



Evento	Salão UFRGS 2014: SIC - XXVI SALÃO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA UFRGS
Ano	2014
Local	Porto Alegre
Título	Generalizações sobre Anéis que satisfazem $x^3=x$
Autor	SAMANTA STEIN DA SILVA
Orientador	EDUARDO HENRIQUE DE MATTOS BRIETZKE

O artigo intitulado “Variações sobre um Tema: Anéis satisfazendo $x^3 = x$ são comutativos”, dos autores Stephen M. Buckley e Desmond MacHale, publicado na revista *The American Mathematical Monthly*, apresenta quatro seções que abordam diferentes provas e resultados de anéis que satisfazem $x^3 = x$. As duas últimas seções, apresentadas nesse trabalho, mostram generalizações e contra-exemplos relativos ao tema que é o objeto do nosso trabalho.

O fato de que um anel satisfazendo $x^3 = x$ (sendo x um elemento do anel) implica que esse anel é comutativo, é demonstrado de várias maneiras no artigo, o que possibilita algumas generalizações, estas apresentadas neste trabalho. Entre essas generalizações pode-se citar:

Teorema 1: Seja R um anel tal que $(xy)^3 = xy$ para todos $x, y \in R$. Então R é comutativo.

Teorema 2: Um anel R é comutativo se e somente se $x^3 - x \in Z(R)$ para todo $x \in R$.

Teorema 3: Um anel R é comutativo se e somente se $[x, y]^3 = [x, y]$ para todo $x, y \in R$.

Para a demonstração do Teorema 3, outros dois resultados são apresentados e demonstrados anteriormente.

Além de generalizações, há a apresentação de contra-exemplos de variações sobre condições de comutatividade que não implicam em comutatividade. Assim, conclui-se o trabalho com a apresentação da prova dos seguintes contra-exemplos:

Teorema 4: Há anéis R , não-comutativos, que satisfazem a equação $(xyz)^2 = xyz$ para todos $x, y, z \in R$.

Teorema 5: Há anéis R , não-comutativos, tais que $xy \in Z(R)$ para todos $x, y \in R$.