

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA

Barbara Cezar Goetz

**APRENDIZAGEM DE SIMETRIAS NOS ANOS FINAIS DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

Porto Alegre

2014

Barbara Cezar Goetz

**APRENDIZAGEM DE SIMETRIAS NOS ANOS FINAIS DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

Trabalho de conclusão de curso de Graduação apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para obtenção de grau de Licenciada em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

Porto Alegre

2014

Barbara Cezar Goetz

**APRENDIZAGEM DE SIMETRIAS NOS ANOS FINAIS DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

Trabalho de conclusão de curso de Graduação apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para obtenção de grau de Licenciada em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

Prof. Dr. Fernanda Wanderer
Faculdade de Educação - UFRGS

Prof. Dra. Leandra Anversa Fioreze
Instituto de Matemática - UFRGS
Departamento de Matemática - UFSM

Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso
Instituto de Matemática - UFRGS

RESUMO

O presente trabalho traz o relato de uma experiência realizada na Escola Estadual de Ensino Fundamental Nestor Vianna de Campos, localizada na zona rural da cidade de Triunfo, cujo foco foi pesquisar sobre a aprendizagem de Simetrias nas turmas de 6º e 7º anos e como essa aprendizagem pode contribuir para a formação matemática desses estudantes. Para isso foi elaborada e aplicada uma sequência de atividades em dois ambientes. No ambiente informatizado foi utilizado atividades digitais no software Geogebra, como ferramenta para a aprendizagem de Simetrias, possibilitando aos estudantes construções com Transformações Geométricas Isométricas de forma dinâmica. Em ambiente não informatizado, os alunos trabalharam com atividades em meio impresso, para realizar as transformações usando ferramentas como transferidor e o compasso físicos. A pesquisa foi desenvolvida segundo o estudo de caso e a análise dos dados coletados na pesquisa de campo seguiram o modelo de Van Hiele para aprendizagem de geometria. Observou-se que os alunos, ao longo dessa experiência, apresentaram compreensão dos conceitos envolvidos e avançaram em termos de aprendizagem de Geometria.

Palavras-chaves: Simetrias. Transformações Geométricas. Formação matemática. Modelo de Van Hiele.

ABSTRACT

This work brings the description of an experience that happened at the State Elementary School Nestor Vianna de Campos, located in Triunfo city's countryside, which aimed to research about the learning process of symmetries for sixth and seventh graders and also about how this process can add to their mathematical education. In order to accomplish this task, a sequence of activities was applied in two environments . In the computerized environment digital activities in the Geogebra software were used as a tool for the learning of symmetries, allowing the students to dynamically construct isometric geometric transformations. In the non-computerized environment the students had their activities printed out on paper in order to do the transformations using tools such as a protector and a compass. The research was developed according a case study and the analysis of the gathered data followed the Van Hiele model for geometry's learning. It could be observed that the students, along the experience, comprehended the concepts involved and actually moved forward in their geometry's learning process.

Keywords: Symmetries. Geometric Transformations. Mathematical Education. Van Hiele's model.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Estrela do mar como exemplo de simetria radial.....	14
Figura 2 - Vírus do mosaico do tabaco como exemplo de simetria helicoidal.....	15
Figura 3 - Criação da Artista Plástica Muxxi.....	16
Figura 4-Obra "ar e água I" do artista Escher.....	16
Figura 5-Reflexão do ponto Q em relação a reta r.....	18
Figura 6- Rotação da reta r.....	19
Figura 7-Simetria central a partir do ponto D.....	19
Figura 8- Translação dos pontos j e k pelo vetor translação a.....	20
Figura 9-Interface do Geogebra.....	23
Figura 10-Menu das transformações geométricas com destaque nas isometrias	24
Figura 11-Figura utilizada na segunda atividade do 3º encontro.....	42
Figura 12-Peças que poderiam ser escolhidas pelos alunos para realizar a 3ª atividade.....	43
Figura 13- <i>Minions</i> que poderiam ser inseridos.....	44
Figura 14-Exemplo de construção.....	44
Figura 15-Exemplo de faixa usando as transformações geométricas.....	45
Figura 16-Exemplo de azulejo construído no programa.	45
Figura 17-Resolução da questão 1.1 do aluno E.....	49
Figura 18-Resolução da figura i da atividade 1.1 do aluno P.....	50
Figura 19-Resolução da atividade 1.2a da aluna R.....	50
Figura 20-Resolução da atividade 1.2c da aluna R.....	51
Figura 21-Resolução da atividade 1.3 da aluna R.....	51
Figura 22-Resolução da atividade 1.5 da aluna R.....	52
Figura 23-Resolução da atividade 1.8 do aluno P.....	53
Figura 24-Resolução da atividade 1.9a da aluna R.....	54
Figura 25-Resolução da atividade 1.9b da aluna T.....	54
Figura 26- Resolução da atividade 1.9 b do aluno E.....	55
Figura 27-Resolução da atividade 1.9c da aluna T.....	55
Figura 28-Aluno P realizando a atividade 2.2.....	57
Figura 29- Resolução da atividade 2.2 da aluna C.....	57
Figura 30-Aluno P durante a realização da atividade 2.3.....	58
Figura 31-Resolução da atividade 2.3 da aluna C.....	59

Figura 32-Imagem da aluna C durante a realização da atividade 2.5.....	59
Figura 33-Resolução da atividade 2.5 da aluna C.....	60
Figura 34-Imagem da aluna T durante a realização da atividade 2.6.....	60
Figura 35-Resolução da atividade 2.6 do aluno P.....	61
Figura 36 - construção para explorar o Geogebra do aluno P.....	63
Figura 37-Construção da proposta 3.1 de um aluno.....	64
Figura 38-Construção da proposta 3.2 do aluno E.....	64
Figura 39-Construção da proposta 3.2 do aluno P.....	65
Figura 40-Construção da proposta 3.3 do aluno E.....	66
Figura 41-Imagem da sala de informática durante o encontro 4.....	67
Figura 42-Construção da proposta 4.1 do aluno P.....	68
Figura 43-Construção da proposta 4.2 da aluna k.....	68
Figura 44-Construção da proposta 4.2 do aluno E.....	69
Figura 45-Construção orientada 4.3 do aluno E.....	70
Figura 46-Construção livre da aluna K.....	71
Figura 47-Questão 3 do formulário do aluno P.....	72
Figura 48-Questão 3 do formulário do aluno C.....	72
Figura 49-Questão 4 do formulário do aluno P.....	72
Figura 50-Resolução da questão 1.1 da aluna C.....	74
Figura 51-Resolução da atividade 1.2b do aluno W.....	75
Figura 52-Resolução da atividade 1.2c do aluno W.....	76
Figura 53-resolução da atividade 1.2a do aluno I.....	76
Figura 54-Resolução da atividade 1.4 do aluno V.....	77
Figura 55-Resolução da atividade 1.5 pelo aluno W.....	78
Figura 56-Resolução da atividade 1.6 da aluna D.....	79
Figura 57-Resolução da atividade 1.7 do aluno W.....	79
Figura 58-Resolução da atividade 1.8 da aluna C.....	80
Figura 59-Resolução da atividade 1.9a da aluna C.....	81
Figura 60-Resolução da atividade 1.9b da aluna C.....	81
Figura 61-Resolução da atividade 1.9c da aluna C.....	82
Figura 62-Resolução da atividade 2.2 da aluna C.....	83
Figura 63-Resolução da atividade 2.2 pelo aluno W.....	83
Figura 64-Resolução da atividade 2.3 da aluna C.....	84
Figura 65-Resolução da atividade 2.5 pela aluna E.....	85

Figura 66-Aluna T realizando a atividade 2.5.....	86
Figura 67-Resolução da atividade 2.6 e 2.7 da aluna T.....	86
Figura 68-Ficha da atividade 3.1 da aluna E.....	87
Figura 69-Construção da proposta 3.2 pela aluna E.....	88
Figura 70-Ficha da atividade 3.2 da aluna E.....	89
Figura 71-1ª Questão do formulário do aluno W.....	90
Figura 72-2ª questão do formulário da aluna T.....	90
Figura 73-2ª questão da aluna L.....	91
Figura 74- 3ª questão do formulário da aluna T.....	91
Figura 75- 3ª questão do formulário do aluno W.....	91
Figura 76- 4ª questão do formulário da aluna C.....	92

LISTA DE TABELAS

Tabela 1-Relação das atividades realizadas por cada grupo em cada encontro.....	46
---	----

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	11
2 SIMETRIAS.....	14
2.1 TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS.....	17
2.1.1 Reflexão.....	17
2.1.2 Rotação.....	18
2.1.3 Translação.....	20
3 O USO DA TECNOLOGIA EM SALA DE AULA.....	21
3.1 O SOFTWARE GEOGEBRA.....	22
4 MODELO DE VAN HIELE.....	25
5 PROCEDIMENTOS E MATERIAIS.....	28
5.1 SUJEITOS DA PESQUISA.....	28
5.1.1 Grupo A.....	29
5.1.2 Grupo B.....	29
5.2 ESTUDO DE CASO.....	29
5.3 COLETA DE DADOS.....	31
5.4 SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES.....	32
5.4.1 Atividades propostas para os grupos.....	33
6 RELATO DA EXPERIÊNCIA E ANÁLISE DOS DADOS.....	47
6.1 GRUPO A.....	47
6.1.1 Encontro 1.....	48
6.1.2 Encontro 2.....	56
6.1.3 Encontro 3.....	62
6.1.4 Encontro 4.....	67
6.2 GRUPO B.....	73
6.2.1 Encontro 1.....	73
6.2.2 Encontro 2.....	78
6.2.3 Encontro 3.....	84
6.2.4 Encontro 4.....	87
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	93
REFERÊNCIAS.....	95
APÊNDICES.....	97
APÊNDICE A.....	97

1 INTRODUÇÃO

Durante a graduação, participando de um projeto de extensão como bolsista, pude me manter envolvida em duas escolas com Assessorias de Matemática no contraturno dos alunos das séries finais do Ensino Fundamental, com ênfase nas dificuldades dos estudantes no conteúdo trabalhado por seus professores. Durante esse período pude perceber o foco desses professores na resolução de exercícios de Álgebra e Aritmética, e a Geometria, que possibilita o uso de ferramentas interessantes e incentiva o raciocínio na resolução das atividades, não era frequentemente desenvolvida. Nessas Assessorias busquei trazer atividades com Geometria relacionadas ao conteúdo que estava sendo trabalhado pelos professores titulares e, nesses momentos, observei que alguns alunos com dificuldades em Aritmética, por exemplo, resolveram problemas de Geometria com facilidade, o que me surpreendeu.

Nas disciplinas de Estágio em Educação Matemática I e Estágio em Educação Matemática II, doravante designado por Estágio I e Estágio II respectivamente, com turmas de ensino Fundamental, novamente pude observar a ênfase em Aritmética no 6º ano, durante estágio I, e em Álgebra na 8ª série, durante o estágio II. A ausência da Geometria, novamente chamou minha atenção. Ainda que conteúdos abordados nesses momentos oferecessem a possibilidade de estabelecer relações com Geometria, ela não era abordada. No período de minha docência no Estágio II, busquei trazer atividades com Geometria e Álgebra e se mostrou interessante observar as resoluções dos alunos nessas atividades.

O ensino de Geometria no Brasil está, ao longo da história da educação, perdendo espaço nas salas de aula e as mudanças no ensino de Matemática em relação a Geometria vem sendo estudadas por vários pesquisadores como Pavanello

A inquietação com o abandono da Geometria-abandono este que é, na verdade, um fenômeno mundial- parece estar ligada a questões de ordem educacional. O estudo da geometria não foi considerado, durante séculos, como indispensável à formação intelectual dos indivíduos e ao desenvolvimento da capacidade de hábitos de raciocínio? Privar os indivíduos deste estudo não acarretaria prejuízos à sua formação? A ausência de um trabalho com a geometria não prejudicaria uma visão integrada da matemática? (PAVANELLO, 1993, p.7-17)

O interesse de pesquisar sobre o ensino de Geometria, levantar questionamentos a respeito do espaço da Geometria nas aulas de Matemática e a vontade despertada pelo ensino de Transformações Geométricas na escola básica, me levou a escolher direcionar a pesquisa

para a aprendizagem de Simetrias no Ensino Fundamental. O ensino de Simetria se mostrou uma maneira interessante de abordar Geometria com os estudantes do ensino Fundamental de maneira diferente do conteúdo que normalmente é visto nas escolas, como área e perímetro. O ensino de Simetria é uma oportunidade de abordar em sala de aula algo que os alunos podem observar no seu cotidiano, na arte, nas plantas, de modo intuitivo e assim facilitando a compreensão dos conceitos da aula de Matemática

Na graduação durante as disciplinas de Laboratório de Prática de Ensino-aprendizagem em Matemática I, Laboratório de Prática de Ensino-aprendizagem em Matemática II e de Geometria I o uso de Softwares se mostrou uma ferramenta muito importante, tanto como professores, para pensarmos em nossas aulas, como estudantes, para compreendermos os conceitos matemáticos. A tecnologia se mostrou mais presente e necessária na disciplina de Educação Matemática e Tecnologia, os softwares usados nesse período demonstraram a limitação das aulas de Matemática sem essa ferramenta e permitiu conhecer melhor o programa Geogebra.

O Geogebra chamou mais a atenção por ser um programa livre de geometria dinâmica, por ter um menu claro e explicativo, por ser rico em ferramentas para aulas planejadas para o ensino Fundamental, Médio e a Graduação e principalmente por conter no menu ferramentas necessárias para trabalhar com os alunos Simetrias, o tema escolhido para essa pesquisa. O tema foi escolhido após perceber o potencial da aprendizagem de transformações geométricas no Ensino Fundamental, por abordar conceitos de Geometria, como reta, congruência, ângulo, vetor, de modo integrado, por considerar o tema interessante e rico.

Especialmente chamou a atenção para tema e o uso do programa, o fato do meu primeiro contato, como estudante com este software e com transformações geométricas, ocorrer na Universidade, já como graduanda, nas disciplinas de Geometria I e Geometria II, que considero tardio, pois é um conteúdo e uma ferramenta muito interessantes, que agregam conceitos novos e uma visão integrada dos já conhecidos, contribuindo para a formação dos alunos no ensino Fundamental e que já vem sendo pesquisado e algumas das pesquisas mostram o potencial de transformações geométricas no Ensino Fundamental por permitir estabelecer um outro modo de pensar Matemática e da utilização de softwares nas aulas de Matemática, como nas Dissertações de Mestrado de Rodrigues (2012) e Medeiros (2012) e mesmo assim não vem tendo espaço nas aulas.

O tema foi escolhido com o propósito de pesquisar sobre o aprendizado de Simetrias e analisar o uso do software Geogebra como ferramenta para o aprendizado dos alunos sobre o

tema e o processo de ensino e aprendizado dos alunos sobre Geometria ao estudá-lo. Desse modo o trabalho visa responder a seguinte questão: Como a aprendizagem de Simetrias pode contribuir para a formação matemática de estudantes dos anos finais do ensino fundamental?

A escola Estadual de Ensino Fundamental Nestor Vianna de Campos, localizada na zona rural da cidade de Triunfo, foi escolhida para a pesquisa de campo, pois nela realizei meu Ensino Fundamental e mantenho atualmente convívio através da Assessoria de Matemática desenvolvida semanalmente através do Projeto de Extensão Assessorias de Matemática, Interação Virtual e Robótica para Prática de Ensino-aprendizagem em Matemática. Minhas experiências em escolas, me levam a reconhecer que a Geometria tem pouco espaço nas aulas de Matemática, que os materiais de Geometria não são utilizados pelos professores e que essas escolas possuem laboratório de informática pouco utilizados. A sequência didática foi aplicada no Ensino Fundamental, trabalhando com duas turmas separadas, o 6º e no 7º ano, durante dois períodos semanais durante quatro semanas.

Será utilizando para desenvolver a pesquisa o estudo de caso e o modelo de Van Hiele, como o referencial teórico para análise dos dados obtidos durante a pesquisa.

No capítulo dois do trabalho será apresentado uma breve contextualização sobre Simetrias em outras áreas que não a Matemática e a parte teórica sobre as transformações geométricas que apresentam simetria, as isométricas.

No capítulo três será apresentadas perspectivas sobre a tecnologia que temos a nossa disposição e o modo como as usamos fora e dentro das escolas e será apresentado o programa utilizado na pesquisa, o Geogebra.

O capítulo quatro destina-se a apresentação do modelo de Van Hiele que será utilizada posteriormente para analisar os dados obtidos.

No capítulo cinco será apresentado os sujeitos da pesquisa, a sequência didática planejada, a forma como os dados foram coletados e a metodologia utilizada para desenvolver a pesquisa, o estudo de caso. (Ponte,2006).

O capítulo seis está reservado para relatar a experiência, expor os trabalhos dos sujeitos da pesquisa, destacando as resoluções que se destacaram durante a pesquisa e analisar os dados coletados segundo o modelo de Van Hiele;

No capítulo sete será apresentado as considerações finais sobre a pesquisa realizada, as perspectivas a respeito da aprendizagem de Simetrias nas turmas de 6º e 7º anos, além das considerações sobre a formação acadêmica da graduanda durante o período da graduação e após a realização da pesquisa.

2 SIMETRIAS

Iniciamos esta sessão com a definição de simetria da geometria euclidiana presente no livro Ian Stewart, (2012, p.159), que será a utilizada na pesquisa. Simetria são as transformações geométricas no plano que preservam comprimentos, ângulos, linhas e círculos e é o grupo de todos os movimentos rígidos no plano.

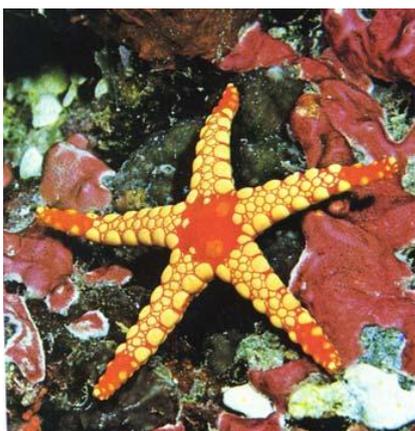
As simetrias segundo essa definição estão ao nosso redor, mesmo para aqueles que não conseguem relacioná-las a Matemática. Segundo Catalá, Gómez e Garrido (1989, p.9) a simetria é o estudo de um dos mais belos e úteis do mundo geométrico, por estar naturalmente entorno do homem, no reflexo na água, no mundo vegetal, no voo dos pássaros

No momento que há o confronto, não a simples contemplação, e sim o querer descrever e apropriar-se da essência deste mundo em movimento, surge a simetria, para falar, calcular e representar.

As simetrias estão presentes em diferentes áreas que se possa ter interesse, podendo ser observada no movimento dos planetas, na Biologia (simetria bilateral, helicoidal, radial e esférica).

A simetria bilateral é a predominante no reino animal, sendo que os animais que apresentam essa simetria possuem lado direito e esquerdo, temos como exemplo o ser humano. A simetria radial está presente nos seres que permitem passar por seus corpos diversos planos verticais, de forma que divida o corpo do animal em diversas partes equivalentes, como as estrelas do mar (figura 1). A simetria esférica se assemelha à radial, a diferenciação é a forma do ser, que é esférica.

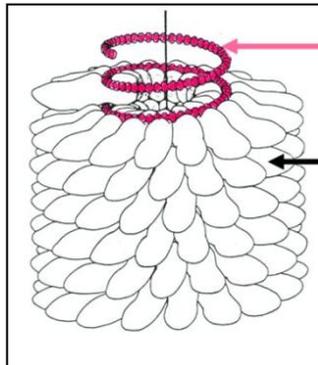
Figura 1-Estrela do mar como exemplo de simetria radial



Fonte: <http://www.achetudoeregiao.com.br/animais/estreladomar.htm>

A simetria helicoidal é melhor estudada na área através do vírus não envelopado do mosaico do tabaco. A estrutura apresenta simetria, uma vez que a estrutura do vírus é como uma bastão rígido. O vírus da influenza A e do vírus da raiva são envelopados e apresentam essa mesma estrutura simétrica.

Figura 2- Vírus do mosaico do tabaco como exemplo de simetria helicoidal



Fonte: Adaptado de <http://pathmicro.med.sc.edu/portuguese/virol-port-chapter1.htm>

Em nível químico a simetria se mostra interessante para classificar moléculas e átomos, em Física as simetrias dizem respeito às suas leis e suas aplicações em nosso mundo.

A beleza presente nas simetrias foram levadas para as criações humanas como em cerâmicas, tecidos, na arquitetura e nas criações artísticas como a da artista plástica Muxxi, que utiliza de simetria para criar composições criativas que chamam a atenção pela diversidade, criatividade, cores e efeitos que apresentam. Mas criações utilizando as Transformações no Plano não é algo novo; o artista Escher, a partir de 1937, começava a utilizar padrões para criar suas obras.

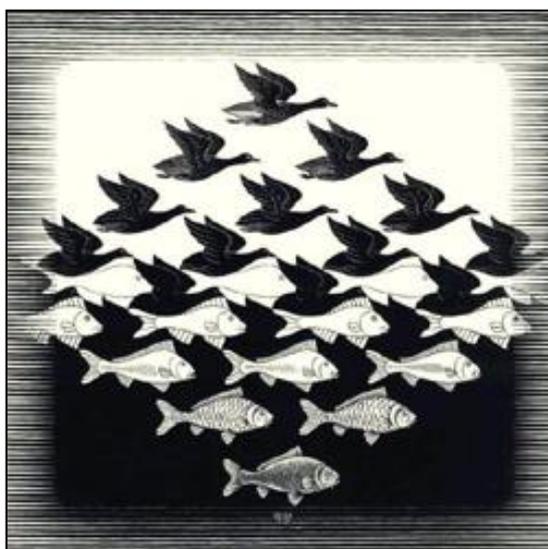
Figura 3-Criação da Artista Plástica Muxxi



Fonte: <http://muxxi.tumblr.com/post/90393346917>

Na figura 3 é possível observar a simetria por reflexão que será apresentada na próxima sessão desse capítulo.

Figura 4-Obra "ar e água I" do artista Escher



Fonte: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/seminario/escher/aragua.html>

Na figura 4 é possível observar a simetria por translação, outra das transformações geométricas que são isométricas e que serão apresentadas na próxima sessão. Segundo a revista Notas sobre o ensino de Geometria:

O estudo das simetrias das figuras constitui uma aplicação muito interessante das isometrias que permite desenvolver o conhecimento matemático destas transformações geométricas e fornecer, conseqüentemente, ferramentas que podem ser muito úteis na resolução de problemas geométricos. (2006, p. 11)

Retomamos assim o início dessa sessão, simetrias na Matemática, nas transformações geométricas isométricas e a aprendizagem desse conhecimento no Ensino fundamental.

2.1 TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS

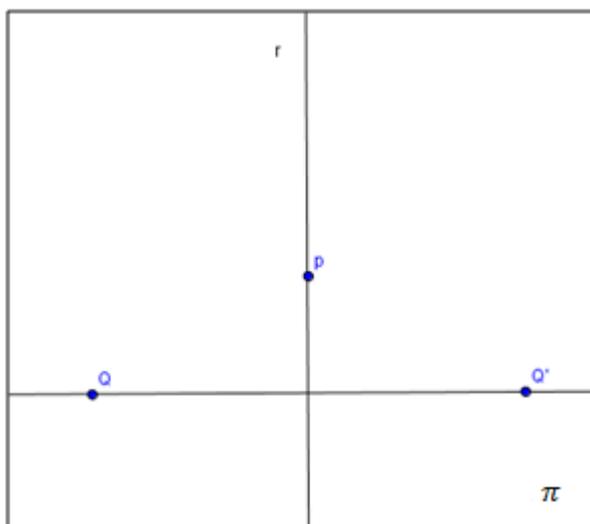
Como a presente pesquisa tem como tema Simetrias, se faz necessário uma abordagem teórica das transformações geométricas que apresentam simetria, ou seja as isometrias, que são os movimentos rígidos no plano. As definições apresentadas são de C. Alsina Catalá, R. Pérez Gómez e C. Ruiz Garrido do livro Simetria Dinâmica de 1989.

As propriedades métricas, relacionadas a distancia entre os pares de pontos, são as que servem para caracterizar as transformações, também chamadas de isometrias. Tais transformações dos objetos, denominados objetos geométricos, não sofrem deformação, no sentido em que conservam distância entre os pontos, ângulos, área, paralelismo e perpendicularismo. As transformações geométricas que são isométricas são a reflexão, a translação e a rotação.

2.1.1 Reflexão

Consideramos a reta r , do plano π , o movimento de reflexão é uma transformação que corresponde cada ponto P que está na reta r a si mesmo e a cada ponto Q , que não está em r , a um ponto Q' de uma reta perpendicular a r passando por Q e tal que as distâncias entre a reta e os pontos Q e Q' são iguais.

Figura 5-Reflexão do ponto Q em relação a reta r



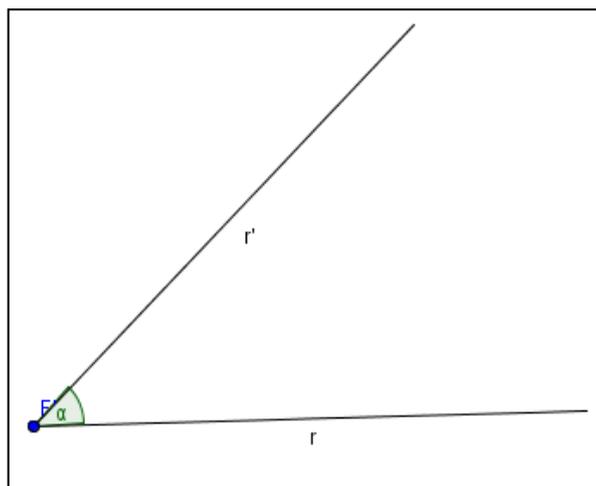
Fonte: Arquivo pessoal

2.1.2 Rotação

O movimento de rotação deixa fixo apenas um ponto do objeto geométrico, denominado centro de rotação, que fixado realiza-se um giro do plano sobre si, formando um ângulo α entre o objeto G e sua imagem G' . Se compor uma rotação de α com outra de ângulo β teremos uma rotação com ângulo igual $\alpha+\beta$.

Na figura 6 o ponto fixo F é o centro de rotação da transformação aplicada a reta r , transformando a reta r em r' com um ângulo α entre elas, que passam pelo centro de rotação F .

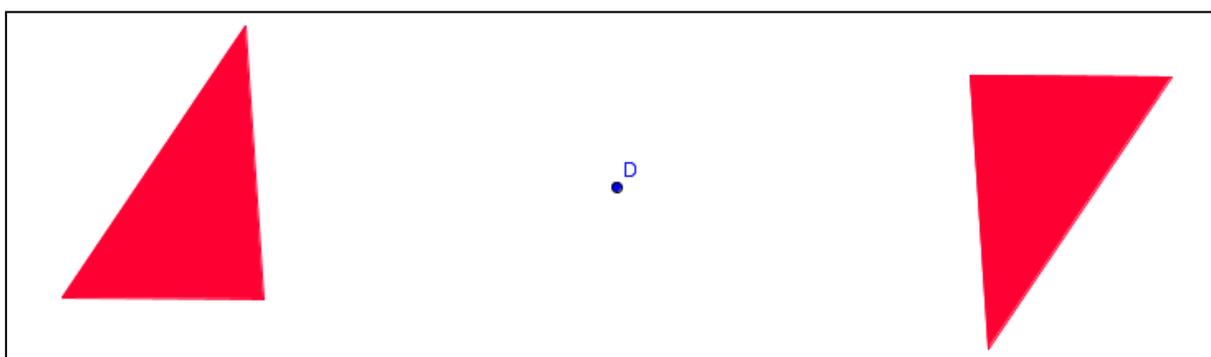
Figura 6- Rotação da reta r



Fonte: Arquivo pessoal

A transformação por simetria central produz o mesmo efeito de uma rotação de 180° no objeto, essa transformação é como uma reflexão, porém não é através de uma reta, mas sim por um ponto, não foi abordado com os sujeitos da pesquisa e na sequência didática.

Figura 7-Simetria central a partir do ponto D



Fonte: Arquivo pessoal

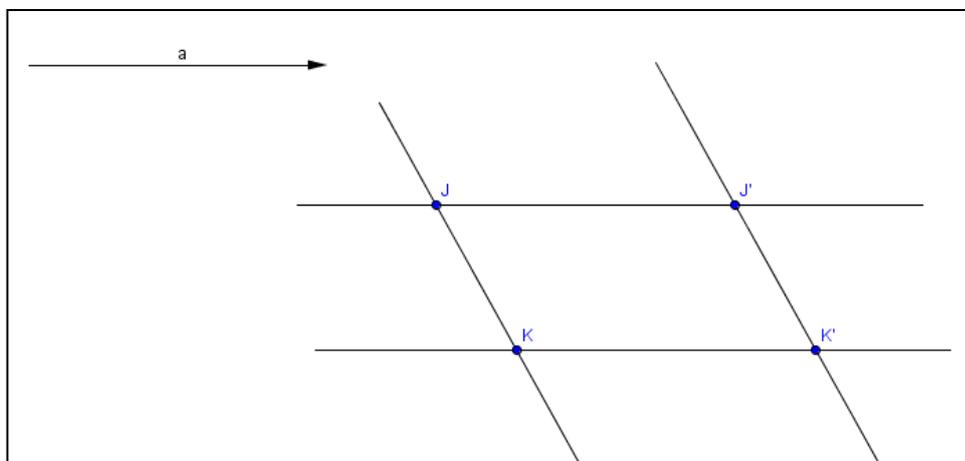
A figura 7 mostra a simetria entre dois triângulos a partir da simetria central através do ponto D, observe que se aplicássemos uma rotação, independente do triângulo, seria criado o outro triângulo na mesma posição no plano.

2.1.3 Translação

As translações são movimentos rígidos, movimentos retilíneos, que corresponde a um deslizamento no plano sobre si mesmo por uma reta, sem deformação. Conhecendo o ponto trasladado Q de um ponto P, por uma translação t, sabemos que a translação será realizada segundo a direção da reta $r(P,Q)$ e a distância da trajetória é segundo a distância $d(P,Q)$ e o sentido desse movimento vai de P até Q.

Todos os pontos do plano diferem de suas imagens por uma translação t, em um vetor fixo a, denominado vetor de Translação.

Figura 8- Translação dos pontos j e k pelo vetor translação a



Fonte: Arquivo pessoal

Nas translações na figura 8, temos que $J'=J+a$ e $K'=K+a$, as retas $r(J,J')$ e $r(K,K')$ são paralelas e $d(J,J')=d(K,K') = a$. A translação é a isometria que não deixa pontos fixos no plano.

As transformações isométricas, que neste capítulo foram apresentadas, além de outras transformações geométricas, podem ser exploradas de forma dinâmica nas escolas, em softwares de Geometria disponíveis de forma livre, como o que será utilizada na pesquisa, o Geogebra. O objetivo é incentivar o processo de inserção das tecnologias disponíveis nas escolas.

3 O USO DA TECNOLOGIA EM SALA DE AULA

A tecnologia digital se faz presente a todo o momento. Para qualquer lugar que olhamos vemos alguém usando o celular com acesso a internet e a programas semelhantes aos presentes nos computadores, que proporcionam aos usuários resolver várias pendências do seu dia através do aparelho, o que antes não era possível. Desse modo a tecnologia que dispomos hoje facilita e é necessária para a rapidez que tudo acontece, fato que não é considerado pelos jovens que nasceram inseridos nessa tecnologia. Nas salas de aula pouco se observa do uso dessas tecnologias como ferramenta para aprendizagem, mesmo que tenha salas de informática nessas instituições, o movimento de utilizar mídias digitais nas aulas ainda é lento e a falta de seu uso mantém as aulas distantes do que ocorre em outros espaços da sociedade. Segundo Basso e Gravina

Hoje, a variedade de recursos que temos à nossa disposição permite o avanço na discussão que trata de inserir a escola na cultura do virtual. A tecnologia digital coloca à nossa disposição ferramentas interativas que incorporam sistemas dinâmicos de representação na forma de objetos concreto- abstratos. São concretos porque existem na tela do computador e podem ser manipulados e são abstratos porque respondem às nossas elaborações e construções mentais. (BASSO, GRAVINA, 2012, p.14)

Os estudantes estão totalmente inseridos na cultura do virtual, citado pelos autores, mas não no que diz respeito ao ensino, e a escola tem atualmente a dificuldade de inserir seus alunos na tecnologia de modo construtivo, incentivando o uso da tecnologia para seus alunos melhorarem como estudantes e como sujeitos na sociedade. O celular, por exemplo, é hoje o vilão na escola, sendo proibido utilizá-lo por alunos e por professores nas salas de aula, causando momentos de incômodo, observados nos estágios de docência, no qual o professor chegava ao ponto de ter que retirar os aparelhos de seus alunos para dar continuidade a aula. O celular poderia ser utilizado também como ferramentas pelos alunos, sendo bem orientados, poderiam pesquisar na internet assuntos da aula, exemplos para compartilhar com colegas e tornar a aula mais dinâmica.

A disciplina de Matemática se mostra diante dos softwares que temos a disposição e pela dificuldade de abstração que os estudantes apresentam, necessária de ser inserida no ambiente digital, para que associados a uma metodologia adequada melhore a aprendizagem dos alunos. Utilizar de ferramentas, como softwares, possibilita aos estudantes testar, experimentar e explorar além das limitações físicas de seus livros, cadernos didáticos e do

quadro. O ensino de Geometria em concomitância ao uso de um programa de matemática dinâmica, no qual os alunos podem movimentar, modificar suas construções e assim fazer considerações a respeito do que está sendo estudado de maneira pessoal e livre facilita a abstração que tal conteúdo necessita.

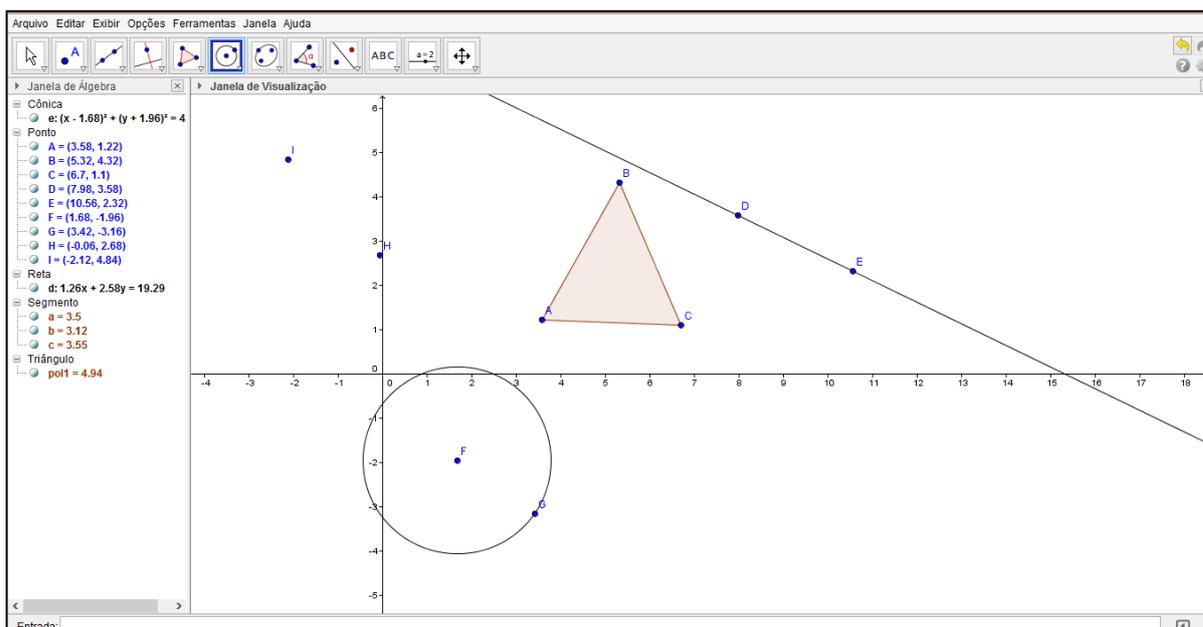
Os pesquisadores Basso e Gravina (2012) consideram que as mídias digitais se tornam realmente interessantes quando elas nos ajudam a mudar a dinâmica da sala de aula na direção de valorizar o desenvolvimento de habilidades cognitivas com a concomitante aprendizagem da Matemática. Analisando essa perspectiva, o Software Geogebra se mostrou um importante ferramenta para a realização da pesquisa, na qual o foco é a aprendizagem de Simetrias.

3.1 O SOFTWARE GEOGEBRA

O software Geogebra foi criado por Markus Hohenwarte em 2001 e continua recebendo atualizações, podendo ser instalado em computadores com Windows, Linux ou Mac e está disponível para download livre em www.geogebra.org. O software apresenta uma interface interessante, contemplando clareza e riqueza de detalhes. O programa possibilita construções geométricas que mantém os conceitos da geometria euclidiana, possibilita manipular as construções realizadas e mantém as propriedades das construções geométricas.

O software será utilizado na sequência de atividades planejadas para o grupo A e Grupo B, por possibilitar trabalhar com as isometrias e pelas construções no programa utilizar de conceitos vistos nos encontros sem o programa, como ângulo e a reta de reflexão que associamos ao eixo de simetria, dessa forma possibilitando aos alunos associar as atividades com e sem o programa.

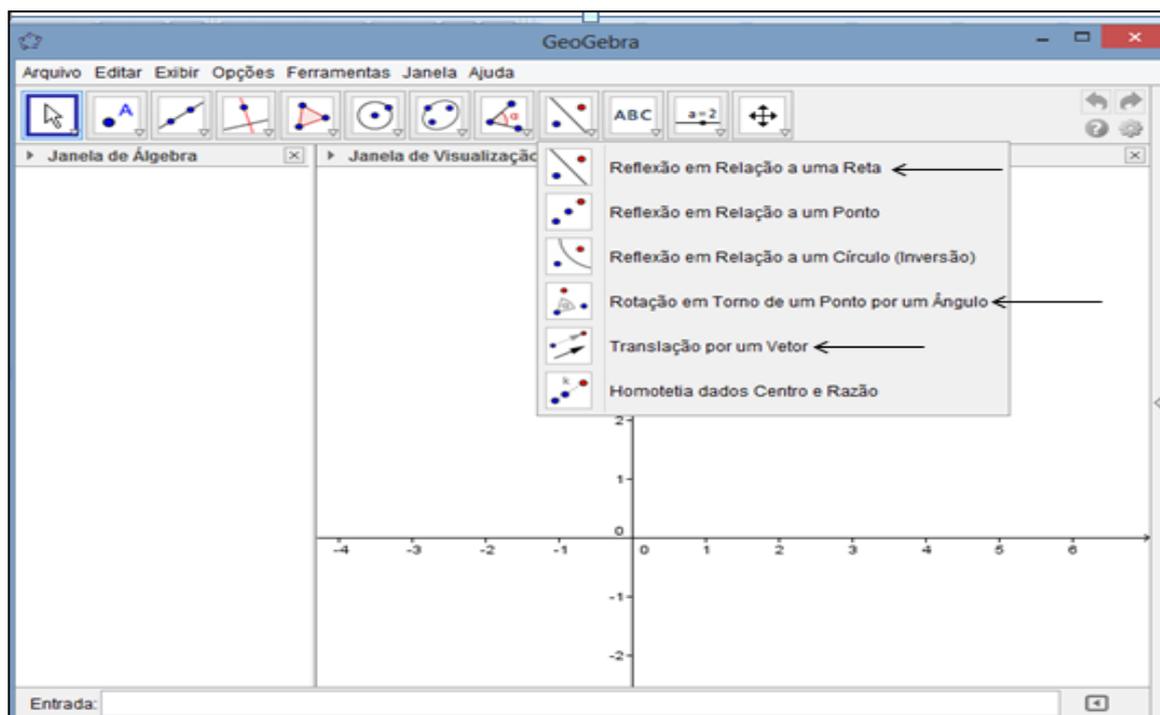
Figura 9-Interface do Geogebra



Fonte: Arquivo pessoal

Na imagem da interface do programa é possível observar a janela de álgebra, no qual aparece as coordenadas dos pontos que estão na janela de visualização, assim como a área dos polígonos, a equação da reta e do círculo, exemplos que demonstram a possibilidade de associarmos as duas janelas enquanto utilizamos o programa.

Figura 10-Menu das transformações geométricas com destaque nas isometrias



Fonte: Arquivo pessoal

Na figura 10 ressaltamos as transformações geométricas isométricas utilizadas nos encontros com os grupos.

4 MODELO DE VAN HIELE

O modelo de Van Hiele é utilizado para analisar a aprendizagem em Matemática, especialmente a ligada à Geometria, destacando-se como um modelo que não considera a idade dos sujeitos a serem analisados, mas sim os níveis de cada um, ou seja, uma criança pode estar no mesmo nível que um adulto, nessa perspectiva teórica. Segundo Catalá, Aymemí e Gómez

O trabalho de Van Hiele propõe um modelo de estratificação do conhecimento humano em uma série de níveis de conhecimento que permitem categorizar as distintas etapas da representação do espaço (1997, p.37).

O modelo de Van Hiele se mostrou relevante no sentido que divide a aprendizagem em níveis e na aprendizagem em Matemática se percebe claramente os diferentes níveis que cada grupo ou indivíduo estão inseridos. No modelo de Van Hiele a aprendizagem é comparada a um processo indutivo. (Catalá, Aymemí e Gómez, 1997, p.37). Em um nível $n-1$, por exemplo, há limitações no que se pode ser estudado, assim como no nível n é suposto que se sabe os conhecimentos do nível $n-1$, que são extensões do nível anterior, e assim progressivamente, como uma escada que se sobe de degrau em degrau, nos níveis do modelo há uma sequência que se relaciona. Para Catalá, Aymemí e Gómez

Uma das contribuições mais significativas dos níveis de Van Hiele é reconhecer os obstáculos que encontram os estudantes diante de certos conceitos e relações geométricas. Se os estudantes estão em um nível de conhecimento da etapa $n-1$ e se apresenta uma situação de aprendizagem que requer um vocabulário, uns conceitos e uns conhecimentos de nível n , não são capazes de progredir na situação problemática apresentada e, por tanto, se procede o fracasso em sua aprendizagem. (CATALÁ, AYMEMÍ E GÓMEZ, 1997, p. 37)

O fracasso diante de uma situação de nível mais avançado do que o aluno está se mostra um problema, independente se estamos tratando da aprendizagem em Matemática ou em qualquer outra disciplina escolar. Nas duas turmas que realizamos a pesquisa houve em algum momento um fracasso escolar de muitos dos alunos, que serão apresentados no capítulo 5, que apresentam um intervalo de idades no mesmo ano, que chama a atenção.

Os Níveis de conhecimento em Geometria, segundo Catalá, Aymemí e Gómez (1997, p.38) são:

Nível 0: Os indivíduos percebem as figuras como um todo global, não reconhecendo suas partes e seus componentes e não explicam as propriedades determinantes das figuras, por exemplo, as propriedades que diferem um quadrado de um losango ou um losango de um paralelogramo.

Nível 1: Os indivíduos podem analisar as partes e as propriedades particulares das figuras, mas não explicam as relações entre distintas famílias de figuras, por exemplo, um losango ou um retângulo não se percebem explicitamente como um paralelogramo.

Nível 2: Os indivíduos determinam as figuras por suas propriedades, mas são incapazes de organizar uma sequência de raciocínios que justifiquem suas observações.

Nível 3: Os indivíduos podem desenvolver sequências de proposições para deduzir uma propriedade da outra. Não se reconhece a necessidade do rigor no raciocínio.

Nível 4: Os indivíduos estão capacitados para analisar o grau de rigor de vários sistemas dedutivos. Podem apreciar a consistência, a independência e a completude dos axiomas dos fundamentos da Geometria. Este nível deve ser considerado uma categoria aparte por seu alto grau de abstração.

Van Hiele, segundo Catalá, Aymemí e Gómez (1997, p.38), também propõe uma série de fases de aprendizagem para que se possa passar de um nível para outro, são eles:

Fase 1: Discernimento. Se apresenta aos estudantes situações de aprendizagem dando o vocabulário e as observações necessárias para o trabalho.

Fase 2: Orientação dirigida. O professor propõe uma sequência graduada de atividades a realizar e explorar. A execução e a reflexão proposta servirá de incentivo para proporcionar o avanço nos níveis de conhecimento.

Fase 3: Explicação. Os estudantes, uma vez realizadas as experiências, expressam seus resultados e comentários. Durante esta fase o estudante estrutura o sistema de relações exploradas.

Fase 4: Orientação livre. Com os conhecimentos adquiridos, os estudantes aplicam seus conhecimentos de forma significativa em outras situações distintas das apresentadas, mas com estrutura comparável.

Fase 5: Integração. Os objetos e as relações são unificados e interiorizados em um sistema mental de conhecimentos.

Os professores aparecem nas fases apresentadas para que através dos conhecimentos e dos métodos provoquem o avanço de seus alunos nos níveis de aprendizagem. O modelo de Van Hiele não foi utilizado como modelo para elaboração da sequência de atividades apresentada na sessão 5.4, mesmo que intuitivamente esteja presente na estrutura da sequência uma semelhança com as fases apresentadas. Espera-se analisar, segundo o modelo, os níveis de aprendizagem dos sujeitos da pesquisa e o papel do professor nessa progressão ou não, dos seus alunos nos níveis de aprendizagem.

5 PROCEDIMENTOS E MATERIAIS

Neste capítulo será relatado como foi feita a prática, quem eram os sujeitos da pesquisa, que materiais foram utilizados e qual o procedimento utilizado para analisar os dados coletados. Essa pesquisa se insere na categoria de um estudo de caso, o qual será descrito na seção 5.2.

5.1 SUJEITOS DA PESQUISA

O estudo foi realizado nas turmas de 7º ano e de 6º ano do ensino fundamental da Escola Estadual de Ensino Fundamental Nestor Vianna de Campos localizada na zona rural da cidade de Triunfo. A escola está localizada no 3º distrito da cidade, denominado Passo Raso e seus alunos são oriundos dessa comunidade e de uma comunidade afastada, denominada Pontal, cuja a atividade econômica concentra-se na plantação de arroz, na qual a maioria dos pais dos alunos trabalham durante as etapas do plantio e, em menor número, há aqueles que trabalham apenas na época da colheita; e um grupo de pais, ainda menor, trabalham no Pólo Petroquímico da cidade.

A escola disponibilizou dois períodos semanais da disciplina de Matemática das duas turmas para a realização da pesquisa com o grupo, sendo que a carga horária da disciplina de Matemática na escola é de cinco horas semanais. No total foram quatro encontros com cada grupo, que denominaremos por grupo A os alunos do 7º ano e por grupo B os alunos do 6º ano. O turno das aulas era o da manhã, sendo os dois primeiros períodos em um grupo e os dois últimos períodos com outro.

Os dois grupos são diferentes em termos de atitudes comportamentais, no relacionamento entre colegas e professores e no modo como realizam as atividades, sendo interessante este contato para pensar, como graduanda, a maneira de agir com cada grupo.

5.1.1 Grupo A

O grupo A tem 8 alunos, entre 12 e 15 anos, sendo quatro meninos e quatro meninas, com seis alunos do Pontal e dois alunos das proximidades da escola. O grupo é calmo, se relacionam bem entre si e com os professores.

5.1.2 Grupo B

O grupo B, consideravelmente maior, tem 13 alunos, entre 10 e 14 anos, sendo seis meninos e sete meninas, com cinco alunos do Pontal e oito alunos das proximidades da escola. A turma apresenta problemas de relacionamento entre colegas, são agitados e conversam bastante.

5.2 ESTUDO DE CASO

O estudo de caso será a metodologia utilizada para desenvolver a presente pesquisa. Tal método de investigação é muito comum em Educação Matemática. Muitas das pesquisas realizadas por alunos da graduação, mestrado e doutorado utilizam desse estudo, visto que:

Na Educação Matemática, os estudos de caso têm sido usados para investigar questões de aprendizagem dos alunos bem como do conhecimento e das práticas profissionais de professores, programas de formação inicial e contínua de professores, projetos de inovação curricular, novos currículos, etc. (Ponte, 2006, p.3).

Um estudo de caso busca conhecer uma entidade bem definida, como uma pessoa, um curso, uma instituição, uma disciplina, um sistema educativo ou qualquer outra unidade social com o objetivo de compreender os "como" e os "porquês" dessa entidade, evidenciando a sua identidade e características próprias (Ponte, 2006). Os estudos de caso podem ter propósitos

variados e podem utilizar diferentes instrumentos e diferenciadas técnicas de recolhimento e análise de dados.

Segundo Ponte (2006, p.7), estudos de caso apresentam as características descritas a seguir.

- Investigação de natureza empírica, ou seja, se apoia em experiências vividas, por meio da observação, do envolvimento do pesquisador, baseada no trabalho de campo ou análise documental;
- Estudo da entidade no seu contexto real;
- Forte cunho descritivo;
- Possibilidade de alcance analítico, confrontando a situação com outras já conhecidas e com teorias existentes tendo assim a possibilidade de gerar novas teorias e questões para futura investigação.
- Não é experimental, não se tem a pretensão de modificar a situação, apenas compreendê-la como ela é.

Um estudo de caso, segundo Ponte (p.12), pode seguir uma de duas perspectivas essenciais, a perspectiva interpretativa, que procura compreender como é o mundo do ponto de vista dos participantes e a perspectiva pragmática, que será a do nosso estudo de caso, cuja intenção fundamental é proporcionar uma perspectiva global do objeto de estudo, do ponto de vista do investigador, tanto quanto possível completa e coerente. A presente metodologia começa com hipóteses de trabalho iniciais que vão sendo reformuladas durante a pesquisa e existem critérios bem estabelecidos que são da própria natureza desse estudo, são eles:

- O objeto de estudo está bem definido?
- O estudo evidencia aspectos característicos fundamentais do caso?
- O estudo de caso, no seu relato, procura acrescentar conhecimento ao conhecimento já existente?

Os critérios estão bem estabelecidos na presente pesquisa, visto que o objeto de estudo é investigar como a aprendizagem de Simetrias pode contribuir para a formação matemática de estudantes dos anos finais do ensino fundamental. O estudo evidenciou aspectos característicos fundamentais do caso, que são os sujeitos da pesquisa, apresentados na sessão anterior deste capítulo e procuramos durante a pesquisa acrescentar conhecimentos aos já existentes sobre o assunto.

No momento em que o pesquisador escolhe o presente método, deve estar ciente do problema da credibilidade, que será sua preocupação durante a realização da pesquisa, mas também ter a consciência que o estudo nunca pode ser completamente resolvido, pela natureza do conhecimento construído e pelo fato da perspectiva teórica e pelo modo como o pesquisador direcionou a pesquisa, desempenhando assim, um papel importante. Para Ponte

[..] Deste modo, não é uma abordagem virada para o estudo de situações de intervenção conduzidas pelo investigador. Na verdade, para se descobrir aspectos novos, escondidos, de uma dada situação, é essencial um distanciamento e uma capacidade de interrogar de modo muito livre os acontecimentos. É, por isso, muito importante que o investigador possa tirar partido da possibilidade de se surpreender por não estar afetiva e intelectualmente comprometido com os resultados que possa vir a encontrar. (PONTE, 2006, p. 8)

Esse tipo de estudo tem sua natureza própria de chamar a atenção para o que tem de interessante, original e surpreendente na situação estudada, trazendo algo particular do caso e contribuir para a compreensão global de um certo interesse comum. Entendemos assim que o estudo de caso é o adequado para desenvolver a pesquisa sobre a Aprendizagem de Simetrias no Ensino Fundamental e utilizar para analisar os dados coletados na pesquisa de campo, o modelo de Van Hiele.

5.3 COLETA DE DADOS

A coleta de dados foi realizada utilizando diferentes instrumentos:

- sequência de atividades, que foi o meio de coletar dados durante todos os encontros com os grupos.
- diário de campo, que foi um método importante de coletar dados, utilizado para relatar as falas dos estudantes durante a realização da pesquisa e detalhes do momento de sala de aula, dessa forma coletando fatos que se mostraram interessantes e relevantes para a pesquisa.
- formulário, entregue para os estudantes, de modo a obter informações que não foram possíveis através da sequência de atividades.

Segue o formulário entregue para os grupos.

Nome: _____

Turma: _____

Idade: _____

Endereço: _____

Responda as questões a seguir da melhor maneira possível, com suas palavras.

Se quiser, use desenhos nas suas respostas.

1) Durante a pesquisa você utilizou algumas ferramentas para fazer as atividades propostas. Cite as que você utilizou pela primeira vez.

2) Nas aulas da professora Barbara alguns conceitos de Matemática foram abordados. Escreva abaixo o que você aprendeu de Matemática durante as aulas.

3) Qual a sua opinião sobre o conteúdo das aulas da professora Barbara?

4) Abaixo você tem um espaço para escrever ou desenhar imagens que lembrem as Simetrias estudadas nas aulas da Professora Barbara.

Obs. Caso desejar, você poderá trazer uma imagem ou um objeto que apresente uma ou mais Simetrias para adicionar ao trabalho realizado durante as aulas.

5.4 SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES

As atividades foram elaboradas para que inicialmente fossem realizadas sem o computador, para resgatar o uso do transferidor e do compasso que era um dos desejos, também para que os alunos aplicassem manualmente o que estavam aprendendo e posteriormente, com os conhecimentos adquiridos, usassem o programa relacionando com o que já haviam realizado nas aulas, contribuindo para uma exploração das ferramentas disponíveis de forma mais construtiva para o aprendizado dos estudantes e como pesquisadora pudesse observar o momento de transição de um ambiente para outro.

A sequência de atividades foi planejada em conjunto com o orientador, de modo que pudéssemos observar como cada aluno resolvia as atividades de Simetria e como cada um compreendeu a proposta, inicialmente idealizei duas turmas que fariam todas as atividades propostas no tempo esperado, logo a idealização se desfez e as atividades para cada turma foram pensadas de modo que cada grupo tivesse um tempo diferente para realizá-la e a quantidade de material para cada grupo em cada encontro foi distinto. As atividades foram entregues após expor aos alunos em cada aula, conceitos de Simetria, transformações geométricas e de outros conceitos que seriam utilizados em cada encontro.

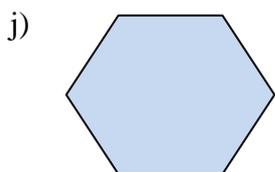
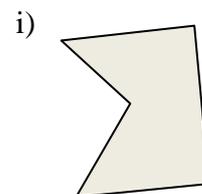
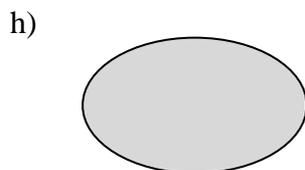
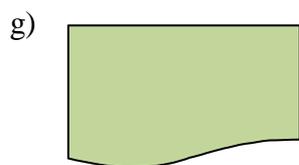
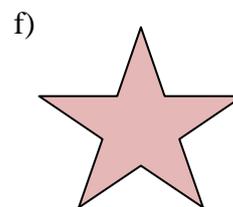
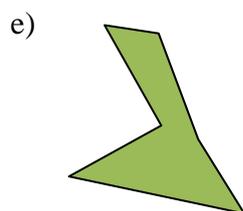
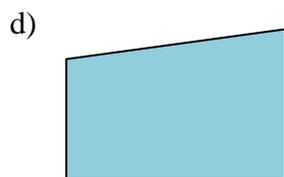
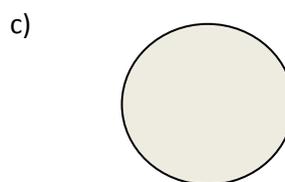
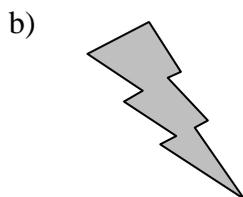
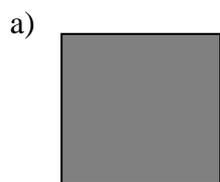
Os grupos realizaram as mesmas atividades, mas em encontros distintos, exceto a sequência proposta para o último dia no grupo A, que não foi possível realizar no grupo B devido ao tempo que disponibilizávamos. Deste modo será utilizada uma tabela para não repetir as atividades que vão aparecer no corpo do trabalho, a tabela associará o encontro com cada grupo e as atividades propostas.

5.4.1 Atividades propostas para os grupos

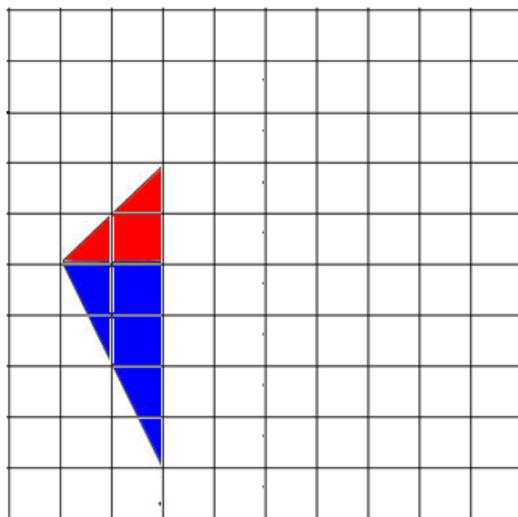
As atividades foram entregues em fichas, de modo a tornar mais dinâmico a aula e administrar o material que seria distribuído, na hipótese que não desse tempo de entregar todas as atividades e assim ficariam como exercício para o próximo encontro. Foram planejadas atividades que ficaram com a sequência em fichas separadas, de modo que quando aparece o mesmo número para questões distintas é para indicar que são fichas separadas, mas a atividade é a mesma. No corpo do trabalho as atividades receberam dimensões menores do que as entregues para os alunos.

Segue a sequência de atividades para o primeiro dia

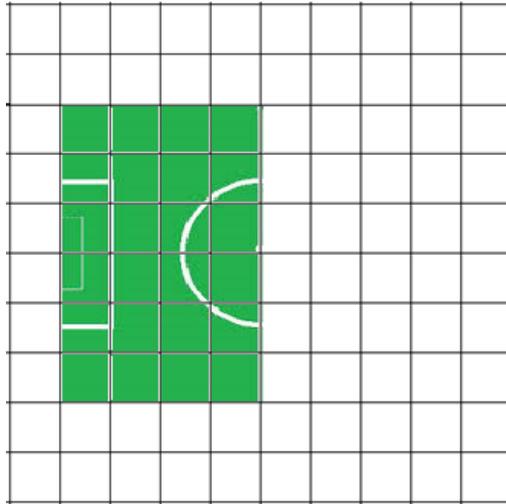
1.1) Nas figuras abaixo desenhe os eixos de simetria que encontrar.



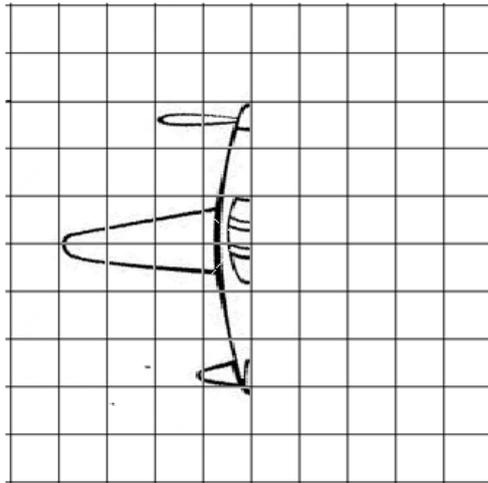
1.2.a) Complete a imagem.



1.2.b) Complete a imagem.

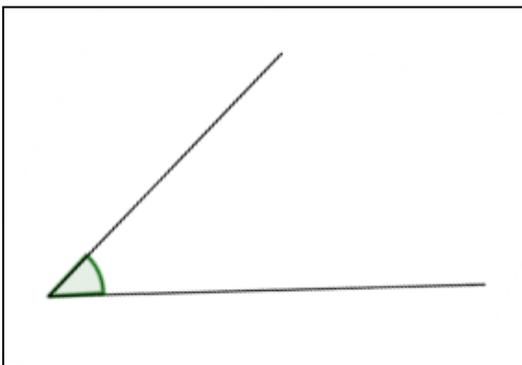


1.2.c) Complete as imagens.

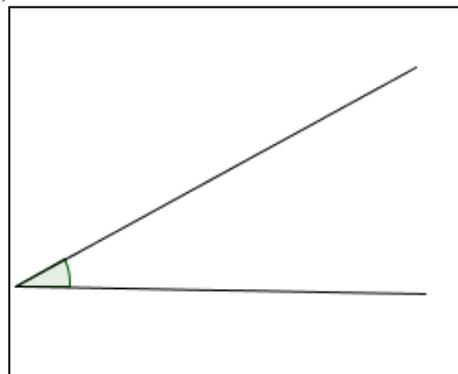


1.3.a) Indique a medida dos ângulos abaixo:

a)

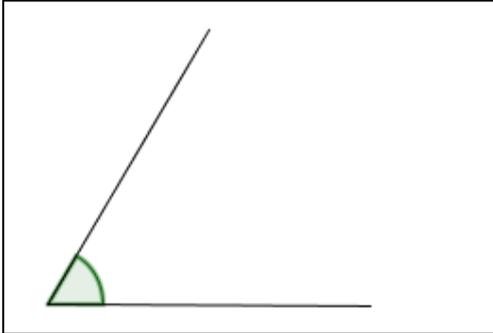


b)

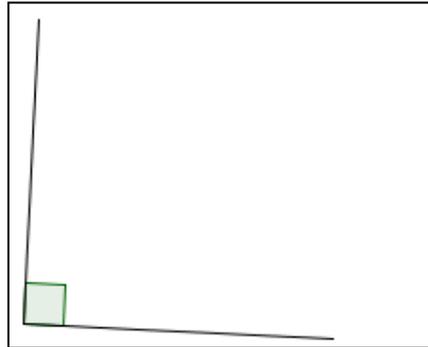


1.3.b) Indique a medida dos ângulos abaixo:

c)

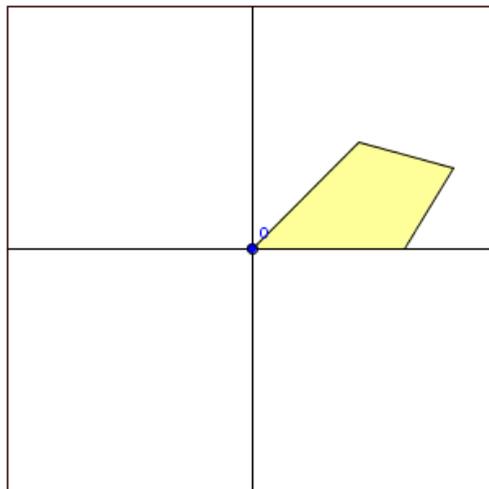


d)

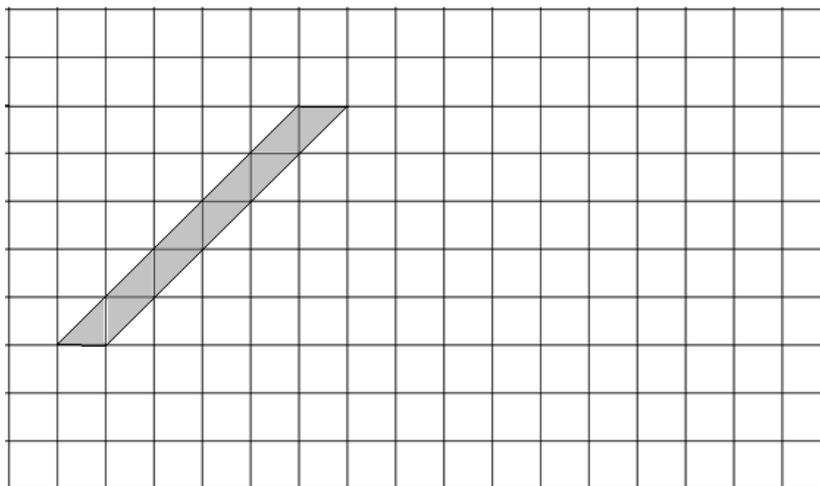


1.4) Desenhe um triângulo com um dos ângulos medindo 30° .

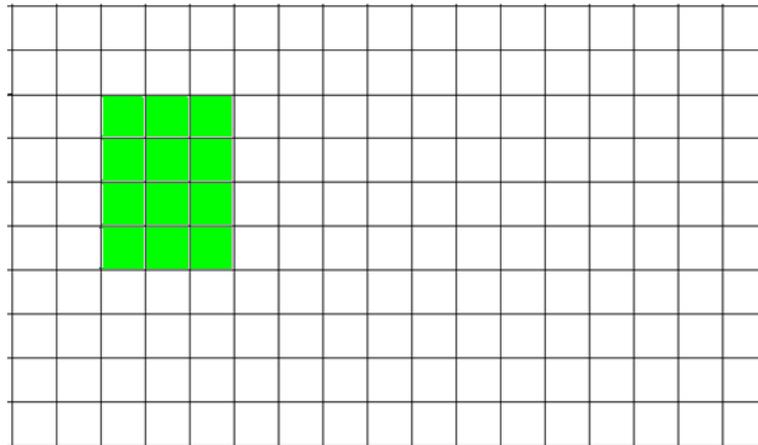
1.5) Faça uma rotação de 90° em torno do ponto O no sentido anti-horário



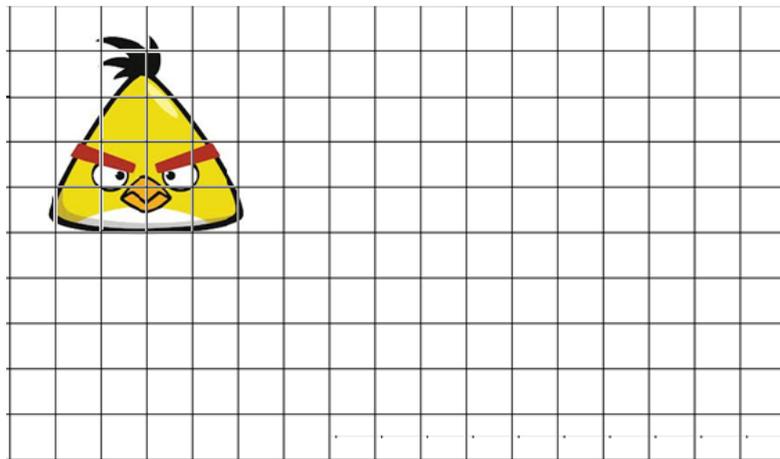
1.6) Faça um deslocamento da figura abaixo oito unidades para direita na malha quadriculada.



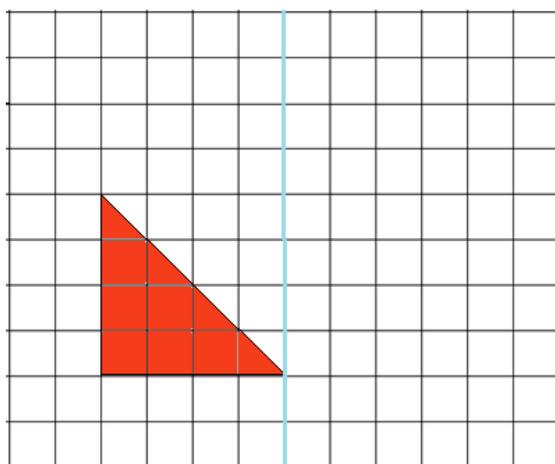
1.7) Faça um deslocamento da figura abaixo quatro unidades para direita na malha quadriculada.



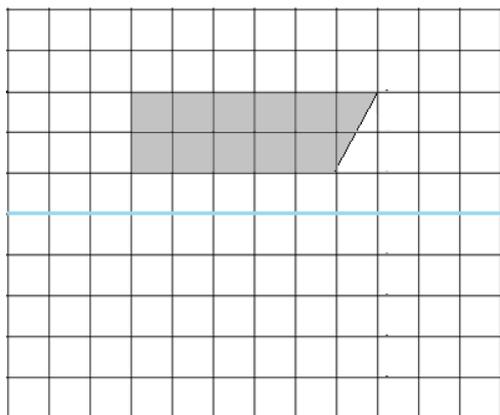
1.8) Faça um deslocamento da figura abaixo oito unidades para direita na malha quadriculada.



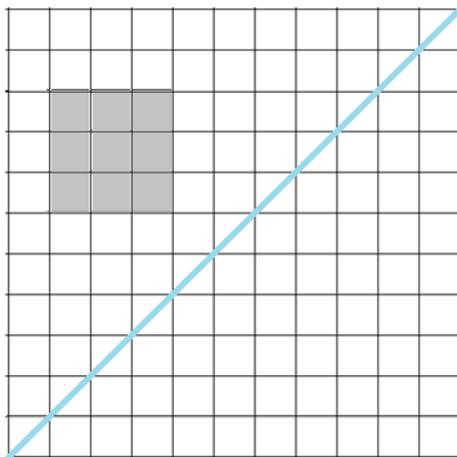
1.9.a) Utilize a reta azul na folha quadriculada como um espelho e desenhe o reflexo da figura



1.9.b) Utilize a reta azul na folha quadriculada como um espelho e desenhe o reflexo da figura

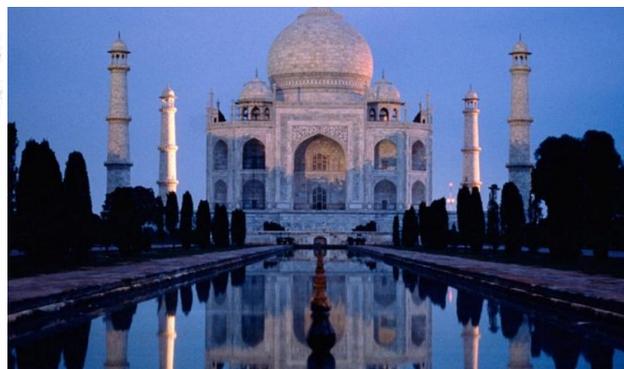
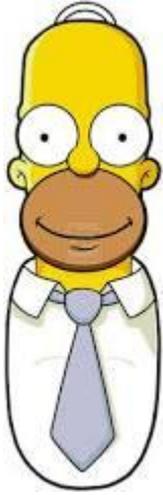


1.9.c) Utilize a reta azul na folha quadriculada como um espelho e desenhe o reflexo da figura.

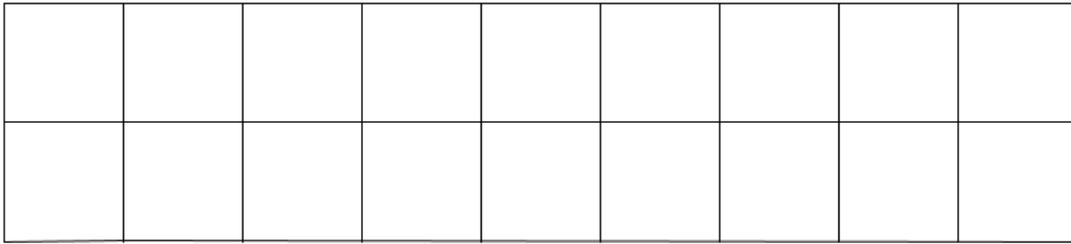


Sequência de atividades para o 2º dia.

2.1) As simetrias não estão presentes apenas em figuras geométricas, e algumas das imagens abaixo são exemplos disso, desenhe os eixos de simetria que encontrar.



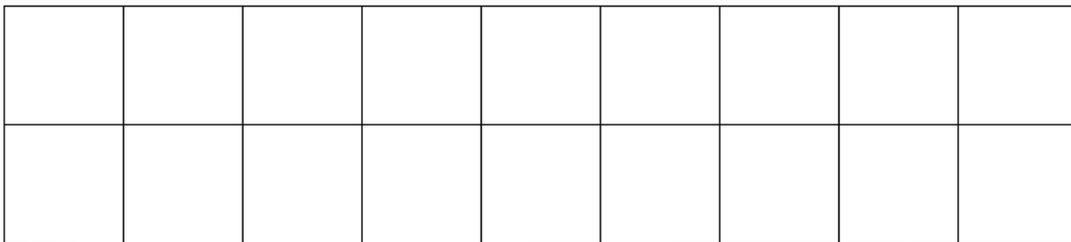
2.2) Utilizando a peça entregue como um carimbo e aplicando reflexões, complete a faixa abaixo.



Carimbos que foram entregues



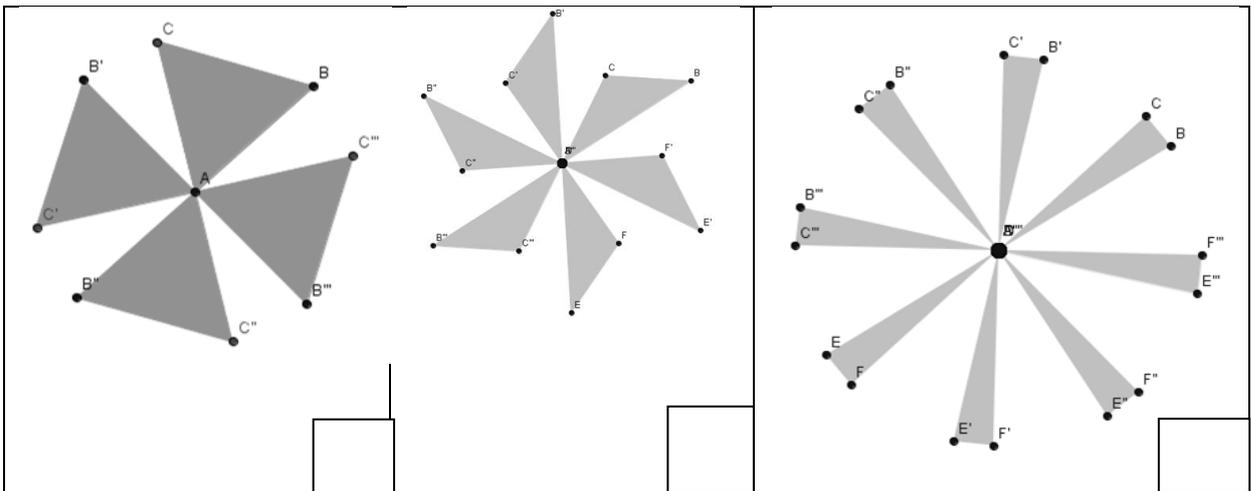
2.3) Com a peça entregue faça recortes de maneira livre e a utilize como um carimbo para completar a faixa abaixo fazendo reflexões consecutivas.



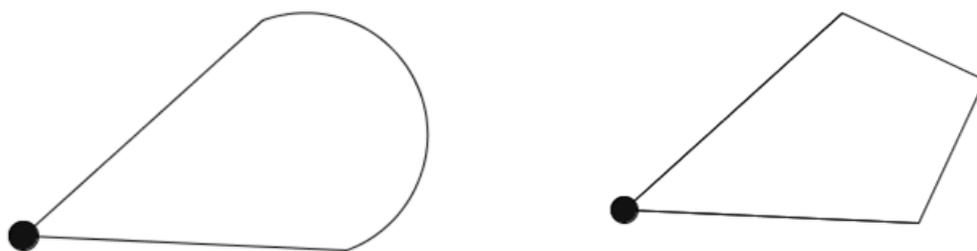
Peça utilizada



2.4) Nas figuras abaixo, utilizando o transferidor, indique qual foi o ângulo utilizado para aplicar as rotações para compor cada figura abaixo.

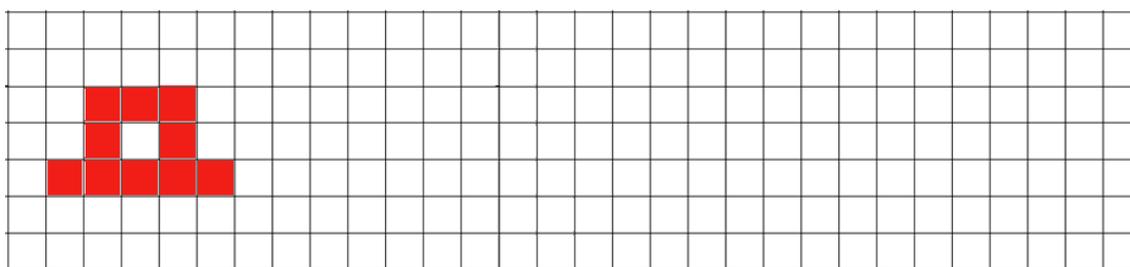


2.5) Utilize a peça entregue para fazer rotações consecutivas de 45° até compor uma figura completa.

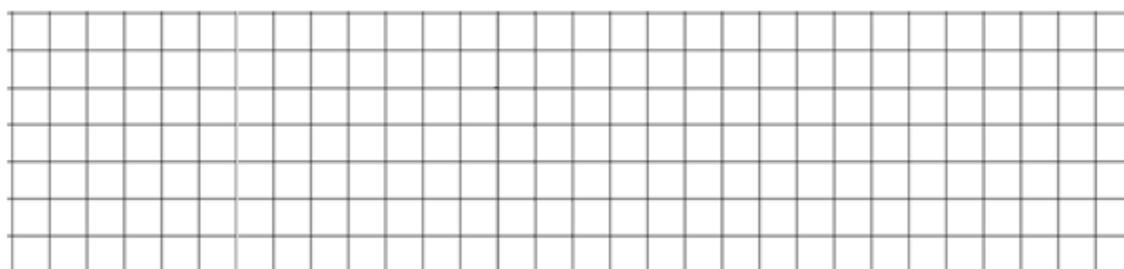


Obs.: Cada aluno vai escolher uma das figuras acima e vai utilizar um alfinete grande, colorido e redondo escolhido para ser o centro de rotação.

2.6) Faça uma translação da figura padrão de 6, 12 e 18 unidades.



2.7) Faça uma figura completando os quadriculados, de maneira semelhante a figura da atividade anterior, e faça 3 translações da figura padrão de modo que a distancia entre cada uma seja um quadriculado e escreva as unidades usadas para cada translação.



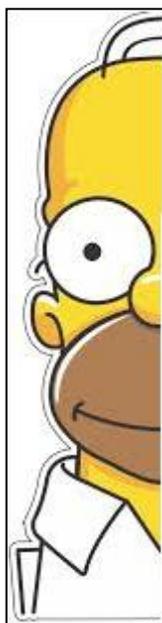
No terceiro encontro as atividades foram realizadas no computador e distribuídas fichas de modo que os alunos respondessem as questões após realizar as atividades nos computadores. Inicialmente os alunos deveriam mexer no software Geogebra, de modo a conhecê-lo e após esse momento os alunos foram orientados nas atividades.

Seguem as atividades para o 3º encontro

3.1) Atividade- Exploração livre do programa.

3.2) Atividade - Os alunos deveriam inserir o personagem Homer Simpsons, que estava cortado pela metade em seu eixo de simetria, no programa Geogebra e a orientação era completar a figura do Homer. Usando assim o movimento de reflexão.

Figura 11-Figura utilizada na segunda atividade do 3º encontro.



Fonte: Adaptado de <http://www.lojanerd.com.br/adesivos/adesivo-homer-simpson.html>

Ficha entregue após a construção

Atividade de reflexão no Geogebra:

1) Mova a figura original, afastando-a e aproximando-a da reta de reflexão, observe e responda:

a) O que acontece com o lado do personagem Homer Simpsons criado através da reflexão ao movimentar a figura original no programa? Explique esse fato.

3.3) Atividade - Os alunos podiam escolher entre várias pedaços de lajotas para inserir no programa, a peça de lajota foi recortada em um quarto e os alunos tinham que completar a lajota, usando assim o movimento de rotação.

Figura 12-Peças que poderiam ser escolhidas pelos alunos para realizar a 3ª atividade.



Fonte: Adaptado de <http://cupom.com/revista/a-moda-dos-azulejos-portugueses-na-decoracao-charme-e-tradicao/>

Ficha entregue após a construção

Atividade de Rotação no Geogebra:

1) Movimente o centro de rotação da composição construída e o azulejo original e responda:

- a) O que acontece com as figuras ao movimentar o centro de rotação?
- b) O ângulo de rotação entre as peças de azulejo se modifica?

3.4) Atividade- Os alunos deveriam escolher três personagens *minions* e inserir no programa, de modo que cada um deveria criar um exército, como no filme " Meu malvado favorito" que são muitos *minions*, muitos que são iguais, usando assim o movimento de translação.

Figura 13-*Minions* que poderiam ser inseridos



Fonte: Adaptado de <http://minions.wikia.com/wiki/Special:NewFiles>

Ficha entregue após a construção

Atividade de Translação no Geogebra:

- 1) Movimente os vetores de translação que você utilizou para formar seu exército e responda:
 - a) O vetor Translação determina o que entre a figura original e a criada através do movimento de translação?

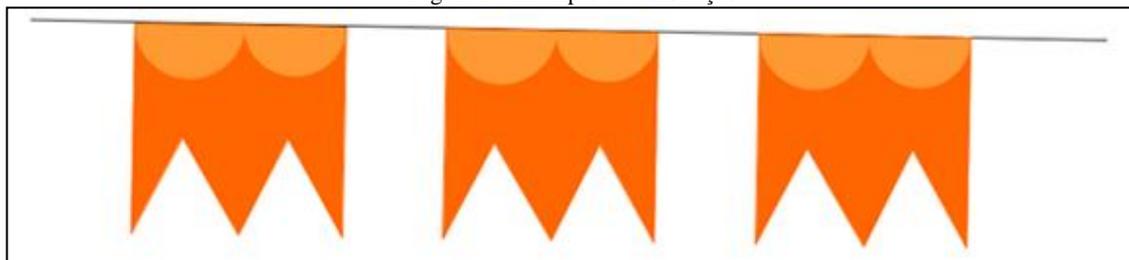
Seguem as atividades para o 4º encontro

Os alunos, diferente da aula anterior, deveriam criar no programa as figuras a serem aplicados os movimentos.

4.1) Atividade - Construindo bandeirinhas

Utilizando transformações geométricas os alunos farão cópias da primeira bandeirinha construída. A ideia é que os alunos façam uma bandeirinha e apliquem um dos movimentos estudados para criar duas outras bandeiras simétricas no formato e estilo que quiserem.

Figura 14-Exemplo de construção

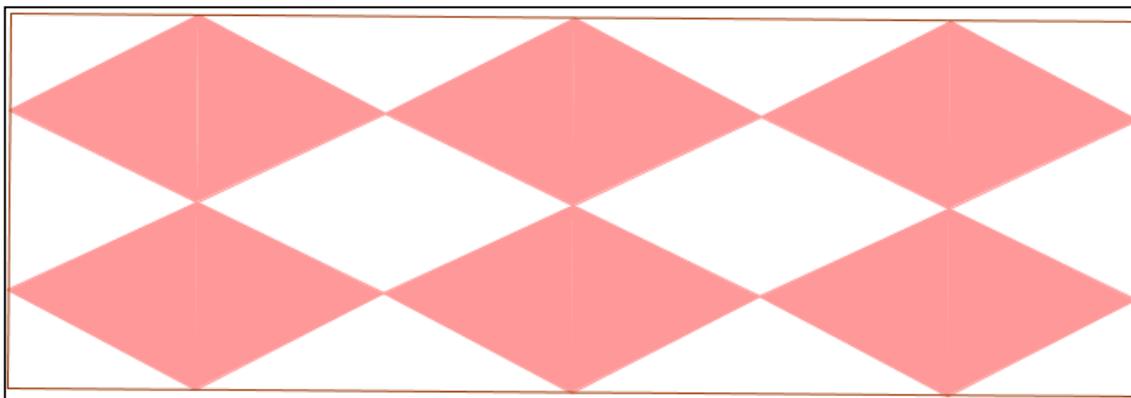


Fonte: Arquivo pessoal

4.2) Atividade- Completando a faixa

Semelhante a atividade realizada no segundo encontro os alunos deverão construir uma faixa aplicando transformações consecutivas da figura original.

Figura 15-Exemplo de faixa usando as transformações geométricas

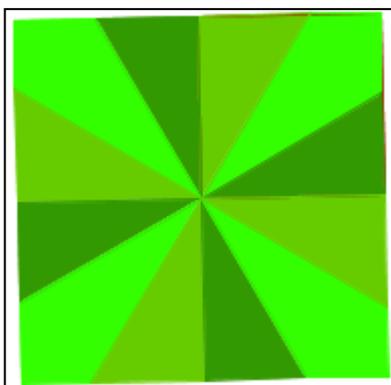


Fonte: Arquivo pessoal

4.3) Atividade- Completando o azulejo

Semelhante ao encontro três, os alunos construirão um azulejo, mas agora a peça inicial será toda construída por eles e depois aplicado a transformação para compor a imagem desejada.

Figura 16-Exemplo de azulejo construído no programa.



Fonte: Arquivo pessoal

4.4) Atividade- A proposta era que os estudantes realizassem uma construção livre no software, utilizando as transformações estudadas.

A tabela abaixo será utilizada para associar as atividades comuns dos dois grupos, sem haver repetições no corpo do trabalho, pois os alunos do grupo B realizam as mesmas atividades que o grupo A, exceto as do quarto encontro que não foi possível devido ao tempo disponível de quatro encontros.

	Grupo A	Grupo B
Primeiro encontro	Fizeram as atividades do número 1.1 ao 1.9.	Fizeram as atividades do número do 1.1 ao 1.5
Segundo encontro	Fizeram as atividades do número 2.1 ao 2.7	Fizeram as atividades do número 1.6 ao 1.9 do encontro anterior e do número 2.1 ao 2.3 da sequência planejada para esse encontro.
Terceiro encontro	Fizeram as atividades do número 3.1 ao 3.4	Fizeram as atividades do número 2.4 ao 2.7 da sequência do encontro anterior.
Quarto encontro	Fizeram as atividades do número 4.1 ao 4.4	Fizeram as atividades do número 3.1 ao 3.3 da sequência do encontro anterior.

Tabela 2-Relação das atividades realizadas por cada grupo em cada encontro

Na tabela as atividade de cada dia estão diferenciadas pelo número antes do exercício, 1,2,3 e 4 respectivamente para cada um dos encontros. Na análise dos dados, assim como na sequência de atividades essa numeração é mantida como a da tabela.

6 RELATO DA EXPERIÊNCIA E ANÁLISE DOS DADOS

Neste capítulo serão apresentados os relatos dos encontros da experiência e a análise dos dados coletados através da sequência de atividades e do diário de campo. Para não citar nomes de alunos no trabalho, eles aparecerão com a primeira letra de seus nomes. Para uma melhor organização foram divididos primeiramente nos grupos e novamente divididos nos quatro encontros seguintes, de modo que para cada encontro será feito o relato e a análise dos dados coletados naquele grupo e no respectivo encontro.

Durante os encontros, de forma natural, tivemos algumas das fases de aprendizagem do modelo de Van Hiele: fase 1 - o discernimento, no qual foi apresentado aos alunos situações de aprendizagem com o vocabulário e as observações necessárias para que eles produzissem nos encontros; fase 2- a orientação dirigida, no momento em que foi proposto uma sequência graduada para os alunos resolvessem e explorassem as atividades; fase 3- a explicação, foi utilizada através das fichas e do formulário, no qual os alunos deveriam expressar suas conclusões e comentários gerais.

6.1 GRUPO A

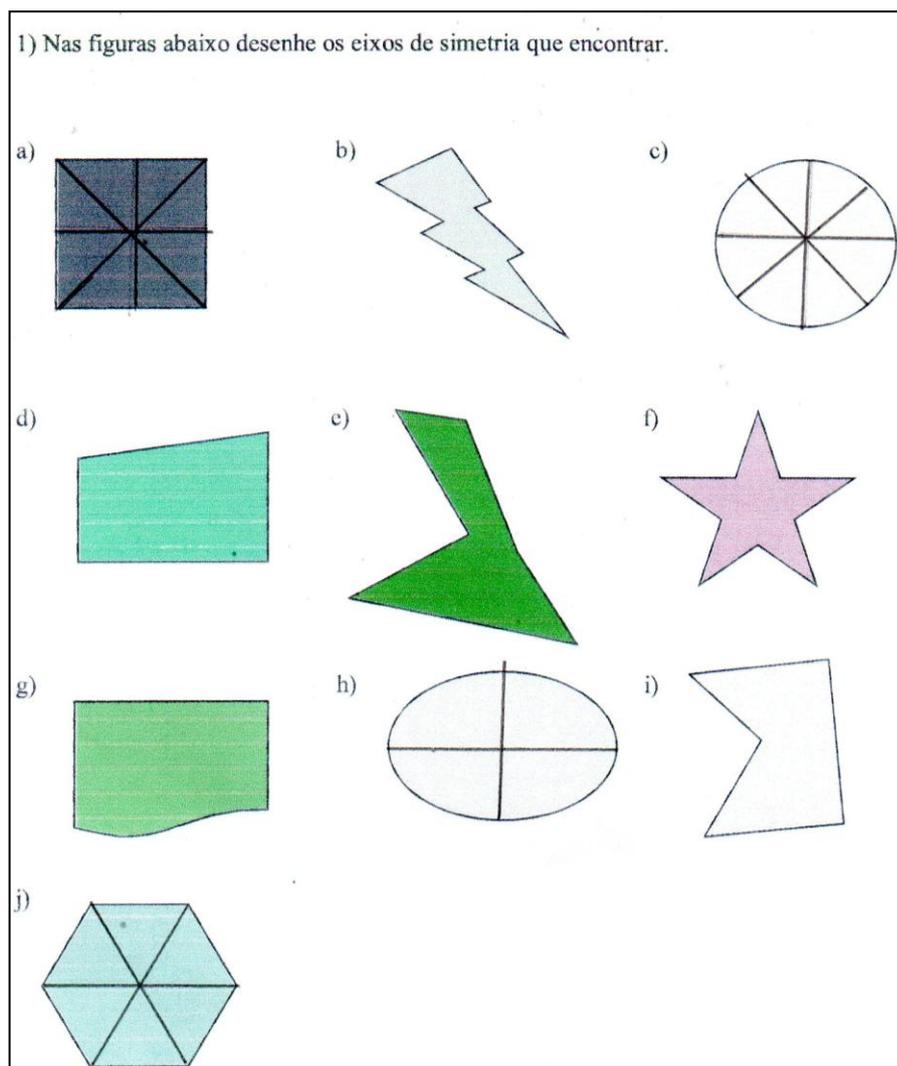
O grupo A, formado pelos alunos do 7º ano, tiveram quatro encontros de modo que cada encontro será relatado individualmente a seguir, duas das aulas foram na sala dos alunos e as outras duas foram na sala de informática. Os dados a serem apresentados foram escolhidos de acordo com a frequência nas aulas, visto que tivemos alunos que faltaram a dois dos quatro encontros e desse modo faltaram dados para analisar sua aprendizagem. Seis alunos desse grupo tiveram seus dados utilizados na pesquisa

6.1.1 Encontro 1

No início da aula conversei com os alunos sobre a prática que seria realizada na turma, o seu propósito e o papel deles nesse processo. A turma foi receptiva com a proposta e se mostraram envolvidos. Após a apresentação geral, iniciei a parte relacionada a Simetria, evitei utilizar inicialmente o quadro e o pincel para fazer os desenhos para introduzir o assunto, pois os estudantes de modo geral, tem dificuldade em abstrair o que é mostrado a eles, de modo que um desenho poderia gerar confusão nessa fase inicial. Utilizei assim, de dois triângulos congruentes construídos em madeira em tamanho maior e um transferidor, também em madeira construído em tamanho maior, que serviu para mostrar o eixo de simetria, visto que uma peça de madeira dividia o transferidor ao meio e se assemelhava a uma reta, para explicar a simetria presentes neles, de maneira intuitiva. O transferidor também foi utilizado para explicar no quadro para o grupo, o que era e como utilizá-lo.

As atividades planejadas para esse encontro foram distribuídas gradualmente, em fichas, de modo a respeitar o tempo que cada aluno precisava para realizar as atividades e os alunos recebiam uma breve orientação sobre elas.

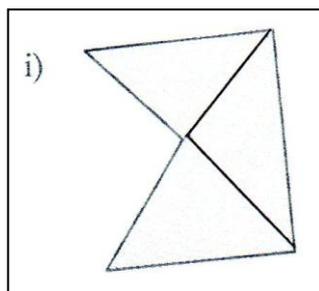
Figura 17-Resolução da questão 1.1 do aluno E



Fonte: Arquivo pessoal

A primeira atividade desse encontro foi pensada para que os alunos destacassem os eixos de simetria das figuras geométricas. No conjunto de imagens, haviam figuras com um eixo de simetria, vários eixos e nenhum eixo. Cada aluno marcou os que conseguiu identificar. De um modo geral os alunos marcaram os eixos de simetria nas imagens a, c, h e j, mas a imagem da estrela não foi reconhecida como uma simetria por três dos sete alunos presentes nesse encontro, como o aluno E que tem a sua solução na figura 17. A imagem i da atividade, foi marcada por três dos alunos, um deles, o aluno P, que dividiu a figura em três triângulos que para ele eram simétricos, mas não marcou um eixo de simetria, que foi o proposto na atividade, sua resolução da imagem i pode ser observada na figura 18.

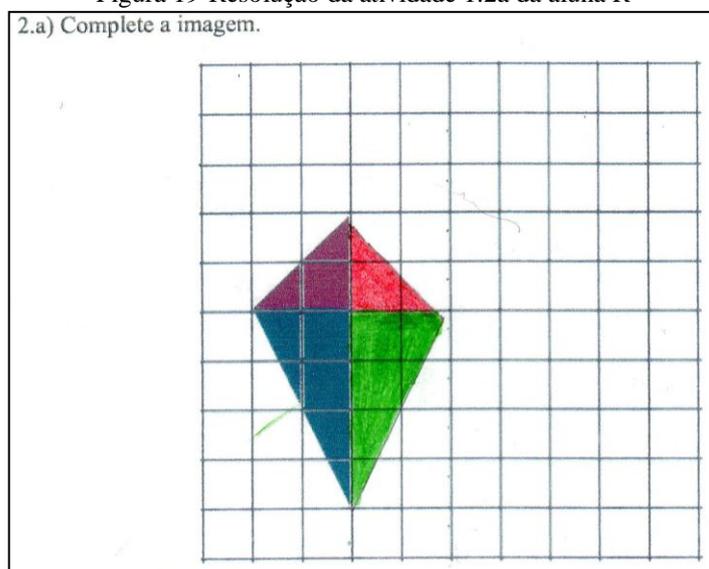
Figura 18-Resolução da figura i da atividade 1.1 do aluno P



Fonte: Arquivo pessoal

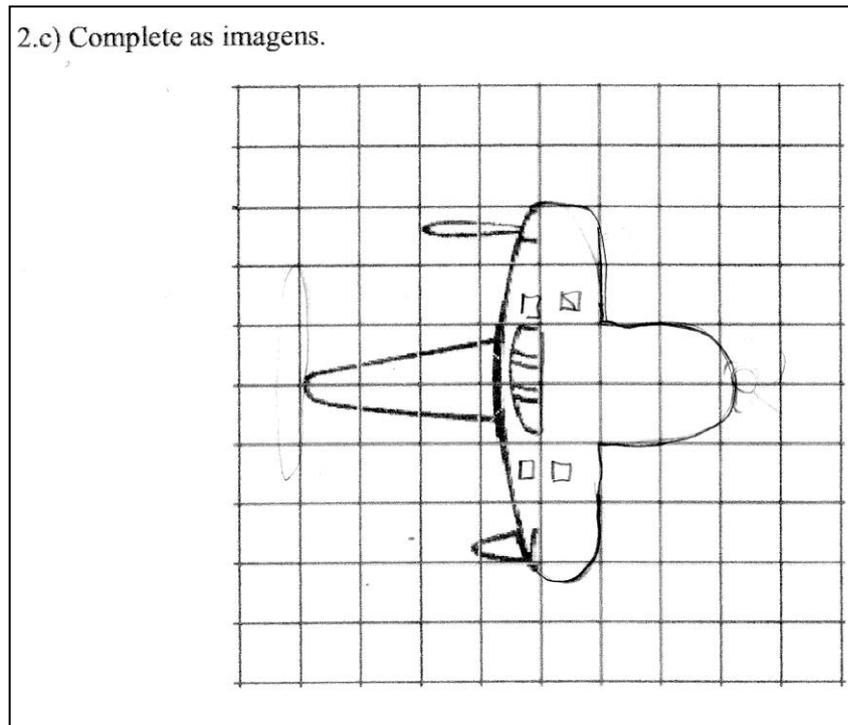
Conseguimos perceber que os alunos estão, aparentemente, em um momento de transição entre os níveis 0 e 1 do modelo de Van Hiele por conseguirem analisar as partes e propriedades particulares das figuras, mesmo cometendo enganos sobre algumas delas.

Figura 19-Resolução da atividade 1.2a da aluna R



Fonte: Arquivo pessoal

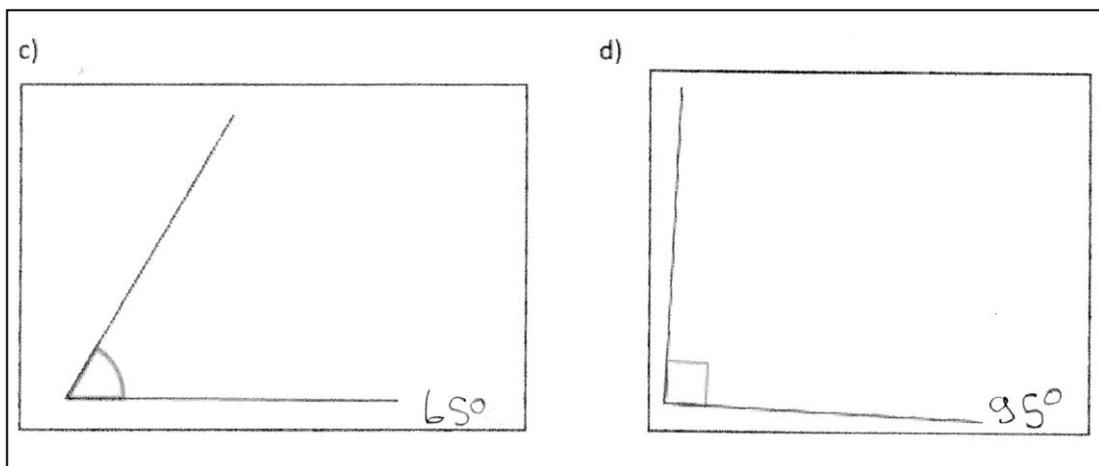
Figura 20-Resolução da atividade 1.2c da aluna R



Fonte: Arquivo pessoal

A aluna R não manteve as propriedades das figuras ao completá-las, como é possível observar nas figuras 19 e 20, característica do nível 0 do modelo de Van Hiele. Os itens da atividade 2, foram realizadas corretamente pelos demais alunos.

Figura 21-Resolução da atividade 1.3 da aluna R



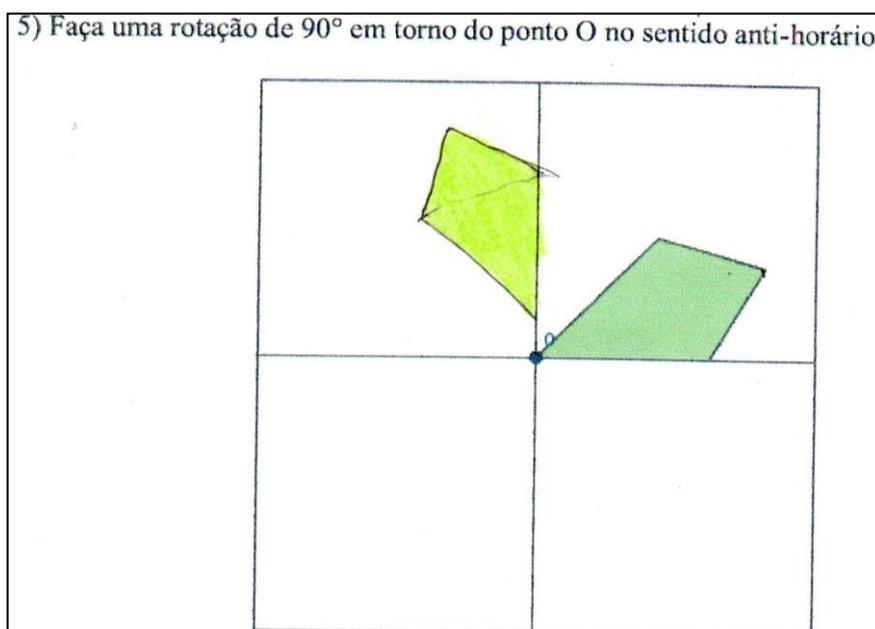
Fonte: Arquivo pessoal

A atividade 1.3 de medir os ângulos, foi planejada para que os alunos ao realizarem, conseguissem, posteriormente realizar as rotações e para que através desse momento os alunos mostrassem se já conheciam ângulo e transferidor. A resolução da aluna R (figura 21), demonstra a falta de costume em utilizar essas ferramentas na escola, visto que cometeu erros ao efetuar a medida do ângulo, avaliei que a aluna R cometeu esse erro por não posicionou a régua adequadamente. A dificuldade em utilizar o transferidor não foi uma característica comum do grupo, eles entenderam rápido como usá-lo.

A atividade 1.4 foi elaborada pensando em uma aplicação da medida do ângulo realizada na atividade anterior. De modo geral os alunos não tiveram dificuldade em criar o triângulo com o ângulo solicitado e seus triângulos foram construídos utilizando de régua, mantendo assim a estrutura do triângulo.

Na atividade 1.5 os alunos deveriam usa o transferidor para medir o ângulo de rotação e o compasso para transferir as medidas ao aplicar a rotação, os alunos perguntaram muito, se mostrando inseguros ao realizar a atividade e apagaram muito, quando observavam que as figuras não eram simétricas, analisando desse modo a rotação da figura e suas propriedades, o que consideramos uma importante característica do nível 1 do modelo de Van Hiele, no qual esses alunos mostraram estar. A aluna R continua mostrando aspectos do nível 0 do modelo, por aplicar a rotação na figura e não respeitar o centro de rotação componente importante dessa transformação, desconsiderando as propriedades, como pode visto na figura 22.

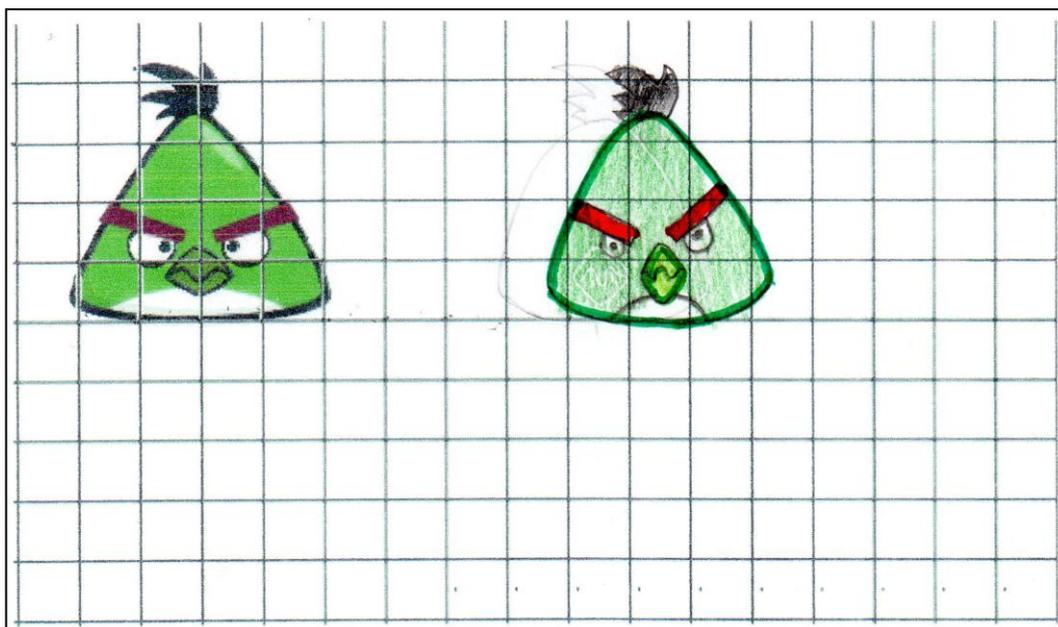
Figura 22-Resolução da atividade 1.5 da aluna R



Fonte: Arquivo pessoal

Nas atividades 1.6, 1.7 e 1.8 os alunos tiveram dificuldade em compreender que o deslocamento da figura era de todos os pontos da mesma, confundindo com a distância que a figura transladada ficaria. Esse aspecto foi discutido com os alunos, durante a realização da atividade. A última figura a ser transladada fugia do que tinha sido trabalhado até o momento, mesmo tendo a forma que lembrava um triângulo, o personagem do Angry Birds foi difícil de ser transladado corretamente, visto que os alunos se dedicaram mais a caprichar no desenho. A figura 23 é a resolução do item 1.8 do aluno P, no qual o deslocamento até está próximo do proposto, mas o desenho apresenta uma deformação se comparado com o original.

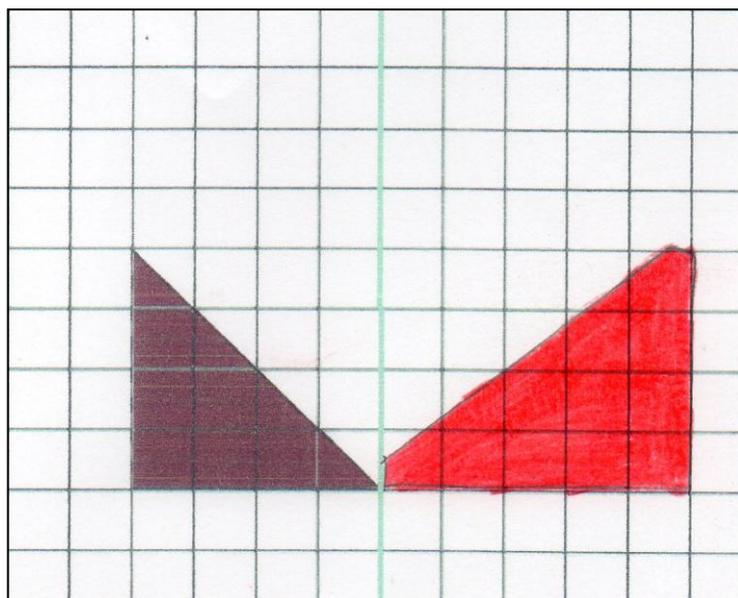
Figura 23-Resolução da atividade 1.8 do aluno P



Fonte: Arquivo pessoal

A atividade 1.9 foi planejada com os eixos de simetria em locais distintos, o item 1.9a com eixo na vertical, o item 1.9b com eixo na horizontal e o item 1.9c com o eixo na diagonal da folha quadriculada para observar como os alunos iriam resolver cada item. O item 1.7a foi realizado por seis alunos do grupo de maneira correta, exceto pela aluna R que, como pode ser observado na figura 24, houve uma ampliação do triângulo e o que podemos chamar de cortes, em dois de seus vértices, ou seja o triângulo sofreu deformações. Essa aluna, assim como nas atividades anteriores, analisa a figura de forma global e não suas propriedades e componentes.

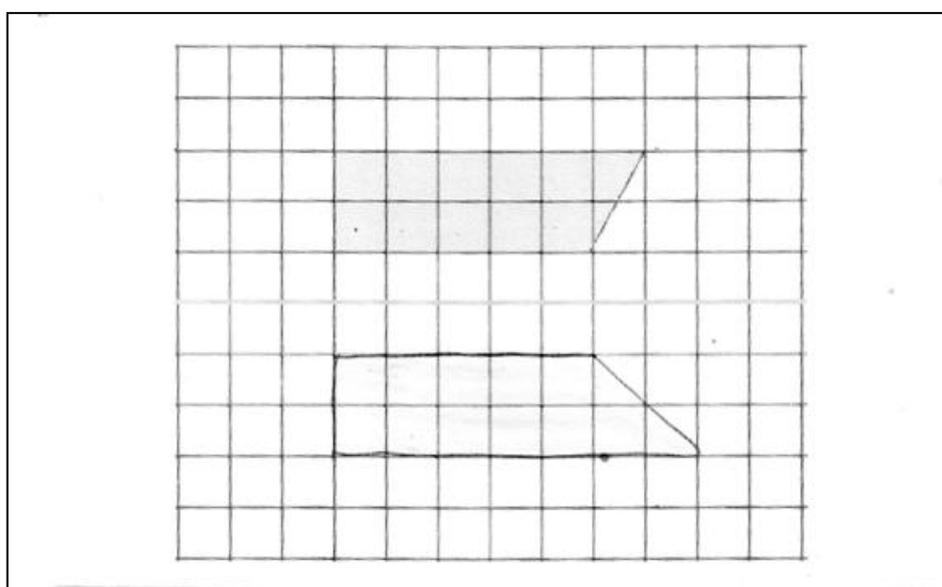
Figura 24-Resolução da atividade 1.9a da aluna R



Fonte: Arquivo pessoal

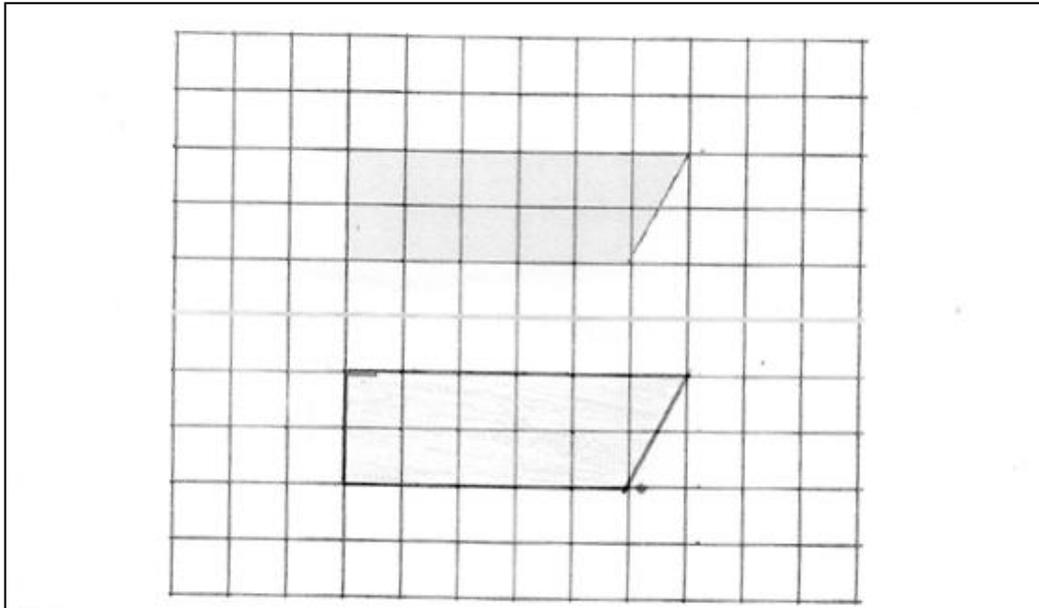
No item 1.9b ocorreram erros similares, visto que a figura propositalmente, não era um paralelogramo, o que gerou uma série de erros para todos os seis que chegaram a essa etapa, como deformação (figura 25), deslocamento e o efeito de uma translação ao invés de uma reflexão (figura 26). Esse fato comum do grupo demonstra novamente a oscilação entre o nível 0 e o nível 1 do modelo usado.

Figura 25-Resolução da atividade 1.9b da aluna E



Fonte: Acervo pessoal

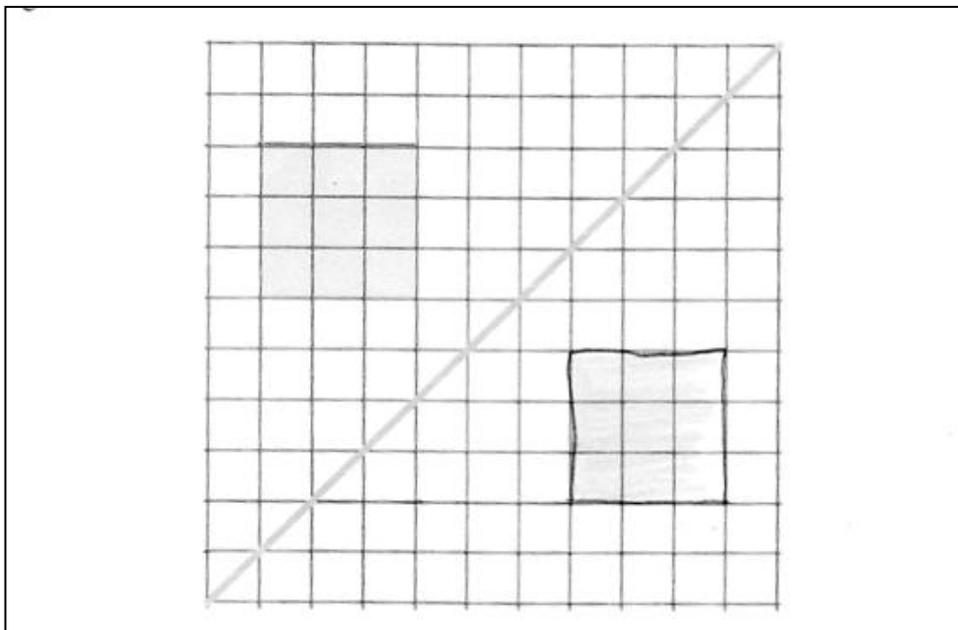
Figura 26- Resolução da atividade 1.9 b do aluno E



Fonte: Arquivo pessoal

No item 1.9c dessa atividade o erro cometido foi o deslocamento da figura, não mantendo assim, a mesma distância da figura original e sua imagem em relação a reta de reflexão, como é possível observar na figura 27.

Figura 27-Resolução da atividade 1.9c da aluna T



Fonte: Arquivo pessoal

Neste encontro os alunos apresentaram momentos em que analisaram as figuras como um todo e não suas características e propriedades e também confusões nas transformações realizadas por eles, alguns apresentam aspectos mais de um nível do que de outro, como a aluna R que apresenta nesse encontro estar no nível 0.

6.1.2 Encontro 2

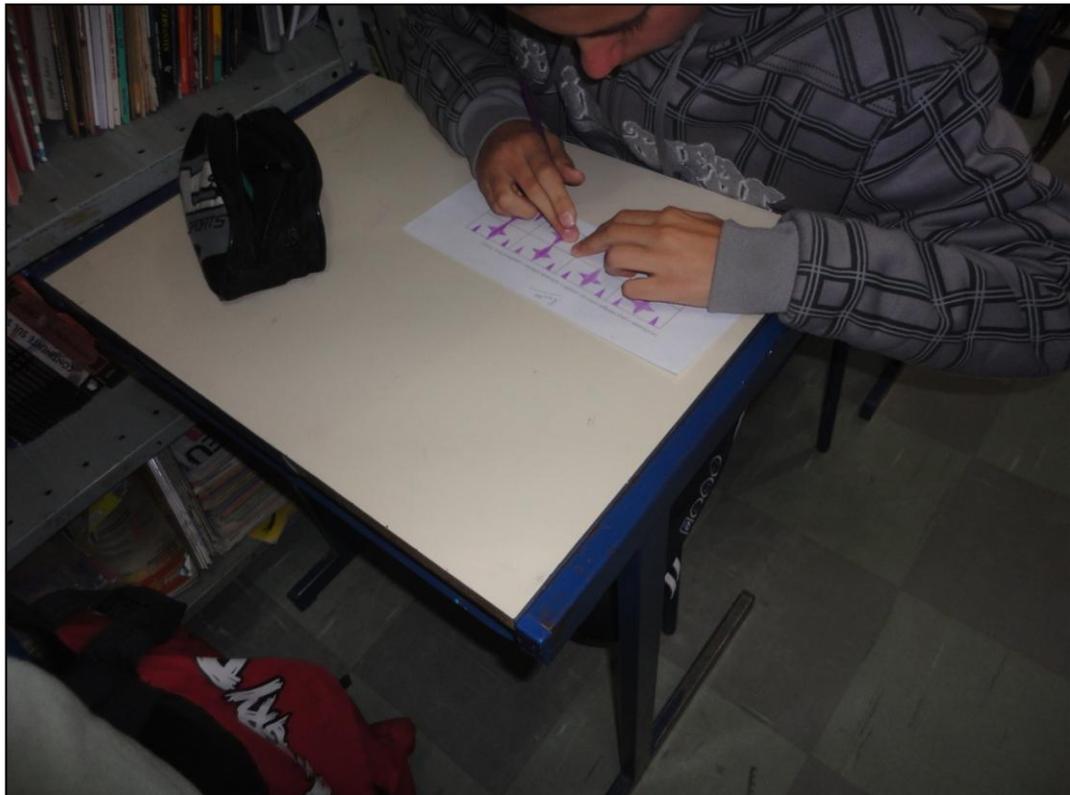
No segundo encontro, ao entrar na sala, uma das alunas me surpreendeu ao perguntar, não se era aula de Matemática, mas sim, se era aula de Geometria e assim ficou denominada minhas aulas até o último encontro. Acredito que o modo como a escola e como a experiência foi para eles, influenciou para que assim chamassem as minhas aulas. Iniciei o encontro relembando o tema das aulas, perguntando aos alunos, que responderam Simetrias.

No encontro anterior, ficamos mais restritos a figuras geométricas, estudando e criando simetrias através das transformações geométricas. Modificando o cenário, nesse encontro foram introduzidas imagens que são da realidade dos alunos, para que eles relacionassem o que eles veem fora da escola com as aulas.

Nesse encontro se formou o grupo de alunos que fizeram parte da pesquisa, a aluna C é inserida no projeto e se faz presentes nos demais encontros. Um dos alunos dessa turma esteve presente em dois encontros, de modo que não serão utilizados seus dados na pesquisa.

A primeira atividade consistia em desenhar os eixos de simetria nas imagens que foram selecionadas para a atividade. Todas as imagens que não apresentavam simetria de reflexão foram preservadas, a flor que apresenta simetria, não foi marcada em duas das resoluções, a da aluna R e o aluno Ca e o reflexo no lago não foi marcado pelo aluno P.

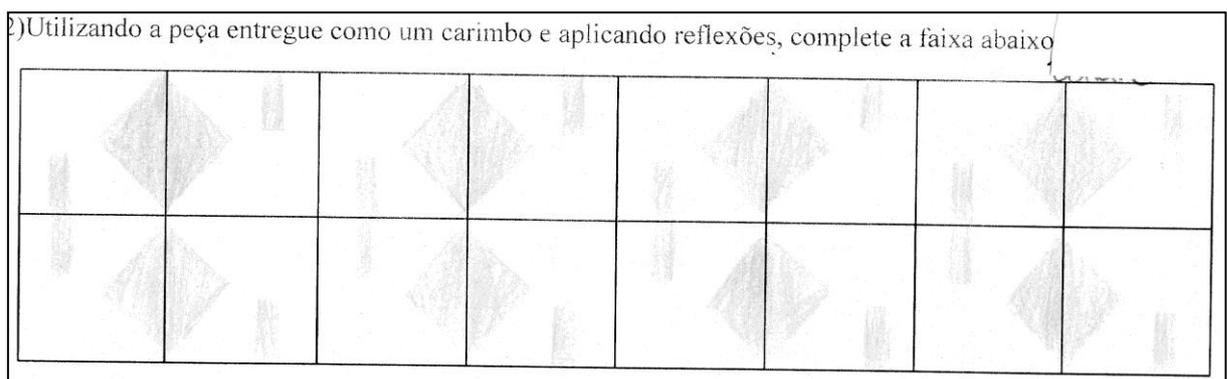
Figura 28-Aluno P realizando a atividade 2.2



Fonte: arquivo pessoal

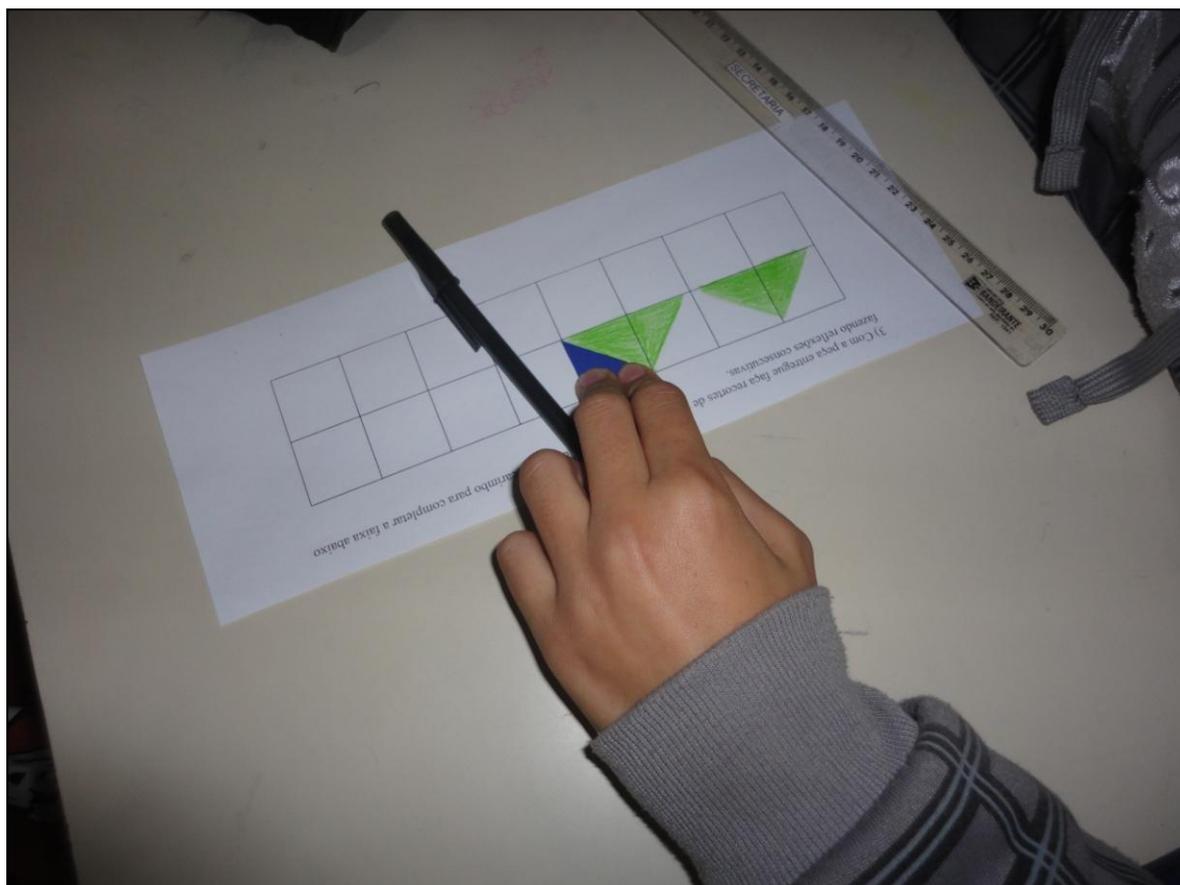
Na segunda atividade os alunos deveriam usar uma peça, a sua escolha, como carimbo para completar a faixa entregue, aplicando para isso reflexões consecutivas. Os alunos mostraram compreensão no que estavam fazendo, apenas o aluno Ca se confundiu várias vezes ao aplicar as reflexões. Na faixa da aluna C (figura 29) é possível observar padrões da transformação solicitada, mas as reflexões não foram realizadas apenas em um sentido, como a dos colegas, como é possível observar.

Figura 29- Resolução da atividade 2.2 da aluna C



Fonte: Arquivo pessoal

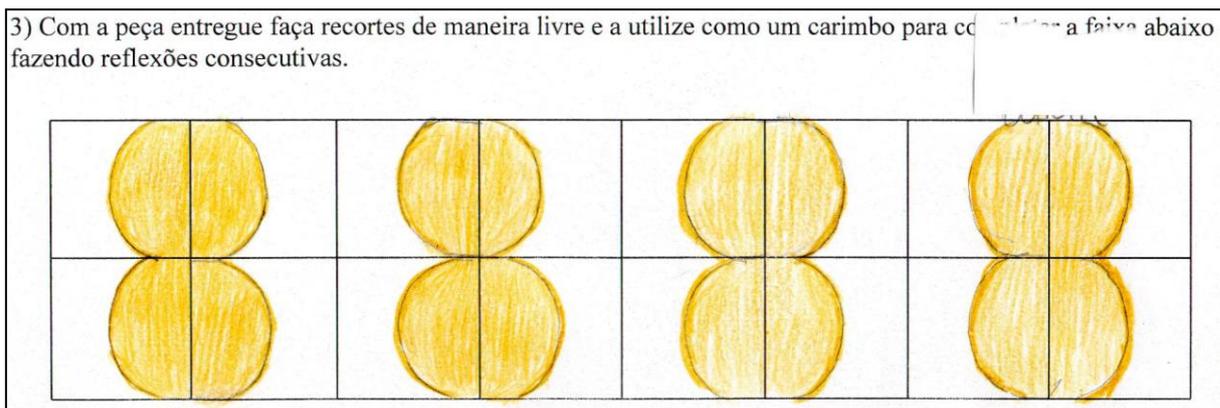
Figura 30-Aluno P durante a realização da atividade 2.3



Fonte: Arquivo pessoal

Na atividade 2.3 os alunos deveriam criar seus próprios carimbos para completar uma segunda faixa. Os alunos demonstraram compreensão da transformação estudada e do seu efeito durante essa atividade, ao recortar a peça pensando na figura que queriam que aparecessem, como na resolução do aluno P (figura 30), que queria compor uma figura usando os triângulos, e da aluna C (figura 31) que queria formar um círculo e recortou um meio círculo no seu carimbo para causar esse efeito. Todos resolveram essa etapa, mas os alunos P e C foram os que pensaram mais sobre o efeito que queriam e se diferenciaram na criação das faixas.

Figura 31-Resolução da atividade 2.3 da aluna C



Fonte: Arquivo pessoal

A atividade 2.4 foi planejada com o intuito de trabalhar o movimento de rotação, pegando composições criadas através de sucessivas rotações no programa que seria apresentado no próximo encontro, para que eles medissem o ângulo que foi utilizado em cada uma das rotações. A aluna R melhorou na maneira de medir o ângulo e acertou dois, dos três itens, os demais alunos já haviam compreendido no encontro anterior. Os alunos K, E e C se atrasaram na atividade anterior e não realizaram essa atividade.

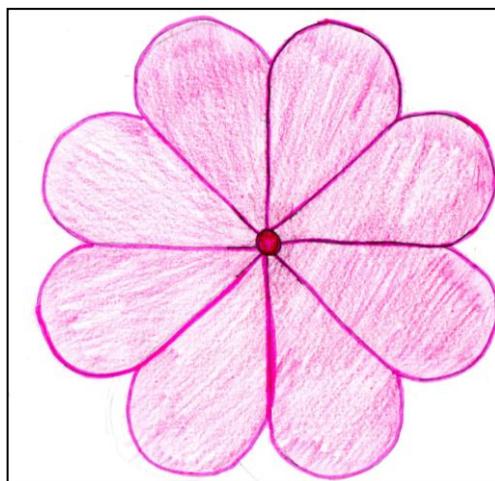
Figura 32-Imagem da aluna C durante a realização da atividade 2.5



Fonte: Arquivo pessoal

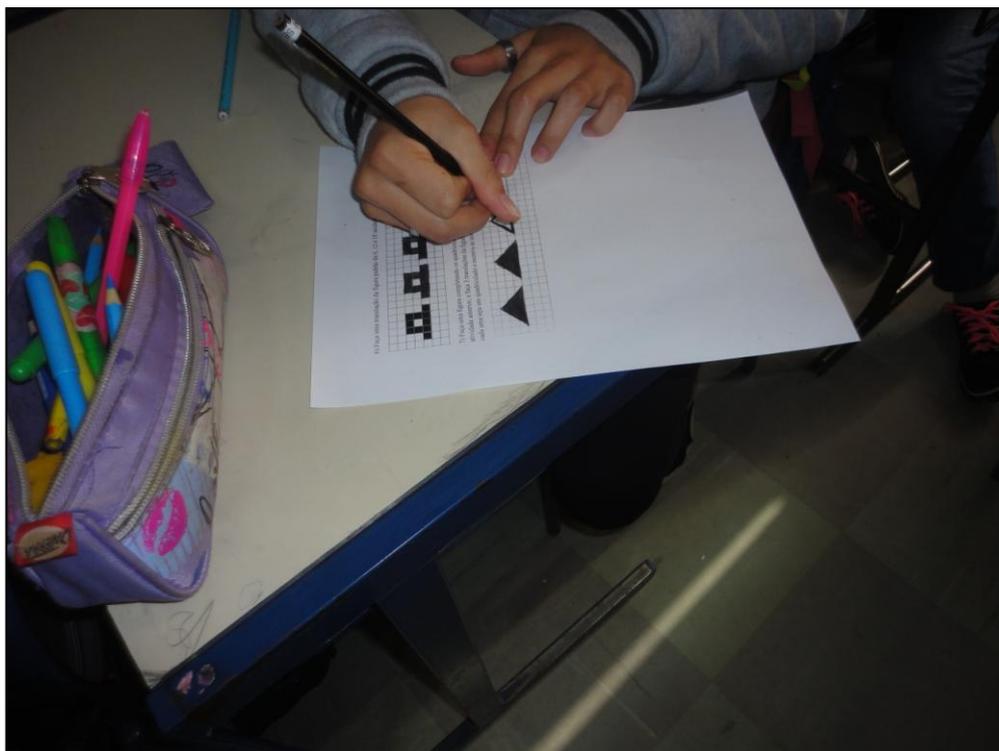
Na atividade 2.5 os alunos tinham que compor uma figura usando um carimbo, um transferidor, um alfinete grande, colorido e redondo escolhido para ser o centro de rotação e aplicar sucessivas rotações. A atividade foi realizada tranquilamente pelos alunos, os alunos K, E e C pelo atraso novamente, não realizaram a atividade.

Figura 33-Resolução da atividade 2.5 da aluna C



Fonte: Arquivo pessoal

Figura 34-Imagem da aluna T durante a realização da atividade 2.7



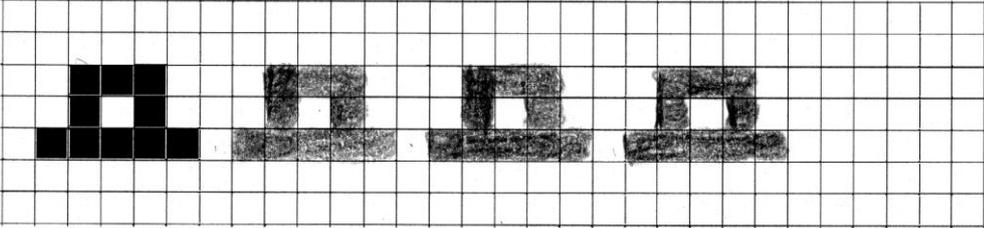
Fonte: Arquivo pessoal

Na atividade 2.6 os alunos tinham que aplicar translações distintas e consecutivas no quadriculado e posteriormente na atividade 2.7 criar a figura que seria trasladada. Os alunos K e E realizaram essas atividades ao terminar a atividade três como um meio de não prejudicarmos os alunos. O aluno C apresenta uma dificuldade, além da falta de atenção, o prejudicando nas atividades.

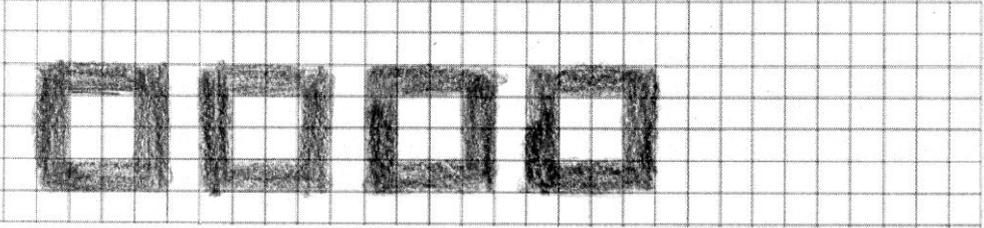
Essa atividade foi planejada para que os alunos trabalhassem mais com o movimento de translação, com a nomenclatura e com os padrões formados, visto que os alunos não precisavam contar todos os deslocamentos para escrever no segundo item as unidades de translações se compreendessem que se tratava de unidades múltiplas umas das outras.

Figura 35-Resolução da atividade 2.6 e 2.7 do aluno P

6) Faça uma translação da figura padrão de 6, 12 e 18 unidades.



7) Faça uma figura completando os quadriculados, de maneira semelhante a figura da atividade anterior, e faça 3 translações da figura padrão de modo que a distância entre cada uma seja um quadriculado e escreva as unidades usadas para cada translação.



TRANSLAÇÕES
5

TRANSLAÇÕES
10

TRANSLAÇÕES
15

TRANSLAÇÕES
20

Nesse encontro observou-se a partir dos dados recolhidos e do encontro que a aluna R já apresenta evolução no modo de analisar as figuras geométrica e suas propriedades e de modo semelhante as transformações geométricas desse encontro foram realizadas de forma mais criteriosa pela aluna. Os aspectos dos dois primeiros níveis continuam presentes no grupo, de forma geral, porém o nível um começa a se definir para o grupo.

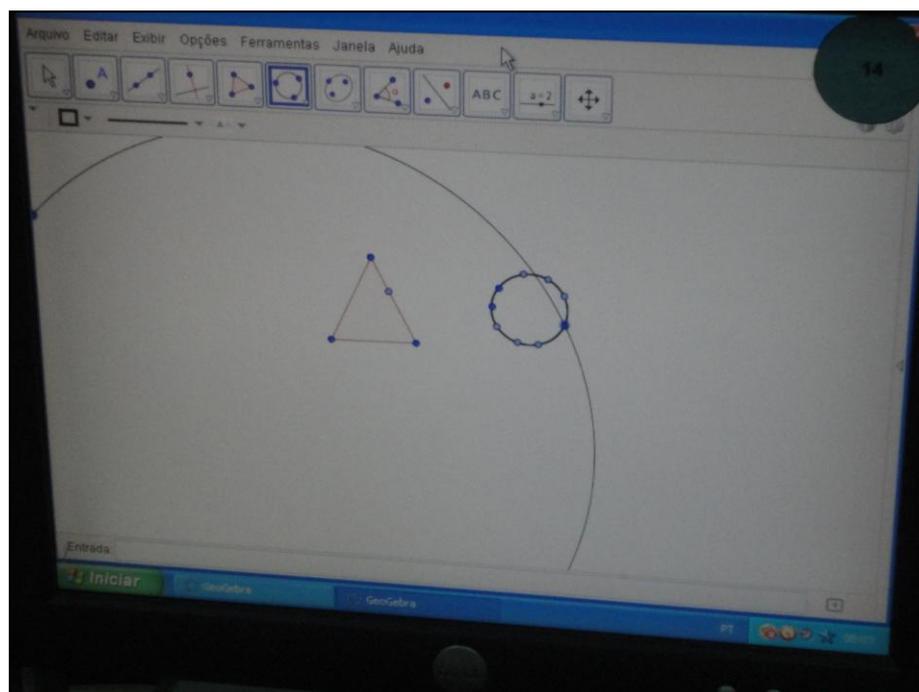
6.1.3 Encontro 3

No primeiro encontro na sala de informática, os alunos se mostraram entusiasmados em usar os computadores. A aluna K e o aluno Ca faltaram ao encontro. A aula foi inicialmente livre, orientei os alunos para abrirem o programa Geogebra e para que mexessem no programa para conhecê-lo. O segundo momento da aula foi com atividades planejadas de modo que os alunos usassem apenas as ferramentas de transformações geométricas e a de inserir imagem presentes no programa. As imagens a serem inseridas nesse encontro foram salvas, por mim na área de trabalho dos computadores que seriam utilizados antes do encontro, assim como a instalação do próprio software Geogebra.

As transformações geométricas foram melhor esclarecidas, assim como o funcionamento dessas ferramentas no programa, relacionando com as atividades das aulas anteriores. Os alunos tiveram dificuldade apenas na atividade 3.1, para inserir o personagem Homer, as imagens seguintes foram inseridas por eles sem problemas.

Iniciei recapitulando as aulas anteriores, com uma conversa com o grupo, perguntando sobre as transformações estudadas. A transformação marcante se mostrou a rotação que foi a primeira a ser lembrada pela aluna T. Como é possível observar na figura 36, alguns alunos, como o P, aproveitaram o momento inicial de conhecer o programa, para manipular várias das ferramentas disponíveis.

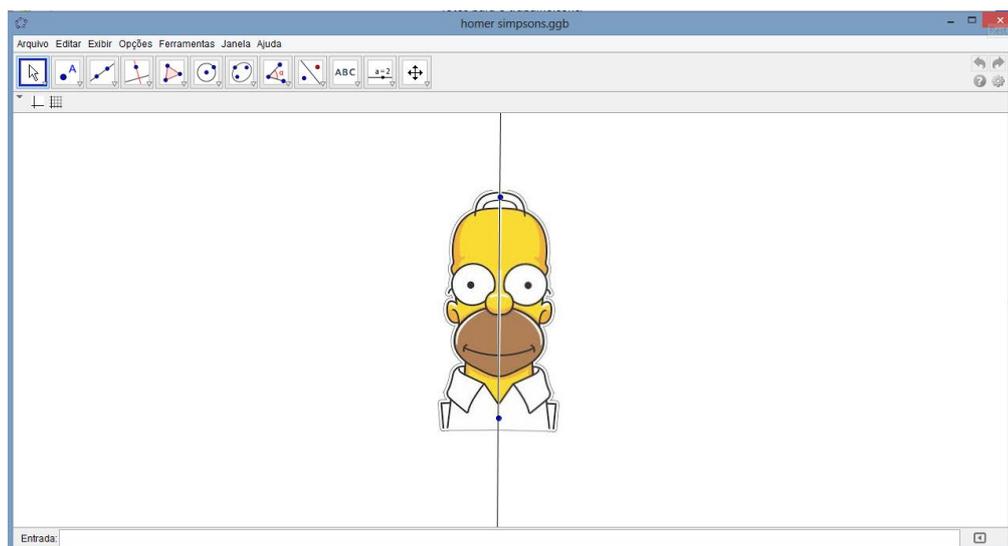
Figura 36 -construção para explorar o Geogebra do aluno P



Fonte: Arquivo pessoal

A orientação para a atividade 3.2 foi de inserir a imagem do personagem Homer Simpson, que estava salva na área de trabalho dos computadores dos alunos, e completar o que estava faltando, utilizando uma das transformações estudadas. Os alunos foram questionados sobre o que estava faltando, sobre qual a transformação que deveria ser utilizada, para completar o personagem. Os alunos responderam corretamente, mas a voz líder foi do aluno P. Depois de todos compreenderem a transformação que seria utilizada veio a pergunta "como?", lembrando as atividades com eixo de simetria e com a conversa antes de irmos para os computadores, o aluno P falou sobre a reta que deveria ser usada para aplicar a transformação, concluindo assim que seria nosso eixo de reflexão. A reta foi criada por eles na extremidade do Homer, na posição correta, que sozinhos decidiram e utilizaram a ferramenta *reflexão em relação a uma reta*, as instruções de como o procedimento deveria ser feito aparecia ao colocar a seta do mouse sobre o que se queria usar.

Figura 37-Construção da proposta 3.2de um aluno

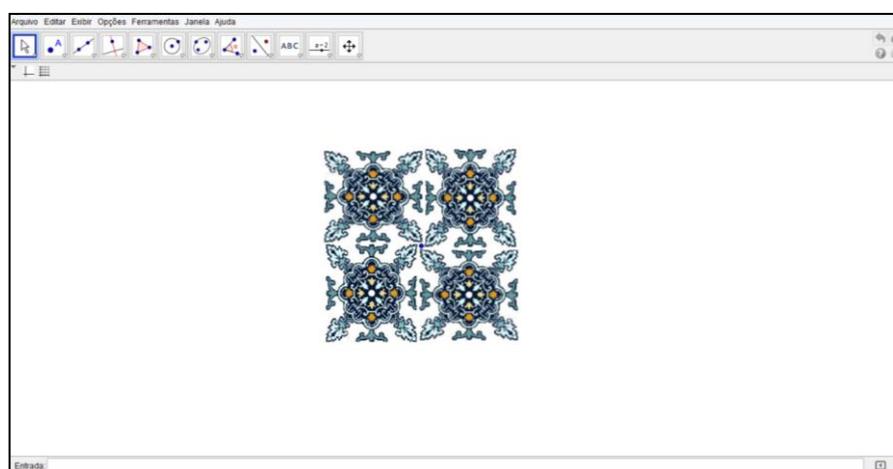


Fonte: Arquivo pessoal

O mouse se mostrou complicado para alguns alunos que não conseguiam fazer o que desejavam com ele, colocando pontos onde não queriam, por exemplo, assim como usar as instruções que apareciam, preferiam perguntar.

As perguntas para serem respondidas foram entregues para aqueles que iam terminando. Foi necessário chamar a atenção dos alunos nesse momento, visto que eles queriam saber o que o outro estava escrevendo. Todos responderam que as duas imagens se moviam juntas.

Figura 38-Construção da proposta 3.3 do aluno E

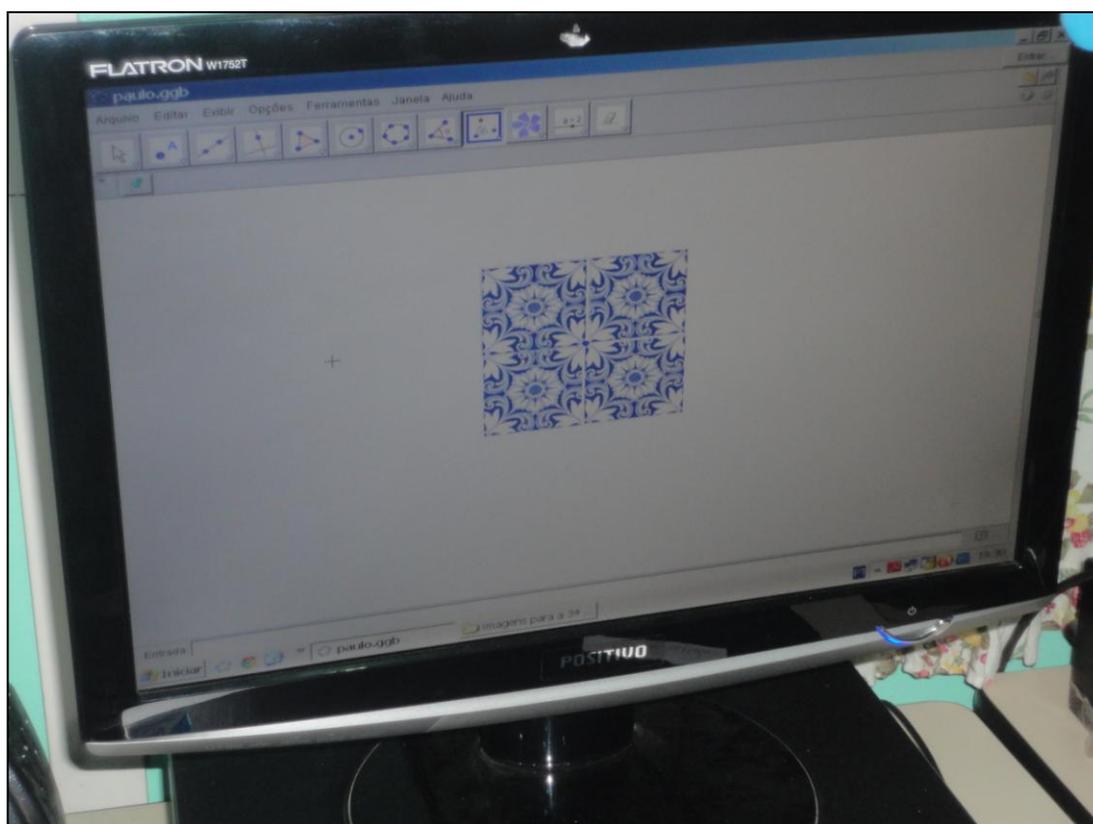


Fonte: Arquivo pessoal

Semelhante a atividade anterior, foram feitos questionamentos aos alunos, associando a atividade com as atividades feitas com rotação nas outras aulas e sobre o que foi conversado

no início dessa. O centro de rotação que seria um ponto, no programa, e o ângulo que seria utilizado para rotacionar, de modo que as peças se encaixassem, foram aparecendo na conversa. Primeiramente o ângulo de rotação, mesmo com uns palpites incorretos, o ângulo de 90° apareceu através de um deles, e a necessidade de um centro de rotação apareceu ao associar com atividades realizadas em encontros passados. A posição que deveriam colocar o ponto que seria utilizado na transformação, se mostrou natural para o grupo. O aluno E ficou decepcionado com sua produção (figura 38), por não criar uma composição, semelhante a um quebra-cabeça, como ele pensou que aconteceria.

Figura 39-Construção da proposta 3.3 do aluno P



Fonte: Arquivo pessoal

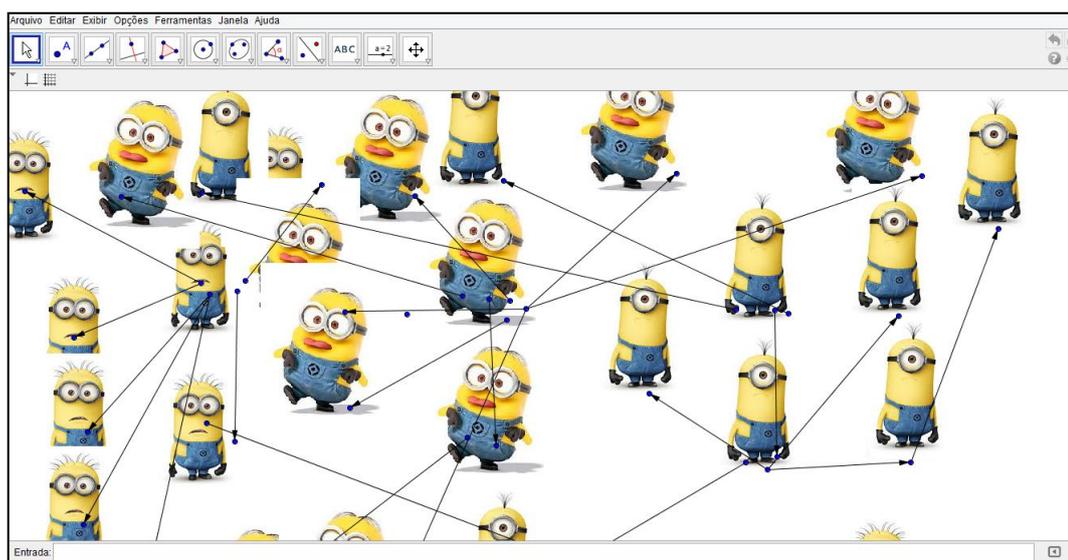
As fichas novamente foram entregues enquanto eles iam terminando, todos observaram que ao movimentar o centro do rotação, todas as peças, com exceção da original, se movimentam e que o ângulo de rotação era mantido ao movimentar o centro de rotação.

Na atividade 3.4 os alunos tinham que inserir três personagens dos *Minions* no programa e criar um exército deles com o movimento de translação. Conversei com os alunos associando o deslocamento com o vetor translação utilizado no programa. O problema dessa

atividade foi a criação de muitos vetores que nem sempre eram utilizados, não sei se criados sem querer clicando no mouse e não excluindo, e tivemos casos de alunos que fizeram vetores diferentes com sentido e direção bem semelhantes, sendo que poderiam usar um único vetor.

Na criação do aluno E (figura 40), foram utilizados todos os vetores, porém não são transladados mais de um personagem por vetor, que mostra que o aluno não compreendeu completamente a função do vetor, mas foi a criação mais completa, criando mais figuras e aplicando mais translações.

Figura 40-Construção da proposta 3.4 do aluno E



Fonte: Arquivo pessoal

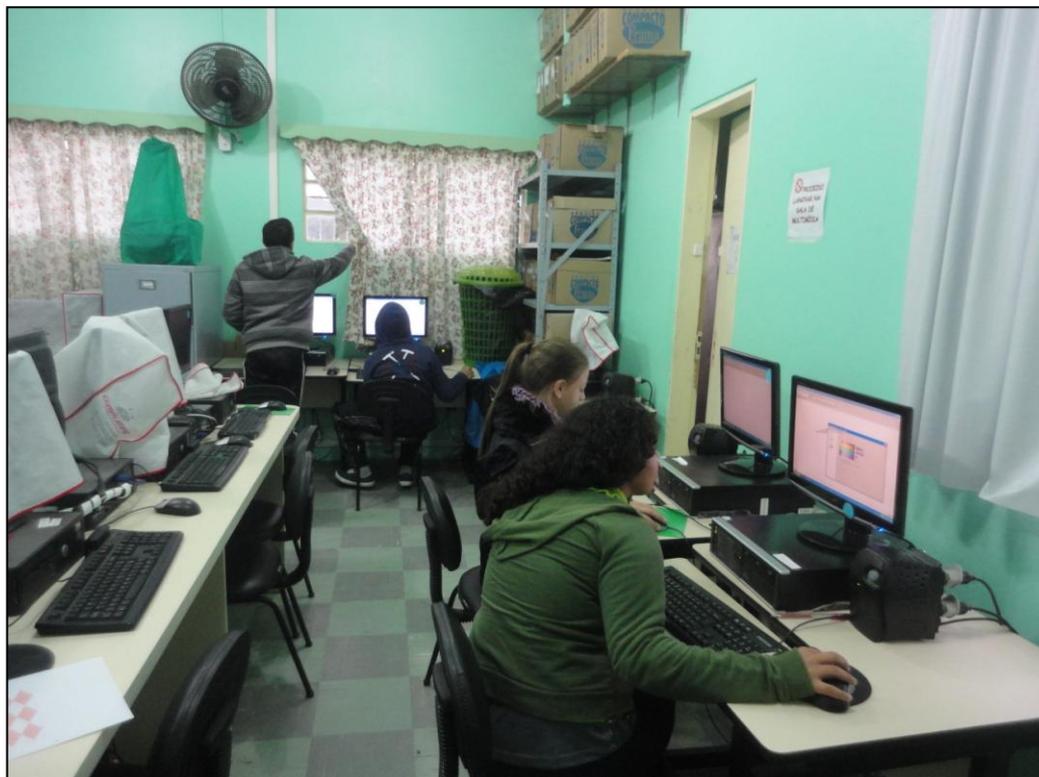
Nas fichas todos os alunos concluíram que ao mover o vetor todas as criados por eles se moviam, mas não escreveram o que o vetor translação determina.

Para excluir a criação, o aluno P iniciou aos poucos excluindo os vetores e me chamou, relatando que quando excluiu um vetor as figuras criadas por ele sumiram, acredito que essa conclusão veio a partir da ficha entregue.

Esse encontro em especial proporcionou muito aos alunos e a mim, pude perceber que estavam compreendendo melhor simetrias e transformações geométricas e que os alunos P e E se destacavam perante o grupo no programa e demonstraram compreender as propriedades das transformações estudadas e o que as diferem de forma mais clara, pois estavam concluindo coisas a partir das atividades e respondendo as perguntas orientadoras para as atividades, sendo assim alunos do nível 1, com aspectos já do nível 2 do modelo de Van Hiele.

6.1.4 Encontro 4

Figura 41-Imagem da sala de informática durante o encontro 4

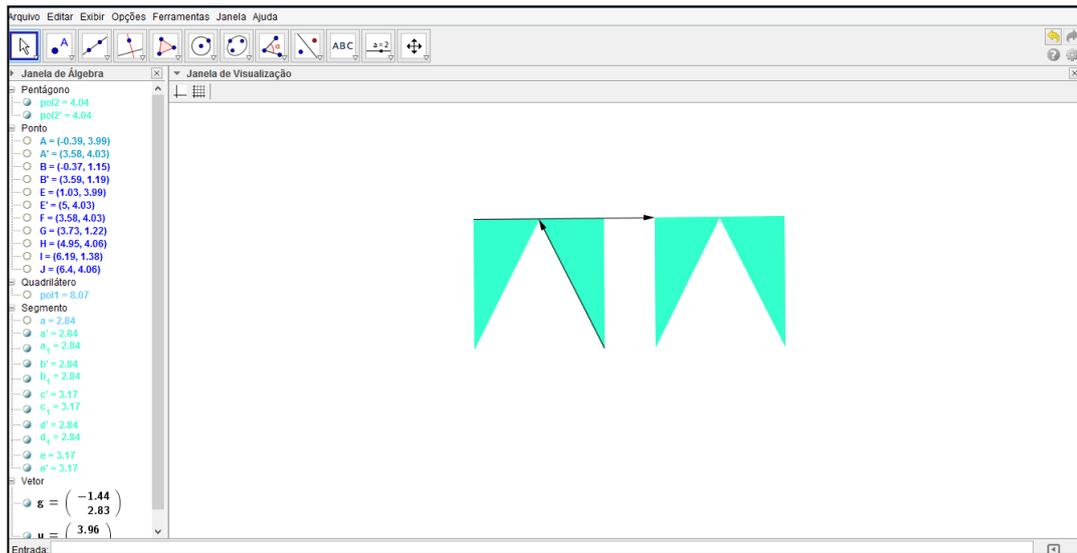


Fonte: Arquivo pessoal

O quarto encontro foi planejado de modo que os alunos usassem mais as possibilidades dos programas, sendo assim não seriam inseridas as figuras prontas para criar simetrias e sim deveriam ser criadas no programa para depois aplicar as transformações nas figuras. O problema inicial foi lembrar o programa. Os alunos P e E apresentaram facilidade e autonomia ao desenvolver a proposta da aula, as meninas tiveram dificuldades em usar o programa para criar o que estavam pensando, necessitando de orientações e até ajuda dos colegas, que de maneira livre decidiam ajudar as colegas. Foi mostrado a possibilidade de modificar as propriedades dos objetos, como a cor e também esconde-los. A aluna T faltou esta aula.

O encontro foi dividido em dois momentos, um programado dentro dos dois períodos que disponibilizávamos e outro que não estava no planejamento e junto com o grupo B, nesse momento que a atividade de criação livre foi proposta.

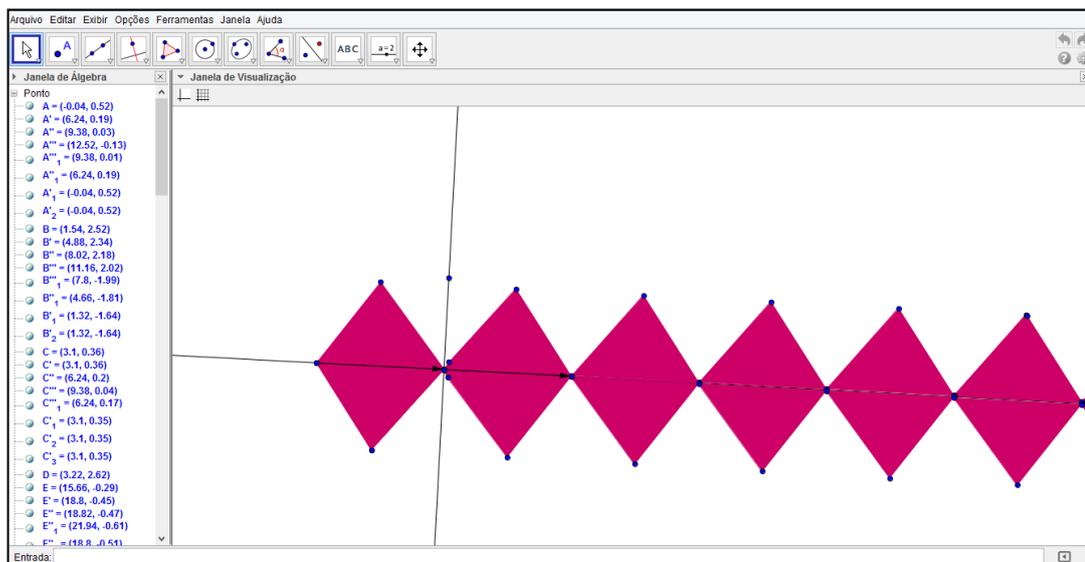
Figura 42-Construção da proposta 4.1 do aluno P



Fonte: Arquivo pessoal

Como é possível analisar na figura 42, na janela de álgebra, o aluno P usou um poliedro para formar a primeira bandeirinha na atividade 4.1 e usou um dos vetores para aplicar a translação, o outro vetor foi criado sem motivo aparente.

Figura 43-Construção da proposta 4.2 da aluna k



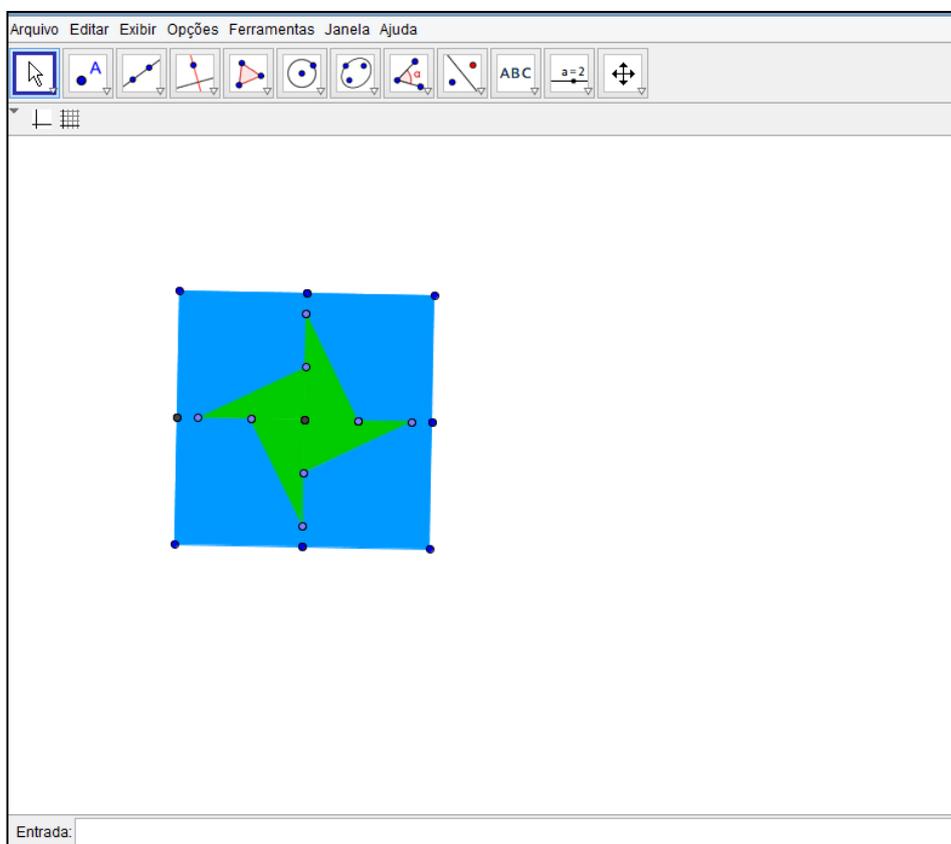
Fonte: Arquivo pessoal

Na atividade 4.2 os alunos tinham que produzir uma faixa, semelhante a produzida no encontro dois, completando uma figura com uma reflexão e aplicando sucessivas transformações para completar a faixa. Antes houve uma conversa com o grupo sobre como poderia ser realizado a atividade e os alunos falaram sobre a reta de reflexão, também

conversamos sobre como deslocar a figura completa e a resposta foi a flecha para deslocar e não a translação como esperava, mas a fala mostrou que estavam compreendendo. A aluna K mesmo faltando o encontro anterior mostrou facilidade, na sua construção (figura 43), ela usou de tentativas, foi criado o primeiro triângulo da esquerda e o segundo ao lado sem usar transformações geométricas, o vetor translação foi criado através de uma composição entre os dois vetores u e v de modo que os triângulos acima da reta são criados pelo vetor translação $u+v$ e os triângulos abaixo da reta foram criados a partir da reta de reflexão.

A atividade foi mais difícil para as alunas R e C, e principalmente para o aluno Ca. O aluno Ca apresentou dificuldades e se distraiu durante os três encontros e segundo o modelo de Van Hiele, quando o aluno se depara com uma situação de um nível mais avançado do que o nível que se está, acontece o fracasso na aprendizagem, sinto que este aluno é um caso.

Figura 44-Construção da proposta 4.2 do aluno E

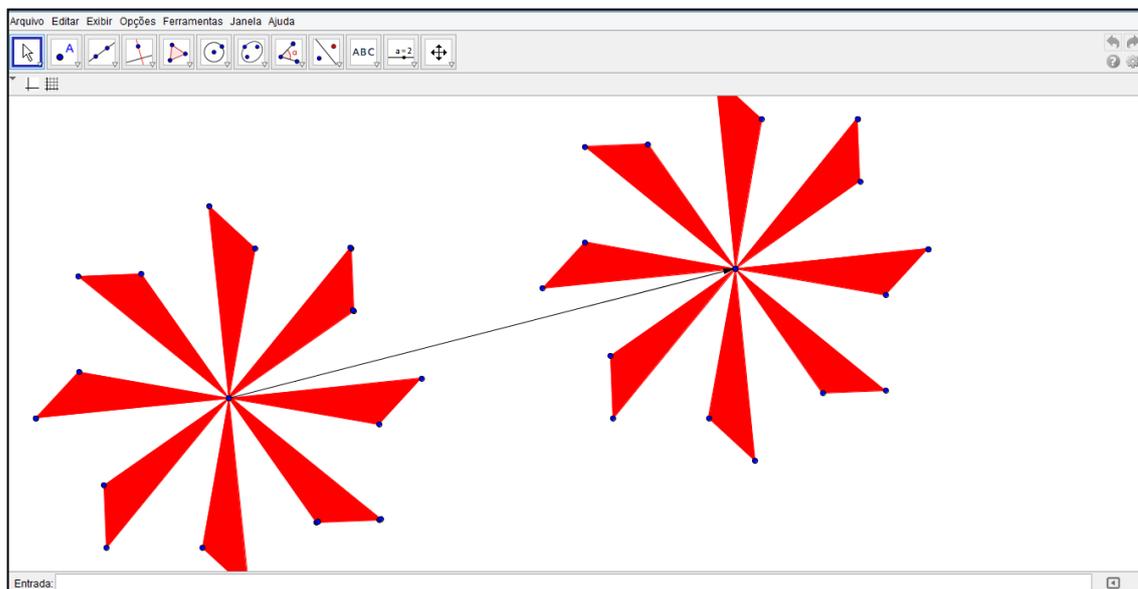


Fonte: Arquivo pessoal

Na atividade 4.2, o aluno E construiu a peça para fazer sua composição (figura 44) e estava aplicando a rotação, mas por ter construído o triângulo dentro do quadrilátero estava tendo dificuldade em aplicar a rotação no triângulo, apenas o quadrilátero era rotacionado,

então o orientei a separar em duas figuras fazendo assim o triângulo e o pentágono e esconder o quadrilátero, foi a única orientação que ele necessitou para compor a figura. O aluno P também foi autônomo em sua criação. Os demais alunos conseguiram realizar a atividade, mas necessitaram mais da minha atenção e dos colegas, a dificuldade foi criar a peça original.

Figura 45-Construção orientada 4.3 do aluno E

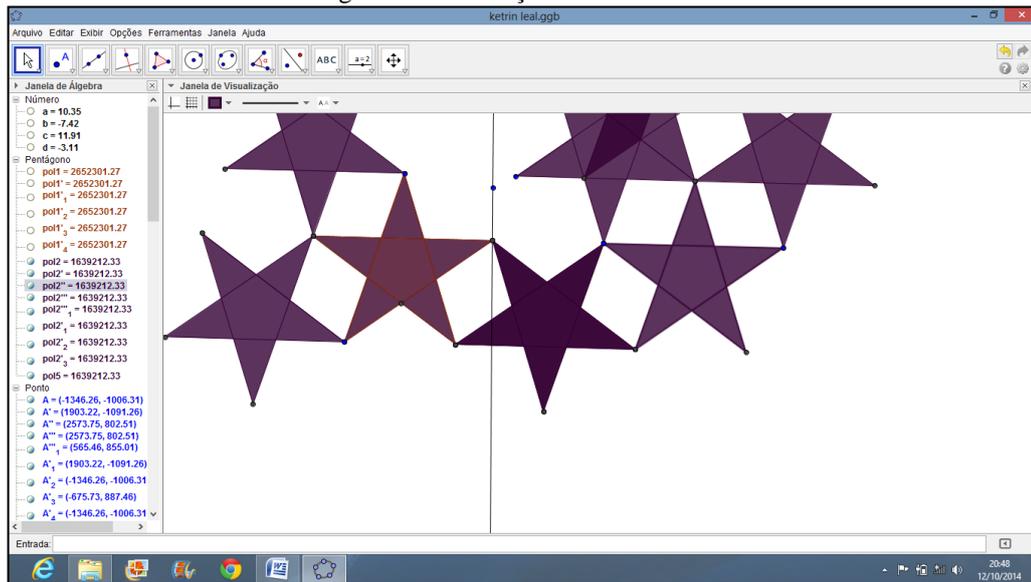


Fonte: Arquivo pessoal

A atividade 4.3 foi mais rápida para os alunos construírem, os alunos E e P foram os alunos que construíram mostrando mais conhecimento e autonomia. Todos os alunos gostaram do efeito de movimentar todas as hélices, que dava ao movimentar o ponto da hélice original.

A criação livre construída durante o período com o grupo B, foram semelhantes a atividade orientada 4.3, com as hélices bem coloridas, apenas a aluna K fez algo diferente (figura 46). A aluna K criou um pentágono regular e traçou segmentos de modo a formar a estrela, tudo sem minha orientação, mas não conseguia aplicar a rotação desejada porque a rotação acontecia apenas com o pentágono, nesse momento ela pediu minha orientação, que foi a de criar o polígono com o formato da estrela e esconder o pentágono. A aluna K seguiu sozinha sua construção.

Figura 46- Construção livre da aluna K



Fonte: Arquivo pessoal

Análise do formulário entregue:

A primeira pergunta era referente ao uso de matérias que não tinham sido usados por eles ainda, o programa Geogebra foi para todos algo novo e o compasso e o transferidor já haviam sido utilizados pelo aluno E em outra escola.

A segunda questão, referente aos conceitos novos que foram abordados, foram citados pelos alunos de maneira semelhante, ângulo, as transformações geométricas e as simetrias, sem se aprofundarem no assunto. Apenas o aluno E não citou ângulo, como algo novo, visto que já tinha sido visto por ele.

A terceira questão, referente à opinião dos alunos a respeito do conteúdo, foi geral e positiva, destaco as respostas do aluno P (figura 47), e da aluna C (figura 48). As respostas chamaram a atenção pelo fato do aluno P, que apresenta aspectos do nível 1 e nível 2, ao associar o que foi aprendido, desenvolvendo nas aulas e demonstrando compreensão, escreve que usará esse aprendizado futuramente, desse modo mostrando sua visão da escola e do que aprende atualmente, pensando em seu futuro como estudante. A aluna C aproveitou as aulas, achou divertido e interessante o conteúdo, o que foi um ponto positivo da pesquisa realizada com a turma. Todos escreveram que acharam legal o conteúdo, mas a aluna C desenvolveu mais a resposta.

Figura 47-Questão 3 do formulário do aluno P

3) Qual a sua opinião sobre o conteúdo das aulas da professora Barbara?

São muito boas e mais ainda a
frente pudemos usar o conhecimento aprendido

Fonte: Arquivo pessoal

Figura 48-Questão 3 do formulário do aluno C

3) Qual a sua opinião sobre o conteúdo das aulas da professora Barbara?

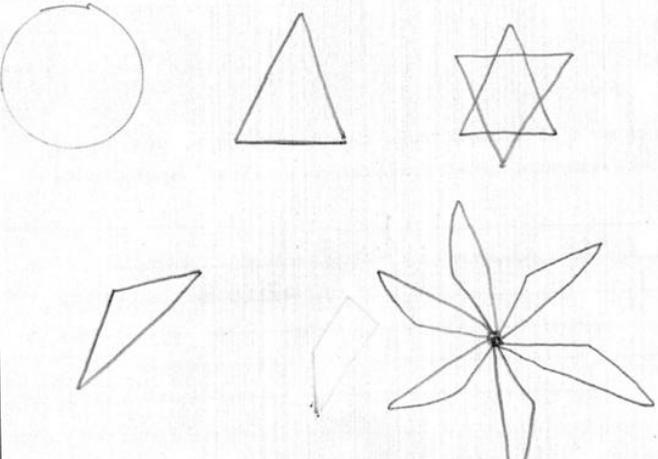
Legal, divertido, interessante a professora
também é muito legal.

Fonte: Arquivo pessoal

Figura 49-Questão 4 do formulário do aluno P

4) Abaixo você tem um espaço para escrever ou desenhar imagens que lembrem as Simetrias estudadas nas aulas da Professora Barbara.

Obs. Caso desejar, você poderá trazer um imagem ou um objeto que apresente uma ou mais Simetrias para adicionar ao trabalho realizado durante as aulas.



Fonte: Arquivo pessoal

Os desenhos do aluno (figura 49) mostraram as simetrias estudadas e são imagens presentes nas nossas aulas. De modo geral todos colocaram imagens que estavam presentes em pelo menos um dos nossos encontros e principalmente a construção 4.4 da ultima aula, esta esteve presente em todos os formulários entregues pela turma.

6.2 GRUPO B

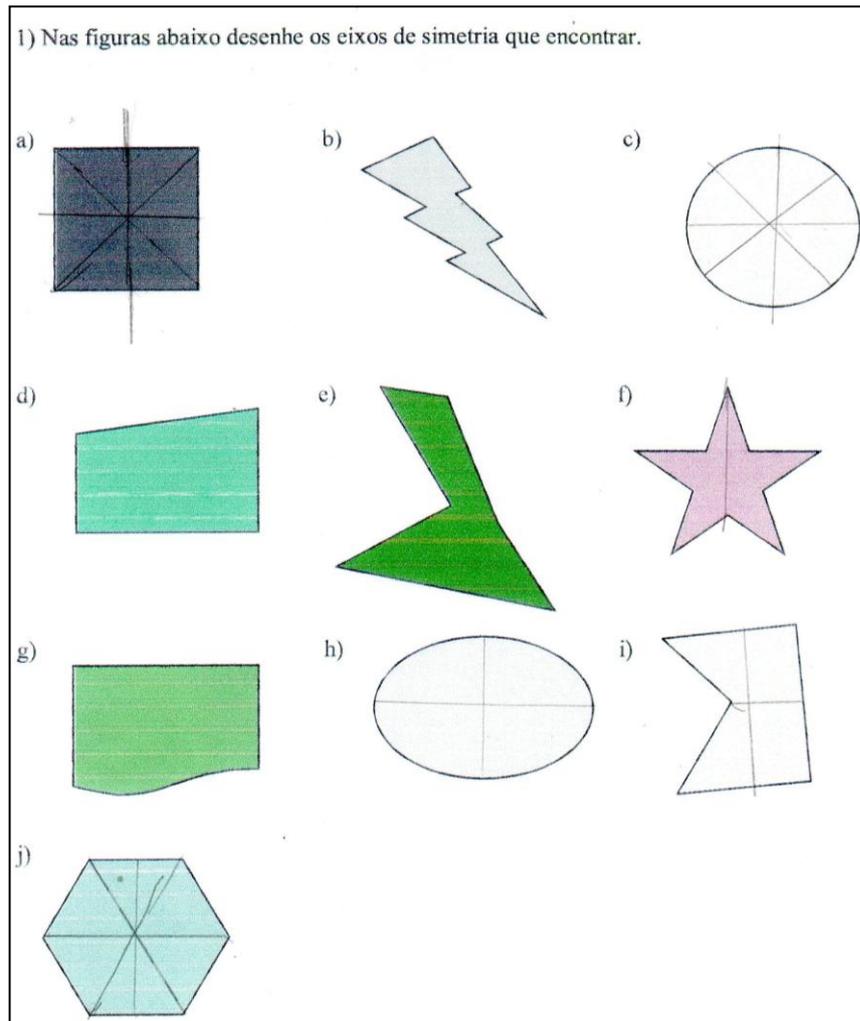
O grupo B formado pelos alunos do 6º ano, gerou inicialmente uma preocupação, pelo modo como a turma se mostrou inicialmente, mas para a pesquisa o grupo se mostrou o mais dinâmico e com mais dados a serem analisados, considerando o modo como cada um se mostrou durante os encontros e diante da proposta. De maneira geral as meninas desse grupo foram mais participativas na proposta e se mostravam contentes ao me encontrar na escola, sabendo que seria o dia da aula. Onze alunos por frequentar pelo menos três dos encontros tiveram os dados analisadas.

6.2.1 Encontro 1

No primeiro encontro, semelhante ao realizado com o grupo A, foram utilizados os triângulos e o transferidor da escola para introduzir a ideia de Simetrias, mostrando que as figuras eram simétricas por apresentarem a mesma medida de lados, o mesmo ângulo, enfim eram figuras iguais. Os alunos apresentaram um ritmo lento e por demorar a se organizar, as atividades não foram todas entregues e aproveitando o sistema de fichas, as atividades restantes foram guardadas para o próximo encontro. As ferramentas utilizadas foram complexas para o grupo, o uso do transferidor por eles foi difícil, assim como o compasso.

A primeira atividade de traçar os eixos de simetria foi resolvida com calma pelos alunos, utilizando um tempo da aula que não esperávamos inicialmente. Esses alunos tinham o hábito de perguntar muito. Para todos os passos que iriam dar, eles queriam a aprovação e essa foi a dificuldade inicial do grupo, fazer com que realizassem a atividade sozinhos, após a orientação geral.

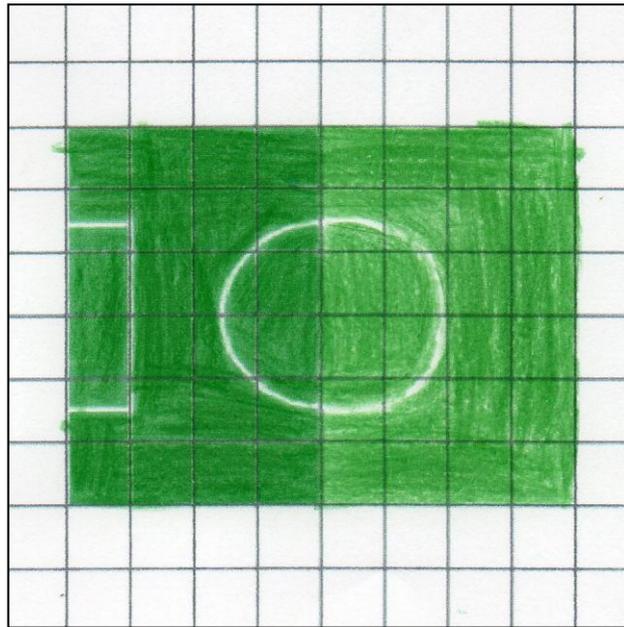
Figura 50-Resolução da questão 1.1 da aluna C



Fonte: Arquivo pessoal

Como é possível observar na figura 50, os eixos de simetria foram marcados corretamente em todas as figuras da atividade 1.1 que eram simétricas, porém a aluna C marcou o eixo de simetria na imagem i em uma posição que não poderia ter dúvidas que não era a correta, a reta vertical, que destaca não divide a figura de modo que os dois lados são simétricos, assim a aluna está conseguindo analisar as figuras de forma mais ampla não como um todo, mas ainda tem aspectos do nível 0 de Van Hiele, cometendo assim o erro. O aluno A é o único que se destacou ao marcar os eixos nas imagens d e g e marcando de modo incorreto o eixo de simetria na estrela. A figura da estrela foi marcada várias vezes pelo grupo, sete alunos dos nove que estavam presentes e estão incluídos para a análise dos dados desenharam ao menos um eixo de simetria na imagem, o que consideramos importante, pela estrela apresentar características diferentes das demais figuras simétricas presentes na atividade.

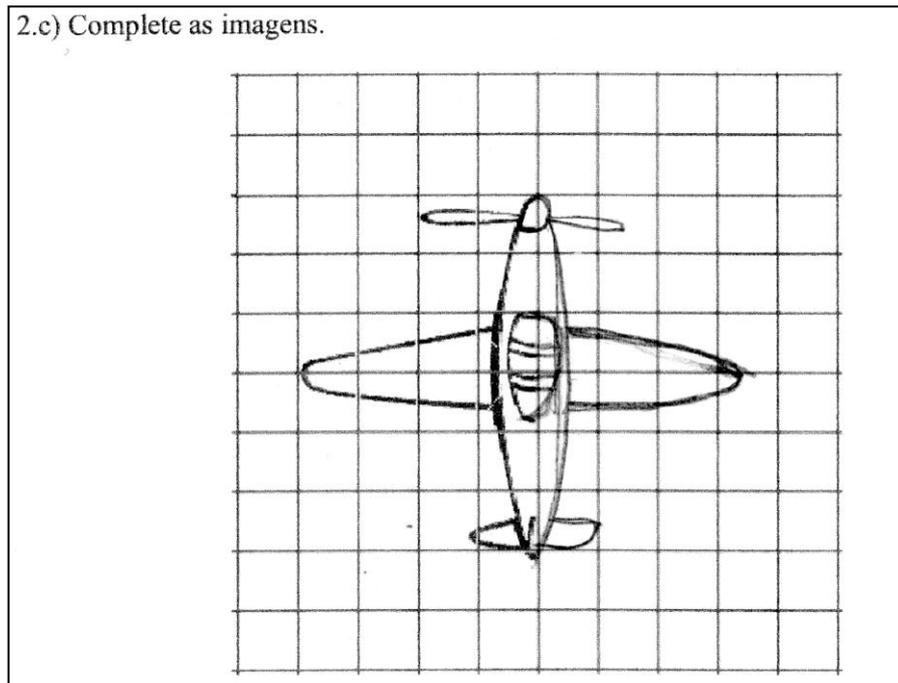
Figura 51-Resolução da atividade 1.2b do aluno W



Fonte: Arquivo pessoal

O aluno W, pintou na atividade 1.2b o lado que estava pronto da cor verde que estava disponibilizada para ser usada na sala, quando o questionei do porque, o aluno W me respondeu que era para ficar igual, achei muito interessante essa decisão dele, mesmo deixando de desenhar a goleira, como pode ser visto na figura 51, penso que por descuido. Seu avião ficou “bem feitinho”, como é possível observar na figura 52, com cuidado de detalhes, assim como sua pipa. Os alunos A, V e as alunas T e C também conseguiram completar as figuras corretamente, analisado as partes das figuras, aspectos relatados por Van Hiele no nível 1 de seu modelo.

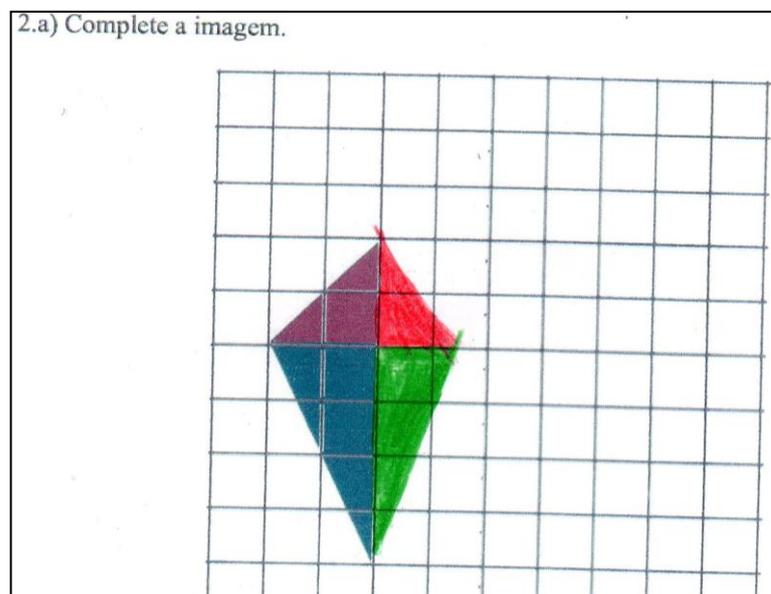
Figura 52-Resolução da atividade 1.2c do aluno W



Fonte: Arquivo pessoal

O aluno I se descuidou em muitos detalhes da figura do avião, como a falta da hélice ao completar a figura, assim como sua pipa que ao completar deixou um lado maior, como é possível observar na figura 53. A aluna G também se destaca pela dificuldade em completar as figuras, assim como o aluno I, a aluna L e a aluna D. Esses alunos tiveram dificuldade em reconhecer as partes e componentes das figuras, aspectos do nível 0 do modelo Van Hiele.

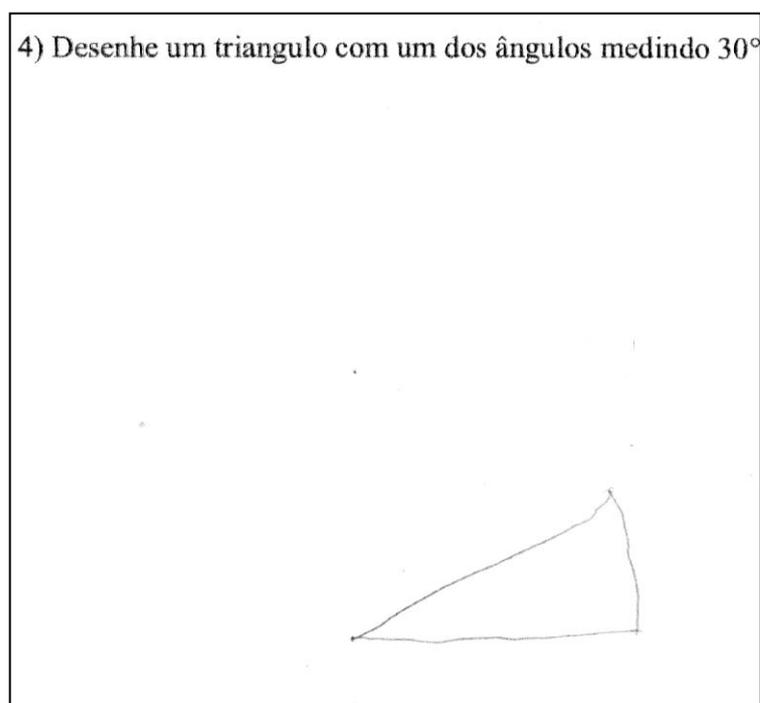
Figura 53-resolução da atividade 1.2a do aluno I



Fonte: Arquivo pessoal

A atividade 1.3 de medir o ângulo foi de aprendizado para todos os alunos, eles não conheciam o transferidor e tiveram que aprender a utilizá-lo. Depois de receberem as orientações e explicações para poder realizar a atividade, observei que os alunos tinham dificuldade em responder quando não marcava a medida que o número aparecia, quando o ângulo era 45° todos os alunos pediram ajuda, para todos perguntei onde estava marcando e eles respondiam 40° ou 50° . Para fazer com que eles respondessem, perguntei qual era o número que ficava no meio, entre o número zero e o 10, e todos responderam “o número cinco”. A partir disso, peguei o transferidor, aponte na graduação do 45° e perguntei “quem está aqui”, entre 40° e 50° e obtive a resposta 45 de todos. Alguns precisaram de mais tempo para responder, outros tiveram que responder mais perguntas para concluir que era 45° , mas todos chegaram a mesma resposta. De modo geral todos conseguiram compreender como usar a nova ferramenta.

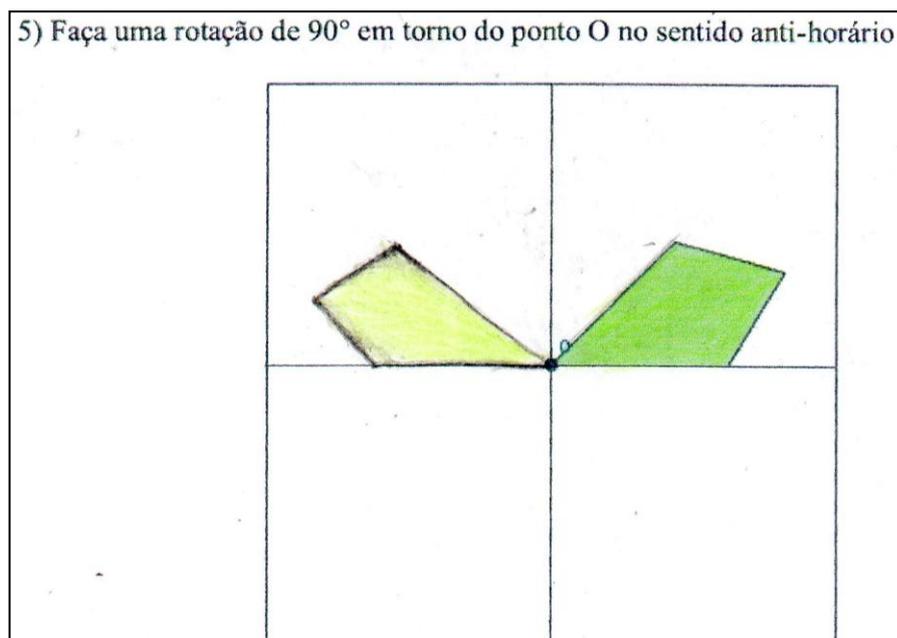
Figura 54-Resolução da atividade 1.4 do aluno V



Fonte: Arquivo pessoal

Assim como o aluno V, muitos alunos fizeram triângulos deformados (figura 54), na atividade 1.4, apenas as alunas T e C e o aluno I tiveram cuidado em fazer o triângulo com as arestas retas, sem deformação, respeitando uma característica da figura geométrica.

Figura 55-Resolução da atividade 1.5 pelo aluno W



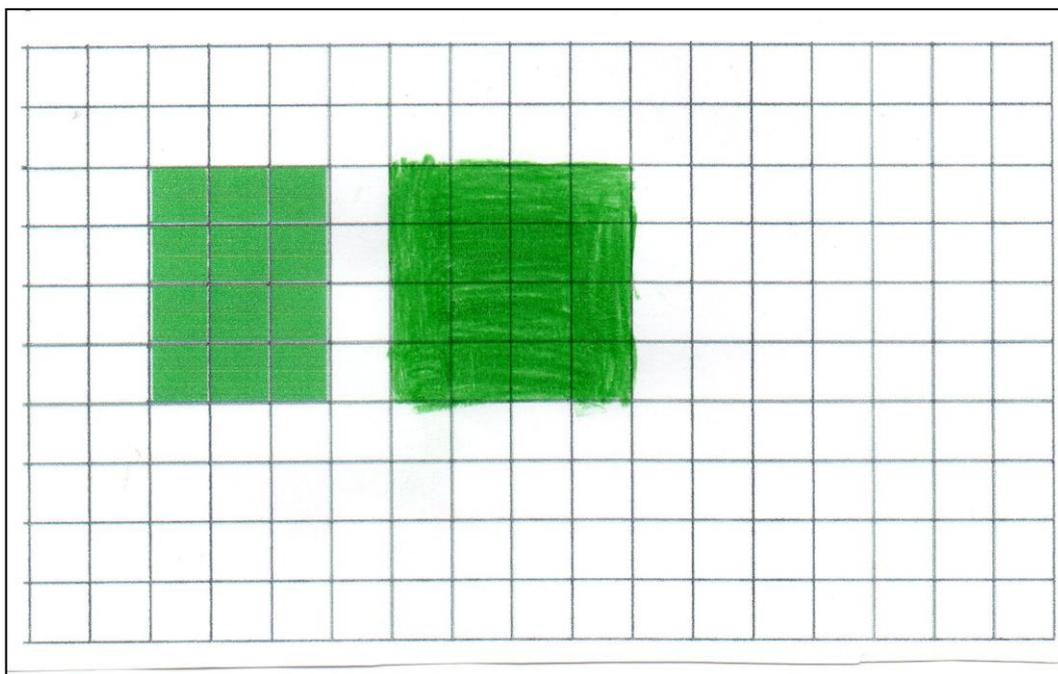
Fonte: Arquivo pessoal

A atividade 1.5 foi realizada por oito alunos, utilizando compasso e o transferidor, foi muito difícil para eles e tivemos desistência nessa atividade. Houve muitas deformações na figura desenhada por eles, mas apenas um dos oito errou ao medir o ângulo, como é possível observar na resolução do aluno W (figura 55). Avaliei que o aluno mediu o ângulo a partir do lado da figura que forma um ângulo de 45° com a reta horizontal e ao somar mais 45° graus, acabou por aplicar uma rotação de 90° na figura.

6.2.2 Encontro 2

O segundo encontro foi iniciado lembrando a aula anterior e os alunos lembravam que tínhamos conversado sobre Simetrias e o que tinham feito na aula anterior.

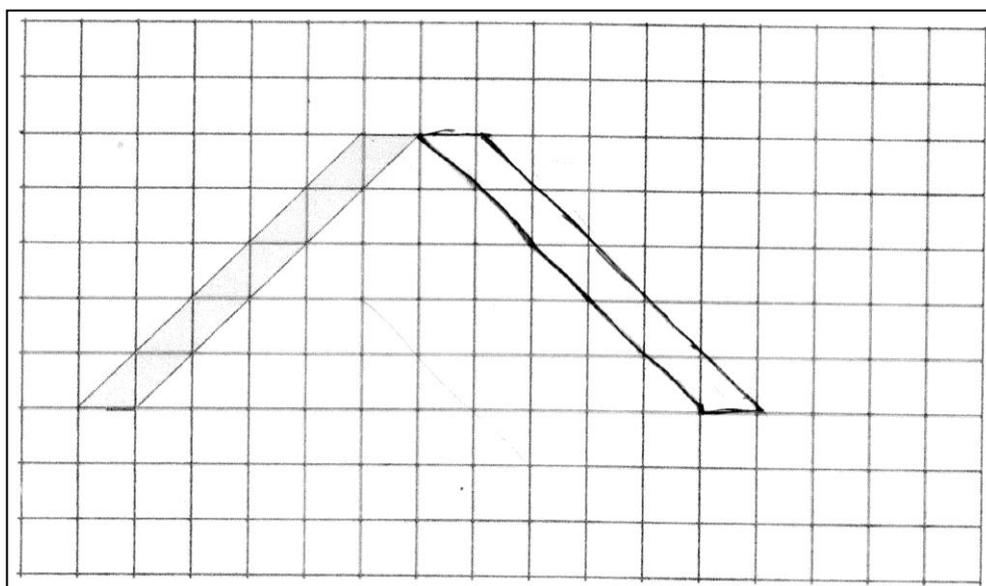
Figura 56-Resolução da atividade 1.6 da aluna D



Fonte: Arquivo pessoal

Na atividade 1.6, a aluna D ampliou o retângulo ao deslocá-lo (figura 56), mostrando assim que não conseguiu reconhecer as partes e os componentes da figura ao aplicar a translação, aumentando a base da figura, sem perceber. A aluna assim como na atividade de completar as figuras do encontro anterior, sugere estar no nível 0 do modelo de Van Hiele.

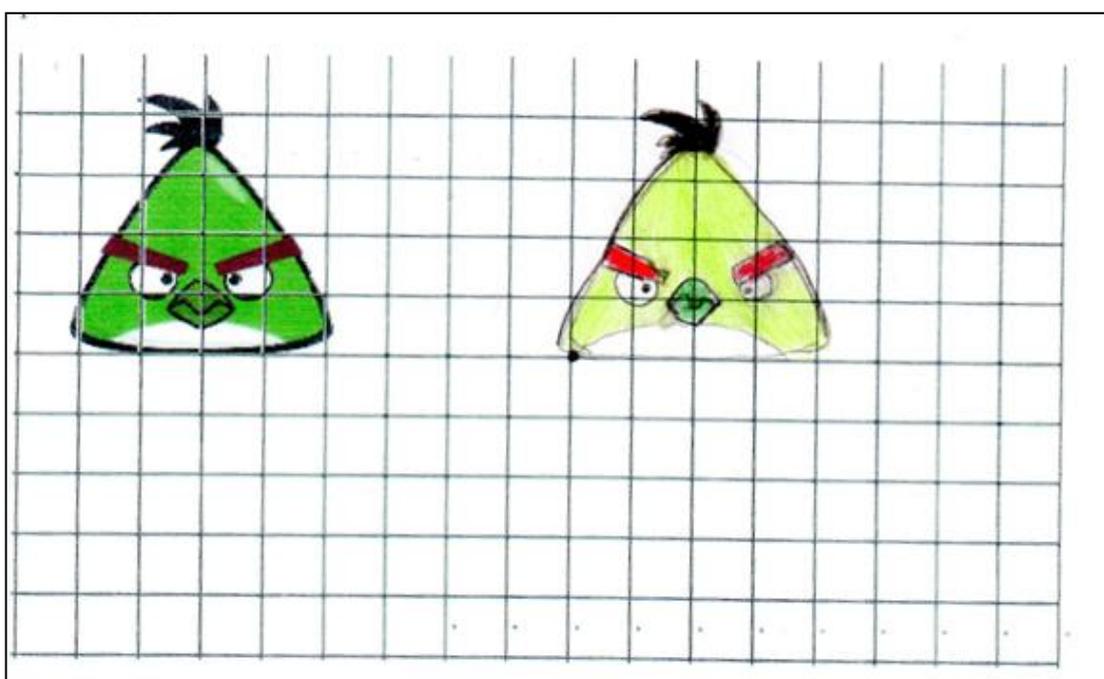
Figura 57-Resolução da atividade 1.7 do aluno W



Fonte: Arquivo pessoal

O aluno W aplicou uma reflexão no paralelogramo (figura 57) que deveria ser transladado. Nesse caso, embora o aluno já tivesse realizado o deslocamento de uma figura na atividade 1.6, aqui ele aplicou outro movimento e não o que foi orientado no enunciado. Os alunos em geral realizaram a atividade, com alguns casos em que deslocou a aresta superior e a da base com unidades diferentes e assim acabando por deformar a figura e por não conseguirem analisar as partes da figura apenas o todo, não perceberam que haviam cometido um equívoco.

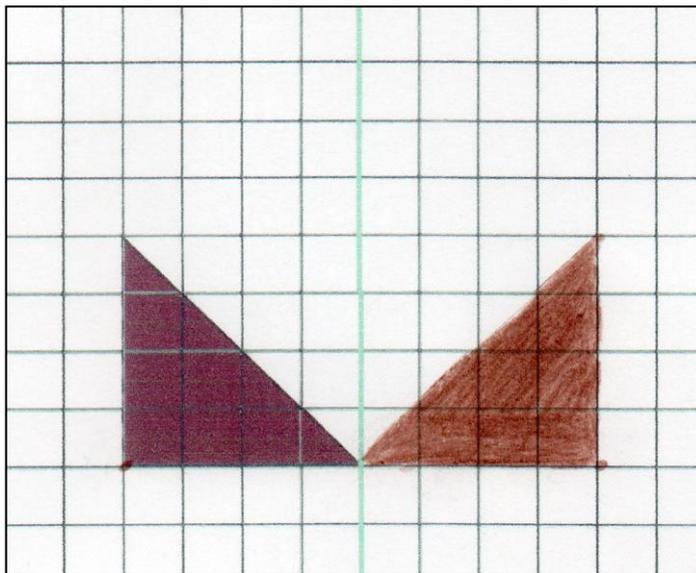
Figura 58-Resolução da atividade 1.8 da aluna C



Fonte: Arquivo pessoal

Assim como a aluna C, a grande maioria realizou corretamente o deslocamento nessa etapa (figura 58), já que estavam na terceira atividade de deslocamento, apenas a aluna S cometeu o mesmo erro nos três itens, deslocando as figuras com unidades diferentes da solicitada no enunciado.

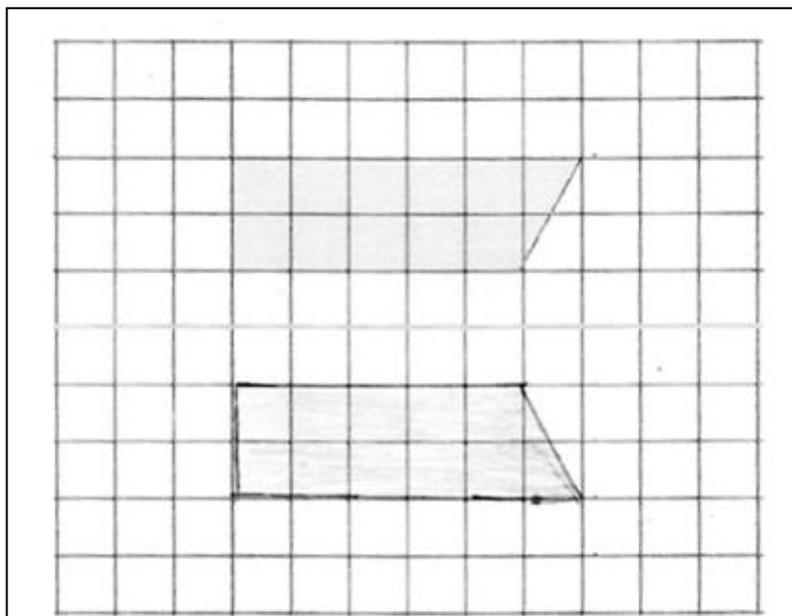
Figura 59-Resolução da atividade 1.9a da aluna C



Fonte: Arquivo pessoal

Assim como a aluna C os demais colegas realizaram a atividade 1.9a (figura 59) sem problemas, penso que as atividades de reflexão são mais intuitivas para todos de modo geral.

Figura 60-Resolução da atividade 1.9b da aluna C

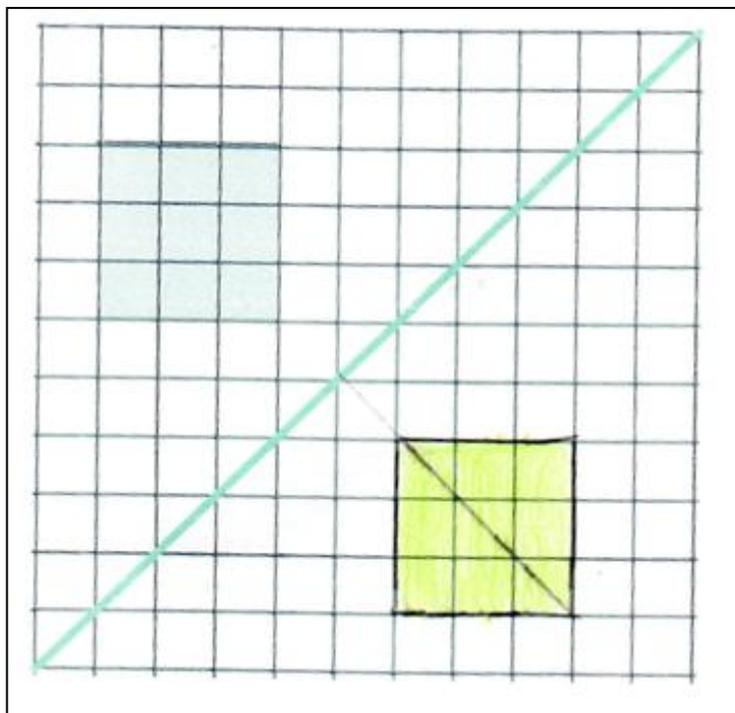


Fonte: Arquivo pessoal

Essa questão apresentava uma dificuldade em especial, não se tratava de um paralelogramo, esse grupo deformou a figura, ou não aplicou a translação corretamente. Dos

nove alunos, apenas três realizaram a reflexão corretamente. A aluna E desenhou com uma aresta sobre o eixo de reflexão, semelhante o que foi feito no item anterior, porém no anterior a figura original tinha pontos sobre a reta de reflexão ao contrário desta.

Figura 61-Resolução da atividade 1.9c da aluna C

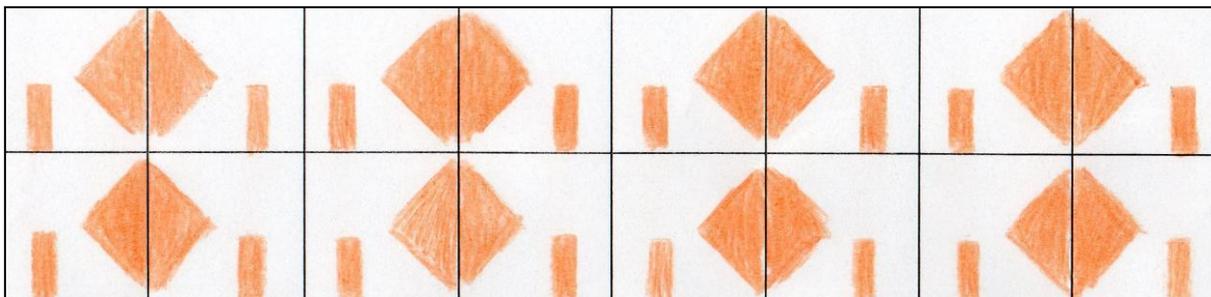


Fonte: Arquivo pessoal

Essa questão apresentava a dificuldade do eixo de simetria não estar nem na horizontal e nem na vertical, locais que transformam a reflexão em algo mais fácil de ser realizado. A aluna C percebeu que teria dificuldade, como é possível observar na figura 61, traçou uma reta de modo que evitou que deslocasse a figura ao refletir. Os erros mais comuns foram o deslocamento da figura desenhada, de modo que a distância entre os pontos da figura original e de sua imagem não eram as mesmas em relação a reta. A aluna E desenhou a figura sobre a reta de reflexão, cometendo o mesmo erro de compreensão do item anterior.

Na atividade 2.1, os alunos tinham que marcar os eixos de simetria de imagens da natureza, arquitetura, desenho animado, enfim uma atividade semelhante à primeira do encontro passado, mas sem figuras geométricas. O aluno A apresentou uma dificuldade que chamou mais a atenção, o aluno não compreendeu as propriedades das figuras e assim traçou os eixos de simetria de forma incorreta, mostrando dessa forma, com um comparativo com o encontro anterior um período de oscilação entre o nível 0 e o nível 1 de Van Hiele.

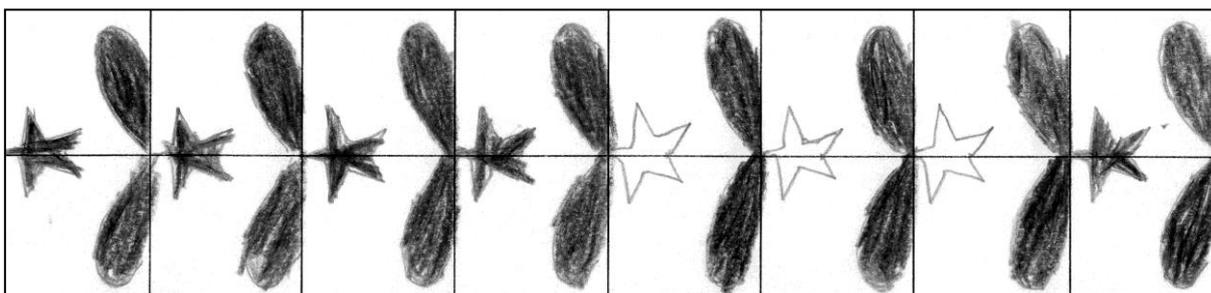
Figura 62-Resolução da atividade 2.2 da aluna C



Fonte: Arquivo pessoal

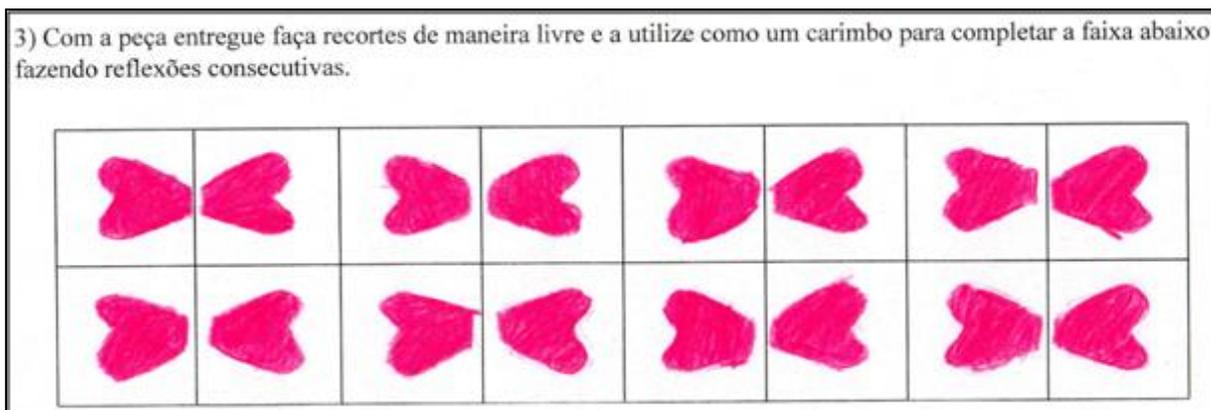
Na atividade 2.2, a aluna C utilizou o carimbo corretamente e completou a faixa (figura 62), de modo que até o final da faixa as reflexões foram feitas todas de modo padrão. O aluno W segue realizando as atividades de modo diferente dos demais, como é possível observar na sua faixa (figura 63), ele realizou as reflexões no sentido de cima para baixo criando um padrão distinto dos demais. O detalhe, se ele tivesse realizado a reflexão na horizontal seria um coração a figura completa, penso que ele observou isso, demonstrando considerar as partes das figuras. Apenas o aluno A não realizou a atividade.

Figura 63-Resolução da atividade 2.2 pelo aluno W



Fonte: Arquivo pessoal

Figura 64-Resolução da atividade 2.3 da aluna C



Fonte: Arquivo pessoal

Na atividade 2.3 necessitava que o aluno compreendesse que ao recortar sua peça para criar sua faixa, seria aplicado a reflexão e a figura seria resultado dessa transformação, a aluna C me chamou e falou.

Aluna: Vou recortar assim para fazer um tope professora.

Professora: Tudo bem.

E sua faixa (figura 64) ficou repleta de topes, percebeba que ela manteve uma distância da reta de reflexão desde da primeira reflexão. Está aluna durante os dois encontros mostrou compreensão das propriedades e criou maneiras de realizar as atividades corretamente penso que em especial esta aluna está no nível 1 do modelo de Van Hiele. Apenas três alunos chegaram a realizar esta etapa do encontro.

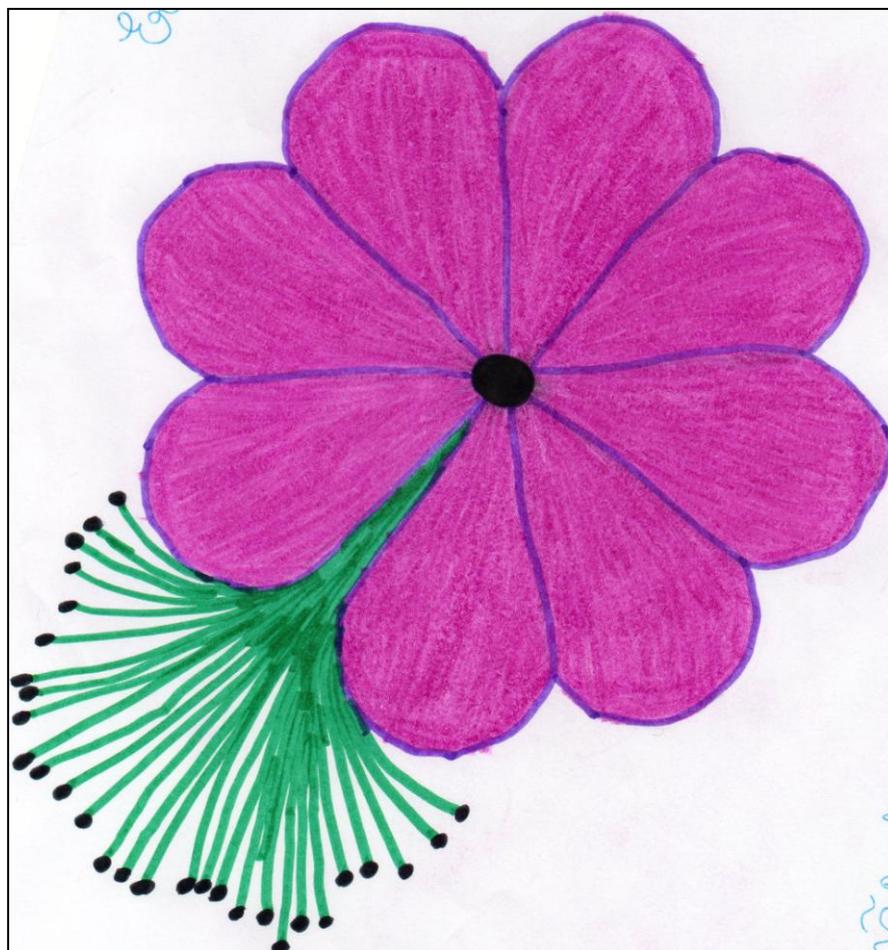
6.2.3 Encontro 3

No terceiro encontro foram melhor estabelecidas as ideias de transformações geométricas e das simetrias criadas por elas, os alunos demonstraram uma melhorara na compreensão de ângulos, distâncias e outros conceitos que foram inseridos durante os encontros.

A primeira atividade era apenas de medir ângulos, porém apresentava várias rotações de pontos e os rótulos desses pontos foram mantidos. A atividade foi pensada para inserir o

padrão por rotação e fazer com que os alunos pegassem os pontos corretos para medir com o transferidor, por isso antes foi dada a orientação para o grupo.

Figura 65-Resolução da atividade 2.5 pela aluna E



Fonte: Arquivo pessoal

Na atividade 2.5, primeiro os alunos tinham que medir o ângulo interno da peça a ser rotacionada, após o grupo concluir que era um ângulo de 45° foram orientados a aplicar rotações de modo a completar a figura. A aluna E fez as rotações e acabou por sobrepor uma pétala da flor sobre outra e me chamou para falar que não tinha dado certo, então eu perguntei se ela sabia o porque e falei para explicar na folha junto com o desenho, e ela aproveitou o espaço que sobrou devido a sobreposição e enfeitou o desenho (figura 65). A explicação dela " O ângulo não foi bem medido" demonstra compreensão e que sua visão não é mais do todo como para aqueles presentes no nível 0

Figura 66-Aluna T realizando a atividade 2.5



Fonte: Arquivo pessoal

Figura 67-Resolução da atividade 2.6 e 2.7 da aluna T

6) Faça uma translação da figura padrão de 6, 12 e 18 unidades.

7) Faça uma figura completando os quadriculados, de maneira semelhante a figura da atividade anterior, e faça 3 translações da figura padrão de modo que a distancia entre cada uma seja um quadriculado e escreva as unidades usadas para cada translação.

4 translação
8 translação
12 translação

Fonte: Arquivo pessoal

As atividades 2.6 e 2.7 eram para que os alunos aplicassem translações com unidades diferentes, sendo o segundo o principal, no qual os alunos tinham que criar suas próprias figuras. Cada aluno desenhou a figura original e seguiram aplicando translações de modo que a distância entre as figuras fosse uma unidade e escrever semelhante a descrição do primeiro item as unidades usadas na translação, já feito por eles e cada um escreveu de uma maneira, uma dessas foi a utilizada pela aluna T como é possível observar na figura 67.

6.2.4 Encontro 4

No primeiro dia na sala de informática, os alunos foram entusiasmados para a sala. A escola nesse dia estava com problema de falta de professores, então foi proposto para que ficassem com o grupo A e grupo B na sala, desse modo as atividades foram em grupos de até três alunos, com dois grupos de turmas diferentes, no qual o grupo A já havia realizado as atividades e acabavam por influenciar os grupos próximos. Mesmo com esse imprevisto os alunos desse grupo conseguiram fazer considerações interessantes.

A atividade 3.1 de aplicar a reflexão para completar a figura do Homer foi realizada pelos alunos e a aluna E surpreendeu ao responder a ficha correspondente a essa atividade.

Figura 68-Ficha da atividade 4.1 da aluna E

Atividade de reflexão no Geogebra:

1) Mova a figura original, afastando-a e aproximando-a da reta de reflexão, observe e responda: *sim*

a) O que acontece com o lado do personagem Homer Simpsons criado através da reflexão ao movimentar a figura original no programa? Explique esse fato.

*Ele vira ao seu corpo
a reta que ele criou*

Fonte: Arquivo pessoal

Ao ler na ficha(figura 68) "Ele volta ao seu corpo a reta ajuda seu ângulo", não consegui compreender sua resposta e perguntei:

Professora: Eu não entendi, ângulo, reta?

A aluna apontando para a tela do computador e movendo o personagem falou:

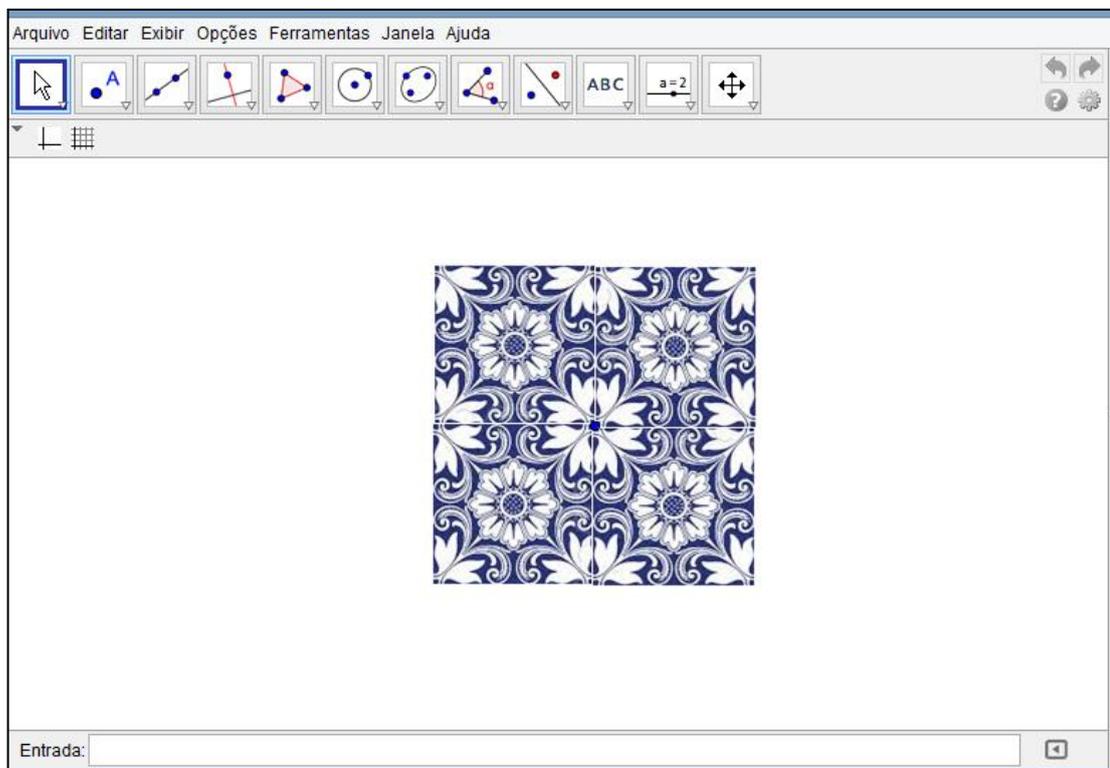
Aluna: É o ângulo, aqui é o mesmo.

Professora: Entendi agora, sim é o mesmo ângulo.

A aluna nesse item deduziu algo novo, o ângulo que o personagem faz com a reta se mantém ao movimentar. Havíamos conversado sobre distância na reflexão, mas de ângulo relacionado a essas transformações não, falávamos de ângulo direcionados as rotações. Os demais alunos escreveram de forma geral que quando movia uma, a cópia se mexia.

Na atividade 4.2 os alunos realizaram a rotação para compor o azulejo como a construção da aluna E.

Figura 69-Construção da proposta 4.2 pela aluna E



Fonte: Arquivo pessoal

Figura 70-Ficha da atividade 4.2 da aluna E

Atividade de Rotação no Geogebra:

1) Movimente o centro de rotação da composição construída e o azulejo original e responda:

a) O que acontece com as figuras ao movimentar o centro de rotação?

Elas se separam novamente

b) O ângulo de rotação entre as peças de azulejo se modifica?

continua noventa

Fonte: Arquivo pessoal

A aluna ao escrever no item a de sua ficha (figura 70) "elas se separam novamente" e no item b "continua noventa, diferenciou de todos os demais alunos que apenas escreveram que não modificava o ângulo. Os alunos fizeram em grupos com respostas comuns e essa aluna trabalhou individual e aproveitou muito nesses encontros. Acredito que avançou nos níveis de Van Hiele, inicialmente com aspectos do nível 0, com dificuldades em compreender o que estava sendo estudado, também por ter faltado ao primeiro encontro e não conseguia analisar as figuras por suas propriedades, agora demonstra clareza nas conversas em sala sobre os assuntos e nas suas conclusões nas atividades demonstrando aspectos do nível dois do modelo estudado.

A atividade do Exército de *Minios* não chegou ao final da construção. Sem dar tempo de entregar as fichas, os alunos ficaram na exploração da ferramenta de translação nesse momento.

Análise do formulário:

Figura 71-1ª Questão do formulário do aluno W

Responda as questões a seguir da melhor maneira possível, com suas palavras.

Se quiser, use desenhos nas suas respostas.

1) Durante a pesquisa você utilizou de algumas ferramentas para fazer as atividades propostas. Cite as que você utilizou pela primeira vez.



The image shows a student's response to a question. The student has drawn three items: a protractor, a compass, and a computer monitor with a keyboard. The drawings are simple line drawings on a set of horizontal lines.

Fonte: Arquivo pessoal

Todos os alunos escreveram o compasso e o transferidor, assim como o grupo A, porém o computador apareceu nessa questão apenas para o grupo B, o que chamou minha atenção. O aluno W usou de apenas desenhos para responder a questão (figura 71), algo que poderia ser feito, sem problemas, e deixou sua resposta especial.

Figura 72-2ª questão do formulário da aluna T

2) Nas aulas da professora Barbara alguns conceitos de Matemática foram abordados. Escreva abaixo o que você aprendeu de Matemática durante as aulas.

aprendimos simetria, usar o compasso usar a rotação e usar o transferidor

Fonte: Arquivo pessoal

Os alunos desse grupo escreveram, assim como a aluna T (Figura 72), que aprenderam a usar o transferidor e o compasso, demonstrando como foi marcante para eles utilizar essas

ferramentas, assim como o movimento de rotação foi marcante, penso que pela flor do encontro 3.

Figura 73-2ª questão da aluna L

2) Nas aulas da professora Barbara alguns conceitos de Matemática foram abordados. Escreva abaixo o que você aprendeu de Matemática durante as aulas.

QUE NÃO É SO' COMTA TEM COISA LEGAL.

Fonte: Arquivo pessoal

Essa aluna não respondeu a questão (Figura 73), mas se expressou sobre o conteúdo, mostrando em como a matemática era vista por eles até o momento e que a proposta das aulas a fez repensar sua opinião.

A resposta da aluna (figura 74) mostra novamente como foi importante usar transferidor e compasso nas aulas.

Figura 74-3ª questão do formulário da aluna T

3) Qual a sua opinião sobre o conteúdo das aulas da professora Barbara?

Legal, divertido, interessante e aprender mais sobre o compasso e o transferidor.

Fonte: Arquivo pessoal

Figura 75- 3ª questão do formulário do aluno W

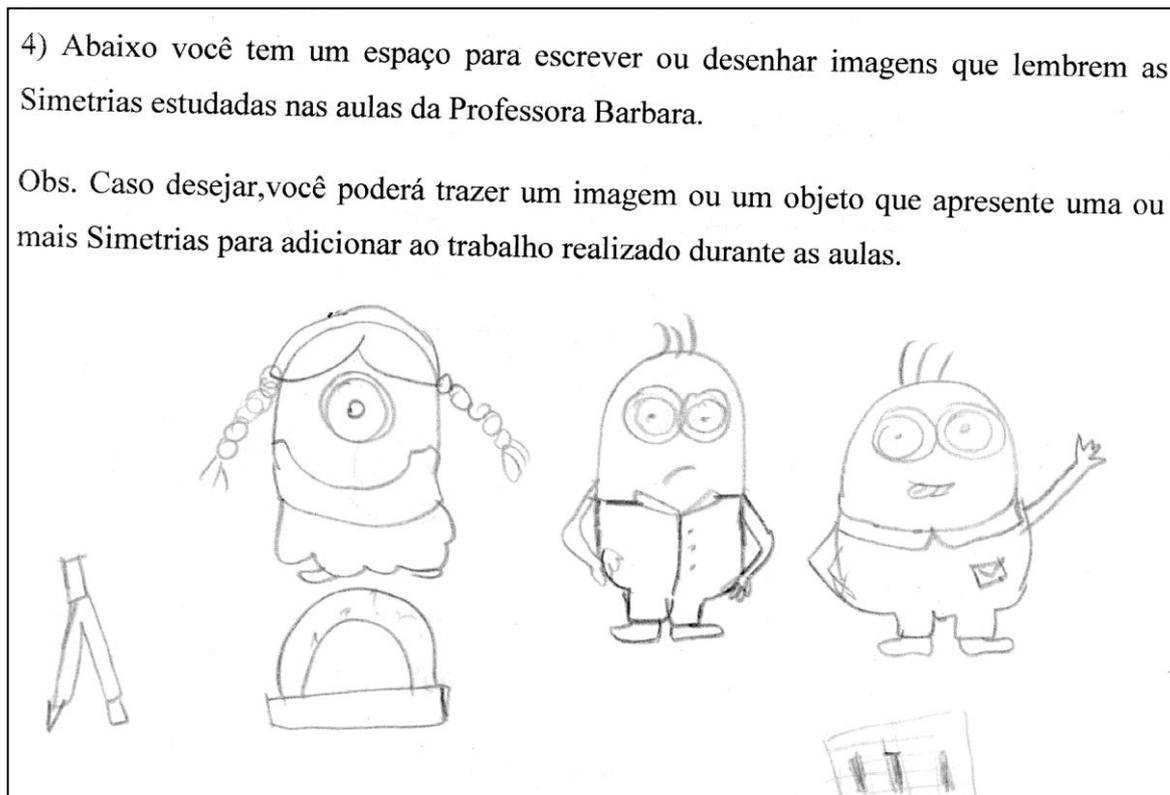
3) Qual a sua opinião sobre o conteúdo das aulas da professora Barbara?

E BEM LEGAL PORQUE ELA EXPLICA A GEOMETRIA DAS IMAGENS.

Fonte: Arquivo pessoal

Achei muito interessante a resposta do aluno W(Figura 75), a geometria das imagens, e foi a resposta mais diferente de todas e que demonstrou sua compreensão a respeito da experiência que ele vivenciou.

Figura 76-4ª questão do formulário da aluna C



Fonte: Arquivo pessoal

A aluna E desenhou um coração, entre outros desenhos, desenho que não foi mostrado, nem comentado nas aulas e marcou o eixo de simetria, algo diferenciado visto que os alunos não saíram da zona de confronto ao desenhar figuras vistas em aula. A aluna C durante os encontros mostrou sua maneira de resolver as atividades, o modo como entendeu o que foi exposto. Os desenhos dela (figura 76) mostram a translação no canto inferior direito da figura, que nenhum aluno do grupo A ou B colocou, os personagens, que apresentam simetria e para ela foi interessante durante a atividade do encontro 4 e o compasso e o transferidor, que apresentam simetria, mas não tenho certeza se foi esse o motivo do desenho. Essa aluna mostrou aspectos do nível 1 e 2 de Van Hiele, observando as figuras e suas propriedades e utilizando de métodos próprios para resolver as atividades de forma correta, uma aluna muito interessante.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A abordagem de Simetrias no ensino fundamental nas turmas escolhidas para realizar a pesquisa possibilitou uma experiência especial, no sentido de estar inserida de uma forma diferente nas salas de aula, na forma diferenciada de planejar a sequência a ser aplicada, pensando na pesquisa e principalmente no conteúdo que foi abordado. A escolha da metodologia de Van Hiele para analisar os dados coletados possibilitou uma visão diferente do modo que os professores avaliam seus alunos, independente do conteúdo e da disciplina abordada. Assim, utilizar metodologias para analisar os registros dos alunos ampliou a visão da futura graduada e professora pesquisadora.

Os estudantes envolvidos na pesquisa mudaram suas perspectivas sobre a disciplina de Matemática. Demonstraram evolução na aprendizagem de Simetrias, durante a realização da pesquisa de campo e aprendendo conceitos novos sobre Simetrias. A utilização do programa Geogebra nas aulas possibilitou a todos trabalhar com Simetrias e com as ferramentas do programa que também era algo novo para eles.

Consideramos que os alunos do grupo A, que estavam oscilando entre o nível 0 e nível 1 do modelo de Van Hiele puderam, através dos encontros sair do nível 0 e tivemos exemplos de alunos que apresentam aspectos que já não se enquadram no nível 1, por estarem tirando conclusões a partir do que observaram nas atividades.

O grupo B foi o mais interessante nas aulas e ao analisar os dados, a dificuldade inicial de promover trabalhos individuais para analisar os dados de cada aluno, foi substituído pela diversidade do modo que as atividades foram realizadas pelo grupo. Os diferentes aspectos dos níveis de Van Hiele que esse grupo apresentava também foi um destaque, inicialmente tivemos alunos visualizando as figuras como um todo e outros alunos que já estavam em um nível 1, considerando as propriedades e características de cada figura e na fase final alguns alunos já estavam analisando maneiras de resolver as atividades, buscando estratégias para isso, concluindo coisas a partir do conhecimento adquirido, ou seja, aspectos dos níveis dois e três do modelo.

Ao abordar Simetrias resgatamos o uso do transferidor e do compasso físicos, e principalmente a prática de trabalhar com diferentes unidades de medida, aspectos que, em alguns momentos, identifiquei como fazendo falta para alunos dos anos finais do ensino fundamental e em alguns casos no ensino médio também, por exemplo, no caso em que necessitam utilizar a régua graduada para fazer medições. A visualização geométrica nos

estudantes foi aprimorada em consequência desse aprendizado e o potencial de cada aluno ganhou destaque nas atividades. O uso do software nas aulas foi importante para os alunos, como experiência, mas também como uma iniciação de algo que deve ser dada continuação, pois os alunos apresentam, em grande parte, dificuldades em manusear os computadores e programas em geral, e nas suas residências não disponibilizam dessa ferramenta, com acesso a internet e a programas que possibilitam o uso de programas de aprendizagem.

A abordagem de Simetrias nos grupos possibilitou e se fez necessário a inserção de outros conceitos como ângulo, medidas, congruência entre figuras e transformações geométricas. Os estudantes puderam trabalhar de forma diferenciada na disciplina de Matemática modificando a maneira como a disciplina de Matemática era desenvolvida e atualmente como estava sendo oferecida a eles. Interpretamos que os alunos compreenderam vários aspectos de transformações geométricas e puderam conhecer e aprender Simetrias através dessa prática na escola, e o uso da tecnologia, em especial de um software de geometria dinâmica, deveria ter tido mais espaço na prática. No entanto, o tempo restrito impossibilitou essa abordagem dessa ferramenta, mesmo assim consideramos que a utilização do Geogebra foi para os alunos importante, para que eles pudessem explorar o que as limitações das aulas sem essa tecnologia não possibilita.

Acredito assim que aprendizagem de Simetrias contribuiu para a formação matemática dos estudantes que participaram da pesquisa, no sentido de desenvolver o raciocínio, possibilitar a progressão dos estudantes na aprendizagem de Geometria, segundo o modelo de Van Hiele, possibilitou observar uma melhora na formulação das respostas dos estudantes e contribuiu para que de forma geral esses alunos pudessem ter contato com uma Geometria diferenciada da que foi estudada por eles até agora e a que será futuramente.

Considero que a pesquisa foi desenvolvida respeitando os critérios pré-estabelecidos, como estudo de caso, trazendo um caso novo, especial e com características particulares, mas com possibilidades de concluir coisas novas sobre o objeto de estudo. Como professora interfeiri em momentos das aulas, buscando que houvesse aprendizado nos encontros, mas de modo a não interferir na pesquisa, sendo assim me mantive como observadora em momentos necessários. Realizar a pesquisa foi muito importante para minha formação, assim como a bolsa de Extensão que mantive durante três anos da graduação e acredito que profissionalmente os resultados dessas experiências irão se manifestar nas minhas práticas, assim como incentivou minha vontade de continuar a pesquisar na área da educação Matemática.

REFERÊNCIAS

CATALÁ, Claudi Alsina; AYMEMÍ, Josep M.^a Fortuny; GÓMEZ, Rafael Pérez. **Por que geometria?** Propuestas Didácticas para la ESO. Madrid, Editora Síntesis, 1997.

CATALÁ, Claudi Alsina; GÓMEZ, Rafael Pérez; GARRIDO, Caferino Ruiz. **Simetria Dinâmica.** Madrid: Editora Síntesis, v.15, 1989.

Geogebra: Instituto Geogebra no Rio de Janeiro. Apresentação. Disponível em< <http://www.geogebra.im-uff.mat.br/>>. Acesso em: 26 de set. 2014.

GRAVINA, Maria Alice; BÚRIGO, Elisabete Zardo; BASSO, Marcus Vinicius de Azevedo; GARCIA, Vera Clotilde Vanzetto (Orgs.). Matemática, **Mídias digitais e Didática: Tripé para a formação do professor de Matemática**-Universidade Federal do Rio Grande do Sul-Porto Alegre. 2012.

MEDEIROS, Margarete Farias. **Geometria dinâmica no ensino de transformações no plano -uma experiência com professores da educação básica.** Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática)-Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, UFRGS, Porto Alegre, 2012. Disponível em:< <http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/54888>> Acesso em 27 de mai. 2014.

OCHI, Fusako Hori; PAULO, Rosa Monteiro; YOKOYA, Joana Hiassae; LKEGAMI, João Kazuwo. **O uso de quadriculados no ensino da geometria-** Sub-projeto: formação de professores de Matemática -IME-USP-São Paulo. 3^a edição. 1997.

PAVANELLO, Regina Maria. O abandono do ensino de Geometria no Brasil: causas e consequências. **Zetetiké**, Campinas, ano 1, n. 1, p. 7-17, mar. 1993. Disponível em: <<http://www.fae.unicamp.br/revista/index.php/zetetike/article/view/2611/2353>>acesso em 30 de jul. 2014.

PONTE, João Pedro. **Estudos de casos em educação matemática.** Bolema, São Paulo, v.19, n.23,2006,p. 1-23.

RIBEIRO, Carlos Maurício G. Morfologia. Estrutura e Composição Química Viral-2009. Disponível em<<http://www.ebah.com.br/content/ABAAABD-cAK/morfologia-viral>>. Acesso em: 26 de out. 2014.

RODRIGUES, Camila Roberta Ferrão. **Potencialidades e possibilidades do ensino de transformações geométricas no ensino fundamental**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática)-Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, UFRGS, Porto Alegre, 2012. Disponível em:< <http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/61264>> Acesso em 9 de mai. 2014.

SANTOS, Jonas Floriano Gomes dos. Simetria e Física :Parte 1-2012. Disponível em<<http://www.inape.org.br/colunas/fisica-conceito-historia/simetria-fisica-parte-1>>. Acesso em: 19 de out.

SILVA, José Eduardo Ferreira da. Transformadas por simetria central-2010. Disponível em: <http://www.projetozk.com/hipertextos/cortar_copiar_colar/transformadas/simetria.htm>. Acesso em: 26 de out. 2014.

Só Biologia. Reino Animal: Características que Distinguem os Animais. Disponível em<<http://www.sobiologia.com.br/conteudos/Reinos2/bioanimal2.php>>. Acesso em: 26 de out. 2014.

STEWART, Ian. **Uma história da simetria na Matemática**. 1. ed. Rio de Janeiro, Editora Zahar, 2012.

REFERÊNCIA DAS IMAGENS

M.C.Escher. Disponível em:<<http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/seminario/escher/obra1.html>>. Acesso em: 1 nov. 2014.

Muxxi blog. Disponível em: <<http://muxxi.tumblr.com/archive>> .Acesso em: 1 de nov. 2014.

APÊNDICE

APÊNDICE A

TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Eu, _____, R.G. _____, responsável pelo(a) aluno(a) _____, da turma _____, declaro, por meio deste termo, que concordei em que o(a) aluno(a) participe da pesquisa intitulada **Aprendizagem de simetrias nos anos finais do Ensino Fundamental**, desenvolvida pelo(a) pesquisador(a) Barbara Cezar Goetz. Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é coordenada/orientada pelo Professor Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, através do telefone 33086186 ou e-mail mbasso@ufrgs.br.

Tenho ciência de que a participação do(a) aluno(a) não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Fui informado(a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais, são:

- Determinar as possibilidades do ensino das simetrias presentes nas Transformações Geométricas.
- Analisar o uso do software Geogebra como ferramenta para o aprendizado dos alunos sobre simetria.
- Analisar o processo de ensino e aprendizado sobre Geometria durante o período.

Fui também esclarecido(a) de que os usos das informações oferecidas pelo(a) aluno(a) será apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas pela inicial de seu nome e pela idade.

A colaboração do(a) aluno(a) se fará por meio de entrevista/questionário escrito etc, bem como da participação em aula, em que ele(ela) será observado(a) e sua produção analisada, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas. No caso de fotos, obtidas durante a participação do(a) aluno(a), autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc, sem identificação. A colaboração do(a) aluno(a) se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por mim assinado.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, ou me sinta prejudicado(a), poderei contatar o(a) pesquisador(a) responsável no endereço Rua Josué Machado dos Santos, Bairro Porto Batista na cidade de Triunfo/telefone:36570038/e-mail:barbara-goetz@hotmail.com.

Fui ainda informado(a) de que o(a) aluno(a) pode se retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Porto Alegre, _____ de _____ de _____.

Assinatura do Responsável: _____

Assinatura do(a) pesquisador(a): _____

Assinatura do Orientador da pesquisa: _____