

SIMULAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS DE UM ESCOAMENTO ELASTO-VISCOPLÁSTICO EXTERNO ATRAVÉS DE UMA PLACA PLANA

Edgar Gonçalves Londero

Orientador: Sérgio Frey

Departamento de Engenharia Mecânica - UFRGS

Apoio: CNPq



1. INTRODUÇÃO

O modelo utilizado neste trabalho é o elasto-viscoplástico, no qual esse fluido apresenta características tanto elásticas como viscoplásticas, ou seja, apresenta comportamento elástico para valores de tensão abaixo da tensão inicial do escoamento e apresenta comportamento viscoplástico para valores superiores a da tensão do escoamento. Esses fluidos elasto-viscoplásticos são muito comuns em algumas indústrias, por exemplo, na Indústria do Petróleo, na Indústria Alimentícia temos a manteiga e a maionese e na indústria de cosméticos temos cremes e pastas. O tipo de fluido é o elasto-viscoplástico com base no modelo Oldroyd-B que leva em conta os efeitos elásticos. Os resultados gerados através da simulação numérica sem inércia foi aproximado por elementos finitos bilineares(Q1/Q1) para os campos de velocidade, tensão e pressão utilizando de aproximação de elementos finitos Galerkin-Mínimos-Quadrados(GLS).

2. OBJETIVO

Este trabalho tem por objetivo analisar o escoamento de um fluido Não-Newtoniano (elasto-viscoplástico) através de uma placa plana, na qual o escoamento é externo sobre a placa. O modelo em questão é o elasto-viscoplástico. Os resultados mostrados através da simulação aproximada visam enfatizar as zonas de tensão em torno da placa, ou seja, as zonas escoadas. Esses resultados estão de acordo com a variação de alguns parâmetros do modelo.

3. MODELAGEM MECÂNICA

O modelo mecânico deste trabalho consiste em equações da conservação de massa e do Momentum, equações constitutivas do modelo elasto-viscoplástico, bem como suas respectivas equações adimensionalizadas. A Conservação de Massa diz que a variação da massa em um volume de controle é zero. O princípio da conservação de Momentum diz que a taxa da variação do momentum linear em um volume de fluido é igual ao somatório de todas as forças externas atuando sobre esse fluido, logo, para um fluido incompressível temos:

$$\text{div } \mathbf{u} = 0$$

$$\rho (\nabla \cdot \mathbf{u}) + \nabla p - \text{div } \boldsymbol{\tau} - \mathbf{b} = 0$$

onde \mathbf{u} é o vetor velocidade, ρ a massa específica, $\boldsymbol{\tau}$ (vetor de tensões) são as forças atuando sobre o sistema e \mathbf{b} são as forças de campo.

Tanto a equação de conservação de massa como a equação do princípio do momentum, são modificadas de acordo com a equação viscoelástica proposta para a derivada convectada no modelo Oldroyd-B. Assim, chegamos na equação do modelo elasto-viscoplástico:

$$\boldsymbol{\tau} + \theta_1 \dot{\boldsymbol{\tau}} = \eta (\dot{\boldsymbol{\gamma}} + \theta_2 \ddot{\boldsymbol{\gamma}})$$

Onde θ_1 é o tempo de relaxação, θ_2 é o tempo de retardação e as equações das derivadas convectadas são:

$$\dot{\boldsymbol{\tau}} = \frac{d\boldsymbol{\tau}}{dt} - \boldsymbol{\tau} \cdot \nabla \mathbf{u} - \nabla \mathbf{u}^T \cdot \boldsymbol{\tau}$$

$$\dot{\boldsymbol{\gamma}} = \frac{d\dot{\boldsymbol{\gamma}}}{dt} - \dot{\boldsymbol{\gamma}} \cdot \nabla \mathbf{u} - \nabla \mathbf{u}^T \cdot \dot{\boldsymbol{\gamma}}$$

onde a magnitude do tensor taxa de deformação é dada por: $\dot{\boldsymbol{\gamma}} = \sqrt{2\text{tr}[(\mathbf{D}(\mathbf{u}))^2]}$

A viscosidade para este modelo é uma função da taxa de deformação, que neste trabalho foi usada uma expressão proposta por Souza Mendes e Dutra 2004:

$$\eta(\dot{\boldsymbol{\gamma}}) = \left(1 - \exp\left(-\frac{\eta_0}{\tau_0} \dot{\boldsymbol{\gamma}}\right)\right) \left(\frac{\tau_0}{\dot{\boldsymbol{\gamma}}} + K \dot{\boldsymbol{\gamma}}^{n-1}\right) + \eta_\infty$$

Onde n é o índice de power-law, K é o índice de consistência, η_0 e τ_0 são a viscosidade limite e a tensão limite, respectivamente. Um parâmetro que especifica o nível de elasticidade do materia é:

$$G_{eq} = G_0 e^{m\left(\frac{1}{\lambda_{eq}} - 1\right)}$$

Outro parâmetro importante do modelo é o parâmetro de estrutura dado pela seguinte equação:

$$\lambda_{eq}(\dot{\boldsymbol{\gamma}}) = \frac{\ln \eta_{eq}(\dot{\boldsymbol{\gamma}}) - \ln \eta_\infty}{\ln \eta_0 - \ln \eta_\infty}$$

4. PARÂMETROS ADIMENSIONAIS

$$U^* = \frac{u_c}{(\dot{\boldsymbol{\gamma}}_1 L_p)} ; J = \frac{\dot{\boldsymbol{\gamma}}_1 - \dot{\boldsymbol{\gamma}}_0}{\dot{\boldsymbol{\gamma}}_0} = \eta_0 \left(\frac{\tau_0^{1-n}}{K}\right)^{1/n} - 1$$

U^* é a velocidade adimensional do fluxo, também visto como o nível de tensão de escoamento, onde, u_c é a velocidade externa do escoamento e o L_p é o comprimento da placa. J é um parâmetro reológico adimensional.

5. MODELO NUMÉRICO

Neste trabalho, a aproximação numérica foi feita através do método de elementos finitos, multi-campos(SMD) usando uma estabilização baseada nas formulações de Galerkin Mínimos Quadrados(GLS). O método de elementos finitos consiste em uma aproximação numérica de equações diferenciais, baseado no conceito de que a solução de uma equação diferencial pode ser representada como uma combinação linear de graus de liberdade e funções ao longo de todo o domínio do sistema. A malha contém 6650 elementos. O fluxo é dirigido na superfície da placa.

As condições de contorno na placa são:
(i) velocidade uniforme ($u_1=0,01\text{m/s}$) dirigida no começo do escoamento e,
(ii) condição de não-deslizamento na superfície da placa.

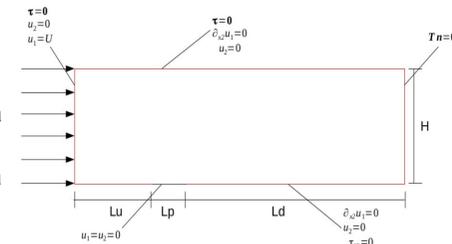


Figura 1: Problema proposto

6. RESULTADOS

Os resultados foram obtidos através do critério da taxa de deformação $\dot{\boldsymbol{\gamma}}$, pois temos a velocidade adimensionalizada em função deste parâmetro e também este critério separa os efeitos elásticos dos inerciais. O primeiro resultado fixou-se $G0=20$, $n=0,5$ e variou-se U^* . No segundo resultado variou-se n e no terceiro variou-se $G0$.



Figura 2: Zonas rígidas para $G0=20$ e $n=0,5$: (a) $U^*=0,0025$ (b) $U^*=0,005$ e (c) $U^*=0,01$

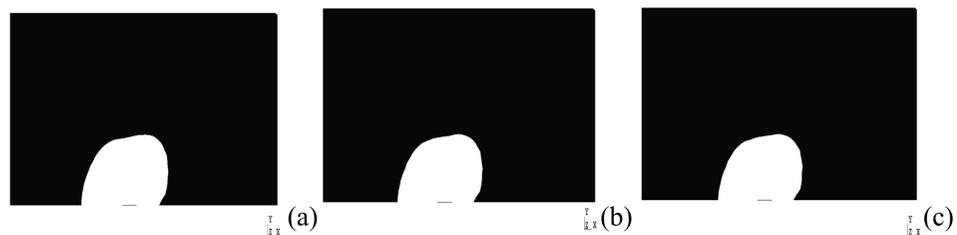


Figura 3: Zonas rígidas para $U^*=0,01$ e $G0=20$: (a) $n=0,4$ (b) $n=0,7$ e (c) $n=1$

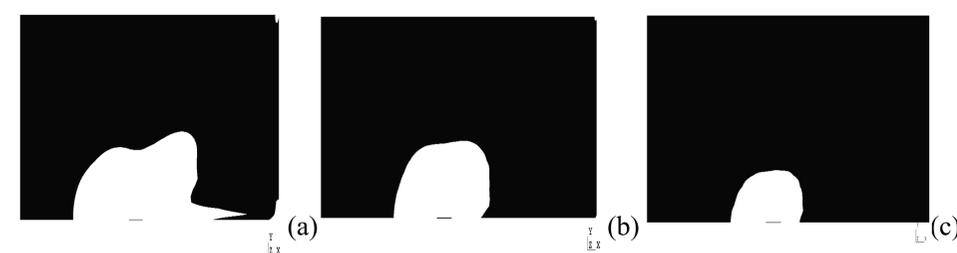


Figura 4: Zonas rígidas para $U^*=0,01$ e $n=0,5$: (a) $G0=1$ (b) $G0=10$ e (c) $G0=100$

7. CONCLUSÕES

As simulações obtidas via método GLS estão de acordo com os resultados propostos pela literatura. Observou-se que com o aumento na variação dos parâmetros propostos neste trabalho, houve uma perda de simetria durante o escoamento e de acordo com o parâmetro variado, o escoamento vai ter mais ou menos regiões aonde o fluido está escoando.

8. REFERÊNCIAS

- Fox, R. W., McDonald, A. T., 2001, "Introdução à Mecânica dos Fluidos" 5ed., Rio de Janeiro, Editora LTC S.A,
Franca, L. P., Frey, S., 1992, "Stabilized finite element methods: II. The incompressible Navier-Stokes equations", Comp. Meths. Appl. Mech. Eng., Vol. 99, pp. 209-233, USA, 1992.
de Souza Mendes, P.R., 2007, "Dimensionless non-Newtonian fluid mechanics", J. Non-Newt. Fluid Mech., Vol. 147, pp. 109-116.
Nassar et al. 2011, "Flow of elasto-viscoplastic liquids through an axisymmetric expansion-contraction"