

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

**CONFIABILIDADE DE VIGAS PRÉ-TRACIONADAS DE
CONCRETO PROTENDIDO**

Diego Angelus San Martins

Porto Alegre
2014

DIEGO ANGELUS SAN MARTINS

CONFIABILIDADE DE VIGAS PRÉ-TRACIONADAS DE
CONCRETO PROTENDIDO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do título de **MESTRE EM ENGENHARIA**.

Orientador: Prof. Dr. Américo Campos Filho

Co-orientador: Prof. Dr. Mauro de Vasconcellos Real

Porto Alegre
2014

DIEGO ANGELUS SAN MARTINS

**CONFIABILIDADE DE VIGAS PRÉ-TRACIONADAS DE
CONCRETO PROTENDIDO**

Esta dissertação de mestrado foi julgada adequada para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA, Área de Estruturas, e aprovada em sua forma final pelo professor orientador e pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, 24 de outubro de 2014

Prof. Américo Campos Filho (UFRGS)
Dr. pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Orientador

Prof. Mauro de Vasconcellos Real (FURG)
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Co-orientador

Prof. Armando Miguel Awruch
Coordenador do PPGEC/UFRGS

BANCA EXAMINADORA

Prof. Alexandre Rodrigues Pacheco (UFRGS)
Ph.D. pela Pennsylvania State University

Prof. Francisco de Paula Simões Lopes Gastal (UFRGS)
Ph.D. pela North Carolina State University

Prof.^a Branca Freitas de Oliveira (UFRGS)
Dr.^a pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Dedico este trabalho aos meus pais e ao meu amor, pelo
apoio incondicional.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Américo Campos Filho, pela orientação, paciência, amizade e por todo incentivo e ajuda em todos os momentos até a conclusão deste trabalho.

Ao Prof. Mauro de Vasconcellos Real, grande pessoa e amigo, pelos ensinamentos, orientação, pela dedicação, pela disponibilidade e pelo grande incentivo ao longo dos anos de convivência.

Aos meus dois orientadores, meu sincero muito obrigado por tudo.

Agradeço ao Programa de Pós-Graduação pela excelente educação, aos funcionários do PPGE e a todos os colegas pelos momentos de descontração e apoio.

A todos que de alguma forma contribuíram para o meu crescimento pessoal e profissional nas horas mais complicadas ou nos momentos de tranquilidade.

Aos meus grandes amigos que sempre me apoiaram durante mais essa etapa na minha vida.

Aos meus pais, Ângelo e Claudete, pelos ensinamentos e educação durante toda minha vida e a Cinthia, pela compreensão, incentivo e amor.

O sofrimento é passageiro, desistir é para sempre.

Lance Armstrong

RESUMO

SAN MARTINS, D. A. **Confiabilidade de vigas pré-tracionadas de concreto protendido**. 2014. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

O presente trabalho trata da avaliação da confiabilidade de vigas pré-tracionadas de concreto protendido em relação ao estado limite último de flexão, segundo as recomendações da norma brasileira NBR 6118:2014. O crescimento da utilização de vigas protendidas nas edificações se justifica cada vez mais com o emprego de materiais mais eficientes e pela necessidade de estruturas mais leves e esbeltas. Esta pesquisa se limita à avaliação de vigas simplesmente apoiadas com seções retangulares e T e carregamento uniformemente distribuído ao longo do vão. Para a avaliação da capacidade resistente, foi utilizado um modelo simplificado que analisa a seção mais solicitada do elemento através de equações de equilíbrio, propriedades dos materiais e compatibilidade de deformações. A validação foi realizada a partir de ensaios experimentais e o modelo foi julgado adequado para a determinação do momento resistente de vigas pré-tracionadas de concreto protendido. O índice de confiabilidade β das vigas em estudo foi determinado através do método de confiabilidade de primeira ordem (*First Order Reliability Method* – FORM), consolidado e bastante utilizado na obtenção da probabilidade de falha de estruturas. O valor de β é obtido a partir do cálculo da distância mínima entre a superfície de falha e a origem das variáveis aleatórias padronizadas utilizando-se os recursos de minimização de uma planilha eletrônica.

A verificação da influência que alguns parâmetros que regem o dimensionamento das vigas protendidas com aderência inicial exercem sobre o índice de confiabilidade foi realizada. Foram avaliados a resistência característica à compressão do concreto, a resistência característica de ruptura à tração da armadura de protensão, a esbeltez da viga e a relação entre o carregamento permanente e a carga total atribuída à viga. Também foi estabelecido um valor para o índice de confiabilidade considerado seguro igual a 3,8. Diante dos resultados, foi observado que a variação do índice de confiabilidade ocorreu de forma mais acentuada quando estudada juntamente com a variação da relação entre o carregamento. Porém vale destacar que em certos casos o índice de confiabilidade pode reduzir com o crescimento da resistência característica de ruptura à tração do aço de protensão e a consequente redução da área de armadura ativa.

Palavras-chave: concreto protendido, vigas, pré-tração, confiabilidade, FORM.

ABSTRACT

SAN MARTINS, D. A. **Reliability of pretensioned prestressed concrete beams**. 2014. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

The present work deals with the evaluation of the reliability of pretensioned prestressed concrete beams regarding to the ultimate flexural limit state according to the recommendations of the Brazilian standard NBR 6118:2014. The increasing usage of prestressed beams in buildings is more and more justified by the usage of more efficient materials and the necessity of lighter weight and more slender structures. The research is limited in the evaluation of simply supported beams with rectangular and T cross sections and uniformly distributed loading. For the evaluation of the load capacity of the beams, it was used a simplified model that analyzes the maximum bending moment section of the element through equilibrium equations, material properties and compatibility of deformations. The validation was performed from experimental data and the model was judged suitable for the determination of the resistant moment of pre-tensioned prestressed concrete beams. The evaluation of the reliability index β for each beam was carried out using the First Order Reliability Method - FORM, which is already consolidated and widely used when obtaining the probability of failure of structures. The value of β is obtained from the calculation of the minimum distance between the surface of the failure and origin of standard random variables through the resource of minimization tools of a digital spreadsheet.

The evaluation of the influence that some parameters, which govern the design of pretensioned prestressed beams, exercise on the reliability index was performed. The characteristic concrete compressive strength, the characteristic tensile strength of the prestressed reinforcement, the slenderness ratio of the beam and the ratio between dead load and total load were evaluated. It was also established a minimum acceptable value to the reliability index equal to 3.8. Given the results, it was observed that the variation of the reliability index occurred, in a more sharply way, when studied along with the variation of the ratio between the dead load and total load. But, in some cases, the reliability index can be reduced with the increasing of the characteristic tensile strength of the prestressed reinforcement and the consequent prestressed steel cross sectional area reduction.

Keywords: prestressed concrete, beams, pretensioned, reliability, FORM

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	1
1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS	1
1.2 OBJETIVOS	2
1.3 CONCRETO PROTENDIDO	4
1.3.1 Vigas de concreto protendido com aderência inicial	9
1.4 CONFIABILIDADE DE ESTRUTURAS DE CONCRETO PROTENDIDO	14
1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO	16
2 PROJETO DE VIGAS DE CONCRETO PROTENDIDO COM ADERÊNCIA INICIAL	18
2.1 ESTADOS LIMITES DE SERVIÇO (ELS)	18
2.1.1 Estado limite de formação de fissuras (ELS-F)	19
2.1.2 Estado limite de abertura das fissuras (ELS-W)	20
2.1.3 Estado limite de deformações excessivas (ELS-DEF)	21
2.1.4 Estado limite de descompressão (ELS-D)	21
2.1.5 Estado limite de descompressão parcial (ELS-DP)	22
2.1.6 Estado limite de compressão excessiva (ELS-CE)	23
2.1.7 Estado limite de vibrações excessivas (ELS-VE)	24
2.2 COMBINAÇÕES DE CARGA NO ESTADO LIMITE DE SERVIÇO	25
2.2.1 Combinações quase permanentes de serviço (CQP)	26
2.2.2 Combinações frequentes de serviço (CF)	26
2.2.3 Combinações raras de serviço (CR)	27
2.3 NÍVEIS DE PROTENSÃO	27
2.3.1 Protensão parcial ou nível 1	29
2.3.2 Protensão limitada ou nível 2	29
2.3.3 Protensão completa ou nível 3	31
2.4 FORÇAS DE PROTENSÃO EM VIGAS	31
2.4.1 Estimativa da força de protensão P_{∞}	31
2.4.1.1 Estimativa de P_{∞} para protensão parcial	32
2.4.1.2 Estimativa de P_{∞} para protensão limitada	32
2.4.1.3 Estimativa de P_{∞} para protensão completa	33
2.4.2 Estimativa da força de protensão P_i	34
2.4.3 Perdas da força de protensão	34

2.4.3.1 Perdas por encurtamento elástico do concreto	35
2.4.3.2 Perdas por retração do concreto	36
2.4.3.3 Perdas por fluência do concreto	37
2.4.3.4 Perdas por relaxação do aço de protensão	37
2.4.4 Valores de P_a , P_0 e P_∞	39
2.5 VERIFICAÇÕES DAS TENSÕES NORMAIS NO CONCRETO	40
2.6 ARMADURA MÍNIMA	42
2.7 ESTADOS LIMITES ÚLTIMOS (ELU)	43
2.7.1 Estado limite último: solicitações normais	43
2.7.1.1 Estado de deformações	45
2.7.1.2 Estado de tensões	46
2.7.1.3 Força resultante	47
2.7.1.4 Equilíbrio	48
2.7.2 Estado limite último: ruptura no ato de protensão	49
2.7.3 Estado limite último: verificação da força cortante	50
2.8 ESTADO LIMITE DE UTILIZAÇÃO	53
3. MODELO PARA VERIFICAÇÃO DA CAPACIDADE RESISTENTE NO	
ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE FLEXÃO	55
3.1 ANÁLISE DE UMA VIGA DE CONCRETO PROTENDIDO	56
3.1.1 Estádio I: elástico linear	56
3.1.2 Estádio II: seção fissurada	57
3.1.3 Estádio III: regime de ruptura	58
3.2 MODELOS CONSTITUTIVOS DOS MATERIAIS	58
3.2.1 Relação constitutiva para o concreto	59
3.2.2 Relação constitutiva para o aço de armadura ativa	60
3.2.3 Relação constitutiva para o aço de armadura passiva	60
3.3 CÁLCULO DA CAPACIDADE RESISTENTE NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE	
FLEXÃO	61
3.4 VALIDAÇÃO DO MODELO DE CÁLCULO	64
3.4.1 Resultados experimentais	64
3.4.1.1 BILLET (1953)	64
3.4.1.2 FELDMAN (1954)	66
3.4.1.3 WARWARUK (1957)	66
3.4.1.4 TAO e DU (1985)	67
3.4.1.5 MATTOCK <i>et al</i> (1971)	67

3.4.2 Resultados da validação	68
3.4.3 Erro do modelo (η)	69
4 CONFIABILIDADE DE ESTRUTURAS	71
4.1 PROBLEMA BÁSICO DE CONFIABILIDADE	72
4.2 MÉTODOS DE AVALIAÇÃO DE CONFIABILIDADE	75
4.2.1 Método de simulação de Monte Carlo	75
4.2.2 Método de Segundo Momento de Primeira Ordem (FOSM)	76
4.2.3 Método de Confiabilidade de Primeira Ordem (FORM)	77
4.3 O MÉTODO FORM PARA DETERMINAÇÃO DA CONFIABILIDADE DE VIGAS PRÉ-TRACIONADAS	80
4.3.1 Variáveis aleatórias	82
4.3.1.1 Resistência à compressão do concreto f_c	82
4.3.1.2 Resistência do aço passivo f_y	83
4.3.1.3 Resistência do aço ativo f_{pt}	83
4.3.1.4 Carregamento permanente g	84
4.3.1.5 Carregamento variável q	84
4.3.1.6 Altura útil da armadura passiva d_s	85
4.3.1.7 Altura útil da armadura ativa d_p	85
4.3.1.8 Fator de perdas final de protensão r_f	85
4.3.1.9 Erro do modelo η	85
4.3.2 Transformações das variáveis com distribuição diferentes da normal	86
4.3.2.1 Distribuição normal equivalente	86
4.3.2.2 Distribuição de valores extremos tipo I	88
4.3.3 Função estado limite	89
4.3.4 Cálculo do índice de confiabilidade β	90
5 AVALIAÇÃO DA CONFIABILIDADE DE VIGAS DE CONCRETO PROTENDIDO COM ADERÊNCIA INICIAL	93
5.1 PARÂMETROS VARIADOS NO ESTUDO	93
5.2 CARACTERIZAÇÃO DAS VIGAS	94
5.3 METODOLOGIA DE VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS	97
5.4 RESULTADOS	98
5.4.1 Influência da resistência característica à compressão do concreto f_{ck}	98

5.4.2	Influência da resistência característica à tração da armadura ativa f_{ptk}	102
5.4.3	Influência da relação de carregamento r	104
5.4.4	Influência da esbeltez da viga λ	107
5.4.5	Seções retangulares × seções T	108
5.4.6	Índice de confiabilidade alvo	110
6	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	114
6.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	116
	REFERÊNCIAS	118
	APÊNDICE A	122
	APÊNDICE B	128

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1:	introdução de um estado prévio de tensões em uma fila de livros	4
Figura 1.2:	ponte protendida em balanços sucessivos	5
Figura 1.3:	utilização de vigas protendidas para o apoio de tabuleiro em pontes	8
Figura 1.4:	pista de protensão	10
Figura 1.5:	Esquema de uma pista de protensão com aderência inicial	11
Figura 1.6:	seções típicas de pré-moldados em concreto protendido	12
Figura 1.7:	armaduras de uma viga em concreto protendido com aderência inicial	13
Figura 1.8:	viga “T” protendida com aderência inicial	13
Figura 2.1:	estado limite de formação de fissuras	20
Figura 2.2:	estado limite de descompressão	22
Figura 2.3:	estado limite de descompressão parcial	23
Figura 2.4:	estado limite de compressão excessiva	24
Figura 2.5:	tensões normais no ato de protensão	41
Figura 2.6:	estado de deformações	45
Figura 2.7:	estado de tensões	46
Figura 2.8:	forças que atuam na seção	47
Figura 2.9:	estado de deformações – ruptura no domínio 3	49
Figura 2.10:	redução da força cortante no caso de cabo inclinado	51
Figura 3.1:	fases de uma viga em ensaio de flexão (deformação x carga)	56
Figura 3.2:	tensões na seção no estágio I	57
Figura 3.3:	tensões na seção no estágio II	57
Figura 3.4:	tensões na seção no estágio III classes de concreto até C50	58
Figura 3.5:	diagrama tensão-deformação do concreto à compressão	59
Figura 3.6:	diagrama tensão-deformação para aços de armaduras ativas	60
Figura 3.7:	diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas	61
Figura 3.8:	método da bissecante	63
Figura 4.1:	funções densidade de probabilidade de R e S	73
Figura 4.2:	distribuição da margem de segurança	74
Figura 4.3:	espaço das variáveis reduzidas R' e S' na abordagem FOSM	77
Figura 4.4:	Transformação do espaço original para o espaço padronizado na abordagem FORM	78
Figura 4.5:	representação dos cossenos diretores	80
Figura 5.1:	idealização da viga em estudo	95

Figura 5.2:	idealização da seção T	95
Figura 5.3:	idealização da seção retangular	96
Figura 5.4:	identificação das vigas retangulares	97
Figura 5.5:	identificação das vigas T	97
Figura 5.6:	variação de $f_{ck} \times \beta$ ($f_{ptk} = 210 \text{ kN/cm}^2$ e $r = 0,25$) para seção retangular	98
Figura 5.7:	variação de $f_{ck} \times \beta$ ($f_{ptk} = 210 \text{ kN/cm}^2$ e $r = 0,375$) para seção retangular	99
Figura 5.8:	variação de $f_{ck} \times \beta$ ($f_{ptk} = 210 \text{ kN/cm}^2$ e $r = 0,50$) para seção retangular	99
Figura 5.9:	variação de $f_{ck} \times \beta$ ($f_{ptk} = 210 \text{ kN/cm}^2$ e $r = 0,625$) para seção retangular	99
Figura 5.10:	variação de $f_{ck} \times \beta$ ($f_{ptk} = 210 \text{ kN/cm}^2$ e $r = 0,75$) para seção retangular	100
Figura 5.11:	variação de $f_{ck} \times \beta$ ($f_{ptk} = 175 \text{ kN/cm}^2$ e $r = 0,625$) para seção retangular	100
Figura 5.12:	variação de $f_{ck} \times \beta$ ($f_{ptk} = 190 \text{ kN/cm}^2$ e $r = 0,625$) para seção retangular	101
Figura 5.13:	variação de $f_{ck} \times \beta$ ($f_{ptk} = 210 \text{ kN/cm}^2$ e $r = 0,25$) para seção T	101
Figura 5.14:	variação de $f_{ck} \times \beta$ ($f_{ptk} = 210 \text{ kN/cm}^2$ e $r = 0,50$) para seção T	102
Figura 5.15:	variação de $f_{ck} \times \beta$ ($f_{ptk} = 210 \text{ kN/cm}^2$ e $r = 0,75$) para seção T	102
Figura 5.16:	variação de $f_{ptk} \times \beta$ ($f_{ck} = 5,0 \text{ kN/cm}^2$ e $r = 0,25$) para seção retangular	103
Figura 5.17:	variação de $f_{ptk} \times \beta$ ($f_{ck} = 3,5 \text{ kN/cm}^2$ e $r = 0,50$) para seção retangular	103
Figura 5.18:	variação de $f_{ptk} \times \beta$ ($f_{ck} = 4,0 \text{ kN/cm}^2$ e $r = 0,75$) para seção retangular	104
Figura 5.19:	variação de $f_{ptk} \times \beta$ ($f_{ck} = 4,5 \text{ kN/cm}^2$ e $r = 0,375$) para seção T	104
Figura 5.20:	variação de $r \times \beta$ ($f_{ck} = 4,0 \text{ kN/cm}^2$ e $f_{ptk} = 175 \text{ kN/cm}^2$) para seção retangular	105
Figura 5.21:	variação de $r \times \beta$ ($f_{ck} = 3,0 \text{ kN/cm}^2$ e $f_{ptk} = 190 \text{ kN/cm}^2$) para seção retangular	105
Figura 5.22:	variação de $r \times \beta$ ($f_{ck} = 5,0 \text{ kN/cm}^2$ e $f_{ptk} = 210 \text{ kN/cm}^2$) para seção retangular	105
Figura 5.23:	variação de $r \times \beta$ ($f_{ck} = 3,5 \text{ kN/cm}^2$ e $f_{ptk} = 175 \text{ kN/cm}^2$) para seção T	106
Figura 5.24:	variação de $r \times \beta$ ($f_{ck} = 4,0 \text{ kN/cm}^2$ e $f_{ptk} = 190 \text{ kN/cm}^2$) para seção T	106
Figura 5.25:	variação de $r \times \beta$ ($f_{ck} = 4,5 \text{ kN/cm}^2$ e $f_{ptk} = 210 \text{ kN/cm}^2$) para seção T	106
Figura 5.26:	variação de $\lambda \times \beta$ ($f_{ptk} = 175 \text{ kN/cm}^2$ e $r = 0,625$) para seção retangular	107
Figura 5.27:	variação de $\lambda \times \beta$ ($f_{ptk} = 190 \text{ kN/cm}^2$ e $r = 0,50$) para seção retangular	107

Figura 5.28: variação de $\lambda \times \beta$ ($f_{ptk} = 210 \text{ kN/cm}^2$ e $r = 0,25$) para seção T	108
Figura 5.29: variação de $\lambda \times \beta$ ($f_{ptk} = 210 \text{ kN/cm}^2$ e $r = 0,625$) para seção T	108
Figura 5.30: variação de $\lambda \times \beta$ ($f_{ptk} = 190 \text{ kN/cm}^2$ e $r = 0,75$) para seção T	108
Figura 5.31: variação de $f_{ck} \times \beta$ ($f_{ptk} = 190 \text{ kN/cm}^2$, $r = 0,375$ e $\lambda = 12,5$)	109
Figura 5.32: variação de $f_{ptk} \times \beta$ ($f_{ck} = 4,5 \text{ kN/cm}^2$, $r = 0,50$ e $\lambda = 15$)	109
Figura 5.33: variação de $r \times \beta$ ($f_{ck} = 4,0 \text{ kN/cm}^2$, $f_{ptk} = 210 \text{ kN/cm}^2$ e $\lambda = 15$)	110
Figura 5.34: variação de $\lambda \times \beta$ ($f_{ck} = 3,5 \text{ kN/cm}^2$, $f_{ptk} = 175 \text{ kN/cm}^2$ e $r = 0,25$)	110
Figura 5.35: β calculado \times β alvo ($f_{ck} = 3,0 \text{ kN/cm}^2$, $f_{ptk} = 190 \text{ kN/cm}^2$ e $\lambda = 10$) para seção retangular	111
Figura 5.36: β calculado \times β alvo ($f_{ck} = 4,0 \text{ kN/cm}^2$, $f_{ptk} = 210 \text{ kN/cm}^2$ e $\lambda = 12,5$) para seção retangular	111
Figura 5.37: β calculado \times β alvo ($f_{ck} = 4,0 \text{ kN/cm}^2$, $f_{ptk} = 190 \text{ kN/cm}^2$ e $\lambda = 15$) para seção retangular	112
Figura 5.38: β calculado \times β alvo ($f_{ck} = 5,0 \text{ kN/cm}^2$, $f_{ptk} = 175 \text{ kN/cm}^2$ e $\lambda = 10$) para seção T.....	112
Figura 5.39: β calculado \times β alvo ($f_{ck} = 5,0 \text{ kN/cm}^2$, $f_{ptk} = 190 \text{ kN/cm}^2$ e $\lambda = 12,5$) para seção T.....	113
Figura 5.40: β calculado \times β alvo ($f_{ck} = 3,5 \text{ kN/cm}^2$, $f_{ptk} = 210 \text{ kN/cm}^2$ e $\lambda = 15$) para seção T.....	113

LISTA DE QUADROS

Quadro 2.1: valores limites para abertura das fissuras (ABNT, 2014)	20
Quadro 2.2: valores limites para deslocamentos (ABNT, 2014)	21
Quadro 2.3: valores de ψ_1 e ψ_2 (ABNT, 2014)	25
Quadro 2.4: classes de agressividade ambiental (ABNT, 2014)	28
Quadro 2.5: verificações necessárias no estado limite de serviço (ABNT, 2014)	28
Quadro 2.6: valores de ψ_{1000} em porcentagem (ABNT, 2014)	39
Quadro 2.7: taxas mínimas de armadura para flexão em vigas (ABNT, 2014)	43

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1:	resultados experimentais por BILLET (1953)	65
Tabela 3.2:	resultados experimentais por FELDMAN (1954)	66
Tabela 3.3:	resultados experimentais por WARWARUK (1957)	67
Tabela 3.4:	resultados experimentais por TAO & DU (1985)	67
Tabela 3.5:	parâmetros fixos das vigas ensaiadas (MATTOCK <i>et. al.</i> , 1971)	68
Tabela 3.6:	resultados experimentais por MATTOCK <i>et. al.</i> (1971)	68
Tabela 3.7:	resultados experimentais x resultados calculados	69
Tabela 4.1:	propriedades estatísticas das variáveis aleatórias	91
Tabela 4.2:	resultados após a convergência	92
Tabela 5.1:	parâmetros utilizados no projeto	96

LISTA DE SÍMBOLOS

LETRAS ROMANAS MAIÚSCULAS

A :	área da seção transversal de concreto
A_{s1} :	área de aço da armadura passiva referente à borda inferior
A_{s2} :	área de aço da armadura passiva referente à borda superior
A_p :	área de aço da armadura de protensão
C :	centro de gravidade da seção transversal
E_c :	módulo de elasticidade do concreto
E_{cs} :	módulo de elasticidade secante do concreto
E_p :	módulo de elasticidade da armadura de protensão
E_s :	módulo de elasticidade da armadura passiva
F_d :	força de cálculo das ações
F_g :	força proveniente do carregamento permanente
F_q :	força proveniente do carregamento variável
$F_X ()$:	função de distribuição acumulada da variável X
G :	vetor gradiente

G^* :	vetor gradiente no ponto mais provável de falha
I :	momento de inércia da seção
M :	momento fletor; margem de segurança
M_g :	momento fletor proveniente do carregamento permanente
M_q :	momento fletor proveniente do carregamento variável
M_{Sd} :	momento fletor solicitante de cálculo
M_{Rd} :	momento fletor resistente de cálculo
M_u :	momento resistente último
P :	força de protensão
$P()$:	probabilidade
P_f :	probabilidade de falha
P_s :	probabilidade de sobrevivência
R :	ações de resistência da estrutura
R_{cd} :	força resultante de cálculo do concreto referente ao diagrama retangular de tensões
R_{pd} :	força resultante de cálculo da armadura ativa
R_{s1d} :	força resultante de cálculo da armadura passiva referente à borda inferior
R_{s2d} :	força resultante de cálculo da armadura passiva referente à borda superior
S :	ações de solicitações na estrutura
U_n :	variáveis aleatórias com distribuição normal equivalente padronizada
V_d :	esforço cortante de cálculo
V_x :	coeficiente de variação da variável aleatória x
W_1 :	módulo de resistência da borda inferior
W_2 :	módulo de resistência da borda superior
X_i' :	variáveis reduzidas
X_n :	variáveis aleatórias com distribuição qualquer

LETRAS ROMANAS MINÚSCULAS

a_p :	distância entre a borda tracionada e a face mais próxima da cordoalha de protensão
b :	dimensão referente à base das vigas retangulares

$b_i; b_w$: largura da alma das vigas de seção T

b_f : largura da mesa das vigas de seção T

d_p : altura útil da armadura de protensão

d_{s1} : altura útil da armadura passiva referente à borda inferior

d_{s2} : altura útil da armadura passiva referente à borda superior

e_p : excentricidade da armadura de protensão

f_c : resistência à compressão do concreto

f_{cd} : resistência de cálculo à compressão do concreto

$f_{ct,f}$: resistência à tração do concreto na flexão

$f_{ctk,inf}$: resistência à tração característica inferior do concreto

$f_{ctk,sup}$: resistência à tração característica superior do concreto

f_{ck} : resistência característica à compressão do concreto

f_{ckj} : resistência característica à compressão do concreto obtida na idade j

$f_{ct,m}$: resistência média à tração do concreto

f_{pe} : tensão efetiva de protensão

f_{pt} : resistência à tração do aço da armadura ativa

f_{py} : resistência ao escoamento do aço da armadura ativa

f_{ptd} : resistência de cálculo à tração do aço da armadura ativa

f_{ptk} : resistência característica à tração do aço da armadura ativa

f_{pyd} : resistência de cálculo ao escoamento do aço da armadura ativa

f_{pyk} : resistência característica ao escoamento do aço da armadura ativa

f_y : resistência ao escoamento do aço da armadura passiva

f_{yd} : resistência de cálculo ao escoamento do aço da armadura passiva

f_{yk} : resistência característica ao escoamento do aço da armadura passiva

$f_Y(y)$: função densidade de probabilidade da variável Y

g : carregamento permanente

$g(x)$: função estado limite

h : altura das vigas

h_f :	altura da mesa das vigas de seção T
$l; \ell$:	vão de cálculo das vigas
p_k :	carregamento total distribuído na viga
q :	carregamento variável
r :	relação entre o carregamento permanente e a carga total
$r_\infty; r_f$:	fator de perdas de protensão final
t :	tempo
w_k :	valor da abertura das fissuras
x :	profundidade da linha neutra
x_i^* :	coordenadas do ponto de falha
y_1 :	distância entre a borda inferior e o centro de gravidade da seção transversal
y_2 :	distância entre a borda superior e o centro de gravidade da seção transversal

LETRAS GREGAS MAIÚSCULAS

Δ :	indicativo da perdas de protensão; incremento
$\Phi()$:	função densidade de probabilidade acumulada normal padrão

LETRAS GREGAS MINÚSCULAS

α :	fator de correlação entre a resistência à tração na flexão e à tração direta
α_c :	parâmetro da tensão constante no diagrama retangular simplificado do concreto
α_i^* :	cossenos diretores
α_p :	relação entre os módulos de elasticidade do aço de protensão e do concreto
β :	índice de confiabilidade
χ :	curvatura
ε_c :	deformação do concreto
ε_{cc} :	deformação por fluência do concreto
ε_{cc2} :	tensão na borda superior de concreto
ε_{cs} :	deformação por retração do concreto
ε_{cu} :	deformação última do concreto comprimido

- ε_p : deformação do aço da armadura ativa
- ε_{pnd} : alongamento prévio da armadura ativa considerando os coeficientes de ponderação
- ε_{ptu} : deformação última da armadura de protensão
- ε_{s1} : deformação na armadura passiva relativa à borda inferior
- ε_{s2} : deformação na armadura passiva relativa à borda superior
- $\phi()$: função densidade de probabilidade da distribuição normal padrão
- ϕ_i : diâmetro da barra que protege a região de envolvimento considerada
- φ : coeficiente de fluência do concreto
- γ_c : coeficiente de ponderação da resistência do concreto no estado limite último
- γ_f : coeficiente de ponderação das ações
- γ_s : coeficiente de ponderação do aço de armadura passiva
- γ_p : coeficiente de ponderação da força de protensão
- η : erro do modelo
- η_1 : coeficiente de conformação superficial da armadura considerada
- λ : parâmetro do bloco simplificado retangular de tensões do concreto; esbeltez das vigas
- μ_X : valor esperado ou média da variável X
- ρ_{ri} : taxa de armadura ativa ou passiva aderente
- σ_c : tensão no concreto
- σ_{c1} : tensão no concreto relativo à borda inferior da seção
- σ_{c2} : tensão no concreto relativo à borda superior da seção
- σ_p : tensão de protensão
- σ_{p0} : Tensão na armadura de protensão após as perdas imediatas
- σ_{pi} : tensão da armadura de protensão na saída do aparelho de tração
- σ_{pd} : tensão de cálculo na armadura ativa
- σ_{s1d} : tensão de cálculo na armadura passiva referente à borda inferior
- σ_{s2d} : tensão de cálculo na armadura passiva referente à borda superior
- σ_X : desvio padrão da variável X
- $\psi()$: coeficiente de relaxação do aço

ψ_1 : fator de redução da combinação frequente no estado limite de serviço

ψ_2 : fator de redução da combinação quase permanente no estado limite de serviço

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

As estruturas em concreto protendido estão cada vez mais sendo utilizadas na construção civil em obras de médio a grande porte. No Brasil, a consolidação desse tipo de sistema construtivo ocorreu nas últimas décadas, sendo empregado principalmente em obras de arte como pontes e viadutos, porém seu crescimento também vem sendo notado em estruturas de edifícios, silos, portos, aeroportos, entre outros.

Com a necessidade de estruturas mais esbeltas com formas muito mais arrojadas, que atendam às premissas arquitetônicas atuais, o efeito da protensão aliada à utilização de materiais mais eficientes, como concretos de alta resistência, torna possível a execução de estruturas capazes de vencer grandes vãos, projetos com elementos estruturais mais leves que os tradicionalmente encontrados em concreto armado, otimização de seções transversais além da redução significativa de custos dependendo da sua aplicação. Nesse âmbito, as vigas em concreto protendido, executadas com aderência inicial, trazem muitas vantagens para a construção civil, pois como são produzidas em grande quantidade nas pistas de protensão em fábricas, as condições de trabalho são mais favoráveis, o controle de qualidade das peças é maior, comparado com peças tradicionais moldadas no local, evitando os desperdícios de materiais, proporcionando velocidade de execução e tempo reduzido na montagem de estruturas. Porém, geralmente esse tipo de sistema construtivo, pré-moldados protendidos, acaba produzindo em larga escala elementos típicos com capacidades últimas de resistência iguais ou muito próximas. Dessa forma, os elementos empregados na construção têm uma solução dentro de uma faixa de carregamentos e resistências, o que pode comprometer a segurança da estrutura se esta faixa for extrapolada.

As estruturas são submetidas a inúmeras solicitações durante sua vida útil e as incertezas geradas pela aleatoriedade de alguns parâmetros envolvidos devem ser estimadas quando se deseja quantificar as probabilidades de falha do sistema. Segundo VEIGA (2008), a aplicação de técnicas probabilísticas na avaliação da segurança estrutural tem sofrido um enorme

desenvolvimento nos últimos anos. As técnicas de confiabilidade estrutural e os métodos de simulação são instrumentos indispensáveis na avaliação da integridade das estruturas e no desenvolvimento de novos formatos de segurança.

A crescente utilização de vigas pré-tracionadas de concreto protendido em estruturas, aliada com a necessidade de estabelecer o nível de segurança alcançado nos projetos, utilizando a protensão com aderência inicial de acordo com a nova norma brasileira NBR 6118 (ABNT,2014), levaram ao desenvolvimento deste trabalho de dissertação. Para avaliação das vigas, foram desenvolvidos alguns procedimentos para dimensionamento de acordo com as recomendações da norma brasileira quanto aos estados limites de serviço e últimos, além de um modelo para verificação da capacidade resistente no estado limite último de flexão para seções retangulares e tipo “T”. O estudo da confiabilidade foi realizado com o auxílio de rotinas computacionais desenvolvidas pelos professores Márcio Wrague Moura e Mauro de Vasconcellos Real da Universidade Federal do Rio Grande (FURG) com base em LOW & TANG (2008), que apresentaram um novo algoritmo para método de confiabilidade de primeira ordem (FORM) descrito ao longo deste trabalho.

O estudo de confiabilidade que será abordado nesse trabalho de dissertação se justifica pela crescente utilização da protensão no Brasil e carência de análise das variabilidades dos parâmetros envolvidos nos projetos segundo as normas atuais para segurança estrutural. Ao longo deste capítulo, delineiam-se os objetivos da pesquisa, apresenta-se uma breve introdução sobre o concreto protendido e as vigas protendidas com aderência inicial, mostrando o motivo pelo qual são cada vez mais utilizadas nas construções, e sobre a confiabilidade de estruturas de concreto protendido. O capítulo é fechado com a descrição da estrutura da dissertação.

1.2 OBJETIVOS

O conhecimento das incertezas não consideradas no projeto de peças protendidas com aderência inicial, realizado de acordo com as normas atuais, é de fundamental importância para a segurança e durabilidade destas estruturas.

Atualmente no país, obras de infraestrutura como pontes, passarelas e até mesmo edifícios comerciais e residenciais estão utilizando essa técnica construtiva pelas facilidades, já mencionadas, que o sistema proporciona. Para RUDLOFF (2006), protender uma estrutura de concreto é fazer uso de uma tecnologia inteligente, eficaz e duradoura. Inteligente, pois permite que se aproveite ao máximo a resistência mecânica dos seus principais materiais constituintes, o concreto e o aço, reduzindo assim suas quantidades; eficaz, devido a sua superioridade técnica sobre soluções convencionais, proporcionando estruturas seguras e confortáveis; duradoura, porque possibilita longa vida útil aos elementos. Mas, além disso, uma das principais vantagens das soluções em concreto protendido é o fato de elas possibilitarem ótimas relações custo-benefício.

Simulações computacionais são utilizadas para analisar as estruturas de concreto protendido no estados limites. Porém, em geral, essas análises ainda são realizadas adotando parâmetros determinísticos para as propriedades dos materiais e outras variáveis envolvidas. Muitos desses valores são especificados pelas normas de projeto que geralmente consideram coeficientes de segurança para avaliar a variabilidade da resistência dos materiais e solicitações impostas em uma estrutura. Porém, segundo PALIGA (2008), sempre existe alguma incerteza sobre que valores que as propriedades mecânicas dos materiais irão assumir na estrutura, e sobre quais serão as suas características geométricas finais, após a construção. Portanto, as resistências dos materiais e as dimensões das estruturas são, na realidade, variáveis aleatórias. Nesse contexto, é importante determinar o quanto a aleatoriedade dos parâmetros pode afetar na confiabilidade de estruturas de concreto protendido.

O objetivo do presente trabalho é a avaliação da confiabilidade das vigas pré-tracionadas realizada através do método de confiabilidade de primeira ordem (FORM – First Order Reliability Method). Com base no que foi exposto, a pesquisa tem como objetivos específicos os listados a seguir:

- a) desenvolver planilhas para dimensionamento de vigas protendidas com aderência inicial;
- b) através de um método analítico, verificar a capacidade resistente das vigas no estado limite último de flexão;

- c) avaliar a confiabilidade de vigas pré-tracionadas dimensionadas conforme os critérios da norma NBR 6118:2014;
- d) avaliar a influência de uma série de parâmetros de dimensionamento no índice de confiabilidade das vigas.

1.3 CONCRETO PROTENDIDO

As estruturas de concreto armado e protendido são consideradas pela norma brasileira NBR 6118 (ABNT, 2014) como sendo do mesmo tipo, ou seja, tratadas pelo mesmo documento normativo. A principal diferença entre esses dois sistemas construtivos é o aço empregado e o processo executivo. Segundo a NBR 6118:2014, considera-se que os elementos de concreto protendido são aqueles nos quais parte das armaduras é previamente alongada por equipamentos especiais de protensão com a finalidade de, em condições de serviço, impedir ou limitar a fissuração e os deslocamentos da estrutura e propiciar o melhor aproveitamento de aços de alta resistência no ELU (estado limite último).

O efeito da protensão ou pode ser elucidado com exemplos clássicos da literatura e problemas simples da mecânica dos sólidos. O ato de carregar um conjunto de livros na forma de uma fila horizontal (figura 1.1) é um exemplo. Para que se tenha sucesso no equilíbrio do sistema, uma força normal deve ser aplicada comprimindo os livros e produzindo forças de atrito capazes de superar o peso próprio do conjunto.

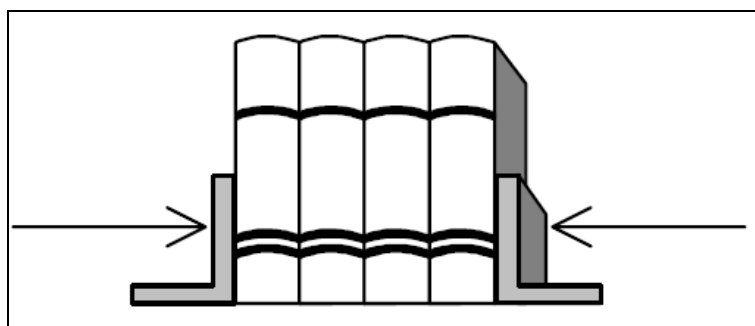


Figura 1.1: introdução de um estado prévio de tensões em uma fila de livros.

A aplicação dessa força horizontal pode ser entendida como uma forma de protender o conjunto com o objetivo de se criar tensões prévias contrárias àquelas que poderiam

prejudicar o carregamento dos livros. O conceito de protensão ainda pode ser definido segundo PFEIL (1988) como o artifício de introduzir, em uma estrutura, um estado prévio de tensões capaz de melhorar sua resistência ou seu comportamento, sob diversas condições de carga.

No caso do concreto, a protensão pode ser justificada para criar tensões de compressão prévias em uma estrutura nos locais onde surgiriam esforços de tração por consequência da ação de carregamentos. Alguns elementos de concreto armado são fabricados em peças que quando justapostas com outras podem viabilizar a construção de estruturas pré-moldadas protendidas. Entre elas estão as pontes compostas por aduelas de concreto armado construídas através do sistema de balanços sucessivos (figura 1.2). A protensão, nesse caso, serve para solidarizar as aduelas umas contra as outras formando assim a superestrutura da ponte.



Figura 1.2: ponte protendida em balanços sucessivos (RUDLOFF, 2006).

Historicamente a primeira proposição de pré-tensionar o concreto foi anunciada em 1886 quando o engenheiro americano P. H. Jackson desenvolveu e patenteou um método que utilizava um tirante de união para construir vigas e arcos com blocos individuais (AGOSTINI, 1983). Em 1906, Koenen aplicou a protensão para reduzir a fissuração em pisos de argamassa. Porém, segundo CARVALHO (2012) as primeiras tentativas fracassaram sempre pela impossibilidade de se garantir tensões de compressão permanentes no concreto. Os efeitos da retração e da deformação lenta do concreto acabavam por anular o efeito do estiramento prévio da armadura. Em 1919, K. Wettstein fabricou painéis em concreto protendidos com cordas de aço de alta resistência para pianos. Em Nebraska, R. H. Dill reconheceu em 1923 que para superar as perdas de protensão deveriam ser utilizados fios de alta resistência sob elevadas tensões.

O engenheiro francês Eugène Freyssinet foi uma das figuras de maior destaque no desenvolvimento da tecnologia do concreto protendido. Em 1924 aplicou o efeito da protensão para reduzir o alongamento de tirantes em galpões com grandes vãos. Em 1928 publicou um trabalho consistente sobre concreto protendido onde reconhecia a importância da protensão de armaduras nas construções. Através de pesquisas das perdas de protensão produzidas pela retração e deformação lenta do concreto, reconheceu que o efeito da protensão seria alcançado com durabilidade se fossem aplicadas tensões elevadas no aço. A partir das pesquisas e desenvolvimento do processo construtivo, Freyssinet acabou inventando e patenteando métodos construtivos, equipamentos, aços e concretos especiais.

O desenvolvimento do concreto protendido acelerou e comitês, institutos e comissões começaram a surgir contribuindo para a evolução das pesquisas desse sistema e de novas formas de construção. Em 1950, a primeira conferência sobre concreto protendido foi realizada em Paris e nessa mesma época surgiram duas instituições muito importantes atualmente na pesquisa e desenvolvimento: FIP (*Fédération Internationale de la Précontrainte*) fundada em 1952 em Cambridge, Inglaterra e o PCI (*Prestressed/Precast Concrete Institute*), fundada em 1954 na Flórida, Estados Unidos (BILLINGTON, 1976). No Brasil, a primeira obra em concreto protendido foi a ponte do Galeão, no Rio de Janeiro, construída em 1948 utilizando o sistema Freyssinet com aços, ancoragens, equipamentos e inclusive projeto importado da França.

Segundo CARVALHO (2012), as estruturas executadas em concreto protendido recebem em geral três tipos de classificação considerando os mecanismos de aderência entre a armadura de protensão e o concreto:

- a) com aderência inicial ou pré-tracionadas – a aderência entre a armadura e o concreto é iniciada quando se inicia o lançamento do concreto;
- b) com aderência posterior ou pós-tração com aderência – a aderência entre a armadura e o concreto é iniciada posteriormente à execução da protensão, quando o concreto já está endurecido e injeta-se nata de cimento na bainha que isola a armadura de protensão e o concreto;
- c) sem aderência ou pós-tração sem aderência – neste caso a armadura só estará solidária ao concreto na região das (e através das) ancoragens;

Os termos pré e pós-tração indicam se a operação da protensão da armadura foi efetivada antes ou depois do lançamento do concreto. Existe ainda a classificação quanto à intensidade de protensão utilizada em peças de concreto que se refere ao efeito final da força de protensão no elemento sob o ponto de vista das tensões atuantes. São divididas em protensão parcial (nível 1), protensão limitada (nível 2) e protensão completa (nível 3) segundo a NBR 6118:2014. A especificação para o nível de protensão utilizado é definida de acordo com condições de agressividade ambiental no qual a estrutura estará submetida visando a durabilidade relacionada à fissuração das peças sem a diminuição da sua vida útil.

O concreto empregado nas estruturas protendidas requer um controle mais rigoroso em relação ao utilizado no concreto armado. Em geral a resistência característica à compressão, f_{ck} , é superior àquelas das peças de concreto armado. Essa resistência elevada se justifica principalmente devido às solicitações prévias que a força de protensão pode causar nas peças e pelo fato do módulo de deformação de concretos de alta resistência ser superior, o que diminui as deformações imediatas e as que ocorrem ao longo do tempo. Além da elevada resistência, o concreto deve ser compacto e ter baixa permeabilidade para proteção da corrosão dos aços de protensão. De maneira geral, o concreto utilizado deve ter melhores características tanto no que se refere às propriedades mecânicas como no que se refere à durabilidade. Da mesma forma algumas características são necessárias nos aços de protensão (armadura ativa) como elevada resistência e ausência do patamar de escoamento. São sensivelmente mais econômicos que os aços empregados como armadura passiva e podem ser fornecidos em forma de fios, cordoalhas ou barras de aço-liga. Quanto às modalidades de tratamento são divididos em aços de relaxação normal (RN) ou relaxação baixa (RB). O fator preocupante no caso do aço de protensão está na corrosão. Quando é submetido a tensões elevadas, se torna mais suscetível à corrosão e pode romper com facilidade (CARVALHO, 2012).

Talvez a maior aplicação do uso da protensão seja na estrutura das vigas de pontes, viadutos e passarelas por benefícios como baixa manutenção com a maior durabilidade das peças, maior resistência à fadiga provocada por cargas móveis, seções transversais reduzidas e possibilidade de vencer grandes vãos. A figura 1.3 mostra as vigas protendidas utilizadas para apoiar o tabuleiro de pontes. Como as vigas são moldadas fora da sua posição final, a possibilidade do reaproveitamento de formas e a não necessidade do escoramento tornam esse tipo de execução mais utilizada na maioria das pontes rodoviárias do Brasil.



Figura 1.3: utilização de vigas protendidas para o apoio de tabuleiro em pontes (OBERBETON, 2014).

No âmbito das pesquisas em estruturas de concreto protendido, existem muitos trabalhos relevantes que contribuíram para o entendimento de como se comportam os elementos de concreto com a utilização da protensão. Entre estes, está o trabalho de BILLET (1953), que estudou experimentalmente o comportamento quanto à ruptura por flexão de vinte e sete vigas de concreto protendido. Seus ensaios foram complementados por FELDMAN (1954) e por WARWARUK (1957), descritos com mais detalhes no capítulo 3. Outros ensaios experimentais foram realizados por TAO & DU (1985), onde analisaram vigas parcialmente protendidas com cabos não aderentes e verificaram seu desempenho, juntamente com armadura passiva, na resistência à flexão.

Trabalhos mais recentes também foram desenvolvidos sobre a análise de vigas de concreto protendido. No âmbito do PPGE/UFGRS, um modelo numérico de elementos finitos foi apresentado por MACHADO (2002) para estruturas de concreto armado e protendido sob o estado plano de tensão. Com a finalidade de verificar a precisão do modelo, os resultados obtidos numericamente foram comparados com valores experimentais. BARBIERI (2003) implementou um modelo numérico utilizando o elemento finito do tipo híbrido para pórticos planos com o objetivo de colaborar sobre o comportamento à flexão de elementos com protensão aderente e não aderente.

Um estudo sobre vigas de concreto protendido pós-tracionadas foi realizado por MOURA (2004) variando condições de carga, de ancoragem e geometria dos cabos. Para o desenvolvimento do trabalho, foi elaborado um programa computacional para simulação

numérica do comportamento de vigas isostáticas pós-tracionadas sob ação de carregamentos externos. Ainda no mesmo período, VOELCKER (2004) realizou um estudo paramétrico para avaliar a significância de alguns fatores no valor da tensão última de protensão em cabos não aderentes. A taxa de armadura, esbeltez do elemento, tensão efetiva inicial de protensão e diferentes tipos de carregamentos foram investigados. MONTEIRO (2008) complementou esta análise comparando as situações de protensão aderente e não aderente.

LAZZARI (2011), dando seguimento a trabalhos realizados neste programa de pós-graduação, implementou rotinas computacionais para projeto de peças em concreto com protensão aderente e não aderente de acordo com as recomendações das normas brasileira NBR 6118:2007 e francesa *Règles BPEL 91*. As rotinas implementadas efetuam as verificações dos estados limites últimos e de serviço considerando as situações de protensão completa, limitada e parcial verificando conforme cada caso, os estados limites de descompressão, de formação e abertura de fissuras além dos estados limites últimos finais, no ato da protensão e a verificação do esforço cortante.

1.3.1 Vigas de concreto protendido com aderência inicial

O emprego de peças de concreto pré-moldado, utilizando a protensão com aderência inicial é uma eficiente alternativa para diversos segmentos da construção civil. Por se tratar de um sistema construtivo onde a fabricação de elementos acontece em um canteiro de obras apropriado, o controle da cura do concreto e a execução da protensão são feitas em condições favoráveis proporcionando maior durabilidade dos elementos estruturais.

A norma brasileira NBR 6118 (ABNT, 2014) apresenta a definição do concreto protendido com aderência inicial em que o pré-alongamento da armadura ativa é feito utilizando-se apoios independentes do elemento estrutural, antes do lançamento do concreto, sendo a ligação da armadura de protensão com os referidos apoios desfeita após o endurecimento do concreto; a ancoragem no concreto realiza-se só por aderência.

Na execução da protensão com pré-tração é utilizada uma pista de protensão, conforme apresentado na figura 1.4, que podem variar de 20 a 200 metros de comprimento. Nas extremidades são dispostas as chamadas cabeceiras, onde em um lado são ancoradas as

armaduras de protensão e no outro é feita a operação de protensão com o auxílio de equipamentos especiais.



Figura 1.4: pista de protensão (INMET KONSTRUKCJE, 2014).

As vigas de concreto protendido com aderência inicial são fabricadas com fios ou cordoalhas de aços especiais. Uma característica desse sistema é a execução da protensão com cabos posicionados paralelamente à pista de protensão, ou seja, na posição reta, facilitando o ato de distensão da armadura ativa. A figura 1.5 ilustra esquematicamente uma pista de protensão com pré-tração. A sequência de execução desse tipo de fabricação consiste primeiramente na ancoragem das armaduras de protensão em uma das extremidades da pista. Em seguida, através de macacos hidráulicos, é feito o estiramento da armadura até o limite previsto em projeto e ancorada ainda sob tensão na cabeceira da pista por meio de cones de ancoragem, liberando os equipamentos. Após essa etapa acontece o lançamento do concreto, onde os materiais se solidarizam dando início ao processo de aderência entre o concreto e a armadura de protensão. Essa metodologia justifica o nome do concreto protendido com aderência inicial ou pré-tracionado, pois a armadura já estava tracionada quando do lançamento do concreto.

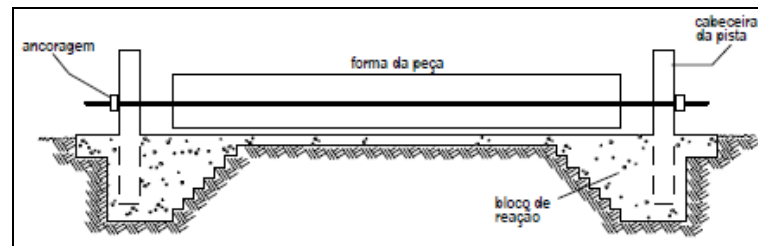


Figura 1.5: esquema de uma pista de protensão com aderência inicial (VERÍSSIMO & CÉSAR Jr., 1998)

A última etapa de execução desse sistema é a retirada da ancoragem dos apoios nas extremidades da pista ou simplesmente o corte da armadura. Isso acontece após o concreto alcançar uma resistência indicada como adequada. Dessa forma, a tendência da armadura de protensão é retornar ao seu comprimento inicial antes de ser tensionada, porém como o concreto já atingiu resistência necessária para se opor a esse encurtamento, ocorrem tensões de compressão pela aderência entre os materiais.

A facilidade da execução desse tipo de sistema seja pelo alto controle de qualidade dos materiais ou pelas condições que favorecem a montagem dos equipamentos torna possível a fabricação de peças em grande quantidade. Nesse caso basta a instalação de formas intermediárias na pista de protensão que auxiliam a concretagem de elementos individuais no mesmo ambiente de produção. Segundo VERÍSSIMO & CÉSAR Jr.(1998), a utilização da protensão em pré-moldados pode trazer uma série de benefícios listados a seguir:

- a) a protensão permite que, no caso de peças fletidas, toda seção da peça trabalhe em compressão, de forma que a capacidade resistente da seção é muito maior do que nos elementos armados somente com armadura passiva;
- b) o concreto com f_{ck} alto atinge resistência suficiente para suportar a protensão logo nas primeiras idades, com pouco tempo de cura, acelerando o processo de produção na fábrica;
- c) concretos com f_{ck} alto sofrem menos retração, menos deformação, e como consequência apresentam menos fissuras que concretos comuns;
- d) a força de protensão mantém as eventuais fissuras fechadas, garantindo melhor proteção das armaduras contra a corrosão.

As vigas de concreto protendido com aderência inicial são aplicadas em diversos tipos de construção justamente pelas facilidades que o sistema proporciona. A pré-fabricação das peças possibilita a criação de diversas formas dos elementos e podem se adaptar às diferentes necessidades existentes no mercado. Empresas de estruturas pré-moldadas têm em geral algumas referências de tipos de elementos mais demandados atualmente, porém podem produzir peças com geometrias específicas para determinado tipo de construção. A figura 1.6 mostra algumas peças mais usuais nas estruturas cotidianas que utilizam esse tipo de sistema construtivo.

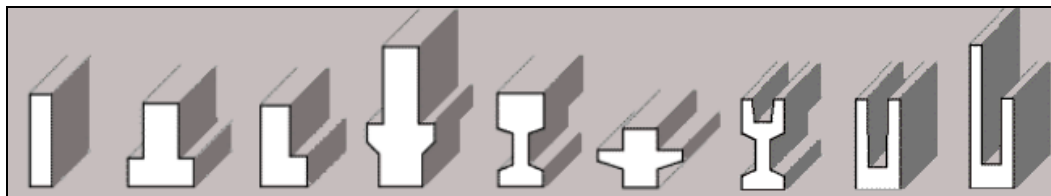


Figura 1.6: seções típicas de pré-moldados em concreto protendido (VERÍSSIMO & CÉSAR Jr., 1998).

A utilização desses elementos executados com aderência inicial é comum nas edificações, obras de arte, aparelhos urbanos e outros. Nas edificações, as vigas de baldrame podem ser executadas com pré-tração e trazem benefícios para a durabilidade dos elementos, pois utilizam tipo de protensão completa evitando a abertura de fissuras protegendo melhor as armaduras do ambiente agressivo.

Nas construções de edificações, praticamente todos os elementos podem ser executados com a utilização da protensão. A facilidade da montagem de peças pré-fabricadas justifica a execução de vigas protendidas com aderência inicial que servem de apoio às lajes e paredes. A cobertura de edificações pré-moldadas com grandes vãos centrais também podem ser feitas com vigas-telha tipo “W” protendidas com pré-tração. A figura 1.7 mostra a disposição das armaduras antes da concretagem de uma viga do tipo “Y” protendida com aderência inicial e utilizada em algumas construções.



Figura 1.7: armaduras de uma viga de concreto protendido com aderência inicial (OLMET ITALY, 2014).

Outras seções de vigas são amplamente utilizadas nas construções residenciais e comerciais e entre elas se destacam as vigas retangulares, vigas “I” e vigas “T” (figura 1.8). Esses elementos podem ser encontrados em estacionamentos, onde se deseja que a distância entre os pilares seja grande e essas vigas podem ter suas dimensões reduzidas com os benefícios da protensão.



Figura 1.8: viga “T” protendida com aderência inicial.

As vigas de concreto protendido pré-tracionadas precisam ser dimensionadas de tal forma que apresentem um adequado desempenho em relação às finalidades para os quais foram projetadas. Nesse contexto, as verificações sobre esforços solicitantes, tensões, deslocamentos, etc. devem ser limitadas a valores inerentes dos materiais e as formas que constituem a estrutura, os chamados estados limites.

1.4 CONFIABILIDADE DE ESTRUTURAS DE CONCRETO PROTENDIDO

A análise da confiabilidade das estruturas de concreto protendido é bastante complexa e, devido às incertezas que existem nas variáveis envolvidas no projeto, uma abordagem probabilística do problema torna-se indispensável. Algumas fontes de incertezas nos cálculos das estruturas estão na variabilidade dos carregamentos e das resistências dos materiais envolvidos, nas simplificações dos modelos de cálculo, nos procedimentos de execução dos ensaios em laboratório e na fabricação das peças. Segundo GOMES & AWRUCH (2001), o termo confiabilidade estrutural é geralmente empregado para designar a medida de segurança de determinado sistema estrutural frente a um determinado desempenho esperado. Alternativamente, a confiabilidade pode ser entendida como o complemento da probabilidade de falha, ou seja, a propensão de determinado sistema em violar um estado limite por falha ou por não atender o desempenho esperado. O índice de confiabilidade β , utilizado neste trabalho para avaliar a segurança das vigas de concreto protendido com aderência inicial, é uma medida de segurança dado pela razão entre a média da margem de segurança e o desvio padrão da margem de segurança.

Trabalhos ligados à aplicação de confiabilidade de vigas de concreto protendido em problemas de engenharia foram abordados por diversos pesquisadores. CHANDRASEKAR & DAYARATNAM (1975) estudaram um método de avaliação explícita da probabilidade de falha de vigas de concreto protendido. O problema foi formulado em dois grupos, primeiramente a resistência dos materiais como variáveis aleatórias e as cargas como determinísticas e posteriormente ambas consideradas como um tipo de distribuição de frequência.

Vigas utilizadas na construção de edifícios comerciais foram estudadas por AL-HARTHY & FRANGOPOL (1994). Métodos de confiabilidade estrutural foram utilizados para avaliar os

níveis de confiabilidade desses elementos submetidos a solicitações de flexão, sendo todos os parâmetros envolvidos tratados como variáveis aleatórias.

Trabalhos mais recentes também fazem parte da contribuição sobre análise de estruturas com confiabilidade estrutural. Um modelo para análise probabilística de concreto armado sob estado plano de tensões foi apresentado por REAL (2000), via método dos elementos finitos. A análise probabilística foi desenvolvida através do método de simulação de Monte Carlo com o objetivo de determinar o índice de confiabilidade β para vigas e pilares projetados de acordo com as recomendações da NBR 6118:1980, avaliando o nível de segurança em relação aos estados limites de serviço e últimos.

NOWAK *et. al.*(2001), compararam os índices de confiabilidade de vigas protendidas projetadas segundo os códigos *Spanish Norma IAP*, *Eurocode* e *AASHTO LRFD*. Os índices de confiabilidade foram obtidos por iterações e parâmetros de carga e resistência tratados como variáveis aleatórias. No trabalho publicado por BIONDINI *et. al.*(2004), a simulação de Monte Carlo foi empregada para avaliação da confiabilidade de estruturas de concreto armado e protendido. Uma abordagem numérica é apresentada e o modelo é validado através da análise de uma ponte em arco.

Seguindo a mesma linha de comparação entre especificações, no trabalho publicado por DU & AU (2005) são comparados os índices de confiabilidade através do número necessário de cabos de protensão para vigas de pontes em concreto protendido segundo as especificações de três códigos: o código Chinês, o código de Hong Kong e o código AASHTO LRFD para os estados limites últimos e de serviço. DARMAWAN & STEWART (2007) desenvolveram modelos probabilísticos de corrosão localizada nos cabos de protensão combinada com uma análise de elementos finitos não linear para estudar o efeito da corrosão em vigas de concreto protendido. A influência da corrosão localizada sobre a resistência estrutural, tempo de falha e confiabilidade foram estimadas. No mesmo ano, um algoritmo para previsão de respostas de vigas de concreto protendido considerando as incertezas de parâmetros é apresentado por CHENG *et. al.*(2007). Tal algoritmo integra os métodos da superfície de resposta, seção curvatura e simulação de Monte Carlo. O método de simulação de Monte Carlo tem sido amplamente utilizado na análise de confiabilidade de sistemas estruturais.

AGRAWAL & BHATTACHARYA (2010) apresentam uma metodologia baseada em confiabilidade para obtenção de fatores de segurança parciais para vigas de concreto

protendido no estado limite último de flexão. O estudo sobre a análise da confiabilidade de vigas de concreto protendido expostas ao fogo foi realizado por EAMON & JENSEN (2012) através da técnica de simulação de Monte Carlo. Mais recentemente, ROCHA (2014) analisou a confiabilidade de vigas portuárias de concreto protendido em relação ao estado limite último de flexão de acordo com as prescrições da NBR 6118:2014.

1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho foi dividido em seis capítulos para apresentação de forma clara e objetiva do estudo realizado em vigas de concreto protendido com aderência inicial. No presente capítulo, foram apresentadas as considerações iniciais, a importância do desenvolvimento de um estudo de confiabilidade para elementos estruturais com protensão, uma breve abordagem sobre concreto protendido, visando a utilização de vigas protendidas com pré-tração em diversos casos, algumas contribuições sobre confiabilidade em estruturas em elementos com protensão além dos principais objetivos a serem alcançados.

No **Capítulo 2** são apresentados os critérios de projeto para uma peça com protensão utilizando aderência inicial segundo a norma brasileira NBR 6118 (ABNT, 2014). Aspectos referentes às combinações de carga, níveis de protensão, agressividade ambiental, perdas de protensão e as verificações nos estados limites últimos e de serviço são tratados neste capítulo.

O modelo para avaliação da capacidade resistente das vigas é apresentado no **Capítulo 3**. Entre outros tópicos, também fazem parte desse capítulo as propriedades dos materiais utilizados e a validação do modelo a partir da comparação com resultados experimentais existentes.

O **Capítulo 4** contempla a análise de confiabilidade estrutural com os principais métodos de avaliação e a introdução do problema básico de confiabilidade em estruturas. Na sequência é apresentada uma revisão do método de primeira ordem (FORM – First Order Reliability Method) justificando sua utilização na análise de confiabilidade de estruturas de concreto protendido. Também fazem parte deste capítulo um enfoque breve sobre os modelos de

probabilidade utilizados nas análises e o método empregado para determinação do índice de confiabilidade β .

No **Capítulo 5** são apresentados a descrição das vigas empregadas nas análises, a metodologia de variação dos parâmetros utilizados para descrição de cada grupo de vigas, os parâmetros fixos envolvidos e os índices de confiabilidade obtidos de acordo com as prescrições de dimensionamento da norma brasileira atual. Também são expostos no capítulo a influência de alguns parâmetros frente ao índice de confiabilidade β , o nível de segurança das vigas quando se busca um índice β alvo recomendado por normas atuais e um comparativo entre a confiabilidade de vigas com diferentes seções transversais.

No **Capítulo 6**, as conclusões da pesquisa são apresentadas com comentários sobre os resultados da análise de confiabilidade. Destaques para a validação do modelo utilizado no estudo de estruturas de concreto protendido e sugestões para trabalhos futuros também são mencionados.

2 PROJETO DE VIGAS DE CONCRETO PROTENDIDO COM ADERÊNCIA INICIAL

Neste capítulo são apresentados os critérios prescritos na NBR 6118:2014 referentes às verificações necessárias para atender os estados limites últimos e de serviço, combinações de carregamentos e níveis de protensão. Procedimentos para determinação da força de protensão também são tratados. Neste trabalho, as análises são feitas para concretos com classe até C50, então todos os desenvolvimentos se referem a concretos até esta classe de resistência, embora seja apresentado o diagrama tensão-deformação válido também para classes acima dessa. Os novos critérios adotados para dimensionamento das vigas pré-tracionadas justificam a importância deste estudo.

A verificação de segurança das estruturas de concreto protendido deve seguir as recomendações da NBR 8681 (ABNT, 2003), que trata das ações e segurança nas estruturas. Dessa forma, os métodos utilizados para avaliação da segurança são semi-probabilísticos referenciados a estados limites. De acordo com HANAI (2005), estados limites de uma estrutura são estados a partir dos quais a estrutura apresenta desempenho inadequado às finalidades da construção.

2.1 ESTADOS LIMITES DE SERVIÇO (ELS)

A verificação dos estados limites de serviço define o dimensionamento dos elementos protendidos. Em geral, o dimensionamento é realizado respeitando os estados limites de serviço em cada caso e depois é verificado o estado limite último. Entende-se por estados limites de serviço, os que podem comprometer a segurança quando a estrutura é submetida a situações normais de uso ou que podem afetar na durabilidade da mesma.

Conforme cada caso de nível de protensão, descrito ao longo do capítulo, o projeto de estruturas de concreto protendido segundo a norma brasileira deve atender aos seguintes estados limites de serviço:

- a) estado limite de formação de fissuras (ELS-F);
- b) estado limite de abertura das fissuras (ELS-W);
- c) estado limite de deformações excessivas (ELS-DEF);
- d) estado limite de descompressão (ELS-D);
- e) estado limite de descompressão parcial (ELS-DP);
- f) estado limite de compressão excessiva (ELS-CE);
- g) estado limite de vibrações excessivas (ELS-VE).

2.1.1 Estado limite de formação de fissuras (ELS-F)

Segundo a NBR 6118:2014, é o estado em que se inicia a formação de fissuras. O estado limite é atingido quando a tensão máxima de tração na seção transversal for igual a resistência à tração na flexão $f_{ct,f}$, indicada na equação 2.3. De acordo a norma brasileira, no estado limite de formação de fissuras a resistência à tração deverá ser tomada como a resistência à tração característica inferior $f_{ctk,inf}$ (equação 2.1). Para concretos com resistência característica à compressão f_{ck} até 50 MPa, $f_{ctk,inf}$ pode ser avaliada conforme a equação 2.2.

$$f_{ctk,inf} = 0,7 f_{ct,m} \quad (2.1)$$

$$f_{ct,m} = 0,3 f_{ck}^{2/3} \text{ para } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \quad (2.2)$$

$$f_{ct,f} = \alpha f_{ctk,inf} \quad (2.3)$$

Onde:

$f_{ct,m}$: resistência média à tração do concreto, dada em Megapascal (MPa);

α : é o fator que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta, tomado igual a 1,2 para seções T e 1,5 para seções retangulares.

Quando em uma peça de concreto protendido não se permite fissuras para determinadas combinações de carregamento, essa verificação se torna extremamente importante. A figura 2.1 mostra a distribuição das tensões na seção transversal para o ELS-F.

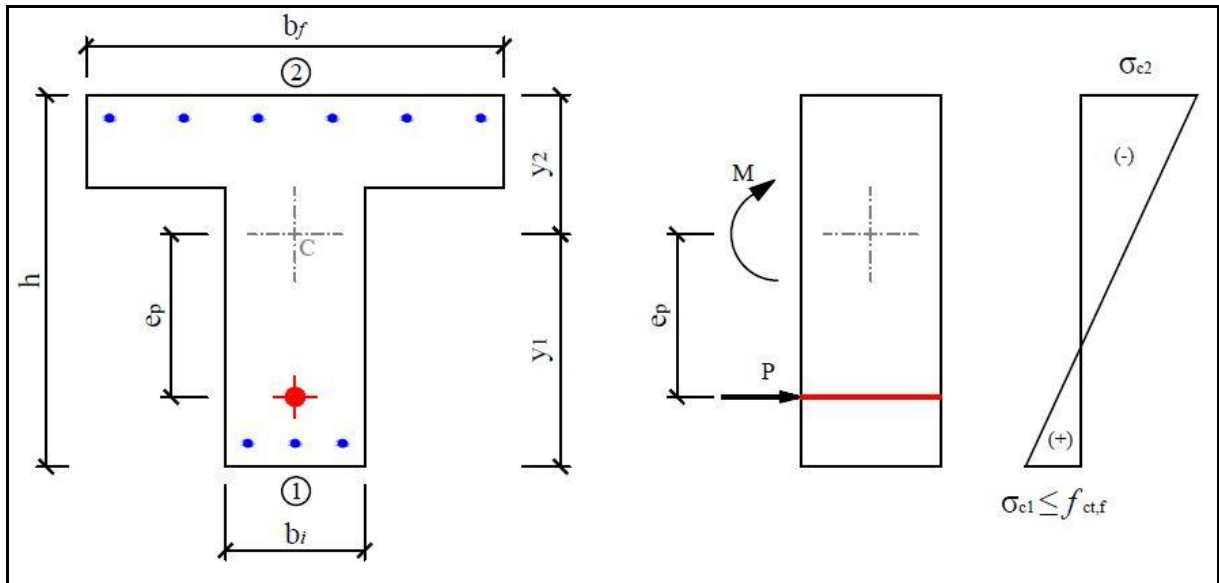


Figura 2.1: estado limite de formação de fissuras (adaptado de REAL, 2012).

2.1.2 Estado limite de abertura das fissuras (ELS-W)

Estado em que as fissuras se apresentam com aberturas iguais aos máximos especificados no quadro 2.1. Os limites para fissuração são especificados em função da classe de agressividade ambiental e do tipo de protensão que o elemento está submetido.

Quadro 2.1: valores limites para abertura das fissuras (ABNT, 2014).

Tipo de concreto estrutural	Classe de agressividade ambiental (CAA) e tipo de protensão	Exigências relativas à fissuração	Combinação de ações em serviço a utilizar
Concreto Armado	CAA I	$w_k \leq 0,4mm$	Combinação frequente
	CAA II e CAA III	$w_k \leq 0,3mm$	
	CAA IV	$w_k \leq 0,2mm$	
Concreto Protendido	Pré-tração com CAA I ou Pós-tração com CAA I e II	$w_k \leq 0,2mm$	Combinação frequente

2.1.3 Estado limite de deformações excessivas (ELS-DEF)

Estado em que são atingidos os limites de deformações estabelecidos no quadro 2.2 para utilização normal da estrutura. Corresponde à verificação dos deslocamentos máximos que são satisfeitos se o deslocamento calculado for menor ou igual ao deslocamento limite estabelecido.

Quadro 2.2: valores limites para deslocamentos (ABNT, 2014).

Tipo de efeito	Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento a considerar	Deslocamento limite
Aceitabilidade sensorial	Visual	Deslocamentos visíveis em elementos estruturais	Total	$\ell/250$
	Outro	Vibrações sentidas no piso	Devido a cargas acidentais	$\ell/350$
Efeitos estruturais em serviço	Superfícies que devem drenar água	Coberturas e Varandas	Total	$\ell/250^a$
	Pavimentos que devem permanecer planos	Ginásios e pistas de boliche	Total	$\ell/350 + \text{contraflecha}^b$
			Ocorrido após a construção do piso	$\ell/600$
Elementos que suportam equipamentos sensíveis	Laboratórios	Ocorrido após o nivelamento do equipamento	De acordo com recomendação do fabricante do equipamento	
Efeitos em elementos estruturais	Afastamento em relação às hipóteses de cálculo adotadas	Se os deslocamentos forem relevantes para o elemento considerado, seus efeitos sobre as tensões ou sobre a estabilidade da estrutura devem ser considerados, incorporando-os ao modelo estrutural adotado.		
a	As superfícies devem ser suficientemente inclinadas ou o deslocamento previsto compensado por contraflechas, de modo a não se ter acúmulo de água.			
b	Os deslocamentos podem ser parcialmente compensados pela especificação de contraflechas. Entretanto, a atuação isolada da contraflecha não pode ocasionar um desvio do plano maior que $\ell/350$			

2.1.4 Estado limite de descompressão (ELS-D)

De acordo com a NBR 6118:2014, é o estado no qual, em um ou mais pontos da seção transversal, a tensão normal é nula, não havendo tração no restante da seção. Segundo a

norma brasileira, esta verificação deve ser feita no Estádio I, onde são considerados o concreto não fissurado e o comportamento elástico dos materiais. A figura 2.2 elucida o comportamento das tensões na seção transversal para o estado limite de descompressão.

O estado limite de descompressão corresponde a uma situação típica do concreto protendido, em que uma seção transversal, previamente comprimida pela força de protensão vai sendo descomprimida por ocasião de outros carregamentos até que seja atingido o estado limite de descompressão (HANAI, 2005).

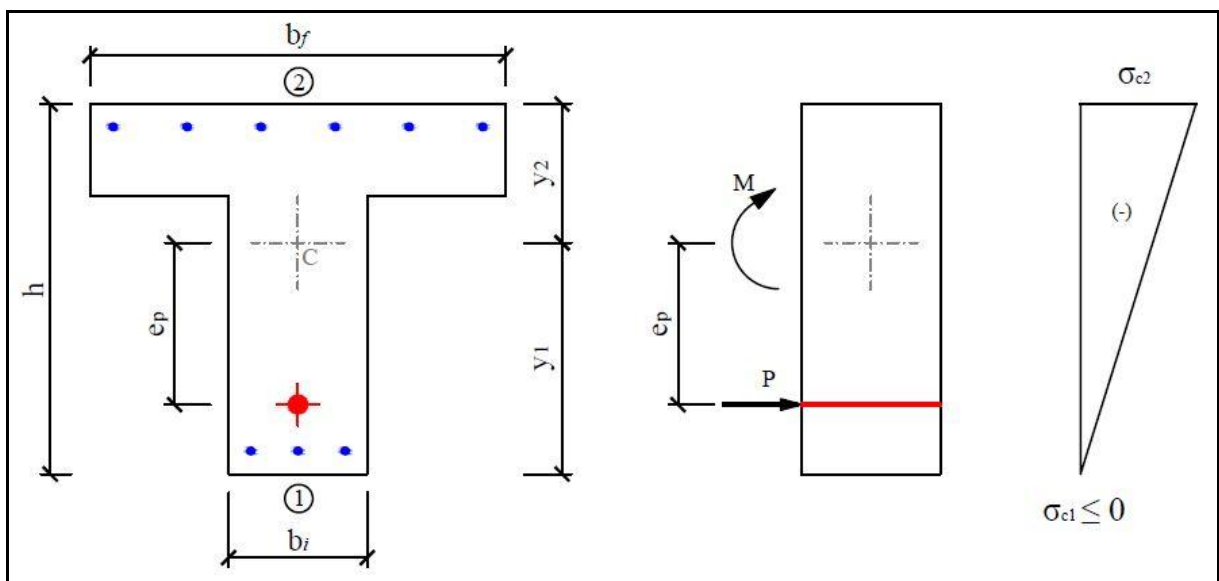


Figura 2.2: estado limite de descompressão (adaptado de REAL, 2012).

2.1.5 Estado limite de descompressão parcial (ELS-DP)

Conforme a norma brasileira NBR 6118:2014 é o estado no qual se garante a compressão na seção transversal, na região onde existem armaduras ativas. Essa região deve se estender até uma distância a_p da face mais próxima da cordoalha ou da bainha de protensão, representado na figura 2.3.

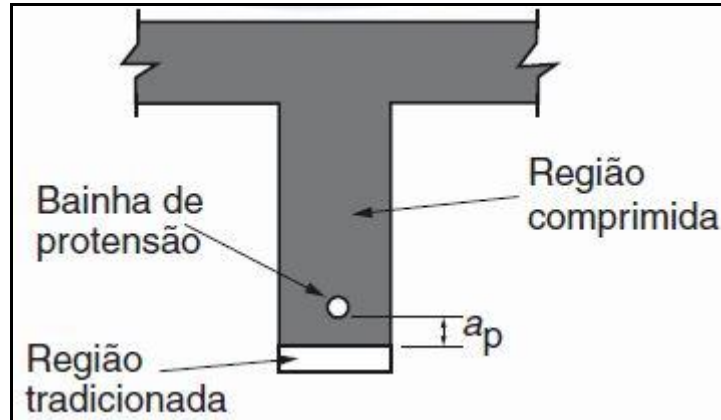


Figura 2.3: estado limite de descompressão parcial (ABNT, 2014).

Esse estado limite pode substituir o estado limite de descompressão (ELS-D), a critério do projetista, se for atendida a condição de $a_p = 50mm$.

2.1.6 Estado limite de compressão excessiva (ELS-CE)

Este estado limite é usual em elementos de concreto protendido quando ocorre a aplicação da protensão. Acontece quando as tensões de compressão atingem o limite convencional estabelecido. A norma permite que a verificação no ato da protensão seja feita de forma simplificada, onde o limite de compressão é fixado em $0,7f_{ckj}$, sendo f_{ckj} a resistência característica à compressão do concreto obtida na idade fictícia j no ato de protensão. A distribuição das tensões no ato de protensão para que seja respeitado o estado limite de compressão excessiva deve seguir conforme mostrado na figura 2.4.

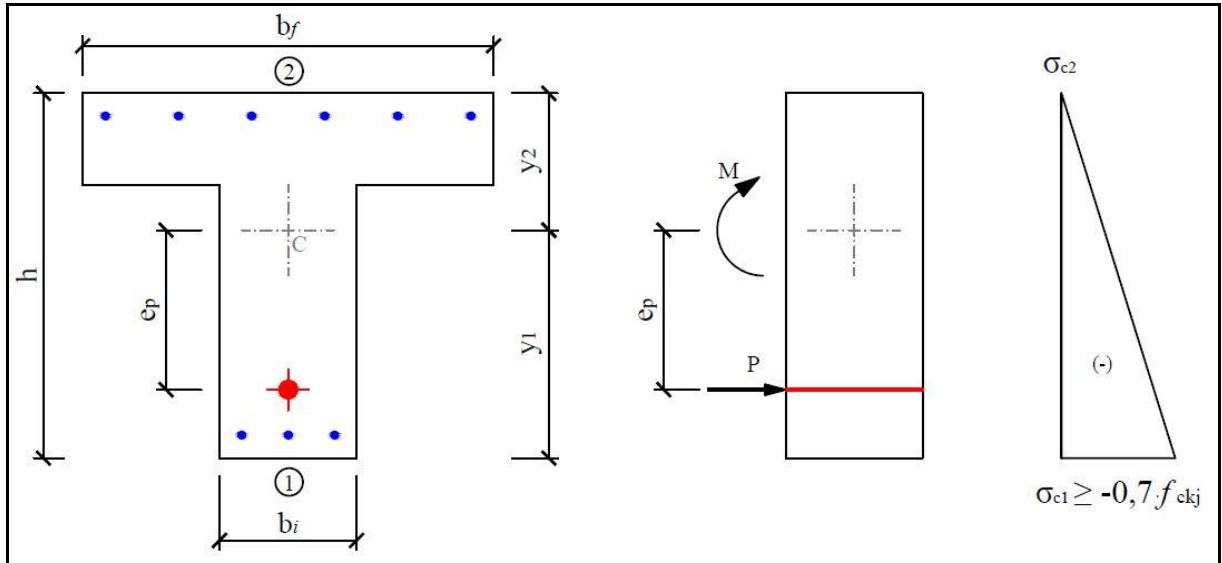


Figura 2.4: estado limite de compressão excessiva (adaptado de REAL, 2012).

Segundo HANAI (2005), quando o concreto é submetido a tensões de compressão elevadas, o processo de microfissuração interna por compressão se torna mais evidente. É responsável pelo comportamento não linear do concreto e pelo efeito Rüsçh, quando a microfissuração fica instável para tensões mantidas acima de 70% da sua resistência.

2.1.7 Estado limite de vibrações excessivas (ELS-VE)

Conforme a NBR 6118:2004, é o estado limite em que as vibrações atingem os limites estabelecidos para utilização normal da construção. Em certos casos, as vibrações devem ser limitadas para não prejudicar o conforto de usuários nas estruturas. Tratando-se da utilização de pré-moldados protendidos, pelo que já foi exposto sobre as facilidades desde sua construção até a montagem, esses elementos podem constituir estruturas mais esbeltas e flexíveis. Dessa forma, torna-se necessário avaliar o desempenho das estruturas quanto aos efeitos dinâmicos oriundos de atividades humanas ou de equipamentos.

2.2 COMBINAÇÕES DE CARGA NO ESTADO LIMITE DE SERVIÇO

Como já mencionado anteriormente, o dimensionamento das estruturas protendidas ocorre juntamente com as verificações em serviço. Logo, se torna necessário uma abordagem das ações a serem consideradas no dimensionamento com combinações de serviço. De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), o carregamento que atua nas estruturas pode ser definido como a combinação das ações que tenham probabilidade de atuarem simultaneamente durante certo tempo na estrutura. Estas combinações devem ser feitas de diferentes maneiras, a fim de considerar os efeitos mais desfavoráveis para a estrutura, verificando a segurança quanto aos estados limites. Na combinações de ações, são considerados carregamentos permanentes e variáveis e, conforme cada caso, as ações variáveis são minoradas com a utilização de fatores de redução ψ_1 e ψ_2 , indicados no quadro 2.3

Quadro 2.3: valores de ψ_1 e ψ_2 (ABNT, 2014)

Ações		γ_{f2}	
		ψ_1	ψ_2
Cargas acidentais de edifícios	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas	0,4	0,3
	Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevada concentração de pessoas	0,6	0,4
	Biblioteca, arquivos, oficinas e garagens	0,7	0,6
Vento	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,3	0
Temperatura	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,5	0,3

São apresentados a seguir os três tipos de combinações de carga necessários para verificação dos estados limites de serviço.

2.2.1 Combinações quase permanentes de serviço (CQP)

Ações que podem atuar durante grande parte do período de vida da estrutura, e a sua consideração pode ser necessária na verificação do estado limite de deformações excessivas. Nas combinações quase permanentes de serviço, todas as ações variáveis são consideradas com seus valores quase permanentes $\psi_2 F_{qk}$ conforme expressão 2.4

$$F_{d,ser} = \sum F_{gi,k} + \sum \psi_{2j} F_{qj,k} \quad (2.4)$$

Onde:

$F_{d,ser}$: é o valor de cálculo das ações para combinações de serviço;

$F_{gi,k}$: é o valor característico das ações permanentes diretas;

ψ_{2j} : é o fator de redução de combinações quase permanentes para o ELS

$F_{qj,k}$: é o valor característico das ações variáveis principais diretas;

2.2.2 Combinações frequentes de serviço (CF)

Ação que se repete muitas vezes durante o período de vida da estrutura, e sua consideração pode ser necessária na verificação dos estados limites de formação de fissuras, de abertura das fissuras e de vibrações excessivas. Também podem ser consideradas no estado limite de deformação excessiva oriundas do vento ou de temperatura. Nas recomendações da norma brasileira, a ação variável principal F_{q1} é tomada com seu valor frequente $\psi_1 F_{q1k}$ e todas as demais ações variáveis com seus valores quase permanentes $\psi_2 F_{qk}$. A combinação frequente de serviço é mostrada na expressão 2.5.

$$F_{d,ser} = \sum F_{gi,k} + \psi_1 F_{q1,k} + \sum \psi_{2j} F_{qj,k} \quad (2.5)$$

Onde:

ψ_1 : é o fator de redução da combinação frequente para o estado limite de serviço;

$F_{q1,k}$: é o valor característico das ações variáveis principais diretas.

2.2.3 Combinações raras de serviço (CR)

Ações que ocorrem algumas vezes durante o período de vida da estrutura e a sua consideração pode ser necessária na verificação do estado limite de formação de fissuras. A ação variável principal F_{q1} é tomada com seu valor característico $F_{q1,k}$ e as demais ações com seus valores frequentes $\psi_1 F_{qk}$ de acordo com a equação 2.6.

$$F_{d,ser} = \sum F_{gi,k} + F_{q1,k} + \sum \psi_{1j} F_{qj,k} \quad (2.6)$$

2.3 NÍVEIS DE PROTENSÃO

Níveis de protensão ou também chamados de graus de protensão são relacionados com os níveis de intensidade da força de protensão, que é função da proporção de armadura ativa utilizada em relação à armadura passiva. Utilizada para orientar a concepção de projetos de estruturas que utilizam o efeito da protensão de acordo com a classe de agressividade ambiental (CAA), apresentada no quadro 2.4, e o tipo de protensão. Porém os projetistas devem analisar, conforme cada situação, a necessidade de medidas mais restritivas em seus projetos.

Quadro 2.4: classes de agressividade ambiental (ABNT, 2014)

Classe de agressividade ambiental (CAA)	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural	Insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana ^{a,b}	Pequeno
III	Forte	Marinha ^a	Grande
		Industrial ^{a,b}	
IV	Muito Forte	Industrial ^{a,c}	Elevado
		Respingos de maré	

a. Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).

b. Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) em: obras em regiões de clima seco, com umidade relativa do ar menor ou igual a 65%, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos ou regiões onde raramente chove.

c. Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose de papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

Existem três tipos de níveis de protensão segundo a norma brasileira e a aplicabilidade em cada tipo de estrutura é mostrada no quadro 2.5.

Quadro 2.5: verificações necessárias do estado limite de serviço (ABNT, 2014)

Tipo de concreto estrutural	Classe de agressividade ambiental (CAA) e tipo de protensão	Combinações do ELS	Verificações no ELS
Concreto armado ou nível 0	CAA I a CAA IV	Combinação frequente	ELS-W
Concreto protendido ou nível 1 (protensão parcial)	Pré-tração com CAA I ou Pós-tração com CAA I e II	Combinação frequente	ELS-W
Concreto protendido ou nível 2 (protensão limitada)	Pré-tração com CAA II ou Pós-tração com CAA III e IV	Combinação frequente	ELS-F
		Combinação quase permanente	ELS-D
Concreto protendido ou nível 3 (protensão completa)	Pré-tração com CAA III e IV	Combinação rara	ELS-F
		Combinação frequente	ELS-D

2.3.1 Protensão parcial ou nível 1

Na protensão parcial, o limite de abertura das fissuras é maior que nos demais níveis de protensão. No caso de estruturas que utilizam a pré-tração, este nível se aplica quando a agressividade ambiental é fraca e o risco de deterioração é insignificante. Para que sejam atendidas as verificações no estado limite de serviço, uma das seguintes condições devem ser respeitadas.

$$w_k = \frac{\phi_i}{12,5\eta_1} \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \frac{3\sigma_{si}}{f_{ct,m}} \leq 0,2mm \quad (2.7)$$

$$w_k = \frac{\phi_i}{12,5\eta_1} \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \left(\frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right) \leq 0,2mm \quad (2.8)$$

Onde:

w_k : é a abertura característica de fissuras na superfície de concreto;

ϕ_i : é o diâmetro da barra que protege a região de envolvimento considerada;

η_1 : é o coeficiente de conformação superficial da armadura considerada;

σ_{si} : é a tensão de tração no centro de gravidade da armadura considerada, calculada no estágio II;

E_{si} : é o módulo de elasticidade do aço da barra considerada, de diâmetro ϕ_i ;

ρ_{ri} : é a taxa de armadura ativa ou passiva aderente que não esteja dentro da bainha.

2.3.2 Protensão limitada ou nível 2

As vigas são dimensionadas permitindo que existam tensões de tração limitadas nas condições normais de utilização. No caso de peças protendidas com aderência inicial, a agressividade do ambiente deve ser moderada com o risco de deterioração pequeno. Esse tipo de protensão é amplamente utilizada em edificações. Para que sejam respeitados os estados limites do quadro 2.5, a expressão 2.9 que se refere ao ELS-D e a expressão 2.10 referente ao ELS-F devem ser atendidas.

$$\sigma_{c1} = P_{\infty} \left(\frac{1}{A} + \frac{e_p}{W_1} \right) - \frac{M_g + \psi_2 M_q}{W_1} \leq 0 \quad (2.9)$$

$$\sigma_{c1} = P_{\infty} \left(\frac{1}{A} + \frac{e_p}{W_1} \right) - \frac{M_g + \psi_1 M_q}{W_1} \leq f_{ct,f} \quad (2.10)$$

Onde:

σ_{c1} : tensão de compressão do concreto na face inferior da seção transversal;

P_{∞} : força de protensão no tempo infinito, após serem descontadas as perdas imediatas e diferidas;

A : área da seção transversal de concreto;

e_p : é a excentricidade da armadura ativa em resultante em relação ao baricentro da seção de concreto;

W_1 : é o módulo de resistência relativo à face inferior da seção transversal;

M_g : é o momento solicitante devido ao carregamento permanente;

M_q : é o momento solicitante devido ao carregamento variável.

Segundo VERÍSSIMO & CÉSAR Jr.(1998), o fato das peças ficarem sujeitas a tensões menores do que se fossem protendidas no nível 3 pode trazer as seguintes vantagens:

- a) menores tensões de tração e compressão na época da protensão;
- b) melhor comportamento em relação às deformações sob efeito da fluência do concreto;
- c) maior participação da armadura passiva na ruptura. Com tensões de protensão menores, a taxa de armadura ativa também diminui e assim se torna possível uma solução mais econômica.

2.3.3 Protensão completa ou nível 3

A protensão completa ou de nível 3 proporciona as melhores condições para proteção das armaduras contra a corrosão e controla as flutuações de tensão do aço para valores moderados, visando o não aparecimento de tensões de tração no concreto (LAZZARI, 2011). Esse tipo de nível de protensão é utilizado no caso da pré-tração para agressividade ambiental forte ou muito forte. São respeitados os estados limites se as seguintes condições, referentes ao ELS-D e ELS-F respectivamente, forem atendidas:

$$\sigma_{cl} = P_{\infty} \left(\frac{1}{A} + \frac{e_p}{W_1} \right) - \frac{M_g + \psi_1 M_q}{W_1} \leq 0 \quad (2.11)$$

$$\sigma_{cl} = P_{\infty} \left(\frac{1}{A} + \frac{e_p}{W_1} \right) - \frac{M_g + M_q}{W_1} \leq f_{ct,f} \quad (2.12)$$

2.4 FORÇAS DE PROTENSÃO EM VIGAS

2.4.1 Estimativa da força de protensão P_{∞}

A força de protensão no tempo infinito P_{∞} é o valor após as perdas de protensão terem sido descontadas. Uma das alternativas de dimensionamento de estruturas de concreto protendido consiste em inicialmente estimar a força de protensão final a partir das verificações dos estados limites de serviço conforme cada tipo e nível de protensão. Dessa forma, essa estimativa exige o conhecimento de algumas particularidades:

- a) propriedades geométricas da seção transversal;
- b) propriedades mecânicas dos materiais utilizados;
- c) esforços solicitantes devido às cargas permanentes e variáveis;

d) nível de protensão utilizado na estrutura e o tipo de protensão aplicado.

Além dos parâmetros citados acima, ainda é necessário uma estimativa inicial para as perdas de protensão. Definido como r_∞ , o fator de perdas de protensão final fica na ordem de 0,75 a 0,85, ao passo que as perdas de protensão giram em torno de 15% a 25% de acordo com experiências de projetos anteriores.

A seguir são descritos procedimentos para estimativa da força final de protensão conforme cada tipo de nível de protensão:

2.4.1.1 Estimativa de P_∞ para protensão parcial

a) Combinação quase permanente de ações: $g + \psi_2 q$

Segundo HANAI (2005), a NBR 6118 não estabelece esta limitação para o caso protensão com nível 1. Porém, é possível ser adotado esse critério para determinar um valor estimativo da força final de protensão. A condição da expressão 2.13 visa garantir que as fissuras permaneçam fechadas para esta combinação de ações.

$$P_\infty \leq \frac{M_g + \psi_2 M_q}{\left(\frac{1}{A} + \frac{e_p}{W_1} \right) W_1} \quad (2.13)$$

b) Combinação frequente de ações: $g + \psi_1 q$

A escolha apropriada de um valor para a força de protensão final P_∞ é verificada se a condição da expressão 2.7 ou da expressão 2.8 for satisfeita.

2.4.1.2 Estimativa de P_∞ para protensão limitada

a) Combinação quase permanente de ações: $g + \psi_2 q$

Para estimar o valor de P_∞ a partir dessa combinação de ações, deve ser utilizada a expressão 2.13 da mesma forma que na protensão parcial.

b) Combinação frequente de ações: $g + \psi_1 q$

$$P_\infty \leq \frac{f_{ct,f} + \frac{M_g + \psi_1 M_q}{W_1}}{\left(\frac{1}{A} + \frac{e_p}{W_1} \right)} \quad (2.14)$$

2.4.1.3 Estimativa de P_∞ para protensão completa

a) Combinação frequente de ações: $g + \psi_1 q$

$$P_\infty \leq \frac{M_g + \psi_1 M_q}{\left(\frac{1}{A} + \frac{e_p}{W_1} \right) W_1} \quad (2.15)$$

b) Combinação rara de ações: $g + q$

$$P_\infty \leq \frac{f_{ct,f} + \frac{M_g + M_q}{W_1}}{\left(\frac{1}{A} + \frac{e_p}{W_1} \right)} \quad (2.16)$$

Tanto para o caso da protensão limitada quanto para a protensão completa, o valor admitido para P_∞ deve ser o maior valor absoluto entre as alíneas a e b .

2.4.2 Estimativa da força de protensão P_i

A força máxima aplicada pelo equipamento de tração na armadura de protensão é a força de protensão inicial P_i . Estima-se a força inicial de protensão a partir de r_∞ de acordo com a expressão 2.17. Dessa forma torna-se possível encontrar a área de aço da armadura ativa A_p que deve constituir o elemento estrutural para que se satisfaçam os estados limites de serviço.

$$P_i = \frac{P_\infty}{r_\infty} \quad (2.17)$$

$$A_p = \frac{P_i}{\sigma_{pi}} \quad (2.18)$$

Onde:

σ_{pi} : é a tensão da armadura de protensão na saída do aparelho de tração.

A NBR 6118:2014 estabelece que para armadura pré-tracionadas, a tensão σ_{pi} deve respeitar os limites de $0,77f_{ptk}$ e $0,90f_{pyk}$ para aços da classe de relaxação normal (RN), e $0,77f_{ptk}$ e $0,85f_{pyk}$ para aços da classe de relaxação baixa (RB). Os valores de f_{ptk} e f_{pyk} são resistências características à tração e ao escoamento, respectivamente, dos aços de protensão.

2.4.3 Perdas da força de protensão

As perdas de protensão que ocorrem nas estruturas de concreto protendido são divididas em basicamente dois grupos: as perdas imediatas e as perdas diferidas. No caso da pré-tração, ainda existem as perdas iniciais ocorridas antes da liberação dos cabos de protensão e podem ser consideradas provenientes de:

- a) escorregamento dos cabos na ancoragem, cuja determinação deve ser experimental ou adotados valores indicados por fabricantes;
- b) por relaxação inicial da armadura que é função do tempo entre o alongamento e a liberação do aparelho de tração;
- c) por retração inicial do concreto que acontece entre a concretagem da peça e a liberação do dispositivo de tração.

Para os elementos que utilizam a protensão com aderência inicial, as perdas mais significativas são as perdas por encurtamento elástico do concreto, perda por retração do concreto, por fluência do concreto e por relaxação do aço de protensão. A primeira é uma perda imediata, pois acontece no momento em que ocorre a transferência da força de protensão dos aparelhos para a peça estrutural. Já as outras são consideradas perdas diferidas ou perdas progressivas, assim tratadas pela norma brasileira, pois acontecem após a transferência da força de protensão para o elemento, ao longo de sua vida útil. Dessa forma são apresentados a seguir os métodos para obtenção das perdas de protensão mais importantes no caso da pré-tração.

2.4.3.1 Perdas por encurtamento elástico do concreto

A força de protensão ancorada P_a acaba produzindo o encurtamento do elemento estrutural ao comprimir o mesmo. Esse encurtamento reduz o alongamento inicial do aço de protensão, pois como o módulo de elasticidade do aço de protensão E_p é constante, uma redução no alongamento do cabo ocasiona uma diminuição da tensão de protensão σ_p .

$$\sigma_p = E_p \varepsilon_p \quad (2.19)$$

Como na pré-tração pode ser admitido que a armadura é aderente ao concreto e não ocorre escorregamento, é possível afirmar que a deformação do concreto ε_c é igual a deformação do aço ε_p . Assim desenvolve-se a expressão 2.21 e por fim a perda da tensão de protensão por encurtamento elástico do concreto $\Delta\sigma_p$ na equação 2.22.

$$\varepsilon_c = \varepsilon_p \quad (2.20)$$

$$\frac{\sigma_c}{E_c} = \frac{\Delta\sigma_p}{E_p} \quad (2.21)$$

$$\Delta\sigma_p = \frac{E_p}{E_c} \sigma_c = \alpha_p \sigma_c \quad (2.22)$$

Onde:

E_c : é o módulo de elasticidade do concreto;

α_p : é a relação entre os módulos de elasticidade do aço de protensão e do concreto

2.4.3.2 Perdas por retração do concreto

A retração do concreto é um fenômeno que ocorre ao longo do tempo e está relacionada com as características físico-químicas do concreto. O concreto perde parte da água da peça nas primeiras idades gradativamente até atingir uma umidade estável. Essa perda produz uma redução volumétrica do elemento estrutural e conseqüentemente ocorre o encurtamento da peça ao longo do tempo

A deformação por retração do concreto é analisada entre o tempo t_0 e o tempo t_∞ definida como $\varepsilon_{cs}(t_\infty, t_0)$. A NBR 6118:2014 trata no seu Anexo A os procedimentos para o cálculo da deformação específica de retração do concreto. Dessa forma a perda da tensão de protensão no concreto é facilmente encontrada a partir da seguinte expressão.

$$\Delta\sigma_{ps} = E_p \varepsilon_{cs}(t_\infty, t_0) \quad (2.23)$$

Onde:

$\Delta\sigma_{ps}$: é a perda da tensão de protensão por retração do concreto ao longo do tempo.

2.4.3.3 Perdas por fluência do concreto

Da mesma forma que a retração, a deformação por fluência do concreto ocorre ao longo do tempo. O efeito é o aumento da deformação com o tempo sob a ação de cargas ou tensões constantes. Para peças de concreto que recebem carregamento de longa duração, a fluência se deve à migração das moléculas de água absorvidas existentes na pasta de cimento. A deformação por fluência do concreto entre o tempo t_0 e o tempo t_∞ é definida pela expressão 2.24.

$$\varepsilon_{cc}(t_\infty, t_0) = \varphi(t_\infty, t_0) \varepsilon_c(t_0) \quad (2.24)$$

Onde:

$\varphi(t_\infty, t_0)$: é o valor final do coeficiente de fluência do concreto;

$\varepsilon_c(t_0)$: é a deformação imediata do concreto por ocasião do carregamento;

A norma brasileira descreve o procedimento de cálculo para o coeficiente de fluência no seu Anexo A. Desenvolvendo a equação 2.24, facilmente se encontra a perda da tensão de protensão por fluência do concreto $\Delta\sigma_{pc}$ conforme abaixo:

$$\Delta\sigma_{pc} = \alpha_p \varphi(t_\infty, t_0) \sigma_c(t_0) \quad (2.25)$$

Sendo $\sigma_c(t_0)$ a tensão imediata aplicada na peça por ocasião do carregamento.

2.4.3.4 Perdas por relaxação do aço de protensão

A relaxação do aço corresponde à diminuição da tensão no aço, que ocorre quando a armadura, deformada por uma sollicitação inicial, é mantida com comprimento constante. Ou seja, ocorre um alívio de tensão na armadura enquanto ela é mantida com comprimento ou deformação constante (HANAI, 2005). A NBR 6118:2014, indica que o cálculo da perda de

protensão por relaxação do aço seja feita pela determinação do coeficiente de relaxação do aço $\psi(t, t_0)$ definido pela seguinte expressão:

$$\psi(t, t_0) = \frac{\Delta\sigma_{pr}(t, t_0)}{\sigma_{p0}} \quad (2.26)$$

Onde:

$\Delta\sigma_{pr}(t, t_0)$: é a perda de tensão por relaxação pura desde o instante t_0 até o instante t considerado;

σ_{p0} : é a tensão da armadura de protensão após as perdas imediatas.

A norma prevê a determinação do coeficiente de relaxação do aço de maneira direta para valores correspondentes a tempos diferentes de 1000 horas mantendo-se a temperatura constante em 20°C de acordo com a seguinte expressão onde o tempo deve ser tomado em dias:

$$\psi(t, t_0) = \psi_{1000} \left(\frac{t - t_0}{41,67} \right) \quad (2.27)$$

De acordo com a NBR 6118:2014, os valores médios de relaxação medidos após 1000 horas com temperatura constante de 20°C para as perdas de tensão referidas a valores básicos da tensão inicial de 50% a 80% da resistência característica $f_{ptk}(\psi_{1000})$, são definidos pelo quadro 2.6. Ainda admite que para tensões inferiores a $0,5f_{ptk}$ não haja perda de tensão por relaxação da armadura.

Quadro 2.6: valores de ψ_{1000} em porcentagem (ABNT, 2014)

σ_{p0}	Cordoalhas		Fios		Barras
	RN	RN	RB	RN	
$0,5f_{ptk}$	0	0	0	0	0
$0,6f_{ptk}$	3,5	1,3	2,5	1,0	1,5
$0,7f_{ptk}$	7,0	2,5	5,0	2,0	4,0
$0,8f_{ptk}$	12,0	3,5	8,5	3,0	7,0

Para obtenção das tensões intermediárias entre os valores do quadro acima, podem ser interpoladas linearmente. No tempo infinito, o coeficiente de relaxação do aço pode ser determinado aproximadamente como:

$$\psi(t_{\infty}, t_0) \cong 2,5\psi_{1000} \quad (2.28)$$

2.4.4 Valores de P_a , P_0 e P_{∞}

Os valores da força de protensão em suas respectivas grandezas são definidos em função dos cálculos das perdas de protensão citadas em itens anteriores. Como já mencionado, serão apresentados os critérios para o caso de pré-tração.

$$P_a = P_i - \Delta P_{anc} \quad (2.29)$$

$$P_0 = P_a - \Delta P_{p,el} \quad (2.30)$$

$$P_{\infty} = P_0 - \Delta P_{c(s+c+r)} \quad (2.31)$$

Onde:

P_i : é a força máxima aplicada à armadura de protensão pelo equipamento de tração;

P_a : é o valor da força de protensão que resta após a ancoragem dos cabos de protensão, faltando descontar as perdas por encurtamento elástico do concreto;

P_0 : é o valor força de protensão após terem sido descontadas todas as perdas imediatas;

P_∞ : é o valor força de protensão após terem sido descontadas todas as perdas imediatas e todas as perdas diferidas;

ΔP_{anc} : é a perda de protensão decorrente do retorno do cabo no momento de fixação das cunhas de ancoragem;

$\Delta P_{p,el}$: é a perda de protensão decorrente do encurtamento elástico do concreto;

$\Delta P_{c(s+c+r)}$: é o somatório das perdas de protensão decorrentes da retração do concreto, fluência do concreto e da relaxação da armadura de protensão.

2.5 VERIFICAÇÕES DAS TENSÕES NORMAIS NO CONCRETO

As tensões normais no concreto devem ser verificadas no ato da protensão (em vazio) e também em situações de serviço. Devem ser respeitadas, em cada caso, o nível de protensão aplicados no projeto e estabelecidos na NBR 6118:2014. No estado em vazio, a norma brasileira admite uma verificação simplificada em que a segurança seja realizada no estágio I desde que as seguintes condições sejam satisfeitas:

- a) a tensão máxima de compressão, obtida através de solicitações já ponderadas, não ultrapasse $0,7f_{ckj}$, sendo essa resistência característica prevista na idade da protensão;
- b) a máxima tensão de tração não ultrapasse $1,2f_{ct,m}$ correspondente à resistência característica à compressão do concreto obtida na idade da protensão;

- c) se na seção transversal existirem tensões de tração, deverá haver armadura calculada no estágio II. Para efeitos de cálculo a força nessa armadura pode ser considerada igual a resultante das tensões de tração no concreto no estágio I. A força não deve provocar acréscimos de tensões de 150MPa no caso de fios ou barras lisas e 250MPa para barras nervuradas.

As tensões normais no bordo superior e inferior são dadas respectivamente nas expressões a seguir e ilustrado na figura 2.5. Os valores dos coeficientes de ponderação γ_p e γ_f são tomados iguais a 1,1 e 1,0 respectivamente.

$$\sigma_{c2} = \gamma_p P_0 \left(\frac{1}{A} + \frac{e_p}{W_2} \right) - \frac{\gamma_f M_{g1}}{W_2} \leq 1,2 f_{ct,m} \quad (2.32)$$

$$\sigma_{c1} = \gamma_p P_0 \left(\frac{1}{A} + \frac{e_p}{W_1} \right) - \frac{\gamma_f M_{g1}}{W_1} \geq -0,7 f_{ckj} \quad (2.33)$$

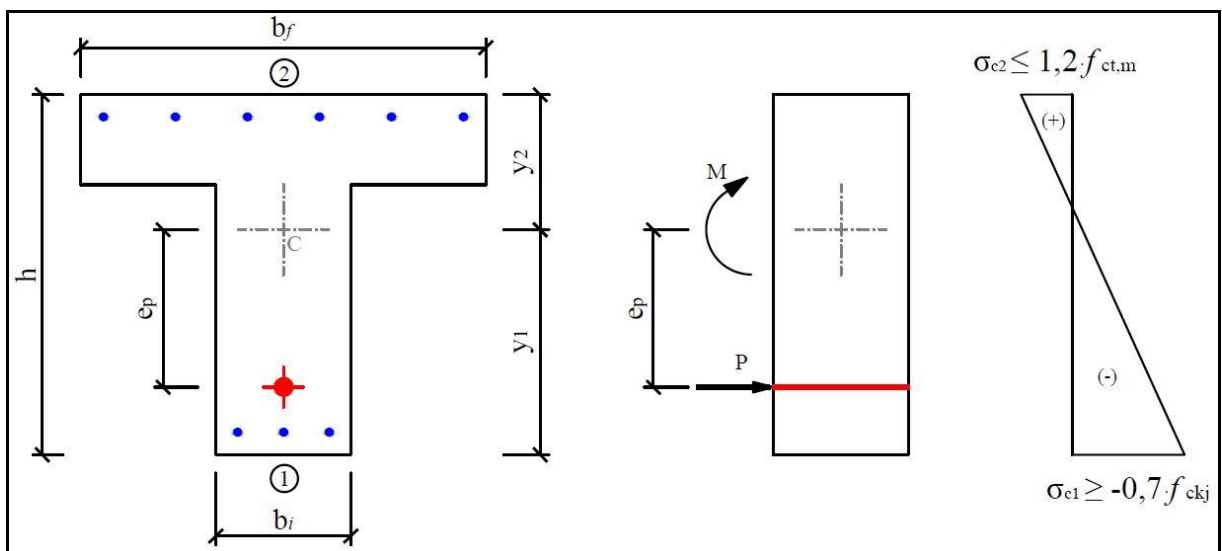


Figura 2.5: tensões normais no ato de protensão (adaptado de REAL, 2012).

As verificações das tensões em serviço deverão considerar a força de protensão no tempo infinito P_∞ e as combinações de ações em serviço ajustadas com as ponderações ψ . As equações 2.34 e 2.35 mostram as tensões em serviço para o bordo superior e inferior respectivamente. Já na figura 2.6 pode ser observado a distribuições de tensões na seção transversal para que as condições sejam atendidas.

$$\sigma_{c2} = P_\infty \left(\frac{1}{A} + \frac{e_p}{W_2} \right) - \frac{M_g + \psi M_q}{W_2} \quad (2.34)$$

$$\sigma_{c1} = P_\infty \left(\frac{1}{A} + \frac{e_p}{W_1} \right) - \frac{M_g + \psi M_q}{W_1} \quad (2.35)$$

2.6 ARMADURA MÍNIMA

De acordo com a NBR 6118:2014, a armadura mínima de tração, tanto em elementos de concreto armado quanto em concreto protendido deve ser determinada pelo dimensionamento da seção a um momento fletor mínimo $M_{d,min}$ dado pela expressão 2.36, respeitando a taxa mínima de armadura de 0,15%.

$$M_{d,min} = 0,8W_0 f_{ctk,sup} \quad (2.36)$$

$$f_{ctk,sup} = 1,3 f_{ct,m} \quad (2.37)$$

Onde:

W_0 : é o módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto, relativo à fibra mais tracionada;

$f_{ctk,sup}$: é a resistência característica superior do concreto à tração.

Alternativamente, armadura mínima pode ser considerada atendida se forem respeitadas as taxas previstas no quadro 2.7.

Quadro 2.7: taxas mínimas de armadura para flexão em vigas (ABNT, 2014)

Forma da seção	Valores de ρ_{\min}^a ($A_{s,\min}/A_c$) %														
	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
Retangular	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208	0,211	0,219	0,226	0,233	0,239	0,245	0,251	0,256

^a Os valores de ρ_{\min} estabelecidos nesta Tabela pressupõem o uso de aço CA-50, $d/h = 0,8$ e $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$. Caso esses fatores sejam diferentes, ρ_{\min} deve ser recalculado.

2.7 ESTADOS LIMITES ÚLTIMOS (ELU)

Os estados limites últimos são relacionados com a segurança da estrutura submetida às combinações mais desfavoráveis das ações durante toda sua vida útil. São estados que pelo acontecimento podem levar as estruturas a ruínas totais se forem ultrapassados. A seguir são apresentados os estados limites últimos que devem ser considerados no dimensionamento das estruturas de concreto protendido que utilizam o sistema de pré-tração.

2.7.1 Estado limite último: solicitações normais

No estado limite último de solicitações normais, os procedimentos de cálculo são os mesmos para o concreto armado com uma diferença: deve ser levado em conta que a armadura ativa possui um alongamento prévio. Deve ser garantida a condição de equilíbrio a seguir:

$$M_{Rd} \geq M_{Sd} = M_{gd} + M_{qd} \quad (2.38)$$

Como no concreto protendido a armadura ativa é calculada para atender aos estados limites de serviço, é possível que no estado limite último ela não seja suficiente para equilibrar a expressão 2.38. Dessa forma deve ser necessária uma armadura passiva A_{s1} tracionada visando estabelecer o equilíbrio do ELU.

Pretende-se que o equilíbrio seja satisfeito, então geralmente é adotado um estado limite de deformação, anterior ao colapso. Dessa maneira, se deseja que o dimensionamento permaneça no domínio 3, onde as peças são normalmente armadas com deformações limites do concreto conhecidas. Assim são atribuídas algumas hipóteses fundamentais para que seja formulado o problema do estado limite último de solicitações normais:

- a) as seções inicialmente planas e normais ao eixo da peça, permanecem planas e normais ao eixo deformado;
- b) admite-se aderência perfeita entre o aço (ativo e passivo) e o concreto;
- c) a distribuição de deformações no regime de ruptura deve obedecer aos domínios de deformação estabelecidos pela norma brasileira;
- d) a deformação na armadura ativa deve incluir o alongamento prévio ε_{pmd} até ser atingido o estado de neutralização;
- e) o diagrama tensão-deformação do concreto é o parábola-retângulo. Para simplificação, pode ser adotado um diagrama retangular de tensões com profundidade λx e tensão constante nessa profundidade igual a $\alpha_c f_{cd}$;
- f) a resistência à tração do concreto na resistência aos esforços solicitantes é desprezada;
- g) diagrama tensão-deformação bilinear do aço de protensão;
- h) diagrama tensão-deformação do aço passivo é elasto-plástico perfeito.

A NBR 6118:2014 admite que os valores de λ e α_c sejam dependentes das classes de concreto. Para as classes tratadas nesta dissertação, classes até C50, o valor de λ deve ser tomado igual a 0,8. Já para a tensão constante do diagrama simplificado, o parâmetro α_c deve

ser igual a 0,85. A formulação do problema é feita a partir do estado de deformações, tensões e forças resultantes até encontrar o equilíbrio conforme segue. As figuras 2.6 a 2.9 elucidam o problema desse estado limite último.

2.7.1.1 Estado de deformações

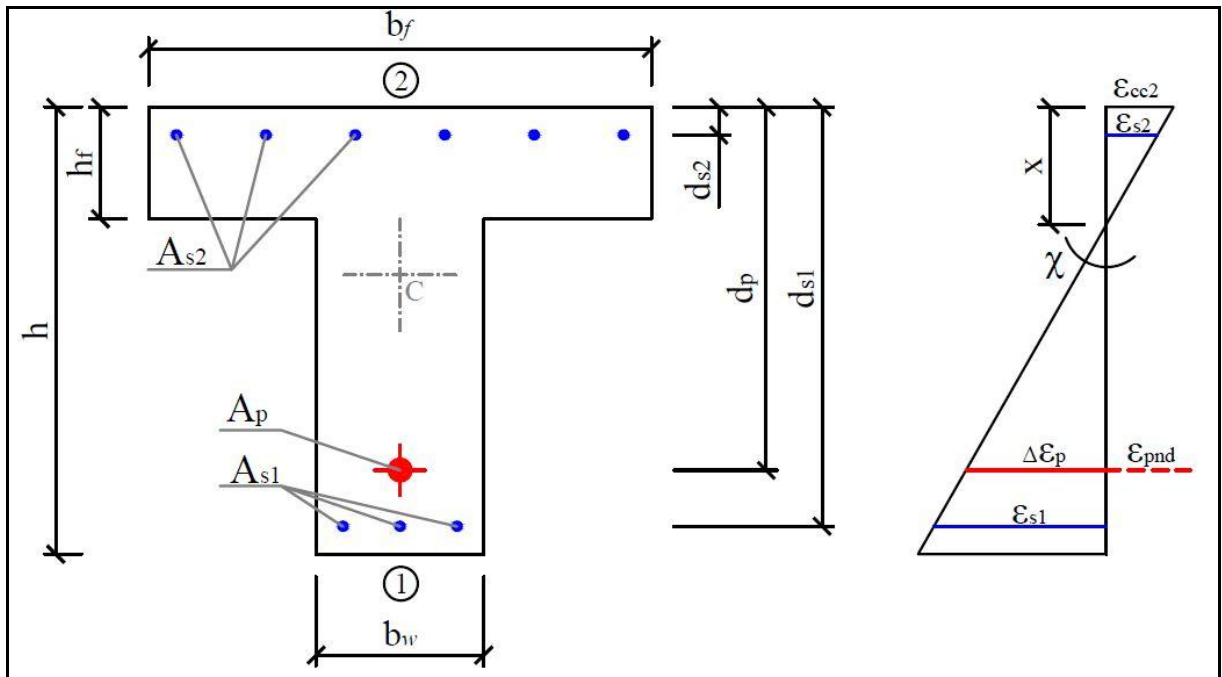


Figura 2.6: estado de deformações.

Sendo:

$$\varepsilon_{cc2} = \chi x \quad (2.39)$$

$$\varepsilon_{s2} = \chi(x - d_{s2}) \quad (2.40)$$

$$\varepsilon_{s1} = \chi(d_{s1} - x) \quad (2.41)$$

$$\varepsilon_{pnd} = \frac{\gamma_p P_\infty}{E_p A_p} + \frac{\gamma_p \sigma_{c,p}}{E_c} \quad (2.42)$$

$$\Delta\varepsilon_p = \chi(d_p - x) \quad (2.43)$$

$$\varepsilon_{pd} = \varepsilon_{pnd} + \Delta\varepsilon_p \quad (2.44)$$

2.7.1.2 Estado de tensões

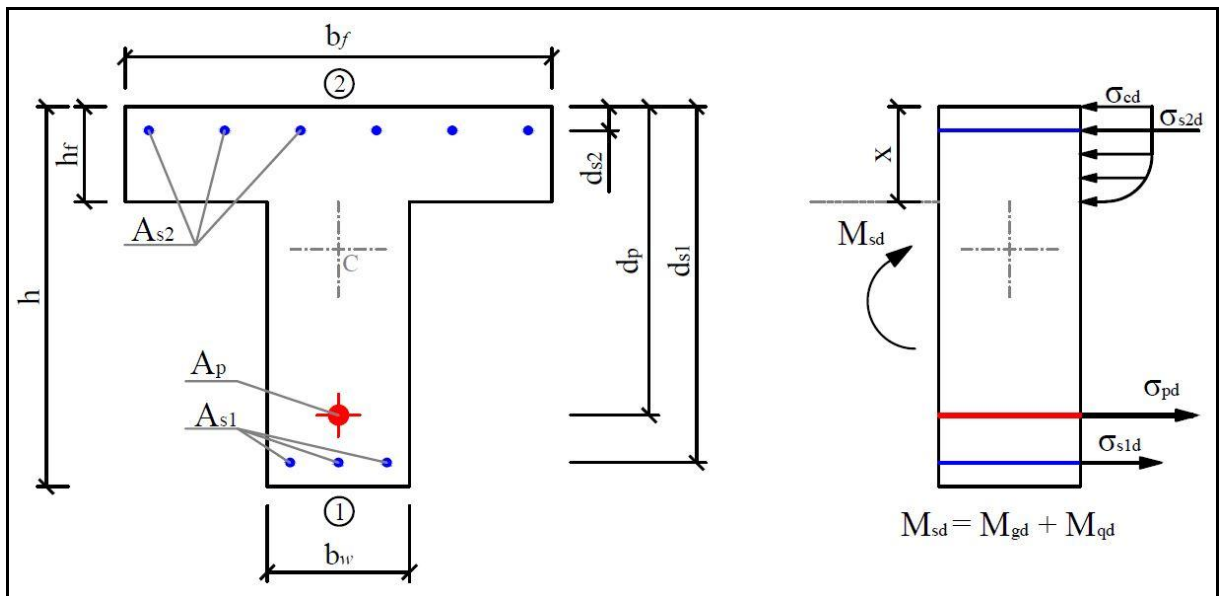


Figura 2.7: estado de tensões.

$$\sigma_{s1d} = E_s \varepsilon_{s1} = E_s \chi(d_{s1} - x), \text{ se } \varepsilon_{s1} < \varepsilon_{yd} \quad (2.45)$$

$$\sigma_{s1d} = f_{yd}, \text{ se } \varepsilon_{s1} \geq \varepsilon_{yd} \quad (2.46)$$

$$\sigma_{s2d} = E_s \varepsilon_{s2} = E_s \chi(x - d_{s2}), \text{ se } \varepsilon_{s2} < \varepsilon_{yd} \quad (2.47)$$

$$\sigma_{s2d} = f_{yd}, \text{ se } \varepsilon_{s2} \geq \varepsilon_{yd} \quad (2.48)$$

$$\sigma_{pd} = E_p \varepsilon_{pd}, \text{ se } \varepsilon_{pd} < \varepsilon_{pyd} \quad (2.49)$$

$$\sigma_{pd} = f_{pyd} + \frac{(f_{ptd} - f_{pyd})}{(\varepsilon_{ptd} - \varepsilon_{pyd})} (\varepsilon_{pd} - \varepsilon_{pyd}), \text{ se } \varepsilon_{pd} \geq \varepsilon_{pyd} \quad (2.50)$$

2.7.1.3 Força resultante

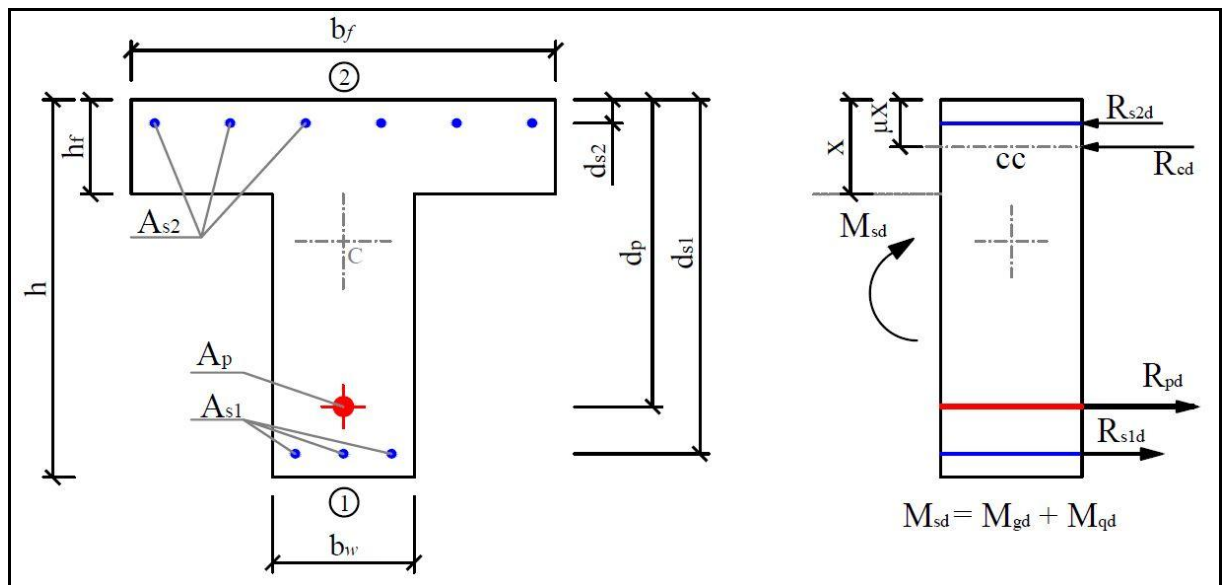


Figura 2.8: forças que atuam na seção.

$$R_{cd} = \int_0^x \sigma_{cd}(y) b_f d_y \quad (2.51)$$

Se valendo da simplificação do diagrama retangular $0,8x$ e $\sigma_{cd} = 0,85f_{cd}$:

$$R_{cd} = \sigma_{cd} 0,8xb_f \quad (2.52)$$

$$R_{s2d} = \sigma_{s2d} A_{s2} \quad (2.53)$$

$$R_{s1d} = \sigma_{s1d} A_{s1} \quad (2.54)$$

$$R_{pd} = \sigma_{pd} A_p \quad (2.55)$$

2.7.1.4 Equilíbrio

Na seção transversal o equilíbrio das forças atuantes se dá a partir de $\sum F = 0$ e $\sum M = 0$. O somatório de momentos será feito em torno de R_{s1d} :

$$\sum F = 0 \quad \therefore R_{cd} + R_{s2d} - R_{pd} - R_{s1d} = 0 \quad (2.56)$$

$$\sum M = 0 \quad \therefore R_{cd} (d_{s1} - \mu x) + R_{s2d} (d_{s1} - d_{s2}) - R_{pd} (d_{s1} - d_p) - M_{sd} = 0 \quad (2.57)$$

Expandindo a equação 2.56:

$$\sigma_{cd} 0,8xb_f + \sigma_{s2d} A_{s2} - \sigma_{pd} A_p - \sigma_{s1d} A_{s1} = 0 \quad (2.58)$$

Considerando-se o bloco de tensões retangular simplificado, para concretos de classe até C50, e expandindo a equação 2.57 tem-se:

$$\sigma_{cd} 0,8xb_f (d_{s1} - 0,4x) + \sigma_{s2d} A_{s2} (d_{s1} - d_{s2}) - \sigma_{pd} A_p (d_{s1} - d_p) - M_{sd} = 0 \quad (2.59)$$

A posição da linha neutra x pode ser determinada resolvendo-se numericamente a equação não linear 2.59. Com a posição da linha neutra conhecida, determinam-se as tensões a partir das equações 2.45 a 2.50. Então, com a equação 2.58 determina-se a armadura A_{s1} necessária à verificação do equilíbrio no Estado Limite Último.

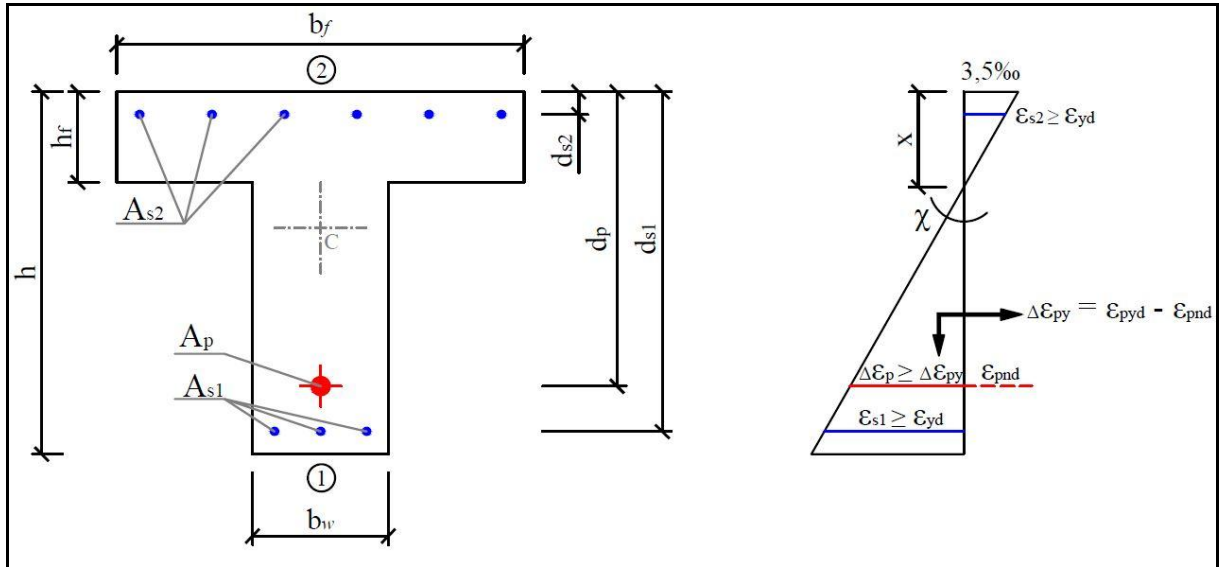


Figura 2.9: estado de deformações – ruptura no domínio 3.

Depois se torna necessário confirmar a hipótese de ruptura no domínio 3. Para isso são encontrados os limites entre os domínios 2-3 e 3-4 e verificado se a linha neutra obtida no dimensionamento se encontra entre esses dois limites.

$$x_{2-3} = \frac{0,35\%}{0,35\% + 1,00\%} d_p \quad (2.60)$$

$$x_{3-4} = \frac{0,35\%}{0,35\% + \Delta\epsilon_{py}} d_p \quad (2.61)$$

Sendo $\Delta\epsilon_{py} = \epsilon_{pyd} - \epsilon_{pnd}$.

2.7.2 Estado limite último: ruptura no ato de protensão

O estado limite último no ato de protensão é uma verificação necessária na fase temporária, onde eventuais fissuras podem ser controladas por armaduras passivas ou pelo escalonamento das etapas de protensão (LAZZARI, 2011).

Segundo a norma brasileira NBR 6118:2014 a segurança do ELU no ato de protensão é verificada conforme as hipóteses já mencionadas no item 2.7.1 em relação ao estado limite último, respeitadas as seguintes hipóteses suplementares:

a) considera-se resistência característica do concreto f_{ckj} aquela correspondente à idade fictícia j (em dias), no ato de protensão;

b) para essa verificação admitem-se os seguintes valores para os coeficientes de ponderação, com as cargas que efetivamente atuarem nessa ocasião:

$$\gamma_c = 1,2;$$

$$\gamma_s = 1,15;$$

$$\gamma_p = 1,0 \text{ na pré-tração};$$

$$\gamma_p = 1,1 \text{ na pós-tração};$$

$$\gamma_f = 1,0 \text{ para ações desfavoráveis};$$

$$\gamma_f = 0,9 \text{ para ações favoráveis};$$

Como verificação simplificada, a norma permite que seja realizada a comprovação da segurança à ruptura no ato de protensão conforme já apresentado no item 2.5, equações 2.32 e 2.33.

2.7.3 Estado limite último: verificação da força cortante

Existem algumas pequenas diferenças no dimensionamento ao esforço cortante em elementos de concreto armado em relação a peças de concreto protendido. Quando a excentricidade do cabo de protensão varia ao longo do elemento, ou seja, quando o cabo não é colocado reto, a protensão gera esforços na direção do cortante. Dessa forma, é possível descontar uma parcela de cortante gerado pela curvatura do cabo do cortante causado pelo carregamento externo.

A protensão exerce uma força normal de compressão na peça que pode impedir o surgimento de fissuras causadas pelo esforço cortante, aumentando assim a capacidade resistente da seção. Na região dos apoios, é necessário que exista um banzo tracionado resistente que satisfaça a seguinte condição:

$$A_p f_{pyd} + A_s f_{yd} = V_{sd} \quad (2.62)$$

Onde A_p é a área de aço de protensão, A_s a área de aço da armadura passiva, f_{pyd} e f_{yd} são as resistências ao escoamento dos aços ativo e passivo respectivamente e V_{sd} o esforço cortante solicitante de cálculo. A figura 2.10 ilustra como um cabo inclinado produz uma componente de força na direção contrária da força cortante na seção.

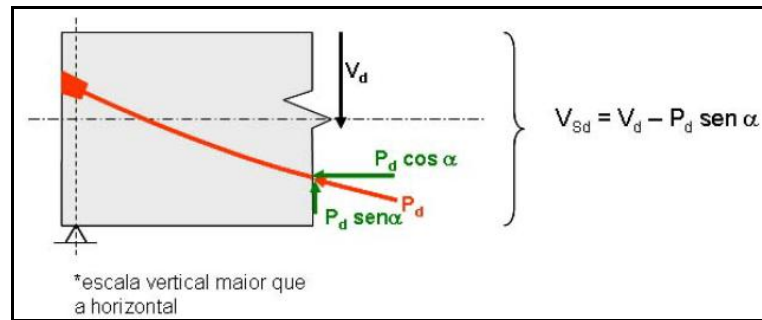


Figura 2.10: redução da força cortante no caso de cabo inclinado (HANAI, 2005)

Conforme prevê a NBR 6118:2014, no valor de V_{sd} deve ser considerado o efeito da projeção da força de protensão na sua direção, com o valor de cálculo correspondente ao tempo t considerado. Porém, quando o efeito for favorável, a armadura longitudinal de tração junto à face tracionada por flexão deve satisfazer a seguinte condição:

$$A_p f_{pyd} + A_s f_{yd} \geq V_{sd} \quad (2.63)$$

A NBR 6118 admite dois modelos de cálculo que pressupõem a analogia com o modelo de treliça, de banzos paralelos, associado a mecanismos resistentes complementares desenvolvidos no interior do elemento estrutural e traduzidos por uma componente adicional V_c . Será apresentado como método de dimensionamento o modelo de cálculo I, que admite diagonais de compressão inclinadas a 45° em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural e admite ainda que a parcela V_c tenha valor constante.

a) Verificação da compressão no concreto:

$$V_{Rd2} = 0,27 \alpha_{v2} f_{cd} b_w d \quad (2.64)$$

$$\alpha_{V2} = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) \quad (2.65)$$

b) Cálculo da armadura transversal:

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad (2.66)$$

Sendo:

$$V_{sw} = 0,9d \left(\frac{A_{sw}}{s} \right) f_{ywd} (\text{sen } \alpha + \cos \alpha)$$

$V_c = 0$, nos elementos estruturais tracionados quando a linha neutra se situa fora da seção;

$V_c = V_{c0}$, na flexão simples e na flexo-tração com a linha neutra cortando a seção;

$$V_c = V_{c0} \left(1 + \frac{M_0}{M_{sd,máx}} \right) \leq 2V_{c0}, \text{ na flexo-compressão;}$$

$$V_{c0} = 0,6f_{ctd}b_wd ;$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c}$$

Onde:

b_w : é a menor largura da seção transversal compreendida ao longo da altura útil d . Entretanto no caso de elementos estruturais protendidos, quando existirem bainhas injetadas com diâmetro $\phi > b_w/8$, a largura resistente a considerar deve ser $\left(b_w - \frac{1}{2} \sum \phi \right)$, na posição da alma em que essa diferença seja mais desfavorável, à exceção do nível que define o banzo tracionado da viga;

s : é o espaçamento entre elementos da armadura transversal A_{sw} , medido segundo o eixo longitudinal da peça;

f_{ywd} : é a tensão na armadura transversal passiva, limitada ao valor f_{yd} no caso de estribos e a 70 % desse valor no caso de barras dobradas, não se tomando, para ambos os casos, valores superiores a 435 MPa; entretanto, no caso de armaduras transversais ativas, o acréscimo de tensão devida à força cortante não pode ultrapassar a diferença entre f_{pyd} e

a tensão de protensão, nem ser superior a 435 MPa;

α : é o ângulo de inclinação da armadura transversal em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural, podendo tomar $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$;

M_0 : é o valor do momento que anula a tensão normal de compressão na borda da seção, provocada pelas forças normais de diversas origens concomitantes com V_{sd} , sendo essa tensão calculada com valores γ_f e γ_p iguais a 1,0 e 0,9 respectivamente. Devem ser considerados apenas os momentos isostáticos de protensão;

$M_{sd,máx}$: é o momento fletor de cálculo máximo no trecho em análise.

2.8 ESTADO LIMITE DE UTILIZAÇÃO

Algumas são as diferenças entre as verificações do estado limite de utilização para vigas de concreto protendido e vigas de concreto armado. Serão apresentados a seguir algumas considerações referentes à flecha e fissuração de elementos protendidos:

- a) se nas vigas, o traçado do cabo de protensão for curvo, surge uma carga distribuída de baixo para cima oriunda da curvatura do cabo. Esta carga ajuda consideravelmente na diminuição das flechas em vigas de concreto protendido;
- b) com o esforço de compressão gerado pela compressão, as vigas geralmente trabalham no estágio I (seção não fissurada) sob cargas de serviço. Dessa forma, é possível que as flechas sejam atenuadas pelo fato de que se trabalhe com a rigidez plena da seção transversal;

A NBR 6118:2014, no item 17.3.2.1.3, admite que na flecha de vigas com armaduras ativas seja suficiente considerar $(EI)_{eq} = E_{cs} I_c$, desde que não seja ultrapassado o estado limite de formação de fissuras. Caso contrário a expressão 2.67 pode ser aplicada desde que I_{II} , M_r e M_a sejam calculados considerando o elemento submetido à combinações de ações escolhidas, acrescentando ainda a protensão como ação externa equivalente.

$$(EI)_{eq} = E_{cs} \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] I_{II} \right\} \leq E_{cs} I_c \quad (2.67)$$

Onde:

I_c : é o momento de inércia da seção bruta de concreto;

I_{II} : é o momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II;

M_a : é o momento fletor na seção crítica do vão considerado;

M_r : é o momento de fissuração do elemento estrutural;

E_{cs} : é o módulo de elasticidade secante do concreto.

Para encontrar a flecha diferida no tempo, basta que seja multiplicada pela parcela $(1 + \varphi)$, onde φ é o coeficiente de fluência.

3 MODELO PARA VERIFICAÇÃO DA CAPACIDADE RESISTENTE NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE FLEXÃO

O comportamento à flexão de elementos protendidos com armaduras aderentes é diferente de peças que utilizam a protensão não aderente. No caso de aderentes, verifica-se a compatibilidade de deformações devido à ligação contínua entre o concreto e o aço, o que traduz em uma equivalência de deformações entre a armadura e o concreto adjacente. Neste caso, o estudo de um elemento aderente em flexão pode ser determinado verificando o equilíbrio de seções isoladas, e as tensões no aço são encontradas a partir da deformação na fibra de concreto posicionada na mesma altura da armadura.

A determinação da resposta em flexão das estruturas de concreto protendido com pré-tração necessita de condições iniciais como compatibilidade de deformações, propriedades dos materiais e equações de equilíbrio. Dessa forma é possível a formulação de um modelo determinístico para obtenção do comportamento deste tipo de estruturas frente ao estado limite último de flexão.

No presente capítulo é apresentado o modelo para verificação da capacidade resistente de vigas de concreto protendido, na seção mais solicitada. O modelo permite análise não linear de vigas de concreto protendido aderentes para dois tipos de seção: retangulares e T. No procedimento de cálculo do momento de ruptura da seção, utiliza-se para obtenção da profundidade da linha neutra um procedimento iterativo com o auxílio do método da bissecante.

A validação do modelo se dá a partir de comparações entre ensaios experimentais disponíveis na literatura e a resposta obtida através do modelo. A limitação do método e como sua influência pode induzir nos resultados também são apresentados ao decorrer deste capítulo.

3.1 ANÁLISE DE UMA VIGA DE CONCRETO PROTENDIDO

As vigas de concreto protendido apresentam, em geral, três fases de comportamento quando submetidas a carregamentos estáticos crescentes até a ruína. A figura 3.1 mostra o comportamento de uma viga de concreto protendido com cabos aderentes submetida a um ensaio de flexão.

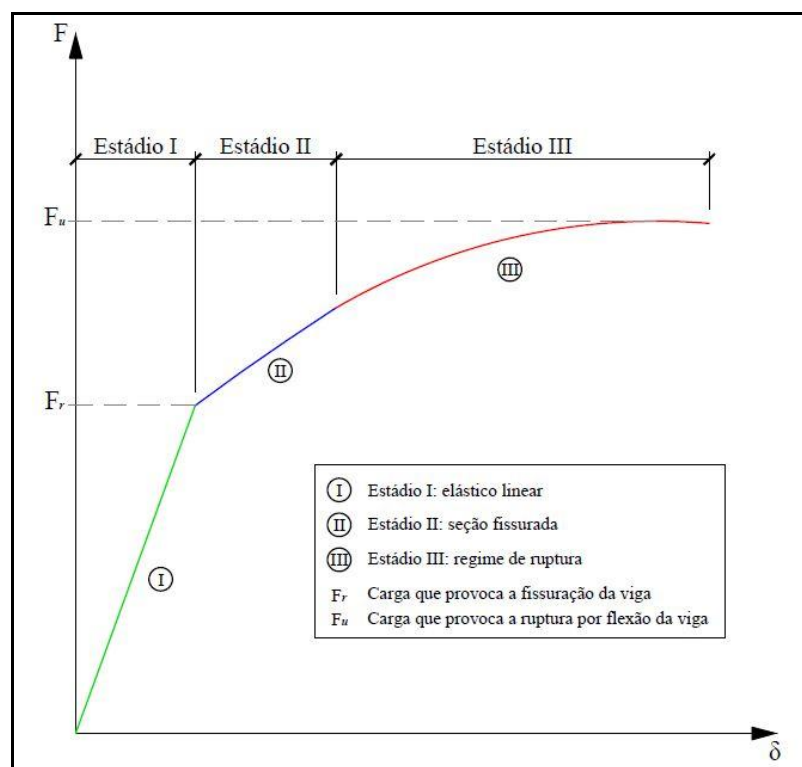


Figura 3.1: fases de uma viga em ensaio de flexão (deformação x carga).

3.1.1 Estádio I: elástico linear

O regime elástico linear corresponde ao trecho compreendido entre o início do carregamento e a carga que provoca o começo da fissuração F_r . Nesse caso, os materiais apresentam um comportamento elástico linear e a tensão de tração no concreto não ultrapassa sua resistência característica à tração na flexão deste material. Através da figura 3.2 é possível perceber que a seção transversal colabora de forma integral na absorção dos esforços solicitantes.

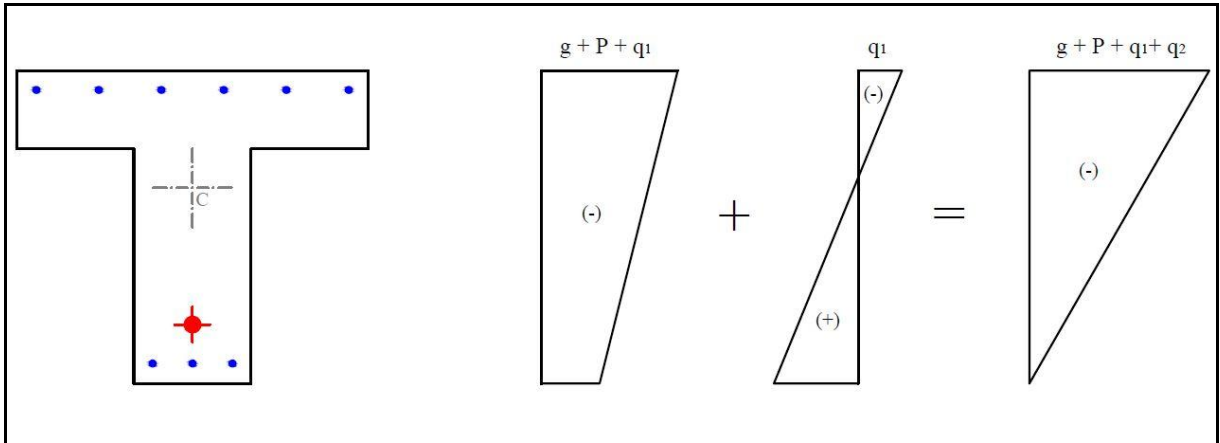


Figura 3.2: tensões na seção no estágio I (adaptado de REAL, 2012).

3.1.2 Estádio II: seção fissurada

Este regime é alcançado após o carregamento crescente na viga atingir a carga F_r que provoca a fissuração. Os materiais continuam trabalhando no regime elástico, porém a tensão de tração no concreto é maior que a resistência à tração na flexão desse material e assim considera-se que somente o aço passa a resistir aos esforços de tração na peça (figura 3.3). A seção transversal encontra-se fissurada.

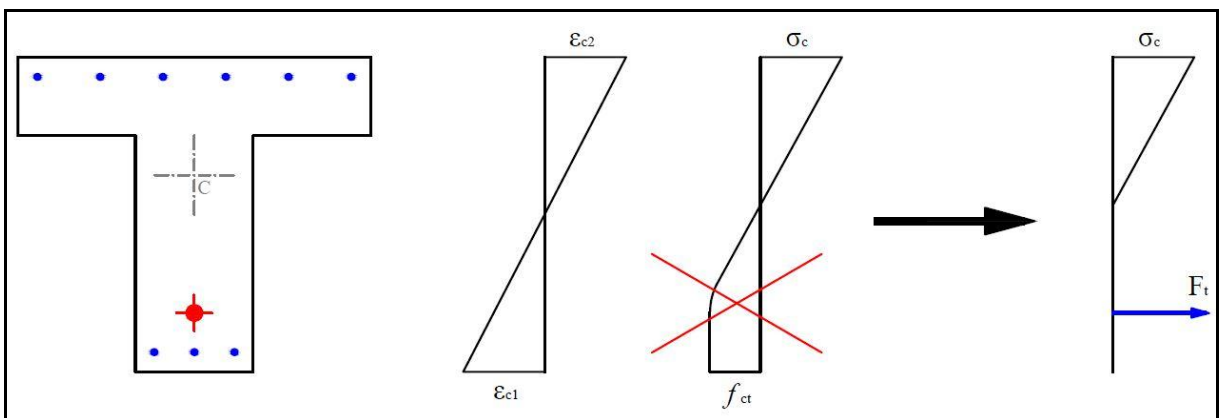


Figura 3.3: tensões na seção no estágio II (adaptado de REAL, 2012).

3.1.3 Estádio III: regime de ruptura

Com crescimento de carga, os materiais apresentam um comportamento diferente das outras fases até o colapso. O concreto, neste caso, é não-linear, as armaduras atingem os respectivos limites de escoamento e a seção tem tensão de tração maiores que a resistência a tração do concreto na flexão. Supõe-se, conforme a figura 3.4, que distribuição de tensões no concreto ocorra segundo um diagrama parábola-retângulo. Apenas a zona de concreto comprimido colabora na resistência aos esforços solicitantes.

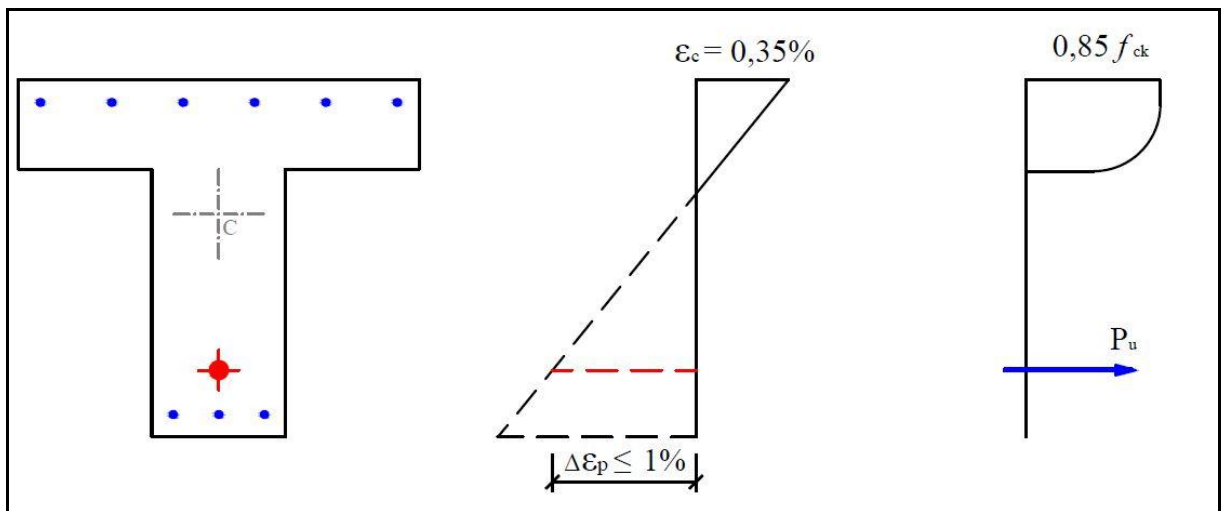


Figura 3.4: tensões na seção no Estádio III para classes de concreto até C50 (adaptado de REAL, 2012).

3.2 MODELOS CONSTITUTIVOS DOS MATERIAIS

As relações constitutivas dos materiais utilizadas no modelo da verificação da capacidade resistente seguem as recomendações da NBR 6118:2014 e são brevemente apresentados a seguir.

3.2.1 Relação constitutiva para o concreto

Segundo a norma brasileira, para análises no estado limite último, podem ser adotados o diagrama tensão-deformação mostrado na figura 3.5.

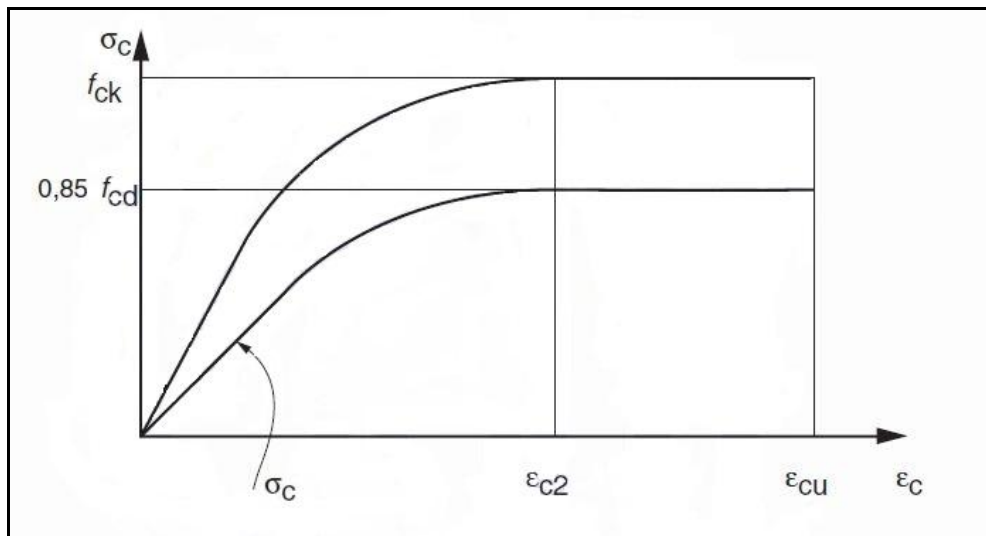


Figura 3.5: diagrama tensão-deformação do concreto à compressão (ABNT, 2014).

$$\sigma_c = 0,85 f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad (3.1)$$

Sendo $n = 2$ para $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$ e n seguindo a expressão 3.2 para $f_{ck} > 50 \text{ MPa}$.

$$n = 1,4 + 23,4 \left[\frac{(90 - f_{ck})}{100} \right]^4 \quad (3.2)$$

Os valores adotados para a deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico ϵ_{c2} e a deformação específica do encurtamento na ruptura ϵ_{cu} são definidos para diferentes classes de resistências: para classes de concreto até C50, $\epsilon_{c2} = 0,2\%$ e $\epsilon_{cu} = 0,35\%$; para concretos de classes C55 até C90 seguem as expressões abaixo.

$$\varepsilon_{c2} = 2,0\text{‰} + 0,085\text{‰}(f_{ck} - 50)^{0,53} \quad (3.3)$$

$$\varepsilon_{cu} = 2,6\text{‰} + 35\text{‰} \left[\frac{(90 - f_{ck})}{100} \right]^4 \quad (3.4)$$

3.2.2 Relação constitutiva para o aço de armadura ativa

Para o cálculo nos estados limite último e de serviço, a NBR 6118:2014 permite utilizar o diagrama tensão-deformação bilinear simplificado conforme a figura 3.6.

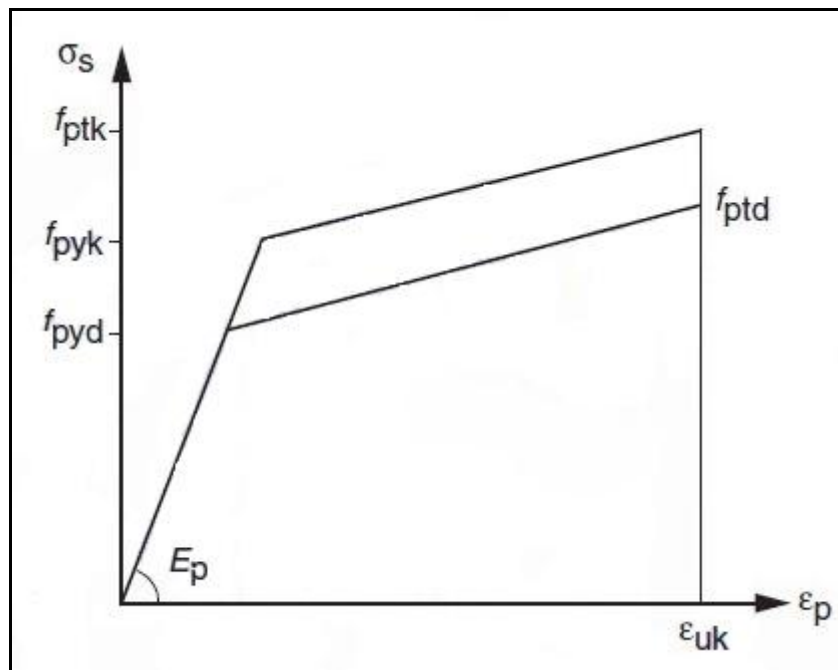


Figura 3.6: diagrama tensão-deformação para aços de armaduras ativas (ABNT, 2014)

3.2.3 Relação constitutiva para o aço de armadura passiva

O diagrama tensão-deformação apresentado na figura 3.7 é elasto-plástico perfeito e recomendado pela norma brasileira para o cálculo nos estados limite de serviço e último. A deformação última aplicada nesse caso para armaduras passivas é igual a 10‰.

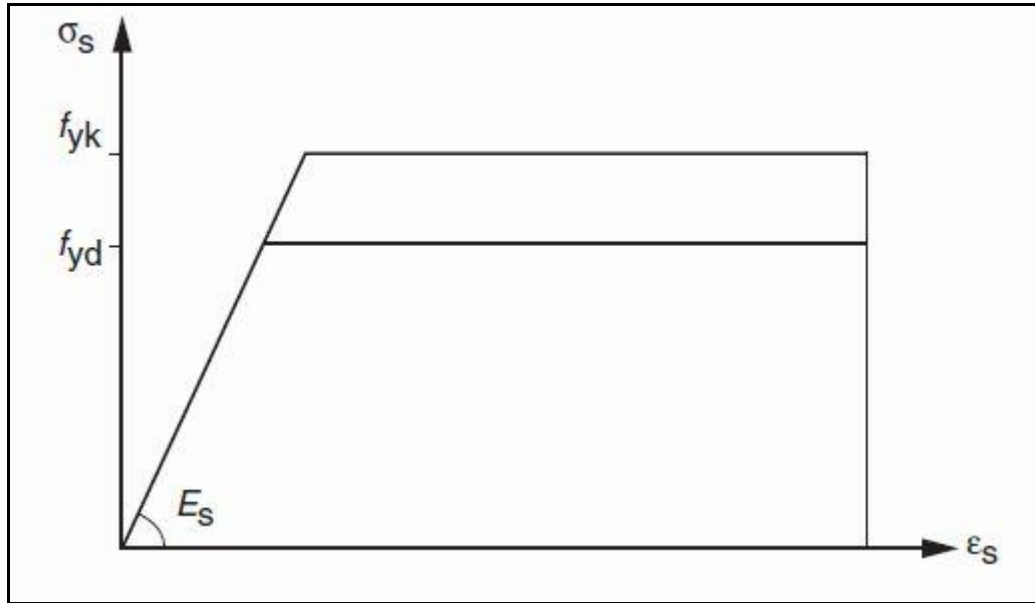


Figura 3.7: diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas (ABNT, 2014)

3.3 CÁLCULO DA CAPACIDADE RESISTENTE NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE FLEXÃO

A verificação da capacidade resistente da seção de uma viga de concreto protendido com aderência tem como objetivo encontrar o momento de ruptura da seção sob determinadas condições de carga. Para isso devem ser conhecidos as dimensões da seção, propriedades dos materiais utilizados e adotados algumas hipóteses fundamentais:

- a) as seções transversais se mantêm planas após a deformação;
- b) considera-se aderência perfeita entre o aço e o concreto, garantindo a compatibilidade de deformações;
- c) as deformações no regime de ruptura devem obedecer ao estabelecido na NBR 6118 quanto aos domínios de deformação;
- d) as tensões de tração podem ser desprezadas no estado limite último;

- e) para simplificação, permite-se um diagrama retangular de tensões com profundidade de $0,8x$ para classe de concreto até C50, sendo x a profundidade da linha neutra;
- f) a deformação na armadura ativa deve incluir o alongamento prévio ε_{pnd} até ser atingido o estado de neutralização.

As duas equações de equilíbrio necessárias para o cálculo do momento último de ruptura se valem das hipóteses básicas e das simplificações utilizadas no capítulo anterior. A partir do auxílio da figura 2.8 e admitindo que condição de segurança é satisfeita se $M_{sd} = M_{Rd}$, se torna possível fazer as seguintes considerações:

$$\sum F_H = 0 \quad \therefore R_{cd} + R_{s2d} - R_{pd} - R_{s1d} = 0 \quad (3.5)$$

$$\sum M_{cc} = 0 \quad \therefore R_{pd}(d_p - \mu x) + R_{s1d}(d_{s1} - \mu x) + R_{s2d}(\mu x - d_{s2}) - M_{Rd} = 0 \quad (3.6)$$

Sendo M_{Rd} o momento resistente de cálculo da seção. Expandindo as equações 3.5 e 3.6 na forma de tensões e fazendo algumas simplificações, temos:

$$0,8\sigma_{cd}xb_f + \sigma_{s2d}A_{s2} - \sigma_{pd}A_p - \sigma_{s1d}A_{s1} = 0 \quad (3.7)$$

$$\sigma_{pd}A_p(d_p - 0,4x) + \sigma_{s1d}A_{s1}(d_{s1} - 0,4x) + \sigma_{s2d}A_{s2}(0,4x - d_{s2}) - M_{Rd} = 0 \quad (3.8)$$

Acima, fica evidente que a equação 3.7 serve para encontrar a profundidade da linha neutra x e conseqüentemente o momento resistente da seção na 3.8. Porém, como não conhecemos o domínio de deformação onde ocorre a ruptura, a profundidade da linha neutra não pode ser encontrada diretamente. Então é utilizado um processo numérico através do método da bissecante para que as equações sejam satisfeitas.

O método da bissecante é um procedimento iterativo para solução de raízes de uma equação. Neste contexto, a raiz da equação 3.7 deve estar no intervalo $[0, d_{s1}]$, que engloba os domínios da flexão. Os limites do intervalo onde se encontra a raiz são $x_0 = 0$ e $x_u = d_{s1}$.

Logo a função $f(x)$ nos extremos vale $f(x_0) = f_0$ e $f(x_u) = f_u$ respectivamente conforme ilustra a figura 3.8.

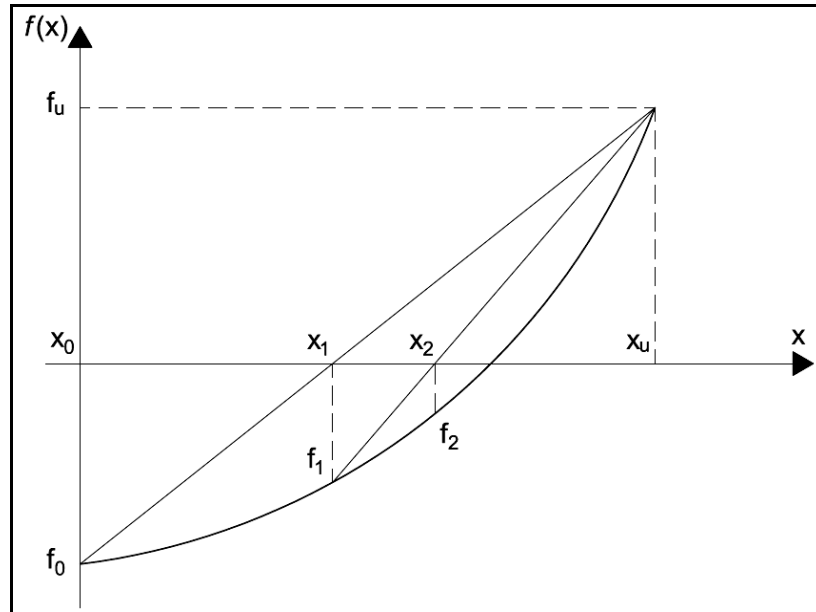


Figura 3.8: método da bissecante (ARAÚJO, 2014)

Como podemos observar, a primeira aproximação x_1 para raiz da função é tomada como a intersecção da reta que passa pelos extremos e o eixo das abscissas.

$$x_1 = \frac{x_0 f_u - x_u f_0}{f_u - f_0} \quad (3.9)$$

Em seguida é calculado $f_1 = f(x_1)$ e testado a convergência. Para que a convergência seja satisfeita e se encontre a solução do problema, o valor absoluto da raiz aproximada deve ser menor que uma tolerância preestabelecida. Essa tolerância pode ser tão pequena quanto se deseja. No caso em que a convergência não seja alcançada, deve-se reduzir o intervalo de avaliação. Para tanto é testado se o produto $f_1 f_0 > 0$ e caso seja verdadeiro, o novo intervalo de avaliação é $[x_1, x_u]$, caso contrário $[x_0, x_1]$. Com o novo intervalo é calculado o novo valor da raiz a ser testada através da equação 3.9 e assim sucessivamente até a convergência.

3.4 VALIDAÇÃO DO MODELO DE CÁLCULO

São apresentados a seguir resultados experimentais existentes na literatura para o momento de ruína de vigas de concreto protendido com aderência inicial, denominados aqui como $M_{u,exp}$. Em seguida são calculados, através do modelo apresentado, os momentos resistentes das vigas, chamados aqui de $M_{u,calc}$. Assim foi possível comparar os resultados obtidos e analisar a influencia das limitações do modelo.

3.4.1 Resultados experimentais

Foram avaliadas quarenta e uma vigas de concreto com protensão aderente que serão apresentadas separadas de acordo com seus pesquisadores.

3.4.1.1 BILLET (1953)

Os ensaios realizados por Billet tinham como objetivo estudar o comportamento de vigas de concreto com protensão aderente, avaliação da tensão última e o desenvolvimento de um método analítico para representar esse tipo de viga. Foram realizados ensaios em vinte e sete vigas com a variação dos parâmetros mostrados na tabela 3.1 para carregamentos aplicados nos terços médios das vigas até a ruptura em flexão. Para melhor entendimento dos ensaios, são descritos a seguir o que cada parâmetro variado representa. O módulo de elasticidade E_p utilizado nos ensaios foi igual a $20684,27 \text{ kN/cm}^2$.

b : é a dimensão referente à base da viga;

h : é a dimensão referente à altura da viga;

d_p : é a altura útil da armadura de protensão;

A_p : é a área de aço da armadura de protensão;

f_c : é a resistência do concreto nas análises;

f_{pe} : é a tensão efetiva de protensão nas análises;

f_{pt} : é a resistência à tração do aço de protensão nas análises;

f_{py} : é a resistência ao escoamento do aço de protensão nas análises.

Tabela 3.1: resultados experimentais por BILLET (1953).

Viga	b [cm]	h [cm]	d_p [cm]	A_p [cm ²]	f_c [kN/cm ²]	f_{pe} [kN/cm ²]	f_{pt} [kN/cm ²]	f_{py} [kN/cm ²]	$M_{u,exp}$ [kNm]
B1	15,24	30,48	23,14	1,497	3,79	74,33	169,34	142,03	49,975
B2	15,62	30,86	24,21	0,748	3,74	80,53	169,27	142,03	29,679
B3	15,24	30,78	24,43	0,374	2,59	82,74	169,34	142,03	15,361
B4	15,49	30,71	23,34	1,497	2,37	78,53	169,34	142,03	45,162
B5	15,49	30,63	23,70	1,606	3,90	78,67	171,68	151,55	55,602
B6	15,39	30,63	20,62	2,206	2,03	79,98	171,68	151,55	50,938
B7	15,57	30,81	20,55	3,013	4,07	77,77	171,68	151,55	72,943
B8	15,57	30,63	20,29	3,013	2,26	77,84	171,68	151,55	67,167
B9	15,39	30,63	23,44	1,510	4,36	13,72	165,47	142,51	47,725
B10	15,39	30,56	22,89	0,381	2,43	13,10	165,47	142,65	13,314
B11	15,39	30,63	23,39	1,510	2,70	14,07	165,47	142,51	47,223
B12	15,39	30,81	21,16	2,832	3,83	14,07	165,47	142,65	62,029
B13	15,29	30,73	20,70	2,077	2,59	14,62	165,47	142,51	48,023
B14	15,24	30,68	20,29	2,832	2,59	13,93	165,47	142,51	53,094
B15	15,32	30,71	23,60	1,510	3,94	103,42	165,47	142,65	48,308
B16	15,27	30,51	22,86	0,381	2,30	103,63	165,47	142,65	14,141
B17	15,24	30,51	23,09	1,510	3,16	104,11	165,47	142,65	45,894
B18	15,24	30,38	21,06	2,077	2,83	102,59	165,47	142,51	52,172
B19	15,44	30,66	21,01	2,832	4,29	104,32	165,47	142,65	71,560
B20	15,37	30,81	23,55	1,006	2,63	81,77	171,68	151,55	31,753
B21	15,44	30,66	22,99	1,006	4,52	81,36	171,68	151,55	34,397
B22	15,42	30,66	23,19	2,006	5,26	79,43	171,68	151,55	66,937
B23	15,34	30,56	20,83	3,013	5,65	80,88	171,68	151,55	79,980
B24	15,42	30,58	20,93	2,406	4,22	80,25	171,68	151,55	66,964
B25	15,39	30,58	20,35	2,006	2,25	78,94	171,68	151,55	50,165
B26	15,49	30,40	23,55	1,606	0,88	80,32	171,68	151,55	38,993
B27	15,42	30,66	21,23	3,013	3,16	81,36	171,68	151,55	70,136

3.4.1.2 FELDMAN (1954)

Com o objetivo de dar continuidade nos ensaios de BILLET (1953) e analisar a variação nas propriedades da armadura de protensão foram ensaiadas por Feldman seis vigas de concreto protendido com armadura aderente. A descrição das vigas segue os mesmos padrões das ensaiadas anteriormente e os resultados são apresentados na tabela 3.2.

Tabela 3.2: resultados experimentais por FELDMAN (1954).

Viga	b [cm]	h [cm]	d_p [cm]	A_p [cm ²]	f_c [kN/cm ²]	f_{pe} [kN/cm ²]	f_{pt} [kN/cm ²]	f_{py} [kN/cm ²]	$M_{u,exp}$ [kNm]
B28	15,62	30,56	20,14	1,494	1,72	63,78	128,24	97,91	30,70
B29	15,65	30,58	20,50	2,615	2,95	63,91	128,24	97,91	50,63
B30	15,47	30,73	20,52	0,561	1,99	69,71	170,99	137,90	17,64
B31	15,44	32,26	20,90	1,868	2,38	64,88	170,99	137,90	44,93
B32	15,24	30,81	23,67	1,839	4,95	79,50	176,51	169,61	65,31
B33	15,32	30,66	23,06	1,103	5,74	80,60	176,85	163,41	43,36

O módulo de elasticidade E_p utilizado em todos os ensaios foi igual a 20684,27 kN/cm².

3.4.1.3 WARWARUK (1957)

Warwaruk desenvolveu ensaios em vigas com protensão aderentes e não aderentes, sendo as aderentes com protensão parcial e total. O intuito foi ampliar o conhecimento quanto ao comportamento das vigas protendidas variando principalmente o percentual de aço utilizado. A sistemática dos ensaios anteriores foram preservadas e os resultados para as vigas com aderência apresentados na tabela 3.3.

Tabela 3.3: resultados experimentais por WARWARUK (1957).

Viga	b [cm]	h [cm]	d_p [cm]	A_p [cm ²]	f_c [kN/cm ²]	f_{pe} [kN/cm ²]	f_{pt} [kN/cm ²]	f_{py} [kN/cm ²]	$M_{u,exp}$ [kNm]
J1	16,00	30,48	23,01	1,361	2,74	78,60	184,09	151,68	40,79
J3	15,27	30,48	23,11	0,587	3,64	81,50	184,09	151,68	22,37
J7	15,39	30,48	23,06	2,335	3,61	76,67	184,09	151,68	64,29

3.4.1.4 TAO & DU (1985)

Serão apresentados os resultados de três vigas protendidas com aderência, ensaiadas pelos autores com o intuito de avaliar a capacidade resistente frente à utilização de armadura passiva. A seção transversal das vigas é fixa com b igual a 16 cm e h igual a 28 cm e o carregamento aplicado nos terços médios. Outros parâmetros também foram mantidos constantes nos três ensaios, a altura útil das armaduras ativa e passiva em 25 cm e 22 cm respectivamente. A tabela 3.4 mostra os resultados e as demais propriedades utilizadas pelos autores.

Tabela 3.4: resultados experimentais por TAO & DU (1985).

Viga	A_s [cm ²]	A_p [cm ²]	f_c [kN/cm ²]	f_{pe} [cm ²]	f_y [kN/cm ²]	f_{pt} [kN/cm ²]	f_{py} [kN/cm ²]	$M_{u,exp}$ [kNm]
D1	1,57	0,588	3,56	92,40	26,70	166,00	136,00	35,00
D3	2,36	1,568	3,56	87,90	26,70	166,00	136,00	61,60
D10	1,00	1,960	3,56	82,50	26,70	166,00	136,00	71,40

Os módulos de elasticidade E_p e E_s utilizado nos ensaios foi igual a 20000,00 kN/cm².

3.4.1.5 MATTOCK *et al* (1971)

Os resultados de uma viga de seção retangular e outra de seção T são apresentados para validação do modelo utilizado neste trabalho de dissertação. As vigas são bi-apoiadas e utilizam a protensão aderente. As propriedades das vigas e o resultado dos momentos

resistentes últimos obtidos nos ensaios são mostrados na tabela 3.6, porém antes na tabela 3.5 os parâmetros fixos para as duas vigas ensaiadas são exibidos.

Tabela 3.5: parâmetros fixos das vigas ensaiadas (MATTOCK *et. al.*, 1971).

Parâmetros fixos	
h [cm]	30,48
b_w [cm]	15,24
d_s [cm]	28,58
d_p [cm]	25,40
A_s [cm ²]	0,62
A_p [cm ²]	2,534
f_c [kN/cm ²]	2,76
E_s [kN/cm ²]	21000,00
f_y [kN/cm ²]	37,71
E_p [kN/cm ²]	19500,00
f_{pt} [kN/cm ²]	192,36
f_{py} [kN/cm ²]	175,89

Tabela 3.6: resultados experimentais por MATTOCK *et. al.*(1971).

Viga	b_f [cm]	h_f [cm]	f_{pe} [cm ²]	$M_{u,exp}$ [kNm]
RB1	15,24	0,00	129,76	93,44
TB1	96,52	5,08	125,90	103,44

3.4.2 Resultados da validação

Através do modelo desenvolvido foram calculados os momentos resistentes últimos para as quarenta e uma vigas com o intuito de avaliar a capacidade do método em determinar o momento de ruína da seção mais solicitada. O processo é realizado com o auxílio de planilhas eletrônicas que buscam dados de sub-rotinas criadas em *Visual Basic for Application* para calcular as tensões e deformações do elemento, verificando o domínio de deformação e depois obter o momento resistente da seção. Os resultados são expostos na tabela 3.7, onde $M_{u,exp}$ é o

momento resistente obtido dos resultados experimentais e $M_{u,calc}$ o momento obtido pelo modelo numérico.

Tabela 3.7: resultados experimentais x resultados calculados

Viga	$M_{u,exp}$ [kNm]	$M_{u,calc}$ [kNm]	$\frac{M_{u,exp}}{M_{u,calc}}$	Viga	$M_{u,exp}$ [kNm]	$M_{u,calc}$ [kNm]	$\frac{M_{u,exp}}{M_{u,calc}}$
B1	49,975	47,181	1,059	B22	66,937	66,650	1,004
B2	29,679	25,890	1,146	B23	79,980	84,430	0,947
B3	15,361	13,220	1,162	B24	66,964	67,000	0,999
B4	45,162	44,580	1,013	B25	50,165	47,200	1,063
B5	55,602	54,260	1,025	B26	38,993	30,430	1,281
B6	50,938	46,940	1,085	B27	70,136	73,370	0,956
B7	72,943	77,650	0,939	B28	30,70	26,510	1,158
B8	67,167	54,760	1,227	B29	50,63	47,220	1,072
B9	47,725	47,930	0,996	B30	17,64	15,690	1,124
B10	13,314	12,290	1,083	B31	44,93	45,180	0,994
B11	47,223	45,380	1,041	B32	65,31	67,900	0,962
B12	62,029	67,740	0,916	B33	43,36	40,410	1,073
B13	48,023	45,240	1,062	J1	40,79	44,390	0,919
B14	53,094	48,050	1,105	J3	22,37	20,840	1,073
B15	48,308	48,970	0,986	J7	64,29	71,650	0,897
B16	14,141	12,540	1,128	D1	35,00	27,740	1,262
B17	45,894	46,770	0,981	D3	61,60	57,770	1,066
B18	52,172	52,910	0,986	D10	71,40	59,640	1,197
B19	71,560	73,950	0,968	RB1	93,44	96,030	0,973
B20	31,753	33,990	0,934	TB1	103,44	118,120	0,931
B21	34,397	34,390	1,000	-	-	-	-

3.4.3 Erro do modelo (η)

O erro do modelo η representa a relação entre os resultados obtidos a partir do modelo numérico utilizado e os resultados experimentais. Segundo GOMES (2001), esta variável é o resultado das simplificações adotadas ou também o desconhecimento real do comportamento

da estrutura. Cada variável envolvida no processo tem um erro associado como por exemplo a tensão real em cada região de concreto.

Em geral, o erro de modelagem tem média próxima de 1,00 e desvio padrão entre zero e 0,10 dependendo da precisão do modelo numérico. Neste trabalho, a média dos resultados de $M_{u,exp}/M_{u,calc}$, expostos na tabela 3.7, é igual a 1,044 e representa o valor médio do erro do modelo η . Foi calculado também o desvio padrão $\sigma_\eta = 0,096$, mostrando que o modelo pode ser utilizado nas análises sem comprometer de maneira exagerada o resultado final. A utilização do erro η e o desvio padrão σ_η serão mostrados mais detalhadamente nos capítulos seguintes.

4 CONFIABILIDADE DE ESTRUTURAS

Os projetos de engenharia são realizados, em geral, tomando algumas decisões a partir de prescrições normativas e estas, por sua vez, muitas vezes elaboradas por experiências anteriores, ensaios de laboratório quanto ao comportamento dos materiais, etc. Porém, as condições de incertezas presentes nas variáveis envolvidas no projeto precisam ser contabilizadas na forma de conceitos probabilísticos com o objetivo evitarem falhas no sistema estrutural. A confiabilidade estrutural pode ser entendida como o nível de segurança que um sistema estrutural alcança quando submetido a certas situações limites de desempenho durante sua vida útil

As normas brasileiras NBR 6118:2014 e NBR 8681:2003 utilizam como critério de segurança o método dos estados limites, conhecido também como método semi-probabilístico. Nesse caso as resistências são minoradas e as solicitações majoradas por coeficientes de ponderação e esses fatores são ajustados até que se tenha uma uniformidade aceitável na probabilidade de falha das estruturas.

A variabilidade dos parâmetros que descrevem o sistema estrutural está diretamente ligada à confiabilidade da estrutura. Sob a forma de incertezas, essas variabilidades, segundo GOMES (2001) apud MELCHERS (1987) podem ser classificadas em:

- a) incertezas físicas: geralmente presente nas dimensões, ações, propriedades dos materiais, etc.;
- b) incertezas estatísticas: provenientes da extrapolação de parâmetros estatísticos de populações finitas do modelo empregado;
- c) incertezas devido a fatores humanos: ação do homem, intencional ou não, no comportamento do sistema estrutural (ex: medições em laboratório.);
- d) incertezas de cunho fenomenológico: existências de eventos não previsíveis e levados em consideração;

- e) incertezas de modelamento: provenientes das simplificações e das hipóteses adotadas para a modelagem do comportamento estrutural, etc.

No presente trabalho, algumas dessas incertezas são levadas em consideração para a determinação do índice de confiabilidade das vigas protendidas e são tratadas mais adiante ao decorrer do capítulo.

4.1 PROBLEMA BÁSICO DE CONFIABILIDADE

O problema básico de confiabilidade pode ser explicado, de acordo com ANG & TANG (1990), como o modo de garantir que a capacidade seja superior à demanda ao longo da vida útil dos sistemas. Quando se trata de problemas de engenharia de estruturas, a resistência R pode ser associada à capacidade e a demanda às ações dos carregamentos, tomados aqui como S . A segurança é garantida em termos probabilísticos se $P(R \geq S)$, ou seja, a probabilidade de que a resistência seja maior que a solicitação, indicando a confiabilidade do sistema. O evento complementar $P(R < S)$ é chamado de probabilidade de falha do sistema estrutural.

De acordo com RIBEIRO (2009), se a distribuição de probabilidade das variáveis for conhecida, o cálculo da probabilidade de falha para as duas variáveis R e S , contínuas e estaticamente independentes é dada pela expressão 4.1 e a propensão de segurança através da equação 4.2.

$$P_f = \int_0^{\infty} F_R(s) f_S(s) ds \quad (4.1)$$

$$P_s = 1 - P_f \quad (4.2)$$

Onde:

P_f : é a probabilidade de falha do sistema;

$F_R(\)$: é a função de distribuição acumulada da variável R ;

$f_S(s)$: é a função densidade de probabilidade da variável S ;

$f_R(r)$: é a função densidade de probabilidade da variável R ;

P_s : é a probabilidade de sobrevivência.

A figura 4.1 ilustra as funções densidade probabilidade das variáveis resistência e solicitação expostas acima, sendo que a região de sobreposição representa uma medida qualitativa da probabilidade de falha.

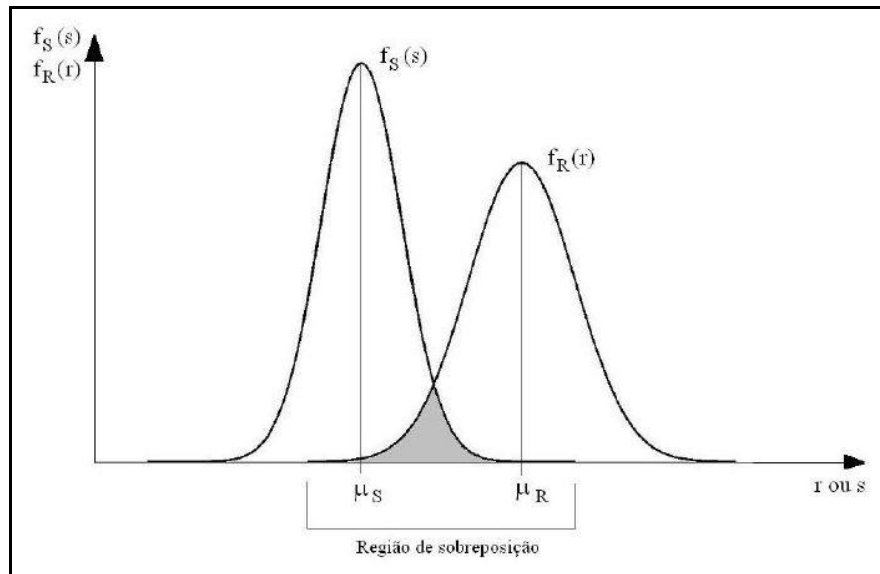


Figura 4.1: funções densidade de probabilidade de R e S (PALIGA, 2008)

Segundo PALIGA (2008), outra abordagem que pode ser utilizada para resolução do problema de confiabilidade é formulada em termos da chamada função de estado limite ou margem de segurança M , definida pela expressão 4.3. Assim, também é possível representar a margem de segurança através de uma distribuição de probabilidade, onde a falha ocorre quando a margem de segurança for igual ou inferior à zero (figura 4.2).

$$M = R - S \quad (4.3)$$

A margem de segurança também pode ser associada a $g(x)$, função estado limite que, se satisfeita, garante a segurança do sistema estrutural. Neste trabalho, a função estado limite utilizada será tratada nos itens do próximo capítulo.

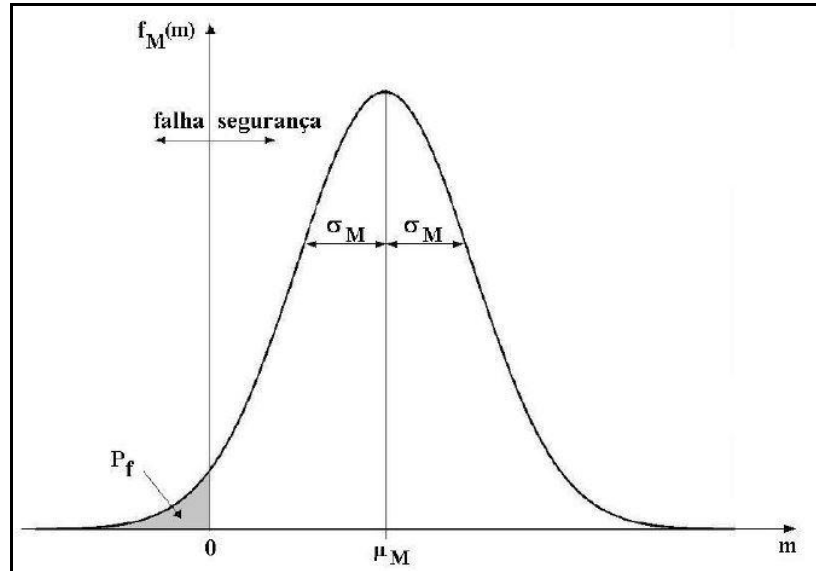


Figura 4.2: distribuição da margem de segurança (PALIGA, 2008).

Em linhas gerais, se a distribuição das variáveis de resistência R e solicitações S forem normais e as variáveis estaticamente independentes, o valor esperado ou a média da margem de segurança μ_M pode encontrado pela diferença entre os valores esperados das variáveis envolvidas (equação 4.4). Da mesma forma, o desvio padrão da margem de segurança é dado de acordo com a expressão 4.5.

$$\mu_M = \mu_R - \mu_S \quad (4.4)$$

$$\sigma_M = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (4.5)$$

A probabilidade de falha, nesse caso, pode ser obtida a partir da seguinte expressão:

$$P_f = \Phi\left(\frac{-\mu_M}{\sigma_M}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{\mu_M}{\sigma_M}\right) \quad (4.6)$$

Onde Φ é a função de distribuição acumulada da variável normal padrão, designada por $-\mu_M/\sigma_M$. O índice de confiabilidade β é conhecido na literatura da seguinte forma:

$$\beta = \frac{\mu_M}{\sigma_M} \quad (4.7)$$

Logo a probabilidade de falha em termos do índice de confiabilidade e probabilidade de sobrevivência são dadas conforme segue:

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (4.8)$$

$$P_s = 1 - \Phi(-\beta) \quad (4.9)$$

4.2 MÉTODOS DE AVALIAÇÃO DE CONFIABILIDADE

Os métodos de determinar a confiabilidade de sistemas estruturais podem ser classificados em dois grandes grupos: métodos de aproximação numérica e os métodos de simulação. A seguir é feita uma breve abordagem dos principais métodos de avaliação da confiabilidade. Entretanto, foi dado um enfoque maior para o Método de Confiabilidade de Primeira Ordem (FORM), pois é o método de avaliação utilizado neste trabalho de dissertação.

4.2.1 Método de simulação de Monte Carlo

Para que seja utilizado o método de simulação de Monte Carlo para avaliar a probabilidade de falha de sistemas estruturais, é necessário que sejam conhecidas as distribuições de probabilidade das variáveis envolvidas e se tenha um modelo matemático que represente o comportamento da estrutura frente a um determinado estado limite.

Esse método depende de um processo repetitivo, usando em cada simulação um conjunto de valores das variáveis, gerados aleatoriamente com distribuição de probabilidade conhecidas. A repetição do processo gera uma amostra de soluções, cada uma correspondendo a um conjunto diferente de valores das variáveis aleatórias. Uma amostra obtida via simulação de Monte Carlo é similar a uma amostra de observações experimentais. Dessa forma, os resultados podem ser tratados estatisticamente e apresentados na forma de histogramas (ANG & TANG, 1990).

A solução satisfatória através de Monte Carlo exige um grande número de simulações, de forma que se alcance a convergência estatística dos resultados. Com isso o método necessita

de um esforço computacional significativo, porém o avanço tecnológico tem diminuído estas dificuldades e o método tornou-se uma ferramenta bastante poderosa na análise de problemas estruturais.

Quando se utiliza a simulação de Monte Carlo para o cálculo de probabilidade de falha, uma função de desempenho ou de estado limite é preestabelecida e são computados os resultados insatisfatórios dentre o número de simulações realizadas. Com isso, a razão entre resultados de falha e número de simulações expressa a probabilidade do sistema falhar frente às restrições impostas.

4.2.2 Método de Segundo Momento de Primeira Ordem (FOSM)

O cálculo mais aprimorado da probabilidade de falha de sistemas estruturais depende do conhecimento da distribuição de probabilidade das variáveis aleatórias envolvidas. Entretanto, em diversas condições, a distribuição de probabilidade das variáveis não é conhecida e as informações disponíveis para avaliação da confiabilidade nesses casos ficam restritas ao primeiro e segundo momento estatístico, ou seja, média e variância das variáveis aleatórias.

O método de segundo momento de primeira ordem (*First Order Second Moment* – FOSM) se torna uma alternativa nos casos em que não são conhecidas as distribuições de probabilidade das variáveis. Para início do processo é necessário estabelecer uma função estado limite $g(x)$, que no caso das estruturas é a margem de segurança M , definida anteriormente. Em termos de confiabilidade estrutural, existe a segurança quando $g(x) > 0$, a falha ocorre quando $g(x) < 0$ e o estado limite em si acontece por $g(x) = 0$, que é uma superfície denominada “superfície de falha”.

Um problema definido por n variáveis de projeto estaticamente independentes pode ser representado por variáveis reduzidas da seguinte forma:

$$X'_i = \frac{X_i - \mu_{x_i}}{\sigma_{x_i}} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.10)$$

Em termos de variáveis reduzidas com $n = 2$, representadas por R e S , a função de estado limite pode ser representada pela seguinte expressão:

$$\sigma_R R' + \mu_R - \sigma_S S' - \mu_S = 0 \quad (4.11)$$

A figura 4.3 representa o estado de segurança e o estado de falha no espaço das variáveis reduzidas R' e S' . A menor distância d_{\min} da linha que representa a função estado limite à origem é uma medida de confiabilidade e pode ser expressa conforme a seguir:

$$d_{\min} = \beta = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (4.12)$$

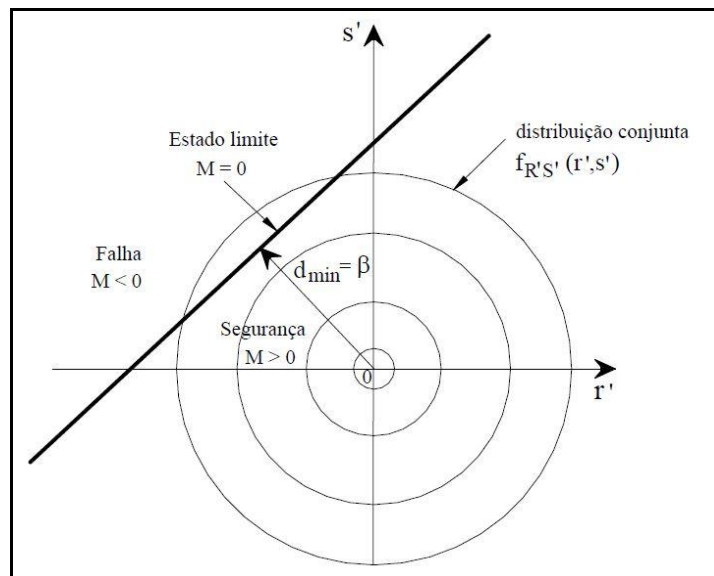


Figura 4.3: espaço das variáveis reduzidas R' e S' na abordagem FOSM (PALIGA, 2008).

4.2.3 Método de Confiabilidade de Primeira Ordem (FORM)

Quando as distribuições das variáveis aleatórias são conhecidas, o método de confiabilidade de primeira ordem (*First Order Reliability Method* – FORM) é utilizado para avaliação da probabilidade de falha dos sistemas de forma mais precisa comparado ao item anterior. Os resultados obtidos pelo método de FOSM são bastante consistentes quando se trata de

variáveis com distribuição normal. Quando as variáveis possuem a distribuição diferente da distribuição normal, estas devem ser transformadas para variáveis normais equivalentes.

O princípio básico do FORM consiste em transformar as variáveis aleatórias de um grupo $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ com distribuições quaisquer de probabilidade, correlacionadas ou não entre si, em um grupo $U = (U_1, U_2, \dots, U_n)$ de variáveis aleatórias estatisticamente independentes, normais equivalentes padronizadas (PALIGA, 2008). Como no método anterior, é definida uma função de desempenho:

$$g(X) = g(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (4.13)$$

Onde $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ é o vetor das variáveis envolvidas no sistema. São válidas as variáveis reduzidas apresentadas na equação 4.10 e a equação estado limite em função dessas variáveis fica como segue:

$$g(\sigma_{X_1} X'_1 + \mu_{X_1}, \dots, \sigma_{X_n} X'_n + \mu_{X_n}) = 0 \quad (4.14)$$

A figura 4.4 apresenta a transformação do espaço original $g(X)$ para o espaço normal padrão das variáveis normais equivalentes $g(U)$. Assim o índice de confiabilidade é calculado pela menor distância entre a superfície de falha no espaço normal padrão e a origem.

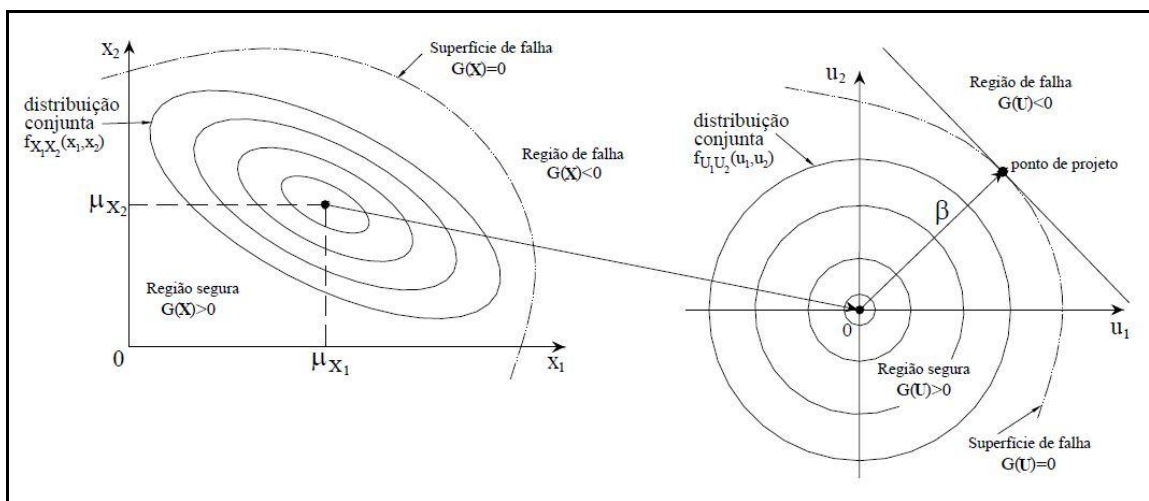


Figura 4.4: transformação do espaço original para o espaço padronizado na abordagem FORM (PALIGA, 2008).

A transformação das variáveis aleatórias utilizadas neste trabalho de dissertação é apresentada no item 4.3.2.

Segundo RIBEIRO (2009), a distância de um ponto $X' = (X'_1, X'_2, \dots, X'_n)$ à origem no espaço das variáveis reduzidas é dada por:

$$D = \sqrt{X_1'^2 + \dots + X_n'^2} = (X'^T X')^{1/2} \quad (4.15)$$

A obtenção do índice de confiabilidade β é a solução de um problema de minimização da equação 4.15, sujeita à restrição $g(X) = 0$. O coeficiente β pode ser representado por:

$$\beta = \frac{-G^{*T} X'^*}{(G^{*T} G^*)^{1/2}} \quad (4.16)$$

$$G = \left(\frac{\partial g}{\partial X_1'}, \frac{\partial g}{\partial X_2'}, \dots, \frac{\partial g}{\partial X_n'} \right) \quad (4.17)$$

Onde :

G : é o vetor gradiente;

G^* : é o vetor gradiente no ponto mais provável de falha $(x_1'^*, x_2'^*, \dots, x_n'^*)$.

$$\beta = \frac{-\sum x_i'^* \left(\frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)^*}{\sqrt{\sum \left(\frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)^*{}^2}} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.18)$$

Na expressão anterior as derivadas parciais são avaliadas em $x_1'^*, x_2'^*, \dots, x_n'^*$. O ponto mais provável de falha é (ANG e TANG, 1990):

$$X'^* = \frac{-G^* \beta}{(G^{*T} G^*)^{1/2}} \quad (4.19)$$

Na forma escalar, X^* pode ser apresentado conforme a seguinte expressão:

$$x_i^* = -\alpha_i^* \beta \quad i=1,2,\dots,n \quad (4.20)$$

Onde α_i^* são os cossenos diretores em relação ao eixo x_i^* , ilustrados na figura 4.5 e apresentados segundo a expressão 4.21. Os cossenos diretores são referentes a cada variável aleatória do problema e podem traduzir o quanto essa variável influencia no resultado do índice de confiabilidade β .

$$\alpha_i^* = \frac{\left(\frac{\partial g}{\partial X_i^*} \right)}{\sqrt{\sum \left(\frac{\partial g}{\partial X_i^*} \right)^2}} \quad (4.21)$$

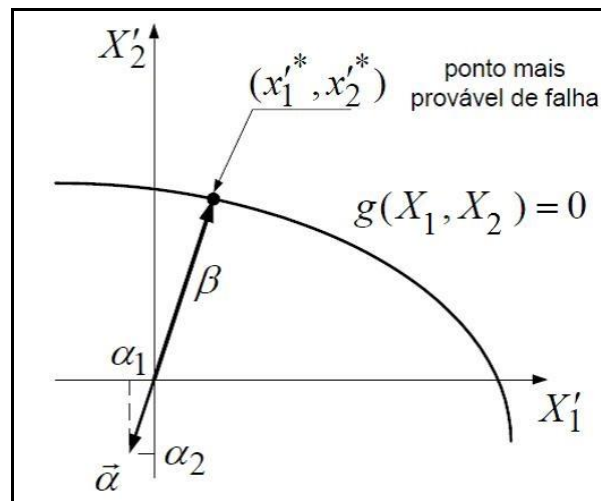


Figura 4.5: representação dos cossenos diretores (ROCHA, 2014).

4.3 O MÉTODO FORM PARA DETERMINAÇÃO DA CONFIABILIDADE DE VIGAS PRÉ-TRACIONADAS

O método de confiabilidade de primeira ordem é uma ferramenta que pode contribuir para obtenção do índice de confiabilidade de vigas de concreto protendido com aderência inicial sem muito esforço computacional, visto que calcula β de forma direta conforme já exposto

anteriormente. Além disso, o método permite que sejam avaliadas variáveis com distribuições de probabilidade diferentes da distribuição gaussiana.

No presente trabalho o método é utilizado para avaliar a confiabilidade de vigas pré-tracionadas projetadas de acordo com as prescrições da norma brasileira NBR 6118:2014. Com base em trabalhos disponíveis de outros pesquisadores sobre confiabilidade de elementos protendidos, foram escolhidas nove variáveis que podem ser tomadas como aleatórias por terem influência no comportamento à flexão das vigas protendidas. As variáveis têm suas distribuições de probabilidades conhecidas, assim como médias e desvios padrões.

LOW & TANG (2008) apresentaram um novo algoritmo para o método FORM, aplicado a projetos de estruturas e geotecnia com variáveis correlacionadas e não normais, além de funções explícitas e implícitas de desempenho. O novo procedimento inclui algumas vantagens em relação a trabalhos anteriores publicados sobre o assunto pelos próprios pesquisadores. O procedimento de cálculo utilizado neste trabalho consiste em inicialmente estimar o ponto de falha do sistema, através dos valores médios, calcular os parâmetros das distribuições normais equivalentes e através de um processo iterativo de minimização, determinar a menor distância da origem até a superfície de falha com a restrição que o ponto de falha satisfaça à equação $g(x) = 0$. Este procedimento é realizado pela função *Solver* da planilha Excel conforme LOW & TANG (2007) e descrito com as variáveis deste trabalho no item 4.3.4.

As normas, em geral, associam a confiabilidade das estruturas com uma probabilidade de falha que seja aceitável dentro de limites estabelecidos. NOWAK & SZERSZEN (2003) indicam que o índice de confiabilidade para vigas deve estar acima de 3,5 e mostram faixas de valores do índice de confiabilidade para diversos tipos de estrutura. O Eurocode CEN ENV 1991-1 fornece o valor de referência do índice de confiabilidade igual a 3,8. Esse valor é considerado no projeto de prédios, escolas e hotéis para o estado limite último com período de vida útil de 50 anos. O Código Modelo FIB-2010 também fornece o valor de 3,8 como referência para segurança de estruturas. Dessa forma, foi utilizado no presente trabalho um índice de confiabilidade alvo, β_{alvo} , igual a 3,8 como referência para que uma viga de concreto protendido com aderência inicial tenha um nível aceitável de segurança. Porém todos os resultados são mostrados com o intuito de verificar os casos em que a confiabilidade se apresenta abaixo do limite estabelecido.

4.3.1 Variáveis aleatórias

O projeto de vigas de concreto protendido com aderência inicial envolve um número consideravelmente grande de parâmetros e dessa forma considerar todas variáveis como aleatórias, acaba sendo impraticável. Com o objetivo de limitar o número de variáveis aleatórias foram realizados alguns testes iniciais no dimensionamento bem como verificado na literatura disponível quais eram os parâmetros aleatórios e quais os determinísticos mais utilizados. A seguir são apresentadas as variáveis aleatórias consideradas no projeto, assim como os parâmetros necessários para utilização do método de avaliação da confiabilidade. Quando não foram encontradas especificações mais recentes das variáveis escolhidas, foram utilizadas as recomendações dos estudos de GALAMBOS (1982).

4.3.1.1 Resistência à compressão do concreto f_c

Nas análises a distribuição de probabilidade utilizada para a resistência à compressão do concreto f_c é a distribuição normal adotada a partir de AGRAWAL & BHATTACHARYA (2010). A média é dada pela expressão 4.22 e o coeficiente de variação $V_{f_c} = 0,15$.

$$\mu_{f_c} = \frac{f_{ck}}{(1 - 1,65V_{f_c})} \quad (4.22)$$

$$\sigma_{f_c} = \mu_{f_c} V_{f_c} \quad (4.23)$$

Onde:

μ_{f_c} : é a média da variável aleatória resistência à compressão do concreto;

f_{ck} : é a resistência característica do concreto à compressão;

V_{f_c} : é o coeficiente de variação da variável aleatória resistência à compressão do concreto;

σ_{f_c} : é o desvio padrão da variável aleatória resistência à compressão do concreto.

4.3.1.2 Resistência do aço passivo f_y

A distribuição de probabilidade utilizada para a resistência ao escoamento do aço da armadura passiva f_y é a distribuição normal. A média é dada pela expressão 4.24 e o coeficiente de variação $V_{f_y} = 0,05$ adotado a partir de GALAMBOS (1982).

$$\mu_{f_y} = \frac{f_{yk}}{(1 - 1,65V_{f_y})} \quad (4.24)$$

$$\sigma_{f_y} = \mu_{f_y} V_{f_y} \quad (4.25)$$

Onde:

μ_{f_y} : é a média da variável aleatória resistência ao escoamento do aço passivo;

f_{yk} : é a resistência característica ao escoamento do aço passivo;

V_{f_y} : é o coeficiente de variação da variável aleatória resistência ao escoamento do aço passivo;

σ_{f_y} : é o desvio padrão da variável aleatória resistência ao escoamento do aço passivo.

4.3.1.3 Resistência do aço ativo f_{pt}

A resistência à tração do aço da armadura de protensão teve a distribuição normal utilizada no cálculo da confiabilidade das vigas. O coeficiente de variação $V_{f_{pt}}$ adotado foi igual a 0,05 enquanto que a média e o desvio padrão seguem as expressões abaixo:

$$\mu_{f_{pt}} = \frac{f_{ptk}}{(1 - 1,65V_{f_{pt}})} \quad (4.26)$$

$$\sigma_{f_{pt}} = \mu_{f_{pt}} V_{f_{pt}} \quad (4.27)$$

Onde:

$\mu_{f_{pt}}$: é a média da variável aleatória resistência à tração do aço ativo;

f_{ptk} : é a resistência característica à tração do aço ativo;

$V_{f_{pt}}$: é o coeficiente de variação da variável aleatória resistência à tração do aço ativo;

$\sigma_{f_{pt}}$: é o desvio padrão da variável aleatória resistência à tração do aço ativo.

4.3.1.4 Carregamento permanente g

As especificações para o carregamento permanente foram adotadas de acordo com as recomendações de GALAMBOS (1982). O coeficiente de variação é igual a 0,10 e a média representada pela expressão 4.28. A distribuição normal de probabilidade para carga permanente foi adotada.

$$\mu_g = 1,05 g_k \quad (4.28)$$

$$\sigma_g = \mu_g V_g \quad (4.29)$$

Onde:

μ_g : é a média da variável aleatória carregamento permanente;

g_k : é o valor do carregamento permanente sem as ponderações de cálculo;

V_g : é o coeficiente de variação da variável aleatória carregamento permanente;

σ_g : é o desvio padrão da variável aleatória carregamento permanente.

4.3.1.5 Carregamento variável q

Da mesma forma que o item anterior, as especificações para carga variável também seguem GALAMBOS (1982). Para o carregamento variável a distribuição de valores extremos do tipo I ou Gumbel é utilizada. A média μ_q é tomada aqui como o valor nominal de q_k , sendo q_k o valor do carregamento variável sem as ponderações de cálculo. O coeficiente de variação V_q é igual a 0,25 e o desvio padrão σ_q calculado da mesma maneira dos itens anteriores.

4.3.1.6 Altura útil da armadura passiva d_s

A média da altura útil da armadura passiva μ_{d_s} foi tomada igual ao valor nominal utilizado nas análises $d_{s,nom}$. A distribuição de probabilidade é a normal e o coeficiente de variação $V_{d_s} = 0,5 \text{ cm}/d_{s,nom}$.

4.3.1.7 Altura útil da armadura ativa d_p

A distribuição de probabilidade é normal, a média μ_{d_p} é igual ao valor nominal $d_{p,nom}$ e o coeficiente de variação $V_{d_p} = 1,0 \text{ cm}/d_{p,nom}$. O valor nominal da altura útil da armadura de protensão é 65 cm, adotado em todas as análises.

4.3.1.8 Fator de perdas final de protensão r_f

Esta variável tem distribuição de probabilidade normal com média $\mu_{r_f} = 0,8$ e desvio padrão adotado de $V_{r_f} = 0,025/\mu_{r_f}$. A variável influi no cálculo do momento resistente último na determinação da deformação prévia do cabo de protensão na ruptura.

4.3.1.9 Erro do modelo η

A definição dessa variável já foi realizada anteriormente e aqui apenas será exposto as especificações quanto às propriedades estatísticas dessa variável aleatória. A distribuição de probabilidade é normal e a média $\mu_{\eta} = 1,044$. O desvio padrão já foi apresentado $\sigma_{\eta} = 0,096$, logo o coeficiente de variação V_{η} é aproximadamente 0,092. O erro do modelo é incorporado na função estado limite e será mostrado com mais detalhes no item 4.3.3.

4.3.2 Transformações das variáveis com distribuição diferentes da normal

Conforme já mencionado, para utilização do método de confiabilidade de primeira ordem, FORM, as variáveis que apresentam uma distribuição diferente da normal devem ser transformadas para um espaço equivalente onde a distribuição de probabilidade passe a ser uma distribuição normal equivalente. No presente trabalho, das nove variáveis tomadas como aleatórias, apenas uma apresenta uma distribuição diferente da gaussiana. Então, se faz necessário o processo de transformação da variável com distribuição de valores extremos para uma variável com distribuição normal equivalente. Nesse contexto, primeiramente é apresentado a distribuição normal equivalente e depois a transformação da distribuição Gumbel em normal equivalente.

4.3.2.1 Distribuição normal equivalente

No caso em que as variáveis se afastam da distribuição normal, para que ainda sejam válidas as expressões que descrevem o índice de confiabilidade, é necessário determinar uma distribuição normal equivalente para as variáveis no ponto mais provável da falha. Aqui cabe, conforme apresentado por ANG & TANG (1990), a transformação de Rosenblatt para determinação das distribuições normais equivalentes. Para uma variável X qualquer, a distribuição equivalente pode ser obtida se forem impostas duas condições em um ponto x^* (na superfície de falha):

- i) a densidade de probabilidade acumulada da distribuição normal equivalente deve ser igual a densidade de probabilidade acumulada da distribuição não normal no ponto x^* ;
- ii) o valor da função densidade de probabilidade da distribuição normal equivalente deve ser igual a densidade de probabilidade da distribuição não normal no ponto x^* .

Dessa forma, a primeira condição resulta:

$$\Phi\left(\frac{x_i^* - \mu_{X_i}^N}{\sigma_{X_i}^N}\right) = F_{X_i}(x_i^*) \quad (4.30)$$

Onde:

$\mu_{X_i}^N$: é a média da distribuição equivalente;

$\sigma_{X_i}^N$: é o desvio padrão da distribuição equivalente;

$F_{X_i}(x_i^*)$: é a função densidade de probabilidade acumulada original;

$\Phi(\)$: é a função densidade de probabilidade acumulada normal padrão;

Logo:

$$\mu_{X_i}^N = x_i^* - \sigma_{X_i}^N \Phi^{-1}\left[F_{X_i}(x_i^*)\right] \quad (4.31)$$

A segunda hipótese para se obter a distribuição normal equivalente pode ser expressa igualando-se as densidades de probabilidade no ponto x^* .

$$\frac{1}{\sigma_{X_i}^N} \phi\left(\frac{x_i^* - \mu_{X_i}^N}{\sigma_{X_i}^N}\right) = f_{X_i}(x_i^*) \quad (4.32)$$

Sendo $\phi(\)$ a função densidade de probabilidade da distribuição normal padrão. A distribuição normal equivalente no ponto x^* , situado na superfície de falha, é dado pelo par média e desvio padrão normal equivalente $N(\mu_{X_i}^N, \sigma_{X_i}^N)$:

$$\sigma_{X_i}^N = \frac{\phi\left\{\Phi^{-1}\left[F_{X_i}(x_i^*)\right]\right\}}{f_{X_i}(x_i^*)} \quad (4.33)$$

$$\mu_{X_i}^N = x_i^* - \sigma_{X_i}^N \Phi^{-1}\left[F_{X_i}(x_i^*)\right] \quad (4.34)$$

Se a função estado limite for linear com coeficientes a_i , os cossenos diretores e o índice de confiabilidade β podem ser dados por:

$$\alpha_i = \frac{a_i}{\sqrt{\sum_i^n a_i^2}} \quad (4.35)$$

$$\beta = \frac{a_0 + \sum_i^n a_i \mu_{x_i}^N}{\sqrt{\sum_i^n (a_i \sigma_{x_i}^N)^2}} \quad (4.36)$$

O ponto de falha x^* pode ser dado pela seguinte expressão:

$$x^* = \sigma_{x_i}^N x_i^* + \mu_{x_i}^N = \alpha_i \beta \sigma_{x_i}^N + \mu_{x_i}^N \quad (4.37)$$

Os valores da média e do desvio padrão da distribuição normal equivalente dependem, conforme já exposto, do ponto de falha x^* . Quando a obtenção desses dois parâmetros é complexa ou inviável, um processo iterativo deve ser realizado de modo a ajustar as equações 4.33 e 4.34 até a convergência. Para isso é feita uma estimativa inicial para o ponto de falha x^* e são calculados $\mu_{x_i}^N$ e $\sigma_{x_i}^N$. Em seguida são obtidos o índice de confiabilidade e os cossenos diretores. Calcula-se um novo valor do ponto de falha e o processo deve ser repetido até atingir a convergência.

4.3.2.2 Distribuição de valores extremos tipo I

Conhecido o processo de transformação da distribuição das variáveis aleatórias em normais equivalentes, são apresentados os principais parâmetros para que o processo seja realizado em variáveis com distribuição de valores extremos tipo I ou Gumbel. A função densidade de probabilidade acumulada é dada por:

$$F_X(x) = \exp\left[-e^{-\alpha_X(x-u_X)}\right] \quad (4.38)$$

Para que se tenha a segunda condição satisfeita, a função densidade de probabilidade é apresentada abaixo:

$$f_X(x) = \alpha_X e^{-\alpha_X(x-\mu_X)} \exp\left[-e^{-\alpha_X(x-\mu_X)}\right] \quad (4.39)$$

Sendo:

$$\alpha_X = \frac{\pi}{\sigma_X \sqrt{6}} \quad (4.40)$$

$$u_X = \mu_X - \frac{0,577}{\alpha_X} \quad (4.41)$$

4.3.3 Função estado limite

A diferença entre a resistência e a sollicitação é denominada função estado limite e neste trabalho é caracterizada pela diferença entre o momento resistente da seção transversal mais sollicitada e as sollicitações impostas pelo carregamento permanente e variável. A pesquisa limitou-se no tratamento de vigas isostáticas com carregamento uniformemente distribuído ao longo do vão. A função estado limite pode ser expressa por:

$$g(x) = M_R - M_{S,g} - M_{S,q} \quad (4.42)$$

Onde:

M_R : é o momento resistente da seção;

$M_{S,g}$: é o momento sollicitante proveniente do carregamento permanente;

$M_{S,q}$: é o momento sollicitante proveniente do carregamento variável.

O momento resistente da seção é obtido a partir do modelo exposto no capítulo anterior e os momentos sollicitantes podem ser encontrados a partir das expressões 4.43 e 4.44.

$$M_{S,g} = \frac{gl^2}{8} \quad (4.43)$$

$$M_{S,q} = \frac{ql^2}{8} \quad (4.44)$$

Sendo l o vão de cálculo das vigas. Para que seja contabilizado o erro de modelagem no problema, o momento resistente ainda recebe o fator η , que representa o quanto o modelo adotado pode influenciar nos resultados finais. A função estado limite na sua forma completa é mostrada na equação 4.45.

$$g(x) = \eta M_R - \frac{gl^2}{8} - \frac{ql^2}{8} \quad (4.45)$$

4.3.4 Cálculo do índice de confiabilidade β

O cálculo do índice de confiabilidade de cada uma das vigas estudadas foi realizado com o auxílio de uma ferramenta de solução de problemas de minimização. No processo foi utilizado o Excel, onde foram especificadas as condições de restrição do problema na função de desempenho e a partir da função *Solver* foi determinada a menor distância entre a origem do sistema de variáveis transformadas e a superfície de falha. Com o objetivo de esclarecer a metodologia empregada no cálculo de β , será apresentado a seguir algumas etapas do processo para uma das vigas analisadas. A viga com seção retangular abordada neste caso é a VR-3,5-190-0,625-12,5 com resistência característica à compressão do concreto igual a $3,5 \text{ kN/cm}^2$, resistência característica à tração da armadura de protensão igual a 190 kN/cm^2 , relação de carregamento igual a 0,625 e esbeltez da viga igual a 12,5.

Com as propriedades do dimensionamento que garantem a segurança das vigas bem definidas, segue-se para fase da avaliação da confiabilidade. Primeiramente, são calculados os parâmetros básicos como média e desvio padrão, bem como é especificado o tipo de distribuição de probabilidade de cada variável aleatória conforme pode ser observado na tabela 4.1.

Tabela 4.1: propriedades estatísticas das variáveis aleatórias.

Variável	Distribuição de probabilidade	μ_x	σ_x
f_c [kN/cm ²]	Normal	4,65116	0,69767
f_y [kN/cm ²]	Normal	54,49591	2,72480
f_{pt} [kN/cm ²]	Normal	207,08447	10,35422
g [kN/cm]	Normal	0,29531	0,02953
q [kN/cm]	Gumbel	0,16875	0,04219
d_p [cm]	Normal	65,00000	1,00000
d_s [cm]	Normal	76,00000	0,50000
r_f [-]	Normal	0,80000	0,02500
η [-]	Normal	1,04400	0,09600

Conhecidas as propriedades básicas das variáveis, é feita uma aproximação inicial do ponto de falha x_i^* como sendo igual às médias das variáveis. Com isso são calculados o primeiro e o segundo momento das variáveis com a distribuição normal equivalente e as variáveis reduzidas equivalentes ao ponto de falha. O método permite que sejam ainda propostas as correlações entre as variáveis na forma de uma matriz de correlação, ou seja, nesse caso uma matriz 9×9 poderia correlacionar as variáveis duas a duas. Porém, no presente trabalho foi utilizada uma matriz identidade para representar a correlação entre as variáveis aleatórias, porque todas as variáveis foram consideradas como estatisticamente independentes.

Nesse instante do processo já foram definidos as primeiras estimativas para as variáveis no ponto de falha, a correlação entre as variáveis bem como seus cossenos diretores. A função *Solver* é utilizada e calcula, por um processo iterativo, os valores do ponto de falha x_i^* para cada variável, média μ_i^N , o desvio padrão σ_i^N normais equivalentes, as variáveis reduzidas X_i^* e os cossenos diretores α_i . A tabela 4.2 mostra os valores finais obtidos após a convergência do sistema.

Tabela 4.2: resultados após a convergência.

Variável	x_i^*	μ_i^N	σ_i^N	X_i^*	α_i
f_c	4,39660	4,65116	0,69767	-0,36488	0,07392
f_y	54,31537	54,49591	2,72480	-0,06626	0,01342
f_{pt}	199,54772	207,08447	10,35422	-0,72789	0,14746
g	0,32032	0,29531	0,02953	0,84674	-0,17154
q	0,47121	-0,04806	0,13457	3,85867	-0,78173
d_p	64,60285	65,00000	1,00000	-0,39715	0,08046
d_s	75,99817	76,00000	0,50000	-0,00367	0,00074
r_f	0,79957	0,80000	0,02500	-0,01720	0,00348
η	0,77361	1,04400	0,09600	-2,81653	0,57060

Na função estado limite descrita na equação 4.45, são utilizados os valores de x_i^* para cada variável, além de parâmetros fixos necessários para obtenção dos momentos resistente e solicitante. Estes valores correspondem a um valor mínimo de $\beta = 4,9583$ e a função estado limite $g(x) = 0$.

5 AVALIAÇÃO DA CONFIABILIDADE DE VIGAS DE CONCRETO PROTENDIDO COM ADERÊNCIA INICIAL

Neste capítulo são abordados as aplicações e os resultados das vigas de concreto protendido pré-tracionadas. Foram analisadas 450 vigas, sendo 225 com seção transversal retangular e 225 vigas com seção T, com objetivo de avaliar o índice de confiabilidade β de cada viga e o quanto alguns parâmetros envolvidos no projeto podem afetar a segurança do elemento no estado limite último de flexão.

A pesquisa foi restringida ao estudo de vigas de concreto que utilizam a protensão limitada com aderência inicial, geralmente empregadas nas construções pré-moldadas de edificações, estacionamentos, galpões, etc. As dimensões das duas seções transversais foram fixadas assim como o carregamento total $p_k = 45 \text{ kN/m}$, que é representado pela soma das parcelas do carregamento permanente g_k e do carregamento variável q_k . As vigas foram projetadas com vãos de 8, 10 e 12m.

5.1 PARÂMETROS VARIADOS NO ESTUDO

São apresentados a seguir os parâmetros base que foram variados neste estudo para concepção das 225 vigas testadas para cada tipo de seção transversal.

A resistência característica à compressão do concreto f_{ck} foi variada com valores de $3,0 \text{ kN/cm}^2$, $3,5 \text{ kN/cm}^2$, $4,0 \text{ kN/cm}^2$, $4,5 \text{ kN/cm}^2$ e $5,0 \text{ kN/cm}^2$.

A resistência característica à tração do aço da armadura ativa f_{ptk} também foi outro parâmetro variado nas análises. Os valores de resistências iguais a 175 kN/cm^2 , 190 kN/cm^2 e 210 kN/cm^2 foram utilizados para o aço de protensão com relaxação baixa. Comercialmente são conhecidos por *CP-175 RB*, *CP-190 RB* e *CP-210 RB* respectivamente.

Sendo as vigas dimensionadas com três vãos de cálculo diferentes e as dimensões da seção mantidas constantes, é possível definir a esbeltez da viga como sendo:

$$\lambda = \frac{l}{h} \quad (5.1)$$

Sendo $h = 80\text{cm}$ para todas as vigas e λ com valores de 10, 12,5 e 15.

O último parâmetro variado refere-se à relação entre o carregamento permanente e a carga total p_k atribuída à viga. O carregamento permanente g_k é definido pela soma do carregamento g_1 , proveniente do peso próprio da viga, e da sobrecarga permanente g_2 . Sendo assim a relação r que expressa a variação do carregamento é proposta da seguinte forma:

$$r = \frac{g_k}{g_k + q_k} = \frac{(g_1 + g_2)}{(g_1 + g_2) + q_k} \quad (5.2)$$

Sendo $g_k + q_k = p_k$. Como p_k e g_1 permanecem constante, a variação de r se dá pela variação de q_k e g_2 . Dessa forma foram atribuídos os valores de 0,25, 0,375, 0,50, 0,625 e 0,75 para r e conseqüentemente a proporção de carregamento é variada sem intervir na carga total.

5.2 CARACTERIZAÇÃO DAS VIGAS

Foram estudadas vigas simplesmente apoiadas de concreto protendido com pré-tração que utilizam cabos retos de protensão e que suportam carregamento distribuído, conforme ilustrado na figura 5.1.

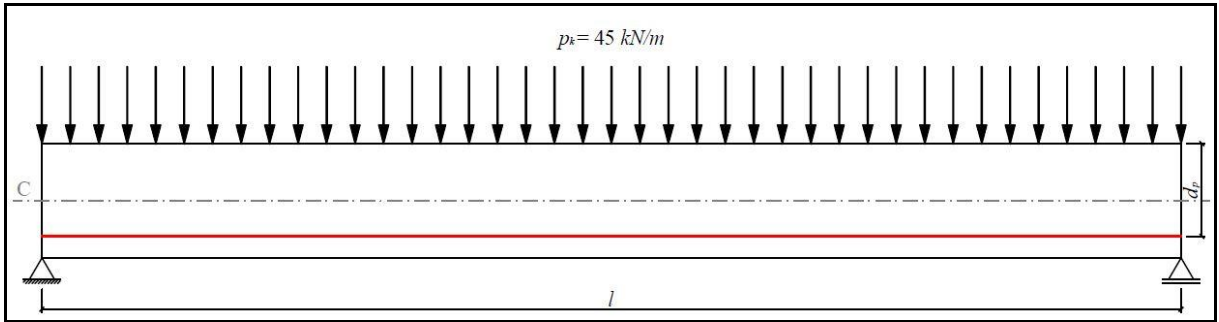


Figura 5.1: idealização da viga em estudo.

As vigas analisadas possuem dois tipos de seções com as dimensões fixas mostradas nas figuras 5.2 e 5.3. As demais propriedades e parâmetros utilizados no projeto das vigas são exibidos na tabela 5.1.

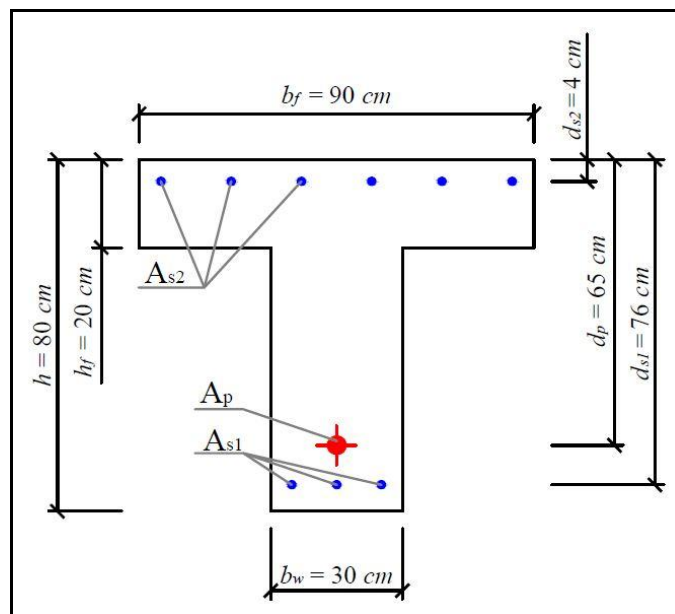


Figura 5.2: idealização da seção T.

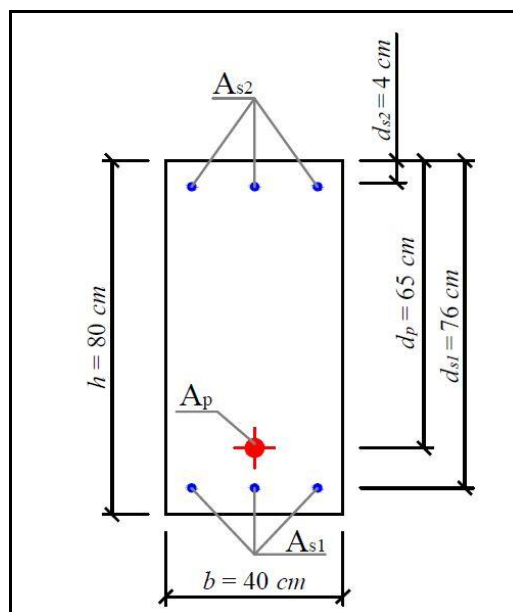


Figura 5.3: idealização da seção retangular.

No dimensionamento das vigas, mesmo que as armaduras de protensão fossem suficientes para garantir a segurança no ELU de flexão, foram adotadas armaduras passivas A_{s1} de maneira a colaborar na montagem da armadura transversal existente em vigas de concreto armado e protendido para absorver o esforço cortante. Também foram colocadas as armaduras passivas A_{s2} , dispostas no bordo superior das vigas, com o objetivo de superar as trações oriundas do ato da protensão naquela região. Obviamente que essas armaduras passivas são contabilizadas no cálculo da capacidade resistente das vigas, tornando as análises mais próximas da realidade.

Tabela 5.1: parâmetros utilizados no projeto.

Parâmetros de projeto	
f_{yk} [kN/cm ²]	50,0
E_s [kN/cm ²]	21000,0
E_p [kN/cm ²]	19500,0
ψ_1	0,7
ψ_2	0,6
ϵ_{pu}	0,030

5.3 METODOLOGIA DE VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS

No item 5.1 foram apresentados os parâmetros base utilizados para gerar todas as vigas analisadas. Aqui será mostrado como são identificadas cada uma das vigas a partir de uma codificação com os referidos parâmetros. A figura 5.4 ilustra a nomenclatura utilizada para as vigas de seção retangular.

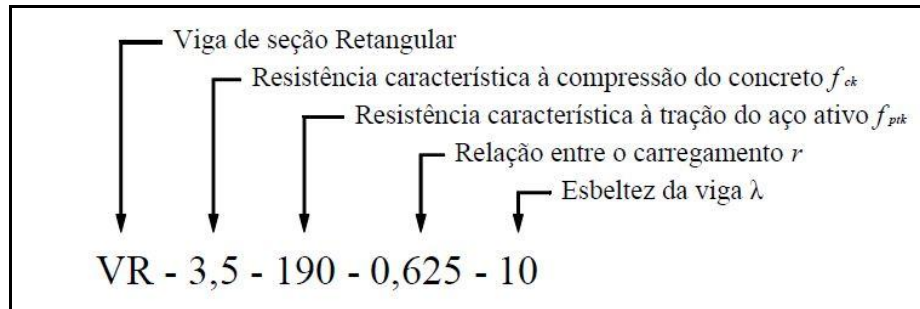


Figura 5.4: identificação das vigas retangulares.

Como nas vigas retangulares, as vigas T também são identificadas por uma codificação muito semelhante à anterior (figura 5.5). As vigas foram separadas em 90 grupos, sendo que os primeiros 45 grupos são referentes à seção retangular e os demais referentes à seção T.

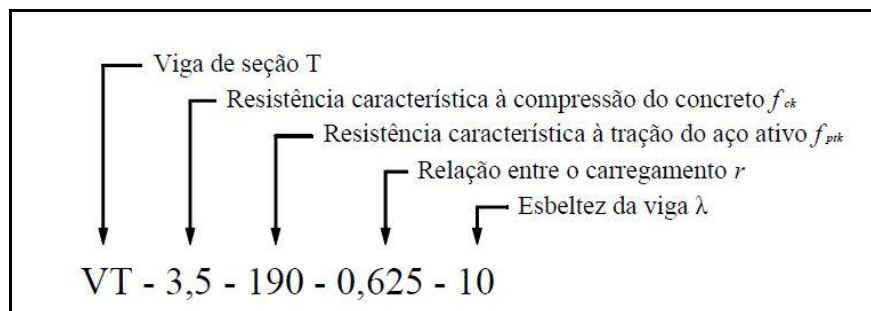


Figura 5.5: identificação das vigas T.

A criação dos grupos acontece com a variação dos parâmetros na ordem em que são codificados. Primeiramente é variada a resistência característica à compressão do concreto de 3,0 à 5,0 kN/cm^2 , após ocorre a variação dos três valores adotados para resistência característica à tração da armadura ativa f_{ptk} seguida pela variação de r e por fim o parâmetro de esbeltez da viga λ . Com isso foram montadas as vigas para cada seção: $5[f_{ck}] \times 3[f_{ptk}] \times 5[r] \times 3[\lambda] = 225 \text{ vigas}$. No Apêndice A pode ser observado os grupos, a

descrição de cada viga e os resultados para a seção retangular. Para as vigas de seção T, essas informações podem ser vistas no Apêndice B.

5.4 RESULTADOS

Diante do dimensionamento das vigas conforme as recomendações que foram expostas no capítulo 2 passa-se à fase da análise de confiabilidade através da combinação do que foi apresentado nos capítulos 4 e 5. São mostrados a seguir os resultados do estudo frente à variação dos parâmetros citados anteriormente. A influência que cada variável exerce no índice de confiabilidade β é apresentada graficamente com o intuito de facilitar a avaliação dos resultados. Os resultados para cada viga de seção retangular são exibidos no Apêndice A e para as vigas de seção T, no Apêndice B.

5.4.1 Influência da resistência característica à compressão do concreto f_{ck}

A partir da variação da resistência característica à compressão do concreto no estudo das vigas pré-tracionadas foi possível traçar algumas considerações sobre sua influência na obtenção do índice de confiabilidade β . Abaixo, da figura 5.6 à figura 5.10 são ilustrados o comportamento do índice de confiabilidade frente à variação de β para os cinco casos de r das vigas com seção retangular.

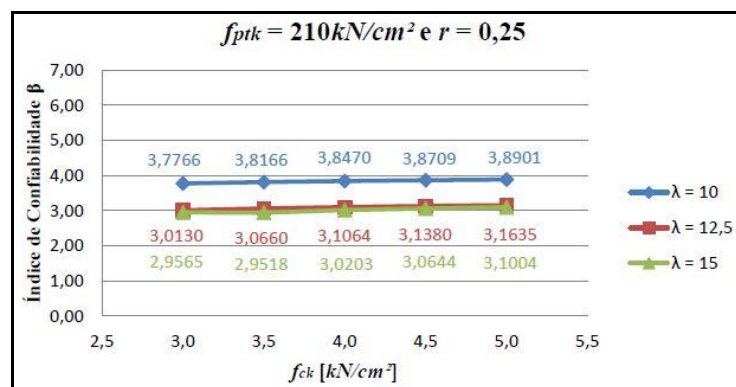


Figura 5.6: variação de $f_{ck} \times \beta$ ($f_{ptk} = 210 \text{ kN/cm}^2$ e $r = 0,25$) para seção retangular.

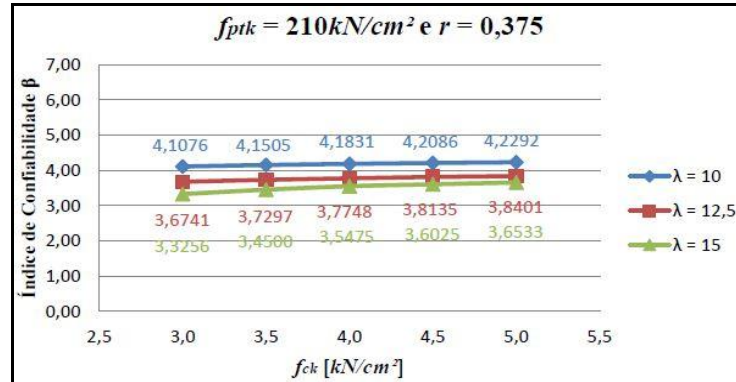


Figura 5.7: variação de $f_{ck} \times \beta$ ($f_{ptk} = 210 \text{ kN/cm}^2$ e $r = 0,375$) para seção retangular.

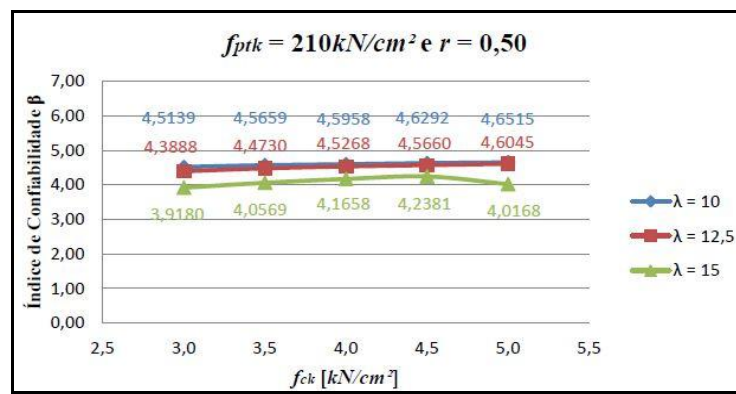


Figura 5.8: variação de $f_{ck} \times \beta$ ($f_{ptk} = 210 \text{ kN/cm}^2$ e $r = 0,50$) para seção retangular.

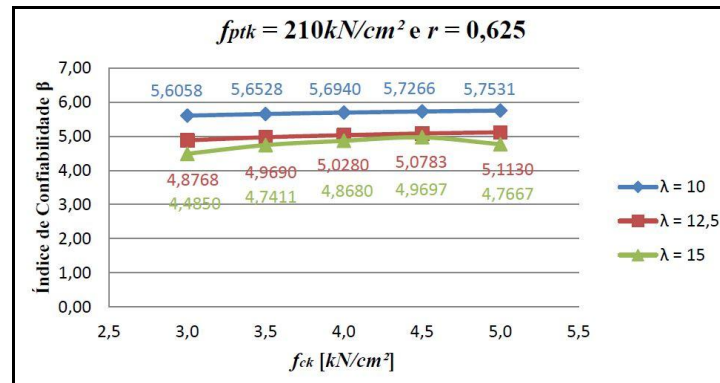


Figura 5.9: variação de $f_{ck} \times \beta$ ($f_{ptk} = 210 \text{ kN/cm}^2$ e $r = 0,625$) para seção retangular.

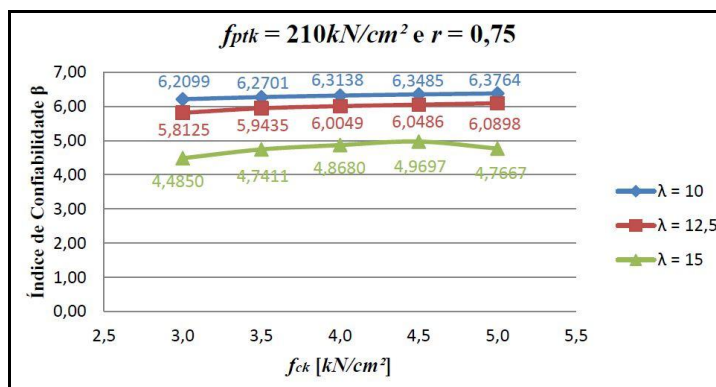


Figura 5.10: variação de $f_{ck} \times \beta$ ($f_{ptk} = 210 \text{ kN/cm}^2$ e $r = 0,75$) para seção retangular.

Nas figuras apresentadas, em geral o índice de confiabilidade das vigas cresce com o aumento da resistência à compressão do concreto. A taxa de crescimento, porém, é razoavelmente pequena e o aumento tem um comportamento mais linear nos casos de esbeltez da viga iguais a 10 e 12,5. Quando o vão da viga se torna maior, o índice de confiabilidade tem uma leve variação não linear podendo apresentar uma redução do valor de β para f_{ck} igual a $5,0 \text{ kN/cm}^2$. As figuras 5.11 e 5.12 apresentam a variação para o índice de confiabilidade frente à variação do f_{ck} para diferentes valores da resistência à tração da armadura ativa.

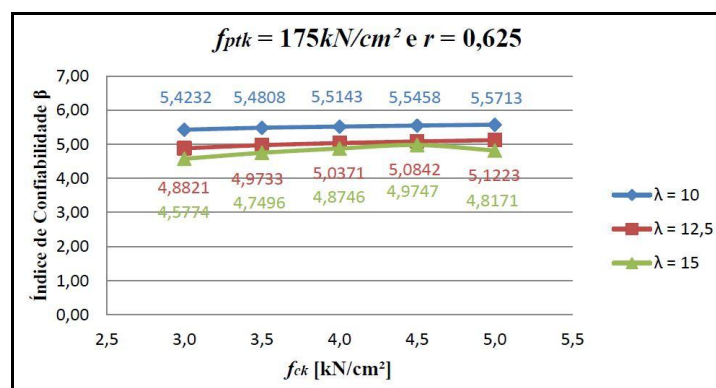


Figura 5.11: variação de $f_{ck} \times \beta$ ($f_{ptk} = 175 \text{ kN/cm}^2$ e $r = 0,625$) para seção retangular.

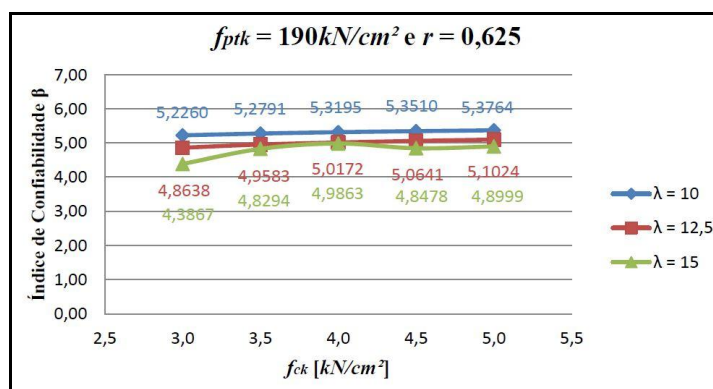


Figura 5.12: variação de $f_{ck} \times \beta$ ($f_{ptk} = 190 \text{ kN/cm}^2$ e $r = 0,625$) para seção retangular.

Quando é modificado o valor de f_{ptk} , a influência da resistência à compressão do concreto pouco muda em relação ao apresentado anteriormente. Novamente a maior variação ocorre quando a esbeltez da aumenta e os resultados podem oscilar ao longo da variação do f_{ck} .

As análises realizadas nas vigas com seção T resultaram em conclusões semelhantes às anteriores. Entretanto, o crescimento ocorre em menor taxa e a oscilação no índice de confiabilidade aconteceu para $\lambda = 15$. As figuras 5.13, 5.14 e 5.15 ilustram a variação de β para três casos de carga das vigas com seção T e podem ser comparadas com os resultados dispostos nas figuras 5.6, 5.8 e 5.10.

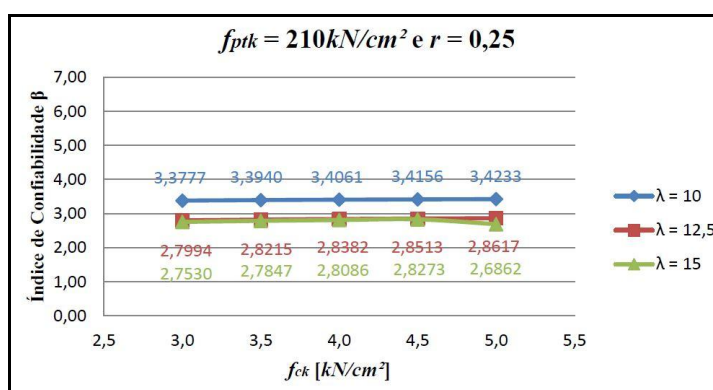


Figura 5.13: variação de $f_{ck} \times \beta$ ($f_{ptk} = 210 \text{ kN/cm}^2$ e $r = 0,25$) para seção T.

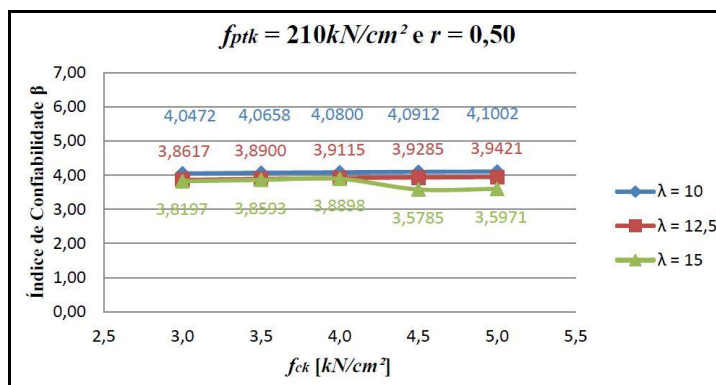


Figura 5.14: variação de $f_{ck} \times \beta$ ($f_{ptk} = 210 \text{ kN/cm}^2$ e $r = 0,50$) para seção T.

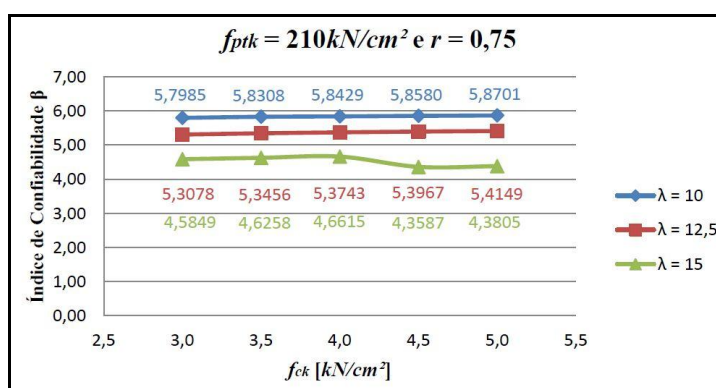


Figura 5.15: variação de $f_{ck} \times \beta$ ($f_{ptk} = 210 \text{ kN/cm}^2$ e $r = 0,75$) para seção T.

Conforme observado, a influência da resistência característica à compressão do concreto na avaliação da confiabilidade das vigas no estado limite último de flexão é relativamente baixa. O concreto, no regime não linear, próximo à ruptura atinge tensões de tração maiores que sua respectiva resistência pode suportar e a região comprimida da seção é diminuída consideravelmente. Dessa forma, o f_{ck} contribui pouco para a confiabilidade das vigas de concreto protendido com aderência inicial neste estado limite último. Acredita-se que a oscilação que por vezes ocorre em β , seja de influência das taxas de armaduras ativa e passiva e serão discutidas mais adiante.

5.4.2 Influência da resistência característica à tração da armadura ativa f_{ptk}

Diferentemente do apresentado no item anterior, onde em geral a confiabilidade aumentava com a resistência do concreto, a resistência característica à tração da armadura de protensão apresentou uma oscilação nos resultados de confiabilidade. São apresentados nas figuras 5.16,

5.17 e 5.18 como essa resistência do aço pode modificar a confiabilidade das vigas protendidas pré-tracionadas de seção retangular. Observa-se que a confiabilidade não apresenta uma padronização, pois ora pode diminuir, ora aumentar para diferentes valores de f_{ptk} . Esse fato pode ser explicado pela variação da armadura ativa nas vigas, onde uma redução desta armadura causada pelo aumento da resistência característica à tração do aço ativo provoca uma redução do índice de confiabilidade β .

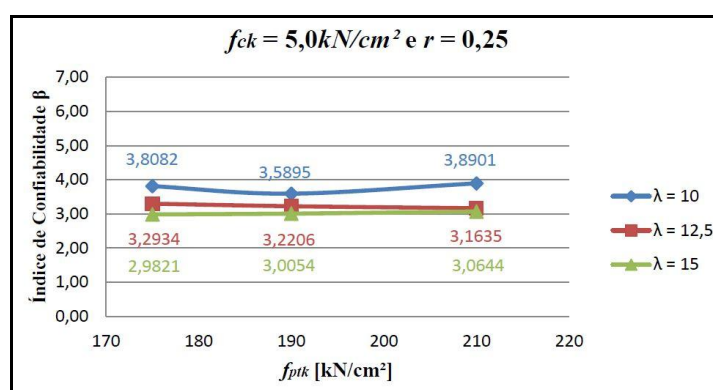


Figura 5.16: variação de $f_{ptk} \times \beta$ ($f_{ck} = 5,0 \text{ kN/cm}^2$ e $r = 0,25$) para seção retangular.

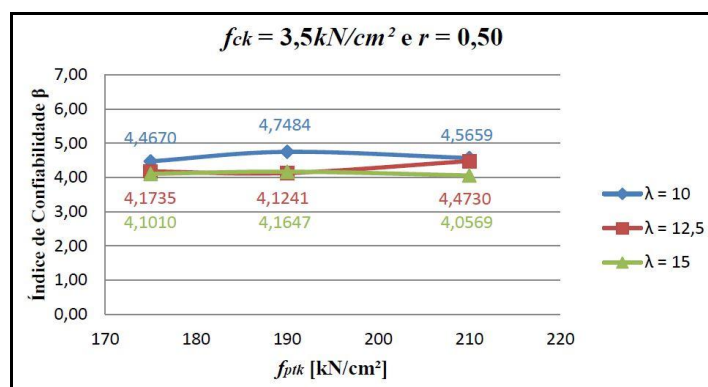


Figura 5.17: variação de $f_{ptk} \times \beta$ ($f_{ck} = 3,5 \text{ kN/cm}^2$ e $r = 0,50$) para seção retangular.

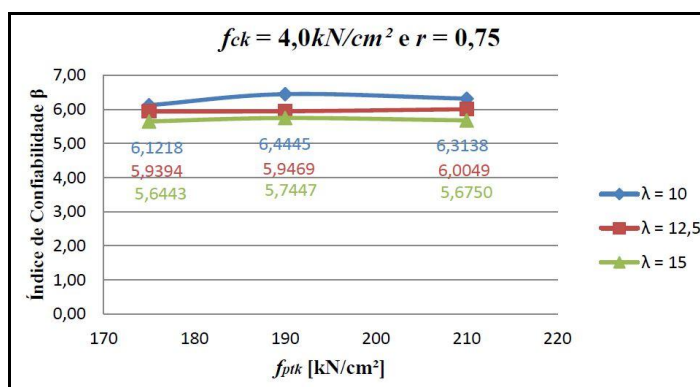


Figura 5.18: variação de $f_{ptk} \times \beta$ ($f_{ck} = 4,0kN/cm^2$ e $r = 0,75$) para seção retangular.

Quando o aumento da resistência à tração do aço de protensão não é suficiente para que se possa diminuir a armadura ativa, respeitando os estados limites últimos e de serviço, ou seja, a área de aço permanece a mesma com o crescimento de f_{ptk} , o índice de confiabilidade tende a ter um crescimento. Isso pode ser confirmado nas figuras mostradas anteriormente. Nas vigas com seção T, foi observado o mesmo comportamento de β com a variação da resistência à tração do aço de protensão, conforme ilustra a figura 5.19.

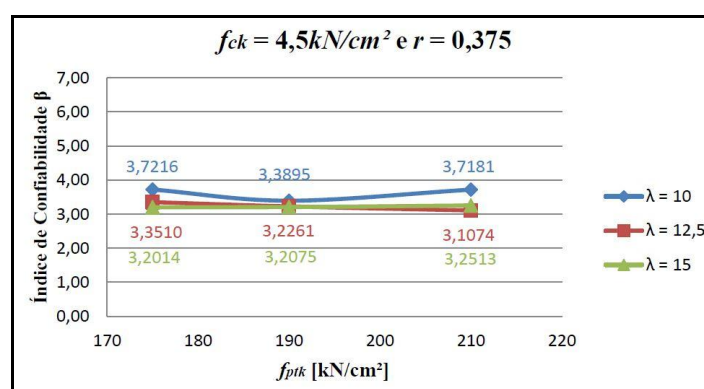


Figura 5.19: variação de $f_{ptk} \times \beta$ ($f_{ck} = 4,5kN/cm^2$ e $r = 0,375$) para seção T.

5.4.3 Influência da relação de carregamento r

Entre os parâmetros que foram estudados, a influência da relação entre o carregamento permanente e a carga total é o que tem maior destaque frente ao índice de confiabilidade. Isso porque apresenta a maior variação de β quando r muda. O crescimento aconteceu em todos

os casos analisados e podem ser observados nas figuras 5.20, 5.21 e 5.22 para a seção retangular e nas figuras 5.23, 5.24 e 5.25 para vigas T.

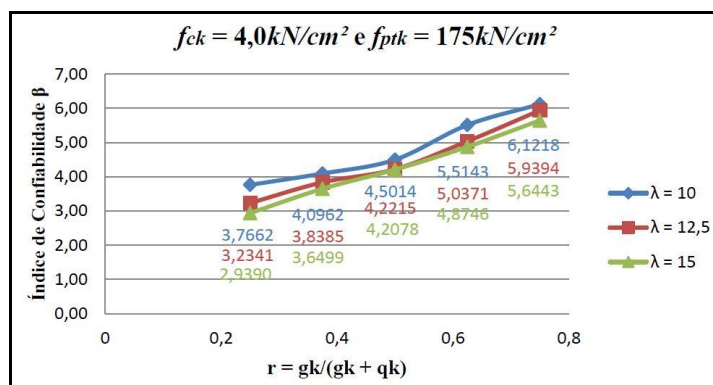


Figura 5.20: variação de $r \times \beta$ ($f_{ck} = 4,0 \text{ kN/cm}^2$ e $f_{ptk} = 175 \text{ kN/cm}^2$) para seção retangular.

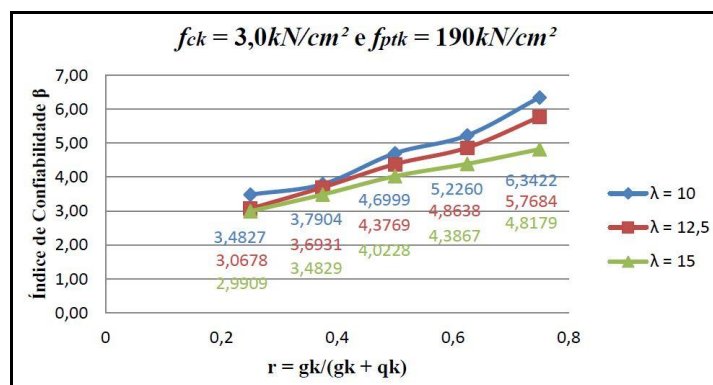


Figura 5.21: variação de $r \times \beta$ ($f_{ck} = 3,0 \text{ kN/cm}^2$ e $f_{ptk} = 190 \text{ kN/cm}^2$) para seção retangular.

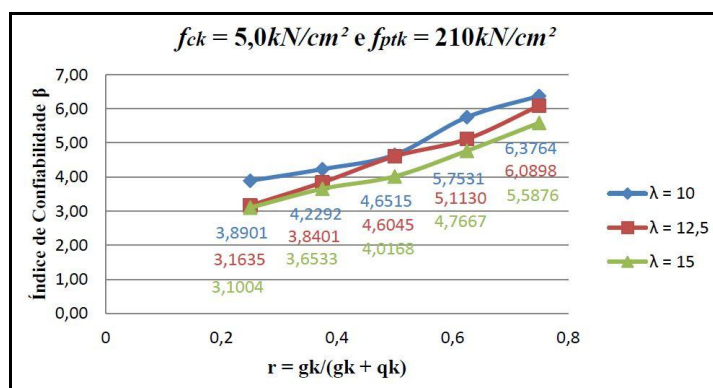


Figura 5.22: variação de $r \times \beta$ ($f_{ck} = 5,0 \text{ kN/cm}^2$ e $f_{ptk} = 210 \text{ kN/cm}^2$) para seção retangular

Vale ressaltar que o índice de confiabilidade β aumenta no caso em que o carregamento permanente é o carregamento predominante na relação r , ou seja, superior ao carregamento variável q_k . Na medida em que o carregamento variável é o dominante, a confiabilidade cai

consideravelmente, porém tal situação ocorre com pouca frequência nas vigas pré-moldadas protendidas utilizadas nas edificações.

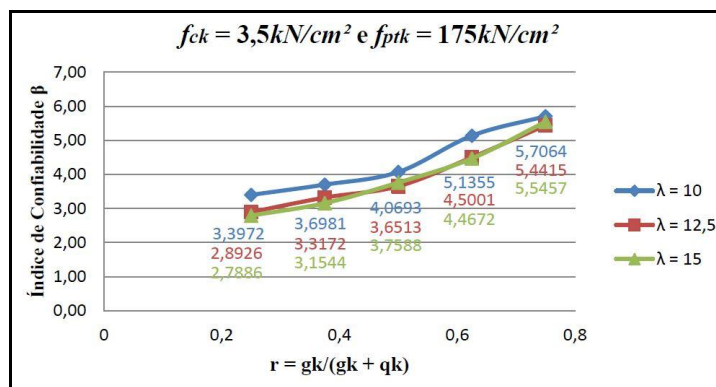


Figura 5.23: variação de $r \times \beta$ ($f_{ck} = 3,5\text{kN/cm}^2$ e $f_{ptk} = 175\text{kN/cm}^2$) para seção T.

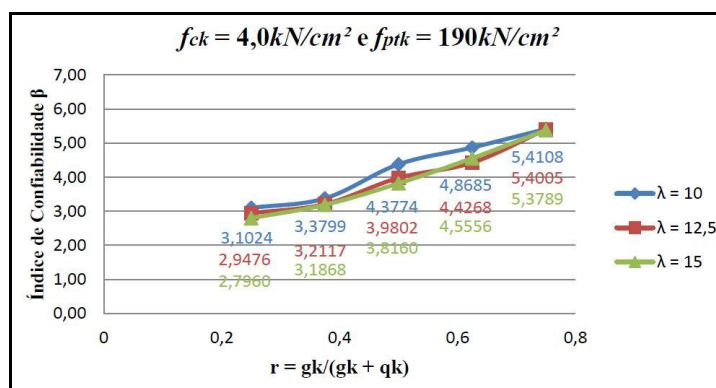


Figura 5.24: variação de $r \times \beta$ ($f_{ck} = 4,0\text{kN/cm}^2$ e $f_{ptk} = 190\text{kN/cm}^2$) para seção T.

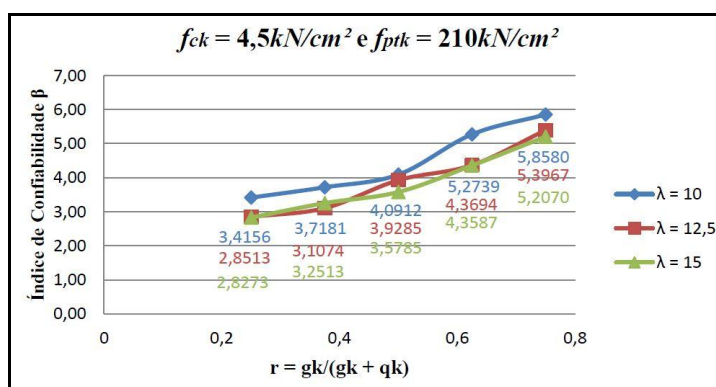


Figura 5.25: variação de $r \times \beta$ ($f_{ck} = 4,5\text{kN/cm}^2$ e $f_{ptk} = 210\text{kN/cm}^2$) para seção T.

5.4.4 Influência da esbeltez da viga λ

O último parâmetro estudado é o índice de esbeltez λ da viga e sua influência, em geral, causa uma redução em β . Porém, em alguns casos a confiabilidade das vigas pode aumentar com o crescimento da relação de esbeltez. A figura 5.26 ilustra o caso em que a confiabilidade diminui com o aumento de λ para o caso de vigas com seção retangular.

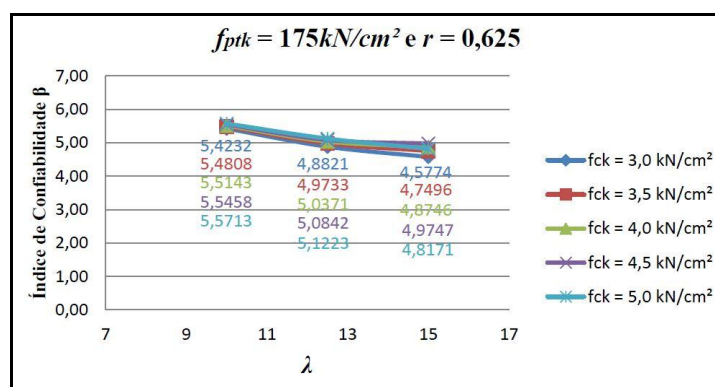


Figura 5.26: variação de $\lambda \times \beta$ ($f_{ptk} = 175 \text{ kN/cm}^2$ e $r = 0,625$) para seção retangular.

Ainda para vigas retangulares, na figura 5.27 pode ser observada uma pequena tendência de aumento do índice de confiabilidade quando λ cresce, como é o caso para f_{ck} igual a $3,5 \text{ kN/cm}^2$. Quando o vão da viga é maior, obviamente o momento solicitante na seção aumenta e para que seja garantida a segurança nos estados limites, a área de armadura de protensão deve ser maior. Então um aumento significativo na armadura de protensão pode elevar o índice de confiabilidade β mesmo para λ maiores.

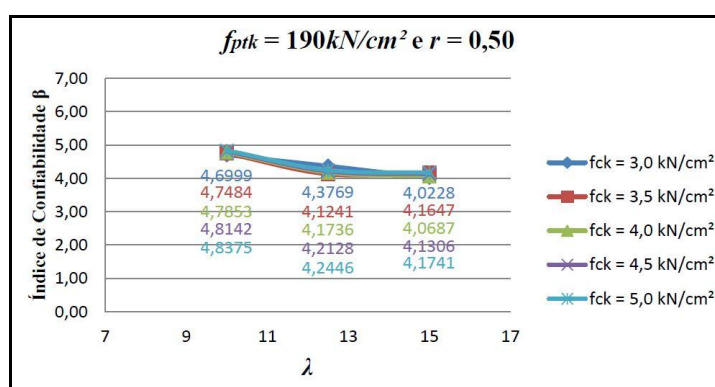


Figura 5.27: variação de $\lambda \times \beta$ ($f_{ptk} = 190 \text{ kN/cm}^2$ e $r = 0,50$) para seção retangular.

As vigas com seção T apresentaram resultados semelhantes às retangulares, como pode ser observado nas figuras 5.28, 5.29 e 5.30.

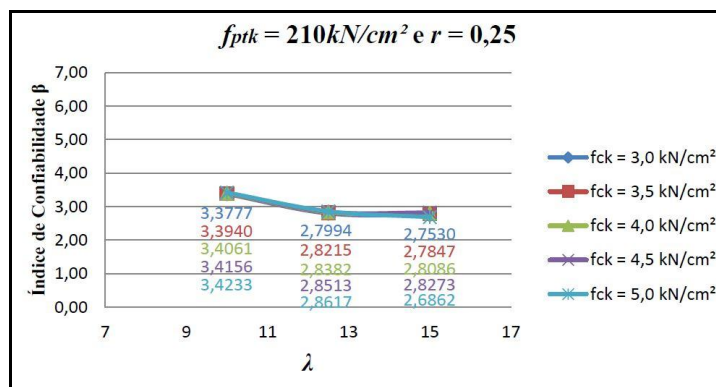


Figura 5.28: variação de $\lambda \times \beta$ ($f_{ptk} = 210 \text{ kN/cm}^2$ e $r = 0,25$) para seção T.

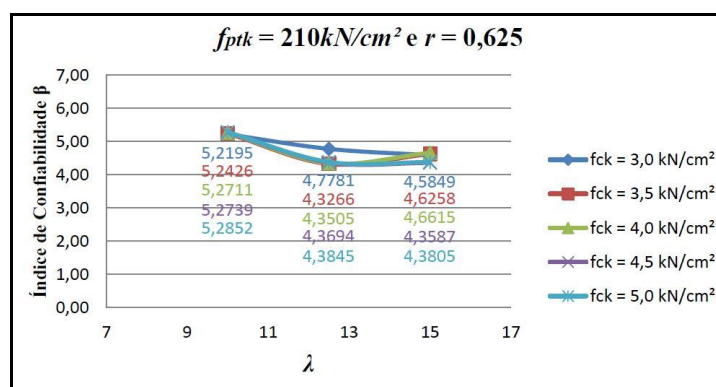


Figura 5.29: variação de $\lambda \times \beta$ ($f_{ptk} = 210 \text{ kN/cm}^2$ e $r = 0,625$) para seção T.

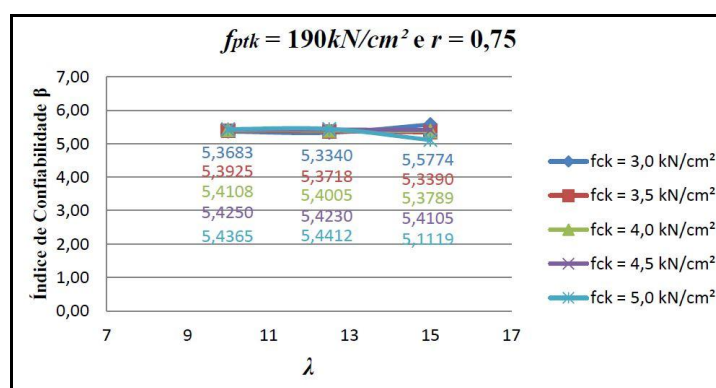


Figura 5.30: variação de $\lambda \times \beta$ ($f_{ptk} = 190 \text{ kN/cm}^2$ e $r = 0,75$) para seção T.

5.4.5 Seções retangulares \times seções T

A seguir é traçado um comparativo entre as vigas de seção retangulares e T em função de cada um dos parâmetros analisados e apresentados nos itens anteriores. A figura 5.31 mostra como o índice de confiabilidade se comporta para diferentes seções com a variação da resistência característica à compressão do concreto f_{ck} .

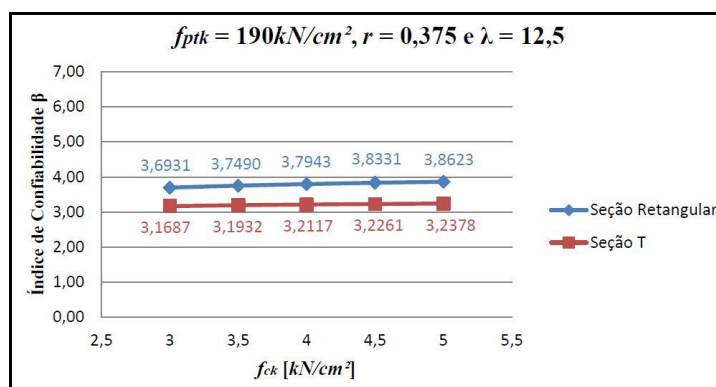


Figura 5.31: variação de $f_{ck} \times \beta$ ($f_{ptk} = 190 \text{ kN/cm}^2$, $r = 0,375$ e $\lambda = 12,5$).

A variação de β frente à resistência característica à tração do aço de protensão pode ser representada conforme a figura 5.32 para os dois tipos de seções em estudo neste trabalho.

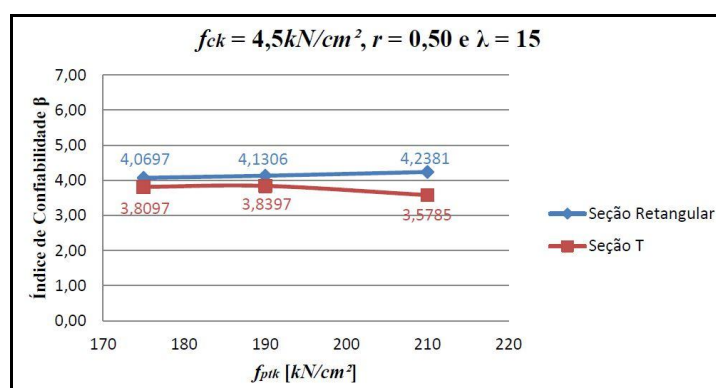


Figura 5.32: variação de $f_{ptk} \times \beta$ ($f_{ck} = 4,5 \text{ kN/cm}^2$, $r = 0,50$ e $\lambda = 15$).

Com o objetivo de ilustrar o que acontece com o índice de confiabilidade para seções transversais diferentes, o presente item apresenta esse comportamento também para os dois últimos parâmetros do estudo. Embora estes resultados mostrem de forma generalizada a variação do índice de confiabilidade, é importante a verificação dos resultados de cada uma das vigas exibidas nos Apêndices deste trabalho. A seguir as figuras 5.33 e 5.34 finalizam o comparativo realizado entre os dois tipos de vigas para r e λ , respectivamente.

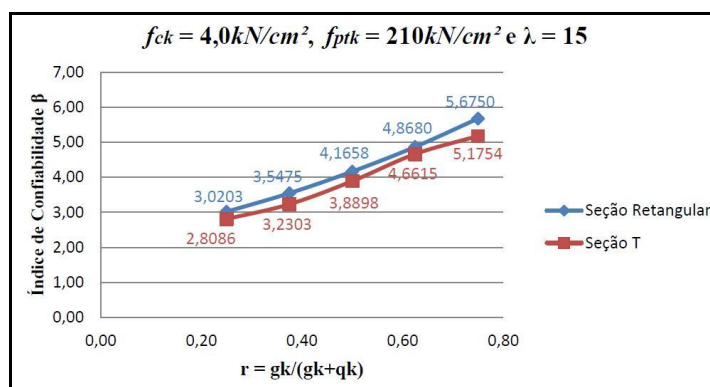


Figura 5.33: variação de $r \times \beta$ ($f_{ck} = 4,0 \text{ kN/cm}^2$, $f_{ptk} = 210 \text{ kN/cm}^2$ e $\lambda = 15$).

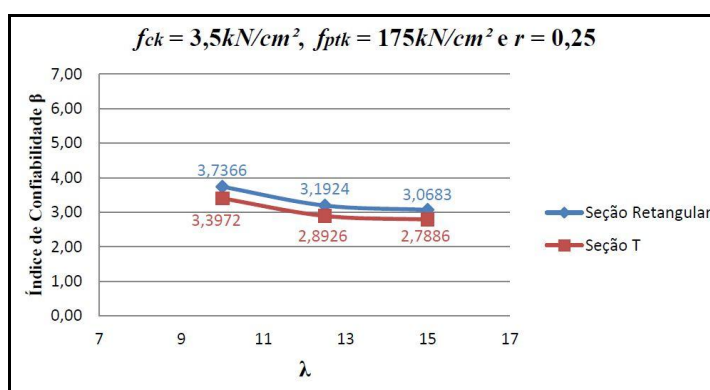


Figura 5.34: variação de $\lambda \times \beta$ ($f_{ck} = 3,5 \text{ kN/cm}^2$, $f_{ptk} = 175 \text{ kN/cm}^2$ e $r = 0,25$).

Diante do que foi exposto, é notável que o índice de confiabilidade β das vigas que tem seção retangular resultaram maiores que a confiabilidade das vigas de seção T. A armadura de protensão é calculada com base no estado limite de serviço. Para o estado limite de serviço a seção T exige menor armadura que a seção retangular. Esta menor taxa de armadura de protensão se reflete na confiabilidade no estado limite último de flexão.

5.4.6 Índice de confiabilidade alvo

Conforme citado anteriormente, algumas normas sugerem valores para o índice de confiabilidade β para estruturas de concreto armado e protendido. Esses valores giram em torno de 3,5 a 3,8 para estruturas no estado limite último. Nesse trabalho, o índice de confiabilidade alvo foi considerado igual a 3,8 conforme o Código Modelo FIB-2010.

Para o caso das 225 vigas retangulares analisadas, o índice de confiabilidade alvo foi alcançado em 161 vigas. Estas vigas apresentam seu melhor desempenho com relação à confiabilidade quando a esbeltez das vigas foi a menor entre as três adotadas. Para $\lambda = 10$, estas vigas apresentam valores abaixo do limite estabelecido quando o carregamento variável é o predominante na relação $r = 0,25$ e para f_{ck} baixo, como observado na figura 5.35.

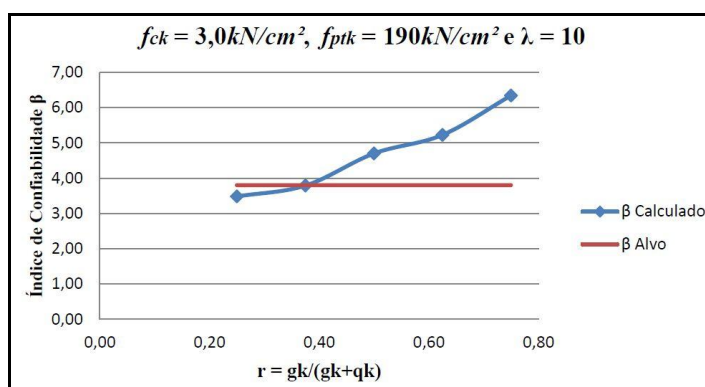


Figura 5.35: β calculado \times β alvo ($f_{ck} = 3,0\text{kN}/\text{cm}^2$, $f_{ptk} = 190\text{kN}/\text{cm}^2$ e $\lambda = 10$) para seção retangular.

Quando λ cresce para 12,5, valores de β acima do valor alvo para as vigas protendidas são encontrados quando r se aproxima de 50% combinado com valores maiores que $4,0\text{kN}/\text{cm}^2$ para resistência característica do concreto à compressão. Já no caso do índice de esbeltez igual a 15, a confiabilidade apresenta um valor satisfatório quando o carregamento permanente é maior ou igual à carga variável, ou seja, $r \geq 0,50$. As figuras 5.36 e 5.37 representam o comportamento das vigas retangulares para λ igual a 12,5 e 15 respectivamente.

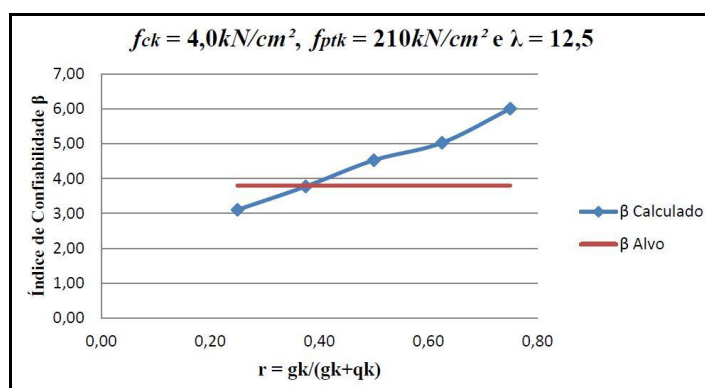


Figura 5.36: β calculado \times β alvo ($f_{ck} = 4,0\text{kN}/\text{cm}^2$, $f_{ptk} = 210\text{kN}/\text{cm}^2$ e $\lambda = 12,5$) para seção retangular.

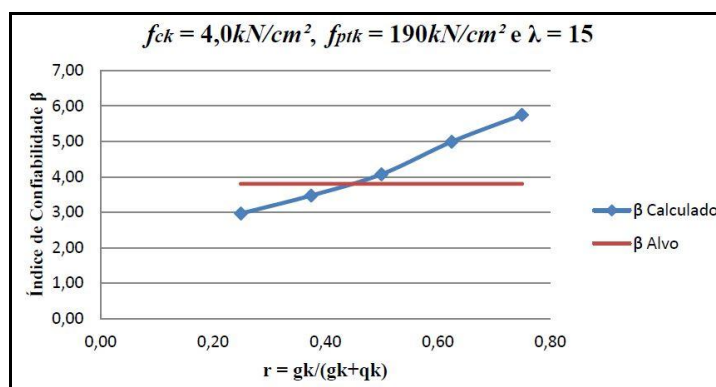


Figura 5.37: β calculado \times β alvo ($f_{ck} = 4,0\text{kN/cm}^2$, $f_{ptk} = 190\text{kN/cm}^2$ e $\lambda = 15$) para seção retangular.

A confiabilidade das vigas de seção T apresentam valores menores do que os obtidos nas seções retangulares e com isso o aproveitamento do β alvo é inferior. A figura 5.38 mostra que quando o índice de esbeltez das vigas é igual a 10, os valores de β são considerados seguros para relação de r maior ou igual a 50%, independente do valor dos outros parâmetros em estudo.

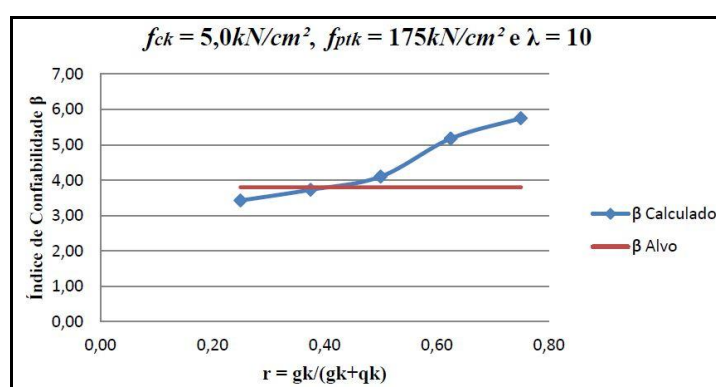


Figura 5.38: β calculado \times β alvo ($f_{ck} = 5,0\text{kN/cm}^2$, $f_{ptk} = 175\text{kN/cm}^2$ e $\lambda = 10$) para seção T.

No caso de $\lambda = 12,5$ para vigas de seção T, o índice de confiabilidade alvo é encontrado quando a relação entre o carregamento permanente e a carga total é maior ou igual a 0,50, combinado com a utilização de valores da resistência característica à tração da armadura ativa maiores que 175kN/cm^2 . Esse comportamento pode ser observado na figura 5.39.

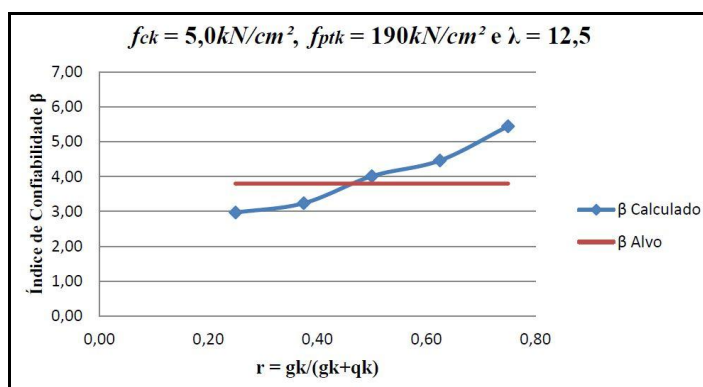


Figura 5.39: β calculado \times β alvo ($f_{ck} = 5,0\text{kN/cm}^2$, $f_{ptk} = 190\text{kN/cm}^2$ e $\lambda = 12,5$) para seção T.

Quando são analisadas as vigas de seção T com índice de esbeltez igual a 15, os resultados satisfatórios são encontrados para $r \geq 0,50$, como pode ser observado na figura 5.40. Porém, mesmo com a relação entre o carregamento permanente e a carga total igual a 50%, foram obtidos em algumas situações valores pouco abaixo do índice alvo. Por exemplo, nas vigas VT-3,5-175-0,50-15 e VT-4,5-210-0,50-15, o índice de confiabilidade encontrado foi igual a 3,7588 e 3,5785 respectivamente. Isso pode ser explicado pela redução da área de armadura que ocorreu nesses casos.

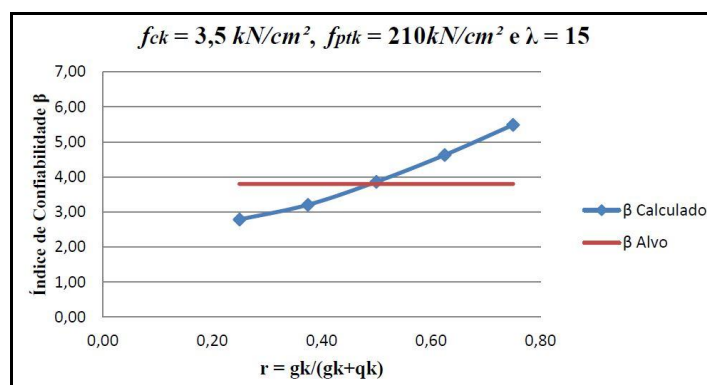


Figura 5.40: β calculado \times β alvo ($f_{ck} = 3,5\text{kN/cm}^2$, $f_{ptk} = 210\text{kN/cm}^2$ e $\lambda = 15$) para seção T.

Como exposto anteriormente, a relação entre o carregamento permanente e a carga total nas vigas foi o parâmetro que mais influenciou no comportamento do índice de confiabilidade alvo. No caso do f_{ck} , em todos os cinco valores estudados foram encontrados índices de confiabilidade menores que o estabelecido como alvo, traduzindo assim a pouca influência que representa na variação de β . O mesmo acontece para resistência característica à tração da armadura ativa, onde para 175kN/cm^2 , 190kN/cm^2 e 210kN/cm^2 existem valores de β menores que β_{alvo} .

6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

O estudo de confiabilidade de vigas de concreto protendido com aderência inicial é justificado pela crescente utilização desse tipo de elemento estrutural nas construções em geral, aliada à necessidade de se estabelecer o nível de segurança alcançado em projetos realizados segundo a nova norma brasileira NBR 6118:2014. Assim, este trabalho de dissertação tratou da avaliação do índice de confiabilidade de vigas isostáticas pré-tracionadas para o caso do estado limite último de flexão com carregamento uniformemente distribuído ao longo do vão.

No Capítulo 2, foram apresentadas as recomendações da norma brasileira NBR 6118:2014 no que diz respeito ao projeto e à verificação dos estados limites últimos e de serviços para as vigas em estudo. São mostrados também outros critérios que foram empregados no dimensionamento das 450 vigas de concreto protendido avaliadas, sendo metade com seção retangular e a outra metade com seção T.

O modelo analítico para verificação da capacidade resistente das vigas no estado limite último de flexão foi apresentado no Capítulo 3. Trata-se de um modelo determinístico que realiza a verificação do momento resistente último da seção a partir das condições de equilíbrio, das relações de compatibilidade de deformações e das relações constitutivas dos materiais. Tal método é uma alternativa simplificada para obtenção do momento de ruína de vigas de concreto armado e protendido com pré-tração. Obteve-se uma avaliação satisfatória para este modelo quando validado a partir de resultados experimentais encontrados na literatura.

O procedimento utilizado para obtenção do índice de confiabilidade β está exposto no Capítulo 4. O método de confiabilidade de primeira ordem (*First Order Reliability Method – FORM*) foi utilizado com o auxílio da ferramenta *Solver* do software *Microsoft Excel* e se mostrou bastante eficiente para determinação do índice de confiabilidade das vigas. As incertezas foram contabilizadas através da variação de alguns parâmetros que regem o dimensionamento do sistema.

O Capítulo 5 tratou das aplicações e dos resultados obtidos na avaliação do índice de confiabilidade. A partir do dimensionamento das vigas e da combinação do modelo de verificação da capacidade resistente com o método FORM foram determinados os valores de β e a influência que alguns parâmetros causam na confiabilidade das vigas.

A resistência característica à compressão do concreto foi um dos parâmetros variados com o objetivo de avaliar sua influência na determinação do índice de confiabilidade das vigas. Para as duas seções transversais analisadas, verificou-se que o aumento do f_{ck} provoca um crescimento no índice β . Entretanto, esse crescimento é pouco significativo em relação a outros parâmetros analisados e isso pode ser explicado, pois próximo à ruptura por flexão, esse tipo de elemento estrutural apresenta uma zona de compressão do concreto bastante reduzida em relação a seção integral, diminuindo assim a influência dessa resistência no cálculo de β .

A influência do índice de confiabilidade frente à variação da resistência característica à tração da armadura de protensão também foi verificada. De acordo com os resultados obtidos, um aumento da resistência f_{ptk} , mantida a área de armadura, provoca um crescimento considerável na confiabilidade da viga. Porém, no dimensionamento, o aumento dessa resistência pode proporcionar a opção de uma redução na área de armadura e isto diminui o nível de segurança encontrado em certos casos. A utilização de armadura passiva também contribui para elevação do índice de confiabilidade. Assim a redução da armadura ativa proveniente do aumento da sua resistência à tração combinado com o uso da armadura passiva pode colaborar para que se obtenham resultados satisfatórios de β .

O parâmetro estudado que mais influenciou a confiabilidade das vigas foi a relação entre o carregamento permanente e a carga total. Foi observado que a confiabilidade cresce consideravelmente quando o carregamento permanente é o dominante frente ao carregamento variável na relação r . Para todos os casos analisados, isso pode ser explicado através da interpretação do coeficiente de variação da carga permanente g e do carregamento variável q . Quando dispostos na relação r , o valor maior da carga com o menor coeficiente de variação frente ao carregamento de maior variabilidade tende a aumentar o índice de confiabilidade.

A influência do índice de esbeltez na confiabilidade das vigas também foi avaliada neste trabalho. Observa-se em geral, a redução da confiabilidade com o aumento da variável λ . Entretanto, conforme mostrado nos resultados, pode ocorrer o inverso em que para valores crescentes de esbeltez, a confiabilidade também cresce. Isso pode ser causado pela influência que tem a armadura de protensão citada anteriormente.

A partir da análise das 450 vigas de concreto protendido com pré-tração foi possível estabelecer um comparativo entre a confiabilidade obtida para os dois diferentes tipos de seção transversal e verificar os casos em que a confiabilidade alvo proposta no trabalho foi alcançada. A confiabilidade das vigas com seção T, apesar de terem maior rigidez, apresentou valores menores de β em relação às vigas retangulares. Como pode ser observada nos resultados, a solução da seção T tem uma área de aço menor que a da seção retangular e essa redução de armadura diminui a confiabilidade.

Entre os valores considerados adequados de acordo com as normas e pesquisas para o índice de confiabilidade, foi adotado no trabalho o índice $\beta_{alvo} = 3,8$. Diante do que foi exposto e dos resultados encontrados, foram considerados satisfatórios os valores para o índice de confiabilidade quando a relação r é maior ou igual a 0,50. Em alguns casos, mesmo com $r = 0,5$, foram obtidos valores abaixo do índice de confiabilidade alvo, porém dentro de limites seguros estabelecidos por normas. Isto sugere que os coeficientes de majoração das ações deveriam levar em conta se as ações preponderantes são permanentes ou variáveis, para que se possa ter um nível de confiabilidade mais uniforme nos dimensionamentos.

6.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Diante do que foi apresentado neste trabalho de dissertação e com a necessidade de avaliar a confiabilidade de estruturas de concreto protendido de forma a corroborar o que foi exposto, são apresentadas, a seguir, algumas sugestões para futuras pesquisas:

- a) avaliação da confiabilidade de elementos pré-tracionados através de métodos mais precisos como o método dos elementos finitos. Dessa forma seria possível estudar o comportamento geral da viga;
- b) estabelecer um comparativo para o índice de confiabilidade obtido para vigas protendidas pré-tracionadas projetadas de acordo com outras normas atuais;
- c) verificar com uma abordagem mais precisa, a influência em β de outros parâmetros como a taxa de armadura ativa e passiva, outras situações de

carregamento e diferentes coeficientes de variação para a resistência à tração da armadura;

- d) com o modelo proposto, avaliar a confiabilidade através de outros métodos como o método de simulação de Monte Carlo.

REFERÊNCIAS

- AGOSTINI, L. R. S. **Concreto Protendido: Estudo das vigas isostáticas**. São Paulo: Editora Livraria Ciência e Tecnologia, 1983.
- AGRAWAL, G., BHATTACHARYA, B. **Partial safety factor design of rectangular partially prestressed concrete beams in ultimate flexural limite state**. Journal of Structural Engineering, Vol. 37, n. 4, p. 257-267, oct-nov. 2010.
- AL-HARTHY, A.S., FRANGOPOL, D.M. **Reliability Assessment of Prestressed Concrete Beams**. Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 120, n. 1, p. 180-199, jan. 1994.
- ANG, A., TANG, W. H. **Probability concepts in engineering planning and design, Volume II: decision, risk and reliability**. John Wiley & Sons, 1990.
- ARAÚJO, J. M. **Curso de concreto armado, Volume I**. Editora Dunas, 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8681: Ações e seguranças nas estruturas**. Rio de Janeiro, 2003.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.
- BARBIERI, R. A. **Modelo Numérico para Análise à Flexão de Elementos Estruturais com Protensão Aderente e Não Aderente**. 2003. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- BILLET, D. F. **Study of prestressed concrete beams failing in flexure**. 1953. Thesys, University of Illinois.
- BILLINGTON, D. P. **Historical Perspective on Prestressed Concrete**. PCI Journal, Chicago, PCI, sep-oct. 1976.
- BIONDINI, F., BONTEMPI, F., FRANGOPOL, D. M., MALERBA, P. G. **Reliability of Material and Geometrically non-linear Reinforced and Prestressed Concrete Structures**. Computer and Structures, Vol. 82, p. 1021-1031. 2004.
- CARVALHO, R. C. **Estruturas de concreto protendido: cálculo e detalhamento**. 1. Ed. São Paulo: Editora Pini, 2012.
- CHANDRASEKAR, P., DAYARATNAM, P. **Analysis of Probability of Failure of Prestressed Concrete Beams**. Building Science, Vol. 10, p. 161-167. 1975.
- CHENG, J., CAI, C. S., XIAO, R. **Probabilistic Response Analysis of Cracked Prestressed Concrete Beams**. Advances in Structural Engineering, Vol 10, n. 1. 2007
- DARMAWAN, M.S., STEWART, M.G. **Spatial-time-dependent Reliability Analysis of Corroding Pretensioned Prestressed Concrete Bridge Girders**. Strucutral Safety, Vol. 29, p. 16-31. 2007.

DU, J.S., AU, F.T.K. **Deterministic and Reliability Analysis of Prestressed Concrete Bridge Girders Comparison of the Chinese, Hong Kong and AASHTO LRFD Codes.** *Structural Safety*, Vol. 27, p. 230-245. 2005.

EAMON, C. D., JENSEN, E. **Reliability analysis of prestressed concrete beams exposed to fire.** *Engineering Structures*, Vol. 43, p. 69-77. 2012.

European Committee for Standardization. **Basis of Design and Actions on Structures - Part 1: Basis of Design.** CEN ENV 1991-1, 1994.

FELDMAN, A. **Bonded and unbonded prestressed concrete beams failing in flexure.** University of Illinois, 1954.

fib (CEB-FIP) **Model Code 2010. Draft Model Code.** March 2010. Bulletin 55, v. 1.

GALAMBOS, T. V. **Design Codes, Engineering Safety.** MC Graw Hill, 1982.

GOMES, H. M., AWRUCH, A. M. **Análise da Confiabilidade de Estruturas de Concreto Armado Incluindo Campos Estocásticos.** *Mecânica Computacional*, Vol. 20, p. 266-273. Córdoba, 2001.

GOMES, H. M. **Técnicas de Avaliação da Confiabilidade de Estruturas de Concreto Armado.** 2001. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

HANAI, J. B. **Fundamentos do Concreto Protendido.** Departamento de Engenharia de Estruturas. Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo. 2005

INMET KONSTRUKCJE. Disponível em: <<http://www.inmetkonstrukcje.pl/>>. Acesso em maio de 2014

LAZZARI, P. M. **Implementação de Rotinas Computacionais para o Projeto Automático de Peças em Concreto com Protensão Aderente e Não Aderente.** 2011. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

LOW, B. K., TANG, W. H. **Efficient Spreadsheet Algorithm for First-Order Reliability Method.** *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, December, 2007.

LOW, B. K.; TANG, W. H. **New FORM algorithm with example applications.** *Proceedings of the Fourth Asian-Pacific Symposium on Structural Reliability and its Applications*, Hong Kong, June, 2008

MACHADO, M. A. S. **Aplicação do Método dos Elementos Finitos para Análise Elasto-Viscoplástica de Peças de Concreto Armado e Protendido, Submetidas a Estado Plano de Tensão.** 2002. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

MATTOCK, A. H.; YAMAZAKI, J.; KATTULA, B. T. **Comparative study of concrete prestressed beams, with and without bond.** *ACI Journal*, February, 1971.

MONTEIRO, T. C. L. **Análise Comparativa dos Fatores Influentes na Tensão Última de Protensão em Cabos Aderentes e Não Aderentes**. 2008. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

MOURA, M. W. **Estudo sobre o traçado de cabos pós-tracionados em vigas isostáticas**. 2004. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina.

NOWAK, A. S., PARK, C., CASAS, J. R. **Reliability analysis of prestressed concrete bridge girders: comparison of Eurocode, Spanish Norma IAP and AASHTO LRFD**. Structural Safety. 2001.

NOWAK, A. S., SZERSZEN, M. M. **Calibration of Design Code for Buildings (ACI 318): Part 1 – Statistical Models for Resistance**. ACI Structural Journal, May-Jun, 2003.

NOWAK, A. S., SZERSZEN, M. M. **Calibration of Design Code for Buildings (ACI 318): Part 2 – Reliability Analysis and Resistance Factors**. ACI Structural Journal, May-Jun, 2003.

OBERBETON. Custom Precast Concrete. Disponível em: <<http://www.oberbeton.com.ua/>>. Acesso em maio de 2014.

OLMET ITALY. Disponível em: <<http://www.olmetitaly.com/>>. Acesso em maio de 2014

PALIGA, C. M. **Análise Probabilística de Vigas de Concreto Armado Recuperadas à Flexão, Através do Método de Monte Carlo Utilizando um Modelo de Elementos Finitos**. 2008. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

PFEIL, W. **Concreto Protendido 1: introdução**. 2.ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1988.

REAL, M. V. **Análise probabilística de estruturas de concreto armado, sob estado plano de tensão, através do método dos elementos finitos**. 2000. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

REAL, M. V. **Notas de Aula - Concreto Protendido**. 2012. Graduação em Engenharia Civil. Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande.

RIBEIRO, S. E. C. **Análise da Confiabilidade de Vigas de Concreto Armado com Plástico Reforçado por Fibras**. 2009. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

ROCHA, R. G. **Análise de Confiabilidade de Vigas Portuárias de Concreto Protendido**. 2014. Dissertação (Mestrado em Engenharia Oceânica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande.

RUDLOFF. **Catálogo técnico**. 2006. Disponível em: < <http://www.rudloff.com.br> > Acesso em junho. 2013.

TAO, X.; DU, G. **Ultimate stress of unbonded tendons in partially prestressed concrete beams**. Journal of Building Structures, December, 1985.

VEIGA, J.M.G.C. **Métodos de Análise das Incertezas na Verificação da Segurança Estrutural em Engenharia Civil**. 2008. Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Universidade do Porto, FEUP.

VERÍSSIMO, G. S., CÉSAR Jr., K. M. L. **Concreto Protendido: Fundamentos Básicos, notas de aula**. Universidade Federal de Viçosa, UFV, Viçosa, 1998.

VOELCKER, M. **Análise dos fatores influentes na tensão última de protensão em cabos não aderentes**. 2004. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

WARWARUK, J, **Strength in flexure of bonded and unbonded prestressed concrete beams**. University of Illinois, 1957.

APÊNDICE A

RESULTADOS PARA VIGAS DE SEÇÃO RETANGULAR

GR	Viga	f_{ck}	f_{ptk}	f_{yk}	r	λ	A_p	A_{s1}	A_{s2}	β
		$\left[\frac{kN}{cm^2} \right]$	$\left[\frac{kN}{cm^2} \right]$	$\left[\frac{kN}{cm^2} \right]$			$[cm^2]$	$[cm^2]$	$[cm^2]$	
Grupo 1	VR-3,0-175-0,25-10	3,0	175	50	0,25	10	7,10	2,45	1,57	3,6983
	VR-3,5-175-0,25-10	3,5	175	50	0,25	10	7,10	2,45	1,57	3,7366
	VR-4,0-175-0,25-10	4,0	175	50	0,25	10	7,10	2,45	1,57	3,7662
	VR-4,5-175-0,25-10	4,5	175	50	0,25	10	7,10	2,45	1,57	3,7894
	VR-5,0-175-0,25-10	5,0	175	50	0,25	10	7,10	2,45	1,57	3,8082
Grupo 2	VR-3,0-190-0,25-10	3,0	190	50	0,25	10	6,08	2,45	1,01	3,4827
	VR-3,5-190-0,25-10	3,5	190	50	0,25	10	6,08	2,45	1,01	3,5208
	VR-4,0-190-0,25-10	4,0	190	50	0,25	10	6,08	2,45	1,01	3,5495
	VR-4,5-190-0,25-10	4,5	190	50	0,25	10	6,08	2,45	1,01	3,5716
	VR-5,0-190-0,25-10	5,0	190	50	0,25	10	6,08	2,45	1,01	3,5895
Grupo 3	VR-3,0-210-0,25-10	3,0	210	50	0,25	10	6,08	2,45	1,57	3,7766
	VR-3,5-210-0,25-10	3,5	210	50	0,25	10	6,08	2,45	1,57	3,8166
	VR-4,0-210-0,25-10	4,0	210	50	0,25	10	6,08	2,45	1,57	3,8470
	VR-4,5-210-0,25-10	4,5	210	50	0,25	10	6,08	2,45	1,57	3,8709
	VR-5,0-210-0,25-10	5,0	210	50	0,25	10	6,08	2,45	1,57	3,8901
Grupo 4	VR-3,0-175-0,375-10	3,0	175	50	0,375	10	7,10	2,45	1,57	4,0216
	VR-3,5-175-0,375-10	3,5	175	50	0,375	10	7,10	2,45	1,57	4,0642
	VR-4,0-175-0,375-10	4,0	175	50	0,375	10	7,10	2,45	1,57	4,0962
	VR-4,5-175-0,375-10	4,5	175	50	0,375	10	7,10	2,45	1,57	4,1211
	VR-5,0-175-0,375-10	5,0	175	50	0,375	10	7,10	2,45	1,57	4,1411
Grupo 5	VR-3,0-190-0,375-10	3,0	190	50	0,375	10	6,08	2,45	1,01	3,7904
	VR-3,5-190-0,375-10	3,5	190	50	0,375	10	6,08	2,45	1,01	3,8314
	VR-4,0-190-0,375-10	4,0	190	50	0,375	10	6,08	2,45	1,01	3,8622
	VR-4,5-190-0,375-10	4,5	190	50	0,375	10	6,08	2,45	1,01	3,8861
	VR-5,0-190-0,375-10	5,0	190	50	0,375	10	6,08	2,45	1,01	3,9053
Grupo 6	VR-3,0-210-0,375-10	3,0	210	50	0,375	10	6,08	2,45	1,57	4,1076
	VR-3,5-210-0,375-10	3,5	210	50	0,375	10	6,08	2,45	1,57	4,1505
	VR-4,0-210-0,375-10	4,0	210	50	0,375	10	6,08	2,45	1,57	4,1831
	VR-4,5-210-0,375-10	4,5	210	50	0,375	10	6,08	2,45	1,57	4,2086
	VR-5,0-210-0,375-10	5,0	210	50	0,375	10	6,08	2,45	1,57	4,2292
Grupo 7	VR-3,0-175-0,50-10	3,0	175	50	0,50	10	7,10	2,45	1,57	4,4235
	VR-3,5-175-0,50-10	3,5	175	50	0,50	10	7,10	2,45	1,57	4,4670
	VR-4,0-175-0,50-10	4,0	175	50	0,50	10	7,10	2,45	1,57	4,5014
	VR-4,5-175-0,50-10	4,5	175	50	0,50	10	7,10	2,45	1,57	4,5284
	VR-5,0-175-0,50-10	5,0	175	50	0,50	10	7,10	2,45	1,57	4,5502

GR	Viga	f_{ck} [$\frac{kN}{cm^2}$]	f_{ptk} [$\frac{kN}{cm^2}$]	f_{yk} [$\frac{kN}{cm^2}$]	r	λ	A_p [cm^2]	A_{s1} [cm^2]	A_{s2} [cm^2]	β
Grupo 8	VR-3,0-190-0,50-10	3,0	190	50	0,50	10	7,10	2,45	1,57	4,6999
	VR-3,5-190-0,50-10	3,5	190	50	0,50	10	7,10	2,45	1,57	4,7484
	VR-4,0-190-0,50-10	4,0	190	50	0,50	10	7,10	2,45	1,57	4,7853
	VR-4,5-190-0,50-10	4,5	190	50	0,50	10	7,10	2,45	1,57	4,8142
	VR-5,0-190-0,50-10	5,0	190	50	0,50	10	7,10	2,45	1,57	4,8375
Grupo 9	VR-3,0-210-0,50-10	3,0	210	50	0,50	10	6,08	2,45	1,57	4,5139
	VR-3,5-210-0,50-10	3,5	210	50	0,50	10	6,08	2,45	1,57	4,5659
	VR-4,0-210-0,50-10	4,0	210	50	0,50	10	6,08	2,45	1,57	4,5958
	VR-4,5-210-0,50-10	4,5	210	50	0,50	10	6,08	2,45	1,57	4,6292
	VR-5,0-210-0,50-10	5,0	210	50	0,50	10	6,08	2,45	1,57	4,6515
Grupo 10	VR-3,0-175-0,625-10	3,0	175	50	0,625	10	8,11	2,45	2,45	5,4232
	VR-3,5-175-0,625-10	3,5	175	50	0,625	10	8,11	2,45	2,45	5,4808
	VR-4,0-175-0,625-10	4,0	175	50	0,625	10	8,11	2,45	2,45	5,5143
	VR-4,5-175-0,625-10	4,5	175	50	0,625	10	8,11	2,45	2,45	5,5458
	VR-5,0-175-0,625-10	5,0	175	50	0,625	10	8,11	2,45	2,45	5,5713
Grupo 11	VR-3,0-190-0,625-10	3,0	190	50	0,625	10	7,10	2,45	1,57	5,2260
	VR-3,5-190-0,625-10	3,5	190	50	0,625	10	7,10	2,45	1,57	5,2791
	VR-4,0-190-0,625-10	4,0	190	50	0,625	10	7,10	2,45	1,57	5,3195
	VR-4,5-190-0,625-10	4,5	190	50	0,625	10	7,10	2,45	1,57	5,3510
	VR-5,0-190-0,625-10	5,0	190	50	0,625	10	7,10	2,45	1,57	5,3764
Grupo 12	VR-3,0-210-0,625-10	3,0	210	50	0,625	10	7,10	2,45	2,45	5,6058
	VR-3,5-210-0,625-10	3,5	210	50	0,625	10	7,10	2,45	2,45	5,6528
	VR-4,0-210-0,625-10	4,0	210	50	0,625	10	7,10	2,45	2,45	5,6940
	VR-4,5-210-0,625-10	4,5	210	50	0,625	10	7,10	2,45	2,45	5,7266
	VR-5,0-210-0,625-10	5,0	210	50	0,625	10	7,10	2,45	2,45	5,7531
Grupo 13	VR-3,0-175-0,75-10	3,0	175	50	0,75	10	8,11	2,45	2,45	6,0239
	VR-3,5-175-0,75-10	3,5	175	50	0,75	10	8,11	2,45	2,45	6,0757
	VR-4,0-175-0,75-10	4,0	175	50	0,75	10	8,11	2,45	2,45	6,1218
	VR-4,5-175-0,75-10	4,5	175	50	0,75	10	8,11	2,45	2,45	6,1520
	VR-5,0-175-0,75-10	5,0	175	50	0,75	10	8,11	2,45	2,45	6,1792
Grupo 14	VR-3,0-190-0,75-10	3,0	190	50	0,75	10	8,11	2,45	2,45	6,3422
	VR-3,5-190-0,75-10	3,5	190	50	0,75	10	8,11	2,45	2,45	6,4000
	VR-4,0-190-0,75-10	4,0	190	50	0,75	10	8,11	2,45	2,45	6,4445
	VR-4,5-190-0,75-10	4,5	190	50	0,75	10	8,11	2,45	2,45	6,4796
	VR-5,0-190-0,75-10	5,0	190	50	0,75	10	8,11	2,45	2,45	6,5080
Grupo 15	VR-3,0-210-0,75-10	3,0	210	50	0,75	10	7,10	2,45	2,45	6,2099
	VR-3,5-210-0,75-10	3,5	210	50	0,75	10	7,10	2,45	2,45	6,2701
	VR-4,0-210-0,75-10	4,0	210	50	0,75	10	7,10	2,45	2,45	6,3138
	VR-4,5-210-0,75-10	4,5	210	50	0,75	10	7,10	2,45	2,45	6,3485
	VR-5,0-210-0,75-10	5,0	210	50	0,75	10	7,10	2,45	2,45	6,3764

GR	Viga	f_{ck} $\left[\frac{kN}{cm^2} \right]$	f_{ptk} $\left[\frac{kN}{cm^2} \right]$	f_{yk} $\left[\frac{kN}{cm^2} \right]$	r	λ	A_p $[cm^2]$	A_{s1} $[cm^2]$	A_{s2} $[cm^2]$	β
Grupo 16	VR-3,0-175-0,25-12,5	3,0	175	50	0,25	12,5	10,14	2,45	1,57	3,1376
	VR-3,5-175-0,25-12,5	3,5	175	50	0,25	12,5	10,14	2,45	1,57	3,1924
	VR-4,0-175-0,25-12,5	4,0	175	50	0,25	12,5	10,14	2,45	1,57	3,2341
	VR-4,5-175-0,25-12,5	4,5	175	50	0,25	12,5	10,14	2,45	1,57	3,2671
	VR-5,0-175-0,25-12,5	5,0	175	50	0,25	12,5	10,14	2,45	1,57	3,2934
Grupo 17	VR-3,0-190-0,25-12,5	3,0	190	50	0,25	12,5	9,13	2,45	1,57	3,0678
	VR-3,5-190-0,25-12,5	3,5	190	50	0,25	12,5	9,13	2,45	1,57	3,1215
	VR-4,0-190-0,25-12,5	4,0	190	50	0,25	12,5	9,13	2,45	1,57	3,1624
	VR-4,5-190-0,25-12,5	4,5	190	50	0,25	12,5	9,13	2,45	1,57	3,1946
	VR-5,0-190-0,25-12,5	5,0	190	50	0,25	12,5	9,13	2,45	1,57	3,2206
Grupo 18	VR-3,0-210-0,25-12,5	3,0	210	50	0,25	12,5	8,11	2,45	1,57	3,0130
	VR-3,5-210-0,25-12,5	3,5	210	50	0,25	12,5	8,11	2,45	1,57	3,0660
	VR-4,0-210-0,25-12,5	4,0	210	50	0,25	12,5	8,11	2,45	1,57	3,1064
	VR-4,5-210-0,25-12,5	4,5	210	50	0,25	12,5	8,11	2,45	1,57	3,1380
	VR-5,0-210-0,25-12,5	5,0	210	50	0,25	12,5	8,11	2,45	1,57	3,1635
Grupo 19	VR-3,0-175-0,375-12,5	3,0	175	50	0,375	12,5	11,15	2,45	2,45	3,7360
	VR-3,5-175-0,375-12,5	3,5	175	50	0,375	12,5	11,15	2,45	2,45	3,7928
	VR-4,0-175-0,375-12,5	4,0	175	50	0,375	12,5	11,15	2,45	2,45	3,8385
	VR-4,5-175-0,375-12,5	4,5	175	50	0,375	12,5	11,15	2,45	2,45	3,8773
	VR-5,0-175-0,375-12,5	5,0	175	50	0,375	12,5	11,15	2,45	2,45	3,9069
Grupo 20	VR-3,0-190-0,375-12,5	3,0	190	50	0,375	12,5	10,14	2,45	2,45	3,6931
	VR-3,5-190-0,375-12,5	3,5	190	50	0,375	12,5	10,14	2,45	2,45	3,7490
	VR-4,0-190-0,375-12,5	4,0	190	50	0,375	12,5	10,14	2,45	2,45	3,7943
	VR-4,5-190-0,375-12,5	4,5	190	50	0,375	12,5	10,14	2,45	2,45	3,8331
	VR-5,0-190-0,375-12,5	5,0	190	50	0,375	12,5	10,14	2,45	2,45	3,8623
Grupo 21	VR-3,0-210-0,375-12,5	3,0	210	50	0,375	12,5	9,13	2,45	2,45	3,6741
	VR-3,5-210-0,375-12,5	3,5	210	50	0,375	12,5	9,13	2,45	2,45	3,7297
	VR-4,0-210-0,375-12,5	4,0	210	50	0,375	12,5	9,13	2,45	2,45	3,7748
	VR-4,5-210-0,375-12,5	4,5	210	50	0,375	12,5	9,13	2,45	2,45	3,8135
	VR-5,0-210-0,375-12,5	5,0	210	50	0,375	12,5	9,13	2,45	2,45	3,8401
Grupo 22	VR-3,0-175-0,50-12,5	3,0	175	50	0,50	12,5	11,15	2,45	2,45	4,1075
	VR-3,5-175-0,50-12,5	3,5	175	50	0,50	12,5	11,15	2,45	2,45	4,1735
	VR-4,0-175-0,50-12,5	4,0	175	50	0,50	12,5	11,15	2,45	2,45	4,2215
	VR-4,5-175-0,50-12,5	4,5	175	50	0,50	12,5	11,15	2,45	2,45	4,2611
	VR-5,0-175-0,50-12,5	5,0	175	50	0,50	12,5	11,15	2,45	2,45	4,2932

GR	Viga	f_{ck}	f_{ptk}	f_{yk}	r	λ	A_p	A_{s1}	A_{s2}	β
		$\left[\frac{kN}{cm^2} \right]$	$\left[\frac{kN}{cm^2} \right]$	$\left[\frac{kN}{cm^2} \right]$			$[cm^2]$	$[cm^2]$	$[cm^2]$	
Grupo 23	VR-3,0-190-0,50-12,5	3,0	190	50	0,50	12,5	11,15	2,45	2,45	4,3769
	VR-3,5-190-0,50-12,5	3,5	190	50	0,50	12,5	10,14	2,45	2,45	4,1241
	VR-4,0-190-0,50-12,5	4,0	190	50	0,50	12,5	10,14	2,45	2,45	4,1736
	VR-4,5-190-0,50-12,5	4,5	190	50	0,50	12,5	10,14	2,45	2,45	4,2128
	VR-5,0-190-0,50-12,5	5,0	190	50	0,50	12,5	10,14	2,45	2,45	4,2446
Grupo 24	VR-3,0-210-0,50-12,5	3,0	210	50	0,50	12,5	10,14	2,45	2,45	4,3888
	VR-3,5-210-0,50-12,5	3,5	210	50	0,50	12,5	10,14	2,45	2,45	4,4730
	VR-4,0-210-0,50-12,5	4,0	210	50	0,50	12,5	10,14	2,45	2,45	4,5268
	VR-4,5-210-0,50-12,5	4,5	210	50	0,50	12,5	10,14	2,45	2,45	4,5660
	VR-5,0-210-0,50-12,5	5,0	210	50	0,50	12,5	10,14	2,45	2,45	4,6045
Grupo 25	VR-3,0-175-0,625-12,5	3,0	175	50	0,625	12,5	12,17	2,45	2,45	4,8821
	VR-3,5-175-0,625-12,5	3,5	175	50	0,625	12,5	12,17	2,45	2,45	4,9733
	VR-4,0-175-0,625-12,5	4,0	175	50	0,625	12,5	12,17	2,45	2,45	5,0371
	VR-4,5-175-0,625-12,5	4,5	175	50	0,625	12,5	12,17	2,45	2,45	5,0842
	VR-5,0-175-0,625-12,5	5,0	175	50	0,625	12,5	12,17	2,45	2,45	5,1223
Grupo 26	VR-3,0-190-0,625-12,5	3,0	190	50	0,625	12,5	11,15	2,45	2,45	4,8638
	VR-3,5-190-0,625-12,5	3,5	190	50	0,625	12,5	11,15	2,45	2,45	4,9583
	VR-4,0-190-0,625-12,5	4,0	190	50	0,625	12,5	11,15	2,45	2,45	5,0172
	VR-4,5-190-0,625-12,5	4,5	190	50	0,625	12,5	11,15	2,45	2,45	5,0641
	VR-5,0-190-0,625-12,5	5,0	190	50	0,625	12,5	11,15	2,45	2,45	5,1024
Grupo 27	VR-3,0-210-0,625-12,5	3,0	210	50	0,625	12,5	10,14	2,45	2,45	4,8768
	VR-3,5-210-0,625-12,5	3,5	210	50	0,625	12,5	10,14	2,45	2,45	4,9690
	VR-4,0-210-0,625-12,5	4,0	210	50	0,625	12,5	10,14	2,45	2,45	5,0280
	VR-4,5-210-0,625-12,5	4,5	210	50	0,625	12,5	10,14	2,45	2,45	5,0783
	VR-5,0-210-0,625-12,5	5,0	210	50	0,625	12,5	10,14	2,45	2,45	5,1130
Grupo 28	VR-3,0-175-0,75-12,5	3,0	175	50	0,75	12,5	13,18	2,45	3,68	5,7605
	VR-3,5-175-0,75-12,5	3,5	175	50	0,75	12,5	13,18	2,45	3,68	5,8843
	VR-4,0-175-0,75-12,5	4,0	175	50	0,75	12,5	13,18	2,45	3,68	5,9394
	VR-4,5-175-0,75-12,5	4,5	175	50	0,75	12,5	13,18	2,45	3,68	5,9889
	VR-5,0-175-0,75-12,5	5,0	175	50	0,75	12,5	13,18	2,45	3,68	6,0296
Grupo 29	VR-3,0-190-0,75-12,5	3,0	190	50	0,75	12,5	12,17	2,45	3,68	5,7684
	VR-3,5-190-0,75-12,5	3,5	190	50	0,75	12,5	12,17	2,45	3,68	5,8856
	VR-4,0-190-0,75-12,5	4,0	190	50	0,75	12,5	12,17	2,45	3,68	5,9469
	VR-4,5-190-0,75-12,5	4,5	190	50	0,75	12,5	12,17	2,45	3,68	5,9966
	VR-5,0-190-0,75-12,5	5,0	190	50	0,75	12,5	12,17	2,45	3,68	6,0374
Grupo 30	VR-3,0-210-0,75-12,5	3,0	210	50	0,75	12,5	11,15	2,45	3,68	5,8125
	VR-3,5-210-0,75-12,5	3,5	210	50	0,75	12,5	11,15	2,45	3,68	5,9435
	VR-4,0-210-0,75-12,5	4,0	210	50	0,75	12,5	11,15	2,45	3,68	6,0049
	VR-4,5-210-0,75-12,5	4,5	210	50	0,75	12,5	11,15	2,45	3,68	6,0486
	VR-5,0-210-0,75-12,5	5,0	210	50	0,75	12,5	11,15	2,45	3,68	6,0898

GR	Viga	f_{ck}	f_{ptk}	f_{yk}	r	λ	A_p	A_{s1}	A_{s2}	β
		$\left[\frac{kN}{cm^2} \right]$	$\left[\frac{kN}{cm^2} \right]$	$\left[\frac{kN}{cm^2} \right]$			$[cm^2]$	$[cm^2]$	$[cm^2]$	
Grupo 31	VR-3,0-175-0,25-15	3,0	175	50	0,25	15	15,21	2,45	2,45	2,9588
	VR-3,5-175-0,25-15	3,5	175	50	0,25	15	15,21	2,45	2,45	3,0683
	VR-4,0-175-0,25-15	4,0	175	50	0,25	15	14,20	2,45	2,45	2,9390
	VR-4,5-175-0,25-15	4,5	175	50	0,25	15	14,20	2,45	2,45	2,9821
	VR-5,0-175-0,25-15	5,0	175	50	0,25	15	14,20	2,45	2,45	3,0172
Grupo 32	VR-3,0-190-0,25-15	3,0	190	50	0,25	15	14,20	2,45	2,45	2,9909
	VR-3,5-190-0,25-15	3,5	190	50	0,25	15	13,18	2,45	2,45	2,8993
	VR-4,0-190-0,25-15	4,0	190	50	0,25	15	13,18	2,45	2,45	2,9620
	VR-4,5-190-0,25-15	4,5	190	50	0,25	15	13,18	2,45	2,45	3,0054
	VR-5,0-190-0,25-15	5,0	190	50	0,25	15	13,18	2,45	2,45	3,0408
Grupo 33	VR-3,0-210-0,25-15	3,0	210	50	0,25	15	12,17	4,02	2,45	2,9565
	VR-3,5-210-0,25-15	3,5	210	50	0,25	15	12,17	2,45	2,45	2,9518
	VR-4,0-210-0,25-15	4,0	210	50	0,25	15	12,17	2,45	2,45	3,0203
	VR-4,5-210-0,25-15	4,5	210	50	0,25	15	12,17	2,45	2,45	3,0644
	VR-5,0-210-0,25-15	5,0	210	50	0,25	15	12,17	2,45	2,45	3,1004
Grupo 34	VR-3,0-175-0,375-15	3,0	175	50	0,375	15	16,22	2,45	2,45	3,4047
	VR-3,5-175-0,375-15	3,5	175	50	0,375	15	16,22	2,45	3,68	3,5561
	VR-4,0-175-0,375-15	4,0	175	50	0,375	15	16,22	2,45	3,68	3,6499
	VR-4,5-175-0,375-15	4,5	175	50	0,375	15	15,21	2,45	2,45	3,4766
	VR-5,0-175-0,375-15	5,0	175	50	0,375	15	15,21	2,45	2,45	3,5168
Grupo 35	VR-3,0-190-0,375-15	3,0	190	50	0,375	15	15,21	2,45	3,68	3,4829
	VR-3,5-190-0,375-15	3,5	190	50	0,375	15	15,21	2,45	3,68	3,6049
	VR-4,0-190-0,375-15	4,0	190	50	0,375	15	14,20	2,45	2,45	3,4681
	VR-4,5-190-0,375-15	4,5	190	50	0,375	15	14,20	2,45	2,45	3,5183
	VR-5,0-190-0,375-15	5,0	190	50	0,375	15	14,20	2,45	2,45	3,5609
Grupo 36	VR-3,0-210-0,375-15	3,0	210	50	0,375	15	13,18	2,45	2,45	3,3256
	VR-3,5-210-0,375-15	3,5	210	50	0,375	15	13,18	2,45	2,45	3,4500
	VR-4,0-210-0,375-15	4,0	210	50	0,375	15	13,18	2,45	2,45	3,5475
	VR-4,5-210-0,375-15	4,5	210	50	0,375	15	13,18	2,45	2,45	3,6025
	VR-5,0-210-0,375-15	5,0	210	50	0,375	15	13,18	2,45	3,68	3,6533
Grupo 37	VR-3,0-175-0,50-15	3,0	175	50	0,50	15	18,25	2,45	3,68	4,1307
	VR-3,5-175-0,50-15	3,5	175	50	0,50	15	17,24	2,45	3,68	4,1010
	VR-4,0-175-0,50-15	4,0	175	50	0,50	15	17,24	2,45	3,68	4,2078
	VR-4,5-175-0,50-15	4,5	175	50	0,50	15	16,22	2,45	3,68	4,0697
	VR-5,0-175-0,50-15	5,0	175	50	0,50	15	16,22	2,45	3,68	4,1124

GR	Viga	f_{ck}	f_{ptk}	f_{yk}	r	λ	A_p	A_{s1}	A_{s2}	β
		$\left[\frac{kN}{cm^2} \right]$	$\left[\frac{kN}{cm^2} \right]$	$\left[\frac{kN}{cm^2} \right]$			$[cm^2]$	$[cm^2]$	$[cm^2]$	
Grupo 38	VR-3,0-190-0,50-15	3,0	190	50	0,50	15	16,22	2,45	3,68	4,0228
	VR-3,5-190-0,50-15	3,5	190	50	0,50	15	16,22	2,45	3,68	4,1647
	VR-4,0-190-0,50-15	4,0	190	50	0,50	15	15,21	2,45	3,68	4,0687
	VR-4,5-190-0,50-15	4,5	190	50	0,50	15	15,21	2,45	3,68	4,1306
	VR-5,0-190-0,50-15	5,0	190	50	0,50	15	15,21	2,45	3,68	4,1741
Grupo 39	VR-3,0-210-0,50-15	3,0	210	50	0,50	15	14,20	2,45	3,68	3,9180
	VR-3,5-210-0,50-15	3,5	210	50	0,50	15	14,20	2,45	3,68	4,0569
	VR-4,0-210-0,50-15	4,0	210	50	0,50	15	14,20	2,45	3,68	4,1658
	VR-4,5-210-0,50-15	4,5	210	50	0,50	15	14,20	2,45	3,68	4,2381
	VR-5,0-210-0,50-15	5,0	210	50	0,50	15	13,18	2,45	3,68	4,0168
Grupo 40	VR-3,0-175-0,625-15	3,0	175	50	0,625	15	19,27	2,45	4,91	4,5774
	VR-3,5-175-0,625-15	3,5	175	50	0,625	15	18,25	2,45	3,68	4,7496
	VR-4,0-175-0,625-15	4,0	175	50	0,625	15	18,25	2,45	3,68	4,8746
	VR-4,5-175-0,625-15	4,5	175	50	0,625	15	18,25	2,45	3,68	4,9747
	VR-5,0-175-0,625-15	5,0	175	50	0,625	15	17,24	2,45	3,68	4,8171
Grupo 41	VR-3,0-190-0,625-15	3,0	190	50	0,625	15	17,24	2,45	3,68	4,3867
	VR-3,5-190-0,625-15	3,5	190	50	0,625	15	17,24	2,45	3,68	4,8294
	VR-4,0-190-0,625-15	4,0	190	50	0,625	15	17,24	2,45	4,91	4,9863
	VR-4,5-190-0,625-15	4,5	190	50	0,625	15	16,22	2,45	3,68	4,8478
	VR-5,0-190-0,625-15	5,0	190	50	0,625	15	16,22	2,45	3,68	4,8999
Grupo 42	VR-3,0-210-0,625-15	3,0	210	50	0,625	15	16,22	2,45	4,91	4,4850
	VR-3,5-210-0,625-15	3,5	210	50	0,625	15	15,21	2,45	3,68	4,7411
	VR-4,0-210-0,625-15	4,0	210	50	0,625	15	15,21	2,45	3,68	4,8680
	VR-4,5-210-0,625-15	4,5	210	50	0,625	15	15,21	2,45	3,68	4,9697
	VR-5,0-210-0,625-15	5,0	210	50	0,625	15	14,20	2,45	3,68	4,7667
Grupo 43	VR-3,0-175-0,75-15	3,0	175	50	0,75	15	20,28	2,45	4,91	4,7986
	VR-3,5-175-0,75-15	3,5	175	50	0,75	15	20,28	2,45	4,91	5,6848
	VR-4,0-175-0,75-15	4,0	175	50	0,75	15	19,27	2,45	4,91	5,6443
	VR-4,5-175-0,75-15	4,5	175	50	0,75	15	19,27	2,45	4,91	5,7603
	VR-5,0-175-0,75-15	5,0	175	50	0,75	15	18,25	2,45	3,68	5,5919
Grupo 44	VR-3,0-190-0,75-15	3,0	190	50	0,75	15	19,27	2,45	4,91	4,8179
	VR-3,5-190-0,75-15	3,5	190	50	0,75	15	18,25	2,45	4,91	5,5976
	VR-4,0-190-0,75-15	4,0	190	50	0,75	15	18,25	2,45	4,91	5,7447
	VR-4,5-190-0,75-15	4,5	190	50	0,75	15	17,24	2,45	4,91	5,6439
	VR-5,0-190-0,75-15	5,0	190	50	0,75	15	17,24	2,45	4,91	5,7120
Grupo 45	VR-3,0-210-0,75-15	3,0	210	50	0,75	15	17,24	2,45	4,91	4,8039
	VR-3,5-210-0,75-15	3,5	210	50	0,75	15	16,22	2,45	4,91	5,0788
	VR-4,0-210-0,75-15	4,0	210	50	0,75	15	16,22	2,45	4,91	5,6750
	VR-4,5-210-0,75-15	4,5	210	50	0,75	15	16,22	2,45	4,91	5,7895
	VR-5,0-210-0,75-15	5,0	210	50	0,75	15	15,21	2,45	3,68	5,5876

APÊNDICE B

RESULTADOS PARA VIGAS DE SEÇÃO T

GR	Viga	f_{ck}	f_{ptk}	f_{yk}	r	λ	A_p	A_{s1}	A_{s2}	β
		$\left[\frac{kN}{cm^2} \right]$	$\left[\frac{kN}{cm^2} \right]$	$\left[\frac{kN}{cm^2} \right]$			$[cm^2]$	$[cm^2]$	$[cm^2]$	
Grupo 46	VT-3,0-175-0,25-10	3,0	175	50	0,25	10	6,08	2,45	2,45	3,3811
	VT-3,5-175-0,25-10	3,5	175	50	0,25	10	6,08	2,45	2,45	3,3972
	VT-4,0-175-0,25-10	4,0	175	50	0,25	10	6,08	2,45	2,45	3,4094
	VT-4,5-175-0,25-10	4,5	175	50	0,25	10	6,08	2,45	2,45	3,4190
	VT-5,0-175-0,25-10	5,0	175	50	0,25	10	6,08	2,45	2,45	3,4266
Grupo 47	VT-3,0-190-0,25-10	3,0	190	50	0,25	10	5,07	2,45	1,57	3,0763
	VT-3,5-190-0,25-10	3,5	190	50	0,25	10	5,07	2,45	1,57	3,0913
	VT-4,0-190-0,25-10	4,0	190	50	0,25	10	5,07	2,45	1,57	3,1024
	VT-4,5-190-0,25-10	4,5	190	50	0,25	10	5,07	2,45	1,57	3,1112
	VT-5,0-190-0,25-10	5,0	190	50	0,25	10	5,07	2,45	1,57	3,1182
Grupo 48	VT-3,0-210-0,25-10	3,0	210	50	0,25	10	5,07	2,45	2,45	3,3777
	VT-3,5-210-0,25-10	3,5	210	50	0,25	10	5,07	2,45	2,45	3,3940
	VT-4,0-210-0,25-10	4,0	210	50	0,25	10	5,07	2,45	2,45	3,4061
	VT-4,5-210-0,25-10	4,5	210	50	0,25	10	5,07	2,45	2,45	3,4156
	VT-5,0-210-0,25-10	5,0	210	50	0,25	10	5,07	2,45	2,45	3,4233
Grupo 49	VT-3,0-175-0,375-10	3,0	175	50	0,375	10	6,08	2,45	2,45	3,6832
	VT-3,5-175-0,375-10	3,5	175	50	0,375	10	6,08	2,45	2,45	3,6981
	VT-4,0-175-0,375-10	4,0	175	50	0,375	10	6,08	2,45	2,45	3,7112
	VT-4,5-175-0,375-10	4,5	175	50	0,375	10	6,08	2,45	2,45	3,7216
	VT-5,0-175-0,375-10	5,0	175	50	0,375	10	6,08	2,45	2,45	3,7298
Grupo 50	VT-3,0-190-0,375-10	3,0	190	50	0,375	10	5,07	2,45	1,57	3,3518
	VT-3,5-190-0,375-10	3,5	190	50	0,375	10	5,07	2,45	1,57	3,3678
	VT-4,0-190-0,375-10	4,0	190	50	0,375	10	5,07	2,45	1,57	3,3799
	VT-4,5-190-0,375-10	4,5	190	50	0,375	10	5,07	2,45	1,57	3,3895
	VT-5,0-190-0,375-10	5,0	190	50	0,375	10	5,07	2,45	1,57	3,3970
Grupo 51	VT-3,0-210-0,375-10	3,0	210	50	0,375	10	5,07	2,45	2,45	3,6774
	VT-3,5-210-0,375-10	3,5	210	50	0,375	10	5,07	2,45	2,45	3,6946
	VT-4,0-210-0,375-10	4,0	210	50	0,375	10	5,07	2,45	2,45	3,7077
	VT-4,5-210-0,375-10	4,5	210	50	0,375	10	5,07	2,45	2,45	3,7181
	VT-5,0-210-0,375-10	5,0	210	50	0,375	10	5,07	2,45	2,45	3,7264
Grupo 52	VT-3,0-175-0,50-10	3,0	175	50	0,50	10	6,08	2,45	2,45	4,0508
	VT-3,5-175-0,50-10	3,5	175	50	0,50	10	6,08	2,45	2,45	4,0693
	VT-4,0-175-0,50-10	4,0	175	50	0,50	10	6,08	2,45	2,45	4,0836
	VT-4,5-175-0,50-10	4,5	175	50	0,50	10	6,08	2,45	2,45	4,0947
	VT-5,0-175-0,50-10	5,0	175	50	0,50	10	6,08	2,45	2,45	4,1037

GR	Viga	f_{ck} $\left[\frac{kN}{cm^2} \right]$	f_{ptk} $\left[\frac{kN}{cm^2} \right]$	f_{yk} $\left[\frac{kN}{cm^2} \right]$	r	λ	A_p $[cm^2]$	A_{s1} $[cm^2]$	A_{s2} $[cm^2]$	β
Grupo 53	VT-3,0-190-0,50-10	3,0	190	50	0,50	10	6,08	2,45	2,45	4,3426
	VT-3,5-190-0,50-10	3,5	190	50	0,50	10	6,08	2,45	2,45	4,3624
	VT-4,0-190-0,50-10	4,0	190	50	0,50	10	6,08	2,45	2,45	4,3774
	VT-4,5-190-0,50-10	4,5	190	50	0,50	10	6,08	2,45	2,45	4,3891
	VT-5,0-190-0,50-10	5,0	190	50	0,50	10	6,08	2,45	2,45	4,3986
Grupo 54	VT-3,0-210-0,50-10	3,0	210	50	0,50	10	5,07	2,45	2,45	4,0472
	VT-3,5-210-0,50-10	3,5	210	50	0,50	10	5,07	2,45	2,45	4,0658
	VT-4,0-210-0,50-10	4,0	210	50	0,50	10	5,07	2,45	2,45	4,0800
	VT-4,5-210-0,50-10	4,5	210	50	0,50	10	5,07	2,45	2,45	4,0912
	VT-5,0-210-0,50-10	5,0	210	50	0,50	10	5,07	2,45	2,45	4,1002
Grupo 55	VT-3,0-175-0,625-10	3,0	175	50	0,625	10	7,10	2,45	2,45	5,1131
	VT-3,5-175-0,625-10	3,5	175	50	0,625	10	7,10	2,45	2,45	5,1355
	VT-4,0-175-0,625-10	4,0	175	50	0,625	10	7,10	2,45	2,45	5,1529
	VT-4,5-175-0,625-10	4,5	175	50	0,625	10	7,10	2,45	2,45	5,1666
	VT-5,0-175-0,625-10	5,0	175	50	0,625	10	7,10	2,45	2,45	5,1775
Grupo 56	VT-3,0-190-0,625-10	3,0	190	50	0,625	10	6,08	2,45	2,45	4,8297
	VT-3,5-190-0,625-10	3,5	190	50	0,625	10	6,08	2,45	2,45	4,8553
	VT-4,0-190-0,625-10	4,0	190	50	0,625	10	6,08	2,45	2,45	4,8685
	VT-4,5-190-0,625-10	4,5	190	50	0,625	10	6,08	2,45	2,45	4,8814
	VT-5,0-190-0,625-10	5,0	190	50	0,625	10	6,08	2,45	2,45	4,8918
Grupo 57	VT-3,0-210-0,625-10	3,0	210	50	0,625	10	6,08	2,45	3,68	5,2195
	VT-3,5-210-0,625-10	3,5	210	50	0,625	10	6,08	2,45	3,68	5,2426
	VT-4,0-210-0,625-10	4,0	210	50	0,625	10	6,08	2,45	3,68	5,2711
	VT-4,5-210-0,625-10	4,5	210	50	0,625	10	6,08	2,45	3,68	5,2739
	VT-5,0-210-0,625-10	5,0	210	50	0,625	10	6,08	2,45	3,68	5,2852
Grupo 58	VT-3,0-175-0,75-10	3,0	175	50	0,75	10	7,10	2,45	2,45	5,6813
	VT-3,5-175-0,75-10	3,5	175	50	0,75	10	7,10	2,45	2,45	5,7064
	VT-4,0-175-0,75-10	4,0	175	50	0,75	10	7,10	2,45	2,45	5,7252
	VT-4,5-175-0,75-10	4,5	175	50	0,75	10	7,10	2,45	2,45	5,7399
	VT-5,0-175-0,75-10	5,0	175	50	0,75	10	7,10	2,45	2,45	5,7518
Grupo 59	VT-3,0-190-0,75-10	3,0	190	50	0,75	10	6,08	2,45	2,45	5,3683
	VT-3,5-190-0,75-10	3,5	190	50	0,75	10	6,08	2,45	2,45	5,3925
	VT-4,0-190-0,75-10	4,0	190	50	0,75	10	6,08	2,45	2,45	5,4108
	VT-4,5-190-0,75-10	4,5	190	50	0,75	10	6,08	2,45	2,45	5,4250
	VT-5,0-190-0,75-10	5,0	190	50	0,75	10	6,08	2,45	2,45	5,4365
Grupo 60	VT-3,0-210-0,75-10	3,0	210	50	0,75	10	6,08	2,45	3,68	5,7985
	VT-3,5-210-0,75-10	3,5	210	50	0,75	10	6,08	2,45	3,68	5,8308
	VT-4,0-210-0,75-10	4,0	210	50	0,75	10	6,08	2,45	3,68	5,8429
	VT-4,5-210-0,75-10	4,5	210	50	0,75	10	6,08	2,45	3,68	5,8580
	VT-5,0-210-0,75-10	5,0	210	50	0,75	10	6,08	2,45	3,68	5,8701

GR	Viga	f_{ck} [$\frac{kN}{cm^2}$]	f_{ptk} [$\frac{kN}{cm^2}$]	f_{yk} [$\frac{kN}{cm^2}$]	r	λ	A_p [cm^2]	A_{s1} [cm^2]	A_{s2} [cm^2]	β
Grupo 61	VT-3,0-175-0,25-12,5	3,0	175	50	0,25	12,5	8,11	4,02	1,57	2,8704
	VT-3,5-175-0,25-12,5	3,5	175	50	0,25	12,5	8,11	4,02	1,57	2,8926
	VT-4,0-175-0,25-12,5	4,0	175	50	0,25	12,5	8,11	2,45	1,57	2,6850
	VT-4,5-175-0,25-12,5	4,5	175	50	0,25	12,5	8,11	2,45	1,57	2,6976
	VT-5,0-175-0,25-12,5	5,0	175	50	0,25	12,5	8,11	2,45	1,57	2,7077
Grupo 62	VT-3,0-190-0,25-12,5	3,0	190	50	0,25	12,5	8,11	2,45	2,45	2,9079
	VT-3,5-190-0,25-12,5	3,5	190	50	0,25	12,5	8,11	2,45	2,45	2,9304
	VT-4,0-190-0,25-12,5	4,0	190	50	0,25	12,5	8,11	2,45	2,45	2,9476
	VT-4,5-190-0,25-12,5	4,5	190	50	0,25	12,5	8,11	2,45	2,45	2,9609
	VT-5,0-190-0,25-12,5	5,0	190	50	0,25	12,5	8,11	2,45	2,45	2,9717
Grupo 63	VT-3,0-210-0,25-12,5	3,0	210	50	0,25	12,5	7,10	2,45	2,45	2,7994
	VT-3,5-210-0,25-12,5	3,5	210	50	0,25	12,5	7,10	2,45	2,45	2,8215
	VT-4,0-210-0,25-12,5	4,0	210	50	0,25	12,5	7,10	2,45	2,45	2,8382
	VT-4,5-210-0,25-12,5	4,5	210	50	0,25	12,5	7,10	2,45	2,45	2,8513
	VT-5,0-210-0,25-12,5	5,0	210	50	0,25	12,5	7,10	2,45	2,45	2,8617
Grupo 64	VT-3,0-175-0,375-12,5	3,0	175	50	0,375	12,5	9,13	2,45	2,45	3,2950
	VT-3,5-175-0,375-12,5	3,5	175	50	0,375	12,5	9,13	2,45	2,45	3,3172
	VT-4,0-175-0,375-12,5	4,0	175	50	0,375	12,5	9,13	2,45	2,45	3,3362
	VT-4,5-175-0,375-12,5	4,5	175	50	0,375	12,5	9,13	2,45	2,45	3,3510
	VT-5,0-175-0,375-12,5	5,0	175	50	0,375	12,5	9,13	2,45	2,45	3,3629
Grupo 65	VT-3,0-190-0,375-12,5	3,0	190	50	0,375	12,5	8,11	2,45	2,45	3,1687
	VT-3,5-190-0,375-12,5	3,5	190	50	0,375	12,5	8,11	2,45	2,45	3,1932
	VT-4,0-190-0,375-12,5	4,0	190	50	0,375	12,5	8,11	2,45	2,45	3,2117
	VT-4,5-190-0,375-12,5	4,5	190	50	0,375	12,5	8,11	2,45	2,45	3,2261
	VT-5,0-190-0,375-12,5	5,0	190	50	0,375	12,5	8,11	2,45	2,45	3,2378
Grupo 66	VT-3,0-210-0,375-12,5	3,0	210	50	0,375	12,5	7,10	2,45	2,45	3,0512
	VT-3,5-210-0,375-12,5	3,5	210	50	0,375	12,5	7,10	2,45	2,45	3,0751
	VT-4,0-210-0,375-12,5	4,0	210	50	0,375	12,5	7,10	2,45	2,45	3,0932
	VT-4,5-210-0,375-12,5	4,5	210	50	0,375	12,5	7,10	2,45	2,45	3,1074
	VT-5,0-210-0,375-12,5	5,0	210	50	0,375	12,5	7,10	2,45	2,45	3,1187
Grupo 67	VT-3,0-175-0,50-12,5	3,0	175	50	0,50	12,5	10,14	2,45	3,68	4,0175
	VT-3,5-175-0,50-12,5	3,5	175	50	0,50	12,5	9,13	2,45	2,45	3,6513
	VT-4,0-175-0,50-12,5	4,0	175	50	0,50	12,5	9,13	2,45	2,45	3,6721
	VT-4,5-175-0,50-12,5	4,5	175	50	0,50	12,5	9,13	2,45	2,45	3,6883
	VT-5,0-175-0,50-12,5	5,0	175	50	0,50	12,5	9,13	2,45	2,45	3,7013

GR	Viga	f_{ck} [$\frac{kN}{cm^2}$]	f_{ptk} [$\frac{kN}{cm^2}$]	f_{yk} [$\frac{kN}{cm^2}$]	r	λ	A_p [cm^2]	A_{s1} [cm^2]	A_{s2} [cm^2]	β
Grupo 68	VT-3,0-190-0,50-12,5	3,0	190	50	0,50	12,5	9,13	2,45	3,68	3,9299
	VT-3,5-190-0,50-12,5	3,5	190	50	0,50	12,5	9,13	2,45	3,68	3,9584
	VT-4,0-190-0,50-12,5	4,0	190	50	0,50	12,5	9,13	2,45	3,68	3,9802
	VT-4,5-190-0,50-12,5	4,5	190	50	0,50	12,5	9,13	2,45	3,68	3,9973
	VT-5,0-190-0,50-12,5	5,0	190	50	0,50	12,5	9,13	2,45	3,68	4,0111
Grupo 69	VT-3,0-210-0,50-12,5	3,0	210	50	0,50	12,5	8,11	2,45	3,68	3,8617
	VT-3,5-210-0,50-12,5	3,5	210	50	0,50	12,5	8,11	2,45	3,68	3,8900
	VT-4,0-210-0,50-12,5	4,0	210	50	0,50	12,5	8,11	2,45	3,68	3,9115
	VT-4,5-210-0,50-12,5	4,5	210	50	0,50	12,5	8,11	2,45	3,68	3,9285
Grupo 70	VT-5,0-210-0,50-12,5	5,0	210	50	0,50	12,5	8,11	2,45	3,68	3,9421
	VT-3,0-175-0,625-12,5	3,0	175	50	0,625	12,5	10,14	2,45	3,68	4,4679
	VT-3,5-175-0,625-12,5	3,5	175	50	0,625	12,5	10,14	2,45	3,68	4,5001
	VT-4,0-175-0,625-12,5	4,0	175	50	0,625	12,5	10,14	2,45	3,68	4,5245
	VT-4,5-175-0,625-12,5	4,5	175	50	0,625	12,5	10,14	2,45	3,68	4,5437
Grupo 71	VT-5,0-175-0,625-12,5	5,0	175	50	0,625	12,5	10,14	2,45	3,68	4,5593
	VT-3,0-190-0,625-12,5	3,0	190	50	0,625	12,5	10,14	2,45	3,68	4,8018
	VT-3,5-190-0,625-12,5	3,5	190	50	0,625	12,5	9,13	2,45	3,68	4,4027
	VT-4,0-190-0,625-12,5	4,0	190	50	0,625	12,5	9,13	2,45	3,68	4,4268
Grupo 72	VT-4,5-190-0,625-12,5	4,5	190	50	0,625	12,5	9,13	2,45	3,68	4,4457
	VT-5,0-190-0,625-12,5	5,0	190	50	0,625	12,5	9,13	2,45	3,68	4,4611
	VT-3,0-210-0,625-12,5	3,0	210	50	0,625	12,5	9,13	2,45	3,68	4,7781
	VT-3,5-210-0,625-12,5	3,5	210	50	0,625	12,5	8,11	2,45	3,68	4,3266
	VT-4,0-210-0,625-12,5	4,0	210	50	0,625	12,5	8,11	2,45	3,68	4,3505
Grupo 73	VT-4,5-210-0,625-12,5	4,5	210	50	0,625	12,5	8,11	2,45	3,68	4,3694
	VT-5,0-210-0,625-12,5	5,0	210	50	0,625	12,5	8,11	2,45	3,68	4,3845
	VT-3,0-175-0,75-12,5	3,0	175	50	0,75	12,5	11,15	2,45	3,68	5,3946
	VT-3,5-175-0,75-12,5	3,5	175	50	0,75	12,5	11,15	2,45	3,68	5,4415
	VT-4,0-175-0,75-12,5	4,0	175	50	0,75	12,5	11,15	2,45	3,68	5,4614
Grupo 74	VT-4,5-175-0,75-12,5	4,5	175	50	0,75	12,5	11,15	2,45	3,68	5,4840
	VT-5,0-175-0,75-12,5	5,0	175	50	0,75	12,5	11,15	2,45	3,68	5,5023
	VT-3,0-190-0,75-12,5	3,0	190	50	0,75	12,5	10,14	2,45	3,68	5,3340
	VT-3,5-190-0,75-12,5	3,5	190	50	0,75	12,5	10,14	2,45	3,68	5,3718
	VT-4,0-190-0,75-12,5	4,0	190	50	0,75	12,5	10,14	2,45	3,68	5,4005
Grupo 75	VT-4,5-190-0,75-12,5	4,5	190	50	0,75	12,5	10,14	2,45	3,68	5,4230
	VT-5,0-190-0,75-12,5	5,0	190	50	0,75	12,5	10,14	2,45	3,68	5,4412
	VT-3,0-210-0,75-12,5	3,0	210	50	0,75	12,5	9,13	2,45	3,68	5,3078
	VT-3,5-210-0,75-12,5	3,5	210	50	0,75	12,5	9,13	2,45	3,68	5,3456
	VT-4,0-210-0,75-12,5	4,0	210	50	0,75	12,5	9,13	2,45	3,68	5,3743
	VT-4,5-210-0,75-12,5	4,5	210	50	0,75	12,5	9,13	2,45	3,68	5,3967
	VT-5,0-210-0,75-12,5	5,0	210	50	0,75	12,5	9,13	2,45	3,68	5,4149

GR	Viga	f_{ck} $\left[\frac{kN}{cm^2} \right]$	f_{ptk} $\left[\frac{kN}{cm^2} \right]$	f_{yk} $\left[\frac{kN}{cm^2} \right]$	r	λ	A_p $[cm^2]$	A_{s1} $[cm^2]$	A_{s2} $[cm^2]$	β
Grupo 76	VT-3,0-175-0,25-15	3,0	175	50	0,25	15	12,17	4,02	2,45	2,7570
	VT-3,5-175-0,25-15	3,5	175	50	0,25	15	12,17	4,02	2,45	2,7886
	VT-4,0-175-0,25-15	4,0	175	50	0,25	15	12,17	4,02	2,45	2,8125
	VT-4,5-175-0,25-15	4,5	175	50	0,25	15	12,17	4,02	2,45	2,8311
	VT-5,0-175-0,25-15	5,0	175	50	0,25	15	12,17	2,45	2,45	2,6901
Grupo 77	VT-3,0-190-0,25-15	3,0	190	50	0,25	15	11,15	4,02	2,45	2,7407
	VT-3,5-190-0,25-15	3,5	190	50	0,25	15	11,15	4,02	2,45	2,7722
	VT-4,0-190-0,25-15	4,0	190	50	0,25	15	11,15	4,02	2,45	2,7960
	VT-4,5-190-0,25-15	4,5	190	50	0,25	15	11,15	4,02	2,45	2,8146
	VT-5,0-190-0,25-15	5,0	190	50	0,25	15	11,15	2,45	2,45	2,6727
Grupo 78	VT-3,0-210-0,25-15	3,0	210	50	0,25	15	10,14	4,02	2,45	2,7530
	VT-3,5-210-0,25-15	3,5	210	50	0,25	15	10,14	4,02	2,45	2,7847
	VT-4,0-210-0,25-15	4,0	210	50	0,25	15	10,14	4,02	2,45	2,8086
	VT-4,5-210-0,25-15	4,5	210	50	0,25	15	10,14	4,02	2,45	2,8273
	VT-5,0-210-0,25-15	5,0	210	50	0,25	15	10,14	2,45	2,45	2,6862
Grupo 79	VT-3,0-175-0,375-15	3,0	175	50	0,375	15	14,20	2,45	3,68	3,3760
	VT-3,5-175-0,375-15	3,5	175	50	0,375	15	13,18	2,45	3,68	3,1544
	VT-4,0-175-0,375-15	4,0	175	50	0,375	15	13,18	2,45	3,68	3,1807
	VT-4,5-175-0,375-15	4,5	175	50	0,375	15	13,18	2,45	3,68	3,2014
	VT-5,0-175-0,375-15	5,0	175	50	0,375	15	13,18	2,45	3,68	3,2181
Grupo 80	VT-3,0-190-0,375-15	3,0	190	50	0,375	15	12,17	2,45	3,68	3,1281
	VT-3,5-190-0,375-15	3,5	190	50	0,375	15	12,17	2,45	3,68	3,1604
	VT-4,0-190-0,375-15	4,0	190	50	0,375	15	12,17	2,45	3,68	3,1868
	VT-4,5-190-0,375-15	4,5	190	50	0,375	15	12,17	2,45	3,68	3,2075
	VT-5,0-190-0,375-15	5,0	190	50	0,375	15	12,17	2,45	3,68	3,2243
Grupo 81	VT-3,0-210-0,375-15	3,0	210	50	0,375	15	11,15	2,45	3,68	3,1711
	VT-3,5-210-0,375-15	3,5	210	50	0,375	15	11,15	2,45	3,68	3,2036
	VT-4,0-210-0,375-15	4,0	210	50	0,375	15	11,15	2,45	3,68	3,2303
	VT-4,5-210-0,375-15	4,5	210	50	0,375	15	11,15	2,45	3,68	3,2513
	VT-5,0-210-0,375-15	5,0	210	50	0,375	15	11,15	2,45	3,68	3,2710
Grupo 82	VT-3,0-175-0,50-15	3,0	175	50	0,50	15	15,21	2,45	4,91	3,9766
	VT-3,5-175-0,50-15	3,5	175	50	0,50	15	14,20	2,45	3,68	3,7588
	VT-4,0-175-0,50-15	4,0	175	50	0,50	15	14,20	2,45	3,68	3,7858
	VT-4,5-175-0,50-15	4,5	175	50	0,50	15	14,20	2,45	3,68	3,8097
	VT-5,0-175-0,50-15	5,0	175	50	0,50	15	13,18	2,45	3,68	3,5418

GR	Viga	f_{ck} [$\frac{kN}{cm^2}$]	f_{ptk} [$\frac{kN}{cm^2}$]	f_{yk} [$\frac{kN}{cm^2}$]	r	λ	A_p [cm^2]	A_{s1} [cm^2]	A_{s2} [cm^2]	β
Grupo 83	VT-3,0-190-0,50-15	3,0	190	50	0,50	15	14,20	2,45	4,91	4,0241
	VT-3,5-190-0,50-15	3,5	190	50	0,50	15	13,18	2,45	3,68	3,7844
	VT-4,0-190-0,50-15	4,0	190	50	0,50	15	13,18	2,45	4,91	3,8160
	VT-4,5-190-0,50-15	4,5	190	50	0,50	15	13,18	2,45	4,91	3,8397
	VT-5,0-190-0,50-15	5,0	190	50	0,50	15	12,17	2,45	3,68	3,5486
Grupo 84	VT-3,0-210-0,50-15	3,0	210	50	0,50	15	12,17	2,45	4,91	3,8197
	VT-3,5-210-0,50-15	3,5	210	50	0,50	15	12,17	2,45	4,91	3,8593
	VT-4,0-210-0,50-15	4,0	210	50	0,50	15	12,17	2,45	4,91	3,8898
	VT-4,5-210-0,50-15	4,5	210	50	0,50	15	11,15	2,45	3,68	3,5785
	VT-5,0-210-0,50-15	5,0	210	50	0,50	15	11,15	2,45	3,68	3,5971
Grupo 85	VT-3,0-175-0,625-15	3,0	175	50	0,625	15	16,22	2,45	4,91	4,6925
	VT-3,5-175-0,625-15	3,5	175	50	0,625	15	15,21	2,45	4,91	4,4672
	VT-4,0-175-0,625-15	4,0	175	50	0,625	15	15,21	2,45	4,91	4,5019
	VT-4,5-175-0,625-15	4,5	175	50	0,625	15	15,21	2,45	4,91	4,5353
	VT-5,0-175-0,625-15	5,0	175	50	0,625	15	14,20	2,45	3,68	4,2633
Grupo 86	VT-3,0-190-0,625-15	3,0	190	50	0,625	15	15,21	2,45	6,03	4,7666
	VT-3,5-190-0,625-15	3,5	190	50	0,625	15	14,20	2,45	4,91	4,5206
	VT-4,0-190-0,625-15	4,0	190	50	0,625	15	14,20	2,45	4,91	4,5556
	VT-4,5-190-0,625-15	4,5	190	50	0,625	15	14,20	2,45	4,91	4,5894
	VT-5,0-190-0,625-15	5,0	190	50	0,625	15	13,18	2,45	4,91	4,2970
Grupo 87	VT-3,0-210-0,625-15	3,0	210	50	0,625	15	13,18	2,45	4,91	4,5849
	VT-3,5-210-0,625-15	3,5	210	50	0,625	15	13,18	2,45	4,91	4,6258
	VT-4,0-210-0,625-15	4,0	210	50	0,625	15	13,18	2,45	4,91	4,6615
	VT-4,5-210-0,625-15	4,5	210	50	0,625	15	12,17	2,45	4,91	4,3587
	VT-5,0-210-0,625-15	5,0	210	50	0,625	15	12,17	2,45	4,91	4,3805
Grupo 88	VT-3,0-175-0,75-15	3,0	175	50	0,75	15	17,24	2,45	6,03	5,4829
	VT-3,5-175-0,75-15	3,5	175	50	0,75	15	17,24	2,45	6,03	5,5457
	VT-4,0-175-0,75-15	4,0	175	50	0,75	15	16,22	2,45	4,91	5,2974
	VT-4,5-175-0,75-15	4,5	175	50	0,75	15	16,22	2,45	6,03	5,3301
	VT-5,0-175-0,75-15	5,0	175	50	0,75	15	15,21	2,45	4,91	5,0503
Grupo 89	VT-3,0-190-0,75-15	3,0	190	50	0,75	15	16,22	2,45	6,03	5,5774
	VT-3,5-190-0,75-15	3,5	190	50	0,75	15	15,21	2,45	6,03	5,3390
	VT-4,0-190-0,75-15	4,0	190	50	0,75	15	15,21	2,45	6,03	5,3789
	VT-4,5-190-0,75-15	4,5	190	50	0,75	15	15,21	2,45	6,03	5,4105
	VT-5,0-190-0,75-15	5,0	190	50	0,75	15	14,20	2,45	4,91	5,1119
Grupo 90	VT-3,0-210-0,75-15	3,0	210	50	0,75	15	14,20	2,45	6,03	5,4255
	VT-3,5-210-0,75-15	3,5	210	50	0,75	15	14,20	2,45	6,03	5,4861
	VT-4,0-210-0,75-15	4,0	210	50	0,75	15	13,18	2,45	4,91	5,1754
	VT-4,5-210-0,75-15	4,5	210	50	0,75	15	13,18	2,45	4,91	5,2070
	VT-5,0-210-0,75-15	5,0	210	50	0,75	15	13,18	2,45	4,91	5,2325