Evento	Salão UFRGS 2014: SIC - XXVI SALÃO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA UFRGS
Ano	2014
Local	Porto Alegre
Título	Comparação entre métodos numéricos para avaliação da transformada inversa de Laplace
Autor	RAMIRO MICHELON
Orientador	CYNTHIA FEIJO SEGATTO

Nos últimos anos a técnica da transformada de Laplace tem sido largamente aplicada na solução de problemas de Equações Diferenciais e Integrais, tais como a equação de transporte de partículas neutras e Equação de Difusão, como pode ser visto, por exemplo ver [1-2]. Na maioria das aplicações, quando a transformada de Laplace é usada em sua solução, a obtenção de sua transformada inversa através do teorema de inversão de forma analítica não é facilmente encontrada, porém pode ser encontrada uma solução na forma fechada, através da avaliação a integral de linha do teorema de inversão de forma numérica. Pelo motivo exposto, neste trabalho são estudados quatro esquemas numéricos para a inversão numérica da transformada de Laplace, são eles: Quadratura Gaussiana, Série de Fourier, Gaver Stehfest e Gaver Whynn-Rho.

A *Quadratura Gaussiana* aproxima a integral de contorno através fórmula de Stroud,

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{c-i\infty}^{c+i\infty} e^{p}\,\frac{U(p)}{p}\,dp=\sum_{n=1}^{N} A_n U(p_n)$$

onde c é um número arbitrário, U(p) uma função analítica no semiplano direito do plano complexo, as raízes p_n e pesos A_n são calculados conforme fórmulas em *Stroud & Secrest* [3].

O método da *Série de Fourier* está fundamentado na discretização da integral de contorno pela regra do trapézio usando passo com tamanho de h=π/T onde t está no intervalo (0,T) [4],

$$f(t)=\frac{e^{at}}{T}\left\{\frac{1}{2}F(a)+Re\sum_{k=1}^{n}F\left(a+i\frac{k\pi}{T}\right)e^{\frac{ik\pi}{T}t}\right\}$$

onde os parâmetros c e n devem ser otimizados para obtenção de maior precisão.

O algoritmo de Gaver é uma técnica numérica que está baseada no teorema de Post-Widder [4] onde a função f(t) pode ser reconstruída por:

$$f(t)=\lim_{k\to\infty}\frac{(-1)^k}{k!}\left(\frac{k}{t}\right)^{k+1}F^{(k)}\left(\frac{k}{t}\right)$$

A grande vantagem desta fórmula reside no fato da função f(t) ser expressa em termos da transformada F(s) e suas derivadas apenas sobre o eixo real. Na década de 60, Gaver apresentou uma formula discreta e um algoritmo recursivo para seu cálculo. Infelizmente sequência dos funcionais de Gaver apresenta convergência muito lenta. Desta forma para poder ser usada, esta forma de inversão deve ser associada à aceleradores Neste trabalho são avaliados os métodos de Gaver-Stehfest que usa um caso particular da extrapolação de Richardson (somatório de Salzer) e é considerado o melhor método linear de aceleração [4] e Gaver Wynn-Rho que usa um acelerador não linear, que segundo Valkó [5] é o único método não linear que apresenta resultados superiores ao Somatório de Salzer.

Neste trabalho os quatro esquemas numéricos para a inversão numérica da transformada de Laplace estudados, são avaliados em funções teste das quais é conhecida a inversão de forma exata.

Referências:

[1] Segatto CF, Gonçalez TT, Vilhena MT: Kerntechnik, v. 75, p. 53-57, 2010.

[2] Buske D, Vilhena MT, Segatto CF, Quadros RS: *Integral Methods in Science and Engineering: Computational Analytic Aspects*. Boston (Birkhäuser) 2011, v XXVI, 15-24.

[3] Stroud, Secrest: *Gaussian Quadrature Formulas.* Prendice-Hall Inc., New Jersey, 1966.

[4] A. M. Cohen. *Numerical Methods for Laplace Transform Inversion*, Springer, NY, 2007

[5] P. Valkó, J. Abate. *Computers and Mathematics with Applications*. 48 pp. 629-636, 2004.