UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

INSTITUTO DE MATEMÁTICA

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

MARCELO ANJOS DOS SANTOS

A produção matemática no estudo de função afim em um ambiente de Modelagem Matemática

PORTO ALEGRE

2014

MARCELO ANJOS DOS SANTOS

A produção matemática no estudo de função afim em um ambiente de Modelagem Matemática

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como exigência parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Jean Carlo Pech de Moraes.

Coorientadora: Profa. Dra. Débora da Silva Soares.

PORTO ALEGRE

2014

MARCELO ANJOS DOS SANTOS

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como exigência parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Jean Carlo Pech de Moraes.

Coorientadora: Profa. Dra. Débora da Silva Soares.

Profa. Dra. Fernanda Wanderer

Faculdade de Educação – UFRGS

Prof. Dr. Esequia Sauter

Instituto de Matemática – UFRGS

Prof. Dr. Jean Carlo Pech de Moraes

Instituto de Matemática – UFRGS

Profa. Dra. Débora da Silva Soares

Instituto de Matemática – UFRGS

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais,Ascilon dos Santos e Ana Alice Anjos dos Santos, pelo amor incondicional e incentivo aos estudos. Sem eles este sonho não seria possível.

Aos meus irmãos,Maike Anjos dos Santos e Michele Anjos dos Santos,por todos esses anos de amizade e carinho. Agradeço também as minhas cachorras, pelo companheirismo e alegria transmitida a mim.

A minha namorada Winnie Bauer pelo amor, amizade e apoio nos momentos difíceis.

As minhas falecidas vó Glória e tia Neusa pelo amor e educação.

Aos meus professores, pela contribuição que deram para minha formação. Em especial ao professor Jean, por aceitar o convite de me orientar neste trabalho, e a professora Débora, pela atenção e dedicação em nos ajudar sempre que necessário para o desenvolvimento do trabalho.

Aos meus amigos, pelos momentos de descontração e alegria.

Aos professores Esequia, Débora e Fernanda, pela contribuição como banca examinadora deste trabalho.

RESUMO

SANTOS, Marcelo Anjos.**A produção matemática no estudo de função afim em um ambiente de Modelagem Matemática.**Trabalho de Conclusão de Curso em Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. 2014

Este trabalho busca analisar a produção matemática dos estudantes no estudo de função afim em um ambiente de modelagem matemática. Para isso, baseou-se em uma prática, que está fundamentada nos trabalhos de Barbosa e Skovsmose, que propõem a modelagem e a investigação matemática como ambientes de aprendizagem. A atividade prática foi aplicada em duas turmas de primeiro ano do Ensino Médio da rede estadual, que estavam trabalhando com funções afim. O experimento teve enfoque na modelagem, que foi estruturada com base no caso 2 de Modelagem Matemática relatado por Barbosa (2001b), e com referência à realidade, conforme citado por Skovsmose (2000). Com base na análise da produção escrita dos alunos, observou-se : a evolução na interpretação de textos e problemas ; a evolução na escrita e notação Matemática; o uso de diversas estratégias (Geometria, Álgebra e a situação problema) para a resolução de um problema pelos alunos.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Função Afim; Produção Matemática.

LISTA DE TABELAS

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Durante o período de observações que realizei em escolas da Rede Pública, Municipal e Estadual, tanto no Ensino Fundamental quanto no Médio, quando cursei as disciplinas de Estágios I,II e III na Universidade Federal do Rio Grande do Sul, percebi que a disciplina de matemática, em geral, é voltada para o método do tradicional*. Baseia-se em o professor listar uma determinada quantidade de exercícios e preocupar-se com a sua correção. Os exercícios listados são, em geral, apenas de aplicações de fórmulas e manipulações algébricas, os quais os alunos resolvem de forma mecânica. Lembro da observação de uma turma de 7° ano em uma escola da rede municipal, em que a turma trabalhava as operações dos números inteiros e áreas de polígonos apenas com a resolução de exercícios repetidos, sem referência à realidade, sem nenhum problema ou contexto. A mesma proposta de aula se repetiu durante as observações das turmas de 9º ano da rede municipal e do 1º ano do ensino médio, quando trabalhavam, respectivamente, com equações do primeiro grau e função afim.

Acredito que trabalhar com o método que se baseia apenas no exercício, torna a matemática desconectada de outras ciências e pode causar dificuldades aos alunos para relacionar a matemática com situações além da sala de aula. Skovsmose (2000) não encontra no paradigma do exercício a compreensão das inúmeras aplicações e utilidades da matemática como parte da nossa cultura.

Ao longo das disciplinas de Laboratório de Ensino e Aprendizagem Matemática e Estágio de Educação Matemática, fomos alertados a ensinar matemática com independência dos livros e exercícios, utilizar de meios mais criativos do que o método tradicional. Fomos instigados e motivados a encontrar meios que fossem capazes de provocar o interesse dos alunos pela Matemática. Diversas metodologias para abordar matemática foram discutidas durante este processo. Dentre todas, a que mais me identifiquei e com a qual mais trabalhei foi a Modelagem Matemática. Creio que a abordagem contextualizada para o ensino de matemática pode ser construtiva e

Acredito que o método tradicional é caracterizado como aulas expositivas e com inúmeros exercícios de aplicação.

motivadora para os alunos, podendo facilitar a sua compreensão dos conceitos matemáticos e maior aproximação com a matemática.

As disciplinas de Estágios são geralmente divididas em três áreas: a primeira em que realizamos observações de aulas nas escolas; a segunda em que realizamos o período de docência; e a terceira, um seminário com artigos propícios que tratam sobre as experiências adquiridas nas observações e docência. Durante o curso de Estágio em Educação Matemática III, observei uma escola estadual do estado do Rio Grande do Sul que oferece o curso de Ensino Médio regular. Em particular observei duas turmas do 1º ano do ensino médio. Os alunos estavam trabalhando função afim com o método baseado em exercícios. Então resolvi, para o período de docência, trabalhar função afim por meio da modelagem matemática, com ambas as turmas. Nesse trabalho meu objetivo é analisar a produção matemática dos alunos, no desenvolvimento das atividades propostas na docência, a fim de avaliar qualitativamente o seu desenvolvimento e estratégias tomadas para resolver os problemas.

A prática na escola se dividiu em 4 atividades de modelagem matemática, com 4 períodos de 45 minutos cada. Os alunos trabalharam em grupos modelando funções afim para alguns problemas reais e resolveram os problemas de acordo com a função encontrada, problemas estes propostos por mim. Deveriam modelar a função que: expressasse o número certo de calçado conforme a medida do pé; determinasse a quantidade de combustível de certo automóvel para o trajeto casa-escola-casa; convertesse a temperatura de graus Celsius para Fahrenheit; e estimasse a quantidade de votos de cada presidenciável para as eleições 2014. As atividades foram propostas pelo fato de trabalhar com a modelagem matemática, sem custos demasiados, necessitando de poucos materiais, e tempo de execução condizente com os períodos de matemática na escola. As atividades foram aplicadas no segundo semestre do ano de 2014, durante o período de Estágio em Educação Matemática III.

Acredito que a relevância do meu trabalho com a modelagem matemática se dá: em propor atividades alternativas para o método tradicional; e investigar a produção e o desenvolvimento dos alunos quando trabalham com modelagem matemática.

Este trabalho tem sua estrutura organizada da seguinte maneira: o primeiro capítulo teórico, que aborda algumas definições de Modelagem Matemática e suas perspectivas, além de uma revisão de literatura; o segundo apresenta o plano da atividade I, as atividades propostas e resolvidas, o relato do encontro e a análise da produção escrita dos alunos na atividade I, contêm nesta seção um resumo da análise. Os demais capítulos apresentam a mesma estrutura do segundo, respectivamente tratando de suas atividades. E por fim, a conclusão da pesquisa.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Modelagem Matemática

Barbosa (2001a) afirma que a Modelagem Matemática é uma estratégia no âmbito do ensino de matemática que pode ser uma alternativa para o chamado método tradicional. Já outros autores com perspectivas sóciocríticas para a Matemática, como Skovsmose (2000), compartilham da ideia de confrontar o paradigma do exercício com uma abordagem investigativa.

A Modelagem Matemática teve crescimento nacional e internacional nos últimos anos devido à forte contribuição de matemáticos aplicados para a área da Educação Matemática (BLUM e NISS, apud BARBOSA, 2001b, p.1). A Matemática é dividida em duas áreas distintas: a Matemática Pura e a Matemática Aplicada. Segundo as definições de Barbosa (2001a), as diferenças entre elas baseiam-se no fato de a Matemática Pura consistir em pesquisar e tratar dos problemas propostos pela própria matemática, e a Matemática Aplicada dedicar-se a resolver problemas postos em outras áreas. Assim o objetivo da Matemática Aplicada é mais interdisciplinar. Sou ciente de que existem outras definições para Matemática Pura e Aplicada, porém não é o objetivo deste trabalho tal pesquisa e sim analisar a produção escrita dos alunos quando trabalham com a Modelagem Matemática.

Com a proposta de incentivar os alunos a ter maior aproximação com Matemática, e consequentemente ajudá-los a compreender Matemática, acredito ser necessário encarar essa ciência como uma ferramenta que resolva problemas reais, transformando a sala de aula em um pequeno espaço de matemáticos aplicados, no qual os alunos possam resolver problemas reais utilizando modelos matemáticos. Um modelo matemático pode ser entendido como um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procuram representar a dinâmica de um fenômeno (BARBOSA,2001a). No meu entendimento, trabalhar com problemas com referência à realidade favorece o ambiente para o estudo da matemática. Segundo Skovsmose (2000) estar a par de conceitos e variáveis que sustentam a situação-problema favorece a abordagem da Matemática pelo fato de relacionar essas variáveis através de conceitos Matemáticos, fortalecendo a construção do modelo, processo que chamamos de Modelagem Matemática (BASSANEZI, apud BARBOSA, 2000a, p.14).

Barbosa (2001a) apresenta outras definições de Modelagem Matemática, não apenas como o processo de construção de um modelo. Traz as idéias de Berry e Houston (1995), que definem Modelagem Matemática como a reformulação de um problema do Mundo Real para o Mundo Matemático e a interpretação do Mundo Matemático para o Mundo Real; e as de Bassanezi (1994) que afirma que Modelagem Matemática é transformar problemas da realidade em problemas matemáticos, interpretando suas soluções no mundo real.

Barbosa (2001b), a partir dos estudos de Bassenezi (1990) e Biembengut (1990), afirma que no Brasil a Modelagem pode estar relacionada à noção de projeto: os alunos são divididos em grupos e são convidados a eleger temas de seu interesse para serem investigados por meio da matemática com o acompanhamento do professor, algumas vezes com uma forte ligação ao viés político e sócio-cultural. A Modelagem internacional é diferente da Modelagem Matemática no Brasil, pelo fato de em outros países, em geral, não haver uma preocupação aparente de conter em seus trabalhos uma ligação sociocultural e política (KAISER-MESSMER, apud BARBOSA, 2001b,p.2.)

Nesse trabalho, utilizo a definição de modelagem proposta por Barbosa:

> ...entendo Modelagem como um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade. Estas se constituem como integrantes de outras disciplinas ou do dia-dia; seus atributos e dados quantitativos existem em determinadas circunstâncias(BARBOSA, 2001c, p.2.)

2.2 Perspectivas de Modelagem e Currículo

Barbosa (2001b) define três casos de Modelagem Matemática: a pragmática, a científica e a sócio-crítica.

> A corrente pragmática argumenta que o currículo deve ser organizado em torno das aplicações, removendo os conteúdos matemáticos que não são aplicáveis em áreas não-matemáticas. (BARBOSA, 2001b, p.3.)

> A corrente científica, por sua vez, busca estabelecer relações com outras áreas a partir da própria matemática.(BARBOSA, 2001b, p.3.)

> O que chamamos de corrente sócio-crítica de Modelagem sublinha que as atividades devem potencializar a reflexão sobre a matemática, a própria Modelagem e seu significado social. (BARBOSA, 2001b, p.5)

Segundo Barbosa (2001b), pode também ser caracterizado como Modelagem Matemática o estudo através de uma situação-problema dirigida. Nessa situação, o professor escolhe o tema e elabora os problemas a serem resolvidos pelos alunos. Barbosa (2001b) cita os trabalhos de Franchi (1993), que através de uma situação-problema proposta por ele, convidou aos alunos à sistematização e conceitos de Cálculo Integral e Diferencial; e Jacobi (1999) que problematizou com um artigo de jornal o estudo de alguns tópicos de estatística.

Barbosa (2001) afirma que existem três casos de abordagem de modelagem em sala de aula:

1. É o professor que apresenta o problema, fornecendo os materiais e condições necessárias para a resolução.
2. É o professor que sugere um tema e orienta os alunos para a realização da pesquisa e coleta de dados para a resolução.
3. São os alunos que sugerem o tema a ser estudado, e formulam seus problemas, além de encontrar os dados para a resolução, sendo que o professor assume papel de orientador.

A tabela 1, a seguir, resume esses casos propostos por Barbosa (2001b).

Tabela 1 – O aluno e o professor nos casos de modelagem

	CASO 1	**CASO 2**	**CASO 3**
Elaboração	Professor	Professor	Professor/Aluno
Simplificação	Professor	Professor/Aluno	Professor/Aluno
Coleta de Dados	Professor	Professor/Aluno	Professor/Aluno
Resolução	Professor/Aluno	Professor/Aluno	Professora/Aluno

Fonte: Barbosa (2001b, p.9)

Outros casos de abordagem de modelagem para sala de aula é definido por Skovsmose (2000), que afirma que os ambientes de aprendizagem podem ser relacionados com cenários de investigação e exercícios tradicionais. Cada um desses ambientes é classificado como tendo referência à matemática pura, referência à semi-realidade e referência à realidade, definindo assim seis ambientes possíveis de aprendizagem. A tabela 2, a seguir, apresenta um resumo dessa classificação.

Tabela 2 – Ambientes de Aprendizagem.

	Exercícios	Cenário para investigação
Referências à matemática pura	(1)	(2)
Referências à semi-realidade	(3)	(4)
Referências à realidade	(5)	(6)

Fonte: Skovsmose (2000, p.8)

O ambiente tipo (1) é dominado por exercícios no contexto da matemática pura, como expressões numéricas do tipo: 18x+7x=9.

O tipo (2) envolve números e figuras geométricas, por exemplo o cálculo da área de uma figura.

O ambiente tipo (3) pode ser constituído por problemas matemáticos que falam sobre coisas reais, mas que não tem necessariamente o compromisso com a realidade dos fatos, como por exemplo: João comprou 355kg de feijão, no qual o custo do quilo é de R$ 20,00. Qual o valor gasto por João? Nesse caso não há necessidade de preocupação com a quantidade de feijão que João comprou, nem com o valor do quilo do feijão.

O ambiente tipo (4) utiliza a referência a uma semi-realidade, mas sem ter como fins a resolução de exercícios e sim um convite para que os alunos façam explorações e explicações. Neste caso já há preocupação em saber o porquê da quantidade elevada de feijão comprado por João.

O ambiente tipo (5) caracteriza-se pela proposição de exercícios com base em dados reais. Por exemplo, poderia se propor questões sobre períodos de tempo, países diferentes, etc, elaboradas com base em um diagrama sobre desemprego, porém essas questões ainda estão vinculadas ao paradigma do exercício. Finalmente, o ambiente (6) seria um cenário de investigação envolvendo uma situação totalmente real, com dados reais, a qual pode expressar mais do que uma resposta correta.

A partir dos ambientes descritos por Barbosa (2001) e Skovsmose (2000), meu desejo é de criar práticas em que a matemática trabalhada em sala de aula possa ser útil para os alunos em situações dentro e fora do âmbito escolar. Que na escola consigam relacionar a matemática com outras disciplinas como a Física, Química e Artes, por exemplo, e que fora do ambiente da sala de aula consigam utilizar a matemática para calcular os juros de uma compra parcelada, o desconto de um eletrodoméstico, a quantidade de combustível necessária para percorrer um trajeto e etc. Em geral, que os alunos busquem relacionar a matemática com outras áreas além da matemática.

Nessa direção é que elaborei as atividades que embasam este trabalho. Elas foram desenvolvidas a partir de pesquisas no campo de modelagem matemática, com o propósito de aproximar a matemática de outras áreas. O trabalho é constituído por quatro atividades, que foram elaboradas tendo como referência as ideias de Barbosa (2001b).

Todas as práticas propostas caracterizaram-se como caso 2, no qual fui o responsável pela elaboração do problema e os alunos foram responsáveis pelos passos posteriores como a coleta de dados, simplificação e resolução dos problemas. Entretanto, durante todo o processo houve interação e trabalho conjunto entre professor e alunos.

A primeira prática trouxe para os alunos a história dos sapatos, direcionando o seguinte problema: encontrar a função em que dado o tamanho do pé em centímetros, fosse possível encontrar o tamanho do calçado, de acordo com uma história que conta a evolução da numeração dos sapatos. Para resolver qual o tamanho do calçado que deveriam usar, tiveram que coletar dados, como medir o comprimento de seu pé, e para a resolução deste problema deveriam aplicar os dados obtidos por eles na função que encontraram.

Na segunda atividade levei para os alunos uma reportagem que noticiava o lançamento do carro Novo Ka da Ford, e que continha uma tabela produzida pelo Inmetro dos dez carros mais econômicos do Brasil. Com os dados extraídos da notícia os alunos tinham como objetivo encontrar a função em que dada a distância percorrida fosse indicada a quantidade de combustível gasta para o carro mais barato. Tiveram também de resolver qual o valor gasto em transporte por eles no trajeto casa-escola-casa. Para isto, foi necessária uma pesquisa que informasse a quilometragem percorrida neste trajeto para que eles então aplicassem na função que criaram para descobrir a quantidade de combustível e após multiplicassem pelo valor do litro do combustível, dado fornecido de acordo com o posto de gasolina mais próximo da escola.

O terceiro problema baseou-se em uma notícia que informava as altas temperaturas nos Estados Unidos. Na reportagem os registros de temperatura estavam apresentados em graus Fahrenheit, tendo a conversão aproximada para graus Celsius apresentada pelo jornalista. A partir daí, propus aos alunos que construíssem a função que determina a conversão de graus Celsius para Fahrenheit e descobrissem a temperatura em graus Fahrenheit em Porto Alegre no momento da atividade. Assim como os experimentos realizados anteriormente, a simplificação e a coleta de dados ficou sob responsabilidade dos alunos com orientação do professor. Os alunos pesquisaram em sites e nos celulares as temperaturas em Porto Alegre no momento da atividade, posteriormente houve a resolução do problema e a aplicação dos dados na fórmula obtida.

A quarta e última atividade tem como referência o período eleitoral. Propus aos alunos que realizassem uma pesquisa de intenção de voto com familiares, amigos e professores, para que pudéssemos através da pesquisa elaborada por eles, construir a função que expressasse a quantidade de votos de cada candidato a presidente para x números de eleitores. Além da pesquisa realizada pelos alunos, selecionei a pesquisa Ibope do dia 19 de setembro de 2014 que divulgava a intenção de votos à presidência do Brasil no 1° turno para 2014, para que, baseado nela, criássemos uma função que encontrasse o número de votos para cada candidato e posteriormente analisássemos as informações cedidas pelas duas pesquisas. Também realizamos a construção dos gráficos para o candidato mais votado, a partir das duas funções. Durante essa atividade pode-se constatar que a elaboração do trabalho, simplificação, coleta de dados e resolução foram feitos em harmonia professor-alunos.

Baseando-me em Skovsmose (2011), considero que as atividades realizadas colaboraram para a criação de um cenário de investigação, de modo que os alunos, através das situações-problemas, se sentiram convidados a aprender matemática. Assim, problemas reais que possam ser convidativos aos alunos, podem ser também uma possibilidade para criar um novo ambiente de aprendizagem em relação ao método do exercício. As atividades tiveram o propósito de trabalhar com a realidade, utilizando problemas que são aplicados no dia a dia em diversos contextos, pelo trabalhador que pretende guardar dinheiro através da economia de combustível que gasta ao percorrer o trajeto casa-trabalho, pelo químico que utiliza a conversão de temperatura para suas experiências e pelo estatístico que utiliza dos conhecimentos matemáticos para tentar antecipar o candidato vencedor das eleições.

Podemos perceber que o trabalho proposto não seguiu o modelo de projeto, em que os alunos escolhem o tema que pretendem investigar por meio da matemática, mas utilizou de situações dirigidas. A prática teve esta característica pelo fato de haver poucos encontros com as turmas e um prazo determinado para a realização das atividades, as quais foram desenvolvidas durante o período de docência da disciplina de Estágio em Educação Matemática III. Diante destes empecilhos de tempo, foi necessário trabalhar com a modelagem matemática em ambientes de aprendizagem pré-determinados assim como o tema do trabalho. A partir dessas atividades, proponho neste trabalho não apenas relatar e descrever sua aplicação. Em meio ao trabalho da Modelagem Matemática pretendo analisar a produção matemática dos alunos quando engajados na resolução das atividades propostas.

2.3 Revisão de Literatura

Para a elaboração deste trabalho, levei em consideração algumas propostas que me influenciaram de algum modo nas escolhas dos assuntos propostos para os problemas da prática e do meu objetivo. Para a sua construção realizei buscas e pesquisas na literatura, que trabalhassem o conteúdo de função afim por meio da Modelagem Matemática. Das pesquisas realizadas em anais, revistas e bibliotecas virtuais, os trabalhos de Tortola e Rezende (2001). Fortes, Souza e Oliveira (2013) e Schönardie (2011), foram aqueles com os quais mais me identifiquei. Além do fato de esses trabalhos envolverem o ensino de funções afim utilizando Modelagem Matemática, outros dois motivos foram importantes para sua seleção: as pesquisas foram realizadas por alunos de Licenciatura em Matemática de Universidades Federais como trabalhos de conclusão de Curso; em todos os estudos, os temas para o desenvolvimento da modelagem foram escolhidos pelo professor.

O trabalho de Tortola e Rezende (2001), utilizou a Modelagem Matemática como uma sequência de práticas já elaboradas e pré-estabelecidas para o ensino de funções afim. O trabalho foi proposto para uma turma do 1º ano do ensino médio de uma escola pública do Paraná. O objetivo da pesquisa era verificar se a sequência didática elaborada segundo os preceitos da Engenharia Didática e embasada nos princípios da Modelagem Matemática poderia contribuir para o ensino e aprendizagem do conteúdo.

Um dos motivos para a realização deste estudo foi o fato de que as aulas de Matemática são, a maioria das vezes, muito teóricas e sem relações com o cotidiano, sendo este também um dos motivos que me incentivou a trabalhar com a Modelagem. Além disso, as situações-problema propostas por Tortola e Rezende (2001), assim como as que apresento em minha pesquisa , foram elaboradas para serem realizadas em grupos, com o intuito de proporcionar aos alunos um ambiente de discussão e convidativo para o estudo de funções afim.

A experimentação foi realizada no período de 12 aulas contendo 7 atividades, as quais foram estruturadas do seguinte modo: os alunos levaram para sala de aula a conta de luz de sua casa e, a partir das informações escritas na conta, foram convidados a compreender as relações de dependência e independência existente entre o valor da conta de luz e a energia elétrica utilizada, formalizar os conceitos de domínio e imagem, encontrar o custo de energia para cada Kwh utilizado e a abordagem do conceito de par ordenado e construção de gráficos.

A partir das observações realizadas durante o estudo do conteúdo de função afim e da resolução das atividades, Tortola e Rezende (2001) concluíram que tiveram avanço em relação ao estudo proposto. Que foi convidativo e empolgante para os alunos trabalharem com a fatura de energia elétrica, além de trazer reflexões para a matemática no sentido de que é possível trabalhar com problemas reais em sala de aula e para os alunos de que a matemática de sala de aula pode ser utilizada para o controle do consumo de energia elétrica. Concluíram também a evolução da turma para a resolução de problemas. Na análise de dados constataram que os problemas das atividades inicias continha alguns problemas entregues em branco, o que não se repetiu no decorrer do trabalho, havendo o aperfeiçoamento na técnica de resolver problemas.

Outro estudo relevante para meu Trabalho de Conclusão foi o estudo realizado por Fortes, Souza e Oliveira (2013), no qual se propôs a discutir com alunos de 9º ano do ensino fundamental as aplicações de funções. Os autores do trabalho utilizaram um tema de fora do âmbito escolar, propondo problemas reaiscomo uma alternativa para o estudo de função afim, sendo este outro motivo para a seleção desse trabalho.

Segundo Fortes, Souza e Oliveira (2013), a experimentação teve duração de 10 aulas. O tema escolhido foi o lixo, em particular a 'reciclagem'. A escolha do tema se deu pelo fato dos alunos já terem trabalhado com este assunto em aulas de Geografia. Os professores levaram para aula as seguintes propostas já estabelecidas, a partir dos quais os estudantes poderiam desenvolver seus projetos de Modelagem:

> Qual o destino do lixo produzido por uma cidade? (neste caso foi sugerido aos alunos que pesquisassem os tópicos acima para as cidades de Rio Verde – GO, Goiânia – GO e Brasília – DF)
>
> O lixo é reciclado?
>
> Qual a quantidade de lixo produzido por uma pessoa em um dia?
>
> Se considerarmos uma cidade com determinada população, quais os tipos de lixo que são produzidos? É viável reciclar? Quais as vantagens? Qual o tempo de decomposição de certos materiais, como vidro, plástico e o papel?(FORTES et al., 2013, p.15).

A partir da pesquisa realizada, os alunos foram convidados a determinar funções que expressassem a quantidade de lixo recolhida por uma pessoa em um determinado tempo, além do valor recebido pela venda dos quilos de papeis recolhidos, de acordo com um valor estabelecido.

A pesquisa concluiu que por meio da modelagem, a aula de matemática tornou-se mais produtiva, e provocou maior interesse dos alunos por matemática. Por consequência, com base na análisedo material produzido pelos alunos, concluiu-se que 88% da resolução dos problemas propostos estavam corretos. Acredito que o trabalho obteve sucesso pelo fato dos alunos já terem trabalhado com o tema reciclagem em Geografia, havendo assim maior familiaridade dos alunos com os problemas, além de incentivar e confirmar a importância da interdisciplinaridade no ensino de matemática.

Por fim apresento o trabalho de Schönardie (2011), o qual teve o objetivo de verificar a pertinência de trabalhar função afim com alunos do 7°ano, sendo a prática realizada numa escola da rede municipal de Porto Alegre. Como estratégia foi proposta a Modelagem Matemática inserida em Cenários de Investigação. Os principais referenciais da pesquisa foram Barbosa (2001), Skovsmose(2000) e Biembengurt (2000). Os trabalhos de Skovsmose (2000) e Barbosa (2001) também são as principais referências do meu trabalho.

A atividade proposta por Schönardie (2011) foi investigar, dentre os planos de telefonia fornecidos no Estado do Rio grande do Sul (Claro, Vivo, Tim e Oi), qual o mais vantajoso para o cliente. Durante a leitura da pesquisa, pude perceber a familiaridade entre os motivos relatados por mim e pela autora para trabalhar com a Modelagem Matemática. Schönardie (2011) afirma que quando começou a lecionar ouvia perguntas dos alunos: “Para que eu preciso aprender este conteúdo?; ou “Quando vou usar isso em minha vida?”(SCHÖNARDIE, 2001,p.12). Estes questionamentos foram fundamentais em sua escolha de trabalhar com a Modelagem e trazer sentidos “reais” para a matemática de sala de aula.

O trabalho de Schörnadie (2011) constitui-se da seguinte maneira: os alunos se dividiram em 6 grupos, sendo 2 grupos responsáveis pela pesquisa dos planos e valores da Vivo, 2 grupos responsáveis pela Claro, 1 grupo para Tim e 1 grupo para a Oi. Logo após a pesquisa, os estudantes criaram cartazes com os planos e propaganda para apresentação para os colegas. Com os dados coletados deveriam calcular o valor gasto em cada plano de acordo com a duração das chamadas, e a construção de gráficos que representassem essa informação para cada um dos planos. A partir do experimento do telefone os alunos seguiram o trabalho com problemas trazidos pela professora no qual deveriam encontrar as funções que resolvessem os problemas propostos por ela, como por exemplo:

> Numa loja o salário fixo de um vendedor é de R$ 500, e ele recebe R$ 50 reais de comissão para cada produto vendido, qual a função que expressa o ganho mensal em função da quantidade de produtos vendidos.(SCHÖNARDIE, 2011, p.90)

Pude perceber que Schönardie (2011) fez a introdução do conteúdo de funções com o experimento dos planos telefônicos, em que tentou ajudar os alunos na compreensão das relações de dependência e independência, assim preparando o seu entendimento para problemas propostos posteriormente, e o conteúdo de função afim. De acordo com o capítulo de conclusão do trabalho, os alunos se mostraram interessados e foram participativos. A autora concluiu, a partir do experimento, que é possível trabalhar com função afim no 7°Ano.

Diante dos estudos apresentados, pude perceber similaridade nos argumentos para justificar a escolha para o trabalho com problemas reais em sala de aula, a saber: a falta de temas e contextos que aproximem o aluno com a matemática, ou seja, a matemática de sala de aula com a matemática fora da sala de aula. Assim todos propuseram de algum modo a modelagem como alternativa de ensino.

3. DESCRIÇÃO DA ATIVIDADE PRÁTICA I

3.1. Plano da Atividade I

Tema: Álgebra.

Público: 1°Ano - Ensino Médio.

Duração: 180 minutos.- Dois encontros de 90 minutos cada.

Objetivo: modelar e resolver a seguinte situação problema: Qual o número do sapato de acordo com a medida do comprimento do pé em centímetros?

Conteúdo: Função Afim.
Recursos: régua, quadro e giz.

Procedimentos: Introduzir aos alunos a importância da função afim e da álgebra no nosso cotidiano, e como a álgebra nos ajuda, por exemplo, a encontrar o número certo de sapato para nossos pés. Contar aos alunos a história dos sapatos e, logo após, pedir para que formem pequenos grupos para modelar e resolver as questões propostas. Todos os problemas deverão ser resolvidos a partir da história dos sapatos.

Avaliação: A avaliação dar-se-á pelo empenho dos alunos na atividade, levará em conta a habilidade dos alunos em interpretar, modelar e resolver problemas.

Referências:

IMENES et al. **Álgebra - *Para que serveaMatemática*?** Rio de Janeiro.Saraiva,2009.

JOKURA,Tiago.**Como surgiu a numeração dos sapatos?**Disponível em: http://mundoestranho.abril.com.br/materia/como-surgiu-a-numeracao-dos-sapatos
Acesso em 27 de junho. 2013.

BOSSAN, M. J. **El arte delZapato. Madrid**: EDIMAT LIBROS, 2008**.**

CONDE, Linda.**A historia do sapato do século 20.** São Paulo: Alexa cultural, 2004.

DOUAT, Patrícia**. Sapatos aos seus pés, síndrome da Cinderela.**São Paulo, 06 de Agosto de 2003. Disponível em:http://www.modabrasil.com.br Acesso em 28 de junho de 2013.

GARBELINE etc al. **Teatro: Novos para o ensino de literatura e história.** Disponível em: http://www.cj.uenp.edu.br/ch/congresso/2010/site/artigoss/62.pdf Acesso em 27 de junho de 2013.

Material de Apoio

A história dos calçados

A história dos calçados começou quando o Homem percebe que seus pés eram sensíveis e precisava preservar a si e as suas sensibilidades, surgem então os calçados com a funcionalidade de proteger os pés e ajudar o homem a se locomover nos diversos solos, principalmente os mais rústicos(CONDE, 2004).

O primeiro registro de uso de calçados vem das pinturas das cavernas da Espanha, feitas há mais de 15000 anos, mostrando figuras humanas usando botas (DOAUT, 2003). Alguns estudos na área da história dos calçados levam a crer que foram os antigos egípcios os primeiros a desenvolver o ofício de sapateiro, como registra um afresco reconstruído da XVIII dinastia egípcia por volta de 1.500 A.C.(BOSSAN, 2008).

Segundo Nicolau (2006), a origem da numeração de calçados começa na Inglaterra. Por volta do século XIII, quando o Rei Eduardo I da Inglaterra padronizou as medidas dos pés, estipulando a diferença de uma polegada para cada tamanho de pé e consequentemente, para cada fôrma. Cada polegada equivalia a três grãos secos de cevada, sendo assim o pé de uma pessoa que media 39 grãos de cevada de comprimento, tornou-se número 39, sendo que a medida de uma polegada equivale a 2,54cm, o tamanho do polegar do Rei Eduardo I.

Por muito tempo, os calçados não seguiram qualquer padronização de numeração, assim cada calçado era fabricado exclusivamente para seu usuário. Acredito que a padronização acarretou novas possibilidades de negócios, pois a partir daí, com a padronização dos tamanhos passou a ser possível a confecção de calçados para vendas posteriores, pois neste período, segundo Garbeline (2010), a Inglaterra tinha domínio sobre a economia do País de Gales e da Escócia, assim facilitaria o comércio deste produto com os países dominados pela Inglaterra.

A partir da introdução da polegada os sapateiros ingleses passaram a fabricar pela primeira vez na Europa, sapatos em tamanho padrão, baseados no grão de cevada. Desse modo, um calçado medindo 37 grãos de cevada passou a ser conhecido como tamanho 37 e assim por diante. Oficialmente a primeira descrição de um sistema de medidas para os calçados, foi publicada na Inglaterra no século XVII, no ano de 1688, a partir de um acordo entre sapateiros para utilizar um sistema de 1/4 de polegada, (0,635 cm), como padrão. Um século depois, uma nova medida foi instituída pelos fabricantes ingleses, que passaram a utilizar 1/3 de polegada (0,846 cm), o equivalente a um grão de cevada, e assim esta medida virou uma unidade métrica sendo chamado Ponto(JOKURA, 2011).

Com a Revolução industrial, começou um novo período de mudanças tecnológicas, industriais e econômicas. Nesse período o capitalismo tornou-se o sistema econômico vigente. E é nesse período que entra em vigor a utilização o primeiro sistema de numeração para fábricas de calçados, criado em 1800 pelo americano Edwin B. Simpson. O sistema incluía as medidas de Meio Ponto, usadas até hoje nos EUA e na Inglaterra(JOKURA, 2011).

Outros países como o Brasil, adotaram sistemas diferentes, mas sempre baseados na ideia de ponto. O sistema brasileiro usa o ponto francês, onde um Ponto Francês corresponde 2/3 de centímetro, ou seja, 0,666 cm. Já na Inglaterra e EUA hoje, o ponto se baseia em 1/3 de uma polegada, ou seja, 0,846 cm, e no Japão o ponto se baseia no centímetro, 1 Ponto Japonês corresponde a 1 cm(JOKURA,2011).

Hoje, especificamente no Brasil, a padronização de calçados se dá através da medida do ponto Francês. A unidade de medida mede 2/3 de centímetro, para entender melhor, basta voltar um pouquinho no passado e entender um pouco de matemática.

Situações-problema Propostas e sua Resolução

1) É possível encontrar um modelo ou função que determine o número do calçado no Brasil, utilizando o ponto Francês?

Sim, é possível. A primeira padronização de sapatos registrada, se deu no século XVIII, pelo Rei Eduardo I da Inglaterra que impôs a polegada como o sistema de medida vigente no seu país. Para facilitar o comércio e exportação dos produtos ingleses para os países colonizados, tornou-se necessária a padronização de sapatos. Sendo esses construídos manualmente de acordo com os moldes feitos de grão de cevadas, ficou assim definido que a numeração do sapato se dava através da quantidade de grãos cevada relativos ao comprimento do calcanhar ao dedão do pé, perfilados em linha. A polegada é a medida do polegar do Rei Eduardo I, tendo 1 polegada, 2,54 centímetros.

Com a Revolução industrial e o advento do capitalismo, houve um crescimento no comércio de produtos manufaturados entre países, sendo conveniente um sistema de numeração para fábricas de calçados. O primeiro, criado em 1800 pelo americano Edwin B. Simpson, incluía as medidas de Meio Ponto, usadas até hoje nos Estados Unidos (EUA), sendo baseado em 1/3 de uma polegada, ou seja, aproximadamente 0,846 cm. No Japão o ponto se baseia no centímetro, assim 1 Ponto Japonês corresponde a 1 cm. Tanto no Brasil quanto na França, foi utilizado o ponto Francês, sendo que essa unidade de medida corresponde a 2/3 de centímetro.

2) Expresse as funções ou modelos que devem ser utilizados para encontrar os números certos de sapato no Brasil e EUA de acordo com a medida do pé. (Utilize a medida do pé em cm para a variável independente).

Para encontrar a função que expresse o número de nosso calçado no Brasil e nos EUA de acordo com o comprimento em centímetros do pé, é necessário saber quantos pontos cabem no comprimento de nosso pé.

Para a função que determine o número de nosso calçado no Brasil, devemos descobrir quantos pontos Franceses cabem no comprimento do pé. De acordo com a história o ponto francês tem medida de 2/3 de centímetro.

Para determinar a função, escolhemos o comprimento de nosso pé como a variável independente, fixando x para representar esta medida. Já para variável dependente fixamos a letra y para representar a quantidade de pontos existentes no comprimento do pé, poiso número do calçado depende do tamanho do pé. Logo, o número do calçado é determinado pela quantidade de pontos franceses existentes no comprimento do pé, ou seja, pela divisão de x por um ponto francês. Fica então definido o seguinte modelo$y = \frac{x\ cm}{\frac{2}{3}cm}$. *Concluímos então que* $y = f(x) = \frac{3}{2}x$=$1{,}5x$.

Observamos que a função, só faz sentido para os números positivos, pelo fato de não existir a medida de um pé com medida negativa, e portanto seu domínio é $\mathbb{R}^* +$. *Por consequência, a imagem também deverá ser positiva.*

Para a função que expresse o número de nosso sapato nos EUA, devemos usar o mesmo raciocínio, porém utilizando o ponto inglês, que equivale a 1/3 de polegada, que, por sua vez, correspondente a aproximadamente 0,846 cm. Para descobrir à numeração fixamos x como a variável independente que representa o comprimento do pé em centímetros, e y a variável dependente, que representa a numeração dos calçados. Assim, o número do calçado fica definido pela divisão de x cm por 0,846 cm. Logo,$\mathrm{y} = \frac{\mathrm{x\ cm}}{0{,}846\ \mathrm{cm}}$=$\frac{x}{0{,}846}$.*Assim, encontramos uma função que define o número de* *calçados nos EUA. Como essa função não é a mesma que resolve o nosso problema no Brasil, em que a nomeamos de f, nomearemos de função g, logo* $\mathrm{g(x)} = \frac{\mathrm{x}}{0{,}846}$.

3) De acordo com a função ou modelo encontrado, determine o número de seu calçado.

   O comprimento do meu pé é de 26 cm. Para descobrir o número do meu calçado no Brasil e nos EUA basta calcular $f(26)$*e* $g(26)$.

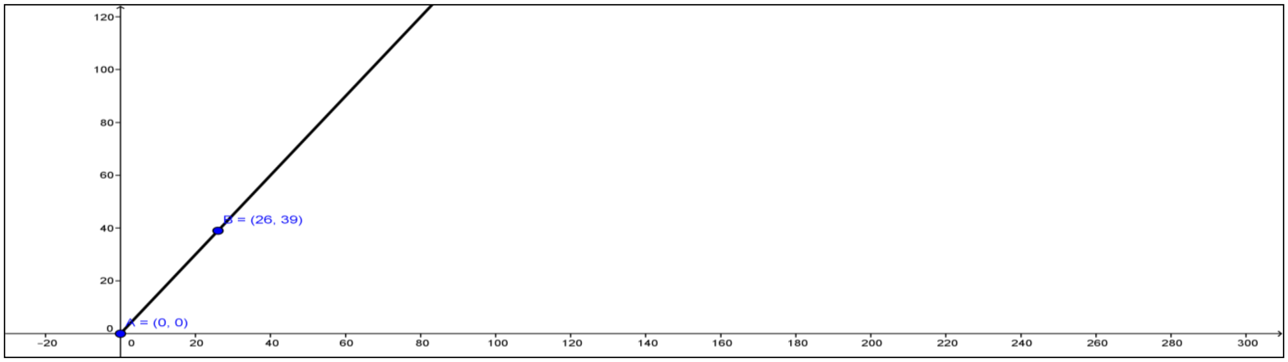
   Como$\mathrm{f(x)} = 1{,}5\mathrm{x}$*, assim* $\mathrm{f(26)} = 1{,}5 \times 26 = 39$*. Logo meu calçado do Brasil é de numero 39. Para*$\mathrm{g(26)}$*, temos que* $\mathrm{g(x)} = \frac{\mathrm{x}}{0{,}846}$*, assim* $g(26) = \frac{26}{0{,}846} = 30{,}70$*. Logo meu calçado nos EUA é de número 31.*

4) Esboce o gráfico das funções ou modelos e determine se é uma função crescente ou decrescente (Justifique).

O gráfico de uma função afim é uma reta, sendo esta definida por dois pontos. Para a construção do gráfico é suficiente conhecer o zero da função para marcarmos um ponto no eixo das abcissas, e do coeficiente linear para marcar o eixo das ordenadas. A função afim é toda função do tipo$f(x) = ax + b$*, em que o* a *é o coeficiente angular e* b *o coeficiente linear. Assim* $\mathrm{f(x)} = 1{,}5\mathrm{x}$*, temos que o coeficiente angular,* a*=1,5e o coeficiente linear,* b*=0. A reta passa pela origem pois o coeficiente linear é zero, i.e., y=0 quando x=0. Como o coeficiente linear é zero, o zero da função também é zero.*

Para marcarmos o segundo ponto devemos marcar no plano cartesiano o par ordenado (x;f(x)) , para a numeração de nosso pé. No meu caso x=26 e f(26)=39=y, logo o ponto (26;39). Para ilustrar o comportamento dos gráficos, utilizei o software GeoGebra, que pode ser baixado gratuitamente no site http://www.geogebra.org/cms/pt_BR/download/

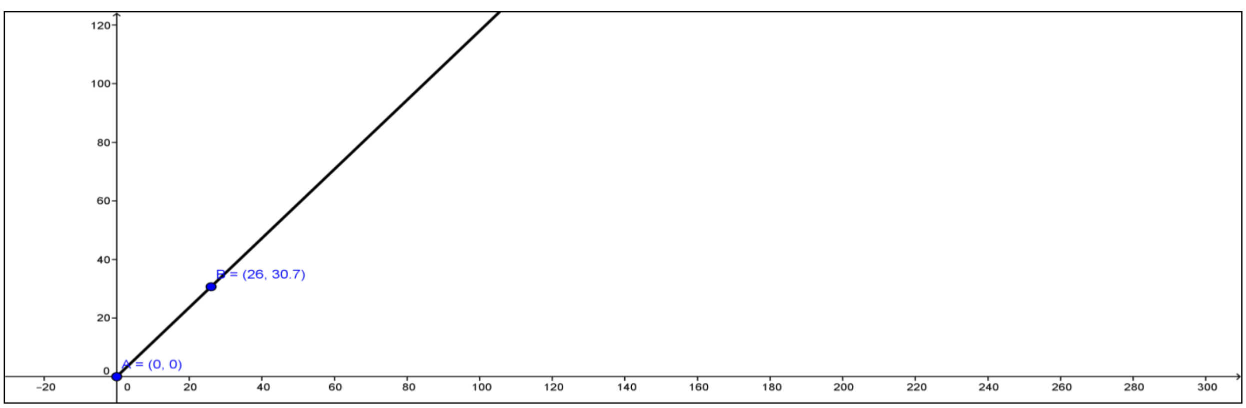
Figura nº 1. Gráfico da função $f(x) = 1,5$



Para o Gráfico da g(x) devemos utilizar o mesmo procedimento. Como $\mathrm{g(x)} = \frac{\mathrm{x}}{0,846}$*, temos que o coeficiente angular,* $a = \frac{1}{0,846}$ *e o coeficiente linear,* b*=0. Assim pelo fato do coeficiente linear ser zero, temos que a reta passa pela origem, em y=0 para x=0.*

Para marcarmos o segundo ponto devemos marcar no plano cartesiano o par ordenado (x;g(x)) , para a numeração de nosso pé. No meu caso x=26 e y=g(26)=30,70. Logo o ponto (26; 30,70).

Figura nº 2. Gráfico da função $g(x) = \frac{x}{0,846}$



5) Uma das resoluções deste problema é a equação S=(5p+28)/4, extraída do livro ‘’ Álgebra - *Para que serve* a *Matemática*?’’, livraria Saraiva- Rio de Janeiro, 2009, pág.28. Que diz que aplicando em p o tamanho em cm de nosso pé,

resultará em S, o número de nosso sapato. De acordo com esta solução, determine o número de seu calçado

Este é um exercício de aplicação. Devemos encontrar o valor de S, para p de acordo com o comprimento em cm de nosso pé. Como meu pé mede 26 centímetros devo substituir este valor em p na equação.

$$s = \frac{5p + 24}{7} = \frac{5(26) + 24}{7} = \frac{130 + 24}{7} = \frac{154}{7} = 39{,}5$$

Logo o número do Sapato é de tamanho 39-40

6) Qual das soluções mais se aproximou com o número certo do calçado que você está usando?

Esta é uma questão pessoal. Assim como as perguntas três e cinco, os alunos deverão analisar as duas informações, e ver qual das respostas mais se aproxima com o número do calçado que estão usando. No meu caso ambas se aproximam, pois utilizando o modelo encontrado pela história meu calçado é 39 e a do livro ‘’ Álgebra - Para que serve a Matemática?’’, livraria Saraiva- Rio de Janeiro, 2009, pág.28 obtive 39,5. As duas informações estão corretas pois meus calçados são de numeração 39-40.

3.2. Relato da Atividade I

Nossa primeira atividade tratou sobre a história dos calçados. O objetivo da prática era que os alunos conseguissem criar um modelo matemático que resolvesse o problema de encontrar o número de seus calçados a partir do comprimento de seus pés em centímetros, com base no contexto histórico.

A atividade foi aplicada em duas turmas do 1º ano do Ensino Médio, tendo duração de 180 minutos para cada. Em ambas as turmas, realizei minha apresentação no primeiro momento, contando um pouco da minha trajetória acadêmica. Expliquei aos alunos sobre nossas atividades, que seriam de caráter investigativo e que a intenção das nossas práticas era de instigá-los a pensar matemática para resolver problemas. Também expliquei que a interpretação e os conhecimentos prévios sobre os assuntos que iríamos trabalhar seriam fundamentais. Na apresentação do trabalho percebi que os estudantes ficaram curiosos e foram bastante receptivos.

No segundo momento pedi para os alunos uma régua emprestada. Então tirei meus tênis e medi meu pé, havendo risos na sala de aula. Perguntei a eles por que meu pé mede 26 centímetros e meu calçado tem tamanho 40. Muitos dos alunos me olharam com uma expressão de surpresa. Em resposta a essa pergunta, alguns alunos se pronunciaram dizendo que nunca haviam pensado sobre isso. Um dos alunos respondeu que isto acontecia porque meu tênis era importado e que os tamanhos eram diferentes. Concordei com ele, pois realmente as medidas mudam em alguns países. Pedi para este aluno que medisse seu pé com uma régua. Neste período a turma estava concentrada no diálogo mostrando interesse com a nossa conversa. O aluno então mediu o seu pé e a medida, assim como a minha, foi de 26 centímetros. Perguntei para ele o tamanho do seu calçado. Ele respondeu 41-42. Novamente perguntei por que isto acontecia, e ele respondeu que gostava de usar tênis com número maior. Nesse diálogo percebi que, até então, os alunos dessa turma não tinham se dado conta que a numeração dos calçados não era em centímetros. Continuei o diálogo e perguntei para o aluno, se seu tênis possuía uma folga de 15 cm para o seu pé, e ele respondeu que não, que o espaço era muito pequeno. Então o colega que estava sentado ao seu lado falou para os demais colegas que a medida do calçado não é em centímetros, pois este aluno mediu seu calçado e percebeu que a numeração não batia.

Na turma B, em resposta à mesma pergunta, um aluno prontamente comentou que a medida do calçado não era em centímetros, porém não sabia dizer como a numeração dos calçados era construída. Os demais alunos concordaram com o seu comentário.

Depois de introduzir às duas turmas o problema, comecei a contar a história dos calçados. Nesse período prendi por um bom tempo a atenção e interesse dos alunos para o assunto.

Na sequência, entreguei cópias com a história escrita contendo os problemas que deveriam resolver utilizando os dados extraídos do texto. Os alunos poderiam resolver em grupos, porém deveriam entregar o trabalho individualmente.

Durante o período de resolução das atividades segui os conselhos de Ranciére (2007): andava pelos pequenos grupos formados pelos alunos como um professor orientador, me propondo a contribuir para que desenvolvessem seus próprios raciocínios. Meu objetivo era que eles pudessem criar seus modelos de acordo com a história. Não me preocupei em que os alunos encontrassem o melhor modelo. Meu objetivo era acompanhar o seu raciocínio no desenvolvimento das atividades, observando as dificuldades encontradas por eles na resolução dos problemas, e descobrir como a modelagem, utilizando problemas reais, poderia ajudá-los.

Conforme visto anteriormente, a atividade continha seis questões. A primeira perguntava se era possível determinar um modelo ou função que resolve o problema de determinar o número do calçado, utilizando os dados da história e a matemática. Muitos dos alunos que estavam nos pequenos grupos tiveram dificuldades para responder. Aconselhei que lessem o texto para que encontrassem uma boa justificativa, mas muitos se negaram e pediam para que eu contasse a história novamente. Repeti a história nos pequenos grupos inúmeras vezes. Em um dos grupos da Turma B uma aluna leu o texto mais de quatro vezes e não encontrou uma resposta, nem tampouco uma justificativa plausível para tal pergunta. Notei que poucos alunos leram o texto para responder, apenas reproduziram trechos do texto que falava da padronização dos calçados. Conclui que eles não estão habituados a ler com frequência, assim tiveram dificuldades de interpretar e criar uma justificativa utilizando suas próprias palavras.

Para a questão número dois, os alunos deveriam encontrar o modelo ou função que expressasse o número do calçado através do comprimento em centímetros de seus pés, no Brasil e nos EUA. Ambas as turmas mostraram muita dependência e dificuldade para resolver a questão, pois queriam que eu resolvesse. Acredito que isso ocorreu por dois fatores: o primeiro, por estarem acostumados apenas a reproduzirem exercícios mais algébricos, em que o professor passa o exercício com exemplos de resolução, e eles utilizam apenas a mecanização; e o outro de terem dificuldades com a interpretação, tanto do texto como da pergunta. Conforme aponta Ponte (2009), a interpretação é importante para resolver problemas. Esse autor apresenta três etapas envolvidas no pensamento algébrico. A primeira delas se refere à representação, que é caracterizada pela leitura, compreensão, escrita e operações algébricas com símbolos usuais.

Como meu objetivo era adotar uma abordagem investigativa, onde houvesse a criação de um ambiente que oferecesse aos alunos recursos para fazer investigações que justificassem a aplicação da matemática, orientei os grupos com algumas dicas. Uma delas era extrair os dados da história, buscando saber como fabricariam seus sapatos e qual seria a medida que usariam. Um dos alunos da turma A mediu seu pé e decidiu calcular quantas cevadas teriam no comprimento. Um dos colegas rapidamente respondeu para mim que era muito fácil, bastava apenas saber quantos pontos franceses cabiam no comprimento do nosso pé, que era só medir o tamanho do pé e dividir pela medida do ponto francês que encontrariam a resposta, tendo esta discussão iniciada no pequeno grupo e se propagado para a turma inteira.

O raciocínio dos alunos da turma A estava correto, porém, não perceberam que o exercício pedia que encontrassem uma função para este problema, ou seja, que generalizassem a sua solução particular. Na turma B foi mais rápido, pois quando acabei de contar a história, um dos alunos falou que, dado x centímetros de comprimento do pé, bastava apenas dividir esse valor pelo ponto francês.

Na questão três, que perguntava o tamanho de seus calçados, não tiveram dificuldades, pois haviam encontrado a resposta no item anterior, reforçando a tese de que possuem dificuldades maiores com a interpretação do que somente com a matemática.

Para a construção dos gráficos os alunos tiveram dificuldades pois não utilizaram escala. Usando suas palavras sabiam que os centímetros do pé marcariam no eixo x e o tamanho do calçado marcariam no eixo y. Os colegas debatiam entre si que um pé de 0 cm teria um calçado de tamanho 0, e que para desenhar uma reta no plano cartesiano precisariam de mais um ponto. Este segundo ponto seria encontrado pelas coordenadas do comprimento de seus pés e a numeração de seus calçados.Nesta questão foi interessante a colaboração dos colegas, pois estavam debatendo sobre o assunto, eles mesmos tentavam se ajudar, deixando um pouco de lado a dependência que tinham do professor, e suas preocupações de estarem certos ou errados.

Na construção do gráfico, perguntei para a Turma B por que o tamanho do calçado no Brasil era maior do que nos EUA. O mesmo aluno que havia respondido como generalizar o problema na questão anterior, respondeu novamente. Ele disse que na divisão pelo ponto francês e pelo ponto americano há diferenças, que a medida do pé no Brasil é maior porque o ponto francês possui medida menor do que o ponto Americano.

Na questão cinco, os alunos não tiveram dificuldades, pois era um exercício de aplicação de números. Nesta altura do trabalho a dependência do professor era menor, pois quando tinham dúvidas perguntavam para os colegas. Na última questão os alunos deveriam comparar as soluções obtidas no item três e cinco do trabalho, com o número do calçado que estavam utilizando. Não apresentaram dificuldades para esta comparação.

3.3 Análise do encontro I.

Nessa seção, apresentarei recortes da produção dos alunos referentes a atividade I. Meu objetivo é analisar essas produções, identificando estratégias de solução dos problemas. Na primeira situação, os alunos modelaram a função que resolvia o problema de encontrar o número do calçado segundo o tamanho do pé, descobrindo a quantidade de pontos que cabiam no comprimento desse pé. Concluíram que a função era obtida pela divisão do comprimento do pé pela medida do ponto francês. Deduziram que o número do calçado dependia do comprimento do pé. Logo a medida do pé deveria ser a variável independente, conforme a figura 3.

Figura nº 3. Resolução do aluno X. Atividade 1 –Problema2

2) Expresse a função ou modelo que deve ser utilizado para encontrar o número certo de sapato no Brasil e EUA de acordo com a medida de seu pé? (Utilize a medida do pé em cm para a variável independente). $f(x) = x \div \frac{2}{3} = \frac{3}{2} . x$ Brasil
$g(x) = x - 0,846 cm = \frac{x}{0,846}$ EUA

FONTE: Registro escritos do aluno X.

Grande parte dos alunos durante o processo de construção da função enfrentou dificuldades para sua notação e também na escrita das operações matemáticas. Como por exemplo, a figura 3, em que o aluno dividiu x por $\frac{2}{3}$, porém escreveu que x era igual $\frac{2}{3}$ para a função f.

Figura nº 4. Resolução do aluno Y. Atividade 1 – Problema2.

2) Expresse a função ou modelo que deve ser utilizado para encontrar o número certo de sapato no Brasil e EUA de acordo com a medida de seu pé? (Utilize a medida do pé em cm para a variável independente). $f(x) = x = \frac{2}{3} = \frac{3}{2} x$ Brasil
$y(x) = x . 0,0846 cm = \frac{x}{0,846}$ EUA

FONTE: Registro escrito do aluno Y.

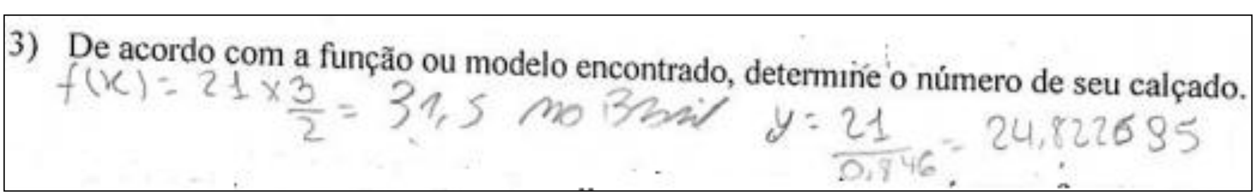
No mesmo problema, solicitei aos alunos o modelo que determinava o número dos calçados nos EUA. Utilizaram as mesmas técnicas desenvolvidas na função anterior, apenas variaram a medida do ponto, como mostra a figura 4. Também é possível observar que os alunos cometeram o mesmo equívoco de trocar as operações matemáticas na função g, dividindo x por 0,846, mas registrando o símbolo de multiplicação (Figura 4).

Analisando a escrita para a expressão da função, pude perceber que grande parte dos alunos nomeou ambas as funções como f. Entretanto tiveram aqueles mais atentos que foram capazes de diferenciar as funções na escrita, atribuindo informações, como por exemplo, f no Brasil e f no EUA, funções que expressam a numeração dos calçados em cada um dos países, conforme as figuras 3 e 4.

Outro tópico da atividade convidava a encontrar o número certo de seu sapato de acordo com a medida do comprimento de seu pé. Neste momento foi importante a participação dos alunos para a coleta dos dados; eles mediram seus pés com uma régua. Neste processo é possível notar o caso (2) de Barbosa, em que os alunos fazem o levantamento dos dados. Para que pudessem avançar na resolução do problema, aplicaram o valor coletado na função encontrada anteriormente.

Os alunos, mesmo encontrando o número correto de seus sapatos por meio da função, cometeram alguns erros na notação. Por exemplo, na figura 3, o aluno aplicou corretamente o número 21 na função, porém não denotou corretamente, ao invés de escreverf(21) =31,5, registrou f(x) =31,5, expressando uma função constante e não a numeração do calçado para a medida de 21 cm.

Figura nº 5. Resolução do Aluno Y. Atividade 1- Problema3


3) De acordo com a função ou modelo encontrado, determine o número de seu calçado.

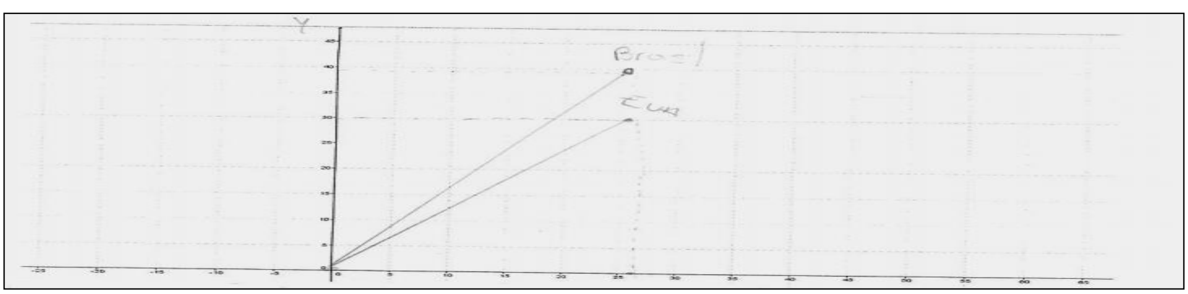
$f(x) = 21 \times \frac{3}{2} = 31,5$ no Brasil $y = \frac{21}{0,846} = 24,822695$

FONTE: Registro escrito do Aluno Y.

Para a construção do gráfico das funções, não tiveram problemas. Foi interessante notar em seus trabalhos que, mesmo sem falarmos em domínio de função, os alunos conseguiram interpretar os dados e utilizar essa interpretação no momento de construção dos gráficos. De fato, nenhum dos gráficos construídos apresentou números negativos no domínio, tendo todos os gráficos retas com início em x=0. Essa interpretação, de fato, é correta uma vez que não existe um pé com medida negativa.

Com relação ao esboço dos gráficos, foi possível perceber similaridade nas estratégias utilizadas pelos alunos para sua construção. Todos os alunos fixaram o ponto (0;0) no plano cartesiano. Eles já sabiam que a função afim tem como gráfico uma reta, sendo essa definida por dois pontos. Desse modo, traçaram a reta pelo ponto que já haviam fixado e o ponto (x;f(x)). Destaco que para esboçar o gráfico, os alunos não utilizaram cálculos para descobrir o zero da função e nem o seu coeficiente linear, que são os elementos usualmente utilizados para traçar o gráfico de uma função afim. Também foi possível perceber a tentativa de alguns alunos em diferenciar as duas funções nos gráficos, nomeando cada uma das retas da mesma forma que nomearam a função (Figura 6). Além disso, identifiquei que para a construção do gráfico, o aluno traçou uma reta pelos pontos (0,0) e (26,f(26)), sendo 26 centímetros a medida de seu pé.

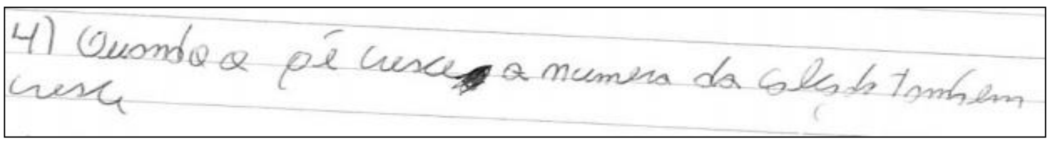
Figura nº 6. Resolução do Aluno F. Atividade 1 – Problema 4



FONTE: Registro escrito do Aluno F.

Diante do problema de determinar se a função era crescente ou decrescente, a maioria dos alunos classificou e justificou de maneira correta a função como crescente. Em geral, suas justificativas basearam-se na afirmativa de que se aumentarmos a medida de um pé, também aumenta a numeração desse sapato, como mostra a figura 7.

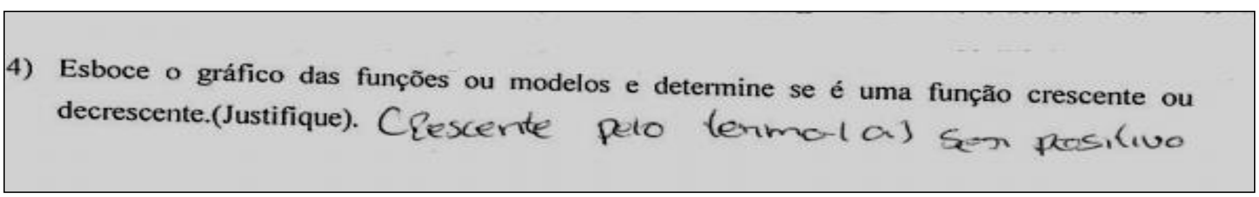
Figura nº 7. Resolução do problema do Aluno A. Atividade 1 – Problema 4.


4) Quando o pé cresce a numera do calçado tambem cresce

FONTE: Registro escrito do Aluno A.

No entanto alguns alunos justificaram utilizando o fato de o coeficiente angular ser positivo, conforme a figura 8.

Figura nº 8. Resolução do problema do Aluno D. Atividade 1 – Problema 4.


4) Esboce o gráfico das funções ou modelos e determine se é uma função crescente ou decrescente.(Justifique). Crescente pelo termo (a) ser positivo

FONTE: Registro escrito do Aluno D.

Independende do tipo de justificativa, pude perceber que os alunos tinham uma compressão correta do conceito de função crescente.

Para as últimas atividades propostas, deveriam descobrir o número de seus calçados de acordo com uma expressão já estabelecida na folha de atividades e posteriormente realizar uma análise, comparando as soluções encontradas e definir o modelo ou função que mais aproximava o número de seu sapato. Com isso, bastava apenas aplicar os dados na fórmula e realizar a análise. Em geral, os alunos realizaram a análise sem dificuldades. Os resultados encontrados foram variados: alguns alunos indicaram que a função criada por eles era a que melhor se aproximava com o número do seu calçado; outros indicaram a expressão já determinada na atividade; e outros ainda concluíram que nenhuma das soluções acertara ou se aproximara da medida de seus pés. Esses alunos colocaram em dúvida a veracidade das expressões, assim aceitando o convite e a proposta da atividade de debater a eficácia dos modelos, conforme relatado anteriormente. Comentei com eles que a função serviria para tentar descrever matematicamente os fenômenos desse problema, no caso a procura do número do calçado, e que o resultado obtido poderia não ser exatamente o mesmo que na vida real.

Já na aplicação dos dados à expressão pré-estabelecida, não houve confusões na notação para o desenvolvimento do cálculo, como veremos nas figuras 9 e 10. Acredito que os alunos não enfrentaram dificuldades neste problema por ser uma aplicação de equação de primeiro grau, conteúdo que já haviam estudado e consequentemente já deveriam estar familiarizados.

Figura nº 9. Resolução do Aluno B. Atividade 1- Problema 5

5) Uma das resoluções deste problema é a equação S=(5p+28)/4, extraída do livro ALGEBRA - *PARA QUE SERVE A MATEMATICA*? (Imenes, Luiz Marcio Pereira; Jakubovic, Jose; Lellis, Marcelo Cestari), que diz que aplicando em p o tamanho em cm de nosso pé, resultará em S, o número de nosso sapato. De acordo com esta solução, determine o número de seu calçado. $S=(5.21+28)/4 = 33,25$

FONTE: Registro escrito do Aluno B.

Figura nº 10. Resolução do Aluno D. Atividade 1- Problema 5.

5) Uma das resoluções deste problema é a equação S=(5p+28)/4, extraída do livro ALGEBRA - *PARA QUE SERVE A MATEMATICA*? (Imenes, Luiz Marcio Pereira; Jakubovic, Jose; Lellis, Marcelo Cestari), que diz que aplicando em p o tamanho em cm de nosso pé, resultará em S, o número de nosso sapato. De acordo com esta solução, determine o número de seu calçado. 39 $= S = (5p+28)/4 =$

$S = 5.26+28 \div 4 = S = \frac{158}{4} = S = 39{,}5$

FONTE: Registro escrito do Aluno D.

3.3.1 Resumo da análise I.

De modo geral, os alunos apresentaram diferentes estratégias para cada um dos problemas. Mesmo adotando métodos de solução correta, muitas vezes se atrapalharam com as notações matemáticas. Por exemplo, para encontrar a função que determinasse o número do calçado de acordo com a medida do pé, todos os alunos seguiram o mesmo raciocínio: dividir o tamanho do pé pelo ponto francês. Adotaram a medida do pé como a variável independente, modelaram a função definindo o número do calçado pela divisão da medida do pé pelo ponto francês; analogamente para o modelo que visava descobrir o número do calçado nos EUA, mudando somente a medida do ponto. Porém, como mostra a figura 2, atrapalharam-se na escrita matemática para formalizar a função, isto é, registraram símbolos matemáticos que não condiziam com seus cálculos.

Para encontrar o número de seus calçados, novamente seguiram a estratégia correta: aplicaram a medida do comprimento de seus pés na função encontrando a numeração com sucesso. Entretanto enfrentaram dificuldades para a sistematização dos cálculos e formalização da aplicação, como mostra a imagem 3, onde o aluno calculou a numeração do calçado para a medida de 21 cm e registrou a numeração como valor constante da função.

Ressalto a facilidade dos alunos para construção dos gráficos, traçando corretamente a reta pelos pontos (0;0) e (x;f(x)), sem utilizar o cálculo do zero da função e identificar o coeficiente linear. Além disso, apresentaram boa percepção para o domínio da função, traçando a reta somente para os valores positivos.

Também solucionaram com facilidade o problema de determinar os valores dos coeficientes angulares e lineares, assim como a classificação da função em crescente. Nessa última tarefa, apresentaram diferentes estratégias para justificar o crescimento: a percepção de que a numeração do calçado aumenta quando o pé aumenta; a visão algébrica de que a função cresce de acordo com o coeficiente angular positivo; e geométrica pelo fato da tangente da reta ser menor que 90º. Observo que a primeira justificativa baseia-se em características especifica da situação problema.

4. DESCRIÇÃO DA ATIVIDADE PRATICA II

4.1 Plano Atividade II.

Tema: Álgebra.

Público: 1°Ano - Ensino Médio.

Duração: 180 minutos.- Dois encontros de 90 minutos cada.

Objetivo: incentivar os alunos a modelar e resolver a seguinte situação problema: encontrar o carro mais econômico no trajeto casa-escola-casa no período de um mês, calculando o total de combustível necessário para o trajeto e o valor gasto para o transporte.

Conteúdo: Função Afim

Recursos: régua, quadro e giz, xerox com as informações.

Procedimentos: Introduzir o seguinte problema do nosso cotidiano: a quantidade de combustível gasta em nossos deslocamentos diários. A atividade traz uma reportagem publicada no Site IG Notícias, do dia 06/06/2014, no qual faz referência ao lançamento do Novo KA da Ford, que promete ser o carro mais econômico do país, trazendo também dados do Inmetro dos 10 carros mais econômicos do país.

Após introduzir o problema, os alunos se dividiram em pequenos grupos para resolver as atividades propostas.

Avaliação: A avaliação será feita com base no desempenho dos alunos na atividade, levará em conta a habilidade dos alunos em interpretar, modelar e resolver problemas.

Referencias:

Material de Apoio

Figura nº 11. Os dez carros mais econômicos do Brasil

OS 10 CARROS MAIS ECONÔMICOS DO BRASIL

Novo Ford Ka estreia em 2º, mas o velho Clio, da Renault, ainda lidera

POS.	MODELO	ETANOL			GASOLINA			MÉDIA
		Cidade	Estrada	Misto	Cidade	Estrada	Misto	km/l
1º	Renault Clio	9,5	10,7	10	14,3	15,8	15	12,5
2º	Novo Ford Ka	8,9	10,4	9,6	13	15,1	13,9	11,7
3º	Nissan March	8,9	10,4	9,6	12,6	15	13,7	11,6
4º	Volkswagen Up	9,1	9,9	9,5	13,2	14,3	13,7	11,6
5º	Fiat Palio Fire	8,8	10,3	9,5	12,3	15	13,5	11,5
6º	Volkswagen Fox	8,8	9,9	9,3	12,7	14,4	13,4	11,4
7º	Volkswagen Gol	8	10,1	8,9	11,8	14,9	13,2	11
8º	Fiat Uno	8,3	9,4	8,8	12,3	14,5	13,3	11
9º	Renault Sandero	8,4	9,2	8,8	12,9	13,8	13,3	11
10º	Kia Picanto	8,2	9,8	8,9	12	14,4	13,1	11

Fonte: Inmetro. Média baseada numa proporção de 56% de rodagem na cidade e 44% na estrada

FONTE: MEIER,Ricardo

Os 10 carros mais econômicos do Brasil em 2014

Novo Ka, que chega ao mercado no 2 º semestre, estreia bem, mas Renault Clio segue como o modelo que menos consome combustível

Ricardo Meier | *6/6/2014 09:44*

Figura 11. Os dez carros mais econômicos do Brasil.

Durante a pré-apresentação do novo Ka, a Ford prometeu um consumo ‘entre os melhores’ do mercado e a marca não mentiu. Nesta sexta-feira, 06, a empresa divulgou os dados obtidos pelo Inmetro, no programa de etiquetagem veicular. E o Ka conseguiu médias muito boas graças ao novo motor 1.0 de 3 cilindros que começou a ser fabricado na Bahia nas últimas semanas.

O novo compacto, cuja estreia está marcada para logo depois da Copa, conseguiu rodar 8,9 km na cidade 10,4 na estrada utilizando apenas etanol. Com gasolina, o modelo foi mais longe: 13 km na cidade e 15,1 km na estrada. A média, excelente, no entanto, não foi suficiente para superar o Clio, da Renault. O velho compacto, que está no mercado desde 1999, ainda sobra nesse sentido – na estrada chega a rodar 15,7 km com apenas um litro de gasolina. E esse fato tem uma explicação óbvia: o Clio só supera o Ka em sua configuração "pé de boi", sem ar condicionado - um ítem essencial para conforto e segurança atualmente - nem direção hidráulica. Já o Ka, além do ar condicionado conta com direção elétrica e progressiva, e pode ostentar orgulhoso o título de compacto equipado com ar condicionado mais econômico do País. Outro destaque para o compacto da Ford é que ele também conseguiu bater em consumo seu rival direto, o up!, da Volkswagen, que, como ele, também utiliza um avançado motor de 3 cilindros.

De três ou quatro cilindros, motores 1.0 dominam lista dos 10 carros mais econômicos do Brasil.

O fato é que, embora o Clio seja efetivamente o ‘rei do posto de combustível’)mesmo abdicando de equipamentos indispensáveis), tanto o up! quanto o Ka fazem bem mais com esse combustível. O VW é comprovadamente mais veloz e ágil que o carro da Renault e isso se reflete numa eficiência maior, na prática.

O 3º colocado entre os 10 mais econômicos do Brasil (veja abaixo a tabela) é o Nissan MArch, mas não o novo, que estreou nos últimos dias e sim o antigo, produzido no México, que é mais simples e leve. Na média projetada usando os números do Inmetro, o carrinho mexicano foi levemente mais econômico que o carro da Volks, ficando pouco abaixo do Ka – 11,6 km/l contra 11,7 km/l, obtida com uma divisão meio a meio das médias com gasolina e etanol.

Economia de um lanche

Mas o que representa, na prática, um veículo que roda 1,5 km a mais com um litro de combustível? O dono de um Clio que tenha uma média mensal de 2 mil km rodados terá economizado 21 litros comparado ao proprietário de um Kia Picanto, o 10º colocado da lista. Ou, então, 11 litros, no caso do Ka. Nesse cenário, o Renault teria proporcionado R$ 47 de economia num mês frente ao Kia e R$ 25 comparado ao Ford, valores um tanto modestos para decidir uma compra apenas por esse aspecto.

Situações-problema Propostas e sua Resolução

1) Com os dados extraídos da notícia, qual o carro mais econômico ? Justifique:

De acordo com a noticia o carro mais econômico é o Renault Clio, que faz média de 12,5 Km/l, sendo esta calculada pelas médias de estrada e cidade para etanol e gasolina, podendo na estrada rodar 15,7 km por litro para o mesmo modelo sem ar-condicionado.

2) Dos 10 Carros citados acima, liste dois dos quais mais lhe agrada?

Esta é uma questão pessoal, no qual os alunos deverão escolher dois carros de sua preferência. Para completar o exercício serão escolhidos o Novo KA e o Nissan Mach por serem os carros que possuem as médias mais baixas depois do Renault Clio, o segundo e terceiro carro mais econômico.

3) Qual é a distância percorrida, em Km, do seu trajeto casa-escola-casa?

Esta é uma questão pessoal, onde os alunos deverão indicar a distância de seu trajeto. A distância da minha casa até a escola é de 5 km, então o trajeto casa-escola-casa é de10km.(Dados retirados do Google Map).

4) Encontre a função ou modelo que expresse em litros a quantidade de combustível gasta por km rodado para o carro mais econômico e para um de seus preferidos.

Para encontrar a função devemos levar em conta a quantidade gasta de combustível, que é proporcional a cada quilômetro rodado. Por exemplo, o Renault Clio *fazem média de 12,5 Km/l, ou seja, a cada 1 litro de combustível anda em média 12,5 Km. Se o Clio dobrar a quantidade de combustível, também irá dobrar a média dos quilômetros rodados, assim com 2 litros de combustível roda em média 25 km.*

Extraindo os dados da tabela podemos criar uma regra de três, fixando x para quilômetros rodados e y para quantidade de combustível gasta. Como a função expressa á quantidade de combustível gasto, a quantidade de combustível gasto depende da distância percorrida. Resolvendo a regra de três queremos que y dependa de x.

Assim temos que:

Quantidade de Combustível	*Distância percorrida*
1 l	*12,5 km*
Y	*X km*

$$1xkml = y12{,}5km$$

$$\frac{1xkml}{12{,}5km} = y$$

$$\frac{xl}{12{,}5} = y$$

Logo $f(x) = \frac{xl}{12{,}5}$

5) Encontre a quantidade necessária de combustível para percorrer seu trajeto casa-escola-casa no carro mais econômico e no seu preferido.

Para o carro mais econômico devemos calcular a $\mathrm{f}(10)$*, pois quero saber qual a quantidade de combustível gasta para o trajeto de 10 km.*

$$f(10) = \frac{10l}{12{,}5} = 0{,}8l$$

6) Qual a quantidade gasta de combustível em um mês no trajeto casa-escola-casa no carro mais econômico para etanol e gasolina?

Vimos no item anterior que gasto 0,8 l por dia. Como o mês comercial tem trinta dias queremos saber a quantidade de combustível gasta em 30 dias. Para isso, basta efetuar a multiplicação de $(0{,}8\mathrm{l}) \times (30) = 24\mathrm{l}$..

7) Utilizando os valores de 2,889 por litro da gasolina comum e 2,399 por litro de etanol. Qual a quantidade gasta em um mês no trajeto casa-escola-casa no carro mais econômico? Qual dos combustíveis é mais vantajoso.

Para escolher o combustível mais vantajoso posso escolher três opções.

1) *Utilizando o Clio Flex, que é a média dos consumo de etanol e gasolina, é necessário 24l de combustíveis mensais para o trajeto. Assim podemos efetuar a média dos valores para 1 litro de gasolina e etanol.*

$$\frac{2{,}889 + 2{,}399}{2} = 2{,}644$$

Concluímos que o Clio Flex, que utiliza combustível metade gasolina, metade etanol, gasta por litro de combustível R$ 2.644. Para o valor do transporte mensal devemos efetuar a multiplicação da quantidade mensal que é de 24l pelo valor do litro de combustível que é de R$ 2,644, logo o custo é de R$ 63,45.

Para o Clio que consome gasolina, devemos modelar a função que expresse a quantidade combustível gasta por quilômetro rodado utilizando a média da tabela para gasolina que é de 15 km/l. Utilizando a mesma ideia do item 3, temos:

Quantidade de Gasolina	*Distância percorrida*
1 l	*15 km*
Y	*Xkm*

Resolvendo a regra de três:

$$1lxkm = y15km$$

$$\frac{xlkm}{15km} = y$$

$$\frac{xl}{15} = y$$

Assim temos que $\mathrm{g(x)} = \frac{\mathrm{xl}}{15}$.

Como o meu trajeto é de 10 km por dia, para saber a quantidade de combustível gasta, devo calcular o valor de $\mathrm{g}(10)$..

$\mathrm{g}(10) = \frac{10\mathrm{l}}{15}$=0,666$l$

Arredondando para duas casas decimais, obtemos a quantidade gasta de 0,67l *em um dia, logo em um mês o consumo é igual a* 20,10l*.*

Assim meu valor gasto para gasolina é de $(20{,}10\mathrm{l}) \times (2{,}889)$*, ou seja R$ 58,07.*

Para o Clio que consome etanol, devemos modelar a função que expressaa quantidade de combustível gasta por quilômetro rodado utilizando a média da tabela *para etanol que é de 10 km/l. Utilizando o mesmo raciocínio dos passos anteriores, temos:*

Quantidade Gasolina	*Distância percorrida*
1l	*10 km*
Y	*Xkm*

Resolvendo a regra de três:

$$1lxkm = y10km$$

$$\frac{xlkm}{10km} = y$$

$$\frac{xl}{10} = y$$

Concluímos que $\mathrm{e(x)} = \frac{\mathrm{xl}}{10}$, *como o meu trajeto é de 10 km por dia, para saber a quantidade de combustível gasta em um dia, devo calcular o valor da e(10).*

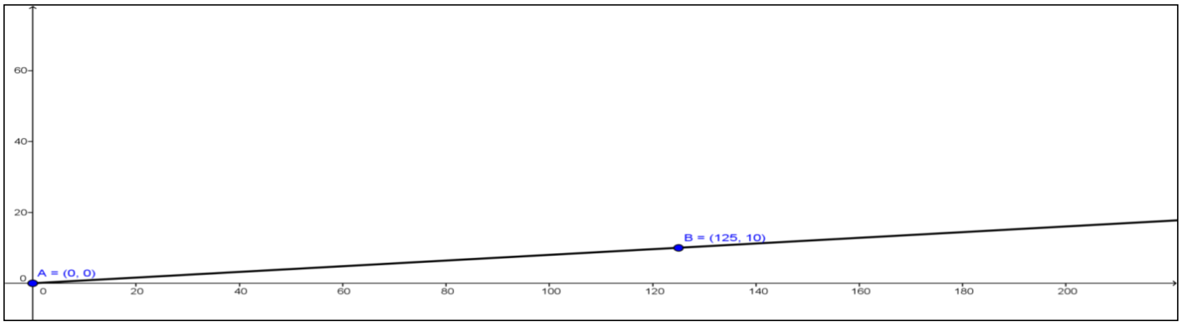
Assim $\mathrm{e}(10) = \frac{10\mathrm{l}}{10}$$=1l$, *em um mês consumo 30l. Logo meu valor gasto para gasolina é de* $(30\mathrm{l}) \times (2{,}399)$, *ou seja R$ 71,97.*

8) Analisando o item 6 e 7, qual dos combustíveis é mais vantajoso? Por quê?

Analisando os dados, concluímos que consumir gasolina é mais vantajoso, pois o valor gasto para o transporte é o menor comparado ao consumo de etanol e do consumo de gasolina e etanol juntos..

9) Esboce Gráfico das funções:

Figura nº 12. Gráfico da função $f(x) = \frac{xl}{12,5}$



.

Figura nº 13. Gráfico da função $\mathrm{g(x)} = \frac{\mathrm{xl}}{15}$.

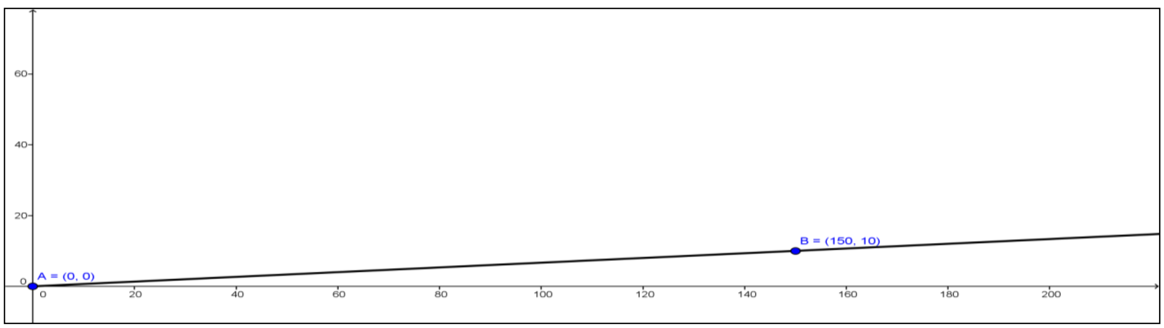
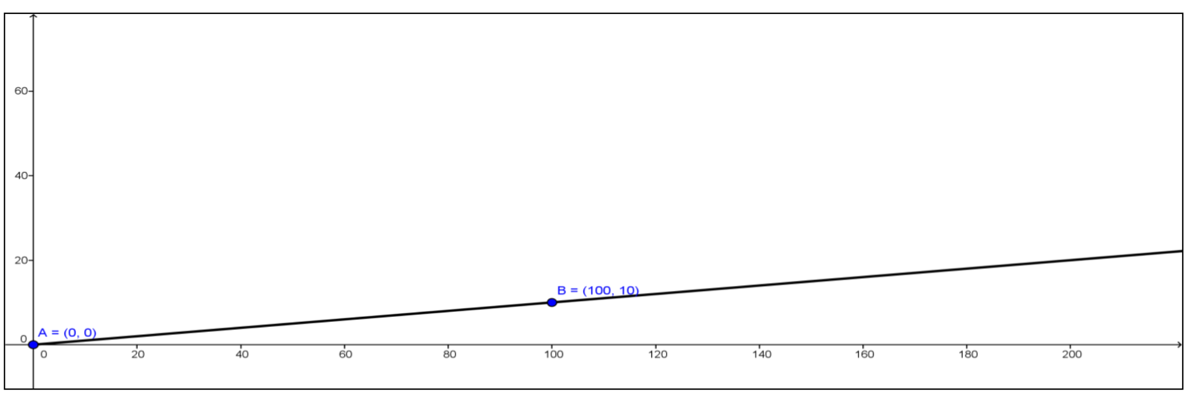


Figura nº 14. Gráfico da função $(x) = \frac{xl}{10}$



10) Qual o valor dos coeficientes da função? Explique sua importância:

$$f(x) = \frac{xl}{12,5}$$

Coeficiente angular, $a = 1{,}5$. *Representa a quantidade necessária de combustível para andar 1km a mais.*

Coeficiente linear, $b = 0$, *indica o ponto que a reta cruza o eixo das ordenadas*, o que representa o consumo para 0km rodados.

11) É uma função crescente? Justifique:

A função para cada um dos carros é crescente pelo fato dos coeficientes angulares serem positivos. Por consequência a reta da função forma com o eixo das abcissas um ângulo agudo. Coerente com o modelo, é de se esperar que quanto mais andarmos mais combustível gastamos.

12) Sobre o ângulo formado pela reta e o eixo das abcissas, é possível classifica-lo em ângulo reto,obtuso e agudo? Justifique:

Agudo, pois é menor de que90°.

4.2 Relato da Atividade II

Nossa segunda prática tem como objetivo incentivar os alunos a modelar e resolver a seguinte situação problema: encontrar o carro mais econômico no trajeto casa-escola-casa no período de um mês, calculando o total de combustível necessário para o trajeto e o valor gasto para o transporte utilizando função afim. Para isto deveriam extrair as informações necessárias de uma reportagem sobre os dez carros mais econômicos no Brasil, obtida no Site IG do dia 06/06/2014. Esta atividade, assim como a prática dos calçados, foi aplicada para ambas as turmas, tendo umaduração de 180 minutos, podendo esta ser entregue em grupos.

No primeiro momento da aula, perguntei para os alunos qual era o transporte utilizado por eles para chegar à escola. Alguns responderam que vinham de carona com os pais de carro e outros citaram ônibus e bicicleta. Contei a eles que tinha a intenção de trocar de carro no final do ano e que estava à procura de um carro que não tivesse alto custo para usufruí-lo. Na turma A, um dos alunos respondeu na discussão com a turma que eu deveria adquirir um Uno, pois é o carro que tem em casa e seria indicado por seu pai pelo fato de ser econômico. Agradeci a dica, e continuei a conversa perguntando para os alunos qual era o carro que queriam ter no futuro, e se já haviam pensado na questão de custos. A turma se mostrou bastante participativa, pois queriam carros importados e agora estavam preocupados com o custo benefício. Então comentei a reportagem dos dez carros mais econômicos e suas vantagens. Perguntei o custo gasto por eles no trajeto casa-escola-casa. Muitos responderam o valor da passagem do ônibus; outros colegas não souberam responder, pois vinham de carona ou de bicicleta. Perguntei à turma qual seria o valor gasto por eles para percorrer os seus trajetos e se seria mais econômico utilizar o ônibus ou vir de carro. Assim introduzi a cópia com a reportagem e as atividades para os alunos da Turma A.

Na turma B, nossa discussão seguiu outro caminho. Um aluno que vem à escola de bicicleta trouxe o fato de que utilizar um automóvel econômico ajuda na sustentabilidade do Planeta. Falou que veículos que andam mais com menos combustível queimam menos gases do que um carro menos econômico. Expliquei à turma que a nossa atividade era justamente utilizar a matemática e função afim para encontrar o carro mais econômico e menos poluente dos populares vendidos no Brasil, que utilizassem Etanol, Gasolina ou uma combinação de ambos.

A atividade foi desenvolvida em grupos em ambas as turmas. Os alunos já haviam aceitado o método do trabalho. Diferente da prática passada, os alunos se mostraram interessados pela leitura. Acredito que o fato de se trabalhar com carro chamou-lhes mais a atenção do que a história dos sapatos, ou pela experiência da prática passada, em que a leitura era importante para o trabalho.

Essa segunda prática continha o dobro de exercícios da atividade passada, contendo doze questões. Na primeira e segunda perguntas, deveriam indicar o carro mais econômico da reportagem e dois carros que mais lhe agradavam. Os alunos, já organizados nos pequenos grupos, tiveram algumas dificuldades para responder esta questão, pois na tabela havia vários dados, o valor de consumo na cidade e na estrada utilizando gasolina e etanol e médias dos mesmos, causando dúvidas para a escolha do carro mais econômico. As meninas, que não conheciam todos os carros que haviam sido publicados na tabela, utilizaram a internet dos celulares para pesquisarem sobre eles. Poucos alunos de ambas as turmas escolheram os dois ou três dos carros mais econômicos como o seu preferido. Durante nossas conversas nos pequenos grupos estavam interessados em escolher o carro mais bonito. Percebi que, para o carro mais econômico, os alunos escolheram o Clio, marcando sua média de 12km/l na cidade e estrada, extraindo os dados da tabela.

Um dos grupos que estava organizado na Turma B, comentou comigo que o Clio poderia ser ainda mais econômico fazendo média de 15,7 km/l, porém este carro não lhes interessava por que não tinha ar-condicionado. Este dado não estava na tabela e, sim, em um dos trechos da notícia. Mostraram qualidade na interpretação e interesse com o trabalho.

Para responder a distância percorrida pelos alunos no trajeto casa-escola-casa, os grupos utilizaram a internet dos celulares, realizando as pesquisas no Google Maps. Os colegas emprestaram os seus celulares. Neste exercício, houve dois fatos interessantes: como a atividade deveria ser entregue em grupo, alguns alunos escolheram resolver a distância do aluno que morava mais perto da escola, outros citaram suas distâncias individuais, e tiveram aqueles que fizeram a média das distâncias percorridas pelos integrantes do grupo para cumprir o trajeto.

Um grupo da turma B estava associando nosso trabalho com os trabalhos realizados na disciplina de física sobre MRU e MRUV. Podemos observar um trabalho interdisciplinar realizado pelo aluno na medida em que articulou seus conhecimentos da Física e da Matemática. Perguntaram-me se tinha como descobrir os quilômetros rodados por minuto, pois não estavam encontrando a resposta. O aluno montou uma regra de três,1km para 1000m e x para 30 min. Ele utilizou uma ferramenta que já conhecia que era a regra de três com outro conhecimento da física para resolver o problema de encontrar a distância percorrida. Expliquei a ele que para trabalhar com a regra de três deveria utilizar as mesmas unidades, por exemplo: que se 1km é 1000 metros então 2km é 2000 metros, e que ele havia montado sua conta com quilômetro e hora. Deixei o aluno pensando para orientar os outros colegas. Pouco tempo depois, ele me chamou novamente explicando que tinha encontrado a distância percorrida por ele, utilizando o cálculo da velocidade média. Disse que sabia o tempo que seu ônibus levava para cumprir o trajeto e que sabia a velocidade média do ônibus, pois este não pode passar de 60 km/h. Assim resolveu o seu problema.

Para as questões quatro e cinco, deveriam encontrar a função que expressa em litros a quantidade de combustível gasta por quilômetros rodados para os carros que haviam escolhido e a quantidade gasta de combustível por eles no trajeto casa-escola-casa. Durante a atividade, os alunos estavam mais independentes.

Nas perguntas seguintes deveriam simular o valor gasto por eles para o trajeto utilizando gasolina e etanol e comparar o combustível mais vantajoso. Para o exercício indiquei os valores por litro dos dois combustíveis, utilizando os valores do posto de gasolina mais perto da escola. Realizaram os cálculos no celular, e suas respostas foram pessoais.

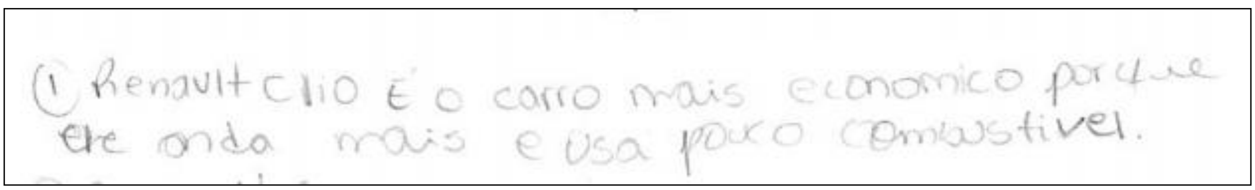
4.3 Análise do encontro II

Esta atividade pode ser classificada como o caso (2) do ambiente de aprendizagem de matemática citado por Barbosa (2001), pela colaboração dos alunos para o desenvolvimento do trabalho, tanto na coleta de dados quanto na resolução dos problemas. Também pode ser classificada como o caso (5) dos ambientes de aprendizagem sugeridos por Skovsmose (2000), o qual caracteriza-se por ser um cenário de investigação com referência à realidade.

A primeira etapa do trabalho propunha encontrar o carro mais econômico do Brasil, de acordo com a tabela do Inmetro inserida na reportagem, que listava dez carros indicando modelo e a quilometragem gasta por litro na estrada e cidade para etanol e gasolina, assim como a média dessas quilometragens. Todos os alunos indicaram o Renault Clio para o carro mais econômico. Justificaram essa escolha pelo fato da média do Clio ser a mais alta comparada aos outros carros, ou seja, em comparação aos concorrentes o Clio percorre maiores distâncias com menor quantidade de combustível, assim elevando a sua média.

Um grupo de alunos respondeu que o Clio Renault usando gasolina com etanol gastava bem menos que os outros. Acredito que este grupo não extraiu o dado observando apenas a média dos carros; suponho que comparamos dados do Clio em todos os quesitos com os outros carros, e por conclusão sua média seria a maior, como mostra a figura abaixo.

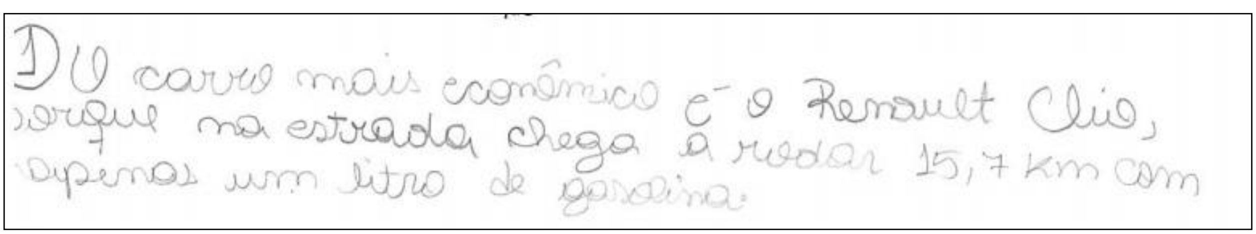
Figura nº 15. Resolução do Grupo X. Atividade 2 – Problema1


(1 Renault Clio é o carro mais economico porque ele anda mais e usa pouco combustivel.

FONTE: Registro escrito do Grupo X.

Outro grupo chegou a seguinte resposta: ‘’O carro mais econômico é o Clio da Renault, por que na estrada chega a rodar 15,7 km com apenas um litro de gasolina’’, de acordo com a figura nº 16. Esta informação não estava na tabela do Inmetro e sim num dos trechos da reportagem.

Figura nº 16. Resolução do Grupo Y. Atividade 2 – Problema1.


1) O carro mais econômico é o Renault Clio, porque na estrada chega a rodar 15,7 km com apenas um litro de gasolina.

Fonte: Registro escrito do Grupo Y.

É possível perceber a motivação e o convite aceito pelo grupo para o desenvolvimento do trabalho. Diferente dos alunos que responderam a média, esse grupo respondeu com base na maior quantidade de quilômetros que o carro pode rodar com apenas um litro de gasolina na estrada.

Depois de encontrado o carro mais econômico, o próximo passo era determinar a função que expressasse a quantidade de combustível gasta por quilômetro rodado. Observando os trabalhos, é notável duas linhas de raciocínio para a construção da função. A maioria dos grupos encontrou a função utilizando a mesma estratégia da primeira atividade: dado “x” quilômetros percorridos, queriam saber quantos quilômetros rodados por litro pelo carro cabiam em “x”. Os grupos que formalizaram esta função não perceberam que a função deveria expressar a resposta em litros/km, e que a função encontrada por eles expressava quilômetros por litros no denominador, de acordo com a figura 17.

Figura nº 17. Resolução do Grupo Z. Atividade 2 – Problema 4

FONTE: 17. Registro escrito do Grupo Z.

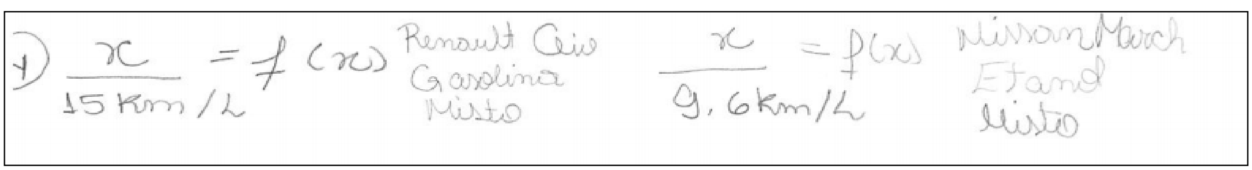
Já os demais alunos seguiram com outra estratégia: a partir de uma regra de três chegaram na formalização correta da função, como a resolução feita na seção anterior, conforme a figura 18.

Figura nº 18. Resolução do Grupo R. Atividade 2 – Problema 4.

FONTE: Registros escrito do Grupo R.

Outro item da atividade perguntava o carro da preferência dos alunos e a função que determinasse a quantidade de combustível gasta por quilômetros rodados para o mesmo. Os grupos novamente adotaram estratégias diferentes para a escolha e justificativa dos carros, citaram beleza e economia. Determinaram a função utilizando o mesmo método para o carro mais econômico, adotando as mesmas estratégias. Diante das duas funções houve avanço na sua notação; mesmo nomeando as duas de f, acrescentaram informações para a função como, por exemplo, f Nissan March, Etanol e Misto, que significa que esta era a função para o carro Nissan March para a média na cidade utilizando etanol. Alguns grupos diferenciaram as funções apenas indicaram o nome do carro na função não se preocupando com os quesitos de etanol e gasolina, estrada, cidade e misto.

Figura nº 19. Resolução do Grupo X. Atividade 2 – Problema 4.

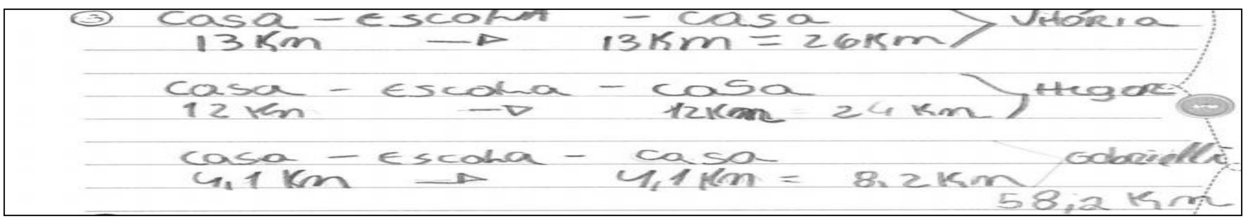


FONTE: Registro escrito do Grupo X.

Diante do problema de encontrar o consumo de combustível gasto pelos alunos no trajeto casa-escola-casa, deveriam encontrar a quilometragem deste trajeto e aplicar na função encontrada. Os alunos realizaram pesquisas nos celulares para calcular a distância percorrida. Durante este processo aconteceu um fato curioso, já narrado no experimento: um dos alunos do grupo, consultou o caderno de física para encontrar a distância percorrida por ele através da fórmula da velocidade média[1]. Segundo seu relato, era possível calcular a distância sabendo a velocidade e o tempo que o ônibus dispendia para realizar o trajeto entre sua casa e a escola.

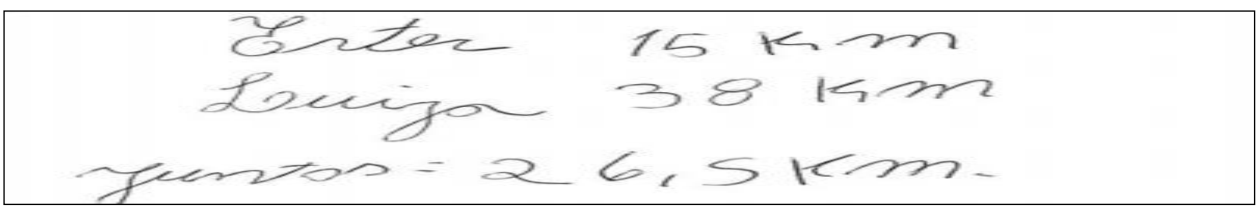
Para resolver a quantidade de litros gasta, aplicaram no modelo. Alguns grupos realizaram o cálculo aplicando a média da distância do trajeto, mas a maioria preocupou-se com a veracidade dos dados e aplicou na função a soma da quilometragem rodada por cada integrante do grupo. Acredito que queriam, com a soma dos quilômetros percorridos por cada um, encontrar o deslocamento de apenas uma corrida para o trajeto que atendesse os três alunos.

Figura nº 20. Resolução do Grupo J. Atividade 2 – Problema 3.



FONTE: Registro escrito do Grupo J

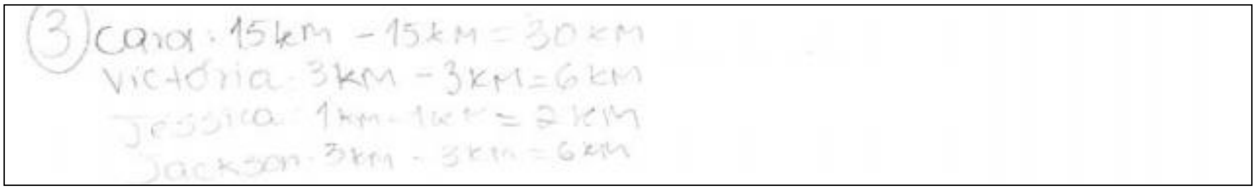
Figura nº 21. Resolução do Grupo K. Atividade 2 – Problema3.



Fonte: Registro escrito do Grupo K.

[1] A velocidade média é calculada, através da divisão da distância percorrida de certo corpo pelo tempo de deslocamento.

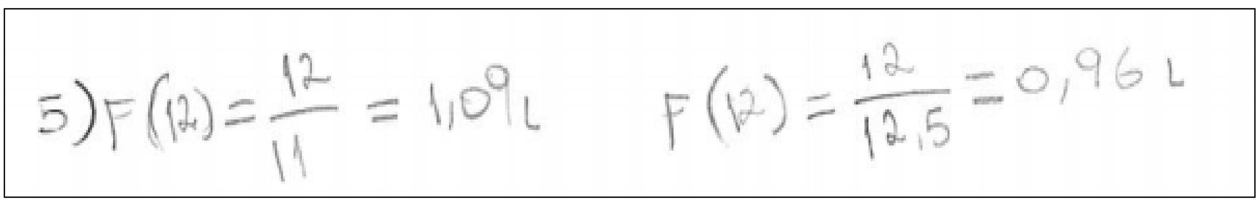
Figura nº 22. Resolução do Grupo L. Atividade 2 – Problema 3.



FONTE: Registro escrito do Grupo L.

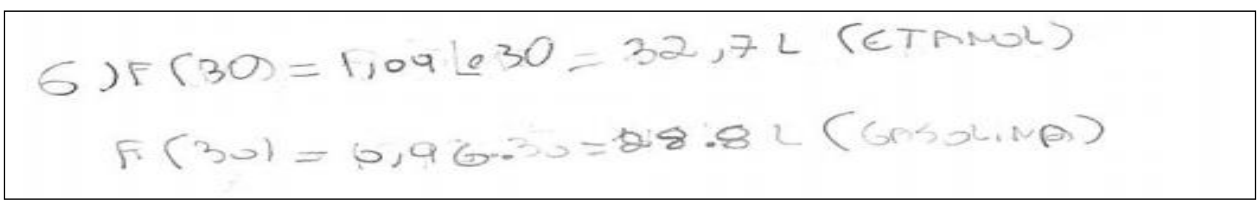
O próximo problema proposto, era o de encontrar o valor gasto por mês para o transporte. Os alunos utilizaram os mesmos dados que encontraram no problema que pedia a distância percorrida por eles no trajeto casa-escola-casa. É interessante notar que para saber o custo com transporte, deveriam primeiro saber a distância percorrida em um mês, e novamente, os alunos utilizaram diversas estratégias. Alguns multiplicaram o valor encontrado por 30 dias, que é o número mais comum para indicar a quantidade de dias no mês, conforme as figuras 23 e 24.

Figura nº 23. Resolução do Grupo R. Atividade 2 – Problema 5.



Fonte: Registro escrito do Grupo R.

Figura nº 24. Resolução do Grupo R. Atividade 2 – Problema 6.

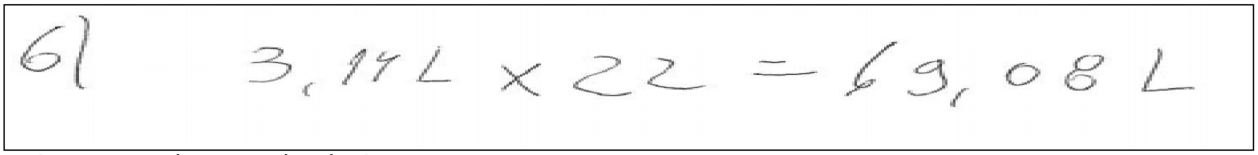


FONTE: Registro escrito do Grupo R.

Neste grupo é possível notar a criação de uma nova função, que, fornecido o dia, determina a quantidade de combustível gasta até aquele dia. (Fig.24)

Outros colegas multiplicaram por 22, e justificaram essa escolha afirmando que descontaram os finais de semana. Como geralmente um mês é formado por 4 semanas, então possui 8 dias que não precisam ir a aula. (Fig.25)

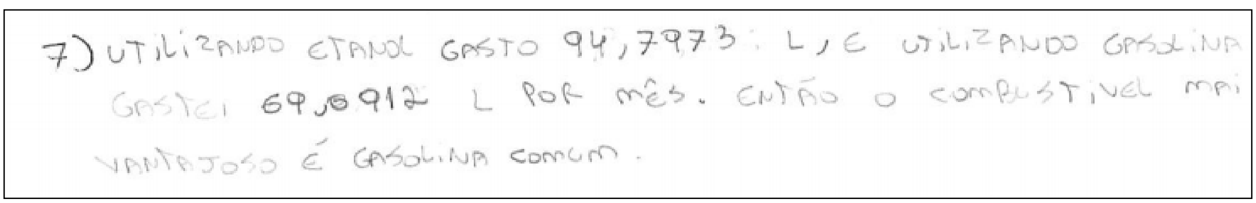
Figura nº 25. Resolução do Grupo N. Atividade 2 – Problema6.


6) 3,14L x 22 = 69,08 L

FONTE:. Registro escrito do Grupo N.

Os alunos, em geral, seguiram o mesmo raciocínio do grupo R, (Fig. 24.)porém não perceberam que a função expressava a quantidade de litros em média para gasolina e etanol, ou seja, o custo do combustível mensal baseava-se na média entre os valores unitários de etanol e gasolina.

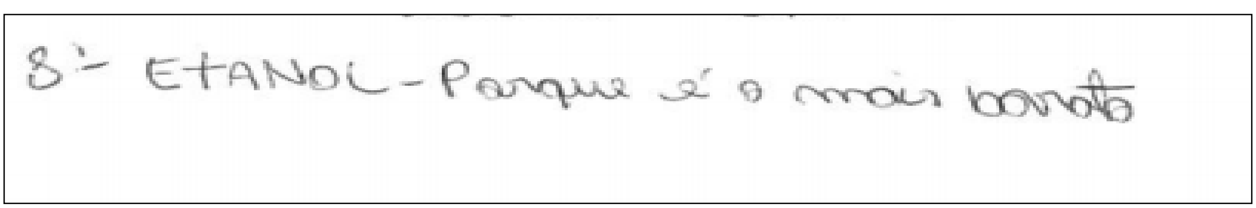
Figura nº 26. Resolução do Grupo R. Atividade 2 – Problema7.


7) UTILIZANDO ETANOL GASTO 94,7973 L, E UTILIZANDO GASOLINA GASTEI 69,0912 L POR MÊS. ENTÃO O COMBUSTIVEL MAI VANTAJOSO É GASOLINA COMUM.

FONTE: Registro escrito do Grupo R.

Diante da análise para descobrir qual o combustível mais vantajoso, os alunos usaram a mesma lógica de indicar o combustível, aquele cujo custo beneficio durante o mês era mais em conta, mais barato.

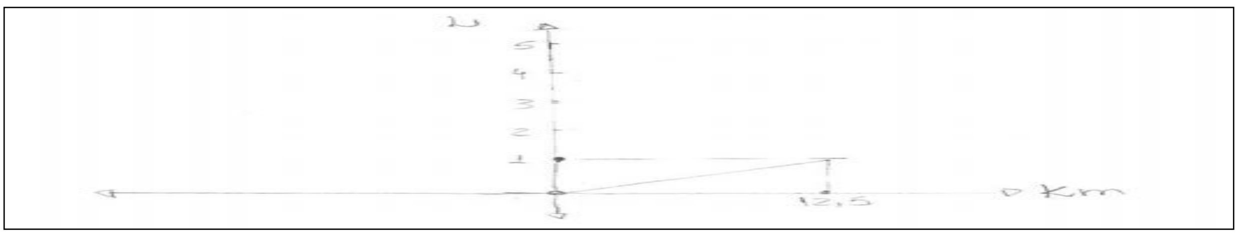
Figura nº 27. Resolução do Grupo X. Atividade 2 – Problema8


8:- ETANOL - Porque é o mais barato

Fonte: Registro escrito do Grupo X.

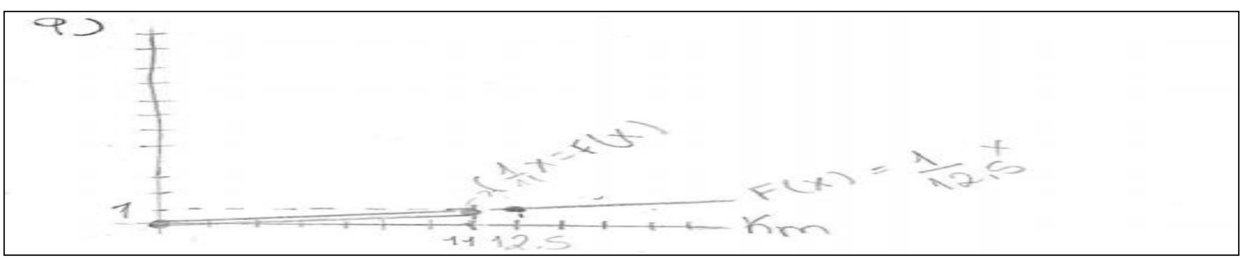
Para a construção do gráfico, em geral não tiveram dificuldades, assim como na atividade anterior. Novamente, sem falarmos em domínio da função, começaram o gráfico no ponto x=0. Acredito que perceberam que a função não faz sentido para números negativos, pois não existe distância negativa. Traçaram a reta pelo ponto (0;0), pois perceberam que se o carro não anda, não gasta combustível, e pelo ponto (x;(f(x)), valores já calculados por eles. Alguns grupos tiveram dificuldades para a escala durante o esboço do gráfico, principalmente aqueles que moravam perto da escola, pelo fato de necessitarem menos combustível. Sugeri aos alunos que, quando trabalhassem com números pequenos, usassem uma escala maior.

Figura nº 28. Resolução do Grupo X. Atividade 2 – Problema 9.



FONTE: Registro escrito do Grupo X.

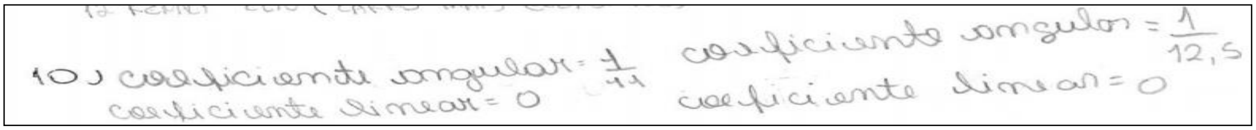
Figura nº 29. Resolução do Grupo F. Atividade 2- Problema 9.



FONTE: Registro Escrito do Grupo F.

Tiveram facilidade também para indicar os coeficientes da função. Acredito que perceberam que a inclinação da reta se dava pelo termo que multiplica a variável independente da função, o coeficiente angular. E para o coeficiente linear indicaram o valor de f(x), quando x=0.

Figura nº 30. Resolução do Grupo R. Atividade 2 – Problema 10.

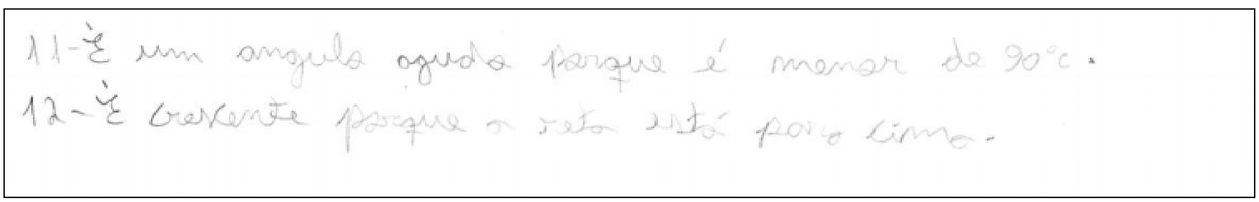

10) coeficiente angular = $\frac{1}{11}$ coeficiente linear = 0

coeficiente angular = $\frac{1}{12,5}$ coeficiente linear = 0

FONTE: Registro escrito do Grupo R.

Para explicação da função crescente os alunos adotaram de três justificativas diferentes: (i) explicaram o fato da reta determinar com o eixo das abscissas um ângulo menor de 90º; (ii) o coeficiente angular ser positivo e (iii) o fato de quanto mais andar com o carro mais ele gasta combustível, sendo esta a justificativa mais utilizada. O problema anterior perguntava qual o ângulo formado pela reta e o eixo das abcissas, assim perceberam que como o ângulo era menor de 90° a função era crescente, sendo este comentário realizado por um dos alunos em aula, conforme o relato da atividade 1.

Figura nº 31. Resolução do Grupo Z. Atividade 2 – Problema 11 e 12.


11- É um angulo agudo porque é menor de 90°c.

12- É crescente porque a reta está para cima.

FONTE: Registro escrito do Grupo Z.

4.3.1 Resumo da análise II.

Na atividade II, os alunos, em geral, modelaram corretamente a função que expressava a quantidade de combustível de acordo com os quilômetros rodados. Na fig. 17, por exemplo, os alunos encontraram uma função que expressava a quantidade de combustível, porém se atrapalharam com a notação, expressando litros no denominador. Também utilizaram de diversas estratégias para aplicar as distâncias percorridas por eles no trajeto casa-escola-casa na função: alguns grupos fizeram a média dos integrantes; outros, a soma das distâncias; e outros indicaram apenas a distância de um membro do grupo, aplicando o valor na função e calculando corretamente.

A maior dificuldade dos alunos na atividade, foi expressar o valor de combustível gasto para ir a escola em um mês. Como os grupos expressaram a função pela média dos quilômetros rodados e combustível, não compreenderam que para o cálculo de combustível deveriam efetuar também a média do valor unitário dos combustíveis, e posteriormente multiplicar pela distância percorrida por eles no mês. Porem multiplicaram pelos valores do litro de gasolina e etanol.(Fig.24)

Destaco que para a construção dos gráficos, os alunos não tiveram dificuldades. Novamente não utilizaram do cálculo do zero da função e nem o valor do coeficiente linear, esboçaram a reta a partir de dois pontos, o ponto (0;0) e (x;f(x)), a quantidade de quilômetros rodados no trajeto casa-escola-casa e a respectiva quantidade de combustível. Perceberam que o gráfico deveria começar no ponto (0;0), pois se o automóvel não se locomoveu então consequentemente não gastou combustível. Também compreenderam que o domínio da função não fazia sentido para números negativos, pois não existe distância negativa. Na classificação do gráfico em crescente, utilizaram para a resposta: o valor do coeficiente angular ser positivo; o fato da tangente da reta ser menor que 90°; e a intuição de que quanto mais o carro anda, mais este gasta combustível, outra vez responderam de acordo com a situação problema.

5. DESCRIÇÃO DA ATIVIDADE PRATICA III

5.1 Plano da Atividade III

Tema: Álgebra.

Público: 1°Ano - Ensino Médio.

Duração: 180 minutos. - Dois encontros de 90 minutos cada.

Objetivo: conseguir a partir de uma noticia e uma situação problema, modelar e resolver tal situação utilizando funções de 1° grau, compreender a relação de temperatura entre Graus Celsius e Fahrenheit.

Conteúdo: Função de 1° Grau

Recursos: régua, quadro e giz, xerox com as informações.

Procedimentos: Trabalhar com os alunos funções afim através da conversão de graus Celsius para Fahrenheit. A atividade traz uma reportagem publicada no site Uol no mês de junho de 2012 no qual faz referência das médias altas de temperatura dos últimos anos.

A Prática consiste em os alunos interpretar os dados e criar um modelo ou função que encontre a partir da temperatura em graus Celsius a temperatura em Graus Fahrenheit, que consigam fazer as conversões das temperaturas de Porto Alegre, dia 18/09/2014, para Fahrenheit, e as temperaturas de fusão e ebulição.

Deverão analisar seus dados e comparar o que acontece com as temperaturas em Fahrenheit caso aumentamos a temperatura em graus Celsius analisando sua função e seu gráfico.

Avaliação: A avaliação dará pelo empenho dos alunos na atividade, levará em conta a habilidade dos alunos em interpretar, modelar e resolver problemas.

Referências:

Guia do Curioso**. Escala Fahrenheit.**Disponível em:http://www.guiadoscuriosos.com.br/categorias/4043/1/escala-fahrenheit.html. Acesso em 1 de setembro de 2014.

LOURES,Raul. **Temperatura nos EUA bateu recorde em julho.** Disponível em: http://www1.folha.uol.com.br/fsp/mundo/59703-temperatura-nos-eua-bateu-recorde-em-julho.shtml Acesso em 01de Setembro de 2014.

Temperatura nos EUA Bateu Recorde em julho. Tanto o mês passado quanto os primeiros sete meses do ano foram os mais quentes da história.

RAUL JUSTE LORES

DE NOVA YORK

Julho foi o mês mais quente da história nos EUA. Desde que o governo começou a calcular as temperaturas, em 1895, a média pouco acima de 25°C (77,6 graus Fahrenheit, no cálculo local) é a maior em 113 anos no território contínuo e continental do país (tirando Alasca e Havaí).

O julho anterior mais quente, dois décimos de Fahrenheit abaixo do deste ano, ocorrera em 1936. Mas não se trata só do verão no hemisfério Norte. Os sete meses de 2012 também são os mais quentes da história, batendo o recorde anterior, de 2011. Segundo a Administração Nacional Atmosférica e Oceanográfica, em todo o país, exceto o Estado de Washington (não a capital, mas o Estado mais a noroeste, na fronteira do Canadá, onde fica Seattle), as temperaturas superaram as médias anteriores.

A onda de calor é responsável por uma das mais severas secas da história do país, afetando o chamado cinturão do milho (norte e centro do país) e as plantações de soja. Os preços do milho e da soja já subiram, levando o governo a estimar uma alta de 4 a 5% no preço de carne e laticínios nos próximos 12 meses, em razão da estiagem.

Agosto mantém altas temperaturas, e os especialistas dizem que a onda de calor deve continuar. Com exceção das sempre mais frias Seattle (19°C ontem) e San Francisco (16°C), boa parte do país está perto dos 30°C, como Chicago (29ºC) e Boston (28°C).

Texto sobre Escala Fahrenheit

A escala de temperatura foi proposta por Gabriel Daniel Fahrenheit em 1724. Nela, o ponto de fusão da água é de 32 graus, e o ponto de ebulição é de 212 grau. Para determinar seus valores, ele colocou um termômetro sem nenhuma escala dentro de uma mistura de água, gelo e sal de amônio. Na posição em que o mercúrio ficou estacionado, Fahrenheit fez uma marca, o zero. Depois, ele utilizou o mesmo termômetro para medir a temperatura do corpo humano e marcar seu segundo ponto, o qual chamou de 100. Em seguida, dividiu o espaço entre o zero e o 100 em cem partes iguais. Estava criada a escala Fahrenheit. Para determinar os pontos de fusão e ebulição, ele fez outros dois experimentos. Primeiro, colocou seu termômetro graduado em uma mistura de água e gelo e obteve o valor de 32ºF; depois, colocou-o em água fervendo e obteve o valor de 212ºF. Assim, Fahrenheit determinou que, em sua escala, a água vira gelo a 32ºF e ferve a 212ºF.

Situações-problema Propostas e suas Resolução

1) Com os dados extraídos da notícia, o que pode acontecer caso a onda de calor nos EUA continue?

Segundo as informações, caso a forte onda de calor continuar, irá aumentar os prejuízos com a colheita do Milho e Soja, afetando assim seu preço, elevando também o valor da carne e laticínios nos próximos 12 meses.

2) Pouco mais de 25°C corresponde a quantos graus Fahrenheit?

A reportagem informa, no primeiro parágrafo, que pouco mais de 25ºC corresponde aproximadamente a 77,6º Fahrenheit.

3) 1°C corresponde aproximadamente a quantos graus °F?

Para calcular quantos graus Fahrenheit corresponde 1 grau Celsius, devemos encontrar a função que converta graus Celsius para Graus Fahrenheit.

De acordo com a pequena história sobre a escala Fahrenheit, a temperatura de 0ºC corresponde a 32ºF e 100ºC corresponde a 212ºF. Como já vimos anteriormente, a função afim tem como gráfico uma reta. Já sabemos que uma reta é definida por dois pontos, no caso do problema, queremos que y ºF corresponda a x ºC; logoy depende de x, a variável independente.

A função Afim é do tipo f(x)=ax+b, para a e b $\in R$. *Segundo informações f(0)=32 e f(100)=212. Assim temos que:*

$$f(0) = 0x + b \to 32 = 0 \times a + b \to 32 = b$$

$$f(100) = 100a + 32 \to 212 = 100 \times a + 32$$

$$\to 212 - 32 = 100a \to 180 = a \to \frac{180}{100} = a \to 1{,}8 = a$$

Logo f(x)=1,8x+32. Para sabermos quanto corresponde 1ºC em ºF, basta calcular f(1).

$f(1) = 1{,}8 \times 1 + 32 = 33{,}8$. *Assim concluímos que 1ºC corresponde a 33,8ºF.*

4) No momento qual é a temperatura aproximada em Porto Alegre para graus Celsius e Fahrenheit?

No momento em Porto Alegre a temperatura é de 17ºC, informação extraída dia 2 de setembro de 2014 do site Zero Hora. Para encontrar o correspondente de 17ºC para ºF, devemos calcular a f(17).

$$f(17) = 17 \times 1{,}8 + 32 = 62{,}6.$$

Logo a temperatura é de 62,6ºF.

5) Qual a função que expressa em graus Fahrenheit a temperatura em graus °C?

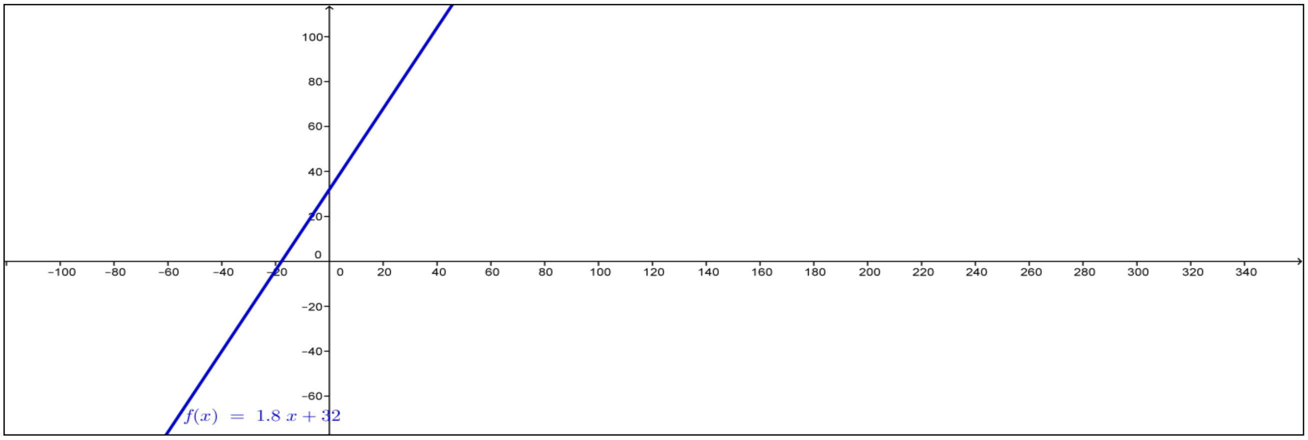
$$f(x) = 1{,}8x + 32.$$

6) Sabendo que a água ferve a uma temperatura de 100°C e congela a 0°C,nos Estados Unidos qual a temperatura para conseguirmos realizar estes dois processos físicos?

Para encontrar os correspondentes basta calcular f(100) e f(0). Porém estas informações já foram dadas no pequeno trecho da história da escala Fahrenheit, para a construção da função. Assim f(100)=212 e f(0)=32.

7) Esboce Gráfico da função.

Figura nº 32. Gráfico da função f(x)= 1,8x+32.



8) Qual o valor dos coeficientes da função? Explique sua importância:

$$f(x) = 1{,}8x + 32$$

$a = 1{,}8$,*é o coeficiente angular, que é o valor da inclinação da reta.*

$b = 32$, *é o coeficiente linear, que indica onde a reta cruza o eixo das ordenadas.*

9) É uma função crescente? Justifique:

f(x)=1,8x+32 é uma função crescente pelo fato de ter o coeficiente angular positivo. Quanto maior a temperatura em graus Celsius maior a sua temperatura em graus Fahrenheit.

5.2 Relato da Atividade III

Esta atividade foi aplicada apenas na turma B. A turma A, durante os períodos de Matemática, estava envolvida com a organização e apresentação da festa de aniversário da escola. A prática teve duração de 180 minutos feita em pequenos grupos de até 4 alunos.

O objetivo desta atividade é modelar a função que faz a conversão de graus Celsius para Fahrenheit. Os dados foram obtidos a partir de uma notícia que relata as altas temperaturas registradas nos EUA, além de uma pequena introdução da escala Fahrenheit.

Comecei a aula contando sobre as altas temperaturas que o nosso planeta está sofrendo, que além do calor intenso que estávamos registrando no verão gaúcho, os EUA também se preocuparam com o registro de altas temperaturas, pois lá estava havendo um registro médio de 77,6 graus Fahrenheit. Aproveitei para questioná-los se sabiam quanto correspondia aquela temperatura em graus Celsius. Um aluno respondeu que sabiam fazer a conversão graus Celsius e para Kelvins, pois estavam trabalhando conversões de temperatura em Química, e que o professor havia lhes passado uma tabela de conversão. Perguntei-lhes se sabiam encontrar a função que dava tal conversão. Eles responderam que sabiam, pois o professor de Química havia desenvolvido os cálculos através de uma tabela e que o mesmo havia chegado na fórmula de conversão que se dava por $f(x)=1,8x +32$. Falaram também que já conheciam o gráfico, precisavam apenas marcar os pontos da tabela no plano cartesiano. Como já conheciam o modelo, realizei no quadro uma pequena demonstração que justificava a tal fórmula. Logo após, pedi para que os alunos formassem os pequenos grupos para realizarmos os exercícios. Para a resolução do trabalho, permiti que utilizassem o caderno de Química, para mostrar a eles a importância da interação das disciplinas.

A atividade continha nove questões, a primeira e segunda eram referente às altas temperatura e o que poderia acontecer caso elas continuassem nos EUA e a correspondência de pouco mais de 25 graus Celsius em Fahrenheit.

Aqui os alunos tiveram notável evolução para as questões interpretativas, acredito que pelo fato de estarmos trabalhando frequentemente com a leitura. Diferentemente dos outros trabalhos, não copiaram apenas trechos do texto, mas também emitiram suas opiniões pessoais. O mesmo aluno da turma B, que na atividade do carro tinha comentado sobre a sustentabilidade do planeta, comentou que as altas temperaturas acontecem pelos buracos da camada de ozônio causados pela poluição produzida por nós. Os demais colegas ressaltaram os problemas citados no texto como a seca, o prejuízo nas plantações e até mesmo a inflação, que poderia acarretar o aumento nos preços dos produtos agrícolas. Para a segunda pergunta, alguns indicaram a temperatura que estava na reportagem, pois a mesma dizia que pouco mais de 25 graus Celsius, correspondia a 77,6 graus Fahrenheit. Outros colegas fizeram a conta para 25 graus Celsius, encontrando 77 graus Fahrenheit, um valor menor. A intenção de colocar esta pergunta era justamente descobrir que meios utilizariam para respondê-la. Questionei um pouco mais sobre os 25 graus Celsius, pois queria que eles se dessem conta de que esta informação já se encontrava na reportagem, sendo assim, não precisariam calcular.

Para as questões três, quatro e cinco, pedi quanto correspondia em graus Fahrenheit 1 grau Celsius, qual a temperatura em graus Fahrenheit e Celsius em Porto Alegre e a função que expressa a conversão. Minha intenção era que, após descobrirem o valor de 1 grau Celsius em Fahrenheit, pudessem aplicar o mesmo raciocínio para encontrar a temperatura em Porto Alegre e após generalizar o raciocínio encontrando a conversão para qualquer temperatura em graus Celsius, pois, nas atividades passadas, resolviam primeiro um problema para encontrar a função e, muitas vezes, nas perguntas em que se pedia a função, realizavam a resolução de um problema particular. Para responder, os alunos consultaram o caderno de química e os celulares, que indicavam as temperaturas. Como estão habituados com as aulas tradicionais em que o professor trabalha no paradigma de certo e errado, um dos grupos me perguntou qual temperatura estaria certa, 17 graus Celsius ou 19 graus Celsius, pois os celulares de dois dos colegas do grupo marcavam temperaturas diferentes para Porto Alegre. Respondi que qualquer uma estaria certa e que a intenção do trabalho não era dar nota e, sim, resolver problemas de nosso cotidiano e que não havia erro em indicara variação de temperatura, mesmo que houvesse diferença de 2 graus e que, muitas vezes, os jornais indicam uma temperatura que nem sempre é exata, pois trabalha-se com as médias de temperatura.

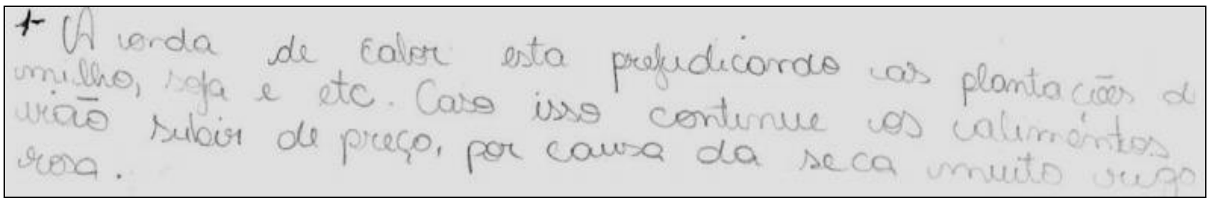
Para as questões seis, sete e oito, pedi as temperaturas em Fahrenheit dos pontos de fusão e ebulição da água, bem como esboçar o gráfico e indicar os coeficientes da função. Alguns dos grupos retiraram os dados do pequeno texto que eu havia dado a eles, que os ajudaria na modelagem da função; outros retiraram os dados de uma tabela do caderno de Física; e apenas um dos alunos que estava em um dos grupos se propôs a resolver o problema aplicando os valores na função. Para esboçar o gráfico, utilizaram os pontos de fusão e ebulição da água, porém novamente alguns não utilizaram a escala. Na questão 8, um dos alunos indicou como coeficiente angular não apenas o valor da constante que acompanha o termo x, mas também o termo x. Ao perceber o modo como ele fizera o registro do coeficiente angular, conversei com ele para esclarecer o que é um coeficiente. Não tiveram problemas com o valor do coeficiente linear, indicaram o número 32. A última questão era para que classificassem a função em crescente ou decrescente. Os alunos classificaram corretamente, alegando que a função era crescente. Quando da entrega do trabalho, um dos grupos comentou comigo que o gráfico tinha um deslocamento no eixo das ordenadas, repararam que nos gráficos construídos nas atividades passadas a reta cruzava o eixo das ordenadas na origem.

5.3 Análise do Encontro III

Nesta atividade consolidou-se o caso (2) de Barbosa (2001a), e o cenário de investigação com referência à realidade de Skovsmose (2000), pois os alunos aceitarem a proposta do trabalho, coletando os dados e resolvendo os problemas diante de uma situação cotidiana: a medição de temperatura. Destaco que a modelagem da função foi desenvolvida com base em dados reais, a saber o ponto de ebulição e o ponto de fusão da água. Além disso, aplicaram à função a temperatura de Porto Alegre no momento da atividade, que foi coletada por eles. É importante ressaltar que os alunos relacionaram o conteúdo de matemática com a disciplina de Química.

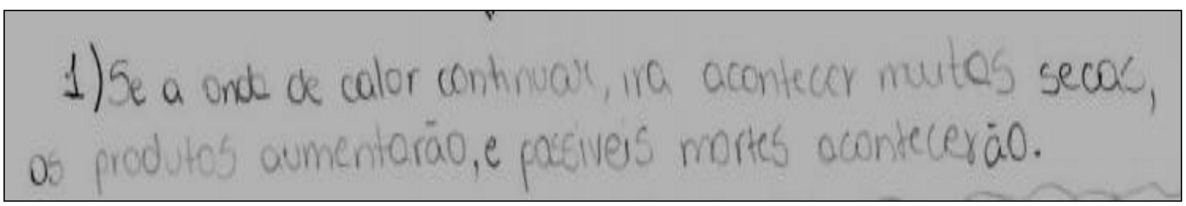
O primeiro item do trabalho questionava o que poderia acontecer caso a onda de calor continuasse. Os grupos levaram em consideração às ideias da reportagem, mas não ficaram presos as palavras do texto; tiveram autonomia na resposta e foram independentes na argumentação. Por exemplo, citaram os prejuízos como a seca, baixa colheita de milho e até mesmo o aumento de custos dos alimentos com a falta de água e a inflação, conforme as imagens abaixo

Figura nº 33. Resolução do Grupo X. Atividade 3 – Problema1.


1- A onda de calor esta prejudicando as plantacões de milho, soja e etc. Caso isso continue os alimentos irão subir de preço, por causa da seca muito rigorosa.

FONTE: Registo escrito do Grupo X.

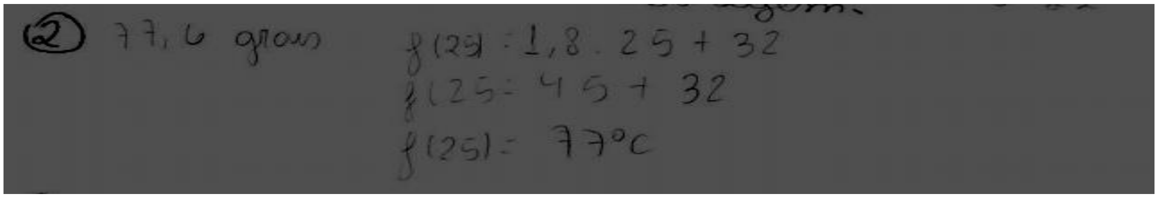
Figura nº 34. Resolução do Grupo Y. Atividade 3 – Problema1.


1) Se a onda de calor continuar, ira acontecer muitas secas, os produtos aumentarão, e possiveis mortes acontecerão.

FONTE: Registro escrito do Grupo Y.

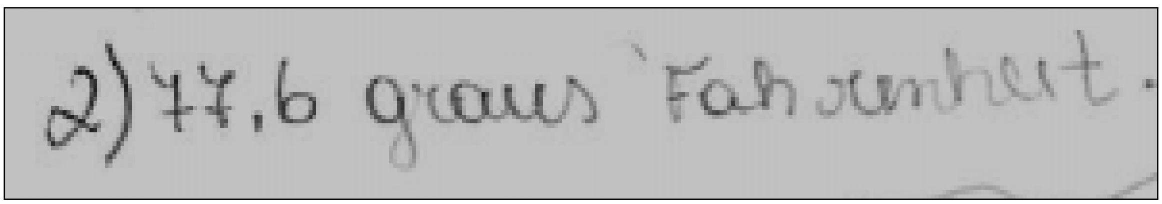
Antes de encontrar a função que convertia graus Celsius para Fahrenheit, deveriam indicar o correspondente de pouco mais de 25°C. Duas estratégias emergiram para a resolução desse problema: alguns grupos aplicaram o valor de 25°C na função conversão*, descobrindo o valor de 77°F; outros grupos apenas indicaram a temperatura, sem cálculo, pois estava registrado em uma trecho da noticia.

Figura nº 35. Resolução do Grupo Y. Atividade 3 – Problema2.



FONTE: Registro Escrito do Grupo Y.

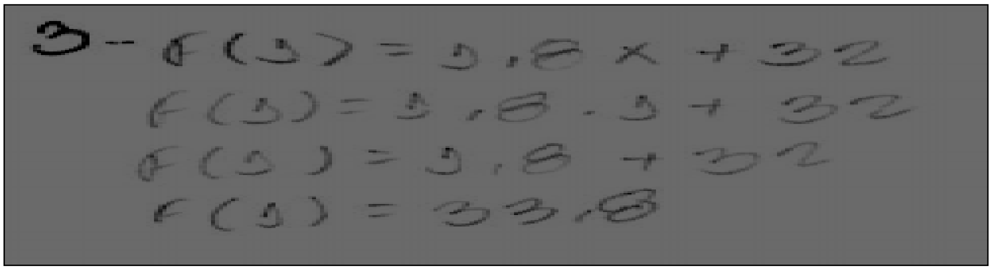
Figura n° 36. Resolução do Grupo C. Atividade 3 – Problema2.



FONTE: Registro escrito do Grupo C.

Posteriormente deveriam indicar o correspondente de 1°C para °F antes de encontrar a lei da função. Meu intuito colocando este problema antes de encontrar a função era de ajudar em sua construção, pois percebi nas atividades anteriores que antes de formalizarem a função os alunos resolviam o problema para um valor especifico e depois generalizavam o resultado. Entretanto, nessa atividade essa estratégia não foi utilizada pelos alunos que, desde o inicio já conheciam a lei da função, a partir da disciplina de Química. Sendo assim, eles apenas aplicaram o valor de 1ºC na função para descobrir seu valor em º F. Como podemos observar na figura 37, que está a seguir, os alunos utilizaram a notação correta para realizar os cálculos, isto é, *f(1)=1,8x1+32=33,8.*

Figura n° 37. Resolução do Grupo W. Atividade 3 – Problema3.



3- $f(1) = 1,8x + 32$

$f(1) = 1,8 \cdot 1 + 32$

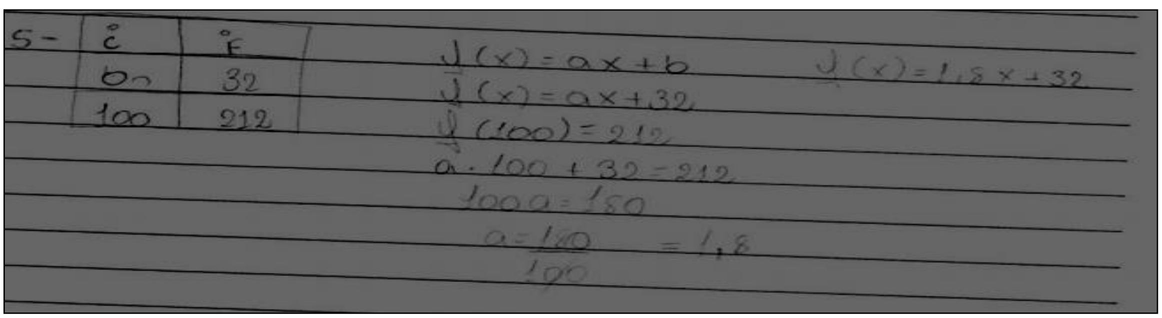
$f(1) = 1,8 + 32$

$f(1) = 33,8$

FONTE: Registro escrito do Grupo W.

Conforme apontei no relato da experiência, deduzi outra vez a lei da função conversão com os alunos, tomando como base o que eles já haviam estudado em Química. Durante esse processo, não houve nenhum problema com a notação. A figura abaixo ilustra o processo de construção da função que converte graus Celsius para Fahrenheit, conforme já apresentei na atividade III anteriormente.

Figura n° 38. Resolução do Grupo M. Atividade 3 – Problema5**.**



5-

°C	°F
0	32
100	212

$f(x) = ax + b$

$f(x) = ax + 32$

$f(100) = 212$

$a \cdot 100 + 32 = 212$

$100a = 180$

$a = \frac{180}{100} = 1,8$

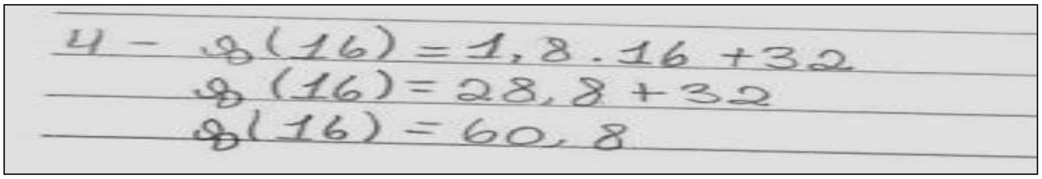
$f(x) = 1,8x + 32$

FONTE: Registro escrito do Grupo M.

Posteriormente, os alunos deveriam pesquisar o valor da temperatura de Porto Alegre em graus Celsius e converter para Fahrenheit. As temperaturas extraídas da internet marcavam entre 16 °C e 19°C. Durante a pesquisa, os alunos se mostraram preocupados com a veracidade dos dados, pois encontraram temperaturas distintas. Essa preocupação gerou um debate entre a turma afim de esclarecer a eficácia de suas pesquisas, conforme apresentado anteriormente.

Nesta atividade houve evolução dos alunos para a resolução dos problemas, pois não enfrentaram dificuldades para a escrita matemática. A imagem abaixo mostra a resolução de um dos grupos, que efetuou a aplicação corretamente sem erros de notação.

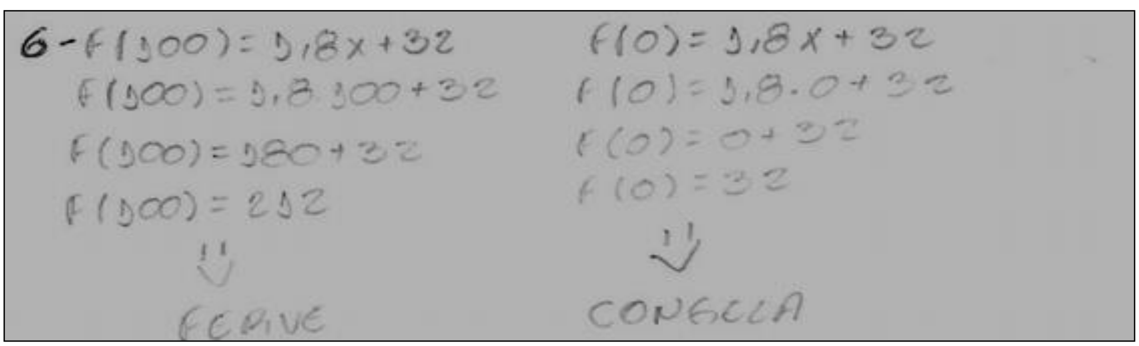
Figura nº 39. Resolução do Grupo K. Atividade 3 – Problema 4.



FONTE: Registro escrito do Grupo K.

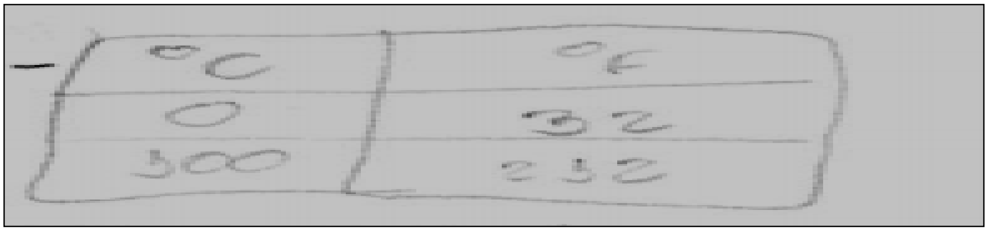
Outro problema era de indicar os valores de ebulição e fusão da água em graus fahrenheit. Como já haviam utilizado os valores respectivos dos fenômenos de 0ºC e 100ºC na questão anterior, a maioria dos grupos resolveu o problema efetuando a aplicação destes valores na função.(Figura 40). Já outros colegas também resolveram o problema com sucesso, porém não precisaram de cálculos; perceberam que estes dados estavam disponíveis no pequeno trecho que explicava sobre a escala Fahrenheit abaixo da reportagem, dados que os ajudaram a formalizar a função (Figura 41).

Figura nº 40. Resolução do Grupo W. Atividade 3 – Problema 6**.**



FONTE: Registro escrito do Grupo W.

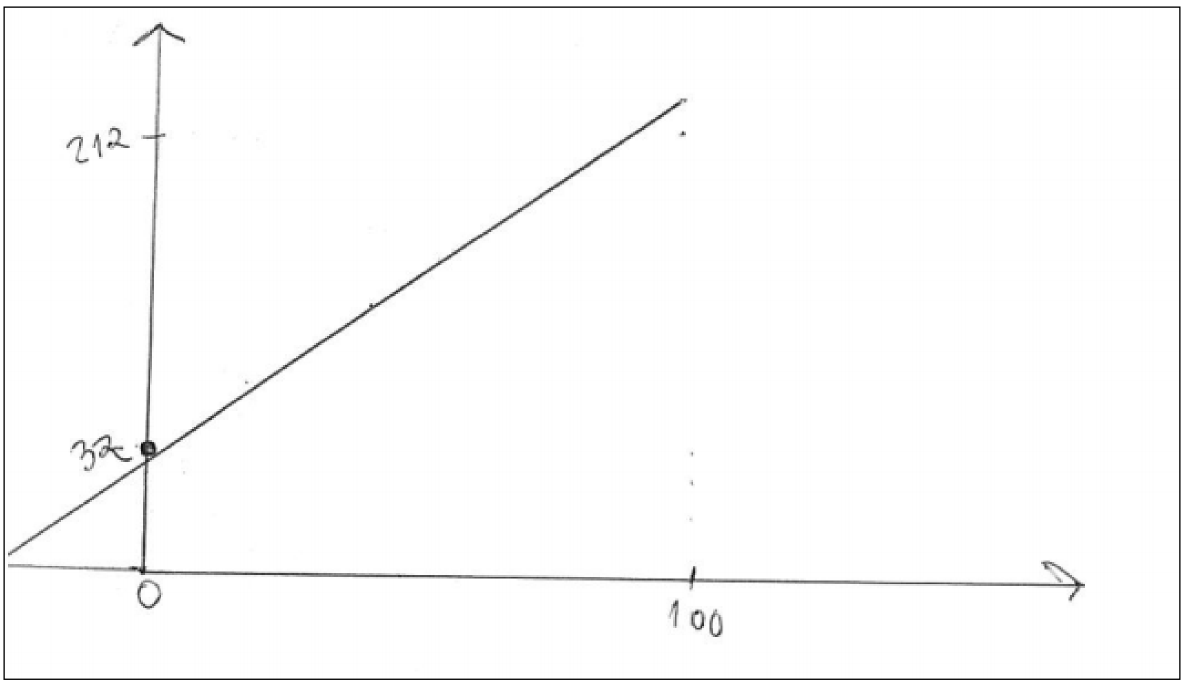
Figura nº 41. Resolução do Grupo Y. Atividade 3 – Problema 6



°C	°F
0	32
100	232

FONTE: Registro Escrito do Grupo Y.

Figura nº 42. Resolução do Grupo K. Atividade 3 – Problema 7.



Fonte: Registro escrito do Grupo K.

Percebi que para a construção dos gráficos todos os grupos utilizaram os pontos de fusão e ebulição da água, e não utilizaram os valores da temperatura de Porto Alegre. Reparei também que os alunos foram capazes de perceber que, diferentemente das funções trabalhadas nos encontros anteriores, a função das temperaturas poderia assumir valores negativos, o que se refletiu na construção do gráfico, pois prolongaram a reta para os valores negativos. Destaco novamente, a observação de um dos alunos sobre o deslocamento vertical sofrido pelo gráfico. Ele não verbalizou a relação entre o valor do coeficiente linear da função e esse deslocamento do gráfico, portanto não é possível saber exatamente se essa relação foi feita. Apesar disso, gostaria de observar que comentários como esse podem ser ponto de partida para o professor propor para a turma uma análise mais específica sobre a influência dos coeficientes no comportamento do gráfico. Essa análise não foi proposta aos alunos naquele momento, pois já era final de aula. Finalmente, determinaram corretamente o valor dos coeficientes lineares e angulares, assim como a classificação da função em crescente e decrescente.

5.3.1 Resumo da Análise III.

De modo geral, os alunos na resolução da atividade III, construíram a função conversão de maneira correta, utilizando as notações e escritas adequadas de acordo com seus cálculos e estratégias. Como mostra a figura 38, conseguiram também relacionar o trabalho com O que já haviam sido feito em Química.

Também realizaram com sucesso os exercícios de aplicação, tanto nos cálculos quanto na escrita de seu desenvolvimento. Por exemplo, a figura 39 mostra a conversão do Grupo K de 16°C para °F. No desenvolvimento de seus cálculos utilizaram a escrita e notação corretas, acompanharam o valor de 16°C, tanto no índice da função quanto no cálculo em si; essa dificuldade já havia sido constatada nas atividades anteriores.

Para as perguntas que precisavam da interpretação do texto, foram independentes nas respostas. Não registraram apenas as palavras do texto, justificaram e argumentaram conforme seus entendimentos.

Por fim, novamente construíram os gráficos definindo as retas a partir dos pontos de fusão e ebulição da água. Perceberam que, diferentemente dos gráficos da numeração dos calçados e do consumo de combustível, a reta podia se estender para valores negativos, pelo fato de existirem temperaturas negativas.

6. DESCRIÇÃO DA ATIVIDADE PRATICA IV

6.1 Plano da Atividade IV

Tema: Álgebra.

Público: 1°Ano - Ensino Médio.

Duração:180 minutos. – Dois encontros de 90 minutos cada.

Objetivo: Modelar a função que expressa o número de votos para cada candidato a presidência através da pesquisa Ibope e de uma pesquisa amadora a ser realizada em sala de aula.

Conteúdo: Função Afim.

Procedimento: Os alunos realizarão uma pesquisa sobre intenção de votos para a presidência e depois deverão comparar os dados colhidos na pesquisa com a pesquisa Ibope divulgada no dia 18/09/2014 no site de noticias G1. Os alunos serão divididos em 4 grupos, em que pesquisarão a intenção de votos para presidência, cada grupo deverá entrevistar 40 pessoas.

Com a pesquisa realizada por eles e pelo Ibope deverão encontrar a função que dado número de eleitores estime qual o número de votos cada candidato receberá, baseado na pesquisa de intenção de votos.

Recursos: régua, quadro e giz, xerox com as informações.

Referências: Pesquisa Presidencial**. Ibope.**Disponível em:http://g1.globo.com/politica/eleicoes/2014/noticia/2014/09/governo-dilma-tem-aprovacao-de-37-indica-pesquisa-ibope.html. Acesso em 16 de setembro de 2014.

Dilma tem 36%, Marina, 30%, e Aécio, 19%, aponta pesquisa do Ibope

Pesquisa de intenção de voto na corrida presidencial foi encomendada pela TV Globo e pelo jornal O Estado de S. Paulo.

Edição do dia 16/09/2014

16/09/2014 20h43 - Atualizado em 16/09/2014 20h47

O Ibope realizou uma nova pesquisa de intenção de voto na corrida presidencial, encomendada pela TV Globo e pelo jornal O Estado de S. Paulo.

O nível de confiança é de 95%. O que quer dizer que, se levarmos em conta a margem de erro, de dois pontos para mais ou para menos, a probabilidade do resultado retratar a realidade é de 95%.

Segundo o Ibope, Dilma Rousseff, do PT, permanece na liderança no primeiro turno. Mas a vantagem de Dilma sobre Marina Silva, do PSB, diminuiu dois pontos percentuais desde o último levantamento. Já Aécio Neves, do PSDB, cresceu quatro pontos.

O Ibope afirma que, se as eleições fossem nesta terça-feira (16), Dilma e Marina disputariam um segundo turno.E na simulação de segundo turno do Ibope, as duas candidatas continuam empatadas tecnicamente, com Marina numericamente à frente. Neste cenário, Dilma oscilou negativamente dois pontos, enquanto Marina manteve-se estável.

Vamos aos números, começando pelo levantamento de primeiro turno. Na pesquisa divulgada no dia 26 de agosto, Dilma Rousseff, do PT, estava com 34%. No levantamento seguinte, foi para 37%. Depois, para 39%. E agora, está com 36%. Com a margem de erro, Dilma tem de 34% a 38%.

Marina Silva, do PSB, aparecia com 29%. Depois, com 33%. Foi para 31%. E agora, está com 30%. Com a margem de erro, Marina tem de 28% a 32%.

Aécio Neves, do PSDB, aparecia com 19%. Depois, com 15%. 15% novamente. Agora, está com 19%. Com a margem de erro, Aécio tem de 17% a 21%.

Votos brancos e nulos somavam 7%. 7%, de novo. Depois, 8%. E agora, 7%. Os que não souberam ou não responderam eram 8%. Depois, 5%. 5% de novo. E agora, 6%.

Segundo o Ibope, Pastor Everaldo, do PSC, tem 1%. Luciana Genro, do PSOL; Eduardo Jorge, do PV, Eymael, do PSDC; Levy Fidelix, do PRTB; Mauro Iasi, do PCB; Rui Costa Pimenta, do PCO; e Zé Maria, do PSTU, têm juntos 1%.

Ibope realizou, mais uma vez, três simulações de segundo turno

O Ibope realizou, mais uma vez, três simulações de segundo turno. Como nós já dissemos, numa possível disputa entre Marina Silva e Dilma Rousseff, as duas candidatas aparecem tecnicamente empatadas. Vamos aos números.

Marina tinha 45%. Foi para 46%. Depois, 43%. E agora, está com 43% novamente. Com a margem de erro, tem de 41% a 45%.

Dilma aparecia com 36%. Foi para 39%. Depois para 42%. Agora, está com 40%. Com a margem de erro, tem de 38% a 42%.Dilma e Marina estão, portanto, tecnicamente empatadas, dentro da margem de erro.Votos brancos e nulos somavam 9%. Depois, 8%. Foi para 10%. E agora, 11%.

Os que não souberam ou não responderam eram 11%. Depois, 6%. Foi para 5%. E agora, 6%.

Na simulação de uma possível disputa entre Dilma Rousseff e Aécio Neves, Dilma aparecia com 41%. O índice subiu para 47%. Passou para 48%. E, agora, aparece com 44%. Com a margem de erro, Dilma tem de 42% a 46%.

Aécio tinha 35%. Foi para 34%. Depois, 33%. Agora, ele tem 37%. Com a margem de erro, tem de 35% a 39%.

Votos brancos e nulos somavam 12%. Depois, 11%. Foi para 13%. E agora, 12%. Os que não souberam ou não responderam eram 12%. Depois, 8%. Foi para 6%. E agora, 6%.

Na simulação de um segundo turno entre Marina Silva e Aécio Neves, Marina tinha 51% na pesquisa anterior, a primeira do Ibope a incluir esse cenário. Agora, está com 48%. Com a margem de erro, tem de 46% a 50%. Aécio tinha 27%.

Agora, está com 30%. Com a margem de erro, tem de 28% a 32%. Brancos e nulos somavam 14%. Agora, somam 15%. Os que não souberam ou não responderam eram 8%. Agora, são 8% de novo.

Situações-problemas Propostas e sua Resolução.

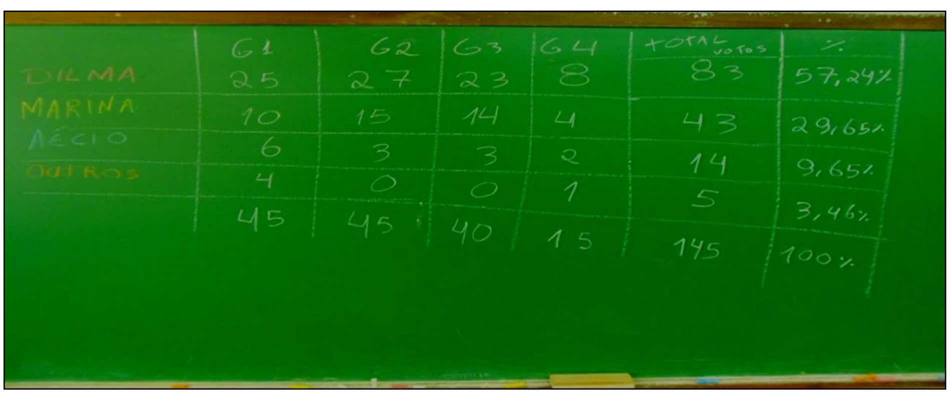
1) Com base nos dados extraídos da notícia, quais os três candidatos mais votados?

De acordo com os dados extraídos da pesquisa Ibope do dia 18/09/2014 encomendada pela Rede Globo, os três primeiros candidatos à presidência do Brasil são Dilma Rousseff, Marina Silva e Aécio Neves, respectivamente com 36%, 30% e 19% das intenções de votos.

2) Com base na pesquisa realizada pelos alunos quais os candidatos mais votados e qual sua porcentagem de votos?

De acordo com a pesquisa realizada pelos alunos os três primeiros candidatos a presidência são Dilma Rousseff, Marina Silva e Aécio Neves, respectivamente com 57,24%, 29,65% e 9,65% das intenções de votos. A pesquisa entrevistou 145 pessoas no período de 16 de setembro de 2014 á 21 de setembro de 2014.(Figura 43)

Figura nº 43. Pesquisa Eleitoral realizada pelos alunos.



FONTE: Registro Escrito dos alunos.

Se no 1º turno das eleições houver 10.000.000 de eleitores, quantos votos receberá os candidatos Dilma, Marina e Aécio, de acordo com a pesquisa Ibope e com a pesquisa realizada pelos alunos?

Para cada candidato devemos calcular a sua porcentagem de intenção de votos em cada pesquisa considerando o caso de 10.000.000 eleitores.

	Sala de Aula	Ibope
Dilma	$57{,}24\%\ de\ 10.000.000 = \frac{57{,}24}{100} \times 10.000.000$ $= 5.724.000$	$36\%\ de\ 10.000.000$ $= \frac{36}{100} \times 10.000.000$ $= 3.600.000$
Marina	$29{,}65\%\ de\ 10.000.000 = \frac{29{,}65}{100} \times 10.000.000$ $= 2.965.000$	$30\%\ de\ 10.000.000$ $= \frac{30}{100} \times 10.000.000$ $= 3.000.000$
Aécio	$9{,}65\%\ de\ 10.000.000 = \frac{9{,}65}{100} \times 10.000.000$ $= 965.000$	$19\%\ de\ 10.000.000$ $= \frac{19}{100} \times 10.000.000$ $= 1.900.000$

3) Qual a função que dado número de eleitores, estima a quantidade de votos da candidata Dilma no 1º turno para o Ibope e para a pesquisa feita em sala de aula?

Para função de cada Candidato devemos calcular a sua porcentagem de intenção de votos em cada pesquisa para o caso de x eleitores, sendo esta a nossa variável independente.

Sala de Aula = $\mathrm{D(x)} = \frac{57{,}24\ \mathrm{x}}{100}$

Ibope = $\mathrm{d(x)} = \frac{36\ \mathrm{x}}{100}$

4) Qual a função que dado número de eleitores, expressa a quantidade de votos da candidata Marina no 1º turno para o Ibope e para a pesquisa feita em sala de aula?

Sala de Aula = $M(x) = \frac{29{,}65\ x}{100}$

Ibope = $m(x) = \frac{30\ x}{100}$

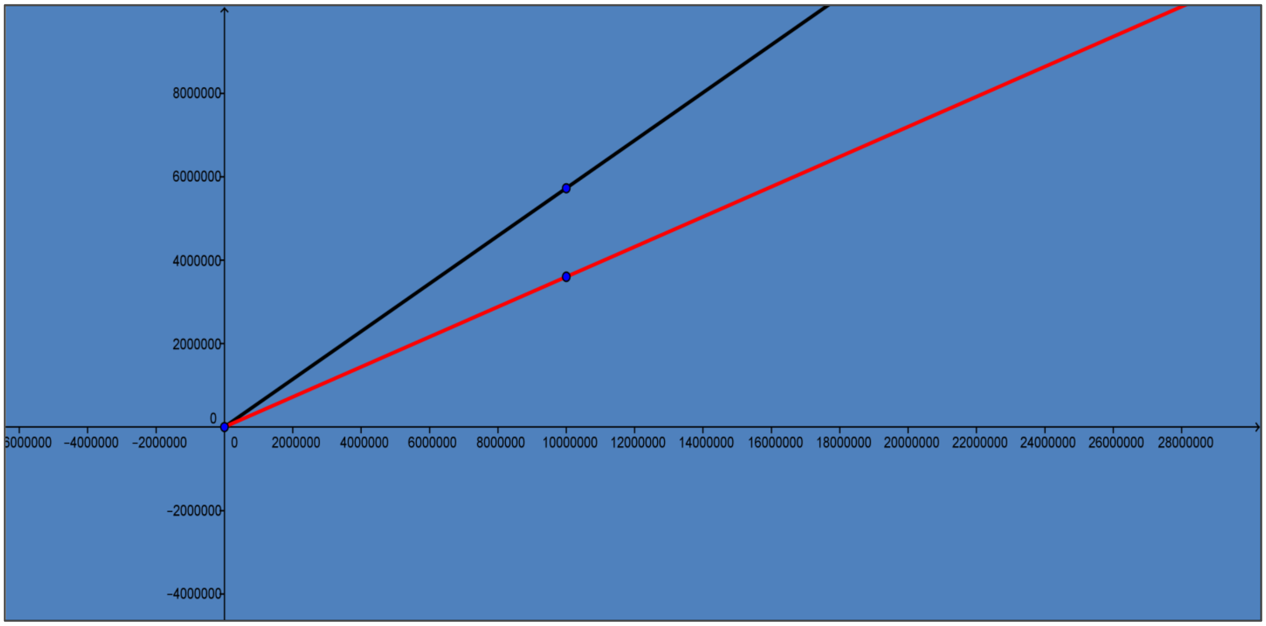
5) Qual a função que dado o número de eleitores, estima a quantidade de votos do candidato Aécio no 1º turno para o Ibope e para a pesquisa feita em sala de aula?

Sala de Aula = $\mathrm{A(x)} = \frac{9{,}65\ \mathrm{x}}{100}$

Ibope=$a(x) = \frac{19\ x}{100}$

6) Construa o gráfico das funções do seu candidato favorito para a pesquisa realizada no Ibope e na sala de aula.

Figura nº 44. Gráfico das funções $D(x) = \frac{57,24\,x}{100}$ e $d(x) = \frac{36\,x}{100}$



6. 2 Relato da Atividade IV

A nossa última atividade tem como proposta incentivar os alunos a realizar uma pesquisa sobre a intenção de votos para a presidência e construir a função que expressa o número de votos dos principais candidatos à presidência, Dilma, Marina e Aécio. A função deverá ser construída utilizando a coleta de dados, a pesquisa realizada em sala de Aula, comparando os resultados com a pesquisa realizada pelo Ibope no dia 16/09/2014.

Nos encontros anteriores já havia comentado com os alunos de ambas as turmas sobre nossa atividade. Pedi aos alunos da turma A e da turma B para que se dividissem em grupos de até 4 pessoas; assim os grupos deveriam entrevistar 40 pessoas, sondando a intenção de voto.

No nosso último encontro, a turma A não pôde participar da atividade pelo motivo de estarem na semana de recuperação e conselho de classe. A atividade foi realizada com a Turma B.

No início da aula comentei com os alunos a importância da democracia em nosso país e o papel da matemática nas pesquisas. Logo após fiz um quadro no quadro negro para armazenar as informações necessárias da pesquisa e realizar junto com eles a apuração do resultado. Apenas três grupos, realizaram a pesquisa, somando um total de 120 votos. Como a pesquisa foi realizada com vizinhos, familiares e até mesmo com os professores de outras áreas, achei conveniente que realizássemos uma mini-votação em sala de aula. Os alunos se mostraram interessados pelo assunto. Durante a votação que foi aberta, discutiram as ideias de seus candidatos e até mesmo ligações políticas para caso de desempate.

Logo após armazenar todos os dados no quadro, convidei os alunos a encontrar, com base nos resultados, a porcentagem de votos de cada candidato. Um dos alunos da turma explicou como proceder para esta tarefa; deveriam somar a quantidade de votos de cada candidato e após dividir pelo número total de votos. Outro colega pegou o celular para realizar as contas na calculadora, e percebeu que faltava multiplicar por cem para que tivéssemos o resultado correto. Assim como nas atividades anteriores deixei que trabalhassem de acordo com as suas intuições, para resolver os problemas. O final da apuração teve como vencedora a Presidenta Dilma com mais da metade da intenção de votos, mostrando satisfação da maioria dos alunos.

No segundo encontro muitos alunos não puderam continuar com o desenvolvimento da prática, pelo fato da escola estar na semana de recuperação e conselho de classe. Em sala havia 13 alunos. Pedi para que se dividissem em 2 grupos de 4 integrantes e 1 grupo de 5 integrantes. Comentei que a pesquisa Ibope tinha a candidata Dilma como líder das intenções de votos, porém, diferentemente da pesquisa realizada em aula, esta não vencia em primeiro turno, por ter menos de 50% dos votos. Logo após entreguei aos alunos uma cópia que continha os problemas e a pesquisa Ibope.

Nas primeiras perguntas deveriam citar os três candidatos mais votados segundo a pesquisa realizada em sala de aula e segundo o Ibope, indicando a porcentagem de votos para a pesquisa realizada por eles. Não tiveram dificuldades, pois os três primeiros candidatos da pesquisa Ibope eram os mesmos da realizada em aula, e já havíamos calculado a porcentagem sobre a intenção de votos juntos. Para as próximas questões os grupos deveriam simular o número de votos para Dilma, Aécio e Marina caso no dia das eleições houvesse 10.000.000 de eleitores utilizando a pesquisa Ibope e a pesquisa realizada por eles. Como os alunos estavam calculando os valores da função antes de expressá-la, resolvi neste exercício trocar a ordem, pois percebi que primeiro realizavam os cálculos e depois generalizavam seus resultados. Os alunos comentaram que a atividade estava muito legal, que estavam entendendo as aplicações que realizavam; que para encontrar o número de eleitores, precisavam saber a porcentagem de cada candidato nas pesquisas, e calcular para 10.000.000 de eleitores. Perguntei então, como encontrariam a função. Um aluno respondeu que para expressar o número de votos para cada candidato de acordo com a quantidade de eleitores, deveriam realizar o mesmo cálculo que para 10.000.000 de eleitores, porém não iriam utilizar número e sim o ‘’x’’, pelo fato deste ser a incógnita do problema e o valor independente.

Durante a construção do gráfico, percebi uma evolução dos alunos para nomear as funções. Nas atividades passadas nomeavam f(x) para todas as funções; na atividade deste encontro, dois grupos nomearam as funções com a primeira letra do nome do candidato, por exemplo, a função que determina o número de votos da Marina usaram m(x), para a Dilma utilizaram d(x) e para o Aécio a(x).

Na última atividade, os alunos deveriam escolher um candidato e esboçar os gráficos da funções números de votos para esse candidato segundo as duas pesquisas. Com esta atividade os pequenos grupos perceberam a diferença de votos a favor do candidato se baseando nas duas pesquisas, e me perguntaram qual das duas pesquisas estava certa. Respondi a eles que as duas pesquisas estão corretas; que a pesquisa tem o objetivo de sondar os eleitores e se aproximar ao máximo ao resultado do dia da eleição, que esta pode ser feita corretamente e não se aproximar com os resultados verdadeiros. Lembro que a pesquisa realizada em sala de aula era amadora, não seguiu criteriosamente os passos de uma pesquisa, como por exemplo o Ibope.

Na construção do gráfico os alunos estavam preocupados em utilizar escala. Um dos grupos teve dificuldades na construção do gráfico por ter utilizado números pequenos. Assim não conseguiam marcar o correspondente y para a quantidade de números de votos de cada candidato, pois este não expressava um número inteiro positivo. Falei que para encontrar o ponto que desse coordenadas inteiras deveriam aplicar na função um número grande. Um dos alunos teve a ideia de marcar no plano o ponto que tinha coordenada na abscissa 10.000.000. Perguntei a ele o porque do valor. Ele respondeu que já tinha calculado esta informação no item anterior e quando aplicava este na função dava um número inteiro. Perguntei a ele novamente o porque de acontecer o número inteiro. Um dos colegas citou que o coeficiente linear da função possuía 100 no numerador, e que tinha coeficiente linear zero; assim sempre que aplica-se na função múltiplos de 100, teríamos solução inteiras para o número de votos. Acredito que o aluno se referiu aos múltiplos de 100, para anular o numerador. Na verdade, devem ser múltiplos de 10.000, pois as pesquisas informavam números decimais com duas casas decimais.

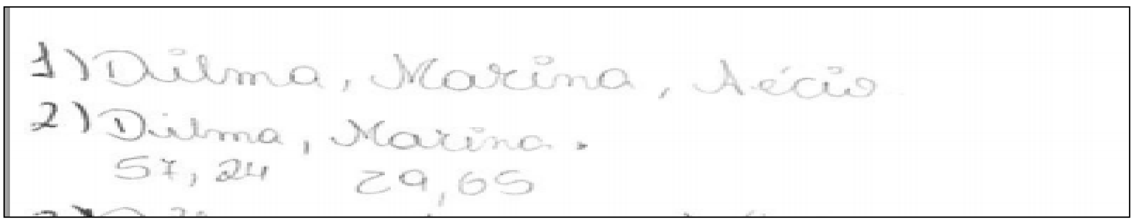
4. 3 Análise da Atividade IV

No desenvolvimento dessa atividade, foi notória a motivação e participação dos alunos na realização da coleta de dados, na modelagem das funções e na resolução dos problemas. Com base na análise da produção escrita dos alunos, na atividade 4, foi possível observar que os grupos desenvolveram métodos e estratégias corretas para a solução dos problemas, além de mostrarem evolução com as dificuldades que apareciam nas primeiras atividades, como na nomeação da função e a escala do gráfico, conforme destacado anteriormente.

Conforme visto, a atividade propôs aos alunos que pesquisassem a intenção de votos dos presidenciáveis para as eleições de 2014 no Brasil. Os alunos deveriam modelar duas funções afim que estimassem a quantidade de votos dos três principais candidatos a presidente; a primeira tomaria como base a pesquisa realizada por eles, e a segunda, a pesquisa Ibope do dia 19/09/2014.

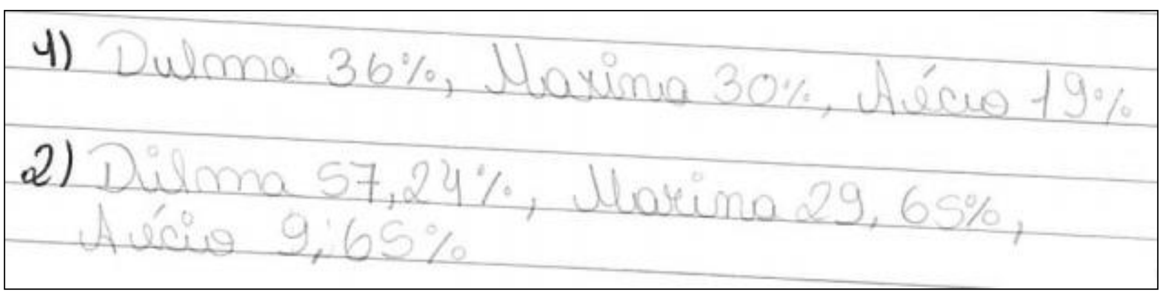
Os dois primeiros problemas propostos aos alunos pediam para eles indicaram os três candidatos mais votados de acordo com a pesquisa Ibope e de acordo com a pesquisa realizada por eles (Figura.45 e 46). Os grupos não tiveram contratempos para indicar os candidatos mais votados. Talvez pudessem enfrentar alguma confusão nos dados da pesquisa realizada por eles, pelo fato de terem que totalizar a intenção de votos pesquisados pela turma e calcular a porcentagem de votos para cada candidato, o que não aconteceu. Realizaram a construção da tabela com a intenção de votos e a porcentagem de cada candidato corretamente.

Figura nº 45. Resolução do Grupo X. Atividade 4 – Problemas1 e 2.


1) Dilma, Marina, Aécio
2) Dilma, Marina,
57,24 29,65

FONTE: Registro escrito do Grupo X.

Figura nº 46. Resolução do Grupo Y. Atividade 4 – Problemas1 e 2.

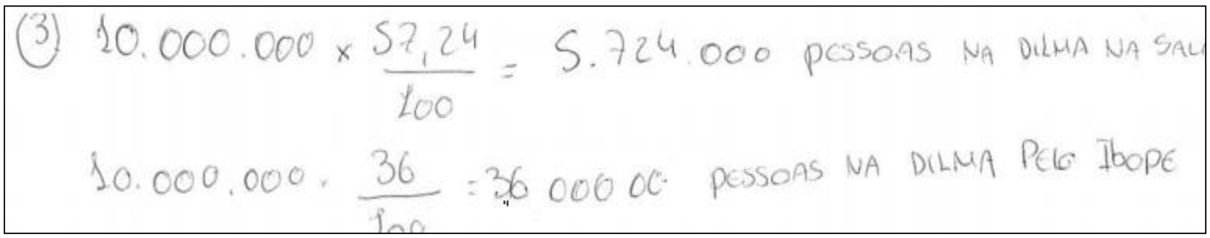

1) Dilma 36%, Marina 30%, Aécio 19%
2) Dilma 57,24%, Marina 29,65%,
Aécio 9,65%

FONTE: Registro escrito do Grupo Y.

Os alunos estimaram de forma correta a quantidade de votos para os candidatos Marina, Dilma e Aécio, no caso de as eleições totalizarem um total de 10.000.000 de eleitores. Perceberam que para fazer essa estimativa, deveriam calcular a porcentagem de cada candidato nas pesquisas sobre o número de eleitores.

Como a candidata Dilma apresentou 57,24% da intenção de votos na pesquisa realizada pelos alunos e 36% no Ibope, os alunos calcularam as respectivas porcentagens para um total de 10.000.000 de eleitores (Figura 47).

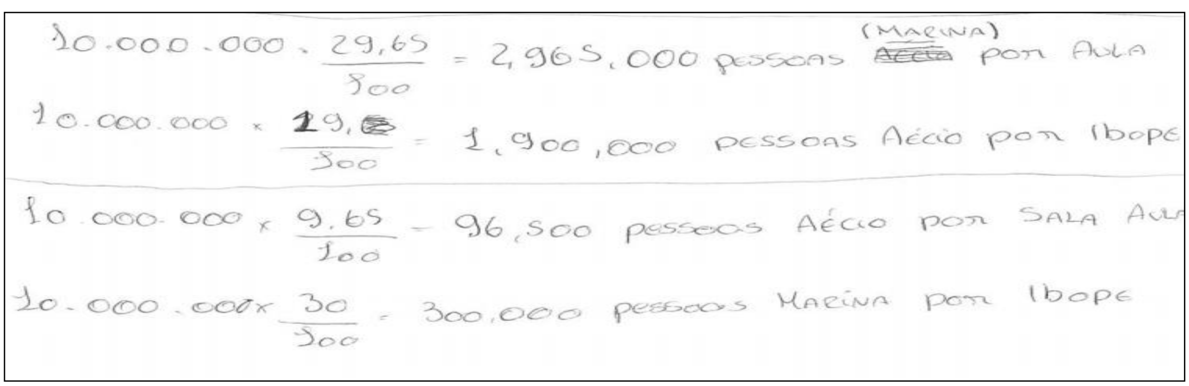
Figura nº 47. Resolução do Grupo Z. Atividade 4 – Problema3.



FONTE: Registro escrito do Grupo Z. .

No caso dos candidatos Marina Silva e Aécio Neves, segundo a pesquisa realizada em sala de aula os índices foram, respectivamente, 29,65% e 9,65% da intenção dos votos, e de 30% e 19% segundo o Ibope. Para o cálculo, os alunos utilizaram a mesma estratégia do item anterior (Figura 48).

Figura nº 48. Resolução do Grupo Z. Atividade 4 – Problema3



FONTE: Registro escrito do Grupo Z.

Para modelar a função de cada candidato generalizaram o resultado de 10.000.000 de eleitores, e nomearam as funções com diferentes notações, a função que estimava o total de votos da candidata Dilma se chamou D(x), a do candidato Aécio, A(x), e da candidata Marina Silva, M(x). (Figura 49,50 e 51)

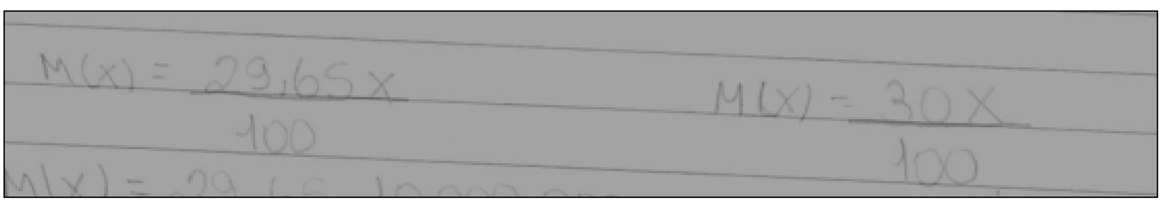
Figura nº 49. Modelo do Grupo X. Atividade 4 – Problema4.

FONTE: Registros escrito do Grupo X.

Figura nº 50. Modelo do Grupo X. Atividade 4 – Problema 5.

FONTE: Registros escrito do Grupo X.

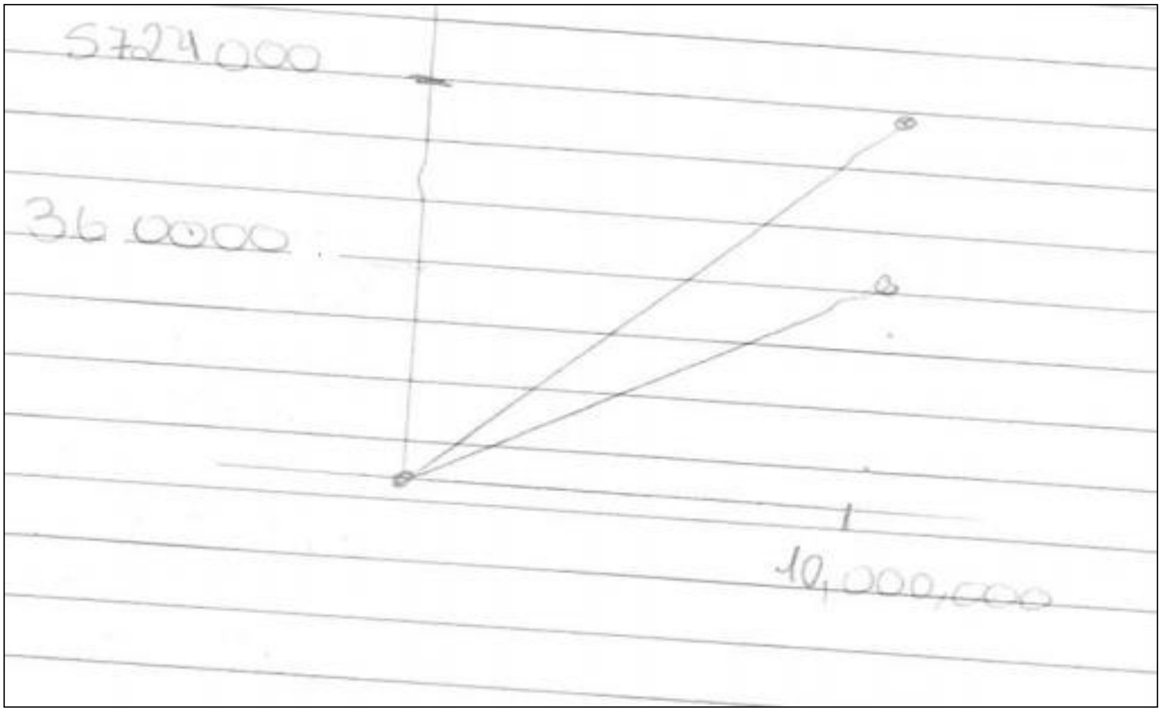
Figura nº 51. Modelo do Grupo X. Atividade 4 – Problema 6



FONTE: Registros escrito do Grupo X.

Para a construção do gráfico, não realizaram o cálculo do zero da função e nem indicaram o valor do coeficiente linear. Traçaram uma semirreta pelos pontos (0;0) e (x;f(x)), sendo x o número de eleitores e f(x) o total de votos de seus candidatos favoritos. A maioria dos grupos utilizou o próprio valor encontrado na simulação de 10.000.000 de eleitores. Para construção do gráfico, os alunos utilizaram réguas, calculadoras dos celulares e a consulta aos colegas dos outros grupos para realizarem a conversão de escala. Analisando a questão do gráfico, apenas um dos grupos teve dificuldades na construção, pois utilizaram uma escala pequena para registrar o número de eleitores. Como já havia conversado com eles sobre tal problema, relatado na experimentação, refizeram o gráfico com o valor de 10.000.000 de eleitores.

Figura nº 52. Resolução do Grupo X. Atividade 4 – Exercício 7.



FONTE: Registro escrito do Grupo X.

6.3.1 Resumo da análise IV.

De modo geral, a atividade 4 apresentou os melhores resultados na produção matemática dos alunos, confirmando sua evolução. Modelaram as funções que estimavam a quantidade de votos de cada candidato, conforme a porcentagem de intenção dos votos na pesquisa Ibope e na realizada por eles, lembro que a pesquisa realizada em sala de aula foi amadora, e não seguiu os mesmos critérios da pesquisa usada pelo Ibope. Destaco também o fato de conseguirem diferenciar as funções de cada presidenciável, nomeando os modelos com a inicial de seus nomes. Além de registrar a função corretamente com as suas notações, tornaram claro suas escritas fazendo os registros de acordo com suas ideias e execuções das operações matemáticas.

Para o trabalho de aplicação, em que calcularam a quantidade de votos para os candidatos caso houvesse 10.000.000 de eleitores, realizaram os cálculos corretamente, além de utilizarem adequadamente as notações e a sistematização dos seus cálculos, passo-a-passo.

Por fim, construíram os gráficos sem dificuldades, traçaram as retas corretamente, sem utilizar do cálculo do zero da função, nem determinar o coeficiente linear. Deduziram que a reta deveria começar pelo ponto (0;0), pois se não há eleitores, não há votos.

7.CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo pretendo realizar uma avaliação do trabalho, relembrando os objetivos do trabalho, que são: de propor atividades como alternativa para o método tradicional; e analisar e investigar a produção escrita dos alunos ao trabalhem com modelagem matemática.

Ao analisar a participação dos alunos, destaco a grande colaboração dos alunos para o desenvolvimento das atividades, eles se mostraram bastantes interessados no estudo de funções afim por meio da modelagem. Os alunos empenharam-se na coleta de dados; criação dos modelos; e resolução dos problemas. Acredito que a dedicação dos alunos com as atividades propostas se deu pelo fato de trabalharmos em problemas com referências à realidade, diferente do método tradicional que estão acostumados. Acredito que os problemas propostos causaram maior interesse e participação dos mesmos, comparando com o método tradicional.

Analisando a produção matemática dos alunos, é possível observar: o avanço na interpretação de textos para a resolução de problemas; a evolução na notação matemática; a organização dos cálculos; a conexão da matemática com outras ciências e diferentes estratégias para resolução dos problemas. O trabalho realizado proporcionou aos alunos um ambiente de aprendizado e de oportunidades para a discussão no estudo de função afim. Acredito que deixá-los à vontade para expressar suas ideias e resolver problemas, influenciou nas diferentes estratégias, por exemplo, para justificar a classificação dos gráficos em crescente ou decrescente, utilizaram: a álgebra, indicando o coeficiente angular; a geometria, analisando a tangente da reta; e a situação problema em si.

Uma ressalva as atividades propostas, foi à falta de um modelo que determinasse uma função decrescente. Acredito que o trabalho teria uma colaboração maior para o entendimento dos alunos, proporcionando diferentes exemplos de função afim e gráficos diferentes.

O trabalho com a Modelagem Matemática permitiu aos alunos um ambiente de aprendizado e cenário de investigações, que os auxiliaram na compreensão dos conceitos de função afim. Cabe ao professor, instigar e conduzir os alunos à construção do conhecimento, adotar práticas menos tradicionais de exposição de conteúdos e de fórmulas prontas. O bom desempenho dos alunos nas atividades propostas me estimula como professor a trabalhar, sempre que possível, com problemas que tenham referência à realidade. Além disso, acredito que trabalhar com esse tipo de problemas causa uma maior aproximação entre a matemática e o aluno e o professor e o aluno.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática**: concepções e experiências de futuros professores. 2001. 253 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001a.

BARBOSA, J.C.**Modelagem na Educação Matemática: Contribuições para o Debate Teórico.** Reunião Anual da ANPED, 24. 2001b, Caxambu – MG.

BARBOSA, J. C. **Modelagem matemática e os professores: a questão da formação.**Bolema, Rio Claro, n. 15, p. 5-23, 2001c.

FORTES, E.V; SOUZA, A. W ; OLIVEIRA, A.M.L. **Ouso da modelagem Matemática no ensino de funções nas séries do ensino fundamental: um estudo de casos.**ItinerariusReflectionis, Jatai, v.2, n.15, 2013.

PONTE, P. **Algebra no ensino Básico.** Disponível em:

http://www.esev.ipv.pt/mat1ciclo/textos/003_Brochura_Algebra_NPMEB_%28Set2009%29.pdf. Acesso em 03 de julho de 2014.

RANCIÈRE, J**. O mestre ignorante. Cinco lições sobre a emancipação intelectual.** Tradução de Lílian do Valle. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

SCHÖNARDIE, B.**Modelagem Matemática e introdução da função afim no Ensino Fundamental**. Trabalho de conclusão de curso graduação (Licenciatura emMatemática)

– instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011

.

SKOVSMOSE, O. **Cenários para Investigação.**Bolema, Rio Claro – SP, n.14, p.66-91, 2000.

TORTOLA, E; REZENDE, V.**O estudo de função afim na fatura de energia elétrica por meio da Modelagem Matemática e da Engenharia Didática.** XII Conferência Interamericana de Educação Matemática, 2011, Recife- PE.

9. ANEXOS

9.1 Termo de Consentimento da Escola

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE

Para Professores da Escola Estadual Normal 1º de Maio

Projeto de pesquisa em nível de Graduação – Título do Projeto: A produção Matemática no estudo de função afim em um ambiente de Modelagem Matemática.

Pesquisador Responsável: Marcelo Anjos dos Santos

Orientador: Prof. Dr. Jean Carlo Pech de Moraes

Coorientadora: Débora da Silva Soares

Contatos: Diretamente pelo pesquisador responsável pela pesquisa pelo fone ________________________ ou pelo email: marcelo.anjos@ufrgs.br. Com o professor orientador pelo fone:_______________________ ou pelo email: jean.moraes@ufrgs.br.

Objetivo Geral: O Objetivo da pesquisa é analisar a produção escrita dos alunos no estudo de função afim em um ambiente de Modelagem Matemática.

Objetivo específico: Pesquisar e analisar as diversas estratégias tomadas pelos alunos na resolução de situações problemas.

Procedimento da pesquisa: Registros escritos. Se houver o consentimento dos registros escritos dos alunos na resolução das situações-problemas, lidas e revisadas pelos concedentes da pesquisa, comporão dados analisados e possivelmente publicados, preservando o sigilo das pessoas que participaram da resolução dos problemas. A participação não acarreta riscos à dignidade e liberdade das pessoas, sendo que terão acesso à produção escrita da pesquisa, recebendo cópia de tudo que for produzido ou publicado, podendo fazer uso das mesmas para compreender e potencializar os processos didáticos-pedagógicos.

Consentimento: Autorizo o estudo acima descrito. Declaro ter sido devidamente informado e esclarecido sobre os objetivos da pesquisa, os procedimentos nela envolvidos, assim como os possíveis riscos e benefícios envolvidos na minha participação.

Nome:

Assinatura:

Assinatura do Responsável da pesquisa:

Porto Alegre_______ de ____________ de ____________2014