

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE FÍSICA

# A física de pequeno - $x$ em processos frontais no LHC \*

Mirian Thurow Griep

Tese realizada sob orientação da Dra. Maria Beatriz Gay Ducati e coorientação do Dr. Magno Machado e apresentada ao Instituto de Física da UFRGS em preenchimento parcial dos requisitos para a obtenção do título de doutor em Física.

Porto Alegre  
2014

---

\* Trabalho financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES)

Este trabalho é dedicado

Ao Marcos,  
pelo apoio e companheirismo  
ao longo destes anos.

# Agradecimentos

- Aos meus orientadores, Dra. Maria Beatriz Gay e Dr. Magno Machado pela orientação dedicada, criteriosa e paciente;
- Ao meu marido, Marcos, pela paciência, incentivo, por ser meu ombro amigo, meu conselheiro... por fazer tudo valer a pena;
- Aos meus pais, Gilberto e Loiva, pelo amor, dedicação e abnegação, por tornarem meus sonhos possíveis e por me incentivarem sem questionamentos;
- Ao meus irmãos, Vanussa, Jessica e Leonardo, pelo carinho e compreensão;
- Ao meu grande e inesquecível amigo Maicon, cujo exemplo de alegria, esperança, perseverança e altruísmo esteve tão presente em minhas recordações ao longo destes quatro anos;
- A minha grande amiga Cintia, cuja companhia fez meus dias mais felizes e cuja amizade, descoberta no começo desta etapa, quero levar pra toda a vida;
- Ao amigo Alexander, pelos conselhos, apoio, e amizade desde a época da graduação;
- Aos colegas, Mairon e Eduardo, por proporcionarem uma agradável convivência durante o tempo em que fizeram parte do GFP AE e pelas discussões oportunas;
- A todos os professores da UFRGS, que contribuíram para minha formação;
- À CAPES, pelo apoio financeiro;
- A todos aqueles que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho e também àqueles que, mesmo sem compreenderem minhas escolhas, desejaram que eu obtivesse êxito;
- E, sobretudo, novamente e sempre, a Deus: *'Graças Te dou, visto que por modo assombrosamente maravilhoso me formaste; as Tuas obras são admiráveis, e a minha alma o sabe muito bem'* (Sl 139:14).

# Resumo

O regime de energia do experimento Large Hadron Collider (LHC) no CERN amplia o espaço de fase para a produção de partículas de uma maneira sem precedentes, possibilitando um estudo mais detalhado das partículas e seus subcomponentes. Muitos processos de espalhamento interessantes para a fenomenologia da QCD em altas energias, principalmente aqueles mediados por troca de objetos sem cor, são caracterizados por partículas emitidas em ângulos de espalhamento muito pequenos em relação ao eixo do feixe incidente. Especialmente em processos de espalhamento, a fração de momentum dos pártons no alvo é aproximadamente  $x = (M/\sqrt{s})e^{-y}$ , onde  $M$  é a massa da partícula e  $\sqrt{s}$  é a energia de centro de massa, assim pequeno -  $x$  está relacionado com a região de grande pseudorapidez ( $\eta = -\ln[\tan \theta/2] \approx y$ ), a qual é denominada região frontal.

Esta Tese trata, portanto, da física de pequeno -  $x$  em processos frontais no LHC, analisando especificamente a produção dos mésons  $J/\Psi$  e  $\Psi(2S)$  em energias de centro de massa  $2.76 TeV$  em colisões coerentes e incoerentes eletromagnéticas PbPb e a produção de diléptons em colisões pp em energias de centro de massa de  $7 TeV$ . A abordagem utilizada nos cálculos é o formalismo de dipolos de cor, o qual é conveniente em pequeno -  $x$ , e apresenta uma forma eficaz e simplificada para o cálculo das seções de choque. As predições apresentadas são consistentes com dados experimentais das colaborações ALICE, E866 e CDF, mostrando a robustez do modelo utilizado.

# Abstract

The Large Hadron Collider (LHC) energy regime extends the phase space for particle production to an unprecedented way, enabling a more detailed study of subatomic particles. Many interesting scattering processes for QCD phenomenology at high energies, specially those mediated by the exchange of objects without color, are characterized by particles emitted in very small scattering angles relative to the axis of incident beam. Specially in scattering processes, the target parton momentum fraction is approximately  $x = (M/\sqrt{s})e^{-y}$ , where  $M$  is the particle mass and  $\sqrt{s}$  is the center of mass energy. Therefore, small- $x$  is related to the large pseudorapidez region ( $\eta = -\ln[\tan\theta/2] \approx y$ ), which is called forward region. Therefore, this thesis deals with the small- $x$  physics in forward processes at the LHC, specifically analyzing the production of mesons  $J/\Psi$  and  $\Psi(2S)$  at  $2.76\text{ TeV}$  center of mass energy in coherent and incoherent electromagnetic PbPb collisions and dileptons production at  $7\text{ TeV}$  center of mass energy in pp collisions. The approach used in the calculations is the color dipole formalism, which is convenient in small- $x$ , and presents an effective and simple way to calculate the cross sections. The predictions are consistent with the ALICE, CDF and E866 collaborations experimental data, showing the robustness of the considered model.

# Artigos relacionados

GAY DUCATI, M. B.; GRIEP, M. T.; MACHADO, M. V. T.;  
Diffractive photoproduction of radially excited  $\psi(2S)$  mesons in photon-Pomeron reactions in PbPb collisions at the CERN LHC. Phys. Rev. C, v. 88, p. 014910, 2013.

GAY DUCATI, M. B.; GRIEP, M. T.; MACHADO, M. V. T.;  
Exclusive photoproduction of  $J/\psi$  and  $\psi(2S)$  states in proton-proton collisions at the CERN LHC. Phys. Rev. D, v. 88, p. 017504, 2013.

GAY DUCATI, M. B.; GRIEP, M. T.; MACHADO, M. V. T.;  
A study on the low mass Drell-Yan production at the CERN LHC within the dipole formalism. Phys. Rev. D, v. 89, p. 034022, 2014.

# Índice

Introdução . . . . .	1
<b>1. O Modelo Padrão da Física de Partículas e o LHC . . . . .</b>	<b>3</b>
1.1 Modelo Padrão . . . . .	3
1.2 O Grande Colisor de Hádrons . . . . .	5
<b>2. A Estrutura dos Hádrons em Altas Energias . . . . .</b>	<b>7</b>
2.1 Cromodinâmica Quântica . . . . .	7
2.2 A lagrangeana da QCD . . . . .	9
2.3 Espalhamento Profundamente Inelástico . . . . .	10
2.4 Modelo de Pártons . . . . .	13
2.5 Equações DGLAP . . . . .	16
2.6 A Saturação Partônica . . . . .	20
2.7 Conclusão . . . . .	21
<b>3. Produção Difrativa de Mésons Vetoriais . . . . .</b>	<b>23</b>
3.1 Difração . . . . .	23
3.2 O Espalhamento Profundamente Inelástico na Representação de Dipolos de Cor . . . . .	24
3.3 A Fatorização $k_{\perp}$ e a Seção de Choque de Dipolo . . . . .	26
3.4 A Mecânica Quântica do Espalhamento Difrativo . . . . .	29
3.5 O DIS Difrativo na Representação de Dipolos de Cor . . . . .	31
3.6 Produção Difrativa de Mésons Vetoriais em $t = 0$ . . . . .	33
3.7 Funções de onda do cone de luz . . . . .	36
3.8 Conclusão . . . . .	38
<b>4. Produção Coerente e Incoerente de Mésons em Colisões Hadrônicas . . . . .</b>	<b>39</b>
4.1 O Fluxo de Fótons Equivalentes . . . . .	39
4.2 Fotoprodução difrativa de $\psi(2S)$ em reações fóton-Pomeron no LHC . . . . .	45
4.2.1 Processo Fóton-Pomeron em colisões relativísticas núcleo-núcleo . . . . .	47
4.2.2 Resultados . . . . .	52
4.3 Fotoprodução exclusiva dos estados $J/\psi$ e $\psi(2S)$ em colisões próton-próton no LHC . . . . .	54
4.3.1 Fotoprodução exclusiva de mésons em colisões próton-próton . . . . .	55

---

4.3.2	Resultados . . . . .	56
4.4	Conclusão . . . . .	58
<b>5.</b>	<b>Produção de diléptons no limite de altas energias . . . . .</b>	<b>61</b>
5.1	O Processo Drell-Yan . . . . .	61
5.2	Formalismo de dipolos para o DY . . . . .	65
5.3	A seção de choque de dipolo . . . . .	67
5.4	Um estudo da produção Drell-Yan de baixa massa em CERN LHC no formalismo de dipolos . . . . .	68
5.4.1	Formalismo Teórico . . . . .	69
5.4.2	Resultados Numéricos . . . . .	72
5.5	Conclusão . . . . .	75
	<b>Conclusão . . . . .</b>	<b>77</b>
	<b>A. Solução da Equação DGLAP em pequeno <math>x</math> . . . . .</b>	<b>79</b>
	<b>B. A Formulação do Cone de Luz . . . . .</b>	<b>82</b>
	<b>Referências Bibliográficas . . . . .</b>	<b>85</b>



# Relação de Figuras

2.1	Medidas de $\alpha_s$ em função da escala do processo $Q$ [9]. . . . .	8
2.2	Espalhamento profundamente inelástico elétron - próton, mediado por um fóton. . . . .	10
2.3	Modelo de Pártons . . . . .	14
2.4	Exemplos de diagramas desconsiderados no modelo de pártons. . . . .	16
2.5	Dados de HERA para a função de estrutura $F_2^{em}$ [15]. . . . .	17
2.6	(a) Quark $q_i$ originado a partir da emissão de um glúon por um quark $q_j$ . (b) Glúon emite um par $q\bar{q}$ . . . . .	18
2.7	(a) Glúon originado a partir de um quark $q_i$ . (b) Glúon emite um par de glúons. . . . .	19
2.8	Saturação partônica. . . . .	20
3.1	Representação esquemática das variáveis cinemáticas $p_T$ e $\theta$ . . . . .	24
3.2	Representação do modelo de dipolos. . . . .	25
3.3	Representação das variáveis do cone de luz. . . . .	25
3.4	Representação de uma interação no formalismo de fatorização $k_\perp$ . . . . .	27
3.5	Dois dos elementos da matriz $\mathcal{D}$ para o conjunto de estados considerado. . .	30
3.6	Leptoprodução de méson vetorial via troca de dois glúons. . . . .	35
4.1	Representação de uma interação ultraperiférica. . . . .	40
4.2	(a) Partícula de carga $q$ movendo-se com velocidade $v$ no eixo $x_1$ . (b) Partícula passando por um sistema S e (c) pulsos de radiação equivalentes. . . . .	42
4.3	Espectro de fótons equivalentes em função de $x = \omega b/\gamma v$ . . . . .	43
4.4	Esquerda: Comparação de diferentes cálculos do espectro de fótons equivalentes para prótons de alta energia. Aqui, $x$ é a fração da energia do próton portada pelo fóton. Direita: Luminosidade de fótons equivalentes em colisões próton-próton e núcleo-núcleo no RHIC e no LHC. $k$ é a energia do fóton no referencial de repouso do alvo [34]. . . . .	45
4.5	Funções de onda dos estados $J/\Psi$ e $\Psi(2S)$ . . . . .	46
4.6	Distribuição de rapidez da fotoprodução coerente do méson $J/\psi$ em $\sqrt{s} = 2.76$ TeV em colisões PbPb em LHC. As curvas teóricas representam o formalismo de dipolos usando $R_G = 1$ (curva traço-pontilhada) e dois cenários para a distribuição de glúons nuclear (curvas sólida e tracejada, conforme explícito no texto). Dados da colaboração ALICE [48, 49]. . . . .	52
4.7	Distribuição de rapidez da produção coerente do méson $\psi(2S)$ em $\sqrt{s} = 2.76$ TeV em colisões PbPb em LHC. . . . .	53

4.8	Distribuição de rapidez da fotoprodução incoerente dos mésons $J/\psi$ (linha sólida) e $\psi(2S)$ (linha tracejada) em $\sqrt{s} = 2.76$ TeV em colisões PbPb em LHC. Dados da colaboração ALICE [49]. . . . .	54
4.9	(Color online) <i>Distribuição de rapidez da produção exclusiva do méson <math>J/\psi</math> na região frontal, em <math>\sqrt{s} = 7</math> TeV em colisões próton-próton em LHC. A predição teórica é representada pela curva sólida. Dados da colaboração LHCb [50].</i> . . . . .	56
4.10	Predições teóricas para a distribuição de rapidez da produção exclusiva dos mésons $J/\psi$ (curva sólida) e $\psi(2S)$ (curva tracejada) em $\sqrt{s} = 7$ TeV em colisões próton-próton em LHC. . . . .	58
4.11	Distribuição de rapidez da produção de $J/\Psi$ (superior) e $\Psi(2S)$ (inferior) comparada com dados da colaboração LHCb. Figura retirada de [67]. . . . .	59
5.1	Processo Drell-Yan em mais baixa ordem em QCD. . . . .	62
5.2	Correções QCD em primeira ordem para o processo DY . . . . .	64
5.3	Um quark ou antiquark do projétil espalha com o campo de cor do alvo e irradia um fóton (antes ou depois do espalhamento), o qual flutua em um par de léptons. . . . .	66
5.4	A função peso $W(\rho, p_T)$ em termos de $\rho$ , para diferentes valores de $p_T$ [85]. . . . .	67
5.5	Seção de choque diferencial DY de baixa massa, $d^3\sigma/dM^2 dY dp_T$ , como uma função do momentum transversal do dilépton, $p_T$ , em energia de $\sqrt{s} = 7$ TeV. Os gráficos são para massa do dilépton fixa ( $M = 6$ e $10$ GeV) e distintas rapidezzes do par de léptons ( $Y = 0, 2, 4$ ). . . . .	72
5.6	Distribuição de massa invariante na taxa $12 < M_{\ell\ell} < 66$ GeV. . . . .	73
5.7	Distribuição de rapidez do dilépton em $\sqrt{s} = 7$ TeV impondo cortes do momentum transversal do dimúon de $p_T > 6$ GeV e duas regiões de massa invariante: (gráfico superior) $20 \leq M_{\ell\ell} \leq 40$ GeV e (gráfico inferior) $10.5 \leq M_{\ell\ell} \leq 20$ GeV. . . . .	74
5.8	Esquerda: Seção de choque invariante DY em $\sqrt{s} = 39$ GeV como função de $p_T$ comparada com dados da colaboração E866 [107]. Direita: Seção de choque diferencial $d^2\sigma/dM dy$ at $\sqrt{s} = 1800$ GeV como função da massa invariante comparada com dados da colaboração CDF [108]. . . . .	75
B.1	$x^+ = 0$ - hiper-plano tangente ao cone de luz. . . . .	83

# Relação de Tabelas

1.1	Tabela de quarks. . . . .	3
1.2	Tabela de léptons. . . . .	4
1.3	Tabela de partículas mediadoras. . . . .	4
4.1	Parâmetros e limites cinemáticos para processos projétil-alvo em RHIC e LHC [38]. . . . .	46
4.2	Resultados. . . . .	57

# Introdução

O regime de energia do Large Hadron Collider (LHC) no CERN amplia o espaço de fase para a produção de partículas de uma maneira sem precedentes, operando em energias de até 7 TeV (a maior energia até então obtida em colisões similares era de 2 TeV - Tevatron), o que possibilita explorar dimensões da ordem de  $10^{-18}$  m.

Muitos processos de espalhamento que podem ser usados para estudar a fenomenologia da QCD em altas energias, principalmente aqueles mediados por troca de objetos (fóton, sistemas singleto de cor envolvendo glúons) sem cor, são caracterizados por partículas emitidas em ângulos de espalhamento muito pequenos em relação ao eixo do feixe incidente [1]. Processos como troca de partículas sem cor são aqueles envolvendo fusão de fótons ou pomerons ou a combinação destes em espalhamentos fóton - pomeron. Todos esses processos são caracterizados por partículas emitidas na direção frontal (jatos, próton, íons) no estado final e um sistema de partículas produzidas em rapidez mais central [1]. Em colisões elásticas ou difrativas, têm-se partículas espalhadas em ângulos muito pequenos, significando pseudorapidez grande ( $y \approx \eta = -\ln[\tan(\theta/2)]$ ). Os experimentos do LHC têm capacidade operacional para estudo de espalhamentos frontais [1].

Muitos aspectos da física das interações fortes podem ser estudados utilizando processos com espalhamento em pequenos ângulos, o que pode ser traduzido em regiões cinemáticas de grande  $y$ . Especialmente em processos de espalhamento, a fração de momentum dos pártons no alvo é aproximadamente  $x = (M/\sqrt{s})e^{-y}$ , onde  $M$  é a massa da partícula e  $\sqrt{s}$  é a energia de centro de massa. Por exemplo, processos induzidos por troca de pomeron - tais como a seção de choque elástica, processos difrativos macios (soft), probabilidade de sobrevivência de lacunas de rapidez, seções de choque de difração dura, etc - são acessíveis nos experimentos do LHC [1]. Também a física envolvendo QCD em altas energias e/ou densidades (física de pequeno -  $x$ ) - como saturação de glúons, equações de evolução QCD, funções de distribuição partônicas na região de pequeno -  $x$  (PDFs), espalhamento de múltiplos pártons - pode ser investigada através da medida das seções de choque dura QCD na direção frontal (jatos, ou medidas de fótons diretos) ou na fotoprodução exclusiva nas interações fóton - próton e processos fotonucleares [2]. Além disso, todas as partículas carregadas que são aceleradas no LHC geram campos eletromagnéticos que, na aproximação de fóton equivalente, podem ser consideradas como feixes de fótons quase - reais [2]. Uma fração importante das colisões pp e PbPb no LHC envolvem interações de fótons em energias da escala de TeV, abrindo o acesso a um programa único para os estudos de processos mediados por fótons. Portanto, física frontal no LHC significa processos que ocorrem com emissão ou produção de partículas em pequenos ângulos no estado final, o qual é o objeto de estudo desta Tese.

No Capítulo 1, abordamos o espalhamento profundamente inelástico (DIS) lépton-núcleon,

a partir do modelo de pártons. O DIS permite investigar a estrutura hadrônica no limite de altas energias, onde o modelo simplificado de pártons ignora algumas interações possíveis, as quais são consideradas pela QCD. Desta forma, apresentamos também a QCD, teoria que descreve as interações entre os quarks e glúons que constituem os hádrons tratando a evolução das distribuições partônicas através de equações, como as propostas por Dokshitzer, Gribov e Lipatov, Altarelli e Parisi (DGLAP). Estudamos o caso limite de pequeno  $x$  e introduzimos a ideia de saturação.

No Capítulo 2, discutimos a produção difrativa de mésons vetoriais cuja seção de choque depende quadraticamente da distribuição de glúons do alvo. Para tanto, revisamos a representação de dipolos de cor, a qual é conveniente em pequeno  $x$ , visto que o fóton flutua em um par quark-antiquark (dipolo), o qual interage com o alvo, e explanamos o DIS neste formalismo, apresentando também a fatorização  $k_{\perp}$ , a qual generaliza a fatorização colinear. A produção difrativa de mésons vetoriais é um processo importante para estudar a física de pequeno  $x$ , pois é um processo que apresenta uma assinatura bastante limpa, possibilitando que se explore a dinâmica QCD do processo de forma mais detalhada. O formalismo de dipolos é usado, no regime de altas energias, apresentando uma alternativa simplificada para o cálculo das seções de choque.

No Capítulo 3, tratamos interações hadrônicas coerentes com fotoprodução de mésons, no formalismo de dipolos de cor. Revisamos o conceito de fluxo de fótons equivalentes, relevante no tratamento de colisões ultraperiféricas, que relaciona processos induzidos por partículas carregadas e por fótons, e enfatizamos a sensibilidade da seção de choque e da distribuição de rapidez com a energia da distribuição gluônica. Por fim, apresentamos nossos resultados para a produção coerente e incoerente dos mésons  $J/\Psi$  e estado excitado  $\Psi(2S)$  e comparamos nossas predições para  $J/\Psi$  com dados de ALICE (PbPb) e LHCb (pp) e predições feitas para  $\Psi(2S)$ . Além da produção de mésons, temos a produção de diléptons como processo essencial para estudar a física de pequeno  $x$ , para tanto apresentamos também a produção de diléptons em altas energias.

No Capítulo 4, apresentamos o processo Drell - Yan, o qual também pode ser usado para investigar a estrutura interna dos hádrons no limite de altas energias e apresentamos nossos resultados para a produção de pares de léptons. Mostramos nossas predições para a produção de diléptons em energias de LHC e também as comparamos com dados das colaborações E866 e CDF para colisões pp de energias 39 GeV e 1800 GeV, respectivamente.

No último Capítulo, resumimos nossos principais resultados e conclusões.

## Capítulo 1

# O Modelo Padrão da Física de Partículas e o LHC

Este capítulo apresenta as partículas elementares e as forças de interação do Modelo Padrão, o qual descreve as partículas observadas, apresenta também o Grande Colisor Hadrônico (LHC), que está colidindo feixes de prótons e núcleos de Chumbo, possibilitando um estudo mais detalhado da Física de Partículas.

### 1.1 Modelo Padrão

O Modelo Padrão é a teoria que identifica as partículas básicas e especifica suas formas de interação [3, 4]. De acordo com este modelo, existem duas classes de partículas elementares, ou seja, partículas que não apresentam estrutura interna, são estas: léptons e quarks [3, 4]. Há seis tipos de léptons e seis tipos de quarks, os quais estão dispostos nas Tabelas 1.1 e 1.2:

Quark	Carga	Massa (MeV)
up (u)	2/3	1,5 - 4
down (d)	-1/3	4 - 8
strange (s)	-1/3	80 - 130
charm (c)	2/3	1150 - 1350
bottom (b)	-1/3	4100 - 4400
top (t)	2/3	172700 ± 2900

**Tab. 1.1:** *Tabela de quarks.*

A cada partícula corresponde sua antipartícula, que possui mesma massa e spin da partícula, porém carga e números quânticos aditivos (número bariônico, número leptônico, etc) opostos. Os quarks apresentam uma propriedade denominada carga de cor, que pode apresentar-se em três cores: vermelho, verde e azul. Partículas compostas por quarks são denominadas hádrons. Os hádrons mais conhecidos são o próton, cuja composição é uud (dois quarks up e um quark down) e o nêutron, cuja composição é ddu (dois quarks down e um quark up). Os hádrons dividem-se em duas classes: mésons (compostos por um quark e

Lépton	Carga	Massa (GeV)
elétron (e)	-1	0,000511
múon ( $\mu$ )	-1	0,1056
tau ( $\tau$ )	-1	1,777
neutrino do elétron	0	$\sim 0$
neutrino do múons	0	$\sim 0$
neutrino do tau	0	$\sim 0$

**Tab. 1.2:** Tabela de léptons.

um antiquark) e bárions (compostos por três quarks). O elétron é o lépton mais conhecido. Portanto, das partículas que compõem o átomo, apenas o elétron é uma partícula elementar. Os quarks possuem carga elétrica fracionária e nunca foram observados livres, estão sempre confinados nos hádrons.

O Modelo Padrão também especifica a forma de interação das partículas. Existem na natureza, quatro tipos de interações fundamentais: gravitacional, eletromagnética, forte e fraca. Cada uma delas é devida a uma propriedade fundamental da matéria: massa (interação gravitacional), carga elétrica (interação eletromagnética), carga de cor (interação forte) e carga fraca (interação fraca). Portanto, existem também quatro forças fundamentais: força gravitacional, força eletromagnética, força forte e força fraca.

Na interação de hádrons, a interação forte predomina. É esta interação que mantém os nêutrons e prótons coesos no núcleo atômico. Cada tipo de interação é mediado por uma partícula de troca, ou seja, quando ocorre a interação, uma partícula é trocada entre as partículas interagentes. A Tabela 1.3 mostra as partículas mediadoras referentes a cada tipo de interação.

Interação	Partícula Mediadora
eletromagnética	fóton
forte	glúon
fraca	$W^+, W^-, Z^0$

**Tab. 1.3:** Tabela de partículas mediadoras.

A partícula mediadora da interação gravitacional, o gráviton, nunca foi detectado experimentalmente.

Assim como na gravitação de Newton, um corpo que possui massa cria em torno de si um campo gravitacional, analogamente um corpo carregado eletricamente cria um campo eletromagnético em torno de si, um corpo com carga de cor cria um campo de carga de cor e um corpo com carga fraca cria em torno de si, um campo de carga fraca. Dessa forma, a interação forte pode ser descrita dentro da formulação da Teoria Quântica de Campos. A Física de Partículas estuda a formação de partículas (elementares ou com subestrutura)

através de colisões, por exemplo, de prótons ou íons. Esta tese trata da produção de mésons (partículas formadas por um par quark-antiquark) e diléptons (pares de léptons) em colisões provocadas no LHC.

## 1.2 O Grande Colisor de Hádrons

No regime de altas energias, a estrutura da matéria pode ser investigada através de processos de espalhamento. O LHC pertencente a European Organization of Nuclear Research (CERN) é o maior e mais potente acelerador de partículas da história e está em funcionamento, colidindo feixes de Chumbo e prótons [5]. O LHC está situado na fronteira da Suíça com a França e reúne esforços de aproximadamente 56 países para mantê-lo em funcionamento, sendo 20 países membros, 9 observadores e 27 participantes. O LHC foi construído com o intuito de estudar em mais detalhes a Física de partículas buscando a comprovação, ou não, de diversas teorias além do Modelo Padrão, mas principalmente, detectar a partícula que faltava para verificar totalmente o modelo - o bóson de Higgs, fato este que foi alcançado no ano de 2012 [6, 7]. A capacidade operacional deste colisor permite estudar regiões de energia até então inacessíveis em outros experimentos, atingindo energias de até 14 TeV. O acelerador LHC impulsiona feixes de íons ou prótons a altas energias, fazendo-os colidir. Essas colisões produzem novas partículas, as quais deixam um rastro e depositam energia em um detector. O LHC foi projetado com o intuito de, a partir destas colisões, encontrar evidências que permitam esclarecer algumas questões como: a origem da massa das partículas elementares (existência do Bóson de Higgs, cuja detecção foi confirmada em 2012), recriação dos instantes iniciais da formação do universo (Big Bang), partículas supersimétricas, etc.

O LHC está situado em um túnel circular de 27 km de circunferência e cerca de 100 m abaixo do solo. Os feixes de prótons ou íons se movem dentro do anel do LHC guiados por ímas, que geram um campo magnético capaz de alterar a trajetória do feixe, encurvando-o e fazendo-o percorrer toda a circunferência do anel. Antes da colisão, as partículas são aceleradas por aceleradores do tipo linear (LINAC - Linear Particle Accelerator), o qual acelera as partículas em uma trajetória retilínea ou do tipo Síncrotron de Prótons (PS - Proton Síncrotron), o qual aumenta a velocidade das partículas subatômicas eletricamente carregadas ou íons de forma que descrevam uma trajetória circular.

Os principais experimentos do LHC, são: ALICE, ATLAS, CMS e LHCb.

O experimento ALICE (A Large Ion Collider Experiment), é utilizado para o estudo de colisões de íons de chumbo em energia de centro de massa de 2,76 TeV por núcleo. A partir dele, pretende-se analisar a formação do Plasma de Quarks e Glúons, uma fase da matéria em que os quarks e glúons estão desconfinados. O estudo desta fase e suas propriedades é fundamental para um melhor entendimento da Cromodinâmica Quântica (QCD), teoria esta que estuda a interação forte.

O experimento ATLAS (A Toroidal LHC ApparatuS), colide feixes de prótons a energia de até 7 TeV por feixe. Os principais objetivos deste experimento são: a detecção do Bóson de Higgs, partículas supersimétricas, dimensões extras, buracos negros, matéria escura, etc.

O experimento CMS (Compact Muon Solenoid), é um detector de múons, que permite



também detecções de fótons, elétrons e hádrons. Este detector foi projetado para medir propriedades de partículas conhecidas com uma maior precisão e também buscar fenômenos relacionados a física além do modelo padrão.

O experimento LHCb (Large Hadron Collider beauty - onde beauty se refere ao quark bottom), foi desenvolvido para medidas precisas da violação CP (simetria de carga e paridade) e para o estudo de decaimentos raros de mésons b.

Os experimentos apresentados têm capacidade operacional para analisar a produção frontal, possibilitando um estudo mais detalhado desta região em energias que, até então, eram inacessíveis em outros aceleradores. Desta forma, analisando os resultados experimentais do LHC e comparando-os com as previsões disponíveis, poder-se-á descrever os processos de produção frontal com maior precisão e eficiência.

## Capítulo 2

# A Estrutura dos Hádrons em Altas Energias

A estrutura hadrônica é investigada, no limite de altas energias, através de processos de espalhamento. O espalhamento profundamente inelástico (DIS) lépton-núcleon é o processo menos complexo de ser analisado, pois nele temos apenas uma partícula com subestrutura. Através do Modelo de Pártons, descrevemos o DIS elétron-próton como uma interação do elétron com um dos pártons constituintes do próton. Entretanto, este modelo ignora algumas interações possíveis, as quais são consideradas pela Cromodinâmica Quântica (QCD). A QCD é a teoria das interações fortes, a qual descreve a interação entre quarks e glúons, partículas estas que constituem a estrutura dos hádrons. Esta teoria prediz a evolução das distribuições partônicas, através, por exemplo, das equações de evolução propostas por Dokshitzer, Gribov e Lipatov, Altarelli e Parisi (DGLAP). Neste capítulo, abordamos o DIS, o Modelo de Pártons, a QCD e as equações DGLAP, elementos fundamentais utilizados ao longo deste trabalho.

## 2.1 Cromodinâmica Quântica

A Cromodinâmica Quântica (QCD) é a teoria das interações fortes, a qual descreve a interação entre quarks e glúons, partículas estas que constituem a estrutura dos hádrons. Esta teoria prediz a evolução das distribuições partônicas utilizando - se, para tanto, das equações DGLAP, as quais serão também apresentadas neste capítulo. Os glúons, portadores de carga de cor, interagem entre si, diferentemente dos fótons na Eletrodinâmica Quântica (QED). Os parâmetros da QCD são as massas dos quarks e o valor da constante de acoplamento forte  $\alpha_s$ , a qual corresponde a constante de estrutura fina  $\alpha = 1/137$  em QED. A constante de acoplamento  $\alpha_s$  têm seu comportamento descrito na Fig. 2.1. No limite de pequenas distâncias ou altas energias,  $\alpha_s$  torna-se desprezível. A grandes distâncias ou baixas energias,  $\alpha_s$  tem seu valor acrescido. O primeiro fato representa a propriedade de liberdade assintótica, ou seja, a pequenas distâncias os hádrons comportam-se como livres no interior dos hádrons, enquanto que o segundo fato representa a propriedade de confinamento, isto é, quando a distância é aumentada,  $\alpha_s$  aumenta, de forma a manter os quarks e glúons confinados no hádron [8].

Quando calcula-se diagramas de Feynman com loops, são encontradas divergências que devem ser regularizadas para se tornarem finitas e então podem ser renormalizadas. O

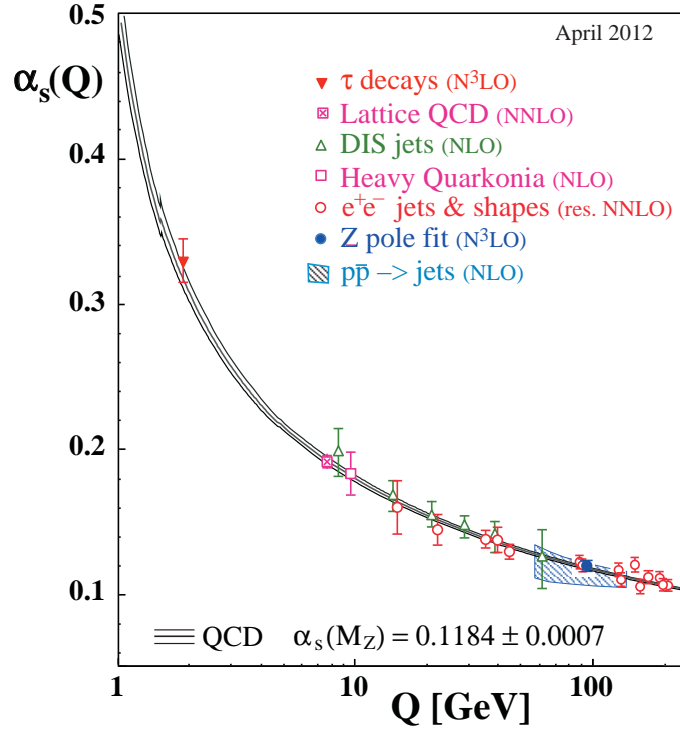


Fig. 2.1: Medidas de  $\alpha_s$  em função da escala do processo  $Q$  [9].

processo de renormalização consiste em redefinir quantidades físicas, as quais absorvam estas quantidades regularizadas. Entretanto, este procedimento introduz uma escala de renormalização  $\mu$  na teoria, de forma que as quantidades renormalizadas, como, por exemplo,  $\alpha_s$ , passam a depender explicitamente de  $\mu$ . Assim, como os observáveis físicos não devem depender da escala  $\mu$ , a constante de acoplamento efetiva  $\alpha_s$  deve ser modificada da seguinte forma [8]:

$$\alpha_s = \alpha_s(\mu^2) = \frac{g^2}{4\pi} \quad (2.1)$$

Para realizar essa compensação, considera-se um observável sem dimensões  $R$ , o qual envolve somente uma escala  $Q^2$ . Como  $R$  não depende da escala  $\mu$ , a derivada total do mesmo com relação a esta escala deve ser nula:

$$\mu^2 \frac{dR(Q^2/\mu^2, \alpha_s)}{d\mu^2} = \left[ \mu^2 \frac{\partial}{\partial \mu^2} + \mu^2 \frac{\partial \alpha_s}{\partial \mu^2} \frac{\partial}{\partial \alpha_s} \right] R = 0 \quad (2.2)$$

Definindo,  $t = \ln(\frac{Q^2}{\mu^2})$  e  $\beta(\alpha_s) = \mu^2 \frac{\partial \alpha_s}{\partial \mu^2}$ , reescreve-se a eq. 2.2 como:

$$\left[ -\frac{\partial}{\partial t} + \beta(\alpha_s) \frac{\partial}{\partial \alpha_s} \right] R(e^t, \alpha_s) = 0. \quad (2.3)$$

A eq. 2.3 é chamada equação do grupo de renormalização e estabelece a modificação na constante de acoplamento  $\alpha_s(\mu^2)$ , a qual incorpora a subtração das divergências regularizadas.

Definindo a constante de acoplamento efetiva  $\bar{\alpha}_s$ , a qual é solução da equação

$$\frac{d\bar{\alpha}_s(t, \alpha_s)}{dt} = \beta(\bar{\alpha}_s) \quad (2.4)$$

onde  $\alpha_s = \bar{\alpha}_s(t = 0, \alpha_s)$ , temos quebra

$$t = \int_{\alpha_s}^{\bar{\alpha}_s(t, \alpha_s)} \frac{d\alpha}{\beta(\alpha)}. \quad (2.5)$$

Conhecendo-se a função  $\beta$ , pode-se determinar a evolução de  $\alpha_s$ . No nível de um loop, tem-se que [referencia]

$$\beta(\alpha_s) = -b\alpha_s^2 \quad (2.6)$$

onde  $b = (11C_A - 4n_f T_R)/12\pi$ ,  $C_A = 3$ ,  $T_R = 1/2$ ,  $n_f$  é o número de sabores leves e correções de mais altas ordens foram desconsideradas. Ao substituir esta equação na eq. 2.5, resulta:

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{1 + \alpha_s(\mu^2)bt}, \quad (2.7)$$

a qual pode ser reescrita como:

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{1}{b \ln(Q^2/\Lambda_{QCD}^2)}, \quad (2.8)$$

onde o parâmetro  $\Lambda_{QCD}$  é determinado a partir de dados experimentais. Portanto, o crescimento de  $Q^2$  implica na diminuição da constante de acoplamento - liberdade assintótica, enquanto que a diminuição de  $Q^2$  corresponde ao crescimento de  $\alpha_s$  - confinamento.

## 2.2 A lagrangeana da QCD

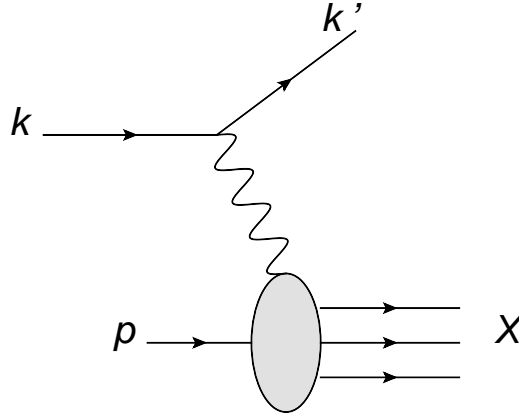
Para efetuar o cálculo perturbativo de um processo em QCD, as interações entre os quarks e glúons são descritas a partir das regras de Feynman, as quais podem ser derivadas da densidade lagrangeana [8]:

$$\mathcal{L}_{QCD} = \mathcal{L}_{cl} + \mathcal{L}_{fc} + \mathcal{L}_{ft}, \quad (2.9)$$

onde o termo clássico é dado por

$$\mathcal{L}_{cl} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^A F_A^{\mu\nu} + i \sum_q \bar{\psi}_q^r \gamma^\mu (D_\mu)_{rs} \psi_q^s - \sum_q m_q \bar{\psi}_q^r \psi_{qr} \quad (2.10)$$

sendo  $r, s = 1, 2, 3$  os índices de cor dos quarks,  $q$  os sabores dos quarks e  $\psi$  os campos dos quarks. A densidade lagrangeana clássica descreve a interação de quarks de spin 1/2 massivos e glúons de spin 1 sem massa. A densidade lagrangeana  $\mathcal{L}_{cl}$  fixa os calibres covariantes e a densidade lagrangeana fantasma  $\mathcal{L}_{fan}$  cancela os graus de liberdade não físicos que surgiriam nestes calibres. Estes termos surgem da necessidade da escolha de calibre para que se possa definir o propagador do glúons.



**Fig. 2.2:** *Espalhamento profundamente inelástico elétron - próton, mediado por um fóton.*

O termo de campo  $F_{\mu\nu}^a$  é definido por

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a - gf^{ABC}G_\mu^B G_\nu^C \quad (2.11)$$

onde  $G_\mu^A$  representa o campo dos glúons, os índices A,B,C representam os graus de liberdade do campo de glúon,  $g$  é a constante de acoplamento e  $f^{ABC}$  são as constantes de estrutura do grupo SU(3). O terceiro termo do lado direito da eq. 2.11 representa as interações entre os quarks, as quais originam a propriedade de liberdade assintótica da QCD. A derivada covariante atuando nos campos dos quarks, é dada por:

$$(D_\mu)_{rs} = \partial_\mu \delta_{rs} + ig(t^C G_\mu^C)_{rs} \quad (2.12)$$

e atuando nos campos de quarks, fica escrita como:

$$(D_\mu)_{AB} = \partial_\mu \delta_{AB} + ig(t^C G_\mu^C)_{AB}, \quad (2.13)$$

onde  $t^c$  e  $T^c$  representam os geradores do grupo SU(3) na forma fundamental e adjunta, respectivamente, os quais satisfazem as seguintes relações de comutação.

$$[t^a, t^b] = if^{abc}t^c \quad (2.14)$$

e

$$[T^a, T^b] = if^{abc}T^c. \quad (2.15)$$

## 2.3 Espalhamento Profundamente Inelástico

A estrutura hadrônica pode ser investigada, no limite de altas energias, através de um processo de espalhamento profundamente inelástico lépton-núcleon. Nesse processo, um lépton carregado ou neutro (elétron ou neutrino, por exemplo) é espalhado por um próton ou núcleo atômico. Consideremos o DIS elétron-próton

$$kp \rightarrow k'X \quad (2.16)$$

representado na Fig. 2.2 em primeira ordem em Eletrodinâmica Quântica (QED), onde o quadrivetor  $k = (E, \vec{p})$  representa o lépton incidente,  $k' = (E', \vec{p}')$  representa o lépton espalhado e  $X$ , o estado final hadrônico. O processo pode ser descrito da seguinte forma: o próton alvo, com momentum inicial  $p$  interage com o fóton virtual, transitando no estado de muitas partículas  $X$ , com momentum  $p_X$  e massa  $W$ . O vértice superior (vértice leptônico) é completamente descrito pela QED. O vértice inferior (vértice hadrônico) é desconhecido.

A seção de choque diferencial para este processo é dada por [10, 11, 12]:

$$d\sigma = \frac{1}{|v_e - v_p|} \frac{m m'}{E E'} |\mathcal{M}|^2 \frac{dk'}{2\pi^3}, \quad (2.17)$$

onde  $m(m')$  é a massa do lépton incidente (espalhado) e  $|v_e - v_p|$  é a velocidade relativa lépton - próton. A quantidade  $-Q^2 = q^2 = (k - k')^2 < 0$  é o momentum transferido. A amplitude de espalhamento  $\mathcal{M}$  é escrita na forma:

$$\mathcal{M} = -i(2\pi)^4 \delta^4(p_X - p - q) 4\pi\alpha_{em} \bar{u}(k') \gamma^\mu u(k) \frac{1}{q^2} \langle X | J_\mu^{em} | p \rangle, \quad (2.18)$$

onde  $\alpha_{em}$  é a constante de acoplamento eletromagnética,  $\bar{u}(k') \gamma^\mu u(k)$  é a corrente leptônica e  $1/q^2$  é o propagador do fóton. O elemento de matriz  $\langle X | J_\mu^{em} | p \rangle$  está relacionado à corrente eletromagnética entre os estados hadrônicos  $p$  e  $X$ . Considerando um espalhamento não polarizado e inclusivo, teremos que a seção de choque diferencial inclusiva deste processo será dada por:

$$d\sigma = \frac{2\alpha^2}{q^4 E} L^{\nu\mu} W_{\nu\mu} \frac{dk'}{E'}, \quad (2.19)$$

onde:

$$L^{\nu\mu} = [k^\nu k'^\mu + k^\mu k'^\nu - (k \cdot k') g^{\nu\mu}] \quad (2.20)$$

e

$$W_{\nu\mu} = \sum_X (2\pi)^3 \delta^4(p_X - p - q) \frac{E}{2M} \langle p | J_\nu^{em} | X \rangle \langle X | J_\mu^{em} | p \rangle \quad (2.21)$$

são os tensores leptônico e hadrônico, respectivamente, e  $M$  é a massa do próton. O tensor hadrônico não possui uma forma exata, visto que a corrente hadrônica é desconhecida. No entanto, ele pode ser expresso em termos dos quadri-vetores  $q$  e  $p$ . Sua forma geral, invariante de Lorentz, é dada por [10, 11]:

$$W_{\nu\mu} = -W_1 g_{\nu\mu} + \frac{W_2}{M^2} p_\nu p_\mu + \frac{W_4}{M^2} q_\nu q_\mu + \frac{W_5}{M^2} (p_\nu p_\mu + q_\nu q_\mu). \quad (2.22)$$

A conservação de corrente para o vértice hadrônico,  $q^\nu W_{\nu\mu} = q^\mu W_{\nu\mu} = 0$ , implica em:

$$W_5 = -\frac{p \cdot q}{q^2} W_2 \quad (2.23)$$

e

$$W_4 = \left( \frac{p \cdot q}{q^2} \right)^2 W_2 + \frac{M^2}{q^2} W_1 . \quad (2.24)$$

Portanto, somente duas das quatro funções de estrutura são independentes. Consequentemente,

$$W_{\nu\mu} = W_1 \left( -g_{\nu\mu} + \frac{q_\nu q_\mu}{q^2} \right) + W_2 \frac{1}{M^2} \left( p_\nu - \frac{p \cdot q}{q^2} q_\nu \right) \left( p_\mu - \frac{p \cdot q}{q^2} q_\mu \right) . \quad (2.25)$$

As funções  $W_i$ 's devem ser determinadas experimentalmente, pois como o vértice hadrônico é desconhecido, a predição teórica dessas funções torna-se inviável. Contraindo o tensor hadrônico com o tensor leptônico, a seção de choque no referencial de laboratório resulta em [11]:

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} = \frac{4\alpha^2}{q^4} E'^2 \left\{ 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} W_1(\nu, Q^2) + \cos^2 \frac{\theta}{2} W_2(\nu, Q^2) \right\} \quad (2.26)$$

onde:

$$\begin{aligned} -Q^2 &= q^2 = (k - k')^2 < 0 \rightarrow \text{momentum transferido} \\ \nu &= \frac{p \cdot q}{M} = E - E' \rightarrow \text{energia transferida} \end{aligned} \quad (2.27)$$

correspondem à virtualidade do bóson trocado e a sua energia no referencial de repouso do núcleon, respectivamente, e  $\theta$  é o ângulo de espalhamento do elétron. Podemos definir a inelasticidade, a qual mede a razão da energia do bóson trocado com relação à energia do lépton incidente no referencial de repouso do núcleon, dada por:  $y = \nu/E$ .

A massa do elétron tem sido negligenciada nas expressões apresentadas, visto estarmos interessados no regime de altas energias. Considerando as variáveis de Mandelstam, definidas por [11]:

$$s = (p + k)^2 = E_{CM}^2 , \quad (2.28)$$

$$t = (k - k')^2 = -Q^2 , \quad (2.29)$$

$$u = (k - p_X)^2 , \quad (2.30)$$

com

$$s + t + u = m^2 + m'^2 + M^2 + W^2 , \quad (2.31)$$

podemos escrever a seção de choque como:

$$\frac{d\sigma}{dt du} = \frac{4\pi\alpha^2}{s^2 t^2} \frac{1}{(s + u)} \left\{ - (s + u) t M W_1(\nu, Q^2) - u s \nu W_2(\nu, Q^2) \right\} . \quad (2.32)$$

No limite de Bjorken, definido por [13]:

$$\left. \begin{array}{l} Q^2 \rightarrow \infty \\ \nu \rightarrow \infty \end{array} \right\} \text{ com } x = \frac{Q^2}{2M\nu} \text{ fixo,} \quad (2.33)$$

as funções de estrutura do DIS dependem unicamente da variável  $x$  e não de  $Q^2$  e  $\nu$  individualmente, ou seja,

$$\lim_{Q^2, \nu \rightarrow \infty} MW_1(\nu, Q^2) \rightarrow F_1(x)$$

e

$$\lim_{Q^2, \nu \rightarrow \infty} \nu W_2(\nu, Q^2) \rightarrow F_2(x) ,$$

com as funções  $F_1(x)$  e  $F_2(x)$  sendo finitas. Este limite implica que a seção de choque do espalhamento inelástico elétron - próton, que é fortemente dependente de  $Q^2$ , passe a depender apenas da variável  $x = Q^2/2M\nu$ , no limite de altas energias. O fato da dependência em  $Q^2$  da seção de choque desaparecer, sugere que a interação ocorre com partículas pontuais, internas ao próton. Esta é a base do modelo de pártons.

## 2.4 Modelo de Pártons

O modelo de pártons (representado na Fig.2.3) consiste em considerar que, em um DIS, o fóton virtual interage com um dos quarks constituintes do próton. Este processo é analisado em um referencial em que o próton se move muito rapidamente, de modo que a dilatação do tempo diminui a taxa com que os quarks interagem uns com os outros. Assim, o quark aparece essencialmente livre durante o curto espaço de tempo (aproximadamente  $1/Q$ ) em que interage com o fóton.

O modelo de pártons considera que [11]:

1) Em um sistema de momentum infinito  $p \rightarrow \infty$ , os hádrons comportam-se como um conjunto de partículas pontuais, carregados e quase-livres: os pártons. Estes se deslocam paralelamente ao hádron com momentum transversal  $\vec{p}_T = 0$ , portando fração de momentum  $x_i$  de modo que  $\sum_i x_i p_i = p$ , onde  $p_i$  é o momentum portado pelo quark  $q_i$ .

2) A seção de choque do espalhamento inelástico lépton-hádron  $l + N \rightarrow l + X$  é a soma incoerente (soma de probabilidades) das seções de choque elástica do espalhamento lépton-párton  $l + q_i \rightarrow l + q_i$ . Estas hipóteses justificam-se em um sistema de referência onde o momentum do hádron seja tal que as massas e o momentum transversal  $p_T$  dos pártons possam ser desprezados, ou seja,

$$|p| \gg M, m, p_T . \quad (2.34)$$

A partir deste modelo, definimos  $q_i(x_i)$  como a probabilidade de encontrarmos um párton do tipo  $i$  no interior do hádron, com fração de momentum  $x_i = p_i/p$ . Portanto, o número de pártons  $i$  no hádron é dado por:



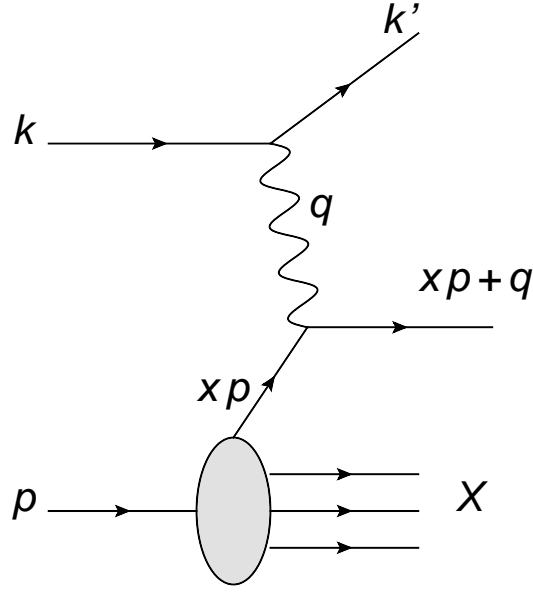


Fig. 2.3: Modelo de Pártons

$$N_i = \int_0^1 q_i(x_i) dx_i . \quad (2.35)$$

Além disso, a conservação de momentum implica

$$\sum_i \int_0^1 x_i q(x_i) dx_i = 1 , \quad (2.36)$$

onde a soma é realizada sobre todos os pártons que constituem o hádron. O modelo de pártons permite escrever a seção de choque diferencial do espalhamento lépton-próton em função da seção de choque diferencial do espalhamento lépton-párton, ou seja:

$$\frac{d\sigma}{dtdu}^{\text{lépton-hádron}} = \sum_i \int_0^1 dx q_i(x) \frac{d\sigma}{dtdu}^{\text{lépton-párton } i} , \quad (2.37)$$

onde soma-se sobre os pártons carregados (quarks) que interagem com o fóton virtual. A seção de choque para o processo elástico  $l+q_i \rightarrow l+q_i$  em termos das variáveis de Mandelstam é dada por [11]:

$$\frac{d\sigma}{dtdu}^{\text{lépton-párton } i} = x_i \frac{d\sigma}{dt\hat{d}\hat{u}} = \frac{2\pi\alpha^2 e_i^2}{t^2} x_i \left( \frac{s^2 + u^2}{s^2} \right) \delta[t + x_i(s + u)] , \quad (2.38)$$

onde se assume que no limite de altas energias (limite de Bjorken):

$$s = 2k \cdot p , \quad (2.39)$$

$$t = -2k \cdot k' , \quad (2.40)$$

$$u = -2k' \cdot p , \quad (2.41)$$

para o processo  $kp \rightarrow k'X$ , e que

$$\hat{s} = 2k \cdot p_i = x_i s , \quad (2.42)$$

$$\hat{t} = -2k \cdot k' = t , \quad (2.43)$$

$$\hat{u} = -2k' \cdot p_i = x_i u , \quad (2.44)$$

para o subprocesso  $l + q_i \rightarrow l + q_i$ .

Substituindo-se (2.38) em (2.37), e comparando com (2.32), obtém-se, no limite de Bjorken, que:

$$2xF_1(x) = F_2(x) \quad (2.45)$$

e

$$F_2(x) = \sum_i x_i e_i^2 q_i(x_i) , \quad (2.46)$$

onde

$$x_i = \frac{-t}{s+u} = \frac{Q^2}{2M\nu} = x \quad (2.47)$$

e  $e_i$  é a fração da carga do elétron portada pelo pártion de sabor  $i$ . A função de estrutura  $F_2$  mede a distribuição de pártons no próton.

A conservação de momentum no processo elástico (a função  $\delta$  em (2.38)) impõe a identificação da variável cinemática  $x$  com a fração de momentum do pártion  $x_i$ . Outra forma de obtermos essa identidade é considerar a colisão do fóton de momentum  $q$  com um pártion de momentum  $x'p$  gerando um pártion de momentum  $p'$ . A conservação do quadrimomentum implica

$$x'p + q = p' \rightarrow 2x'p \cdot q = -q^2 = Q^2 \quad (2.48)$$

e

$$x' = \frac{Q^2}{2p \cdot q} = x , \quad (2.49)$$

onde desconsideramos a massa dos quarks.

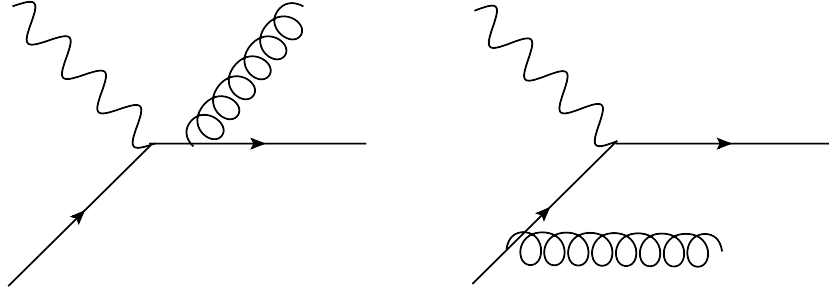


Fig. 2.4: Exemplos de diagramas desconsiderados no modelo de pártons.

## 2.5 Equações DGLAP

O Modelo de Pártons ignora o fato de que os quarks podem emitir glúons (a Fig. 2.4 apresenta dois exemplos de diagramas ignorados). Portanto, a presença dos glúons como os portadores de carga da interação forte produz violações de escalamento das funções de estrutura, como mostra a Fig.2.5, para a função de estrutura  $F_2$ .

No Modelo de Pártons, o próton é descrito sendo formado por três quarks (quarks de valência). Entretanto, a QCD considera que cada um destes quarks está envolto por uma nuvem de glúons virtuais e por pares quark-antiquark (quarks de mar). Portanto a QCD prediz que o número de pártons observados no espalhamento depende de  $Q^2$ , ou seja, ocorre a quebra de escalamento das distribuições partônicas. Desta forma, o momentum transferido em um espalhamento está relacionado a capacidade de resolução do mesmo, ou seja, quanto maior o momentum transferido, mais detalhes da estrutura hadrônica envolvida no processo podem ser observados [14].

Assumimos  $Q^2$  grande o suficiente para o processo ser tratado perturbativamente. Podemos ter resolução para pártons de tamanho  $1/\sqrt{Q^2}$  dentro do hádron. Se  $Q^2$  é aumentado para  $Q'^2 > Q^2$  podemos determinar constituintes menores de tamanho  $1/\sqrt{Q'^2}$ . Para uma dada capacidade de resolução  $1/\sqrt{Q^2}$ , a distribuição de pártons do tipo  $a$  é denotada por  $N_a(x_a, Q^2)$ . Os constituintes menores  $b$  com  $1/\sqrt{Q'^2}$  carregam algum momenta do párton  $x_a$  com

$$\frac{x_b}{x_a} < 1, \quad (2.50)$$

o que resulta em uma diminuição na distribuição de momentum para grande  $x$  e um aumento para pequenas frações de momentum. Ou seja,  $N_a(x_a, Q^2) < N_b(x_b, Q^2)$ . A variação das funções de distribuição  $\Delta N(x, Q^2)$  quando  $Q^2$  é aumentado por  $\Delta Q^2$  pode ser tratada agora usando teoria de perturbação. Para mais baixa ordem,  $\Delta N(x, Q^2)$  é proporcional a constante de acoplamento  $\alpha_s(Q^2)$ . Portanto, as funções distribuição parecem depender apenas da fração de momentum portada pelo párton. A variação na função distribuição de pártons é dada por [14]:

$$\Delta N_b(x_b, Q^2) = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} P_{ba} \left( \frac{x_b}{x_a} \right) N_a(x_a, Q^2) \frac{\Delta Q^2}{Q^2}, \quad (2.51)$$

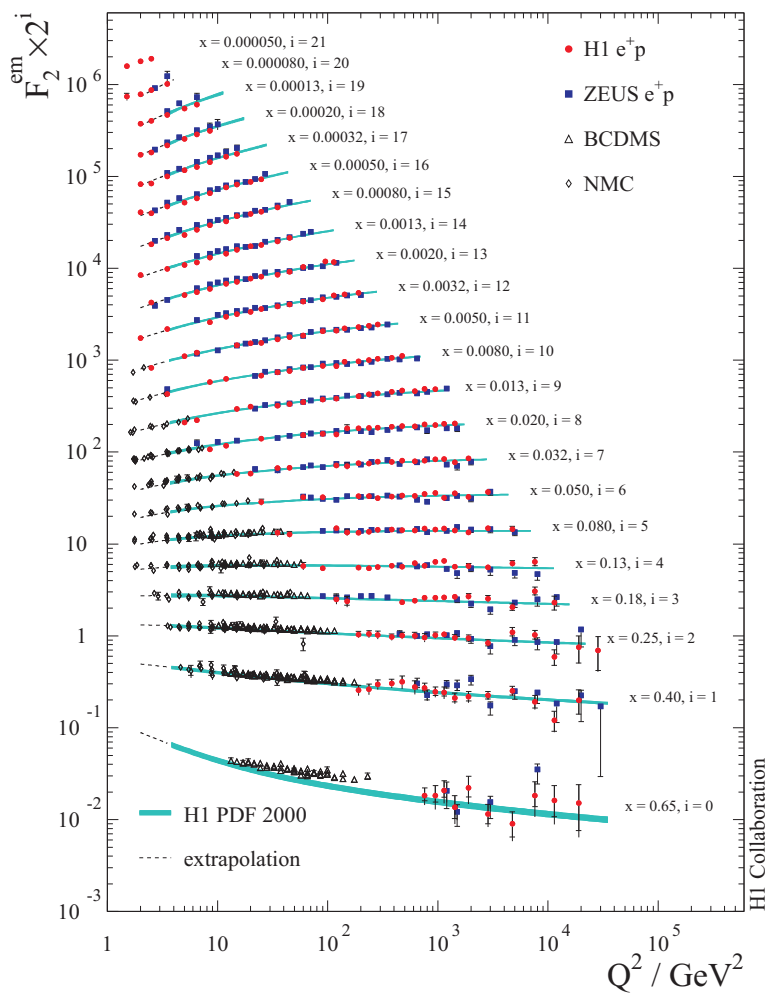
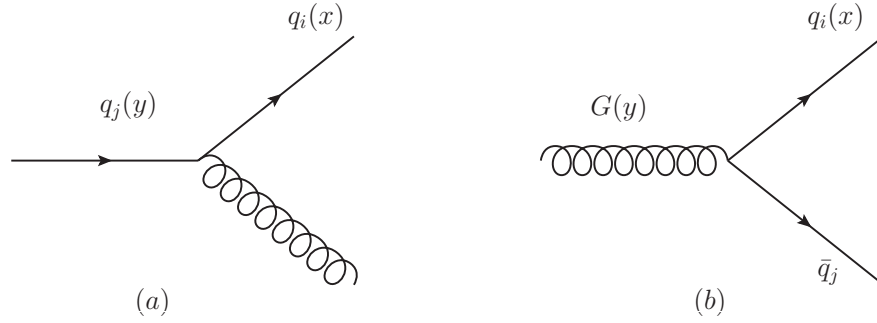


Fig. 2.5: Dados de HERA para a função de estrutura  $F_2^{em}$  [15].



**Fig. 2.6:** (a) Quark  $q_i$  originado a partir da emissão de um glúon por um quark  $q_j$ . (b) Glúon emite um par  $q\bar{q}$ .

As funções  $P_{ba}$  são chamadas funções de desdobramento, pois descrevem a separação de um parton do tipo “a” em partons do tipo “b”, quando  $Q^2$  é aumentado. O quociente  $\Delta Q^2/Q^2 = \Delta \ln Q^2$  é introduzido para manter a variação do momentum transferido adimensional. Para obter a variação total somamos sobre todos os partons do tipo “a” que podem conter partons do tipo “b” e integramos sobre os momenta do parton  $x_a > x_b$ , o que conduz a equação

$$\Delta N_b(x_b, Q^2) = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \sum_b \int_{x_b}^1 P_{ba} \left( \frac{x_b}{x_a} \right) N_a(x_a, Q^2) \frac{dx_a}{x_a} \Delta \ln Q^2 . \quad (2.52)$$

Na forma diferencial esta equação pode ser escrita como:

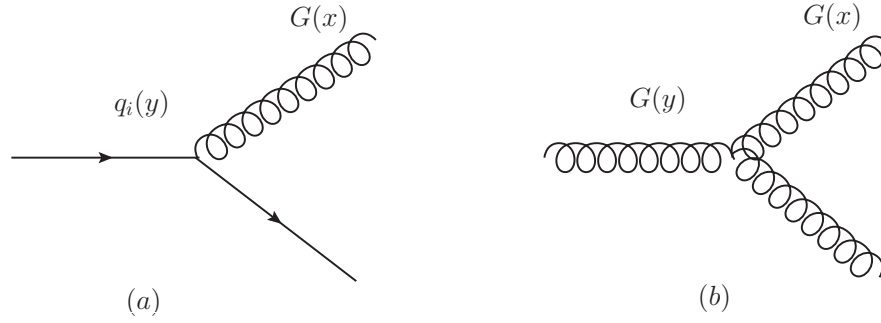
$$\frac{\partial N_b(x_b, Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \sum_b \int_{x_b}^1 P_{ba} \left( \frac{x_b}{x_a} \right) N_a(x_a, Q^2) \frac{dx_a}{x_a} . \quad (2.53)$$

Considerando que um quark de sabor  $i$  pode ser obtido da emissão de um glúon por um quark de sabor  $j$  e fração de momentum  $y$ , ou pela criação de um par  $q^i \bar{q}^j$  a partir de um glúon de fração de momentum  $y$ , como mostra a Fig.2.6, temos que a equação de evolução para a distribuição de quarks é dada por  $q^i(x, Q^2)$ :

$$\frac{\partial q^i(x, Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left\{ P_{q_i q_j} \left( \frac{x}{y} \right) q^j(y, Q^2) + P_{q^i G} \left( \frac{x}{y} \right) G(y, Q^2) \right\} . \quad (2.54)$$

Considerando que um glúon de fração de momentum  $x$  pode surgir a partir de um quark do tipo  $i$  e fração de momentum  $y$ , ou a partir de um glúon de fração de momentum  $y$ , como mostra a Fig.2.7, temos que a equação de evolução para a distribuição de glúons é dada por:

$$\frac{\partial G(x, Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left\{ \sum_i P_{G q^i} \left( \frac{x}{y} \right) q^i(y, Q^2) + P_{GG} \left( \frac{x}{y} \right) G(y, Q^2) \right\} . \quad (2.55)$$



**Fig. 2.7:** (a) Glúon originado a partir de um quark  $q_i$ . (b) Glúon emite um par de glúons.

As equações (2.54) e (2.55) foram propostas independentemente por Dokshitzer [16], Gribov e Lipatov [17], Altarelli e Parisi [18] sendo, portanto, denominadas equações DGLAP. Estas são um conjunto de equações íntegro-diferenciais acopladas que advém da QCD perturbativa. A condição inicial, no entanto, é não-perturbativa e deve ser determinada a partir dos dados experimentais.

As funções de desdobramento podem ser calculadas em QCD perturbativa como uma expansão em  $\alpha_s$

$$P_{ij}(x, \alpha_s) = \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{\alpha_s}{2\pi} \right)^{n-1} P_{ij}^{n-1}(x) . \quad (2.56)$$

Em mais baixa ordem, Altarelli - Parisi obtiveram os seguintes resultados [18]:

$$P_{qq}(z) = \frac{4}{3} \left[ \frac{1+z^2}{(1-z)_+} + \frac{3}{2} \delta(1-z) \right] , \quad (2.57)$$

$$P_{qG}(z) = \frac{1}{2} [z^2 + (1-z)^2] , \quad (2.58)$$

$$P_{GG}(z) = 6 \left[ \frac{1-z}{z} + \frac{z}{(1-z)_+} + z(1-z) + \left( \frac{11}{12} - \frac{n_f}{18} \right) \delta(1-z) \right] , \quad (2.59)$$

$$P_{Gq}(z) = \frac{4}{3} \left[ \frac{1+(1-z)^2}{z} \right] , \quad (2.60)$$

onde se utiliza a notação seguinte:

$$\int_0^1 \frac{dz f(z)}{(1-z)_+} = \int_0^1 dz \frac{f(z) - f(1)}{1-z} , \quad (2.61)$$

na regularização da divergência para  $z = 1$ . Através dos resultados obtidos por Altarelli-Parisi, podemos observar que as funções  $P_{qq}$  e  $P_{qG}$  são regulares em  $z \rightarrow 0$ , mas as funções  $P_{GG}$  e  $P_{Gq}$  são singulares neste limite. Logo, estas crescem indefinidamente com  $z \rightarrow 0$ , o que representa um crescimento acentuado na distribuição de glúons em pequeno  $x(z)$ , enquanto o crescimento na distribuição de quarks é moderado. Portanto, em pequeno  $x$ , a distribuição de glúons domina [19].

O Apêndice A apresenta a solução da equação DGLAP no regime de pequeno  $x$ .

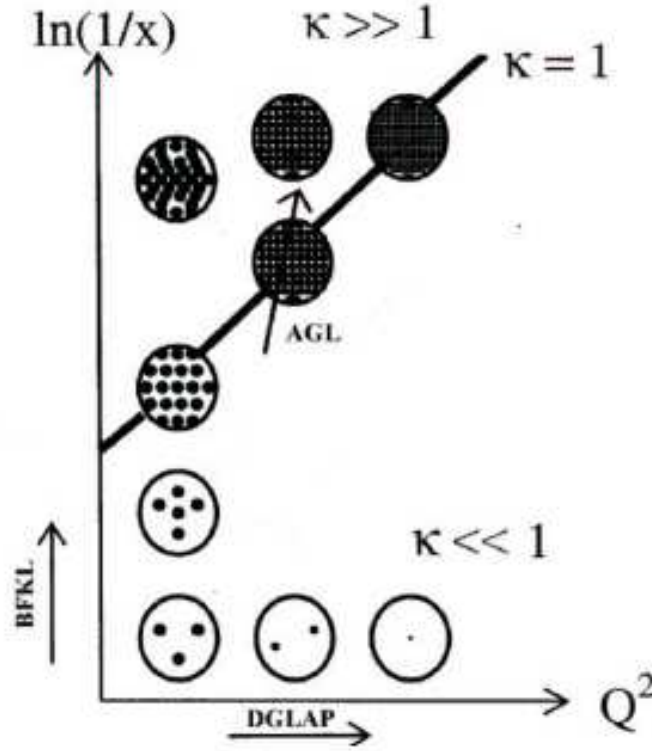


Fig. 2.8: Saturação partônica.

## 2.6 A Saturação Partônica

Vimos que as distribuições partônicas apresentam um rápido crescimento em pequeno  $x$ . Mas devido ao tamanho finito do próton, este crescimento não pode persistir indefinidamente. Quando o número de pártons no interior do próton é muito grande, estes não podem ser considerados mais como campos livres, pois suas funções de onda começam a sobrepor-se e efeitos de recombinação devem ser considerados. Esses processos de recombinação de glúons,  $g + g \rightarrow g$ , passam a ser importantes nas equações de evolução, reduzindo o crescimento da densidade de glúons, produzindo a chamada saturação partônica. A equação 2.62 [20], considera o efeito da recombinação de glúons:

$$Q^2 \frac{\partial^2 xg(x, Q^2)}{\partial \ln(1/x) \partial Q^2} = \frac{\alpha_s N_c}{\pi} xg(x, Q^2) - \frac{4\alpha_s^2 N_c}{3C_F R^2} \frac{1}{Q^2} [xg(x, Q^2)]^2 \quad (2.62)$$

O sinal negativo mostra que o crescimento acentuado de  $xg(x, Q^2)$  é atenuado pelo termo responsável pela recombinação de glúons. Ao comparar-se a equação 2.62 com a equação de evolução DGLAP, previamente apresentada, percebe-se que a equação DGLAP não incorpora a recombinação de glúons, de forma que o número de glúons tende a crescer indefinidamente. A equação DGLAP, por não apresentar dependência quadrática na distribuição de glúons, é uma equação linear de evolução. Uma outra importante equação de evolução não linear é a equação AGL (Ayala, Gay Ducati, Levin) [21], a qual estende o tratamento perturbativo até o início do regime de altas densidades partônicas, contendo as correções de

unitariedade através da inclusão de todas as interações além dos pártons mais rápidos da escada.

A Figura 2.8 representa simbolicamente as equações de evolução DGLAP, BFKL (Balitski, Fadin, Kuraev, Lipatov) e AGL. Segundo a equação de evolução DGLAP, evolui-se em  $Q^2$  mantendo  $x$  fixo. Assim, conforme aumenta-se a resolução ( $Q^2$ ), o sistema torna-se mais diluído, pois o número de glúons cresce, mas a área torna-se cada vez menor. Na equação BFKL, a evolução se dá em  $x$ , enquanto que o momentum transferido  $Q^2$  é fixo. Neste caso, aumentando a energia, o número de glúons aumenta, mas a área de cada um deles continua a mesma, visto que a resolução ( $Q^2$ ) não se altera. Portanto, pode-se perceber, que a saturação ocorre quando toda a área do hádron é ocupada pelo crescente número de glúons.

A linha  $\kappa$  na figura, representa a escala de saturação  $Q_{sat}$ , a qual separa os regimes linear e não linear. Esta escala pode ser compreendida considerando que um fóton com virtualidade  $Q^2$  consegue resolver uma distância dentro do alvo da ordem de  $r \propto 1/\sqrt{Q^2}$ . Desta forma, aumentando  $Q^2$ , o fóton consegue resolver objetos menores presentes no hádron, como os glúons, por exemplo. Consequentemente, esse dipolo interage com um glúon de área transversal igual a sua. Assim, cada glúon ocupa uma área transversal da ordem de  $\pi/Q^2$ , e a seção de choque dipolo-glúon é aproximadamente

$$\sigma \sim \alpha_s(Q^2) \frac{\pi}{Q^2}. \quad (2.63)$$

Sendo que a área transversal do alvo (hádron) é dada por

$$S_A \sim \pi R_A^2, \quad (2.64)$$

onde  $R_A$  é o raio do alvo. Quando a soma de todas as áreas dos glúons for igual a área total do alvo, ou seja,

$$S_A = N_A \sigma \rightarrow N_A \sim \frac{S_A}{\sigma} \sim \frac{R_A^2}{\alpha_s} Q^2, \quad (2.65)$$

os glúons começam a sobrepor-se uns aos outros e o processo de recombinação de glúons torna-se relevante, inibindo o rápido crescimento da densidade de glúons. A escala de saturação fica, portanto, escrita como:

$$Q_s^2 \sim \alpha_s \frac{N_A}{R_A^2} \sim \frac{\alpha_s}{R_A^2} A x g(x, Q^2) \sim \alpha_s A^{1/3} x g(x, Q^2) \quad (2.66)$$

sendo proporcional à densidade de glúons.

## 2.7 Conclusão

Neste capítulo, apresentamos o DIS, o qual pode ser usado para provar a estrutura interna dos hádrons e introduzimos as principais propriedades da QCD, assim como a saturação



---

partônica. Apresentamos também as equações DGLAP e sua evolução em pequeno -  $x$  e introduzimos o conceito de saturação, o qual será tratado nos capítulos posteriores. No próximo capítulo apresentamos a produção difrativa de mésons vetoriais, a qual pode ser usada para determinar a distribuição de glúons no alvo.

## Capítulo 3

# Produção Difrativa de Mésons Vetoriais

Nosso objetivo neste capítulo é revisar a produção difrativa de mésons vetoriais, cuja seção de choque depende quadraticamente da distribuição de glúons do alvo. Consequentemente, tal processo é ideal para determinar o comportamento desta distribuição no regime de altas energias. A fim de obter a seção de choque para a produção difrativa de mésons vetoriais iremos revisar a representação de dipolos de cor, a qual é conveniente neste regime. Este modelo considera que o fóton se dissocia em um par quark - antiquark e este par, então, interage com o alvo. O DIS é apresentado neste formalismo como o espalhamento do próton pelo par. Apresentamos também a fatorização  $k_{\perp}$ , que considera o momentum transversal dos glúons envolvidos no processo. Por fim, abordamos processos de espalhamento difrativo e produção difrativa de mésons vetoriais. A revisão feita neste capítulo segue a abordagem da Ref. [22].

### 3.1 Difração

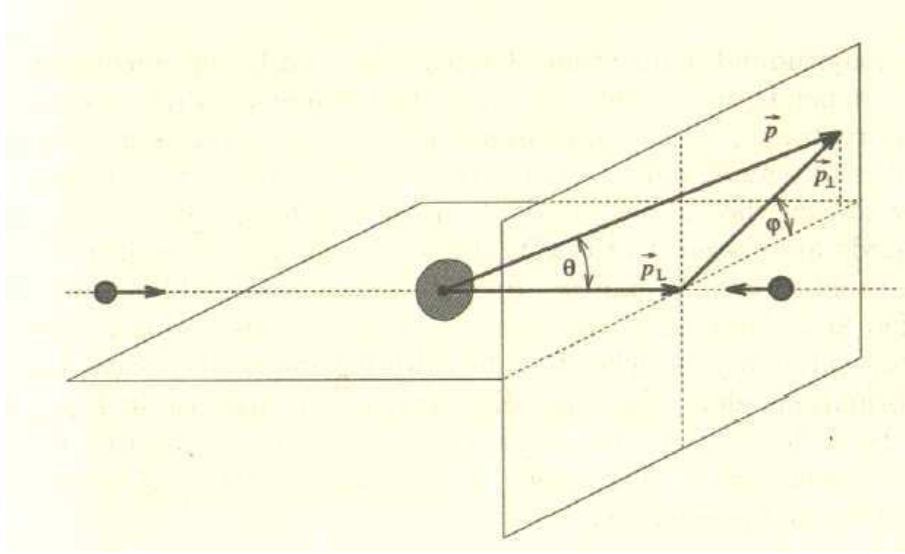
Processos difrativos são aqueles que apresentam em sua assinatura uma região denominada gap ou lacuna de rapidez, na qual nenhuma partícula é observada. Do ponto de vista teórico, um processo é dito difrativo quando o projétil e o alvo trocam um objeto com os números quânticos do vácuo - o Pomeron. Neste trabalho, tratamos o Pomeron como um singlete de cor de 2 glúons.

Uma fração significativa dos eventos de DIS observados nos experimentos, é de natureza difrativa. Nestes eventos, o hádron permanece intacto, apesar da inelasticidade do processo, perdendo apenas uma pequena fração de seu momentum inicial. O estado final do hádron apresenta-se bem separado em rapidez do restante do sistema. Desta forma, o gap de rapidez serve como uma assinatura dos processos difrativos.

A variável rapidez do processo, é escrita como:

$$y = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{E + p_z}{E - p_z} \right) \quad (3.1)$$

Podemos definir ainda a pseudo-rapidez  $\eta$  que está relacionada diretamente com o ângulo de espalhamento das partículas no detector como mostra a Fig. 3.1, onde



**Fig. 3.1:** Representação esquemática das variáveis cinemáticas  $p_T$  e  $\theta$ .

$$\eta = -\ln \left[ \tan \frac{\theta}{2} \right]. \quad (3.2)$$

A variável pseudo-rapidez está relacionada à variável rapidez pela seguinte relação:

$$y = \ln \left( \frac{\sqrt{m^2 + |p_T|^2} \cosh^2 \eta + |\vec{p}_T| \sinh \eta}{\sqrt{m^2 + |\vec{p}_T|^2}} \right) \quad (3.3)$$

onde  $(p_T)$  é o momentum transversal ao plano da colisão dos hádrons.

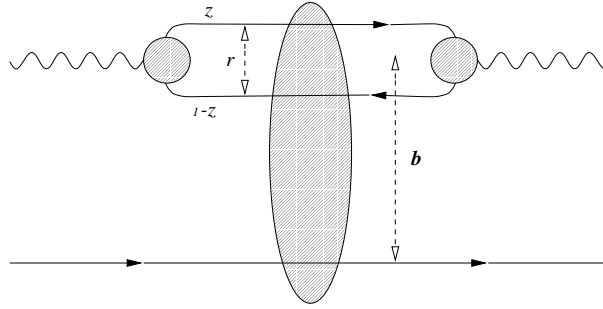
Nos processos frontais estudados neste trabalho, a partícula é espalhada em pequenos ângulos no estado final, o que corresponde a região de grande rapidez.

## 3.2 O Espalhamento Profundamente Inelástico na Representação de Dipolos de Cor

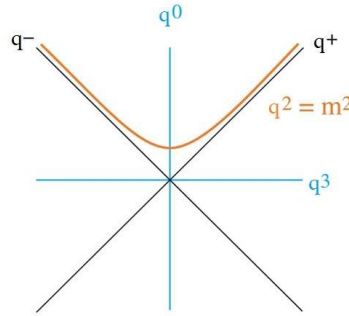
No regime de pequeno- $x$  é conveniente tratar o DIS no formalismo de dipolos de cor [22, 23]. Esta abordagem descreve o DIS em altas energias no referencial de repouso do próton, no qual, quando  $x \rightarrow 0$ , o fóton virtual se dissocia em um par quark- antiquark a uma distância muito grande do alvo, e o par  $q\bar{q}$ , então, espalha o próton (Fig. 3.2). Como o tempo de interação é muito pequeno comparado ao tempo de formação do par, a dimensão transversal do dipolo  $q\bar{q}$  permanece aproximadamente congelada durante todo o processo. A seguir, analisamos detalhadamente este processo.

No referencial de repouso do alvo, o momentum do fóton dado por:

$$q = (\nu, 0, 0, \sqrt{\nu^2 + Q^2}). \quad (3.4)$$



**Fig. 3.2:** Representação do modelo de dipolos.



**Fig. 3.3:** Representação das variáveis do cone de luz.

Tomando as variáveis do cone de luz, dadas por (Fig. 3.3 - a formulação do cone de luz é abordada no Apêndice B):  $q^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}[q^0 + q^3]$  e  $q^- = \frac{1}{\sqrt{2}}[q^0 - q^3]$ , temos:  $q = \left(q^+, \frac{-Q^2}{2q^+}, \vec{O}\right)$  com  $q^+ \simeq \sqrt{2}\nu$  no limite de Bjorken.

Denominando  $\kappa$  ( $\kappa'$ ) o momentum do quark (antiquark) do par, temos:  $\kappa = \left(zq^+, \frac{\vec{\kappa}^2}{2zq^+}, \vec{\kappa}\right)$  e  $\kappa' = \left((1-z)q^+, \frac{\vec{\kappa}^2}{2(1-z)q^+}, -\vec{\kappa}\right)$  onde  $z(1-z)$  é a fração de momentum do fóton do cone de luz portada pelo quark (antiquark). A massa invariante quadrada do par é expressa por:

$$M^2 = (\kappa - \kappa')^2 = \frac{\vec{\kappa}^2}{z(1-z)}. \quad (3.5)$$

A energia do par é dada por  $E_{par} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(q^+ + \frac{\vec{\kappa}^2}{2z(1-z)q^+}\right)$  e a energia do fóton  $E_{\gamma^*} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(q^+ - \frac{Q^2}{2q^+}\right)$ .

A diferença de energia  $\Delta E$  entre o par  $q\bar{q}$  e o fóton virtual é, então:

$$\Delta E = E_{par} - E_{\gamma^*} = \frac{1}{2\sqrt{2}q^+} \left( Q^2 + \frac{\vec{\kappa}^2}{z(1-z)} \right), \quad (3.6)$$

isto é:  $\Delta E \cong \frac{Q^2}{\sqrt{2}q^+} = m_N x$ , sendo que  $\kappa^2 < z(1-z)Q^2$ , isto é,  $M^2 < Q^2$ . Pelo princípio de incerteza, o tempo de formação do par é  $\tau_f = 1/\Delta E$ . Logo,

$$\tau_f \sim \frac{1}{\Delta E} \sim \frac{1}{m_N x} . \quad (3.7)$$

Portanto, em pequeno- $x$ , o tempo de formação do par  $\tau_f$  é muito maior do que o tempo típico de interação  $\tau_{int} \sim 1/R_p$ , onde  $R_p$  é o raio do próton. Podemos dizer que o par viaja uma longa distância  $l \sim 1/m_N x$  antes de espalhar o alvo. Consequentemente, a dimensão transversa do par permanece congelada durante a interação com o próton, e podemos interpretar o DIS em pequeno- $x$  como o espalhamento do dipolo de cor  $q\bar{q}$  de tamanho fixo com o alvo.

A seção de choque do DIS neste formalismo é representada por [22]:

$$\sigma^{\gamma^*p} = \int dz \int d\rho^2 |\Psi(z, \rho)|^2 \sigma(x, \rho) , \quad (3.8)$$

onde  $\rho$  é a distância transversal do par  $q\bar{q}$ ,  $\Psi$  é a função de onda que descreve a dissociação do fóton virtual no dipolo e  $\sigma(x, \rho)$  é a seção de choque de interação entre o par e o alvo.

### 3.3 A Fatorização $k_\perp$ e a Seção de Choque de Dipolo

A expressão (3.8) pode ser derivada analiticamente utilizando-se o formalismo de fatorização  $k_\perp$  [24], o qual generaliza a fatorização colinear [25] (a qual não considera o momentum transversal dos pártons), considerando o momentum transversal dos pártons interagentes (Fig. 3.4). Neste formalismo, a seção de choque  $\gamma^*p$  é dada por [22, 23]:

$$\sigma_\lambda^{\gamma^*p}(x, Q^2) = \int \frac{d\vec{k}^2}{\vec{k}^2} \int_x^1 \frac{dx'}{x'} f\left(\frac{x}{x'}, \vec{k}^2\right) \sigma_\lambda^{\gamma^*g}(x', \vec{k}^2, Q^2) , \quad (3.9)$$

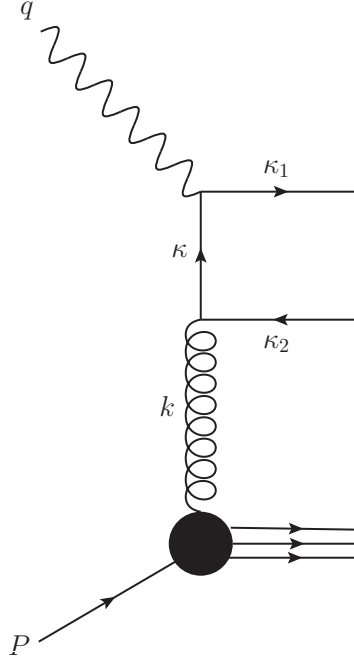
onde  $f\left(\frac{x}{x'}, \vec{k}^2\right)$  é a distribuição de glúons não integrada,  $x(x')$  é o momentum longitudinal do quark (antiquark) e  $k^2$  é o momentum transversal dos glúons. Em  $\ln(1/x)$  dominante, podemos escrever:

$$f\left(\frac{x}{x'}, \vec{k}^2\right) \cong f(x, \vec{k}^2) , \quad (3.10)$$

logo,

$$\sigma_\lambda^{\gamma^*p}(x, Q^2) = \int \frac{d\vec{k}^2}{\vec{k}^2} f(x, \vec{k}^2) \int_x^1 \frac{dx'}{x'} \sigma_\lambda^{\gamma^*g}(x', \vec{k}^2, Q^2) . \quad (3.11)$$

A seção de choque do processo elementar  $\gamma^*(q) + g(k) \rightarrow q(k_1) + \bar{q}(k_2)$  é dada por:



**Fig. 3.4:** Representação de uma interação no formalismo de fatorização  $k_{\perp}$ .

$$\sigma_{\lambda}^{\gamma^*g}(x', \vec{k}^2, Q^2) = \frac{\beta}{8\pi^2 W^4 \vec{k}^2} \int \frac{dz}{z(1-z)} \int d^2\vec{\kappa} \delta\left(\beta - \frac{z\vec{\kappa}^2 + (1-z)(\vec{\kappa} + \vec{k})^2 \epsilon^2}{z(1-z)W^2}\right) H_{\lambda} \quad (3.12)$$

onde  $\epsilon^2 = Q^2 z(1-z)$ ,  $\beta = x/x'$  é a fração do momentum longitudinal do próton portada pelo glúon,  $W$  é a energia de centro de massa do sistema fóton virtual - próton e

$$H_{\lambda} = 8\pi^2 \alpha_s \alpha_{em} e_q^2 \frac{z(1-z)W^4}{Q^2} \left\{ \frac{N_{\lambda}(\vec{\kappa}, \vec{\kappa})}{(\vec{\kappa} + \epsilon^2)^2} + \frac{N_{\lambda}(\vec{\kappa} + \vec{k}, \vec{\kappa} + \vec{k})}{[(\vec{\kappa} + \vec{k})^2 + \epsilon^2]^2} - \frac{2N_{\lambda}(\vec{\kappa}, \vec{\kappa} + \vec{k})}{(\vec{\kappa}^2 + \epsilon^2)[(\vec{\kappa} + \vec{k})^2 + \epsilon^2]} \right\},$$

com  $N_L(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = 4z^2(1-z)^2 Q^4$  e  $N_T(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = Q^2 [z^2 + (1-z)^2] \vec{k}_1 \cdot \vec{k}_2$ . A seção de choque  $\gamma^*p$  pode, então, ser reescrita como:

$$\sigma_{\lambda}^{\gamma^*p}(x, Q^2) = \frac{\alpha_{em}}{Q^2} \sum_q e_q^2 \int \frac{d\vec{k}^2}{k^4} \int_0^1 dz \int d^2\vec{\kappa} \alpha_s(\mu^2) f(\beta, \vec{k}^2) H_{\lambda}. \quad (3.13)$$

Usando que:

$$\int \frac{d^2\vec{\kappa}}{(\vec{\kappa}^2 + \epsilon^2)[(\vec{\kappa} + \vec{k})^2 + \epsilon^2]} = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2\vec{\kappa}_1 \int d^2\vec{\kappa}_2 \int d^2\vec{\rho} \frac{e^{i\vec{\rho} \cdot (\vec{\kappa}_1 + \vec{k}) - i\vec{\rho} \cdot \vec{\kappa}_2}}{(\vec{\kappa}_1^2 + \epsilon^2)(\vec{\kappa}_2^2 + \epsilon^2)}$$

$$= \int d^2\vec{\rho} e^{i\vec{\rho}\cdot\vec{k}} \left| \frac{1}{2\pi} \int d^2\kappa \frac{e^{i\vec{\rho}\cdot\vec{\kappa}}}{\vec{\kappa}^2 + \epsilon^2} \right|^2 \quad (3.14)$$

e

$$\int d^2\vec{\kappa} \frac{\vec{\kappa}^2 + \vec{\kappa} \cdot \vec{k}}{(\vec{\kappa}^2 + \epsilon^2)[(\vec{\kappa} + \vec{k})^2 + \epsilon^2]} = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2\vec{\kappa}_1 \int d^2\vec{\kappa}_2 \int d^2\vec{\rho} \frac{\vec{\nabla} e^{i\vec{\rho}\cdot(\vec{\kappa}_1 + \vec{k})} \vec{\nabla} e^{-i\vec{\rho}\cdot\vec{\kappa}_2}}{(\vec{\kappa}_1^2 + \epsilon^2)(\vec{\kappa}_2^2 + \epsilon^2)} \quad (3.15)$$

realizando a integração angular e usando que

$$\int_0^\infty dt \frac{t^{\nu+1} J_\nu(at)}{t^2 + y^2} = y^\nu K_\nu(ay), \quad (3.16)$$

pode-se escrever:

$$\sigma_{L,T}^{\gamma^*g} = \int_0^1 dz \int d^2\vec{\rho} |\Psi_{L,T}(z, \rho)|^2 \sigma(x, \rho), \quad (3.17)$$

onde

$$|\Psi_L(z, \rho)|^2 = \frac{6\alpha_{em}}{(2\pi)^2} \sum_q 4e_q^2 Q^2 z^2 (1-z)^2 K_0^2(\epsilon\rho), \quad (3.18)$$

$$|\Psi_T(z, \rho)|^2 = \frac{6\alpha_{em}}{(2\pi)^2} \sum_q e_q^2 [z^2 + (1-z)^2] \epsilon^2 K_1^2(\epsilon\rho) \quad (3.19)$$

e

$$\sigma(x, \rho) = \frac{4\pi}{3} \int \frac{d^2\vec{k}}{\vec{k}^4} \alpha_s f(x, \vec{k}^2) (1 - e^{i\vec{k}\cdot\vec{\rho}}), \quad (3.20)$$

nos quais  $K_0$  e  $K_1$  são funções de Bessel, e  $L$  e  $T$  descrevem a polarização longitudinal e transversal do fóton, respectivamente. A quantidade  $|\Psi_{L,T}|^2$  pode ser interpretada como a probabilidade do fóton virtual flutuar em um par  $q\bar{q}$  e depois interagir com o alvo. A interação é representada por  $\sigma(x, \rho)$ , a qual está relacionada à distribuição de glúons não integrada.

No formalismo colinear, o momentum transversal dos glúons é desconsiderado, visto que  $Q^2 \gg k^2$ . Logo, a seção de choque glúônica independe de  $k^2$ . Temos, então, que:

$$\sigma_\lambda^{\gamma^*g}(x', \vec{k}^2, Q^2) \rightarrow \sigma_\lambda^{\gamma^*g}(x', Q^2), \quad (3.21)$$

onde  $\lambda$  representa a polarização do fóton. Logo, a seção de choque do processo  $\gamma^*p$  neste esquema de fatorização é dada por:

$$\sigma_{\lambda}^{\gamma^*p}(x, Q^2) = \int_x^1 \frac{dx'}{x'} \sigma_{\lambda}^{\gamma^*g}(x', Q^2) \int \frac{d\vec{k}^2}{\vec{k}^2} f\left(\frac{x}{x'}, \vec{k}^2\right), \quad (3.22)$$

Sendo,

$$g\left(\frac{x}{x'}, Q^2\right) = \int \frac{d\vec{k}^2}{\vec{k}^2} f\left(\frac{x}{x'}, \vec{k}^2\right), \quad (3.23)$$

a distribuição de glúons do próton. Então:

$$\sigma_{\lambda}^{\gamma^*p}(x, Q^2) = \int_x^1 \frac{dx'}{x'} \sigma_{\lambda}^{\gamma^*g}(x', Q^2) g\left(\frac{x}{x'}, Q^2\right) \quad (3.24)$$

é a seção de choque  $\gamma^*p$  no formalismo colinear.

### 3.4 A Mecânica Quântica do Espalhamento Difrativo

A difração de partículas é um efeito essencialmente quântico. Devido a isto, algumas ideias sobre difração desenvolvidas há muito tempo, quando o conhecimento de interações fortes era bastante incompleto, provaram ser válidas também à luz das modernas teorias de fenômenos hadrônicos [22].

Considerando  $T$  a matriz de transição, que descreve o espalhamento elástico e difrativo de um hádron (dito  $N$ ), assumimos que a amplitude de espalhamento seja puramente imaginária, e definimos  $T = i\mathcal{D}$ , onde  $\mathcal{D}$  é real. Considerando agora a base dos estados hadrônicos  $|i\rangle$  com os mesmos números quânticos, o espalhamento difrativo leva esses estados em outros, enquanto o espalhamento elástico leva cada estado nele mesmo. Assim,  $\mathcal{D}_{ik} \equiv \langle k|\mathcal{D}|i\rangle$  é a amplitude da transição difrativa  $|k\rangle \rightarrow |i\rangle$ . Os elementos diagonais  $\mathcal{D}_{ii} \equiv \langle i|\mathcal{D}|i\rangle$  são as amplitudes elásticas. Como exemplo, considerando o seguinte conjunto de estados:

$$\{|i\rangle\} = \{|\gamma\rangle, |\rho\rangle, |\omega\rangle, |\phi\rangle\}. \quad (3.25)$$

Os elementos da matriz  $\mathcal{D}$  são, então, as amplitudes do processo mostrado na Fig. 3.5.

Introduzimos um conjunto completo de autoestados de  $\mathcal{D}$ :

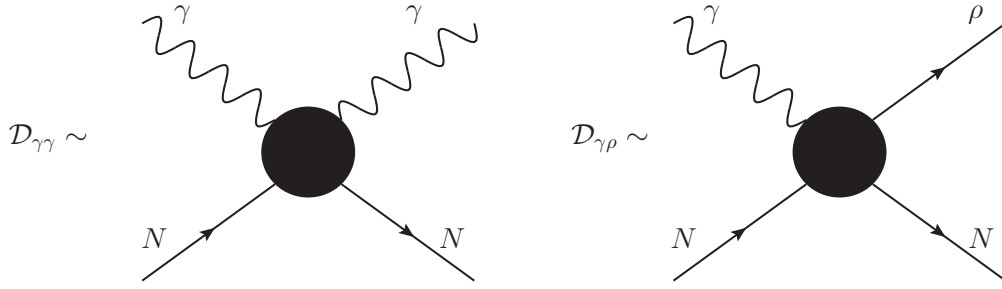
$$\mathcal{D}|\alpha\rangle = d_{\alpha}|\alpha\rangle. \quad (3.26)$$

O autovalor  $d_{\alpha}$  é proporcional à seção de choque total do espalhamento  $\alpha N$ , que chamamos  $\sigma_{\alpha}$ ,

$$\sigma_{\alpha} = \sigma_{tot}^{\alpha N} = \frac{1}{s} \text{Im} \langle \alpha | i\mathcal{D} | \alpha \rangle = \frac{1}{s} d_{\alpha}. \quad (3.27)$$

Expandindo os estados físicos  $|i\rangle$  em termos de  $|\alpha\rangle$ , ou seja,





**Fig. 3.5:** Dois dos elementos da matriz  $\mathcal{D}$  para o conjunto de estados considerado.

$$|i\rangle = \sum_{\alpha} C_{i\alpha} |\alpha\rangle, \quad (3.28)$$

os elementos de matriz  $\mathcal{D}$  serão dados por:

$$\mathcal{D}_{ik} = \langle k | \mathcal{D} | i \rangle = \sum_{\alpha} \sum_{\beta} C_{k\alpha}^* C_{i\beta} \langle \alpha | \mathcal{D} | \beta \rangle = \sum_{\alpha} C_{k\alpha}^* C_{i\beta} d_{\alpha}. \quad (3.29)$$

Todos os observáveis físicos podem ser calculados a partir de  $\sigma_{\alpha}$  e dos coeficientes  $C_{i\alpha}$ . Em particular, a amplitude elástica

$$\sigma_{tot}^{iN} = \frac{i}{s} \mathcal{D}_{ii} = \sum_{\alpha} |C_{i\alpha}|^2 \sigma_{\alpha} \quad (3.30)$$

gera, imediatamente, a seção de choque total para o espalhamento  $iN$ , através do teorema óptico [22]. Em geral, dado um operador  $O$ , seu valor esperado no estado  $|i\rangle$  é

$$\langle O \rangle = \langle i | O | i \rangle = \sum_{\alpha\beta} \langle i | \alpha \rangle \langle \alpha | O | \beta \rangle \langle \beta | i \rangle = \sum_{\alpha\beta} C_{i\alpha} C_{i\beta}^* \langle \alpha | O | \beta \rangle. \quad (3.31)$$

Se  $O$  é diagonal na base  $|\alpha\rangle$ , então (3.31) torna-se:  $\langle O \rangle = \sum_{\alpha} |C_{i\alpha}|^2 O_{\alpha}$ , onde  $O_{\alpha} = \langle \alpha | O | \alpha \rangle$ . Assim, podemos reescrever (3.30) como:  $\sigma_{tot}^{iN} = \langle \sigma_{\alpha} \rangle$ . Por definição, a seção de choque difrativa em  $t = 0$  é:

$$\left. \frac{d\sigma_{iN}^D}{dt} \right|_{t=0} = \frac{1}{16\pi s^2} \sum_{k \neq i} \mathcal{D}_{ik}^2 = \frac{1}{16\pi s^2} \left( \sum_k \mathcal{D}_{ik}^2 - \mathcal{D}_{ii}^2 \right). \quad (3.32)$$

Usando a completude dos estados  $|i\rangle$ , a equação (3.32) torna-se:

$$\left. \frac{d\sigma_{iN}^D}{dt} \right|_{t=0} = \frac{1}{16\pi s^2} \left( \langle i | \mathcal{D}^2 | i \rangle - \langle i | \mathcal{D} | i \rangle^2 \right) \quad (3.33)$$

e expandindo  $|i\rangle$  em (3.28), finalmente temos:

$$\left. \frac{d\sigma_{iN}^D}{dt} \right|_{t=0} = \frac{1}{16\pi} \left( \langle \sigma_\alpha^2 \rangle - \langle \sigma_\alpha \rangle^2 \right) . \quad (3.34)$$

Esta é uma equação que expressa a seção de choque da dissociação difrativa em termos dos valores esperados. Uma vez que os autoestados  $|\alpha\rangle$  tenham sido encontrados, o cálculo de  $d\sigma^D/dt$  é bastante simples.

### 3.5 O DIS Difrativo na Representação de Dipolos de Cor

Nesta seção aplicamos o formalismo desenvolvido na seção anterior para o DIS difrativo (DDIS), um caso particular de difração dura. Em DDIS, os autoestados difrativos, isto é, os estados que diagonalizam a matriz de difração, são os dipolos de cor  $q\bar{q}$ . O tempo de vida dos dipolos é muito maior do que o tempo de interação e estes mantêm sua dimensão transversa congelada durante o processo de espalhamento. Assim os autoestados  $|\alpha\rangle$ , definidos na seção prévia, devem ser identificados com os estados de Fock  $q\bar{q}$  nos quais o fóton virtual flutua antes de encontrar o alvo. A seção de choque do espalhamento dipolo - próton é  $\sigma(x, \rho)$  e corresponde a  $\sigma_\alpha$ . Em conclusão, a equação (3.34) transforma-se na seguinte expressão para a seção de choque DDIS:

$$\left. \frac{d\sigma_{L,T}^D}{dt} \right|_{t=0} = \frac{1}{16\pi} \left( \langle \sigma^2(x, \rho) \rangle_{L,T} - \langle \sigma(x, \rho) \rangle_{L,T}^2 \right) , \quad (3.35)$$

onde os valores esperados são definidos como [22]:

$$\langle \sigma(x, \rho) \rangle_{L,T} = \int_0^1 dz \int d^2\vec{\rho} |\Psi_{L,T}(z, \rho)|^2 \sigma(x, \rho) . \quad (3.36)$$

Visto que  $\langle \sigma(x, \rho) \rangle_{L,T} = \sigma_{L,T}^{\gamma^*p}(x, Q^2) = \mathcal{O}(\alpha_{em})$ , podemos negligenciar  $\langle \sigma(x, \rho) \rangle^2$  em (3.35) e, por isso, obtemos:

$$\begin{aligned} \left. \frac{d\sigma_{L,T}^D}{dt} \right|_{t=0} &= \frac{1}{16\pi} \langle \sigma^2(x, \rho) \rangle_{L,T} \\ &= \frac{1}{16\pi} \int_0^1 dz \int d^2\rho |\Psi_{L,T}(z, \rho)|^2 \sigma^2(x, \rho) . \end{aligned} \quad (3.37)$$

As funções de Bessel modificadas  $K_i(\epsilon\rho)$  são exponencialmente suprimidas para  $\epsilon\rho \gg 1$ . Assim, a contribuição dominante para  $\sigma^{\gamma^*p}$  vem de pares de tamanho

$$\rho^2 \sim \frac{1}{\epsilon^2} = \frac{1}{Q^2 z(1-z)} . \quad (3.38)$$

Portanto, pares assimétricos ( $z \approx 0$  ou  $z \approx 1$ ), nos quais um dos pártos carrega a maior parte do momentum tem grande dimensão  $\rho R \gg 1/Q$ , onde  $R \sim 1fm$ , e pares simétricos  $z \approx 1/2$ , em que o quark e o antiquark portam mesma fração de momentum longitudinal, apresentam pequena dimensão  $\rho \leq 1/Q$ .

Assim, podem ser feitas as seguintes aproximações:  $K_0(\epsilon\rho) \sim \Theta(1 - \epsilon)$  e  $K_1(\epsilon\rho) \sim \Theta(1 - \epsilon)/\epsilon\rho$ . a fim de avaliar qualitativamente as seções de choque diferenciais.

Para contribuições de dipolos de grande dimensão, isto é,  $\rho R \gg 1/Q$   $\epsilon\rho < 1$  impõe um corte na integração em  $z$  ( $z \sim 1/Q^2$ ). Assim, a integração em  $z$  resulta:

$$\int_{\epsilon < 1/R} Q^2 z^2 (1-z)^2 dz \sim \frac{1}{Q^4 R^6} \quad (3.39)$$

para a parte longitudinal e

$$\int_{\epsilon < 1/R} Q^2 z^2 + (1-z)^2 \frac{dz}{R^2} \sim \frac{1}{Q^2 R^4} \quad (3.40)$$

para a parte transversa.

A integração sobre  $\rho$  é

$$\int_R^\infty d^2\rho \sigma_{dip}(x, \rho) \sim R^2. \quad (3.41)$$

Então, para pares assimétricos ( $z \sim \mu^2/Q^2$ ,  $\rho \sim 1/\mu$ ,  $\mu \sim 1/R$ ), resulta:

$$\left. \frac{d\sigma_T^D}{dt} \right|_{t=0} \sim \int dz [z^2 + (1-z)^2] \int_{1/\mu^2}^\infty d\rho^2 \epsilon^2 \frac{1}{\epsilon^2 \rho^2} \sigma^2(\rho) \sim \frac{\mu^2}{Q^2} \frac{1}{\mu^4} = \frac{1}{\mu^2 Q^2} \quad (3.42)$$

e

$$\left. \frac{d\sigma_L^D}{dt} \right|_{t=0} \sim Q^2 \int dz z^2 (1-z)^2 \int_{1/\mu^2}^\infty d\rho^2 \sigma^2(\rho) \sim Q^2 \frac{\mu^6}{Q^6} \frac{1}{\mu^6} = \frac{1}{Q^2}, \quad (3.43)$$

E para pares simétricos ( $z \sim 1/2$  e  $\rho \sim 1/Q^2$ ), a integral sobre  $\rho$ , resulta:

$$\int_R^\infty d^2\rho \sigma_{dip}(x, \rho) \sim \frac{1}{Q^4}. \quad (3.44)$$

De forma que:

$$\left. \frac{d\sigma_T^D}{dt} \right|_{t=0} \sim \int dz [z^2 + (1-z)^2] \int_0^{1/Q^2} d\rho^2 \epsilon^2 \frac{1}{\epsilon^2 \rho^2} \sigma^2(\rho) \sim \frac{1}{Q^4} \quad (3.45)$$

e

$$\left. \frac{d\sigma_L^D}{dt} \right|_{t=0} \sim Q^2 \int dz z^2 (1-z)^2 \int_0^{1/Q^2} d\rho^2 \sigma^2(\rho) \sim Q^2 \frac{1}{Q^6} = \frac{1}{Q^4}. \quad (3.46)$$

Reescrevendo (3.36) e (3.37), temos:

$$\sigma_{L,T}^{\gamma^* p} \sim W_{L,T}^\alpha \sigma_\alpha \quad (3.47)$$

e

$$\left. \frac{d\sigma_{L,T}^{\mathcal{D}}}{dt} \right|_{t=0} \sim W_{L,T}^{\alpha} \sigma_{\alpha}^2, \quad (3.48)$$

onde  $\alpha$  denota os dipolos de cor e introduz-se as funções  $W_{L,T}^{\alpha}$  que incorporam as funções de onda do fóton e integrações. As seções de choque de dipolo  $\sigma_{\alpha}$  são quantidades universais que comportam-se como [22]:

$$\sigma_{\alpha} \sim \frac{1}{Q^2}, \quad \text{dipolos de pequena dimensão} \quad (3.49)$$

e

$$\sigma_{\alpha} \sim \frac{1}{\mu^2}, \quad \text{dipolos de grande dimensão} . \quad (3.50)$$

Os pesos  $W_{L,T}^{\alpha}$  dependem do estado de polarização do fóton virtual. Temos,

$$W_T^{\alpha} \sim 1; \quad W_L^{\alpha} \sim 1 \quad \text{dipolos de pequena dimensão} \quad (3.51)$$

e

$$W_T^{\alpha} \sim \frac{\mu^2}{Q^2}; \quad W_L^{\alpha} \sim \frac{\mu^4}{Q^4} \quad \text{dipolos de grande dimensão} . \quad (3.52)$$

Portanto, podemos concluir que o DDIS é dominado por pares assimétricos de grande dimensão (a chamada configuração de jato alinhado), com a seção de choque de dipolo próxima ao limite de saturação. Em contraste, o DIS inclusivo recebe contribuições comparáveis de pares de pequena e grande dimensão. Assim, apesar de  $Q^2$  ser uma escala, o DDIS é largamente não-perturbativo. Para torná-lo mais perturbativo, devemos relacionar estados finais especiais: por exemplo, jatos de grande  $p_{\perp}$ , charm, mésons vetoriais polarizados longitudinalmente. Para essa configuração “dura” o dipolo é forçado a ter pequena dimensão transversa, para que a teoria de perturbação seja aplicável. No caso inclusivo, em vez disso, os fenômenos de curta distância (duro) e os de longa distância (suave) coexistem. Analisando a dependência em energia pode-se discriminar entre essas duas contribuições, visto que a componente “dura” é esperada crescer mais rápido com a energia do que a “suave”, em  $M^2$  (massa invariante do sistema difratado) fixo. Podemos também observar que a componente longitudinal é, geralmente, suprimida em relação a contribuição transversal.

### 3.6 Produção Difrativa de Mésons Vetoriais em $t = 0$

Uma importante classe de reações difrativas em que podemos usar um tratamento perturbativo é a produção de mésons vetoriais em DDIS:  $\gamma^* p \rightarrow V p$ . Esta é uma reação quasi-elástica no sentido de que o fóton e o méson  $V$  têm os mesmos números quânticos. Para um estudo da QCD perturbativa é necessária (embora, às vezes, não suficiente) uma

escala dura, que pode ser a virtualidade do fóton  $Q^2$ , a massa do quark pesado no caso da produção de  $J/\Psi$ ,  $\Psi'$ ,  $\Upsilon$  ou o momentum transferido  $t$ . Nesta seção consideramos o caso frontal  $t = 0$ . Diagramas de troca de dois glúons para leptoprodução de méson vetorial são mostrados na Fig. 3.6 (Uma descrição alternativa da fotoprodução de mésons vetoriais é apresentada na Ref. [26]). Visto que em altas energias (pequeno- $x$ ) o tempo de flutuação  $\gamma^* \rightarrow q\bar{q}$  e o tempo de formação  $q\bar{q} \rightarrow V$  são, ambos, muito maiores do que o tempo de interação do par  $q\bar{q}$  com o próton, a amplitude de espalhamento  $\gamma^*p \rightarrow Vp$  pode ser fatorizada no produto da transição  $\gamma^* \rightarrow q\bar{q}$ , o espalhamento do sistema  $q\bar{q}$  com o alvo via troca de um singleto de cor de dois glúons, e a recombinação do par  $q\bar{q}$  formando o méson observado. Assim, o único ingrediente extra com relação à produção  $q\bar{q}$  é a função de onda do méson vetorial.

Vamos analisar a produção de quarkonium em  $t = 0$ . Quando um fóton virtual se dissocia em um par  $q\bar{q}$  pesado ( $c\bar{c}$ , por exemplo), a massa do quark atua como um corte infravermelho que mantém o processo longe do regime “suave”. Assim, pode-se estudar perturbativamente não apenas a leptoprodução de méson vetorial pesado (grande  $Q^2$ ), mas também sua fotoprodução ( $Q^2 \approx 0$ ). A recombinação do par  $c\bar{c}$  em um  $J/\Psi$  (ou  $\Psi'$ ) depende da função de onda. Isto introduz uma dependência no modelo e, conseqüentemente, alguma incerteza nos cálculos. No caso de um estado ligado  $q\bar{q}$  pesado, assim como um  $J/\Psi$  ( $\Upsilon$ ), uma abordagem simplificada baseada em uma representação não-relativística do par  $c\bar{c}$  ( $b\bar{b}$ ) é o suficiente para entender as principais características do processo [27]. Por outro lado, um estudo mais preciso requer uma consideração cuidadosa da função de onda do  $J/\Psi$  e dos possíveis efeitos relativísticos [28]. Vamos assumir, por simplicidade, que o quark e o antiquark têm mesma fração de momentum longitudinal (isto é  $z = 1/2$ ) e não têm momentum transverso relativo ( $\vec{k}_\perp$ ). A função de onda do quarkonium é portanto (na representação de momentum):

$$\Psi(z, \vec{k}) \sim \delta\left(z - \frac{1}{2}\right) \delta^2(\vec{k}). \quad (3.53)$$

As funções de estrutura difrativa são dadas por:

$$xF_{T,V}^D(x, Q^2) \propto \frac{Q^2 + M_V^2}{(Q^2 + W_V^2)^5} [\alpha_s x g(x, \tilde{Q}^2)]^2 \quad (3.54)$$

e

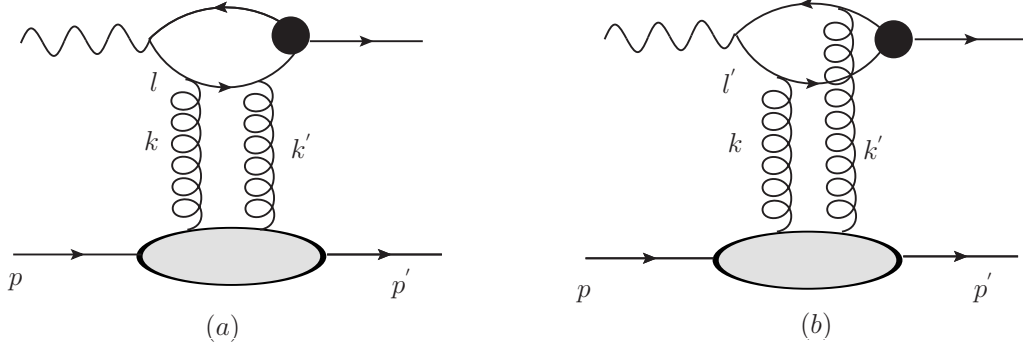
$$xF_{L,V}^D(x, Q^2) \propto \frac{Q^6}{(Q^2 + W_V^2)^5} [\alpha_s x g(x, \tilde{Q}^2)]^2 \quad (3.55)$$

onde:

$$x = \frac{Q^2 + M_V^2}{Q^2 + W^2} \quad (3.56)$$

e

$$\tilde{Q}^2 = \frac{1}{4}(Q^2 + M_V^2). \quad (3.57)$$



**Fig. 3.6:** *Leptoprodução de méson vetorial via troca de dois glúons.*

A produção longitudinal de  $J/\Psi$  é, portanto, reforçada em relação a produção transversa por um fator  $Q^2/M_V^2$ .

Na representação de dipolos de cor pode-se expressar a amplitude para este processo da seguinte forma:  $A \propto \Psi^\gamma \otimes \sigma^{q\bar{q}} \otimes \Psi^V$ , o qual implica que a seção de choque  $\gamma p$  seja proporcional ao quadrado da distribuição de glúons no limite colinear. Tal expressão pode ser derivada analiticamente considerando-se o formalismo de fatorização  $k_\perp$  [28]. Tem-se que a amplitude frontal para a produção difrativa de  $J/\Psi$  por um fóton polarizado transversalmente é:

$$A_T(W^2, t=0) = -4\pi^2 i \alpha_s W^2 \int \frac{dk^2}{k^4} \left( \frac{1}{l^2 - m_c^2} - \frac{1}{l'^2 - m_c^2} \right) f(x, k^2) e_c g_\Psi M_\Psi . \quad (3.58)$$

onde  $m_c$  é a massa do quark charme. A seção de choque diferencial é dada por:

$$\frac{d\sigma_T^{\gamma^{(*)}p \rightarrow \Psi p}}{dt} = \frac{1}{16\pi W^4} |A_T|^2 . \quad (3.59)$$

A constante  $g_\Psi$  especifica o acoplamento  $c\bar{c}$  a  $J/\Psi$  e pode ser determinada a partir da largura  $\Gamma_{e^+e^-}^\Psi$  do decaimento  $J/\Psi \rightarrow e^+e^-$ . Encontra-se

$$e_c^2 g_\Psi^2 = \frac{\Gamma_{e^+e^-}^\Psi M_\Psi}{12\alpha_{em}} . \quad (3.60)$$

Os dois termos entre parênteses em (3.58) correspondem aos diagramas (a) e (b) da Fig. 3.6, respectivamente. Fatores de cor originam os sinais opostos nas duas contribuições. Os denominadores dos propagadores dos quarks aparecendo em (3.58) são:  $l^2 - m_c^2 = -2\tilde{Q}^2 - 2\vec{K}^2$  e  $l'^2 - m_c^2 = -2\tilde{Q}^2$ . Na aproximação de  $\ln \tilde{Q}^2$  dominante, a amplitude (3.58) fica [28]:

$$A_T \simeq 2\pi^2 i e_c g_\Psi M_\Psi \alpha_s (\tilde{Q}^2) W^2 \frac{xg(x, \tilde{Q}^2)}{\tilde{Q}^4} \quad (3.61)$$

e, portanto, a seção de choque transversa é:

$$\left. \frac{d\sigma_T^{\gamma^{(*)}p \rightarrow \Psi p}}{dt} \right|_{t=0} = \frac{16\Gamma_{e^+e^-}^{\Psi} M_{\Psi}^3 \pi^3}{3\alpha_{em}(Q^2 + M_{\Psi}^2)^4} [\alpha_s(\tilde{Q}^2) xg(x, \tilde{Q}^2)]^2. \quad (3.62)$$

Logo, a seção de choque completa (longitudinal+transversal) na aproximação de  $\ln \tilde{Q}^2$  dominante é escrita como:

$$\left. \frac{d\sigma^{\gamma^{(*)}p \rightarrow \Psi p}}{dt} \right|_{t=0} = \frac{16\Gamma_{e^+e^-}^{\Psi} M_{\Psi}^3 \pi^3}{3\alpha_{em}(Q^2 + M_{\Psi}^2)^4} [\alpha_s(\tilde{Q}^2) xg(x, \tilde{Q}^2)]^2 \left( 1 + \frac{Q^2}{M_{\Psi}^2} \right). \quad (3.63)$$

No limite da fotoprodução estabelecemos  $Q^2 = 0$  em (3.63), o que implica que a contribuição longitudinal desaparece. O tratamento perturbativo ainda é legítimo, visto que a massa do méson assegura uma escala suficientemente dura. A dependência em  $W$  da seção de choque é determinada pelo comportamento em  $x$  da distribuição de glúons.

### 3.7 Funções de onda do cone de luz

As funções de onda do cone de luz  $\Psi_{h,\bar{h}}(r, z)$  utilizadas no modelo de dipolos são obtidas a partir da transformada de Fourier bidimensional das funções de onda do cone de luz no espaço de momentum  $\Psi_{h,\bar{h}}(k, z)$  [29]:

$$\Psi_{h,\bar{h}}(r, z) = \int \frac{d^2\vec{k}}{(2\pi)^2} e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \Psi_{h,\bar{h}}(k, z) \quad (3.64)$$

onde o quark e o antiquark apresentam estados de helicidade definidos,  $h$  e  $\bar{h}$ , respectivamente. Para fótons polarizados transversalmente (T) ou longitudinalmente (L), as funções de onda do cone de luz no espaço de momentum são calculadas perturbativamente [30]:

$$\Psi_{h,\bar{h}}^{\gamma(\lambda)}(k, z) = \sqrt{\frac{N_c}{4\pi}} \frac{\bar{u}_h(\vec{k})}{\sqrt{z}} (e e_f \gamma \epsilon^\lambda) \frac{v_{\bar{h}}(-\vec{k})}{\sqrt{1-z}} \Phi^\gamma(k, z) \quad (3.65)$$

onde  $\lambda$  denota o estado de polarização L ou T,  $\epsilon^\lambda$  são os vetores polarização, e a parte escalar da função de onda do cone de luz do fóton,  $\Phi^\gamma$ , é dada por:

$$\Phi^\gamma(k, z) = \frac{z(1-z)}{z(1-z)Q^2 + k^2 + m_f^2} \quad (3.66)$$

Para o caso de mésons vetoriais, pode-se assumir a mesma corrente vetorial como para o caso do fóton, com um fator de vértice adicional  $\Gamma_\lambda(k, z)$

$$\Psi_{h,\bar{h}}^{V(\lambda)}(k, z) = \sqrt{\frac{N_c}{4\pi}} \frac{\bar{u}_h(\vec{k})}{\sqrt{z}} (\gamma \epsilon_V^\lambda) \frac{v_{\bar{h}}(-\vec{k})}{\sqrt{1-z}} \Phi^V(k, z) \quad (3.67)$$

onde a parte escalar da função de onda do méson é dada por:

$$\Phi_\lambda^V(k, z) = \frac{z(1-z)\Gamma_\lambda(k, z)}{-z(1-z)M_V^2 + k^2 + m_f^2} \quad (3.68)$$

Diferentes modelos são definidos para especificar as funções de onda escalares do méson. Considerando os vetores polarização:

$$\varepsilon_\gamma^L = \left( \frac{q^+}{Q}, \frac{Q}{q^+}, \vec{0} \right), \quad \varepsilon_V^L = \left( \frac{v^+}{M_V}, \frac{-M_V}{v^+}, \vec{0} \right), \quad (3.69)$$

e as regras de teoria de perturbação do cone de luz [30], segue que a função de onda do cone de luz do fóton longitudinal é

$$\Psi_{h,\bar{h}}^{\gamma,L}(k, z) = \sqrt{\frac{N_c}{4\pi}} \delta_{h,-\bar{h}} e e_f \left( \frac{2z(1-z)Q}{k^2 + m_f^2 + z(1-z)Q^2} - \frac{1}{Q} \right) \quad (3.70)$$

e do méson vetorial

$$\Psi_{h,\bar{h}}^{V,L}(k, z) = \sqrt{\frac{N_c}{4\pi}} \delta_{h,-\bar{h}} \left( \frac{z(1-z)2M_V\Gamma(k, z)}{k^2 + m_f^2 - z(1-z)M_V^2} + \frac{\Gamma(k, z)}{M_V} \right) \quad (3.71)$$

Em termos de  $r$ , as funções de onda do cone de luz do fóton normalizadas são escritas como:

$$\Psi_{h,\bar{h}}^L(r, z) = \sqrt{\frac{N_c}{4\pi}} \delta_{h,\bar{h}} e e_f 2z(1-z)Q \frac{K_0(\epsilon r)}{2\pi} \quad (3.72)$$

$$\Psi_{h,\bar{h}}^{T(\gamma=\pm)}(r, z) = \sqrt{\frac{N_c}{2\pi}} e e_f [i e^{\pm i\theta r} (z\delta_{h\pm, \bar{h}\mp} - (1-z)\delta_{h\mp, \bar{h}\pm}) \partial_r + m_f \delta_{h\pm, -\bar{h}\mp}] \frac{K_0(\epsilon r)}{2\pi} \quad (3.73)$$

onde  $\epsilon^2 = z(1-z)Q^2 + m_f^2$ .

Em termos de  $r$ , a função de onda do méson fica escrita como:

$$\Psi_{h,\bar{h}}^{V,L}(r, z) = \sqrt{\frac{N_c}{4\pi}} \delta_{h,-\bar{h}} \frac{1}{M_V z(1-z)} [z(1-z)M_V^2 + \delta \times (m_f^2 - \nabla_r^2)] \Phi_L(r, z) \quad (3.74)$$

onde  $\nabla_r^2 = (1/r)\partial_r + \partial_r^2$  e

$$\Psi_{h,\bar{h}}^{V,T(\gamma=\pm)}(r, z) = \pm \sqrt{\frac{N_c}{4\pi}} \frac{\sqrt{2}}{z(1-z)} [i e^{\pm i\theta r} (z\delta_{h\pm, \bar{h}\mp} - (1-z)\delta_{h\mp, \bar{h}\pm}) \partial_r + m_f \delta_{h\pm, \bar{h}\mp}] \Phi_T(r, z) \quad (3.75)$$

As funções de onda do méson dependem das funções escalares  $\Phi$ , as quais são implementadas através de modelos específicos. Essas funções de onda estão restritas por duas condições. A primeira é a condição de normalização:

$$1 = \sum_{h,\bar{h}} \int \frac{d^2\vec{k}}{(2\pi)^2} dz |\Psi_{h,\bar{h}}^{V(\lambda)}(k, z)|^2 = \sum_{h,\bar{h}} \int d^2\vec{r} dz |\Psi_{h,\bar{h}}^{V(\lambda)}(r, z)|^2. \quad (3.76)$$



A segunda restrição vem da largura do decaimento leptônico:

$$ef_V M_V \epsilon_\gamma^* \epsilon_V = \sum_{h, \bar{h}} \int \frac{d^2 \vec{k}}{(2\pi)^2} \frac{dz}{z(1-z)} (z(1-z)Q^2 + k^2 + m_f^2) \Psi_{h, \bar{h}}^V(k, z) \Psi_{h, \bar{h}}^{\gamma*}(k, z), \quad (3.77)$$

onde o acoplamento  $f_V$  do méson à corrente eletromagnética pode ser determinado da largura do decaimento  $\Gamma_{V \rightarrow e^+ e^-}$  medida experimentalmente, visto que  $3M_V \Gamma_{V \rightarrow e^+ e^-} = 4\pi \alpha_{em}^2 f_V^2$ .

### 3.8 Conclusão

Neste capítulo revisamos a produção difrativa de mésons vetoriais, a qual pode ser usada na determinação da distribuição de glúons no alvo. Estes processos são importantes na investigação da física de pequeno -  $x$ . Portanto, no capítulo seguinte, abordaremos a produção coerente e incoerente de mésons em colisões hadrônicas.

## Capítulo 4

# Produção Coerente e Incoerente de Mésons em Colisões Hadrônicas

Nosso objeto de estudo são interações hadrônicas ultraperiféricas. Neste tipo de interação, os núcleos interagem apenas eletromagneticamente e para tanto o parâmetro de impacto deve ser maior do que a soma dos raios dos núcleos (como mostra a Fig.4.1), de forma a suprimir a interação forte. Para descrever este tipo de interação é vantajoso utilizar o conceito de fluxo de fótons equivalentes. Neste capítulo abordamos este conceito, enfatizando a sensibilidade da seção de choque e da distribuição de rapidez no comportamento com a energia da distribuição de glúons.

O estudo das interações ultraperiféricas é vantajoso, pois como a interação hadrônica é suprimida, a assinatura do processo é bastante limpa, e essas interações têm uma boa probabilidade de serem observadas. Analisamos a produção coerente e incoerente de mésons em colisões hadrônicas. Colisões em que o alvo permanece intacto são denominadas colisões coerentes, e aquelas nas quais ocorre a excitação do alvo, são as incoerentes.

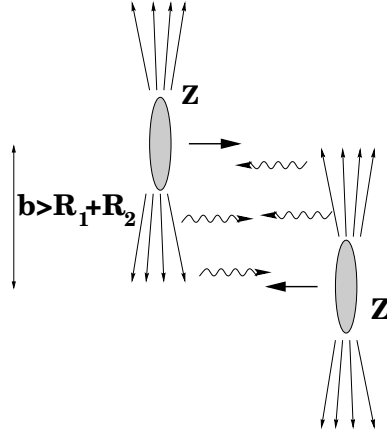
## 4.1 O Fluxo de Fótons Equivalentes

Os campos eletromagnéticos associados com prótons e núcleos ultra-relativísticos podem ser tratados como um fluxo de fótons equivalentes. Esta teoria, denominada teoria de fótons equivalentes ou fótons virtuais foi formulada, independentemente, por Weizsäcker [31] e Williams [32], estimulados pelo trabalho de Fermi [33], que ao estudar o problema de perda de energia de um projétil por ionização da matéria observou semelhanças com o processo de absorção de radiação  $X$  nos átomos. Esta teoria, portanto, estabelece uma relação entre processos induzidos por partículas carregadas e por fótons. A seguir, analisamos esta relação.

Para uma transformação de Lorentz de um sistema  $k$  para um sistema  $k'$  movendo-se com velocidade  $v$  relativa a  $k$ , a transformação dos campos pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} E'_1 &= E_1 & B'_1 &= B_1 \\ E'_2 &= \gamma(E_2 - \beta B_3) & B'_2 &= \gamma(B_2 + \beta E_3) \\ E'_3 &= \gamma(E_3 + \beta B_2) & B'_3 &= \gamma(B_3 + \beta E_2) \end{aligned} \quad (4.1)$$

Consideremos uma carga  $q$  movendo-se ao longo da direção  $x_1$  com velocidade  $\vec{v}$ , como



**Fig. 4.1:** Representação de uma interação ultraperiférica.

mostra a Fig. 4.2(a). No referencial de repouso da carga,  $k'$ , os campos elétrico e magnético são dados por:

$$\begin{aligned} E'_1 &= -\frac{qvt'}{r'^3} & B'_1 &= 0 \\ E'_2 &= -\frac{qb}{r'^3} & B'_2 &= 0 \\ E'_3 &= 0 & B'_3 &= 0 \end{aligned} \quad (4.2)$$

Em termos das coordenadas de  $k$ , pode-se reescrever estes campos como:

$$E'_1 = -\frac{q\gamma vt}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}}, \quad E'_2 = -\frac{qb}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}} \quad (4.3)$$

No referencial  $k$ , pode-se escrever:

$$\begin{aligned} E_1 &= E'_1 = -\frac{q\gamma vt}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}} \\ E_2 &= \gamma E'_2 = -\frac{\gamma qb}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}} \\ E_3 &= \gamma\beta E'_2 = \beta E_2 \end{aligned} \quad (4.4)$$

Para  $\beta \approx 1$  os campos  $E_2(t)$  e  $B_3(t)$  são completamente equivalentes a um pulso de radiação plano-polarizada  $P_1$  incidente em  $S$  na direção  $x_1$  (Fig. 4.2(c)). Não há um campo magnético para acompanhar  $E_1(t)$  e assim formar um pulso de radiação  $P_2$  incidente ao longo da direção  $x_2$ . Contudo, se o movimento das partículas carregadas em  $S$  é não relativístico neste sistema de coordenadas, podemos adicionar o campo magnético necessário para criar o pulso  $P_2$  sem afetar a física do problema, pois as partículas em  $S$  respondem apenas a forças elétricas.

Desta forma, o campo eletromagnético da partícula torna-se equivalente à superposição de dois pulsos de radiação  $P_1$  e  $P_2$  (Fig. 4.2(c)). Logo, pode-se calcular a quantidade de energia incidente sobre o alvo por unidade de área e por intervalo de frequência, através de

$$I_1(\omega, b) = \frac{c}{2\pi} |E_2(\omega)|^2 \quad e \quad I_2(\omega, b) = \frac{c}{2\pi} |E_1(\omega)|^2, \quad (4.5)$$

onde  $E_2(\omega)$  e  $E_1(\omega)$  são as transformadas de Fourier dos campos  $E_2(t)$  e  $E_1(t)$ .

A partir do conhecimento da distribuição de intensidade de fótons equivalentes podemos determinar a probabilidade de excitação de um processo eletromagnético em uma colisão periférica de prótons em termos da seção de choque relativa ao mesmo processo induzido por fótons,

$$P(b) = \int I(\omega, b) \sigma_\gamma(\hbar\omega) d(\hbar\omega) = \int N(\omega, b) \sigma_\gamma(\omega) \frac{d\omega}{\omega}, \quad (4.6)$$

onde  $I(\omega, b) = I_1(\omega, b) + I_2(\omega, b)$ ,  $\sigma_\gamma$  é a seção de choque de excitação fotonuclear à energia do fóton  $E_\gamma = \hbar\omega$  e a integração é realizada em todo o intervalo de frequência.

A grandeza  $N(\omega, b)$  é denominada número de fótons equivalentes incidente sobre o alvo por unidade de superfície. Sua expressão, obtida através da Eq. (4.5), é dada por:

$$N(\omega, b) = \frac{Z_1^2 \alpha}{\pi^2} \left( \frac{\omega}{\gamma v} \right)^2 \left( \frac{c}{v} \right)^2 \left[ K_1^2(x) + \frac{1}{\gamma^2} K_0^2(x) \right], \quad (4.7)$$

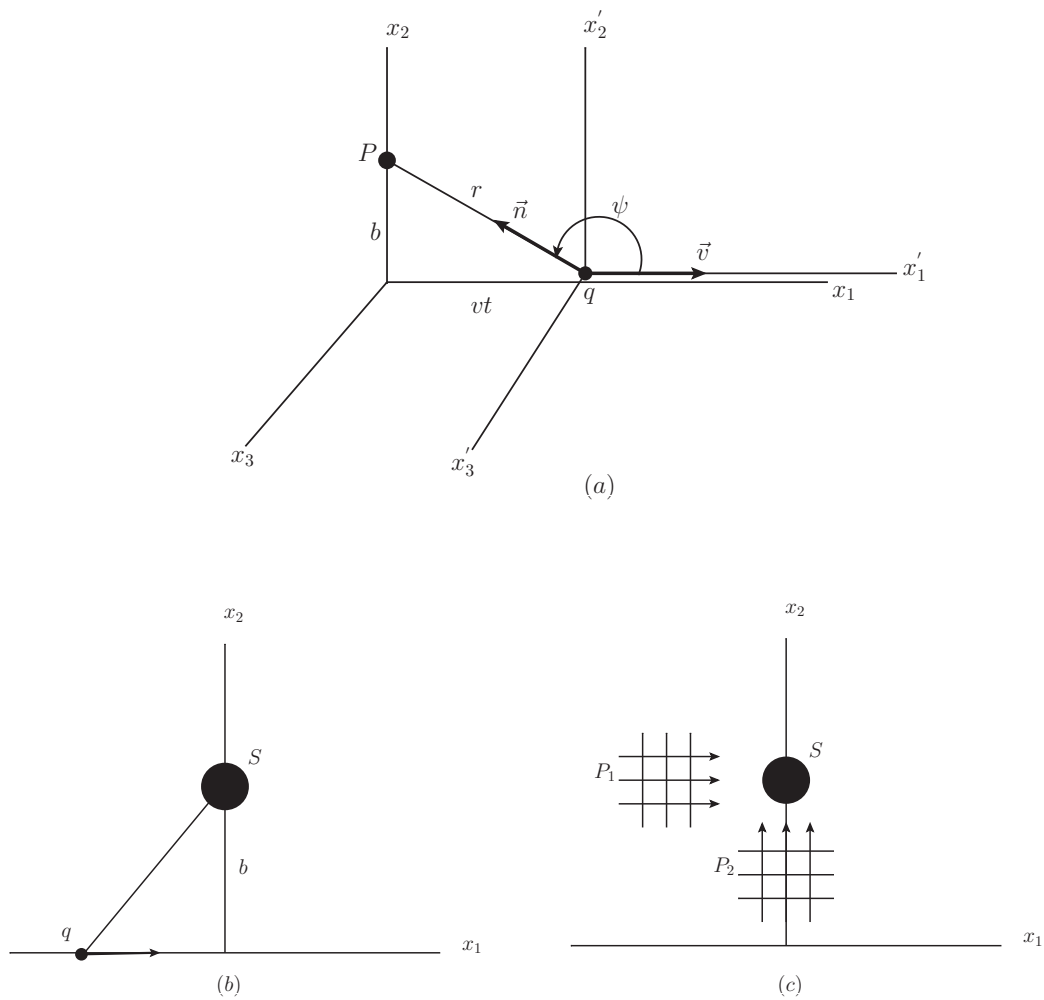
onde  $x = \omega b / \gamma v$ ,  $K_0$  e  $K_1$  são funções de Bessel modificadas e  $\alpha = e^2 / \hbar c$ . O primeiro termo na Eq. (4.7) representa o número de fótons do pulso  $P_1$  e o segundo a contribuição do pulso  $P_2$ , desprezível quando  $\gamma \gg 1$ . A distribuição de fótons  $P_1$  é representada na Fig. 4.3. Pelas características da função  $K_1(x)$ , pode-se constatar que a função distribuição de fótons equivalentes é significativamente diferente de zero para valores de  $x$  até 1. Em particular, a condição  $x = 1$  constitui o limite de energia dos fótons. Isto implica que, em uma colisão com parâmetro de impacto  $b$ , a energia máxima dos fótons é

$$k_\gamma^{max} = \frac{\gamma \hbar c}{b}. \quad (4.8)$$

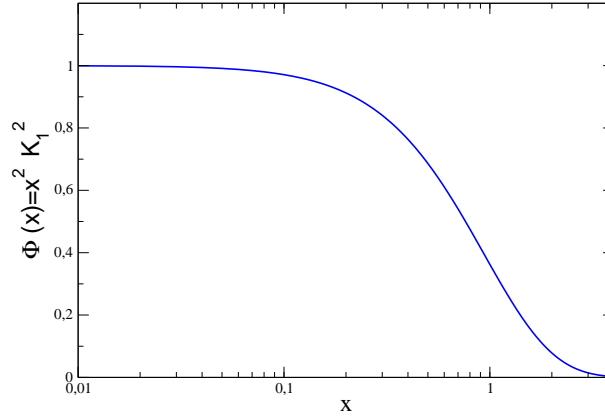
Este valor representa o corte de energia. Assim, em uma colisão periférica somente os estados com energia igual ou inferior a este limite podem ser excitados. Para  $\gamma \simeq 100$  ocorre a produção de pares de léptons e mésons.

A seção de choque de excitação é obtida integrando a Eq. (4.6) sobre os parâmetros de impacto entre  $b = R$  e  $b = \infty$ . O valor de  $R$  depende do processo considerado. No caso de uma colisão periférica de íons com excitação coulombiana do núcleo,  $R = R_1 + R_2$ , onde  $R_1$  e  $R_2$  são os raios dos dois núcleos interagentes. Assim,

$$\sigma = \int_R^\infty 2\pi b P(b) db = \int n(\omega) \sigma_\gamma(\omega) \frac{d\omega}{\omega}, \quad (4.9)$$



**Fig. 4.2:** (a) Partícula de carga  $q$  movendo-se com velocidade  $v$  no eixo  $x_1$ . (b) Partícula passando por um sistema  $S$  e (c) pulsos de radiação equivalentes.



**Fig. 4.3:** Espectro de fótons equivalentes em função de  $x = \omega b/\gamma v$ .

onde

$$n(\omega) = \int_R^\infty 2\pi b N(\omega, b) db = \frac{2}{\pi} Z_1^2 \alpha \left(\frac{c}{v}\right)^2 \left[ \xi K_0 K_1 - \frac{v^2 \xi^2}{2c^2} (K_1^2 - K_0^2) \right] \quad (4.10)$$

é a função distribuição total de fótons equivalentes com frequência  $\omega$ . As funções de Bessel modificadas são, agora, funções do parâmetro  $\xi = \omega R/\gamma v$ .

Para  $\gamma \gg 1$ , exceto no caso de frequências muito baixas, tais que  $\omega R/c \ll 1$ , pode-se escrever (4.10) como:

$$n(\omega) = \frac{1}{\pi} Z_1^2 \alpha \ln \left[ \left(\frac{\delta}{\xi}\right)^2 + 1 \right] \simeq \frac{2}{\pi} Z_1^2 \alpha \ln \left(\frac{\delta}{\xi}\right), \quad (4.11)$$

onde  $\delta = 0,681\dots$ , é um número relacionado a constante de Euler. Este resultado mostra que a seção de choque de excitação de um determinado processo tende a aumentar logaritmicamente com  $\gamma$ .

O fluxo de fótons equivalentes também pode ser obtido em termos do fator de forma como [34]

$$f(x) = \frac{dn_\gamma}{dx} = \frac{\alpha Z^2}{\pi} \frac{1-x+1/2x^2}{x} \int_{Q_{min}^2}^\infty \frac{Q^2 - Q_{min}^2}{Q^4} |F(Q^2)|^2 dQ^2, \quad (4.12)$$

onde  $Q^2$  é o quadrimomentum transferido pelo projétil cujo fator de forma é  $F(Q^2)$ ,  $\alpha$  é a constante de estrutura fina e  $Q_{min}^2 = (xM_a)^2/(1-x)$ , onde  $M_A$  é a massa do projétil. O espectro de fótons equivalentes de prótons de alta energia foi calculado por Drees e Zeppenfeld [35]. Eles utilizaram o fator de forma do dipolo elétrico  $F_E(Q^2) = 1/(1+Q^2/0.71GeV^2)^2$  e encontraram que

$$f(x) = \frac{\alpha}{\pi} \frac{1-x+1/2x^2}{x} \left[ \ln A - \frac{11}{6} + \frac{3}{A} - \frac{3}{2A^2} + \frac{1}{3A^3} \right], \quad (4.13)$$

onde  $A = 1 + (0.71 GeV^2)/Q_{min}^2$ . Este termo pode ser derivado de (4.12) negligenciando o segundo termo contendo  $Q_{min}^2$  dentro da integral, isto é, fazendo a aproximação  $(Q^2 - Q_{min}^2/Q^4) \approx 1/Q^2$ . Se este termo é incluído, temos:

$$f(x) = \frac{\alpha}{\pi} \frac{1-x+1/2x^2}{x} \left[ \frac{A+3}{A-1} \ln A - \frac{17}{6} - \frac{4}{3A} + \frac{1}{6A^2} \right]. \quad (4.14)$$

Os efeitos de incluir o momento de dipolo magnético e o correspondente fator de forma do próton foram investigados por Kniehl [36]. A Eq.(4.12) pode, a princípio, ser usada também para o espectro de fótons de íons pesados relativísticos, com um fator de forma apropriado. Para uma colisão entre dois íons pesados é mais apropriado calcular o espectro de fótons equivalentes como uma função do parâmetro de impacto, pois nessa representação as interações fortes podem ser excluídas facilmente.

O espectro de energia produzido por uma partícula pontual interagindo com um alvo em um parâmetro de impacto mínimo,  $b_{min}$ , pode ser calculado analiticamente e o resultado é [37]

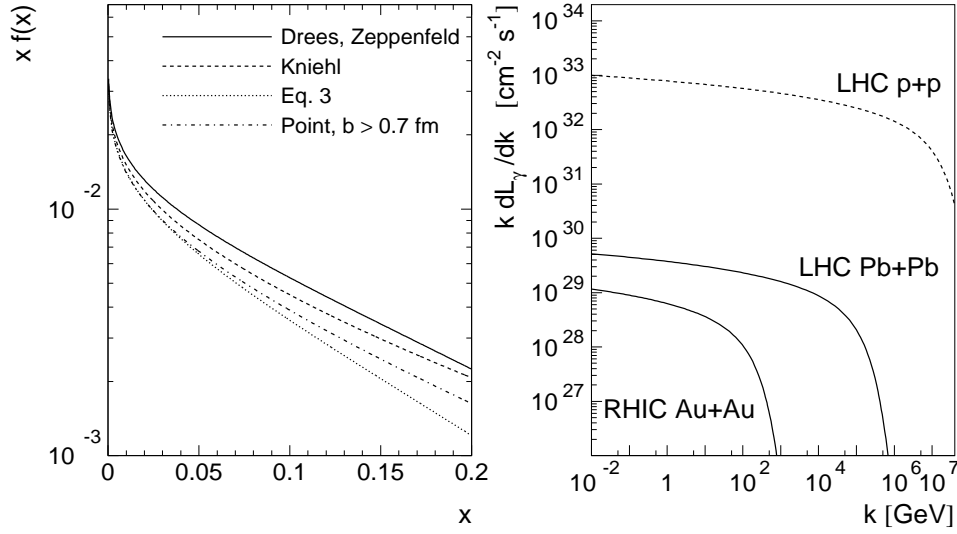
$$f(x) = \frac{\alpha Z^2}{\pi} \frac{1}{x} \left\{ 2Y K_0(Y) K_1(Y) - Y^2 [K_1^2(Y) - K_0^2(Y)] \right\}, \quad (4.15)$$

onde  $Y = xM_A b_{min}$ .

O espectro de fótons devido a prótons de alta energia está representado na Fig.4.4 (esquerda). Incluindo o fator  $(Q^2 - Q_{min}^2)/Q^2$  na integral da Eq. (4.12) conduz a uma redução no fluxo de fótons comparada com o resultado de Drees e Zeppenfeld [35]. Incluindo o efeito do momento magnético do próton resulta um fluxo maior que o dado pela Eq.(4.14), mas menor do que o fluxo dado por (4.13). As diferenças entre as diversas aproximações crescem com  $x$ . Em  $x = 0.05$ , as Eqs. (4.13) e (4.14) afastam-se dos resultados de Kniehl por aproximadamente 15% e em  $x = 0.01$  por 8%. As três aproximações apresentam resultados similares ao de uma carga pontual com um parâmetro de impacto mínimo de  $b_{min} = 0.7 fm$  (curva traço-pontilhada na Fig.4.4).

Devemos notar que o espectro discutido é para um único próton. Em uma colisão pp, o fluxo efetivo de fótons pode ser reduzido se os prótons não interagirem hadronicamente e permanecerem intactos. Isto introduz uma incerteza no espectro efetivo de fótons.

O espectro de fótons pode ser convertido em uma luminosidade de fótons equivalentes, multiplicando  $f(x)$  pela luminosidade correspondente ao feixe,  $\mathcal{L}$ . Os resultados para interações AuAu em RHIC e PbPb e pp em LHC são mostradas na Fig. 4.4 (direita). Comparando as luminosidades de fótons equivalentes em colisões PbPb e pp percebe-se que, em baixas energias do fóton, a luminosidade em pp é maior que em PbPb por um fator  $\mathcal{L}_{pp}/(Z^2 \mathcal{L}_{PbPb})$ . O espectro do fóton, além disso, estende-se para maiores energias em colisões pp, devido a feixes de maior energia ( $\sqrt{s} = 14 vs. 5.5 TeV$  em LHC) e momentum transferido. As luminosidades do fóton na Fig. 4.4 são para os seguintes valores do parâmetro de impacto:  $b_{min} = 0.7 fm$  (pp),  $14 fm$  (AuAu) e  $14.2 fm$  (PbPb).



**Fig. 4.4:** *Esquerda: Comparação de diferentes cálculos do espectro de fótons equivalentes para prótons de alta energia. Aqui,  $x$  é a fração da energia do próton portada pelo fóton. Direita: Luminosidade de fótons equivalentes em colisões próton-próton e núcleo-núcleo no RHIC e no LHC.  $k$  é a energia do fóton no referencial de repouso do alvo [34].*

A Tab. 4.1 mostra valores de luminosidades de RHIC e LHC em suas diferentes configurações ( $\mathcal{L}_{AB}$ ), energias de centro de massa núcleon-núcleon ( $\sqrt{s_{NN}}$ ), fatores de Lorentz ( $\gamma_L = \sqrt{s_{NN}}/2m_p$ ), energias de centro de massa  $\gamma A$  máxima por núcleon ( $\sqrt{s_{\gamma N}} = W_{\gamma N} = [2k_{max}\sqrt{s_{NN}}]^{1/2}$ ), energias máximas do fóton ( $k_{max} = \gamma_L \hbar c/R_A$ ) e energias de centro de massa  $\gamma\gamma$  máximas ( $\sqrt{s_{\gamma\gamma}}$ ) para colisões AA, pA e pp em LHC e AuAu e pp em RHIC. Podemos notar, por exemplo, que  $\sqrt{s_{\gamma N}^{max}} = 8390 \text{ GeV}$  para colisões  $pp$  e  $\sqrt{s_{\gamma N}^{max}} = 950 \text{ GeV}$  para  $PbPb$  em LHC, valores até agora não explorados experimentalmente. Portanto, a dependência em energia da produção de  $J/\Psi$  e  $\Psi(2S)$  poderá ser estudada em energias além de HERA.

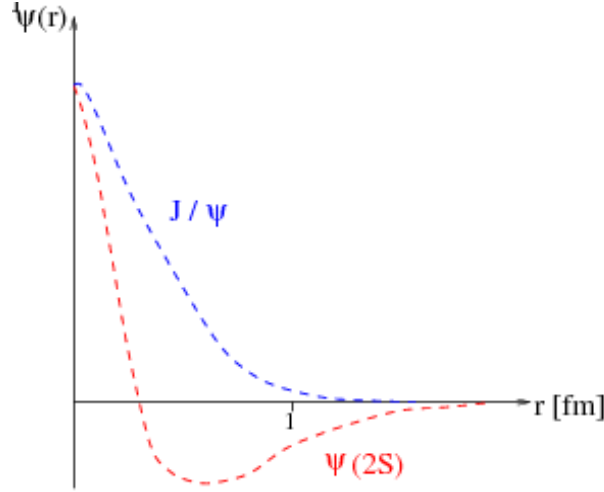
## 4.2 Fotoprodução difrativa de $\psi(2S)$ em reações fóton-Pomeron no LHC

Uma característica marcante da fotoprodução difrativa de mésons no regime de altas energias é a possibilidade de investigar a troca do Pomeron. Em tal domínio de energia, hádrons e fótons podem ser considerados como dipolos de cor na representação do cone de luz [39]. Em particular, seus tamanhos transversos são considerados congelados durante a reação de interação. Então o processo de espalhamento é caracterizado pela seção de choque de dipolo de cor representando a interação daqueles dipolos de cor com o alvo (prótons ou núcleons). A evolução de cor da seção de choque de dipolo em pequeno- $x$



AB	$\mathcal{L}_{AB}$ ( $mb^{-1}s^{-1}$ )	$\sqrt{s_{NN}}$ (TeV)	$\gamma_L$	$k_{max}$ (GeV/c)	$\sqrt{s_{\gamma N}^{max}}$ (GeV)	$\sqrt{s_{\gamma\gamma}^{max}}$ (GeV)
<b>RHIC</b>						
Au + Au	0.4	0.2	106	3.0	34.7	6.0
pp	6000	0.5	266	87	296	196
<b>LHC</b>						
Pb + Pb	0.42	5.5	2930	81	950	162
pPb	420	8.8	4690	130	1500	260
pp	$10^7$	14	7455	2452	8390	4504

**Tab. 4.1:** Parâmetros e limites cinemáticos para processos projétil-alvo em RHIC e LHC [38].



**Fig. 4.5:** Funções de onda dos estados  $J/\Psi$  e  $\Psi(2S)$ .

é dada pela solução das equações de evolução não linear. Sabe-se há muito tempo, que dipolos de magnitude  $r \sim 1/\sqrt{m_V^2 + Q^2}$  ( $m_V$  é a massa do méson vetorial) são provados pela amplitude de produção do méson vetorial  $1S$  [39]. Assim como quarks pesados, estados quarkonium de massa suficientemente grande possibilitam que a amplitude seja calculada perturbativamente até a região de fotoprodução  $Q^2 \rightarrow 0$ . A produção difrativa de mésons vetoriais radialmente excitados  $2S$  como  $\psi(2S)$  e  $\Upsilon(2S)$ , é especialmente interessante devido ao efeito nó [40]. Isto significa um forte cancelamento das contribuições de tamanho de dipolo da amplitude de produção da região acima e abaixo do nó da função de onda radial  $2S$  [41], como mostra a Fig. 4.5.

Esta é uma das origens da grande supressão da fotoprodução de mésons vetoriais  $2S$  em relação a  $1S$ . É um fato experimental que a razão  $\sigma(\psi(2S))/\sigma(J/\psi) \simeq 0.2$  em energias de DESY-HERA em  $Q^2 = 0$ , e a razão é uma quantidade dependente de  $Q^2$  como as seções de choque de eletroprodução são consideradas [42]. A questão que aumentou o intenso debate

há longo tempo [43, 44] e foi encontrada por exemplo na Ref. [45], é que a combinação da dependência em energia da seção de choque de dipolos e o nó da função de onda radial do estado  $2S$  conduzem a uma dependência anômala em  $Q^2$  e na energia da produção difrativa de mésons vetoriais  $2S$ . Além disso, tal anomalia aparece também na dependência em  $t$  da seção de choque diferencial de mésons vetoriais radialmente excitados  $2S$  [46], o que está em contradição com o comportamento usual do correspondente estado  $1S$ .

Focamos na fotoprodução de mésons vetoriais radialmente excitados para alvo nuclear em colisões relativísticas de íons pesados. Em particular, analisamos a fotoprodução exclusiva de  $\psi(2S)$  para alvo núcleo,  $\gamma A \rightarrow \psi(2S)X$ , onde para o espalhamento coerente temos  $X = A$ , enquanto para o caso incoerente  $X = A^*$ , com  $A^*$  sendo o estado excitado do sistema  $A$ -núcleon. O formalismo teórico usado é o formalismo de dipolos de cor do cone de luz. Em tal formalismo, a flutuação  $c\bar{c}$  do fóton quase-real entrando interage com o núcleo alvo através da seção de choque de dipolo, e o resultado é projetado na função de onda do hádron observado. No regime de energia em que estamos interessados, a seção de choque de dipolo depende da distribuição de glúons no alvo, e o sombreamento nuclear da distribuição de glúons é esperado reduzi-la comparada a um próton alvo. Além disso, teoricamente, em altas energias, espera-se a transição do regime descrito pela dinâmica linear, onde apenas emissões de pártons são consideradas, para um novo regime onde os processos físicos de recombinação de pártons tornam-se importantes na cascata de pártons, e a evolução é dada por uma equação de evolução não linear. Este regime é caracterizado pela limitação na máxima densidade partônica no espaço de fase, que pode ser alcançada na função de onda do hádron, a chamada saturação partônica. A transição é especificada por uma escala típica, a chamada escala de saturação  $Q_{\text{sat}}$  [47], que é dependente da energia.

Recentemente a colaboração ALICE mediu a produção difrativa do méson vetorial  $J/\psi$ , em rapidez relativamente grande  $y \simeq 3$  [48] e rapidez central [49] em  $\sqrt{s} = 2.76$  TeV, o que possibilita investigar a física de pequeno- $x$  com núcleos pesados. Além disso, a seção de choque incoerente  $J/\psi$  foi também medida [49]. É interessante, como a saturação é aumentada para alvos nucleares, isto é  $Q_{\text{sat}} \propto A^{1/3}$ . A colaboração LHCb tem também medido a seção de choque em colisões próton-próton em  $\sqrt{s} = 7$  TeV de estado final dimuon, incluindo o estado  $\psi(2S)$  [50]. A razão, em rapidez frontal  $2.0 \leq \eta_{\mu\pm} \leq 4.5$ , naquele caso é  $\sigma(\psi(2S))/\sigma(J/\psi) = 0.19 \pm 0.04$ , o que ainda é consistente com a aproximação do formalismo de dipolos de cor. Portanto, a investigação da fotoprodução de  $\psi(2S)$  em colisões PbPb em LHC é interessante e oportuna.

### 4.2.1 Processo Fóton-Pomeron em colisões relativísticas núcleo-núcleo

A interação eletromagnética é dominante na interação núcleo-núcleo em grande parâmetro de impacto e em energias ultra-relativísticas. Em colidores de íons pesados, o núcleo pesado dá origem a campos eletromagnéticos fortes devido a ação coerente de todos os prótons no núcleo, que podem interagir uns com os outros. Consequentemente, a seção de choque total para um dado processo pode ser fatorizada em termos do fluxo de fótons equivalentes do hádron projétil, e a seção de choque de produção fóton-fóton ou fóton-alvo [52]. Nosso principal foco será processos fóton-hádron, os quais são relevantes para a fotoprodução de

mésons vetoriais radialmente excitados. Considerando o requerimento de que a fotoprodução não é acompanhada por interação hadrônica, uma expressão analítica para o fluxo de fótons equivalentes de um núcleo pode ser calculada [52]

$$\begin{aligned} \frac{dN_\gamma(\omega)}{d\omega} &= \frac{2Z^2\alpha_{em}}{\pi\omega} \left[ \xi_R^{AA} K_0(\xi_R^{AA}) K_1(\xi_R^{AA}) \right. \\ &\quad \left. - \frac{(\xi_R^{AA})^2}{2} K_1^2(\xi_R^{AA}) - K_0^2(\xi_R^{AA}) \right]. \end{aligned} \quad (4.16)$$

onde  $\omega$  é a energia do fóton,  $\gamma_L$  é o fator de Lorentz de um único feixe,  $K_0(\xi)$  e  $K_1(\xi)$  são as funções de Bessel modificadas. Considerando núcleos simétricos tendo raio  $R_A$ , tem-se  $\xi_R^{AA} = 2R_A\omega/\gamma_L$ .

A seção de choque para a fotoprodução de  $\psi(2S)$  para alvo nuclear em colisões relativísticas de íons pesados é dada por,

$$\sigma(AA \rightarrow \psi(2S)X) = \int_{\omega_{min}}^{\infty} d\omega \int dt \frac{dN_\gamma(\omega)}{d\omega} \frac{d\sigma}{dt}(W_{\gamma A}, t), \quad (4.17)$$

onde  $\frac{d\sigma}{dt}$  é a seção de choque diferencial para o processo  $\gamma A \rightarrow \psi(2S)X$ ,  $\omega_{min} = M_\psi^2/4\gamma_L m_p$ ,  $W_{\gamma p}^2 = 2\omega\sqrt{S_{NN}}$  e  $\sqrt{S_{NN}}$  é a energia de centro de massa do sistema núcleo-núcleo. Visto que a emissão do fóton é coerente sobre todo o núcleo e o fóton é sem cor, espera-se que os eventos sejam caracterizados por  $X = A$  e duas lacunas de rapidez no caso de processo coerente. No processo incoerente,  $X = A^*$  (estado excitado do núcleo) como já mencionado.

A distribuição de rapidez  $y$  para a fotoprodução de quarkonium em colisões núcleo-núcleo pode ser também calculada diretamente da Equação (4.17), usando sua relação com a energia do fóton  $\omega$ , isto é  $y \propto \ln(2\omega/m_V)$ . Explicitamente, a distribuição de rapidez é escrita como,

$$\frac{d\sigma [AA \rightarrow A \otimes \psi(2S) \otimes X]}{dy} = \omega \frac{dN_\gamma(\omega)}{d\omega} \sigma_{\gamma A \rightarrow \psi(2S)X}(\omega), \quad (4.18)$$

onde  $\otimes$  representa a presença de uma lacuna de rapidez. Conseqüentemente, dado o fluxo de fótons, a distribuição de rapidez é uma medida direta da seção de choque de fotoprodução para uma dada energia.

Vamos considerar o espalhamento fóton-núcleo no referencial de dipolo do cone de luz, em que a maior parte da energia é portada pelo hádron, enquanto o fóton possui apenas energia suficiente para se dissociar em um par quark-antiquark antes do espalhamento. Nesta representação, o projétil prova flutua em um par quark-antiquark (um dipolo) com separação transversa  $r$ , o qual, então, espalha o hádron [39]. Na representação de dipolos, a amplitude para a produção do méson vetorial é dada por ([39, 29])

$$\mathcal{A}(x, Q^2, \Delta) = \sum_{h, \bar{h}} \int dz d^2r \Psi_{h, \bar{h}}^\gamma \mathcal{A}_{q\bar{q}} \Psi_{h, \bar{h}}^{V*}, \quad (4.19)$$

onde  $\Psi_{h, \bar{h}}^\gamma(z, r, Q^2)$  e  $\Psi_{h, \bar{h}}^V(z, r)$  são as funções de onda do cone de luz do fóton e do méson vetorial, respectivamente. As helicidades do quark e do antiquark são representadas por  $h$

e  $\bar{h}$ , a variável  $r$  define a separação transversa relativa do par (dipolo),  $z(1-z)$  é a fração de momentum longitudinal do quark (antiquark). A quantidade  $\Delta$  denota o momentum transversa perdido pelo próton saindo ( $t = -\Delta^2$ ) e  $x$  é a variável de Bjorken. Além disso,  $\mathcal{A}_{q\bar{q}}$  é a amplitude elementar para o espalhamento de um dipolo de tamanho  $r$  no alvo. Em uma notação compacta, a amplitude não-frontal e a seção de choque diferencial para a produção exclusiva de charmonia (ou outro estado final) a partir de um núcleo alvo, respectivamente, são dadas por

$$\mathcal{A}(x, Q^2, \Delta) = \langle \Psi^V | \mathcal{A}_{q\bar{q}}(x, r, \Delta) | \Psi^\gamma \rangle \quad (4.20)$$

$$\frac{d\sigma(s, Q^2)}{dt} = \frac{1}{16\pi} |\mathcal{A}(x, Q^2, \Delta)|^2 \quad (4.21)$$

No cálculo numérico, as correções devidas ao efeito skewness (troca de glúon fora da diagonal) e a parte real da amplitude, são também consideradas. Detalhes da dependência do modelo com essas correções podem ser encontrados, por exemplo, na Ref. [53].

As funções de onda do fóton aparecendo na Eq. (4.28) são relativamente bem conhecidas [29]. Quanto a função de onda do méson, consideramos a função de onda gaussiana com um boost:

$$\begin{aligned} \psi_{\lambda, h\bar{h}}^{nS} &= \sqrt{\frac{N_c}{4\pi}} \frac{\sqrt{2}}{z(1-z)} \left\{ \delta_{h, \bar{h}} \delta_{\lambda, 2h} m_c + i(2h) \delta_{h, -\bar{h}} e^{i\lambda\phi} \right. \\ &\times \left. [(1-z)\delta_{\lambda, -2h} + z\delta_{\lambda, 2h}] \partial_r \right\} \phi_{nS}(z, r). \end{aligned} \quad (4.22)$$

Aqui,  $\phi(z, r)$ , na representação mista  $(r, z)$ , é obtida por um boost na função de onda gaussiana de Schrödinger na representação de momentum,  $\Psi(z, \mathbf{k})$ . Neste caso, obtém-se a seguinte expressão para o estado  $1S$  [54]:

$$\begin{aligned} \phi_{1S}(r, z) &= N_T^{(1S)} \left\{ 4z(1-z) \sqrt{2\pi R_{1S}^2} \exp \left[ -\frac{m_q^2 R_{1S}^2}{8z(1-z)} \right] \right. \\ &\times \left. \exp \left[ -\frac{2z(1-z)r^2}{R_{1S}^2} \right] \exp \left[ \frac{m_q^2 R_{1S}^2}{2} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (4.23)$$

onde para o méson vetorial no estado fundamental  $1S$  determinamos os parâmetros  $R_{1S}^2$  e  $N_T$ , considerando a propriedade de normalização das funções de onda e as larguras de decaimento preditas.

A função de onda radial do  $\psi(2S)$  é obtida pela seguinte modificação do estado  $1S$  [40]:

$$\begin{aligned} \phi_{2S}(r, z) &= N_T^{(2S)} \left\{ 4z(1-z) \sqrt{2\pi R_{2S}^2} \exp \left[ -\frac{m_q^2 R_{2S}^2}{8z(1-z)} \right] \right. \\ &\times \left. \exp \left[ -\frac{2z(1-z)r^2}{R_{2S}^2} \right] \exp \left[ \frac{m_q^2 R_{2S}^2}{2} \right] (1 - \hat{\phi}) \right\}, \\ \hat{\phi} &= \alpha \left[ 1 + m_q^2 R_{2S}^2 - \frac{m_q^2 R_{2S}^2}{4z(1-z)} + \frac{4z(1-z)}{R_{2S}^2} r^2 \right], \end{aligned} \quad (4.24)$$

com o novo parâmetro  $\alpha$  controlando a posição do nó. Além disso, os dois parâmetros,  $\alpha$  e  $R_{2S}$ , são determinados pelas condições de ortogonalidade da função de onda do méson. A Ref. [55] mostra um exemplo da determinação desses parâmetros para a fotoprodução do  $\Upsilon$ .

Estamos usando uma escolha particular para as funções de onda do méson vetorial, Eqs. 4.23 e 4.24. A função de onda gaussiana com um boost considerada aqui, é uma simplificação da função de onda NNPZ apresentada nas Refs. [39, 40]. Elas têm sido comparadas às análises recentes de dados de DESY-HERA para processos exclusivos de méson vetorial. Por exemplo, na Ref. [54], a função de onda gaussiana com um boost foi comparada com sucesso a dados da produção de mésons  $J/\psi$ . Na Ref. [55], a produção de  $\Upsilon(1S)$  e seus estados excitados ( $\Upsilon(2S)$ ,  $\Upsilon(3S)$ ) foi investigada, e um bom acordo com dados de DESY-HERA foi encontrado. Outro ponto a ser analisado, é o papel desempenhado pelo efeito nó para descrever a razão medida  $\sigma(\psi(2S))/\sigma(J/\psi)$  no caso da fotoprodução. Tal razão é sensível a escala de tempo do processo de produção. Na aproximação de dipolos, as interações ocorrem durante o período em que o dipolo de cor está comprimido, tendo um tamanho transversal  $r \simeq 1/m_q$ , e a seção de choque de produção é proporcional ao quadrado da função de onda do quarkonium na origem,  $\sigma \propto |\phi(0)|^2$ .

Por outro lado, outras interações dependem do perfil da função de onda para tamanhos transversos maiores que  $r_B = \mathcal{O}(1/\alpha_s m_q)$ , o assim chamado raio de Bohr. Na eletroprodução exclusiva de charmonia em  $Q^2$  relativamente grande, o tamanho do dipolo é da ordem de  $1/Q^2 \ll r_B$  e a seção de choque é predita ser proporcional a  $|\phi_n(0)|^2$ . Isto conduz a razão da ordem de  $|\phi_{2S}(0)|^2/|\phi_{1S}(0)|^2 \simeq 0.6$  em grande  $Q^2$ , enquanto o valor medido na fotoprodução é de cerca de 0.16 [42].

Foi determinado nas Refs. [39, 40] que o valor moderado da massa do charm e o comportamento da transparência de cor dominante na seção de choque de dipolo  $\sigma_{dip} \propto r^2$  implicam à amplitude provar a função de onda do méson em um tamanho transversal de cerca de  $r_B$ . Esse fato reduz a contribuição de  $\psi(2S)$  devido ao nó na sua função de onda e descreve corretamente a razão medida em DESY-HERA.

Neste sentido, foi explicitamente mostrado na Ref. [44], em  $Q^2 \rightarrow 0$ , que a aproximação de logaritmo dominante  $rl_\perp \ll 1$ , que gera a usual  $\sigma_{dip} \propto r^2$ , não é capaz de fornecer sozinho o valor correto para a razão  $\psi(2S)/J/\psi$ . Aqui,  $l_\perp$  é o momentum transversal do glúon no modelo de troca de dois glúons. Portanto, contribuições importantes vêm da superposição das contribuições de dipolo de cor de tamanho grande e a função de onda  $\psi(2S)$ . Assim, apesar da aproximação de logaritmo dominante ser capaz de descrever a seção de choque da produção de  $J/\psi$ , o mesmo não é verdadeiro para os estados excitados como  $\psi(2S)$ . Esta é a razão pela qual usamos um modelo para a seção de choque de dipolo que leva em consideração o comportamento correto para configurações de dipolos grandes (a transição dura-suave é dada pela escala de saturação).

A fotoprodução exclusiva de  $\psi(2S)$  em processos coerentes e incoerentes pode ser calculada de forma simples em altas energias, onde o grande comprimento de coerência  $l_c \gg R_A$  é bastante válido. Em tal caso, o tamanho transversal do dipolo  $c\bar{c}$  é congelado por efeitos de Lorentz. As expressões para as seções de choque coerente e incoerente são dadas por

[56],

$$\sigma_{coh}^{\gamma A} = \int d^2b |\langle \Psi^V | 1 - \exp \left[ -\frac{1}{2} \sigma_{dip}(x, r) T_A(b) \right] | \Psi^\gamma \rangle|^2, \quad (4.25)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{inc}^{\gamma A} &= \frac{1}{16\pi B_V(s)} \int d^2b T_A(b) \\ &\times |\langle \Psi^V | \sigma_{dip}(x, r) \exp \left[ -\frac{1}{2} \sigma_{dip}(x, r) T_A(b) \right] | \Psi^\gamma \rangle|^2. \end{aligned} \quad (4.26)$$

onde  $T_A(b) = \int dz \rho_A(b, z)$  é a função densidade nuclear, dada pela integração da densidade nuclear ao longo da trajetória em um dado parâmetro de impacto  $b$ . Além disso,  $B_V$  é o parâmetro de inclinação (slope) difrativo na reação  $\gamma^* p \rightarrow \psi p$ . Aqui, consideramos a dependência em energia do slope, usando a expressão de Regge  $B_V(W_{\gamma p}) = b_{el}^V + 2\alpha' \log \frac{W_{\gamma p}^2}{W_0^2}$  com  $\alpha' = 0.25 \text{ GeV}^{-2}$  e  $W_0 = 95 \text{ GeV}$ . Ela é usada nas medidas de slopes [42] para  $J/\psi$  e  $\psi(2S)$  em  $W_{\gamma p} = 90 \text{ GeV}$ , isto é,  $b_{el}^{J/\psi} = 4.99 \pm 0.41 \text{ GeV}^{-2}$  e  $b_{el}^{\psi(2S)} = 4.31 \pm 0.73 \text{ GeV}^{-2}$ , respectivamente.

O último aspecto é o modelo para a seção de choque de dipolo nas Eqs. (4.25) e (4.26). Em nosso cálculo, consideramos o modelo CGC (Color Glass Condensate) [57] para  $\sigma_{dip}(x, r)$  dado por:

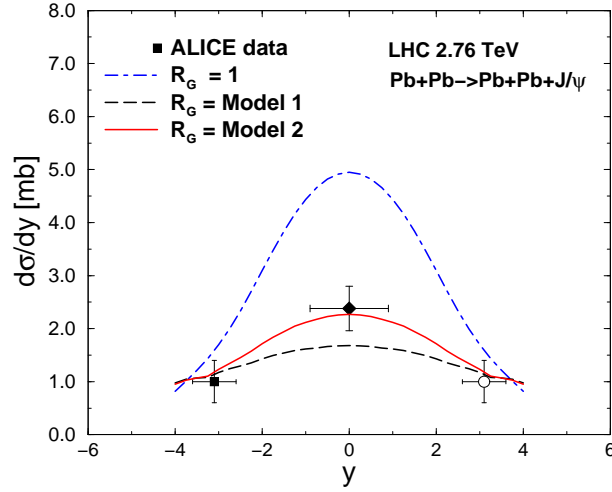
$$\sigma_{dip}(x, r) = \sigma_0 \begin{cases} \mathcal{N}_0 \left( \frac{\bar{\tau}^2}{4} \right)^{\gamma_{\text{eff}}(x, r)}, & \text{for } \bar{\tau} \leq 2, \\ 1 - \exp \left[ -a \ln^2(b \bar{\tau}) \right], & \text{for } \bar{\tau} > 2, \end{cases}$$

onde  $\bar{\tau} = r Q_{\text{sat}}(x)$  e a expressão para  $\bar{\tau} > 2$  (região de saturação) tem a forma funcional correta, como obtida na teoria do Color Glass Condensate (CGC) [47]. Para a região de transparência de cor, próxima ao limite de saturação ( $\bar{\tau} \leq 2$ ), o comportamento é dirigido pela dimensão anômala efetiva  $\gamma_{\text{eff}}(x, r) = \gamma_{\text{sat}} + \frac{\ln(2/\bar{\tau})}{\kappa \lambda y}$ , onde  $\gamma_{\text{sat}} = 0.63$  é a dimensão anômala da Eq. BFKL LO no limite de saturação.

Este modelo foi testado por um longo período em DIS, DIS difrativo e processos de produção exclusiva em colisões  $ep$ . Além disso, corrigimos pelo efeito de sombreamento do glúons, visto que a densidade de glúons nos núcleos na região de pequeno- $x$  é sabida ser suprimida comparada a um núcleon livre. Isto é, tomamos  $\sigma_{dip} \rightarrow R_G(x, Q^2, b) \sigma_{dip}$  seguindo estudos da Ref. [58]. O fator  $R_G$  é a razão da densidade nuclear de glúons. Na presente investigação, usamos a razão nuclear da teoria de twist <sup>1</sup> dominante do sombreamento nuclear, baseada na generalização do formalismo de múltiplo espalhamento de Gribov-Glauber, como investigado na Ref. [59]. Usamos os dois modelos para  $R_G(x, Q^2)$  disponíveis em [59], Modelos 1 e 2, que correspondem ao sombreamento nuclear mais forte e ao sombreamento nuclear moderado, respectivamente. Tal escolha é completamente arbitrária e outras razões de glúons disponíveis na literatura podem ser consideradas. Também seria interessante

---

<sup>1</sup> Em QCD a função de estrutura pode ser calculada através da Expansão de Produto de Operadores (OPE):  $F_2(x, Q^2) = \sum_n \frac{C_n(x, Q^2)}{(Q^2)^n}$  onde  $n$  é a ordem (twist) do operador correspondente. A contribuição para  $n = 0$  é a de ordem dominante (twist dominante) e  $F_2$  terá dependência suave em  $Q^2$ .

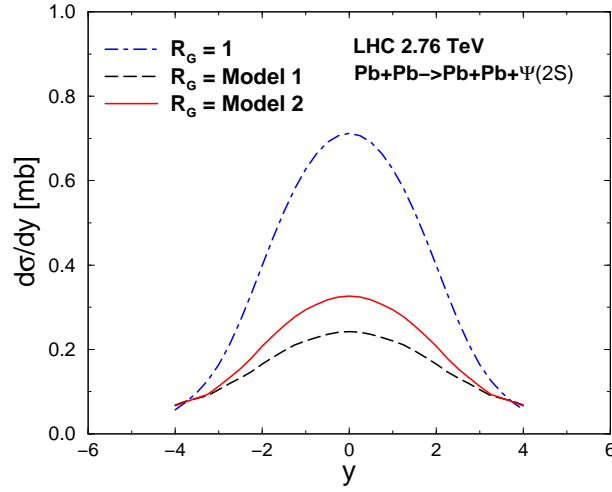


**Fig. 4.6:** Distribuição de rapidez da fotoprodução coerente do méson  $J/\psi$  em  $\sqrt{s} = 2.76$  TeV em colisões PbPb em LHC. As curvas teóricas representam o formalismo de dipolos usando  $R_G = 1$  (curva traço-pontilhada) e dois cenários para a distribuição de glúons nuclear (curvas sólida e tracejada, conforme explícito no texto). Dados da colaboração ALICE [48, 49].

investigar o efeito de considerar o parâmetro de impacto dependente das razões das distribuições de pártons nuclear.

## 4.2.2 Resultados

Comparamos a presente aproximação teórica com os dados recentes para o estado  $1S$  medidos pela colaboração ALICE, em energia de 2.76 TeV em colisões PbPb em LHC [48, 49]. Na Fig. 4.6 apresentamos os cálculos numéricos para a distribuição de rapidez coerente do estado  $J/\psi$  dentro do formalismo de dipolos de cor, Eqs. (4.27) e (4.25), usando cenários distintos para o sombreamento nuclear do glúon [51]. A curva traço-pontilhada apresenta o resultado usando  $R_G = 1$  e é consistente com cálculos anteriores utilizando o mesmo formalismo [53]. Nosso resultado superestima o dado de ALICE em rapidez para trás ou frontal e principalmente em rapidez central. No caso de rapidez para trás ou frontal, a superestimação é esperada pelo fato do fator de limiar para  $x \rightarrow 1$  não ter sido incluído no presente cálculo. Em tal região cinemática, ou pequeno- $x$ , fótons espalham um glúon de grande  $x$  ou vice-versa. Por exemplo, para  $y \simeq \pm 3$  obtém-se  $x$  da ordem de 0.02. Por outro lado, para rapidez central  $y = 0$  pode-se obter  $x = M_V e^{\pm y} / \sqrt{s_{NN}}$  menor que  $10^{-3}$  para a distribuição de glúons nuclear. Em tal caso, considerando  $R_G = 1$  o dado de ALICE [49] é superestimado por um fator 2, ou então, como observado no recente estudo da Ref. [60]. A situação é melhorada se considerarmos o sombreamento nuclear, renormalizando a seção de choque de dipolo. A razão disso é que a densidade de glúons nos núcleons em pequeno- $x$  de Bjorken é esperada ser suprimida comparada a de um núcleon livre, devido a interferências. Para a razão da densidade de glúons,  $R_G(x, Q^2 = m_V^2/4)$ , consideramos a estimativa teórica da Ref. [59], em que dois cenários para o sombreamento de glúons são



**Fig. 4.7:** Distribuição de rapidez da produção coerente do méson  $\psi(2S)$  em  $\sqrt{s} = 2.76$  TeV em colisões PbPb em LHC.

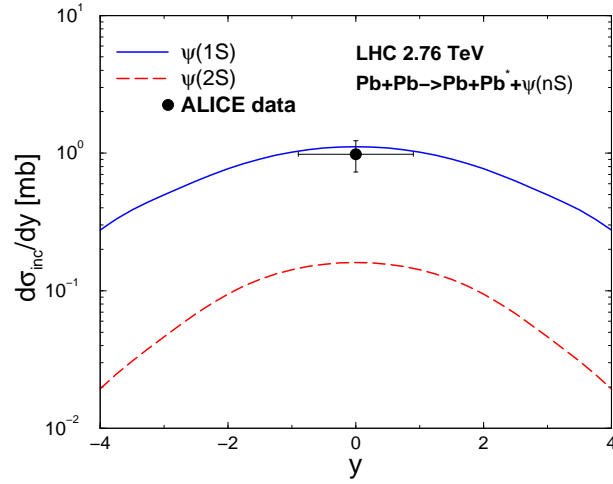
investigados: o Modelo 1 corresponde a um sombreamento de glúons forte e o Modelo 2 preocupa-se com o sombreamento nuclear baixo.

A consequência da renormalização da seção de choque de dipolo pelos efeitos de sombreamento nuclear é representada pela curva tracejada (Modelo 1) e curva sólida (Modelo 2), respectivamente. Claramente, a opção de sombreamento baixo é preferida na presente análise. Vale a pena mencionar que as incertezas teóricas relacionadas a escolha da função de onda do méson são relativamente grandes. Como uma predição em rapidez central, obtém-se  $\frac{d\sigma}{dy}(y=0) = 4.95, 1.68$  e  $2.27$  mb para o cálculo usando  $R_G = 1$ , Modelo 1 e Modelo 2, respectivamente. Aqui, consideramos  $R_G$  como sendo independente do parâmetro de impacto, mas sabe-se que a dependência em  $b$  dessa razão pode gerar uma supressão menor, comparada à apresentada em nosso cálculo. Por exemplo, na Ref. [58] a supressão é da ordem de 0.85 para energias de LHC e rapidez central.

Na Fig. 4.7, mostramos nossas predições para a fotoprodução coerente do estado  $\psi(2S)$ . Esta é a primeira estimativa na literatura para a fotoprodução do estado  $2S$  em colisões núcleo-núcleo. As predições seguem a forma geral como para o estado  $1S$ , onde a notação das curvas é a mesma usada na Fig. 4.6. Em particular, para  $R_G = 1$  obtém-se para rapidez central  $\frac{d\sigma}{dy}(y=0) = 0.71$  mb e  $\frac{d\sigma}{dy}(y=\pm 3) = 0.16$  mb na região para trás/frontal. Quando introduzida a supressão na seção de choque de dipolo, devido ao sombreamento nuclear, obtém-se  $\frac{d\sigma}{dy}(y=0) = 0.24$  mb e  $0.33$  mb para o Modelo 1 e Modelo 2, respectivamente. Em rapidez central, a razão entre os estados de méson é avaliada como  $R_\psi^{y=0} = \frac{\sigma_{\psi(2S)}}{dy} / \frac{d\sigma_{J/\psi}}{dy}(y=0) = 0.14$  no caso  $R_G = 1$  o que é consistente com a razão medida em CDF, isto é,  $0.14 \pm 0.05$ , na observação da produção exclusiva de charmonium em colisões  $p\bar{p}$  [61]. Uma razão similar é obtida usando o Modelo 1 e o Modelo 2 em rapidez central também. Como uma predição para a próxima tomada de dados do LHC planejado em colisões PbPb no modo 5.5 TeV, obtemos  $\frac{d\sigma_{coh}}{dy}(y=0) = 1.27$  mb e  $\frac{d\sigma_{inc}}{dy}(y=0) = 0.27$  mb para as seções de choque coerente e incoerente do  $\psi(2S)$  (limite superior usando  $R_G = 1$ ), respectivamente.

Finalmente, na Fig. 4.8 mostramos a contribuição incoerente para a distribuição de





**Fig. 4.8:** Distribuição de rapidez da fotoprodução incoerente dos mésons  $J/\psi$  (linha sólida) e  $\psi(2S)$  (linha tracejada) em  $\sqrt{s} = 2.76$  TeV em colisões PbPb em LHC. Dados da colaboração ALICE [49].

rapidez para ambos os estados de mésons  $J/\psi$  (linha sólida) e  $\psi(2S)$  (linha pontilhada). As estimativas teóricas foram feitas usando a Eq. (4.27), levando em consideração o correspondente slope difrativo para cada estado de méson. Para o estado  $J/\psi$ , o presente cálculo pode ser diretamente comparado com os estudos apresentados na Ref. [60]. Foi encontrado em [60] que a seção de choque incoerente  $\frac{d\sigma_{inc}}{dy}$  varia entre 0.5 to 0.7 mb (usando a seção de choque de dipolo IIM) ou entre 0.7 to 0.9 mb (usando a seção de choque de dipolo fIPsat) em rapidez central, com a incerteza determinada pela função de onda considerada. Em nosso caso, obtemos  $\frac{d\sigma_{inc}}{dy}(y=0) = 1.1$  mb usando uma expressão diferente para a amplitude incoerente Eq. (4.26). Nosso resultado descreve adequadamente os dados recentes de ALICE [49] para a seção de choque incoerente em rapidez média,  $\frac{d\sigma_{inc}^{ALICE}}{dy}(-0.9 < y < 0.9) = 0.98 \pm 0.25$  mb. Como uma predição para o estado  $\psi(2S)$ , encontramos  $\frac{d\sigma_{inc}}{dy} = 0.16$  mb em rapidez central. Em ambos os casos, calculamos apenas o para  $R_G = 1$ , o que representa um limite superior para a seção de choque incoerente, comparada aos cálculos para os modelos 1 e 2. Notamos que, para o caso incoerente, o sombreamento de glúons é mais fraco que no caso coerente, e a redução é em torno de 20% comparada ao caso  $R_G = 1$ . Como esperado, a parte incoerente é bastante menor comparada a contribuição coerente. Como um exemplo da ordem de magnitude, a razão incoerente/coerente é um fator 0.22 para o estado  $1S$  e 0.23 para o estado  $2S$  em rapidez central.

### 4.3 Fotoprodução exclusiva dos estados $J/\psi$ e $\psi(2S)$ em colisões próton-próton no LHC

Agora, focamos na fotoprodução de  $J/\psi$  e do méson radialmente excitado  $\psi(2S)$  em colisões próton-próton. Uma importante motivação é a medida recente da colaboração LHCb da seção de choque em  $\sqrt{s} = 7$  TeV de estados finais exclusivos de dimuon, incluindo

o estado  $\psi(2S)$  [50]. Aquelas medidas foram realizadas em rapidez frontal  $2.0 \leq \eta_{\mu\pm} \leq 4.5$ , o que corresponde a variável de Bjorken- $x$  suficientemente pequena  $x \approx 5 \times 10^{-6}$ . O formalismo teórico considerado na presente investigação é, novamente, o formalismo de dipolos do cone de luz, onde a flutuação  $c\bar{c}$  (dipolo de cor) do fóton quase-real entrando interage com o núcleon alvo via seção de choque de dipolo e o resultado é projetado na função de onda do hádron observado. Em altas energias, a transição do regime descrito pela dinâmica linear da cadeia de emissões, para um novo regime onde o processo físico de recombinação de pártons torna-se importante é esperado. Tal regime de energia é caracterizado pela limitação do máximo espaço de fase da densidade partônica, que pode ser alcançada na função de onda hadrônica: o fenômeno de saturação partônica. A transição é definida pela escala de saturação  $Q_{\text{sat}} \propto x^\lambda$ .

Portanto, a investigação teórica dos mésons  $J/\psi$  e  $\psi(2S)$  pode lançar luz nas restrições experimentais da seção de choque de dipolo e nos modelos fenomenológicos baseados na ideia da saturação partônica. Neste sentido, na Ref. [51] investigamos a fotoprodução de mésons radialmente excitados em colisões relativísticas de íons pesados. A fotoprodução exclusiva de  $\psi(2S)$  foi analisada, avaliando as contribuições coerente e incoerente do referido processo. A aproximação fornece uma descrição razoável dos dados da colaboração ALICE [48, 49] da produção de  $J/\psi$  em colisões PbPb em 2.76 TeV e previsões são apresentadas para o estado  $\psi(2S)$ .

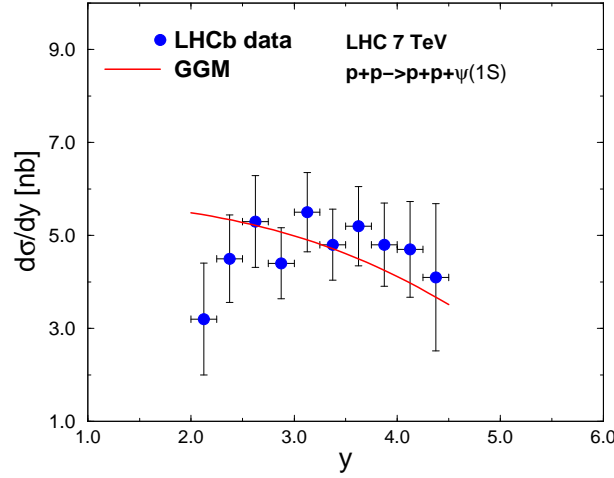
O objetivo aqui é duplo. Primeiro, apresentamos as previsões para a fotoprodução de  $J/\psi$  e seu estado excitado em colisões próton-próton em LHC dentro do mesmo formalismo fenomenológico. Este fato é completamente novo, como grande parte das previsões na literatura preocupa-se apenas com o estado  $J/\Psi$ . Segundo, investigamos a sensibilidade dos dados recentes do LHCb à dinâmica de pequeno- $x$  presente no modelo fenomenológico considerado para a seção de choque de dipolo. Como já mencionado, a função de onda do estado  $\psi(2S)$  apresenta nós, comparada ao estado 1S. Este fato torna a amplitude da produção sensível a configurações de dipolo de tamanho grande e, portanto, é explorada a região de transição entre o comportamento de transparência de cor,  $\sigma_{dip} \propto r^2$ , para a região suave não-perturbativa. Nos modelos de saturação, tal transição é dirigida pela escala de saturação, e esta é a clara vantagem do modelo fenomenológico considerado aqui.

### 4.3.1 Fotoprodução exclusiva de mésons em colisões próton-próton

A distribuição de rapidez  $y$  para a fotoprodução de charmonia, isto é, estados  $J/\psi$  e  $\psi(2S)$ , em colisões próton-próton pode ser escrita como,

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dy}(pp \rightarrow p \otimes \psi \otimes p) &= S_{gap}^2 \left[ \omega \frac{dN_\gamma}{d\omega} \sigma(\gamma p \rightarrow \psi(nS) + p) \right. \\ &\quad \left. + (y \rightarrow -y) \right], \end{aligned} \quad (4.27)$$

onde  $\otimes$  representa a presença de um gap de rapidez. O estado produzido, com massa  $m_V$  tem rapidez  $y \simeq \ln(2\omega/m_V)$  e o quadrado da energia de centro de massa  $\gamma p$  é dado  $W_{\gamma p}^2 \simeq 2\omega\sqrt{s}$ . As correções absorptivas devido as interações entre os dois hádrons são representadas pelo fator  $S_{gap}$ .



**Fig. 4.9:** (Color online) Distribuição de rapidez da produção exclusiva do méson  $J/\psi$  na região frontal, em  $\sqrt{s} = 7$  TeV em colisões próton-próton em LHC. A predição teórica é representada pela curva sólida. Dados da colaboração LHCb [50].

Assumindo a aproximação razoável da dependência em  $t$  para a seção de choque elementar ser  $\mathcal{A}_{q\bar{q}} \propto \exp(-B_V|t|/2)$ , a seção de choque para a produção exclusiva de charmonia fora do núcleo alvo é dada por,

$$\sigma_{\gamma^*p \rightarrow Vp}(s, Q^2) = \frac{1}{16\pi B_V} \left| \mathcal{A}(x, Q^2, \Delta = 0) \right|^2, \quad (4.28)$$

onde  $B_V$  é o parâmetro de inclinação (slope) difrativo da reação  $\gamma^*p \rightarrow Vp$ . Aqui, consideramos a dependência em energia do parâmetro de slope usando a expressão motivada por Regge  $B_V(W_{\gamma p}) = b_{el}^V + 2\alpha' \log\left(\frac{W_{\gamma p}}{W_0}\right)^2$  com  $\alpha' = 0.25 \text{ GeV}^{-2}$  e  $W_0 = 95 \text{ GeV}$ . São usados os slopes medidos [42] para  $J/\psi$  e  $\psi(2S)$  em  $W_{\gamma p} = 90 \text{ GeV}$ , isto é  $b_{el}^{J/\psi} = 4.99 \pm 0.41 \text{ GeV}^{-2}$  e  $b_{el}^{\psi(2S)} = 4.31 \pm 0.73 \text{ GeV}^{-2}$ , respectivamente. Em nossas avaliações numéricas, as correções relacionadas ao efeito de assimetria (skewness) segundo o qual os glúons provenientes do par  $q\bar{q}$  podem portar diferentes frações de momentum  $x, x'$  do próton e a parte real da amplitude são levadas em consideração corretamente [53]. Para a massa do quark, usamos o valor  $m_c = 1.4 \text{ GeV}$ .

As funções de onda utilizadas são as mesmas apresentadas previamente para o caso de interações núcleo-núcleo, assim como os modelos para seção de choque de dipolo.

### 4.3.2 Resultados

Primeiramente, comparamos a presente aproximação teórica aos dados do estado  $J/\psi$  medidos pela colaboração LHCb em energia de 7 TeV em colisões próton-próton na região frontal  $2.0 < \eta_{\pm} < 4.5$  [50]. A seguir, assumimos o valor médio  $S_{gap}^2 = 0.8$  para o fator de absorção, apesar dele depender da rapidez, como mostrado na Ref. [62]. As correções absorptivas considerando o reespalhamento elástico foram calculadas para colisões  $pp$  em [62] e têm o valor  $S_{gap}^2(y = 0) = 0.85$  e  $S_{gap}^2(y = 3) = 0.75$ , respectivamente.

Na Fig. 4.9 os cálculos numéricos (nomeados GGM e representados pela curva sólida) são mostrados para a distribuição de rapidez do estado  $J/\psi$  dentro do formalismo de dipolos de cor, Eqs. (4.27) e (4.28) [63]. A normalização relativa e o comportamento global na rapidez são bem reproduzidos no regime frontal.

Na Fig. 4.10 a distribuição de rapidez completa, incluindo a região de rapidez média e para trás, é apresentada para os estados  $J/\psi$  e  $\psi(2S)$  (curva sólida e tracejada, respectivamente). A seção de choque do  $J/\psi$  em rapidez central é  $\frac{d\sigma}{dy}(y=0) = 5.8$  nb. Obtemos  $\sigma(pp \rightarrow p + J/\psi + p) \times \text{Br}(J/\psi \rightarrow \mu^+\mu^-) = 698$  pb para o méson com rapidez entre 2 e 4.5. Após corrigir esse resultado pelo fator de aceitação, a fim de converter a predição em termos da pseudorapidez do múons, tomamos  $\sigma_{pp \rightarrow J/\psi(\rightarrow \mu^+\mu^-)}(2.0 < \eta_{\mu^\pm} < 4.5) = 298$  pb. O que está em bom acordo com o resultado experimental  $\sigma_{pp \rightarrow J/\psi(\rightarrow \mu^+\mu^-)}(2.0 < \eta_{\mu^\pm} < 4.5) = 307 \pm 42$  pb [50] (somando erros em quadratura). Agora, analisamos a produção exclusiva dos mésons radialmente excitados  $\psi(2S)$ .

Na Fig. 4.10 mostramos a distribuição de rapidez para tal estado do méson (linha tracejada) o qual dá uma seção de choque  $\frac{d\sigma}{dy}(y=0) = 0.94$  nb em rapidez central. É obtido  $\sigma(pp \rightarrow p + \psi(2S) + p) \times \text{Br}(\psi(2S) \rightarrow \mu^+\mu^-) = 18$  pb para rapidez  $2.0 < y < 4.5$ . Portanto, agora prevemos  $\sigma_{pp \rightarrow \psi(2S)(\rightarrow \mu^+\mu^-)}(2.0 < \eta_{\mu^\pm} < 4.5) = 7.7$  pb comparado a  $\sigma_{pp \rightarrow \psi(2S)(\rightarrow \mu^+\mu^-)}(2.0 < \eta_{\mu^\pm} < 4.5) = 7.8 \pm 1.6$  pb medido por LHCb [50]. Em rapidez média, obtemos a razão  $[\psi(2S)/J/\psi]_{y=0} = 0.16$  e tomando a seção de choque integrada para  $2.0 < y < 4.5$  temos  $[\psi(2S)/J/\psi]_{2 < y < 4.5} = 0.18$ . O último valor da razão é fortemente consistente com a determinação de LHCb  $[\psi(2S)/J/\psi](2.0 < \eta_{\mu^\pm} < 4.5) = 0.19 \pm 0.04$ .

A Tab. 4.2 mostra os resultados obtidos nas regiões consideradas de rapidez.

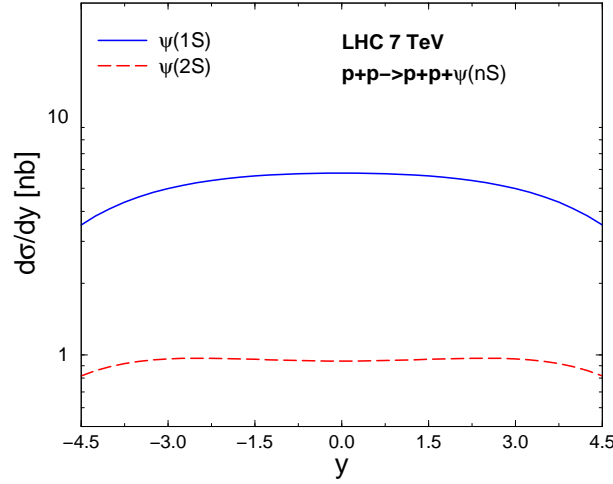
Região de rapidez	$J/\Psi$	$\Psi(2S)$	$\Psi(2S)/J/\Psi$
$y = 0$	$d\sigma/dy = 5, 8nb$	$d\sigma/dy = 0, 94nb$	0,16
$2.0 < y < 4.5$	$\sigma_{pp \rightarrow J/\psi(\rightarrow \mu^+\mu^-)} = 298$ pb	$\sigma_{pp \rightarrow \psi(2S)(\rightarrow \mu^+\mu^-)} = 7.7$ pb	0,18*

Tab. 4.2: Resultados.

\* A razão  $\psi(2S)/J/\psi$  em rapidez frontal é obtida combinado a fração da largura do decaimento do méson em dois múons com os fatores de aceitação determinados por STARLIGHT.

É oportuno comparar nossos resultados à aproximações teóricas similares na literatura. Os valores obtidos para a seção de choque integrada para a produção exclusiva de  $J/\psi$  são consistentes com outros cálculos usando o formalismo de dipolos [53, 64] e com o resultado de Starlight [65] e SuperChic [66]. No caso do estado  $\psi(2S)$  nossa predição está em acordo com o resultado de Starlight, o qual é  $\sigma_{pp \rightarrow \psi(2S)(\rightarrow \mu^+\mu^-)}^{\text{STARLIGHT}} = 6.1$  pb. Por outro lado, nossos resultados são de, aproximadamente, um fator 2 abaixo do valor encontrado na Ref. [62], o qual considera a fatorização- $k_\perp$ .

A complexidade do modelo fenomenológico considerado aqui poderia tornar obscura sua conexão à dinâmica QCD. A principal dependência sendo provada na produção exclusiva de mésons vetoriais em colisões  $pp$  é o comportamento em energia da seção de choque de fotoprodução (dado que o fluxo de fótons é bem conhecido). Os dados de LHCb cobrem uma ordem de magnitude da energia de centro de massa fóton-próton acima do regime típico de



**Fig. 4.10:** *Predições teóricas para a distribuição de rapidez da produção exclusiva dos mésons  $J/\psi$  (curva sólida) e  $\psi(2S)$  (curva tracejada) em  $\sqrt{s} = 7$  TeV em colisões próton-próton em LHC.*

DESY-HERA.

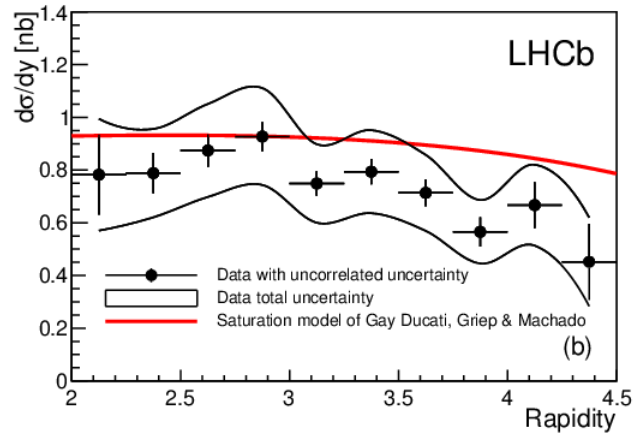
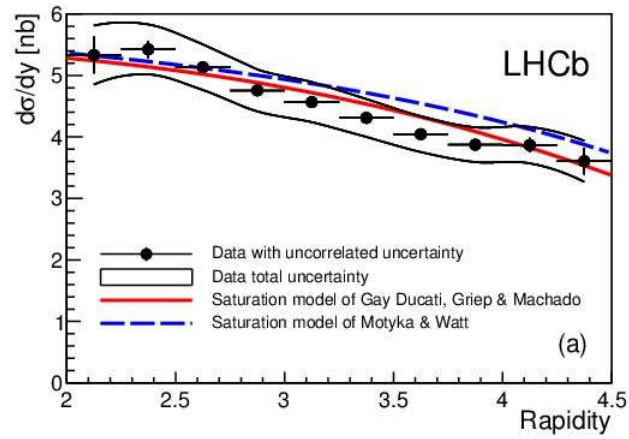
Tal extrapolação é completamente dirigida pela dinâmica QCD em pequeno- $x$ , envolvida na seção de choque de dipolos em nossa análise. Isto é diretamente traduzido dentro da dependência em rapidez da seção de choque  $pp$ . Os outros inputs, como os parâmetros na função de onda, parte real e correções de skewness e efeitos de absorção são considerados apenas para a normalização geral. É importante mencionar que nossas predições têm parâmetros livres. Os inputs na função de onda do méson são determinados pelas suas condições de normalização. Os parâmetros fenomenológicos na seção de choque de dipolo foram determinados por um ajuste aos dados de DESY-HERA para a função de estrutura do próton  $F_2$  em pequeno- $x$  [57] e testados em processos exclusivos em energias de DESY-HERA [54, 64].

Finalmente, realizamos predições para a próxima tomada de dados do LHC no modo próton-próton. Encontramos  $\frac{d\sigma_{J/\psi}}{dy} = 6.2$  nb e 7.9 nb para rapidez central em energias de 8 e 14 TeV, respectivamente. Para o estado  $\psi(2S)$  a extrapolação dá  $\frac{d\sigma_{\psi(2S)}}{dy} = 1.0$  nb e 1.4 nb para as mesmas energias em rapidez central. Os valores encontrados estão abaixo daqueles preditos pela aproximação  $k_{\perp}$  [62], que são  $\frac{d\sigma_{J/\psi}}{dy} \simeq 11$  nb e  $\frac{d\sigma_{\psi(2S)}}{dy} \simeq 2$  nb para energia de 14 TeV em rapidez central.

A Fig. 4.11 mostra uma comparação de nossas predições para a produção dos mésons  $J/\Psi$  e  $\Psi(2S)$  com dados de LHCb, apresentada na Ref. [67]. Em ambos os casos, um bom acordo com os dados é verificado.

## 4.4 Conclusão

Neste capítulo abordamos a produção coerente e incoerente de mésons  $J/\Psi$  e  $\Psi(2S)$  em colisões PbPb e pp, em energias de 2,76 TeV e 7 TeV, respectivamente. As predições apresentadas para a produção coerente e incoerente do méson  $J/\Psi$  em interações PbPb



**Fig. 4.11:** Distribuição de rapidez da produção de  $J/\Psi$  (superior) e  $\Psi(2S)$  (inferior) comparada com dados da colaboração LHCb. Figura retirada de [67].

estão em razoável acordo com os dados experimentais, sendo que a opção de sombreamento moderado é mais adequada na descrição dos dados da colaboração ALICE. As previsões para a produção do méson  $\Psi(2S)$  são as primeiras apresentadas na literatura. Para o caso de colisões pp, as previsões estão em bom acordo com os dados experimentais da colaboração LHCb, assim como a razão  $J/\Psi/\Psi(2S)$  encontrada é fortemente consistente com a determinação de LHCb. No capítulo seguinte, abordamos o processo Drell-Yan, o qual, assim como a produção de mésons, é importante para estudar a física de pequeno -  $x$ .

## Capítulo 5

# Produção de diléptons no limite de altas energias

Assim como o DIS, a produção de pares de léptons com grande massa invariante em colisões hadrônicas também pode ser usada para estudar a estrutura dos hádrons. Os conceitos do modelo de pártons utilizados no DIS, podem ser aplicados a outros tipos de colisões hadrônicas, como por exemplo, o processo Drell-Yan (DY). Este capítulo trata do processo Drell-Yan a partir do modelo de dipolos (a revisão teórica associada segue as Refs. [68], [69] e [70]) e apresentamos previsões para a produção de diléptons de baixa massa.

### 5.1 O Processo Drell-Yan

No processo Drell-Yan, em mais baixa ordem, dois hádrons colidem e um quark proveniente de um dos hádrons aniquila um antiquark do outro hádron gerando um fóton que, por sua vez, flutua em um par de léptons, conforme mostrado na Fig.5.1.

A escala do processo DY é a massa invariante do par de léptons no estado final, a qual corresponde ao momentum transferido no processo, enquanto que no DIS, a escala é o momentum transferido  $Q^2$ . Assim, para o processo DY,

$$M^2 = q^2 > 0 \quad (5.1)$$

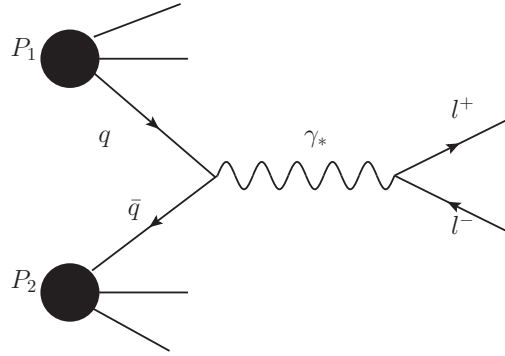
onde  $q^\mu$  é o quadrimomentum do fóton virtual. O quadrado da energia de centro de massa dos hádrons colidindo é dado por:

$$s = (P_1 + P_2)^2 \quad (5.2)$$

onde  $P_1$  e  $P_2$  são os quadrimomenta do hádron 1 e do hádron 2, respectivamente. Uma variável útil para trabalhar com processos DY com alvo fixo é a fração de momentum longitudinal total,  $x_F$ , conhecida como  $x$  de Feynman, definida como:

$$x_F = \frac{2p_L}{\sqrt{s}} \approx x_1 - x_2 \quad (5.3)$$





**Fig. 5.1:** *Processo Drell-Yan em mais baixa ordem em QCD.*

onde  $p_L$  é o momentum longitudinal do par de léptons, no referencial de centro de massa hádron-hádron, e  $x_1$  e  $x_2$  são as frações de momentum total portadas pelos pártons. Assim:

$$p_1 = x_1 P_1 \quad (5.4)$$

e

$$p_2 = x_2 P_2 \quad (5.5)$$

onde  $p_1$  e  $p_2$  são os momenta portados pelos pártons. Assim, podemos escrever:

$$x_1 = \frac{2P_2 \cdot q}{s} \quad (5.6)$$

e

$$x_2 = \frac{2P_1 \cdot q}{s} \quad (5.7)$$

Além disso, as variáveis  $x_1$  e  $x_2$  estão relacionadas por:

$$\tau = x_1 x_2 = \frac{M^2}{s} \quad (5.8)$$

onde o momentum transversal do fóton virtual foi desprezado.

As frações de momentum portadas pelos pártons que contribuem para a seção de choque em ordem dominante (LO), podem ser expressas em termos da variável rapidez do par e na variável de escalamento  $\tau$ , como

$$x_1 = \sqrt{\tau} e^y \quad (5.9)$$

e

$$x_2 = \sqrt{\tau} e^{-y} \quad (5.10)$$

A seção de choque partônica da Figura 5.1, é dada por:

$$\frac{d\hat{\sigma}}{dM^2} = \frac{4\pi\alpha_{em}^2\epsilon_i^2}{3N_cM^2}\delta(x_1x_2s - M^2) \quad (5.11)$$

onde  $\epsilon_i$  representa a fração de carga do próton portada de quark de sabor “i” e o fator  $N_c$  é número de cor. Incorporando a seção de choque partônica no meio hadrônico, temos:

$$\frac{d\sigma}{dM^2} = \int_0^1 dx_1 dx_2 \sum_i \{q_i(x_1, M^2)\bar{q}_i(x_2, M^2) + x_1 \leftrightarrow x_2\} \frac{d\hat{\sigma}}{dM^2} \quad (5.12)$$

onde  $q(x, M^2)$  e  $\bar{q}(x, M^2)$  são as funções de distribuição partônicas definidas no DIS e descrevem a probabilidade de encontrar um quark ou antiquark portando uma fração de momento  $x$  do hádron. Como no processo DY a escala é determinada pelo quadrado da massa invariante do par de léptons, as funções de distribuição partônicas passam a depender de  $M^2$ . A função  $\delta$  na equação 5.11 nos permite escrever a seção de choque na forma:

$$M^2 \frac{d\sigma}{d\tau} = \frac{4\pi\alpha_{em}^2}{3N_c} \int_0^1 dx_1 \sum_i \{q_i(x_1, M^2)\bar{q}_i(x_2, M^2) + x_1 \leftrightarrow x_2\} \quad (5.13)$$

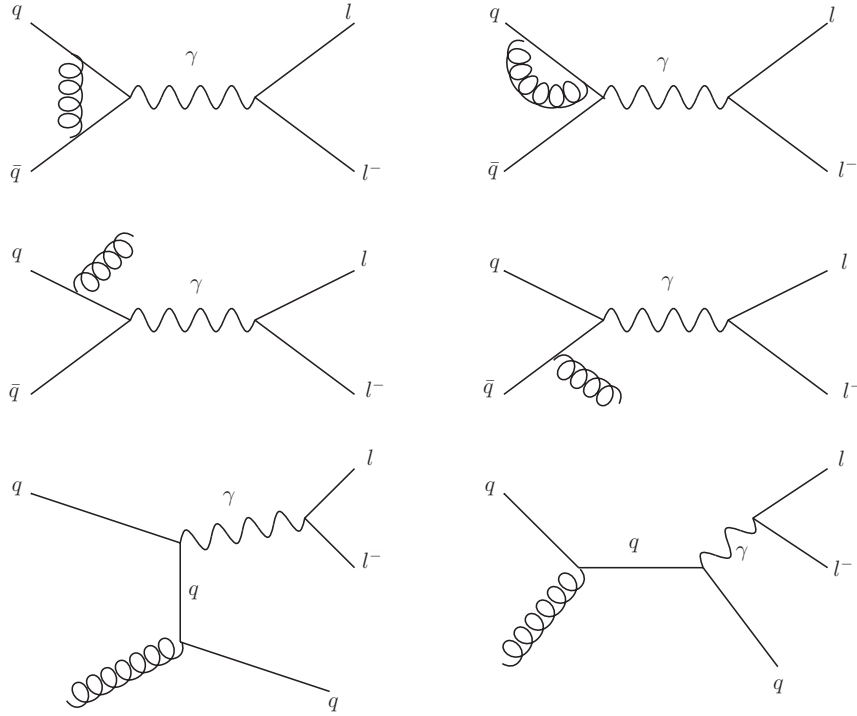
que explicita o escalamento da seção de choque em termos de  $\tau$ .

O fato da seção de choque depender de  $\tau$  e não de  $M^2$  e  $s$  separadamente (propriedade de escalamento [71, 72]), concorda com o mecanismo ilustrado na Figura 5.1. Entretanto, algumas características da produção DY não podem ser compreendidas na ordem mais baixa do processo. São estas:

- Os dados experimentais mostram-se acima (por um fator de 2 a 3) dos valores encontrados ao calcular as seções de choque diretamente de 5.13, mostrando que mais altas ordens do processo devem ser consideradas. Estas ordens mais altas podem ser inseridas através de um fator constante K, o qual independe de  $M^2$  e  $x$ , mas dependente da energia.
- Os experimentos também apresentam fótons com grande momentum transversal (da ordem de alguns  $GeV$ ). Entretanto, não existem partons iniciais com momentum transversal no modelo de partons simples. Fenomenologicamente, uma distribuição em momentum transversal, usualmente gaussiana, pode ser usada para descrever o pequeno momentum transversal dos quarks [73, 74].

As correções de primeira ordem em QCD podem ser usadas para resolver estes problemas, como exemplo, para o subprocesso partônico mostradas na Fig.5.2. A primeira linha da figura contém as correções virtuais ao propagador de quarks e ao vértice. A segunda linha apresenta os processos onde o quark ou o antiquark emite um glúon antes da aniquilação ( $q\bar{q} \rightarrow g\gamma^*$ ). Devido a radiação do glúon, o quark adquire momentum transversal ( $p_T$ ) [73, 74, 75]. A última linha mostra os diagramas para o processo Compton ( $qg \rightarrow q\gamma^*$ ), onde o quark interage com um glúon e emite um fóton, o qual é dominante na região cinemática onde o par de léptons possui grande  $p_T$ .

As correções de primeira ordem solucionam vários aspectos fenomenológicos do DY, as quais explicam como o  $p_T$  do dilépton é produzido e descreve o comportamento do fator K [76]. Entretanto, o espectro de momentum transversal não é completamente descrito, sendo,



**Fig. 5.2:** Correções QCD em primeira ordem para o processo  $DY$

portanto, necessário investigar as modificações dos resultados devido as correções de mais altas ordens.

Os resultados teóricos concordam com os dados somente para  $p_T^2 \sim M^2$ , e divergem para  $p_T^2 \rightarrow 0$ ,

$$\frac{d\sigma}{dp_T^2} \propto \frac{\alpha_s(p_T^2)}{p_T^4} \quad (5.14)$$

enquanto o resultado experimental é, obviamente, finito. A razão para este comportamento é que grandes logaritmos  $\ln M^2/p_T^2$  ocorrem em correções de altas ordens e deve-se ressomar todos esses termos. Isto é possível dentro da QCD perturbativa [77, 78, 79], por uma ressonância dos glúons suaves irradiados do quark e do antiquark, respectivamente. O resultado indica que quase nenhum momento transversal intrínseco é necessário e que praticamente todo  $p_T$  é gerado perturbativamente [80].

Esta divergência está associada à expansão perturbativa na solução da seção de choque, tal que para pequeno  $p_T$  esta deixa de ser válida e uma ressonância de termos da expansão se faz necessária. A seção de choque na região  $p_T^2 \ll M^2$  é dominada por contribuições de logaritmo dominante na forma [81, 68]:

$$\frac{d\sigma}{dp_T^2} \propto \frac{1}{p_T^2} \sum_{i=1} \left[ \alpha_s \ln \left( \frac{M^2}{p_T^2} \right) \right]^i \quad (5.15)$$

onde  $\alpha_s$  é calculada na escala  $M^2$ . Esta série é efetivamente uma expansão em  $\alpha_s \ln(M^2/p_T^2)$ , em vez de  $\alpha_s$  e verificamos uma divergência para  $p_T \rightarrow 0$

Collins, Soper e Sterman [78] desenvolveram um formalismo no qual os logaritmos dominantes e não dominantes na seção de choque (5.15) são considerados, de forma a descrever a distribuição em momentum transverso do DY. Neste formalismo, a seção de choque fica escrita como:

$$\frac{d\sigma}{dp_T^2 dM dy}(total) = \frac{d\sigma}{dp_T^2 dM dy}(ressom) + \frac{d\sigma}{dp_T^2 dM dy}(pert) - \frac{d\sigma}{dp_T^2 dM dy}(assin) \quad (5.16)$$

Os termos divergentes quando  $p_T \rightarrow 0$  são controlados por uma parte que contém os termos da série ressomados, de forma que, para pequeno momentum transverso, o termo  $\frac{d\sigma}{dp_T^2 dM dy}(ressom)$  descreve a distribuição de momentum transverso. O comportamento divergente da série perturbativa para pequeno  $p_T$ , passa a ser controlado pelo termo assintótico.

Assim, para pequeno  $p_T$  as contribuições perturbativa e assintótica se cancelam, de modo que a contribuição de ressonância representa a seção de choque; para grande  $p_T$  as contribuições de ressonância e assintótica se cancelam e a distribuição em  $p_T$  é descrita pela parte perturbativa. Para muito alto  $p_T$  apenas a parte perturbativa deve ser considerada, visto que a parte de ressonância contém todas as ordens, enquanto a parte assintótica contém apenas termos até segunda ordem, de forma que as contribuições não se cancelam neste caso. O formalismo acima descrito apresenta bom acordo com os dados [82].

## 5.2 Formalismo de dipolos para o DY

Nas regiões cinemáticas disponíveis nos atuais aceleradores, os efeitos de saturação podem ser melhor compreendidos. Nestas regiões, a produção de dilétons massivos em colisões hadrônicas (processo DY) pode ser utilizada para investigar o limite de alta densidade partônica, visto que este processo é uma prova clara da distribuição de glúons através do processo Compton da QCD. O formalismo adequado para trabalhar com efeitos de saturação e efeitos nucleares é o formalismo de dipolos, o qual é formulado no referencial de repouso do alvo, onde o DY é visto como o bremsstrahlung de um fóton virtual emitindo um par de léptons, como mostra a Fig.5.3.

No formalismo de dipolos, a seção de choque para a radiação de um fóton virtual a partir de um quark espalhando em um nucleon (N) pode ser escrita como [83]:

$$\frac{d\sigma_{T,L}(qN \rightarrow \gamma^* X)}{d \ln \alpha} \int d^2 r_{\perp} |\Psi_{\gamma^* q}^{T,L}(\alpha, r_{\perp})|^2 \sigma_{dip}(\alpha r_{\perp}) \quad (5.17)$$

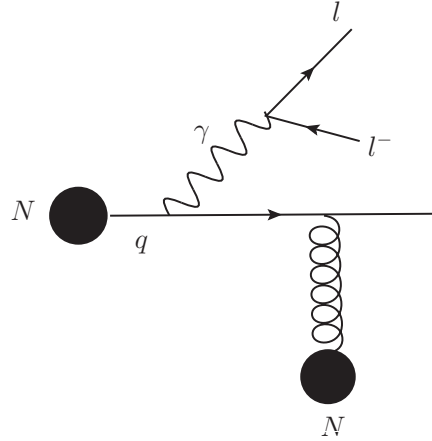
sendo que as funções de onda são dadas por [83]:

$$|\Psi_{\gamma^* q}^{T,L}(\alpha, \vec{\rho})|^2 = |\Psi_{\gamma^* q}^T(\alpha, \vec{\rho})|^2 + |\Psi_{\gamma^* q}^L(\alpha, \vec{\rho})|^2, \quad (5.18)$$

$$|\Psi_{\gamma^* q}^T(\alpha, \vec{\rho})|^2 = \frac{\alpha_{em}}{\pi^2} \{m_f^2 \alpha^4 K_0^2(\eta\rho) + [1 + 1 - \alpha] \eta K_1^2(\eta\rho)\}, \quad (5.19)$$

$$|\Psi_{\gamma^* q}^L(\alpha, \vec{\rho})|^2 = \frac{2\alpha_{em}}{\pi^2} M^2 (1 - \alpha) K_0^2(\eta\rho), \quad (5.20)$$

onde  $\sigma_{dip}$  é a mesma seção de choque de dipolo do DIS,  $r_{\perp}$  é a separação transversa fóton-quark, e o argumento da seção de choque de dipolo,  $\alpha r_{\perp}$ , é o deslocamento do quark do



**Fig. 5.3:** Um quark ou antiquark do projétil espalha com o campo de cor do alvo e irradia um fóton (antes ou depois do espalhamento), o qual flutua em um par de léptons.

projétil no espaço de parâmetro de impacto devido a radiação do fóton virtual, diferentemente do caso do DIS, onde a separação do dipolo é simplesmente  $r_{\perp}$ .

Apesar de não haver, fisicamente, dipolo neste caso, a seção de choque de dipolo surge da amplitude quadrada da matriz de espalhamento de cada diagrama e da interferência dos dois diagramas de bremsstrahlung [84].

Uma grande vantagem do formalismo de dipolos é o fato da distribuição de momentum transversal ser finita para pequeno  $p_T \rightarrow 0$ , mesmo em ordem dominante, característica associada com a saturação existente na seção de choque de dipolo.

No formalismo de dipolos, a distribuição de momentum transversal DY é dada por [85]:

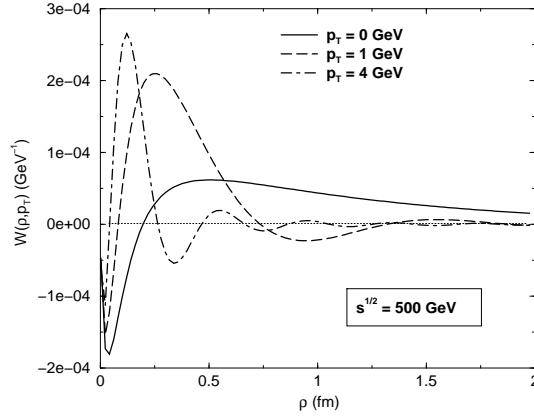
$$\begin{aligned} \frac{d^3\sigma(pp \rightarrow l^+l^- X)}{dydM^2dp_T^2} &= \frac{\alpha_{em}}{3M^2} x_1 \int_{x_1}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha} \sum_{q=1}^{N_f} e_q^2 \left[ q \left( \frac{x_1}{\alpha} \right) + \bar{q} \left( \frac{x_1}{\alpha} \right) \right] \\ &\times \int d^2r_{\perp} d^2r'_{\perp} e^{i\vec{p}_T(\vec{r}_{\perp} - \vec{r}'_{\perp})} [\psi_{\gamma^*q}^T(\alpha, r_{\perp}) \Psi_{\gamma^*q}^{T*}(\alpha, r'_{\perp}) + \psi_{\gamma^*q}^L(\alpha, r_{\perp}) \Psi_{\gamma^*q}^{L*}(\alpha, r'_{\perp})] \\ &\times \frac{1}{2} [\sigma_{dip}(x, \alpha r_{\perp}) + \sigma_{dip}(x, \alpha r'_{\perp}) - \sigma_{dip}(x, \alpha |\vec{r}_{\perp} - \vec{r}'_{\perp}|)] \end{aligned} \quad (5.21)$$

Três, das quatro integrais da expressão (5.21) podem ser resolvidas analiticamente, tendo como resultado [86]:

$$\frac{d\sigma^{DY}}{dM^2 dx^F dp_T^2} = \frac{\alpha_{em}^2}{6\pi^3 M^2} \frac{1}{(x_1 + x_2)} \int d\rho W(\rho, p_T) \sigma_{dip}(\rho) \quad (5.22)$$

sendo a função peso  $W(\rho, p_T)$ , dada por:

$$\begin{aligned} W(\rho, p_T) &= \int_{x_1}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha} \sum_{q=1}^{N_f} e_q^2 \left[ q \left( \frac{x_1}{\alpha} \right) + \bar{q} \left( \frac{x_1}{\alpha} \right) \right] \\ &\times \left\{ [m_q^2 \alpha^4 + 2M^2(1 - \alpha)^2] \left[ \frac{1}{p_T^2 + \eta^2} T_1(\rho) - \frac{1}{4\eta} T_2(\rho) \right] \right\} \end{aligned}$$



**Fig. 5.4:** A função peso  $W(\rho, p_T)$  em termos de  $\rho$ , para diferentes valores de  $p_T$  [85].

$$+[1 + (1 - \alpha)^2] \left[ \frac{\eta P_T}{p_T^2 + \eta^2} T_3(\rho) - \frac{T_1(\rho)}{2} + \frac{\eta}{4} T_2(\rho) \right] \quad (5.24)$$

com

$$T_1(\rho) = \rho J_0(p_T \rho / \alpha) K_0(\eta \rho / \alpha) / \alpha \quad (5.25)$$

$$T_2(\rho) = \rho^2 J_0(p_T \rho / \alpha) K_1(\eta \rho / \alpha) / \alpha^2 \quad (5.26)$$

$$T_3(\rho) = \rho J_1(p_T \rho / \alpha) K_1(\eta \rho / \alpha) / \alpha \quad (5.27)$$

As funções de Bessel  $J_i$  governam o comportamento de  $W(\rho, p_T)$  em função de  $\rho$ . Como mostra a Figura 5.4, para grande  $p_T$  os dipolos de grande separação são suprimidos. Se  $p_T$  decresce, dipolos com grande  $\rho$  tornam-se significativos. Para  $p_T = 0$  a função  $W(\rho, p_T)$  seleciona grandes dipolos (mais significativos para maior energia). Portanto, o setor não perturbativo do processo governa o regime de pequeno  $p_T$ , enquanto o comportamento para grande  $p_T$  é quase completamente dominado por dipolos de pequeno  $\rho$ .

### 5.3 A seção de choque de dipolo

Nas seções anteriores expressamos as seções de choque do DIS e do DY em função da seção de choque de dipolo. Portanto, a  $\sigma_{dip}$  é uma quantidade necessária para o cálculo dessas seções de choque. A seção de choque de dipolo é de interesse não apenas em DIS e DY, mas também em outros processos, como por exemplo, o espalhamento pión - próton.

Neste caso, a função de onda do pión na representação espacial  $\Psi_\pi(\rho)$  dá a probabilidade de encontrar um par quark - antiquark com uma dada separação transversa dentro do pión.

Entretanto, a seção de choque de dipolo é amplamente desconhecida, podendo ser expressa em termos da densidade de glúons, apenas em pequenas distâncias  $\rho$ . Contudo, existem diversas parametrizações disponíveis na literatura, as quais descrevem  $\sigma_{q\bar{q}}(\rho)$ , sem considerar explicitamente a evolução QCD da densidade de glúons. Uma delas é a parametrização fornecida pelo modelo de saturação de Golec - Biernat e Wusthoff (GBW) [87, 88], dada por

$$\sigma_{q\bar{q}}(x, \rho) = \sigma_0 \left[ 1 - \exp \left( -\frac{\rho^2 Q_0^2}{4(x/x_0)^\lambda} \right) \right] \quad (5.28)$$

onde  $Q_{sat} = (x/x_0)^\lambda$  é a escala de saturação,  $Q_0 = 1 \text{ GeV}$  e os parâmetros  $\sigma_0 = 23.03 \text{ mb}$ ,  $x_0 = 0.0003$  e  $\lambda = 0.288$  são fixados. Esta seção de choque de dipolo decresce em pequenas distâncias  $\propto \rho^2$  (transparência de cor) e satura em grandes separações.

## 5.4 Um estudo da produção Drell-Yan de baixa massa em CERN LHC no formalismo de dipolos

As seções de choque para produzir pares de léptons pelo processo Drell-Yan (DY), obedecem a propriedade de fatorização e são finitas em primeira ordem em teoria de perturbação, em momento transverso suficientemente grande,  $p_T$ . Por outro lado, existe um amplo programa de investigação tratando a região de baixo  $p_T$ , como uma aproximação convencional de fatorização que dá resultados divergentes para  $p_T \rightarrow 0$ . O estudo da seção de choque DY, com diléptons portando grandes valores de momentum transverso, tem longa história e está relacionado ao espalhamento profundamente inelástico (DIS), produção de fóton direto e produção de jatos, como uma importante prova da dinâmica de hádron em curta distância. Além de ajudar a restringir as funções distribuição de pártons (PDFs) nos núcleons, o grande apelo da produção de diléptons em processos DY em alvos nucleares é que eles são provas sem cor da dinâmica de quarks e glúons. Isto é, eles escapam ilesos através do meio colorido da colisão de alta energia. Assim, os diléptons podem ser uma prova eficaz do estado inicial da matéria criado em colisões de íons pesados, visto que eles interagem com o meio apenas eletromagneticamente e, portanto, fornecem uma base para a interpretação dos modelos de jet-quenching. Neste sentido, foi mostrado [68, 89] que aquelas provas eletromagnéticas são cruciais para determinar a física dominante na região frontal em RHIC e LHC.

Foi mostrado [90] que ambos os processos, produção direta de fóton e produção de par de dilépton Drell-Yan podem ser descritos dentro da mesma abordagem de dipolo de cor, sem nenhum parâmetro livre. Tal formalismo, desenvolvido em [91] para o caso das seções de choque total e difrativa, pode também ser aplicado à radiação [92, 83]. No referencial de repouso do alvo, o processo DY parece um bremsstrahlung [93] de um fóton massivo a partir de um quark entrando. Os fótons podem ser emitidos antes ou depois de um quark ser espalhado pelo próton. Embora no processo do bremsstrahlung eletromagnético por um quark, não haja a participação de um dipolo físico, a seção de choque pode ser expressa através da seção de choque de interação  $\sigma_{dip}$  de um dipolo  $q\bar{q}$  [93].

A relação entre este formalismo e a usual fatorização colinear pQCD foi estudada em detalhes na in Ref. [94]. O formalismo de dipolos oferece um caminho simples para calcular a distribuição de momentum transverso em processos DY, mesmo na região de baixo- $p_T$ . A fenomenologia correspondente a investigação do papel desempenhado nas abordagens de altas energias na distribuição  $p_T$  em DY foi investigada muito antes na Ref. [85]. Resultados de ordem  $\alpha_s$  no modelo de pártons não podem ser diretamente comparados a tal aproximação, visto que ela não é uma expansão num parâmetro específico. As contribuições de gráficos de mais alta ordem, aumentam por um fator  $\ln(1/x_2)$  e correções não perturbativas podem ser incluídas. Por exemplo, na Ref. [95], uma expansão twist em potências de  $\left(\frac{Q_{\text{sat}}}{M_{\ell\ell}}\right)^2$  ( $Q_{\text{sat}}$  é a escala de saturação e  $M_{\ell\ell}$  é a massa invariante do dilépton) foi desenvolvida. Foi mostrado que twist dominante é uma boa aproximação para o resultado completo para massas  $M_{\ell\ell} \geq 6$  GeV. Recentemente, a seção de choque DY difrativa foi investigada em detalhes dentro do formalismo de dipolos [96]. O correspondente efeito de quebra de fatorização no DY difrativo conduz a propriedades muito distintas dos observáveis, comparado a cálculos baseados na fatorização QCD.

Nosso objetivo é investigar em detalhes a seção de choque DY de baixa massa em energias de LHC, usando a abordagem de dipolos de cor, discutindo diversos aspectos fenomenológicos. Focamos principalmente em rapidez frontal e em energias disponíveis em LHC.

### 5.4.1 Formalismo Teórico

Consideramos a produção Drell-Yan em colisões  $pp$  em altas energias, usando a aproximação de dipolos, a qual é adequada para processos de altas energias, isto é, pequeno  $x_2$ , e sua região de validade é esperada ser próxima de  $x_2 < 0.01$ . A produção DY de baixa massa certamente prova a física de pequeno- $x$ , especialmente o caso de rapidez frontal. Uma vantagem de tal aproximação é descrever razoavelmente a produção de fóton direto e a produção de diléptons no mesmo formalismo teórico e fornece seções de choque finitas no limite  $p_T \rightarrow 0$ . A distribuição de momentum transverso  $p_T$  do bremsstrahlung do fóton virtual nas interações quark-núcleon, integrada sobre o momentum transverso final do quark, foi derivada em [93] em termos do formalismo de dipolos,

$$\begin{aligned} \frac{d^3\sigma^{qN}(q \rightarrow q\gamma^*)}{d(\ln\alpha) d^2\vec{p}_T} &= \frac{1}{(2\pi)^2} \sum_{in,f} \sum_{L,T} \int d^2\vec{r}_1 d^2\vec{r}_2 e^{i\vec{p}_T \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)} \\ &\times \phi_{\gamma q}^{*T,L}(\alpha, \vec{r}_1) \phi_{\gamma q}^{T,L}(\alpha, \vec{r}_2) \\ &\times \left[ \frac{1}{2} (\sigma_{dip}(x_2, \alpha r_1) + \sigma_{dip}(x_2, \alpha r_2)) \right. \\ &\left. - \frac{1}{2} \sigma_{dip}(x_2, \alpha(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)) \right], \end{aligned} \quad (5.29)$$

onde  $\vec{r}_1$  e  $\vec{r}_2$  são as separações transversas quark-fóton nas duas amplitudes de radiação contribuindo para a seção de choque,  $\sigma_{dip}$ . O parâmetro  $\alpha$  é a fração de momentum do quark portada pelo fóton, e é a mesma em ambas as amplitudes, visto que a interação não altera a distribuição de momentum longitudinal. Na Eq. (5.29),  $T$  significa fótons transversos e  $L$  fótons longitudinais. A dependência em energia da seção de choque de dipolo, que vem



através da variável  $x_2 = 2(p_1 \cdot q)/s = (M_T/\sqrt{s}) e^{-y}$  (com  $M_T = \sqrt{M^2 + p_T^2}$ ), onde  $p_1$  é o quadrimomentum do projétil e  $q$  é o quadrimomentum do dilépton, é gerada pela radiação adicional de glúons que pode ser ressomada na aproximação de  $\ln(1/x)$  dominante.

Na Eq. (5.29) a função de onda do cone de luz do quark projétil da flutuação  $\gamma q$  foi decomposto em componentes transversa  $\phi_{\gamma q}^T(\alpha, \vec{r})$  e longitudinal  $\phi_{\gamma q}^L(\alpha, \vec{r})$  e uma média sobre a polarização inicial do quark e uma soma sobre os estados de polarização final do quark são realizadas. As expressões para as componentes  $T$  e  $L$  da função de onda são bem conhecidas em mais baixa ordem [93, 85]. A seção de choque hadrônica pode ser obtida da seção de choque partônica elementar Eq. (5.29) somando as contribuições dos quarks e antiquarks pesados com a correspondente função de distribuição partônica (PDFs),

$$\begin{aligned} \frac{d^4\sigma(pp \rightarrow \ell^+\ell^-X)}{dydM^2d^2\vec{p}_T} &= K_{\text{eff}} \frac{\alpha_{em}}{3\pi M^2} \int_{x_1}^1 \frac{d\alpha}{\alpha} F_2^p\left(\frac{x_1}{\alpha}, \mu^2\right) \\ &\times \frac{d\sigma^{qN}(q \rightarrow q\gamma^*)}{d(\ln\alpha) d^2\vec{p}_T}, \end{aligned} \quad (5.30)$$

onde as PDFs do projétil entraram em uma combinação que pode ser escrita em termos da função de estrutura do próton  $F_2^p$ , com  $x_1 = (M_T/\sqrt{s}) e^y$ . Para a escala dura  $\mu$  entrando na função de estrutura do próton na Eq. (5.30), tomamos  $\mu^2 = \beta[(1-x_1)M^2 + p_T^2]$  e a escala de energia da seção de choque de dipolo introduzida na Eq. (5.29) é dada pela variável  $x_2$ . A dependência da seção de choque na escolha da escala dura pode ser obtida variando o valor de  $\beta$  (o valor padrão é  $\beta = 1$ ). A quantidade  $K_{eff}$  leva em consideração as contribuições DY de mais alta ordem. Por simplicidade, tomamos a expressão [97]:

$$K_{\text{eff}}(\mu^2) = 1 + \frac{\alpha_s(\mu^2)}{2\pi} \left(1 + \frac{4}{3}\pi^2\right), \quad (5.31)$$

onde a constante de acoplamento variável (running) é calculada na escala  $\mu^2 = M^2$ .

Uma parte importante nos cálculos de dipolo de cor é a seção de choque de dipolo. Ela é teoricamente desconhecida, embora diversas parametrizações têm sido propostas. Aqui, consideramos algumas parametrizações analíticas que dependem da propriedade de escalamento geométrico. Neste caso, ela é uma função de uma variável de escalamento  $rQ_{sat}(x)$  onde  $Q_{sat}$  é a chamada escala de saturação, a qual define a escala de momentum transverso onde a física das recombinações partônicas é relevante e, em geral, é modelada como  $Q_{sat} \propto x^{-\lambda/2}$ . Uma característica comum nestes modelos é que para  $x$  decrescendo, a seção de choque de dipolo satura para dipolos de tamanho pequeno e, em pequeno  $r$ , como a QCD perturbativa implica,  $\sigma \sim r^2$  desaparece, isto é, o fenômeno de transparência de cor. Em uma forma geral, ela pode ser parametrizada como [98],

$$\sigma_{dip}(x, \vec{r}; \gamma) = \sigma_0 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{r^2 Q_{sat}^2}{4}\right)^{\gamma_{\text{eff}}}\right], \quad (5.32)$$

onde a quantidade  $\gamma_{\text{eff}}$  é a chamada dimensão anômala efetiva. Na parametrização GBW [98],  $\gamma_{\text{eff}} = 1$  e os parâmetros restantes são fitados a dados de DIS HERA em pequeno- $x$ . A escala de saturação é definida como  $Q_{sat}^2(x) = \left(\frac{x_0}{x}\right)^\lambda$ . Essa parametrização dá uma descrição bastante boa dos dados de DIS em  $x < 10^{-2}$ .

A principal diferença entre os distintos modelos fenomenológicos, usando parametrizações como a Eq. (5.32), vem do comportamento predito pela dimensão anômala, que determina a transição do regime não linear para o regime de escalamento geometricamente estendido, bem como do regime de escalamento geométrico estendido para o regime DGLAP. É o comportamento de  $\gamma$  que determina a queda da seção de choque hadrônica com o aumento de  $p_T$ . Diversos modelos na literatura consideram a forma geral  $\gamma_{\text{eff}} = \gamma_{\text{sat}} + \Delta(x, r; p_T)$ , onde  $\gamma_{\text{sat}}$  é a dimensão anômala na escala de saturação e  $\Delta$  simula o começo da região de escalamento geométrico e o regime DGLAP. A fim de levar em consideração esta possibilidade, também consideramos o modelo de saturação fenomenológico previamente apresentado, nomeado CGC [57].

Antes de calcular numericamente a seção de choque dada pela Eq. (5.30), discutiremos sobre o cálculo semi-analítico que é permitido na abordagem de dipolo de cor, na região de transparência de cor. Neste caso, uma expressão para a distribuição  $p_T$  pode ser escrita usando a Eq. (5.30) e as expressões para a distribuição de momentum transversal  $p_T$  do fóton do bremsstrahlung na interação quark-núcleon, Eq. (5.29). A equação explícita para a seção de choque diferencial DY, Eq. (5.30), é dada por:

$$\begin{aligned} \frac{d^4\sigma(pp \rightarrow \ell^+\ell^-X)}{dydM^2d^2\vec{p}_T} &= \frac{\alpha_{em}^2}{6\pi^3M^2} \int_{x_1}^1 \frac{d\alpha}{\alpha} F_2^p\left(\frac{x_1}{\alpha}, Q^2 = \mu^2\right) \\ &\times \left\{ \left[ m_q^2\alpha^4 + 2M^2(1-\alpha)^2 \right] \left[ \frac{\mathcal{I}_1}{(p_T^2 + \varepsilon^2)} - \frac{\mathcal{I}_2}{4\varepsilon} \right] \right. \\ &+ \left. \left[ 1 + (1-\alpha)^2 \right] \left[ \frac{\varepsilon p_T \mathcal{I}_3}{(p_T^2 + \varepsilon^2)} - \frac{\mathcal{I}_1}{2} + \frac{\varepsilon \mathcal{I}_2}{4} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (5.33)$$

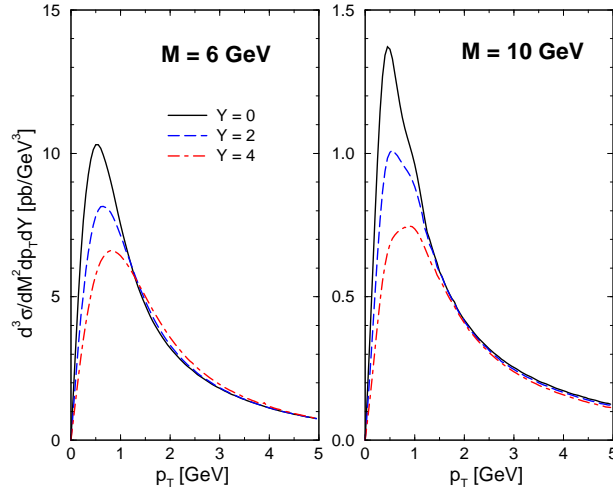
onde  $\varepsilon^2 = (1-\alpha)M^2 + \alpha^2 m_q^2$ . As quantidades  $\mathcal{I}_{1,2,3}$  são as integrais de Hankel de ordem 0 ( $\mathcal{I}_{1,2}$ ) e ordem 1 ( $\mathcal{I}_3$ ) dadas por:

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_1 &= \int_0^\infty dr r J_0(p_T r) K_0(\varepsilon r) \sigma_{dip}(x_2, \alpha r), \\ \mathcal{I}_2 &= \int_0^\infty dr r^2 J_0(p_T r) K_1(\varepsilon r) \sigma_{dip}(x_2, \alpha r), \\ \mathcal{I}_3 &= \int_0^\infty dr r J_1(p_T r) K_1(\varepsilon r) \sigma_{dip}(x_2, \alpha r). \end{aligned} \quad (5.34)$$

Aqui,  $K_{0,1}(x)$  denotam as funções de Bessel modificadas de segundo tipo e  $m_q$  é a massa efetiva do quark.

Considerando o intervalo efetivo onde a seção de choque de dipolo é dominada pela região de transparência de cor, pode-se usar a parametrização GBW e tomar seu limite de pequeno- $r$ , para calcular analiticamente as integrais da Eq. (5.34). Neste caso, podemos tomar a aproximação  $\sigma_{dip} \approx \sigma_0(r^2 Q_{\text{sat}}^2)$ , na região onde  $p_T \gg Q_{\text{sat}}$ . Em energias de LHC, a escala de saturação típica é dada em unidades de GeV. O resultado final para a seção de choque hadrônica é, então,

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma(pp \rightarrow \ell^+\ell^-X)}{dydM^2d^2\vec{p}_T} &\approx \frac{\alpha_{em}^2 \sigma_0 Q_{\text{sat}}^2}{6\pi^3 M^2} \int_{x_1}^1 \frac{d\alpha}{\alpha} F_2^p\left(\frac{x_1}{\alpha}, Q^2\right) \\ &\times \left\{ \left[ m_q^2\alpha^4 + 2M^2(1-\alpha)^2 \right] \left[ \frac{p_T^2}{(p_T^2 + \varepsilon^2)^4} \right] \right. \end{aligned}$$



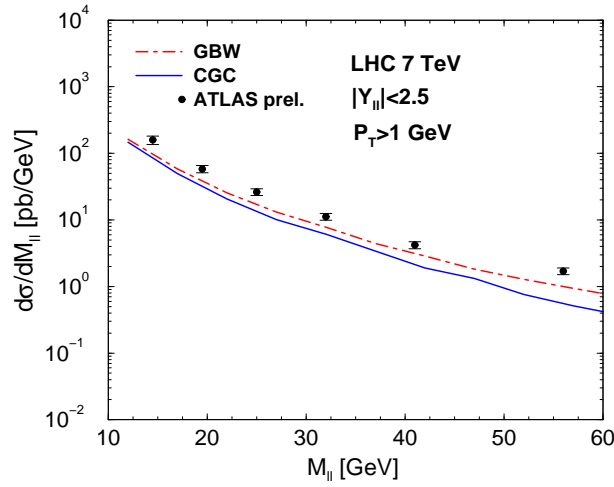
**Fig. 5.5:** Seção de choque diferencial  $DY$  de baixa massa,  $d^3\sigma/dM^2 dY dp_T$ , como uma função do momentum transverso do dilépton,  $p_T$ , em energia de  $\sqrt{s} = 7$  TeV. Os gráficos são para massa do dilépton fixa ( $M = 6$  e  $10$  GeV) e distintas rapidezzes do par de léptons ( $Y = 0, 2, 4$ ).

$$+ \left[ 1 + (1 - \alpha)^2 \left[ \frac{p_T^4 + \varepsilon^4}{2(p_T^2 + \varepsilon^2)^4} \right] \right] \quad (5.35)$$

No que segue, calculamos a seção de choque diferencial da produção  $DY$  de baixa massa em colisões hádron-hádron, focando em medidas recentes feitas pelas colaborações ATLAS [99] e LHCb [100].

### 5.4.2 Resultados Numéricos

Vamos agora apresentar alguns resultados numéricos relativos a produção de diléptons de baixa massa, no regime de energia do LHC de  $\sqrt{s} = 7$  TeV [101]. Para a função de estrutura do próton na Eq. (5.30) tomamos a parametrização [102], a qual é válida no regime cinemático em que estamos interessados. A sensibilidade para diferentes escolhas de  $F_2$  é muito pequena. Além disso, a fim de considerar a região de limiar  $x_2 \rightarrow 1$ , corrigimos a seção de choque de dipolo, multiplicando-a por um fator  $(1 - x_2)^7$ . Consideramos  $m_q = 0.2$  GeV para a massa efetiva do quark. Na Fig. 5.5, mostramos os resultados da seção de choque diferencial  $d^3\sigma/dM^2 dY dp_T$  (em unidades de pb), como uma função do momentum transverso do dilépton  $p_T$ . Aqui, as previsões são obtidas usando a seção de choque de dipolo GBW e usando a escala dura  $\mu^2 = (1 - x_1)M^2 + p_T^2$ . Note que o espectro  $p_T$  é bastante sensível ao modelo particular da seção de choque de dipolo (especialmente em grande momentum transverso), como depende do comportamento da dimensão anômala efetiva, como já discutido. Na figura da esquerda, é mostrado o caso para massa invariante fixa de  $M = 6$  GeV e para a amostra de valores da rapidez do dilépton incluindo rapidez central e frontal, isto é,  $Y = 0, 2$  e  $4$ , respectivamente. As mesmas notações são usadas na figura da direita, onde agora a massa invariante é  $M = 10$  GeV. Como esperado, o caso de grande rapidez apresenta a menor seção de choque, e o pico nas distribuições é deslocado para



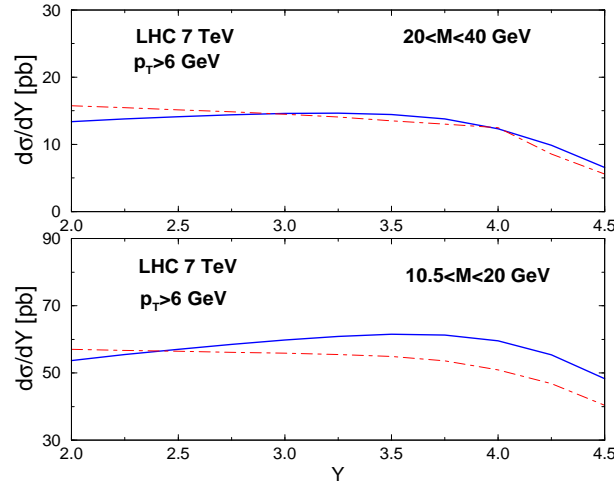
**Fig. 5.6:** Distribuição de massa invariante na taxa  $12 < M_{\ell\ell} < 66$  GeV.

grandes valores de momentum transverso. Na situação cinemática em questão, o pico está localizado em momentum em torno de  $p_T \approx 1$  GeV. O deslocamento e a posição do pico podem ser entendidos avaliando a expressão semi-analítica (5.35). Um problema claro no cálculo numérico, usando o espectro  $p_T$  completo, é devido aos integrandos fortemente oscilantes aparecendo nas Eqs. (5.34), que tornam a integração em  $p_T$  uma tarefa complicada, principalmente para altos valores de massa.

Na Fig. 5.6 apresentamos a distribuição de massa invariante em rapidez média, obtida de duas diferentes implementações da seção de choque de dipolo, tomadas de trabalhos fenomenológicos recentes. Consideramos o modelo GBW (linha tracejada) e o modelo CGC (linha sólida), os quais envolvem a dimensão anômala variável. A principal divergência entre estes dois modelos ocorre em grande  $p_T$ , o que gera normalizações completamente distintas para a distribuição de massa invariante do dilépton. Os cortes considerados são semelhantes aos apresentados pela análise da colaboração ATLAS [99] para processo Drell-Yan di-muon de baixa massa. Os cortes relacionados nesta análise em energia de  $\sqrt{s} = 7$  TeV e luminosidade integrada  $36 \text{ pb}^{-1}$  foram momentum transverso,  $p_T^\mu > 6$  GeV e região de massa do di-muon  $12 < M_{\ell\ell} < 66$  GeV. Aqui, consideramos a integração sobre a rapidez do bóson na taxa  $|Y_{\ell\ell}| < 2.5$  e momentum transverso do dilépton  $p_T \geq 3$  GeV. Distintos cortes em  $p_T$  conduzem a normalizações completamente diferentes para a distribuição de massa invariante. Não impomos cortes relacionados aos múons individuais como feito nas análises de ATLAS [99]. Os resultados apresentados aqui são consistentes com a seção de choque diferencial ao nível de Born extrapolada usando análise simétrica.

A principal dependência em  $M^2$  da seção de choque DY pode ser quantitativamente entendida no formalismo de dipolos de cor. No caso da seção de choque integrada em  $p_T$ , foi mostrado na Ref. [95] que a expansão twist em potências positivas da razão  $\left(\frac{Q_{\text{sat}}}{M_{\ell\ell}}\right)^2$  pode ser realizada. A contribuição twist dominante dá [95]:

$$\frac{d^2\sigma}{dydM^2} \approx \frac{\alpha_{em}^2 \sigma_0}{12\pi^2 M^2} \frac{Q_{\text{sat}}^2(x_2)}{M^2} F_2^p(x_1, M^2)$$



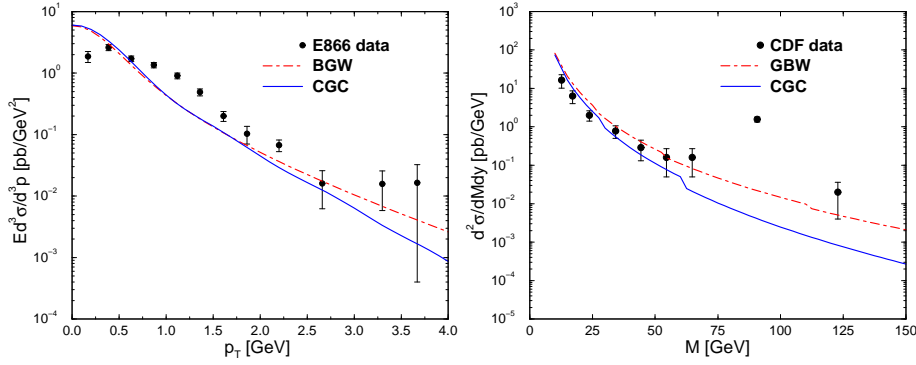
**Fig. 5.7:** Distribuição de rapidez do dilépton em  $\sqrt{s} = 7$  TeV impondo cortes de momentum transverso do dimúon de  $p_T > 6$  GeV e duas regiões de massa invariante: (gráfico superior)  $20 \leq M_{\ell\ell} \leq 40$  GeV e (gráfico inferior)  $10.5 \leq M_{\ell\ell} \leq 20$  GeV.

$$\times \left\{ \frac{4}{3} \gamma_E - 1 + \frac{2}{3} \left[ \psi \left( \frac{5}{2} \right) - \ln \frac{Q_{\text{sat}}^2(x_2)}{4M^2(1-x_1)} \right] \right\},$$

a menos de contribuições de  $\mathcal{O}(1-x_1)$ . A fórmula twist dominante exata é muito próxima dos resultados all-twist em energias de LHC na região  $M > 6$  GeV [95]. Na região de rapidez central considerada acima  $\langle Y \rangle = 0$ , a escala de saturação muda de  $\langle Q_{\text{sat}}^2 \rangle \simeq 0.4$  GeV<sup>2</sup> até  $\langle Q_{\text{sat}}^2 \rangle \simeq 0.2$  GeV<sup>2</sup> na região de massa invariante  $12 < M_{\ell\ell} < 66$  GeV, respectivamente. Nesta situação, o resultado analítico dado na Eq. (5.35) deve ser bastante confiável. Seria oportuno, no futuro, investigar os efeitos da evolução DGLAP QCD na seção de choque de dipolo e também a dependência no parâmetro de impacto do modelo CGC, como feito recentemente nas Refs. [103] e [104].

Finalmente, focamos na região de rapidez frontal. Na Fig. 5.7, a distribuição de rapidez,  $d\sigma/dY$ , é calculada para o intervalo  $2 < Y < 4.5$ , considerando os dois modelos fenomenológicos (mesma notação do gráfico anterior) e usando a escala dura  $\mu^2 = \frac{1}{2}[(1-x_1)M^2 + p_T^2]$ . Foi encontrado, que a distribuição de rapidez é sensível a escolha da escala dura, como também ocorre para a aproximação pQCD LO. A divergência entre os modelos aqui, é mais forte do que para a distribuição de massa. O principal ponto aqui, é que a distribuição de rapidez é dirigida pela dimensão anômala efetiva, que é distinta nos modelos. Impomos um corte para o momentum transverso do dilépton de  $p_T > 6$  GeV e dois intervalos distintos de massa invariante. Isto é, no gráfico superior temos  $20 \leq M_{\ell\ell} \leq 40$  GeV, enquanto que no gráfico inferior temos  $10.5 \leq M_{\ell\ell} \leq 20$  GeV. A motivação para tal corte é devida às medidas recentes da colaboração LHCb [100] da seção de choque DY de baixa massa.

As medidas coletadas com uma luminosidade integrada de  $37$  pb<sup>-1</sup> são para o estado final dimúon, tendo múons dentro da pseudorapidez de 2 to 4.5, momentum transverso do múons  $p_T^\mu > 3$  GeV ( $p_T^\mu > 15$  GeV para altas massas) em duas regiões de massa distintas. Na regiões de rapidez frontais consideradas aqui, a escala de saturação está no intervalo  $0.6 \leq \langle Q_{\text{sat}}^2 \rangle \leq 1.2$  GeV<sup>2</sup> para  $\langle M_{\ell\ell} \rangle \simeq 15.25$  GeV. Valores ligeiramente menores são encontrados



**Fig. 5.8:** *Esquerda:* Seção de choque invariante  $DY$  em  $\sqrt{s} = 39$  GeV como função de  $p_T$  comparada com dados da colaboração E866 [107]. *Direita:* Seção de choque diferencial  $d^2\sigma/dMdy$  at  $\sqrt{s} = 1800$  GeV como função da massa invariante comparada com dados da colaboração CDF [108].

para massas mais altas  $\langle M_{\ell\ell} \rangle \simeq 30$  GeV.

A Fig. 5.8 (esquerda) mostra a seção de choque invariante como função de  $p_T$  em energia  $\sqrt{s} = 39$  GeV. Os resultados da colaboração E866 [107] são também apresentados ( $\langle x_F \rangle \simeq 0.63$  e  $4.2 \leq M_{\mu^+\mu^-} \leq 5.2$  GeV). Na Fig. 5.8 (direita), a seção de choque  $d^2\sigma/dMdy$  (para  $|y| < 1$ ) é mostrada para energia de  $\sqrt{s} = 1800$  GeV como função da massa invariante. Dados da colaboração CDF [108] são também apresentados, considerando também dados para grande massa invariante. A curva sólida apresenta as previsões usando o modelo CGC para a seção de choque de dipolo e a curva tracejada apresenta previsões usando a GBW. O formalismo de dipolos de cor descreve adequadamente a seção de choque para baixas e altas energias na região cinemática de sua validade. Tal aproximação também é consistente com cálculos QCD além da ordem dominante [105].

Resumindo, mostramos que a produção  $DY$  de baixa massa pode ser tratada no formalismo de dipolos de cor sem nenhum parâmetro livre, usando a seção de choque de dipolo, determinada da atual fenomenologia em DIS. Foi mostrado anteriormente [106], que em rapidez central em RHIC e Tevatron, efeitos de saturação não desempenham um papel significativo para a taxa medida de  $p_T$ . Esta situação pode ser modificada em LHC, até em rapidez média, como a escala de saturação é aumentada por um fator bastante grande.

## 5.5 Conclusão

Neste capítulo, abordamos o processo  $DY$ , o qual pode ser usado para provar a estrutura interna dos hádrons. Mostramos nossas previsões para a seção de choque diferencial para a produção de dilépton em energias de 7 TeV e as comparamos com dados preliminares da colaboração ATLAS, assim como dados das colaborações E866 e CDF para processos com energia de 39 GeV e 1800 GeV, respectivamente. Nossas previsões descrevem adequadamente os dados considerados. Os cortes considerados em  $p_T$  foram motivados por medidas recentes da colaboração LHCb, estes cortes conduzem a diferentes normalizações para a distribuição de massa invariante. No capítulo seguinte, apresentamos as conclusões

e perspectivas futuras.

# Conclusão

Neste trabalho estudamos processos frontais em energias de LHC, como a produção de mésons e de dilétons. Processos frontais são processos que ocorrem com a emissão ou produção de partículas em pequenos ângulos no estado final. Praticamente todos os experimentos do LHC têm capacidade operacional para estudo de espalhamentos frontais, o que nos permitirá investigar em mais detalhes a Física de pequeno -  $x$ .

O formalismo utilizado é o modelo de dipolos de cor, onde hádrons e fótons podem ser considerados como pares quark-antiquark (dipolos) e o processo é caracterizado pela seção de choque de dipolo representando a interação destes dipolos de cor com o alvo (próton ou núcleo).

Calculamos a seção de choque de produção coerente e incoerente dos mésons  $J/\Psi$  e  $\Psi'$  em colisões PbPb e pp em energias de LHC. Para colisões PbPb, calculamos a distribuição de rapidez da produção de  $J/\Psi$  e  $\Psi(2S)$  em energias de 2.76 TeV, utilizando dois modelos distintos para os efeitos nucleares, um modelo de sombreamento nuclear moderado e um modelo de sombreamento nuclear mais forte, assim como consideramos o caso sem sombreamento nuclear. As predições usando  $R_G = 1$  (sem sombreamento) é consistente com cálculos prévios utilizando o mesmo formalismo. A opção de sombreamento moderado descreve bem os dados de ALICE, sendo portanto preferida na presente análise. As predições apresentadas para o estado 2S são as primeiras predições deste estado em colisões núcleo-núcleo apresentadas na literatura. As predições para o estado 2S seguem a forma geral das predições para o estado 1S. Para o caso incoerente, as predições apresentadas descrevem bem os dados recentes da colaboração ALICE.

Para colisões pp, calculamos a distribuição de rapidez da produção de  $J/\Psi$  e  $\Psi(2S)$  em energias de LHC de 7 TeV. A normalização relativa e o comportamento em energia são bem reproduzidos no regime frontal. As predições estão em bom acordo com os dados experimentais de LHCb para o estado 1S. A razão  $\Psi(2S)/J/\Psi$  é fortemente consistente com a determinação de LHCb. Os valores obtidos para a seção de choque integrada para a produção exclusiva do estado 1S são consistentes com outros cálculos utilizando o mesmo formalismo. As predições apresentadas são independentes de parâmetros. Também realizamos predições para as próximas medidas de LHC no modo pp, em energias de 8 TeV e 14 TeV; os valores encontrados estão abaixo dos valores preditos pelas aproximações usando fatorização  $k_T$ . A principal dependência sendo provada na produção exclusiva de mésons em colisões pp é o comportamento em energia da seção de choque de fotoprodução (dado que o fluxo de fótons é bem conhecido). Os dados de LHCb cobrem uma ordem de magnitude de energia de centro de massa fóton-próton acima do regime típico de DESY-HERA. Tal extrapolação é completamente dirigida pela dinâmica QCD em pequeno- $x$  e incorporada na seção de choque de dipolo em nossa análise. Isto é traduzido diretamente dentro da



dependência em rapidez da seção de choque pp.

Calculamos também a distribuição de rapidez e a seção de choque diferencial da produção de Drell-Yan de baixa massa em energias de LHC de 7 TeV e comparamos com dados das colaborações E866 e CDF em energias de 39 GeV e 1800 GeV, respectivamente. O espectro  $p_T$  é sensível ao modelo utilizado para a seção de choque de dipolo, pois depende do comportamento da dimensão anômala efetiva. Como esperado, o caso de maior rapidez, dá a menor seção de choque e o pico da distribuição é deslocado para grandes valores de momentum transverso. Distintos cortes em  $p_T$  conduzem a diferentes normalizações para a distribuição de massa invariante. Os cortes considerados foram motivados por medidas recentes da colaboração LHCb. As predições apresentadas descrevem bem os dados de E866 e CDF.

Portanto, podemos concluir que a aproximação de dipolos de cor é uma ferramenta útil no limite de altas energias considerado, o que nos permite estudar a dinâmica QCD de pequeno- $x$  envolvida nos processos. Tal aproximação gera resultados completamente consistentes com os dados experimentais disponíveis, fornecendo uma alternativa mais simples e eficaz para os cálculos de seções de choque diferenciais em altas energias. A concordância dos resultados apresentados com os dados experimentais, mostra a robustez do modelo utilizado na descrição dos processos considerados, sendo relevante para o estudo da produção frontal no regime de altas energias.

Futuramente, pretendemos implementar os cálculos feitos para os mésons  $J/\Psi$  e  $\Psi(2S)$  também para o méson  $\Upsilon$ .

## Apêndice A

# Solução da Equação DGLAP em pequeno $x$

Em pequeno  $x$  a distribuição de glúons é dominante, ou seja, neste limite é relevante apenas obter a evolução da distribuição de glúons, desprezando-se a distribuição de quarks. Portanto, podemos escrever (2.55) no regime de pequeno  $x$ , como:

$$\frac{\partial G(x, Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left\{ P_{GG}\left(\frac{x}{y}\right) G(y, Q^2) \right\}, \quad (\text{A.1})$$

que pode ser reescrita na forma:

$$\frac{\partial G(x, Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_0^1 dy \int_0^1 dz \delta(x - yz) P_{GG}(z) G(y, Q^2). \quad (\text{A.2})$$

Integrando em  $x$ , obtemos:

$$\int_0^1 \frac{dx}{x} x^n \frac{\partial G(x, Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_0^1 dy \int_0^1 dz \int_0^1 \frac{dx}{x} x^n \delta(x - yz) P_{GG}(z) G(y, Q^2). \quad (\text{A.3})$$

Definindo a transformada de Mellin:

$$F(w, \varphi) = f(x) = \frac{1}{2\pi i} \int dy e^{wy} F(y, \varphi)$$

e sua inversa:

$$F(y, \varphi) = f(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{+i\infty} dw e^{wy} F(w, \varphi),$$

teremos que

$$A_n = \int_0^1 \frac{dz}{z} z^n P_{GG}(z),$$

$$\tilde{G}(n, Q^2) = \int_0^1 \frac{dy}{y} y^n G(y, Q^2) .$$

Logo, resulta:

$$\frac{\partial \tilde{G}(n, Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_0^1 \frac{dz}{z} z^n P_{GG}(z) \int_0^1 \frac{dy}{y} y^n G(n, Q^2) , \quad (\text{A.4})$$

$$\frac{\partial \tilde{G}(n, Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} A_n \tilde{G}(n, Q^2) . \quad (\text{A.5})$$

Usando que  $P_{GG}$  pode ser expressa, para  $z \rightarrow 0$ , por

$$P_{GG}(z) = \frac{6}{z} , \quad (\text{A.6})$$

teremos:

$$A_n = \frac{6}{n-1} . \quad (\text{A.7})$$

Logo,

$$\frac{\partial \tilde{G}(n, Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \frac{6}{n-1} \tilde{G}(n, Q^2) , \quad (\text{A.8})$$

cuja solução é dada por:

$$\tilde{G}(n, Q^2) = C_n \exp(\gamma_s \log Q^2) , \quad (\text{A.9})$$

onde:

$$\gamma_s = \frac{3\alpha_s}{\pi(n-1)} .$$

Assumindo:

$$C_n = \frac{\tilde{G}(Q_0^2)}{(Q_0^2)^{\gamma_s}} , \quad (\text{A.10})$$

então:

$$\tilde{G}(n, Q^2) = \tilde{G}(Q_0^2) \exp\left(\frac{3\alpha_s}{\pi} \frac{t}{n-1}\right). \quad (\text{A.11})$$

Usando a transformada de Mellin inversa, podemos escrever:

$$xG(x, Q^2) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{+i\infty} dn x^{-(n-1)} \tilde{G}(n, Q^2), \quad (\text{A.12})$$

$$xG(x, Q^2) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{+i\infty} dn \exp[H(n)] \tilde{G}(n, Q^2), \quad (\text{A.13})$$

onde:

$$H(n) = (n-1) \log\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{3\alpha_s}{\pi} \frac{t}{n-1}.$$

Para grandes valores de  $\log(1/x)$  e  $t$ , estimamos  $H(n)$  expandindo sobre seu ponto de sela

$$f(x) \approx f(x_0) + \frac{1}{2} |f''(x_0)| |x - x_0|^2,$$

o que resulta em:

$$xG(x, Q^2) = \text{constante} \sqrt{\frac{\pi(n-1)^3}{6\alpha_s t}} \exp\left[(n-1) \log\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{3\alpha_s}{\pi} \frac{t}{(n-1)}\right]. \quad (\text{A.14})$$

Sendo:

$$(n-1) = \sqrt{\frac{3\alpha_s t}{\pi \log(1/x)}}$$

para  $dH/dt = 0$ , então:

$$xG(x, Q^2) = \text{constante} \left[ \frac{\log(1/x)}{\frac{\alpha_s}{2\pi} \log(Q^2/Q_0^2)} \right]^{3/4} \exp\left\{ 2 \left[ \frac{3\alpha_s}{\pi} \log\left(\frac{1}{x}\right) \log\left(\frac{Q^2}{Q_0^2}\right) \right]^{1/2} \right\}, \quad (\text{A.15})$$

a qual é a solução da DGLAP no regime de pequeno  $x$ . Esta solução nos mostra que a distribuição de glúons cresce infinitamente com o decréscimo de  $x$ , ou seja, em altas energias, temos um número muito grande de glúons portando pequena fração de momentum do núcleon.

## Apêndice B

# A Formulação do Cone de Luz

O espaço-tempo é definido como uma estrutura quadri-dimensional, a qual combina as três dimensões espaciais com a dimensão temporal. Esse conceito que unifica o espaço e o tempo, proposto por Minkowski, permite um melhor entendimento dos fenômenos relativísticos. Na teoria da relatividade, a descrição do espaço-tempo, como uma estrutura única, é fundamental para descrever os fenômenos físicos.

Dirac propôs a construção de formas dinâmicas a partir da descrição do estado inicial de um sistema relativístico em qualquer superfície do espaço-tempo em que as distâncias entre pontos destas superfícies não apresentem conexão causal [109]. Considera-se uma superfície no espaço-tempo formada por uma frente de onda plana avançando com a velocidade da luz, a qual é chamada de frente. Um exemplo de frente é dada pela equação:

$$u_0 - u_3 = 0 \quad (\text{B.1})$$

Nesta teoria, as variáveis dinâmicas referem-se a condições físicas em uma frente. o que faz com que as quantidades fundamentais associadas com transformações infinitesimais de coordenadas deixem a frente invariante, a qual é chamada de frente de luz.

Nessa teoria, as variáveis dinâmicas referem-se a condições físicas em uma frente. Uma destas dinâmicas é a do cone de luz, na qual as componentes tempo e espaço são dadas por [110]:

$$x^+ = x^0 + x^3 \quad (\text{B.2})$$

$$x^- = x^0 - x^3 \quad (\text{B.3})$$

$$\vec{x}_\perp = (x^1, x^2) \quad (\text{B.4})$$

A esta dinâmica atribuído um conjunto de transformações do grupo de Poincaré, cinemáticas e independentes da interação, as quais deixam o hiper-plano tangente ao cone de luz  $x^+ = x^0 + x^3 = 0$  invariante (Fig. B.1).

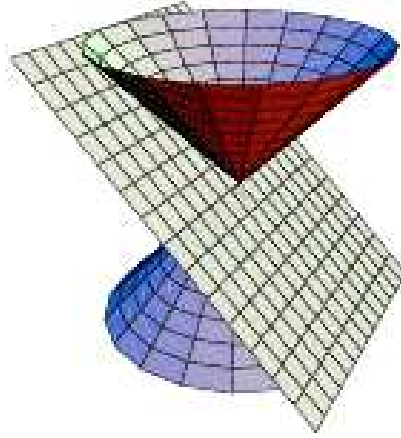
Os momentos na formulação do cone de luz, são dados por [110]:

$$p^- = p^0 - p^3 \quad (\text{B.5})$$

$$p^+ = p^0 + p^3 \quad (\text{B.6})$$

$$\vec{p}_\perp = (p^1, p^2) \quad (\text{B.7})$$

No cone de luz,  $x^+$  representa a coordenada temporal, e o operador energia é  $p^-$ .



**Fig. B.1:**  $x^+ = 0$  - hiper-plano tangente ao cone de luz.

A formulação da frente de luz é interessante, pois oferece o maior número de geradores cinemáticos e incluem algumas transformações de Lorentz. O frente de luz apresenta 7 geradores cinemáticos e 3 geradores dinâmicos, os quais são identificados a partir da álgebra de Poincaré. Os geradores cinemáticos são:  $E_\perp$ ,  $P^+$ ,  $\vec{p}_\perp$ ,  $K_3$  e  $J_3$ . E os geradores dinâmicos:  $\vec{F}_\perp$  e  $P_-$ .

As translações ( $P^+$ ,  $\vec{P}_\perp$ ) e algumas transformações de Lorentz particulares compõem o grupo dos geradores cinemáticos, os quais satisfazem as seguintes relações de comutação [110]:

$$[K_3, E_r] = -iE_r \quad (\text{B.8})$$

$$[J_3, E_r] = i\epsilon_{rs}E_s \quad (\text{B.9})$$

$$[E_r, P_s] = -i\delta_{rs}P^+ \quad (\text{B.10})$$

$$[K_3, P^+] = -iP^+ \quad (\text{B.11})$$

$$[J_3, P_r] = i\epsilon_{rs}P_s \quad (\text{B.12})$$

onde  $\epsilon_{rs} = \epsilon_{sr}$ ,  $\epsilon_{12} = 1$ ,  $\epsilon_{ii} = 0$ .

Um dos operadores do grupo cinemático é o operador de spin:

$$\mathcal{J}_3 = J_3 + \frac{1}{P^+}(E_1P_2 - E_2P_1) \quad (\text{B.13})$$

Um dos geradores dinâmicos é o hamiltoniano:

$$P^- = \frac{1}{P^+}(M^2 + \vec{P}_\perp^2), \quad (\text{B.14})$$

onde  $M^2 = P^2$ , o qual está associado a translação do hiper-plano  $x^+ = 0$ . O operador  $\vec{F}_\perp$  representa rotações do hiper-plano  $x^+ = 0$ .

As relações de comutação não nulas são as seguintes [110]:

$$[K_3, P^-] = iP^- \quad (\text{B.15})$$

$$[K_3, F_r] = iF_r \quad (\text{B.16})$$

$$[P_r, F_s] = i\delta_{rs}P^- \quad (\text{B.17})$$

$$[E_r, F_s] = -i(\delta_{rs}K_3 + \epsilon_{rs}J_3) \quad (\text{B.18})$$

$$[E_r, P^-] = -iP_r \quad (\text{B.19})$$

$$[J_3, F_r] = i\epsilon_{rs}F_s \quad (\text{B.20})$$

$$[P^+, F_r] = iP_r \quad (\text{B.21})$$

# Bibliografia

- [1] d'ENTERRIA, D. *Forward physics at the LHC: within and beyond the Standard Model. AIP. Conf. Proc.*, v. 1038, p.95, 2008.
- [2] d'ENTERRIA, D. *Forward physics at the LHC. arXiv: 0708.0551 [hep.ex]*
- [3] MOREIRA, M. A.; *O Modelo Padrão da Física de Partículas Rev. Bras. Ens. Fs.* v. 31, p. 1306, 2009.
- [4] ABDALLA, M. C. B.; *Sobre o Discreto Charme das Partículas Elementares Física na Escola* v. 6, n. 1, 2005.
- [5] *LHC site*, <http://lhc.web.cern.ch/lhc/>.
- [6] ATLAS Collaboration; *Observation of a new particle in the search for the standard model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC. Phys. Lett. B* v. 716, p. 1, 2012.
- [7] CMS Collaboration; *Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC. Phys. Lett. B* v. 716, p. 30, 2012.
- [8] ANSELMINO, M.; CARUSO, F.; MAHON, J. R.; OGURI, V.; *Introdução a QCD Perturbativa*. Rio de Janeiro, 2013.
- [9] BETHKE, S. *World Summary of  $\alpha_s$  2012. arXiv: 1210.0325 [hep.ex]*
- [10] CANAL, C. A.; GAY DUCATI, M. B.; SIMOES, J. A. M. *Notes on Deep Inelastic Scattering*. Strasbourg, 1980.
- [11] HALZEN, F.; MARTIN, A. D. *Quarks & Leptons: an introductory course in modern particle physics*. John Wiley, 1984.
- [12] BASSALO, J. M. F. *Eletrodinâmica Quântica*. São Paulo: Livraria da Física, 2006.
- [13] BJORKEN, J. D.; PASCHOS, E. A. *Inelastic Electron Proton and gamma Proton Scattering, and the Structure of the Nucleon. Phys. Rev.*, v. 185, p.1975, 1969.
- [14] GREINER, W.; SCHARAMM, S.; STEIN, E. *Quantum Chromodynamics.*, New York: Springer, 2002.
- [15] NEWMAN, P. *Deep inelastic lepton nucleon scattering at HERA. J. Mod. Phys. A*, v. 19, p.1061, 2004.



- [16] DOKSHITZER, Y. L. Calculation of the Structure Functions for Deep Inelastic Scattering and  $e^+ e^-$  Annihilation by Perturbation Theory in Quantum Chromodynamics. *Sov. Phys. JETP*, v. 46, p.641, 1977.
- [17] GRIBOV, V. N.; LIPATOV, L. N. Deep inelastic  $e p$  scattering in perturbation theory. *Sov. J. Nucl. Phys.*, v. 15, p. 438, 1972.
- [18] ALTARELLI, G.; PARISI, G. Asymptotic Freedom in Parton Language. *Nucl. Phys. B*, v. 126, p. 298, 1977.
- [19] H1, ZEUS Collaboration Combined measurement and QCD analysis of the inclusive  $ep$  scattering cross sections at HERA. *JHEP*, v. 1001, p. 109, 2010.
- [20] GRIBOV, L. V.; LEVIN, E. M.; RYSKIN, M. G. *Phys. Rep.*, v. 100, p. 1, 1983.
- [21] AYALA FILHIO, A. L.; GAY DUCATI, M. B.; LEVIN, E. M. *Nucl. Phys. B*, v. 493, p. 305, 1997.
- [22] BARONE, V.; PREDAZZI, E. *High-Energy Particle Diffraction*. New York: Springer, 2001.
- [23] FORSHAW, J. R.; ROSS, D. A. *Quantum Chromodynamics and the Pomeron*. Cambridge: Cambridge University Press, 1997.
- [24] CATANI, S.; HAUTMANN, F. High-energy factorization and small  $x$  deep inelastic scattering beyond leading order. *Nucl. Phys. B*, v. 427, p. 475, 1994.
- [25] COLLINS, J. C.; SOPER, D. E.; STERMAN, G. F. Factorization for Short Distance Hadron - Hadron Scattering. *Nucl. Phys. B*, v. 261, p. 104, 1985.
- [26] GAY DUCATI, M. B.; MARIOTTO, C. B. The Color evaporation model in diffractive  $J/\psi$  photoproduction. *Phys. Lett. B*, v. 464, p. 286, 1999; GAY DUCATI, M. B.; GONCALVES, V. P.; MARIOTTO, C. B. Color evaporation and elastic  $\epsilon$  photoproduction at DESY HERA. *Phys. Rev. D*, v. 65, p. 037503, 2002.
- [27] RYSKIN, M. G. Diffractive  $J/\psi$  electroproduction in LLA QCD. *Z. Phys. C*, v. 57, p. 89, 1993.
- [28] RYSKIN, M. G.; ROBERTS, R. G.; MARTIN, A. D.; LEVIN, E. M. Diffractive  $J/\psi$  photoproduction as a probe of the gluon density. *Z. Phys. C*, v. 76, p. 231, 1997.
- [29] CALDWELL, A. C.; SOARES, M. S.; Vector meson production in the Golec-Biernat Wuesthoff model. *Nucl. Phys. A*, v. 696, p. 125, 2001; KOWALSKI, H.; TEANEY, D.; An impact parameter dipole saturation model. *Phys. Rev. D*, v. 68, p. 114005, 2003; FORSHAW, J. R.; SANDAPEN, R.; SHAW, G.; Color dipoles and  $\rho, \phi$  electroproduction. *Phys. Rev. D*, v. 69, p. 094013, 2004; MARQUET, C.; R. PESCHANSKI, R.; SOYEZ, G.; Exclusive vector meson production at HERA from QCD with saturation. *Phys. Rev. D*, v. 76, p. 034011, 2007; KOWALSKI, H.; MOTYKA, L.; WATT, G.; Exclusive diffractive processes at HERA within the dipole picture. *Phys. Rev. D*, v. 74, p. 074016, 2006.

- [30] BRODSKY, S. J.; LEPAGE, G. P. Exclusive processes in Quantum Chromodynamics. *Phys. Rev D*, v. 22, p. 2150, 1980.
- [31] WEIZÄCKER, C. F. Radiation emitted in collisions of very fast electrons. *Z. Phys.*, v. 88, p. 612, 1934.
- [32] WILLIAMS, E. J. Nature of the high-energy particles of penetrating radiation and status of ionization and radiation formulae. *Phys. Rev.*, v. 45, p. 729, 1934; Correlation of certain collision problems with radiation theory. *Mat. Fys. Meddel*, v. 13, p. 4, 1935.
- [33] FERMI, E. On the Theory of the impact between atoms and electrically charged particles. *Z. Phys.*, v. 29, p. 315, 1924.
- [34] NYSTRAND, J. Electromagnetic interactions in nucleus nucleus and proton proton collisions. *Nucl. Phys. A*, v. 752, p. 470, 2005.
- [35] DRESS, M.; ZEPPENFELD, D. Production of supersymmetric particles in elastic ep collisions. *Phys. Rev. D*, v. 39, p. 2536, 1989.
- [36] KNIEHL, B. A. Elastic e p scattering and the Weizsacker-Williams approximation. *Phys. Lett. B*, v. 254, p. 267, 1991.
- [37] JACKSON, J. D. *Classical Elettrodynamics*, second edition, John - Wiley, 1975.
- [38] HENCKEN, K. *et al.* The Physics of Ultraperipheral Collisions at the LHC. *Phys. Rept.*, v. 458, p. 1, 2008.
- [39] NIKOLAEV, N. N.; ZAKHAROV, B. G.; On determination of the large-x gluon distribution at HERA. *Phys. Lett. B*, v. 332, p. 184, 1994; *Z. Phys. C*, v. 64, p. 631, 1994.
- [40] NEMCHIK, J.; NIKOLAEV, N. N.; PREDAZZI, E.; ZAKHAROV, B. G.; Color dipole systematics of diffractive photoproduction and electroproduction of vector mesons. *Phys. Lett. B*, v. 374, p. 199, 1996.
- [41] NEMCHIK, J.; Wave function of 2S radially excited vector mesons from data for diffraction slope. *Phys. Rev. D*, v. 63, p. 074007, 2001.
- [42] ADLOFF, C.; *et al.* [H1 Collaboration]; Diffractive photoproduction of psi(2S) mesons at HERA. *Phys. Lett. B*, v. 541, p. 251, 2002.
- [43] HOYER, P.; PELGNE, S.;  $\Psi'$  to  $\Psi$  ratio in diffractive photoproduction. *Phys. Rev. D*, v. 61, p. 031501, 2000.
- [44] SUZUKI, K.; HAYASHIGAKI, A.; ITAKURA, K.; ALAM, J.; HATSUDA, T.; Validity of the color dipole approximation for diffractive production of heavy quarkonium. *Phys. Rev. D*, v. 62, p. 031501, 2000.

- [45] NEMCHIK, J.; NIKOLAEV, N. N.; PREDAZZI, E.; ZAKHAROV, B. G.; Color dipole phenomenology of diffractive electroproduction of light vector mesons at HERA *Z. Phys. C*, v. 75, p. 71, 1997.
- [46] NEMCHIK, J.; Anomalous t dependence in diffractive electroproduction of 2S radially excited light vector mesons at HERA *Eur. Phys. J. C*, v. 18, p. 711, 2001.
- [47] GELIS, F.; IANCU, E.; JALILIAN-MARIAN, J.; VENUGOPALAN, R.; The Color Glass Condensate. *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, v. 60, p. 463, 2010; WEIGERT, H.; Evolution at small x(bj): The Color glass condensate. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, v. 55, p. 461, 2005; JALILIAN-MARIAN, J.; Y. V. KOVCHEGOV, Y. V.; Saturation Physics and Deuteron–Gold Collisions at RHIC. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, v. 56, p. 104, 2006.
- [48] ABELEV, B.; *et al.* [ALICE Collaboration]; Coherent  $J/\Psi$  photoproduction in ultra-peripheral Pb-Pb collisions at  $\sqrt{s_N}N = 2.76$  TeV. *Phys. Lett. B*, v. 718, p. 1273, 2013.
- [49] ABBAS, E.; *et al.* [ALICE Collaboration]; Charmonium and e+e- pair photoproduction at mid-rapidity in ultra-peripheral Pb-Pb collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  TeV. arXiv:1305.1467 [nucl-ex].
- [50] AAIJ, R.; *et al.* [LHCb Collaboration], Exclusive  $J/\psi$  and  $(2S)$  production in pp collisions at  $\sqrt{s}=7$  TeV. *J. Phys. G*, v.40, p. 045001, 2013.
- [51] GAY DUCATI, M. B.; GRIEP, M. T.; MACHADO, M. V. T.; Diffractive photoproduction of radially excited  $\psi(2S)$  mesons in photon-Pomeron reactions in PbPb collisions at the CERN LHC. *Phys. Rev. C*, v. 88, p. 014910, 2013.
- [52] BAUR, G.; HENCKEN, K.; TRAUTMANN, D.; SADOVSKY, S.; Y. KHARLOV, Y.; Coherent  $\gamma\gamma$  and  $\gamma A$  interactions in very peripheral collisions at relativistic ion colliders. *Phys. Rep.*, v. 364, p. 359, 2002; BERTULANI, C. A.; KLEIN, R. R.; J. NYSTRAND, J.; Physics of Ultra-Peripheral Nuclear Collisions. *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, v. 55, p. 271, 2005.
- [53] GONCALVES, V. P.; MACHADO, M. V. T.; Vector Meson Production in Coherent Hadronic Interactions: An update on predictions for RHIC and LHC. *Phys. Rev. C*, v. 84, p. 011902, 2011.
- [54] FORSHAW, J. R.; SANDAPEN, R.; SHAW, G.; Further success of the colour dipole model. *JHEP*, v. 0611, p. 025, 2006.
- [55] COX, B. E.; FORSHAW, J. R.; SANDAPEN, R.; Diffractive  $\psi(2S)$  production at the LHC. *JHEP*, v. 0906, p. 034, 2009.
- [56] KOPELIOVICH, B. Z.; ZAKHAROV, B. G.; Quantum effects and color transparency in charmonium photoproduction on nuclei. *Phys. Rev. D*, v. 44, p. 3466, 1991.

- [57] IANCU, E.; ITAKURA, K.; MUNIER, S.; Saturation and BFKL dynamics in the HERA data at small x. *Phys. Lett. B*, v. 590, p. 199, 2004.
- [58] IVANOV, Y. P.; KOPELIOVIVH, B. Z.; TARASOV, A. V.; HUFNER, J.; Electroproduction of charmonia off nuclei. *Phys. Rev. C*, v. 66, p. 024903, 2002.
- [59] FRANKFURT L.; GUZEY, V.; STRIKMAN, M.; Leading Twist Nuclear Shadowing Phenomena in Hard Processes with Nuclei. *Phys. Rept.*, v. 512, p. 255, 2012.
- [60] LAPPI, T.; MANTYSAARI, H.; J/Psi production in ultraperipheral Pb+Pb and p+Pb collisions at LHC energies. *Phys. Rev. C*, v. 87, p. 032201, 2013.
- [61] AALTONEN, T.; *et al.* [CDF Collaboration]; Observation of Exclusive Charmonium Production and  $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-$  in  $p\bar{p}$  Collisions at  $\sqrt{s}=1.96\text{TeV}$ . *Phys. Rev. Lett.*, v. 102, p. 242001, 2009.
- [62] SCHAFER, W.; SZCZUREK, A.; Exclusive photoproduction of  $J/\Psi$  in proton-proton and proton-antiproton scattering. *Phys. Rev. D*, v. 76, p. 094014, 2007.
- [63] GAY DUCATI, M. B.; GRIEP, M. T.; MACHADO, M. V. T.; Exclusive photoproduction of  $J/\psi$  and  $\psi(2S)$  states in proton-proton collisions at the CERN LHC. *Phys. Rev. D*, v. 88, p. 017504, 2013.
- [64] KOWALSKI, H.; MOTYKA, L.; WATT, G.; Exclusive diffractive processes at HERA within the dipole picture. *Phys. Rev. D*, v. 78, p. 014023, 2008.
- [65] KLEIN, R. R.; NYSTRAND, J.; Photoproduction of Quarkonium in Proton-Proton and Nucleus-Nucleus Collisions. *Phys. Rev. Lett.*, v. 92, p. 142003, 2004.
- [66] HARLAND-LANG, L. A.; KHOZE, V. A.; RYSKIN, M. G.; W.J. STIRLING, W. J.; Central exclusive  $\chi_c$  meson production at the Tevatron revisited. *Eur. Phys. J C*, v. 65, p. 433, 2010.
- [67] AAIJ, R.; *Updated measurements of exclusive  $J/\Psi$  and  $\Psi(2S)$  production cross-sections in  $pp$  collisions at  $\sqrt{7}$  TeV.* *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, v. 41, p. 055002, 2014.
- [68] BETEMPS, M. A.; *A Produção de Diléptons no Condensado de Vidros de Cor*. Porto Alegre: Curso de Pós-Graduação em Física - UFRGS, Tese de doutorado, 2007.
- [69] MACHADO, M. V. T. *Física de Pomeron a Altas Energias*. Porto Alegre: Curso de Pós-Graduação em Física - UFRGS, Tese de doutorado, 2002.
- [70] RAUFEISEN, J.; *QCD coherent effects in high energy reactions with nuclei*. Heidelberg: Combined Faculties for the Natural Sciences; Tese de doutorado, 2000.
- [71] ITO, A. S.; *et al.* Measurement of the continuum of dimuons produced in high-energy proton-nucleus collisions. *Phys. Rev. D*, v. 23, p. 604, 1981.

- [72] MORENO, G.; et al. Dimuon production in proton-copper collisions at  $\sqrt{s} = 38.8 \text{ GeV}$ . *Phys. Rev. D*, v. 43, p. 2815, 1991.
- [73] ALTARELLI, G.; PARISI, G.; PETRONZIO, R.; Transverse momentum in Drell-Yan process. *Phys. Lett. B*, v. 76, p. 351, 1978.
- [74] ALTARELLI, G.; PARISI, G.; PETRONZIO, R.; Transverse momentum of muon pair in hadronic collisions. *Phys. Lett. B*, v. 76, p. 356, 1978.
- [75] FRITZSCH, H.; MINKOWSKI, P.; Quark-gluon collisions as source of dimuon production at large transverse momenta in proton nucleon scattering. *Phys. Lett. B*, v. 73, p. 80, 1978.
- [76] McGAUGHEY, P. L.; MOSS, J. M.; PENG, J. C.; High-energy hadron-inducer dilepton production from nucleons and nuclei. *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.*, v. 49, p. 217, 1999.
- [77] ALTARELLI, G.; ELLIS, R. K.; GRECO, M.; MARTINELLI, G.; Vector boson production at colliders: a theoretical reappraisal. *Nucl. Phys. B*, v. 246, p. 12, 1984.
- [78] COLLINS, J. C.; SOPER, D. E.; STERMAN, G.; Transverse momentum distribution in Drell-Yan and W-boson production. *Nucl. Phys. B*, v. 250, p. 199, 1985.
- [79] CHIAPPETTA, P.; PIRNER, H. J.; Nuclear effects in the production of high mass Drell-Yan pairs by Pi-W and Pi-D interaction. *Nucl. Phys. B*, v. 291, p. 765, 1987.
- [80] ALTARELLI, G.; ELLIS, R. K.; MARTINELLI, G.; Lepton pair production at ISR energies and QCD. *Phys. Lett. B*, v. 151, p. 457, 1984.
- [81] ARNOLD, P. B.; KAUFFMAN, R. P.; W and Z production at next-to-leading order: from large  $q_t$  to small. *Nucl. Phys. B*, v. 349, p. 381, 1991.
- [82] ANTREASYAN, D. et al; Dimuon scaling comparison at 44 and 62 GeV. *Phys. Rev. Lett. B*, v. 48, p. 302, 1982.
- [83] BRODSKY, S. J.; HEBECKER, A.; QUACK, E.; The Drell-Yan process and factorization in impact parameter space. *Phys. Rev. D*, v. 55, p. 2584, 1997.
- [84] RAUFEISEN, J.; PENG, J. C.; NAYAK, G. C.; Parton model versus color dipole formulation of the Drell-Yan process. *Phys. Rev. D*, v. 66, p. 034024, 2002.
- [85] BETEMPS, M. A.; GAY DUCATI, M. B.; MACHADO, M. V. T.; RAUFEISEN, J.; Investigating the Drell-Yan transverse momentum distribution in the color dipole approach. *Phys. Rev. D*, v. 67, p. 114008, 2003.
- [86] KOPELIOVICH, B. C.; SCHAFFER, A.; TARASOV, A.; Bremsstrahlung of a quark propagating through a nucleus. *Phys. Rev. C*, v. 59, p. 1609, 1999.

- [87] GOLEC BIERNAT, K.; WUSTHOFF, M.; Saturation effects in deep inelastic scattering at low  $Q^2$  and its implications on diffraction. *Phys. Rev. D*, v. 59, p. 014017, 1998.
- [88] GOLEC BIERNAT, K.; WUSTHOFF, M.; Saturation in diffractive deep inelastic scattering. *Phys. Rev. D*, v. 60, p. 114023, 1999.
- [89] GELIS, F.; JALILIAN-MARIAN, J.; Drell-Yan production and Lam-Tung relation in the color glass condensate formalism *Phys. Rev. D* v. 76, p. 074015, 2007.
- [90] KOPELIOVICH, B. Z.; REZAEIAN, A. H.; PIRNER, H. J.; SCHIMIDT, I.; Direct photons and dileptons via color dipoles. *Phys. Lett. B*, v. 653, p. 210, 2007.
- [91] ZAMOLODCHIKOV, A. B.; KOPELIOVICH, B. Z.; LAPIDUS, L. I.; Dynamics of Color in Hadron Diffraction on Nuclei. *JETP Lett.*, v. 33, p. 595, 1981.
- [92] KOPELIOVICH, B. Z.; proc. of the workshop Hirschegg '95: Dynamical Properties of Hadrons in Nuclear Matter, Hirschegg January 16-21, 1995, ed. by H. Feldmeyer and W. Nörenberg, Darmstadt, 1995, p. 102 (hep-ph/9609385).
- [93] KOPELIOVICH, B. Z.; RAUFEISEN, J.; TARASOV, A. V.; The Color dipole picture of the Drell-Yan process. *Phys. Lett. B* v. 503, p. 91, 2001.
- [94] RAUFEISEN, J.; PENG, J. C.; NAYAK, G. C.; Parton model versus color dipole formulation of the Drell-Yan process. *Phys. Rev. D*, v. 66, p. 034024, 2002.
- [95] GOLEC-BIERNAT, LEWANDOWSKA, E.; STASTO, A.; Drell-Yan process at forward rapidity at the LHC. *Phys. Rev. D* v. 82, p. 094010, 2010.
- [96] PASECHNIK, R. S.; KOPELIOVICH, B. Z.; Drell-Yan diffraction: breakdown of QCD factorization. *Eur. Phys. J*, v. 71, p. 1827, 2011.
- [97] BARGER, V.; PHILLIPS, R.; *Collider Physics*, Addison-Wesley Company, Redwood Cite, 1987.
- [98] GOLEC-BIERNAT; WUSTHOFF, M.; Saturation effects in deep inelastic scattering at low  $Q^2$  and its implications on diffraction. *Phys. Rev. D* **59**, 014017 (1999); Saturation in Diffractive Deep Inelastic Scattering. *Phys. Rev. D* v. 60, p. 114023, 1999.
- [99] ATLAS Collaboration, *Measurement of the low mass Drell-Yan differential cross section in the muon channel*, ATL-COM-PHYS-2012-469, 2012.
- [100] LHCb Collaboration, ANDERSON, J.; *Inclusive low mass Drell-Yan production in the forward region at  $\sqrt{s} = 7$  TeV*, LHCb-CONF-2012-013 (2012).
- [101] GAY DUCATI, M. B.; GRIEP, M. T.; MACHADO, M. V. T.; *A study on the low mass Drell-Yan production at the CERN LHC within the dipole formalism*. *Phys. Rev. D* v. 89, p. 034022, 2014.

- [102] GABBERT, D.; DE NARDO, L.; Proceedings of 15th International Workshop on Deep-Inelastic scattering and related subjects. Vol 1 and 2, pages 373-376: Munich, Germany, April 16-20 (2007). Eds. G. Grindhammer and K. Sachs. arXiv:0708.3196 [hep-ph]; H. ABRAMOWICZ, E.M. LEVIN, A. LEVY and U. MAOR, *Phys. Lett. B* **269**, 465 (1991).
- [103] REZAEIAN, A. H.; SIDDIKOV, M.; VAN DE KLUNDERT, M.; R. VENGOPALAN, R.; Analysis of combined HERA data in the impact-parameter dependent saturation model. *Phys. Rev. D* v. 87, p. 034002, 2013.
- [104] REZAEIAN, A. H.; SCHIMIDT, I.; Impact-parameter dependent Color Glass Condensate dipole model and new combined HERA data. *Phys. Rev. D* v. 88, p. 074016, 2013.
- [105] BERGER,  $\tilde{E}.\tilde{L}.$ ; GORDON,  $\tilde{L}.\tilde{E}.$ , KLASSEN,  $\tilde{M}.$ ; Massive lepton pairs as a prompt photon surrogate *Phys. Rev. D*, v. 58, p. 074012, 1998.
- [106] MACHADO, M. V. T.; BRENNER MARIOTTO, C.; Investigating the high energy QCD approaches for prompt photon production at the LHC. *Eur. Phys. J. C*, v. 61, p. 871, 2009.
- [107] WEBB, J. C. *et al.* [NuSea Collaboration], Absolute Drell-Yan Dimuon Cross Sections in 800 GeV/c pp and pd Collisions. hep-ex/0302019.
- [108] ABE, F. *et al.* [CDF Collaboration], Measurement of Drell-Yan electron and muon pair differential cross sections in pp collisions at  $\sqrt{s} = 1.8TeV$ . *Phys. Rev. D*, v. 49, p. 1, 1994.
- [109] DIRAC, P. A. M; Forms of Relativistic Dynamics *Rev. Mod. Phys.*, v. 21, p. 3, 1949.
- [110] LEUTWYLER, H.; STERN, J.; Relativistic dynamics on a null plane. *Ann. Phys.* (N.Y.) v. 112, p. 94, 1978.