Evento	Salão UFRGS 2014: SIC - XXVI SALÃO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA UFRGS
Ano	2014
Local	Porto Alegre
Título	Subgrafos Induzidos Conexos não Rotulados
Autor	RAFAEL SOUZA FERNANDES
Orientador	CARLOS HOPPEN

Este trabalho de pesquisa está relacionado com enumeração de grafos não rotulados distintos. A escolha deste tema de pesquisa deve-se à minha familiarização com Técnicas de Enumeração e à proposta dos professores Vilmar Trevisan e Joaquim Júdice em trabalhar com a contagem de Subgrafos Induzidos Conexos não rotulados de um dado grafo G.

A *matriz de adjacências* de um grafo G é uma matriz A com linhas e colunas indexadas por $V(G)$, onde cada elemento $a_{ij} = 1$ se os vértices v_i e v_j são adjacentes e $a_{ij} = 0$ caso contrário.

Um *autovalor* de uma matriz A de ordem n é um escalar λ tal que $Ax - \lambda x = 0$, para $x \neq 0$, $x \in \mathbb{R}^n$. Tal vetor x é dito *autovetor* associado a λ. Dada uma matriz real A de ordem n e $w \in \mathbb{R}^n$, o problema do autovalor complementar consiste em encontrar $x \in \mathbb{R}^n - \{0\}$ e $\lambda \in \mathbb{R}$ tais que:

$$\begin{array}{l} w = Ax - \lambda x \\ x \geq 0; w \geq 0 \\ x^T w = 0 \end{array}$$

O valor λ associado à solução $(x;\lambda)$ é chamado de *autovalor complementar* de A. A diferença entre um autovalor complementar para um autovalor está no fato de que nos complementares podemos ter $w \geq 0$, enquanto que para um autovalor devemos ter necessariamente $w = 0$.

A partir dessas definições, apresentamos os dois resultados obtidos pelos professores Trevisan e Júdice, que são tomados como base para este trabalho:

Teorema 1 *Seja G um grafo conexo e A sua matriz de adjacência. O número de autovalores complementares de G é o número de Subgrafos Induzidos Conexos não rotulados de G.*

Teorema 2 *Seja G um grafo conexo com n vértices. Então o número $\mathfrak{c}(G)$ de autovalores complementares de G satisfaz:* $n \leq \mathfrak{c}(G) < 2^n + 3 - \frac{n(n-1)(n+1)}{6}$

Dessa forma, nesta pesquisa buscamos encontrar classes de grafos em que seja possível contar exatamente o número de Subgrafos Induzidos Conexos não rotulados e, além disso, queremos encontrar uma cota superior melhor para $\mathfrak{c}(G)$. É importante ressaltar que estamos interessados no comportamento assintótico com relação a n, isto é, estamos interessados no número de subgrafos com tais propriedades quando temos n suficientemente grande.

Baseado na literatura da área, pesquisamos classes de grafos e conseguimos efetuar a contagem exata do número de subgrafos de algumas destas classes: *Path, Cycle, Star, K_n, Broom, Double Broom, Lollipop* e *Starlike*. Foi possível perceber que estas classes de grafos satisfazem a desigualdade do *Teorema 2*. Dentre essas classes, também podemos observar que algumas são da ordem de n, outras de n^2 e notamos um caso exponencial, dado pelos grafos Starlike, cuja ordem é $\frac{2^{2\sqrt{n}}}{\sqrt{\pi n}}$.

A pesquisa ainda segue visando encontrar uma cota superior menor do que a cota dada no *Teorema 2*, bem como buscar outras classes de ordens diferentes das que foram encontradas, como por exemplo uma classe da ordem n^3.