

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA

Dioger dos Santos

**MODELAGEM MATEMÁTICA E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO  
INTERDISCIPLINAR DE MATEMÁTICA E FÍSICA.**

Porto Alegre

2014

Dioger dos Santos

**MODELAGEM MATEMÁTICA E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO  
INTERDISCIPLINAR DE MATEMÁTICA E FÍSICA.**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof<sup>o</sup>. Dr<sup>o</sup>. Alvino Alves Sant'Ana.

Porto Alegre

2014

Dioger dos Santos

**MODELAGEM MATEMÁTICA E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO  
INTERDISCIPLINAR DE MATEMÁTICA E FÍSICA.**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof<sup>o</sup>. Dr<sup>o</sup>. Alvino Alves Sant'Ana.

**Comissão Examinadora**

---

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Marilaine de Fraga Sant'Ana  
Instituto de Matemática – UFRGS

---

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Maria Paula Gonçalves Fachin  
Instituto de Matemática – UFRGS

---

Prof<sup>o</sup>. Dr<sup>o</sup>. Alvino Alves Sant'Ana – Orientador  
Instituto de Matemática – UFRGS

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus por me dar paciência, disciplina e principalmente saúde nesses anos todos da graduação e pelo seu companheirismo, em todas as etapas de minha vida.

Agradeço a todos os professores da UFRGS, que me guiaram até aqui, em especial ao professor Alvino pelo seu brilhantismo na minha orientação.

Agradeço a minha família que sempre me apoiou e acreditou que eu chegaria ao fim desta longa jornada, que é cursar o Ensino Superior.

Agradeço a todos os colegas de trabalho, os quais me deram suporte.

Agradeço, em especial à minha esposa, que me ajuda e incentiva nos estudos, fazendo sempre que eu me dedique, te amo.

“Eu ouço e eu esqueço,  
Eu vejo e eu lembro,  
Eu faço e eu entendo”.

*Antigo provérbio chinês*

## RESUMO

Este trabalho apresenta uma análise da viabilidade do ensino interdisciplinar de Matemática e Física, intermediado por duas Tendências em Educação Matemática – a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas. A aplicação deste trabalho teve a duração de quatro aulas, em uma turma do primeiro ano de Ensino Médio de uma escola da rede pública estadual de ensino. As aulas foram desenvolvidas através de dois experimentos simples: um sobre velocidade média, modelado com um trem de brinquedo; e outro sobre aceleração média, modelado com um carrinho de controle remoto. Os problemas desenvolvidos e apresentados aos alunos eram voltados para o fortalecimento dos conteúdos trabalhados durante a modelagem. Portanto, a Resolução de Problemas desempenhou um papel complementar à Modelagem Matemática. À medida que descrevemos as aulas, fazemos uma análise apoiada no referencial teórico. Nas considerações finais do trabalho explicitamos a validade da proposta da aplicação das aulas.

**Palavras chaves:** Modelagem Matemática, Resolução de Problemas, Interdisciplinaridade, Matemática, Física.

## ABSTRACT

This work presents an analysis of the feasibility of the interdisciplinary teaching of Mathematics and Physics, mediated by two Trends in Mathematics Education - Mathematical Modeling and Problem Solving. The application of this work had a duration of four classes, in one class of the first year of Middle School in a public education state school. The lessons were developed through two simple experiments: one about average speed, modeled with a toy train; and another on average acceleration, modeled with a remote control toy car. The developed and presented problems to the students were directed to the strengthening of content worked during the modeling. Therefore the Problem Solving played a complementary role to Mathematical Modeling. As we describe the classes, we do an analysis supported by the theoretical framework. On the final considerations of the work we explain the validity of the proposal of application on the classes.

**Keywords:** Mathematical Modeling, Problem Solving, Interdisciplinary, Mathematics, Physics.

## Lista de Figuras

Figura 1 - Resposta do aluno C. ....	25
Figura 2 - Trem e trena. ....	28
Figura 3 - Trena. ....	29
Figura 4 - Quadro de anotações do aluno D. ....	31
Figura 5 - Quadro de anotações do aluno B. ....	31
Figura 6 - Gráfico do aluno A ....	31
Figura 7 - Gráfico do aluno D. ....	31
Figura 8 - Gráfico do aluno B.....	32
Figura 9 - Gráfico do aluno C.....	32
Figura 10 - Resolução do problema 2, aluno B. ....	35
Figura 11 - Resolução do problema 1, aluno C. ....	35
Figura 12 - Resolução do problema 2, aluno C. ....	36
Figura 13 - Resolução do problema 1, aluno D. ....	36
Figura 14 - Carrinho e trena. ....	37
Figura 15 - Tabela posição e tempo do carrinho, aluno G. ....	38
Figura 16 - Gráfico do aluno A. ....	39
Figura 17 - Gráfico do aluno B.....	39
Figura 18 - Gráfico do aluno E.....	39
Figura 19 - Gráfico do aluno F. ....	39
Figura 20 - Gráfico do aluno G. ....	40



## Lista de Tabelas

Tabela 1 - Ambientes de Aprendizagem.....	13
---	----

## Sumário

1. INTRODUÇÃO .....	10
2. REFERENCIAL TEÓRICO .....	13
2.1. Modelagem Matemática .....	13
2.2. Resolução de Problemas .....	17
3. CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA.....	19
3.1. Estudo de caso .....	19
3.2. Caracterização do ambiente .....	20
3.3. Metodologia .....	21
4. APLICAÇÃO DA PROPOSTA.....	23
4.1. Aula 1: Questionário de sondagem.....	24
4.2. Aula 2: Velocidade média – trem de brinquedo. ....	28
4.3. Aula 3: Resolução de Problemas- velocidade média.....	33
4.4. Aula 4: Aceleração – carrinho de controle remoto. ....	37
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	45
6. REFERÊNCIAS .....	48
Apêndice A: Tabela para anotação dos dados dos experimentos.....	50
Apêndice B: Conteúdo distribuído aos alunos sobre funções afins e lineares. ....	51
Apêndice C: Conteúdo distribuído aos alunos sobre funções quadráticas.....	53
Anexo: Termo de consentimento da escola.....	55

## 1. INTRODUÇÃO

Os professores de Física da Escola Básica alegam que devido ao fraco conhecimento em Matemática, os alunos não entendem Física (PIETROCOLA, 2002). Os professores limitam-se, então, a ensinar apenas os conceitos físicos, enquanto a manipulação das expressões e fórmulas fica a mercê dos conteúdos ensinados em aulas de Matemática. Isto aconteceu comigo na oitava série do Ensino Fundamental, quando a professora de Física “ia até determinado ponto” no conteúdo e nos dizia que não tínhamos conhecimento matemático suficiente para dar continuidade com a matéria. Já no Ensino Médio, as aulas de Física eram com professores de Matemática, os quais se esforçavam, mas deixavam transparecer para as turmas a inquietude de trabalhar assuntos para os quais não estavam totalmente preparados.

Com as disciplinas de Física Geral I e II veio o interesse em saber um pouco mais sobre os assuntos estudados, pois percebia neles a aplicação da Matemática. Com isso solicitei uma disciplina extracurricular: **Explorando o Universo: dos Quarks aos Quasares**, a qual despertou um interesse por Cosmologia.

Já em Estágio em Educação Matemática I, em uma oficina, trabalhei Funções em conjunto com Cinemática. Nesta experiência vi a possibilidade de trabalhar Matemática e Física juntas. Ao introduzir um conteúdo matemático com exemplos de aplicações em problemas físicos, obtive um resultado satisfatório na oficina.

Muitas vezes, um problema não se qualifica dentro de uma única disciplina. Temos a necessidade de abordar esse problema de forma integrada, envolvendo outras disciplinas. Há, portanto, uma relação, um regime de interatividade, possibilitando o diálogo entre os assuntos das diferentes áreas do conhecimento.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (Brasil, 2000) do Ensino Médio, no texto de apresentação das suas Bases Legais, ressaltam a importância da interdisciplinaridade assim: “... buscamos dar significado ao conhecimento escolar, mediante a contextualização; evitar a compartimentalização, mediante a interdisciplinaridade; e incentivar o raciocínio e a capacidade de aprender”. Já no texto do processo de trabalho para a reforma do Ensino Médio propôs-se a reorganização curricular, com o objetivo de facilitar, através de uma perspectiva

interdisciplinar e de contextualização, o desenvolvimento de conteúdos das diversas disciplinas trabalhadas no ensino.

A interdisciplinaridade é uma prática a ser considerada, e algumas Tendências em Educação, tais como Modelagem Matemática e Resolução de Problemas são possíveis estratégias para a intermediação dessa prática.

Conforme Barbosa (2001) Modelagem Matemática “é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade”. A Modelagem Matemática proporciona, no ambiente escolar, o desenvolvimento e o incentivo do raciocínio, além de possibilitar o trabalho em diferentes áreas do ensino, mostrando-se uma estratégia viável para o ensino interdisciplinar.

A Resolução de Problemas, por sua vez, oferece uma grande oportunidade, para o professor de Matemática, pois desafia a curiosidade dos seus alunos através de problemas compatíveis com seus conhecimentos e auxiliando esses alunos por meio de perguntas estimulantes, poderá incutir-lhes o gosto pelo raciocínio independente (POLYA, 1978). Os PCN (2000) orientam que a atividade matemática deve partir do problema não da definição, e para Onuchic (1999) “... ensinar matemática através da Resolução de Problemas é a abordagem mais consistente com as recomendações dos PCN, pois conceitos e habilidades matemáticas são aprendidos no contexto de Resolução de Problemas”.

Então, após a leitura dos autores citados acima e das experiências nas práticas docentes, das disciplinas de Estágio em Educação I e II, convergimos para uma pergunta que nos guiará neste trabalho:

*É viável o ensino interdisciplinar de Matemática e Física, através de Modelagem Matemática e Resolução de Problemas?*

A partir desta questão norteadora do projeto de pesquisa, surgiram objetivos e indagações, tais como:

Objetivo:

1. Apresentar uma proposta utilizando a Modelagem Matemática e Resolução de Problemas no Ensino de Física.

Indagações:

1. Como trabalhar com o Ensino de Física através de algumas Tendências em Educação Matemática?
2. Em que a sequência didática pode contribuir para o Ensino de Matemática por intermédio da Física, e vice-versa?
3. Quais as dificuldades matemáticas dos alunos do Ensino Médio, na resolução de problemas de Física?

Esses questionamentos sobre o ensino, principalmente de Matemática, surgiram na minha vida acadêmica, mais precisamente, nos Estágios de Educação. Já o interesse em Física vem desde a infância, pelas horas gastas (ou ganhas) com livros sobre a disciplina. Por esses motivos, vejo a oportunidade de trabalhar melhor com assuntos de meu interesse, a Matemática e a Física, e com um tema importante, visto pontualmente em algumas disciplinas durante os anos na universidade como, por exemplo, a interdisciplinaridade.

Sendo assim, o objetivo deste Trabalho de Conclusão de Curso é analisar a viabilidade do ensino de Matemática e Física por meio da Modelagem Matemática e da Resolução de Problemas, através da aplicação de uma sequência de aulas para uma turma de primeiro ano do Ensino Médio.

Neste trabalho apresentamos e analisamos uma proposta, a ser trabalhada em quatro aulas e desenvolvida através de dois experimentos: o primeiro para modelarmos a velocidade média de um trem de brinquedo; e o segundo experimento, para a aceleração média de um carrinho de controle remoto.

Após a modelagem, definiremos alguns conteúdos matemáticos. Depois do primeiro experimento definiremos funções afins e lineares, e após o segundo, a função quadrática. Com essas funções explicadas, apresentaremos à turma dois problemas envolvendo velocidade média. Esses problemas serão entregues aos alunos após trabalharmos o conteúdo de funções afins e lineares. Outros dois problemas sobre aceleração média serão entregues à turma após apresentarmos a função quadrática.

## 2. REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo apresentamos alguns conceitos de Modelagem Matemática, segundo, principalmente, Bassanezi e Barbosa, de Ambientes de Aprendizagem segundo Skovsmose, e por fim, discutimos a importância da Resolução de Problema, baseado nos Parâmetros Curriculares Nacionais e no trabalho de Onuchic.

### 2.1. Modelagem Matemática

Para Skovsmose (2000, p.07) as referências possíveis dos conceitos ou conteúdos matemáticos podem se dar da seguinte forma:

Primeiro, questões e atividades matemáticas podem se referir à matemática e somente a ela. Segundo, é possível se referir a uma semi-realidade; não se trata de uma realidade que de fato observamos, mas uma realidade construída. Finalmente, alunos e professores podem trabalhar com tarefas com referências a situações da vida real.

Combinando, então, os três tipos de referências e os dois tipos de práticas em sala de aula, os quais são, segundo Skovsmose (2000): o paradigma dos exercícios e o desenvolvimento dos cenários para a investigação; temos seis possíveis ambientes de aprendizagem, como mostra a tabela abaixo:

**Tabela 1 - Ambientes de Aprendizagem.**

	<b>Exercícios</b>	<b>Cenário para investigação</b>
<b>Referências à matemática pura</b>	(1)	(2)
<b>Referências à semi-realidade</b>	(3)	(4)
<b>Referências à realidade</b>	(5)	(6)

Fonte: Skovsmose (2000), p. 08.

Skovsmose (2000) classifica de “ensino tradicional” as práticas fundamentadas na resolução de exercícios, normalmente descontextualizados que são formulados por uma

autoridade exterior à sala de aula. O exercício tem a finalidade de praticar uma ordem de passos a serem seguidos para encontrar a resposta, com a premissa central de que existe apenas uma resposta certa. Esses passos, na maioria das vezes, são determinados por um exemplo executado pelo professor, logo após o correspondente conteúdo trabalhado.

A Modelagem Matemática, para Barbosa (2004), “é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar por meio da Matemática, situações com referência na realidade”. A Modelagem Matemática é, portanto, uma estratégia adequada para se trabalhar no ambiente de aprendizagem (6), um ambiente com cenários para investigação e referências na realidade.

A Modelagem no ensino é uma estratégia de aprendizagem, na qual o mais importante não é chegar imediatamente a um modelo bem sucedido, mas seguindo etapas, para o conteúdo matemático ser sistematizado e aplicado (BASSANEZI, 2002). Essa estratégia permite que o processo de ensino-aprendizagem não se dê em um único sentido, do professor para o discente, mas como resultado da interação do estudante com o ambiente, tornando-o de aprendizagem. Essa interação coloca o aluno numa postura ativa, criando conhecimento, o seu conhecimento, não esperando passivamente o que o professor irá falar, e aceitar sem questionar.

A matemática aplicada é essencialmente interdisciplinar e sua atividade consiste em tornar aplicável alguma estrutura matemática fora de seu campo estrito; a Modelagem, por sua vez, é um instrumento indispensável da Matemática aplicada (BASSANEZI, 2002). Não podemos negar que a Matemática tem penetrado em outras áreas do conhecimento tais como a Química, a Biologia, a Física entre outras. Temos com isso uma infinidade de possibilidades de utilização da Modelagem Matemática como estratégia de ensino.

Ainda, segundo Bassanezi (2002, p.15):

...pensamos que, para o desenvolvimento de um novo modelo de educação menos alienado e mais comprometido com as realidades dos indivíduos e sociedades, necessitamos lançar mão de instrumentos matemáticos inter-relacionados a outras áreas do conhecimento humano. É também nessa capacidade de estabelecer relações entre os campos da matemática e os outros, evitando reproduzir modos de pensar estanques fracionados, que, a nosso ver, está o futuro da formação de novos quadros de professores e

pesquisadores, prontos a enfrentar o desafio de pensar a unidade na multiplicidade.

Vimos, portanto, que a interdisciplinaridade pode ser contemplada quando trabalhamos com Modelagem Matemática.

Dependendo do tema, a Modelagem pode variar muito na sua duração. Podemos trabalhar o ano letivo todo, por meses, outras propostas de modelagem podem durar apenas algumas aulas. Além do tema escolhido, o tempo varia conforme os objetivos, planejamento e aplicação. Um único tema, escolhido para desenvolver todo o conteúdo programático de uma disciplina, pode ser cansativo e desmotivador a partir de algum momento, principalmente se a abordagem de algum conteúdo matemático não for feita de maneira natural e interessante, para os alunos.

Uma maneira mais simples para abranger todo o programa da disciplina é trabalhar, em cada tópico introduzido, com modelagens curtas de temas distintos, completando com problemas propostos que se relacionem com o conteúdo estudado. Isto facilita para o professor que estará mais confiante no resultado final e poderá ser uma motivação renovada para os alunos (BASSANEZZI, 2002).

O termo “modelagem parcial”, usado por Bassanezi em seu livro “**Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**” (p. 185), é utilizado para distinguir a modelagem usada como programa para o ano letivo inteiro da modelagem que abrange somente um conteúdo ou um assunto. É o tipo de modelagem que se encaixa perfeitamente na proposta de aplicação deste trabalho. Não pensamos em um tema para o ano letivo inteiro da turma, pensamos em partes: primeiro, para definir funções afins e lineares, elaboramos um experimento para modelar a velocidade média e depois introduzir o conteúdo matemático desejado; e, posteriormente, em um experimento similar desenvolvemos um modelo para aceleração média, e após introduzimos funções quadráticas.

Segundo Ribeiro (2008, p.64), o tempo de duração da Modelagem não deve ser o mais importante, mas sim, devemos destacar as etapas do desenvolvimento da Modelagem:

- a escolha da temática: assunto a ser investigado;



- planejamento: fase de estruturação da proposta, definição de objetivos, seleção de materiais, atividades e delimitação do conteúdo curricular e atividades de avaliação;
- desenvolvimento: realização das atividades pelos alunos;
- análise: fase de autocrítica, de realização de possíveis ajustes e preparação da apresentação final;
- apresentação: exposição das descobertas, criações e conclusões;
- retrospecto: avaliação do projeto desenvolvido, buscando possíveis reformulações e novas perspectivas.

Em linhas gerais, na elaboração de um projeto de Modelagem Matemática, segundo as ideias apresentadas por Bassanezi (2002), podem ser identificadas três grandes etapas: a escolha do tema, a coleta de dados e a formulação de modelos.

Bassanezi (2002) diz que “a Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”.

Já para Biembengut e Hein (2000), Modelagem Matemática “é o processo que envolve a obtenção de um modelo”, de modo que “um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procura traduzir, de alguma forma, um fenômeno em questão ou problema de situação real, denomina-se modelo matemático”.

Por outro lado, a Modelagem Matemática para Barbosa (2001), “... trata-se de uma oportunidade para os alunos indagarem situações por meio da matemática sem procedimentos fixados previamente e com possibilidades diversas de encaminhamento”. Barbosa afirma ainda que “... as atividades de Modelagem nos impossibilita de garantir a presença de um modelo matemático propriamente dito na abordagem dos alunos”. Ou seja, quando trabalhamos com Modelagem, não precisamos ficar preso a construção de um modelo matemático que retrate a situação estudada.

Vimos, como Barbosa define Modelagem Matemática, e destacamos duas palavras desta definição: problematizar e investigar. Com base nas diversas definições, sobre Modelagem Matemática, citadas, dos diferentes autores, é possível identificar o problema (Resolução de Problemas) como um processo inerente à Modelagem Matemática.

## 2.2. Resolução de Problemas

Um breve conceito de Resolução de Problemas segundo Onuchic (1999): “Resolução de Problemas envolve aplicar a Matemática ao mundo real, atender a teoria e a prática de ciências atuais e emergentes e resolver questões que aplicam as fronteiras das próprias ciências matemáticas”.

O Problema é aquilo que consideramos difícil de resolver, diferente do exercício, o qual vimos sua definição nas páginas 13 e 14, segundo Skovsmose. Ele desperta uma educação por descoberta. Nos PCN (2000), no texto voltado à Matemática, encontramos referências ao desenvolvimento da criatividade e do raciocínio lógico, através da capacidade de resolver problemas. Skovsmose (2000) diz que, “Propor problemas significa um passo adiante em direção aos cenários para investigação...”. Contudo, Skovsmose (2000) afirma ainda que, “Alguns exercícios podem provocar atividades de resolução de problemas, as quais poderiam transformar-se em genuínas investigações matemáticas”.

É importante registrar que o que é considerado um problema para um determinado grupo de estudantes, pode ser apenas um exercício por outro grupo, uma vez que, para este último, a solução pode ser uma mera repetição de argumentos visto anteriormente.

Polya (1978) retrata bem no primeiro parágrafo do prefácio do seu livro “A arte de resolver problemas”, a importância do problema:

Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo de descoberta. Experiências tais, numa idade suscetível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda a vida, a sua marca na mente e no caráter.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 2000) para o Ensino Médio, no texto das Ciências da natureza, Matemática e suas Tecnologias, apontam como se deve dar o ensino de Matemática:

- a) O ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las;
- b) A resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se podem apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas.

A Resolução de Problemas e a Modelagem Matemática, dentro das Tendências em Educação Matemática, vêm se configurando como caminho altamente significativos para as aulas de Matemática (RIBEIRO, 2008). Tirando o aluno da passividade e colocando-o em atividade. Convergindo, também, para um ensino proposto pelos PCN do Ensino Médio.

A resolução de problemas é uma importante estratégia para o processo ensino-aprendizagem da Matemática, criando no aluno a capacidade de desenvolver o pensamento matemático, não se restringindo ao paradigma do exercício, que valoriza o aprendizado por reprodução ou imitação.

Como a Resolução de Problemas não é uma atividade exclusiva da Matemática. Há, portanto, a possibilidade da interação com outras disciplinas, por meio dessa Tendência em Educação Matemática. Como disse Pietrocola (2002) a “Matemática é estruturante do conhecimento Físico”. Sendo assim, é possível que a Matemática e a Física andem juntas, no processo de ensino-aprendizagem, através da Resolução de Problemas e da Modelagem Matemática.

### 3. CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

Neste capítulo apresentamos a metodologia utilizada neste trabalho, bem como a caracterização do ambiente escolar e de aprendizagem dos alunos envolvidos na aplicação da proposta deste trabalho.

#### 3.1. Estudo de caso

Para as autoras Lüdke e André (1986), o que vai determinar a escolha da metodologia de uma pesquisa é a natureza do problema. Para que a realidade da escola seja estudada com rigor científico, é necessária uma pesquisa qualitativa. Isso pelo fato de ter uma atenção com o planejamento, com o controle da pesquisa, com a escolha do objeto. Os estudos qualitativos são importantes por proporcionar a real relação entre teoria e prática, oferecendo ferramentas eficazes para a interpretação das questões educacionais.

Segundo Lüdke e André (1986) o estudo de caso, é um tipo de pesquisa qualitativa, no qual se estuda um único caso. O estudo de caso deve ser aplicado quando o pesquisador tiver o interesse em pesquisar uma situação singular, particular. As autoras ainda nos esclarecem que “o caso é sempre bem delimitado, devendo ter seus contornos claramente definidos no desenvolver do estudo”. Portanto, esse tipo de pesquisa apresenta características fundamentais. Essas características são as seguintes:

1. Os estudos de caso visam à descoberta.
2. Os estudos de caso enfatizam a ‘interpretação em contexto’.
3. Os estudos de caso buscam retratar a realidade de forma completa e profunda.
4. Os estudos de caso usam uma variedade de fontes de informação.
5. Os estudos de caso revelam experiência vicária e permitem generalizações naturalísticas.
6. Estudos de caso procuram representar os diferentes e às vezes conflitantes pontos de vista presentes numa situação social.

7. Os relatos de estudo de caso utilizam uma linguagem e uma forma mais acessível do que os outros relatórios de pesquisa (LÜDKE E ANDRÉ, 1986, p. 18-20).

Um estudo de caso vai apresentar três fases em seu desenvolvimento: primeiramente, há a fase exploratória; num segundo momento, há a delimitação do estudo e a coleta de dados; e, em um terceiro, há a análise sistemática desses dados, culminando na realização do relatório (NISBET E WATT, apud LUDKE E ANDRÉ, 1986).

Na fase inicial temos a preparação do terreno de pesquisa. É o momento de definir mais precisamente o objeto, de especificação dos pontos críticos e das questões que serão levantadas. Esse começo, apesar de ter toda essa preocupação com o estudo, não tem a intenção de determinar nenhum posicionamento, pelo contrário, o interesse vai ser de explicitar, reformular ou até mesmo abandonar alguma questão inicial. Depois dessa fase exploratória, o pesquisador deve identificar os contornos do problema a ser estudado, podendo, então, coletar os dados sistematicamente, usando os instrumentos de sua escolha que, para ele, são os mais adequados para caracterizar a pesquisa. O terceiro momento que representa o desenvolvimento do estudo de caso é a fase de análise dos dados e da elaboração do relatório.

Essas três fases não estabelecem uma sequência. Não tem como precisar um instante de separação entre elas, uma vez que elas “se interpolam em vários momentos, sugerindo apenas um movimento constante no confronto teoria-empíria” (LÜDKE E ANDRÉ, 1986).

Percebemos que todas essas características apontam para um estudo que se preocupa com a constante reformulação das suas conjecturas, uma vez que o conhecimento nunca está pronto. Vemos também que a compreensão de determinado objeto será auxiliada, levando-se em conta o contexto em que acontece. Os fatores externos também podem ajudar na apreensão e interpretação da proposta estudada. Sua linguagem escrita aparece de maneira informal, num estilo de narração, transmitindo claramente o caso estudado.

### **3.2. Caracterização do ambiente**

O trabalho foi desenvolvido em uma escola estadual de Ensino Médio, localizada no bairro Menino Deus em Porto Alegre. No turno da noite tem apenas três turmas, uma para cada ano do Ensino Médio, com poucos alunos por turma. Na turma que trabalhamos, a do

primeiro ano, em média, oito alunos frequentavam as aulas assiduamente, sendo que na chamada constavam 23 alunos matriculados. A estrutura da escola está bem conservada, pátio limpo e dependências também. Nas salas de aula, as paredes, classes e cadeiras estão pichadas com corretivos e canetas. Contudo, as salas de aulas são sempre organizadas e limpas para os próximos turnos.

Nas aulas de Matemática, após algumas observações, percebemos que a professora regente apresentava algum conteúdo, possivelmente pré-selecionado, e depois os estudantes trabalhavam com exercícios. Por vezes as aulas eram destinadas à resolução dos exercícios e a professora assessorava os alunos em suas dúvidas, as quais eram, na maioria das vezes, dificuldades no entendimento do algoritmo de resolução dos exercícios. Em geral, as demais dúvidas eram basicamente sobre operações aritméticas. De acordo com as observações, estas aulas tradicionais de Matemática se enquadram no paradigma do exercício (SKOVSMOSE, 2000) contrapondo uma abordagem de investigação.

### **3.3. Metodologia**

Primeiramente realizamos um levantamento bibliográfico com a intenção de obter informações mais esclarecedoras sobre o ensino interdisciplinar, a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas. Após este estudo bibliográfico, realizamos uma pesquisa através de uma atividade proposta com uma turma de primeiro ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual. Em um primeiro momento, aplicamos na turma um questionário de sondagem. A aplicação deste questionário teve a finalidade de colher informações mais consistentes acerca das possíveis dificuldades dos alunos em conteúdos matemáticos e físicos.

Após, a proposta de ensino foi desenvolvida através da Modelagem Matemática e da Resolução de Problemas. Nesta fase da pesquisa o diário de bordo foi utilizado juntamente com uma filmadora para observar os diálogos e o desenvolvimento da modelagem. Este instrumento de coleta de informações foi importante, principalmente para colher dados de como se desenvolveram as aulas com a aplicação da Modelagem. Depois das quatro aulas, o mesmo questionário de sondagem da primeira aula foi aplicado, para uma nova análise e conclusões.

Portanto, a pesquisa, segundo o processo de coleta de dados, é do tipo experimental. E quanto aos objetivos é de modalidade exploratória ou diagnóstica, devido, principalmente, a intenção de obter dados e informações mais esclarecedoras e consistentes sobre o tema de pesquisa, além de ter a primeira entrada em campo, o levantamento bibliográfico e a aplicação de testes (questionários).

Segundo Fiorentini e Lorenzato (2007) “O processo de produção de conhecimentos, nessa abordagem, orienta-se pela aplicação do método científico, o qual, de modo geral, compreende as fases de formulação de um problema, levantamento de hipóteses, testagem dos pressupostos, confirmação ou refutação das hipóteses e conclusões”. Conseqüentemente, pela objetividade, sujeito ativo e objeto empírico para análise, a abordagem mais adequada para esta pesquisa é a empírico-analítica.

#### 4. APLICAÇÃO DA PROPOSTA

A aplicação da proposta do Trabalho de Conclusão de Curso foi realizada em uma escola estadual de Ensino Médio, em uma turma do primeiro ano do Ensino Médio noturno.

Em uma conversa com a professora regente da turma, ficou acertado que a proposta seria aplicada em seis períodos. Para isso, elaboramos um plano de aula, que foi aprovado pela professora responsável pela disciplina de Estágio em Educação Matemática III do Curso de Licenciatura em Matemática da UFRGS, bem como pela professora regente da turma.

Os dias de aula, nos quais realizamos as atividades, foram:

01/10/2014 (aula 1): um período de 45 minutos. Aplicação de um questionário de sondagem.

06/10/2014 (aula 2): dois períodos de 45 minutos cada. Modelagem Matemática envolvendo velocidade média.

08/10/2014 (aula 3): um período de 45 minutos. Resolução de Problemas sobre velocidade média.

13/10/2014 (aula 4): dois períodos de 45 minutos cada. Experimento e Resolução de Problemas sobre aceleração média.

Faremos uma descrição de cada uma das aulas, acompanhada de reflexões realizadas a partir de nosso referencial teórico. Desta forma, cada uma das aulas está dividida em duas partes:

1º) Planejamento e expectativa: apresentamos as atividades planejadas e as expectativas do professor quanto à forma que os estudantes resolverão as atividades propostas. Por ser anterior à realização da experiência, o tempo verbal utilizado é o futuro.

2º) Descrição da aula e análise do professor: apresentamos como ocorreu a aplicação das atividades, acompanhado de análises realizadas a partir do nosso referencial teórico. Como a narrativa é posterior à experiência, o tempo verbal utilizado é o pretérito.

Para não expor os alunos participantes, utilizaremos letras para representá-los. Abaixo, segue o registro de suas participações nos dias das atividades:

01/10 – alunos A, B, C, D, E, F, G e H.



06/10 – alunos A, B, C e D.

08/10 – alunos A, B, C e D.

13/10 – alunos A, B, E, F e G.

#### 4.1. Aula 1: Questionário de sondagem.

Na primeira aula, aplicaremos um questionário sobre funções afins, lineares e quadráticas. Também perguntaremos, para os alunos, o que são velocidade e aceleração.

Abaixo, segue o questionário de sondagem:

1. Escreva o que você sabe sobre funções lineares e funções afins (funções de 1° grau):
2. Qual a fórmula geral de uma função linear e uma função afim?
3. O que você sabe sobre funções quadráticas (função de 2° grau)?
4. Qual a fórmula geral da função quadrática?
5. O que é velocidade?
6. O que é aceleração?

Temos a expectativa de que as questões sobre funções, deste questionário, sejam todas respondidas, pois os alunos já tiveram aulas sobre esses conteúdos. Provavelmente não teremos os conceitos de funções afins, lineares e quadráticas bem definidos, mas esperamos que eles conheçam as fórmulas gerais e o esboço do gráfico de cada uma dessas funções.

Para as respostas sobre velocidade e aceleração, os alunos devem levar em consideração a vivência de cada um, podendo responder com exemplos.

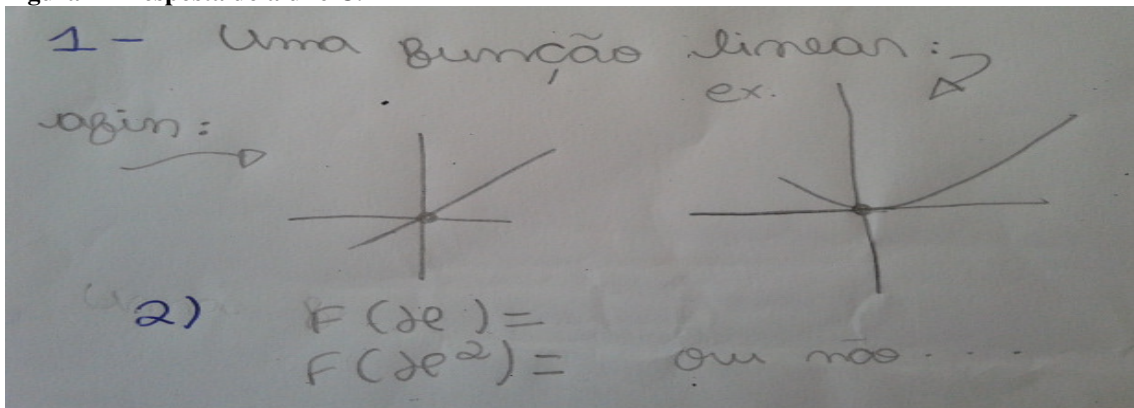
A seguir, apresentamos as respostas dos alunos, com algumas transcrições:

**Aluno A:** As quatro primeiras questões foram deixadas em branco. Observando a questão cinco, para ele, “Velocidade é uma unidade de medida que mostra a velocidade no qual um móvel está se movendo”. Por outro lado, podemos conferir o seu conceito de aceleração na questão seis: “Aceleração é responsável por determinar a velocidade”.

**Aluno B:** O aluno afirmou não saber responder as questões 2, 4, 5 e 6. Nas questões 1 e 3, ele afirma, apenas, “Só sei fazer”.

**Aluno C:** A figura abaixo mostra as resposta do aluno C para as duas primeiras questões.

**Figura 1 - Resposta do aluno C.**



Fonte: Arquivo pessoal.

Abaixo seguem as demais respostas do aluno C:

3. “Uma função de segundo grau são as funções que contem um expoente como o 2 ou 3 por exemplo”.
4. “O aluno não copiou a questão”.
5. “Velocidade é algo se movimentando constantemente”.
6. “Aceleração é a velocidade aumentando constantemente”.

**Aluno D:** Ele afirmou não saber fazer as quatro primeiras questões. Observando a questão cinco, para ele, “Um carro andando constantemente”. Já para aceleração na questão seis, ele deu um exemplo: “É um carro arrancando”.

**Aluno E:** O aluno escreveu a seguinte resposta, para todas as questões: “Sei e não quero responde!”.

**Aluno F:** Abaixo seguem as respostas do aluno:

1. “Função afim eu vi no primeiro trimestre e até aprendi um pouco a fazer as fórmulas e montar o gráfico, função linear não me lembro de ter aprendido”.
2. “ $f(x) = xy$  = acho que é isso”;
3. “Não sei nada praticamente devido a eu não estar presente nas aulas do 2º trimestre. Porém durante as aulas à noite no 3º trimestre estou me situando, porém continuo meio perdido”;
4. “ $f(x) = a^x$ ”;
5. “Km/h”;
6. “É a velocidade que demora para chegar a determinado lugar”.

**Aluno G:** O aluno deixou em branco as quatro primeiras questões. Na questão cinco, ele respondeu: “Velocidade para mim é quando algo toma movimento tanto ele sendo rápido ou lento”. Podemos conferir o seu conceito de aceleração na questão seis: “Aceleração é a ação que é tomada para ganhar velocidade”.

**Aluno H:** Abaixo seguem as respostas do aluno:

1. “Função afim  $f(x) = ax + b$ . O gráfico é o plano cartesiano, define-se os pontos de “x” e “y” e marca no gráfico, liga-se os pontos com uma reta crescente se o “a” for positivo e decrescente se o “a” for negativo”;
2. “ $f(x) = ax + b$ ” ;
3. “Baskara”;
4. “ $f(x) = ax^2 + bx + c$ ” ;

5. “Velocidade é definida em  $km/h$ ;  $m/s$ . Um corpo se movimenta”;
6. “O arranque de um corpo. Medido em  $km/h^2$ ;  $m/s^2$ ”;

Após os alunos devolverem os questionários, o professor fez comentários e observações no quadro sobre as questões 1 e 2, enfatizando as características dos gráficos das funções lineares e afins. Observamos que o aluno D, neste momento participou dizendo que “Claro, o gráfico de uma função linear é uma linha, uma reta. Certo?”, mas, no questionário preenchido individualmente, afirmou não saber responder, como apresentado acima.

Poucos responderam as questões com o mínimo esperado, e observamos suas dificuldades em reter o conteúdo já trabalhado durante o ano letivo. Mas sabemos que eles são capazes de fazer deduções, como fez o aluno D, no exemplo de diálogo citado acima. Por isso, a escolha da aplicação de aulas com o recurso da Modelagem Matemática se torna promissora, pois, “A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual” Bassanezi (2002). Gostaríamos que os alunos escrevessem de forma satisfatória, mas a participação com diálogos, com suas percepções e falas usuais é válida. Conforme Bassanezi (2002), a Modelagem Matemática proporciona este ambiente aos alunos, além de ajudá-los a ser parte mais importante no processo de ensino-aprendizagem, promovendo autoconfiança e compreensão.

Contudo, o desenvolvimento dos problemas, acerca dos conteúdos que trabalharemos com a turma, devido às respostas do questionário, tende a ficar mais simples. Sabemos que é difícil ter uma boa ideia quando conhecemos pouco sobre o assunto, e que é impossível tê-la se dele nada conhecemos. As boas ideias são baseadas na experiência passada e em conhecimentos previamente adquiridos (POLYA, 1978). Por isso, trabalharemos com Resolução de Problemas, após a Modelagem Matemática, para fortalecer os conceitos construídos.

#### 4.2.Aula 2: Velocidade média – trem de brinquedo.

Na segunda aula, utilizaremos o trem de brinquedo movido a pilha, para simular um objeto em movimento com velocidade constante. Esse trem será utilizado para exemplificar um modelo de velocidade média, para depois introduzir o conteúdo de funções afins e lineares.

Esperamos que os alunos tenham uma participação efetiva na aula. Pressupomos que eles sejam investigativos, quanto à obtenção de dados, colaborativos, ao trocarem informações com os colegas e que sejam capazes de realizar esta atividade de Modelagem Matemática. Além disso, esperamos que consigam construir o gráfico do modelo obtido, bem como calcular a velocidade média do trem de brinquedo.

O experimento: Com uma trena de 7,5 metros medimos o comprimento da sala de aula, ou seja, da parede do quadro negro até a parede oposta. Constatamos que a sala de aula tem um comprimento de 7,28 metros. Com isso, e também pelo fato de ter apenas quatro alunos presentes nesta aula, deixamos a trena aberta com seis metros de comprimento, no sentido do quadro negro (0 metro) até a parede oposta (6 metros). A figura abaixo mostra o trem utilizado no experimento.

**Figura 2 - Trem e trena.**



**Fonte: Arquivo pessoal.**

Fizemos marcas no piso da sala de aula com giz branco na posição zero metros, dois metros, quatro metros e seis metros. Como mostra a figura abaixo:

**Figura 3 - Trena.**



**Fonte: Arquivo pessoal.**

A experiência foi realizada quatro vezes. A seguir descrevemos cada uma:

Na primeira realização da experiência, um aluno ficou com o trem um pouco antes da posição inicial da trena, ou seja, um pouco antes da marcação “zero metro”, e os demais ficaram distribuídos nas marcas de giz nas posições 2, 4 e 6 metros, com um cronômetro, seja ele no celular ou no relógio de pulso. Apenas o aluno responsável por ligar o trem e dar a largada, não estava com cronômetro. As funções dos alunos ficaram distribuídas da seguinte forma: Aluno A – responsável por ligar o trem; Aluno B – posição dois metros; Aluno C – posição quatro metros; e Aluno D – posição seis metros.

O aluno A deu início ao experimento ligando o trem a 75 centímetros antes da posição inicial, o zero metro da trena. Quando o trem atingiu a marca de giz no piso da sala, o qual determina a posição inicial, o aluno A, como ficou combinado anteriormente, disse a palavra “foi” para os demais alunos iniciarem os cronômetros. À medida que o trem ia passando pelos alunos distribuídos nos metros dois, quatro e seis, eles pausavam o cronômetro

respectivo à sua posição. O aluno D, que era o último, ficou encarregado de desligar o trem. Após o aluno D desligar o trem de brinquedo, nos reunimos para anotar o tempo que cada um havia registrado. Os resultados foram:

$0 \rightarrow 2 \text{ metros}: 8 \text{ segundos}; 0 \rightarrow 4 \text{ metros}: 16 \text{ segundos}; 0 \rightarrow 6 \text{ metros}: 24 \text{ segundos}.$

Os alunos anotaram os resultados na folha entregue a eles para a confecção do gráfico da posição do trem em função do tempo.

Na segunda realização, mudamos as distâncias, agora marcando de um em um metro.

Da mesma maneira que aconteceu anteriormente, o aluno A deu início ao experimento, o aluno B marcou o tempo de 4 segundos, na posição 1 metro; o aluno C marcou 8 segundos, na posição 2 metros; e o aluno D não conseguiu marcar o tempo, na posição de 3 metros, o que nos levou ao seguinte diálogo:

Professor: - Qual era o tempo que deveríamos ter marcado?

Aluno D: - Acho que deve ser 12 segundos.

Professor: - Por quê?

Aluno D: - Porque estamos encontrando sempre o mesmo intervalo de tempo a cada metro.

Professor: - Como assim?

Aluno D: - Ora, de zero a um metro tivemos 4 segundos e de zero a dois metros tivemos 8 segundos, então de zero a três metros deveríamos marcar 12 segundos.

Professor: - Sim, muito bom. Então temos um intervalo, a cada metro, de... Quantos segundos?

Aluno D: - 4 segundos.

Professor: - Então, quantos segundos deveriam marcar em 4 metros?

Aluno D: - Da mesma forma que fizemos na primeira tentativa, achamos 16 segundos.

Professor: - Isso mesmo. Com 5 metros seriam...?

Aluno D: - 20 segundos.

Como não conseguimos marcar todos os tempos na segunda tentativa, realizamos outra, na qual foram obtidos os tempos esperados. Por fim, realizamos o experimento uma última vez.

**Figura 4 - Quadro de anotações do aluno D.**

Velocidade Média:

p(t) posição em metros	t tempo em segundos
1 metro	4,83
2 metros	8,49
3 metros	12,48
4 metros	16,94
5 metros	
6 metros	24,67
7 metros	

Fonte: Arquivo pessoal.

**Figura 5 - Quadro de anotações do aluno B.**

Velocidade Média:

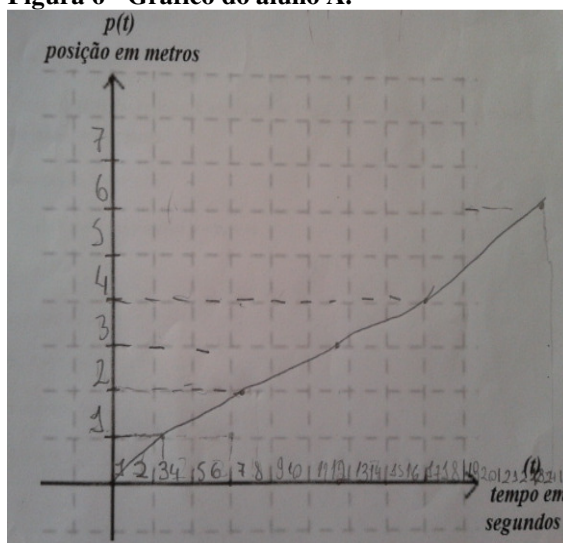
p(t) posição em metros	t tempo em segundos		
1 metro	8,49	4,83	4,85
2 metros	16,94	8,31	8,31
3 metros	24,67	12,48	12,10
4 metros			
5 metros			
6 metros			
7 metros			

Fonte: Arquivo pessoal.

O aluno D marcou as realizações juntas, ele mesclou a primeira, e parte da segunda realização da experiência. Por outro lado, o aluno B fez suas anotações separadamente, como podemos perceber na figura 5. Ele separou as realizações com uma barra vertical, sendo assim, foram registrados os experimentos 1, 3 e 4, mas colocou o experimento 1 nas posições 1, 2 e 3 metros.

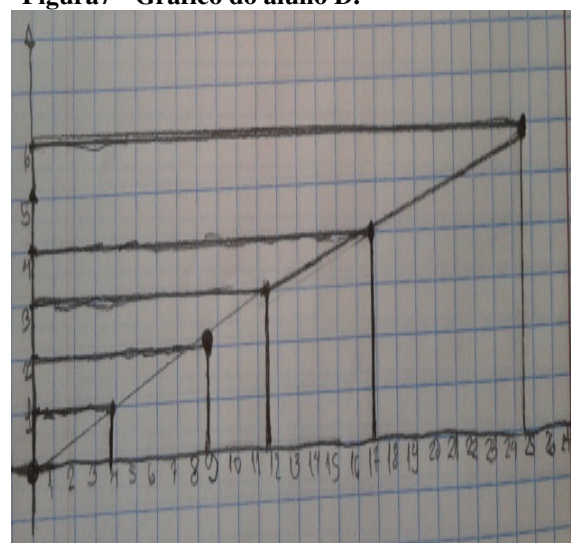
Os alunos, de posse das anotações iniciaram a construção do gráfico da posição do trem em função do tempo. Os gráficos construídos por eles estão apresentados abaixo:

**Figura 6 - Gráfico do aluno A.**



Fonte: Arquivo pessoal.

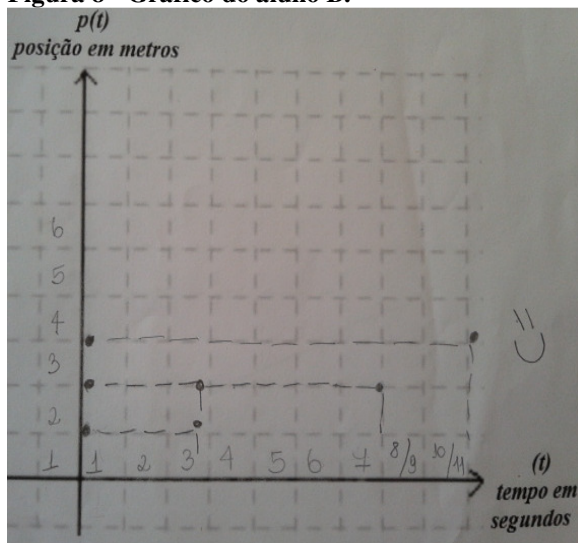
**Figura 7 - Gráfico do aluno D.**



Fonte: Arquivo pessoal.

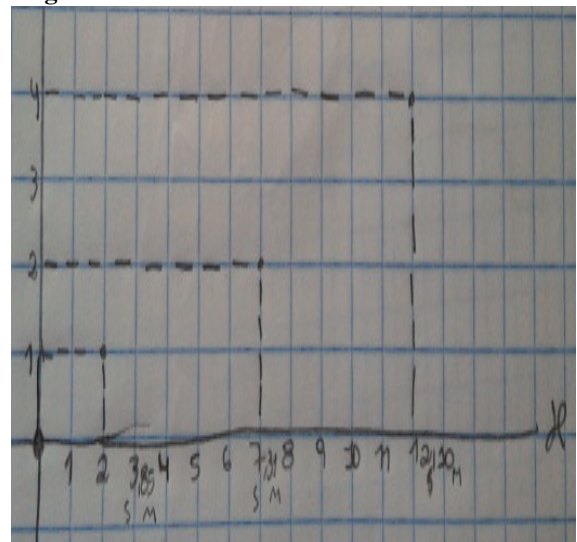


**Figura 8 - Gráfico do aluno B.**



Fonte: Arquivo pessoal.

**Figura 9 - Gráfico do aluno C.**



Fonte: Arquivo pessoal.

Os gráficos das figuras 6 e 7 foram completamente construídos. Para os gráficos das figuras 8 e 9, os alunos apenas marcaram os pontos coordenados correspondentes aos registros dos cronômetros. Após eles construírem os gráficos, ou pelo menos tentarem, foi entregue uma folha contendo um breve material sobre funções afins e lineares. Esse material contém um exemplo de função afim, a função horária das posições, que é uma função de 1º grau que relaciona a posição do móvel a um instante do movimento. Depois, de lermos o material juntos, calculamos a velocidade média do trem. O resultado obtido foi o seguinte:

$$v_m = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{1-0}{4-0} = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ m/s.}$$

A aplicação da proposta de trabalho teve uma breve revisão sobre funções afins e lineares, com caráter complementar à atividade de Modelagem Matemática. Bassanezi (2002) afirma que nas aulas tradicionais a Matemática é ensinada da seguinte forma “**enunciado**→**demonstração**→**aplicação**”, quando, de fato, o que deveria acontecer é a ordem inversa. Na nossa proposta, fizemos um experimento e depois, parte da análise, foi realizada pelos alunos com a construção do gráfico. A outra parte, relacionada ao conteúdo matemático foi feita com o material complementar entregue a todos.

Acreditamos que os alunos seriam capazes de fazer toda a construção e chegar aos enunciados do conteúdo estudado, mesmo com o fato de dois alunos não construírem o gráfico completamente. Segundo Bassanezi (2002), um obstáculo encontrado para a implementação da Modelagem Matemática em cursos regulares, é o obstáculo instrucional,

refere-se à Modelagem Matemática como um processo demorado. E como temos um tempo definido de seis períodos com a turma, complementamos a Modelagem Matemática com a definição de função afim e linear.

A Modelagem Matemática é eficiente a partir do momento que nos conscientizamos que estamos sempre trabalhando com aproximações da realidade, ou seja, que estamos elaborando sobre representações de um sistema ou parte dele (BASSANEZI, 2002).

A Modelagem Matemática estimula os estudantes a desenvolverem atividades exploratórias, por isso, ela pode ser considerada um ambiente de aprendizagem, de acordo com Barbosa (2004), com referências à semi-realidade ou à realidade nos cenários para investigação de Skovsmose (2000).

#### **4.3.Aula 3: Resolução de Problemas- velocidade média.**

Na terceira aula, entregamos aos alunos uma folha contendo dois problemas relacionados à velocidade média. Os problemas por mais simples que sejam, são instrumentos que desafiam a curiosidade do aluno. Esses dois problemas sobre velocidade média tem o intuito de fortificar os conceitos aprendidos no experimento sobre velocidade média. Portanto, seria importante que os alunos realizassem os passos descritos por Polya no seu livro “A arte de resolver problemas”. Primeiro, *compreender* o problema, ou seja temos de perceber claramente o que é necessário, o que foi questionado, quais são as variáveis, etc. Segundo, precisamos ver como os diversos itens estão inter-relacionados, como a incógnita está ligada aos dados, para termos a ideia de resolução, para estabelecermos um *plano* para resolver o problema. Terceiro, *executamos* o nosso plano. Quarto, fazemos um *retrospecto* da resolução completa, revendo-a e discutindo-a.

A seguir, apresentamos os dois problemas propostos ao grupo:

1. Uma composição ferroviária com 19 vagões e uma locomotiva deslocam-se a  $20\text{ m/s}$ . Sendo o comprimento de cada elemento da composição  $10\text{ m}$ , qual é o intervalo de tempo que o trem gasta para ultrapassar completamente:
  - a) Um sinaleiro?

b) Uma ponte de 100 metros de comprimento?

2. Um avião que parte de Porto Alegre, no Brasil, com destino a Miami, nos Estados Unidos da América, tem a distância de 6.940 km para percorrer. A autonomia desse mesmo avião é de 12.000 km, portanto ele pode ir direto para seu destino final. Sua velocidade máxima é de 872 km/h. Como o avião tem 10 horas para chegar a Miami, por questões de segurança e de tráfego aéreo, o piloto, portanto, não precisa viajar com velocidade máxima. Sendo assim, O avião sai do aeroporto Salgado Filho às 11 horas, com o horário previsto de chegada ao aeroporto internacional de Miami às 20 horas, locais. O fuso horário é de apenas uma hora a menos em Miami, em relação a Porto alegre. O piloto parte de Porto Alegre e percorre  $\frac{1}{4}$  da distância a uma velocidade média de 578,33 km/h. Qual é a velocidade média que o avião deve desenvolver nos outros  $\frac{3}{4}$  da distância, para chegar em Miami em 10 horas de voo?

Respostas dos alunos:

**Aluno A:** As respostas do aluno foram as seguintes:

1. a) " $p - p_0 = vt$  ;  $\frac{200-0}{20} = t = 10s$ ".

b) " $p - p_0 = vt$  ;  $100 - 0 = 20t$ . ;  $100 = 20.5$ ;  $100 = 100$ ;  $\frac{100}{100} = 1m$ ".

2. " $p - p_0 = vt$

$$1735 - 0 = 578,33t.$$

$$\frac{1735}{578,33} = t = 3h. \quad p - p_0 = vt ; 6940 - 1735 = v.7 ; \frac{5205}{7} = v = 743,57"$$

**Aluno B:** O aluno deixou em branco a questão 1. A sua resposta para a questão 2 é apresentada abaixo:

Figura 10 - Resolução do problema 2, aluno B.

$\text{Velocidade média: } 548,33 \text{ km/h}$   
 $t = 7$   
 $p_0 = 0$   
 $p_f = 6940$   
 $\frac{1435}{548,33} = 3,0$   
 $\frac{1735}{3/4} = 2313,33$

Fonte: Arquivo pessoal.

Continuação da resposta da questão 2 do aluno B: “ $v = \frac{p-p_0}{t} = 743,57 \text{ km/h}$ ”.

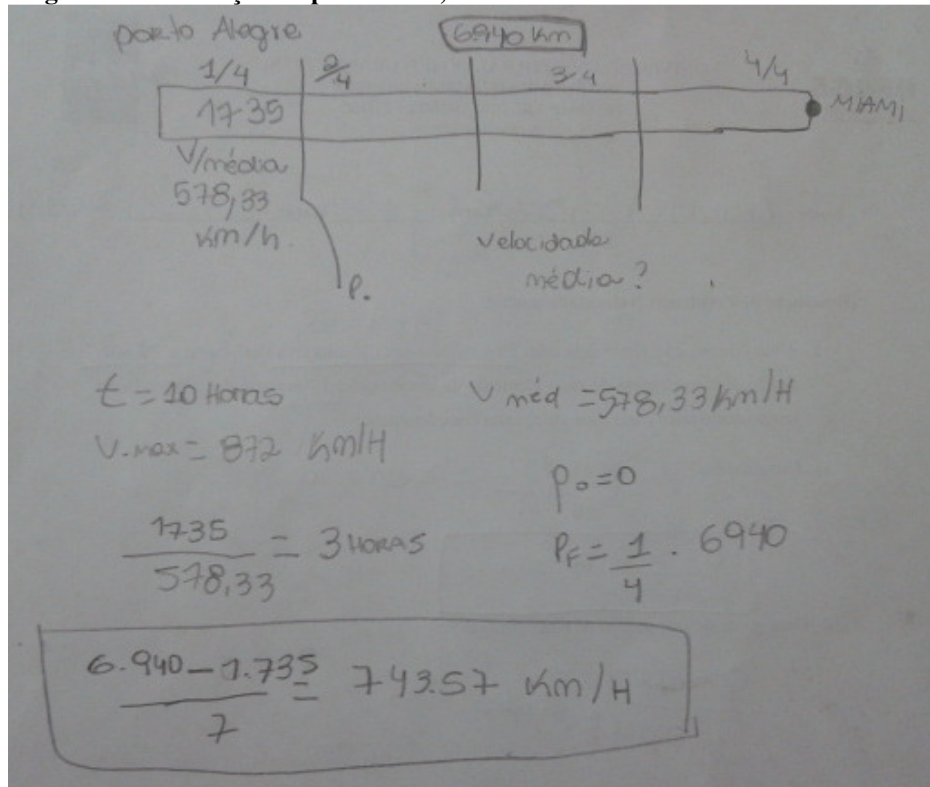
Aluno C: As respostas do aluno estão nas figuras abaixo:

Figura 11 - Resolução do problema 1, aluno C.

**Resolução de Problemas (velocidade média):**  
 $19 + 1 = 20$   
 1. Uma composição ferroviária com 19 vagões e uma locomotiva desloca-se a 20 m/s. Sendo o comprimento de cada elemento da composição 10 m, qual é o intervalo de tempo que o trem gasta para ultrapassar completamente: 20 m/s  
 a) Um sinaleiro?  $\frac{19 \cdot 10 + 10}{20} = 20 \cdot 10 = 200 \text{ m}$   
 $\frac{p - p_0}{v} = t$   
 $\frac{200 - 200}{20 \text{ m/s}} = 20 \text{ m/s}$   
 $\frac{200}{20} = 10 \text{ m/s}$   
 b) Uma ponte de 100 metros de comprimento?  
 $\frac{0 - 300}{20 \text{ m/s}} = 15 \text{ m/s}$

Fonte: Arquivo pessoal.

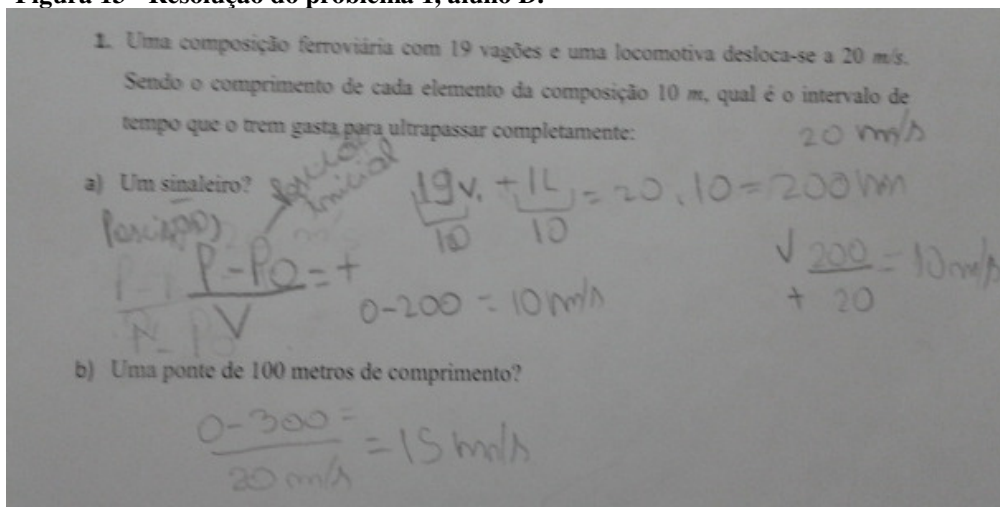
Figura 12 - Resolução do problema 2, aluno C.



Fonte: Arquivo pessoal.

**Aluno D:** A resposta da primeira questão está na figura abaixo, a segunda questão o aluno deixou em branco.

Figura 13 - Resolução do problema 1, aluno D.



Fonte: Arquivo pessoal.

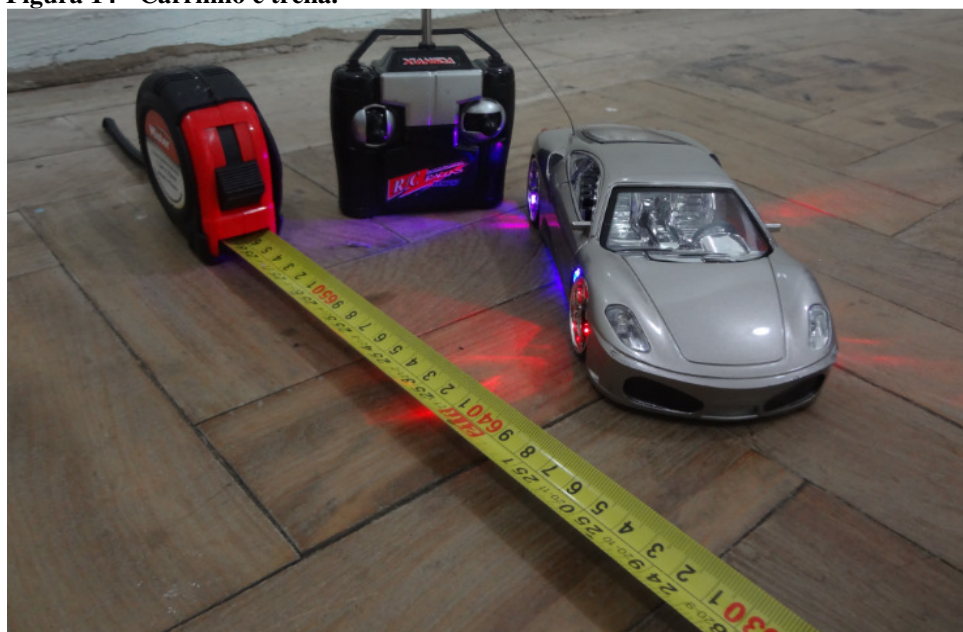
Para Polya (1978), o principal feito na resolução de um problema é a concepção da ideia de um plano. É fácil perceber que os alunos, menos o aluno D, fizeram o problema dois seguindo todos os passos, descritos por Polya. O primeiro e o terceiro passos, no problema um, foram seguidos. De fato, eles compreenderam o problema e elaboraram um plano. Contudo, o passo dois (relacionar a incógnita com os dados) e o passo quatro (fazer um retrospecto da resolução), não foram bem seguidos, pois dois alunos confundiram as variáveis e outro teve um erro de aritmética elementar, portanto não fez um retrospecto, se tivesse realizado, possivelmente identificaria seu erro.

#### 4.4.Aula 4: Aceleração – carrinho de controle remoto.

Na quarta aula, utilizaremos um carrinho de controle remoto movido a pilha, para simular um objeto em movimento com aceleração. Esse carrinho será utilizado para exemplificar um modelo de aceleração média, para depois trabalharmos com o conteúdo de funções quadráticas. Após, serão propostos dois problemas sobre aceleração média. Por último, aplicaremos o mesmo questionário de sondagem da aula 1, para os estudantes responderem novamente.

A figura abaixo mostra o carrinho de controle remoto utilizado no experimento:

**Figura 14 - Carrinho e trena.**



Fonte: Arquivo pessoal.

A expectativa com essa aula é que os alunos participem de forma ativa, principalmente, na parte do experimento. Provavelmente teremos os dados bem anotados, pois já tivemos uma aula semelhante. Na construção do gráfico, esperamos que os estudantes sejam capazes de identificar que ele não é linear. De maneira análoga a aula anterior, gostaríamos que os alunos seguissem os passos descritos por Polya (1978), para a resolução dos problemas. No questionário de sondagem, esperamos dos alunos respostas mais consistentes.

O experimento: como no outro experimento, a trena de 7,5 metros foi aberta com seis metros de comprimento, no sentido do quadro negro (0 metro) até a parede oposta (6 metros). Fizemos marcações no piso da sala de aula com giz branco na posição zero metro, dois metros, quatro metros e seis metros, como para o experimento da velocidade. O aluno E ficou com o carrinho na posição inicial da trena, ou seja, na marcação de zero metro, e os outros três ficaram distribuídos nas marcas de giz nas posições 2 (aluno A) , 4 (aluno B) e 6 metros (aluno F), e o aluno G ficou responsável pela anotação dos tempos e das tentativas. Cada um dos alunos, distribuídos ao longo da trena, estava com um cronômetro, seja ele no celular ou no relógio de pulso. Os únicos que não estavam com cronômetro eram, o aluno responsável por fazer o carrinho funcionar através do controle remoto e dar a largada para os outros alunos iniciarem os cronômetros, e o aluno responsável pelas anotações.

Este experimento foi realizado três vezes. Os dados colhidos estão anotados na tabela abaixo:

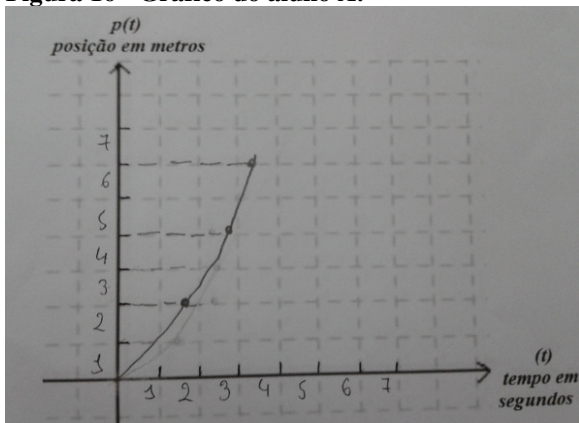
**Figura 15 - Tabela posição e tempo do carrinho, aluno G.**

p(t) posição em metros	t tempo em segundos		
1 metro			
2 metros	1,82	1,68	1,62
3 metros			
4 metros	2,68	2,57	3,12
5 metros			
6 metros	3,58	3,00	3,42
7 metros			

Fonte: Arquivo pessoal.

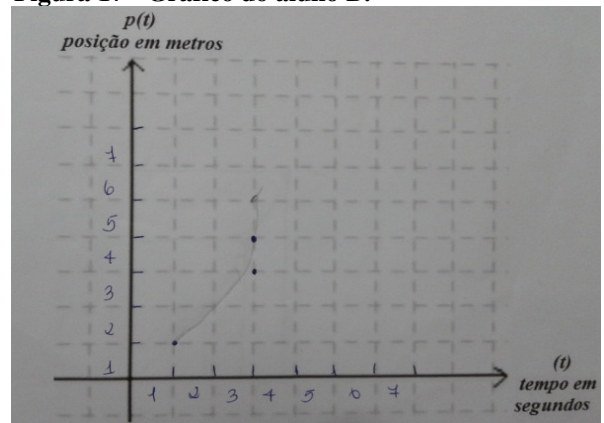
Após as três execuções do experimento, os alunos fizeram o gráfico da posição em função do tempo do carrinho de controle remoto. A seguir, apresentamos os gráficos construídos por eles:

**Figura 16 - Gráfico do aluno A.**



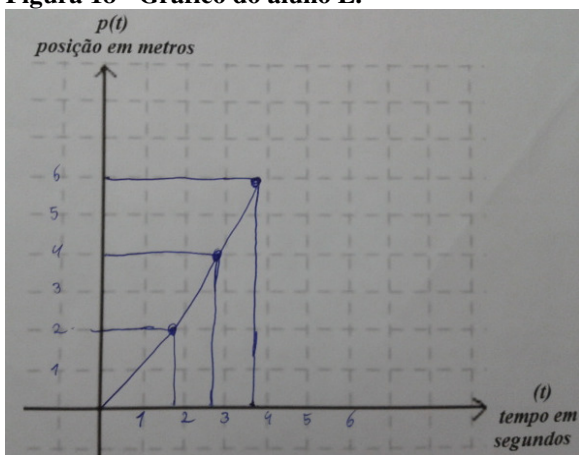
Fonte: Arquivo pessoal.

**Figura 17 - Gráfico do aluno B.**



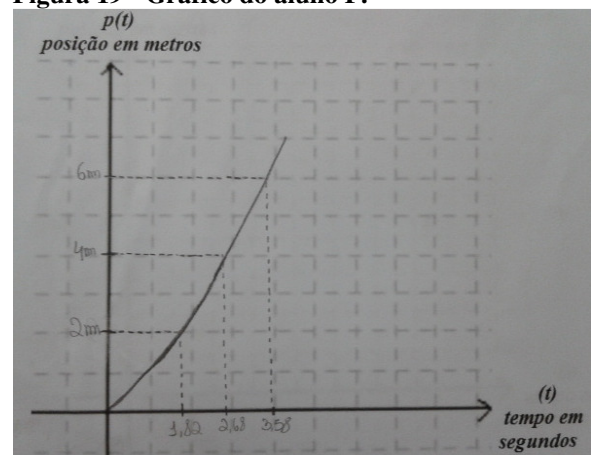
Fonte: Arquivo pessoal.

**Figura 18 - Gráfico do aluno E.**



Fonte: Arquivo pessoal.

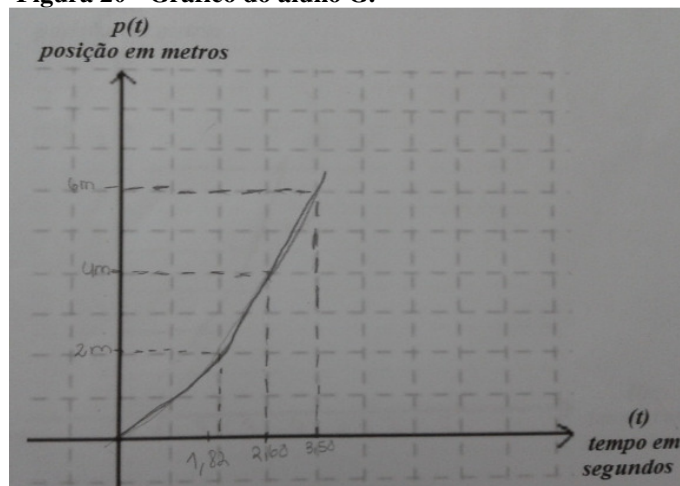
**Figura 19 - Gráfico do aluno F.**



Fonte: Arquivo pessoal.



Figura 20 - Gráfico do aluno G.



Fonte: Arquivo pessoal.

Após os alunos construírem os gráficos, distribuímos uma folha, para cada estudante, contendo um breve material sobre funções quadráticas. Este material contém um exemplo de função quadrática, a função horária das posições que é uma função de 2º grau que relaciona a posição de um objeto móvel (acelerado) a um instante do movimento.

Depois da breve explicação sobre funções quadráticas os alunos calcularam a aceleração média do carrinho do experimento, da seguinte forma:

$$v_{m1} = \frac{2-0}{1,82-0} = 1,09 \text{ m/s}; v_{m2} = \frac{4-2}{2,68-1,82} = 2,32 \text{ m/s}; a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2,32-1,09}{2,68} = 0,46 \text{ m/s}^2.$$

A seguir, distribuímos uma folha com dois problemas envolvendo aceleração, apresentados abaixo:

1. Em 4 segundos, a velocidade de um barco passa de  $8\text{m/s}$  para  $18\text{m/s}$ . Qual é a sua aceleração média?
2. Diante de um possível aquecimento global, muitas alternativas a utilização de combustíveis fósseis têm sido procuradas. A empresa Hybrid Technologies lançou recentemente um carro elétrico que, segundo a empresa, é capaz de ir de 0 a  $100 \text{ km/h}$  em 3 segundos. Qual é a aceleração média imprimida ao automóvel nesses 3 segundos?

Respostas dos alunos:

**Alunos A e B:** Os alunos A e B obtiveram as mesmas respostas, apresentadas abaixo:

1.  $\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_1 - v_2}{t_1 - t_2} = \frac{8 - 18}{4 - 0} = \frac{10}{4} = 2,5$ ;
2.  $\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_1 - v_2}{t_1 - t_2} = \frac{0 - 27,7}{3 - 0} = \frac{27,7}{3} = 9,23 \text{ m/s}^2$ .

**Aluno E:** As respostas do aluno são as seguintes:

1.  $a = \frac{18-8}{4} \quad a = \frac{10}{4} \quad a = 2,5 \text{ m/s}^2$ ;
2.  $a = \frac{27,333}{3} = 9,25925927 \text{ m/s}^2$ .

**Alunos F e G:** As respostas dos alunos F e G são as mesmas:

1.  $a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = a = \frac{18-8}{4-0} \quad a = \frac{10}{4} \quad a = 2,5 \text{ m/s}^2$ ;
2.  $a = \frac{v}{t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = a = \frac{27,7-0}{3-0} = a = \frac{27,7}{3} = a = 9,23 \text{ m/s}^2$ .

Os alunos fizeram todos os problemas propostos, apresentando respostas semelhantes, todas corretas. Segundo Bassanezi (2002), “No setor educacional, a aprendizagem realizada por meio da Modelagem Matemática facilita a combinação dos aspectos lúdicos da Matemática com seu potencial de aplicações”. Depois da aula realizada com experimento para modelar a velocidade média, na aula de aceleração média, os alunos tiveram mais autonomia e interesse. Eles foram mais dinâmicos e souberam otimizar o tempo.

Para Barbosa (2004), “... modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade”, e isso, conseguimos na aplicação do experimento.

O ambiente de aprendizagem especificado por Skovsmose (2000) que melhor se encaixa para a proposta de atividade deste trabalho, é com referência à semi-relidade baseado em cenários para a investigação, ou seja o ambiente de aprendizagem (4).

Dentro dos argumentos que Bassanezi (2002) cita para a inclusão da Modelagem Matemática no ensino, o argumento de aprendizagem é o mais adequado para retratar essa aula, pois, segundo esse argumento, os processos aplicativos facilitam ao estudante compreender melhor os argumentos matemáticos, guardar os conceitos e os resultados, e valorizar a própria Matemática. Houve uma valorização da Matemática por parte dos alunos e

acreditamos que eles guardaram partes dos conceitos. Isso ficou evidente nos resultados, tanto do experimento, devido à coleta de dados e na construção do gráfico, pois só um aluno não conseguiu construir, como na resolução dos problemas propostos.

Ensinar Matemática através da Resolução de Problemas não significa, simplesmente, apresentar um problema, sentar-se e esperar que uma mágica aconteça. O professor é responsável pela criação e manutenção de um ambiente matemático motivador e estimulante e que a aula deve transcorrer (VAN DE WALLE, apud ONUCHIC E ALLEVATO, 2005). E a Modelagem Matemática proporcionou isso à turma.

Por fim, fizemos as mesmas perguntas da primeira aula do dia 01/10 (p.24), sobre funções afins, lineares e quadráticas. Perguntamos, novamente, o que era velocidade e aceleração.

As respostas foram as seguintes:

**Aluno A:** O aluno não respondeu a terceira questão. Para a primeira questão, ele respondeu: “Função linear é uma linha reta em um gráfico”, ele representou a fórmula geral da função linear da seguinte forma: “ $f(x) = a + b$ ”. Já na questão quatro, a fórmula geral da função quadrática, segundo ele, é: “ $f(x) = ax^2 + bx + c$ ”. Observando a questão cinco, para ele, “Velocidade é a variação da posição X o tempo”. Por outro lado, podemos conferir o seu conceito de aceleração na questão seis: “Aceleração é a variação da velocidade X o tempo”.

**Aluno B:** Para o aluno as respostas são as seguintes:

1. “É um gráfico com uma reta”;
2. “ $f(x) = a + b$ ” ;
3. “ $f(x) = ax^2 + bx + c$ ”;
4. “Que tem um gráfico com uma parábola”;
5. “É a variação da posição X tempo”;
6. “Aceleração é a variação da velocidade X tempo”.

**Aluno F:** Seguem as respostas do aluno:

1. “Sei que a função linear é contínua e sei um pouquinho sobre o gráfico”;
2. " $f = b + ax$ ";
3. “Tem a ver com física”;
4. " $p(t) = p_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$ ";
5. “É proporção de medida calculado com o tempo ou seja quantos minutos a coisa se move”;
6. “É a partida inicial variável”.

**Aluno G:** O aluno G não respondeu a questão seis. As demais respostas, seguem abaixo:

1. “O gráfico da função afim é uma reta crescente e contínua”;
2. " $f = xy$ ";
3. “É qualquer função em  $\mathbb{R}$  (*reais*)”;
4. " $f(x) = ax^2 + bx + c$ ”;
5. “É o tempo que o objeto determinado percorre de um ponto até o outro”;

**Aluno H:** O aluno deixou as três primeiras questões em branco. Na questão 4 ele representou a fórmula geral da função quadrática da seguinte forma: " $f(x) = ax^2 + bx + c$ ". Na questão 5, para ele, “Velocidade é o que um carro tomou quando ganhou aceleração”. E na 6, “Aceleração é o que um carro toma para ganhar velocidade”.

Os alunos tiveram um bom desempenho, em comparação ao mesmo questionário realizado na primeira aula. Tivemos respostas mais consistentes, além de um número menor de respostas em branco.

No processo evolutivo da Educação Matemática, a inclusão de aspectos de aplicações e mais recentemente, resolução de problemas e modelagem, têm sido definidas por varias pessoas envolvidas com o ensino de Matemática (BASSANEZI, 2002).

Dentre os argumentos citados por Bassanezi, destacamos, além do já descrito, mais dois:

**Argumento formativo:** enfatiza aplicações matemáticas e a performance da Modelagem Matemática e Resolução de Problemas como processos para desenvolver capacidade em geral e atitudes dos estudantes, tornando-os explorativos, criativos e habilidosos na resolução de problemas.

**Argumento intrínseco:** considera que a inclusão de modelagem, resolução de problemas e aplicações fornecem ao estudante um rico arsenal para entender e interpretar a própria Matemática em todas as suas facetas.

Com todos esses argumentos favoráveis ao uso da Modelagem Matemática, muitas pessoas ainda colocam obstáculos para a aplicação. Estes obstáculos podem ser de três tipos, segundo Bassanezi: Obstáculos instrucionais, já citados, obstáculos para os estudantes, pois os alunos não estão acostumados com o processo e se tornam apáticos e obstáculos para os professores, seja por medo ou por falta de conhecimento do processo. O único obstáculo encontrado, no desenvolvimento da atividade, de fato foi o instrucional: se dispuséssemos de mais tempo seria melhor, pois os alunos poderiam ser mais investigativos e a aula menos direcionada.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho teve como objetivo analisar a viabilidade do ensino interdisciplinar de Matemática e Física através de duas Tendências em Educação Matemática: a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas. Para realizar essa análise preparamos uma sequência de aulas para ser aplicada em uma turma do primeiro ano do Ensino Médio.

As aulas tiveram o intuito de usar a Modelagem Matemática para introduzir os conceitos de funções afins, lineares e quadráticas. Para isso, fizemos dois experimentos simples, para modelar a velocidade média e a aceleração média, conceitos da Cinemática. Após, usamos a Resolução de Problemas para fortalecer os conceitos matemáticos e físicos.

Alguns autores sugerem que a Modelagem Matemática proporciona a prática da interdisciplinaridade, claramente perceptível durante uma aula em que desenvolvemos uma atividade neste ambiente. Durante os experimentos, vimos que, transitávamos em conceitos físicos e, em outro momento, em matemáticos e que facilmente podíamos “entrelaçá-los”, sendo um complemento do outro. Com a Modelagem vimos que partir da aplicação para o enunciado, favorece ao aluno construir o seu conhecimento, tornando-o parte atuante do processo de ensino-aprendizagem. Consideramos que é uma boa opção para sair da passividade das aulas tradicionais, nas quais partimos do enunciado e depois para a aplicação.

A Resolução de Problemas também sugere interdisciplinaridade, pois facilmente trabalhamos com diversos campos de estudos através do problema. Os PCN (BRASIL, 2000) dizem que o aprendizado deve partir do problema, não da definição. Concordo com esta afirmação, sendo conveniente problematizar primeiro, e depois definir, formalizar. Devido às aulas observadas nos estágios de docência, afirmo isso, pois os professores, primeiro definiam e depois davam exercícios, os quais não tinham desafios para os discentes. Fica mais fácil, para o aluno, comunicar o exemplo com o conteúdo, seguindo a ordem: problema e depois definição.

Essa ordem, primeiro problema e por fim definição é similar à aplicação depois o enunciado, sugerido por Bassanezi, para a Modelagem Matemática. Resolução de Problemas, portanto, a meu ver, é inerente à Modelagem Matemática. Por essa razão, neste trabalho, foi utilizada a Resolução de Problemas, para complementar a Modelagem Matemática, com a

intenção de fortalecer os conteúdos trabalhados com a turma de primeiro ano. Essas duas estratégias de ensino podem ser trabalhadas em conjunto de forma satisfatória.

É inegável que a Matemática está inserida na Física. Este argumento fica claro quando vemos os produtos científicos e acadêmicos de Física, como livros e artigos, repletos de funções, equações, gráficos, vetores, geometria, entre outros elementos matemáticos. Portanto não é difícil conectar assuntos matemáticos com físicos.

Sendo assim é viável o ensino interdisciplinar de Matemática e Física através da Modelagem Matemática e da Resolução de Problemas. A sequência didática que propomos aqui vem na direção de responder uma das indagações decorrentes do objetivo principal deste trabalho, que questiona sobre uma possível contribuição para o ensino de Matemática por intermédio da Física, e vice-versa.

Outra indagação levantada, em decorrência do objetivo principal, foi a possibilidade de trabalhar com Modelagem Matemática e Resolução de Problemas no ensino de Física. Assim como usamos a modelagem, com experimentos sobre velocidade e aceleração médias, para definir funções afins, lineares a quadráticas, poderíamos simplesmente definir velocidade média e aceleração média, e possivelmente aceleração constante, com a modelagem. Portanto é completamente possível a utilização destas Tendências em Educação Matemática no ensino de Física.

As perguntas descritas na introdução deste trabalho, foram respondidas positivamente. Penso que é viável a aplicação de aulas com ferramentas educacionais, como a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas, mas, contudo, ainda há professores que preferem dar suas aulas “tradicionais”, partindo da definição de conteúdos a exercícios descontextualizados e citam diferentes obstáculos para não executar novas estratégias de ensino. Entre esses aspectos negativos para a implementação da Modelagem, citados algumas vezes por professores, estão: o currículo escolar que deve ser cumprido; o tempo disponível; e o despreparo/desinteresse do aluno.

É importante destacar que esses aspectos, presentes na realidade dos professores de Matemática nas escolas, podem ser ajustados à medida que se adquire mais experiência com a Modelagem. Iniciar pequenas modelagens é um caminho para a superação de dificuldades. Uma consideração importante é compreender que, ao se desenvolver uma modelagem, os conhecimentos matemáticos previstos no currículo escolar são cumpridos. O que muda é que

os conteúdos não são apresentados/aprendidos de forma linear. Na Modelagem Matemática, os conhecimentos emergem na medida em que ela e a Resolução de Problemas são trabalhadas.

A sequência didática apresentada nesse trabalho não é definitiva, ela pode ser aperfeiçoada durante a sua utilização. Concordamos com Bassanezi, que afirma não existir um modelo definitivo ou perfeito quando se quer representar matematicamente um fenômeno da realidade. Todo modelo sempre poderá vir a ser modificado e melhorado (BASSANEZI, 2002).



## 6. REFERÊNCIAS

BARBOSA, J.C. **Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico.** In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.

\_\_\_\_\_. **Modelagem Matemática na sala de aula.** In: VIII encontro nacional de educação matemática, 2004, Recife. Anais do VIII Enem. Recife: Sbem-PE, 2004. 1 CD-ROM.

BASSANEZI, R.C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia.** São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no ensino.** 3. ed. São Paulo: Contexto, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias.** Brasília, 2000.

FIORENTINI, D; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos.** 2. ed. Campinas: Autores Associados, 2007.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E.D.A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas.** São Paulo: EPU, 1986.

ONUCHIC, L. R. **Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas.** In: BICUDO, M. A. V. (Orgs). Pesquisa em movimento. São Paulo: Editora UNESP, 1999. Cap.12, p. 199-220.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. **Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas.** In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Orgs). Educação Matemática - pesquisa em movimento. 2.ed. São Paulo: Cortez, 2005. p. 213-231.

PIETROCOLA, Maurício. **A Matemática como estruturante do conhecimento Físico.** 21f. Artigo – Departamento de Física, Universidade Federal de Santa Catarina, 2009.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Tradução de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

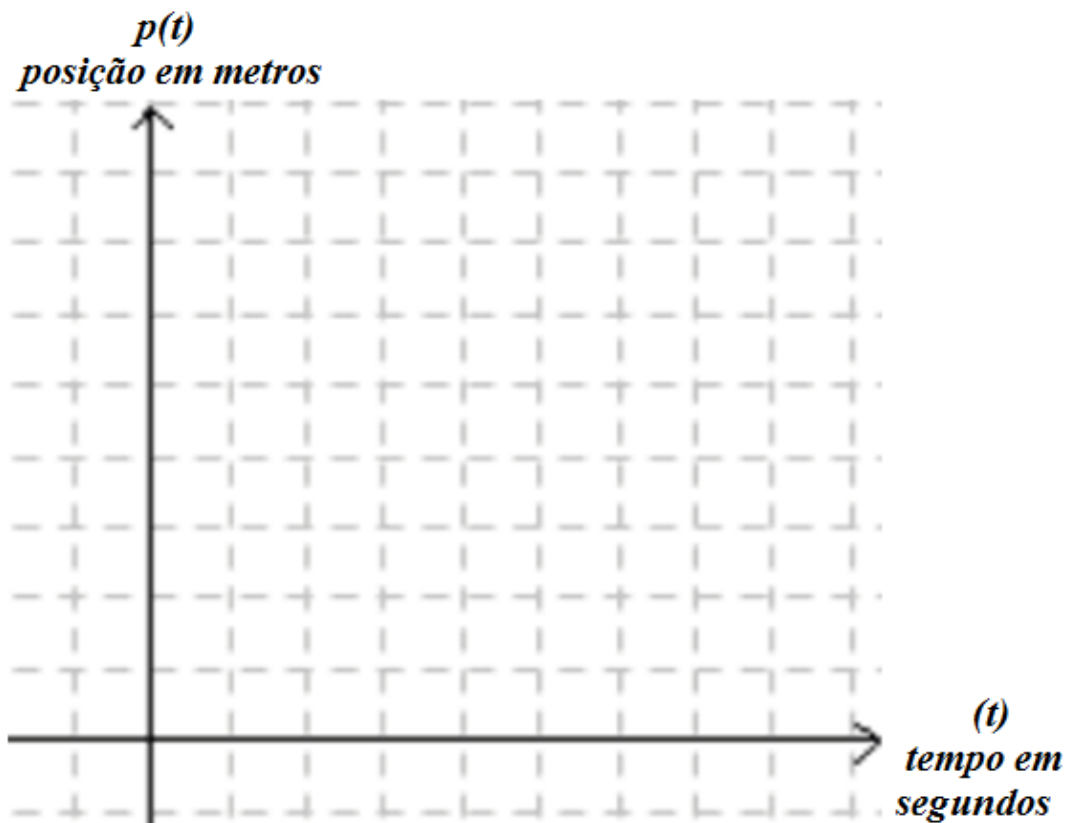
RIBEIRO, Flávia Dias. **Metodologia do ensino de Matemática e Física: Jogos e Modelagem na Educação Matemática**. Curitiba: Ibpx, 2008.

SKOVSMOSE, O. **Cenários de investigação**. *Bolema – Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro (SP), n. 14, p. 66-91, 2000.

**Apêndice A: Tabela para anotação dos dados dos experimentos.**

Nome: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_\_

<b>p(t)</b> posição em metros	<b>t</b> tempo em segundos
1 metro	
2 metros	
3 metros	
4 metros	
5 metros	
6 metros	
7 metros	



## Apêndice B: Conteúdo distribuído aos alunos sobre funções afins e lineares.

### Definição de função afim:

Chama-se **função polinomial de 1º grau**, ou **função afim**, qualquer função  $f$  de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$  dada por uma lei da forma  $f(x) = ax + b$ , em que  $a$  e  $b$  são números reais dados e  $a \neq 0$ .

Na lei  $f(x) = ax + b$ , o número  $a$  é chamado coeficiente de  $x$  e o número  $b$  é chamado termo constante ou independente.

### Exemplos:

- $f(x) = 5x - 3$
- $f(x) = \frac{x}{3} + \frac{2}{5}$

Um caso particular de função afim é aquele em que  $b=0$ . Nesse caso, temos a função afim  $f$  de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$  dada a lei  $f(x) = ax$ , com  $a$  real e  $a \neq 0$ , que recebe a denominação especial de **função linear**.

### Exemplo de função linear:

- $f(x) = 5x$

**Função Horária das Posições:** É uma função do 1º grau que relaciona a posição do móvel a um instante do movimento.

**Função afim:**  $y = b + ax$

**Função horária das posições:**  $p = p_0 + vt$

Com:

$p =$  posição final;

$p_0 =$  posição inicial;

$v =$  velocidade;

$t =$  tempo.

**Taxa de variação:** A taxa de variação de uma função  $f(x)$ , em um intervalo dado, indica quanto os valores da função variam para cada alteração de unidade da variável independente  $x$ .

Medimos a taxa de variação de uma função da seguinte maneira:

$$\text{taxa de variação} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$$

Em funções lineares e afins essa taxa de variação é constante.

Fórmula da velocidade média:

$$v_m = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p_2 - p_1}{t_2 - t_1}$$

Com:

$v_m =$  *velocidade média;*

$\Delta p =$  *intervalo do deslocamento;*

$\Delta t =$  *intervalo de tempo.*

## Apêndice C: Conteúdo distribuído aos alunos sobre funções quadráticas.

### Definição de função quadrática:

Chama-se **função quadrática**, ou **função polinomial do 2º grau**, qualquer função  $f$  de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$  dada por uma lei da forma  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , em que  $a$ ,  $b$  e  $c$  são números reais e  $a \neq 0$ .

O gráfico de uma função polinomial do 1º grau dada por  $y = ax^2 + bx + c$ , com  $a \neq 0$ , é uma curva chamada **parábola**.

**Função Horária das Posições:** É uma função do 2º grau que relaciona a posição do móvel a um instante do movimento.

$$p(t) = p_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Com:

$p(t)$  = posição final;

$p_0$  = posição inicial;

$v_0$  = velocidade inicial;

$a$  = aceleração;

$t$  = tempo.

Temos também uma relação linear entre a velocidade e a aceleração, vejamos:

$$v = v_0 + a \cdot t$$

Com:

$v$  = velocidade final;

$v_0$  = velocidade inicial;

$a$  = aceleração;

$t$  = tempo.

A aceleração média de um corpo em movimento é a taxa de variação entre a velocidade e o tempo decorrido.

Ou seja,

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

Com:

$a_m =$  *aceleração média;*

$\Delta v =$  *variação de velocidade;*

$\Delta t =$  *intervalo de tempo.*

**Anexo: Termo de consentimento da escola.****Termo de Consentimento da Escola**

## Autorização

A Escola Estadual de Ensino Médio Infante Dom Henrique, escola da rede pública estadual de ensino, neste ato, representada pela direção por intermédio do presente instrumento, autoriza Dioger dos Santos, brasileiro, casado, estudante, RG 2091581104, a utilizar a proposta de aula: "Modelagem Matemática e Resolução de Problemas no Ensino Interdisciplinar de Matemática e Física" em seu trabalho de conclusão de curso que é uma exigência parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

O autorizado, por sua vez, se obriga a manter em absoluto sigilo a identidade dos discentes que participaram da aplicação da proposta de aula.

Porto Alegre, 30 de setembro de 2014.



Diretor(a) da escola

LAÍS FREITAS  
E.E.E.M. Infante Dom Henrique  
Vice-Diretora



Dioger dos Santos