{\pi} 28\zeta(3) \ln(x/x_0)} \right\}. \quad (1.60)$$

onde  $\zeta(x)$  é a função zeta de Reimann. Tal solução permite avaliar algumas propriedades desta evolução. O primeiro termo de (1.60) dá origem a um comportamento  $x^{-\lambda}$  para a distribuição de glúons não integrada, característico do formalismo BFKL. Para um  $\alpha_s \approx 0.2$ , o expoente  $\lambda$  terá um valor  $\approx 0.5$ , o que representa um crescimento para a distribuição de glúons, no limite de altas energias. Como verificado, através das equações DGLAP, na evolução da distribuição de quarks existe uma dependência na distribuição de glúons. Portanto, conclui-se que a dinâmica BFKL prevê um rápido crescimento da seção de choque  $\sigma(\gamma^* N)$  com a energia.

Uma limitação está no fato de que as soluções foram obtidas para  $\alpha_s$  independente de  $Q^2$ , o que limita a validade da equação a um pequeno intervalo de  $Q^2$ , onde o comportamento da constante de acoplamento pode ser aproximado.

Na próxima seção, apresentamos algumas parametrizações para as distribuições partônicas obtidas no formalismo DGLAP, que somente podem ser determinadas a partir dos experimentos, pois necessitamos das condições iniciais das equações de evolução, que são tomadas a partir dos resultados experimentais.

## 1.4 Distribuições Partônicas para o Próton

Os cálculos de processo de espalhamento duros para altas energias em QCD perturbativa, constituem-se de dois elementos básicos. As seções de choque dos subprocessos partônicos, envolvendo pártons, léptons e bósons de gauge, que são calculadas perturbativamente, e

as distribuições partônicas dos hádrons. Isto implica que predições para processos de espalhamento duro, envolvendo hádrons, necessitam de um conhecimento das distribuições partônicas.

Como vimos anteriormente, a QCD não prediz o valor das distribuições partônicas, mas somente as suas evoluções. Pode-se por exemplo, determinar as mesmas através do formalismo DGLAP, para alguma escala  $Q^2 = Q_0^2$  e um certo valor de  $x$ , a partir dos resultados experimentais existentes. O procedimento básico é parametrizar, através de uma função de entrada analítica, a dependência em  $x$  das funções de distribuição  $f_i(x, Q_0^2)$  (quarks e glúons) para algum  $Q_0^2$  suficientemente grande para que a QCD perturbativa possa ser aplicada. Após deve-se evoluir para um escolhido valor de  $Q^2$  utilizando as equações DGLAP. Os termos da parametrização de entrada são determinados pelo ajuste, durante a evolução, aos dados de espalhamento profundamente inelástico e processos relacionados disponíveis. Dessa forma determina-se as densidades partônicas para uma certa região de  $x$  e  $Q^2$ . Como essas funções são universais, podem ser usadas para caracterizar as funções de estrutura e para o cálculo das seções de choque de outros processo de alta energia.

Tradicionalmente essas distribuições são determinadas a partir de análises globais dos dados de processos como espalhamento profundamente inelástico, produção de pares de léptons, produção de sabores pesados, produção de jatos com grande momentum transversal, etc. Nessas análises globais incluem-se o maior número possível de observáveis a fim de restringir as várias distribuições partônicas, pois diferentes processos nos fornecem informações sobre diferentes tipos de distribuições partônicas em diferentes regiões cinemáticas. Por exemplo, os dados de espalhamento profundamente inelástico restringem principalmente a função de estrutura  $F_2$  e a distribuição de glúons na região de pequeno  $x$ , enquanto a produção de pares de léptons restringem as distribuições de antiquarks e quarks.

O maior número de dados, bem como a maior precisão destes, demanda que a cada novo conjunto de medidas um novo refinamento das distribuições partônicas seja feito. Podemos citar alguns grupos que realizam o procedimento de ajuste aos dados, como o grupo GRV [33, 34, 35], CTEQ [36, 37, 38], MRST [39, 40, 41], etc, com distintas idéias fundamentais [42], porém o valor inicial de virtualidade de todas as parametrizações é significativamente maior se comparado com a parametrização GRV do ano de 1994. O grupo MRST [39, 40, 41] e o CTEQ [36, 37, 38] caracterizavam-se por realizar ajustes globais dos dados a fim de obter parametrizações para as distribuições partônicas. O grupo GRV [33, 34, 35], propõe a parametrização para as distribuições partônicas baseando-se na evolução dinâmica de distribuições de entrada tipo-valência (que anulam-se para  $x \rightarrow 0$ ) a partir de um pequeno valor para a virtualidade inicial. Neste trabalho utilizaremos as parametrizações GRV e CTEQ. Os resultados não apresentam significativa diferença quando consideramos diferentes parametrizações. Apenas no capítulo 4 deste trabalho é que realizamos comparações entre

as parametrizações GRV94 e GRV98 tendo em vista os diferentes resultados experimentais utilizados por estas parametrizações, durante o processo de ajuste.

## 1.5 Processo Drell-Yan

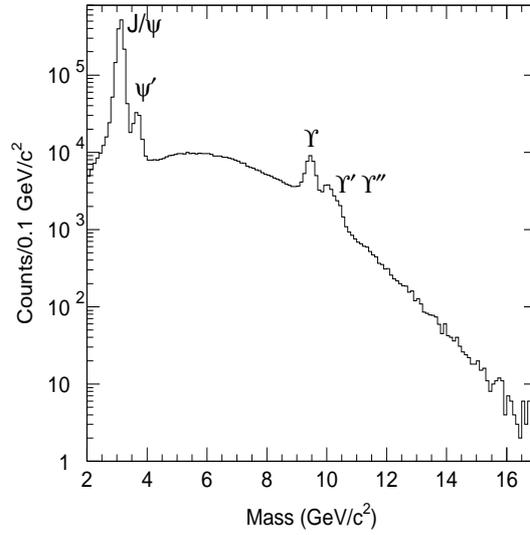
A produção de pares de léptons com grande massa invariante ( $e^+e^-$ ,  $\mu^+\mu^-$ , *etc.*)<sup>3</sup> em colisões hadrônicas também nos fornece informações sobre a estrutura dos hádrons. A detecção experimental destes diléptons com grande massa invariante em colisões hadrônicas determinou alguns fatos importantes na física de partículas. O estado quarkonium (pares de quarks pesados), por exemplo, que revelou a existência de quarks charm na década de 70, foi descoberto através de seu decaimento em pares de léptons. Este decaimento aparece superposto a um contínuo de produção de pares de léptons, sendo este contínuo antecipado teoricamente em 1970 [43] conhecido como processo Drell-Yan (Fig. 1.6). O processo DY nos fornece uma conexão com as distribuições de antiquarks dos hádrons, como veremos posteriormente. Produção de pares de léptons pelo processo Drell-Yan (DY) com feixe de píons e kaons fornece informações sobre a estrutura dessas partículas instáveis. Outro fato importante na história de processo DY foi a descoberta das partículas  $W^\pm$  e  $Z^0$  em 1983.

Os conceitos do modelo partônico, originalmente introduzidos no DIS, podem ser aplicados a outros processos em colisões hadrônicas. O processo Drell-Yan é um destes. Num espalhamento hádron-hádron, o processo Drell-Yan, no sistema de laboratório onde os dois hádrons possuem momentum infinito, consiste numa aniquilação de um quark oriundo de um hádron e um antiquark de outro hádron, dando origem a um bóson vetorial, o qual decai em um par de léptons, como pode ser analisado na Fig. (1.7). Neste trabalho estamos interessados em estudar o processo DY em colisões  $pp$  e  $pA$ , de tal forma que somente os fótons como os bóson de troca serão considerados, pois estamos interessados na região de pequena massa de par de léptons ( $M_{l+l^-} \leq M_{Z^0}$ ), onde a contribuição do fóton como bóson de troca é dominante. Posteriormente este fóton decai em um par de léptons que é detectado. Na década de 80 muitos problemas teóricos relativos ao processo DY foram resolvidos, estabelecendo-se o processo DY juntamente com DIS como uma fonte quantitativa de informação da estrutura hadrônica.

No DIS, a escala do processo é definida pelo momentum transferido  $Q^2$ . No processo DY o momentum transferido é a massa invariante do par de léptons no estado final e define a escala do processo. Temos então que o quadri-momentum do fóton caracteriza a escala

---

<sup>3</sup> Em nosso contexto, grande massa invariante significa  $M_{l+l^-} \geq M_{J/\psi} \approx 3$  GeV, onde  $J/\psi \rightarrow$  estado ligado de quarks pesados  $c\bar{c}$ , por exemplo



**Fig. 1.6:** *Espectro de massa de pares de léptons produzidos por vários tipos de decaimento e também pelo processo Drell-Yan do experimento E866 [44]: colisões  $p+p$  e  $p+d$  a 800 GeV de energia do feixe. Os picos no contínuo referem-se aos pares de léptons medido do decaimento das ressonâncias.*

do processo, logo

$$M^2 = q^2 > 0, \quad (1.61)$$

onde  $q^\mu$  é o quadri-momentum do fóton virtual. Neste processo, o quadrado da energia do centro de massa dos hádrons colisores é dado por

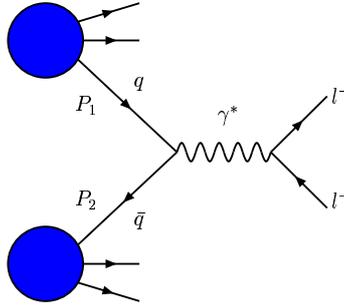
$$s = (P_1 + P_2)^2, \quad (1.62)$$

onde  $P_1$  e  $P_2$  são os quadrimomenta do hádron 1 e do hádron 2, respectivamente. Em processos Drell-Yan com o alvo fixo é útil trabalhar com a fração de momentum longitudinal total, conhecida como  $x$  de Feynman, que é definida por

$$x_F = \frac{2p_L}{\sqrt{s}} \approx x_1 - x_2, \quad (1.63)$$

onde  $p_L$  é o momentum longitudinal do par de léptons, no referencial do centro de massa do processo hádron-hádron. As variáveis  $x_1$  e  $x_2$  são as frações de momentum total dos hádrons que cada párton porta, portanto considerando os momenta portados pelo pártons,  $p_1$  e  $p_2$  podemos escrever,

$$p_1 = x_1 P_1 \quad p_2 = x_2 P_2. \quad (1.64)$$



**Fig. 1.7:** *Processo Drell-Yan em mais baixa ordem em QED.*

Através de relações cinemáticas pode-se escrever,

$$x_1 = \frac{2P_2 \cdot q}{s} \quad \text{e} \quad x_2 = \frac{2P_1 \cdot q}{s}. \quad (1.65)$$

O quark  $q$  na Fig.(1.7) tem momentum  $x_1 P_1$  e o antiquark tem momentum  $x_2 P_2$ . Porém, podemos verificar que existe uma simetria entre feixe e alvo neste referencial. Além disso,  $x_1$  e  $x_2$  relacionam-se através da variável de escalamento da seguinte forma:

$$\tau \equiv x_1 x_2 = \frac{M^2}{s}, \quad (1.66)$$

onde desprezamos, de acordo com o modelo partônico, o momentum transversal do fóton virtual.

As frações de momentum carregadas pelos pártons que contribuem para a seção de choque em ordem dominante (LO), podem ser expressas em termos da variável rapidez  $y$  do par (generalização da velocidade relativística)

$$y = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{E + p_z}{E - p_z} \right) \quad (1.67)$$

e na variável de escalamento  $\tau$ , da seguinte maneira,

$$x_1 = \sqrt{\tau} e^y, \quad x_2 = \sqrt{\tau} e^{-y}. \quad (1.68)$$

Podemos definir ainda a variável pseudo-rapidez  $\eta$  que está relacionada diretamente com o ângulo de espalhamento das partículas no detector, onde

$$\eta = - \ln \left[ \tan \left( \frac{\theta}{2} \right) \right] \quad (1.69)$$

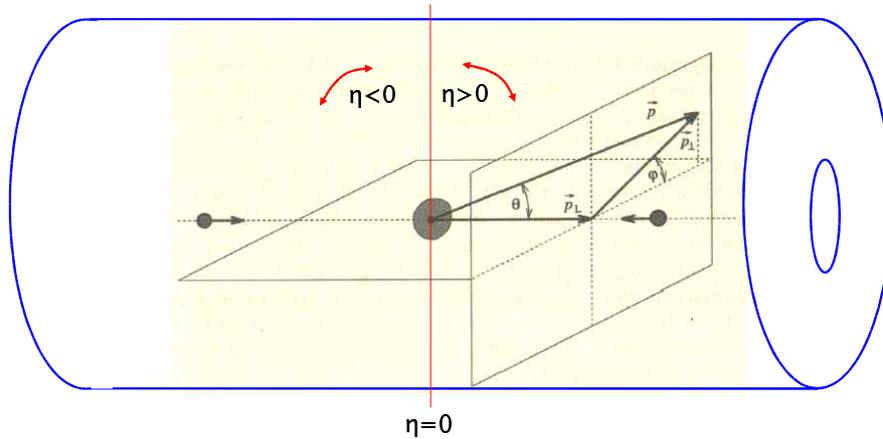
Outra variável de extrema importância no processo Drell-Yan e de maneira geral em colisões hadrônicas é o momentum transversal, ou seja, o momentum transversal ao plano

de colisão dos hádrons ( $p_T$ ). Considerando-se ainda colisões onde não se tem o alvo fixo, esta variável é de extrema importância pois é a que apresenta melhor precisão de medida no experimento.

A variável pseudo-rapidez está relacionada com a variável rapidez pela seguinte relação

$$y = \ln \left( \frac{\sqrt{m^2 + |\vec{p}_T|^2} \cosh^2 \eta + |\vec{p}_T| \sinh \eta}{\sqrt{m^2 + |\vec{p}_T|^2}} \right). \quad (1.70)$$

Verifica-se imediatamente que  $\eta = 0$  é equivalente a  $y = 0$ . As variáveis rapidez e pseudo-rapidez têm sempre o mesmo sinal. Pela relação da variável rapidez na determinação de  $x_1$  e  $x_2$ , verifica-se que grande rapidez implica em pequeno  $x_2$  e grande  $x_1$ , logo na região de  $\eta > 0$  investigamos pequeno  $x$  para um dos hádrons colidores e grande  $x$  para o outro hádron. As variáveis  $\eta$  e  $p_T$  estão apresentadas na Fig. 1.8. A variável massa  $m$  que aparece na relação entre rapidez e pseudo-rapidez é a massa da partícula produzida no processo de colisão e, no caso discutido aqui, pode ser considerada com a massa do par de léptons produzidos. Considerando a condição onde  $m \ll |p_T|$  temos que  $y \approx \eta$ .



**Fig. 1.8:** Variáveis cinemáticas  $p_T$  e  $\eta$ .

A seção de choque partônica  $q + \bar{q} \rightarrow l^+ + l^-$  em mais baixa ordem para o processo Drell-Yan é calculada através das usuais regras de Feynman da QED. De acordo com o subprocesso partônico de aniquilação de quarks da Fig.(1.7) temos

$$\frac{d\hat{\sigma}}{dM^2} = \frac{4\pi\alpha_{em}^2 \varepsilon_i^2}{9M^2} \delta(x_1 x_2 s - M^2), \quad (1.71)$$

onde  $\varepsilon_i$  representa a fração de carga do próton, carregada pelo quark de sabor "i". A fatorização colinear nos permite escrever a seção de choque hadrônica para o processo Drell-Yan da seguinte forma,

$$\frac{d\sigma}{dM^2} = \int_0^1 dx_1 dx_2 \sum_i \{q_i(x_1, M^2) \bar{q}_i(x_2, M^2) + x_1 \leftrightarrow x_2\} \frac{d\hat{\sigma}}{dM^2}, \quad (1.72)$$

onde as funções  $q(x, M^2)$  e  $\bar{q}(x, M^2)$  são as funções de distribuições partônicas definidas no DIS e descrevem a probabilidade de encontrar um quark ou antiquark portando uma fração  $x$  do hádron de origem. Como falamos anteriormente, no processo Drell-Yan, o quadrado da massa do par de léptons determina a escala do processo, logo, as funções de distribuições partônicas passam a depender de  $M^2$ . A função  $\delta$  na Eq.(1.71) permite escrever a seção de choque na forma,

$$M^2 \frac{d\sigma}{d\tau} = \frac{4\pi\alpha_{em}^2}{3N_c} \int_0^1 dx_1 \sum_i \varepsilon_i^2 \{q_i(x_1, M^2) \bar{q}_i(x_1/\tau, M^2) + x_1 \leftrightarrow x_2\}, \quad (1.73)$$

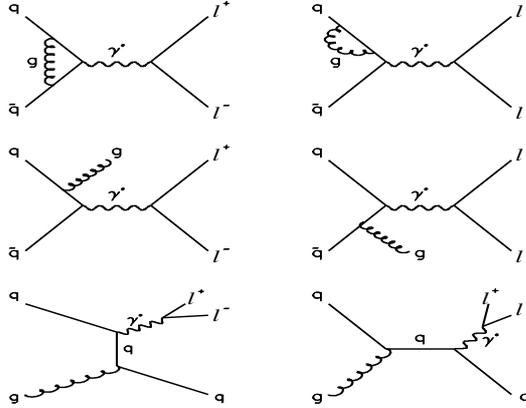
que explicita o escalamento da seção de choque em termos de  $\tau$ .

A observação da propriedade de escalamento [45, 46], ou seja, o fato da seção de choque (1.73) depender somente de  $\tau$  e não separadamente de  $M^2$  e  $s$ , corrobora o mecanismo ilustrado na Fig. (1.7). Contudo, existem algumas características da produção Drell-Yan que não podem ser entendidas na ordem mais baixa do processo. Essas são:

- As seções de choque calculadas diretamente de (1.73) resultam em valores abaixo dos dados por um fator de 2 a 3. A diferença entre o cálculo em ordem dominante e os dados nos indica que mais altas ordens para o processo Drell-Yan são importantes. A inclusão de mais altas ordens pode ser simulada através da introdução de um fator constante, aproximadamente independente de  $M^2$  e  $x$ , mas dependente da energia, denominado fator  $K$ .
- Fótons com grande momentum transversal, da ordem de alguns GeV, são observados no experimento. Contudo, no modelo de pártons simples, não temos pártons iniciais com momentum transversal. Fenomenologicamente podemos introduzir uma distribuição em momentum transversal para os quarks do estado inicial. Usualmente, uma distribuição Gaussiana é usada para descrever o pequeno momentum transversal dos quarks [47, 48, 49].

Estes problemas podem ser contornados levando em conta as correções de primeira ordem em QCD para o subprocesso partônico, mostrado na Fig. (1.9). Nessa figura, a primeira linha de diagramas contém as correções virtuais ao propagador de quarks e ao vértice. A segunda linha de diagramas apresenta os processos, onde o quark ou o antiquark emite um glúon antes da aniquilação ( $q\bar{q} \rightarrow g\gamma^*$ ). Devido a radiação do glúon, o quark adquire momentum transversal ( $p_T$ ) [47, 48, 50].

A última linha dos diagramas refere-se ao processo Compton ( $qg \rightarrow q\gamma^*$ ), onde o quark interage com um glúon e emite um fóton. Este mecanismo é dominante na região cinemática onde o par de léptons possui um grande momentum transversal  $p_T$  [49].



**Fig. 1.9:** Primeira ordem em correções de QCD para o processo Drell-Yan.

Vários aspectos fenomenológicos do processo DY podem ser resolvidos pelas correções de primeira ordem. Estas correções explicam como o  $p_T$  do par de léptons é produzido e descreve o comportamento do fator  $K$  [51]. Contudo, nem todos os problemas são resolvidos. Uma vez que estas correções são numericamente grandes, é necessário investigar como correções de mais altas ordens modificam os resultados. Além disso, o espectro de momentum transversal não é totalmente descrito.

Os resultados teóricos concordam com os dados somente para  $p_T^2 \sim M^2$ , pois divergem para  $p_T^2 \rightarrow 0$ . Esta divergência está associada à expansão perturbativa na solução da seção de choque, tal que para pequeno  $p_T$  esta deixa de ser válida e uma ressonância dos termos da expansão se faz necessária. A seção de choque na região  $p_T^2 \ll M^2$  é dominada por contribuições de logaritmo dominante na forma [52],

$$\frac{d\sigma}{dp_T^2} \propto \frac{1}{p_T^2} \sum_{i=1} \left[ \alpha_s \ln \left( \frac{M^2}{p_T^2} \right) \right]^i \quad (1.74)$$

onde  $\alpha_s$  é calculada na escala  $M^2$ . Esta série é efetivamente uma expansão em  $\alpha_s \ln \left( \frac{M^2}{p_T^2} \right)$ , em vez de  $\alpha_s$  e verificamos uma divergência para  $p_T \rightarrow 0$ .

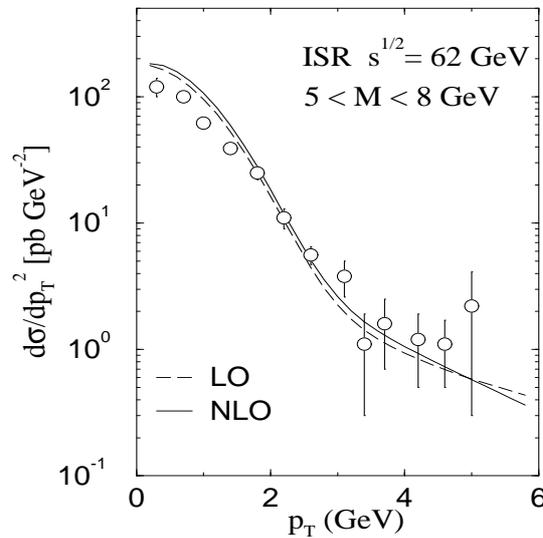
O formalismo desenvolvido por Collins, Soper e Sterman [53] leva em conta os logaritmos dominantes e não dominantes na seção de choque (1.74) tal que descrevem a distribuição em momentum transversal do processo DY. Neste formalismo, todos os termos divergentes quando  $p_T \rightarrow 0$  são controlados em uma parte que contém os termos da série ressonados, de tal forma que, para pequeno momentum transversal, o termo  $\frac{d\sigma}{dp_T^2 dM dy}(\text{ressom})$  descreve

a distribuição de momentum transverso. O comportamento divergente da série perturbativa, para pequeno momentum transverso, passa a ser controlado por um termo chamado assintótico, ou seja, este termo controla a divergência do cálculo perturbativo a pequeno  $p_T$ , de tal forma que a seção de choque pode ser escrita da seguinte maneira,

$$\frac{d\sigma}{dp_T^2 dM dy}(total) = \frac{d\sigma}{dp_T^2 dM dy}(ressom) + \frac{d\sigma}{dp_T^2 dM dy}(pert) - \frac{d\sigma}{dp_T^2 dM dy}(assin). \quad (1.75)$$

A ligação entre pequeno e grande momentum transverso agora é manifesta, pois para pequeno  $p_T$ , as contribuições perturbativas e assintóticas se cancelam, de maneira que a contribuição de ressonância da série representa a seção de choque; para grande  $p_T$  as contribuições de ressonância e assintótica se cancelam e temos a descrição da distribuição em  $p_T$  pela parte perturbativa. Porém, para muito alto valor de  $p_T$  deve-se considerar somente a parte perturbativa, pois a parte ressonante contém todas as ordens, enquanto que a parte assintótica somente foi calculada até segunda ordem, não ocorrendo mais o cancelamento entre estas contribuições.

Na Fig. (1.10) o resultado para a distribuição em  $p_T$ , considerando o formalismo discutido acima, é apresentado, verificando-se uma boa descrição dos dados [54].



**Fig. 1.10:** Distribuição em momentum transverso  $DY$  considerando o formalismo proposto na Ref.[53]. Dados da colaboração R209 [54].

Um dos principais problemas deste tratamento é a necessidade da introdução de um fator de forma,  $W(b)$ , que serve para descrever a distribuição para pequeno momentum transverso. Neste formalismo, existe uma transformada de Fourier do momentum transverso para o parâmetro de impacto  $b$ . Portanto, o fator de forma apresenta uma dependência nas

distribuições partônicas e a escala destas distribuições é dada por  $1/b^2$ , logo, para grandes valores de  $b$ , entra-se numa região não perturbativa ( $1/b^2$  muito pequeno). Para contornar este problema, utiliza-se um método de congelamento do valor de  $b$  para valores de  $b \geq 0.5 \text{ GeV}^{-1}$ . Tal procedimento pode estar superestimando as contribuições da parte não perturbativa e, portanto, é um dos pontos de discussão com relação a este formalismo.

Outra maneira de corrigir o problema no espectro em  $p_T$  é considerar um momentum transversal intrínseco dos pártons no estado inicial do processo. Desta maneira consegue-se descrever razoavelmente os resultados; entretanto, existe uma dependência em parâmetros fenomenológicos [55].

A produção de dileptons é o observável utilizado nesta tese para investigar efeitos de alta densidade em colisões hadrônicas. Na tentativa de contornar os problemas apresentados nos cálculos da distribuição de momentum transversal, um novo formalismo será discutido no capítulo 2 e aplicado para a produção de dileptons no Capítulo 4.

Tanto a produção de dileptons Drell-Yan quanto o processo de espalhamento profundamente inelástico podem ocorrer quando sistemas nucleares estão envolvidos no processo de colisão. Desta forma, é necessário o conhecimento das distribuições partônicas dos núcleos, que não são apenas extrapolações lineares das distribuições partônicas dos nucleons. Na próxima seção vamos apresentar as distribuições partônicas quando tratadas em sistemas nucleares, determinando e caracterizando os efeitos que surgem devido a presença do meio nuclear.

## 1.6 Distribuições Partônicas Nucleares

Toda a descrição do processo DIS foi realizada até o momento considerando o espalhamento *lépton – nucleon*. Nesta seção vamos tratar o processo DIS analisando o espalhamento *lépton – núcleo*.

Núcleos constituem sistemas complexos. A densidade bariônica típica no centro de núcleos pesados é  $\rho_0 \approx 0.15 \text{ fm}^{-3}$ . A distância média entre dois nucleons a esta densidade é aproximadamente  $d \approx 1.9 \text{ fm}$ . Um fóton virtual espalhado por este sistema pode visualizar dois tipos de efeitos nucleares:

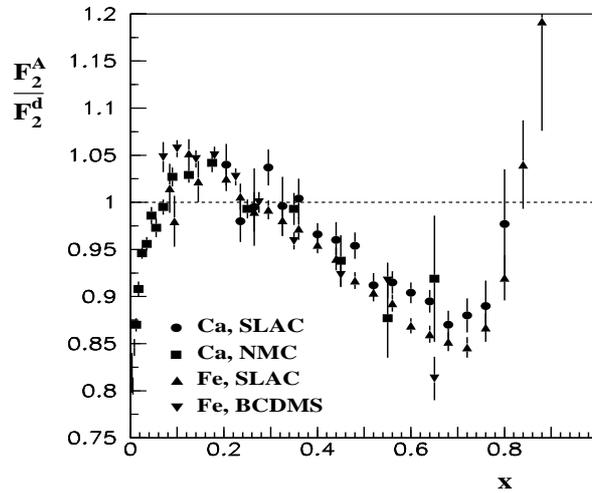
1. Espalhamento incoerente por  $A$  nucleons, porém com suas funções de estrutura modificadas pela presença do meio nuclear. Tais modificações podem ter origem, por exemplo, através do campo médio que um nucleon experimenta na presença de outros nucleons, ou ainda devido ao movimento de férmions dentro do núcleo.
2. Processos de espalhamento coerente com a participação de mais de um nucleon. Tais efeitos podem ocorrer quando excitações hadrônicas do fóton virtual propagam-se

por distâncias (no sistema de laboratório) que são comparáveis ou maiores que o comprimento de escala característico  $d \approx 2$  fm. Tal efeito é genericamente chamado de sombreamento [56, 57, 58, 59, 60, 61].

Experimentos em espalhamento profundamente inelástico nucleares são revisados nas Refs. [56, 57]. Para análise dos resultados experimentais é conveniente usar funções de estrutura que dependem da variável de escalamento de Bjorken para nucleons livres,  $x$ . Em processos onde léptons carregados são espalhados em alvos nucleares não polarizados, as funções de estrutura do núcleo são definidas através da seção de choque diferencial por nucleon

$$\frac{d^2\sigma^A}{dx dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4} \left[ \left(1 - y - \frac{Mxy}{2E}\right) \frac{F_2^A(x, Q^2)}{x} + y^2 F_1^A(x, Q^2) \right]. \quad (1.76)$$

Alguns anos atrás (no começo da década de 80) a colaboração EMC (European Muon Collaboration) verificou que a função de estrutura  $F_2^A$  para o Ferro diferia substancialmente da correspondente função de estrutura do Deutério [62]. Desde então outros experimentos, como os realizados no CERN [63], SLAC [64] e FNAL[65], dedicaram-se ao estudo dos efeitos nucleares no DIS não polarizado.



**Fig. 1.11:** Razão para a função de estrutura nuclear para  $^{40}\text{Ca}$  e  $^{56}\text{Fe}$ . Dados de NMC [63], SLAC [64] e BCDMS [65].

A Fig.(1.11) apresenta os dados para a razão  $F_2^A / F_2^D$  na região de  $x$  entre 0 e 1, onde  $F_2^A$  é a função de estrutura por nucleon de um núcleo com massa atômica  $A$ , e  $F_2^D$  refere-se ao Deutério. Na ausência de efeitos nucleares, a razão  $F_2^A / F_2^D$  seria normalizada a um. Desconsiderando pequenos efeitos nucleares no deutério,  $F_2^D$  pode ser aproximada como uma

média do modelo de isospin entre as funções de estrutura do nucleon (próton e neutron), portanto,

$$F_2^D = \frac{1}{2}[F_2^p + F_2^n]. \quad (1.77)$$

Analisando os dados de  $F_2^A/F_2^D$ , verificamos diferentes comportamentos da razão dependendo da região cinemática investigada. Para  $x \lesssim 0.1$  observamos uma sistemática redução da razão, efeito chamado de sombreamento. Um pequeno aumento é verificado em  $0.1 \lesssim x \lesssim 0.3$ , chamado de anti-sombreamento. A redução na região  $0.3 \lesssim x \lesssim 0.8$  é referida como o tradicional efeito "EMC". Para  $x \gtrsim 0.8$  o observado aumento da razão é associado com o movimento de férmions. Uma revisão dos efeitos nucleares e mais especificamente do efeito de sombreamento, pode ser vista na Ref. [66]. A região de  $x$  muito pequeno é fonte de grande incerteza nas parametrizações, uma vez que não existem muitos resultados experimentais nucleares nesta região, logo, a extrapolação para  $x$  muito pequeno depende do modelo construído para a parametrização na citada região.

### 1.6.1 Parametrização EKS

Os dados referentes a processos de espalhamento com sistemas nucleares podem ser descritos considerando-se apenas o ajuste das condições iniciais da evolução DGLAP. Este procedimento foi proposto por Eskola, Kolhinen, Salgado (EKS), [67] para a obtenção de uma parametrização para as distribuições partônicas nucleares (nPDF's).

A parametrização EKS [67, 68] realiza um ajuste global aos dados de experimento com alvo fixo, utilizando a evolução DGLAP, ou seja, considera a dinâmica de emissão partônica sem considerar efeitos de recombinação. As condições iniciais são ajustadas para descrever os dados de processos DIS em colisões  $lA$  e processos DY em colisões  $pA$ . O seguinte procedimento para determinar os efeitos nucleares nas distribuições partônicas é realizado: primeiramente determina-se a partir dos experimentos uma distribuição a uma certa escala inicial  $Q_0^2$  (a escolha da distribuição de entrada, em princípio, determina o efeito nuclear, pois o valor de  $x$  é fixo, uma vez que as equações DGLAP evoluem na variável  $Q^2$ ). Os resultados experimentais utilizados pela parametrização EKS, para a região de pequeno  $x$  ( $x < 10^{-2}$ ), estão numa região de pequeno  $Q^2$ , portanto numa região não-perturbativa.

Podemos esquematizar o procedimento realizado pela parametrização EKS:

1. Baseado nos resultados experimentais para o processo DIS, determinam um valor para a razão  $R_{F_2}^A(x, Q_0^2) = F_2^A/F_2^N$ .
2. A razão  $R_{F_2}^A(x, Q_0^2)$  é decomposta em parte de valência  $R_V^A(x, Q_0^2)$  e mar  $R_S^A(x, Q_0^2)$ ,

vinculando a razão  $R_V^A(x, Q_0^2)$  com a conservação do número bariônico, da forma

$$\int_0^1 dx [u_V(x, Q_0^2) + d_V(x, Q_0^2)] R_V^A(x, Q_0^2) = \int_0^1 dx [u_V(x, Q_0^2) + d_V(x, Q_0^2)] = 3. \quad (1.78)$$

3. A razão para distribuição de glúons  $R_g^A(x, Q_0^2)$  é estabelecida a partir da conservação de momentum, definindo

$$R_g^A(x, Q^2) = G_A(x, Q^2) / G_N(x, Q^2) \quad (1.79)$$

portanto exige-se que,

$$1 = \int_0^1 dx x \left\{ G_N(x, Q_0^2) R_g^A(x, Q_0^2) + [u_V(x, Q_0^2) + d_V(x, Q_0^2)] R_V^A(x, Q_0^2) + 2[\bar{u}(x, Q_0^2) + \bar{d}(x, Q_0^2) + s(x, Q_0^2)] R_S^A(x, Q_0^2) \right\}. \quad (1.80)$$

Contudo, somente o requerimento de conservação de momentum não determina a razão  $R_g^A$ . Uma condição inicial estabelece a razão para glúons da seguinte maneira, para valores de  $x$  muito pequenos, podemos aproximar  $R_g^A(x, Q_0^2) \approx R_{F_2}^A(x, Q_0^2)$ . Esta aproximação pode ser considerada para todos os valores de  $x$ , contudo verifica-se que para grandes núcleos ( $A = 208$ ) alguma quantidade de momentum é perdida. Portanto, a conservação de momentum exige que um grande anti-sombreamento ocorra na distribuição de glúons. A parametrização EKS espera que efeitos similares aos das distribuições de quarks ocorram na distribuição de glúons para grande  $x$ .

4. Toda a dependência na variável  $x$  e no número de nucleons no núcleo está parametrizada em funções divididas por regiões em que os efeitos nucleares ocorrem. Tem-se portanto, quatro formas distintas de parametrização em  $x$  neste procedimento;  $1 < x < 0.8$ ,  $0.8 < x < 0.3$ ,  $0.3 < x < 0.1$  e  $x < 0.1$ .
5. A evolução DGLAP das distribuições partônicas nucleares é efetuada levando em conta a conservação de momentum e de número bariônico.
6. A partir dos resultados experimentais para o processo DY se determinam as razões  $R_S^A(x, Q_0^2)$  e  $R_V^A(x, Q_0^2)$ , para uma distinta região no plano  $x$ - $Q^2$ .

Com este procedimento, a parametrização EKS obtém uma razão para as distribuições partônicas que depende do número de nucleons  $A$ , de  $Q^2$  e  $x$ , impondo conservação de número bariônico e conservação de momentum.

### 1.6.2 Parametrização De Florian - Sassot

A descrição do espalhamento profundamente inelástico de alvos nucleares  $eA \rightarrow e'X$  é realizada em termos da escala  $Q^2$  e da variável de escalamento  $x_A$ , no caso nuclear, definida como

$$x_A \equiv \frac{Q^2}{2p_A \cdot q} \quad (1.81)$$

Aqui  $p_A$  é o momentum do núcleo alvo e conseqüentemente,  $x_A$  é restrito cinematicamente a  $0 < x_A < 1$ , como a variável de Bjorken padrão. Pode-se definir outra variável de escalamento  $x_N \equiv Ax_A$ , onde  $A$  é o número de massa do núcleo em questão. Sobre a condição de que o momentum do núcleo  $p_A$  possa ser eventualmente distribuído entre os constituintes nucleons  $p_N = p_A/A$ , esta variável ( $x_N$ ) assemelha-se a variável de Bjorken correspondente ao espalhamento de nucleons livres,  $x_N \equiv Q^2/(2p_N \cdot q)$ . Entretanto, no contexto de um espalhamento nuclear a variável pode assumir valores entre  $0 < x_N < A$ , por definição, refletindo o fato de que um párton pode em princípio carregar mais do que o momentum médio de um nucleon.

Quando discutimos a parametrização EKS, verificamos uma relação muito simples entre a distribuição partônica de um próton do núcleo, e a distribuição de um próton livre,

$$f_i^A(x_N, Q_0^2) = R_i(x_N, Q_0^2, A, Z) f_i(x_N, Q_0^2), \quad (1.82)$$

em termos de um fator de correção nuclear multiplicativo  $R_i(x_N, Q^2, A, Z)$ , específico para um dado núcleo ( $A, Z$ ), párton de sabor  $i$ , e escala de energia inicial  $Q_0^2$ . Esta descrição é conveniente uma vez que o fator  $R_i(x_N, Q^2, A, Z)$  compara diretamente as densidades de pártons com e sem efeitos nucleares, e está diretamente ligada ao mais usual observável nuclear, o Espalhamento profundamente Inelástico nuclear, o qual mede diretamente a razão entre as funções de estrutura do núcleo e do deutério. Na verdade, este procedimento é utilizado integralmente pela EKS e apenas será utilizado pela parametrização nuclear de De Florian e Sassot (nDS) como apresentação dos resultados de saída, pois o procedimento implementado pela parametrização nDS é um pouco distinto. A forma apresentada acima (Parametrização EKS) não é o melhor caminho para se parametrizar os efeitos nucleares nos passos intermediários da análise, nem a melhor alternativa para cálculos em ordens mais altas na teoria de perturbações.

Uma vez que  $f_i(x_N, Q^2)$  é definida para  $0 < x_N < 1$ , as distribuições partônicas nucleares (nPDF) definidas como na Eq. (1.82) são a priori restritas ao mesmo intervalo. Isto desconsidera a possibilidade de um quark portar momentum maior que de um próton, o que em princípio é possível no caso nuclear. Na grande maioria das análises, as equações de evolução também são restritas a  $0 < x_N < 1$ , não existindo portanto uma análise de

efeitos nucleares além de  $x_N > 1$  a uma dada escala  $Q^2$ . Quando restringe-se que a nPDF seja zero para  $x_N > 1$  a uma certa escala, as equações de evolução podem produzir valores não nulos para uma outra escala na evolução, mesmo na região de  $x_N$  desconsiderada pelo formalismo, o que pode levar a uma quebra da conservação de momentum. Por outro lado, uma parametrização direta através de razões  $R_i(x_N, Q^2, A, Z)$  requer muito parâmetros e ainda dependências em  $x$  onde os momenta no espaço de Mellin não podem ser colocados numa única expressão [69].

Um alternativa que pode ser mais adequada do que a Eq. (1.82) é relacionar as nPDF com as PDF's por meio de uma procedimento de convolução [69]

$$f_i^A(x_N, Q_0^2) = \int_{x_N}^A \frac{dy}{y} W_i(y, A, Z) f_i\left(\frac{x_N}{y}, Q_0^2\right). \quad (1.83)$$

onde a função peso  $W_i(y, A, Z)$  parametriza agora os efeitos nucleares e pode ser considerada como uma densidade efetiva de nucleons dentro do núcleo, carregando uma fração de momentum  $y/A$  do seu momentum longitudinal. Além de permitir o intervalo cinemático completo para as nPDF's, este tipo de formalismo conduz a boas parametrizações para os efeitos nucleares, apenas com alguns parâmetros livres, e com uma leve dependência em  $A$  [69]. Se desprezamos efeitos nucleares, a densidade efetiva de nucleons é apenas  $W_i(y, A, Z) = A \delta(1 - y)$ .

O melhor resultado foi obtido utilizando para a função peso de quarks de valência, funções como

$$\begin{aligned} W_v(y, A, Z) = & \quad (1.84) \\ & A [a_v \delta(1 - \epsilon_v - y) + (1 - a_v) \delta(1 - \epsilon_{v'} - y)] \\ & + n_v \left(\frac{y}{A}\right)^{\alpha_v} \left(1 - \frac{y}{A}\right)^{\beta_v} + n_s \left(\frac{y}{A}\right)^{\alpha_s} \left(1 - \frac{y}{A}\right)^{\beta_s} \end{aligned}$$

onde os dois primeiros termos podem são relacionados com os efeitos EMC e movimento de férmions. Na verdade, com apenas três parâmetros o ajuste reproduz razoavelmente bem os dados de grande  $x$ , entretanto, falha na descrição dos efeitos de pequeno  $x$ . Para incluir descrição de efeitos de antisombreamento e sombreamento foram incluídos os termos adicionais.

Para obter a função peso para quarks do mar e glúons, informações na região de grande  $x$  não são necessárias e, portanto a forma da função peso passa a ser

$$W_s(y, A, Z) = A \delta(1 - y) + \frac{a_s}{N_s} \left(\frac{y}{A}\right)^{\alpha_s} \left(1 - \frac{y}{A}\right)^{\beta_s}, \quad (1.85)$$

para quarks do mar e

$$W_g(y, A, Z) = A \delta(1 - y) + \frac{a_g}{N_g} \left(\frac{y}{A}\right)^{\alpha_g} \left(1 - \frac{y}{A}\right)^{\beta_g}, \quad (1.86)$$

para glúons. Alguns parâmetros são relacionados por regra de conservação de momentum e os 9 parâmetros independentes são  $\epsilon_v, \epsilon_{v'}, a_v, \alpha_v, \beta_v a_s, \alpha_s, \beta_s$ , and  $a_g$  para cada núcleo. A dependência em  $A$  de todos os parâmetros na parametrização nDS é escrita como

$$\epsilon_i = \gamma_i + \lambda_i A^{\delta_i} \quad (1.87)$$

A parametrização apresenta bons resultados na descrição dos efeitos nucleares do DIS e processos Drell-Yan. Uma das características mais importantes da parametrização nDS, é que esta realiza o procedimento de ajuste considerando pela primeira vez os cálculos além da ordem dominante (NLO). O procedimento de ajuste é o mesmo para LO e NLO e a reprodução dos resultados é considerada boa em ambos os procedimentos.

## 1.7 Conclusões

Neste capítulo apresentamos um resumo da fundamentação teórica necessária para desenvolver o conteúdo desta tese. A Cromodinâmica Quântica, que é a teoria que descreve as interações fortes, foi apresentada. O principal processo de análise da estrutura do próton e dos núcleos, o espalhamento profundamente inelástico foi apresentado, onde introduzimos as variáveis cinemáticas virtualidade  $Q^2$  e a variável de Bjorken  $x$ . A função de estrutura  $F_2$  que está relacionada com a quantidade de pártons no nucleon e pode ser medida no processo foi apresentada. Verificamos que a QCD não prediz o conteúdo de pártons em um nucleon, mas apenas a sua evolução. As equações DGLAP e BFKL, que descrevem a evolução partônica foram apresentadas e uma pequena discussão sobre parametrizações para as distribuições partônicas dos nucleons foi estudada.

A produção de dileptons Drell-Yan foi apresentada neste capítulo. Este observável será utilizado nesta tese como forma de investigar vários efeitos da QCD. Entretanto, a descrição do processo será realizada em outro referencial, o que modifica a interpretação partônica do processo. De maneira geral vamos utilizar a produção de dileptons para investigar os efeitos de unitariedade no Capítulo 4, efeitos nucleares no mesmo Capítulo e efeitos de saturação partônica, no capítulo 5.

Quando consideramos núcleos nos processos de espalhamento, o fato de termos nucleons ligados neste núcleo provoca uma modificação na distribuições partônicas, o que foi verificado experimentalmente e discutido neste capítulo. Os efeitos nucleares verificados na função de estrutura nuclear  $F_2^A$  foram identificados e parametrizações para descrever estes efeitos foram apresentadas e discutidas, fornecendo assim, os conceitos necessários para abordarmos o assunto de interesse desta tese.

No próximo capítulo introduzimos o formalismo de dipolos de cor, que será um dos formalismo empregados nesta tese na investigação da produção de pares de léptons em

colisões hadrônicas. O crescimento acentuado das distribuições partônicas na região de pequeno  $x$  (altas energias) traz a necessidade de correções às equações DGLAP e BFKL, e serão discutidas também no próximo capítulo, quando as equações de evolução não lineares forem apresentadas.

## Capítulo 2

# Formalismo de Dipolos de Cor e a Saturação Partônica

Neste capítulo vamos apresentar a descrição de processos no referencial de repouso do alvo. Esta descrição é conhecida como formalismo de dipolos de cor, e fundamentaremos nossa discussão tratando do espalhamento profundamente inelástico. Este formalismo é muito útil quando estamos considerando processos de espalhamentos a altas energias e é fundamental para posterior compreensão das equações de evolução não lineares, que serão apresentadas neste capítulo.

## 2.1 Descrição de Processos no Referencial de Repouso do Alvo

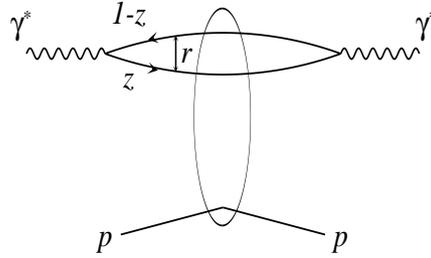
Embora a seção de choque seja um invariante de Lorentz, a descrição partônica de cada processo pode depender do sistema de referência. Isto implica que um mesmo processo pode ser analisado de diferentes formas em distintos referenciais. Nesta seção discutiremos o processo de espalhamento profundamente inelástico (DIS) no referencial de repouso do alvo. Esta descrição é fundamental para que possamos discutir o formalismo de múltiplos espalhamentos de Glauber, que será discutido posteriormente.

O espalhamento profundamente inelástico pode ser representado no referencial de repouso do alvo de maneira que o fóton emitido pelo elétron flutua num par quark anti-quark (dipolo) e este dipolo interage com o sistema alvo (próton ou núcleo). O fóton pode ser decomposto em suas flutuações hadrônicas, como uma superposição de estados de Fock na base de quark e glúons [70, 71], logo

$$|\gamma^*\rangle \equiv \sum |q\bar{q}\rangle + |q\bar{q}g\rangle. \quad (2.1)$$

Para pequenas separações deste dipolo (pequeno  $r$ ), a configuração dominante consiste no par  $q\bar{q}$ . Desta forma, podemos representar o espalhamento profundamente inelástico como

na Fig. 2.1.



**Fig. 2.1:** *Processo DIS no referencial de repouso do alvo.*

Uma grandeza fundamental na descrição do DIS neste referencial é o tempo de vida da flutuação  $q\bar{q}$ . Se consideramos que esta flutuação tem tempo de vida muito maior que o comprimento do núcleo, então podemos pensar que o par interage durante um curto intervalo de tempo com o alvo e sua separação transversa é constante. Configurações mais complexas também contribuem para o processo, por exemplo, para grandes separações transversas, o fóton virtual pode flutuar em  $q\bar{q} + \text{Gluon}$ . Entretanto, vamos considerar aqui apenas a contribuição dominante  $q\bar{q}$ . Como o tempo de vida do par  $q\bar{q}$  é maior do que o tempo de interação, supõe-se a fatorização da seção de choque total  $\gamma^*p$  na função de onda do fóton e na seção de choque dipolo-próton. Através da relação de incerteza podemos estimar o tempo de vida da flutuação  $q\bar{q}$ , conhecido como comprimento (ou tempo) de coerência  $l_c$ . Vamos considerar um fóton com virtualidade  $Q^2$ , energia  $q_0$  e momentum grande  $|\vec{q}|$ . O comprimento de coerência é o tempo no qual o fóton virtual existe como uma flutuação  $q\bar{q}$  de massa  $M_{q\bar{q}}$ . Segue do princípio da incerteza, que este comprimento é inversamente proporcional à variação de energia entre o estado com flutuação e sem flutuação, logo,

$$l_c \sim \frac{1}{\Delta E} = \frac{1}{\sqrt{|\vec{q}|^2 + M_{q\bar{q}}^2} - q_0} \approx \frac{2|\vec{q}|}{M_{q\bar{q}}^2 + Q^2}. \quad (2.2)$$

Utilizando a aproximação  $M_{q\bar{q}} = Q^2$  então obtém-se,

$$l_c \approx \frac{|\vec{q}|}{Q^2}. \quad (2.3)$$

Utilizando a definição da variável  $x$  de Bjorken  $x = Q^2/2p \cdot q$ , e sabendo que no referencial de repouso do alvo (onde o formalismo de dipolos é definido), o produto  $p \cdot q = m_N |\vec{q}|$ , logo  $Q^2 = 2xm_N |\vec{q}|$  então

$$l_c \approx \frac{1}{2m_N x}, \quad (2.4)$$

onde  $m_N$  é a massa do alvo, e convém salientar que  $x$  é a variável de Bjorken dos constituintes do alvo que estão interagindo com a flutuação  $q\bar{q}$ . Desta maneira, grandes comprimentos de coerência (pequeno  $x$ ), implicam que a distância entre o par pode ser considerada como fixa. Nesse caso podemos descrever a seção de choque  $\gamma^*p$  como sendo fatorizada entre a função de onda do fóton e a seção de choque de dipolo,

$$\sigma_{T,L}^{\gamma^*p}(x, Q^2) = \int d^2\mathbf{r} \int_0^1 dz |\Psi_{T,L}^{q\bar{q}}(z, \mathbf{r})|^2 \sigma_{dip}(x, z, \mathbf{r}). \quad (2.5)$$

A formulação acima é válida além da teoria de perturbações, uma vez que ela é determinada a partir da estrutura de espaço-tempo do processo. Identificamos  $\Psi_{T,L}^{q\bar{q}}$  como a componente da função de onda do fóton que descreve a configuração do par  $q\bar{q}$ .  $z$  e  $1-z$  são as frações do momentum do fóton portada pelo quark e antiquark do par, respectivamente. Os índices  $T, L$  referem-se respectivamente à contribuições transversa e longitudinal. As funções de onda são calculadas perturbativamente através da Eletrodinâmica quântica (QED) para a configuração  $q\bar{q}$  e através da QCD para a configuração  $q\bar{q} + \text{Glúon}$ . As expressões para as funções de onda são bem determinadas, e para a configuração  $q\bar{q}$  são dadas por [72],

$$|\Psi_T^{q\bar{q}}|^2(z, \mathbf{r}) = \frac{6\alpha_{em}}{4\pi} \sum_i^{n_f} e_i^2 \{ [z^2 + (1-z)^2] \eta^2 K_1^2(\eta r) + m_q^2 K_0^2(\eta r) \} \quad (2.6)$$

e

$$|\Psi_L^{q\bar{q}}|^2(z, \mathbf{r}) = \frac{6\alpha_{em}}{4\pi} \sum_i^{n_f} e_i^2 \{ 4Q^2 z^2 (1-z)^2 K_0^2(\eta r) \}. \quad (2.7)$$

Onde  $\eta = z(1-z)Q^2 + m_q^2$ ,  $m_q$  representa a massa dos quarks leves e  $K_0$  e  $K_1$  são as funções modificadas de Bessel de segunda classe e de ordem zero e um, respectivamente.

A quantidade  $\sigma_{dip}$  é a seção de choque do dipolo efetivo  $q\bar{q}$ , com separação transversa  $r$  fixa, interagindo com o alvo. A inclusão de estados de mais alta ordem do espaço de Fock do fóton (estados  $|q\bar{q}g_1 \dots g_n\rangle$ ) corresponde à troca de um diagrama escada entre o par  $q\bar{q}$  e o nucleon, o que provocaria modificação na função de onda, bem como modificação na forma para  $\sigma_{dip}$ .

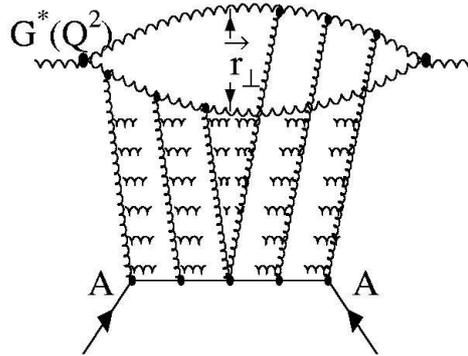
## 2.2 Formalismo de Glauber na QCD

O formalismo de Glauber [73] para a QCD perturbativa foi inicialmente proposto por Levin e Ryskin para descrever a dissociação difrativa de estados hadrônicos sem cor em interações com o núcleo atômico [74]. Posteriormente, A. H. Mueller desenvolveu a abordagem de Glauber para estudar os efeitos de saturação das distribuições partônicas em núcleos, considerando os nucleons dentro deste núcleo como sendo estados ligados de pares de quarks pesados [75].

O modelo de Glauber para interações partônicas, foi desenvolvido na Ref. [13, 14, 32], e permite obter as distribuições partônicas (quarks e glúons) no núcleo. Nesse formalismo, é feita a análise do processo de espalhamento onde uma partícula virtual de prova sem cor  $g^*$  espalha com um núcleo atômico, representado na Fig. (2.2). No sistema de repouso do alvo, esta partícula de prova decai em um par de glúons que interage com os nucleons no interior do núcleo. Os múltiplos espalhamentos do par  $gg$  dão origem às correções de sombreamento. Utilizando o resultado da descrição do DIS no referencial de repouso do alvo [Eq. (2.5)], podemos escrever a seção de choque de uma partícula virtual  $g^*$  com o núcleo, da forma,

$$\sigma_A^{g^*} = \int \frac{d^2\mathbf{r}}{\pi} \int_0^1 dz |\Psi^{g^*}(Q^2, \mathbf{r}, z)|^2 \sigma_A^{gg}, \quad (2.8)$$

onde  $\Psi^{g^*}(Q^2, \mathbf{r}, z)$  é a função de onda da partícula virtual  $g^*$ . Todo o formalismo é descrito



**Fig. 2.2:** A estrutura da cascata partônica de acordo com a fórmula de Glauber para o caso nuclear.

na aproximação DLA, onde podemos considerar que a separação do par de glúons  $r_\perp$  não se modifica significativamente a medida que o par atravessa o meio nuclear. No limite de  $A \rightarrow \infty$ , os múltiplos espalhamentos do par  $gg$  podem ser descritos numa forma eikonal para a seção de choque, como veremos na próxima seção.

### 2.2.1 Os múltiplos espalhamentos de Glauber

A teoria de múltiplos espalhamentos de Glauber utiliza o método de deslocamento de fase para descrever os processos de altas energias onde a partícula de prova sofre sucessivos espalhamentos [73]. Na interação de uma flutuação hadrônica na QCD com um núcleo atômico, ocorrem múltiplos espalhamentos coerentes. Tais espalhamentos interferem entre si e podem levar à redução da seção de choque do processo, de tal forma que  $\sigma^A < A\sigma^N$ .

No limite de altas energias, a onda incidente possui momentum  $\vec{k}$  muito maior do que o inverso do alcance da interação com os nucleons. Desta forma componentes da onda incidente com grande momentum angular são espalhadas. Portanto, podemos pensar que estes espalhamentos provocam um deslocamento de fase, o qual pode ser tratado como uma função contínua  $\chi(b)$  que depende do parâmetro de impacto  $b$ . A amplitude de espalhamento de um estado hadrônico por um nucleon pode então ser escrita da forma,

$$f_N(s, \vec{q}) = \frac{i}{2\pi} \int d^2b e^{i\vec{q}\cdot\vec{b}} \Gamma_N(\vec{b}), \quad (2.9)$$

sendo que esta amplitude está normalizada de tal forma que

$$\frac{d\sigma}{dt} = \pi |f_N(s, \vec{q})|^2, \quad (2.10)$$

onde  $t = -q^2$  e está relacionada com a seção de choque total  $\sigma_{tot}$  pelo teorema ótico,

$$\sigma_{tot} = 4\pi \text{Im} f(s, 0). \quad (2.11)$$

Na Eq. (2.9),  $\Gamma_N(\vec{b})$  é a função perfil definida por

$$\Gamma_N(\vec{b}) = 1 - e^{i\chi(\vec{b})}. \quad (2.12)$$

Considerando que o sistema espalhado seja composto (núcleo), o modelo de Glauber supõe que os espalhamentos se dão preferencialmente na direção frontal e que a energia transferida em cada colisão é pequena [73, 76, 77]. Considerando colisões independentes, o deslocamento de fase total pode ser considerado como uma soma dos deslocamentos de fase produzidos em cada um dos múltiplos espalhamentos. Para um conjunto de nucleons com posições transversas  $\vec{t}_1, \vec{t}_2, \dots, \vec{t}_A$ , o deslocamento de fase total será dado por,

$$\chi_{tot}(\vec{b}, \vec{t}_1, \vec{t}_2, \dots, \vec{t}_A) = \sum_{j=1}^A \chi_j(\vec{b} - \vec{t}_j), \quad (2.13)$$

onde  $\chi_j$  corresponde ao  $j$ -ésimo nucleon. A função perfil para o processo nuclear fica

$$\begin{aligned} \Gamma_{tot}(\vec{b}, \vec{t}_1, \vec{t}_2, \dots, \vec{t}_A) &= 1 - e^{-i\sum_j \chi_j^A(\vec{b} - \vec{t}_j)}. \\ \Gamma_{tot}(\vec{b}, \vec{t}_1, \vec{t}_2, \dots, \vec{t}_A) &= 1 - \prod_{j=1}^A [1 - \Gamma_N(\vec{b} - \vec{t}_j)]. \end{aligned} \quad (2.14)$$

No processo de espalhamento de um estado hadrônico com o núcleo atômico, supomos que o núcleo passe de um estado inicial  $|i\rangle$  para um estado final  $|f\rangle$ . Com base nesta condição e utilizando as definições apresentadas anteriormente, podemos escrever a amplitude de espalhamento para o processo de colisão de um estado hadrônico com o núcleo da seguinte forma,

$$F_{fi}(\vec{q}) = \frac{i}{2\pi} \int e^{i\vec{q}\cdot\vec{b}} \int \Psi_{fA}^*(\{\vec{r}_j\}) \Gamma_{tot}(\vec{b}, \vec{t}_1, \vec{t}_2, \dots, \vec{t}_A) \Psi_{iA}(\{\vec{r}_j\}) \delta\left(\sum_m \vec{r}_m/A\right) \prod_n d\vec{r}_n d^2b \quad (2.15)$$

onde  $\Psi_f$  and  $\Psi_i$  representam as funções de onda no núcleo no estado final e inicial, respectivamente. As posições dos  $A$  nucleons que constituem o núcleo são definidas pelos vetores  $r_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, A$ , e chamamos  $t_j$  a projeção destes vetores no plano perpendicular ao momentum inicial do feixe, sobre o qual o vetor  $\vec{b}$  é integrado. A função de onda do núcleo é normalizada por

$$\int \Psi_A(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_j, \dots, \vec{r}_A) \Psi^*(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_j, \dots, \vec{r}_A) \prod_{j=1}^A d\vec{r}_j = 1 \quad (2.16)$$

Assume-se, para esta análise, que os estados ligados de nucleons podem ser descritos por meio de um modelo de partículas independentes, ou seja, desconsidera-se todos os efeitos de correlação entre os nucleons. Desta forma podemos considerar que  $A\rho(\vec{r})$  é a densidade total de nucleons, tal que podemos fazer a aproximação,

$$|\Psi_A(\{\vec{r}_j\})|^2 \delta(A^{-1} \sum_m \vec{r}_m) \approx \prod_{m=1}^A \rho(\vec{r}_m). \quad (2.17)$$

Substituindo-se a aproximação (2.17) em (2.15) e considerando que  $\rho(\vec{r})$  é normalizada a unidade, pode-se mostrar que todas as integrais em  $\vec{r}_m$  são equivalentes a uma única integração multiplicada  $A$  vezes. Usando o teorema ótico, podemos então escrever a seção de choque nuclear no modelo de Glauber da seguinte forma [13, 14]

$$\sigma_A = 2 \operatorname{Re} \int d^2b \left\{ 1 - \left[ 1 - \int d\vec{r} \rho(\vec{r}) \Gamma_N(\vec{b} - \vec{t}) \right]^A \right\}. \quad (2.18)$$

Para grandes valores de  $A$ , o termo entre colchetes pode ser expresso da seguinte maneira,

$$\left[ 1 - \frac{A \int \rho(\vec{r}) \Gamma_N(\vec{b} - \vec{t}) d\vec{r}}{A} \right]^A \approx e^{i\chi_A}, \quad (2.19)$$

onde definimos a função deslocamento de fase efetiva para o processo nuclear,

$$\chi_A = iA \int \rho(\vec{r}) \Gamma_N(\vec{b} - \vec{t}) d\vec{r}. \quad (2.20)$$

A definição (2.20), apresenta uma forte dependência de  $\chi_A$  na distribuição transversa de nucleons e na função perfil. A dependência nas variáveis transversas está em  $\Gamma(\vec{b} - \vec{t})$  e pode ser fatorada se consideramos um fator de forma que é definido por  $S_N(\vec{q})$ , onde  $\vec{q}$  é a variável conjugada a  $(\vec{b} - \vec{t})$ . O fator de forma contém toda a dependência em  $\vec{q}$  da interação do estado hadrônico com os nucleons, ou seja, fazendo uso da Eq. (2.9) podemos escrever,

$$f_N(\vec{q}) = f_N(0) S_N(\vec{q}). \quad (2.21)$$

Escrevendo-se a transformada inversa para o fator de forma obtemos,

$$S_N(\vec{b}) = \frac{1}{4\pi^2} \int d\vec{q} e^{i\vec{q}\cdot\vec{b}} S_N(\vec{q}). \quad (2.22)$$

Desta forma podemos escrever a seção de choque total de um estado hadrônico com o núcleo atômico no modelo de Glauber da seguinte forma [13, 14],

$$\sigma_A = 2 \int \frac{d^2b}{\pi} \{1 - e^{-\frac{1}{2}\sigma_N S_A(\vec{b})}\}. \quad (2.23)$$

Tal resultado é bastante genérico, pois pode ser utilizado para descrever a interação de bárions e mésons vetoriais com o núcleo atômico, bem como flutuações hadrônicas de um fóton ou outra partícula virtual. A forma apresentada acima para a seção de choque é referida como aproximação eikonal.

## 2.2.2 A Fórmula de Glauber-Mueller

Fazendo uso dos resultados obtidos, podemos retornar à expressão (2.8) para obter um resultado final para o formalismo de Glauber que descreve a interação da partícula de prova virtual  $g^*$  com o núcleo atômico. A seção de choque do dipolo  $gg$  interagindo com o núcleo, é dada pela expressão (2.23), portanto a seção de choque de par  $gg$  com o núcleo pode ser escrita da forma

$$\sigma_A^{gg} = 2 \int \frac{d^2b}{\pi} \{1 - e^{-\frac{1}{2}\sigma_N^{gg} S_A(\vec{b})}\}. \quad (2.24)$$

onde  $\sigma_N^{gg}$  representam a seção de choque do dipolo  $gg$  interagindo com o nucleon. Assim escrevemos a seção de choque de interação  $g^*$  com o núcleo atômico,

$$\sigma_A^{total} = 2 \int \frac{d^2\mathbf{r}}{\pi} \int_0^1 dz |\Psi^{g^*}(Q^2, \mathbf{r}, z)|^2 \int \frac{d^2b}{\pi} \{1 - e^{-\frac{1}{2}\sigma_N^{gg} S_A(\vec{b})}\}. \quad (2.25)$$

Onde  $\Psi^{g^*}(Q^2, \mathbf{r}, z)$  representa a função de onda do glúon. Consideramos somente a contribuição da função de onda transversa, pois a contribuição da parte longitudinal é muito pequena [13, 14], de tal forma que obtém-se,

$$\sigma_A^{total} = 2 \int \frac{d^2r_\perp}{\pi} \int_0^1 dz |\Psi^{g^*}(Q^2, r_\perp, z)|^2 \int \frac{d^2b}{\pi} \{1 - e^{-\frac{1}{2}\sigma_N^{gg} S_A(\vec{b})}\}. \quad (2.26)$$

Como a interação em questão é apenas relacionada com a carga de cor, esta carga de prova detecta o conteúdo total de glúons dentro do núcleo, ou seja,  $xg_A(x, Q^2)$ . A seção de choque total  $\sigma_A$  está relacionada com a distribuição de glúons no núcleo  $xg_A$  por

$$xg_A(x, Q^2) = \frac{Q^2}{4\pi^2\alpha_s} \sigma_A^{total}. \quad (2.27)$$

que pode ser tomada com a definição de  $xg_A(x, Q^2)$ . Substituindo-se a expressão (2.26), obtemos a expressão para a distribuição de glúons dada pelo modelo de Glauber,

$$xg_A(x, Q^2) = \frac{Q^2}{4\pi^2\alpha_s} 2 \int_0^1 dz \int \frac{d^2r_\perp}{\pi} \int \frac{d^2b}{\pi} |\Psi^{g^*}(Q^2, r_\perp, z)|^2 \{1 - e^{-\frac{1}{2}\sigma_N^{gg}(x', Q^2)S_A(\vec{b})}\}, \quad (2.28)$$

onde  $x' = M^2/s$ . Para especificar a região de integração na fórmula de Glauber (2.28), consideramos a função de onda do glúon, que foi obtida na Ref. [13]. A principal contribuição para (2.28) vem da região cinemática tal que  $ar_\perp \ll 1$ . Nessa região, a função  $|\Psi^{g^*}(r_\perp, z)|^2$  pode ser simplificada por

$$|\Psi^{g^*}(r_\perp, z)|^2 = \frac{4\alpha_s}{Q^2 z(1-z)r_\perp^4}. \quad (2.29)$$

Onde esta expressão já considera a soma sobre as polarizações dos glúons. A condição  $ar_\perp \ll 1$  implica a desigualdade

$$z(1-z) < \frac{1}{Q^2 r_\perp^2} < \frac{1}{4}. \quad (2.30)$$

O limite superior vem do fato que  $z$  assumiria valores complexos se  $Q^2 r_\perp^2 > 4$ .

Analisando a conservação de momentum no vértice de emissão do par de glúons, obtemos

$$M^2 = \frac{k_\perp}{z(1-z)} \quad (2.31)$$

e

$$x' = \frac{M^2}{s} = \frac{k_\perp}{z(1-z)s}, \quad (2.32)$$

o que nos mostra que o integrando (2.28) é simétrico em relação à troca de  $z$  por  $1-z$ . Desta forma, a integração é dominada pela região onde um dos glúons porta a maior parte do momentum do par  $gg$ . Isto significa que  $z$  ou  $1-z$  é muito próximo de 1. Com estas condições podemos limitar a integral sobre  $z$  a uma região de pequeno  $z$ ,  $1-z \approx 1$  e multiplicar o resultado por 2. Usando  $k_\perp^2 = 1/r_\perp^2$  e  $s = 2mQ_0$ , podemos mudar a integração em  $z$  para a variável  $x'$  que pode ser escrita como  $x' = 1/2zmQ_0r_\perp^2$ , portanto  $dz = -dx'/x'Q^2r_\perp^2$ . Como temos que  $M^2 < s$ , então a condição (2.30) é equivalente a  $x_{Bj} < x' < 1$ .

Fazendo uso da função de onda do glúon simplificada, dada na expressão (2.29), e utilizando a mudança de variável apresentada acima, obteve-se a fórmula de Glauber-Mueller[75],

$$xg_A(x, Q^2) = \frac{4}{\pi^2} \int_x^1 \frac{dx'}{x'} \int_{\frac{4}{Q^2}}^\infty \frac{d^2r_\perp}{\pi r_\perp^4} \int_0^\infty \frac{d^2b}{\pi} \{1 - e^{-\frac{1}{2}\sigma_N^{gg}(x', Q^2)S_A(b^2)}\}. \quad (2.33)$$

Esta expressão foi obtida originalmente para as interações partônicas e provada na QCD por A. H. Mueller [75]. Entretanto, a obtenção da distribuição de glúons nuclear a partir do formalismo de Glauber foi obtida por A. L. Ayala, M.B. Gay Ducati e E. M. Levin [13, 32], e deu origem ao formalismo AGL que obtem uma equação de evolução que considera efeitos de alta densidade partônica (eAD) [13, 14, 78], que será abordada posteriormente neste capítulo.

## 2.3 Seção de Choque de Dipolo

No formalismo de Glauber é necessário determinar a seção de choque do par  $gg$  com um nucleon. Para determinar tal seção de choque, consideramos um par  $q\bar{q}$  interagindo com o nucleon. A seção de choque de um par de glúons difere da seção de choque de um par  $q\bar{q}$  na interação com o nucleon apenas por um fator de cor tal que  $\sigma^{gg} = \frac{9}{4}\sigma^{q\bar{q}}$ .

O par  $gg$  ou  $q\bar{q}$  interage com o nucleon através de um diagrama escada. A seção de choque de um par de quarks com o nucleon foi inicialmente calculada na Ref. [74]. A seção de choque do espalhamento de um quark por um nucleon pode ser escrita em termos da função de glúon não integrada  $\phi(x, Q^2)$ . Esta função foi definida na dinâmica BFKL, discutida no capítulo 1. A expressão para a seção de choque do espalhamento do quark pelo nucleon é então,

$$\sigma(r_{\perp}) = \frac{8C_F}{N_c^2 - 1} \pi^2 \int \phi(x, k_{\perp}^2) \frac{\alpha_s(k_{\perp}^2)}{2\pi} \frac{d^2 k_{\perp}}{k_{\perp}^2}, \quad (2.34)$$

onde  $k_{\perp}$  é o momentum transferido para o quark,  $C_F = (N_c^2 - 1)/2N_c$  e  $\phi = \partial_x g(x, k_{\perp}^2)/\partial k_{\perp}^2$ . Podemos agora pensar na interação do par  $q\bar{q}$  com o nucleon, de tal forma que o glúon que transfere momentum  $k_{\perp}$  interage coerentemente com o par. Como o sistema  $q\bar{q}$  ao todo não tem cor, então a contribuição de cada uma das interações difere apenas por um sinal e por um fator exponencial que advêm da diferença de fase das funções de onda dos dois quarks. Desta forma, podemos escrever a seção de choque do par  $q\bar{q}$  com um nucleon da seguinte forma,

$$\sigma_N^{q\bar{q}}(r_{\perp}) = \frac{16C_F}{N_c^2 - 1} \pi^2 \int \phi(x, k_{\perp}^2) \{1 - e^{i\vec{k}_{\perp} \cdot \vec{r}_{\perp}}\} \frac{\alpha_s(k_{\perp}^2)}{2\pi} \frac{d^2 k_{\perp}}{k_{\perp}^2}. \quad (2.35)$$

A integração acima converge para grandes valores de  $k_{\perp}^2$  desde que a função  $\phi(x, k_{\perp}^2)$  decresça mais lentamente que  $1/k_{\perp}^2$ . A integral pode ser calculada usando a definição da função de glúon não integrada e ainda utilizando as equações de evolução DGLAP para relacionar a função de glúons não integrada e a distribuição de glúons. Tomando-se o limite DLA da QCD perturbativa ( $\gamma_{gg} \ll 1$ ) podemos escrever a seção de choque do par de quarks

com um nucleon, para um  $N_c = 3$ , da seguinte maneira,

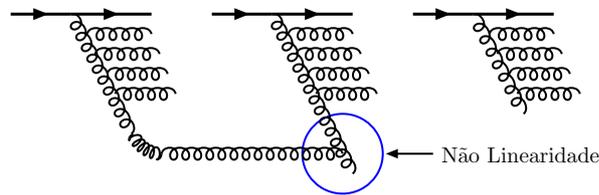
$$\sigma_N^{q\bar{q}}(x, r_\perp) = \frac{\alpha_s(4/r_\perp^2)}{3} \pi^2 r_\perp^2 \left[ x g_N^{DGLAP} \left( x, \frac{4}{r_\perp^2} \right) \right]. \quad (2.36)$$

Desta forma podemos escrever a seção de choque do par de glúons  $gg$  interagindo com o nucleon, utilizando a relação apresentada no começo desta seção,

$$\sigma_N^{gg}(x, r_\perp) = \frac{3\alpha_s(4/r_\perp^2)}{4} \pi^2 r_\perp^2 \left[ x g_N^{DGLAP} \left( x, \frac{4}{r_\perp^2} \right) \right]. \quad (2.37)$$

## 2.4 Equações de Evolução Não-Lineares

Conforme analisado no primeiro capítulo deste trabalho, as distribuições partônicas hadrônicas, obedecem equações de evolução, que determinam como evoluem as distribuições em termos das variáveis cinemáticas  $x$  e o  $Q^2$ . Nas equações consideradas anteriormente, a distribuição de pártons evolui apenas levando em conta diagramas de emissão. Entretanto, com o aumento de energia, a probabilidade de emissão um novo párton aumenta, implicando para altas energias que a densidade de pártons pode aumentar muito e atingir um limite chamado de limite de disco negro, onde existe uma grande densidade de pártons no hádron. Decorre que as equações DGLAP e BFKL prevêem um forte crescimento da seção de choque  $\sigma(\gamma^*N)$  para altas energias. Tal comportamento mostra que a QCD perturbativa, nestes formalismos, não impõe um limite no crescimento da seção de choque, requerendo algum efeito dinâmico, não originalmente presente nos formalismos DGLAP e BFKL. Este mecanismo pode ser por exemplo, a recombinação partônica ou o efeito de sombreamento, que de forma geral pode ser obtido considerando termos não lineares nas equações de evolução partônicas, chamadas de equações de evolução não lineares, tema que será abordado nesta seção.



**Fig. 2.3:** Caracterização da não linearidade nas equações de evolução.

Intuitivamente, podemos associar  $xg(x, Q^2)$  ao número de glúons num nucleon,  $n_g$ , por unidade de rapidez  $Y = \ln(1/x)$ , como tamanho transversal da ordem de  $1/Q^2$ . Aproximando-se do regime de alta densidade, os glúons passam a se sobrepor espacialmente na direção

transversa, interagindo entre eles, não sendo mais pártons livres. Essas interações podem reduzir ou eventualmente parar o grande crescimento da seção de choque, fixando o limite  $\pi R_{hadron}^2$  para a seção de choque no regime de pequeno  $x$ . Introduzindo a função  $\kappa$ , com a interpretação probabilística,

$$\kappa = \sigma_0 \frac{xg(x, Q^2)}{\pi R^2}, \quad (2.38)$$

é possível estimar a região cinemática onde espera-se modificações nas usuais equações de evolução. Para  $\kappa \ll 1$  o sistema obedece as equações de evolução linear, governado por cascatas partônicas individuais, sem interação entre as mesmas. Para  $\kappa \approx \alpha_s$ , pártons de cascatas distintas começam a interagir devido a superposição espacial e temos então o surgimento das equações de evolução não lineares, conforme salientado na Fig. 2.3. Para  $\kappa \approx 1$  temos o regime de saturação partônica, onde a seção de choque atinge um valor máximo, pois o sistema atinge seu limite de densidade partônica, chamado de regime de saturação partônica. Estes são os regimes que iremos investigar nesta seção, onde os diferentes formalismos que visam descrever a região de alta densidade de pártons serão apresentados.

### 2.4.1 Gribov, Levin, Ryskin, Mueller e Qiu (GLR-MQ)

Em 1983, Gribov, Levin e Ryskin introduziram um mecanismo de recombinação partônicas através da QCD perturbativa, para tratar com sistemas de alta densidade partônica. Estas correções de unitariedade foram incluídas numa nova equação de evolução conhecida como GLR [12]. Diagramaticamente, esta equação considera as contribuições dominantes dos chamados diagramas "fan" ou multi-escadas.

Segundo as equações DGLAP, o número de pártons com pequena fração de momentum aumenta rapidamente, em contraste com o sistema mais diluído para valores intermediários de  $x$ . A transição entre estes regimes pode ser caracterizada por um valor crítico de  $x$ . O mesmo pode ser também analisado no formalismo BFKL, com a diferença que no caso BFKL, o crescimento das distribuições partônicas se dá para um valor fixo da escala transversa, embora a evolução apresente flutuações no plano transversal devido ao problema da difusão.

É importante enfatizar que em ambos formalismos lineares somente processos de decaimento são considerados na intenção de descrever a evolução do sistema partônico, entretanto espera-se que o mecanismo inverso, o de aniquilação, possa contribuir no regime de pequeno  $x$ , proporcionando algum controle no crescimento das distribuições partônicas. Para expressar este mecanismo de recombinação é necessário formulá-lo em termos da probabilidade de recombinar dois pártons incidentes. Como uma primeira aproximação consideramos a probabilidade de aniquilação como sendo proporcional ao quadrado da probabilidade de encontrar um párton incidente, o que é uma aproximação razoável, pois para que ocorra

a recombinação é necessário existir dois pártons no estado inicial. Esta propriedade é que introduz um comportamento não linear na evolução.

Considerando  $\rho = \frac{xg(x, Q^2)}{\pi R^2}$  como a densidade de glúons no plano transversal ao feixe, temos o comportamento geral: para o processo de emissão  $1 \rightarrow 2$ , a probabilidade é proporcional a  $\alpha_s \rho$ , e para aniquilação  $2 \rightarrow 1$ , a probabilidade é proporcional a  $\alpha_s^2 \rho^2 / Q^2$ , onde  $1/Q^2$  está relacionado ao tamanho do párton produzido. Para  $x \rightarrow 0$ ,  $\rho$  aumenta e os processos de aniquilação passam a ser relevantes na descrição da evolução partônica. Considerando uma célula de volume  $\Delta \ln Q^2 \Delta \ln(1/x)$  no espaço e fase, é possível escrever a modificação à densidade partônica, em termos da distribuição de glúons como,

$$\frac{\partial^2 xg(x, Q^2)}{\partial \ln Q^2 \partial \ln 1/x} = \frac{\alpha_s N_c}{\pi} xg(x, Q^2) - \frac{\alpha_s^2 \gamma}{Q^2 R^2} [xg(x, Q^2)]^2 \quad (2.39)$$

Esta é a equação GLR [12]. O trabalho de Mueller e Qiu [79] indica que  $\gamma = 81/16$  para  $N_c = 3$ , e por este motivo denominamos de formalismo GLR-MQ.

A Eq. (2.39), proporciona uma redução no crescimento de  $xg(x, Q^2)$  para pequenos valores de  $x$ , em comparação com as equações lineares. Esta equação prediz também uma saturação da distribuição de glúons no regime assintótico  $x \rightarrow 0$ , com uma linha crítica entre a região perturbativa e a região saturada, impondo seu regime de validade.

No limite assintótico, obtém-se que  $xg(x, Q^2) \Big|_{SAT}^{GLR} = \frac{16}{27\pi\alpha_s} Q^2 R^2$ . Embora o formalismo GLR apresente o fenômeno de saturação, sua validade não pode ser estendida para regimes de muito alta densidade, pois considera apenas o primeiro termo não linear, e no regime de alta densidade termos de ordens mais altas contribuem significativamente.

## 2.4.2 Ayala, Gay Ducati e Levin (AGL)

Fazendo uso da função de onda do glúon simplificada, dada na expressão (2.29), e utilizando a mudança de variável apresentada anteriormente, obteve-se a fórmula de Glauber-Mueller [75],

$$xg_A(x, Q^2) = \frac{4}{\pi^2} \int_x^1 \frac{dx'}{x'} \int_{\frac{4}{Q^2}}^\infty \frac{d^2 r_\perp}{\pi r_\perp^4} \int_0^\infty \frac{d^2 b}{\pi} \{1 - e^{-\frac{1}{2} \sigma_N^{gg}(x', Q^2) S_A(b^2)}\}. \quad (2.40)$$

Para completar a descrição, o fator de forma necessita ser considerado, ou função perfil  $S_N$ . Esta função, contém toda a dependência da seção de choque total no parâmetro de impacto  $b$ . A função perfil está relacionada com a distribuição de nucleons dentro do núcleo ( $\rho$ ) e com a dependência da amplitude de espalhamento no momentum transferido  $\vec{q}$ . De maneira geral, a função perfil contém informações sobre a distribuição angular do espalhamento. Para o presente trabalho, a função perfil Gaussiana foi empregada, como nas

referências [13, 14]. Neste caso, a função perfil tem a seguinte forma:

$$S_A = \frac{A}{\pi R_A^2} e^{-\frac{b^2}{R_A^2}}. \quad (2.41)$$

Nesta expressão  $R_A$  representa o raio do núcleo. Utilizando (2.41) pode-se efetuar a integração sobre o parâmetro de impacto e obter, para  $N_c = N_f = 3$ ,

$$xg_A(x, Q^2) = \frac{2R_A^2}{\pi^2} \int_x^1 \frac{dx'}{x'} \int_{\frac{1}{Q^2}}^{\frac{1}{Q_0^2}} \frac{dr_\perp^2}{r_\perp^4} \{C + \ln(\kappa_g(x', r_\perp^2)) + E_1(\kappa_g(x', r_\perp^2))\}, \quad (2.42)$$

onde  $C$  é a constante de Euler,  $E_1$  é a função exponencial integral e

$$\kappa_g(x', r_\perp^2) = \frac{3\alpha_s A \pi r_\perp^2}{2R_A^2} x' g_N^{DGLAP}(x', r_\perp^2). \quad (2.43)$$

O significado físico desta expressão pode ser melhor analisado a partir da forma diferencial da mesma,

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 xg_A(x, Q^2)}{\partial \ln(1/x) \partial \ln Q^2} &= A \frac{N_c \alpha_s}{\pi} xg_N^{DGLAP}(x, Q^2) + \frac{2}{\pi^2} \sum_{k=1} \frac{(-1)^k}{(k+1)(k+1)!} \frac{1}{(R_A^2 Q^2)^k} \\ &\times \left( \frac{\pi N_c A \alpha_s xg_N^{DGLAP}(x, Q^2)}{2} \right)^{k+1}. \end{aligned} \quad (2.44)$$

O primeiro termo acima corresponde à equação de evolução usual DGLAP na aproximação DLA. O segundo termo é o que leva em conta as correções de sombreamento. Se tomamos  $k = 1$  no segundo termo veremos que este é análogo ao termo não linear da equação GLR [12].

Convém salientar que a fórmula de Glauber-Mueller (2.33) não é uma equação de evolução; ela é análoga à fórmula de Glauber para a interação da partícula de prova com o núcleo. A fórmula de Glauber-Mueller nos permite calcular as correções de sombreamento usando as soluções da equação de evolução DGLAP. Desta maneira, podemos utilizá-la como condição inicial para obter equações de evolução que levem em conta o sombreamento, assim como a equação GLR, que foi a primeira proposta para considerar efeitos de recombinação ou interação entre pártons.

Para se obter a fórmula de Glauber-Mueller, algumas hipóteses devem ser salientadas para uma melhor contextualização do resultado. Duas hipóteses são básicas para se compreender o limite de validade da fórmula de Glauber-Mueller: a) a energia do par de glúons deve ser suficientemente grande para que estejamos numa região de pequeno  $x$ , que é a condição para termos uma descrição no sistema do processo no referencial de repouso do alvo; b) A fórmula de Mueller é válida na mesma região cinemática das equações DGLAP, portanto, na região onde  $\alpha_s \ln(1/r_\perp^2) \leq 1$ , com  $Q^2 \propto 1/r_\perp^2$ . Estas duas hipóteses indicam que

a emissão de glúons deve ser descrita na aproximação de duplo logaritmo (DLA) da QCD perturbativa, ou seja, para cada diagrama de Feynman de ordem  $\alpha_s^n$ , devem ser extraídos apenas os termos que contribuem com um fator da ordem de  $[\alpha_s \ln(1/x) \ln(Q^2/Q_0^2)]^n$ .

Outra hipótese tomada para se obter a fórmula de Glauber-Mueller foi considerar apenas os pártons mais rápidos interagindo com o alvo, que é uma característica da abordagem de Glauber na QCD. Na fórmula, não são consideradas correlações entre diferentes nucleons dentro do núcleo atômico. Este é uma hipótese fundamental do modelo de Mueller, pois os espalhamentos são considerados independentes.

A fórmula de Glauber-Mueller, nos apresenta um efeito de sombreamento calculado perturbativamente. Se analisamos a equação (2.42), notamos que a integração em  $r_\perp$  tem um limite superior  $1/Q_0^2$ , o que indica que todo efeito de sombreamento calculado por tal equação está levando em conta apenas os efeitos perturbativos. Como já salientado, a fórmula de Glauber-Mueller (2.33) não é uma equação de evolução, ela descreve as correções de sombreamento à função de glúons nuclear  $xg_A(x, Q^2)$  calculada perturbativamente de acordo com a QCD.

Uma fórmula de Glauber similar, incluindo efeitos de múltiplos espalhamentos, pode ser obtida para a função de estrutura nuclear no processo DIS,  $F_2^A(x, Q^2)$ . Neste caso, a partícula de prova virtual, o fóton, decai em um par  $q\bar{q}$  que interage com o núcleo através de múltiplos espalhamentos, como a interação do par  $gg$ . Levando em conta  $N_f$  sabores de quarks e integrando a função de onda do par de quarks sobre  $z$ , utilizando a seção de choque para o dipolo  $q\bar{q}$  e ainda a função perfil Gaussiana e integrando sobre o parâmetro de impacto, obtém-se a fórmula de Glauber-Mueller para  $F_2^A(x, Q^2)$  [13, 14, 32],

$$F_2^A(x, Q^2) = \frac{R_A^2}{2\pi^2} \sum_1^{N_f} \varepsilon_f^2 \int_{\frac{1}{Q^2}}^{\frac{1}{Q_0^2}} \frac{dr_\perp^2}{r_\perp^4} \{C + \ln(\kappa_q(x', r_\perp^2)) + E_1(\kappa_q(x', r_\perp^2))\}, \quad (2.45)$$

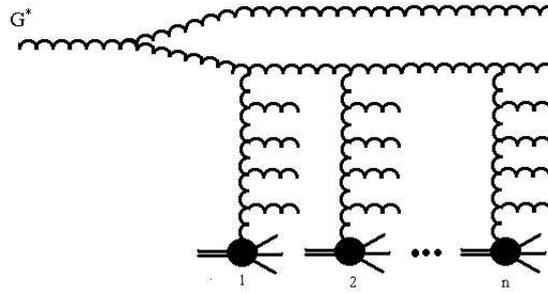
onde  $\kappa_q = \frac{4}{9}\kappa_g$ .

Todas equações deduzidas acima, são correções às equações de evolução no limite de pequeno  $x$  (DLA). Para estimar as correções vamos utilizar a parametrização GRV [34], que fornece as distribuições partônicas do nucleon, baseando-se nas equações de evolução DGLAP, devidamente apresentada no capítulo 1.

Este formalismo deu origem à equação de evolução AGL, desenvolvida por Ayala, Gay Ducati e Levin (AGL) [13, 14], com a intenção de estender o tratamento perturbativo da QCD para o regime de alta densidade partônica, através de uma equação não-linear, que ressona a troca de múltiplas escadas de glúons, na aproximação de duplo logaritmo dominante (DLA).

É baseado no desenvolvimento do formalismo de Glauber-Mueller para a QCD perturbativa [80], considerando a interação dos pártons rápidos da escada com o alvo, núcleo ou

nucleon. Neste formalismo, uma prova virtual  $G^*$  interage com o núcleo alvo, no referencial de repouso, através de múltiplos espalhamentos com os nucleons. Neste referencial, a prova virtual pode ser vista como uma decomposição em seus estados de Fock, e a interação pode ser descrita como sendo entre o estado  $gg$  e o alvo, como representado na Fig. 2.4



**Fig. 2.4:** Representação da interação de estado  $gg$  com o núcleo.

Com a intenção de obter um equação de evolução não-linear contendo as correções de unitariedade através da inclusão de todas as interações além do parton mais rápido da escada, a equação principal para a distribuição de glúons é diferenciada em  $Y = \ln 1/x$  e  $\varepsilon = \ln Q^2$ , obtendo em termos da variável  $\kappa_g$  a seguinte equação,

$$\frac{\partial^2 \kappa_g(Y, \varepsilon)}{\partial Y \partial \varepsilon} + \frac{\partial \kappa_g(Y, \varepsilon)}{\partial Y} = \frac{N_c \alpha_s}{\pi} [C + \ln(\kappa_g) + E_1(\kappa_g)]. \quad (2.46)$$

É importante mencionar que efeitos de grandes distâncias podem ser absorvidos nas condições iniciais da evolução, e situando numa região conveniente de  $Q^2$ , apenas efeitos de pequena distância estão presentes, significando que cálculos perturbativos são possíveis.

A equação (2.46) foi originalmente derivada nas Refs. [13, 14], para o caso de núcleo e nucleons, respectivamente, e é denominada equação AGL. Neste formalismo todas as contribuições de diagramas de ordem  $(\alpha_s Y \ln Q^2)$  são ressomadas. No limite onde  $\kappa \rightarrow 0$  a equação DGLAP no limite DLA é obtida. Para  $\kappa < 1$ , e não muito maior, a equação GLR é obtida e para  $\alpha_s Y \ln Q^2 \approx 1$  a equação é equivalente ao formalismo de Glauber.

### 2.4.3 Balitskii e Kovchegov (BK)

O problema de unitarização na QCD foi abordado como uma extensão do formalismo de dipolos para a equação BFKL por Kovchegov [15]. Este trabalho propõe uma generalização não-linear da equação BFKL, também previamente investigado na Ref. [16] através da utilização do Expansão de produto de operadores na QCD, obtendo a evolução de operadores

de linhas de Wilson. O espalhamento de um dipolo (onium  $q\bar{q}$ ) com o nucleon é descrito por uma evolução em cascata correspondendo a sucessivas subdivisões de dipolo a partir do dipolo original. Portanto, a diferença neste formalismo está em considerar também a evolução da função de onda do dipolo. Cada dipolo sofre múltiplos espalhamentos com os nucleons do alvo, implicando múltiplas trocas do tipo escada que devem ser ressonadas na intenção de obter a seção de choque da interação do dipolo com o núcleo. Como resultado é derivada a equação de evolução tendo o Pomeron BFKL unitarizado como solução, na aproximação de logaritmo dominante LL ( $1/x$ ).

O espalhamento do onium  $q\bar{q}$  (dipolo) com o núcleo no referencial de repouso, ocorre através da uma cascata de glúons macios, que uma vez considerado no limite  $N_c \rightarrow \infty$  é simplificada pela supressão dos diagrama não-planares. Os glúons são substituídos por pares  $q\bar{q}$  e a técnica de dipolos de Mueller para a cascata perturbativa pode ser utilizada [81]. A formulação Balitskii-Kovchegov, assim como o formalismo AGL, é um procedimento utilizando cálculos da QCD perturbativa e os dipolos considerados da cascata interagem independentemente com os núcleos.

Desconsiderando qualquer correlação entre os dipolos, a amplitude de espalhamento frontal para a interação, onium núcleo  $N(x_{01}^{\vec{0}}, \vec{b}_0, Y)$  é então dada por [15],

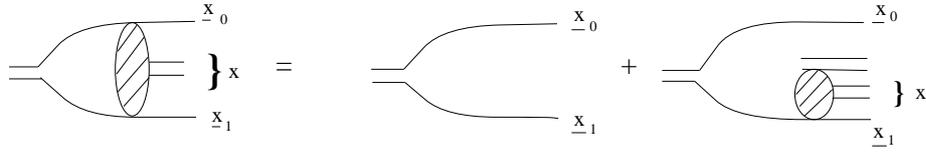
$$N(x_{01}^{\vec{0}}, \vec{b}_0, Y) = - \sum_i^{\infty} \int n_i(x_{01}, Y, \vec{b}_1, \vec{x}_1, \dots, \vec{b}_i, \vec{x}_i) \prod_i \gamma(\vec{x}_i, \vec{b}_i) \frac{d^2 x_i}{2\pi x_i^2} d^2 b_i \quad (2.47)$$

onde  $b$  é o parâmetro de impacto,  $\vec{x}_0$  e  $\vec{x}_1$  sendo a posição espacial respectivamente do quark e do antiquark,  $\vec{x}_{01} = \vec{x}_1 - \vec{x}_0$  é a separação par e  $n$  representa a densidade de dipolos (a partir do desdobramento do dipolo inicial),  $\gamma(x_{01}^{\vec{0}}, \vec{b}_0)$  é o propagador do par  $q\bar{q}$  através do núcleo, descrevendo múltiplos espalhamentos do dipolo com os nucleons dentro do núcleo. Esta equação é denominada equação Balitskii-Kovchegov (BK).

A representação física é comparável com o formalismo Glauber-Mueller, uma vez que o fóton incidente gera um par  $q\bar{q}$  que subsequentemente emite uma cascata de glúons, que interage com o núcleo, como representado na Fig. 2.5. Embora inicialmente formulado com graus de liberdade distintos, ambos BK e AGL ressonam múltiplos espalhamentos (nos seus respectivos graus de liberdade), o que permite considerar que ambos formalismos possam coincidir num específico limite cinemático [82]. Existem muitos trabalhos fenomenológicos interessantes com a equação BK, por exemplo as Refs. [83, 84, 85].

No limite DLA, onde a escala de momentum do fóton  $Q^2$  é maior que  $\Lambda_{QCD}^2$ , a equação BK, derivada em  $\ln(1/x_{01}^2 \Lambda_{QCD}^2)$  resulta em

$$\frac{\partial^2 N(x_{01}^{\vec{0}}, \vec{b}_0, Y)}{\partial Y \partial \ln(1/x_{01}^2 \Lambda_{QCD}^2)} = \frac{\alpha_s C_F}{\pi} \left[ 2 - N(x_{01}^{\vec{0}}, \vec{b}_0, Y) \right] N(x_{01}^{\vec{0}}, \vec{b}_0, Y), \quad (2.48)$$



**Fig. 2.5:** Cascata de dipolos na equação BK.

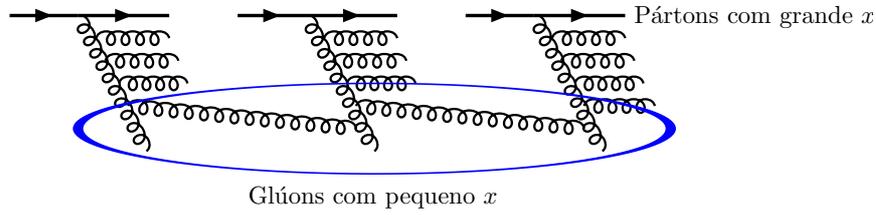
Que é a evolução no tamanho transversal de dipolos de  $x_{01}$  até  $1/\Lambda_{QCD}$ , considerando que a emissão sucessiva de dipolos gera tamanhos transversos maiores para cada geração.

O termo linear reproduz a equação BFKL para baixa densidade, e o termo quadrático introduz as correções de unitariedade. A equação reproduz o formalismo GLR uma vez que se assume  $N$  diretamente relacionado à distribuição de glúons.

#### 2.4.4 Jalilian-Marian, Iancu, McLerran, Weigert, Leonidov, Kovner (JIMWLK)

A altas energias, espera-se que ocorra uma saturação no crescimento da distribuição partônica abaixo de uma escala de momentum característica, denominada escala de saturação  $Q_s$ , formando um estado denso e saturado de pártons, denominado Condensado de Vidros de Cor (CGC) [17, 18, 19, 20, 21, 22, 23]. Este campo saturado, constituído principalmente de glúons, tem grande número de ocupação e permite a utilização de técnicas semiclássicas. O formalismo é desenvolvido no referencial de momentum infinito do núcleo, onde para as energias envolvidas e neste formalismo, os glúons com pequeno  $x$  são irradiados por fontes de carga de cor movendo-se rapidamente (pártons com grande valor de  $x$ ), sendo descritos por uma densidade de fontes de carga de cor  $\rho_a$ , com dinâmica interna congelada devido a dilatação temporal de Lorentz, portanto formando um vidro de cor. Os glúons de pequeno  $x$  saturam num valor da ordem de  $xG(x, Q^2) \sim 1/\alpha_s \gg 1$  for  $Q^2 \lesssim Q_s^2$ , correspondendo a um condensado de bósons. Como veremos posteriormente, os campos de cor podem ser descrito por soluções das equações clássicas de movimento do campo Yang-Mills (QCD clássica) com as fontes sendo dadas pelos pártons com grande  $x$ . Os pártons com grande  $x$  movem-se próximos a velocidade da luz na direção positiva do eixo  $z$ . As variáveis do cone de luz são utilizadas [ $x^\mu \equiv (x^+, x^-, x_\perp)$ ]. Os pártons com grande  $x$  possuem momentum  $p^+$ , emitindo (ou absorvendo) glúons macios com momentum  $k^+ \ll p^+$ , gerando uma corrente de cor apenas com a componente  $+$ , na forma  $J_a^+ = \delta(x^-)\rho_a$ . Existe uma clara separação entre pártons rápidos e macios, dada pela escala  $\Lambda^+$ .

Uma média sobre todas as configurações da fonte se faz necessária, e tal média é realizada com o auxílio de uma funcional peso  $W_{\Lambda^+}[\rho]$ , que depende de uma escala intermediária,



**Fig. 2.6:** *Páttons com grande e pequeno  $x$ .*

separando páttons rápidos ( $p^+ > \Lambda^+$ ) e macios ( $p^+ < \Lambda^+$ ). Entretanto, aplicando-se o formalismo para escalas cada vez menores, novas fontes de carga de cor surgem, e uma modificação nas configurações se faz necessária. Neste regime grandes correções radiativas invalidam a aproximação clássica. As modificações a teoria clássica efetiva são governadas por uma equação não-linear, funcional, derivada por Jalilian-Marian, Iancu, McLerran, Kovner, Leonidov e Weigert (JIMWLK) [19, 20, 21, 22, 23] para a funcional  $W_{\Lambda^+}[\rho]$  associada com a variável randômica  $\rho_a(x)$ .

A equação funcional de evolução para a funcional peso  $W_{\Lambda^+}[\rho]$  numa forma mais condensada, pode ser escrita como

$$\frac{\partial W_Y[\rho]}{\partial Y} = \frac{1}{2} \int_{x_\perp y_\perp} \frac{\delta}{\delta \rho_Y^a(x_\perp)} \chi_{ab}(x_\perp, y_\perp)[\rho] \frac{\delta}{\delta \rho_Y^b(y_\perp)} W_Y[\rho] \quad (2.49)$$

A dependência da teoria efetiva na escala de separação  $\Lambda^+$  é realizada com o auxílio da variável  $Y = \ln(1/x) = \ln(P^+/\Lambda^+)$ . O termo  $\chi_{ab}$  considera todas as modificações na correlação entre fontes de carga de cor, devido ao surgimento de novas fontes, que são os próprios glúons emitidos com  $x < \frac{\Lambda^+}{P^+}$ . Portanto, a evolução quântica consiste em adicionar novas correlações entre as fontes. Entretanto, uma solução completa da equação apresentada acima ainda não foi obtida. Algumas soluções aproximadas foram estudadas na literatura [23], bem como soluções numéricas, por exemplo, por cálculos na rede [86]. No próximo capítulo desta tese, que é destinado a descrever o Condensado de Vidros de Cor, iremos abordar em mais detalhes as possíveis soluções da equação de evolução JIMWLK, bem como realizar estudos de fenomenologia com as citadas soluções.

Analisando o espaço de fase  $x \times Q^2$ , pode-se verificar a região cinemática explorada pelas equações de evolução lineares e não-lineares. Na Fig. 2.7 estas regiões são representadas, e também o sentido de evolução das principais equações de evolução são apresentados. A escala de saturação  $Q_s$  está indicando a região a partir da qual os efeitos de saturação passam a ser significativos, portanto, a região onde o Condensado de Vidros de Cor passa em princípio a existir.

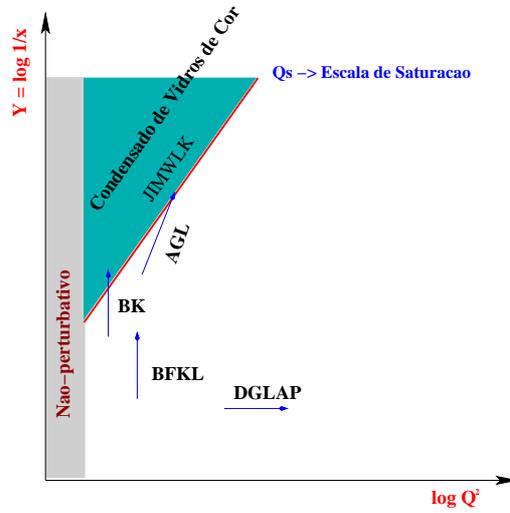


Fig. 2.7: Espaço de fase  $x \times Q^2$  para cada equação de evolução.

## 2.5 Modelos e parametrizações para $\sigma_{dip}$

Tendo apresentado algumas equações de evolução não-lineares, e discutido o formalismo de dipolos, vamos apresentar nesta seção, os modelos de seção de choque de dipolo, baseados nas soluções das equações de evolução não-lineares, e que serão de alguma forma abordadas nos capítulos que seguem. Teoricamente, a seção de choque de dipolo depende da função de glúons não-integrada, entretanto, para se obter esta distribuição deve-se resolver numericamente uma equação de evolução, o que torna o procedimento menos prático para fins de fenomenologia. De maneira geral usa-se em fenomenologia um modelo para a seção de choque de dipolo. A principal propriedade destes modelos, consiste em interpolar as regiões de pequenas separações transversas (região perturbativa) e as regiões de grande separação transversa (física não-perturbativa).

A seção de choque para o espalhamento de um dipolo de cor por um nucleon foi primeiramente proposta no formalismo BFKL [8, 9, 10, 11], considerando que o dipolo interage com o nucleon via a troca de glúons através de um diagrama escada (Pomeron perturbativo em mais baixa ordem). Desta forma a seção de choque do dipolo de cor  $q\bar{q}$  interagindo com o nucleon pode ser escrita como,

$$\sigma_{dip}(x, r) = \frac{\pi^2 \alpha_s}{3} r^2 x g_N^{DGLAP}\left(x, \frac{4}{r^2}\right), \quad (2.50)$$

onde  $x g_N^{DGLAP}(x, \tilde{Q}^2)$  é a distribuição de glúons DGLAP para uma fração de momentum  $x$  e virtualidade  $\tilde{Q}^2 = 4/r^2$ , com  $r$  representando a separação transversa do dipolo  $q\bar{q}$ . Neste trabalho vamos utilizar esta seção de choque de dipolo, entretanto, como vamos investigar efeitos de unitariedade incluídos através da mesma, vamos substituir a distribuição

DGLAP pela distribuição de glúons para o nucleon com correções de unitariedade. Esta foi apresentada anteriormente, dada pelo formalismo de Glauber-Mueller, isto é  $xg^{GM}(x, 4/r_\perp^2)$ , de tal forma que vamos denominar seção de choque Glauber Mueller, na forma

$$\sigma_{dip}(x, r) = \frac{\pi^2 \alpha_s}{3} r^2 xg_N^{GM}\left(x, \frac{4}{r^2}\right). \quad (2.51)$$

Um dos modelos mais simples, e mais utilizado, para esta seção de choque de dipolo é o modelo fenomenológico de saturação proposto por Golec-Biernat e Wüsthoff (GBW) [87, 88]. Nesta parametrização uma forma paramétrica eikonal é proposta para a seção de choque de dipolo, tendo os parâmetros ajustados através da descrição dos resultados experimentais do DIS. A proposta interpola o comportamento de transparência de cor  $\sigma_{dip} \sim r^2$  para região de pequeno  $r$ , e o comportamento de confinamento  $\sigma_{dip} \sim \sigma_0$  para grande  $r$ . A forma paramétrica do modelo GBW, consiste numa forma eikonal,

$$\sigma_{dip}(x, r) = \sigma_0 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{r^2 Q_0^2}{4(x/x_0)^\lambda}\right) \right], \quad (2.52)$$

onde  $Q_0^2 = 1 \text{ GeV}^2$  e os três parâmetros ajustados são  $\sigma_0 = 23.03 \text{ mb}$ ,  $x_0 = 3.04 \cdot 10^{-4}$  e  $\lambda = 0.288$  e  $R_0(x) = (x/x_0)^{\lambda/2}$  é o raio de saturação. Na parametrização GBW, a saturação é caracterizada pelo raio de saturação dependente em  $x$ ,  $Q_s^2(x) = 1/R_0^2(x)$ , ao invés da escala dada no formalismo Glauber-Mueller  $\kappa_g(x, Q_s^2) = 1$ . A parametrização GBW realiza uma boa descrição dos resultados de DESY, do colisor  $ep$  HERA, em ambos processos, inclusivo e difrativo. Entretanto, a parametrização GBW apresenta algumas desvantagens, por exemplo, ela não traz uma conexão direta com a distribuição de glúons, não considera a evolução DGLAP em suas dependências e prediz um cenário de saturação muito intenso. Todas estas desvantagens tentam ser sanadas no modelo melhorado da parametrização GBW, chamado BGBK.

O modelo fenomenológico de saturação proposto por Bartels et al., denominado BGBK [89], é baseado no modelo GBW. O modelo é uma versão modificada do modelo de saturação GBW, pois explicitamente inclui evolução QCD, e a seção de choque é escrita como,

$$\sigma_{dip}(x, r) = \sigma_0 \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{\pi^2 r^2 \alpha_s(\mu^2) xg(x, \mu^2)}{3\sigma_0}\right) \right\}, \quad (2.53)$$

onde a escala  $\mu^2$  possui a seguinte forma

$$\mu^2 = \frac{C}{r^2} + \mu_0^2. \quad (2.54)$$

Na parametrização BGBK, os autores propõem a seguinte distribuição de glúons com escala inicial  $Q_0^2 = 1 \text{ GeV}^2$ ,

$$xg(x, Q_0^2) = A_g x^{-\lambda_g} (1-x)^{5.6}. \quad (2.55)$$

Existem cinco parâmetros livres ( $\sigma_0$ ,  $C$ ,  $\mu_0^2$ ,  $A_g$  and  $\lambda_g$ ), os quais são determinados por ajuste aos dados de ZEUS, H1 e E665 com  $x < 0.01$ . No processo de ajuste, o parâmetro  $\sigma_0$  é fixado em 23 mb, como no modelo original GBW. Na parametrização existem dois conjuntos de parâmetros, identificados como Fit 1 e Fit 2, e nesta tese vamos utilizar o conjunto de parâmetros Fit 1, o que implica em considerar  $\sigma_0 = 23$  mb,  $C = 0.26$ ,  $\mu_0^2 = 0.56$  GeV<sup>2</sup>,  $A_g = 1.2$  and  $\lambda_g = 0.28$ .

Outro modelo fenomenológico para a seção de choque de dipolo foi proposto por Iancu, Itakura e Munier [90]. Nesta proposta a função de estrutura  $F_2(x, Q^2)$  para  $x < 10^{-2}$  e  $0.045 \leq Q^2 \leq 45$  GeV<sup>2</sup> dentro do formalismo de dipolos é analisada, introduzindo uma expressão analítica para a amplitude de espalhamento dipolo-próton, que é uma solução aproximada das equações de evolução na QCD. Para dipolos menores do que o inverso do momentum de saturação ( $1/Q_s$ ), a amplitude de espalhamento é solução da equação de evolução BFKL na vizinhança da linha de saturação. Este termo exhibe escalamento geométrico e violação de escalamento pelo termo de difusão. Para dipolos maiores que ( $1/Q_s$ ), a amplitude de espalhamento satura a 1. Existem três parâmetros na expressão a serem ajustados: o raio do próton  $R$ , o valor  $x_0$  de  $x$  ao qual a escala de saturação iguala a 1, e a derivada logarítmica do momentum de saturação  $\lambda$ . Estes fatores estão inclusos na forma da escala de saturação  $Q_s^2(x) = \left(\frac{x_0}{x}\right)^\lambda$ . O valor de  $\lambda$  extraído do ajuste vem a ser consistente com um cálculo recente usando mais altas ordens no formalismo BFKL [91].

A seção de choque de dipolo é dada na forma

$$\sigma_{dip}(x, r) = 2\pi R^2 \mathcal{N}(rQ_s, Y), \quad (2.56)$$

onde

$$\begin{aligned} \mathcal{N}(rQ_s, Y) &= \mathcal{N}_0 \left(\frac{rQ_s}{2}\right)^{2\left(\gamma_s + \frac{\ln(2/rQ_s)}{\kappa\lambda Y}\right)} & \text{para } rQ_2 \leq 2 \\ \mathcal{N}(rQ_s, Y) &= 1 - e^{-a \ln^2(brQ_s)} & \text{para } rQ_2 \geq 2 \end{aligned} \quad (2.57)$$

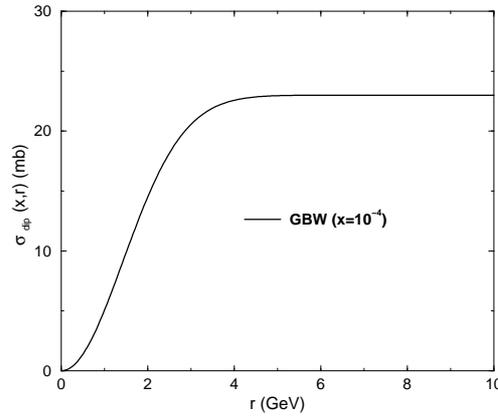
Os parâmetros  $a$  e  $b$  são determinados exigindo que a função  $\mathcal{N}$  e sua derivada sejam contínuas em  $rQ_s = 2$ . Os parâmetros  $\gamma_s$  e  $\kappa$  são fixados a partir dos valores da BFKL LO:  $\gamma_s = 0.67$  e  $\kappa = 0.9$ . No citado trabalho, existe um conjunto de parâmetros para cada valor de  $\mathcal{N}_0$ , sendo que nesta tese será utilizado o seguinte conjunto de parâmetros  $\mathcal{N}_0 = 0.7$ ,  $x_0 = 0.267 \times 10^{-4}$ ,  $\lambda = 0.253$  e  $R = 0.641$  fm.

Outro modelo que será utilizado nesta tese para a seção de choque de dipolo, basea-se no formalismo do Condensado de Vidros de Cor, que será devidamente discutido no próximo capítulo. Por hora é interessante apresentar a forma da seção de choque de dipolo, que será identificada como seção de choque McLerran-Venugopalan (MV). A seção de choque obtida pelo modelo McLerran-Venugopalan, não apresenta dependência em energia, apresentando

apenas dependência na separação do par  $q\bar{q}$  e pode ser escrita da seguinte forma, [92],

$$\sigma_{dip}(r) = \pi R^2 \left[ 1 - e \left( -\frac{Q_s^2}{\pi} \int \frac{d^2p}{p^3} (1 - J_0(pr)) \right) \right]. \quad (2.58)$$

A dependência em energia da seção de choque de dipolo MV será discutida e implementada no Capítulo 5, quando discutiremos a produção de dileptons no Condensado de Vidros de Cor.



**Fig. 2.8:** Seção de choque de dipolo a partir da parametrização GBW.

Podemos apresentar o comportamento geral da seção de choque de dipolo, tendo em vista que em todos os modelos apresentados, a seção de choque vai a zero na região perturbativa (pequeno  $r$ ) e satura para a região não perturbativa (grande  $r$ ). Na Fig. 2.8 a seção de choque GBW é apresentada em função da separação do par  $q\bar{q}$  para um valor de  $x = 10^{-4}$ , onde a propriedade de saturação para grandes separações pode ser verificada. Como podemos ser visto, outra propriedade muito importante do formalismo de dipolos está presente na forma da seção de choque  $\sigma_{q\bar{q}}$ ; a transição suave entre os comportamentos perturbativo e não-perturbativo.

## 2.6 Conclusões

Neste capítulo apresentamos a descrição do espalhamento profundamente inelástico no referencial de repouso do alvo, o qual prova a densidade de glúons no hádron no limite de energias assintóticas. A descrição deste processo neste referencial, origina o formalismo de dipolos de cor, o qual fatoriza entre a seção de choque de dipolo (interação do dipolo com o alvo) e a função de onda deste dipolo. O efeito de saturação partônica foi apresentado neste capítulo, indicando que para altas energias este efeito é significativo. As equações de

evolução que levam em conta esta propriedade foram também apresentadas neste capítulo. Os modelos utilizados neste trabalho para as seções de choque de dipolo foram investigados e discutidos neste capítulo e serão utilizados nos capítulos que seguem. No próximo capítulo apresentamos o formalismo do Condensado de Vidros de Cor, que é um dos temas prioritários de interesse deste trabalho, e discutiremos a produção de dileptons em colisões hadrônicas, analisada neste formalismo.

## Capítulo 3

# Condensado de Vidros de Cor

Neste capítulo, vamos apresentar a teoria que descreve o sistema hadrônico denominado Condensado de Vidros de Cor, que é caracterizado por uma grande densidade de glúons e que ocorre em regiões de pequeno  $x$  de Bjorken. Esta formulação demonstra como o campo de glúons, na função de onda hadrônica ou nuclear, atinge seu máximo valor permitido na Cromodinâmica Quântica. Vamos discutir as idéias principais, bem como as variáveis adequadas para descrever o sistema hadrônico e nuclear a tão altas densidades e energias. Trataremos também de observáveis que possam indicar a existência do Condensado de Vidros de Cor na parte final deste capítulo.

### 3.1 Introdução

O nome Condensado de Vidros de Cor (CGC) origina-se das idéias fundamentais do modelo, as quais fazem uma analogia com o Condensado de vidros de spin. O CGC é uma teoria efetiva que visa descrever a interação partônica em sistemas com alta densidade de glúons [17, 18, 19, 20, 21, 22, 23], isto é, altas energias. O nome surge das seguintes analogias:

- *Condensado*: Existe uma grande densidade de glúons sem massa, com grande energia, o que força um grande número de ocupação, tal que o acoplamento é fraco. A densidade de glúons satura a um valor da ordem de  $\approx 1/\alpha_s \gg 1$ , correspondendo a um estado de muitas partículas quase livres, o que é um condensado de bósons.
- *Vidros*: Os campos associados aos glúons, evoluem muito vagarosamente e são desordenados.
- *Cor*: Os glúons são partículas que portam carga de cor.

A similaridade com a idéia de condensado de Bose-Einstein está no fato de que analisando o comportamento de um gás de bósons, pode-se estudar a variação de potencial químico

com a temperatura; se um gás de férmions é considerado, com a redução da temperatura, o potencial químico aumenta e passa a um valor positivo. Num gás de bósons, com a redução da temperatura, existe um valor a partir do qual o potencial químico é nulo, portanto faz-se a analogia *potencial químico*  $\times$  *acoplamento*, onde considera-se que para altas energias a densidade de glúons aumenta, e o acoplamento entre estes é muito fraco, tal que pode-se considerar um estado quase livre, onde temos então um condensado de bósons. Para uma revisão completa sobre o CGC, as referências [93, 94, 95] são adequadas.

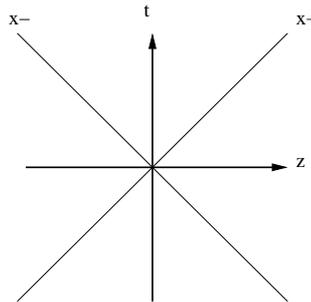
O tratamento de processo de altas energias é interessante quando realizado num referencial específico, o referencial do cone de luz, o qual será apresentado na próxima seção.

### 3.1.1 Coordenadas do Cone de Luz

O sistema de referência adequado para o tratamento de variáveis cinemáticas para altas energias é o referencial do cone de luz [96]. Neste referencial as coordenadas baseam-se nas seguintes características: considera-se que a colisão dá-se na direção de eixo  $z$ , portanto o eixo longitudinal de colisão. O quadrivetor velocidade, por exemplo, é definido como  $v^\mu \equiv (v^0, v^1, v^2, v^3)$ , onde  $v^3 = v_z$ . Quando passamos para as coordenadas no cone de luz, estas são definidas da seguinte maneira,

$$v^+ \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(v^0 + v^3); \quad v^- \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(v^0 - v^3); \quad v_\perp \equiv (v^1, v^2). \quad (3.1)$$

Em particular podemos definir algumas variáveis fundamentais para uma boa compreensão



**Fig. 3.1:** Representação do cone de luz.

do desenvolvimento do trabalho e de sua justificativa. Considerando  $x^\mu \equiv (t, x, y, z)$ , então o *tempo* no referencial de cone de luz é definido como

$$x^+ \equiv \frac{1}{\sqrt{s}}(t + z). \quad (3.2)$$

A *coordenada longitudinal* pode ser definida como,

$$x^- \equiv \frac{1}{\sqrt{s}}(t - z). \quad (3.3)$$

Podemos representar  $x^+$  e  $x^-$  num sistema de coordenadas, como na Fig. 3.1.

O produto escalar entre os vetores momentum e posição agora é escrito como,

$$p.x = p^-x^+ + p^+x^- - p_\perp.x_\perp, \quad (3.4)$$

pois,

$$\begin{aligned} p.x &= p^0x^0 - p^3x^3 - p^2x^2 - p^1x^1 \\ p.x &= p^0x^0 - p^3x^3 - p_\perp.x_\perp \end{aligned} \quad (3.5)$$

porém

$$\begin{aligned} p^-x^+ &= \frac{1}{2}(p^0x^0 - p^3x^0 + p^0x^3 - p^3x^3) \\ p^+x^- &= \frac{1}{2}(p^0x^0 + p^3x^0 - p^0x^3 - p^3x^3) \end{aligned} \quad (3.6)$$

o que resulta em

$$p^-x^+ + p^+x^- = p^0x^0 - p^3x^3. \quad (3.7)$$

Passando para o espaço de momentum, verificamos então que a variável  $p^+$  é a variável conjugada a coordenada longitudinal, portanto, definimos  $p^+$  como o *momentum longitudinal no referencial do cone de luz*. A variável  $p^-$  é a variável conjugada ao tempo  $x^+$  no cone de luz, portanto, interpretamos  $p^-$  como a *energia no referencial de cone de luz*. Para partículas na camada de massa,

$$p^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(E \pm p_z); \quad \text{com, } E = \sqrt{m^2 + |\vec{p}|^2}, \quad (3.8)$$

portanto podemos escrever a seguinte relação

$$p^+p^- = \frac{1}{2}(E^2 - p_z^2) = \frac{1}{2}(m^2 + |\vec{p}|^2 - p_z^2), \quad (3.9)$$

logo

$$p^+p^- = \frac{1}{2}(m^2 + p_\perp^2) = \frac{1}{2}m_\perp^2, \quad (3.10)$$

onde surge a definição de massa transversa. Podemos ainda trabalhar com a definição da variável rapidez, onde

$$y \equiv \frac{1}{2} \ln \left( \frac{E + p_z}{E - p_z} \right) = \frac{1}{2} \ln \frac{p^+}{p^-} = \frac{1}{2} \ln \frac{2p^{+2}}{m_\perp^2}. \quad (3.11)$$

A utilização destas variáveis torna-se importante, por facilitar a compreensão do problema. Numa colisão hadrônica a altas energias, o projétil e o alvo são acelerados a velocidades próximas a da luz, o que implica que utilizando as variáveis do cone de luz, temos um

dos hádrons na posição  $x^- \approx 0$ , e o outro hádron em  $x^+ \approx 0$ , o que facilita a descrição do processo (veja Fig. 3.1). Além deste fator, verifica-se que sob uma transformação de Lorentz de impulso (boost) temos que :  $p^+ \rightarrow \kappa p^+$ ,  $p^- \rightarrow (1/\kappa)p^-$  com  $\kappa$  sendo uma constante, e sendo que a variável rapidez modifica-se apenas por uma constante  $y \rightarrow y + \kappa$ .

Vamos analisar estas coordenadas num caso específico de produção de pión em colisão hadrônica. Se pensamos agora na colisão de dois hádrons idênticos no referencial de centro de massa, teremos o “projétil” com  $p_1^\mu = (p_1^+, p_1^-, 0_\perp)$  e o “alvo” com  $p_2^\mu = (p_2^+, p_2^-, 0_\perp)$ , onde  $p_1^+ \approx \sqrt{2}p_z$  e  $p_1^- \approx \frac{M^2}{2p_1^+}$  para  $p_z \gg M$  (onde  $M$  é a massa do projétil). Como estamos no referencial de centro de momentum temos que  $p_2^+ = p_1^-$  e  $p_2^- = p_1^+$  com energia quadrada de centro de momentum dada por  $s = (p_1 + p_2)^2$ . Se analisamos a produção de um pión nesta colisão, o mesmo portará uma fração de momentum  $x$  do hádron, dada por

$$x = \frac{p_\pi^+}{p_1^+}, \quad (3.12)$$

então a rapidez do pión é obtida pela relação

$$y_\pi = \frac{1}{2} \ln \frac{p_\pi^+}{p_\pi^-} = \frac{1}{2} \ln \frac{2p_\pi^{+2}}{m_\perp^2}. \quad (3.13)$$

Usando o fato de  $p_\pi^+ = xp_1^+$  obtemos

$$y_\pi = \frac{1}{2} \ln \frac{2x^2 p_1^{+2}}{m_\perp^2} = y_\pi = \ln \frac{\sqrt{2}xp_1^+}{m_\perp}, \quad (3.14)$$

onde  $m_\perp$  é a massa transversa do pión produzido. Introduzindo o fator  $M/M$  obtemos

$$y_\pi = \ln \frac{M\sqrt{2}xp_1^+}{Mm_\perp} = \ln \frac{\sqrt{2}p_1^+}{M} - \ln \frac{1}{x} + \ln \frac{M}{m_\perp}. \quad (3.15)$$

Entretanto, pode-se observar que  $\ln \frac{\sqrt{2}p_1^+}{M}$  é a própria rapidez do hádron projétil, portanto escrevemos

$$y_\pi = y_{proj.} - \ln \frac{1}{x} + \ln \frac{M}{m_\perp}, \quad (3.16)$$

onde pode-se observar que a rapidez das partículas produzidas pode ser escrita em termos da rapidez do hádron de origem, portanto o projétil.

## 3.2 Processos de Espalhamento a Altas Energias

No caso do espalhamento profundamente inelástico (DIS), onde pode-se medir a distribuição de quarks do hádron, é conveniente trabalhar num referencial onde o hádron tenha

um grande momentum longitudinal no cone de luz  $P^+ \gg M$  (referencial de momentum infinito). Neste referencial podemos descrever o hádron como uma coleção de constituintes, os pártons, que são uma excitação portando uma fração  $x$  do momentum longitudinal total  $P^+$ . Então o momentum longitudinal do párton é  $p^+ = xP^+$ , com  $0 < x < 1$ .

A variável  $x$  (“ $x$  de Feynman”) é definida aqui como sendo igual ao  $x_{Bj}$  de Bjorken, que é definido num sistema de referência independente da forma  $x_{Bj} = Q^2/2P \cdot q$ , e é medido diretamente no experimento. Portanto, no DIS a altas energias (grande  $s$  a  $Q^2$  fixo) pode-se medir a distribuição de quarks  $dN_{quark}/dx$  para pequeno  $x$  e a rapidez das partículas produzidas pode ser dada por,

$$y = y_{hadron} - \ln \frac{1}{x}. \quad (3.17)$$

Utilizando o princípio da incerteza escrito na forma  $p^\pm x^\mp \sim 1$ , e considerando  $x = p^+/P^+$ , pode-se escrever,

$$y = y_{proj} - \ln \frac{P^+}{p^+} = y_{proj} - \ln(x^- P^+). \quad (3.18)$$

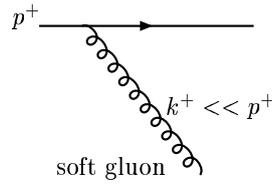
Esta equação define relações entre rapidez, o espaço de momentum e o espaço tempo. Portanto, define-se aqui um espaço tempo rapidez e um espaço de momentum rapidez. Esta relação traz a consequência de que partículas localizadas no espaço tempo rapidez, estão localizadas no espaço de momentum rapidez. O hádron (núcleo) a altas energias, portando grande momentum é considerado como uma folha fina, devido a contração de Lorentz, entretanto se vamos ao espaço de momentum rapidez, este hádron (núcleo) aparece estendido numa região de rapidez, onde pártons situados numa região de grande rapidez são considerados os pártons rápidos (através da relação 3.17) e os pártons situados na região de pequena rapidez são os mais lentos. Se consideramos um tubo ao longo da região de rapidez de dimensão  $dx \ll 1$  fm, então estaremos resolvendo os constituintes do hádron. Se vamos a  $dx \rightarrow 0$  então a separação longitudinal entre os pártons que interceptam o tubo vem a ser grande. No limite onde  $1/\Lambda \ll dx \ll 1$  fm existem muitas “cargas” no interior deste tubo de dimensão  $dx$  tal que pode-se considerar cargas clássicas nesta resolução. A aproximação clássica significa que podemos substituir a aplicação de operadores a um estado em específico por um número, pois com grande número de ocupação, a criação ou destruição de uma partícula, não traz efeito para a descrição do estado, apenas o autovalor passa a ser importante.

### 3.3 Modelo McLerran-Venugopalan

Tendo discutido as variáveis importantes para considerar o estado hadrônico a altas energias, nesta seção vamos apresentar o modelo proposto por Larry McLerran e Raju Venugopalan

[17, 18], que propõem a existência do condensado de vidros de cor.

A idéia principal do CGC está no fato de considerar os quarks com grande fração de momentum como sendo fontes emissoras de glúons com pequena variável de Bjorken  $x$  (glúons macios). Esta consideração tem grandes conseqüências no referencial do cone de luz. Na Fig. 3.2 mostramos a emissão de um glúon macio por um quark com grande  $x$ .



**Fig. 3.2:** Emissão do glúon macio pelo quark com grande fração de momentum.

Entretanto, a energia no referencial do cone de luz é dada por

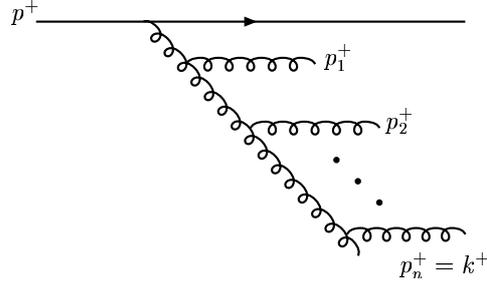
$$p^- = \frac{m_{\perp}^2}{2p^+}. \quad (3.19)$$

Verificamos imediatamente que o glúon macio emitido com  $k^+ \ll p^+$  tem energia maior que a do quark emissor. Além disso, os quarks com grande fração de momentum (grande  $x \rightarrow$  quarks de valência) que funcionam como fonte de emissão de glúons macios (pequeno  $x$ ) são descritos por uma fonte de cargas de cor  $\rho_a$  com propriedades bem específicas.

Consideremos um hádron num referencial onde possua momentum infinito, portanto uma fina folha deslocando-se próxima a velocidade da luz. Esta característica nos assegura que o hádron possua  $x^- \approx 0$ , propagando-se no sentido positivo  $x^+$ . Os pártons rápidos (quarks de valência) movem-se ao longo do eixo  $z$  com velocidade  $v_z \approx c$ . Eles possuem momentum  $p^+$  e podem emitir, ou absorver glúons macios com momentum  $k^+ \ll p^+$ . Em uma primeira aproximação conservam suas trajetórias ao longo do cone de luz ( $z = t$ ), entretanto geram uma corrente de cor  $J_a^\mu$  na direção ”+” do referencial do cone de luz. Os pártons rápidos possuem uma incerteza em sua posição longitudinal  $\Delta x^- \sim 1/p^+$ , porém como  $1/p^+ \ll 1/k^+$ , eles são bem localizados quando vistos pelos glúons macios que possuem grande comprimento de onda e portanto pouca resolução longitudinal.

A separação na escala de momentum longitudinal (pártons rápidos e glúons macios) implica em uma correspondente separação no tempo. Pártons macios possuem grandes energias, portanto curto tempo de vida. Considerando a Fig. 3.3 podemos observar que como a energia no referencial de cone de luz ( $\varepsilon$ ) é dada por

$$\varepsilon_p \equiv \frac{p_{\perp}^2}{2p^+}, \quad (3.20)$$



**Fig. 3.3:** Emissão de glúons macios a partir do quark rápido

então o tempo de vida da excitação virtual pode ser estimado por

$$\Delta x^+ \approx \frac{1}{\varepsilon_k} \ll \frac{1}{\varepsilon_p}. \quad (3.21)$$

Verificamos que o tempo de vida da excitação é muito pequeno se comparado com a escala de tempo dos pártons rápidos, portanto, os graus de liberdade rápidos (fontes de glúons macios) aparecem efetivamente congelados durante o curto tempo de vida dos glúons macios, e podem ser considerados fontes de cor independentes do tempo (independente de  $x^+$ ), portanto  $\rho_a(x^-, x_\perp)$ . Entretanto, se outro glúon macio é emitido após um intervalo de tempo  $\geq 1/\varepsilon_p$ , uma configuração diferente para  $\rho_a$  é verificada. Isto nos leva a tratar  $\rho_a(x^-, x_\perp)$  como uma variável clássica aleatória, com alguma densidade de probabilidade, ou função peso,  $W_{k^+}[\rho]$ , que é uma funcional de  $\rho$ . Para ter uma interpretação probabilística  $W_{k^+} \geq 0$  para qualquer  $\rho_a$  e ainda

$$\int \mathcal{D}[\rho] W_{k^+} = 1, \quad (3.22)$$

com a seguinte medida funcional

$$\mathcal{D}[\rho] \equiv \prod_a \prod_{x^-} \prod_{x_\perp} d\rho_a(x^-, x_\perp). \quad (3.23)$$

Podemos determinar uma escala que separe pártons macios e pártons rápidos da seguinte forma,

$$\text{rápidos} \quad \rightarrow p^+ > \Lambda^+ \quad (3.24)$$

$$\text{macios} \quad \rightarrow p^+ < \Lambda^+. \quad (3.25)$$

Pelo modelo de McLerran- Venugopalan (MV) os glúons macios são descritos por campos de cor clássicos  $A_a^\mu$  emitidos por pártons rápidos, representados por uma fonte  $\rho_a$ . Os graus de liberdade rápidos são tratados como quânticos e são integrados perturbativamente na

construção da teoria efetiva, tal que no resultado final não temos dependência sobre estes, e os graus de liberdade macios são analisados numa região transversa onde existem um grande número de flutuações na carga de cor (emissão de glúons macios pelos quarks rápidos). Por simplicidade espera-se que o valor típico da flutuação em cargas de cor seja da ordem de  $\sqrt{N}$ , onde  $N$  é o número de quarks (fontes) nesta região. Se  $N$  é grande, a carga típica de cor nesta região é grande, e portanto pode ser tratada como clássica [17].

Como veremos posteriormente, uma das grandezas fundamentais para se determinar observáveis no CGC é o calculo da função de correlação entre os campos de glúons macios e como estes visualizam uma configuração congelada das fontes, somente irão experimentar correlções a tempos iguais dos pártons rápidos.

Para resumir, a corrente de glúons macios, gerada a partir dos pártons rápidos, é esperada com a seguinte estrutura:

$$J_a^\mu = \delta^{\mu+} \rho_a(x^-, x_\perp), \quad \partial^- \rho_a \equiv \frac{\partial \rho_a}{\partial x^+} = 0, \quad \text{com } \rho_a \text{ definido para } \{x^- | 0 \leq x^- \leq 1/\Lambda^+\}. \quad (3.26)$$

Condições que serão confirmadas no decorrer deste capítulo.

A corrente de cor  $J_a^\mu$  pode ser escrita de uma forma simples da seguinte maneira  $J_a^\mu = \delta^{\mu+} \delta x^- q^a(x_\perp)$ , onde o termo  $\delta^{\mu+}$  nos assegura que a única componente da corrente está na direção ”+” do referencial do cone de luz. O delta  $\delta(x^-)$  especifica que a fonte está situada no hádron, que devido à contração de Lorentz é uma fina folha com  $x^- \sim 0$ , e  $q^a(x_\perp)$  representa a distribuição de cargas na folha. Esta corrente de cor gera um campo de cor, que nas condições discutidas nesta seção, pode ser considerada como um campo de cor clássico. Na próxima seção realizamos uma discussão sobre este campo de cor.

### 3.3.1 O Campo Clássico de Cor

O que se considera no modelo MV é que para altas energias, a número de ocupação de estados com pequena fração de momentum será grande, tal que teremos um campo de cor clássico significativo. A corrente  $J^\mu$  atua como uma fonte de campos de Yang-Mills, descrevendo a dinâmica de glúons macios,

$$[D_\nu, F^{\mu\nu}] = \delta^{\mu+} \rho_a(x^-, x_\perp), \quad (3.27)$$

onde a variável  $\rho_a$  é estocástica (determinada através de uma distribuição) com valor esperado nulo (uma Gaussiana por exemplo). Precisamos determinar então a correlação entre  $\rho(\vec{x})$  em  $\vec{x} \equiv (x^-, x_\perp)$ . Aqui a correlação é dada em termos da função peso  $W_{\Lambda^+}$  apresentada anteriormente. Esta função é invariante de calibre, mas depende em  $\Lambda^+$ , pois veremos posteriormente que está integrada para  $|p^+| > \Lambda^+$ .

Para determinar, por exemplo, a distribuição de glúons no CGC precisamos então saber a correlação entre os campos de glúons. Pelo modelo de MV precisamos [17, 18]:

- Resolver as equações clássicas de Yang-Mills no calibre do cone de luz  $A^+ = 0$

$$[D_\nu, F^{\mu\nu}] = \delta^{\mu+} \rho_\alpha(x^-, x_\perp). \quad (3.28)$$

A solução é alguma funcional não-linear de  $\rho$  ( $\mathcal{A}^i(\vec{x})[\rho]$ ).

- As funções de correlação de interesse são calculadas com estas soluções clássicas, e então feita a média sobre  $\rho$ , com auxílio da função peso  $W_\lambda[\rho]$ :

$$\langle A_a^i(x^+, \vec{x}) A_b^j(x^+, \vec{y}) \dots \rangle_\Lambda = \int \mathcal{D}\rho W_\Lambda[\rho] \mathcal{A}_a^i \mathcal{A}_b^j \dots \quad (3.29)$$

com a normalização

$$\int \mathcal{D}\rho W_\Lambda[\rho] = 1. \quad (3.30)$$

As equações apresentadas assemelham-se com os vidros de spin, pois existe uma fonte, e sobre esta fonte é feita a média de todas as configurações das fontes. No vidros de spin a média é feita sobre os campos magnéticos de fundo.

Como a intenção aqui é apresentar o procedimento para se obter soluções às equações de Yang-Mills, vamos por simplicidade, considerar o caso Abelian das equações de Yang-Mills, ou seja, estamos desconsiderando a interação entre os campos de cor. Desta forma, pode-se escrever,

$$\partial_\nu F^{\nu\mu} = \delta^{\mu+} \rho(\vec{x}) \quad (3.31)$$

onde  $F^{\nu\mu} = \partial^\nu A^\mu - \partial^\mu A^\nu$  e  $\vec{x} \equiv (x^-, x_\perp)$ . Estamos interessados em soluções no calibre do Cone de Luz (LC), onde  $A^+ = 0$ , tal que estas soluções anulam-se para  $\rho \rightarrow 0$ . Uma vez que  $\rho$  é estático (independente de  $x^+$ ), podemos analisar soluções que sejam estáticas, ou seja,  $\partial^- A^\mu = 0$ . Desta forma podemos analisar em separado cada componente da equação de Yang-Mills, levando em conta também que  $A^+ = 0$ , obtemos:

$$\begin{array}{l} \mu = + \\ \partial_\nu F^{\nu+} = 0 \\ \partial^- F^{+-} + \partial^+ F^{--} - \partial^k F^{k-} = 0 \\ (\partial^k)^2 A^- = 0 \\ \text{sol. trivial } A^- = 0 \end{array} \left\| \begin{array}{l} \mu = i \\ \partial_\nu F^{\nu i} = 0 \\ \partial^- F^{+i} + \partial^+ F^{-i} - \partial^k F^{ki} = 0 \\ \partial^+ \partial^k A^- + \partial^k F^{kj} = 0 \\ \text{portanto } F^{kj} = 0 \end{array} \right. \quad (3.32)$$

Esta solução implica que  $F^{+-} = F^{k-} = 0$  e ainda  $F_{ij} = 0$ . Portanto nos resta apenas uma componente do campo  $A^\mu$  não nula,  $A^i$ , definindo um campo de calibre puro em duas dimensões no plano transversal. Considerando então que  $A^+ = A^- = 0$  podemos escrever,

$$\partial_\nu F^{\nu+} = \rho(\vec{x}) \quad (3.33)$$

$$\partial^- F^{++} + \partial^+ F^{-+} - \partial^k F^{k+} = \rho(\vec{x}) \quad (3.34)$$

$$\partial^k \partial^+ A^k = \rho(\vec{x}) \quad (3.35)$$

Se consideramos uma função  $\omega(\vec{x})$  satisfazendo a seguinte equação

$$-\nabla_{\perp}^2(\partial^+\omega(\vec{x})) = \rho(\vec{x}). \quad (3.36)$$

Desta forma

$$\partial^k\partial^+A^k = \rho(\vec{x}) \quad (3.37)$$

$$\partial^k\partial^+A^k = -\nabla_{\perp}^2(\partial^+\omega(\vec{x})) \quad (3.38)$$

$$\partial^k\partial^+A^k = -\partial^l\partial^l(\partial^+\omega(\vec{x})) \quad (3.39)$$

$$\partial^+A^k = -\partial^k(\partial^+\omega(\vec{x})) \quad (3.40)$$

$$\partial^+A^k = -\partial^+(\partial^k\omega(\vec{x})) \quad (3.41)$$

$$A^k = -\partial^k\omega(\vec{x}). \quad (3.42)$$

Passando para o espaço de momentum,

$$\mathcal{A}^k(p) = ip^k\omega(p) = -\frac{p^k}{p^+} \frac{\rho(p^+, p_{\perp})}{p_{\perp}^2}, \quad (3.43)$$

onde considera-se por simplicidade a seguinte prescrição para o pólo  $1/p^+$ ,

$$\frac{1}{p^+} = \frac{1}{p^+ + i\varepsilon}. \quad (3.44)$$

Entretanto, deseja-se obter uma solução onde o campo  $\mathcal{A}^i$  anule-se para  $x^- \rightarrow -\infty$ , portanto admitimos

$$\mathcal{A}^i(x^-, x_{\perp}) = -\int_{-\infty}^{x^-} dy^- \partial^i\alpha(y^-, x_{\perp}), \quad (3.45)$$

onde

$$-\nabla_{\perp}^2\alpha(\vec{x}) = \rho(\vec{x}), \quad (3.46)$$

ou em espaço de momentum

$$\alpha(\vec{p}) = \frac{\rho(\vec{p})}{p_{\perp}^2}, \quad (3.47)$$

tal que pode-se escrever em espaço de coordenada a seguinte relação [19]

$$\alpha(\vec{x}) = -\int \frac{d^2y_{\perp}}{2\pi} \ln(|x_{\perp} - y_{\perp}| \mu) \rho(x^-, y_{\perp}), \quad (3.48)$$

onde  $\mu$  é um corte infravermelho que desaparece em quantidades físicas.

Agora pode-se analisar o caso não-Abeliano da teoria de Yang-Mills, onde verifica-se que as equações de movimento (3.28) não são consistentes, pois a propriedade  $[D_{\mu}, [D_{\nu}, F^{\mu\nu}]] = 0$

requer que a corrente de cor na equação de Yang-Mills seja covariantemente conservada, logo  $[D_\mu, J^\mu] = 0$ , o que implica em

$$[D^-, J^+] \equiv \partial^- J^+ - ig[A^-, J^+] = 0. \quad (3.49)$$

De forma geral, esta relação não é satisfeita por uma corrente estática, uma vez que  $\partial^- \rho = 0$  mas o comutador  $[A^-, \rho]$  pode ser não nulo. Agora, se identificamos  $\rho_a$  na equação (3.26) com a corrente  $J_a^+$  para algum particular tempo  $x_0^+$ ,

$$J^+(x) = \rho(\vec{x}) \quad \text{em } x^+ = x_0^+, \quad (3.50)$$

então, a equação (3.49) pode ser escrita de forma a ser covariantemente conservada para  $x^+ > x_0^+$  fazendo

$$J^+(x^+, \vec{x}) = W(x^+, \vec{x}) \rho(\vec{x}) W^\dagger(x^+, \vec{x}). \quad (3.51)$$

Aqui introduziu-se as linhas temporais de Wilson, onde

$$W[A^-](x^+, \vec{x}) \equiv \text{T} \exp\left\{ig \int_{x_0^+}^{x^+} dz^+ A^-(z^+, \vec{x})\right\}, \quad (3.52)$$

com T denotando o ordenamento temporal das matrizes de cor na exponencial, uma vez que  $A^- \equiv A_a^- T^a$  são ordenados da direita para esquerda em ordem crescente de  $x^+$ . Se utilizar  $x^+ = x_0^+$ , a relação direta entre  $J^+$  e  $\rho$  é obtida, pois o expoente vai a zero. As equações de movimento para o campo  $A^\mu$  são então escritas da seguinte forma,

$$[D_\nu, F^{\nu\mu}](x) = \delta^{\mu+} W(x) \rho(\vec{x}) W^\dagger(x), \quad (3.53)$$

Para esta equações, pode-se analisar somente soluções estáticas, e que satisfazem  $A^- = 0$ , em adição à condição de calibre do cone de luz  $A^+ = 0$ , portanto considera-se,

$$A^+ = A^- = 0, \quad A^i = \mathcal{A}^i(x^-, x_\perp) \quad (3.54)$$

Com esta proposta, a Eq. (3.53) pode ser escrita na forma previamente apresentada (3.28), pois a condição de  $A^- = 0$  nos leva a  $W[A^- = 0](x^+, \vec{x}) = 1$ . Considerando somente a componente  $\mu = +$ , temos

$$[D_i, F^{i+}] = \rho(x), \quad (3.55)$$

Se consideramos a componente onde  $\mu = i$  então

$$[D_j, F^{ji}] = 0, \quad (3.56)$$

o que implica que  $\mathcal{A}^i$  é um campo de calibre puro no plano transversal, pois  $\mathcal{F}^{ji} = 0$ . Com relação a um campo puro de calibre, sabe-se que

$$F^{ij} = 0 \Leftrightarrow \exists g(\vec{x}) \mid A^i(\vec{x}) = [\partial^i g(\vec{x})] g^{-1}(\vec{x}), \quad (3.57)$$

portanto, pela definição de  $F$  pode-se escrever

$$g(x) = g(x, 0, A) = \text{P exp} \left\{ \int_c dx \cdot A(x) \right\}. \quad (3.58)$$

Desta forma podemos escrever o campo puro transversal de calibre da seguinte maneira [19]:

$$\mathcal{A}^i(x^-, x_\perp) = \frac{i}{g} U(x^-, x_\perp) \partial^i U^\dagger(x^-, x_\perp), \quad (3.59)$$

com o elemento  $U(x^-, x_\perp)$ , pertencente ao grupo  $SU(N)$  e relacionado a  $\rho$ , implicitamente pela Eq. (3.55).

Obtém-se um resultado onde a única componente não nula é a parte transversal. Mas para progredir, o que é feito agora, é considerar uma transformação de calibre onde os campos  $\mathcal{A}^i$  vão a zero, usando a matriz  $U(\vec{x})$ :

$$A^\mu \rightarrow \tilde{A}^\mu = U^\dagger A^\mu U + \frac{i}{g} U^\dagger \partial^\mu U. \quad (3.60)$$

Com esta transformação obtém-se os seguintes resultados

$$\tilde{A}^i = U^\dagger \left( \frac{i}{g} U \partial^i U^\dagger \right) U + \frac{i}{g} U^\dagger \partial^i U \quad (3.61)$$

$$\tilde{A}^i = \frac{i}{g} (\partial^i U^\dagger) U + \frac{i}{g} U^\dagger (\partial^i U) \quad (3.62)$$

$$\tilde{A}^i = \frac{i}{g} \partial^i (U^\dagger U) \quad (3.63)$$

portanto,

$$\tilde{A}^i = \tilde{A}^- = 0, \quad \tilde{A}^+ = \frac{i}{g} U^\dagger (\partial^+ U), \quad (3.64)$$

o termo  $A^- = 0$  surge devido ao fato de considerar sempre soluções estáticas, portanto  $\partial^- U^\dagger = 0$ .

Então existe um calibre onde o campo não-Abeliano possui uma única componente não trivial,  $\tilde{A}^\mu = \delta^{\mu+} \tilde{A}^\mu$ . Este calibre será denominado de calibre covariante, pois ocorre que  $\partial_\mu \tilde{A}^\mu = 0$  para as equações (3.60) e (3.64). Neste calibre as equações de Yang-Mills, apresentadas anteriormente na Eq. (3.28), reduzem a uma simples equação linear da forma [19]

$$-\nabla_\perp^2 \tilde{A}^+(\vec{x}) = \tilde{\rho}(\vec{x}), \quad (3.65)$$

onde

$$\tilde{\rho}(\vec{x}) \equiv U^\dagger(\vec{x})\rho(\vec{x})U(\vec{x}) \quad (3.66)$$

é a fonte clássica de cor no calibre covariante. A Eq. (3.65) é a mesma Eq. (3.46) para  $\alpha$  na QED, então renomeando  $\tilde{A}^+(\vec{x}) \equiv \alpha(\vec{x})$ , obtém-se,

$$-\nabla_\perp^2 \alpha(\vec{x}) = \tilde{\rho}(\vec{x}), \quad (3.67)$$

A solução a partir da equação linear entre  $\tilde{A}$  e  $\tilde{\rho}$  pode ser obtida, entretanto, quantidades físicas, como a distribuição de glúons, envolve correlações de campos  $A^i$  no calibre do cone de luz. Sabemos que as grandezas físicas devem ser invariantes de calibre, porém no calibre covariante, não consegue-se uma relação simples entre as funções de Green e os correspondentes potenciais vetores. A Eq. (3.67) pode ser invertida, obtendo-se [19, 20]

$$U^\dagger(x^-, x_\perp) = \text{P exp} \left\{ ig \int_{x_0^-}^{x^-} dz^- \alpha(z^-, x_\perp) \right\}, \quad (3.68)$$

onde P ordena as matrizes de cor  $\alpha(\vec{x})$  da direita para esquerda em  $x^-$ . Então juntando Eqs. (3.59), (3.65) e (3.68) obtém-se uma expressão explícita para o campo de calibre no cone de luz  $\mathcal{A}^i$  como uma funcional de  $\tilde{\rho}$ , denotada como  $\mathcal{A}^i[\tilde{\rho}]$ ,

$$\mathcal{A}^i[\tilde{\rho}](x^-, x_\perp) = \frac{i}{g} P e^{\{ig \int_{x_0^-}^{x^-} dz^- \alpha(z^-, x_\perp)\}} \partial P e^{\{-ig \int_{x_0^-}^{x^-} dz^- \alpha(z^-, x_\perp)\}}. \quad (3.69)$$

Verifica-se aqui que a funcional é em termos de  $\tilde{\rho}$ , pois se tentamos expressar  $\mathcal{A}^i$  em termos de  $\rho$  a correspondente funcional pode ser mais complicada e não determinada explicitamente. Porém para calcular a distribuição de glúons, necessitamos determinar a solução de  $\mathcal{A}^i$  explicitamente. A proposta passa a ser a seguinte: usar a fonte de carga no calibre covariante  $\tilde{\rho}$ , em vez da fonte no calibre do cone de luz  $\rho$ , como a variável funcional sobre a qual os campos dependem. Este tratamento é possível porque a medida e a função peso ( $W_\Lambda[\rho]$ ) são invariantes de calibre, tal que a média final sobre a fonte clássica pode ser bem expressa como uma funcional de  $\tilde{\rho}$ . Em outras palavras, pode-se escrever,

$$\langle A_a^i(x^+, \vec{x}) A_B^j(x^+, \vec{y}) \dots \rangle_\Lambda = \int \mathcal{D}\tilde{\rho} W_\Lambda[\tilde{\rho}] \mathcal{A}_a^i[\tilde{\rho}] \mathcal{A}_B^j[\tilde{\rho}] \dots \quad (3.70)$$

Até este momento, não determinou-se uma distribuição em  $x^-$ , de forma que está se considerando a mesma como arbitrária. Para o que segue, será necessário determinar que  $\rho$  está localizada em  $x^- = 0$ . Entretanto,  $\rho$  é sensível às condições utilizadas para fixar o calibre. Para fixar o calibre clássico (o calibre para a Eq. (3.60)), serão adotadas as condições de contorno retardadas em  $x^-$ , ou seja,  $\mathcal{A}^i(\vec{x}) \rightarrow 0$  para  $x^- \rightarrow -\infty$ .

O formalismo clássico apresentado nesta seção é válido apenas para regiões de momentum macio da ordem de  $\Lambda^+$ . Na verdade, atingindo escalas muito mais suaves, existem correções radioativas que invalidam a aproximação clássica. As modificações à teoria clássica efetiva são governadas por uma equação de evolução não-linear, funcional, originalmente derivada por Jalilian-Marian, Iancu, McLerran, Weigert, Leonidov, Kovner (JIMWLK) [19, 20, 21, 22, 23], para a função estatística  $W_{\Lambda^+}[\rho]$  associada com a variável randômica  $\rho_a(x)$ . Esta equação de evolução será discutida com mais detalhes na próxima seção.

### 3.4 Correções Quânticas: Equação JIMWLK

Considerando o modelo MV, temos que a medida que escalas mais suaves são atingidas, os glúons macios com mometum maior que os de escala muito suave, passam a ser novas fontes de cargas de cor. Isto modifica a correlação entre glúons, o que modifica a funcional  $W_{\Lambda^+}$ . Portanto, estas correções devem ser consideradas e são levadas em conta numa equação funcional denominada JIMWLK que descreve a evolução da funcional estatística peso  $W_{\Lambda^+}$ , que pode ser escrita numa forma condensada como [19, 20, 21, 22, 23],

$$\frac{\partial W_\tau[\rho]}{\partial \tau} = \frac{1}{2} \int_{x_\perp y_\perp} \frac{\delta}{\delta \rho_\tau^a(x_\perp)} \chi_{ab}(x_\perp, y_\perp) [\rho] \frac{\delta}{\delta \rho_{\tau a}^b(y_\perp)} W_\tau[\rho]. \quad (3.71)$$

A dependência da teoria na variável de separação é realizada através da variável  $\tau = \ln(1/x) = \ln(P^+/\Lambda^+)$ . O fator  $\chi_{ab}$  considera todas as modificações na correlação das fontes de cargas de cor devido as novas fontes, que são os glúons com  $x \ll \frac{\Lambda^+}{P^+}$ . Portanto, a evolução descrita pela equação JIMWLK consiste em adicionar novas correlações às densidades de fontes  $\rho_a$ .

Esta equação tem sido exaustivamente estudada, entretanto, ainda não se obteve uma solução completa em toda a região cinemática. Alguns limites desta equação foram estudados e verificou-se que para o limite de grande número de cores (grande  $N_c$ ) a equação JIMWLK recai na bem conhecida equação BK [15, 16]; no limite de baixa densidade descreve a equação BFKL [8, 9, 10, 11]. Isto mostra a consistência da equação JIMWLK. Estas soluções aproximadas são investigadas em mais detalhes na referência [23]. Pode-se ainda investigar as soluções numéricas, baseadas nos cálculos na rede (para uma breve revisão sobre estes resultados veja Ref. [86]).

Com a intenção de realizar uma comparação com resultados experimentais utilizando a teoria do Condensado de Vidros de Cor, algum tratamento fenomenológico necessita ser realizado com a funcional  $W_{\Lambda^+}$ , o que será apresentado na próxima seção.

### 3.4.1 Gaussianas Local e não-Local

Uma aproximação que é razoável quando estamos tratando com grandes núcleos consiste em considerar uma forma Gaussiana para a funcional peso  $W[\rho]$  [94, 97, 98]. Esta aproximação apresenta a evolução da distribuição de glúons através da equação BFKL para grande momentum transversal, e o fenômeno de saturação partônica para pequeno momentum transversal [98]. Neste caso podemos escrever,

$$W[x, \rho] = \exp \left\{ - \int dz_{\perp} \frac{\rho_a(z_{\perp}) \rho^a(z_{\perp})}{2\mu^2(x)} \right\} \quad (3.72)$$

onde  $\mu^2(x)$  é o quadrado da carga de cor dos quarks de valência por unidade de área e de cor.

Uma distribuição gaussiana não-local das fontes de cargas de cor foi predita na Ref. [23] como uma solução de campo médio da equação JIMWLK. Esta forma de considerar a funcional  $W[\rho]$  traz algumas modificações na descrição de observáveis [99], que será discutido posteriormente. A forma Gaussiana não-local é dada por,

$$W[x, \rho] = \exp \left\{ - \int dy_{\perp} dx_{\perp} \frac{\rho_a(x_{\perp}) \rho^a(y_{\perp})}{2\mu^2(x, x_{\perp} - y_{\perp})} \right\} \quad (3.73)$$

A funcional peso Gaussiana local assegura que as fontes de carga de cor são correlacionadas localmente, enquanto a Gaussiana não-local indica correlações sobre distâncias maiores. No caso considerado aqui, o núcleo é invariante por translação no plano transversal, tendo em vista que  $\mu^2$  depende apenas da diferença  $x_{\perp} - y_{\perp}$ . Esta modificação pode ser utilizada por exemplo para considerar efeitos de neutralização da carga de cor, fazendo com que a função  $\mu^2(x, x_{\perp} - y_{\perp})$  vá a zero para distâncias maiores que uma determinada escala, por exemplo  $1/Q_s$ . Os efeitos de considerar uma Gaussiana local ou não-local para os observáveis, serão analisados no capítulo 5 deste trabalho, onde a produção de dileptons será analisada no contexto do CGC, em colisões próton-núcleo e próton-próton.

Na próxima seção vamos discutir o efeito de considerar um Condensado de Vidros de Cor em alguns observáveis. A saber, vamos investigar a distribuição de glúons e a produção de dileptons a altas energias.

## 3.5 Observáveis no Condensado de Vidros de Cor

Nesta seção estudaremos a distribuição de glúons segundo o CGC, supondo uma forma Gaussiana para a função peso  $W_k$ , mostrando que a solução com esta forma simples de parametrização apresenta saturação na distribuição de glúons. Discutiremos também a produção de dileptons considerando o núcleo atômico com sendo descrito pelo CGC.

### 3.5.1 Distribuição de Glúons no CGC

Vamos investigar a distribuição de glúons levando em conta os campos de glúons macios obtidos no formalismo dos Vidros de Condensado de Cor, considerando a correlação entre os campos de glúons. De acordo com o modelo de McLerran e Venugopalan, apresentado na seção anterior, precisamos de dois ingredientes para calcular a função de correlação dos glúons macios.

- Solução  $\mathcal{A}_a^i[\tilde{\rho}]$  das equações de movimento clássicas;
- determinar a função peso  $W_\Lambda[\tilde{\rho}]$ ;

A solução para  $\mathcal{A}_a^i[\tilde{\rho}]$  foi apresentada na seção anterior, mas precisamos determinar a função peso  $W_\Lambda[\tilde{\rho}]$ . No que segue vamos utilizar uma função Gaussiana para a função peso, seguindo a idéia da Ref. [23]. Esta aproximação para a função peso tem a finalidade de mostrar explicitamente a saturação da distribuição de glúons e discutir a invariância de calibre desta grandeza.

A distribuição de glúons no cone de luz pode ser escrita em termos da correlação dos campos de glúons macios [19, 20, 21]

$$xG(x, Q^2) \equiv \int \frac{d^2 k_\perp}{(2\pi^2)} \theta(Q^2 - k_\perp^2) \times \int \frac{dk^+}{2\pi} 2k^+ \delta\left(x - \frac{k^+}{p^+}\right) \langle A_a^i(x^+, k^+, k_\perp) A_a^i(x^+, -k^+, -k_\perp) \rangle, \quad (3.74)$$

onde o último termo da expressão acima representa, como salientado anteriormente, a média sobre a função de onda do hádron em questão. Entretanto, na quantização no cone de luz e considerando que  $\vec{k} \equiv (k^+, k_\perp)$ ,

$$\frac{2k^+}{(2\pi)^3} A_c^i(x^+, \vec{k}) A_c^i(x^+, -\vec{k}) = \sum_{\lambda, c} a_{\lambda, c}^\dagger(\vec{k}) a_{\lambda, c}(\vec{k}) = \frac{dN}{d^3k} \quad (3.75)$$

é a função de distribuição de glúons no espaço de Fock, por exemplo, o número de glúons por unidade de volume no espaço de momentum. Portanto, a Eq. (3.74) contém todos os glúons (emitidos por quarks) na função de onda do hádron, contendo momentum longitudinal  $k^+ = xp^+$ , e momentum transverso menor que  $Q$ .

Como no calibre do cone de luz  $A^+ = 0$ , então existe uma relação direta entre o campo  $F_a^{i+}$  e o vetor potencial  $A_a^i$ ,  $F_a^{i+}(k) = ik^+ A_a^i(k)$ , tal que pode-se escrever a Eq. (3.74) como uma função de Green de dois pontos do campo elétrico  $F_a^{i+}$ . Utilizando-se a função delta na Eq. (3.74) pode-se realizar a integração sobre  $k^+$ , obtendo (considerando  $k^+ = xp^+$ ),

$$xG(x, Q^2) = \int d^2 k_\perp \theta(Q^2 - k_\perp^2) k^+ \frac{2}{(2\pi)^3} \langle A_a^i(x^+, k^+, k_\perp) A_a^i(x^+, -k^+, -k_\perp) \rangle$$

$$xG(x, Q^2) = \frac{1}{\pi} \int \frac{d^2 k_\perp}{(2\pi)^2} \theta(Q^2 - k_\perp^2) \langle F_a^{i+}(x^+, k^+, k_\perp) F_a^{i+}(x^+, -k^+, -k_\perp) \rangle \quad (3.76)$$

Porém, a expressão acima não é invariante de calibre pois o campo  $F_a^{i+}$ , escrito no espaço de posição, envolve campos elétricos em diferentes pontos  $\vec{x}$  e  $\vec{y}$ . Pode-se incluir então, um fator dependente de calibre, com a intenção de compensar a variação de calibre apresentada na expressão. Um operador invariante de calibre pode ser construído inserindo linhas de Wilson, tal que [19]

$$\mathcal{O}_\gamma(\vec{x}, \vec{y}) \equiv Tr\{F^{i+}(\vec{x})U_\gamma(\vec{x}, \vec{y})F^{i+}(\vec{y})U_\gamma(\vec{y}, \vec{x})\}, \quad (3.77)$$

onde  $\gamma$  é o caminho arbitrário indo de  $\vec{y}$  a  $\vec{x}$ , e temos que

$$U_\gamma(\vec{x}, \vec{y}) = Pe^{ig \int_\gamma dz \vec{A}(\vec{z})}, \quad (3.78)$$

considerando  $\vec{A} \equiv (A^+, A_\perp)$ . Pode-se escolher um caminho de integração, tal que  $U_\gamma = 1$  [19].

Nestas condições, o operador (3.77) coincide com  $F_a^{i+}(\vec{x})F_a^{i+}(\vec{y})$ , que aparece se fizermos uma transformação para o espaço de coordenadas do produto que aparece na distribuição de glúons  $F_a^{i+}(x^+, k^+, k_\perp)F_a^{i+}(x^+, -k^+, -k_\perp)$ . Desta forma a distribuição de glúons, apresentada na Eq. (3.76) é invariante de calibre. A partir deste ponto considera-se somente uma aproximação clássica, que em princípio funciona bem na região de pequeno  $x$ , em particular no regime de saturação. Então realiza-se a seguinte troca na Eq. (3.76),  $F_a^{i+} \rightarrow \mathcal{F}_a^{i+}$ , onde  $\mathcal{F}_a^{i+}$  é independente de  $x^+$  e uma funcional de  $\tilde{\rho}$ , portanto

$$xG(x, Q^2) = \frac{1}{\pi} \int \frac{d^2 k_\perp}{(2\pi)^2} \theta(Q^2 - k_\perp^2) \langle |\mathcal{F}_a^{i+}(\vec{k})|^2 \rangle_{\Lambda^+} \quad (3.79)$$

onde a média é sobre  $\tilde{\rho}$ . No que segue,  $\Lambda^+$  será a maior escala de momentum no problema, pois as flutuações quânticas (glúons macios) terão momentum  $k^+ \ll \Lambda^+$ . Devido a pouca resolução longitudinal, tais campos são sensíveis somente às propriedades do campo de fundo  $\mathcal{A}^i$  sobre grandes distâncias  $|x^-| \gg 1/\Lambda^+$ , onde pode-se escrever

$$U^\dagger(x^-, x_\perp) \equiv P \exp \left\{ ig \int_{-\infty}^{x^-} dz^- \alpha(z^-, x_\perp) \right\} \sim \theta(x^-) V^\dagger + \theta(-x^-) \quad (3.80)$$

com

$$V^\dagger(x_\perp) \equiv P \exp \left\{ ig \int_{-\infty}^{\infty} dz^- \alpha(z^-, x_\perp) \right\}, \quad (3.81)$$

juntamente com a Eq. (3.59), nos fornece os campos de fundo da seguinte forma:

$$\mathcal{A}^i(x^-, x_\perp) \sim \theta(x^-) \frac{i}{g} V(\partial^i V^\dagger) \equiv \theta(x^-) \mathcal{A}_\infty^i(x_\perp). \quad (3.82)$$

O campo elétrico associado ao campo  $\mathcal{A}^i$  é então escrito,

$$\mathcal{F}^{i+}(\vec{x}) \equiv -\partial^+ \mathcal{A}^i \sim -\delta(x^-) \mathcal{A}_\infty^i(x_\perp). \quad (3.83)$$

Este resultado pode ser utilizado na Eq. (3.79). A partir de tal equação pode-se obter uma distribuição de glúons em termos dos campos  $\mathcal{A}^i$

$$\begin{aligned} xG(x, Q^2) &= \frac{1}{\pi} \int \frac{d^2 k_\perp}{(2\pi)^2} \theta(Q^2 - k_\perp^2) \langle |\mathcal{F}_a^{i+}(\vec{k})|^2 \rangle \\ xG(x, Q^2) &= \frac{1}{\pi} \int \frac{d^2 k_\perp}{(2\pi)^2} \theta(Q^2 - k_\perp^2) \langle \mathcal{F}_a^{i+}(k_\perp) \mathcal{F}_a^{i+}(-k_\perp) \rangle \\ xG(x, Q^2) &= \frac{1}{\pi} \int \frac{d^2 k_\perp}{(2\pi)^2} \theta(Q^2 - k_\perp^2) \langle \int d^2 y_\perp e^{ik_\perp \cdot y_\perp} \int d^2 x_\perp e^{-ik_\perp \cdot x_\perp} \mathcal{F}_a^{i+}(y_\perp) \mathcal{F}_a^{i+}(x_\perp) \rangle \\ xG(x, Q^2) &= \frac{1}{\pi} \int \frac{d^2 k_\perp}{(2\pi)^2} \theta(Q^2 - k_\perp^2) \int d^2 y_\perp e^{ik_\perp \cdot y_\perp} \int d^2 x_\perp e^{-ik_\perp \cdot x_\perp} \langle \delta(x^-) \mathcal{A}_\infty^{ia}(y_\perp) \delta(x^-) \mathcal{A}_\infty^{ia}(x_\perp) \rangle \end{aligned}$$

Que pode ser escrita na forma,

$$xG(x, Q^2) = R^2 \int \frac{d^2 k_\perp}{(2\pi)^2} \theta(Q^2 - k_\perp^2) \int d^2 x_\perp e^{-ik_\perp \cdot x_\perp} \langle \mathcal{A}_\infty^{ia}(0) \mathcal{A}_\infty^{ia}(x_\perp) \rangle, \quad (3.84)$$

onde  $R^2$  refere-se ao raio do hádron. Não é apresentada uma dependência explícita na variável  $x$ . Toda a dependência nesta variável vem da média realizada sobre a fonte  $\tilde{\rho}$ , onde na função peso  $W_{\Lambda^+}$  tem-se a dependência na escala  $\Lambda^+$ , com  $\Lambda^+ \sim xp^+$ .

Agora devemos calcular a correlação entre os campos de glúons macios. Para proceder este cálculo temos que determinar a forma para a funcional  $W_\Lambda[\tilde{\rho}]$ . Como uma simples aproximação pode-se verificar a forma da distribuição de glúons considerando uma função Gaussiana para a função peso  $W_\Lambda$ .

$$W_\Lambda[\tilde{\rho}] \simeq \exp \left\{ -\frac{1}{2} \int d^3 x \frac{\tilde{\rho}_a^2(\vec{x})}{\xi_\Lambda^2(\vec{x})} \right\}, \quad (3.85)$$

onde  $\xi_\Lambda^2(\vec{x})$  é proporcional à densidade total do quadrado da carga de cor com  $p^+ > \Lambda^+$ . No modelo simples de quarks de valência temos que

$$\xi_\Lambda^2(\vec{x}) \equiv g^2 \frac{\eta(\vec{x})}{2N_c} \quad (3.86)$$

onde  $\eta(\vec{x})$  representa a densidade do número de quarks no hádron, onde a normalização é dada por

$$\int dx^- \int d^2 x_\perp \eta(x^-, x_\perp) = N_c. \quad (3.87)$$

Considerando a solução apresentada na seção 3.3.1, pode-se escrever a correlação entre os campos de glúons macios [102, 103],

$$\langle \mathcal{A}_\infty^{ia}(0) \mathcal{A}_\infty^{ia}(\vec{x}) \rangle = \frac{N_c^2 - 1}{\pi \alpha_s x_\perp^2 N_c} \left[ 1 - e^{x_\perp^2 \ln(x_\perp^2 \Lambda_{QCD}^2) \frac{Q_s^2}{4}} \right], \quad (3.88)$$

onde  $Q_s^2 \propto \alpha_s \xi_\Lambda$  é a escala de saturação. Da Eq. (3.88) pode-se obter que o potencial no cone de luz nunca é maior que  $\sqrt{x_\perp^2} \mathcal{A}^i \sim 1/\sqrt{\alpha_s N_c}$ , mostrando uma saturação proporcional a  $1/g$ . A partir da Eq. (3.84), pode-se definir a densidade de glúons por unidade de  $x$  e por unidade de espaço de fase transverso,

$$N(k_\perp) \equiv \frac{d^2(xG_{cl})}{d^2k_\perp d^2b_\perp} \equiv \int d^2x_\perp e^{-ik_\perp \cdot x_\perp} \langle \mathcal{A}_\infty^{ia}(0) \mathcal{A}_\infty^{ia}(x_\perp) \rangle. \quad (3.89)$$

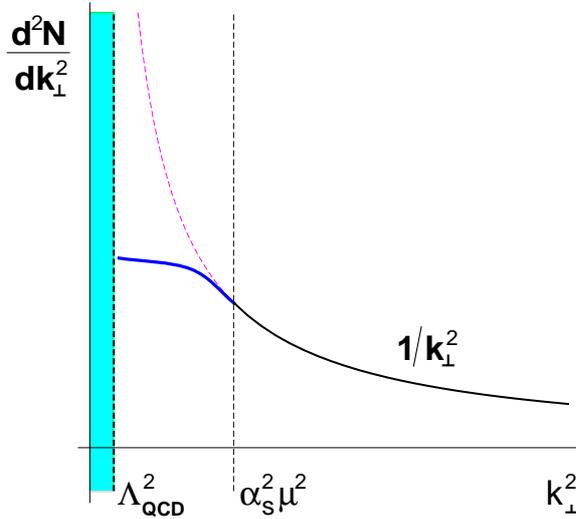
Utilizando a solução para a correlação de campos de glúons, Eq. (3.88), pode-se obter

$$N(k_\perp) \propto \alpha_s (Q^2/k_\perp^2), \quad \text{para } k_\perp^2 \gg Q_s^2, \quad (3.90)$$

que representa o comportamento obtido perturbativamente, ou seja, divergindo para pequeno  $k_\perp^2$ . Porém, se consideramos  $k_\perp^2 \ll Q_s^2$  obtém-se

$$N(k_\perp) \propto \frac{1}{\alpha_s} \ln \left( \frac{k_\perp^2}{Q^2} \right), \quad \text{para } k_\perp^2 \ll Q_s^2. \quad (3.91)$$

Na Fig. 3.4 mostramos que o crescimento é muito mais suave e ainda a saturação para a solução com pequeno momentum (linha sólida), com  $k_\perp \gg \Lambda_{QCD}$ . Para a solução onde  $k_\perp^2 \gg Q_s^2$  temos um acentuado crescimento da densidade de glúons para pequeno momentum. Usou-se  $Q_s^2 = \alpha_s^2 \mu^2$ , onde  $\mu$  é a carga por unidade de área no hádron.



**Fig. 3.4:** Densidade de glúons por unidade de  $x$  e por espaço de fase transverso

Concluimos então que utilizando um modelo simples para a função peso  $W_\Lambda$  consegue-se determinar a saturação da distribuição de glúons, verificando que as idéias do CGC podem proporcionar uma boa descrição do que se espera de um sistema de altas densidades partônicas.

Vamos agora investigar a produção de dileptons em colisões próton-núcleo, considerando o núcleo através do CGC.

### 3.5.2 Produção de Dileptons no Condensado de Vidros de Cor

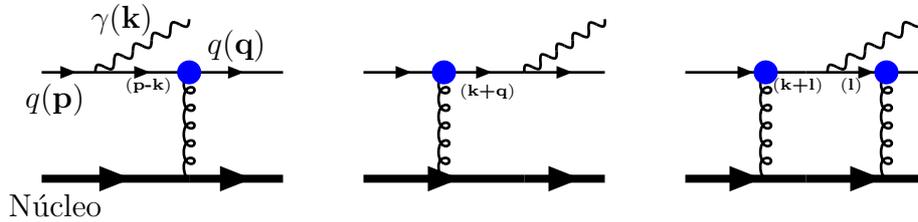
#### Amplitude de Bremsstrahlung

Estamos interessados em descrever a produção de dileptons, sendo que estes dileptons serão produzidos a partir da emissão de um fóton virtual  $\gamma^*$ . Entretanto é interessante investigar a produção de fótons reais, pois é um limite quando estivermos trabalhando com os fótons virtuais, e ainda, todo procedimento realizado para calcular a seção de choque da produção de fótons reais é o mesmo que será realizado para calcular a produção de fótons virtuais. A única diferença está no vetor de polarização do fóton e no fato que para fótons reais com momentum  $k$  temos  $k^2 = 0$ , enquanto que para fótons virtuais  $k^2 = M^2$ , que é a massa da partícula produzida no decaimento deste fóton virtual, no caso aqui estudado, *dileptons*. Estes cálculos foram originalmente apresentados na Ref. [105]. Vamos começar investigando os seguintes processos em colisões  $pA$ :

$$q(\mathbf{p}) + A \rightarrow q(\mathbf{q})\gamma(\mathbf{k})X$$

$$q(\mathbf{p}) + A \rightarrow q(\mathbf{q})\gamma(\mathbf{k})A$$

Considerando diagramas onde a emissão do fóton pode ser antes, depois ou ainda antes e depois da interação, conforme Figura 3.5. Nesta figura, representamos a interação do quark com o núcleo através de uma bola cheia. Isto implica que ainda não estamos especificando o tipo de interação que vamos considerar. É na interação que vamos introduzir o campo denso de glúons do núcleo. Entretanto para o procedimento que será realizado no princípio desta seção, não interessa ainda como vamos tratar este núcleo. Vamos apenas considerar que o quark está se propagando em um campo de glúons denso e saturado e posteriormente vamos tratar especificamente com estes campos, considerando o Condensado de Vidros de Cor.



**Fig. 3.5:** Produção de fóton real no CGC.

Portanto, o ponto de partida é a amplitude,

$$\langle q(\mathbf{q})\gamma(\mathbf{k})_{out} | q(\mathbf{p})_{in} \rangle = \langle 0_{out} | a_{out}(\mathbf{k}) b_{out}(\mathbf{q}) b_{in}^\dagger(\mathbf{p}) | 0_{in} \rangle. \quad (3.92)$$

Usando o formalismo de redução LSZ <sup>1</sup> (Lehmann, Symanzik, Zimmermann) [100, 101] pode-se escrever

$$\begin{aligned} \langle 0_{out} | a_{out}(\mathbf{k}) b_{out}(\mathbf{q}) b_{in}^\dagger(\mathbf{p}) | 0_{in} \rangle &= \frac{e_q}{Z_2 \sqrt{Z_3}} \int d^4x d^4y d^4z e^{i(k \cdot x + q \cdot z - p \cdot y)} \bar{u}(\mathbf{q}) \\ &\times (i \overrightarrow{\not{\partial}}_z - m) \langle 0_{out} | T \psi(z) \varepsilon \cdot J(x) \bar{\psi}(y) | 0_{in} \rangle (i \overleftarrow{\not{\partial}}_z + m) u(\mathbf{p}) \end{aligned}$$

onde  $J_\mu(x) \equiv \bar{\psi}(x) \gamma_\mu \psi(x)$  é a corrente eletromagnética associada ao quark,  $Z_2$  e  $Z_3$  são os fatores de normalização das funções de onda do férmion e do fóton, e  $e_q$  é a carga elétrica fracionária do quark em consideração. Como não estamos incluindo nenhuma correção de laço, podemos considerar os fatores de normalização como 1. Então temos que calcular o seguinte termo,

$$\langle 0_{out} | T \psi(z) \bar{\psi}(x) \not{x} \psi(x) \bar{\psi}(y) | 0_{in} \rangle.$$

Utilizando o teorema de Wick, pode-se obter,

$$\langle 0_{out} | T \psi(z) \bar{\psi}(x) \not{x} \psi(x) \bar{\psi}(y) | 0_{in} \rangle = -G_F(z, x) \not{x} G_F(x, y),$$

onde  $G_F(z, x)$  é definido como o propagador de Feynman dos férmions

$$G_F(x, y) \equiv \langle 0_{out} | T \bar{\psi}(y) \psi(x) | 0_{in} \rangle,$$

entretanto estes férmions estão propagando-se nos campos clássicos fortes de cor do núcleo. Portanto, este propagador deve levar em conta a interação do quark com o campo de cor clássico, o qual será descrito pelo condensado de vidros de cor. Desta forma, a amplitude do Bremsstrahlung pode ser escrita da seguinte maneira,

$$\begin{aligned} \langle q(\mathbf{q}) \gamma(\mathbf{k})_{out} | q(\mathbf{p})_{in} \rangle &= e_q \int d^4x d^4y d^4z e^{i(k \cdot x + q \cdot z - p \cdot y)} \\ &\times \bar{u}(\mathbf{q}) (i \overrightarrow{\not{\partial}}_z - m) [-G_F(z, x) \not{x} G_F(x, y)] (i \overleftarrow{\not{\partial}}_z + m) u(\mathbf{p}). \end{aligned} \quad (3.93)$$

Necessitamos agora determinar a forma de  $G_F(x, y)$ . Como este propagador considera o CGC, então podemos separá-lo em uma parte livre e uma parte de interação, tal que podemos escrever no espaço de momentum

$$G_F(p, q) = (2\pi)^4 \delta^4(q - p) G_F^0(p) + G_F^0(q) \mathcal{T}_F(q, p) G_F^0(p) \quad (3.94)$$

onde  $\mathcal{T}_F$  é o termo que considera a interação do quark com o campo de cor clássico do fundo do núcleo e  $G_F^0(p)$  é o propagador livre do quark no espaço de momentum

$$G_F^0 \equiv \frac{i}{(\not{p} - m)} = i \frac{\not{p} + m}{(p)^2 - m^2 + i\epsilon}$$

---

<sup>1</sup> o principal objetivo do formalismo de redução LSZ é expressar os elementos da matriz  $S$  através de funções de Green de muitas partículas.

utilizando alguma prescrição  $i\epsilon$ . A forma de  $G_F$  já é bem definida (ver em detalhes no Apêndice B.1) e possui a seguinte estrutura em coordenadas de espaço e no gauge singular [104, 105]

$$G_F(x, y) = G_F^0(x - y) + \int d^4z \delta(z^-) [\theta(x^-) \theta(-y^-) (U^\dagger(z_\perp) - 1) - \theta(-x^-) \theta(y^-) (U(z_\perp) - 1)] \times G_F^0(x - z) \gamma^- G_F^0(z - y). \quad (3.95)$$

O termo  $U(z_\perp)$  considera a interação do quark com o CGC através de múltiplos espalhamentos com o núcleo. É importante notar que esta interação depende explicitamente da componente transversa e por considerar múltiplos espalhamentos, todas ordens na constante de acoplamento  $\alpha_s$  estão sendo consideradas. Isto permite escrever de forma mais simplificada a componente de interação  $\mathcal{T}_F$  do propagador  $G_F(q, p)$  [104] na forma eikonal, onde consideramos um quark ou antiquark com momentum inicial  $p$  e momentum final  $q$ , interagindo com o campo de cor clássico do núcleo.

$$\mathcal{T}_F(q, p) = 2\pi \delta(q^- - p^-) \gamma^- \text{sgn}(p^-) \int d^2z_\perp [U^{\text{sgn}(p^-)}(z_\perp) - 1] e^{i(\mathbf{q}_\perp - \mathbf{p}_\perp) \cdot \mathbf{z}_\perp} \quad (3.96)$$

Para um núcleo movendo-se no sentido positivo de  $z$  tem-se

$$U(x_\perp) \equiv T \exp \left\{ -ig^2 \int_{-\infty}^{+\infty} dz^- \frac{1}{\nabla_\perp^2} \rho_a(z^-, z_\perp) t^a \right\} \quad (3.97)$$

com  $t^a$  na representação fundamental e  $\rho^a(z^-, z_\perp)$  sendo a densidade de fontes de cor no núcleo.

Pode-se então apresentar a amplitude de produção do fóton no espaço de momentum da seguinte forma [105],

$$\langle q(\mathbf{q})_{out} \gamma(\mathbf{k})_{out} | q(\mathbf{p})_{in} \rangle = -e_q \bar{u}(\mathbf{q}) \left[ (2\pi)^4 \delta^4(k + q - p) \not{\epsilon} + \mathcal{T}_F(q, p - k) G_F^0(p - k) \not{\epsilon} + \not{\epsilon} G_F^0(q + k) \mathcal{T}_F(q + k, p) + \int \frac{d^4l}{(2\pi)^4} \mathcal{T}_F(q, l) G_F^0(l) \not{\epsilon} G_F^0(k + l) \mathcal{T}_F(k + l, p) \right] u(\mathbf{p}). \quad (3.98)$$

O primeiro termo  $[-e_q \bar{u}(\mathbf{q}) (2\pi)^4 \delta^4(k + q - p) \not{\epsilon} u(\mathbf{p})]$  corresponde à emissão do fóton pelo quark sem o espalhamento com o vidro de condensado de cor, termo que não contribui para a produção de fótons reais, pois a função delta  $\delta^4(k + q - p)$  não tem suporte para partículas na camada de massa.

O segundo termo considera o caso quando o quark interage com o CGC antes da emissão do fóton enquanto o terceiro termo corresponde a emissão do fóton antes de espalhar com o CGC. O último termo descreve o caso em que o quark sofre múltiplos espalhamentos antes e depois da emissão do fóton. A Eq. (3.98) é uma fórmula exata para o bremsstrahlung do

quark no CGC. Na verdade, esta equação ressona as interações em todas as ordens com o campo de fundo clássico, como requerido pela grande densidade de campos de cor no núcleo.

Agora vamos demonstrar que o último termo da Eq. (3.98) também é nulo. Para isto vamos analisar a estrutura deste termo, escrevendo explicitamente os propagadores sem considerar a interação com o núcleo. De forma geral os termos não divergentes podem ser escritos como,

$$\int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \delta^4(q^- - l^-) \gamma^- \frac{\not{l} + m}{(l)^2 - m^2 + i\epsilon} \not{\epsilon} \frac{\not{k} + \not{l} + m}{(k+l)^2 - m^2 + i\epsilon} \delta^4(k^- + l^- - p^-) \gamma^-.$$

Sabendo que  $x^2 = 2x^+x^- - x_\perp^2$  podemos escrever,

$$\begin{aligned} \int \frac{dl^+ dl^- d^2 l_\perp}{(2\pi)^4} \delta^4(q^- - l^-) \delta^4(k^- + l^- - p^-) \gamma^- \gamma^- \frac{\not{l} + m}{2l^+ l^- - l_\perp^2 - m^2 + i\epsilon} \not{\epsilon} \\ \times \frac{\not{k} + \not{l} + m}{2(k^+ + l^+)(k^- + l^-) - (k_\perp + l_\perp)^2 - m^2 + i\epsilon}. \end{aligned} \quad (3.99)$$

Nestes termos, como  $\gamma^- = 1/\sqrt{2}(\gamma^0 - \gamma^3)$ , pode-se verificar que  $\gamma^- \gamma^- = 0$ , portanto as contribuições não divergentes do último termo da equação (3.98) são nulas. Se analisamos agora os termos divergentes, estes tem a forma,

$$\begin{aligned} \int \frac{dl^+}{(2\pi)^4} \delta^4(q^- - l^-) \delta^4(k^- + l^- - p^-) \frac{\not{l} + m}{l^+ - \frac{l_\perp^2 + m^2 + i\epsilon}{2l^-}} \not{\epsilon} \\ \times \frac{\not{k} + \not{l} + m}{(k^+ + l^+) - \frac{(k_\perp + l_\perp)^2 - m^2 + i\epsilon}{2(k^- + l^-)}}. \end{aligned} \quad (3.100)$$

Sabendo que  $p^- > 0$  e  $q^- > 0$ , concluí-se que  $l^- > 0$  e  $k^- + l^- > 0$ , portanto ambos pólos em  $l^+$  estão abaixo do eixo dos reais, permitindo que a integração fechada de contorno seja acima do eixo dos reais, não levando em conta os pólos, levando a uma contribuição nula. Portanto o último termo da equação (3.98) não contribui para a amplitude de espalhamento. Tal condição somente é satisfeita se consideramos o núcleo com a velocidade da luz, pois neste caso temos a conservação da componente “-” do momentum do quark.

Utilizando a forma explícita dos propagadores podemos finalmente escrever a amplitude da produção de um fóton real na forma,

$$\begin{aligned} \langle q(\mathbf{q})_{out} \gamma(\mathbf{k})_{out} | q(\mathbf{p})_{in} \rangle &= -ie_q \bar{u}(\mathbf{q}) \left[ \frac{\gamma^- (\not{p} - \not{k} + m) \not{\epsilon}}{(p-k)^2 - m^2} + \frac{\not{\epsilon} (\not{q} + \not{k} + m) \gamma^-}{(q+k)^2 - m^2} \right] u(\mathbf{p}) \\ &\times 2\pi \delta(q^- + k^- - p^-) \int d^2 x_\perp e^{i(q_\perp + k_\perp - p_\perp) \cdot x_\perp} (U(x_\perp) - 1). \end{aligned} \quad (3.101)$$

### Seção de choque

Podemos agora calcular a seção de choque do processo. Para isso devemos fazer algumas considerações. A função  $\delta(q^- + k^- - p^-)$  surge do fato do núcleo estar deslocando-se a uma velocidade  $\approx c$ . Isto implica que a componente  $x^+$  do núcleo é invariante e este está se deslocando como uma fina folha situada em  $x^- \approx 0$ , portanto a componente  $-$  do projétil é conservada, visto que do núcleo, não teremos uma corrente com componente  $-$ . Desta forma surge a função  $\delta(q^- + k^- - p^-)$ , pois  $q, k, p$  são quantidades relativas ao projétil. Quando formos calcular a amplitude quadrada, surgirão duas funções  $\delta$  com mesmo argumento, portanto,  $2\pi\delta(0)$ . Isto implica no surgimento de um fator relacionado com o volume do projétil (no caso o próton), e seria muita simplificação descrevê-lo através de uma onda plana. Portanto embora possamos descrever o núcleo como uma onda plana, o projétil necessita ser descrito através de um pacote de onda, logo utilizamos [105],

$$|\phi_{in}\rangle \equiv \int \frac{d^3\mathbf{l}}{(2\pi)^3} \frac{e^{i\mathbf{b}\cdot\mathbf{l}_\perp}}{\sqrt{2E_l}} \phi(\mathbf{l}) |q(\mathbf{l})_{in}\rangle, \quad (3.102)$$

onde  $E_l$  é a energia do estado,  $\mathbf{b}$  é o parâmetro de impacto, e  $\mathbf{l}$  o momentum deste estado.  $\phi(\mathbf{l})$  tem um pico em  $\mathbf{p}$ , que será fundamental no cálculo, pois permitirá eliminar uma integração da seção de choque. Este pico em  $\mathbf{p}$  ocorre porque estamos interessados na interação de um quark com momentum  $\mathbf{p}$  que faz parte deste projétil, portanto selecionamos dentro deste pacote de onda a função que tenha as propriedades do quark em questão. A fase  $\exp(i\mathbf{b}\cdot\mathbf{l}_\perp)$  esta aqui para considerar um parâmetro de impacto finito entre o pacote de onda do quark e a trajetória central do núcleo. Estamos definindo a dependência no parâmetro de impacto quando definimos o estado  $|\phi_{in}\rangle$ , porque quando tratamos com o núcleo, consideramos o propagador do quark no campo de fundo do núcleo. Como a interação com o núcleo é considerada ser em todas as ordens no campo de fundo, obtivemos uma forma eikonal para esta interação através do propagador da Eq. (3.96). Neste propagador a dependência no parâmetro de impacto deveria então ser introduzida dentro da matriz de espalhamento  $U(x_\perp)$ , dada na Eq. (3.97). A forma obtida para esta função origina-se da solução da Equação de auto valor de Dirac no campo de fundo do núcleo. Incluir tal dependência dentro desta equação seria mais trabalhoso do que inserir na definição do pacote de onda a dependência no parâmetro de impacto. Entretanto, o fator mais determinante para definir o parâmetro de impacto quando definimos o pacote de onda, está no fato de que quando calculamos o propagador de férmions no campo de background do núcleo, estamos considerando um quark oriundo do projétil, sobre o qual se torna difícil definir uma quantidade (parâmetro de impacto) que esteja relacionada com o projétil como um todo, portanto o pacote de onda é que traz informações a respeito do projétil como um todo. A normalização

é escolhida de tal forma que

$$\langle \phi_{in} | \phi_{in} \rangle = 1 \quad \int \frac{d^3 l}{(2\pi)^3} |\phi(l)|^2 = 1. \quad (3.103)$$

Então a probabilidade de interação diferencial entre este pacote de onda e o núcleo e dada por

$$dP(b) = \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3 2k_0} \frac{d^3 \mathbf{q}}{(2\pi)^3 2q_0} |\langle q(\mathbf{q}) \gamma(\mathbf{k}) | \phi_{in} \rangle|^2.$$

Lembrando que a seção de choque é definida como

$$d\sigma = \int d^2 \mathbf{b} dP(\mathbf{b}),$$

encontramos a seção de choque na forma

$$\begin{aligned} d\sigma &= \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3 2k_0} \frac{d^3 \mathbf{q}}{(2\pi)^3 2q_0} \int d^2 \mathbf{b} \frac{d^3 l}{(2\pi)^3} \frac{d^3 l'}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{b} \cdot (l_\perp - l'_\perp)} \frac{\phi(\mathbf{l})}{\sqrt{2E_l}} \frac{\phi(\mathbf{l}')}{\sqrt{2E_{l'}}} \\ &\times \langle q(\mathbf{q}) \gamma(\mathbf{k})_{out} | q(\mathbf{l})_{in} \rangle \langle q(\mathbf{l}')_{in} | q(\mathbf{q}) \gamma(\mathbf{k})_{out} \rangle \\ d\sigma &= \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3 2k_0} \frac{d^3 \mathbf{q}}{(2\pi)^3 2q_0} \int \frac{d^3 l}{(2\pi)^3} \frac{d^3 l'}{(2\pi)^3} (2\pi)^2 \delta(l_\perp - l'_\perp) \frac{\phi(\mathbf{l})}{\sqrt{2E_l}} \frac{\phi(\mathbf{l}')}{\sqrt{2E_{l'}}} \\ &\times \langle q(\mathbf{q}) \gamma(\mathbf{k})_{out} | q(\mathbf{l})_{in} \rangle \langle q(\mathbf{l}')_{in} | q(\mathbf{q}) \gamma(\mathbf{k})_{out} \rangle \end{aligned}$$

colocando em evidência a função  $\delta$  que existe na amplitude de espalhamento, que em termos da variável  $l$  pode ser escrita  $\delta(l^- - q^- - k^-)$ , de tal forma que escrevemos

$$\langle q(\mathbf{q}) \gamma(\mathbf{k})_{out} | q(\mathbf{l})_{in} \rangle \equiv 2\pi \delta(l^- - q^- - k^-) \mathcal{M}(\mathbf{l} | \mathbf{q} \mathbf{k}).$$

Portanto

$$\begin{aligned} d\sigma &= \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3 2k_0} \frac{d^3 \mathbf{q}}{(2\pi)^3 2q_0} \int \frac{d^3 l}{(2\pi)^3} \frac{d^3 l'}{(2\pi)^3} (2\pi)^2 \delta(l_\perp - l'_\perp) \frac{\phi(\mathbf{l})}{\sqrt{2E_l}} \frac{\phi(\mathbf{l}')}{\sqrt{2E_{l'}}} \\ &\times 2\pi \delta(l^- - q^- - k^-) \mathcal{M}(\mathbf{l} | \mathbf{q} \mathbf{k}) 2\pi \delta(l'^- - q^- - k^-) \mathcal{M}^*(\mathbf{l}' | \mathbf{q} \mathbf{k}) \end{aligned}$$

A delta de componente  $-$  diretamente permite que consideremos  $l^- = l'^-$ , e ainda realizando a integral em  $l'$  obtemos

$$\begin{aligned} d\sigma &= \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3 2k_0} \frac{d^3 \mathbf{q}}{(2\pi)^3 2q_0} \int \frac{d^3 l}{(2\pi)^3} \frac{1}{(2\pi)^3} (2\pi)^2 \frac{\phi(\mathbf{l})}{\sqrt{2E_l}} \frac{\phi(\mathbf{l})}{\sqrt{2E_l}} \\ &\times 2\pi \delta(l^- - q^- - k^-) \mathcal{M}(\mathbf{l} | \mathbf{q} \mathbf{k}) 2\pi \mathcal{M}^*(\mathbf{l} | \mathbf{q} \mathbf{k}) \\ d\sigma &= \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3 2k_0} \frac{d^3 \mathbf{q}}{(2\pi)^3 2q_0} \int \frac{d^3 l}{(2\pi)^3} \frac{|\phi(\mathbf{l})|^2}{2E_l} \delta(l^- - q^- - k^-) \mathcal{M}(\mathbf{l} | \mathbf{q} \mathbf{k}) 2\pi \mathcal{M}^*(\mathbf{l} | \mathbf{q} \mathbf{k}). \end{aligned}$$

Agora lembrando que o pacote de onda é máximo em  $p$ , portanto a principal contribuição para a integral acima ocorre quando  $l = p$  e ainda considerando a normalização da função  $\phi$  na forma descrita na Eq. (3.103), podemos substituir a variável  $l$  por  $p$  e fazer  $\int \frac{d^3 l}{(2\pi)^3} |\phi(l)|^2 = 1$ , o que resulta na seguinte expressão para a seção de choque,

$$d\sigma = \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3 2k_0} \frac{d^3 \mathbf{q}}{(2\pi)^3 2q_0} \frac{1}{2E_p} 2\pi \delta(p^- - q^- - k^-) \mathcal{M}(\mathbf{p}|\mathbf{q}\mathbf{k}) \mathcal{M}^*(\mathbf{p}|\mathbf{q}\mathbf{k}),$$

Sabendo que  $E_p = p^-$ , obtemos

$$d\sigma = \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3 2k_0} \frac{d^3 \mathbf{q}}{(2\pi)^3 2q_0} \frac{1}{2p^-} 2\pi \delta(p^- - q^- - k^-) |\mathcal{M}(\mathbf{p}|\mathbf{q}\mathbf{k})|^2. \quad (3.104)$$

Este resultado é válido independentemente se estamos considerando a produção de fótons reais ou virtuais. Tal consideração somente será levada em conta quando formos calcular a amplitude de espalhamento para o processo em questão.

Agora considerando o resultado obtido na Eq. (3.101), podemos escrever explicitamente a matriz  $\mathcal{M}(\mathbf{p}|\mathbf{q}\mathbf{k})$  para a produção de um fóton na forma

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(\mathbf{p}|\mathbf{q}\mathbf{k}) &= -ie_q \bar{u}(\mathbf{q}) \left[ \frac{\gamma^-(\not{p} - \not{k} + m) \not{\epsilon}}{(p-k)^2 - m^2} + \frac{\not{\epsilon}(\not{q} + \not{k} + m) \gamma^-}{(q+k)^2 - m^2} \right] u(\mathbf{p}) \\ &\times \int d^2 x_\perp e^{i(q_\perp + k_\perp - p_\perp) \cdot x_\perp} (U(x_\perp) - 1), \end{aligned} \quad (3.105)$$

para assim obter a seção de choque.

Para o caso da produção de fótons reais, a condição  $k^2 = 0$  simplifica um pouco o cálculo do traço do elemento de matriz. O que vamos fazer é considerar a produção de fótons virtuais e mostrar explicitamente todo cálculo dos traços, e posteriormente tomar  $k^2 = 0$  para obter o resultado para a produção de fótons reais. O resultado da parte matricial que aparece na matriz de espalhamento no caso da produção de fótons reais obtém-se tomando a média sobre spin (fator 1/2) e levando em conta a relação de completeza dos espinores  $\bar{u}$  e  $u$ , pois estamos somando sobre o spin do quark final. Escrevemos a parte espinorial (que chamaremos de  $L$ ) da amplitude quadrada da seguinte forma

$$\begin{aligned} \langle \text{tr}(L^\dagger L) \rangle_{spin} &\equiv \frac{1}{2} \text{tr} \left\{ (\not{p} + m) \left[ \frac{\not{\epsilon}^* (\not{p} - \not{k} + m) \gamma^-}{(p-k)^2 - m^2} + \frac{\gamma^- (\not{q} + \not{k} + m) \not{\epsilon}^*}{(q+k)^2 - m^2} \right] (\not{p} + m) \right. \\ &\times \left. \left[ \frac{\gamma^- (\not{p} - \not{k} + m) \not{\epsilon}}{(p-k)^2 - m^2} + \frac{\not{\epsilon} (\not{q} + \not{k} + m) \gamma^-}{(q+k)^2 - m^2} \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.106)$$

Somando-se ainda sobre polarização do fóton, obtém-se após um extenso cálculo de traços de matrizes,

$$\begin{aligned} \langle \text{tr}(L^\dagger L) \rangle_{spin} &\equiv -4m^2 \left[ \frac{p^-2}{(q \cdot k)^2} + \frac{q^-2}{(p \cdot k)^2} + \frac{k^-2}{(p \cdot k)(q \cdot k)} \right] \\ &+ 4(p^-2 + q^-2) \left[ \frac{p \cdot q}{(p \cdot k)(q \cdot k)} + \frac{1}{q \cdot k} - \frac{1}{p \cdot k} \right] \end{aligned} \quad (3.107)$$

Agora devemos considerar todos os elementos presentes na matriz de espalhamento. Para tanto, devemos lembrar de algumas propriedades do formalismo de Condensado de Vidros de Cor. O campo de fundo do núcleo que estamos considerando em nossos cálculos, é gerado por fontes de cargas de cor, que no formalismo CGC são os quarks de valência ou ainda os próprios glúons que possuem  $x$  maior do que os glúons emitidos. Isto nos leva a uma dependência na configuração destas fontes de carga de cor que geram o campo de glúons denso e saturado. A matriz  $U(x_{\perp})$  depende explicitamente destas fontes de carga de cor. Portanto, devemos realizar a média sobre todas as configurações da densidade de fontes de carga de cor. Este procedimento será realizado numa próxima seção.

Nesta seção obtivemos a parte espinorial da amplitude quadrada para a produção de fóton real. Entretanto, devemos pensar agora em obter a média sobre as configurações das fontes de carga de cor. Neste ponto é que estamos considerando o CGC, pois se não tomamos esta média, estamos apenas considerando múltiplos espalhamentos do quark do projétil com o núcleo.

### Media sobre cor

No procedimento realizado para calcular a seção de choque da produção de fótons em colisões  $pA$ , consideramos o núcleo como sendo um sistema denso de glúons, onde este campo é saturado, com os quais o quark do feixe interage de forma eikonal considerando todas ordens do campo de fundo do núcleo. Entretanto, como é sabido da teoria do Condensado de Vidros de Cor, este campo de glúons denso e saturado é originado a partir de fontes de campos de cor, que no caso são consideradas como sendo os próprios quarks e glúons com grande  $x$  do núcleo.

Uma das principais características da teoria CGC, é a necessidade de realizar uma média sobre todas as possíveis configurações da fonte de glúons a pequeno  $x$ , visto que esta fonte muda sua configuração. Quando uma fonte emite um glúon macio, este visualiza a fonte como congelada devido ao seu tempo de vida, entretanto esta fonte modifica suas configurações de evento para evento, portanto deve-se tomar a média sobre as configurações destas fontes, procedimento realizado com o auxílio da função  $W_{\tau}[\rho]$ , realizando uma integral funcional sobre as configurações da fonte. Para proceder o cálculo da média sobre as configurações da fonte, necessitamos saber a distribuição das fontes de carga de cor. Esta distribuição é dada pela função peso  $W_{\tau}[\rho]$ . Quando  $x$  diminui (ou aumenta a rapidez  $\tau \equiv \ln(1/x)$ ), novos modos quânticos vem a ser relativamente rápidos, e podem ser incluídos como novas fontes de glúons macios, ou seja, os próprios glúons emitidos pelos quarks “rápidos” passam a contribuir para emissão de novos glúons. Esta operação modifica o região de definição de  $\rho$ , que até então era localizado em  $x^{-}$ , e ainda suas correlações. Todas estas trocas podem ser absorvidas dentro de uma renormalização funcional da função

$W_\tau[\rho]$ . Esta dependência é governada pela já apresentada equação JIMWLK.

Como a função  $W[\rho]$  depende de  $\rho_a$  e como  $\rho_a$  está relacionado com  $U(x_\perp)$ , vamos precisar calcular expressões como  $\langle U(x_\perp) \rangle_\rho$ . Qualquer quantidade física inerente a um determinado processo deve ser obtida tomando uma média sobre todas as possíveis configurações da fonte de glúons, isto implica em calcular a correlação entre quantidades que são necessárias no processo, isto pode ser feito procedendo-se da maneira já apresentada anteriormente

$$\langle A_a^i(x^+, \vec{x}) A_b^j(x^+, \vec{y}) \dots \rangle_\Lambda = \int \mathcal{D}\rho W_\Lambda[\rho] \mathcal{A}_a^i \mathcal{A}_b^j \dots$$

Adotando-se a forma Gaussiana para a função  $W_\rho$  pode-se encontrar a correlação entre a densidade de fontes na forma

$$\langle \tilde{\rho}_a(x^-, x_\perp) \tilde{\rho}_b(x^-, x_\perp) \rangle = \delta_{ab} \mu^2(x^-) \delta(x^- - y^-) \delta(x_\perp - y_\perp)$$

Na equação (3.105) vemos que o quadrado da matriz de espalhamento é dado da seguinte forma

$$|\mathcal{M}(\mathbf{p}|\mathbf{q}\mathbf{k})|^2 = e^2 \langle \text{tr}(L^\dagger L) \rangle_{spin} \int d^2x_\perp d^2y_\perp e^{i(q_\perp + k_\perp - p_\perp) \cdot (x_\perp - y_\perp)} \langle (U(x_\perp) - 1)(U^\dagger(y_\perp) - 1) \rangle_\rho$$

para proceder com o cálculo da média devemos obter o termo,

$$\langle (U(x_\perp) - 1)(U^\dagger(y_\perp) - 1) \rangle_\rho,$$

que pode ser escrito como

$$\langle (U(x_\perp) - 1)(U^\dagger(y_\perp) - 1) \rangle_\rho = \langle (U(x_\perp)U^\dagger(y_\perp)) \rangle_\rho - \langle U(x_\perp) \rangle_\rho - \langle U^\dagger(y_\perp) \rangle_\rho + 1,$$

portanto queremos calcular os termos

$$\langle (U(x_\perp)U^\dagger(y_\perp)) \rangle_\rho \quad \langle U(x_\perp) \rangle_\rho \quad \langle U^\dagger(y_\perp) \rangle_\rho.$$

O cálculo explícito destes termos está no Apêndice A.2. Neste apêndice, considerando o núcleo como finito no plano transversal, encontramos que

$$\langle (U^\dagger(x_\perp) - 1)(U(y_\perp) - 1) \rangle_\rho = \mathcal{P}(x_\perp)\mathcal{P}(y_\perp)[1 + e^{-B_2(x_\perp - y_\perp)} - 2e^{-B_1}], \quad (3.108)$$

onde a função  $\mathcal{P}(z_\perp)$  surge para considerar o núcleo como sendo finito no plano transversal, portanto descreve o perfil transversal do núcleo. Desconsiderando efeitos de borda, esta função vale 1 no interior do núcleo e 0 no exterior.

No Apêndice A.4 encontramos que  $B_2(x_\perp)$  é explicitamente

$$B_2(x_\perp) = \frac{Q_s^2}{\pi} \int \frac{dp}{p^3} (1 - J_0(px_\perp)) \approx \frac{Q_s^2(x_\perp)^2}{4\pi} \ln\left(\frac{1}{|x_\perp|\Lambda_{QCD}}\right) \Big|_{x_\perp\Lambda_{QCD} < 1}. \quad (3.109)$$

Desta forma, a amplitude quadrada fica escrita como

$$|\mathcal{M}(\mathbf{p}|\mathbf{q}\mathbf{k})|^2 = e^2 \langle \text{tr}(L^\dagger L) \rangle_{spin} \int d^2x_\perp d^2y_\perp e^{i(q_\perp + k_\perp - p_\perp) \cdot (x_\perp - y_\perp)} \langle (U^\dagger(x_\perp) - 1)(U(y_\perp) - 1) \rangle_\rho$$

$$|\mathcal{M}(\mathbf{p}|\mathbf{q}\mathbf{k})|^2 = e^2 \langle \text{tr}(L^\dagger L) \rangle_{spin} \{ \tilde{\mathcal{P}}(p_\perp - q_\perp - k_\perp) \tilde{\mathcal{P}}(q_\perp + k_\perp - p_\perp) [1 - 2e^{-B_1}]$$

$$+ \int d^2x_\perp d^2y_\perp e^{i(q_\perp + k_\perp - p_\perp) \cdot (x_\perp - y_\perp)} \mathcal{P}(x_\perp) \mathcal{P}(y_\perp) e^{-B_2(x_\perp - y_\perp)} \}.$$

onde  $\tilde{\mathcal{P}}$  representa a transformada de Fourier da função perfil do núcleo. Como esta função é 1 para  $x_\perp$  dentro do núcleo e 0 para  $x_\perp$  fora do núcleo, então a transformada de Fourier é centrada com máximo em  $p_\perp - q_\perp - k_\perp = 0$ , com um comprimento típico  $1/R$ , onde  $R$  é o raio do núcleo. Portanto podemos aproximar o termo que contém as transformadas da função perfil da seguinte maneira

$$\tilde{\mathcal{P}}(p_\perp - q_\perp - k_\perp) \tilde{\mathcal{P}}(-p_\perp + q_\perp + k_\perp) \approx \tilde{\mathcal{P}}(0) (2\pi)^2 \delta(p_\perp - q_\perp - k_\perp) = \pi R_A^2 (2\pi)^2 \delta(p_\perp - q_\perp - k_\perp)$$

Desta forma, o termo com  $e^{B_1}$  pode ser escrito como,

$$\tilde{\mathcal{P}}(p_\perp - q_\perp - k_\perp) \tilde{\mathcal{P}}(-p_\perp + q_\perp + k_\perp) [1 - 2e^{-B_1}] = \pi R_A^2 [1 - 2e^{-B_1}] (2\pi)^2 \delta(p_\perp - q_\perp - k_\perp).$$

Para o termo com  $B_2$ , escrevemos

$$\int d^2x_\perp d^2y_\perp e^{i(q_\perp + k_\perp - p_\perp) \cdot (x_\perp - y_\perp)} \mathcal{P}(x_\perp) \mathcal{P}(y_\perp) [e^{-B_2(x_\perp - y_\perp)}],$$

Este termo contribui apenas se  $x_\perp$  e  $y_\perp$  são menores que o raio do núcleo. Analisando o termo  $e^{-B_2(x_\perp - y_\perp)}$ , vemos que pela forma da Eq. (3.109), a maior contribuição para a integral surge quando o módulo da diferença ( $x_\perp - y_\perp$ ) for muito menor que o raio do núcleo (assumindo um grande núcleo tal que  $R \gg 1/Q_s$ ). Portanto, para este termo podemos realizar as seguintes transformações

$$\mathcal{P}(x_\perp) \mathcal{P}(y_\perp) \approx \mathcal{P}^2(x_\perp) \approx \mathcal{P}(x_\perp),$$

Desta forma escrevemos

$$\int d^2x_\perp d^2y_\perp e^{i(q_\perp + k_\perp - p_\perp) \cdot (x_\perp - y_\perp)} \mathcal{P}(x_\perp) [e^{-B_2(x_\perp - y_\perp)}],$$

definindo

$$k_{1\perp} = q_\perp + k_\perp - p_\perp$$

$$k_{2\perp} = p_\perp - q_\perp - k_\perp,$$

obtemos

$$\int d^2x_\perp d^2y_\perp e^{ik_{1\perp}\cdot x_\perp + ik_{2\perp}\cdot y_\perp} \mathcal{P}(x_\perp) [e^{-B_2(x_\perp - y_\perp)}],$$

se agora procedemos uma troca de variáveis, tal que

$$y_\perp = x_\perp - z_\perp,$$

encontramos que

$$\int d^2x_\perp d^2z_\perp e^{i(k_{1\perp} + k_{2\perp})\cdot x_\perp - ik_{2\perp}\cdot z_\perp} \mathcal{P}(x_\perp) [e^{-B_2(z_\perp)}].$$

Resolvendo a integração em  $x_\perp$  encontramos

$$\tilde{\mathcal{P}}(k_{1\perp} + k_{2\perp}) \int d^2z_\perp e^{-ik_{2\perp}\cdot z_\perp} [e^{-B_2(z_\perp)}].$$

Utilizando a definição de  $k_{1\perp}$  e  $k_{2\perp}$  podemos relembrar que  $\tilde{\mathcal{P}}(k_{1\perp} + k_{2\perp}) = \tilde{\mathcal{P}}(0) = \pi R_A^2$ , portanto a parte com  $e^{-B_2}$  pode ser escrita da seguinte maneira

$$\pi R_A^2 \int d^2x_\perp e^{-ik_{2\perp}\cdot x_\perp} [e^{-B_2(x_\perp)}].$$

Portanto o quadrado da matriz de espalhamento mediada sobre as configurações das fontes de carga de cor é escrita da seguinte forma

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}(\mathbf{p}|\mathbf{qk})|^2 &= e^2 \langle \text{tr}(L^\dagger L) \rangle_{spin} \{ \pi R_A^2 [1 - 2e^{-B_1}] (2\pi)^2 \delta(p_\perp - q_\perp - k_\perp) \\ &+ \pi R_A^2 \int d^2x_\perp e^{i(q_\perp + k_\perp - p_\perp)\cdot x_\perp} e^{-B_2(x_\perp)} \}, \end{aligned}$$

A partir deste resultado, considerando a discussão realizada no Apêndice A.4 com relação ao termo contendo  $B_1$ , onde verificamos que seu valor é  $B_1 \gg 1$  para grandes núcleos, e como aparece o termo  $e^{-B_1}$ , podemos desprezar este termo, tal que escrevemos o quadrado da matriz de espalhamento da seguinte forma,

$$|\mathcal{M}(\mathbf{p}|\mathbf{qk})|^2 = e^2 \pi R_A^2 \langle \text{tr}(L^\dagger L) \rangle_{spin} \{ (2\pi)^2 \delta(p_\perp - q_\perp - k_\perp) + \int d^2x_\perp e^{i(q_\perp + k_\perp - p_\perp)\cdot x_\perp} e^{-B_2(x_\perp)} \},$$

e de acordo com a função definida no Apêndice A.4, na Eq. (5.3), onde

$$C(l_\perp) \equiv \int d^2x_\perp e^{il_\perp\cdot x_\perp} e^{-B_2(x_\perp)} = \int d^2x_\perp e^{il_\perp\cdot x_\perp} \langle U(0)U^\dagger(x_\perp) \rangle_\rho,$$

o quadrado da matriz de espalhamento pode ser escrito como

$$|\mathcal{M}(\mathbf{p}|\mathbf{qk})|^2 = e^2 \pi R_A^2 \langle \text{tr}(L^\dagger L) \rangle_{spin} \{ (2\pi)^2 \delta(p_\perp - q_\perp - k_\perp) + C(q_\perp + k_\perp - p_\perp) \}.$$

Obtém-se então todos elementos necessários para calcular a seção de choque da produção de fótons. Portanto a produção de fótons reais pode ser obtida a partir de

$$d\sigma = \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3 2k_0} \frac{d^3\mathbf{q}}{(2\pi)^3 2q_0} \frac{1}{2p^-} 2\pi\delta(p^- - q^- - k^-) e^2 \pi R_A^2 \langle \text{tr}(L^\dagger L) \rangle_{spin} \times \{ (2\pi)^2 \delta(p_\perp - q_\perp - k_\perp) + C(q_\perp + k_\perp - p_\perp) \}, \quad (3.110)$$

onde

$$\begin{aligned} \langle \text{tr}(L^\dagger L) \rangle_{spin} &\equiv -4m^2 \left[ \frac{p^{-2}}{(q \cdot k)^2} + \frac{q^{-2}}{(p \cdot k)^2} + \frac{k^{-2}}{(p \cdot k)(q \cdot k)} \right] \\ &+ 4(p^{-2} + q^{-2}) \left[ \frac{p \cdot q}{(p \cdot k)(q \cdot k)} + \frac{1}{q \cdot k} - \frac{1}{p \cdot k} \right]. \end{aligned}$$

Se desprezamos a massa dos quarks

$$\langle \text{tr}(L^\dagger L) \rangle_{spin} \equiv 4(p^{-2} + q^{-2}) \left[ \frac{p \cdot q}{(p \cdot k)(q \cdot k)} + \frac{1}{q \cdot k} - \frac{1}{p \cdot k} \right],$$

e consideramos o quark incidente com momentum transverso nulo, então vamos reescrever os produtos escalares que aparecem.

$$\begin{aligned} p \cdot k &= p^+ k^- + p^- k^+ \\ p \cdot q &= p^+ q^- + p^- q^+ \\ (p \cdot k)(q \cdot k) &= (p^+ k^- + p^- k^+)(q^+ k^- + q^- k^+ - q_\perp \cdot k_\perp), \end{aligned}$$

e ainda a função  $C(q_\perp + k_\perp - p_\perp)$  passa a ser  $C(q_\perp + k_\perp) = C(l_\perp)$ , onde definimos  $l_\perp$  como sendo o momentum transverso total trocado entre o quark incidente e o núcleo. Desta forma

$$\begin{aligned} \langle \text{tr}(L^\dagger L) \rangle_{spin} &\equiv 4(p^{-2} + q^{-2}) \left[ \frac{(p^+ q^- + p^- q^+)}{(p^+ k^- + p^- k^+)(q^+ k^- + q^- k^+ - q_\perp \cdot k_\perp)} \right. \\ &+ \left. \frac{1}{(q^+ k^- + q^- k^+ - q_\perp \cdot k_\perp)} - \frac{1}{p^+ k^- + p^- k^+} \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle \text{tr}(L^\dagger L) \rangle_{spin} &\equiv 4(p^{-2} + q^{-2}) \left[ \frac{(p^+ q^- + p^- q^+)}{(p^+ k^- + p^- k^+)(q^+ k^- + q^- k^+ - q_\perp \cdot k_\perp)} \right. \\ &+ \left. \frac{p^+ k^- + p^- k^+ - q^+ k^- - q^- k^+ + q_\perp \cdot k_\perp}{(p^+ k^- + p^- k^+)(q^+ k^- + q^- k^+ - q_\perp \cdot k_\perp)} \right]. \end{aligned}$$

Agora, o espaço de fase para partículas sem massa pode ser reescrito da seguinte maneira

$$\begin{aligned} \frac{d^3 k}{(2\pi)^3 2k_0} &= \frac{dk^+ dk^- d^2 k_\perp}{(2\pi)^4} 2\pi\theta(k^\pm) \delta(2k^- k^+ - k_\perp^2) \\ \frac{d^3 q}{(2\pi)^3 2q_0} &= \frac{dq^+ dq^- d^2 q_\perp}{(2\pi)^4} 2\pi\theta(q^\pm) \delta(2q^- q^+ - q_\perp^2), \end{aligned}$$

portanto a seção de choque é escrita da seguinte forma

$$\begin{aligned}
 d\sigma &= \frac{dk^+ dk^- d^2 k_\perp}{(2\pi)^4} 2\pi\theta(k^\pm)\delta(2k^- k^+ - k_\perp^2) \frac{dq^+ dq^- d^2 q_\perp}{(2\pi)^4} 2\pi\theta(q^\pm)\delta(2q^- q^+ - q_\perp^2) \\
 &\times \frac{e_q^2 \pi R_A^2}{2p^-} 2\pi\delta(p^- - q^- - k^-) 4(p^{-2} + q^{-2}) \\
 &\times \left[ \frac{(p^+ q^- + p^- q^+)}{(p^+ k^- + p^- k^+)(q^+ k^- + q^- k^+ - q_\perp \cdot k_\perp)} + \frac{p^+ k^- + p^- k^+ - q^+ k^- - q^- k^+ + q_\perp \cdot k_\perp}{(p^+ k^- + p^- k^+)(q^+ k^- + q^- k^+ - q_\perp \cdot k_\perp)} \right] \\
 &\times \{(2\pi)^2 \delta(l_\perp) + C(l_\perp)\}. \tag{3.111}
 \end{aligned}$$

Após um longo trabalho matemático podemos escrever de maneira muito simplificada a seção de choque como

$$\begin{aligned}
 d\sigma &= \frac{dz d^2 k_\perp}{(2\pi)^5} \frac{1}{k_\perp^2} d^2 l_\perp \frac{1}{z} e_q^2 \pi R_A^2 \\
 &\times (1 + (1 - z)^2) \left[ \frac{l_\perp^2}{[l_\perp - \frac{k_\perp}{z}]^2} \right] \{(2\pi)^2 \delta(l_\perp) + C(l_\perp)\}. \tag{3.112}
 \end{aligned}$$

Portanto podemos escrever a seção de choque diferencial da seguinte maneira,

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\pi R_A^2} \frac{d\sigma}{d^2 k_\perp} &= \frac{e_q^2}{(2\pi)^5} \frac{1}{k_\perp^2} \int \frac{dz}{z} e_q^2 (1 + (1 - z)^2) \\
 &\times \int d^2 l_\perp \left[ \frac{l_\perp^2}{[l_\perp - \frac{k_\perp}{z}]^2} \right] \{(2\pi)^2 \delta(l_\perp) + C(l_\perp)\}. \tag{3.113}
 \end{aligned}$$

O termo com a função  $\delta(l_\perp)$  não contribui para a seção de choque, pois implica em  $l_\perp = 0$ , logo obtém-se

$$\frac{1}{\pi R_A^2} \frac{d\sigma}{d^2 k_\perp} = \frac{e_q^2}{(2\pi)^5} \frac{1}{k_\perp^2} \int \frac{dz}{z} e_q^2 (1 + (1 - z)^2) \int d^2 l_\perp \frac{l_\perp^2}{[l_\perp - \frac{k_\perp}{z}]^2} C(l_\perp). \tag{3.114}$$

Isto implica que o resultado obtido anteriormente para o quadrado da matriz de espalhamento pode ser simplificado, pois o termo contendo a função  $\delta$  não contribui, portanto escrevemos da seguinte maneira

$$|\mathcal{M}(\mathbf{p}|\mathbf{q}\mathbf{k})|^2 = e^2 \pi R_A^2 \langle \text{tr}(L^\dagger L) \rangle_{spin} C(q_\perp + k_\perp - p_\perp). \tag{3.115}$$

Tendo então determinado explicitamente todos os componentes da seção de choque da produção de fótons reais, vamos agora investigar o caso onde o fóton emitido é virtual, e decai posteriormente em um par de léptons. Portanto, vamos determinar a produção de dileptons a partir da emissão de fótons virtuais considerando o quark interagindo com um CGC.

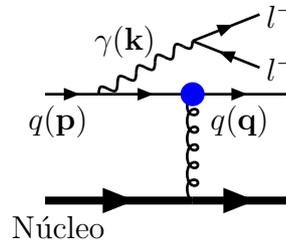
### Produção de Dileptons no CGC

Vamos então obter a seção de choque para o processo em estudo, produção de dileptons (cálculos originalmente realizados na Ref. [106]). Para começar, vemos que na amplitude (3.101) existe um  $\delta(q^- + k^- - p^-)$ . Como consideramos o núcleo alvo propagando com velocidade próxima a da luz, então a componente  $-$  deve ser conservada. Se a componente  $-$  é conservada, então aparece na expressão da amplitude um termo proporcional a  $2\pi\delta(0^-)$ , o que significa que estamos tratando o alvo como uma onda plana.

Até o momento apresentamos cálculos considerando a produção de fóton real, pois este cálculo é útil para o propósito deste trabalho, que é analisar a produção de pares de léptons em processos de colisão hadrônica tratando o núcleo como um Condensado de Vidro Colorido. Partiremos da análise de colisões  $pA$ . Os cálculos realizados considerando a produção de um fóton real podem ser aproveitados, pois a parte que considera a interação do quark com o núcleo é a mesma. Então investigaremos o seguinte processo

$$q(\mathbf{p}) + A \rightarrow q(\mathbf{q}) + l^+(\mathbf{k}_1) + l^-(\mathbf{k}_2) + X$$

Onde o diagrama é similar ao apresentado na Fig. 3.5, apenas considera-se agora o fóton como virtual decaindo num par de léptons no estado final, como apresentado na Fig. 3.6.



**Fig. 3.6:** Um dos diagramas que contribui para a produção de dileptons no CGC

Em termos dos estados *in* e *out*, esta amplitude pode ser escrita como

$$\langle q(\mathbf{q})l^+(\mathbf{k}_1)l^-(\mathbf{k}_2)_{out} | q(\mathbf{p})_{in} \rangle = \langle 0_{out} | b_{out}(\mathbf{q})b_{in}^\dagger(\mathbf{p})c_{out}(\mathbf{k}_2)d_{out}(\mathbf{k}_1) | 0_{in} \rangle \quad (3.116)$$

onde  $b^\dagger$  é o operador de criação do quark, enquanto  $c^\dagger$  e  $d^\dagger$  respectivamente criam um lepton e um anti-lepton. Aplicando-se a fórmula de redução LSZ a esta amplitude, pode-se obter

$$\begin{aligned} \langle 0_{out} | b_{out}(\mathbf{q})b_{in}^\dagger(\mathbf{p})c_{out}(\mathbf{k}_2)d_{out}(\mathbf{k}_1) | 0_{in} \rangle &= \int d^4x d^4y d^4z_1 d^4z_2 e^{i(q \cdot x - p \cdot y)} e^{i(k_1 \cdot z_1 + k_2 \cdot z_2)} \\ &\times \bar{u}(\mathbf{q})\bar{w}(\mathbf{k}_2)(i\overrightarrow{\not{\partial}}_x - m)(i\overrightarrow{\not{\partial}}_{z_2} - m)\langle 0_{out} | T\psi(x)\bar{\psi}(y)\bar{\Psi}(z_1)\Psi(z_2) | 0_{in} \rangle \\ &\times (i\overleftarrow{\not{\partial}}_y + m)(i\overleftarrow{\not{\partial}}_{z_1} + m)v(\mathbf{k}_1)u(\mathbf{p}) \end{aligned} \quad (3.117)$$

onde  $\psi$  representa o campo de quark,  $\Psi$  o campo leptônico,  $u$  o espinor de quark livre,  $w$  um espinor leptônico livre e  $v$  um espinor antileptônico livre. A parte do diagrama que considera a interação do quark com o campo de fundo clássico é idêntico ao cálculo realizado para o fóton real. O que modifica agora é que trocamos a parte considerando os vetores de polarização do fóton pelo propagador do agora fóton virtual e o seu acoplamento à linha leptônica e os espinores do par de léptons  $l^+l^-$ . De forma geral a seção de choque para a produção de dileptons pode ser escrita de maneira análoga à seção de choque para a produção de quarks reais, da seguinte forma

$$d\sigma = \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3 k_0} \frac{d^3\mathbf{q}}{(2\pi)^3 2q_0} \frac{1}{2p^-} \mathcal{M}^\mu(\mathbf{p}|\mathbf{q}k) \epsilon_\mu(\mathbf{k}) \epsilon_\nu(\mathbf{k}) \mathcal{M}^{\mu*}(\mathbf{p}|\mathbf{q}k) 2\pi \delta(q^- + k^- - p^-)$$

Se comparamos com o caso da produção de fóton real, precisamos apenas substituir o vetor de polarização do fóton produzido pelo propagador do fóton virtual, seu acoplamento à linha leptônica (laço) e os espinores para  $l^+l^-$ . Todas as substituições necessárias podem ser implementadas substituindo-se

$$\epsilon_\mu(\mathbf{k}) \epsilon_\nu(\mathbf{k}) \rightarrow \frac{g_{\mu\rho}}{k^2 + i\varepsilon} \frac{g_{\nu\sigma}}{k^2 - i\varepsilon} L^{\rho\sigma}(k_1, k_2) \quad (3.118)$$

onde  $k \equiv k_1 + k_2$  é o 4-momentum do fóton virtual e  $L^{\rho\sigma}(k)$  representa o laço na parte de léptons, pois na amplitude quadrada podemos visualizar um laço de férmions, o termo  $L^{\rho\sigma}(k)$  representa a descontinuidade deste laço, pois somente a descontinuidade é necessária, uma vez que os léptons são produzidos na camada de massa, ou seja, a parte que é representada apenas pelo termo  $g_{\mu\nu}$  não é levada em conta.  $L^{\rho\sigma}(k)$  é o propagador do fóton com a correção de um laço de férmions. Integrando sobre os momenta dos léptons dentro do tensor leptônico considerando a soma  $k = k_1 + k_2$  fixa, pode-se obter [106],

$$L^{\rho\sigma} = \frac{2}{3} \alpha_{em} (g^{\rho\sigma} k^2 - k^\rho k^\sigma),$$

portanto

$$\epsilon_\mu(\mathbf{k}) \epsilon_\nu(\mathbf{k}) \rightarrow \frac{g_{\mu\rho}}{k^2} \frac{g_{\nu\sigma}}{k^2} \frac{2}{3} \alpha_{em} (g^{\rho\sigma} k^2 - k^\rho k^\sigma) \quad (3.119)$$

$$\epsilon_\mu(\mathbf{k}) \epsilon_\nu(\mathbf{k}) \rightarrow \frac{2}{3k^4} \alpha_{em} (g_{\mu\nu} k^2 - k_\mu k_\nu), \quad (3.120)$$

e sabendo que o termo contendo  $k_\mu k_\nu$  não contribui, podemos escrever a relação entre a seção de choque e a amplitude da seguinte maneira,

$$d\sigma = \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3 k_0} \frac{d^3\mathbf{q}}{(2\pi)^3 2q_0} \frac{1}{2p^-} \mathcal{M}^\mu(\mathbf{p}|\mathbf{q}k) \frac{2\alpha_{em}}{3k^2} g_{\mu\nu} \mathcal{M}^{\nu*}(\mathbf{p}|\mathbf{q}k) 2\pi \delta(q^- + k^- - p^-), \quad (3.121)$$

portanto,

$$d\sigma = \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3 k_0} \frac{d^3\mathbf{q}}{(2\pi)^3 2q_0} \frac{1}{2p^-} \frac{2\alpha_{em}}{3k^2} \mathcal{M}^\mu(\mathbf{p}|\mathbf{q}k) \mathcal{M}_\mu^*(\mathbf{p}|\mathbf{q}k) 2\pi \delta(q^- + k^- - p^-) \quad (3.122)$$

onde  $\mathcal{M}^\mu$  é a amplitude para a produção do fóton virtual com as linhas externas amputadas, e com o fator  $2\pi\delta(q^- + k^- - p^-)$  removido. Explicitamente, tem-se

$$\begin{aligned} \mathcal{M}^\mu(\mathbf{p}|\mathbf{q}k) &= -ie_q \bar{u}(\mathbf{q})_a \left[ \frac{\gamma_{ab}^-(\not{p} - \not{k} + m)_b \gamma_{bc}^\mu}{(p-k)^2 - m^2} + \frac{\gamma_{ab}^\mu(\not{q} + \not{k} + m)_b \gamma_{bc}^-}{(q+k)^2 - m^2} \right] u(\mathbf{p})_c \\ &\quad \times \int d^2x_\perp e^{i(q_\perp + k_\perp - p_\perp) \cdot x_\perp} (U(x_\perp) - 1). \end{aligned} \quad (3.123)$$

o termo  $\gamma^- \int d^2x_\perp e^{i(q_\perp + k_\perp - p_\perp) \cdot x_\perp} (U(x_\perp) - 1)$  representa a amplitude de espalhamento do quark com o campo clássico do núcleo [104]. Na realidade a amplitude de espalhamento de um quark ou antiquark com momentum inicial  $p$  e momentum final  $q$  é chamada de eikonal, pois considera todas as ordens em espalhamento com o campo do núcleo, e é escrita como

$$\mathcal{T}_{eikonal}(p, q) = 2\pi\delta(q^- - p^-) \gamma^- \text{sign}(p^-) \int dx_\perp e^{i(q_\perp - p_\perp) \cdot x_\perp} (U^{\text{sign}(p^-)}(x_\perp) - 1),$$

e possui esta estrutura somente porque o núcleo está movendo-se com velocidade da luz na direção  $+z$ .  $U(x_\perp)$  representa a interação do quark com o campo de cor clássico do núcleo. Tais detalhes foram discutidos na seção anterior. Podemos ainda escrever

$$\mathcal{M}^\mu(\mathbf{p}|\mathbf{q}k) = -ie_q L \int d^2x_\perp e^{i(q_\perp + k_\perp - p_\perp) \cdot x_\perp} (U(x_\perp) - 1),$$

onde  $L$  considera somente a parte espinorial, que é escrita da seguinte forma,

$$L = \bar{u}(\mathbf{q})_a \left[ \frac{\gamma_{ab}^-(\not{p} - \not{k} + m)_b \gamma_{bc}^\mu}{(p-k)^2 - m^2} + \frac{\gamma_{ab}^\mu(\not{q} + \not{k} + m)_b \gamma_{bc}^-}{(q+k)^2 - m^2} \right] u(\mathbf{p})_c$$

Quando formos obter o módulo quadrado da amplitude de espalhamento surgirá um termo  $(L^\dagger L)$ , tal que a amplitude quadrada (que foi obtida na Eq. (3.115)) é dada por

$$|\mathcal{M}(\mathbf{p}|\mathbf{q}k)|^2 = e^2 \pi R_A^2 \langle \text{tr}(L^\dagger L) \rangle_{spin} \{ (2\pi)^2 C(q_\perp + k_\perp - p_\perp) \}.$$

Se realizamos a soma sobre spin do estado final e tomando a média sobre o spin do estado inicial, podemos escrever o produto  $L^\dagger L$ , pois calculamos o quadrado do elemento de matriz. Sendo assim obtemos,

$$\begin{aligned} \langle L^\dagger L \rangle_{spin} &= \frac{1}{2} \sum_{spin} \bar{u}(\mathbf{p})_a \left[ \frac{\gamma_{ab}^\mu(\not{p} - \not{k} + m)_b \gamma_{bc}^-}{(p-k)^2 - m^2} + \frac{\gamma_{ab}^-(\not{q} + \not{k} + m)_b \gamma_{bc}^\mu}{(q+k)^2 - m^2} \right] u(\mathbf{q})_c \\ &\quad \times \bar{u}(\mathbf{q})_d \left[ \frac{\gamma_{de}^-(\not{p} - \not{k} + m)_e \gamma_{ef}^\alpha}{(p-k)^2 - m^2} + \frac{\gamma_{de}^\alpha(\not{q} + \not{k} + m)_e \gamma_{ef}^-}{(q+k)^2 - m^2} \right] u(\mathbf{p})_f. \end{aligned}$$

Utilizando as relações de completeza  $\sum_{spin} u(p)_a \bar{u}(p)_b = (\not{p} + m)_{ab}$  podemos escrever

$$\begin{aligned} \langle L^\dagger L \rangle_{spin} &= \frac{1}{2} (\not{p} + m)_{fa} \left[ \frac{\gamma_{ab}^\mu(\not{p} - \not{k} + m)_b \gamma_{bc}^-}{(p-k)^2 - m^2} + \frac{\gamma_{ab}^-(\not{q} + \not{k} + m)_b \gamma_{bc}^\mu}{(q+k)^2 - m^2} \right] (\not{q} + m)_{cd} \\ &\quad \times \left[ \frac{\gamma_{de}^-(\not{p} - \not{k} + m)_e \gamma_{ef}^\alpha}{(p-k)^2 - m^2} + \frac{\gamma_{de}^\alpha(\not{q} + \not{k} + m)_e \gamma_{ef}^-}{(q+k)^2 - m^2} \right]. \end{aligned}$$

Desta forma podemos escrever a parte matricial como o traço do termo acima, portanto para o caso da produção de dileptons obtemos,

$$\begin{aligned} \langle \text{tr}(L^\dagger L) \rangle_{spin} &= \frac{1}{2} \text{tr}[(\not{p} + m) \left[ \frac{\gamma^\mu(\not{p} - \not{k} + m)\gamma^-}{(p-k)^2 - m^2} + \frac{\gamma^-(\not{q} + \not{k} + m)\gamma^\mu}{(q+k)^2 - m^2} \right] (\not{q} + m) \\ &\times \left[ \frac{\gamma^-(\not{p} - \not{k} + m)\gamma_\mu}{(p-k)^2 - m^2} + \frac{\gamma_\mu(\not{q} + \not{k} + m)\gamma^-}{(q+k)^2 - m^2} \right]. \end{aligned} \quad (3.124)$$

Após muita álgebra encontramos que

$$\begin{aligned} \langle \text{tr}(L^\dagger L) \rangle_{spin} &= 16m^2 \left[ \frac{p^{-2}}{D_q^2} + \frac{q^{-2}}{D_p^2} - \frac{k^{-2}}{D_p D_q} \right] + 8(p^{-2} + q^{-2}) \left[ \frac{2(p \cdot q)}{D_p D_q} - \frac{1}{D_p} - \frac{1}{D_q} \right] \\ &+ 8k^2 \left[ \frac{p^{-2}}{D_q^2} + \frac{q^{-2}}{D_p^2} + \frac{(p^- + q^-)^2}{D_p D_q} \right] \\ &+ \frac{4p^- q^-}{D_p} + \frac{12p^- q^-}{D_q} + \frac{16p^- q^-}{D_p D_q} [(p \cdot q) - k^2] \end{aligned}$$

Tomando a amplitude quadrada vemos que a única diferença ocorre pelo fato de assumir  $k^2 = 0$  para a produção do fóton real. O termo espinorial agora é escrito [106],

$$\begin{aligned} \langle \text{tr}(L^\dagger L) \rangle_{spin} &= 16m^2 \left[ \frac{p^{-2}}{D_q^2} + \frac{q^{-2}}{D_p^2} - \frac{k^{-2}}{D_p D_q} \right] + 8(p^{-2} + q^{-2}) \left[ \frac{2p \cdot q}{D_p D_q} - \frac{1}{D_p} - \frac{1}{D_q} \right] \\ &+ 8k^2 \left[ \frac{p^{-2}}{D_q^2} + \frac{q^{-2}}{D_p^2} + \frac{(p^- + q^-)^2}{D_p D_q} \right], \end{aligned} \quad (3.125)$$

onde  $m$  é a massa do quark,  $D_p \equiv (p-k)^2 - m^2 = -2p \cdot k + k^2$  e  $D_q \equiv (q+k)^2 - m^2 = 2q \cdot k + k^2$ . Verifica-se que tomando-se  $k^2 = 0$  obtemos a expressão para produção de um fóton real [Eq. (3.107)], pois para este caso  $D_p = -2p \cdot k$  e  $D_q = q \cdot k$ . Se desprezamos a massa dos quarks, encontramos

$$\langle \text{tr}(L^\dagger L) \rangle_{spin} = 8\{(p^{-2} + Q^{-2}) \left[ \frac{2p \cdot q}{D_p D_q} - \frac{1}{D_p} - \frac{1}{D_q} \right] + M^2 \left[ \frac{p^{-2}}{D_q^2} + \frac{q^{-2}}{D_p^2} + \frac{(p^- + q^-)^2}{D_p D_q} \right]\},$$

Como não estamos interessados num processo difrativo, então vamos utilizar o mesmo procedimento apresentado para o caso do fóton real, calculando o módulo quadrado da amplitude de espalhamento e então realizando a média sobre as fontes. Seguindo o resultado previamente obtido para fótons reais escrevemos [106]

$$\begin{aligned} d\sigma_{inclusiva} &= \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3 k_0} \frac{d^3\mathbf{q}}{(2\pi)^3 2q_0} \frac{e_q^2 \pi R^2}{2p^-} \frac{2\alpha_{em}}{3k^2} \langle \text{tr}(L^\dagger L) \rangle_{spin} 2\pi\delta(q^- + k^- - p^-) \\ &\times C(p_\perp - q_\perp - k_\perp), \end{aligned} \quad (3.126)$$

onde a função  $C$  é definida em termos das médias sobre as fontes, da seguinte forma [97],

$$C(l_\perp) \equiv \int d^2 x_\perp e^{il_\perp \cdot x_\perp} \langle U(0) U^\dagger(x_\perp) \rangle_\rho. \quad (3.127)$$

Nesta função está toda a informação com relação ao meio atravessado pelo quark, uma vez que nela aparece o termo  $U_{\perp}$ , considerando a interação do quark com o condensado de cor. Em particular toda a dependência da escala de saturação aparece neste termo.

Reescrevendo o espaço de fase de maneira adequada, e depois de um pouco de álgebra obtém-se

$$\begin{aligned} \frac{1}{\pi R_A^2} d\sigma_{inclusiva} &= \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{d^3q}{(2\pi)^3 2q_0} \frac{e_q^2}{p^-} \frac{\alpha_{em}^2}{3M^2} \\ &\times \langle \text{tr}(L^\dagger L) \rangle_{spin} \delta(q^- + k^- - p^-) C(p_{\perp} - q_{\perp} - k_{\perp}), \end{aligned} \quad (3.128)$$

e onde consideramos  $k^2 = M^2$ .

Trabalhando com este espaço de fase e resolvendo a parte matricial  $\langle \text{tr}(L^\dagger L) \rangle$  obtemos

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{incl}^{qA \rightarrow ql^+l^-X}}{dz d^2k_{\perp} d \log M^2} &= \pi R^2 e_q^2 \frac{2\alpha_{em}^2}{3\pi} \frac{d^2l_{\perp}}{(2\pi)^4} C(l_{\perp}) \left\{ \left[ \frac{1 + (1-z)^2}{z} \right] \right. \\ &\times \frac{z^2 l_{\perp}^2}{[k_{\perp}^2 + M^2(1-z)][(k_{\perp} - zl_{\perp})^2 + M^2(1-z)]} - z(1-z)M^2 \\ &\times \left. \left[ \frac{1}{[k_{\perp}^2 + M^2(1-z)]} - \frac{1}{[(k_{\perp} - zl_{\perp})^2 + M^2(1-z)]} \right]^2 \right\}, \end{aligned} \quad (3.129)$$

onde  $z \equiv k^-/p^-$  é a fração de energia do quark incidente carregada pelo fóton virtual e  $l_{\perp} = q_{\perp} + k_{\perp}$  é o já definido momentum transverso total transferido entre o núcleo e o quark.

Desta forma obtém-se uma expressão analítica para calcular a produção de dileptons considerando o núcleo atômico como um Condensado de Vidros de Cor. Toda informação com relação ao CGC está contida na função  $C(l_{\perp})$ , portanto, o fato de considerarmos uma funcional peso  $W[\rho]$  Gaussiana local ou não-local modifica apenas a forma desta função de correlação. Não vamos neste capítulo explorar fenomenologicamente a produção de dileptons no CGC, pois este observável e a função de correlação serão objetos de investigação em alguns dos trabalhos que constituem esta tese, e serão devidamente explorados nas próximas seções.

### 3.5.3 O efeito Cronin e o CGC

Em colisões hádron-núcleo ( $pA$ ) e núcleo-núcleo ( $AA$ ) a energias relativísticas, o espectro de momentum transverso dos hádrons produzidos a moderado  $p_T \sim 2-6$  GeV são aumentados em relação a uma extrapolação linear dos resultados de colisões próton-próton. Este efeito é denominado "Efeito Cronin" e foi observado num intervalo de energias  $\sqrt{s} \approx 20 - 200$  GeV, em ambos tipos de colisões  $pA$  e  $AA$  [107]. De maneira geral, este efeito é atribuído aos múltiplos espalhamentos dos pártons do projétil propagando-se através do alvo nuclear

[108], e é uma prova sensível às modificações de estado inicial na função de onda nuclear em colisões  $pA$ , e efeitos de estado final do meio em colisões  $AA$  [109].

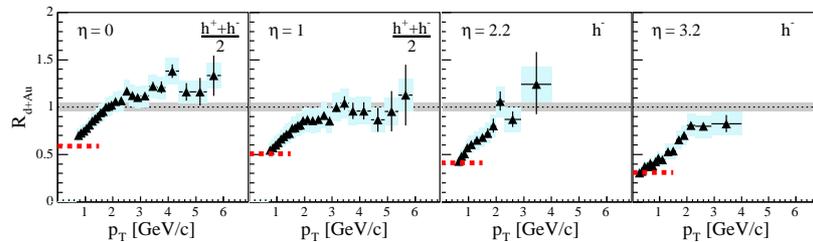
Para investigar o efeito Cronin realiza-se a razão entre o espectro em momentum transversal em colisões  $pA$  ou  $AA$  com o mesmo espectro em colisões  $pp$ , normalizado pelo número de colisões existente no processo, tendo em vista que colidimos um próton (ou deutério o caso de RHIC) com um núcleo (núcleo de ouro para RHIC), e portanto, temos um número efetivo de colisões, que chamamos de  $N_{coll}$ . Para tanto definimos o fator de modificação nuclear em função do momentum transversal e da pseudorapidez dos hádrons produzidos, dado por

$$R_{dAu} = \frac{dN^{hA}/d\eta d^2p_T}{N_{coll}dN^{hN}/d\eta d^2p_T} \quad (3.130)$$

Colisões periféricas (colisões com grande parâmetro de impacto), são esperadas comportarem-se similarmente a colisões  $pp$ , pois quanto mais periférica é a colisão, mais fino é o núcleo, e portanto menor a probabilidade de reespalhamento. Portanto, pode-se definir um fator de modificação nuclear que relacione colisões centrais com colisões periféricas  $R_{cp}$ , e este fator deve-se comportar de maneira análoga ao  $R_{dAu}$ .

Verificamos que os resultados para o fator  $R_{dAu}$  mostram que a razão é suprimida a medida que a rapidez aumenta. Aumentar a rapidez implica em explorar regiões de  $x$  cada vez menores do núcleo, portanto, o sistema de alta densidade está sendo testado. A supressão da razão com o aumento da rapidez pode ser interpretada como uma redução da densidade partônica inicial, devido ao efeito de saturação partônica, portanto, uma prova do Condensado de Vidros de Cor.

Alguns trabalhos se dedicam à investigação deste fenômeno de supressão da razão  $R_{dAu}$  [110, 111, 112, 113] e de maneira clara, foi demonstrado que o efeitos de considerar evolução não-linear das distribuições partônicas leva a uma redução da razão  $R_{dAu}$  com o aumento da rapidez [114].



**Fig. 3.7:**  $R_{dAu}$  medido por BRAHMS [115] com pseudorapidez  $\eta \in [0, 3.2]$ .

Isto implica que os mesmos efeitos podem ser verificados se a produção de dileptons for investigada na mesma região cinemática, o que será feito no Capítulo 5 deste trabalho.

### 3.6 Conclusões

Neste capítulo apresentamos a teoria do Condensado de Vidros de Cor, com suas principais características, e investigamos alguns observáveis que podem conter informações sobre os efeitos de saturação partônica contidos nesta teoria. A distribuição de glúons apresenta o efeito de saturação partônica quando tratada através do Condensado de Vidros de Cor. A produção de dileptons também pode apresentar sinais dos efeitos de saturação. Entretanto, deixamos para explorar este observável nas próximas seções deste trabalho.

Analisamos também neste capítulo um dos resultados experimentais que evidenciam a existência do CCG, o efeito Cronin na região de rapidez positiva. Este observável serve como motivador para se investigar a produção de dileptons nas regiões de rapidez positiva e negativa, como veremos nos próximos capítulos deste trabalho.

## Capítulo 4

# Produção de Dileptons no Formalismo de Dipolos

Neste capítulo investigamos a influência das correções de unitariedade na distribuição de momentum transversa na produção de dileptons no formalismo de dipolos de cor na região de rapidez positiva para colisões próton-próton. Estas correções de unitariedade são implementadas através do formalismo de múltiplos espalhamentos de Glauber-Mueller, que é comparado com o modelo de saturação fenomenológico GBW. O processo é analisado para energias de centro de massa do Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC,  $\sqrt{s} = 500$  GeV) e do Large Hadron Collider (LHC,  $\sqrt{s} = 14$  TeV). Estas energias são as máximas energias projetadas para os aceleradores. Em adição, estendemos as previsões para descrever os resultados existentes para a produção de dileptons em colisões próton-próton, onde correções não assintóticas necessitam ser incluídas no formalismo de dipolos. Verificamos também que na ausência de saturação, o formalismo de dipolos pode ser relacionado diretamente ao processo Compton da QCD.

Adicionalmente, investigamos neste capítulo, a produção de dileptons no formalismo de dipolos na região de rapidez negativa em colisões próton-núcleo para energias de RHIC ( $\sqrt{s} = 200$  GeV) e LHC ( $\sqrt{s} = 8.8$  TeV). Utilizamos parametrizações para as distribuições partônicas nucleares e verificamos a forte dependência dos espectros em rapidez e momentum transversa dos dileptons com os efeitos nucleares de grande e pequeno  $x$  existentes nas distribuições partônicas nucleares.

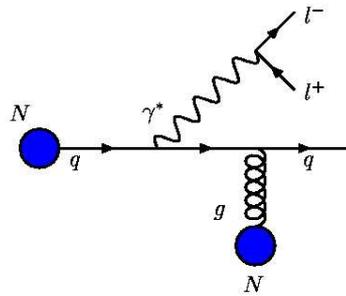
Este capítulo está baseado nos trabalhos publicados nas Refs. [116, 117].

## 4.1 Introdução

As altas energias disponíveis no acelerador hadrônico RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider), e a ser atingida no LHC (Large Hadron Collider), irão proporcionar uma melhor compreensão do efeito de saturação partônica. Em tais regiões cinemáticas a produção de

dileptons massivos em colisões hadrônicas (processos Drell-Yan (DY) [43]) pode ser utilizada com observável para se investigar o limite de alta densidade partônica, uma vez que esta reação é uma prova clara da distribuição de glúons através do processo Compton na QCD. Em particular, é esperado que a distribuição de momentum transversa ( $p_T$ ) dos dileptons possa ser sensível aos efeitos de saturação.

Saturação e efeitos nucleares são mais convenientemente descritos dentro do formalismo de dipolos [118, 119], o qual é, de fato, especialmente adequado a este propósito (veja referências [92, 120, 121, 122, 123] para algumas aplicações). O formalismo de dipolos é aplicável somente a altas energias, e é formulado no referencial de repouso do alvo, onde o processo DY é visto como o bremsstrahlung de um fóton virtual decaindo num par de léptons (veja Fig. 4.1).



**Fig. 4.1:** Um quark ou antiquark do projétil espalha com o campo de cor do alvo e irradia um fóton ( $\gamma^*$ ) com massa  $M$  (antes ou depois do espalhamento), o qual subsequentemente decai num par de léptons ( $l^+l^-$ ).

A vantagem deste formalismo é que a seção de choque DY pode ser escrita em termos da mesma seção de choque de dipolos de cor a pequeno  $x$  do espalhamento profundamente inelástico. Embora diagramaticamente não existam dipolos no bremsstrahlung, a seção de choque de dipolo surge da amplitude quadrada da matriz de espalhamento de cada diagrama e da interferência dos dois diagramas de bremsstrahlung, conforme derivação detalhada na Ref.[124]. A seção de choque para a radiação de um fóton virtual a partir de um quark espalhando em um nucleon ( $N$ ) pode ser escrita numa forma fatorizada considerando a função de onda da flutuação  $q\gamma^*$  e a seção de choque de dipolo [118, 119],

$$\frac{d\sigma_{T,L}(qN \rightarrow \gamma^*X)}{d\ln\alpha} = \int d^2r_\perp |\Psi_{\gamma^*q}^{T,L}(\alpha, r_\perp)|^2 \sigma_{dip}(\alpha r_\perp), \quad (4.1)$$

onde  $\sigma_{dip}$  é a mesma seção de choque de dipolo do DIS, a qual pode considerar efeitos perturbativos e não perturbativos na descrição do fenômeno de saturação a altas energias [120]. A dependência em energia de  $\sigma_{dip}$  não foi explicitamente escrita. Aqui  $r_\perp$  é a separação

transversa fóton-quark, e o argumento da seção de choque de dipolo,  $\alpha r_{\perp}$ , é o deslocamento do quark do projétil no espaço de parâmetro de impacto devido a radiação do fóton virtual, diferente no caso do DIS, onde a separação do dipolo é simplesmente  $r_{\perp}$ . As  $\Psi_{\gamma^*q}^{T,L}$  são as funções de onda no cone de luz para a radiação de um fóton virtual polarizado transversalmente ( $T$ ) e longitudinalmente ( $L$ ) (veja por exemplo Ref. [124] para expressões explícitas). Enquanto funções de onda no cone de luz são calculadas em teoria de perturbações, a seção de choque de dipolo pode ser determinada apenas com base nos resultados experimentais.

Neste capítulo estamos interessados em investigar a influência das correções de unitariedade na distribuição  $p_T$  na produção de dileptons  $DY$ , descrevendo estas correções através do formalismo de múltiplos espalhamentos de Glauber-Mueller [13, 14], incluindo estes na seção de choque de dipolos. Os resultados são comparados com o modelo de saturação GBW para  $\sigma_{dip}$ , Ref. [87, 88], o qual descreve bem os resultados experimentais de DIS e DIS difrativo. Uma grande vantagem do formalismo de dipolos é que a distribuição de momento transversal é finita para pequeno  $p_T \rightarrow 0$ , mesmo em ordem dominante, característica associada com a saturação existente na seção de choque de dipolo. No modelo de partons convencional, o cálculo perturbativo para  $\mathcal{O}(\alpha_s)$  resulta em uma divergência para  $p_T = 0$ , e necessitamos ressomar grandes logaritmos,  $\ln(p_T^2/M^2)$ , num esquema apropriado [53], para se obter um resultado físico significativo.

A grande quantidade de dados disponíveis para DIS em pequeno Bjorken  $x$  permite um bom ajuste da seção de choque de dipolo a altas energias e a seção de choque  $DY$  pode ser obtida utilizando-se esta seção de choque de dipolo ajustada do DIS, sem necessidade de parâmetros livres. Entretanto, para as energias dos resultados existentes para produção de dileptons em colisões hadrônicas (energias de no máximo  $\sqrt{s} = 38$  GeV), existem correções à seção de choque de dipolos devido aos efeitos de baixa energia, que necessitam ser consideradas para que os resultados experimentais sejam descritos. Portanto, também introduzimos uma parametrização para esta contribuição, a qual é desprezível já para as energias de RHIC. Em adição, mostramos como o formalismo de dipolos para a distribuição de momento transversal é relacionado ao processo Compton QCD, o qual contribui em ordem  $\alpha_s$  para o modelo partônico convencional na produção de dilepton  $DY$ , mostrando que os dois formalismos são equivalentes na região de grande momentum transversal.

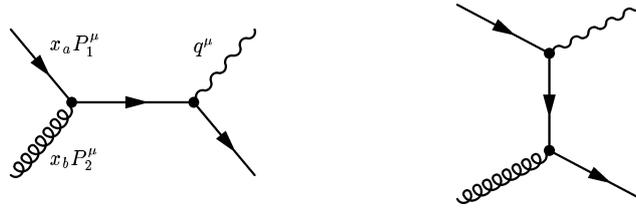
## 4.2 Relacionando formalismo de dipolos e modelo partônico para grande $p_T$ para a produção de dileptons

Embora o formalismo de dipolos e o modelo partônico além da ordem dominante (NLO)

tenham sido comparados numericamente na Ref. [124], podemos ainda nos perguntar, como estes dois formalismos podem ser relacionados analiticamente. Este será o objetivo desta seção. Usando a expressão em ordem dominante [125, 126]

$$\sigma_{dip}(x, r_{\perp}) = \frac{\pi^2 \alpha_s}{3} r_{\perp}^2 x G(x), \quad (4.2)$$

para a seção de choque de dipolos, pode ser demonstrado como o formalismo de dipolos para dileptons com grande  $p_T$  pode ser relacionado ao processo Compton QCD, Fig. 4.2. Na equação 4.2,  $xG(x)$  é a densidade de glúons com fração de momentum  $x$  em um nucleon, e  $\alpha_s$  é a constante de acoplamento forte. Primeiro, vamos rever brevemente as fórmulas para a distribuição  $p_T$  para a produção de dileptons com grande  $p_T$  no formalismo de dipolos e no modelo partônicos, antes de mostrar como estes se relacionam.



**Fig. 4.2:** Produção de fótons massivos através do processo QCD Compton. O subsequente decaimento do  $\gamma^*$  no par de léptons não é mostrado aqui.

No formalismo de dipolos, a distribuição de momentum transverso DY é dada por [127].

$$\begin{aligned} & \frac{d^3\sigma(pp \rightarrow l^+l^- X)}{dy dM^2 dp_T^2} \\ &= \frac{\alpha_{em}}{3M^2} x_1 \int_{x_1}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha^2} \sum_{q=1}^{N_f} e_q^2 \left[ q\left(\frac{x_1}{\alpha}\right) + \bar{q}\left(\frac{x_1}{\alpha}\right) \right] \\ & \times \int d^2r_{\perp} d^2r'_{\perp} e^{i\vec{p}_T \cdot (\vec{r}_{\perp} - \vec{r}'_{\perp})} \left[ \Psi_{\gamma^*q}^T(\alpha, r_{\perp}) \Psi_{\gamma^*q}^{T*}(\alpha, r'_{\perp}) + \Psi_{\gamma^*q}^L(\alpha, r_{\perp}) \Psi_{\gamma^*q}^{L*}(\alpha, r'_{\perp}) \right] \\ & \times \frac{1}{2} [\sigma_{dip}(x, \alpha r_{\perp}) + \sigma_{dip}(x, \alpha r'_{\perp}) - \sigma_{dip}(x, \alpha |\vec{r}_{\perp} - \vec{r}'_{\perp}|)], \end{aligned} \quad (4.3)$$

onde as distribuições de quarks (antiquarks) no projétil são denotadas por  $q$  ( $\bar{q}$ ). As definições usuais para as variáveis cinemáticas são utilizadas, i.e.

$$x_1 = \frac{2P_2 \cdot q}{s}, \quad x_2 = \frac{2P_1 \cdot q}{s}, \quad (4.4)$$

onde  $q$  é o quadri-momentum do fóton virtual ( $M^2 = q^2$ ) e  $P_{(1,2)}$  são os quadri-momenta dos hádrons projétil (1) e alvo (2). Pode-se verificar que a distribuição partônica na Eq. (4.3) são obtidas considerando fração de momentum  $x_1\alpha$ , onde  $\alpha$  é a fração de momentum do

quark projétil carregada pelo fóton. Além disso,  $p_T$  é o momentum transverso do fóton virtual  $\gamma^*$  no referencial onde o eixo  $z$  é paralelo ao momentum do quark projétil, e

$$y = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{x_1}{x_2} \right) \quad (4.5)$$

é a rapidez do fóton. Em adição

$$\eta^2 = (1 - \alpha) M^2 + \alpha^2 m_q^2. \quad (4.6)$$

A massa do quark  $m_q$  é considerada zero neste capítulo, pois não produz efeito significativo nos resultados. O limite superior da integração em  $\alpha$  na Eq. (4.3) é determinado a partir da condição que a massa invariante do estado final não pode exceder a energia total disponível no centro de massa do sistema quark projétil - nucleon alvo, i.e.

$$\frac{x_1 s}{\alpha} \geq \frac{p_T^2 + \eta^2}{\alpha(1 - \alpha)} \quad \rightarrow \quad \alpha_{max} = 1 - \frac{p_T^2}{x_1 s - M^2}, \quad (4.7)$$

onde  $\sqrt{s}$  é a energia de centro de massa (c.m.). Considerando altas energias,  $\alpha_{max} = 1$  for  $s \rightarrow \infty$ . Neste capítulo, entretanto, trabalhamos com o valor exato para  $\alpha_{max}$ .

Considerando que  $\sigma_{dip}$  é dada pela Eq. (4.2), as integrais sobre  $r_\perp$  e  $r'_\perp$  na Eq. (4.3) podem ser realizadas analiticamente com o resultado [127],

$$\begin{aligned} & \left( \frac{d^3 \sigma(pp \rightarrow l^+ l^- X)}{dy dM^2 dp_T^2} \right)_{r_\perp^2 \text{-aprox.}} \\ &= \frac{\alpha_{em}^2 \alpha_s}{9M^2} x_1 \int_{x_1}^{\alpha_{max}} d\alpha \sum_{q=1}^{N_f} e_q^2 \left[ q \left( \frac{x_1}{\alpha} \right) + \bar{q} \left( \frac{x_1}{\alpha} \right) \right] xG(x) \\ & \times \left\{ \left[ 1 + (1 - \alpha)^2 \right] \frac{p_T^4 + \eta^4}{(p_T^2 + \eta^2)^4} + 4M^2 (1 - \alpha)^2 \frac{p_T^2}{(p_T^2 + \eta^2)^4} \right\}. \end{aligned} \quad (4.8)$$

Para se obter Eq. (4.8), devemos assumir que  $xG(x)$  não depende de  $r_\perp$  através de violação de escalamento. Note também que a aproximação  $r_\perp^2$ , Eq. (4.2), é aplicável apenas para grande  $p_T$ .

No modelo partônico, por outro lado, a distribuição de momentum transverso para alto  $p_T$ , para dileptons DY produzidos via processo Compton QCD, Fig. 4.2, é dada por [49]

$$\begin{aligned} & \left( \frac{d^3 \sigma(pp \rightarrow l^+ l^- X)}{dy dM^2 dp_T^2} \right)_{\text{Compton}} \\ &= \frac{\alpha_{em}^2 \alpha_s}{9M^2} \int_{x_a^{min}}^1 dx_a \frac{x_a x_b}{x_a - x_1} \sum_{q=1}^{N_f} e_q^2 \{ [q(x_a) + \bar{q}(x_a)] G(x_b) + G(x_a) [q(x_b) + \bar{q}(x_b)] \} \\ & \times \frac{1}{\hat{s}^2} \left[ -2M^2 \frac{\hat{t}}{\hat{s}\hat{u}} - \frac{\hat{s}}{\hat{u}} - \frac{\hat{u}}{\hat{s}} \right] \end{aligned} \quad (4.9)$$

Na Eq. (4.9),  $x_a$  and  $x_b$  são as frações de momentum dos pártons que estão colidindo e

$$x_a^{min} = \frac{x_1 - M^2/s}{1 - x_2}. \quad (4.10)$$

Note que para  $p_T$  finito,  $x_{a,b} \neq x_{1,2}$ , onde  $x_{1,2} = \sqrt{\frac{p_T^2 + M^2}{s}} e^{(+,-)y}$ . As variáveis partônicas de Mandelstam,  $\hat{s}$ ,  $\hat{t}$ ,  $\hat{u}$ , são definidas em termos de  $x_a$ ,  $x_b$  e o quadri-momentum dos hádrons colisores, conforme Fig. 4.2. Para comparar Eqs. (4.8) e (4.9), devemos expressar as variáveis partônicas de Mandelstam em termos de  $\alpha$  e  $p_T^2$ ,

$$\hat{s} = (x_a P_1 + x_b P_2)^2 = \frac{p_T^2 + \eta^2}{\alpha(1 - \alpha)}, \quad (4.11)$$

$$\hat{t} = (q - x_b P_2)^2 = -\frac{p_T^2}{1 - \alpha}, \quad (4.12)$$

$$\hat{u} = (q - x_a P_1)^2 = -\frac{p_T^2 + \eta^2}{\alpha}. \quad (4.13)$$

Além disso,

$$x_a = \frac{x_1}{\alpha}, \quad x_b = \frac{p_T^2 + \eta^2}{(1 - \alpha)p_T^2 + \eta^2} x_2. \quad (4.14)$$

Inserindo as expressões para as variáveis de Mandelstam partônicas, Eqs. (4.11), (4.12) e (4.13), na Eq. (4.9), obtemos um resultado muito similar à Eq. (4.8), exceto para as combinações das distribuições partônicas,

$$\begin{aligned} & \left( \frac{d^3\sigma(pp \rightarrow l^+l^- X)}{dy dM^2 dp_T^2} \right)_{\text{Compton}} \\ &= \frac{\alpha_{em}^2 \alpha_s}{9M^2} x_1 \int_{x_1}^{\alpha_{max}} d\alpha \sum_{q=1}^{N_f} e_q^2 \{ [q(x_a) + \bar{q}(x_a)] x_b G(x_b) + G(x_a) x_b [q(x_b) + \bar{q}(x_b)] \} \\ & \times \left\{ [1 + (1 - \alpha)^2] \frac{p_T^4 + \eta^4}{(p_T^2 + \eta^2)^4} + 4M^2 (1 - \alpha)^2 \frac{p_T^2}{(p_T^2 + \eta^2)^4} \right\}. \end{aligned} \quad (4.15)$$

Quando efeitos de saturação são desconsiderados, o formalismo de dipolos reproduz a contribuição do processo QCD Compton para produção DY, no qual o quark é oriundo do projétil e o glúon do alvo. Então, o formalismo de dipolos é válido, quando o primeiro termo na convolução com as distribuições partônicas na Eq. (4.15) domina. Este é o caso para grande rapidez e pequeno  $x_b$ , sendo ambas as condições satisfeitas. Pelas características do formalismo de dipolos, discutidas no Capítulo 2 desta tese, verifica-se que ele é aplicável apenas para a região de pequeno  $x$  do alvo, ou seja, para grande rapidez. O formalismo de dipolo produz boa fenomenologia para valores de  $x_2 < 0.01$ , através de muitas parametrizações da seção de choque de dipolo que são ajustadas somente para os dados de DIS com  $x$  de Bjorken  $x < 0.01$ .

Considerando a região de rapidez ( $y$ ), na qual a formulação de dipolos pode ser aplicada, alguma informação com relação ao valor mínimo de  $y$  pode ser obtido a partir da comparação numérica do formalismo de dipolo e o modelo partônico além da ordem dominante (NLO) na Ref. [124]. Para energias máximas de RHIC  $\sqrt{s} = 500$  GeV, não se verifica significativa diferença entre os formalismo para  $y > 0.5$  [124]. Isto significa que podemos comparar o formalismo de dipolos às futuras medidas DY dos detectores de muons PHENIX [128], se a colaboração efetuar medidas da produção de dileptons.

Por outro lado, o formalismo de dipolos considera muitos efeitos que vêm a ser importantes a altas energias. Uma parametrização realística da seção de choque de dipolos deve incluir saturação de glúons, a qual não é considerada no modelo partônico padrão. Além disso,  $\sigma_{dip}$  contém informações com relação à distribuição de momentum transversal dos glúons do alvo, portanto é mais completa que a distribuição de glúons no formalismo de fatorização colinear. Finalmente, com uma parametrização realística para a seção de choque de dipolo para grande separação  $r_{\perp}$ , podemos aplicar Eq. (4.3) também para pequeno  $p_T$ , enquanto a distribuição de momentum transversal do modelo partônico convencional, Eq. (4.9), é aplicável somente para grande  $p_T \gtrsim M$ .

### 4.3 Características da Seção de Choque Drell-Yan no formalismo de dipolos

Nesta seção investigamos os valores de  $r_{\perp}$ , no espaço de parâmetros, que são importantes para a distribuição  $p_T$  dos dileptons. Com este propósito, o comportamento de uma função peso para  $\sigma_{dip}$  como função de  $\rho\alpha r_{\perp}$  para diferentes valores de  $p_T$  é estudado.

Três das quatro integrais na Eq. (4.3) podem ser realizadas analiticamente, com o resultado [121],

$$\frac{d\sigma^{DY}}{dM^2 dx_F d^2p_T} = \frac{\alpha_{em}^2}{6\pi^3 M^2} \frac{1}{(x_1 + x_2)} \int_0^{\infty} d\rho W(\rho, p_T) \sigma_{dip}(\rho), \quad (4.16)$$

onde a função peso  $W(\rho, p_T)$  é dada por,

$$\begin{aligned} W(\rho, p_T) &= \int_{x_1}^1 \frac{d\alpha}{\alpha^2} \frac{x_1}{\alpha} \sum_{q=1}^{N_f} e_q^2 \left[ q \left( \frac{x_1}{\alpha}, M^2 \right) + \bar{q} \left( \frac{x_1}{\alpha}, M^2 \right) \right] \\ &\times \left\{ [m_q^2 \alpha^4 + 2M^2(1-\alpha)^2] \left[ \frac{1}{p_T^2 + \eta^2} T_1(\rho) - \frac{1}{4\eta} T_2(\rho) \right] \right. \\ &\left. + [1 + (1-\alpha)^2] \left[ \frac{\eta p_T}{p_T^2 + \eta^2} T_3(\rho) - \frac{T_1(\rho)}{2} + \frac{\eta}{4} T_2(\rho) \right] \right\}, \quad (4.17) \end{aligned}$$

e as funções  $T_i$  dadas por,

$$T_1(\rho) = \rho J_0(p_T \rho / \alpha) K_0(\eta \rho / \alpha) / \alpha, \quad (4.18)$$

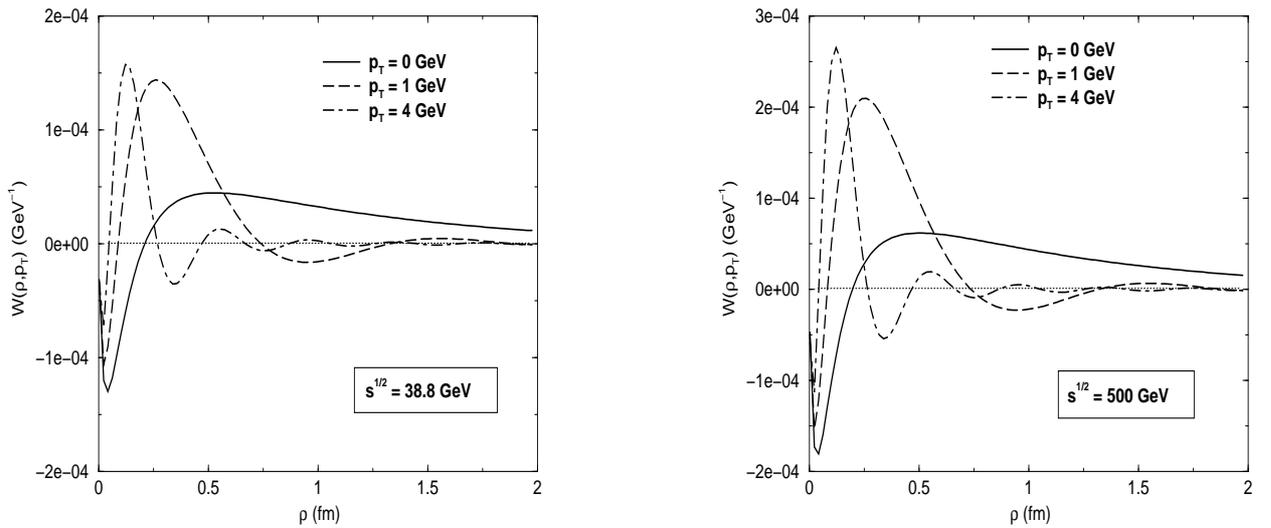
$$T_2(\rho) = \rho^2 J_0(p_T \rho / \alpha) K_1(\eta \rho / \alpha) / \alpha^2, \quad (4.19)$$

$$T_3(\rho) = \rho J_1(p_T \rho / \alpha) K_1(\eta \rho / \alpha) / \alpha. \quad (4.20)$$

As funções  $J_0$  e  $J_1$  são as funções de Bessel de primeira classe, de ordem 0 e 1, e onde  $K_0$  e  $K_1$  são as funções de Bessel modificadas de segunda classe de ordem 0 e 1 (funções de MacDonald).

Pode ser verificado na Ref. [120] que para a distribuição de massa (integrado em  $p_T$ ), as funções de onda selecionam a região de pequeno  $\rho$ . Grandes valores de  $\rho \gtrsim 2/M$  são exponenciados pelas funções  $K_{0,1}$ . Pode-se então dizer que grandes dipolos correspondem ao setor não perturbativo das reações, e dipolos com pequena separação correspondem ao setor perturbativo.

No caso particular da distribuição de momentum transversal, uma configuração diferente se apresenta. Na Fig. 4.3, é apresentada a função  $W(\rho, p_T)$  em termos da separação transversal fóton-quark  $\rho$  para massa do par de léptons  $M = 6$  GeV e  $x_F = 0.625$ . Os resultados são apresentados para duas energias de centro de massa: o gráfico da esquerda corresponde a energias  $\sqrt{s} = 38.8$  GeV (energia do experimento E772), enquanto no gráfico da direita  $\sqrt{s} = 500$  GeV (RHIC). Para a massa dos quarks leves, o valor  $m_q = 0.2$  GeV foi considerado. Três diferentes valores para o momentum transversal dos dileptons foram selecionados,  $p_T = 0, 1$  e 4 GeV.



**Fig. 4.3:** A função peso  $W(\rho, p_T)$  em termos de  $\rho$  para diferentes valores de  $p_T$  para valores fixos de  $x_F = 0.625$  e  $M = 6.5$  GeV.

Como pode ser verificado a partir da Eq. (4.17), as funções de Bessel  $J_i$  governam o comportamento de  $W(\rho, p_T)$  em função de  $\rho$ . Um comportamento geral pode ser observado a partir dos gráficos: para grande  $p_T$  os dipolos de grande separação são suprimidos, pois  $W(\rho, p_T)$  é oscilante com supressão. Este mecanismo de supressão é diferente da supressão exponencial para grandes dipolos no caso da seção de choque integrada em  $p_T$ , e complica a obtenção numérica da distribuição  $p_T$ . Por outro lado, se  $p_T$  decresce, dipolos com grande  $\rho$  passam a ser significativos. O caso com  $p_T = 0$  é de particular interesse, uma vez que a função  $W(\rho, p_T)$  seleciona grandes dipolos (mais significativo para maior energia). Portanto, o setor não perturbativo do processo governa o regime de pequeno  $p_T$ . Por outro lado, o comportamento para grande  $p_T$  é quase completamente dominado por dipolos com pequena separação [129]. Estas propriedades serão exploradas na próxima seção, onde discutiremos também os diferentes modelos utilizados para a seção de choque de dipolo. Convém salientar aqui, que consideramos a máxima energia projetada para RHIC  $\sqrt{s} = 500$  GeV, em vez da energia de  $\sqrt{s} = 200$  GeV efetivamente utilizada no acelerador RHIC. Isto foi feito devido aos cálculos terem sido realizados antes das primeiras medidas do acelerador, entretanto verificamos que apenas uma pequena diferença na magnitude dos efeitos investigados aqui foi verificada.

## 4.4 A Seção de Choque de Dipolo

A seção de choque de um pequeno dipolo espalhando com um nucleon pode ser obtida a partir da QCD perturbativa [125, 126]. Entretanto, existem grandes incertezas que surgem de efeitos não perturbativos (região infravermelho) bem como de contribuições de mais altas ordens. Na aproximação de  $\ln(1/x)$  dominante, o dipolo interage com o alvo através da troca de um Pomeron perturbativo Balitsky-Fadin-Kuraev-Lipatov (BFKL), descrito em termos de diagramas escada [8, 9, 10, 11]. Na aproximação de duplo logaritmo, a equação BFKL pode ser relacionada com a equação de evolução de Dokshitzer et. al [5, 6, 7] (DGLAP), de tal forma que a seção de choque de dipolo pode ser escrita na forma apresentada no Capítulo 2 desta tese,

$$\sigma_{dip}(x, r_{\perp}) = \frac{\pi^2 \alpha_s}{3} r_{\perp}^2 x G^{\text{DGLAP}}(x, \tilde{Q}^2), \quad (4.21)$$

onde  $x G^{\text{DGLAP}}(x, \tilde{Q}^2)$  é a usual distribuição de gluons DGLAP com fração de momentum  $x$  e virtualidade  $\tilde{Q}^2 = \lambda/r_{\perp}^2$ . O fator  $\lambda$  que aparece na escala de virtualidade  $\tilde{Q}^2 = \lambda/r_{\perp}^2$ , foi considerado  $\lambda = 4$  [120], embora valores de mesma magnitude são equivalentes a nível de logaritmo dominante [130, 131]. A principal característica da seção de choque de dipolo apresentada acima, é a propriedade de transparência de cor, i.e.,  $\sigma_{dip} \sim r_{\perp}^2$  para  $r_{\perp} \rightarrow 0$ . Para grandes dipolos, a seção de choque pode atingir o comportamento de confinamento

$\sigma_{dip} \sim \sigma_0$ . Considerando esta mesma região (grande separação transversa), nosso procedimento foi de congelar  $r_{\perp}^2$  na Eq. (4.21) a uma escala adequada, maior do que  $r_{cut}^2$ , o que corresponde à escala inicial na evolução perturbativa da densidade de glúon,  $Q_0^2 = 4/r_{cut}^2$ .

A altas energias, um novo requerimento necessita ser respeitado: o crescimento da distribuição partônica (principalmente glúons) necessita ser controlado, para obedecer o limite de Froissart-Martin, ou seja, requerendo que o limite de disco negro do alvo seja atingido para pequenos valores de  $x$  de Bjorken. Esta propriedade pode ser implementada utilizando o formalismo de múltiplos espalhamentos de Glauber-Mueller (GM), o qual reduz o crescimento da distribuição de glúons [13, 14]. Portanto, vamos substituir  $xG^{DGLAP}$  na Eq. (4.21) pela distribuição corrigida incluindo efeitos de unitariedade,  $xG^{GM}$ . Uma derivação mais completa da seção de choque de dipolo GM pode ser encontrado em [120]. Seguindo a estrutura de trabalhos recentes na literatura [120], vamos utilizar  $x = x_2$  como a escala de energia na seção de choque de dipolo, uma vez que  $x_2$  em produção DY é análogo à variável de Bjorken  $x$  em DIS. Note que  $x = \alpha x_2$  foi utilizado em [124], entretanto, o fator  $\alpha$  tem apenas uma pequena influência na seção de choque.

Uma vez a seção de choque de dipolo é conhecida, podemos calcular a seção de choque diferencial para produção DY, Eq. (4.16) integrada sobre  $p_T$ , e comparar com os dados existentes para pequeno  $x_2$ . Entretanto, os resultados existentes de produção DY estão numa região cinemática onde  $x_2$  ainda assume valores muito altos, isto é,  $x_2 \simeq 0.1$  para  $\sqrt{s} = 38.8$  GeV, onde o formalismo de dipolos atinge seu limite de validade. Entretanto, algum procedimento pode ser realizado para se expandir a região de aplicabilidade do formalismo para região de grande  $x_2$ .

Note que a seção de choque de dipolo Eq. (4.21) representa a contribuição gluônica assintótica (Pomeron) ao processo, e a grande  $x$  (baixa energia) uma contribuição não assintótica tipo quark necessita ser incluída. Na linguagem da teoria de Regge, isto significa uma contribuição de Reggeon, e portanto, adicionamos o termo [120],

$$\sigma_{dip}^R = \sigma_0 r_{\perp}^2 x^{0.425} (1 - x)^3. \quad (4.22)$$

à seção de choque de dipolo, Eq. (2.51).

Utilizando a expressão acima, uma boa descrição da distribuição de massa dos resultados do experimento E772 [132] pode ser obtida, com uma normalização  $\sigma_0 = 0.8$  [120], reproduzindo resultados similares aos obtidos com o modelo de saturação [129]. Entretanto, Eq. (4.22) possui um problema quando calculamos a distribuição de momentum transverso  $p_T$ : devido ao fato da função peso, Eq. (4.17), selecionar configurações de grandes dipolos para pequeno  $p_T$  (veja discussão na seção anterior), o comportamento  $\sim r_{\perp}^2$  da seção de choque de dipolo de Reggeon, produz uma contribuição não negligenciável para pequeno  $p_T$  ainda nas energias de RHIC. Portanto, Eq. (4.22) foi modificada com a intenção de contor-

nar este problema e preservar nossos resultados prévios. A contribuição de Reggeon agora é escrita na forma,

$$\sigma_{dip}^R = \sigma_0 r_{\perp}^2 x q_{\text{val}}(x, \tilde{Q}^2), \quad (4.23)$$

onde a quantidade  $q_{\text{val}}$  é a distribuição de quarks de valência do alvo e uma descrição razoável dos dados de E772 com relação à distribuição de massa é obtido com um valor  $\sigma_0 = 7$ . A violação de escalamento da distribuição partônica de valência corrige o crescimento com  $r_{\perp}$ , que está presente na parametrização simples Eq. (4.22), removendo o problema na distribuição  $p_T$  a altas energias.

Nosso principal objetivo aqui é investigar a distribuição  $p_T$  dos dileptons DY, usando a seção de choque de dipolo GM. Entretanto, para que se tenha uma comparação, esta análise será contrastada com o modelo fenomenológico de saturação de Bartels et al. denominado seção de choque de dipolo BGBK [89], a qual também inclui as propriedades da seção de choque de dipolo discutidas acima. O modelo da Ref. [89] é uma versão modificada do modelo de saturação GBW [87, 88]. O novo modelo inclui explicitamente uma evolução QCD, e a seção de choque de dipolo é dada por,

$$\sigma_{dip}(x, r_{\perp}) = \sigma_0 \left\{ 1 - \exp \left( -\frac{\pi^2 r_{\perp}^2 \alpha_s(\mu^2) x g(x, \mu^2)}{3\sigma_0} \right) \right\}, \quad (4.24)$$

onde a escala  $\mu^2$  possui a forma

$$\mu^2 = \frac{C}{r_{\perp}^2} + \mu_0^2. \quad (4.25)$$

Na Ref. [89] os autores propõem a seguinte distribuição de glúons a uma escala inicial  $Q_0^2 = 1$  GeV,

$$xg(x, Q_0^2) = A_g x^{-\lambda_g} (1-x)^{5.6}. \quad (4.26)$$

Na parametrização existem cinco parâmetros livres ( $\sigma_0$ ,  $C$ ,  $\mu_0^2$ ,  $A_g$  and  $\lambda_g$ ), os quais foram determinados na Ref. [89] por procedimento de ajuste aos resultados experimentais de ZEUS, H1 e E8665, com  $x < 0.01$ . Neste procedimento o parâmetro  $\sigma_0$  é fixado em 23 mb durante o ajuste, como no modelo original [87, 88]. Neste trabalho utilizamos o conjunto de parâmetros fit 1 da Ref. [89].

Na Ref. [124], onde o antigo modelo de saturação foi utilizado, o formalismo de dipolos foi extrapolado para regiões de grande  $x_2$  através da introdução de um fator de limite na escala de saturação, i.e.  $Q_s^2 \rightarrow Q_s^2 (1-x_2)^5$ . O fator  $(1-x_2)^5$  é motivado pelas regras de contagem da QCD e suprime as contribuições de grande  $x_2$  na seção de choque DY. No nosso caso, utilizando as seções de choque de dipolo GM ou BGBK, o fator de limite para grande  $x_2$  já é incluído na função de distribuição de glúons.

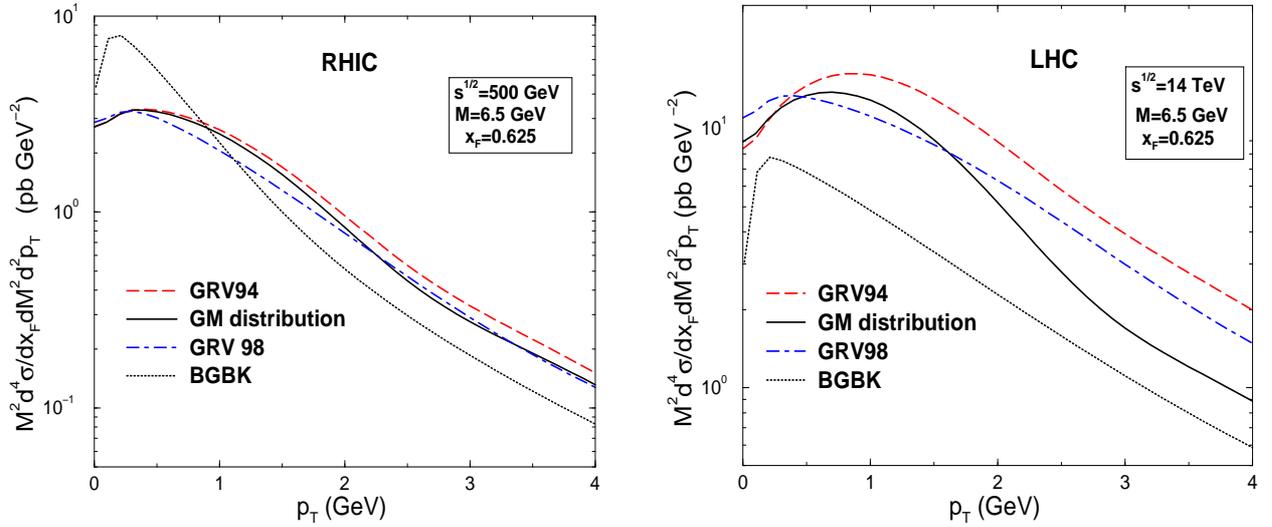
Em adição, na Ref. [124],  $(1 - x_1)M^2$  foi utilizado como a escala de virtualidade, na qual a distribuição partônica do projétil é provada. Neste trabalho, nós utilizamos diretamente a escala  $M^2$ . O fator  $(1 - x_1)$  é importante apenas para regiões de grandes valores de  $x_1$ , portanto, não produz efeito na região de rapidez média. Na próxima seção, nós investigaremos a distribuição de momentum transverso, fazendo uso dos resultados obtidos acima para a região de baixas energias.

## 4.5 A distribuição de momentum transverso

Nesta seção a distribuição de momentum transverso dos dileptons  $DY$  é calculada, utilizando a seção de choque de dipolos GM, Eq. (4.21), e comparada com os resultados obtidos com o modelo de saturação melhorado, Eq. (4.24). Iremos considerar valores típicos para massa e  $x_F$ . A função de estrutura do projétil é considerada segundo as parametrizações LO GRV98 [35] e GRV94 [34] para as predições GM e CTEQ5L [37] para o modelo de saturação.

Antes de realizar este procedimento, alguns comentários se fazem pertinentes. Os efeitos de unitariedade no alvo serão significativos para regiões de grande rapidez (forward)  $y = 1/2 \ln(x_F/x_2 + 1)$ . Na região de rapidez central ( $y \simeq 0$ ) os efeitos no projétil podem ser significativos a altas energias. Nesta região, os efeitos na distribuição de quarks são menos significativos do que na distribuição de glúons. Portanto, vamos desconsiderar os efeitos no projétil no que segue, mas tendo em mente que uma descrição mais realística necessitaria considerar efeitos em ambos, projétil e alvo.

Na Fig. 4.4 os resultados para energias de RHIC e LHC são apresentados para  $M = 6.5$  GEV e  $x_f = 0.625$ . Nesta região cinemática, o conteúdo de valência pode ser completamente desprezível. Enfatizamos que o valor de  $x_F$  considerado aqui, é um caso extremo, onde a variável rapidez atinge valores da ordem de 3 para RHIC e 7 para LHC. Com a intenção de investigar os efeitos de unitariedade, as seguintes comparações serão realizadas: as curvas tracejado-longo são calculadas com a seção de choque de dipolos Eq. 2.51 com a parametrização GRV94 (denotada GRV94) fornecendo a distribuição de glúons. As curvas sólidas são os resultados incluindo efeitos de unitariedade com a mesma GRV94 como entrada inicial (GM). O uso desta parametrização como entrada para se calcular os efeitos de unitariedade está devidamente justificada nas Refs. [120, 72]. As curvas traço-ponto são calculadas com a seção de choque de dipolo Eq. (4.21) com a parametrização GRV98 (denotada GRV98) fornecendo a distribuição de glúons. O objetivo desta comparação é verificar até que ponto uma parametrização mais recente pode absorver efeitos de unitariedade. É verificado que para energias de RHIC, os efeitos de unitariedade são englobados na parametrização GRV98. Entretanto, para energias de LHC a situação é um tanto diferente, e os resultados são completamente diferentes. a diferença entre a predição GM e GRV98 é mais

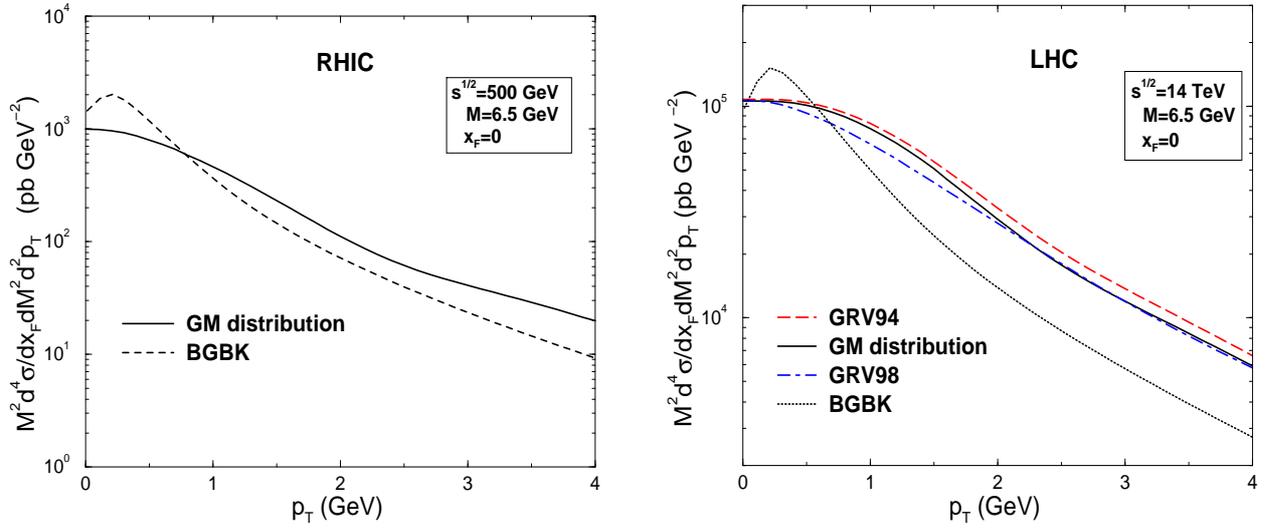


**Fig. 4.4:** A distribuição transversa de dileptons Drell-Yan para energias de RHIC  $\sqrt{s} = 500$  GeV e LHC  $\sqrt{s} = 14$  TeV. As linhas sólidas correspondem aos resultados GM incluindo efeitos de unitariedade, as linhas tracejado-longo são curvas utilizando GRV94 para a distribuição de glúons para a seção de choque de dipolo. A curva traço-ponto são os resultados obtidos com a distribuição de glúons da GRV98 para a seção de choque de dipolo, e a curva pontilhada são os resultados do modelo BGBK.

significativa para grande  $p_T$ , e são mais significativos para energias maiores.

Como uma comparação adicional, apresentamos curvas do modelo de saturação melhorado, Eq. (4.24) (curva pontilhada na Fig 4.4): para energias de RHIC e pequeno  $p_T$ , os resultados BGBK superestimam os obtidos pela GM; entretanto, para grande  $p_T$ , o modelo BGBK subestima as previsões GM. Para energias de LHC, BGBK subestima GM. É importante mencionar que as análises realizadas até aqui foram feitas para valores fixos de massa dos dileptons e  $x_F$ , o que implica que os valores da variável  $x_2$  permanecem quase inalterados com a região de  $p_T$  aqui investigado. Os efeitos de unitariedade estudados neste trabalho, são obtidos perturbativamente, e por esta razão são mais significativos para pequeno  $r$ . A pequeno  $p_T$ , contribuições de grande  $r$  são importantes e dominantes, o que não permite uma visualização dos efeitos de unitariedade de forma clara. Nesta região, os aspectos de confinamento são mais importantes. Em contraste, para grande  $p_T$  a contribuição principal vem da região de pequeno  $r$ , a qual é sensível à inclusão de correções de unitariedade ao processo.

Para realizar estimativas mais realísticas das variáveis cinemáticas envolvidas nos processos, vamos considerar que medidas predominantemente na região de rapidez central serão

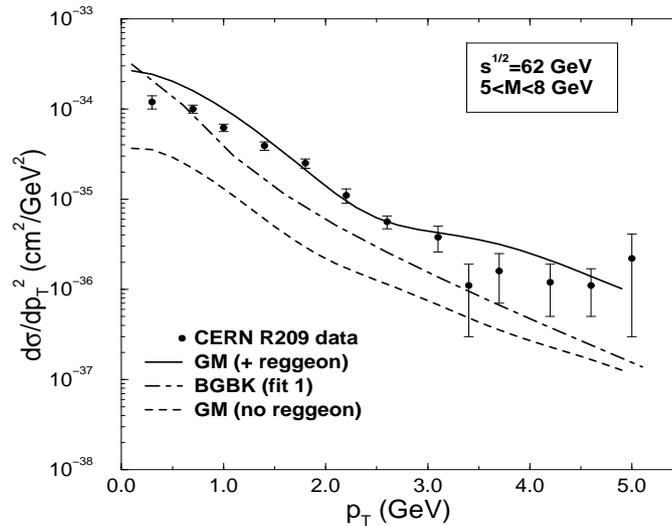


**Fig. 4.5:** A distribuição de momentum transverso  $p_T$  para dileptons  $DY$  para energias de RHIC ( $\sqrt{s} = 500 \text{ GeV}$ ) e LHC ( $\sqrt{s} = 14 \text{ TeV}$ ). As curvas possuem o mesmo significado da Fig. 4.4. Para RHIC apenas os resultados GM e BGBK são apresentados.

realizadas nos experimentos [133], i.e. com  $x_F = 0$ , ao invés da região de rapidez positiva (forward). Na Fig. 4.5, apresentamos os resultados para o modelo BGBK (curva pontilhada) e para o formalismo GM (curva sólida), onde as diferenças são mais significativas para pequeno  $p_T$ . Para  $x_F = 0$ , os efeitos de unitariedade são menos significativos do que para  $x_F = 0.625$ , de forma que apenas o resultado do formalismo GM é mostrado, uma vez que representa aproximadamente a mesma predição das parametrizações GRV94 e GRV98. Os resultados para LHC também são apresentados. Os efeitos de unitariedade são pequenos para  $x_F = 0$ , pois  $x_2$  é maior na região de rapidez central em comparação com rapidez positiva.

Como uma investigação final, a distribuição de momentum transverso integrada em  $x_F$  é calculada e comparada com os resultados experimentais em reações  $pp$  a energias  $\sqrt{s} = 62 \text{ GeV}$  e intervalo de massa  $5 \leq M \leq 8 \text{ GeV}$  (CERN R209) [54]. Os resultados são apresentados na Fig. 4.6, com a curva sólida denotando o cálculo Glauber-Mueller incluindo a contribuição não assintótica de conteúdo de valência (GM + Reggeon), a curva traço-ponto é o resultado BGBK e a tracejado-longo é a predição GM sem a contribuição não-assintótica do conteúdo de valência (GM no Reggeon). O cálculo usando o modelo de saturação melhorado apresenta razoável concordância com os dados. Entretanto, note que a parte de Reggeon já é introduzida na BGBK. Em adição a este fato, os dados apresentados na 4.6 foram integrados sobre todo  $x_F$  e portanto incluem contribuições que não são englobadas no

procedimento de ajuste com o modelo de dipolos (veja discussão na seção 4.2). O resultado GM, por outro lado, está em boa concordância com a normalização total e o comportamento apresentado pelos dados, quando contribuições não-assintóticas são consideradas, ainda que nenhum parâmetro tenha sido utilizado para descrever estes resultados (os parâmetros foram ajustados para descrever a distribuição de massa na produção de dileptons). A seção de choque GM superestima o modelo de saturação devido a inclusão destas contribuições assintóticas.



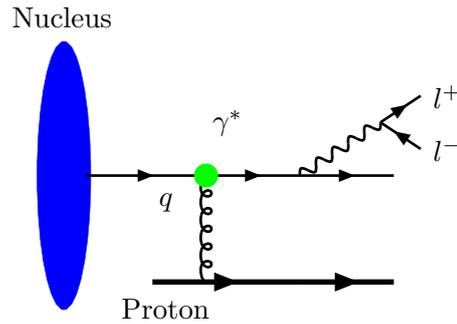
**Fig. 4.6:** A seção de choque diferencial em  $p_T$  para energias  $\sqrt{s} = 62$  GeV. A curva sólida é o resultado GM, a traço-ponto o resultado usando o modelo de saturação BGBK e a tracejado-longo o resultado GM sem contribuição Reggeon.

## 4.6 Produção de dileptons em Rapidez negativa

Para calcular a produção de dileptons em regiões de rapidez negativa (backward) em colisões  $pA$ , um tratamento adequado do formalismo utilizado para descrever o processo em regiões de rapidez positiva (forward) necessita ser utilizado. A investigação em regiões de rapidez positiva para colisões  $pA$  requer o tratamento do núcleo como um Condensado de Vidros de Cor (como será visto no próximo capítulo deste trabalho), e os dileptons são produzidos de maneira similar ao considerado no formalismo de dipolos (bremsstrahlung), apenas considerando que o quark do fóton interage com um sistema denso do núcleo. Entretanto, para a região de rapidez negativa, o núcleo interage por meio de seus constituintes com grande fração de momentum  $x$ , não sendo mais descrito por um sistema da QCD de alta densidade.

Nesta região cinemática, o próton interage através dos pártons com pequeno  $x$ , implicando que o formalismo de dipolos pode ser aplicado nesta região cinemática.

O formalismo de dipolos na região de rapidez negativa, o quark do hadron incidente (núcleo) flutua num estado contendo um quark e um fóton massivo. A interação com o alvo (próton) implica que o fóton é libertado, decaindo num par de léptons [121]. Estamos interessados em estudar a produção de dileptons DY na região onde o tempo de interação do quark do projétil com o próton do alvo é muito menor que o tempo de flutuação de estado  $q\gamma^*$ , significando grande comprimento de coerência. Para obter este grande comprimento de coerência, é necessário considerar o núcleo como projétil (grande  $x$ ) e o próton como alvo (pequeno  $x$ ). Isto implica numa inversão com relação ao alvo e projétil se comparamos o formalismo de dipolos na região de rapidez positiva para colisões  $pA$  [121], como apresentado na Fig. 4.7. Realizando esta inversão, o tempo da flutuação  $q\gamma^*$  será maior que o tempo de interação, uma vez que o comprimento de coerência  $l_c$  possui dependência na forma  $l_c \propto 1/x_1$  para o caso estudado aqui. Na verdade o comprimento de coerência é fundamental quando estudamos processos com alvo nuclear, onde esta é uma quantidade que distingue efeitos nucleares [134]. Para alvos nucleares, grande comprimento de coerência está associado com efeitos de sombreamento, o que implica aplicabilidade apenas para pequeno  $x$  do alvo [135]. Outro ponto interessante que surge no caso estudado neste trabalho, é que o alargamento do momentum transversal devido a múltiplos espalhamentos com o núcleo alvo, verificado na região de rapidez positiva [134] não está presente na região de rapidez negativa, uma vez que o núcleo do projétil interage apenas com o alvo próton.



**Fig. 4.7:** Produção de dileptons na região de rapidez negativa.

A seção de choque para a radiação de um fóton virtual por um quark do núcleo (com fração de momentum  $x_2$ ) espalhando com um próton de alta densidade na região de rapidez negativa pode ser escrita na forma fatorizada [116, 118, 119],

$$\frac{d\sigma^{DY_{back}}}{dM^2 dy d^2p_T} = \frac{\alpha_{em}^2}{6\pi^3 M^2} \int_0^\infty d\rho W(x_2, \rho, p_T) \sigma_{dip}(x_1, \rho), \quad (4.27)$$

As variáveis  $x_1$  e  $x_2$  são definidas da maneira usual  $x_{(2)} = \sqrt{\frac{M^2 + p_T^2}{s}} e^{\pm y}$ . Como pode ser visto por esta definição, rapidez negativa significa grande  $x_2$  (núcleo) e pequeno  $x_1$  (próton). Estamos interessados em colisões  $pp$  e  $pA$ . Em colisões simétricas, o referencial de laboratório é equivalente ao referencial de centro de momentum, pois estamos trabalhando com colisores. No caso de colisões assimétricas, e.g.  $pA$ , o centro de massa de momentum se move longitudinalmente no referencial de laboratório. Isto implica um aumento no intervalo da variável de Bjorken  $x$  que pode ser explorado se considerarmos o referencial de laboratório. Neste trabalho a razão entre seções de choque em colisões  $pA$  e  $pp$  será investigada e consideraremos a rapidez no referencial de laboratório.

Baseado no formalismo de dipolos, a função  $W(x_2, \rho, p_T)$  para a região de rapidez negativa é dada por [116]

$$\begin{aligned}
 W(x_2, \rho, p_T) = & \int_{x_2}^1 \frac{d\alpha}{\alpha^2} F_2^A\left(\frac{x_2}{\alpha}, M^2\right) \left\{ [m_q^2 \alpha^2 + 2M^2(1 - \alpha)^2] \left[ \frac{1}{p_T^2 + \eta^2} T_1(\rho) - \frac{1}{4\eta} T_2(\rho) \right] \right. \\
 & \left. + [1 + (1 - \alpha)^2] \left[ \frac{\eta p_T}{p_T^2 + \eta^2} T_3(\rho) - \frac{1}{2} T_1(\rho) + \frac{\eta}{4} T_2(\rho) \right] \right\}. \quad (4.28)
 \end{aligned}$$

Como para a região de rapidez positiva, temos que  $\alpha$  é a fração de momentum do quark carregado pelo fóton virtual,  $\eta^2 = (1 - \alpha)M^2 + \alpha^2 m_q^2$ ,  $m_q$  é a massa do quark, a qual vamos considerar  $m_q = 0.2$  GeV, e as funções  $T_i$  são dadas por,

$$\begin{aligned}
 T_1(\rho) &= \frac{\rho}{\alpha} J_0\left(\frac{p_T \rho}{\alpha}\right) K_0\left(\frac{\eta \rho}{\alpha}\right) \\
 T_2(\rho) &= \frac{\rho^2}{\alpha^2} J_0\left(\frac{p_T \rho}{\alpha}\right) K_1\left(\frac{\eta \rho}{\alpha}\right) \\
 T_3(\rho) &= \frac{\rho}{\alpha} J_1\left(\frac{p_T \rho}{\alpha}\right) K_1\left(\frac{\eta \rho}{\alpha}\right).
 \end{aligned}$$

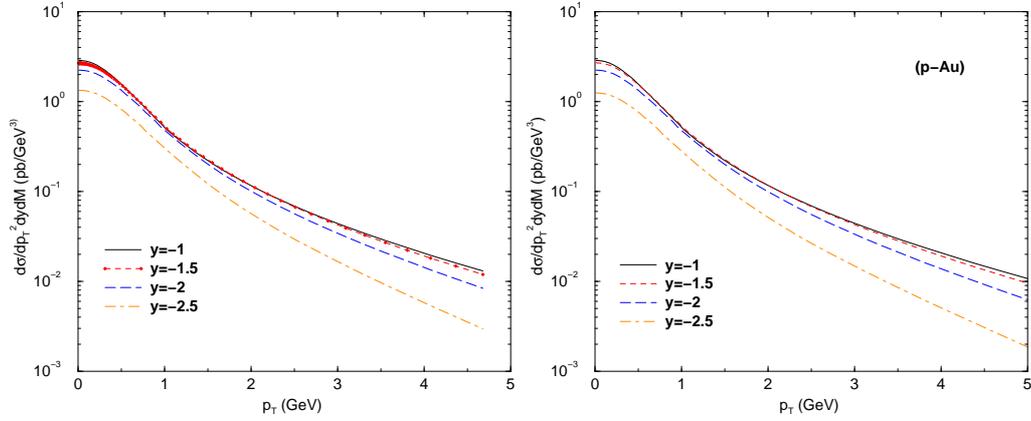
Aqui a função de estrutura nuclear  $F_2^A(\frac{x_2}{\alpha}, M^2)$  com uma dependência em  $x_2$  é utilizada por estarmos utilizando um núcleo como projétil. Para colisões  $pp$  a função de estrutura nuclear necessita ser substituída por uma função de estrutura do próton  $F_2^p(\frac{x_2}{\alpha}, M^2)$ . A seção de choque de dipolo é calculada utilizando o argumento  $x_1$  e a mesma seção de choque utilizada para ajustar os dados de DIS pode ser empregada.

A seção de choque GBW [87, 88] será empregada neste trabalho.

$$\sigma_{dip}(x_1, \rho) = \sigma_0 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\rho^2 Q_0^2}{4(x_1/x_0)^\lambda}\right) \right], \quad (4.29)$$

onde, lembrando,  $Q_0^2 = 1$  GeV<sup>2</sup>, e os três parâmetros ajustados são  $\sigma_0 = 23.03$  mb,  $x_0 = 3.04 \times 10^{-4}$  e  $\lambda = 0.288$ .

A distribuição de momentum transversal para energias de RHIC e colisões  $pp$  e  $pA$  pode agora ser obtida, considerando uma parametrização específica para a função de estrutura



**Fig. 4.8:** Distribuição de momentum transverso para colisões  $pp$  e  $pA$  ( $Au$  - considerando parametrização EKS) para energias de RHIC e dileptons com massa  $M = 6$  GeV.

nuclear  $F_2^A(x, M^2)$  no caso de colisões  $pA$ . Duas parametrizações distintas para esta função serão utilizadas, e serão devidamente apresentadas e discutidas na próxima seção. Aqui, vamos utilizar a parametrização EKS para a parte nuclear, juntamente com a distribuição GRV98 [35] para se obter a distribuição partônica nuclear. Para a colisão  $pp$  utilizamos apenas a parametrização GRV98. Na Fig. 4.8 a distribuição de momentum transverso para energias de RHIC é apresentada para colisões  $pA$  e  $pp$ . Não verifica-se nenhuma diferença considerável entre as duas distribuições. Por este motivo, a razão entre as seções de choque é útil para se investigar modificações na seção de choque nuclear, em comparação com a seção de choque no processo próton-próton. Esta razão é definida da seguinte forma,

$$R_{pA} = \frac{d\sigma(pA)}{dp_T^2 dy dM} \bigg/ A \frac{d\sigma(pp)}{dp_T^2 dy dM}. \quad (4.30)$$

A razão  $R_{pA}$  aparece normalizada por  $1/A$ , uma vez que as distribuições nucleares são normalizadas por este fator. A diferença entre os cálculos de colisões  $pA$  para  $pp$  é devido à função de estrutura nuclear  $F_2^A$ , portanto, qualquer efeito no espectro em  $p_T$  ou rapidez está relacionado aos efeitos nucleares contidos nas parametrizações para a função de estrutura nuclear.

O cálculo além da ordem dominante (NLO) na fatorização colinear pode ser realizado e comparado com os resultados obtidos no formalismo de dipolos. Entretanto, a distribuição de momentum transverso obtida na fatorização colinear não é um cálculo simples e também não descreve a normalização do espectro em  $p_T$  dos dileptons DY [136, 137, 138], como verificado no capítulo 1 desta tese. Além destes fatores, a distribuição de momentum transverso obtida é divergente para  $p_T \ll M$ , e um procedimento de ressonância de termos logarítmicos em  $p_T/M$  [136, 137, 138] ou a introdução de um momentum transverso intrínseco

[55] é necessário para descrever o espectro de dileptons medido experimentalmente (para uma boa discussão veja Ref. [139]). Porém, estes procedimentos introduzem parâmetros fenomenológicos nos cálculos, que são ajustados na intenção de descrever os resultados experimentais. Uma comparação entre os cálculos NLO e o formalismo de dipolos, já foi realizada na Ref. [124], onde pode-se verificar a dependência do formalismo no parâmetro fenomenológico introduzido. Um outro formalismo também foi proposto, baseado na idéia de um momentum transversal intrínseco, e pode ser analisado na Ref. [139]. Com certeza, a razão  $R_{pA}$  obtida no formalismo de fatorização colinear com ressonância ou momentum transversal intrínseco pode ser finita, pois a divergência em  $p_T$  pode ser cancelada. Entretanto, um resultado mais realístico necessita considerar distribuições finitas. Estas propriedades indicam que o formalismo de dipolos parece ser o mais adequado para se investigar a produção de dileptons a altas energias na região de pequeno  $p_T$ , uma vez que resulta numa seção de choque finita em  $p_T$  e sem a necessidade de introdução de parâmetros livres.

Neste ponto também pode ser interessante salientar algumas limitações do formalismo de dipolos na região de rapidez negativa. Aqui o núcleo é considerado por meio de uma distribuição de glúons integrada (pois apenas apresenta dependência em  $x$  e  $M^2$ ). Entretanto, para energia de LHC e regiões mais centrais, a variável de Bjorken  $x_2$  (núcleo) atinge valores da ordem de 0.002, onde a consideração de uma distribuição de glúons integrada pode ser questionável. Neste limite, o efeito de existir um momentum transversal inicial dos pártons não nulo vem a ser importante. Um tratamento mais robusto necessita incluir o momentum transversal dos pártons do núcleo no estado inicial da interação. Isto pode ser feito considerando o formalismo de fatorização  $k_T$  [140, 141, 142], onde a seção de choque partônica fora da camada de massa é convoluída com a densidade partônica não integrada em  $k_T f_a(x, k_T^2, \mu^2)$ . Considerando a produção de dileptons, a fatorização  $k_T$  é investigada na Ref. [143] e comparada com um formalismo de momentum transversal intrínseco (fatorização  $k_T$  com pártons na camada de massa), com a intenção de descrever a distribuição de momentum transversal de dileptons DY produzidos. Na tentativa de descrição dos dados, a fatorização  $k_T$  superestima os dados e o formalismo de  $k_T$  intrínseco descreve os dados mas com a utilização de parâmetros fenomenológicos (dois parâmetros).

Pelas razões apresentadas acima, focamos nossa análise na região de rapidez negativa, e não em regiões de rapidez central. O uso do formalismo de dipolos com o emprego da fatorização colinear é justificado, uma vez que o objetivo deste trabalho é investigar os efeitos nucleares na razão  $R_{pA}$  para dileptons, usando parametrizações nucleares na descrição da função de estrutura nuclear. Na próxima seção as funções de estrutura nuclear serão apresentadas, discutidas e comparadas, pois veremos que os resultados obtidos são extremamente dependentes destas parametrizações.

## 4.7 Funções de distribuição partônicas nucleares

Neste trabalho duas parametrizações para a função de distribuição partônica nuclear (nPDF) serão utilizadas: uma proposta por Eskola, Kolhinen e Salgado (parametrização EKS) [67, 68] e outra proposta por D. de Florian e R. Sassot (parametrização nDS) [69]. Estas parametrizações apresentadas no Capítulo 1 desta tese, porém vamos relembrar aqui as principais características de cada parametrização.

Ambas parametrizações realizam um ajuste global aos resultados experimentais de alvo fixo, e consideram as equações DGLAP para evoluir em  $Q^2$ . As condições iniciais são ajustadas para descrever o DIS em colisões lépton-núcleo e a produção de dileptons em colisões próton-núcleo. Ambas nPDFs são desenvolvidas para se obter uma parametrização apropriada para a razão  $R_{F_2}^A(x, Q_0^2) = F_2^A/AF_2^p$ , com

$$F_2^{A,p} = \sum_q e_q^2 [x f_q^{A,p}(x, Q_0^2) + x f_{\bar{q}}^{A,p}(x, Q_0^2)], \quad (4.31)$$

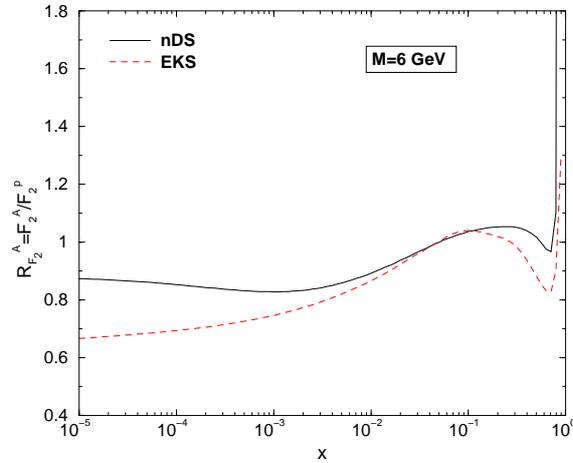
na qual  $f_q^p(x, Q_0^2)$  são as distribuições partônicas do próton livre e  $f_q^A(x, Q_0^2)$  são as distribuições partônicas nucleares para um determinado párton de sabor  $q$ . As parametrizações para as distribuições partônicas devem obedecer à conservação de momentum, carga e número bariônico.

Entretanto, o método utilizado por EKS e nDS diferem com relação a alguns detalhes. Na parametrização EKS, a distribuição partônica nuclear é obtida a partir da distribuição do próton livre, multiplicada por um fator de correção:  $f_q^A(x, Q_0^2) = R_q^A(x, Q_0^2) f_q^p(x, Q_0^2)$ , e todos efeitos nucleares são considerados em  $R_q^A(x, Q_0^2)$ . Uma consequência desta definição, é que as nPDFs são nulas para  $x > 1$ , embora esta deva ser não nula para valores de  $x < A$ . Por outro lado, a parametrização nDS utiliza uma convolução para relacionar nPDFs e as PDFs do próton livre:

$$f_q^A(x, Q_0^2) = \int_x^A \frac{dy}{y} W_q(y, A) f_q^p\left(\frac{x}{y}, Q_0^2\right), \quad (4.32)$$

onde  $W_i(y, A)$  contém toda informação com relação aos efeitos nucleares. Por exemplo, se os efeitos nucleares são desconsiderados, então  $W_q(y, A) = A\delta(1-y)$ .

Os efeitos nucleares são verificados por comparação entre a função de estrutura nuclear e a função de estrutura do próton (ou deutério). Na Fig. 4.9 as predições para a razão  $F_2^A/AF_2^p$  obtidas por ambas as parametrizações são apresentadas. Como salientado no Capítulo 1, a figura pode ser dividida em quatro regiões da variável de Bjorken  $x$  [66]. Na região denominada movimento de Fermi  $x \gtrsim 0.8$ ,  $R_{F_2}^A$ . A região denominada de efeito EMC  $0.3 \lesssim x \lesssim 0.8$ . A região de antisombreamento  $0.1 \lesssim x \lesssim 0.3$ , e a região de sombreamento  $x \lesssim 0.1$ . A Fig. 4.9 mostra que as parametrizações diferem principalmente nas regiões



**Fig. 4.9:** Comparação entre predição das parametrizações EKS e nDS para a razão  $F_2^A/F_2^p$  ( $A=Au$ ) para escala  $M = 6$  GeV como uma função da variável de Bjorken do núcleo.

EMC e sombreamento, com a parametrização EKS apresentando valores menores do que a nDS para a razão. As parametrizações são consideradas em ordem dominante, uma vez que o formalismo utilizado aqui considera apenas diagramas LO, sem cálculos em ordens maiores. Na verdade, a seção de choque de dipolo pode carregar alguma informação com relação a contribuições de mais altas ordens, informações estas que já estão incluídas na parametrização fenomenológica para a seção de choque de dipolo, no caso estudado aqui, a parametrização GBW [87, 88].

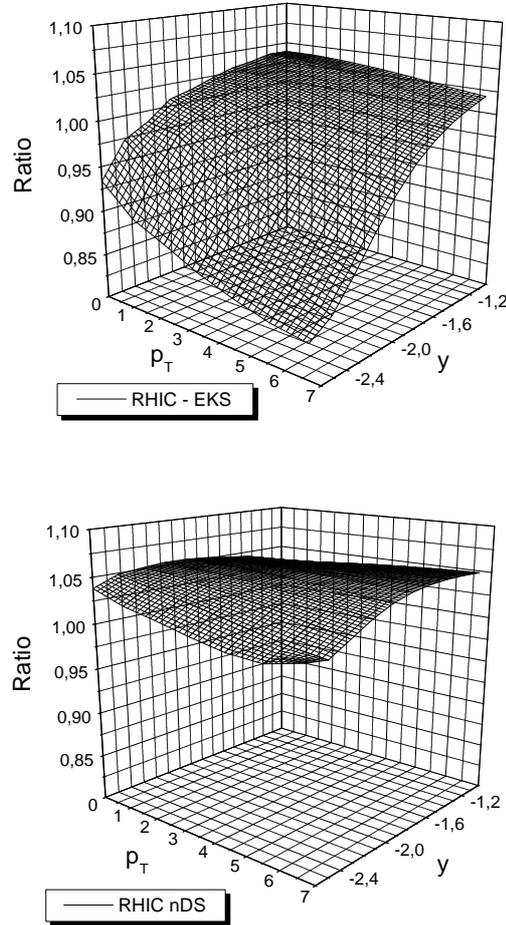
Na próxima seção, os resultados para a produção de dileptons na região de rapidez negativa serão explorados, considerando ambas parametrizações para a distribuição partônica nuclear, apresentadas nesta seção.

## 4.8 Resultados para Rapidez negativa

Os resultados para as distribuições de rapidez e momentum transverso para dileptons com massa  $M = 6$  GeV produzidos em RHIC ( $\sqrt{s} = 200$  GeV) e LHC ( $\sqrt{s} = 8.8$  TeV) na região de rapidez negativa serão apresentados e discutidos.

A razão  $R_{pA}$  foi calculada para energias de RHIC e LHC, e nas Figs. 4.10 e 4.11 os resultados são apresentados em gráficos 3D considerando as distribuições em rapidez e  $p_T$ , levando em conta os resultados das parametrizações EKS e nDS. O comportamento da razão  $R_{pA}$  reflete a dependência em  $x_2$  da razão  $F_2^A/F_2^p$ , apresentada na Fig. 4.9.

Para energias de RHIC verifica-se uma fraca dependência da razão com o momentum

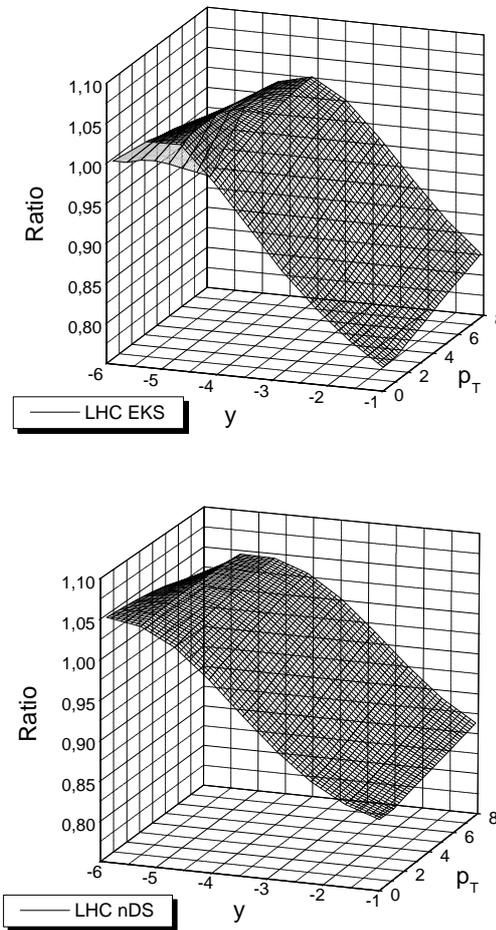


**Fig. 4.10:** Razão  $R_{pA}$  para energias de RHIC considerando as parametrizações EKS e nDS.

transverso, e em geral a razão atinge valores menores para grande  $p_T$ , sendo mais evidente com a parametrização EKS. Considerando o espectro em rapidez, a parametrização EKS prediz uma grande supressão da razão para rapidez negativa e grande  $p_T$ , em comparação com o quase plano comportamento apresentado para a dependência em rapidez da parametrização nDS.

Para explicar estes resultados se faz necessário determinar a região de  $x_2$  que está sendo explorada nos espectros em rapidez e  $p_T$  para energias de RHIC. Considerando rapidez entre -1 e -2.6, e  $p_T$  de 1 a 7 GeV,  $x_2$  fica com valores entre 0.08 e 0.5 respectivamente, sendo que para rapidez mais negativa, pártons com valores cada vez maiores de  $x_2$  estão participando da interação. Os efeitos nucleares que aparecem na função de estrutura nuclear  $F_2^A$  na região de  $x_2$  provada em RHIC são principalmente devido ao efeito EMC (redução da

razão  $R_{F_2}^A$  a medida que  $x_2$  aumenta, veja Fig. 4.9), o que provoca a redução da razão  $R_{pA}$  para valores menores de rapidez na Fig. 4.10. Considerando o espectro em  $p_T$ ,  $x_2$  aumenta com  $p_T$ , e como a região provada aqui está relacionada com o efeito EMC, o resultado é uma redução da razão  $R_{pA}$  a medida que  $p_T$  aumenta. A grande supressão da razão  $R_{pA}$  obtida pela parametrização EKS em comparação com a obtida com a parametrização nDS na Fig. 4.10 é uma conseqüência da grande diferença nas predições da razão  $R_{F_2}^A$  obtidas pelas parametrizações na região do efeito EMC.



**Fig. 4.11:** Razão  $R_{pA}$  para energias de LHC considerando as parametrizações EKS e nDS.

Para energias de LHC (Fig. 4.11) o espectro em rapidez apresenta um pico para valores intermediários de rapidez, o qual é mais pronunciado na predição com a parametrização EKS em comparação com a nDS. A dependência em  $p_T$  apresenta dois comportamentos distintos: para rapidez muito negativa a razão  $R_{pA}$  decresce a medida que  $p_T$  aumenta, e

para rapidez mais central, a razão aumenta com  $p_T$ .

Para LHC, rapidez de -1 a -6, e  $p_T$  entre 1 e 7 GeV,  $x_2$  adquire valores entre 0.002 e 0.3, respectivamente. Aqui verifica-se que não apenas a região de grande  $x$  está sendo provada, mas a região de pequeno  $x$  é atingida na investigação. O intervalo de  $x_2$  provado em LHC implica que os efeitos de sombreamento e antisombreamento estão presentes no processo. O pico na região de rapidez intermediária está relacionado ao efeito de antisombreamento, e a supressão na região de rapidez um pouco mais central está relacionada ao efeito de sombreamento. O espectro em  $p_T$  é um pouco mais complexo por apresentar dois comportamentos distintos. Para a região de rapidez mais negativa a razão  $R_{pA}$  é reduzida para grande  $p_T$  ( $x_2$  está na região de antisombreamento, próximo à região do efeito EMC). Para rapidez mais central, a razão aumenta para grande  $p_T$ , uma vez que  $x_2$  está na região de sombreamento, portanto, pequeno  $x_2$ .

Comparando as previsões da parametrizações EKS e nDS, na Fig. 4.9 verifica-se que a parametrização EKS prediz um maior efeito de antisombreamento, o que explica os resultados encontrados aqui para a razão  $R_{pA}$  nas energias de LHC (Fig 4.11). Nosso resultados para energias de LHC mostram que dileptons carregam informações dos regimes de grande e pequeno  $x$  do sistema nuclear, e distintos efeitos nucleares são verificados nos espectros de rapidez em  $p_T$  para a produção de dileptons na região de rapidez negativa, para energias de RHIC e LHC, dependendo da região de  $x$  que está envolvida no processo.

## 4.9 Conclusões

Antes de apresentar as conclusões, convém salientar que a investigação na região de rapidez positiva foi realizada considerando energias de RHIC no valor  $\sqrt{s} = 500$  GeV, enquanto para rapidez negativa, todo o estudo foi realizado considerando  $\sqrt{s} = 200$  GeV. Isto foi feito desta forma, pelo fato de investigarmos a rapidez positiva, neste capítulo, em colisões próton-próton (onde esperava-se energia máxima de RHIC de  $\sqrt{s} = 500$  GeV), enquanto a rapidez negativa, foi analisada em colisões próton-núcleo (experimentos realizados no acelerador RHIC com energia  $\sqrt{s} = 200$  GeV). Entretanto, considerando-se energias reais de RHIC ( $\sqrt{s} = 200$  GeV), apenas a magnitude dos efeitos são modificadas nos resultados de colisões próton-próton para rapidez positiva.

Neste capítulo, na região de rapidez positiva, investigamos em detalhes a distribuição de momentum transversal dos dileptons Drell-Yan no formalismo de dipolos de cor, e demonstramos analiticamente que o formalismo de dipolos reproduz corretamente o modelo partônico em próxima ordem dominante num limite apropriado, a saber, para regiões de grande  $p_T$ . Em contraste à seção de choque integrada em  $p_T$ , a distribuição  $p_T$  DY abre uma janela cinemática onde dipolos com grande separação contribuem para a seção de choque.

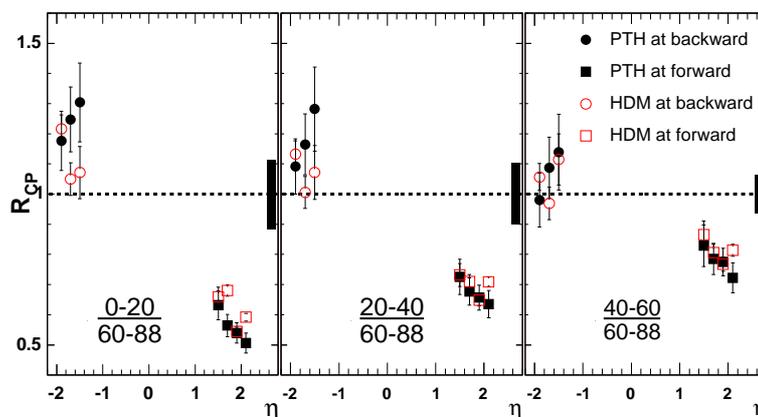
Isto pode ser verificado pelo estudo da função peso associada com as funções de onda do cone de luz para o processo para diferentes valores de  $p_T$ . Dipolos com grande separação têm sua maior contribuição para  $p_T = 0$ . Uma característica importante do formalismo de dipolos é a finita e bem comportada distribuição de momentum transverso para  $p_T \rightarrow 0$ , num cálculo em ordem dominante.

A principal motivação na utilização do formalismo de dipolos, é que este propicia um referencial natural para a descrição dos efeitos de unitariedade, que não são considerados pelo modelo partônico convencional. Correções de unitariedade foram implementadas na seção de choque de dipolo, usando o formalismo GM [13, 14]. Em adição, foi realizada uma comparação com o modelo de saturação melhorado para a seção de choque de dipolos [89]. Em geral, as correções de unitariedade produzem uma redução na seção de choque diferencial, principalmente para grande  $p_T$ . Para energias de LHC, as correções são significativas e não podem ser reproduzidas apenas pela utilização de parametrizações mais recentes para a distribuição de glúons.

Com a intenção de utilizar o formalismo de dipolos para baixas energias, uma contribuição de Reggeon foi introduzida na seção de choque de dipolo. Esta parte Reggeon é proporcional ao conteúdo de valência do alvo, e para altas energias, i.e. RHIC e LHC, ela é desprezível, mas importante para se obter uma boa descrição dos resultados experimentais do CERN ISR [54].

No que se refere à região de rapidez negativa, o fator de modificação nuclear  $R_{pA}$  para a produção de dileptons foi investigado para os espectro de  $p_T$  e rapidez no formalismo de dipolos para energias de RHIC e LHC. Verificamos uma grande dependência do fator de modificação nuclear com os efeitos nucleares na região cinemática investigada. Os resultados apresentados nesta seção são fortemente dependentes da razão de função de estrutura nuclear  $R_{F_2}^A$  e sua dependência na variável de Bjorken  $x$ . Não temos uma investigação experimental da produção de dileptons na região cinemática de rapidez negativa, entretanto, a produção de hádrons foi investigada nesta região cinemática pela colaboração PHENIX no RHIC [144]. Em princípio os resultados apresentam um aumento no fator de modificação nuclear  $R_{pA}$  para  $1.5 < p_T < 4.0$  (Fig. 4.12), entretanto, ainda devemos ser cautelosos, tendo em vista o grande erro experimental existente, bem como a discrepância entre os diferentes métodos utilizados na obtenção dos resultados. Estes resultados serão melhor analisados no próximo capítulo, onde realizamos uma comparação entre rapidez positiva e negativa e comparamos os resultados obtidos para dileptons com os resultados experimentais para hádrons.

Os resultados apresentados neste capítulo para dileptons indicam que o aumento da razão  $R_{pA}$  para hádrons devem ser principalmente devidos a efeitos de estado final, uma vez que efeitos de estado inicial, investigados neste capítulo não provocam um crescimento tão acentuado da razão na região de rapidez negativa. Além disso, dileptons na região de



**Fig. 4.12:** Resultados experimentais para a fator de modificação nuclear para hádrons em energia de RHIC [144].

rapidez negativa mostra-se um observável adequado para se entender e quantificar efeitos nucleares para grande e pequeno  $x$ . Adicionalmente a estes fatores, a dependência da razão  $R_{pA}$  com o momentum transversal é fortemente modificada para as energias de RHIC, se a região de rapidez positiva e negativa são comparadas, devido aos distintos valores de  $x$  que são provadas nestas regiões cinemáticas.

## Capítulo 5

# Produção de Dileptons no Condensado de Vidros de Cor

Neste capítulo a produção de dileptons é investigada em colisões próton núcleo na região de rapidez positiva (forward) utilizando o formalismo do Condensado de Vidros de Cor. A distribuição de momentum transverso, mais precisamente a região de pequeno  $p_T$  onde espera-se que os efeitos de saturação sejam evidenciados, é investigada. A razão entre seção de choque diferencial próton-núcleo e próton-próton para energia de RHIC e LHC é calculada, mostrando os efeitos de saturação para pequeno  $p_T$ , e apresentando uma supressão do pico de Cronin para valores moderados de  $p_T$ . Estas características indicam os dileptons como a prova mais adequada para se estudar o regime saturado bem como as propriedades do efeito Cronin.

Este capítulo está baseado nos trabalhos que constam desta tese, Refs. [145, 146, 147].

## 5.1 Produção de dileptons no formalismo CGC

A altas energias, a produção de dileptons em colisões hadrônicas ocorre principalmente através de bremsstrahlung de um fóton virtual com momentum  $\mathbf{p}$  decaindo num par de léptons massivos, o que pode ocorrer antes e depois da interação do quark (momentum  $\mathbf{k}$ ) com o campo gluônico denso e saturado (momentum  $\mathbf{q}$ ) do alvo, no caso em questão, o núcleo. Consideramos diagramas onde a emissão do fóton pode ocorrer antes ou depois da interação com o núcleo, uma vez diagramas onde ocorre emissão antes e depois da interação podem ser desconsiderados [105], como já mostrado no capítulo 3, seção 3.5.2 desta tese. Desta forma, a produção de dileptons pode ser representada na Fig. 5.1 [106, 129, 118, 119],

Considerando os diagramas representados na Fig. 5.1, a seção de choque diferencial para a produção de dileptons no formalismo do CGC, para um quark colinear ( $k_T = 0$ ), é escrita

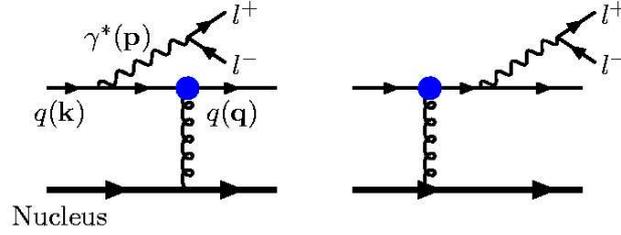


Fig. 5.1: Produção de dileptons no CGC.

como [106],

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{incl}^{qA \rightarrow ql^+l^-X}}{dzd^2p_T d \log M^2} &= \pi R_A^2 f_q^2 \frac{2\alpha_{em}^2}{3\pi} \int \frac{d^2l_T}{(2\pi)^4} C(l_T) \left\{ \left[ \frac{1 + (1-z)^2}{z} \right] \right. \\ &\times \frac{z^2 l_T^2}{[p_T^2 + M^2(1-z)][(p_T - zl_T)^2 + M^2(1-z)]} \\ &\left. - z(1-z)M^2 \left[ \frac{1}{[p_T^2 + M^2(1-z)]} - \frac{1}{[(p_T - zl_T)^2 + M^2(1-z)]} \right]^2 \right\} \end{aligned} \quad (5.1)$$

onde  $f_q$  representa a fração da carga do elétron portada pelo quark  $q$ . A carga do quark ao quadrado é  $e_q^2 = f_q^2 e^2$  e a carga  $e^2$  de  $e_q^2$  foi incorporada no  $\alpha_{em}$  na expressão.  $R_A$  é o raio nuclear,  $z \equiv p^-/k^-$  é a fração de energia do próton carregada pelo fóton,  $l_T = q_T + p_T$  é o momentum transversal total transferido entre o núcleo e o quark. A função  $C(l_T)$  é a correlação entre os campos de cor e definida por [97],

$$C(l_T) \equiv \int d^2x_\perp e^{il_T \cdot x_\perp} \langle U(0)U^\dagger(x_\perp) \rangle_\rho, \quad (5.2)$$

com o termo com média  $\langle \rangle$  representando a média sobre todas as configurações da fonte de cargas de cor no núcleo.  $U(x_\perp)$  é a matriz na representação fundamental  $SU(N)$  que representa a interação do quark com o campo de cor denso e saturado (CGC). A função de correlação considera que a emissão nos dois diagramas que contribuem para a seção de choque diferencial ocorrem em posições transversas diferentes, e toda informação sobre a natureza do meio atravessado pelo quark está contida na função  $C(l_T)$ . Em particular, esta função determina a dependência na escala de saturação  $Q_s$  (e na energia).

Com a intenção de obter uma seção de choque hadrônica, a validade da fatorização colinear na região de fragmentação do próton (rapidez positiva - forward) é assumida [106, 148] e na expressão Eq. (5.1) convoluimos a função de distribuição partônica no próton (como estamos interessados em colisões próton-núcleo utilizamos a do próton) é realizada

[129, 150] e a seção de choque pode ser escrita como,

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma^{pA \rightarrow ql^+l^-X}}{dp_T^2 dM dy} &= \frac{4\pi^2}{M} R_A^2 \frac{\alpha_{em}^2}{3\pi} \\ &\times \int \frac{dl_T}{(2\pi)^3} l_T W(p_T, l_T, x_1) C(l_T, x_2, A), \end{aligned} \quad (5.3)$$

onde  $y$  é a rapidez, e  $x_1$  e  $x_2$  são as frações de momentum carregadas do próton pelos quarks, e do núcleo pelo campo gluônico, respectivamente. A expressão (5.3) é válida na região de rapidez positiva (forward - significa também  $x_F$  positivo, onde  $x_F = x_1 - x_2$ ). As variáveis  $x_1$  e  $x_2$  são definidas por

$$x_{(\pm)} = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{x_F + 4 \frac{M_T^2}{s}} (\pm) x_F \right\}, \quad (5.4)$$

ou

$$x_{(\pm)} = \sqrt{\frac{M_T^2}{s}} e^{\pm y}, \quad (5.5)$$

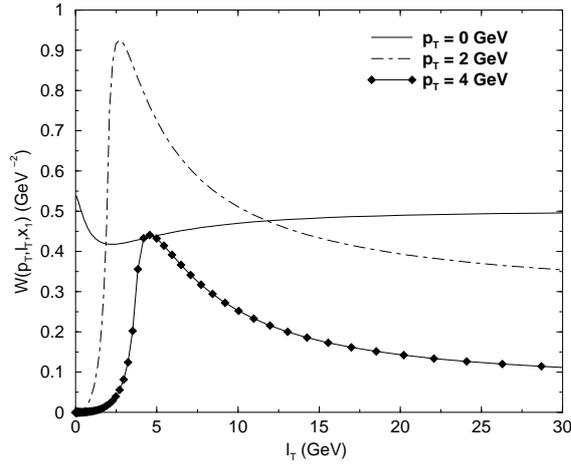
onde  $M_T^2 = M^2 + p_T^2$  é a massa transversa quadrada e  $s$  é a energia quadrada de centro de momentum. Aqui, utilizando a função de estrutura  $F_2(x, M^2) = \sum_i e_{q_i}^2 x [q_i(x, M^2) + \bar{q}_i(x, M^2)]$ , a função peso  $W(p_T, l_T, x_1)$  pode ser escrita como,

$$\begin{aligned} W(p_T, l_T, x_1) &= \int_{x_1}^1 dz z F_2(x_1/z, M^2) \\ &\times \left\{ \frac{(1 + (1-z)^2) z^2 l_T^2}{[p_T^2 + M^2(1-z)][(p_T - z l_T)^2 + M^2(1-z)]} \right. \\ &- z(1-z) M^2 \left[ \frac{1}{[p_T^2 + M^2(1-z)]} \right. \\ &\left. \left. - \frac{1}{[(p_T - z l_T)^2 + M^2(1-z)]} \right]^2 \right\}. \end{aligned} \quad (5.6)$$

Nos cálculos aqui apresentados, a parametrização CTEQ6L [38] foi utilizada para a função de estrutura, e a massa do par de léptons nos fornece a escala para a distribuição de quarks do projétil. A função  $W(p_T, l_T, x_1)$  desempenha o papel de uma função peso, selecionando as regiões de dominância em  $l_T$  contribuindo para a seção de choque.

Na Eq.(5.3) a função de correlação aparece com uma dependência em energia (dependência em  $x_2$ ), a qual não está incluída no modelo original de McLerran-Venugopalan. Nós incluímos tal dependência na função de correlação através da escala de saturação, como realizado na Ref. [99], com a intenção de investigar os efeitos da evolução em  $x$  no espectro de momentum transverso dos dileptons, uma vez que a escala de saturação depende da

energia envolvida no processo [149]. A dependência em  $x$  é parametrizada, neste trabalho, através da forma proposta por Golec-Biernat e Wüsthoff (GBW) [87, 88] ( $Q_s^2 = (x_0/x)^\lambda$ ), com os parâmetros para a escala de saturação extraídos das parametrizações GBW [87, 88] e CGCfit [90], as quais foram discutidas no capítulo 2 deste trabalho.



**Fig. 5.2:** Função peso para massa do par de lépton  $M = 3$  GeV e rapidez  $y = 2.2$  em função de  $l_T$ .

Na Fig. 5.2, apresentamos a função peso considerando massa do par de léptons  $M = 3$  GeV, na região de rapidez positiva ( $y = 2.2$ ), considerando energia de centro de massa  $\sqrt{s} = 350$  GeV (RHIC). Cabe salientar que utilizamos esta energia, por ser a máxima energia projetada para o acelerador RHIC em colisões próton-núcleo, e posteriormente justificamos mais especificamente este valor, quando da análise dos resultados obtidos. Apresentamos resultados para três valores distintos de momentum transversal  $p_T$ , onde um pico em  $l_T \approx p_T$  e uma supressão para  $l_T < p_T$  são verificados. Além disso, verificamos que grandes valores de  $p_T$  provocam uma redução na normalização da função peso para grandes valores de  $l_T$ , quando comparados com a normalização em  $p_T = 0$  GeV. Este comportamento da função peso com  $p_T$  é essencial para determinar a forma do espectro de momentum transversal dos dileptons. Como veremos na Seção 5.3, a distribuição em  $p_T$  é suprimida para grande  $p_T$ .

Todos os efeitos de alta densidade no núcleo estão incluídos na função de correlação de campos de cor. É bem determinado que os efeitos de saturação, presentes na função de correlação, aparecem abaixo da escala de saturação, portanto, na região de pequeno  $l_T$  (Na próxima seção poderemos verificar este comportamento na Fig. 5.3). Tal comportamento determina que apenas na região de pequeno  $p_T$  os efeitos de saturação inclusos na função  $C(l_T, x, A)$  podem ser mensuráveis, uma vez que a função peso seleciona os valores de  $l_T$  maiores que  $p_T$ .

Para realizar análises quantitativas para a produção de dileptons, a função de correlação  $C(l_T, x, A)$  necessita ser determinada. Esta função desempenha um papel fundamental no formalismo do Condensado de Vidros de Cor e comparando com o formalismo de dipolos, ela está relacionada com a seção de choque de dipolo. Na verdade, a função  $C(l_T, x_2, A)$  está relacionada com a transformada de Fourier da seção de choque de dipolo, e será discutida em detalhes na próxima seção deste trabalho, onde alguns modelos fenomenológicos para a função de correlação serão discutidos.

## 5.2 A correlação de campos de cor $C(l_T, x, A)$

A função  $C(l_T)$  é uma quantidade fundamental no formalismo CGC, uma vez que contém todas informações dos efeitos de altas densidade no núcleo. Ela pode ser relacionada com a transformada de Fourier (TF) da seção de choque de dipolo da seguinte forma [92, 89, 151],

$$C(l_T) = \frac{1}{\sigma_0} \int d^2x_\perp e^{il_T \cdot x_\perp} [\sigma_{dip}(x_\perp \rightarrow \infty) - \sigma_{dip}(x_\perp)], \quad (5.7)$$

onde  $\sigma_0$  é a normalização da seção de choque de dipolo na região de saturação ( $x_\perp \rightarrow \infty$ ). Utilizando o modelo GBW para a seção de choque de dipolo [87, 88]

$$\sigma_{dip}(x_\perp, x) = \sigma_0 [1 - \exp(-Q_s^2(x)x_\perp^2/4)]$$

a função de correlação pode ser escrita como [92, 151],

$$C(l_T, x, A)_{GBW} = \frac{4\pi}{Q_s^2(x, A)} e^{-\frac{l_T^2}{Q_s^2(x, A)}}, \quad (5.8)$$

onde uma simples dependência em energia  $x$  e número atômico  $A$  foram considerados na escala de saturação. Especificamente, a escala de saturação nuclear foi parametrizada como  $Q_s^2(x, A) = A^{1/3}Q_s^2(x)$  com  $Q_s^2(x)$  sendo a escala de saturação do próton dada na forma proposta por GBW  $Q_s^2 = (x_0/x)^\lambda \text{ GeV}^2$  [87, 88], onde os parâmetros  $x_0 = 3.10^{-4}$  e  $\lambda = 0.288$  foram extraídos do procedimento de ajuste realizado [87, 88]. Este "ansatz" para a dependência nuclear da escala de saturação foi estudado na Ref. [152] utilizando-se dados de espalhamento elétron-núcleo, e verificou-se ser uma aproximação razoável quando grandes núcleos e energias moderadas são consideradas.

Entretanto, a TF da GBW não descreve o comportamento perturbativo para grande  $l_T$ , uma vez que este apresenta uma dependência exponencial para grande  $l_T$  em contraste ao esperado  $1/l_T^4$ , como podemos verificar no gráfico reduzido na Fig. 5.3.

Utilizando agora o modelo McLerran-Venugopalan (MV), a função  $C(l_T)$  não apresenta dependência em energia e pode ser calculada considerando a seção de choque de dipolo MV

[92],

$$\sigma_{dipole}(r_{\perp}) = \pi R^2 \left[ 1 - e \left( -\frac{Q_s^2}{\pi} \int \frac{dp}{p^3} (1 - J_0(pr_{\perp})) \right) \right]. \quad (5.9)$$

A transformada de Fourier pode ser computada numericamente na forma [97],

$$C(l_T)_{MV} \equiv \int d^2x_{\perp} e^{il_T \cdot x_{\perp}} e^{-\frac{Q_s^2}{\pi} \int \frac{dp}{p^3} (1 - J_0(px_{\perp}))}, \quad (5.10)$$

onde o valor de  $Q_s^2$  é fixo. Como já salientado não se verifica uma evolução em energia no modelo MV. Seguindo a Eq. 5.10, propomos a introdução de uma dependência em energia e núcleo através da escala de saturação na forma,

$$C_{MV_{mod}}(l_T, x, A) = \int d^2x_{\perp} e^{il_T \cdot x_{\perp}} e^{-\frac{Q_s^2(x, A)}{\pi} \int \frac{dp}{p^3} (1 - J_0(px_{\perp}))}. \quad (5.11)$$

A escala de saturação nuclear é parametrizada na forma apresentada previamente, onde a dependência em  $x$  na saturação de escala  $Q_s^2(x)$  é introduzida tomando os parâmetros do modelo GBW [87, 88], ou da seção de choque de dipolo baseada no formalismo CGC [90]. Neste momentum é interessante salientar que num trabalho recente [99], o efeito Cronin foi estudado no modelo MV, e a mesma dependência em energia para a escala de saturação foi utilizada. No referido trabalho o formalismo CGC foi utilizado para descrever os resultados experimentais do Broad Range Hadron Magnetic Spectrometer (BRAHMS) e verificou-se um grande dependência da forma de como considerar a correlação entre os campos de cor, mais precisamente, como calcular a função de correlação  $C(l_T)$ , ou seja,  $\langle U^{\dagger}(0)U(x_{\perp}) \rangle$ . Quando uma correlação Gaussiana local foi utilizada, obtém-se uma discordância da teoria com os resultados experimentais. Esta discordância mostra que a dinâmica do CGC é um assunto que necessita ser melhor explorado. Na mesma referência [99] uma correlação Gaussiana não-local foi aplicada e uma boa descrição dos efeitos de pequeno e grande  $p_T$  foi verificada. Este efeito é uma das principais motivações deste trabalho, pois estamos procurando investigar a dinâmica correta para utilizar o formalismo do CGC. Neste trabalho vamos investigar o efeito de adotar uma correlação Gaussiana local e não-local na descrição da distribuição de momentum transversal dos dileptons.

No limite de grande  $l_T$  ( $l_T \gg Q_s$ ), a função de correlação deve reobter o comportamento perturbativo ( $1/l_T^4$ ), e utilizando o modelo de MV, a função de correlação pode ser expandida e escrita numa expressão analítica simples [97],

$$C_{MV_{mod}}(l_T, x, A)|_{l_T \gg Q_s} = 2 \frac{Q_s^2(x, A)}{l_T^4} \times \left( 1 + \frac{4Q_s^2(x, A)}{\pi l_T^2} \left[ \ln \left( \frac{l_T}{\Lambda_{QCD}} \right) - 1 \right] \right), \quad (5.12)$$

A qual enfatiza os grandes efeitos de saturação na região de pequeno  $l_T$ , como na Fig. (5.3).

Em recente trabalho, Ref. [90], a função de estrutura  $F_2(x, Q^2)$  para  $x < 10^{-2}$  e  $0.045 \leq Q^2 \leq 45 \text{ GeV}^2$ , foi analisada no formalismo de dipolos, levando em conta uma expressão para a seção de choque de dipolo baseada no Formalismo de Condensado de Vidros de Cor, que interpola solução BFKL para  $r \ll 1/Q_s(x)$  e o comportamento saturado para  $r \gg 1/Q_s(x)$ , onde a amplitude espalhamento satura em um. A seção de choque de dipolo parametrizada pode ser escrita como  $\sigma_{dip}(x, r) = 2\pi R^2 \mathcal{N}(rQ_s, x)$  com [90],

$$\begin{aligned} \mathcal{N}(rQ_s, Y) &= \mathcal{N}_0 \left( \frac{rQ_s}{2} \right)^{2\left(\gamma_s + \frac{\ln(2/rQ_s)}{\kappa\lambda Y}\right)} & \text{to } rQ_s \leq 2 \\ \mathcal{N}(rQ_s, Y) &= 1 - e^{-a \ln^2(brQ_s)} & \text{to } rQ_s \geq 2, \end{aligned} \quad (5.13)$$

onde  $Y = \ln(1/x)$ . Existem cinco parâmetros livres: o raio do próton  $R$ , o valor  $x_0$  de  $x$  no qual a escala de saturação atinge valor igual a 1, e o parâmetro que controla a dependência em energia da escala de saturação  $\lambda$ . Os parâmetros  $a$  e  $b$  são determinados de maneira a garantir que  $\mathcal{N}$  seja contínua em  $rQ_s = 2$  (pelo menos até primeira derivada). A partir do ajuste aos dados de HERA para função de estrutura  $F_2(x, Q^2)$  verifica-se que os parâmetros apresentam uma dependência na massa dos quarks  $m_q$ .

Seguindo esta seção de choque de dipolo, construímos uma função  $C(l_T, x_2, A)$  com base na Eq. (5.7), que será denominada CGCfit, e obtemos a seguinte expressão,

$$\begin{aligned} C(l_T, x, A)_{CGC} &= 2\pi \left( \int_0^{2/Q_s} r dr J_0(l_T r) \left( 1 - \mathcal{N}_0 \exp \left\{ 2 \ln \left( \frac{rQ_s}{2} \right) \left[ \gamma_s + \frac{\ln(2/rQ_s)}{\kappa\lambda \ln 1/x} \right] \right\} \right) \right. \\ &+ \left. \int_{2/Q_s}^{\infty} r dr J_0(l_T r) e^{-a \ln^2(brQ_s)} \right). \end{aligned} \quad (5.14)$$

As dependências em energia e núcleo atômico são introduzidas na forma previamente discutida  $Q_s^2(x, A) = A^{1/3} \left( \frac{x_0}{x} \right)^\lambda \text{ GeV}^2$ .

Considerando os dois modelos para a seção de choque de dipolo (GBW e CGCfit) existe um conjunto de parâmetros que determinam a escala de saturação, onde os parâmetros utilizados neste trabalho estão apresentados na Tab. 5.1 (o conjunto de parâmetros é identificado como fit1, fit2 e fit3), onde o valor da escala de saturação foi calculado para o átomo de ouro (massa atômica  $A = 197$ ) para  $x = 10^{-3}$ . É verificado que os parâmetros do CGC fit geram um valor menor para a escala de saturação, e esta propriedade pode trazer conseqüências para a produção de dileptons. O raio do núcleo é obtido a partir da parametrização Woods-Saxon na forma  $R_A = 1.2A^{1/3} fm$ , enquanto o raio do próton é retirado de valores obtidos nos procedimentos de ajuste, e apresentados na tabela 5.1.

Na figura 5.3 a função  $C(l_T, x_2, A)$  é mostrada para os modelos discutidos neste trabalho e verificamos os significativos efeitos de saturação para pequeno  $l_T$  quando comparados às funções obtidas com GBW e CGCfit com o comportamento assintótico da função de correlação. Neste ponto é interessante enfatizar algumas propriedades da função  $C(l_T, x_2, A)$

Parameter	GBW (fit1)	CGC fit $m_q = 10$ MeV (fit2)	CGC fit $m_q = 140$ MeV (fit3)
$x_0$	$3 \times 10^{-4}$	$1.06 \times 10^{-4}$	$0.267 \times 10^{-4}$
$\lambda$	0.288	0.285	0.253
$Q_s^2 (x = 10^{-3}, A = 197)$	4.114 GeV <sup>2</sup>	3.069 GeV <sup>2</sup>	2.327 GeV <sup>2</sup>
$R_p$ (Raio do próton)	0.6055 fm	0.566 fm	0.641 fm

**Tab. 5.1:** *Parâmetros para determinar a escala de saturação das parametrizações GBW e CGCfit.*

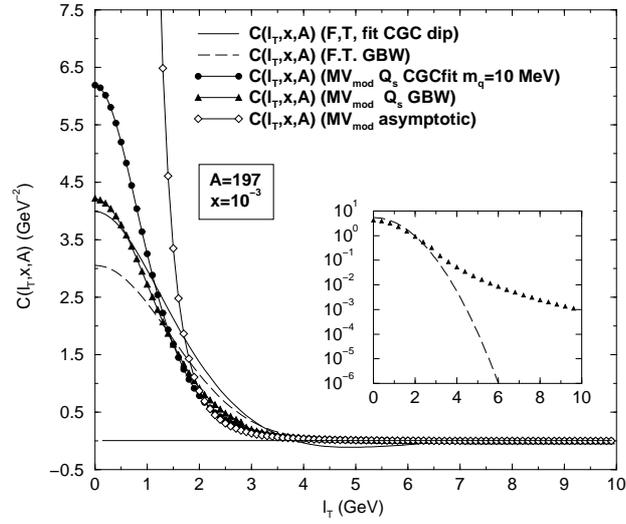
extraída da transformada de Fourier da seção de choque de dipolo GBW e CGCfit. Considerando a transformada de Fourier da GBW (linha tracejada) a função  $C(l_T, x_2, A)_{GBW}$  depende de  $l_T$  na forma  $e^{-l_T^2}$  e é suprimida para grande  $l_T$  (como é mostrado no gráfico reduzido dentro da Fig. (5.3)). Este resultado provoca uma supressão não realística de observáveis para grande  $p_T$ , como já salientado nas Refs. [92, 151]. Observando-se a parametrização CGCfit (linha sólida), a função  $C(l_T, x_2, A)$  apresenta valores negativos para moderado  $l_T$ , e este comportamento pode ser resultado da continuidade da referida seção de choque de dipolo apenas até a primeira derivada, ou por aproximações na construção do modelo [90]. Tendo considerado todos estes aspectos, a função  $C(l_T, x_2, A)$ , baseada no modelo McLerran-Venugopalan, incluindo uma dependência em energia e massa atômica (considerando o núcleo de ouro) na escala de saturação, será o modelo utilizado para se investigar a produção de dileptons. Os parâmetros para a escala de saturação são tomados dos ajustes fit1 (linha-triângulo-cima) e fit2 (linha-círculo) e verificamos na Fig. 5.3 que o valor da escala de saturação produz uma pequena diferença no função de correlação no  $MV_{mod}$  para pequeno  $l_T$ .

A função de correlação é suprimida para grande  $l_T$ , e a função peso suprime valores de  $l_T$  menores que  $p_T$ . O comportamento da seção de choque vem do produto destas duas quantidades. Portanto, dileptons com pequeno  $p_T$  são a contribuição dominante para a seção de choque e são uma prova física para o CGC e por conseqüência, dos modelos da função de correlação de campos de cor, pois carregam informações de regiões abaixo da escala de saturação, e não tem a seção de choque suprimida pela função peso.

A função de correlação apresentada até aqui no modelo MV é obtida a partir de uma função Gaussiana local para a função  $W_{\Lambda^+}[\rho]$ . Sabemos que a função de correlação é definida por

$$C(l_T) \equiv \int d^2x_{\perp} e^{il_T \cdot x_{\perp}} \langle U(0)U^{\dagger}(x_{\perp}) \rangle_{\rho}, \quad (5.15)$$

e a Gaussiana local entra no cálculo do termo com média  $\langle U(0)U^{\dagger}(x_{\perp}) \rangle_{\rho}$ . A utilização de



**Fig. 5.3:** Função de correlação  $C(l_T, x, A)$  como uma função de  $l_T$ .

uma função Gaussiana não-local modifica a função de correlação de tal forma que esta é escrita como [98, 99]

$$C(l_T, x, A) \equiv \int d^2 x_{\perp} e^{il_T \cdot x_{\perp}} e^{\chi(x, x_{\perp}, A)}, \quad (5.16)$$

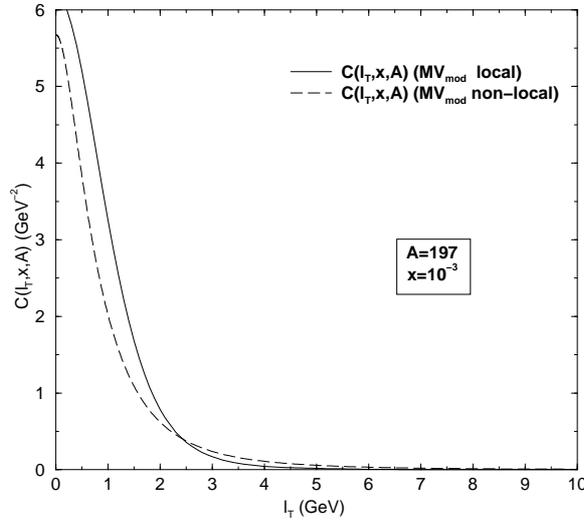
com

$$\begin{aligned} \chi(x, x_{\perp}, A) &\equiv -\frac{2}{\gamma c} \int \frac{dp}{p} (1 - J_0(x_{\perp} p)) \\ &\times \ln \left( 1 + \left( \frac{Q_s^2(x, A)}{p^2} \right)^{\gamma} \right), \end{aligned} \quad (5.17)$$

onde  $\gamma$  é a dimensão anômala ( $\gamma \approx 0.64$  para BFKL) e  $c \approx 4.84$  [98, 99]. Esta função de correlação não local é apresentada na Fig. 5.4 em contraste com a correlação obtida com funcional peso Gaussiana local.

O efeito físico de considerar uma função peso Gaussiana não-local é que as fontes de glúons não estão mais restritas apenas às correlações locais [99]. Isto implica também numa redução mais drástica da densidade de glúons, como indica a maior supressão para pequeno  $l_T$  na Fig. 5.4, onde a linha sólida representa a função de correlação Gaussiana local e a linha tracejada longa representa a função de correlação com Gaussiana não-local. O efeito da utilização de uma Gaussiana local ou não-local na distribuição  $p_T$  dos dileptons será discutido na próxima seção, quando a razão  $R_{pA}$  for definida e investigada.

Tendo apresentado todos os aspectos fundamentais para desenvolver o cálculo da distribuição de momentum transversal para os dileptons no formalismo do Condensado de Vidros de Cor, apresentaremos na próxima seção as previsões numéricas utilizando este formalismo e também apresentamos a discussão dos resultados.



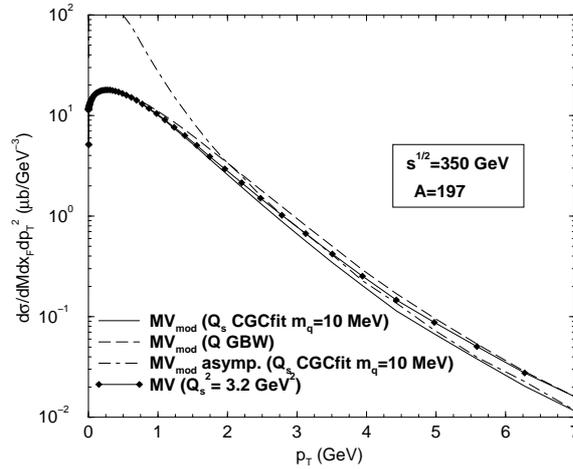
**Fig. 5.4:** Função de correlação de campos de cor com funcional peso Gaussiana local e não-local.

### 5.3 A distribuição de Momentum Transverso e o efeito Cronin

No que segue, a distribuição de momentum transverso bem como a distribuição em rapidez serão analisadas e discutidas utilizando o Condensado de Vidros de Cor. Como o objetivo principal nesta etapa do trabalho, é investigar o efeito de uma Gaussiana local ou não-local na produção de dileptons, e não a de realizar previsões para a produção de dileptons nos colisores, vamos considerar colisões com a máxima energia projetada para os aceleradores em processos  $pA$ ; RHIC com  $\sqrt{s} = 350$  GeV e LHC com  $\sqrt{s} = 8.8$  TeV. Vamos analisar a região de fragmentação do próton, ou seja, valores positivos de rapidez (ou  $x_F$ ). Os cálculos são realizados para valores fixos da massa do par de léptons  $M = 3$  GeV e  $M = 6$  GeV. Vamos utilizar a função  $C(l_T, x_2)$  baseada no modelo de McLerran-Venugopalan, com uma dependência em  $x$  através da escala de saturação, tomando os parâmetros para esta escala dos procedimentos de ajuste aos resultados experimentais de HERA, procedimento GBW (fit1) [87, 88] e procedimento CGCfit (fit2) [90]. Para que possamos comparar, vamos calcular o espectro de momentum transverso, fixando o valor da escala de saturação, como no modelo original MV.

Na Fig. 5.5 apresentamos a distribuição de momentum transverso para RHIC em colisões  $pA$  para pares de léptons com massa  $M = 3$  GeV e com rapidez  $y = 2.2$ . Utilizamos a parametrização CTEQ6L [38] para a função de estrutura do próton. A linha sólida é o cálculo com o modelo McLerran-Venugopalan, com uma dependência em  $x$  na escala de saturação

considerando os parâmetros do fit2; a linha tracejada é o mesmo cálculo com os parâmetros para a escala de saturação do fit2 e a linha traço-ponto é o cálculo com o comportamento assintótico da função de correlação MV. Analisando-se a distribuição de momentum transverso para valores fixos de rapidez e massa, os efeitos da evolução (dependência em energia da escala de saturação) não são muito relevantes na região investigada neste trabalho, uma vez que a parametrização da escala de saturação assegura que a mesma é quase constante na região cinemática aqui tratada, apenas com uma leve dependência no momentum transverso ( $x_2 = \sqrt{\frac{M^2 + p_T^2}{s}} e^{-y}$ ). Tal comportamento pode ser visto nas Figs. 5.5 e 5.6, onde a linha-diamante representa o cálculo com o modelo MV com escala de saturação fixa a um valor  $Q_s^2 = 3.2 \text{ GeV}^2$  e  $Q_s^2 = 8 \text{ GeV}^2$ , respectivamente. A evolução em  $x$  provoca uma redução na distribuição em momentum transverso para grande  $p_T$ , em ambos os casos.

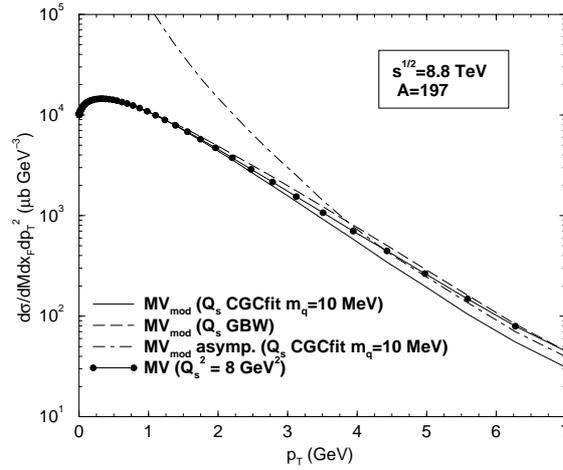


**Fig. 5.5:** Produção de dileptons para energias da ordem do acelerador RHIC ( $\sqrt{s} = 350 \text{ GeV}$ ) em colisões  $pA$ , rapidez  $y = 2.2$  e massa do par de léptons  $M = 3 \text{ GeV}$ .

Na Fig. 5.5 pode-se verificar os grandes efeitos de saturação para  $p_T \lesssim 2$  quando comparamos com o comportamento assintótico da função de correlação com a predição  $MV_{mod}$ . Como discutido na última seção, o comportamento assintótico da função de correlação ( $l_T \gg Q_s$ ) tem dependência na forma  $Q_s^2/l_T^4$ , então um crescimento na escala de saturação provoca um crescimento na seção de choque diferencial para grande  $p_T$ , como pode ser visto na Fig. 5.5. Outra propriedade interessante pode ser salientada; mesmo para grande  $p_T$  o efeito do valor da escala de saturação influi na seção de choque, e a diferença entre as predições das diferentes parametrizações para a escala de saturação podem ser da ordem de um fator 2, se o menor valor de escala de saturação (fit3) é comparado com o maior valor (fit1 - GBW).

Na Fig. 5.6 a distribuição de momentum transverso para energias de LHC é apresentado,

considerando o mesmo valor de rapidez  $y = 2.2$ , a fim de realizarmos uma comparação com as energias de RHIC. O mesmo comportamento é verificado nos efeitos de saturação, embora estes efeitos passam a ser significativos para  $p_T \lesssim 4$  GeV. A estimativa com o modelo MV foi realizada e a supressão para grande  $p_T$  quando a dependência em energia é introduzida na escala de saturação pode ser verificada. O espectro em  $p_T$  apresenta um aumento para grande  $p_T$  se a escala de saturação é aumentada, como previamente verificado para RHIC.



**Fig. 5.6:** Produção de dileptons para energias de LHC ( $\sqrt{s} = 8.8$  TeV) em colisões  $pA$ , considerando rapidez  $y = 2.2$  e massa do par de léptons  $M = 3$  GeV.

Para que erros de normalização possam ser suprimidos, a razão entre as seções de choque diferencial próton-núcleo e próton-próton para RHIC e LHC passa a ser um observável mais preciso, e o definimos na forma,

$$R_{pA} = \frac{\frac{d\sigma(pA)}{\pi R_A^2 dM dx_F dp_t^2}}{A^{1/3} \frac{d\sigma(pp)}{\pi R_p^2 dM dx_F dp_t^2}}. \quad (5.18)$$

Alguma atenção deve ser dada à incerteza na determinação do raio nuclear, portanto cada seção de choque é dividida pelo respectivo raio (do núcleo ou do próton). O fator  $A^{1/3}$  foi utilizado no denominador para garantir uma razão com valor 1 para grande  $p_T$ . Utilizamos um raio nuclear com dependência  $A^{1/3}$ , e como o termo  $R_A^2$  aparece no denominador, o fator  $A^{1/3}$  resta na expressão para a razão aqui definida.

A expressão para a razão  $R_{pA}$  para a produção de dileptons definida aqui pode ser escrita na forma,

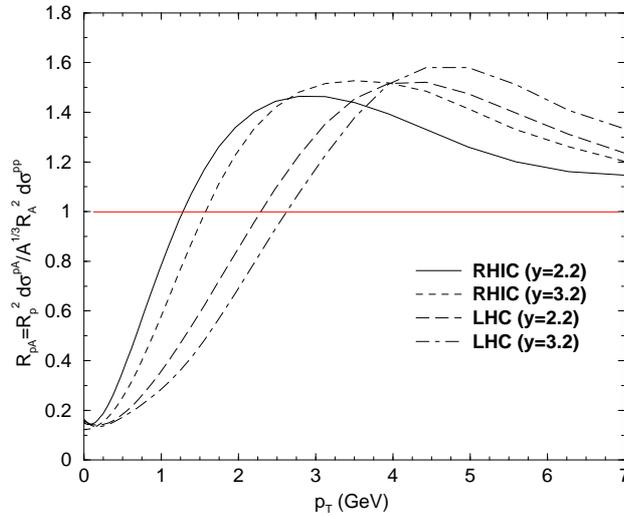
$$R_{pA}(y, p_T) = \frac{\int d^2 l_T W(p_T, l_T, x_1) C_A(l_T, x_2, A)}{A^{1/3} \int d^2 l_T W(p_T, l_T, x_1) C_p(l_T, x_2)}, \quad (5.19)$$

onde  $C_A$  é a função de correlação para o núcleo e  $C_p$  para o próton. A razão apresentada na Eq. (5.19) é muito similar à razão obtida na Ref. [99] com a intenção de investigar o efeito Cronin na produção de hádrons (Eq. (113) na Ref. [99]), o que implica que dileptons podem apresentar as mesmas propriedades do efeito Cronin [153].

O efeito Cronin foi descoberto na década de 70 [107] e está relacionado ao crescimento do espectro de momentum transverso para valores moderados de  $p_T$  (2-5 GeV) em colisões próton-núcleo em comparação com as colisões próton-próton (a razão entre seção de choque  $pA$  e  $pp$  apresenta um pico em valores moderados de  $p_T$ ). Este efeito é interpretado como sendo originado por múltiplos espalhamentos dos pártons do próton propagando-se no meio nuclear, resultando num crescimento do momentum transverso dos pártons no estado inicial, consequentemente das partículas produzidas no estado final do processo. Isto implica que o efeito Cronin pode ser descrito como um efeito de estado inicial nestas condições. No caso de colisões  $Au - Au$ , a existência de efeitos de estado final dificulta a determinação do efeito Cronin. Nos experimentos do acelerador RHIC, este efeito foi investigado em colisões *deutério - Au*, entretanto, os formalismos teóricos não conseguem descrever o efeito em toda região de rapidez medida pelas colaborações [154] e ainda existe a possibilidade de efeitos de estado final influenciarem no resultado experimental e não serem considerados na descrição teórica. Embora o efeito Cronin seja determinado a partir do espectro de momentum transverso dos hádrons, é esperado que o espectro de momentum transverso dos dileptons apresente as mesmas propriedades, uma vez que os múltiplos espalhamentos são efeitos de estado inicial. Ou seja, podemos utilizar a produção de dileptons para obter informações do estado inicial do processo de colisão, e confrontar com os resultados obtidos para o efeito Cronin.

Na Fig. 5.7 apresentamos o resultado para a razão  $R_{pA}$  para RHIC e LHC considerando uma função de correlação de campos de cor  $C(l_T, x, A)$  obtida a partir de uma distribuição Gaussiana local para a função peso  $W_{\Lambda^+}[\rho]$ . Para energias de RHIC a linha sólida representa o cálculo com rapidez  $y = 2.2$  e linha tracejada para rapidez  $y = 3.2$ . Para LHC a linha tracejado-longo representa o cálculo com  $y = 2.2$ , e linha traço-ponto para rapidez  $y = 3.2$ . É verificado que para valores moderados de  $p_T$  os cálculos apresentam um pico tipo Cronin para RHIC e LHC (supressão na razão para pequeno  $p_T$ , valores maiores do que 1 para  $p_T$  intermediário, e supressão para grandes valores de  $p_T$ , com tendência a atingir valor 1). O pico apresentado em rapidez intermediária, aumenta e é deslocado para grande  $p_T$  se aumentamos a rapidez. Isto ocorre pois aumentando a rapidez estamos aumentando a escala de saturação, logo a supressão para pequeno  $p_T$  é deslocada para maiores valores de  $p_T$ , implicando também num deslocamento do pico.

Considerando o efeito Cronin em hádrons, o pico aumenta para grande rapidez se uma função de correlação Gaussiana local é utilizada [99], o que está em total desacordo com

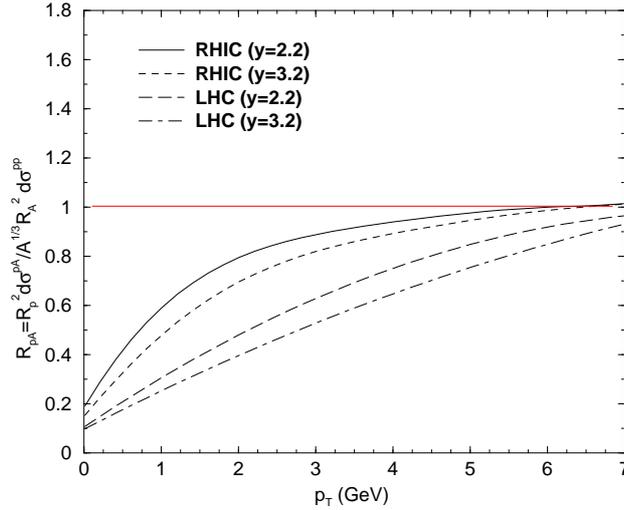


**Fig. 5.7:** Razão entre próton-núcleo e próton-próton para energias de RHIC e LHC, utilizando o formalismo do CGC para valores distintos de rapidez com a distribuição Gaussiana local para a função peso  $W[\rho]$ .

os resultados experimentais da colaboração BRAHMS para a região de rapidez positiva (forward) [155, 115]. Na mesma referência [99] o efeito Cronin foi estudado utilizando-se uma distribuição Gaussiana não-local com a intenção de se obter a função de correlação. Verificou-se que a supressão do pico de Cronin com o aumento da rapidez, existente nos resultados experimentais, foi atingida considerando este modelo para a função de correlação. Entretanto, ocorre uma supressão acentuada para a razão na região de rapidez central, que não é consistente com os resultados experimentais nesta região cinemática [155, 115]. Contudo, verifica-se que uma correlação entre as fontes de carga de cor deve ser tomada considerando uma Gaussiana não-local, para que uma possível descrição dos resultados seja obtida.

Analisando agora o setor de dileptons, o comportamento da razão  $R_{pA}$  apresenta as mesmas propriedades do efeito Cronin para a região de rapidez positiva quando investigada com uma Gaussiana local para a função de correlação (o pico é aumentado e deslocado para maior  $p_T$  para valores grandes de rapidez). Entretanto, a razão  $R_{pA}$  foi também investigada com a função de correlação obtida a partir de uma função peso Gaussiana não-local  $W_{\Lambda^+}[\rho]$ , e tal investigação está apresentada na Fig. 5.8. A supressão da razão  $R_{pA}$  é verificada, apresentando exatamente as mesmas propriedades do efeito Cronin [99], sendo então um observável limpo para se investigar este efeito. Embora o efeito Cronin tenha sido analisado como um efeito de estado final na Ref. [156], na nossa análise, a produção de dileptons parece elucidar esta dúvida, indicando que o efeito Cronin é um efeito de estado inicial. Foi

obtido que o pico Cronin ou a supressão do pico na produção de dileptons aparecem como um efeito de estado inicial. Na Fig. 5.8 a linha sólida representa o cálculo para rapidez  $y = 2.2$  e a linha tracejada para rapidez  $y = 3.2$  para energias de RHIC. Para energias de LHC a linha tracejada-longa representa o cálculo para rapidez  $y = 2.2$  e a traço-ponto para rapidez  $y = 3.2$ .



**Fig. 5.8:** Razão entre seção de choque diferencial próton-núcleo e próton-próton para energias de RHIC e LHC no formalismo do CGC para valores distintos de rapidez, com a distribuição Gaussiana não-local para a função peso  $W[\rho]$ .

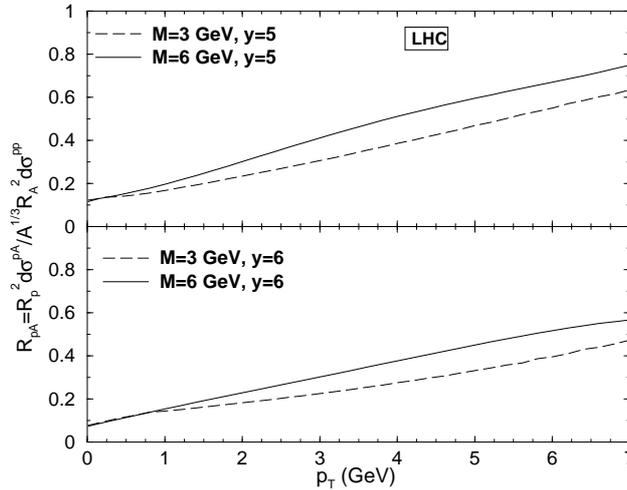
Para energias de RHIC, o efeito da supressão aparece se uma Gaussiana não-local é utilizada, sugerindo a medida de tal supressão. Entretanto, os detectores de RHIC talvez não tenham condições de medir este comportamento devido ao pequeno momentum transversal que tenha de ser acessado [157]. Por outro lado, para energias de LHC, a supressão da razão  $R_{pA}$  atinge grandes valores de  $p_T$  a esta supressão aumenta com a energias. É interessante salientar que os detectores de LHC permitem a detecção de dileptons na região de rapidez positiva com momentum transversal acima de 1.5 GeV, dependendo do sinal do observável e de outras fontes de dileptons [158]. Estas propriedades asseguram que para energias de LHC tal comportamento da distribuição de dileptons poderá ser medida.

## 5.4 Distribuições em $y$ e $p_T$

Como discutido anteriormente, o efeito Cronin está presente nas medidas de momentum transversal dos hádrons. Aqui, o surgimento dos mesmos efeitos na distribuição de momentum transversal e rapidez para a produção de dileptons é investigada, agora para um par de

léptons de massa  $M = 6$  GeV. Na seção anterior investigamos para massas  $M = 3$  GeV. Consideramos agora energias realísticas de RHIC ( $\sqrt{s} = 200$  GeV) e LHC ( $\sqrt{s} = 8800$  GeV), apresentando os resultados em gráficos 3D, com razão  $R_{pA}$  mostrada em função da rapidez e do momentum transverso dos dileptons.

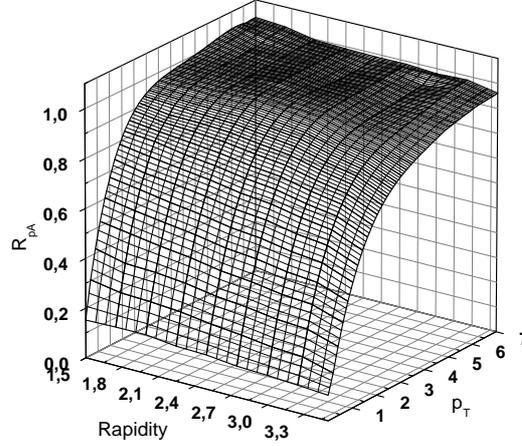
A comparação entre resultados para a razão  $R_{pA}$  considerando dois valores distintos para a massa do par de léptons pode ser verificada na Fig. 5.9 para energias de LHC. O resultado esperado é encontrado; o efeito de supressão da razão  $R_{pA}$  é reduzido se léptons com maior massa são selecionados para uma rapidez fixa. Este resultado pode ser comparado com o já obtido na Ref. [121], onde uma análise para a produção de dileptons para RHIC e LHC no formalismo de dipolo foi realizada, apenas com uma redefinição da razão  $R_{pA}$  no que se refere à normalização.



**Fig. 5.9:** Razão  $R_{pA}$  para energias de LHC, para  $y = 5$  e  $y = 6$ , comparando resultados para massa do par de léptons  $M = 3$  GeV e  $M = 6$  GeV.

Esta análise está restrita a regiões de rapidez positiva, na qual o valor máximo depende do valor da massa dos pares de léptons e do momentum transverso. A região de grande massa e grande  $p_T$  implica um valor limite menor para a rapidez. Para energias de RHIC, o valor máximo para a rapidez é em torno de 4 e para LHC o valor máximo chega a 7.

Na Fig. 5.10 a razão  $R_{pA}$  para energias de RHIC é mostrada para dileptons com massa  $M = 6$  GeV. Uma fraca dependência da razão com a rapidez é verificada, uma vez que para um valor fixo de  $p_T$ , a razão não varia significativamente com a rapidez. Isto ocorre porque estamos calculando a razão  $R_{pA}$  apenas na região de rapidez positiva, numa região limitada de rapidez. Para o espectro de hádrons (onde verifica-se uma supressão acentuada em rapidez), a supressão da razão é verificada para um intervalo de rapidez bem maior, indo de  $y = 0$  até  $y = 3.2$  [115]. No caso dos dileptons, a mesma supressão deve ser verificada,



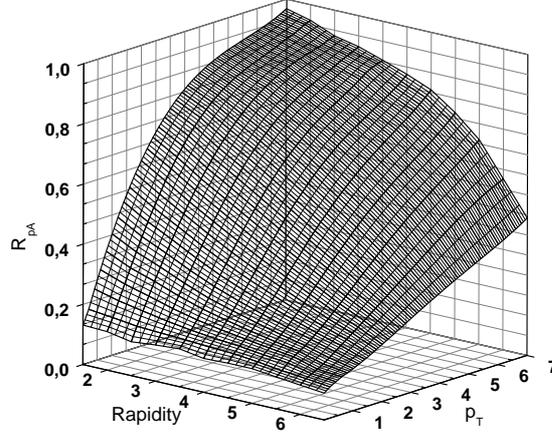
**Fig. 5.10:** Razão  $R_{pA}$  como uma função da rapidez e  $p_T$  para dileptons produzidos a energias de RHIC.

entretanto os cálculos são restritos à região de rapidez positiva, implicando numa menor supressão da razão  $R_{pA}$ . A supressão da razão (ausência do pico Cronin na distribuição de momentum transversal) é verificada, embora independente do valor de rapidez.

Na Fig. 5.11 a razão  $R_{pA}$  para energia de LHC é mostrada para dileptons com massa  $M = 6$  GeV. Devido ao grande intervalo de rapidez positiva a energias de LHC, podemos verificar uma grande supressão da razão  $R_{pA}$  com o aumento da rapidez. Esta supressão é intensificada para grande  $p_T$ . A supressão da razão com o momentum transversal é também verificada e intensificada para grande rapidez.

Para energias de LHC, a grande região de rapidez implica num intervalo de  $x$  para grande  $p_T$  ( $p_T \approx 10$ ) entre  $10^{-4}$  e  $10^{-6}$ . Nesta região cinemática, existem efeitos de saturação significativos, previstos pelo Condensado de Vidros de Cor: a grande supressão da razão  $R_{pA}$ , comparando com o esperado pico Cronin, mostra a existência destes efeitos, em ambas distribuições, rapidez e momentum transversal.

As razões previstas para energias de RHIC e LHC são calculadas através do mesmo formalismo, tanto para colisões  $pA$  quanto para  $pp$ . Isto implica que um dos nucleons nas colisões  $pp$  pode não estar sendo perfeitamente descrito, uma vez que para valores intermediários de  $p_T$ , o mesmo deve ser descrito por um regime linear, e estamos utilizando aqui o CGC, que é um formalismo que considera termos não lineares na evolução da descrição dos sistemas hadrônicos. Este tratamento pode provocar alguma incerteza na razão  $R_{pA}$  para grande  $p_T$ , principalmente para energias de RHIC, onde a escala de saturação do próton atinge valores



**Fig. 5.11:** Razão  $R_{pA}$  como uma função da rapidez e  $p_T$  para dileptons produzidos a energias de LHC.

pequenos, ou seja, ele é melhor descrito por um sistema diluído. Para energias de LHC, esta incerteza na razão é reduzida, uma vez que a escala de saturação para o próton atinge valores maiores, ou seja, é mais provável que o próton possa ser descrito como um CGC. O efeito de realizar um tratamento sem efeitos de alta densidade para o próton, apareceria numa redução do efeito de supressão da razão  $R_{pA}$  para  $p_T$  intermediário, pois embora nesta região não se espera efeitos de saturação, os efeitos não-lineares podem influenciar na seção de choque. Todos estes problemas podem ser corrigidos se uma adequada parametrização for desenvolvida para o próton nesta região cinemática, o que está além dos objetivos deste trabalho.

A comparação entre resultados da razão em RHIC e LHC pode ser feita considerando a nova razão  $R_{pA}(LHC)/R_{pA}(RHIC)$ . Esta razão está apresentada na Fig. 5.12, e mostra que os efeitos de saturação são muito mais intensos em LHC, uma vez que a razão apresenta grande redução para pequeno  $p_T$ . Estamos restritos ao intervalo de rapidez de RHIC, implicando que não verificamos grande supressão razão  $R_{pA}(LHC)/R_{pA}(RHIC)$  no espectro de rapidez. A vantagem de analisar esta razão, é que esta é menos sensível à descrição do próton para grande  $p_T$ , enfatizando os aspectos do Condensado de Vidros de Cor, que exploramos neste capítulo.

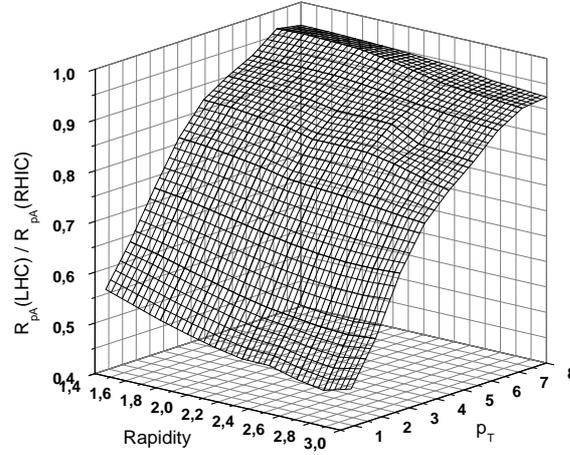


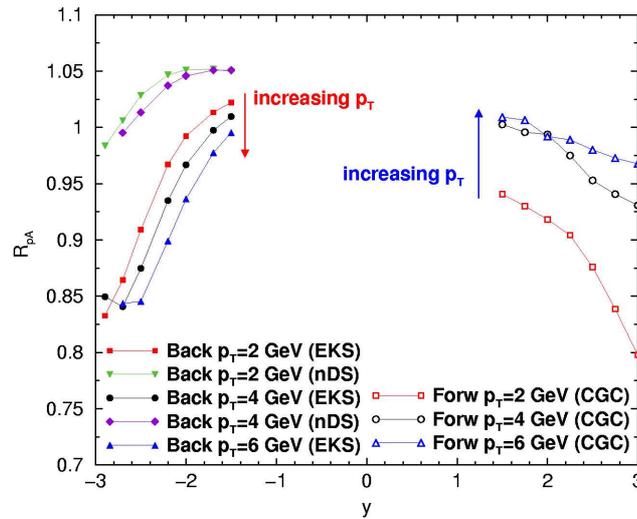
Fig. 5.12: Razão entre as razões  $R_{pA}$  de RHIC e LHC.

## 5.5 Comparando Rapidez positiva e negativa

Com a intenção de comparar os resultados discutidos nos dois últimos capítulos desta tese, realizamos uma análise dos resultados obtidos nos trabalhos [145] e [117], na Fig. 5.13. Apresentamos os resultados da razão  $R_{pA}$  para regiões de rapidez positiva e negativa para energias de RHIC. Para a região de rapidez positiva descrevemos o núcleo como um Condensado de Vidros de Cor, e os efeitos de pequeno  $x$  no núcleo (saturação) podem ser observados através da supressão da razão  $R_{pA}$  com o aumento da rapidez. Para a região de rapidez negativa, descrevemos o processo no formalismo de dipolos e o núcleo interage através de constituintes com grande fração de momentum. Para esta região verifica-se um crescimento da razão na região de rapidez negativa intermediária, em comparação com a região de rapidez positiva. Este crescimento acentuado está relacionado com os efeitos nucleares de grande  $x$ , como já previamente discutido. Além destas propriedades, verifica-se que a razão apresenta diferentes comportamentos com relação à dependência em  $p_T$ . Enquanto que para a região de rapidez positiva o fenômeno de saturação provoca um crescimento na razão  $R_{pA}$  com o aumento de  $p_T$  (maior  $p_T$  implica em menores efeitos de saturação), na região de rapidez negativa os efeitos nucleares de grande  $x$  implicam que a razão  $R_{pA}$  decresce a medida que grandes valores de  $p_T$  são atingidos (consequência do efeito nuclear EMC).

Na comparação da produção de dileptons com a produção de hádrons, verifica-se que na região rapidez positiva, a produção de dileptons indica que a supressão do pico Cronin como um efeito de estado inicial. Na região de rapidez negativa, as medidas realizadas pela colaboração PHENIX em RHIC indicam um crescimento da razão  $R_{pA}$  para  $1.5 < p_T < 4$  GeV

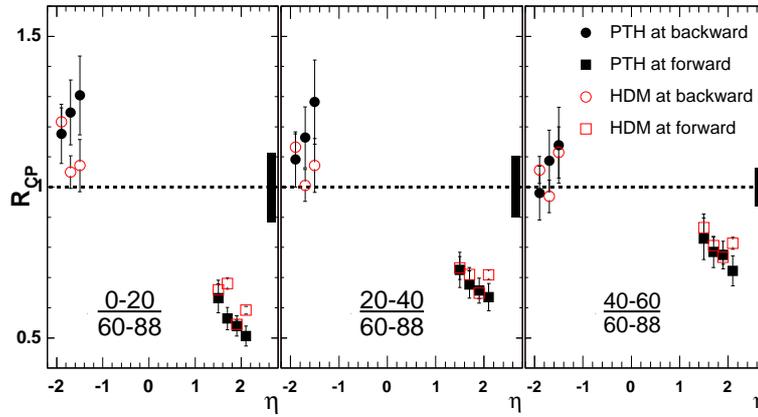
[144]. Este crescimento ainda requer algum cuidado, uma vez que existem grandes incertezas nos dados e discrepâncias entre métodos de análise dos dados. A produção de dileptons na região backward indica que este crescimento acentuado na razão para hádrons, deve ser devido a efeitos de estado final, pois os efeitos de estado inicial indicam um crescimento da razão na região cinemática citada, porém não suficientes para indicar tal crescimento. Estas propriedades mostram claramente que o efeito Cronin pode ser descrito da seguinte maneira: na região de rapidez positiva, a supressão do pico Cronin se deve à existência de efeitos de saturação, enquanto na região de rapidez negativa, o surgimento de um pico Cronin está associado com efeitos de estado final. Os resultados experimentais são apresentados em termos da variável pseudo rapidez  $\eta$ , entretanto, para a região cinemática investigada neste trabalho, podemos considerar  $\eta \approx y$  por simplicidade, tendo em vista que certamente  $\eta = y = 0$  e portanto, regiões de rapidez positiva, representam pseudorapidez positiva e regiões de rapidez negativa, representam pseudorapidez negativa, como já verificado no Capítulo 1 desta tese.



**Fig. 5.13:** Comparando a razão  $R_{pA}$  para dileptons na região de rapidez positiva e negativa para energias de RHIC, utilizando as parametrizações nucleares EKS e nDS para a região de rapidez negativa e a predição pelo CGC para rapidez positiva.

## 5.6 Conclusões

Neste trabalho verificamos os efeitos de saturação descritos pelo formalismo do Condensado de Vidros de Cor na produção de dileptons na região de pequeno  $p_T$ , bem como a dependência do espectro para grande  $p_T$  com o valor da escala de saturação. Embora para



**Fig. 5.14:** Resultados experimentais para a fator de modificação nuclear para hádrons em energia de RHIC e rapidez positiva e negativa [144].

energias de RHIC, a distribuição de momentum transversal dos dileptons não possa ser medida para valores muito pequenos de  $p_T$ , para a região de  $p_T$  intermediário, a comparação entre as seções de choque  $pA$  e  $pp$  proporcionam uma excelente ferramenta para investigar a dinâmica do Condensado de Vidros de Cor.

Particularmente, a distribuição  $p_T$  dos dileptons apresenta a supressão do pico Cronin, como observado na produção de hádrons, se uma Gaussiana não-local é considerada para se obter a função de correlação de campos de cor. Tal comportamento foi observado na Fig. 5.8. Para energias de LHC, na região de rapidez positiva, o efeito de supressão aumenta (Fig. 5.8). Esta supressão a altas energias nos fornece uma indicação de que a distribuição de momentum transversal dos dileptons proporciona uma prova clara da descrição das interações hadrônicas a altas energias na região de rapidez positiva através do Condensado de Vidros de Cor. Além disso, o espectro  $p_T$  dos dileptons pode ser utilizado para investigar as propriedades da supressão do efeito Cronin e indicar este fato como sendo um efeito de estado inicial na região de rapidez positiva. Os resultados encontrados neste trabalho confirmam os estudos da Refs. [129, 121, 159] considerando efeitos de saturação. Em adição a esta análise, num trabalho recente [160], dileptons com grande  $p_T$  e pequena massa analisados em QCD perturbativa com ressonância em todas as ordens foi apontado como bom observável para investigar a distribuição de glúons, como já apontado nas Refs. [116, 117] considerando o formalismo de dipolos. Também, a distribuição de massa de dileptons investigado no formalismo do CGC pode identificar efeitos de saturação na região de pequena massa [150].

Investigamos a razão  $R_{pA}$  no formalismo do Condensado de Vidros de Cor para dileptons com massas  $M = 3$  e  $M = 6$  GeV, que é apresentada como função da rapidez e do momentum transversal. Primeiramente investigamos dileptons com massa de  $M = 3$  GeV e verificamos

que apenas quando se analisa a função de correlação dos campos de cor com uma função Gaussiana não-local, é que a supressão da razão  $R_{pA}$  para os dileptons é atingida. Realizamos uma comparação entre valores distintos de massa para dileptons e verificamos que a razão  $R_{pA}$  aumenta a medida que valores maiores para a massa dos dileptons é considerada. Esta é uma consequência esperada, pois na região de massas maiores espera-se menores efeitos de saturação. Analisando-se posteriormente conjuntamente os espectros de rapidez e  $p_T$ . verificou-se que apenas para LHC os efeitos de saturação estão presentes em ambas distribuições ( $y$  e  $p_T$ ) para a região de rapidez positiva. Esperamos que estes efeitos de saturação sejam oriundos de um mecanismo similar ao que provoca saturação no espectro de momentum transversal dos hádrons observados em RHIC na região de rapidez positiva. Este fato contribui para definir a condição do efeito Cronin, como um efeito de estado inicial para região de rapidez positiva. A razão entre os resultados para RHIC e LHC mostram efeitos de saturação bem mais significativos para LHC em comparação com RHIC. Estas propriedades qualificam dileptons como uma prova clara da dinâmica do Condensado de Vidros de Cor na região de rapidez positiva.

Uma comparação entre os resultados obtidos em rapidez positiva e negativa para os dileptons, nos mostrou que os dileptons carregam informações tanto de física de muito pequeno  $x$ , Condensado de Vidros de Cor na região de rapidez positiva, quanto de física de grande  $x$ , na região de rapidez negativa. O principal efeito que observa-se nesta comparação é que na região de rapidez positiva a medida que aumentamos  $p_T$  a razão aumenta, devido à redução dos efeitos de saturação. Entretanto, na região de rapidez negativa, a medida que aumentamos  $p_T$ , a razão  $R_{pA}$  diminui, como consequência dos efeitos nucleares de grande  $x$  que estão envolvidos nesta região cinemática, mostrando a potencialidade do observável aqui abordado para que efeitos de grande e pequeno  $x$  sejam investigados.

# Conclusões

O principal objetivo deste trabalho foi investigar os efeitos de QCD de alta densidade em núcleos e nucleons, bem como efeitos nucleares de grande  $x$ , em processos de colisão próton-próton e próton-núcleo para altas energias, utilizando como prova um observável eletromagnético, a produção de dileptons, considerando o formalismo do Condensado de Vidros de Cor e o formalismo de dipolos. Os resultados apresentados nesta tese [116, 117, 145, 146, 147] mostram que dileptons apresentam provas claras da existência de um sistema denso e saturado na região de pequeno momentum transversal, bem como na região de grande rapidez, e que ainda apresentam forte dependência nos efeitos nucleares de grande  $x$  quando investigados na região de rapidez negativa.

Ao final de cada capítulo apresentamos conclusões parciais detalhadas e, portanto, esta conclusão final serve para apresentar um resumo destas conclusões, suas conexões e as linhas que nos fornecem as perspectivas deste trabalho.

Os primeiros três capítulos desta tese serviram para fornecer a base necessária para se explorar a produção de dileptons nas regiões de rapidez positiva e negativa, em colisões próton-próton e próton-núcleo. O formalismo de dipolos, que é o formalismo empregado para se investigar os efeitos de alta densidade em colisões próton-próton e próton-núcleo no capítulo 4, foi apresentado no Capítulo 2. O Capítulo 3 destinou-se a introduzir a teoria do Condensado de Vidros de Cor, analisando suas principais características e discutindo alguns observáveis nesta teoria. A produção de dilepton no CGC foi detalhadamente investigada neste capítulo, onde apresentamos explicitamente a maioria dos cálculos para se obter a seção de choque de produção de dileptons no CGC. Neste mesmo capítulo, discutimos os recentes resultados experimentais do acelerador RHIC, no que se refere ao efeito Cronin, e sua ligação com o Condensado de Vidros de Cor. Verifica-se que a supressão apresentada na razão  $R_{dAu}$  para hádrons indica a existência de um sistema denso e saturado, logo o CGC. Entretanto, pode existir neste observável algum efeito de estado final que não está se considerando, logo, nossa idéia foi propor a investigação da produção de dileptons, para assim verificar se os resultados encontrados indicam realmente a existência do CGC.

No capítulo 4, a distribuição de momentum transversal dos dileptons Drell-Yan no formalismo de dipolos de cor foi investigada em detalhes para colisões próton-próton e próton-núcleo. Além disso, foi demonstrado analiticamente que o formalismo de dipolos reproduz

parcialmente o modelo partônico em NLO se os efeitos de saturação são desconsiderados. Verificou-se neste capítulo que dipolos com grande separação têm sua maior contribuição para  $p_T = 0$ , portanto, na região não-perturbativa. Correções de unitariedade foram implementadas na seção de choque de dipolo, usando o formalismo GM. Em adição foi realizada uma comparação com o modelo de saturação modificado para a seção de choque de dipolos. Em geral, as correções de unitariedade produzem uma redução na seção de choque diferencial, principalmente para grande  $p_T$ . Para energias de LHC, as correções são significativas e não podem ser reproduzidas apenas pela utilização de parametrizações mais recentes para a distribuição de glúons. Com a intenção de estender o formalismo de dipolos para baixas energias, introduzimos uma contribuição de Reggeon na seção de choque de dipolo, o que permitiu a descrição dos resultados experimentais para baixa energia do CERN ISR.

No mesmo capítulo 4, a região de rapidez negativa foi investigada, onde o fator de modificação nuclear  $R_{pA}$  para a produção de dileptons foi apresentado para os espectro de  $p_T$  e rapidez. Verificou-se a grande dependência do fator de modificação nuclear com os efeitos nucleares de grande e pequeno  $x$ . Os efeitos nucleares apresentados no Capítulo 1 governam o comportamento da razão  $R_{pA}$ , tanto no espectro em rapidez quanto no espectro em  $p_T$ . Este resultado mostra que a medida de dileptons em colisões hadrônicas de altas energias pode também fornecer informações com relação a efeitos de grande  $x$ , e não somente informações da região cinemática de pequeno  $x$ . Comparando os resultados obtidos para o fator de modificação nuclear para dileptons com resultados para hádrons na mesma região cinemática, pode-se concluir que o aparente crescimento da razão  $R_{pA}$  para hádrons deve ser originado a partir de efeitos de estado final, tendo em vista que dileptons não apresentam tal crescimento acentuado. Todos estes resultados indicam que os dileptons são adequados para se entender e quantificar efeitos nucleares para grande e pequeno  $x$  em colisões hadrônicas de altas energias.

No capítulo 5 os efeitos de saturação descritos pelo formalismo do Condensado de Vidros de Cor na produção de dileptons na região de pequeno  $p_T$  na região de rapidez positiva foram investigados. Podemos utilizar o formalismo do CGC apenas nesta região cinemática em colisões próton-núcleo, pois nesta região estamos provando a região de pequeno  $x$  do núcleo. Embora dileptons não possam ser medidos para pequeno  $p_T$  em RHIC, para a região de  $p_T$  intermediário, mostramos que a comparação entre as seções de choque  $pA$  e  $pp$  proporcionam uma excelente ferramenta para investigar a dinâmica do CGC. Verificamos a existência de um efeito tipo Cronin na produção de dileptons e os resultados indicam que o mecanismo responsável pela supressão da razão  $R_{pA}$  para hádrons (supressão do efeito Cronin) na região de fragmentação do próton vem a ser o mesmo para dileptons, em contraste ao obtido na região de rapidez negativa, onde espera-se que efeitos de estado final sejam os responsáveis pelo aumento na razão  $R_{pA}$  para hádrons.

Neste capítulo investigamos também a forte dependência destes resultados com a dinâmica considerada no CGC. Se uma Gaussiana local é utilizada na função de correlação não se verifica a supressão da razão  $R_{pA}$  no espectro em  $p_T$ . Uma Gaussiana não-local sendo considerada (permite correlações entre campos em distintas posições), implica no surgimento da supressão da razão  $R_{pA}$ , como verificado nos resultados experimentais para hádrons. Isto implica que a produção de dileptons pode ser utilizada inclusive para se investigar a dinâmica do Condensado de Vidros de Cor. Neste capítulo apresentamos resultados com diferentes massas para os dileptons, e verificou-se que dileptons com menores massas são mais sensíveis aos efeitos de saturação. Quando os espectros em rapidez e  $p_T$  foram analisados conjuntamente, verificou-se que apenas para LHC os efeitos de saturação estão presentes em ambas as distribuições. Todas as propriedades salientadas acima, e observadas no estudo da produção de dileptons, indicam este observável como uma prova clara da dinâmica do Condensado de Vidros de Cor na região de rapidez positiva.

Quando os resultados de rapidez positiva e negativa para dileptons são analisados em conjunto, verifica-se que estes carregam informações tanto de física de muito pequeno  $x$ , Condensado de Vidros de Cor na região de rapidez positiva, quanto de física de grande  $x$ , na região de rapidez negativa. Os efeitos de saturação provocam um aumento da razão  $R_{pA}$  a medida que a região de grande  $p_T$  é explorada na região de rapidez positiva. Os efeitos nucleares de grande  $x$ , provocam por sua vez, uma redução da razão  $R_{pA}$  a medida que investiga-se dileptons com grande  $p_T$ . Isto mostra toda a potencialidade deste observável, adicionado ainda o fato deste observável apresentar apenas efeitos de estado inicial, não sendo contaminado por efeitos de estado final, logo carrega informações precisas sobre os estágios iniciais do processo de colisão hadrônica.

A seqüência deste trabalho dar-se-á com a investigação da produção de dileptons através do formalismo de fatorização  $k_T$ , bem como do cálculo NLO através da fatorização colinear, para assim comparar os resultados obtidos em diferentes formalismos. A partir deste trabalho pretendemos também aplicar todo o conhecimento obtido na física de aceleradores de laboratório para de investigar Raios Cósmico Ultra Energéticos, tendo em vista que as energias nestes processos excedem muito as máximas energias projetadas para se obter em laboratório. Isto implica que toda a física de saturação partônica pode ser aplicada na intenção de descrever a evolução dos Raios Cósmicos na atmosfera, formando os chuviros partônicos extensos.

## Apêndice A

# Cálculo dos termos com média

### A.1 Cálculo do termo $\langle U(x_\perp) \rangle_\rho$

Para proceder o cálculo deste termo escrevemos

$$U(x_\perp) = T \exp \left\{ -ig^2 \int_{-\infty}^{+\infty} dz^- \frac{1}{\nabla_\perp^2} \tilde{\rho}_a(z^-, x_\perp) t^a \right\},$$

onde  $t^a$  é a matriz de cor na representação fundamental de  $SU(N_c)$ . Explicitamente escreve-se

$$\frac{1}{\nabla_\perp^2} \tilde{\rho}_a(z^-, x_\perp) = \int d^2 z_\perp G_0(x_\perp - z_\perp) \tilde{\rho}_a(z^-, z_\perp),$$

onde  $G_0$  é o propagador associado ao Laplaciano de 2 dimensões. Este propagador satisfaz

$$\frac{\partial^2}{\partial z_\perp^2} G_0(x_\perp - z_\perp) = \delta(x_\perp - z_\perp).$$

Explicitamente este propagador é escrito como

$$G_0(z_\perp) = - \int \frac{d^2 k_\perp}{(2\pi)^2} \frac{e^{ik_\perp \cdot z_\perp}}{k_\perp^2}.$$

Para calcular a média sobre  $U(x_\perp)$ , definimos primeiramente o termo  $U(a^-, b^- | x_\perp)$  na forma

$$U(a^-, b^- | x_\perp) = T \exp \left\{ -ig^2 \int_{a^-}^{b^-} dz^- \frac{1}{\nabla_\perp^2} \tilde{\rho}_a(z^-, x_\perp) t^a \right\},$$

logo,

$$U(a^-, b^- | x_\perp) = T \exp \left\{ -ig^2 \int_{a^-}^{b^-} dz^- \int d^2 z_\perp G_0(x_\perp - z_\perp) \tilde{\rho}_a(z^-, z_\perp) t^a \right\},$$

e podemos expandir a exponencial, levando em conta a ordem temporal imposta, portanto ficamos com

$$\begin{aligned} \langle U(a^-, b^- | x_\perp) \rangle &= \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-ig^2)^n}{n!} \int \prod_{i=1}^n (d^2 z_{i\perp} G_0(x_\perp - z_{i\perp})) \\ &\times \int_{a^-}^{b^-} dz_1^- \int_{z_1^-}^{b^-} dz_2^- \dots \int_{z_{n-1}^-}^{b^-} dz_n^- \langle \tilde{\rho}_{a1}(z_1^-, z_{1\perp}) \dots \tilde{\rho}_{an}(z_n^-, z_{n\perp}) \rangle t^{a_1} \dots t^{a_n}. \end{aligned}$$

Entretanto,  $G_0$  é relacionado a função de dois pontos, isto implica que para cada valor de  $n$  ímpar, a expressão acima anula-se. E para  $n$  par, a expressão pode ser relacionada a expressão com  $n = 2$ , graças ao teorema de Wick. Desta forma obtemos

$$\begin{aligned} \langle U(a^-, b^- | x_\perp) \rangle &= \sum_{n(par)=0}^{+\infty} \frac{(-ig^2)^n}{n!} \int \prod_{i=1}^{n=par} (dz_{1\perp} \dots dz_{n\perp} G_0(x_\perp - z_{1\perp}) \dots G_0(x_\perp - z_{n\perp})) \\ &\times \int_{a^-}^{b^-} dz_1^- \dots \int_{z_1^-}^{b^-} dz_n^- [\langle \tilde{\rho}_{a1}(z_1^-, z_{1\perp}) \tilde{\rho}_{an}(z_n^-, z_{n\perp}) \rangle t^{a_1} t^{a_n}]^{\frac{n}{2}}. \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

Lembrando que ao utilizarmos a forma Gaussiana para a função peso

$$W[\rho] \equiv \exp \left\{ - \int dz^- d^2 z_\perp \frac{\rho_a(z^-, z_\perp) \rho^a(z^-, z_\perp)}{2\mu^2(z^-)} \right\} \quad (\text{A.2})$$

Como a função  $W[\rho]$  depende de  $\rho_a$  e como  $\rho_a$  está relacionado com  $U(x_\perp)$ . Adotando-se esta forma para a função  $W_\rho$  pode-se encontrar a correlação entre a densidade de fontes de carga de cor é escrita na forma

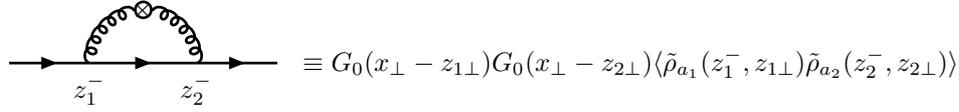
$$\langle \tilde{\rho}_a(x^-, x_\perp) \tilde{\rho}_b(x^-, x_\perp) \rangle = \delta_{ab} \mu^2(x^-) \delta(x^- - y^-) \delta(x_\perp - y_\perp).$$

onde  $\mu^2(x^-) dx^-$  é interpretado como a densidade de fontes de carga de cor por unidade de área transversa, em um região entre  $x^-$  e  $x^- + dx^-$ . Para o caso de um núcleo ultrarelativístico, esta função é centrada em  $x^- = 0$ . Obtém-se então

$$\begin{aligned} \langle U(a^-, b^- | x_\perp) \rangle &= \sum_{n(par)=0}^{+\infty} \frac{(-ig^2)^n}{n!} \int \prod_{i=1}^{n=par} (dz_{1\perp} \dots dz_{n\perp} G_0(x_\perp - z_{1\perp}) \dots G_0(x_\perp - z_{n\perp})) \\ &\times \int_{a^-}^{b^-} dz_1^- \dots \int_{z_1^-}^{b^-} dz_n^- [\delta_{a_1 a_n} \mu^2(z_1^-) \delta(z_1^- - z_n^-) \delta(z_{1\perp} - z_{n\perp}) t^{a_1} t^{a_n}]^{\frac{n}{2}}. \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

$$\begin{aligned} \langle U(a^-, b^- | x_\perp) \rangle &= \sum_{n(par)=0}^{+\infty} \frac{(-ig^2)^n}{n!} \int \prod_{i=1}^{n=par} (dz_{1\perp} \dots dz_{n\perp} G_0(x_\perp - z_{1\perp}) \dots G_0(x_\perp - z_{n\perp})) \\ &\times \int_{a^-}^{b^-} dz_1^- \dots \int_{z_1^-}^{b^-} dz_n^- [\mu^2(z_1^-) \delta(z_1^- - z_n^-) \delta(z_{1\perp} - z_{n\perp}) t_{a_1} t^{a_n}]^{\frac{n}{2}}. \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Podemos ainda realizar uma discussão mais visual, representando diagramaticamente cada termo da expressão acima. Na Figura (A.1) representamos integração sobre  $z^-$  ordenada temporalmente, como a linha cheia. Como ficamos dependendo de apenas de propagadores de 2 dimensões, estes estão representados pelas linhas onduladas, e a correlação entre as fontes está representada pela  $\times$  entre os dois propagadores



**Fig. A.1:** Representação da quantidade  $\langle U(a^- b^- | x_\perp) \rangle$ .

No somatório realizado sobre  $n$ , cada termo contribui de forma que temos uma série de diagramas como o apresentado na Figura (A.1), pois o ordenamento temporal é obrigatoriamente respeitado pelas funções  $\delta(z_1^- - z_2^-)$  que surgem. Desta forma podemos escrever

$$\begin{aligned}
 \langle U(a^-, b^- | x_\perp) \rangle &= 1 - \frac{g^4}{2} \int dz_{1\perp} dz_{2\perp} G_0(x_\perp - z_{1\perp}) G_0(x_\perp - z_{2\perp}) \\
 &\times \int_{a^-}^{b^-} dz_1^- \int_{z_1^-}^{b^-} dz_2^- \mu^2(z_1^-) \delta(z_1^- - z_2^-) \delta(z_{1\perp} - z_{n\perp}) t_{a_1} t^{a_2} \\
 &+ \frac{g^8}{24} \int dz_{1\perp} dz_{2\perp} G_0(x_\perp - z_{1\perp}) \dots G_0(x_\perp - z_{4\perp}) \\
 &\times \int_{a^-}^{b^-} dz_1^- \int_{z_1^-}^{b^-} dz_2^- \int_{z_2^-}^{b^-} dz_3^- \int_{z_3^-}^{b^-} dz_4^- \mu^4(z_1^-) \delta(z_1^- - z_2^-) \delta(z_3^- - z_4^-) \delta(z_{1\perp} - z_{2\perp}) \delta(z_{3\perp} - z_{4\perp}) \\
 &\times t_{a_1} t^{a_2} t_{a_3} t^{a_4} - \dots
 \end{aligned} \tag{A.5}$$

considerando que

$$\int_{z_1^-}^{b^-} dz_2^- \delta(z_1^- - z_2^-) = \frac{1}{2},$$

e exponenciando a soma sobre  $n$ , a seguinte expressão pode ser obtida para o termo  $\langle U(a^-, b^- | x_\perp) \rangle$

$$\langle U(a^-, b^- | x_\perp) \rangle = \exp \left\{ -\frac{g^4}{2} (t_a t^a) \left[ \int_{a^-}^{b^-} dz^- \mu^2(z^-) \right] \int d^2 z_\perp G_0^2(x_\perp - z_\perp) \right\} \tag{A.6}$$

Usualmente define-se

$$Q_s^2 \equiv \frac{g^4}{2} (t_a t^a) \int_{-\infty}^{+\infty} dz^- \mu^2(z^-),$$

portanto

$$\langle U(a^-, b^- | x_\perp) \rangle = \exp \left\{ -Q_s^2 \int d^2 z_\perp G_0^2(x_\perp - z_\perp) \right\}.$$

O mesmo procedimento pode ser implementado se consideramos a função  $W$  seja uma Gaussiana deslocada, escrita da seguinte forma,

$$W[x, \rho] \equiv \exp \left\{ - \int d^2 \mathbf{x}_\perp d^2 \mathbf{y}_\perp \frac{\rho_a(\mathbf{x}_\perp) \rho^a(\mathbf{y}_\perp)}{2\mu^2(x, \mathbf{x}_\perp - \mathbf{y}_\perp)} \right\} \tag{A.7}$$

Como a função  $W[\rho]$  depende de  $\rho_a$  e como  $\rho_a$  está relacionado com  $U(x_\perp)$ . Adotando-se esta forma para a função  $W_\rho$  pode-se encontrar a correlação entre a densidade de fontes de carga de cor é escrita na forma

$$\langle \tilde{\rho}_a(x_\perp) \tilde{\rho}_b(y_\perp) \rangle = \delta_{ab} \mu^2(x, x_\perp - y_\perp).$$

Desta forma obtemos o termo  $\langle U(a^-, b^- | x_\perp) \rangle$ , dependendo da variável  $x$ .

## A.2 Cálculo do termo $\langle U(x_\perp) U^\dagger(y_\perp) \rangle_\rho$

No apêndice anterior calculamos  $\langle U(a^-, b^- | x_\perp) \rangle$ , o que representa a média sobre as fontes de cor da interação de um quark com este campo de cor. Agora precisamos calcular  $\langle U(x_\perp) U^\dagger(y_\perp) \rangle$ , o que pode representar a média sobre as fontes de cor se temos um par quark-antiquark interagindo com este núcleo. O mesmo procedimento realizado no apêndice anterior é realizado neste apêndice para mostrar que

$$\langle U(a^-, b^- | x_\perp) U^\dagger(a^-, b^- | y_\perp) \rangle = \exp \left\{ -Q_s^2 \int d^2 z_\perp [G_0(x_\perp - z_\perp) - G_0(y_\perp - z_\perp)]^2 \right\}. \quad (\text{A.8})$$

Todos os cálculos realizados para obter as médias estão considerando a fonte de cor como tendo extensão transversa infinita. Esta consideração permite que a gendexa  $\langle U(x_\perp) U^\dagger(y_\perp) \rangle_\rho$  seja invariante frente a translações no plano transversal, portanto podemos fazer a seguinte transformação

$$\langle U(x_\perp) U^\dagger(y_\perp) \rangle_\rho = \langle U(0) U^\dagger(y_\perp - x_\perp) \rangle_\rho.$$

Para verificar como o tamanho finito do núcleo entra nesta correlação, podemos substituir  $\mu^2(z^-)$  por  $\mathcal{P}(z_\perp) \mu^2(z^-)$ , onde a função  $\mathcal{P}(z_\perp)$  descreve o perfil transversal do núcleo. Desconsiderando efeitos de borda, esta função vale 1 no interior do núcleo e 0 no exterior. Sendo assim podemos expressar a parte exponencial de  $\langle U(x_\perp) U^\dagger(y_\perp) \rangle_\rho$  da seguinte forma

$$\mathcal{A}(x_\perp, y_\perp) \equiv Q_s^2 \int d^2 z_\perp \mathcal{P}(z_\perp) [G_0(x_\perp - z_\perp) - G_0(y_\perp - z_\perp)]^2,$$

onde a função  $\mathcal{P}(z_\perp)$  reduz o suporte da integral da seção transversal, ao valor do raio do núcleo. Podemos então agora abrir esta função considerando que  $x_\perp$  ou  $y_\perp$  possam estar dentro ou fora do núcleo, ou seja considero um par quark-antiquark sendo que estes podem estar simultaneamente dentro do núcleo, ou um dentro e outro fora, etc... As variáveis  $x_\perp$  e  $y_\perp$  podem ser consideradas como coordenadas transversas destes quarks. Se definimos

$$\begin{aligned} B_1(x_\perp) &\equiv Q_s^2 \int d^2 z_\perp G_0(x_\perp - z_\perp) \\ B_2(x_\perp) &\equiv Q_s^2 \int d^2 z_\perp [G_0(z_\perp) - G_0(z_\perp - x_\perp)]^2 \end{aligned}$$

Podemos escrever  $\mathcal{A}$  considerando a interação do quark ou antiquark com o núcleo, mas este núcleo tendo tamanho finito, logo

$$\begin{aligned}\mathcal{A}(x_\perp, y_\perp) &= (1 - \mathcal{P}(x_\perp))(1 - \mathcal{P}(y_\perp)) + \mathcal{P}(x_\perp)(1 - \mathcal{P}(y_\perp))B_1(x_\perp) \\ &+ (1 - \mathcal{P}(x_\perp))\mathcal{P}(y_\perp)B_1(y_\perp) + \mathcal{P}(x_\perp)\mathcal{P}(y_\perp)B_2(x_\perp - y_\perp).\end{aligned}$$

Sendo assim podemos escrever o resultado para a correlação de duas linhas de Wilson da seguinte forma

$$\begin{aligned}\langle U(a^-, b^- | x_\perp) U^\dagger(a^-, b^- | y_\perp) \rangle &= (1 - \mathcal{P}(x_\perp))(1 - \mathcal{P}(y_\perp)) + \mathcal{P}(x_\perp)(1 - \mathcal{P}(y_\perp))e^{-B_1(x_\perp)} \\ &+ (1 - \mathcal{P}(x_\perp))\mathcal{P}(y_\perp)e^{-B_1(y_\perp)} + \mathcal{P}(x_\perp)\mathcal{P}(y_\perp)e^{-B_2(x_\perp - y_\perp)}.\end{aligned}$$

Anteriormente, havíamos considerado que o núcleo seria infinito em sua seção transversa, e isto nos leva a uma invariância translacional. Entretanto, se consideramos um núcleo tal que  $R \gg \Lambda_{QCD}$ , então podemos retomar uma idéia de núcleo infinito em seu plano transversal, portanto,

$$\langle U(x_\perp) U^\dagger(y_\perp) \rangle = \langle U(0) U^\dagger(y_\perp - x_\perp) \rangle,$$

desta forma o resultado pode ser escrito como

$$\begin{aligned}\langle U(0) U^\dagger(x_\perp) \rangle &= (1 - \mathcal{P}(0))(1 - \mathcal{P}(x_\perp)) + \mathcal{P}(0)(1 - \mathcal{P}(x_\perp))e^{-B_1(0)} \\ &+ (1 - \mathcal{P}(0))\mathcal{P}(x_\perp)e^{-B_1(x_\perp)} + \mathcal{P}(0)\mathcal{P}(x_\perp)e^{-B_2(x_\perp)},\end{aligned}$$

como  $\mathcal{P}(0) = 1$ , escrevemos

$$\langle U(0) U^\dagger(x_\perp) \rangle = (1 - \mathcal{P}(x_\perp))e^{-B_1(0)} + \mathcal{P}(x_\perp)e^{-B_2(x_\perp)},$$

e para valores de  $x_\perp < R$  podemos escrever

$$\langle U(0) U^\dagger(x_\perp) \rangle = e^{-B_2(x_\perp)}. \quad (\text{A.9})$$

Podemos aqui definir uma função de correlação  $C(k)$ , tal que

$$C(k_\perp) \equiv \int d^2x_\perp e^{ix_\perp \cdot k_\perp} e^{-B_2} = \int d^2x_\perp e^{ix_\perp \cdot k_\perp} \langle U(0) U^\dagger(x_\perp) \rangle. \quad (\text{A.10})$$

Levando em contas os efeitos de núcleo finito, o resultado obtido no apêndice anterior pode ser escrito como

$$\langle U(x_\perp) \rangle_\rho = \langle U^\dagger(x_\perp) \rangle_\rho = 1 - \mathcal{P}(x_\perp) + \mathcal{P}(x_\perp)e^{-B_1(x_\perp)}$$

Tendo calculado os termos  $\langle U(x_\perp) \rangle_\rho$  e  $\langle U(x_\perp) U^\dagger(y_\perp) \rangle_\rho$ , podemos agora partir para o cálculo do termo

$$\langle (U(x_\perp) - 1)(U^\dagger(y_\perp) - 1) \rangle_\rho = \langle (U(x_\perp) U^\dagger(y_\perp)) \rangle_\rho - \langle U(x_\perp) \rangle_\rho - \langle U^\dagger(y_\perp) \rangle_\rho + 1.$$

### A.3 Cálculo do termo $\langle (U(x_\perp) - 1)(U^\dagger(y_\perp) - 1) \rangle_\rho$ .

Com base nos resultados dos apêndices anteriores, podemos então escrever que

$$\begin{aligned} \langle (U(x_\perp) - 1)(U^\dagger(y_\perp) - 1) \rangle_\rho &= (1 - \mathcal{P}(x_\perp))(1 - \mathcal{P}(y_\perp)) + \mathcal{P}(x_\perp)(1 - \mathcal{P}(y_\perp))e^{-B_1(x_\perp)} \\ &+ (1 - \mathcal{P}(x_\perp))\mathcal{P}(y_\perp)e^{-B_1(y_\perp)} + \mathcal{P}(x_\perp)\mathcal{P}(y_\perp)e^{-B_2(x_\perp - y_\perp)} \\ &- (1 - \mathcal{P}(x_\perp) + \mathcal{P}(x_\perp)e^{-B_1(x_\perp)}) - (1 - \mathcal{P}(y_\perp) + \mathcal{P}(y_\perp)e^{-B_1(y_\perp)}) \\ &+ 1 \end{aligned}$$

$$\langle (U(x_\perp) - 1)(U^\dagger(y_\perp) - 1) \rangle_\rho = \mathcal{P}(x_\perp)\mathcal{P}(y_\perp)[1 - 2e^{-B_1(x_\perp)} + e^{-B_2(x_\perp - y_\perp)}] \quad (\text{A.11})$$

### A.4 Cálculo da função $B_1$ e $B_2$

Iniciamos utilizando a definição da função  $B_1$

$$B_1(x_\perp) \equiv Q_s^2 \int d^2 z_\perp G_0^2(x_\perp - z_\perp)$$

e utilizando a representação da transformada de Fourier para o propagador  $G_0(x_\perp)$ ,

$$G_0(x_\perp) = - \int \frac{d^2 k_\perp}{(2\pi)^2} \frac{e^{ik_\perp \cdot x_\perp}}{k_\perp^2},$$

escrevemos

$$B_1(x_\perp) = Q_s^2 \int d^2 z_\perp \left( - \int \frac{d^2 k_\perp}{(2\pi)^2} \frac{e^{ik_\perp \cdot (x_\perp - z_\perp)}}{k_\perp^2} \right) \left( - \int \frac{d^2 q_\perp}{(2\pi)^2} \frac{e^{iq_\perp \cdot (x_\perp - z_\perp)}}{q_\perp^2} \right)$$

$$B_1(x_\perp) = Q_s^2 \int \frac{d^2 k_\perp}{(2\pi)^2} \frac{1}{k_\perp^2} \int \frac{d^2 q_\perp}{(2\pi)^2} \frac{1}{q_\perp^2} e^{ix_\perp \cdot (k_\perp + q_\perp)} \int d^2 z_\perp e^{-iz_\perp \cdot (k_\perp + q_\perp)}$$

$$B_1(x_\perp) = Q_s^2 \int \frac{d^2 k_\perp}{(2\pi)^2} \frac{1}{k_\perp^2} \int \frac{d^2 q_\perp}{(2\pi)^2} \frac{1}{q_\perp^2} e^{ix_\perp \cdot (k_\perp + q_\perp)} (2\pi)^2 \delta(k_\perp + q_\perp)$$

$$B_1(x_\perp) = Q_s^2 \int \frac{d^2 k_\perp}{(2\pi)^2} \frac{1}{k_\perp^4}$$

$$B_1(x_\perp) = Q_s^2 \int \frac{k_\perp dk_\perp d\phi}{(2\pi)^2} \frac{1}{k_\perp^4}$$

$$B_1(x_\perp) = \frac{Q_s^2}{2\pi} \int \frac{dk_\perp}{k_\perp^3},$$

Corrigindo a divergência logarítmica, introduzindo um cutoff  $\Lambda_{QCD}$  no limite inferior da integração, fazemos

$$B_1(x_\perp) = \frac{Q_s^2}{2\pi} \int_{\Lambda_{QCD}}^{+\infty} \frac{dk_\perp}{k_\perp^3} = \frac{Q_s^2}{2\pi} \left[ -\frac{1}{2k_\perp^2} \right]_{\Lambda_{QCD}}^{+\infty},$$

$$B_1(x_\perp) = \frac{Q_s^2}{4\pi} \frac{1}{\Lambda_{QCD}^2}.$$

Para grandes núcleos,

$$Q_s^2 \gg \Lambda_{QCD}^2,$$

tal que

$$B_1 \gg 1.$$

Partimos agora para determinar a forma explícita para a função  $B_2$ . Tomando a definição da função  $B_2$

$$B_2(x_\perp) \equiv Q_s^2 \int d^2 z_\perp [G_0(z_\perp) - G_0(z_\perp - x_\perp)]^2$$

e utilizando a representação da transformada de Fourier para o propagador  $G_0(x_\perp)$ ,

$$G_0(x_\perp) = - \int \frac{d^2 k_\perp}{(2\pi)^2} \frac{e^{ik_\perp \cdot x_\perp}}{k_\perp^2},$$

podemos obter uma expressão para a função  $B_2$ , fazendo

$$B_2(x_\perp) = Q_s^2 \int d^2 z \left[ - \int \frac{d^2 k_\perp}{(2\pi)^2} \frac{e^{ik_\perp \cdot z_\perp}}{k_\perp^2} + \int \frac{d^2 q_\perp}{(2\pi)^2} \frac{e^{iq_\perp \cdot (z_\perp - x_\perp)}}{q_\perp^2} \right]^2$$

$$\begin{aligned} B_2(x_\perp) &= Q_s^2 \int d^2 z \left\{ \int \frac{d^2 k_\perp}{(2\pi)^2} \frac{e^{ik_\perp \cdot z_\perp}}{k_\perp^2} \int \frac{d^2 q_\perp}{(2\pi)^2} \frac{e^{iq_\perp \cdot z_\perp}}{q_\perp^2} - 2 \int \frac{d^2 k_\perp}{(2\pi)^2} \frac{e^{ik_\perp \cdot z_\perp}}{k_\perp^2} \int \frac{d^2 q_\perp}{(2\pi)^2} \frac{e^{iq_\perp \cdot (z_\perp - x_\perp)}}{q_\perp^2} \right. \\ &+ \left. \int \frac{d^2 k_\perp}{(2\pi)^2} \frac{e^{ik_\perp \cdot (z_\perp - x_\perp)}}{k_\perp^2} \int \frac{d^2 q_\perp}{(2\pi)^2} \frac{e^{iq_\perp \cdot (z_\perp - x_\perp)}}{q_\perp^2} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_2(x_\perp) &= Q_s^2 \int \frac{d^2 k_\perp}{(2\pi)^2} \frac{1}{k_\perp^2} \int \frac{d^2 q_\perp}{(2\pi)^2} \frac{1}{q_\perp^2} \int d^2 z_\perp e^{iz_\perp \cdot (k_\perp + q_\perp)} \\ &- 2Q_s^2 \int \frac{d^2 k_\perp}{(2\pi)^2} \frac{1}{k_\perp^2} \int \frac{d^2 q_\perp}{(2\pi)^2} \frac{1}{q_\perp^2} e^{-iq_\perp \cdot x_\perp} \int d^2 z_\perp e^{iz_\perp \cdot (k_\perp + q_\perp)} \\ &+ Q_s^2 \int \frac{d^2 k_\perp}{(2\pi)^2} \frac{1}{k_\perp^2} \int \frac{d^2 q_\perp}{(2\pi)^2} \frac{1}{q_\perp^2} e^{-ix_\perp \cdot (k_\perp + q_\perp)} \int d^2 z_\perp e^{iz_\perp \cdot (k_\perp + q_\perp)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_2(x_\perp) &= Q_s^2 \int \frac{d^2 k_\perp}{(2\pi)^2} \frac{1}{k_\perp^2} \int \frac{d^2 q_\perp}{(2\pi)^2} \frac{1}{q_\perp^2} (2\pi)^2 \delta(k_\perp + q_\perp) \\ &- 2Q_s^2 \int \frac{d^2 k_\perp}{(2\pi)^2} \frac{1}{k_\perp^2} \int \frac{d^2 q_\perp}{(2\pi)^2} \frac{1}{q_\perp^2} e^{-iq_\perp \cdot x_\perp} (2\pi)^2 \delta(k_\perp + q_\perp) \\ &+ Q_s^2 \int \frac{d^2 k_\perp}{(2\pi)^2} \frac{1}{k_\perp^2} \int \frac{d^2 q_\perp}{(2\pi)^2} \frac{1}{q_\perp^2} e^{-ix_\perp \cdot (k_\perp + q_\perp)} (2\pi)^2 \delta(k_\perp + q_\perp) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B_2(x_\perp) &= Q_s^2 \int \frac{d^2 k_\perp}{(2\pi)^2} \frac{1}{k_\perp^4} - 2Q_s^2 \int \frac{d^2 k_\perp}{(2\pi)^2} \frac{1}{k_\perp^4} e^{ik_\perp \cdot x_\perp} \\
 &+ Q_s^2 \int \frac{d^2 k_\perp}{(2\pi)^2} \frac{1}{k_\perp^4} e^{-ix_\perp \cdot (k_\perp - k_\perp)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B_2(x_\perp) &= Q_s^2 \int \frac{d^2 k_\perp}{(2\pi)^2} \frac{1}{k_\perp^4} - 2Q_s^2 \int \frac{d^2 k_\perp}{(2\pi)^2} \frac{1}{k_\perp^4} e^{ik_\perp \cdot x_\perp} \\
 &+ Q_s^2 \int \frac{d^2 k_\perp}{(2\pi)^2} \frac{1}{k_\perp^4}
 \end{aligned}$$

$$B_2(x_\perp) = 2Q_s^2 \left\{ \int \frac{d^2 k_\perp}{(2\pi)^2} \frac{1}{k_\perp^4} - \int \frac{d^2 k_\perp}{(2\pi)^2} \frac{1}{k_\perp^4} e^{ik_\perp \cdot x_\perp} \right\}.$$

Como o integrando depende apenas do módulo de  $k_\perp$ , podemos então realizar a integral na parte angular, procedendo da seguinte forma

$$B_2(x_\perp) = 2Q_s^2 \left\{ \int \frac{k_\perp dk_\perp d\phi}{(2\pi)^2} \frac{1}{k_\perp^4} - \int \frac{k_\perp dk_\perp d\phi}{(2\pi)^2} \frac{1}{k_\perp^4} e^{ik_\perp \cdot x_\perp} \right\},$$

entretanto, sabemos que

$$J_0(kx) = \frac{1}{2\pi} \int d\phi e^{ik \cdot r},$$

portanto

$$B_2(x_\perp) = 2Q_s^2 \left\{ \int \frac{dk_\perp d\phi}{(2\pi)^2} \frac{1}{k_\perp^3} - \int \frac{k_\perp dk_\perp}{(2\pi)} \frac{1}{k_\perp^4} J_0(k_\perp x_\perp) \right\},$$

$$B_2(x_\perp) = 2Q_s^2 \left\{ 2\pi \int \frac{dk_\perp}{(2\pi)^2} \frac{1}{k_\perp^3} - \int \frac{dk_\perp}{(2\pi)} \frac{1}{k_\perp^3} J_0(k_\perp x_\perp) \right\}$$

$$B_2(x_\perp) = \frac{Q_s^2}{\pi} \left\{ \int \frac{dk_\perp}{k_\perp^3} - \int \frac{dk_\perp}{k_\perp^3} J_0(k_\perp x_\perp) \right\},$$

logo encontramos

$$B_2(x_\perp) = \frac{Q_s^2}{\pi} \int \frac{dp}{p^3} (1 - J_0(px_\perp)). \quad (\text{A.12})$$

## A.5 Função $C(k_\perp)$ com função peso Gaussiana local

Estes cálculos já foram realizados e encontramos

$$C(k_\perp) \equiv \int d^2 x_\perp e^{ix_\perp \cdot k_\perp} e^{-B_2} = \int d^2 x_\perp e^{ix_\perp \cdot k_\perp} \langle U(0) U^\dagger(x_\perp) \rangle,$$

portanto

$$C(k_\perp) = \int d^2 x_\perp e^{ix_\perp \cdot k_\perp} e^{-\frac{Q_s^2}{\pi} \int \frac{dp}{p^3} (1 - J_0(px_\perp))}.$$

## A.6 Função $C(k_\perp)$ com função peso Gaussiana não-local

O mesmo procedimento realizado anteriormente pode ser implementado, se consideramos a função  $W$  como uma Gaussiana deslocada, escrita da seguinte forma,

$$W[x, \rho] \equiv \exp \left\{ - \int d^2 \mathbf{x}_\perp d^2 \mathbf{y}_\perp \frac{\rho_a(\mathbf{x}_\perp) \rho^a(\mathbf{y}_\perp)}{2\mu^2(x, \mathbf{x}_\perp - \mathbf{y}_\perp)} \right\} \quad (\text{A.13})$$

Como a função  $W[\rho]$  depende de  $\rho_a$  e como  $\rho_a$  está relacionado com  $U(x_\perp)$ . Adotando-se esta forma para a função  $W_\rho$  pode-se encontrar a correlação entre a densidade de fontes de carga de cor é escrita na forma

$$\langle \tilde{\rho}_a(x_\perp) \tilde{\rho}_b(y_\perp) \rangle = \delta_{ab} \mu^2(x, x_\perp - y_\perp).$$

Os cálculos explícitos serão realizados aqui, mas como resultado já podemos escrever que a função de correlação terá a mesma forma,

$$C(k_\perp) \equiv \int d^2 x_\perp e^{i x_\perp \cdot k_\perp} \langle U(0) U^\dagger(x_\perp) \rangle, \quad (\text{A.14})$$

porém a correlação, é escrita como

$$\begin{aligned} \langle U^\dagger(0) U(x_\perp) \rangle_{ab} &= \delta_{ab} \exp \left\{ - \frac{g^4 t_a t^a}{2} \int d^2 y_\perp d^2 z_\perp \mu_A^2(x, y_\perp - z_\perp) \right. \\ &\quad \times \left. (G_0(y_\perp) - G_0(y_\perp - x_\perp))(G_0(z_\perp) - G_0(z_\perp - x_\perp)) \right\}, \end{aligned}$$

ou escrita no espaço de momentum

$$\langle U^\dagger(0) U(x_\perp) \rangle_{ab} = \delta_{ab} \exp \left\{ - \frac{g^4 t_a t^a}{2} \int \frac{dk_\perp}{k_\perp^3} (1 - J_0(k_\perp x_\perp)) \mu_A^2(x, k_\perp) \right\},$$

com

$$\mu_A^2(x, k_\perp) \equiv \int d^2 x_\perp e^{i k_\perp \cdot x_\perp} \mu_A^2(x, x_\perp).$$

A distribuição Gaussiana não-local já havia sido predita por Iancu, Leonidov e McLerran [23], como uma solução assintótica de campo médio da equação de evolução JIMWLK para um regime altamente saturado. Neste regime assintótico, a neutralização de cor é controlada pela física de saturação e portanto acontece a uma escala  $Q_s$  ao invés de  $\Lambda_{QCD}$ , e a função  $\mu^2$  é dada por

$$\frac{g^4 t_a t^a}{2} \mu_A^2(x, k_\perp) \equiv \frac{2}{\gamma c} k_\perp^2 \ln \left( 1 + \left( \frac{Q_{s,A}^2(x, A)}{k_\perp^2} \right)^\gamma \right).$$

Nesta equação,  $\gamma$  é alguma dimensão anômala (se consideramos BFKL  $\gamma \approx 0.64$ ) e  $c \approx 4.84$ . Sendo assim a função de correlação fica sendo escrita como

$$C(x, k_\perp) = \int d^2 x_\perp e^{i k_\perp \cdot x_\perp} \exp \left\{ - \frac{2}{\gamma c} \int \frac{dk_\perp}{k_\perp} (1 - J_0(k_\perp x_\perp)) \ln \left( 1 + \left( \frac{Q_{s,A}^2(x, A)}{k_\perp^2} \right)^\gamma \right) \right\}. \quad (\text{A.15})$$

## Apêndice B

# Propagador de fermions num campo de calibre de fundo

## B.1 Propagador de férmions num campo de calibre de fundo

Neste apêndice vamos obter a forma para o propagador de férmions interagindo com um campo de fundo, que é na realidade o campo denso do condensado de vidros coloridos (CGC). Vamos considerar que este campo tenha a seguinte estrutura nas variáveis do cone de luz,

$$\begin{aligned}A_+^a &= 0 \\A_-^a &= 0 \\ \tau \cdot A_\perp &= \theta(x^-)\kappa_\perp(x_\perp),\end{aligned}$$

onde  $\kappa_\perp(x_\perp)$  é um puro calibre de dimensão 2,

$$\kappa_\perp(x_\perp) = \frac{i}{g}V(x_\perp)\nabla_\perp V(x_\perp),$$

Considerando esta forma para o campo de calibre, escrevemos a equação de Dirac para um férmion interagindo através de acoplamento mínimo com o campo de calibre na seguinte forma,

$$[\alpha_\perp \cdot (p_\perp - gA_\perp) - \sqrt{2}p^+ \alpha^- - \sqrt{2}p^- \alpha^+ + \beta M]\psi_\lambda = \lambda\psi_\lambda, \quad (\text{B.1})$$

onde existe uma equação para o campo espinorial  $\psi$  e  $\bar{\psi}$ . Nesta equação vamos definir como métrica  $\hat{g}^{\mu\nu} \equiv (-, +, +, +)$ . As matrizes  $\gamma$  utilizadas para obter o propagador são definidas com base nesta métrica, na forma

$$\hat{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}; \quad \hat{\gamma}^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix}; \quad \hat{\gamma}^i = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}.$$

Desta forma  $\{\hat{\gamma}^\mu, \hat{\gamma}^\nu\} = -2\hat{g}^{\mu\nu}$ . Nas matrizes acima  $\sigma^i$ ,  $i = 1, 2, 3$ , são as matrizes de Pauli  $2 \times 2$  e  $I$  é a identidade. Pelas coordenadas no cone de luz  $\gamma^\pm = (\hat{\gamma}^0 \pm \hat{\gamma}^3)/\sqrt{2}$ . Uma consequência imediata destas definições surge na forma das matrizes  $\alpha$  e  $\beta$ ,

$$\begin{aligned}\alpha^\pm &= \frac{\hat{\gamma}^0 \gamma^\pm}{\sqrt{2}} \equiv \frac{\gamma^\mp \gamma^\pm}{2} \\ \alpha_\perp &= \hat{\gamma}^0 \gamma_\perp \\ \beta &= \hat{\gamma}^0,\end{aligned}$$

onde a componente “ $\perp$ ” representa os índices 1, 2.

Analisando a Eq. (B.1), verificamos que para  $x^- < 0$ , a solução é trivial pois  $A_\perp = 0$ , obtendo-se o espinor livre que representa uma onda plana. Para  $x^- > 0$  a solução é menos trivial,

$$\begin{aligned}\psi_{\lambda,q}^{\alpha,s}(x) &= \theta(-x^-) e^{iq \cdot x} u_{s,\lambda}^\alpha(q) + \theta(x^-) \int \frac{d^2 p_\perp}{(2\pi)^2} d^2 z_\perp (V(x_\perp) V^\dagger(z_\perp))^{\alpha\beta} e^{ip_\perp \cdot x_\perp - iq^- x^+} \\ &\times e^{iz_\perp \cdot (q_\perp - p_\perp)} e^{-i \frac{(p_\perp^2 + M^2 - \lambda)}{2p^-} x^-} \left[ 1 + \frac{(\alpha_\perp \cdot p_\perp + \beta M)}{\sqrt{2} q^-} \right] \alpha^- u_\lambda^{\beta,s}(q).\end{aligned}\quad (\text{B.2})$$

Os índices  $\alpha$  e  $\beta$  referem-se a cor na representação fundamental e  $s$  é o índice espinorial.

Partindo da autofunção da equação de Dirac no campo clássico de fundo, podemos agora calcular o propagador de férmions neste campo clássico. Isto é calculado através da seguinte relação,

$$S(x, y) = \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{1}{q^2 + M^2 - i\varepsilon} \sum_{pol} \psi_q(x) \bar{\psi}_q(y).\quad (\text{B.3})$$

Substituindo (B.2) em (B.3), obtem-se

$$\begin{aligned}S(x, y) &= \theta(-x^-) \theta(-y^-) S_0(x-y) + \theta(-x^-) \theta(-y^-) (V(x_\perp) S_0(x-y) V^\dagger(y_\perp)) \\ &+ \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{1}{q^2 + M^2 - i\varepsilon} e^{iq \cdot (x-y)} \int \frac{d^2 p_\perp}{(2\pi)^2} d^2 z_\perp \{ \theta(x^-) \theta(-y^-) e^{ip_\perp \cdot (x_\perp - z_\perp)} \\ &\times e^{[-i((p_\perp + q_\perp)^2 - q_\perp^2)/2q^-] x^-} (V(x_\perp) V^\dagger(z_\perp)) \frac{1}{2q^-} (M - \not{q} - p_\perp) \gamma^- (M - \not{q}) \\ &+ \theta(-x^-) \theta(y^-) e^{-ip_\perp \cdot (y_\perp - z_\perp)} e^{i \frac{(p_\perp + q_\perp)^2 - q_\perp^2}{2q^-} y^-} (V(z_\perp) V^\dagger(y_\perp)) \\ &\times \frac{1}{2q^-} (M - \not{q}) \gamma^- (M - \not{q} - p_\perp),\end{aligned}\quad (\text{B.4})$$

onde a função de Green livre é dada por

$$S_0(x-y) = \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} e^{iq \cdot (x-y)} \frac{(M - \not{q})}{q^2 + M^2 - i\varepsilon}.$$

Nota-se a partir da Eq. (B.4) que o propagador entre dois pontos do mesmo lado da fonte ( $x^-, y^- < 0$  ou  $x^-, y^- > 0$ ) é o propagador livre ou uma transformada de calibre deste

propagador livre. A contribuição não trivial vem das partes que conectam pontos em lados opostos da fonte. Analisando a Eq. (B.4), vemos que o termo contendo  $\theta(x^-)\theta(-y^-)$  pode ser escrito como

$$S(x, y) = -i \int d^4z V(x_\perp) S_0(x, y) \gamma^- \delta(z^-) S_0(z, y) V^\dagger(z_\perp),$$

sendo analogo para o termo contendo  $\theta(-x^-)\theta(y^-)$ . Se definimos

$$G(x_\perp, x^-) = \theta(-x^-) + \theta(x^-) V(x_\perp),$$

que é a matriz de transformação de calibre que transforma o campo de glúons atual em um campo singular que possui somente a componente  $+ A^\mu = \delta^{\mu+} \alpha(x_\perp)$ , tal que o propagador pode ser escrito

$$S_A(x, y) = G(x) S_0(x - y) G^\dagger(y) - i \int d^4z G(x) \{ \theta(x^-) \theta(-y^-) (V^\dagger(z_\perp) - 1) - \theta(-x^-) \theta(y^-) (V(z_\perp) - 1) \} G^\dagger(y) S_0(x - z) \gamma^- \delta(z^-) S_0(z - y).$$

Agora, se considerarmos finalmente o calibre singular o propagador adquire a seguinte forma

$$S_A^{sing}(x, y) = S_0(x - y) - i \int d^4z \{ \theta(x^-) \theta(-y^-) (V^\dagger(z_\perp) - 1) - \theta(-x^-) \theta(y^-) (V(z_\perp) - 1) \} S_0(x - z) \gamma^- \delta(z^-) S_0(z - y).$$

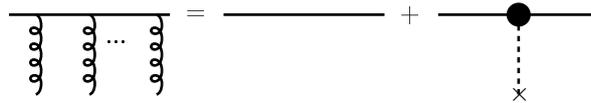


Fig. B.1: Representação diagramatica do propagador do férmions.

# Bibliografia

- [1] MUTA, T. *Foundations of quantum chromodynamics: an introduction to perturbative methods in gauge theories*. 2. ed. Singapore: World Scientific, 1997.
- [2] GREINER, W.; SCHÄFER, A. *Quantum chromodynamics*. New York: Springer-Verlag, 1994.
- [3] STERMAN, G. et al. Handbook of perturbative QCD. *Rev. Mod. Phys.*, Woodbury, v. 67, n. 1, p. 157-248, Jan. 1995.
- [4] BETHKE, S. Determination of the QCD coupling  $\alpha(s)$ . *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, Bristol, v. 26, n.7, p. R27-R66, July 2000.
- [5] DOKSHITZER, Y. L. Calculation of the structure functions for deep inelastic scattering and  $e^+e^-$  annihilation by perturbation theory in quantum chromodynamics. *Sov. Phys. JETP*, New York, v. 46, n. 4, p. 641-653, Oct. 1977.
- [6] ALTARELLI, G.; PARISI, G. Asymptotic freedom in parton language. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 126, n. 2, p. 298-318, Aug. 1977.
- [7] GRIBOV, V. N.; LIPATOV, L. N. Deep inelastic  $ep$  scattering in perturbation theory. *Sov. J. Nucl. Phys.*, New York, v. 15, n. 4, p. 438-450, Oct. 1978.
- [8] KURAEV, E. A.; LIPATOV, L. N.; FADIN, V. S. Pomeranchuk singularity in asymptotically free theories. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 60, n. 1, p. 50-52, Dec. 1975.
- [9] KURAEV, E. A.; LIPATOV, L. N.; FADIN, V. S. Multi Reggeon processes in the Yang-Mills theory. *Sov. Phys. JETP*, New York, v. 44, n. 3, p. 443-451, Sept. 1976.
- [10] KURAEV, E. A.; LIPATOV, L. N.; FADIN, V. S. The Pomeranchuk singularity in nonAbelian gauge theories. *Sov. Phys. JETP*, New York, v. 45, n. 2, p. 199-204, Feb. 1977.
- [11] BALITSKY, Y.; LIPATOV, L. N. Pomeranchuk singularity in quantum chromodynamics. *Sov. J. Nucl. Phys.*, New York, v. 28, n. 6, p. 822-829, Dec. 1978.

- 
- [12] GRIBOV, L. V.; LEVIN, E. M.; RYSKIN, M. G. Semihard process in QCD. *Phys. Rep.*, Amsterdam, v. 100, n. 1/2, p. 1-150, Nov. 1983.
- [13] AYALA, A. L.; GAY DUCATI, M. B.; LEVIN, E. M. QCD evolution of the gluon density in a nucleus. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 493, n. 1/2, p. 305-353, May 1997.
- [14] AYALA, A. L.; GAY DUCATI, M. B.; LEVIN, E. M. Parton densities in a nucleon. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 511, n. 1/2, p. 355-395, Feb. 1998.
- [15] KOVCHEGOV, Yu. Unitarization of the BFKL Pomeron on a nucleus. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 61, n.7, 074018 15 p., Apr. 2000.
- [16] BALISKY, I. Operator expansion for high-energy scattering. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 463, n.1, p. 99-157, Mar. 1996.
- [17] MCLERRAN, L.; VENUGOPALAN, R. Computing quark and gluon distribution functions for very large nuclei. *Phys. Rev. D*, Woodbury, v. 49, n. 5 , p. 2233-2241, Mar. 1994.
- [18] MCLERRAN, L.; VENUGOPALAN, R. Gluon distribution functions for very large nuclei at small transverse momentum. *Phys. Rev. D*, Woodbury, v. 49, n. 7 , p. 3352-3355, April 1994.
- [19] IANCU, E.; LEONIDOV, A.; MCLERRAN, L. Nonlinear gluon evolution in the color glass condensate: I. *Nucl. Phys. A*, Amsterdam, v. 692, n. 3/4 , p. 583-645, Sept. 2001.
- [20] FERREIRO, E. et al. Nonlinear gluon evolution in the color glass condensate. 2. *Nucl. Phys. A*, Amsterdam, v.703, n. 1/2, p. 489-538, May 2002.
- [21] JALILIAN-MARIAN, J. et al. The BFKL equation from the Wilson renormalization group. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 504, n. 1/2, p. 415-431, Oct. 1997.
- [22] JALILIAN-MARIAN, J. et al. Wilson renormalization group for low x physics: Towards the high density regime. *Phys. Rev. D*, Woodbury, v. 59, n.1, 014014 6p., Nov. 1998.
- [23] IANCU, E.; LEONIDOV, A.; MCLERRAN, L. D. The Renormalization group equation for the color glass condensate. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 510, n.1/4, p. 133-144 (2001).
- [24] MUELLER, A. H.; SHOSHI, A. I.; WONG, S. M. H. Extension of the JIMWLK equation in the low gluon density region. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 715, n. 1/2, p. 440-460, May 2005.

- [25] IANCU, E.; TRIANTAFYLLOPOULOS, D. N. Non-linear QCD evolution with improved triple-pomeron vertices. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 610, n. 3/4, p. 253-261, Mar. 2005.
- [26] CANAL, C. A.; GAY DUCATI, M. B.; SIMÕES, J. A. M. *Notes in deep inelastic scattering*. Strasbourg: Centre de Recherches Nucléaires, Université Louis Pasteur, 1979. 93p. (Séries des cours et conférences sur la physique des hautes énergies, 15).
- [27] HALZEN, F.; MARTIN, A. D. *Quarks and leptons: an introductory course in modern particle physics*. New York: John Wiley, 1984.
- [28] BJORKEN, J. D.; PASCHOS, E. A. Inelastic electron-proton and gamma-proton scattering and structure of nucleon. *Phys. Rev.*, New York, v. 185, n. 5, p. 1975-1982, Sept. 1969.
- [29] ROBERTS, R. G. *The structure of the proton*. Cambridge: Cambridge University Press, 1990.
- [30] CALLAN, C. G.; GROSS, D. J. High-energy electroproduction and constitution of the electric current. *Phys. Rev. Lett.*, New York, v. 22, n. 1, p. 156-159, Jan. 1969.
- [31] BUTKOV, E. *Física Matemática*. Editora LTC, Rio de Janeiro, 1988.
- [32] AYALA FILHO, A. L. *Formalismo de Glauber para interações partônicas*. 1998. 106 f. Tese (Doutorado em Ciências) - Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1998.
- [33] GLUCK, M.; REYA, E. Dynamical determination of parton and gluon distributions in quantum chromodynamics. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 130, n. 1, p. 76-92, Nov. 1977.
- [34] GLUCK, M.; REYA, E.; VOGT, A. Dynamical parton distributions of the proton and small- $x$  physics. *Z. Phys. C*, Berlin, v. 67, n. 3, p. 433-447, July 1995.
- [35] GLUCK, M.; REYA, E.; VOGT, A. Dynamical parton distributions revisited. *Eur. Phys. J. C*, Berlin, v. 5, n. 3, p. 461-470, Sept. 1998.
- [36] LAI, H. L. et al. Global QCD analysis and the CTEQ parton distributions. *Phys. Rev. D*, Woodbury, v. 51, n. 9, p. 4763-4782, May 1995.
- [37] LAI, H. L. et al. Global QCD analysis of parton structure of the nucleon: CTEQ5 parton distributions. *Eur. Phys. J. C*, Berlin, v.12, p. 375-392, Feb. 2000.

- [38] PUMPLIN, J. et al. New generation of parton distributions with uncertainties from global QCD analysis. *J. High Energy Phys.*, Bristol, v. 207, 012, Aug. 2002.
- [39] MARTIN, A. D.; ROBERTS, R. G.; STIRLING, W. J. Parton distribution of the proton. *Phys. Rev. D*, Woodbury, v. 50, n. 11, p. 6734-6752, Dec. 1994.
- [40] MARTIN, A. D. et al. Parton distributions: a new global analysis. *Eur. Phys. J. C*, Berlin, v. 4, n. 3, p. 463-496, July 1998.
- [41] MARTIN, A. D. et al. Update of MRST partons. *Nucl. Phys. B Suppl. Proc.*, Amsterdam, v. 79, p. 105-107, Oct. 1999.
- [42] GONÇALVES, V. P. *A obtenção da distribuição de glúons na QCD para pequeno  $x$* . Dissertação (Mestrado em Física) - Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1997.
- [43] DRELL, S. D.; YAN, T. M. Massive lepton-pair production in hadron-hadron collisions at high energies. *Phys. Rev. Lett.*, New York, v. 25, n. 5, p. 316-320, Aug. 1970.
- [44] HAWKER, E. A. et al. Measurement of the light antiquark flavor asymmetry in the nucleon sea. *Phys. Rev. Lett.*, Woodbury, v. 80, n. 17, p. 3715-3718, Apr. 1998.
- [45] ITO, A. S. et al. Measurement of the continuum of dimuons produced in high-energy proton-nucleus collisions. *Phys. Rev. D*, New York, v. 23, n. 3, p. 604-633, Feb. 1981.
- [46] MORENO, G. et al. Dimuon production in proton-copper collisions at  $\sqrt{s} = 38.8$  GeV. *Phys. Rev. D*, Woodbury, v. 43, n. 9, p. 2815-2835, May 1991.
- [47] ALTARELLI, G.; PARISI, G.; PETRONZIO, R. Transverse momentum in Drell-Yan process. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 76, n. 3, p. 351-355, June 1978.
- [48] ALTARELLI, G.; PARISI, G.; PETRONZIO, R. Transverse momentum of muon pair in hadronic collisions. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 76, n. 3, p. 356-360, June 1978.
- [49] FIELD, R. *Application of perturbative QCD*. Reading: Addison Wesley, 1995.
- [50] FRITZSCH, H.; MINKOWSKI, P. Quark-Gluon collisions as source of dimuon production at large transverse momenta in proton nucleon scattering. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 73, n. 1, p. 80-84, Jan. 1978.
- [51] McGAUGHEY, P. L.; MOSS, J. M.; PENG, J. C. High-energy hadron-induced dilepton production from nucleons and nuclei. *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.*, Palo Alto, v. 49, p. 217-253, 1999.

- [52] ARNOLD, P. B.; KAUFFMAN, R. P.  $W$  and  $Z$  Production at Next-to-leading Order: From Large  $q_T$  to Small. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 349, n. 2, p. 381-413, Feb. 1991.
- [53] COLLINS, J. C.; SOPER, D. E.; STERMAN, G. Transverse momentum distribution in Drell-Yan and  $W$ -boson and  $Z$ -boson production. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 250, n. 2, p. 199-224, Feb. 1985.
- [54] ANTREASYAN, D. et al. Dimuon scaling comparison at 44 and 62 GeV. *Phys. Rev. Lett.*, New York, v. 48, n. 5, p. 302-304, Feb. 1982.
- [55] ALTARELLI, G.; PARISI, G.; PETRONZIO, R. Transverse Momentum Of Muon Pairs Produced In Hadronic Collisions. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 76, n. 3, p. 356-360, June 1978.
- [56] ARNEODO, M. Nuclear effects in structure functions. *Phys. Rep.*, Amsterdam, v. 240, n. 5/6, p. 301-393, May 1994.
- [57] PILER, G.; WEISE, W. Nuclear deep-inelastic lepton scattering and coherence phenomena. *Phys. Rep.*, Amsterdam, v. 330, n. 1, p. 2-94, June 2000.
- [58] GAY DUCATI, M. B.; GONÇALVES, V. P. Small  $x$  nuclear shadowing in deep inelastic scattering. *Phys. Rev. C*, Melville, v. 60, n. 5, 058201 4p., Nov. 1999.
- [59] GAY DUCATI, M. B.; GONÇALVES, V. P. Seeking the shadowing in  $eA$  processes. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 466, n. 2/4, p. 375-379, Nov. 1999.
- [60] AYALA, A. L.; GAY DUCATI, M. B.; LEVIN, E. M. Unitarity boundary for deep inelastic structure functions. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 388, n. 1, p. 188-196, Nov. 1996.
- [61] GAY DUCATI, M. B.; GONÇALVES, V. P. The description of  $F_2$  at very high parton densities. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 502, n. 1/4, p. 92-98, Mar. 2001.
- [62] AUBERT, J. J. et al. The ratio of the nucleon structure functions  $F_2(N)$  for iron. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 123, n. 3/4, p. 275-278, Jan. 1983.
- [63] AMAUDRUZ, P. et al. A re-evaluation of the nuclear structure function ratios for  $D$ ,  $He$ ,  $Li$ ,  $C$  and  $Ca$ . *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 441, n. 1, p. 3-11, May 1995.
- [64] GOMEZ, J. et al. Measurement of the  $A$ -dependence of deep inelastic electron scattering. *Phys. Rev. D*, Woodbury, v. 49, n. 9, p. 4348-4372, May 1994.

- [65] BENVENUTI, A. C. et al. Nuclear effects in deep inelastic muon scattering on deuterium and iron targets. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 189, n. 4, p. 483-487, May 1987.
- [66] ARMESTO, N. Nuclear shadowing. *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, Bristol, v. 32, n. 11, p. R367-R393 Nov. 2006.
- [67] ESKOLA, K. J.; KOLHINEN, V. J.; SALGADO, C. A. The scale dependent nuclear effects in parton distributions for practical applications. *Eur. Phys. J. C*, Berlin, v. 9, n. 1, p. 61-68, June 1999.
- [68] ESKOLA, K. J.; KOLHINEN, V. J.; RUUSKANEN, P. V. Scale evolution of nuclear parton distributions. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 535, n. 1/2, p. 351-371, Dec. 1998.
- [69] FLORIAN, D. de; SASSOT, R. Nuclear parton distributions at next to leading order. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 69, 074028, 9pp, April 2004.
- [70] NIKOLAEV, N. N.; ZAKHAROV, B. G. Colour transparency and scaling properties of nuclear shadowing in deep inelastic scattering. *Z. Phys. C*, Berlin, v. 49, n. 4, p. 607-618, Mar. 1991.
- [71] NIKOLAEV, N. N.; ZAKHAROV, B. G. Pomeron structure function and diffraction dissociation of virtual photons in perturbative QCD. *Z. Phys. C*, Berlin, v. 53, n. 2, p. 331-345, Feb. 1992.
- [72] GAY DUCATI, M. B.; MACHADO, M. V. T. Unitarity corrections to the proton structure functions through the dipole picture. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 65, n. 1, 114019 13p., June 2002.
- [73] GLAUBER, R. J. Cross sections in deuterium at high energies. *Phys. Rev.*, New York, v. 100, n. 1, p. 242-248, Oct. 1955.
- [74] LEVIN, E.; RYSKIN, M. G. Diffractive dissociation on nuclei in the leading log approximation to QCD. *Sov. J Nucl. Phys.*, Woodbury, v. 45, n. 1, p. 150-156, Jan. 1987.
- [75] MUELLER, A. H. Small- $x$  behavior and parton saturation- a QCD model. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 335, n. 1, p. 115-137, Apr. 1990.
- [76] ARNOLD, R. C. Optical potential for high energy physics: theory and applications. *Phys. Rev.*, New York, v. 153, n. 5, p. 1523-1546, Jan. 1967.

- [77] CHOU, T. T.; YANG, C.N. Model of elastic high energy scattering. *Phys. Rev.*, New York, v. 170, n. 5, p. 1591-1596, June 1968.
- [78] GAY DUCATI, M. B.; GONÇALVES, V. P. The AGL equation from the dipole picture. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 557, n. 1/2, p. 296-306, Sept. 1999.
- [79] MUELLER, A. H.; QIU, J. W. Gluon Recombination And Shadowing At Small Values Of  $x$ . *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 268, n. 2, p. 427-452, May 1986.
- [80] MUELLER, A. H. Small  $x$  behavior and parton saturation: a QCD model. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 335, n. 1, p. 115-137, Apr. 1990.
- [81] MUELLER, A. H. Soft gluons in infinite-momentum wave function and the BFKL Pomeron. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 415, n. 2, p. 373-385, Mar. 1994.
- [82] GAY DUCATI, M. B.; GONÇALVES, V. P. The AGL equation from the dipole picture. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 557, n. 1-2, p. 296-306, Sept. 1999.
- [83] GOTSMAN, E. et al. Has HERA reached a new QCD regime?: (Summary of our view). *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, Bristol, v. 27, n. 11, p. 2297-2323, Nov. 2001.
- [84] LEVIN, E.; TUCHIN, K. Solution to the evolution equation for high parton density QCD. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 573, p. 833, 2000.
- [85] DE SANTANA AMARAL, J. T. et al.  $\gamma^*p$  cross section from the dipole model in momentum space. Disponível em: <<http://arXiv.org/abs/hep-ph/0612091>>. Acesso em: 14 dezembro 2006.
- [86] WEIGERT, H. Evolution at small  $x_{bj}$ : The color glass condensate. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, Amsterdam, v. 55, n. 2, p. 461-565, Oct. 2005.
- [87] GOLEC-BIERNAT, K.; WÜSTHOFF, M. Saturation effects in deep inelastic scattering at low  $Q^2$  and its implications on diffraction *Phys. Rev. D*, Melville, v. 59, n. 1, 014017 10p., Jan. 1999.
- [88] GOLEC-BIERNAT, K.; WÜSTHOFF, M. Saturation in diffractive deep inelastic scattering. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 60, n. 11, 114023 15p., Dec. 1999.
- [89] BARTELS, J.; GOLEC-BIERNAT, K.; KOWALSKI, H. A modification of the saturation model: DGLAP evolution. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 66, n. 1, 014001 9p., June 2002.

- [90] IANCU, E.; ITAKURA, K.; MUNIER, S. Saturation and BFKL dynamics in the HERA data at small- $x$  *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 590, n. 3/4, p. 199-208, June 2004.
- [91] TRIANTAFYLLOPOULOS, D. N. The energy dependence of the saturation momentum from RG improved BFKL evolution. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 648, n. 1/2, p. 293-316, Jan. 2003.
- [92] GELIS, F.; JALILIAN-MARIAN, J. From DIS to proton nucleus collisions in the color glass condensate model. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 67, n. 7, 074019 10p., April 2003.
- [93] IANCU, E.; LEONIDOV, A.; MCLERRAN, L. The colour glass condensate: an introduction. Disponível em: <<http://arXiv.org/abs/hep-ph/0202270>>. Acesso em: 12 abril 2002.
- [94] IANCU, E.; VENUGOPALAN, R. The color glass condensate and high energy scattering in QCD,” Disponível em: <<http://arXiv.org/abs/hep-ph/0303204>>. Acesso em: 10 abril 2003.
- [95] MUELLER, A. H. Small- $x$  physics, high parton densities and parton saturation in QCD. Disponível em: <<http://arXiv.org/abs/hep-ph/9911289>>. Acesso em: 8 março 2002.
- [96] BRODSKY, S. J.; PAULI, H-C.; PINSKY, S. S. Quantum Chromodynamics and other field theories on the light cone. *Phys. Rept.*, Melville, v. 301, n. 4/6, p. 299-486, Aug. 1998.
- [97] GELIS, F.; PESHIER, A. Probing colored glass via  $q$  anti- $q$  photoproduction. *Nucl. Phys. A*, Amsterdam, v. 697, n.3/4, p. 879-901, Jan. 2002.
- [98] IANCU, E.; ITAKURA, K.; MCLERRAN, L. A Gaussian effective theory for gluon saturation. *Nucl. Phys. A*, Amsterdam, v. 724, n. 2, p. 181-222, Aug. 2003.
- [99] BLAIZOT, J. P.; GELIS, F.; VENUGOPALAN, R. High-energy pA collisions in the color glass condensate approach. 1. Gluon production and the Cronin effect. *Nucl. Phys. A*, Amsterdam, v. 743, n. 1/3, p. 13-56, Oct. 2004.
- [100] LEHMANN, H.; SYMANZIK, K.; ZIMMERMANN, W. On the formulation of quantized field theories. *Nuovo Cim.*, v. 1, 205-225, 1955.
- [101] ITZYKSON, C.; ZUBER, J. B. Quantum Field Theory. New York: McGraw-Hill, 1980.

- [102] JALILIAN-MARIAN, J. Intrinsic glue distribution at very small  $x$ . *Phys. Rev. D*, Melville, v. 55, n. 9, p. 5414-5428, May 1997.
- [103] KOVCHEGOV, Y. V.; MUELLER, A. H. Gluon production in current-nucleus and nucleon-nucleus collisions in a quasi-classical approximation. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 529, n. 1/2, p. 451-479, Sept. 1998.
- [104] MCLERRAN, L.; VENUGOPALAN, R. Fock space distributions, structure functions, higher twists, and small  $x$  *Phys. Rev. D*, Melville, v. 59, n. 9, 094002 20p., Mar. 1999.
- [105] GELIS, F.; JALILIAN-MARIAN, J. Photon production in high-energy proton nucleus collisions. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 66, n. 1, 014021 8p., July 2002.
- [106] GELIS, F.; JALILIAN-MARIAN, J. Dilepton production from the color glass condensate. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 66, n. 9, 094014 9p., Nov. 2002.
- [107] CRONIN, J. W.; et. al. Production of Hadrons With Large Transverse Momentum At 200-Gev, 300-Gev, And 400-Gev. *Phys. Rev. D*, Woodbury, v. 11, n. 11, p. 3105-3123, June 1975.
- [108] ACCARDI, A. Cronin effect in proton nucleus collisions: A survey of theoretical models,” em CERN Yellow Report on Hard Probes in Heavy Ion Collisions at the LHC Disponível em:<<http://arXiv.org/abs/hep-ph/0212148>>. Acesso em: 14 agosto 2004.
- [109] GYULASSY, M.; MCLERRAN, L. New forms of QCD matter discovered at RHIC. *Nucl. Phys. A*, Amsterdam, v. 750, n. 1, p. 30-63, Mar. 2005.
- [110] KHARZEEV, D.; NARDI, M. Hadron production in nuclear collisions at RHIC and high density QCD. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 507, n. 1/4 , p. 121-128, May 2001.
- [111] KHARZEEV, D.; LEVIN, E. Manifestations of high density QCD in the first RHIC data. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 523, n. 1/2, p. 79-87, Dec. 2001.
- [112] KHARZEEV, D.; LEVIN, E.; MCLERRAN, L. Parton saturation and  $N_{part}$  scaling of semihard processes in QCD. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 561, n. 2, p. 93-101, May 2003.
- [113] KHARZEEV, D.; LEVIN, E.; NARDI, M. QCD saturation and deuteron nucleus collisions. *Nucl. Phys. A*, Amsterdam, v. 730, n. 4, p. 448-459, Jan. 2004. Erratum-ibid. v. 743, n. 4, p. 329-331, Nov. 2004.

- [114] ALBACETE, J. L. et al. Energy dependence of the Cronin effect from nonlinear QCD evolution. *Phys. Rev. Lett.*, Melville, v. 92, n. 8, 082001 4p., Feb. 2004.
- [115] ARSENE, I. et al. (BRAHMS Collaboration). On the evolution of the nuclear modification factors with rapidity and centrality in  $d + Au$  collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV. *Phys. Rev. Lett.*, Melville, v. 93, n. 24, 242303 4p., Dec. 2004.
- [116] BETEMPS, M. A. et al. Investigating the Drell-Yan transverse momentum distribution in the color dipole approach. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 67, n. 11, 114008 8p., June 2003.
- [117] BETEMPS, M. A.; GAY DUCATI, M. B.; DE OLIVEIRA, E. G. Dilepton distributions at backward rapidities. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 74, n. 9, 094010 7p., Nov. 2006.
- [118] KOPELIOVICH, B. Z. Soft component of hard reactions and nuclear shadowing (DIS, Drell-Yan reaction, heavy quark production). Disponível em: <<http://arXiv.org/abs/hep-ph/9609385>>. Acesso em: 12 june 2002.
- [119] BRODSKY, S. J.; HEBECKER, A.; QUACK, E. The Drell-Yan process and factorization in impact parameter space. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 55, n. 5, p. 2584-2590, Mar. 1997.
- [120] BETEMPS, M.A.; GAY DUCATI, M.B.; MACHADO, M.V.T. Unitarity corrections to the Drell-Yan process in the target rest frame. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 66, n. 1, 014018 11p., July 2002.
- [121] KOPELIOVICH, B. Z. et al. Nuclear effects in the Drell-Yan process at very high-energies. *Phys. Rev. C*, Melville, v. 67, n. 1, 014903 25p., Jan. 2003.
- [122] JOHNSON, M. B.; KOPELIOVICH, B. Z.; TARASOV, A. V. Broadening of transverse momentum of partons propagating through a medium. *Phys. Rev. C*, Melville, v. 63, n. 3, 035203 10p. Feb. 2001.
- [123] RAUFEISEN, J. Relating different approaches to nuclear broadening. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 557, n. 4, p. 184-191, Apr. 2003.
- [124] RAUFEISEN, J.; PENG, J. C.; NAYAK, G. C. Parton model versus color dipole formulation of the Drell-Yan process. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 66, n. 3, 034024 11p., Aug. 2002.
- [125] BLÄTTEL, B. et al. How transparent are hadrons to pions? *Phys. Rev. Lett.*, Melville, v. 70, n. 7, p. 896-899, Feb. 1993.

- [126] FRANKFURT, L.; RADYUSHKIN, A.; STRIKMAN, M. Interaction of small size wave packet with hadron target. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 55, n. 1, p. 98-104, Jan. 1997.
- [127] KOPELIOVICH, B. Z.; SCHAFFER, A.; TARASOV, A. Bremsstrahlung of a quark propagating through a nucleus *Phys. Rev. C*, Melville, v. 59, n. 3, p. 1609-1619, Mar. 1999.
- [128] ZAJC, W. A. et al. (PHENIX Collaboration). Overview of PHENIX results from the first RHIC run. *Nucl. Phys. A*, Amsterdam, v. 698, n. 1/4, p. 39-53, Feb. 2002.
- [129] KOPELIOVICH, B. Z.; RAUFEISEN, J.; TARASOV, A. The color dipole picture of the Drell-Yan process *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 503, n. 1/2, p. 91-98, Mar. 2001.
- [130] MCDERMOTT, M. et al. Unitarity and the QCD improved dipole picture. *Eur. Phys. J. C*, Berlin, v. 16, n. 4, p. 641-656, Feb. 2000.
- [131] FRANKFURT, L.; MCDERMOTT, M.; STRIKMAN, M. A fresh look at diffractive  $J/\psi$  photoproduction at HERA, with predictions for THERA. *J. High Energy Phys.*, Bristol, v. 0103, 045, Apr. 2001.
- [132] MCGAUGHEY, P. L. et al (E772 Collaboration). Cross-sections for the production of high mass muon pairs from 800-GeV proton bombardment of H-2. *Phys. Rev. D*, Woodbury, v. 50, n. 5, p. 3038-3045, Sept. 1994. Erratum-ibid. v. 60, n.11, 119903 5p., Oct. 1994.
- [133] PAJARES, C. RHIC physics. *Acta Phys. Pol. B*, Cracow, v.30, n. 7, p. 2263-2281, July 1999.
- [134] JOHNSON, M. B. et al. Nuclear broadening of transverse momentum in Drell-Yan reactions. Disponível em: <<http://arXiv.org/abs/hep-ph/0606126>>. Acesso em: 15 Setembro 2006.
- [135] ARMESTO, N. A Simple model for nuclear structure functions at small x in the dipole picture. *Eur. Phys. J. C*, Berlin, v. 26, n. 2 , p. 35-46, Dec. 2002.
- [136] COLLINS, J. C.; SOPER, D. E.; STERMAN, G. Transverse momentum distribution in Drell-Yan pair and W and Z boson production. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 250, n.1/4, p. 199 -224, May 1985.
- [137] QIU, Jw.; ZHANG, Xf. QCD prediction for heavy boson transverse momentum distributions. *Phys. Rev. Lett.*, Melville, v. 86, n. 13 , p. 2724-2727, May 2001.

- [138] FAI, G. I.; QIU, Jw.; ZHANG, Xf. Full transverse-momentum spectra of low-mass Drell-Yan pairs at LHC energies. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 567, n. 3/4, p. 243-250, Aug. 2003.
- [139] LINNYK, O.; LEUPOLD, S.; MOSEL, U. Next-to-leading order vs. quark off-shellness and intrinsic  $k_T$  in the Drell-Yan process. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 75, n. 1, 014016 10p., Jan. 2007.
- [140] CATANI, S.; CIAFALONI, M.; HAUTMANN, F. Gluon contributions to small  $x$  heavy flavour production. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 242, n.1, p. 97-102, May 1990;
- [141] CATANI, S.; CIAFALONI, M.; HAUTMANN, F. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 366, 135 (1991).
- [142] COLLINS, J.; ELLIS, R. Heavy-quark production in very high energy hadron collisions. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 360, n. 1, p. 3-30, Aug. 1991.
- [143] LINNYK, O.; LEUPOLD, S.; MOSEL, U. Quark initial state interaction in deep inelastic scattering and the Drell-Yan process. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 71, n. 3, 034009 14p., Feb. 2005.
- [144] ADLER, S. S. et al. (PHENIX Collaboration). Nuclear Modification Factors for Hadrons at Forward and Backward Rapidities in Deuteron-Gold Collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV *Phys. Rev. Lett.*, Melville, v. 94, n. 8, 082302 4p., Mar. 2005.
- [145] BETEMPS, M.A.; GAY DUCATI, M. B. Dilepton low  $p_T$  suppression as an evidence of the color glass condensate. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 70, n. 11, 116005 10p., Dec. 2004.
- [146] BETEMPS, M. A.; GAY DUCATI, M. B. Dilepton  $p_T$  suppression in the color glass condensate. *Eur. Phys. J. C*, Berlin, v. 43, n.1/4, p. 365-369, Aug. 2005.
- [147] BETEMPS, M. A.; GAY DUCATI, M. B. Using dileptons to probe the color glass condensate. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 636, n. 1, p. 46-50, April 2006.
- [148] DUMITRU, A.; HAYASHIGAKI, A.; JALILIAN-MARIAN, J. The color glass condensate and hadron production in the forward region, *Nucl. Phys. A*, Amsterdam, v. 765, n. 3/4, p. 464-482, Feb. 2006.
- [149] MUELLER, A. H.; TRIANTAFYLLOPOULOS, D. N. The energy dependence of the saturation momentum, *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 640, n. 1/2, p. 331-350, Sept. 2002.

- [150] JALILIAN-MARIAN, J. Electromagnetic signatures of the color glass condensate: dileptons. *Nucl. Phys. A*, Amsterdam, v. 739, n. 3/4, p. 319-328, July 2004.
- [151] CONÇALVES, V. P.; MACHADO, M. V. T. The QCD pomeron in ultraperipheral heavy ion collisions. III: Photonuclear production of heavy quarks. *Eur. Phys. J. C*, Berlin, v. 31, n. 3, p. 371-378, Oct. 2003.
- [152] FREUND, A. et al. Geometric Scaling in Inclusive eA Reactions and Nonlinear Perturbative QCD. *Phys. Rev. Lett.*, Melville, v. 90, n. 22, 222002 4p., June 2002.
- [153] JOHNSON, M. B.; KOPELIOVICH, B. Z.; SCHMIDT, I. Cronin effect in the Drell-Yan reaction. *Phys. Rev. C*, Melville, v. 75, n. 06, 064905 13p., Jun. 2007.
- [154] ACCARDI, A. Cronin effect from backward to forward rapidity: A tale of two mysteries. *Acta Phys. Hung. A*, v. 22, p. 289-299, Aug. 2005. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/nucl-th/0405046>>. Acesso em: 11 Outubro 2004.
- [155] DEBBE, R. (BRAHMS collaboration) High  $p_T$  hadron spectra at high rapidity. *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, Bristol, v. 30, S759-S766, Aug. 2004.
- [156] HWA, R. C.; YANG, C. B. Final-State Interaction as the Origin of the Cronin Effect. *Phys. Rev. Lett.*, Melville, v. 93, n. 8, 082302 4p., Aug. 2004.
- [157] ADCOX, K. et al. Measurement of Single Electrons and Implications for Charm Production in  $Au + Au$  Collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV. *Phys. Rev. Lett.*, Melville, v. 88, n. 19, 192303 6p., Apr. 2002.
- [158] ALICE Collaboration. ALICE technical design report of the dimuon forward spectrometer. CERN/LHCC-99-22, p. 1-333, Aug. 1999.;
- [159] BAIER, R.; MUELLER, A. H.; SCHIFF, D. Saturation and shadowing in high-energy proton-nucleus dilepton production. *Nucl. Phys. A*, Amsterdam, v. 741, p. 358-380, Sept. 2004.
- [160] FAI, G.; QIU, Jw.; ZHANG, Xf. Probing small- $x$  gluons by low-mass Drell-Yan pairs at RHIC and LHC *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, Bristol, v. 30, S1037-S1041, July 2004.