

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA APLICADA

**Simulação do Escoamento Incompressível num
Coletor Bidimensional**

por

Eliandro Rodrigues Cirilo

Dissertação submetida como requisito parcial
para a obtenção do grau de
Mestre em Matemática Aplicada.

Prof. Dr. Álvaro Luiz de Bortoli
ORIENTADOR

Porto Alegre, Março de 2001.

RESUMO

A indústria automotiva vem dando muita atenção à área de dinâmica dos fluidos computacional, pois simular os efeitos do escoamento em geometrias automobilísticas ou através de peças componentes do motor vem a auxiliar na concepção dos projetos. Com o estudo da dinâmica dos fluidos, criar protótipos e realizar testes experimentais exaustivamente já não é necessário, o que implica em diminuir os custos de projeto.

O presente trabalho consiste em modelar o escoamento através de um coletor semelhante ao presente num motor. O modelo é composto pelas equações de conservação da massa e de Navier-Stokes, sujeitas a condições iniciais e de contorno apropriadas. Elas são transformadas para o sistema de coordenadas generalizadas, discretizadas em diferenças finitas e, iterativamente, obtém-se as componentes do vetor velocidade satisfazendo a pressão em todo o domínio. Os resultados obtidos comparam adequadamente com dados experimentais e analíticos encontrados na literatura.

ABSTRACT

The automotive industry is paying more attention at computational fluid dynamics nowadays, because to simulate the flow over automobile geometries or engine components helps the design of such components. With the fluid dynamics analysis many experimental tests are not more necessary, reducing design costs.

The aim of the present work is to model the flow through an intake system similar to the one found in an engine. The model is based on the mass conservation and N-Stokes equations, submitted to appropriate initial and boundary conditions. They are transformed into their generalized form, approximated by finite differences and solved (iteratively) in order to obtain velocity fields satisfying pressure gradients over all domain. Obtained results showed to compare well with numerical and analytical data found in the literature.

ÍNDICE

RESUMO.....	i
ABSTRACT.....	ii
ÍNDICE.....	iii
LISTA DE FIGURAS.....	v
LISTA DE SÍMBOLOS.....	vii
1 - ASPECTOS GERAIS DO CONTEÚDO DO TRABALHO.....	1
1.1 - Introdução.....	1
1.2 - Aspectos Históricos Motivadores.....	1
1.3 - Descrição dos Objetivos.....	5
1.4 - Descrição do Conteúdo.....	6
2 - COLETOR DE ADMISSÃO.....	7
2.1 - Descrição dos Sistemas de Alimentação.....	7
2.2 - Admissão.....	10
2.3 – Aspectos da Mistura de Fluidos	12
3 – EQUAÇÕES GOVERNANTES E PROCEDIMENTO DE SOLUÇÃO.....	17
3.1 - Equações Governantes do Escoamento de Fluidos.....	17
3.2 - Obtenção da Malha Computacional.....	19
3.2.1- Sistema de Coordenadas Generalizadas.....	22
3.2.2- Equações para a Geração da Malha	28
3.3 – Obtenção do Modelo e Solução do Escoamento.....	31
3.3.1- Modelo do Escoamento no Coletor.....	31
3.3.2- Equações Governantes no Sistema de Coordenadas Generalizadas.....	36
3.3.3- Método de Diferenças Finitas.....	37
3.3.4- Solução Numérica do Sistema de Equações	40
3.3.5- Dificuldades Enfrentadas.....	43
4 - RESULTADOS OBTIDOS.....	44
4.1 - Escoamentos nos Dutos Simples e de 90°.....	45

4.2 - Escoamento num Duto de 60°.....	51
4.3 - Escoamento com Injeção no Coletor.....	54
4.4 - Escoamento num Coletor Complexo.....	59
5 – CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	64
5.1 - Conclusão Final.....	64
5.2 – Sugestões para Trabalhos Futuros.....	66
6 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	68

LISTA DE FIGURAS

FIGURAS:

Figura 1.1 - <i>Eolípila</i> de Herón de Alexandria.....	2
Figura 1.2 - Motor do tipo atmosférico de Robert Street.....	3
Figura 1.3 - Comparação entre o LE-Jetronic (a) e o carburador (b).....	5
Figura 2.1 - Sistema EW10 J4 (a) e sistema EW10 HPI 16 (b).....	8
Figura 2.2 - Conjunto cabeçote onde estão a válvula de admissão A e a válvula de escape D, coletor de admissão 1 e coletor de escape 2.....	9
Figura 2.3 – Deslocamento do pistão, (a) PMI e (b) PMS.....	10
Figura 3.1 - Malha computacional não coincidente com a fronteira.....	20
Figura 3.2 - Malha computacional coincidente com a fronteira.....	21
Figura 3.3 - Geometria no sistema de coordenadas polares.....	22
Figura 3.4 - Plano transformado.....	23
Figura 3.5 - Plano físico.....	23
Figura 3.6 - Comprimentos dL_η e dL_ξ e área $ \vec{dS} $ no domínio transformado.....	27
Figura 3.7 - Distribuição das linhas ξ e η nos contornos Γ_1 , Γ_2 , Γ_3 e Γ_4	29
Figura 3.8 - Domínio computacional no ponto (i, j) e seus vizinhos.....	39
Figura 4.1 - Perfil de velocidade para o duto simples.....	45
Figura 4.2 - Malha computacional para o duto simples, 60x17 pontos.....	45
Figura 4.3 - Distribuição dos vetores velocidade no duto simples.....	46
Figura 4.4 - Perfil plenamente desenvolvido; (a) simulado, (b) analítico.....	47
Figura 4.5 - Malha computacional de um duto curvo em 90°, 180x26 pontos.....	47
Figura 4.6 - Perfil de velocidade para o duto em 90° com $Re = 790$	48
Figura 4.7 - Perfil de velocidade para o duto em 90° na entrada da curva.....	49
Figura 4.8 - Perfil de velocidade para o duto em 90° na saída da curva.....	49
Figura 4.9 - Variação da velocidade ao longo do raio para 60° para o duto em 90°.....	50
Figura 4.10 - Comparação dos perfis de velocidade a 60° e saída.....	51

Figura 4.11 - Malha do coletor com ângulo de 60°, 330x50 pontos.....	52
Figura 4.12 - Vetores velocidade para o coletor de 60°, Re = 790	53
Figura 4.13 - Vetores velocidade para o coletor de 60°, Re = 2000	53
Figura 4.14 - Vetores velocidade para $Re_{ar} = 6234$ e $Re_{comb} = 372$	55
Figura 4.15 - Região de vórtices próximo à injeção, $Re_{ar} = 6234$ e $Re_{comb} = 372$	56
Figura 4.16 - Vórtice subsequente à região da Fig.4.15, $Re_{ar} = 6234$ e $Re_{comb} = 372$	56
Figura 4.17 - Estabilidade do fluxo na saída, $Re_{ar} = 6234$ e $Re_{comb} = 372$	57
Figura 4.18 - Vetores velocidade para $Re_{ar} = 6234$ e $Re_{comb} = 600$	58
Figura 4.19 - Região de vórtices próximo à injeção para $Re_{ar} = 6234$ e $Re_{comb} = 600$	58
Figura 4.20 - Vórtice subsequente à região da Fig.4.19, $Re_{ar} = 6234$ e $Re_{comb} = 600$	59
Figura 4.21 – Malha similar a do coletor de admissão do motor Palio 1.0, 250x50 pontos.....	60
Figura 4.22 – Concentração da malha próximo à restrição (a) e à curva (b).....	60
Figura 4.23 - Vetores velocidade para Re = 790	61
Figura 4.24 – Região com recirculação para Re = 790	61
Figura 4.25 – Vórtices do lado interno do duto para Re = 790	62
Figura 4.26 – Vórtices interno e externo no coletor para Re = 790	62
Figura 4.27 – Perfil de velocidade na saída do coletor para Re = 790	63

TABELAS:

Tabela 3.1 - Expressão dos termos ϕ , Γ^ϕ , p^ϕ e S^ϕ	18
--	----

LISTA DE SÍMBOLOS

A	matriz de transformação entre os domínios transformado e físico
c	velocidade do som no meio
cal	calorias
c_p	calor específico à pressão constante
$comb$	combustível
d	diferencial
$\left \vec{dS} \right $	área
F	peso do ar
G_a	peso aspirado
H	tamanho do intervalo na malha
inj	injeção
i, j	índices dos pontos na malha
J	jacobiano da transformação de coordenadas
K	tamanho do intervalo na malha
k	condutividade térmica
Kg	quilograma
L	diâmetro característico
$L()$	operador
M	número de Mach
p	pressão
r_{comp}	relação volumétrica de compressão
r_I, r_E	raios interno e externo
Re	número de Reynolds
S^ϕ	termo fonte genérico
S^u	termo fonte na direção x
S^v	termo fonte na direção y
S^T	termo fonte para a temperatura

T	temperatura
t	tempo
u	componente do vetor velocidade na direção x
v	componente do vetor velocidade na direção y
\vec{V}	vetor velocidade
V_a	volume aspirado
V_c	volume de cilindrada
v	volume específico
V_T	volume total
V_c	volume máximo
v_{cc}	volume mínimo
x, y	sistema de coordenadas
w	parâmetro de relaxação
\vec{W}	vetor das variáveis conservativas

SÍMBOLOS ESPECIAIS:

$\alpha_1, \alpha_2, \dots$	coeficientes nos estágios do método de Runge-Kutta
δ	densidade relativa com respeito ao ar
ϕ, ψ	funções arbitrárias
ξ, η	sistema de coordenadas generalizadas
η_v	rendimento volumétrico
μ	viscosidade
ρ	massa específica
\sum	somatório
Δ	incremento
$', '' , '''$	operação de derivação
$\frac{d}{dx_i}, \frac{\partial}{\partial x_i}$	operadores de derivação simples e parcial em relação a x_i , respectivamente

1 - Aspectos Gerais do Conteúdo do Trabalho

1.1 - Introdução

Como bem expressa o matemático Davis [Davis, 1962], a natureza com um escasso respeito pelos desejos dos matemáticos, algumas vezes, delicia-se em formular seus mistérios em termos de sistemas não-lineares de equações. Tais equações originam-se de muitas maneiras distintas quando da modelagem matemática dos fenômenos naturais. Assim, por exemplo, as teorias da elasticidade e hidrodinâmica são especialmente ricas em tais sistemas. Outros exemplos ocorrem na teoria dos sistemas ópticos, na mecânica de partículas através das equações de Euler e Lagrange, na dinâmica dos fluidos, etc. Quase sempre, encontrar soluções de tais sistemas de equações, nos quais possam ser expressas em termos de funções elementares, é uma tarefa bastante difícil e em alguns casos impossível.

Neste trabalho fez-se uso do sistema de equações diferenciais parciais não-lineares de conservação da massa (equação da continuidade) e da quantidade de movimento (equações de Navier-Stokes), para modelar o escoamento num coletor semelhante ao de um motor de automóveis. Nos capítulos subsequentes descreveu-se o sistema de coleta na admissão, quais as equações governantes utilizadas na construção da malha computacional e do problema proposto e os resultados obtidos, que em alguns casos foram comparados com a literatura.

Primeiramente, descreve-se alguns aspectos do desenvolvimento de máquinas de combustão interna que motivaram o estudo fluido dinâmico no coletor.

1.2 - Aspectos Históricos Motivadores

Toda tecnologia alcançada atualmente na construção de motores só foi possível devido à necessidade do homem de transportar mercadorias, pessoas ou produzir energia elétrica, etc. O princípio que primeiro se pretendia aplicar na concepção de uma máquina térmica foi o princípio de reação, ou terceira lei do movimento [Martinez, 1977]. Quem o realizou foi Herón de

Alexandria com sua máquina denominada *Eolípila*, Fig. 1.1, antecipando-se aproximadamente 1600 anos da magistral fórmula deste princípio por Isaac Newton [Martinez, 1977].

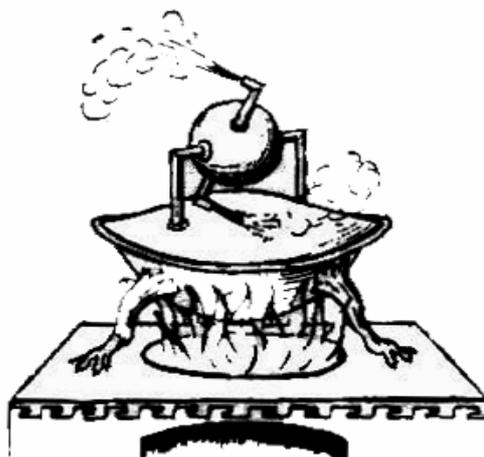


Fig. 1.1 - *Eolípila* de Herón de Alexandria.

As primeiras manifestações históricas da preocupação do homem na construção de máquinas primárias se fizeram no aproveitamento de vapor de água como fluido motor; infelizmente, entre a *Eolípila* de Héron de Alexandria e as primeiras máquinas do século XVII, não houve registro de contribuições essenciais ao progresso.

Os motores de combustão interna são máquinas relativamente modernas. Com efeito, desde o século XIV se sabia que a combustão da pólvora podia fornecer uma considerável energia mecânica; as primeiras idéias sobre motores de combustão interna datam da segunda metade do século XVII [Martinez, 1977]. Em 1666 Christian Huyghens propôs pela primeira vez obter trabalho mecânico da combustão da pólvora. Cabe citar também Robert Street, que em 1794 construiu um motor do tipo atmosférico, assim denominado por que aproveitava o vácuo parcial dentro do cilindro, conforme mostra a Fig. 1.2. A partir disto foi necessário chegar até 1801 para encontrar as idéias de Lebon, de construir um motor funcionando mediante a combustão de uma mistura de ar e gás de iluminação. Em 1860 Lenoir construiu um motor de dois tempos aplicando o conceito de Lebon e de outros inventores.

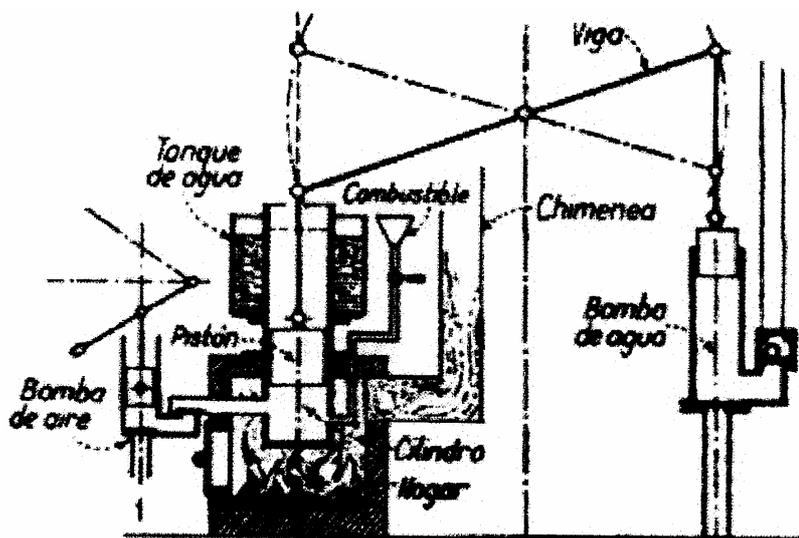


Fig. 1.2 - Motor do tipo atmosférico de Robert Street [Martinez, 1977].

No ano de 1862 um engenheiro de locomotivas francês, Alfonso Beau de Rochas, descreveu um dos sistemas de funcionamento de maior avanço registrado na história dos motores de combustão interna [Martinez, 1977]. Tratava-se de um ciclo de quatro tempos com ignição ao final do trajeto de compressão; a sucessão de tempos no ciclo descrito por Beau de Rochas é praticamente a mesma usada nos motores de hoje.

No ano de 1876 o engenheiro alemão Nicolás Otto construiu a primeira máquina aplicando os princípios do motor de quatro tempos enunciados por Beau de Rochas com grande sucesso, e o nome do ciclo ficou conhecido como o ciclo Otto [Obert e Gaggioli, 1963].

No ano de 1892 se registra uma contribuição importantíssima ao desenvolvimento moderno dos motores endotérmicos. Rodolfo Diesel propõe um ciclo com que esperava levar na prática as idéias de Carnot [Martinez, 1977]. A parte importante da concepção de Diesel consistia no propósito de fazer funcionar o seu motor com pó de carbono, o que nunca chegou a realizar. Depois de cinco anos de pacientes ensaios, Diesel conseguiu fazer funcionar satisfatoriamente um motor que, de certa forma, significava um desvio das idéias contidas na patente original. O motor não funcionava com pó de carbono mas com óleo pesado de petróleo. A única característica sobressalente que se mantinha no motor realizado por Diesel, no ano de 1897, era a elevação da temperatura do ar por compressão até alcançar valores superiores a temperatura de inflamação do

combustível. O doutor Diesel continuou trabalhando no aperfeiçoamento do motor que havia construído até o ano de 1912, quando ocorreu a sua morte [Martinez 1977].

No desenvolvimento do motor de ignição por compressão moderno colaboraram notáveis pesquisadores; entre eles cabe citar o inglês Ackroyd Stuart, que no ano de 1890 solicitou a sua patente para um motor de ignição automática com injeção ao término da compressão. Este motor foi construído com caráter comercial no ano de 1892 pela indústria Richard Hornsby e Sons, e negociado a partir de então com o nome de Hornsby-Ackroyd [Martinez, 1977].

Tanto no motor de Diesel (1897) como o de Stuart (1892) se injetava o combustível no final da compressão mas, no segundo caso, a temperatura elevada necessária para a inflamação era obtida pelo contato da mistura com superfícies metálicas não refrigeradas. Esses dois pesquisadores dedicaram muita atenção ao problema dos combustíveis que poderiam usar em seus motores, ambos se dedicaram aos derivados de petróleo; além disso, no ano de 1891, Stuart trabalhou com óleo de palma em seu motor [Martinez, 1977]. Em 1912, ou seja, 21 anos depois, em uma conferência proferida em Londres, Diesel falou da possibilidade dos motores trabalharem com óleos graxos.

Como comentado nos parágrafos anteriores, ao longo do tempo muitos conceitos de motores vem sendo concebidos; o motor ciclo Otto, que obteve grande sucesso, é utilizado na maioria dos motores de hoje, sendo que algumas alterações vem sendo realizadas com o objetivo de aumentar a potência e diminuir o consumo e a emissão de gases poluentes. Entre estas mudanças, uma que vem recebendo intensa pesquisa, é o sistema de “coletagem” de admissão. Em tempos passados, tinha-se apenas um tubo que transportava a mistura, constituída no carburador, até a câmara de combustão e não importava muito as suas características. Sabe-se que um estudo cuidadoso nessa peça pode proporcionar uma melhora significativa no rendimento do motor. Atualmente, constata-se a existência de motores com sistema de coletor de admissão do tipo variável, que se adequa ao regime de funcionamento do motor.

Uma outra tendência é a substituição do sistema de carburação pelo de injeção eletrônica, que injeta no coletor ou diretamente na câmara de combustão o combustível [Fugikawa et al., 1999].

Por exemplo, um dos primeiros sistemas de injeção e o mais simples também é o LE-Jetronic que injeta combustível no coletor; quando este é comparado ao carburador, constata-se algumas vantagens como pode ser visto na Fig. 1.3 [Apostila Técnica Bosch, 1991].

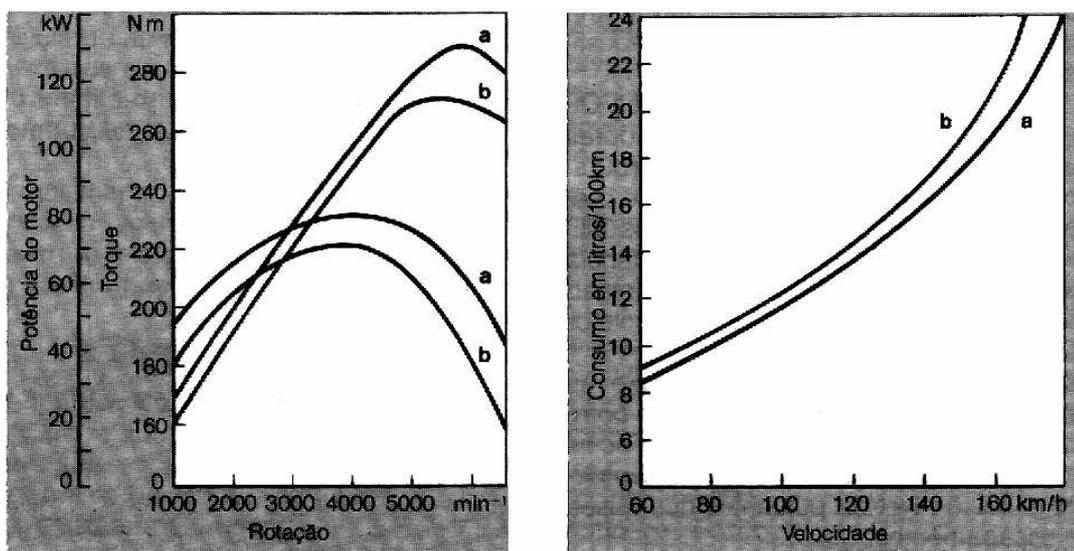


Fig. 1.3 - Comparação entre o LE-Jetronic (a) e o carburador (b) [Apostila Técnica Bosch, 1991].

Portanto, aliar um sistema de alimentação eficiente, que é o caso da injeção eletrônica, com um coletor de admissão remodelado, para proporcionar o máximo de eficiência e o mínimo de consumo, é um dos desafios a ser alcançado na fabricação dos motores.

Baseado nesses fatores motivadores, apresenta-se os objetivos a serem alcançados e a descrição do trabalho desenvolvido.

1.3 - Descrição dos Objetivos

Objetiva-se atingir com o desenvolvimento deste trabalho os seguintes pontos: Apresentar o estudo de um problema importante da indústria automotiva, o fluxo num coletor, modelado pelo sistema de equações diferenciais parciais da dinâmicas dos fluidos. Mostrar a todo aquele que se inicia no estudo das equações diferenciais, que é possível obter uma surpreendente quantidade de compreensão científica através do estudo de um problema especial propriamente selecionado, como no caso presente proposto. Mostrar a existência do elo de ligação entre conceitos matemáticos e o problema real. Ilustrar de modo objetivo a utilização de técnicas matemáticas e numérico-computacionais na obtenção da solução aproximada do referido sistema de equações. Constatar que no estudo de uma situação real é necessário o conhecimento de várias áreas como Matemática, Física, Química, Engenharia Mecânica, etc. .

1.4 - Descrição do Conteúdo

No capítulo (2) descreve-se qual o princípio de funcionamento do sistema de alimentação do motor e qual o processo de admissão do fluido ativo segundo o sistema mecânico, considerando também algumas relações matemáticas importantes mensuráveis na criação do projeto de motores, e quais os problemas encontrados nos dutos de admissão e o que se espera como objetivo desta peça no movimento do fluido para dentro do cilindro. Por fim, descreve-se também algumas características da mistura de fluidos, a criação de gotas e o seu impacto no desenvolvimento do escoamento.

No capítulo (3) descreve-se quais são as equações que governam os problemas de mecânica dos fluidos e como discretizar o domínio no qual as equações são resolvidas computacionalmente; faz-se uso de equações diferenciais em coordenadas generalizadas para propor um modelo, de forma simplificada; discretiza-se tais equações em diferenças finitas com o intuito de obter a solução do problema no domínio de interesse e descreve-se algumas dificuldades enfrentadas.

No capítulo (4) apresenta-se alguns resultados obtidos para efeito de comparação com a literatura com o intuito de calibrar o código; mostra-se também os resultados encontrados para o problema segundo uma faixa de operação do motor sem e com a injeção de combustível num coletor de 60° e no coletor semelhante ao do motor Palio 1.0.

No capítulo (5) infere-se conclusões do problema analisado, sua importância no aspecto econômico e matemático e a relação entre estes aspectos. Apresenta-se também uma proposta de modelagem do mesmo problema numa faixa mais abrangente de operação do motor, onde as características do escoamento são bem diferentes, sendo que outras variáveis evolutivas de grande importância são incluídas.

Finalmente, no capítulo (6), descreve-se o conjunto de referências utilizadas no desenvolvimento do presente trabalho.

2 – Coletor de Admissão

Coletores de admissão são dispositivos que conduzem ar ou ar-combustível ao cilindro do motor. Este faz parte do sistema de alimentação descrito a seguir.

2.1 – Descrição dos Sistemas de Alimentação

A fim de que a energia interna do combustível, liberada durante a combustão, se converta em trabalho mecânico, é necessário contar com um conjunto de elementos mecânicos que se movam segundo uma lei fixa reproduzida em intervalos de tempo regulares, ou ser submetidos a forças criadas pelas transformações sofridas pelo fluido ativo dentro do motor. Nos motores os elementos mecânicos fundamentais são: cilindro, dentro do qual se desloca um embolo preso a uma manivela denominado pistão, uma abertura por onde penetra no cilindro a mistura ar-combustível (válvula de admissão) e outra por onde possam ser expelidos os gases resultantes da combustão (válvula de escape).

Além destes, são necessários também dispositivos especiais tais como: sistema de alimentação, que fornece o combustível, sistema de ignição, que produz a centelha (faísca), sistema de arrefecimento, que dissipa calor não aproveitado, sistema de ventilação, que ventila o interior do motor [Almeida A. F], etc. Verifica-se que os motores de quatro tempos são os mais difundidos dentre os motores de combustão interna e estes são utilizados na maioria dos automóveis atuais [Martinez, 1977].

Em consequência, as quatro operações que devem ser cumpridas são:

- 1 – admissão de uma carga no cilindro;
- 2 – compressão desta carga;
- 3 – combustão da mistura ar-combustível e expansão dos gases produzidos na combustão;
- 4 – escape destes gases.

Nos motores automotivos o sistema de alimentação, de forma simplificada, é composto por tanque de combustível, bomba de combustível, carburador com filtro de ar, dutos de admissão (coletor de admissão). O ar é sugado pelo cilindro no tempo da admissão, passa pelo

carburetor, mistura-se com uma quantidade de combustível constituindo a mistura e é transportado até o cabeçote através do coletor de admissão, chegando então à câmara de combustão. Esse sistema de alimentação possui a desvantagem de ter dosagem de combustível fixa, ou seja, é injetada sempre a mesma quantidade, independentemente do estado de operação do motor; desta forma, ora será insuficiente ou excessiva tal quantidade, prejudicando o desempenho do mesmo.

Com o advento de sistemas computacionais e eletrônicos [Fugikawa et al, 1999] aliados à modelagem desses problemas, os sistemas de alimentação vem sofrendo grandes mudanças em virtude deste aparato, onde surgiu o sistema de injeção eletrônica. Atualmente os motores estão divididos em dois grupos: os que trabalham com o sistema de carburação e aqueles que trabalham com o sistema de injeção eletrônica. As montadoras, devido aos estudos recentes, substituíram ou estão substituindo o sistema de carburação pelo sistema de injeção eletrônica, devido ao melhor desempenho deste sobre o anterior.

Nesse trabalho considera-se a concepção do sistema de injeção eletrônica nos dutos de admissão. Basicamente, o sistema é composto por uma central de processamento, uma série de sensores que fornecem dados a esta central e injetores [Apostila Técnica Weber-Marelli, 1996]. Dentre os vários sistemas existentes, eles subdividem-se em mono-ponto (que possui 1 injetor de combustível central para todos os cilindros) e multi-ponto (1 injetor para cada cilindro). Os motores equipados com o sistema de injeção EW10 J4, conforme Fig. 2.1-a, possuem padrões de consumo, emissão de gases poluentes e torque relativamente otimizados. O sistema EW10 HPI 16 com injeção direta, Fig. 2.1-b, que consiste numa melhora do sistema EW10 J4, operacionalmente é superior, sendo 10% mais econômico com 9,6% mais torque e com emissão de gases poluentes reduzido [Isata, 2000].

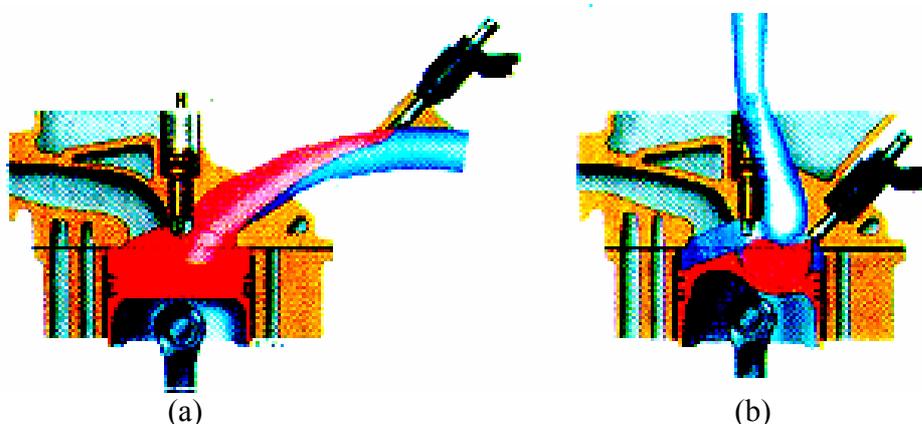


Fig.2.1 - Sistema EW10 J4 (a) e sistema EW10 HPI 16 (b).

Os ganhos quanto ao torque, consumo, etc, são obtidos porque nos sistemas mecânicos busca-se o sincronismo entre as partes para otimizar ao máximo o resultado final que é o movimento, e em parte este objetivo pode ser alcançado fazendo um estudo fluidodinâmico nos dutos de admissão.

Especificamente, em alguns motores, o coletor de admissão é composto por dutos e está montado em um dos lados do motor, ao bloco, se o motor tem as válvulas no bloco; ou no cabeçote, se este tem as válvulas na cabeça. Por exemplo, no motor AP do passat tem-se a disposição sugerida na Fig. 2.2 [Almeida, A. F, 13^o edição].

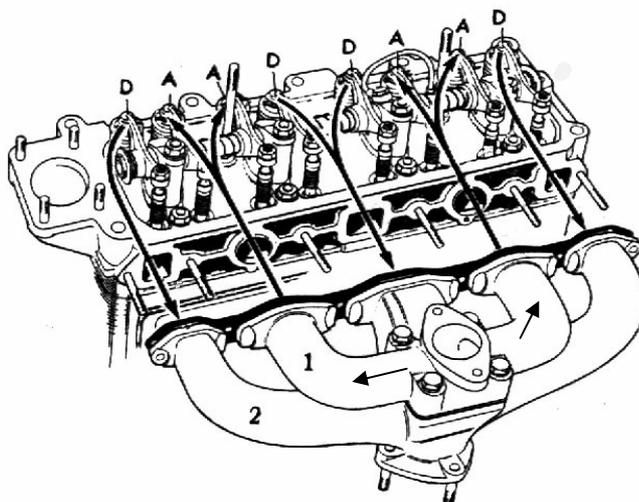


Fig. 2.2 – Conjunto cabeçote onde estão a válvula de admissão A e a válvula de escape D, coletor de admissão 1 e coletor de escape 2.

Nos motores que trabalham com injeção eletrônica o papel do coletor de admissão é levar o ar atmosférico desde o filtro de ar até o cabeçote, quando a injeção é do tipo direta, Fig. 2.1-b, ou servir como meio onde é efetuada a mistura e levá-la até o cabeçote, Fig.2.1-a. A seguir descreve-se a operação de admissão.

2.2 – Admissão

A introdução de uma nova quantidade de mistura no cilindro é produzida desde o momento em que se abre a válvula de admissão até que esta se feche.

Chegando o pistão ao PMI (ponto morto inferior), Fig. 2.3-a, a válvula de admissão se fecha, a pressão interna será menor que a pressão que vigora no duto de admissão. Após, o pistão realiza sua trajetória ascendente até o PMS (ponto morto superior) e a mistura é comprimida até alcançar uma pressão várias vezes superior a inicial, quando o volume total V_T , se reduz ao volume da câmara de combustão v_{cc} , conforme Fig. 2.3-b. A relação entre esses volumes máximo e mínimo se denomina relação volumétrica de compressão, r_{comp} , que é expressa por

$$r_{comp} = \frac{v_{cc} + V_c}{v_{cc}} = \frac{V_T}{v_{cc}}, \quad (2.1)$$

onde V_c é o volume da cilindrada.

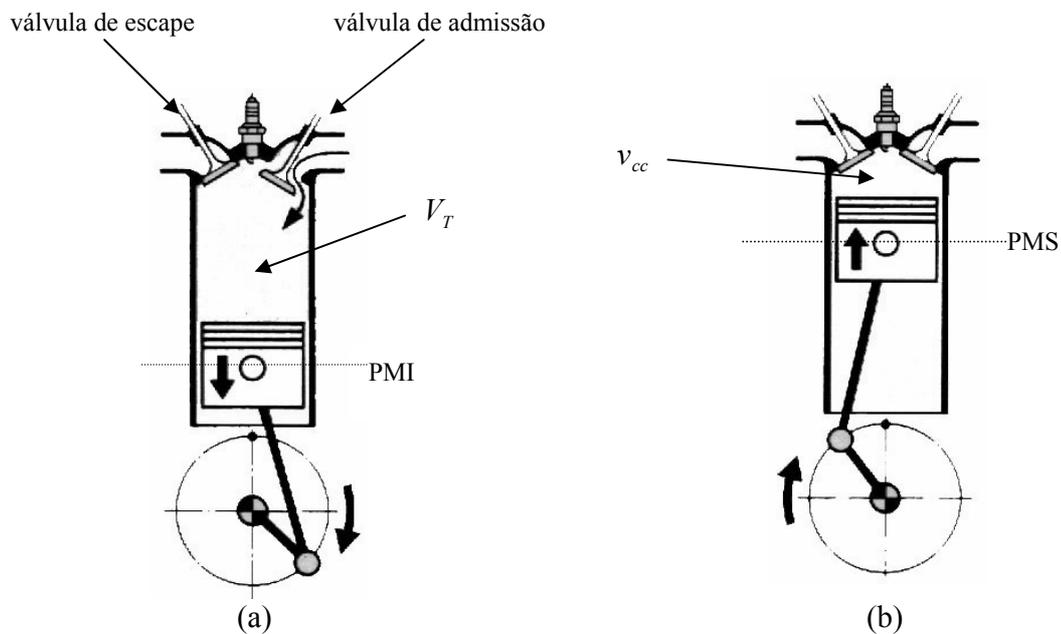


Fig. 2.3 – Deslocamento do pistão, (a) PMI e (b) PMS.

Deve-se lembrar que a área da seção deve ser tal que introduza (produza) velocidade à mistura o mais constante possível e suficiente para manter sua homogeneidade [Penido, 1981]. Na prática esta velocidade está compreendida entre 60 e 120 m/s.

Os condutos de admissão (coletor de admissão), devem satisfazer as seguintes condições:

- 1 - Manter a mistura homogênea e estável durante o seu trajeto (quando se usa carburador ou injeção indireta);
- 2 - No caso de motores de muitos cilindros, alimentar de igual maneira todos os cilindros;
- 3 - Fornecer um diagrama de rendimento volumétrico adaptado as condições de funcionamento do motor.

É importante observar também, pela experiência, que os efeitos causados pela viscosidade são fortemente influenciados pelo desenho das diferentes partes do motor em contato com o fluido ativo. Assim, por exemplo, a depressão que se observa no cilindro de um motor durante a fase de admissão é, sem dúvida, devida a perda de carga, resultante da viscosidade da mistura que ingressa do coletor de admissão; esta perda pode ser reduzida consideravelmente diminuindo a velocidade de operação do motor, o que não é desejado na maioria das vezes, ou redesenhando os dutos de admissão, ou combinando ambas soluções [Martinez, 1977].

Em todo o nosso estudo do processo de admissão partiu-se da hipótese de que a pressão dentro do cilindro varia continuamente, sem trocas bruscas; na realidade o fenômeno é muito mais complexo. As forças inerciais e de elasticidade da mistura provocam fenômenos pulsáteis nos dutos de admissão para frente e para trás à velocidades próximas do som, quando o regime de funcionamento do motor aumenta consideravelmente.

Nos motores de vários cilindros o fenômeno se complica ainda mais pela contínua aceleração e desaceleração da veia fluida e pelas interferências que se produzem nos tempos de admissão e nos diferentes cilindros. Isto faz com que o conjunto coletor de admissão e cilindro se comporte como um sistema vibratório auto-excitado, no qual a pressão em cada seção varia entre um máximo e um mínimo. Ao se fechar a válvula de admissão o fenômeno pulsátil é amortecido, gerando uma perturbação que se move em sentido contrário [Martinez, 1977], influenciando na homogeneidade da mistura de ar-combustível.

2.3 - Aspectos da Mistura de Fluidos

A compreensão dos aspectos físicos vinculados à mistura de fluidos é de vital importância na obtenção de um modelo matemático (conjunto de equações diferenciais parciais) capaz de representar apropriadamente o que ocorre na admissão.

Para ocorrer a combustão completa de 1 Kg de gasolina, por exemplo, são necessários 15,2 kg de ar atmosférico; a relação

$$\frac{\text{peso do ar}}{\text{peso da gasolina}} = 15,2$$

é denominada mistura estequiométrica. Teoricamente a mistura estequiométrica seria o título da mistura no qual a combustão é completa [Heywood, 1989].

Na prática o uso da mistura em excesso de combustível, com o qual pode-se obter máxima potência, se faz necessário devido à vaporização incompleta e dos resíduos oriundos da combustão do ciclo anterior que se juntam a essa nova mistura [Martinez, 1977]. Nas velocidades de potência média o fator predominante é a economia de combustível; nessa condição o título da mistura deve ser maior que o estequiométrico, isto é, a combustão se realiza em excesso de ar. Quando o combustível é o álcool etílico a relação estequiométrica é de 9,0, que na prática também oscila devido ao mesmo argumento anterior. Se o título do combustível é menor que o estequiométrico, é dito que a mistura é rica, e do contrário se diz que a mistura é pobre [Penido, 1981].

O ideal seria ter tanto em baixo regime como em potência máxima um título tal que o consumo de combustível fosse mínimo, entretanto isto não é possível. Em baixo regime o título médio da mistura está em torno de 13/1, mistura rica; a pressão no coletor de admissão é menor que aquela que vigora no coletor de escape. Desta forma (o pistão estando no ponto morto superior) uma parte dos gases residuais da combustão escoam em direção ao coletor de admissão, que posteriormente é aspirado junto com uma nova mistura.

Quando se acelera o regime de funcionamento do motor, a mistura começa a empobrecer, o título começa a aumentar até atingir 16/1, reduzindo o consumo específico. Na medida em que o caso de regime de máxima potência é atingido o título decresce novamente para 13/1, ocorrendo maior consumo, já que a mistura começa a enriquecer novamente [Penido, 1981].

Sendo assim, pode-se dizer que as variações estequiométricas da mistura de ar com o combustível são diretamente relacionadas com a carga operacional do motor naquele momento.

Um outro fator importante é o calor latente de vaporização. Um fluido ao passar do seu estado líquido ao gasoso retira uma certa porcentagem de calor do meio ambiente e esta quantidade retirada é devida ao calor latente de vaporização; este fenômeno também ocorre com o combustível, ao passar do estado líquido para o gasoso.

O álcool, por possuir um calor latente de vaporização maior do que o da gasolina (200 cal/Kg contra 78 cal/Kg), ao mudar do estado líquido para o gasoso, formando a mistura, resfria mais o coletor do que a gasolina, provocando a condensação da mistura e o surgimento de gotas que em parte aderem as paredes do coletor [Penido, 1981]. No carburador e na injeção indireta é difícil alcançar uma pulverização completa e a necessária evaporação do combustível; velocidades locais relativamente altas entre o gás e o líquido produzem gotas de pequeno tamanho [Heywood, 1989].

A mistura que passa pelos condutos contém certa quantidade de combustível líquido na forma dessas gotas [Penido, 1981], elas possuem inércia maior que a mistura gasosa e, por isto, quando a direção da corrente gasosa é alterada bruscamente, as gotas tendem a manter sua direção de movimento, o que ocasiona o impacto destas sobre as paredes. Assim, mudanças na direção do fluxo ocorrem [Guibet, 1987; Heywood, 1989; Stone, 1992] e disto se tem o mau funcionamento do motor.

A mistura que passa através dos dutos de admissão deve estar no estado mais gasoso possível; conseqüentemente, a eficiência do motor será tanto maior quanto menores forem as partículas de combustível vaporizado [Penido, 1981]. A distribuição do tamanho característico das gotas não é bem definido, podendo variar de acordo com a velocidade; o diâmetro varia de aproximadamente 25 a 100 μm [Heywood, 1989].

Das gotas resulta uma capa de combustível líquido aderido às paredes internas do coletor (geralmente em alumínio), tanto se o sistema é o carburador quanto o de injeção indireta. Uma solução parcial do problema para ambos os sistemas de alimentação, seja o motor a álcool ou gasolina, consiste em esquentar os condutos para vaporizar a parte do combustível líquido que passa; este aquecimento para os motores a gasolina é aproximadamente 4 vezes menor que o dos motores a álcool [Penido, 1981]. O calor provoca a expansão do fluido que, por sua vez, reduz a

massa da carga, ocasionando perda de potência. Em muitos motores o calor é obtido por meio dos gases de escape, em outros, com a água de refrigeração do motor.

Um outro pré-requisito para o bom funcionamento do motor é a homogeneidade da mistura; os cilindros devem ser alimentados com uma mistura o mais homogênea possível e o coletor deve prover cada cilindro com uma mistura de igual quantidade, mas na realidade isto não acontece e alguns cilindros trabalham mais “ricos” e outros mais “pobres” [Penido, 1981].

Para curvas de 90°, gotas com diâmetro menor do que 10 μm são carregadas pela corrente de gás e o percentual de impacto destas sobre as paredes é menor do que 10%; em contra partida quase todas as gotas maiores de 25 μm chocam-se sobre as paredes do coletor prejudicando a homogeneidade da mistura [Heywood, 1989] e o enchimento dos cilindros.

Uma outra característica com respeito a mistura de ar com o combustível é o rendimento volumétrico η_v , a relação entre o peso do ar realmente aspirado pelo cilindro e o peso máximo que ele poderia realmente ter aspirado. O peso aspirado é $V_a \gamma_{ac}$ onde γ_{ac} é o peso específico do ar nas condições de pressão e temperatura que vigoram no cilindro e o peso máximo é $V_c \gamma_{am}$ sendo γ_{am} o peso específico do ar a pressão e temperatura dos dutos de admissão; são relacionados conforme:

$$\eta_v = \frac{V_a \gamma_{ac}}{V_c \gamma_{am}} = \frac{G_a}{\frac{V_c}{v}}, \quad (2.2)$$

onde v é o volume específico.

Essa definição só seria rigorosamente válida para os motores de injeção de combustíveis, pois os motores carburados não aspiram ar puro, mas sim uma mistura de ar mais vapores de combustível. Neste caso, para determinar a massa ideal que define o rendimento volumétrico, haveria de se determinar o volume específico da massa de um quilograma de combustível mais F quilogramas de ar, ambos a condições de pressão e temperatura tomadas como referência.

Se o combustível é gasoso o problema é resolvido de forma mais simples, pois basta determinar a densidade relativa δ com respeito ao ar e expressar o volume específico da mistura v_m

em função dela, do volume específico v e do peso F do ar. O volume ocupado pelo ar será então igual a Fv ; o ocupado pelo gás, $\frac{v}{\delta}$, e a massa total será $1 + F$, ou seja,

$$v_m = v \frac{F + \frac{1}{\delta}}{1 + F}. \quad (2.3)$$

Portanto, de acordo com (2.2), tem-se

$$\eta'_v = \frac{G_{ma}}{V_c} = \eta_v \frac{F + \frac{1}{\delta}}{1 + F}, \quad (2.4)$$

que se diferencia de (2.2) pelo termo $\frac{F + \frac{1}{\delta}}{1 + F}$, que leva em conta a proporção de gás aspirado na mistura total.

No caso de combustíveis líquidos haveria de se especificar, além da pressão e da temperatura, o título dos vapores de combustível. Desta forma, o fluido aspirado seria constituído por $(1 - x)$ quilogramas de líquido, x quilogramas de vapor e F quilogramas de ar.

Se v'_x é o volume específico do vapor de combustível de título x e v de ar (ambos à condições padrão), o volume total seria $Fv + v'_x x$, logo

$$\eta''_v = \frac{G_{ma}}{V_c} = \eta_v \frac{\left(F + \frac{v'_x}{v}\right)x}{1 + F}. \quad (2.5)$$

Mediante a dificuldade presente em determinar o título do vapor de combustível para cada estado de operação do motor, e não querendo recorrer a hipóteses arbitrárias, é preferível

conservar para os motores com carburador a mesma definição de rendimento volumétrico que se aplica aos de injeção, equação (2.2). Embora os vapores de combustível aumentam o volume da mistura aspirada pelo motor em proporção direta a seu título, ao produzir-se a troca de estado no coletor de admissão, diminui-se a temperatura total da carga; em consequência, esta ocupa um volume aproximadamente igual ao ocupado por ar se não aspirasse combustível [Martinez, 1977]. Desta forma, pode-se admitir a equação (2.2) tanto para motores carburados quanto para motores com injeção no coletor de admissão.

O conjunto de fatores anteriormente mencionados nos indicam a dificuldade de modelar apropriadamente o fluxo e a mistura num coletor de admissão real de automóveis [Reitz e Liu, 1998]. Por isso, assume-se neste primeiro trabalho que os fluidos ar e combustível são perfeitamente miscíveis, não formam bolhas e se comportam na mistura (ar-combustível) como newtonianos, cujas equações são descritas no capítulo 3.

3 – Equações Governantes e Procedimento de Solução

Descreve-se neste capítulo um procedimento de resolução das equações da mecânica dos fluidos, o qual se divide em três etapas: a primeira consiste em mostrar quais são as equações que governam o escoamento escritas em coordenadas cartesianas, a segunda em gerar uma malha computacional para a geometria do problema de interesse e a terceira na obtenção das equações governantes em coordenadas generalizadas no qual, mediante hipóteses simplificativas, o modelo é resolvido através da simulação numérica.

3.1 - Equações Governantes do Escoamento de Fluidos

Da literatura [Aris, 1962; Landau e Lifshitz, 1975; Hughes e Brighton, 1979; Bejan, 1984] sabe-se que o escoamento de fluidos newtonianos compressíveis bidimensional com propriedades físicas constantes é governado por um sistema de equações diferenciais parciais, dado por:

Equação de conservação da massa:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v) = 0 \quad (3.1)$$

Equações de conservação da quantidade de movimento:

direção x :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho u v) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + S^u \quad (3.2)$$

direção y :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho v) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u v) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v v) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + S^v \quad (3.3)$$

Equação de conservação da energia:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho T) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u T) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v T) = \frac{k}{c_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + S^T \quad (3.4)$$

onde ρ é a massa específica do fluido; u , v as componentes do vetor velocidade nas direções x , y , respectivamente; p a pressão; T a temperatura; k a condutividade térmica; c_p o calor específico à pressão constante; μ a viscosidade e S os termos fonte.

Como se tem cinco variáveis evolutivas (ρ , u , v , T , p) e até o momento quatro equações foram apresentadas, para o fechamento do problema utiliza-se a relação de estado dada por [Wyllen e Sonntag, 1976]

$$p = \rho RT \quad (3.5)$$

onde R é a constante dos gases.

As equações (3.1) a (3.4) podem ser escritas de forma genérica, segundo uma variável ϕ também genérica, como:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u\phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v\phi) = \Gamma^\phi \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) - p^\phi + S^\phi \quad (3.6)$$

onde os termos desta equação são apresentados na Tab. 3.1.

Tab. 3.1 - Expressão dos termos ϕ , Γ^ϕ , p^ϕ e S^ϕ [Maliska, 1995].

Equações de conservação	ϕ	Γ^ϕ	p^ϕ	S^ϕ
Da massa	1	0	0	0
Da quantidade de movimento em x	u	μ	$\frac{\partial p}{\partial x}$	$\frac{1}{3}\mu \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)$
Da quantidade de movimento em y	v	μ	$\frac{\partial p}{\partial y}$	$\frac{1}{3}\mu \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \rho g$
Da energia	T	$\frac{k}{c_p}$	0	$\frac{1}{c_p} \left(\frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} \right)$

Para um escoamento incompressível, onde ρ é constante ou sua variação não é significativa no escoamento, a equação (3.6) pode ser escrita como

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi) + \frac{\partial}{\partial x}(u\phi) + \frac{\partial}{\partial y}(v\phi) = \frac{\Gamma^\phi}{\rho} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) - \frac{p^\phi}{\rho} + \frac{S^\phi}{\rho}. \quad (3.7)$$

Explicitamente, mediante a Tab. 3.1, para a equação (3.7) obtém-se

$$\frac{\partial}{\partial x} u + \frac{\partial}{\partial y} v = 0 \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} u + \frac{\partial}{\partial x}(uu) + \frac{\partial}{\partial y}(uv) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \frac{S^u}{\rho} \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} v + \frac{\partial}{\partial x}(uv) + \frac{\partial}{\partial y}(vv) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{S^v}{\rho} \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} T + \frac{\partial}{\partial x}(uT) + \frac{\partial}{\partial y}(vT) = \frac{k}{\rho c_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \frac{S^T}{\rho}, \quad (3.11)$$

conforme a literatura [Foust et al., 1982; Sissom e Pitts, 1988] para pequenas variações de temperatura, ou se a temperatura não varia, elimina-se a equação da energia.

Uma vez obtidas as equações governantes parte-se para a sua representação no domínio computacional, sendo a obtenção da malha computacional o primeiro passo importante.

3.2 - Obtenção da Malha Computacional

O modelo do escoamento é constituído por um sistema de equações diferenciais parciais sujeitas a condições iniciais e de contorno, o qual é resolvido num domínio que pode ser coincidente com a geometria do problema. Para que uma metodologia computacional possa ser aplicada, uma das necessidades é discretizar o domínio, ou seja, construir uma malha computacional para que, então, seja possível estimar os gradientes de interesse.

Quando se deseja traçar o perfil do escoamento e calcular seus gradientes, surge a seguinte pergunta: A discretização da geometria será tratada segundo uma malha estruturada ou não estruturada?

Pode-se dizer que as malhas não-estruturadas são mais versáteis que as estruturadas. Por outro lado, se a malha é não estruturada, a grande desvantagem é quanto à dificuldade de ordenação dos volumes elementares, o que estabelece o tamanho das bandas da matriz, dificultando a aplicação de muitos métodos de solução de sistemas lineares. Assim, para o problema proposto, a formulação segundo uma malha estruturada foi implementada no código computacional.

Se a opção por malhas estruturadas foi escolhida, a outra pergunta que surge é qual tipo de sistema de coordenadas será utilizado? Em geral o domínio do problema a ser resolvido é discretizado segundo o sistema de coordenadas cartesianas, por ser o mais simples. Mas da literatura sabe-se que este sistema é limitado, pois se o interesse é resolver problemas de escoamento em geometrias complexas convém utilizar o sistema de coordenadas generalizadas, cujas razões são descritas no que segue.

A limitação do sistema de coordenadas cartesianas reside no fato da má adequação da fronteira do problema, pois o domínio físico não coincide com o domínio da malha [Takemoto e Nakamura, 1988]. Por exemplo, para um cilindro conforme Fig. 3.1, esse sistema não é adequado na fronteira. Desta forma, dificuldades são encontradas no tratamento das condições de contorno sobre a fronteira da geometria. Tratamentos especiais poderiam ser efetuados no sentido de eliminar esta dificuldade.

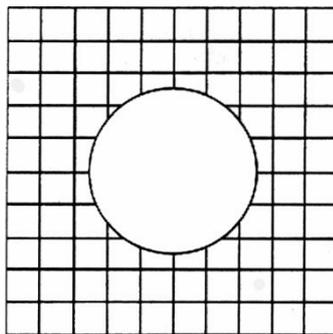


Fig. 3.1 - Malha computacional não coincidente com a fronteira [Maliska, 1995].

Se interpolações forem empregadas nas fronteiras daquele tipo de malha pode-se obter imprecisões na solução; assim o código computacional seria fortemente dependente da

geometria do problema, pois o domínio físico não coincide com o domínio da malha [Maliska, 1995].

Já no caso de considerar o sistema de coordenadas generalizadas, vê-se que a malha computacional coincide com a geometria do problema a ser estudado, sendo o tratamento computacional mais adequado. Certamente, é mais fácil aplicar uma metodologia numérica se a discretização for coincidente com a fronteira pois, neste caso, os volumes elementares são bem definidos nos contornos [Maliska, 1995]; para o cilindro a aplicação de tal metodologia resulta na Fig. 3.2.

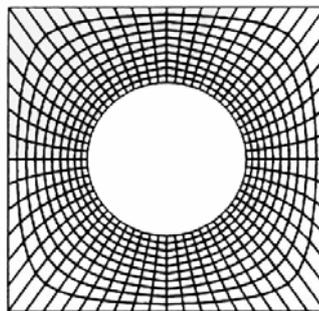


Fig. 3.2 - Malha computacional coincidente com a fronteira [Maliska, 1995].

As principais razões que levam ao uso do sistema de coordenadas generalizadas na discretização da malha computacional são:

- 1-menor dificuldade em resolver problemas complexos, cujos domínios são arbitrários;
- 2-melhor adequação das condições de contorno na malha;
- 3-mais flexibilidade de concentração da malha onde for necessário, de acordo com o problema físico, reduzindo o tempo computacional;
- 4-maior facilidade em desenvolver metodologias genéricas para a construção da malha.

Portanto, devido as vantagens que o sistema generalizado proporciona, este é utilizado para discretizar os domínios de interesse neste trabalho. A seguir descreve-se brevemente o sistema de coordenadas generalizadas.

3.2.1 - Sistema de Coordenadas Generalizadas

A possibilidade de encontrar a transformação, mesmo que numérica, entre o sistema cartesiano (x, y) e o generalizado (ξ, η) , permite o mapeamento de geometrias irregulares (regulares), escritas no sistema (x, y) , numa geometria regular escrita em (ξ, η) . O sistema (x, y) é denominado domínio físico e o sistema (ξ, η) é chamado domínio transformado ou computacional [Anderson et al, 1984].

Para geometrias irregulares é provável que não existam relações analíticas de transformação, mas sim, apenas uma tabela discreta de valores (x, y) associados a valores discretos (ξ, η) . Uma situação contrária, por exemplo, é o caso de uma geometria no sistema de coordenadas polares, conforme Fig. 3.3, pois para esta existe uma relação analítica entre os sistemas cartesiano e polar.

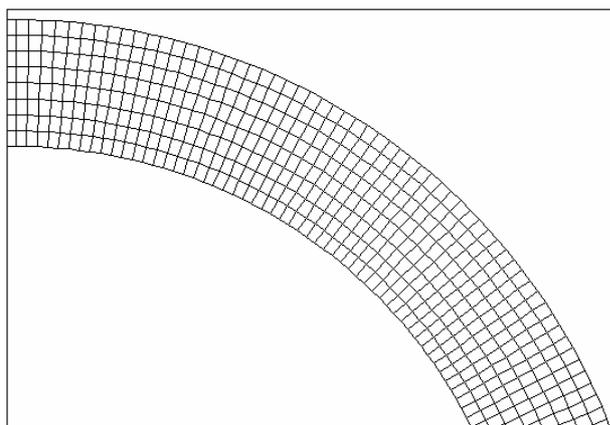


Fig.3.3 - Geometria no sistema de coordenadas polares.

O plano transformado adotado será do tipo retangular e, por conveniência, será assumida uma normalização dos volumes elementares que terão dimensões unitárias, ou seja, $\Delta\xi = \Delta\eta = 1$, facilitando o trabalho de programação do código computacional. Deste fato, resta-nos concluir que no plano físico as linhas coordenadas podem assumir espaçamentos arbitrários, enquanto que no plano computacional as dimensões serão unitárias.

Assim, as métricas da transformação encarregar-se-ão de fazer as devidas compensações em virtude da mudança do sistema coordenado, tanto na malha computacional quanto

nas equações diferenciais que governam o escoamento. Como ilustração, considere as figuras 3.4 e 3.5.

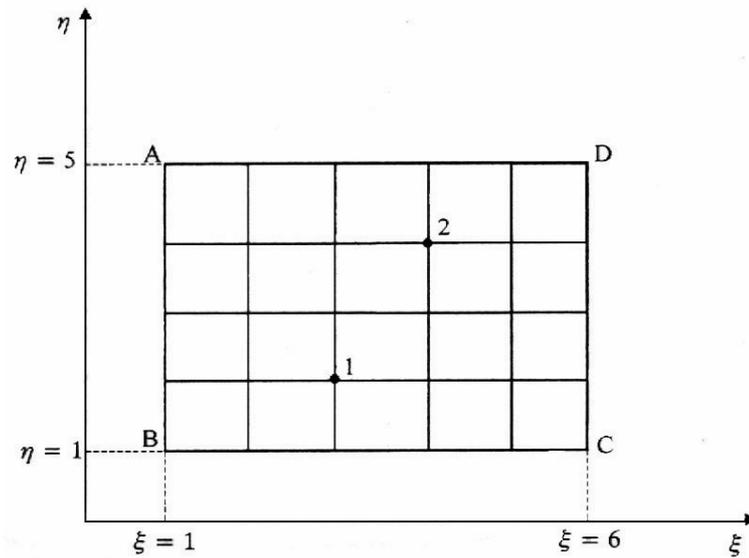


Fig. 3.4 - Plano transformado.

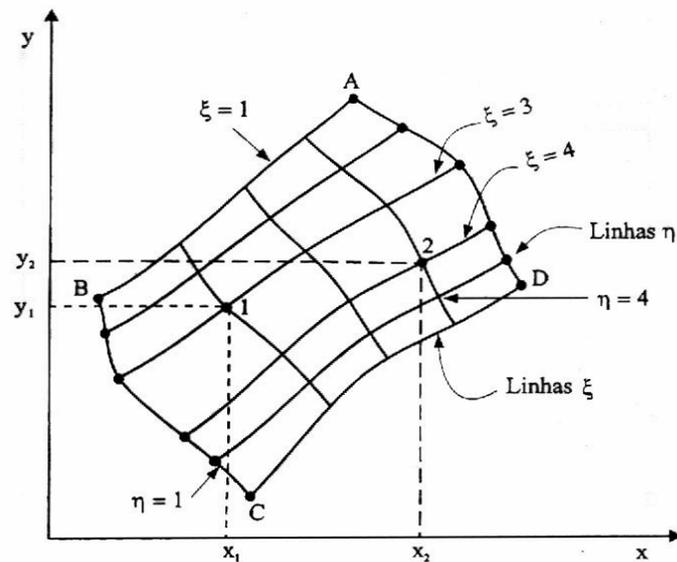


Fig. 3.5 - Plano físico.

O plano transformado, Fig. 3.4, e o plano físico, Fig. 3.5, têm correspondência para o ponto 1 como:

$$(\xi, \eta) = (3, 2)$$

$$(x, y) = (x_1, y_1)$$

enquanto que para o ponto 2, resulta

$$(\xi, \eta) = (4, 4)$$

$$(x, y) = (x_2, y_2),$$

ou seja, o importante é determinar os pontos (x_i, y_i) das interseções de todas as linhas ξ , η , o que nos conduz à geração da malha do problema. Com a obtenção de todas as coordenadas (x_i, y_i) as relações matemáticas da transformação podem ser obtidas numericamente.

Para o sistema de coordenadas curvilíneas (ξ, η) referidas no sistema cartesiano (x, y) , pode-se dizer que as coordenadas de um ponto arbitrário são relacionadas ao sistema cartesiano mediante equações de transformação do tipo:

$$\xi = \xi(x, y) \tag{3.12}$$

$$\eta = \eta(x, y). \tag{3.13}$$

As métricas da transformação podem ser obtidas através dos diferenciais para cada eixo coordenado no domínio transformado, onde estes são dados por:

$$d\xi = \xi_x dx + \xi_y dy \tag{3.14}$$

$$d\eta = \eta_x dx + \eta_y dy \tag{3.15}$$

ou de modo equivalente, segundo a equação matricial

$$\begin{bmatrix} d\xi \\ d\eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_x & \xi_y \\ \eta_x & \eta_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix} \tag{3.16}$$

que pode ser escrita como

$$d^T = A \cdot d^F \tag{3.17}$$

onde d^T representa os diferenciais no domínio transformado; d^F os diferenciais no domínio físico e A é a matriz de transformação entre os domínios transformado e físico.

Pelo teorema da função inversa os diferenciais no plano físico são:

$$dx = x_\xi d\xi + x_\eta d\eta \quad (3.18)$$

$$dy = y_\xi d\xi + y_\eta d\eta \quad (3.19)$$

de onde tem-se que

$$\begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_\xi & x_\eta \\ y_\xi & y_\eta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\xi \\ d\eta \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

que pode ser escrito como

$$d^F = B \cdot d^T \quad (3.21)$$

sendo d^F e d^T os mesmos encontrados em (3.17) e B é a matriz de transformação entre os domínios.

Substituindo (3.17) em (3.21), obtém-se:

$$d^F = B \cdot A d^F \quad (3.22)$$

ou seja

$$A = B^{-1} \quad (3.23)$$

que equivale a escrever

$$\begin{bmatrix} \xi_x & \xi_y \\ \eta_x & \eta_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{y_\eta}{x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi} & -\frac{x_\eta}{x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi} \\ -\frac{y_\xi}{x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi} & \frac{x_\xi}{x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi} \end{bmatrix}. \quad (3.24)$$

Da igualdade matricial acima encontra-se

$$\xi_x = Jy_\eta \quad (3.25)$$

$$\xi_y = -Jx_\eta \quad (3.26)$$

$$\eta_x = -Jy_\xi \quad (3.27)$$

$$\eta_y = Jx_\xi \quad (3.28)$$

onde $J = (x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi)^{-1}$ é chamado de Jacobiano da transformação.

Admitindo-se a existência da inversa das equações de transformação em (3.12) e (3.13), ou seja

$$x = x(\xi, \eta) \text{ e } y = y(\xi, \eta), \quad (3.29)$$

as métricas são dadas por

$$x_\xi = \frac{1}{J} \eta_y \quad (3.30)$$

$$x_\eta = -\frac{1}{J} \xi_y \quad (3.31)$$

$$y_\xi = -\frac{1}{J} \eta_x \quad (3.32)$$

$$y_\eta = \frac{1}{J} \xi_x. \quad (3.33)$$

Em termos de dimensões no domínio transformado, tem-se que o comprimento dL_η , Fig. 3.6 [Maliska, 1995], sobre o eixo coordenado η , é dado por

$$dL_\eta = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \eta}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \eta}\right)^2} \Delta\eta. \quad (3.34)$$

Analogamente, o comprimento ao longo de ξ é escrito como

$$dL_\xi = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \xi}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi}\right)^2} \Delta \xi. \quad (3.35)$$

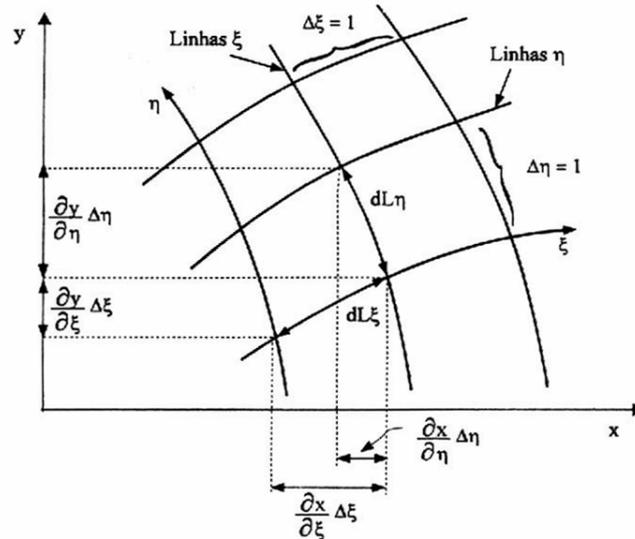


Fig. 3.6 - Comprimentos dL_η e dL_ξ e área $|\vec{dS}|$ no domínio transformado [Maliska, 1995].

De acordo com a Fig.3.6, os comprimentos também podem ser escritos vetorialmente como:

$$\vec{dL}_\xi = x_\xi \Delta \xi \vec{i} + y_\xi \Delta \xi \vec{j} \quad (3.36)$$

$$\vec{dL}_\eta = x_\eta \Delta \eta \vec{i} + y_\eta \Delta \eta \vec{j}. \quad (3.37)$$

Logo, a área formada pelos vetores \vec{dL}_ξ e \vec{dL}_η é calculada como;

$$\begin{aligned} \vec{dS} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_\xi \Delta \xi & y_\xi \Delta \xi & 0 \\ x_\eta \Delta \eta & y_\eta \Delta \eta & 0 \end{vmatrix} = \\ &= \vec{k} \cdot x_\xi \cdot \Delta \xi \cdot y_\eta \cdot \Delta \eta - \vec{k} \cdot x_\eta \cdot \Delta \eta \cdot y_\xi \cdot \Delta \xi = \vec{k} \cdot (x_\xi \cdot y_\eta - x_\eta \cdot y_\xi) \Delta \xi \cdot \Delta \eta \end{aligned}$$

ou seja,

$$\text{Área} = |\vec{dS}| = (x_\xi \cdot y_\eta - x_\eta \cdot y_\xi) \Delta \xi \cdot \Delta \eta. \quad (3.38)$$

De (3.38) pode-se escrever também

$$\text{Área} = \frac{1}{J} \cdot \Delta\xi \cdot \Delta\eta$$

que equivale a

$$\frac{\text{Área}}{\Delta\xi \cdot \Delta\eta} = \frac{1}{J} \quad (3.39)$$

pois $\Delta\xi$ e $\Delta\eta$ não são nulos. Como por simplicidade foi assumido $\Delta\xi = \Delta\eta = 1$, pois os mesmos podem ser tomados como arbitrários, obtém-se finalmente

$$\text{Área} = \frac{1}{J} \quad (3.40)$$

ou seja, a área de um elemento no plano físico é o inverso do Jacobiano.

Uma vez apresentada a transformação de coordenadas discute-se as equações para a geração da malha em coordenadas generalizadas.

3.2.2 - Equações para a Geração da Malha

Da literatura sabe-se que existem vários métodos de geração de malhas computacionais tais como: sistemas elípticos, parabólicos, hiperbólicos e métodos algébricos [Maliska, 1995]. No presente trabalho o método utilizado foi o das equações diferenciais elípticas cuja solução gera as linhas coordenadas da malha computacional. As equações diferenciais governantes da malha são,

$$\nabla^2 \xi = P(\xi, \eta) \quad (3.41)$$

$$\nabla^2 \eta = Q(\xi, \eta) \quad (3.42)$$

com as condições de contorno em todas as fronteiras, dadas por

$$\xi = \xi_1 = \text{constante em } \Gamma_1, \quad \xi = \xi_N = \text{constante em } \Gamma_3 \quad (3.43)$$

e

$$\eta = \eta_1 = \text{constante em } \Gamma_4, \quad \eta = \eta_M = \text{constante em } \Gamma_2 \quad (3.44)$$

e ainda com distribuições pré-determinadas dadas como

$$\begin{aligned} \eta &\Rightarrow \text{distribuição especificada em } \Gamma_1 \\ \xi &\Rightarrow \text{distribuição especificada em } \Gamma_2 \\ \eta &\Rightarrow \text{distribuição especificada em } \Gamma_3 \\ \xi &\Rightarrow \text{distribuição especificada em } \Gamma_4, \end{aligned} \quad (3.45)$$

como pode ser observado na malha da Fig. 3.7.

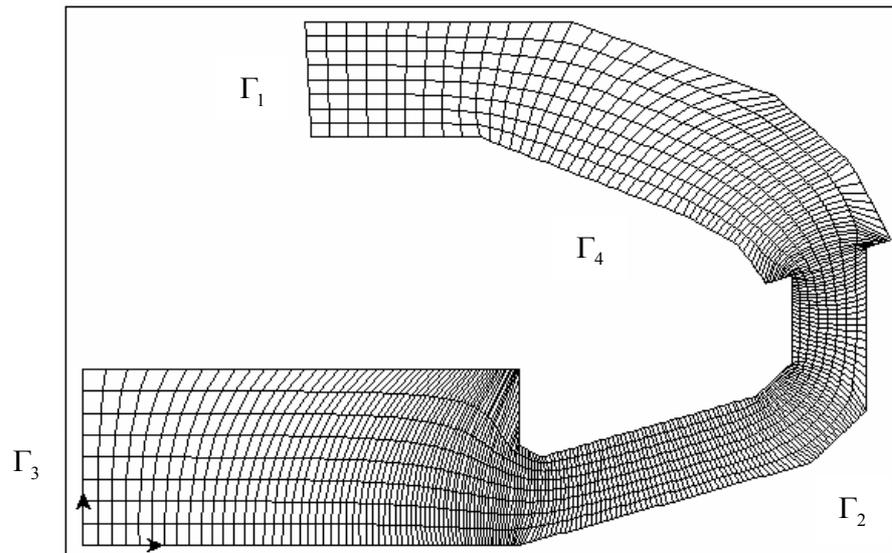


Fig. 3.7 – Distribuição das linhas ξ e η nos contornos Γ_1 , Γ_2 , Γ_3 e Γ_4 .

Portanto, a solução das equações (3.41) e (3.42) estão sujeitas, respectivamente, as condições (3.43), (3.44) e (3.45) e fornecerão as linhas ξ e η que superpostas comporão a malha computacional.

Uma observação deve ser feita quanto aos termos fonte $P(\xi, \eta)$ e $Q(\xi, \eta)$. Estes termos quando introduzidos nas equações diferenciais (3.41) e (3.42) serão responsáveis ou

permitirão a concentração de linhas onde forem requeridas. Existem várias expressões para P , Q ; no presente trabalho elas terão a forma,

$$P(\xi, \eta) = -\sum_{i=1}^M a_i \text{sign}(\xi - \xi_i) \cdot e^{-c_i |\xi - \xi_i|} - \sum_{j=1}^N b_j \text{sign}(\xi - \xi_j) \cdot e^{d_j \sqrt{(\xi - \xi_j)^2 + (\eta - \eta_j)^2}} \quad (3.46)$$

e

$$Q(\xi, \eta) = -\sum_{i=1}^M a_i \text{sign}(\eta - \eta_i) \cdot e^{-c_i |\xi - \xi_i|} - \sum_{j=1}^N b_j \text{sign}(\eta - \eta_j) \cdot e^{d_j \sqrt{(\xi - \xi_j)^2 + (\eta - \eta_j)^2}} \quad (3.47)$$

onde os ξ_i são as linhas para os quais todas as outras linhas serão atraídas e (ξ_i, η_i) são os pontos para os quais as linhas ξ e η serão atraídas. Assim, o primeiro termo das equações de P , Q é responsável pela atração entre linhas coordenadas e o segundo termo é responsável pela atração das linhas aos pontos escolhidos.

Considera-se que a transformação do plano físico para o transformado é tal que:

$$\xi = \xi(x, y) \quad (3.48)$$

$$\eta = \eta(x, y) \quad (3.49)$$

e ainda que a relação funcional f entre elas seja

$$f = f(\xi, \eta) = f(\xi(x, y), \eta(x, y)). \quad (3.50)$$

Assim, as derivadas de primeira e segunda ordens de f são dadas por

$$f_x = f_\xi \xi_x + f_\eta \eta_x \quad (3.51)$$

$$f_y = f_\xi \xi_y + f_\eta \eta_y \quad (3.52)$$

$$f_{xx} = f_\xi \xi_{xx} + f_\eta \eta_{xx} + f_{\xi\xi} \xi_x^2 + f_{\eta\eta} \eta_x^2 + 2f_{\xi\eta} \xi_x \eta_x \quad (3.53)$$

$$f_{yy} = f_\xi \xi_{yy} + f_\eta \eta_{yy} + f_{\xi\xi} \xi_y^2 + f_{\eta\eta} \eta_y^2 + 2f_{\xi\eta} \xi_y \eta_y \quad (3.54)$$

Através de procedimentos algébricos apresentados exhaustivamente na literatura [Anderson et al, 1984; Maliska, 1995; De Bortoli, 2000] obtém-se

$$\alpha x_{\xi\xi} + \gamma x_{\eta\eta} - 2\beta x_{\xi\eta} + \frac{1}{J^2}(P x_{\xi} + Q x_{\eta}) = 0 \quad (3.55)$$

$$\alpha y_{\xi\xi} + \gamma y_{\eta\eta} - 2\beta y_{\xi\eta} + \frac{1}{J^2}(P y_{\xi} + Q y_{\eta}) = 0 \quad (3.56)$$

sendo que estas equações são utilizadas para gerar a malha computacional, segundo os contornos pertinentes ao problema em questão. Os coeficientes α , β e γ são dados por

$$\begin{aligned} \alpha J^2 &= \xi_x^2 + \xi_y^2 \\ \gamma J^2 &= \eta_x^2 + \eta_y^2 \\ -\beta J^2 &= \eta_x \xi_x + \eta_y \xi_y \end{aligned}$$

Obtidas as equações para a geração da malha computacional resolve-se o escoamento, cujo procedimento é descrito a seguir.

3.3 – Obtenção do Modelo e Solução do Escoamento

A abordagem utilizada para encontrar a solução do problema proposto neste trabalho consiste em obter o modelo, escrever as equações no sistema de coordenadas generalizadas e aproximá-las em diferenças finitas.

3.3.1 - Modelo do Escoamento no Coletor

A modelagem do problema foi estabelecida segundo algumas hipóteses simplificativas tais como: considerar o escoamento em regime permanente, desprezando assim as variações das propriedades com o tempo; admitir o isolamento térmico do coletor, ou seja, as trocas de calor do meio externo com a parede da peça foram negligenciadas; fluxo ocorrendo em temperatura ambiente; escoamento incompressível, pois o objetivo a priori é estudar o fluxo numa faixa operacional cujo escoamento possui aproximadamente este caráter.

O escoamento num coletor de automóvel ocorre devido ao movimento de aspiração do pistão dentro da câmara de combustão. Pode-se dizer que a velocidade do escoamento varia desde nula até o limite projetado para o motor pelo fabricante; assim temos escoamentos de carácter incompressíveis a compressíveis, ocorrendo a qualquer velocidade.

Para o presente trabalho limitamo-nos a estudar o fluxo com pouca variação de temperatura e tal que as variações de massa específica não sejam significativas quando variações de pressão ocorrerem. Sendo assim, é necessário descrever quais são as equações evolutivas para cada variável de interesse. Inicia-se pela pressão p .

Primeiramente, se $p = p(\rho(t))$, da regra da cadeia tem-se

$$\frac{Dp}{Dt} = \frac{\partial p}{\partial \rho} \frac{D\rho}{Dt} \quad (3.57)$$

e a derivada total de p [Sissom e Pitts, 1988] é dada por

$$\frac{Dp}{Dt} = u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (3.58)$$

Mas como $\frac{\partial p}{\partial \rho} = c^2$ [Sissom e Pitts, 1988] onde c é a velocidade do som no meio,

então de (3.57), resulta

$$\frac{Dp}{Dt} - c^2 \frac{D\rho}{Dt} = 0 \quad (3.59)$$

ou

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{1}{c^2} \frac{Dp}{Dt}. \quad (3.60)$$

Da equação de conservação da massa sabe-se que

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0. \quad (3.61)$$

Logo, substituindo (3.60) em (3.61) obtém-se

$$\frac{1}{c^2} \frac{Dp}{Dt} + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0, \quad (3.62)$$

e mediante (3.58) resulta

$$\frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} + \rho c^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0, \quad (3.63)$$

que é uma equação que relaciona a pressão com a velocidade e a massa específica, sendo desta forma a equação evolutiva adotada para a pressão.

O campo de velocidades é calculado mediante uso das equações de Navier-Stokes, escritas na forma simplificada, para escoamentos incompressíveis [Foust et al, 1982] e dadas respectivamente por

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (3.64)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right). \quad (3.65)$$

Em um dado momento do escoamento tem-se um combustível sendo injetado no coletor que, conseqüentemente, se mistura ao ar atmosférico que escoar para dentro do cilindro. Assim, variações de pressão e velocidade, nas direções x e y , e massa específica ocorrerão; para as três primeiras variáveis os gradientes são calculados mediante as equações (3.63), (3.64), (3.65), faltando apenas uma equação evolutiva para a massa específica.

Assumindo pequenas variações de ρ devido à compressibilidade e variações de temperatura desprezíveis no coletor, a relação de estado $p = \rho RT$ indica que a variação de ρ é proporcional à variação de pressão.

No intuito de caracterizar o escoamento no coletor os números adimensionais de Reynolds e de Mach são importantes. Osborne Reynolds, estudando a transição entre os regimes laminar e turbulento num tubo, propôs uma relação entre a massa específica, a velocidade do escoamento, a viscosidade e o diâmetro característico, conforme

$$\text{Re} = \frac{\rho L V}{\mu} \quad (3.66)$$

onde o numerador representa a força inercial, enquanto que o denominador a força viscosa.

No caso, como já afirmado anteriormente, a velocidade de injeção carrega os efeitos pertinentes ao combustível para o escoamento. De (3.66), resulta

$$V_{inj} = \frac{\mu_{comb} \text{Re}_{comb}}{\rho_{comb} L_{inj}} \quad (3.67)$$

sendo V_{inj} a velocidade de injeção, μ_{comb} , Re_{comb} , ρ_{comb} a viscosidade, o número de Reynolds e a massa específica do combustível, respectivamente, e L_{inj} a dimensão característica de injeção.

O outro adimensional, proposto pelo físico austríaco Ernest Mach, é dado como

$$M = \frac{V}{c} = \frac{V}{\sqrt{\frac{\partial p}{\partial \rho}}}, \quad (3.68)$$

onde c é a velocidade de propagação do som no meio [Giles, 1977; Bastos, 1983; Fox e McDonald, 1988].

Portanto, para concluir esta seção, o sistema de equações a ser resolvido para o escoamento incompressível no coletor de admissão é composto por

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (3.69)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (3.70)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} + \rho c^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0 \quad (3.71)$$

onde são assumidos alguns valores para o número de Reynolds, tanto na entrada como na injeção, e o número de Mach é menor ou igual a 0,3, cujas razões serão explicadas no próximo capítulo.

As equações acima estão sujeitadas às condições iniciais em todo o domínio por

$$u = u_0, v = v_0, T = T_0, \rho = \rho_0, p = p_{atm}$$

onde o subscrito “0” significa valores iniciais e *atm* o valor atmosférico.

Adota-se as condições de contorno:

- 1) nas paredes, $u = v = 0$, $\frac{\partial T}{\partial n} = 0$ (isolamento térmico) e p é extrapolada;
- 2) na entrada, $u = u_0$, $v = v_0$, $T = T_0$, $p = p_{atm}$ ou extrapoladas;
- 3) na saída, u, v são extrapoladas, admitindo pequeno gradiente de pressão;
- 4) na posição da injeção $u = u_{comb}$, $v = v_{comb}$, $p = p_{comb}$;

onde “*comb*” refere-se ao combustível e a extrapolação consiste na média ponderada de dois valores nos nós; anteriores à parede, posteriores à entrada e anteriores à saída.

Como já observado anteriormente, a modelagem do problema foi estabelecida segundo algumas hipóteses simplificativas tais como:

- considerar o escoamento em regime permanente, desprezando assim as variações das propriedades com o tempo;
- isolamento térmico do coletor, ou seja, as trocas de calor do meio externo com a parede da peça foram negligenciadas;
- fluxo ocorrendo em temperatura ambiente;
- escoamento como incompressível, pois o objetivo a priori é estudar o fluxo numa faixa operacional cujo escoamento possui aproximadamente este caráter.

Escreve-se agora as equações governantes no sistema de coordenadas generalizadas.

3.3.2 - Equações Governantes no Sistema de Coordenadas Generalizadas

Como já comentado anteriormente, para fluxos em geometrias complexas o uso do sistema de coordenadas generalizadas vem recebendo grande atenção dos pesquisadores [Haskew e Sharif, 1997; Takemoto e Nakamura, 1988; Naik e Briden, 1999].

Como se optou por malhas estruturadas escritas no sistema (ξ, η) , faz-se necessário a transformação das equações governantes para esse sistema, pois o procedimento de integração neste domínio é mais simples e os termos resultantes possuem uma interpretação física mais fácil. As equações no sistema (x, y) , quando transformadas, continuarão sendo as mesmas, porém escritas no sistema (ξ, η) ; ou seja, o ente físico é o mesmo, apenas as variáveis independentes estão mudando de (x, y) para (ξ, η) [Maliska, 1995].

Considerando novamente a equação (3.6),

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u\phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v\phi) = \Gamma^\phi \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) - p^\phi + S^\phi \quad (3.6)$$

pode-se escrever

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho u\phi - \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho v\phi - \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) = -p^\phi + S^\phi .$$

Fazendo,

$$\hat{Q} = \rho\phi$$

$$\hat{E} = \rho u\phi - \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial x}$$

$$\hat{F} = \rho v\phi - \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial y}$$

$$\hat{G} = -p^\phi + S^\phi$$

então a equação (3.6) é escrita como

$$\frac{\partial}{\partial t} \hat{Q} + \frac{\partial}{\partial x} \hat{E} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{F} = \hat{G}. \quad (3.72)$$

A relação de dependência entre as variáveis é dada por

$$\begin{aligned} \xi &= \xi(x, y) \\ \eta &= \eta(x, y) \end{aligned}$$

e da regra da cadeia tem-se que as derivadas em (3.72) ficam

$$\frac{\partial \hat{E}}{\partial x} = \frac{\partial \hat{E}}{\partial \xi} \xi_x + \frac{\partial \hat{E}}{\partial \eta} \eta_x \quad (3.73)$$

$$\frac{\partial \hat{F}}{\partial y} = \frac{\partial \hat{F}}{\partial \xi} \xi_y + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \eta} \eta_y. \quad (3.74)$$

Substituindo (3.73) e (3.74) em (3.72) encontra-se

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{E}}{\partial \xi} \xi_x + \frac{\partial \hat{E}}{\partial \eta} \eta_x + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \xi} \xi_y + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \eta} \eta_y = \hat{G}. \quad (3.75)$$

que é denominada de equação transformada.

A seguir aproxima-se as equações governantes baseado no método das diferenças finitas.

3.3.3 – Método de Diferenças Finitas

Para que o tratamento computacional possa ser aplicado ao problema, torna-se necessário não apenas aproximar o domínio, segundo um arranjo para as variáveis como o colocalizado [Peric et al, 1987; De Bortoli, 1990; Date, 1993; Fortuna, 2000], mas também as equações governantes do modelo proposto. As derivadas parciais que aparecem nas equações diferenciais que geram a malha e o modelo foram linearizadas tomando como base a fórmula de Taylor infinitesimal para que os gradientes de interesse fossem calculados em cada ponto do domínio.

A fórmula de Taylor infinitesimal afirma que dada $f : I \rightarrow R$ n vezes derivável no ponto $x \in I$, então para qualquer h tal que $(x + h) \in I$, tem-se

$$f(x + h) = f(x) + hf'(x) + \frac{1}{2}h^2 f''(x) + \frac{1}{6}h^3 f'''(x) + \dots \quad (3.76)$$

$$f(x - h) = f(x) - hf'(x) + \frac{1}{2}h^2 f''(x) - \frac{1}{6}h^3 f'''(x) + \dots \quad (3.77)$$

onde $h \in R$ [Lima, 1992].

Somando (3.76) com (3.77) e negligenciando termos $O(h^2)$ obtém-se,

$$f(x + h) + f(x - h) \cong 2f(x) + h^2 f''(x)$$

ou equivalentemente

$$\frac{d^2 f(x)}{dx^2} \cong \frac{f(x + h) - 2f(x) + f(x - h)}{h^2}. \quad (3.78)$$

De (3.76) e (3.77) pode-se escrever também

$$\frac{df(x)}{dx} \cong \frac{f(x + h) - f(x - h)}{2h} \quad (3.79)$$

onde os termos $O(h^3)$ foram negligenciados. As aproximações (3.78) e (3.79), das derivadas de segunda e primeira ordens, são denominadas diferenças centrais. De modo análogo, mediante (3.76) e (3.77) pode-se encontrar também as aproximações

$$\frac{df(x)}{dx} \cong \frac{f(x + h) - f(x)}{h} \quad (3.80)$$

$$\frac{df(x)}{dx} \cong \frac{f(x) - f(x - h)}{h} \quad (3.81)$$

denominadas diferenças para frente e para trás, respectivamente [Smith, 1990].

Para a variável $\phi = \phi(\xi, \eta)$, se subdividirmos o domínio computacional ξ, η e fizermos $\Delta\xi = \Delta\eta = 1$, cujas razões já foram justificadas anteriormente, então a variável ϕ é avaliada no domínio computacional no ponto (i, j) , Fig. 3.8, como segue.

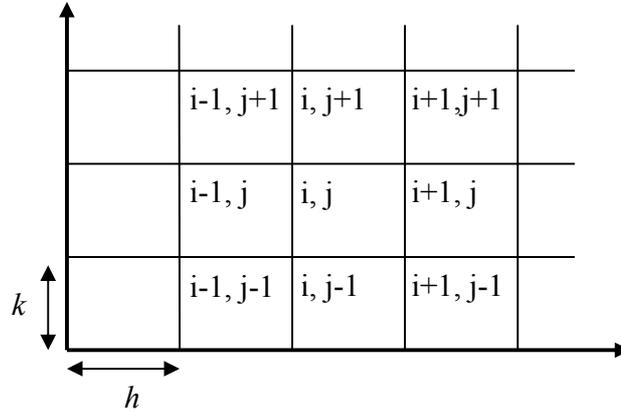


Fig. 3.8 - Domínio computacional no ponto (i, j) e seus vizinhos.

Denotando $\phi(i, j) \equiv \phi_{i,j}$, as derivadas de segunda ordem, aproximadas por diferenças centrais, são escritas na forma

$$\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2}\right)_{i,j} = \frac{\phi_{i+1,j} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i-1,j}}{(\Delta\xi)^2} = \phi_{i+1,j} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i-1,j} \quad (3.82)$$

e

$$\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2}\right)_{i,j} = \frac{\phi_{i,j+1} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i,j-1}}{(\Delta\eta)^2} = \phi_{i,j+1} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i,j-1}. \quad (3.83)$$

Já as derivadas de primeira ordem, aproximadas por diferenças centrais, são dadas por (para $\Delta\xi = \Delta\eta = 1$)

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial \xi}\right)_{i,j} = \frac{\phi_{i+1,j} - \phi_{i-1,j}}{2\Delta\xi} = \frac{\phi_{i+1,j} - \phi_{i-1,j}}{2} \quad (3.84)$$

e

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial \eta}\right)_{i,j} = \frac{\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j-1}}{2\Delta\eta} = \frac{\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j-1}}{2}. \quad (3.85)$$

A aproximação temporal em ϕ , no ponto (i, j) , calculada para frente será

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial t}\right)_{i,j} = \frac{\phi_{i,j}^{k+1} - \phi_{i,j}^k}{\Delta t}, \quad (3.86)$$

onde $k + 1$ é o tempo atual, k o tempo anterior e Δt é o incremento no tempo.

As derivadas cruzadas de segunda ordem, em diferenças centrais, são escritas como:

$$\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi \partial \eta}\right)_{i,j} = \frac{\frac{\phi_{i+1,j+1} - \phi_{i+1,j-1}}{2\Delta\eta} - \frac{\phi_{i-1,j+1} - \phi_{i-1,j-1}}{2\Delta\eta}}{2\Delta\xi} = \frac{\phi_{i+1,j+1} - \phi_{i+1,j-1} - \phi_{i-1,j+1} + \phi_{i-1,j-1}}{4\Delta\xi\Delta\eta} \quad (3.87)$$

$$\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta \partial \xi}\right)_{i,j} = \frac{\frac{\phi_{i+1,j+1} - \phi_{i-1,j+1}}{2\Delta\xi} - \frac{\phi_{i+1,j-1} - \phi_{i-1,j-1}}{2\Delta\xi}}{2\Delta\eta} = \frac{\phi_{i+1,j+1} - \phi_{i-1,j+1} - \phi_{i+1,j-1} + \phi_{i-1,j-1}}{4\Delta\eta\Delta\xi}. \quad (3.88)$$

Desta forma, a implementação computacional se faz a partir das equações do escoamento fazendo a substituição das derivadas de primeira e segunda ordens que aparecem na equação (3.75) por (3.82) a (3.88). O termo temporal é aproximado mediante uso da expressão (3.86). As derivadas nos termos da pressão foram aproximadas por diferenças centrais devido ao caráter elíptico desta variável [De Bortoli, 2000]. Com a discretização das equações surgem sistemas lineares do tipo $A\phi = b$ que, por sua vez, são resolvidos através da aplicação de métodos numéricos, situação esta a ser explorada na próxima seção.

3.3.4 - Solução Numérica do Sistema de Equações

Prosseguindo, como já observado, a discretização das equações leva ao surgimento de sistemas de equações lineares do tipo $A\phi = b$. Os sistemas podem ser resolvidos segundo dois raciocínios: através de métodos diretos como a eliminação gaussiana ou fatoração LU , que conduzem à solução exata, a menos de erros de arredondamento introduzidos pela máquina após um número finito de passos, ou mediante métodos iterativos, que se baseiam na construção de sequências de aproximações do tipo ϕ_{n+1} , onde os valores calculados anteriormente, ϕ_n , são utilizados no refinamento da solução.

É claro que o método iterativo será útil se a sequência ϕ_{n+1} estiver suficientemente próxima da solução ϕ , isto é, em cada passo comparamos o valor obtido com o anterior e se constatarmos que ϕ_{n+1} está próximo de ϕ_n , segundo um critério previamente estabelecido, provavelmente os termos não se alterarão muito nos passos subsequentes, ou seja, ϕ_{n+1} está próximo da solução [Boldrini et al, 1980; Smith, 1990].

Preferiu-se usar métodos iterativos em virtude do sistema linear do problema abordado ser grande e esparso o que vem de encontro à existência de vários métodos eficientes quando aplicados neste tipo de sistema, cujo ganho está no custo computacional relativamente baixo. Existem inúmeros métodos iterativos tais como os de Jacobi; Gauss-Seidel, TDMA (Tridiagonal Matrix Algorithm) [Patankar, 1981], MSI (Modified Strongly Implicit) [Shneider e Zedan, 1981], relaxações sucessivas, Runge-Kutta, Gradientes conjugados, cada qual com suas vantagens e desvantagens [De Bortoli, 1996].

Para as equações governantes do escoamento utilizou-se o método de Runge-Kutta (explícito) para encontrar o campo de velocidades e o método de Gauss-Seidel com relaxações sucessivas para obter o campo de pressão.

O método de Runge-Kutta de quarta ordem clássico é expresso como [Kroll e Jain, 1987]

$$\begin{aligned}
 \vec{W}_{i,j}^{(0)} &= \vec{W}_{i,j}^{(n)} \\
 \vec{W}_{i,j}^{(1)} &= \vec{W}_{i,j}^{(0)} - \frac{\Delta t}{2V_{i,j}} \vec{R}_{i,j}^{(0)} \\
 \vec{W}_{i,j}^{(2)} &= \vec{W}_{i,j}^{(0)} - \frac{\Delta t}{2V_{i,j}} \vec{R}_{i,j}^{(1)} \\
 \vec{W}_{i,j}^{(3)} &= \vec{W}_{i,j}^{(0)} - \frac{\Delta t}{V_{i,j}} \vec{R}_{i,j}^{(2)} \\
 \vec{W}_{i,j}^{(4)} &= \vec{W}_{i,j}^{(0)} - \frac{\Delta t}{6V_{i,j}} \left[\vec{R}_{i,j}^{(0)} + 2\vec{R}_{i,j}^{(1)} + 2\vec{R}_{i,j}^{(2)} + \vec{R}_{i,j}^{(3)} \right] \\
 \vec{W}_{i,j}^{(n+1)} &= \vec{W}_{i,j}^{(4)}
 \end{aligned} \tag{3.89}$$

onde $\vec{R}_{i,j}^{(K)} = \vec{Q}_{i,j}^{(K)} - D_{i,j}^{(K)}$, $K = 0, 1, 2, 3$ e $n = 4$. Sendo que este método requer o cálculo de quatro

fluxos $\vec{Q}_{i,j}^{(K)}$ e quatro termos dissipativos $D_{i,j}^{(K)}$.

Um esquema simplificado do método de Runge-Kutta de m -estágios é dado por [Kroll e Rossow, 1989]

$$\begin{aligned}
 \vec{W}_{i,j}^{\rightarrow(0)} &= \vec{W}_{i,j}^{\rightarrow(n)} \\
 \vec{W}_{i,j}^{\rightarrow(r)} &= \vec{W}_{i,j}^{\rightarrow(0)} - \alpha_K \Delta t R_{i,j}^{\rightarrow(K-1)} \\
 \vec{W}_{i,j}^{\rightarrow(n+1)} &= \vec{W}_{i,j}^{\rightarrow(K)}, \quad K = 1, 2, \dots, n.
 \end{aligned} \tag{3.90}$$

Os coeficientes α_K para o método de 3, 4 e 5 estágios são, respectivamente,

$$\begin{aligned}
 \alpha_1 &= 1, \quad \alpha_2 = \frac{1}{2}, \quad \alpha_3 = 1 \\
 \alpha_1 &= \frac{1}{4}, \quad \alpha_2 = \frac{1}{3}, \quad \alpha_3 = \frac{1}{2}, \quad \alpha_4 = 1 \\
 \alpha_1 &= \frac{1}{4}, \quad \alpha_2 = \frac{1}{6}, \quad \alpha_3 = \frac{3}{8}, \quad \alpha_4 = \frac{1}{2}, \quad \alpha_5 = 1
 \end{aligned}$$

sendo que para mais de 5 estágios o método não é eficiente, pois o esforço computacional envolvido é muito alto [Kroll e Jain, 1987].

No cálculo da pressão utilizou-se o método das relaxações sucessivas devido a fácil implementação computacional e à possibilidade de acelerar a convergência já que a pressão varia pouco. A relaxação consiste na aproximação da iteração $(k+1)$ como uma média entre o valor $\vec{W}_{i,j}^{\rightarrow(k)}$, obtido na iteração (k) , e o valor $\vec{W}_{i,j}^{\rightarrow(k+1)}$ obtido pelo método de Gauss-Seidel. Como exemplo, para a equação da quantidade de movimento em x $\vec{W} = \rho u$ e de forma semelhante para as outras equações. O método das relaxações sucessivas é escrito conforme

$$\vec{W}_{i,j}^{\rightarrow(k+1)} = (1-w)\vec{W}_{i,j}^{\rightarrow(k)} + w\vec{W}_{GSi,j}^{\rightarrow(k+1)} \tag{3.91}$$

onde w é denominado parâmetro de aceleração ou fator de relaxação e $\vec{W}_{GSi,j}^{\rightarrow(k+1)}$ é a aproximação obtida através do método de Gauss-Seidel; é provado que o método só converge se $0 < w < 2$ [Smith, 1990].

O método das relaxações sucessivas é denominado segundo o valor assumido para o fator de relaxação, ou seja, se $w = 1$ então tem-se o método de Gauss-Seidel, se $1 < w < 2$ obtém-se o método de sobre-relaxação ao passo que se $0 < w < 1$ tem-se o método de sub-relaxação. Para o problema proposto neste trabalho a sub-relaxação foi utilizada pois proporcionava melhor convergência do código computacional (fluxo de caráter elíptico) [De Bortoli, 2000]. Neste contexto, discute-se a seguir algumas dificuldades enfrentadas.

3.3.5 – Dificuldades Enfrentadas

Como pode ser observado, simular o escoamento de fluidos não é uma tarefa simples. A não linearidade presente nas equações faz com que a solução fechada seja praticamente impossível, exceto para alguns casos particulares. Como por exemplo, solução exata das equações de Navier-Stokes foi obtida por H. Blasius para a camada limite laminar numa placa plana horizontal, cujo escoamento considerado é bidimensional, permanente, incompressível com gradiente de pressão nulo [Fox e McDonald, 1998].

Um outro fator que demanda esforços de desenvolvimento computacional é a geração da malha do domínio em geometrias complexas, conforme Fig. 3.7. A decisão de escolha por malhas estruturadas ou não estruturadas torna-se importante, pelo fato de ambas possuírem vantagens e desvantagens. Uma outra dificuldade que surge é a abordagem numérica adotada e a escolha do processo de discretização das equações governantes. A escolha do método não reside numa simples opção, mas sim num conjunto de vantagens que ele pode propiciar. Desta forma, a utilização dos métodos de Runge-Kutta, para o cálculo da velocidade e de relaxações sucessivas para a pressão, foram feitas devido a sua simplicidade de implementação e eficiência [De Bortoli, 2000] na busca da solução de escoamentos incompressíveis [Cabuk et al, 1992]. Dificuldades adicionais surgem quando da simulação de fluxos com malhas contendo até 330 x 70 pontos sendo realizadas num microcomputador, pois a capacidade de processamento dos cálculos dos gradientes de interesse na malha ainda são relativamente demorados (aproximadamente 11h de CPU).

Finalmente, após a implementação dos métodos descritos, campos de velocidade e pressão foram obtidos e comparados para algumas geometrias de interesse.

4 – Resultados Obtidos

Para obter um resultado algumas condições devem ser impostas, tais como:

- adequação das condições de contorno;
- atribuição de critérios de convergência no código computacional a ponto de assegurar que o resultado obtido tenha convergido;
- etc.

Para que os resultados sejam considerados satisfatórios, quando possível, compará-los com aqueles da literatura só vem a contribuir e confirmar a coerência do trabalho numérico. Uma outra condição encorajadora e de grande importância é a comparação direta de resultados numéricos com experimentais. Justamente nessa ocasião é que a simulação numérica se mostra como a ferramenta que mais se difundiu nos últimos tempos, porque realizar experimentos, muitas vezes, possui alto custo financeiro e grande demanda de tempo.

Por exemplo, o projeto da carenagem de alguns automóveis é desenvolvido no computador até que a forma aerodinâmica do mesmo esteja de acordo com os padrões desejados pelos projetistas, para então construir um protótipo e confirmar os resultados com apenas alguns testes aerodinâmicos no túnel de vento.

Neste trabalho, o código computacional foi desenvolvido em Fortran e compilado no computador PC k7-750MHz, sendo que a média de tempo para obter os resultados foi de aproximadamente 10 horas. A visualização dos resultados foi realizada no programa Visual desenvolvido no Instituto de Matemática Pura e Aplicada da UFRGS [Justo, 1998] e através do programa Microcal Origin.

A calibração do código é feita via comparação do resultado numérico, obtido num duto simples, com o resultado teórico. Após é realizada a comparação do perfil do escoamento simulado num duto de 90° com a literatura. Por conseguinte, é avaliado o perfil em outras condições de escoamento, como o caso da injeção de um fluido num coletor. Ao final é simulado o fluxo numa geometria mais complexa de coletor.

4.1 – Escoamentos nos Dutos Simples e de 90°

O escoamento bidimensional laminar, em regime permanente, incompressível e completamente desenvolvido no interior de um duto simples [Schlichting, 1968; Giles, 1977; Bastos, 1983; Fox e McDonald, 1998] possui perfil de velocidade dado por,

$$u = -\frac{1}{4\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \left[1 - \left(\frac{y}{h} \right)^2 \right] \quad (4.1)$$

que pode ser escrito em termos da velocidade máxima, no centro do duto, como

$$\frac{u}{U} = 1 - \left(\frac{y}{h} \right)^2, \quad (4.2)$$

como pode ser observado na Fig.4.1.

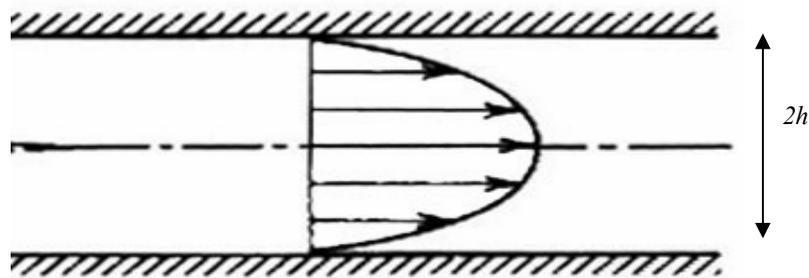


Fig.4.1 - Perfil de velocidade para o duto simples [Fox e McDonald, 1998].

Mediante simulação numérica, primeiramente obteve-se uma malha computacional de 60x17 pontos para o duto, conforme Fig. 4.2. Essa foi gerada no sistema de coordenadas cartesianas devido à simplicidade geométrica e não houve a necessidade de utilizar a concentração em qualquer ponto.

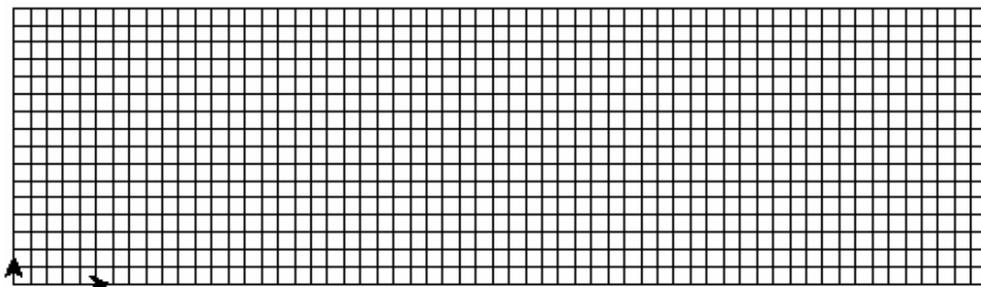


Fig.4.2 - Malha computacional para o duto simples, 60x17 pontos.

As informações de interesse para esse caso são as variações de velocidade e pressão ao longo do domínio; o procedimento adotado para o cálculo destas variáveis consiste no modelo descrito no capítulo anterior.

A distribuição da velocidade do escoamento plenamente desenvolvido pode ser observada na Fig. 4.3, onde se verifica a concordância com o resultado da literatura, Fig. 4.1 [Fox e McDonald, 1998], ou seja, o perfil parabólico na seção transversal do duto com velocidade máxima ocorrendo no centro do domínio; este perfil torna-se parabólico devido as forças viscosas presentes nas equações da quantidade de movimento (equações de Navier-Stokes).

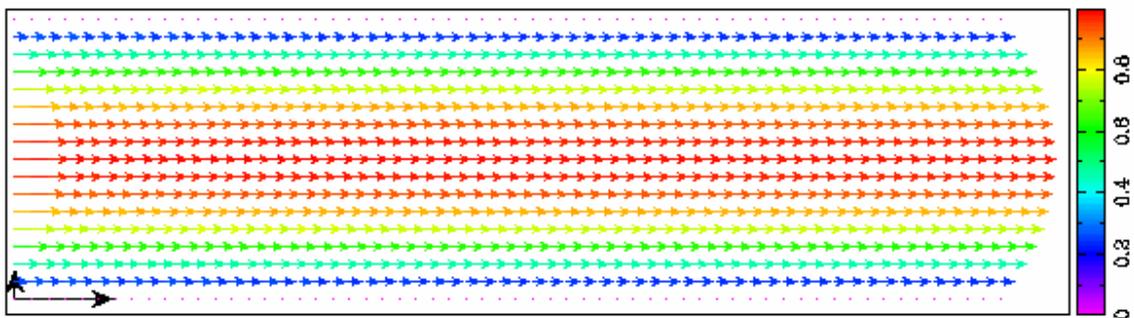


Fig.4.3 - Distribuição dos vetores velocidade no duto simples.

Para a situação da velocidade da Fig. 4.3 optou-se em atribuir o critério de convergência na pressão, cujo erro relativo foi na ordem de 1.0×10^{-6} . No domínio computacional foi admitido como condição inicial o fluxo uniforme e iterativamente obteve-se o perfil de velocidade parabólico. As equações governantes foram submetidas as seguintes condições de contorno:

- a) Nas paredes os vetores velocidade são nulos, enquanto que a pressão é extrapolada.
- b) Na entrada e saída a velocidade é extrapolada e a pressão é prescrita segundo um gradiente de pequena magnitude representando a perda de carga [Streeter, 1982].

Na Fig. 4.4 mostra-se uma comparação do perfil plenamente desenvolvido simulado e a solução analítica. Verifica-se perfeita concordância entre os resultados.

Simular o fluxo no duto simples foi necessário para calibrar o código computacional numa geometria cartesiana, usando um código escrito em coordenadas generalizadas, ou seja, averiguar o modelo numérico, que por sua vez, foi confirmado mediante a comparação com a literatura, para então concentrar esforços numa situação mais complexa.

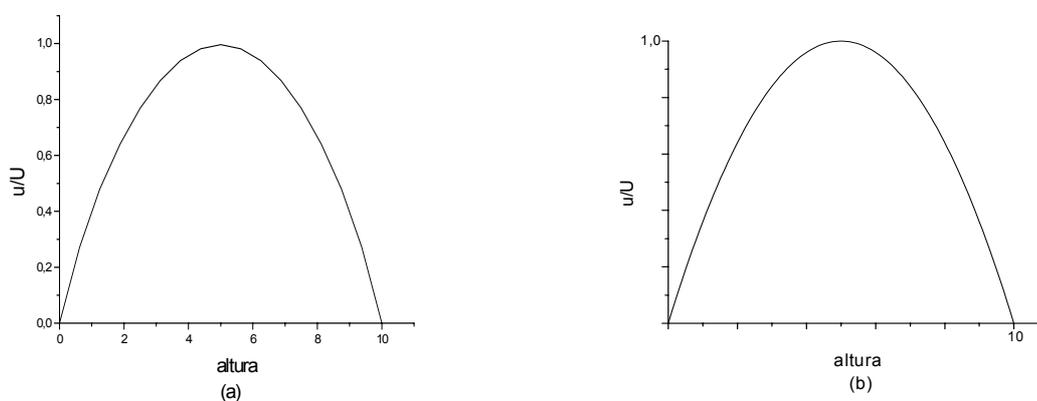


Fig. 4.4 – Perfil plenamente desenvolvido; (a) simulado, (b) analítico.

Sendo agora o domínio em questão um duto curvo em 90° , este recebe grande atenção em virtude de sua aplicação em várias situações, tais como o estudo da solução numérica das equações de Navier-Stokes quando a variação da densidade da malha computacional ocorrer [McDonald e Briley, W. R., 1981], ou quando o desejo é realizar a análise do escoamento para diferentes números de Reynolds [Takemoto e Nakamura, 1988], ou até mesmo para verificar os resultados numéricos da aplicação do método de Runge-Kutta explícito no escoamento de fluido incompressível [Cabuk et al, 1992].

Para o duto em 90° , semelhante ao coletor da Fig. 2.2, uma malha computacional foi obtida, Fig. 4.5, de altura constante $h = 1$. Essa foi gerada no sistema de coordenadas generalizadas mediante as equações (3.55) e (3.56), embora parte desta pudesse ser obtida sem grandes dificuldades no sistema de coordenadas polares.

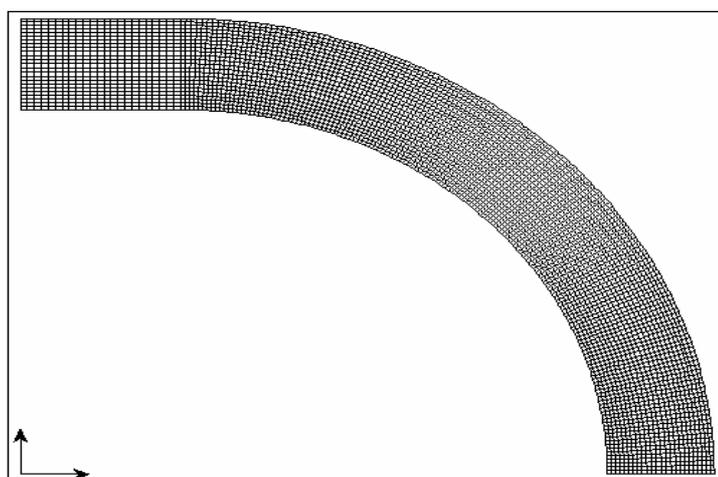


Fig.4.5 - Malha computacional de um duto curvo em 90° , 180x26 pontos.

A malha computacional acima foi obtida utilizando 180x26 pontos a partir da junção de um duto simples com outro de 90°. Os raios interno e externo utilizados foram $r_i = 4$ e $r_E = 5$, respectivamente, e o comprimento do duto simples, parte superior da malha, é de $L = 1.5$.

Admitindo que o número de Reynolds na entrada seja de 790 [McDonald e Briley, W. R., 1981], o perfil de velocidade é tal que a faixa de maior velocidade também ocorre nas proximidades do centro do domínio. Pelo lado de dentro do duto a velocidade é um pouco superior do que pelo lado de fora, quando a curva é percorrida, invertendo esta situação na saída do mesmo, conforme Fig. 4.6, 4.7 e 4.8.

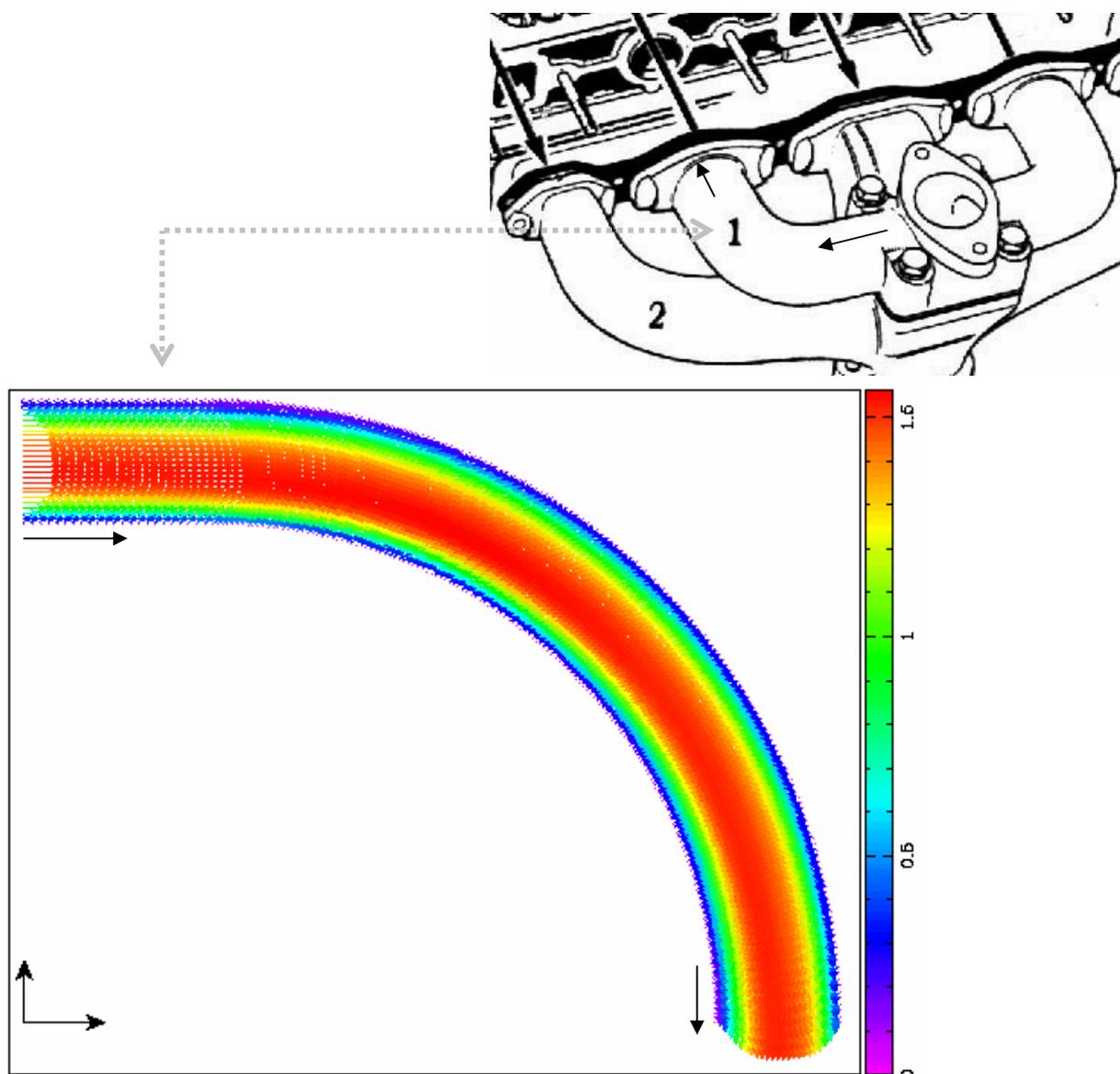


Fig.4.6 – Perfil de velocidade para o duto em 90° com $Re = 790$.

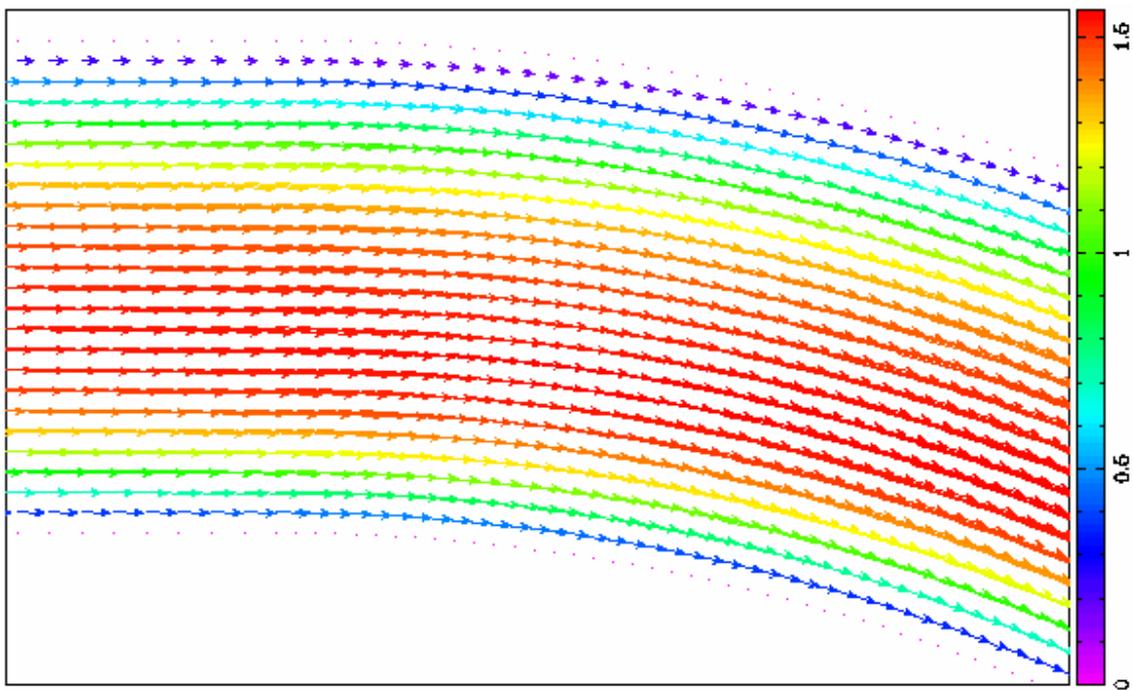


Fig.4.7 - Perfil de velocidade para o duto em 90° na entrada da curva.

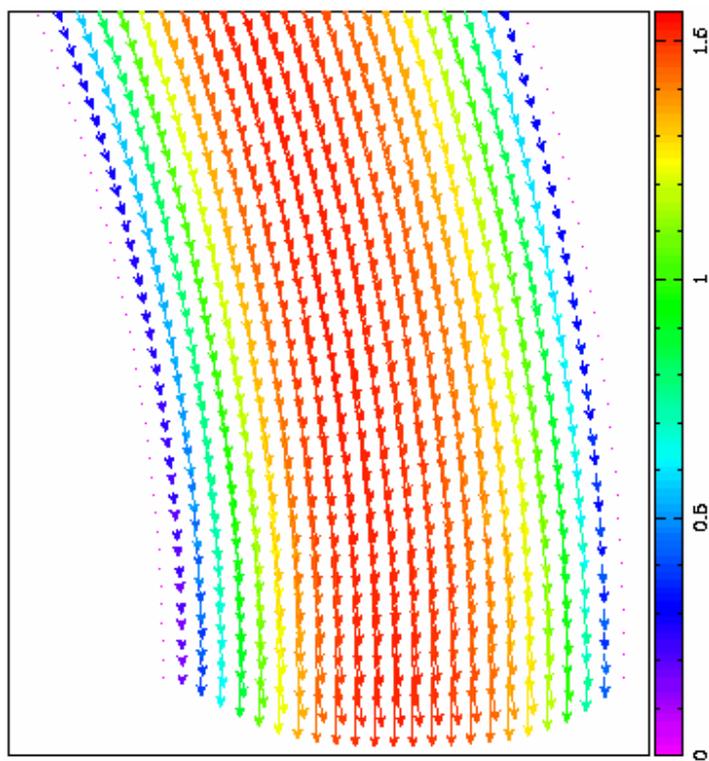


Fig.4.8 - Perfil de velocidade para o duto em 90° na saída da curva.

A comparação da distribuição da velocidade no sentido do raio, de $r_i = 4$ até $r_E = 5$, quando o ângulo é de 60° no sentido horário, pode ser vista na Fig. 4.9. Neste gráfico os círculos (em vermelho) representam o resultado conforme referência [McDonald e Briley, 1981], enquanto que a linha contínua (em azul) é o resultado numérico obtido no presente trabalho.

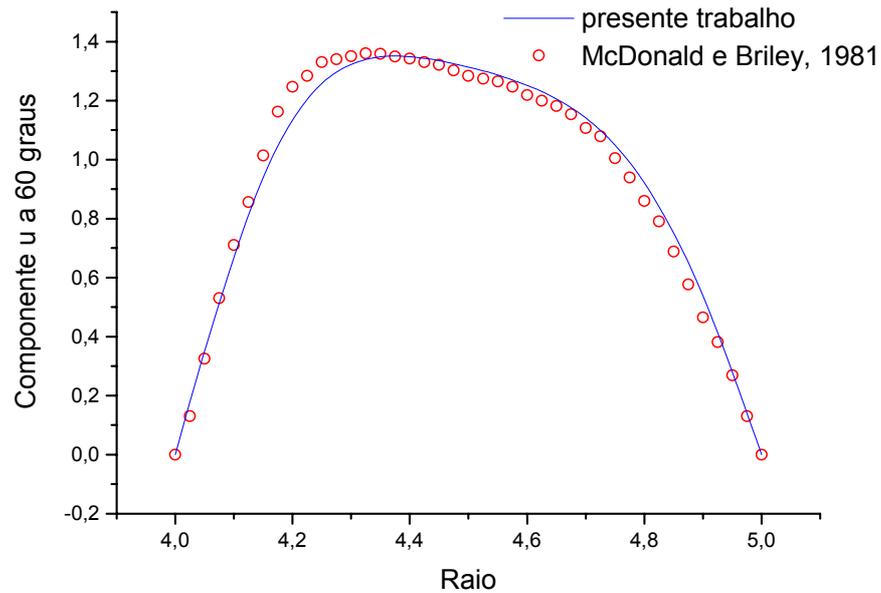


Fig.4.9 - Variação da velocidade ao longo do raio para 60° para o duto em 90° .

Para esse caso admitiu-se inicialmente fluxo uniforme e iterativamente as equações do movimento forneceram o perfil de velocidade da Fig. 4.9. As condições de contorno utilizadas são as seguintes:

- Na entrada e saída a velocidade foi extrapolada e as pressões prescritas.
- Nas paredes o vetor velocidade é nulo, enquanto que a pressão foi extrapolada.

A convergência, como no caso anterior, foi verificada na pressão cujo erro admitido foi na ordem de $1,0 \times 10^{-5}$, com passo de tempo $7,0 \times 10^{-5}$.

Na Fig. 4.10 plota-se a distribuição de velocidade a 60° e na saída do duto. Verifica-se a 60° um pequeno aumento na velocidade próximo ao raio interno e, à medida que o escoamento se desenvolve, esta característica se inverte, ou seja, há um ligeiro aumento na velocidade próximo ao raio externo.

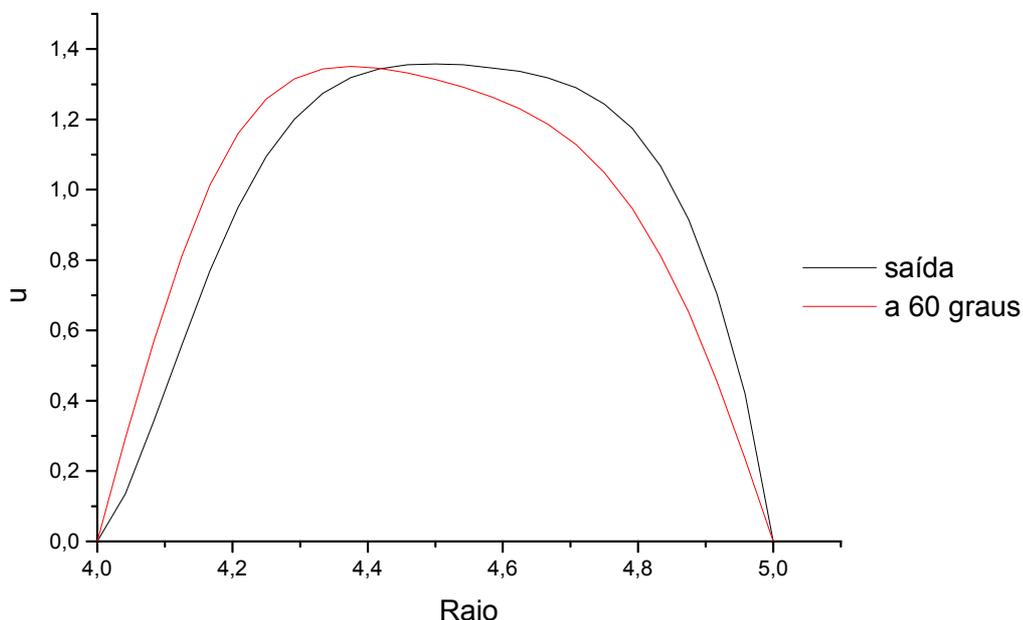


Fig.4.10 – Comparação dos perfis de velocidade a 60° e saída.

Desta forma, o coletor de admissão da Fig. 2.2, correspondendo à malha da geometria curva de 90°, possui perfil de velocidade semelhante àquele da Fig. 4.6 para $Re = 790$. Para o duto curvo de 60°, semelhante ao coletor da Fig. 2.1-a, estudou-se suas variações como segue na próxima seção.

4.2 – Escoamento num Duto de 60°

Na seção anterior foram apresentados alguns resultados simulados para geometrias cujo perfil já é conhecido na literatura; agora verifica-se como se comporta o fluxo num coletor simplificado de 60°.

No sistema EW10 j4, por exemplo [Isata, 2000], as válvulas de injeção de combustível estão localizadas no coletor de admissão o qual possui uma geometria semelhante ao duto em 90°, mas com uma curva cujo ângulo é de 60° (conforme Fig.2.1-a). Nesse caso, o coletor é ligado ao cabeçote, no motor, que por sua vez está conectado à câmara de combustão, sendo a

válvula de admissão o limite entre o cabeçote e a câmara de combustão. Por fim, na parte superior do coletor, antes da curva, tem-se a válvula de injeção por onde o combustível é injetado.

Uma malha computacional semelhante a do coletor de admissão da Fig. 2.1-a também foi gerada no sistema generalizado; esta possui 330x50 pontos (Fig. 4.11) e não houve a necessidade de efetuar a concentração em algum ponto específico, pela malha ser relativamente refinada. A malha foi refinada por ser utilizada no escoamento com e sem injeção.

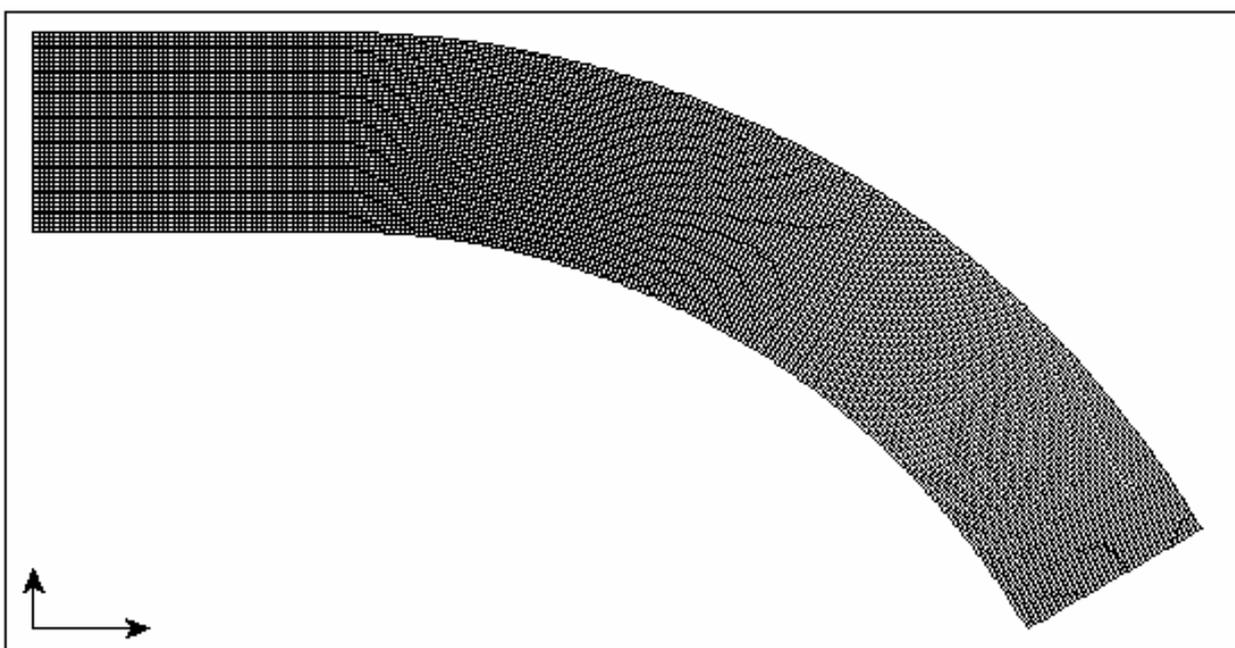


Fig.4.11 - Malha do coletor com ângulo de 60°, 330x50 pontos.

Iterativamente encontrou-se a solução do perfil de velocidade, onde o fluido em questão é o ar atmosférico a temperatura ambiente. Inicialmente fez-se a simulação para número de Reynolds na entrada de 790 (laminar) em regime permanente, conforme Fig. 4.12, considerando a abertura da válvula de admissão sem a injeção de combustível.

No perfil plenamente desenvolvido a velocidade vai diminuindo nas proximidades das paredes. Isto se deve à presença das forças de cisalhamento nas proximidades das paredes. Quanto ao erro admitido na pressão, para o $Re = 790$, este foi de 1.0×10^{-6} .

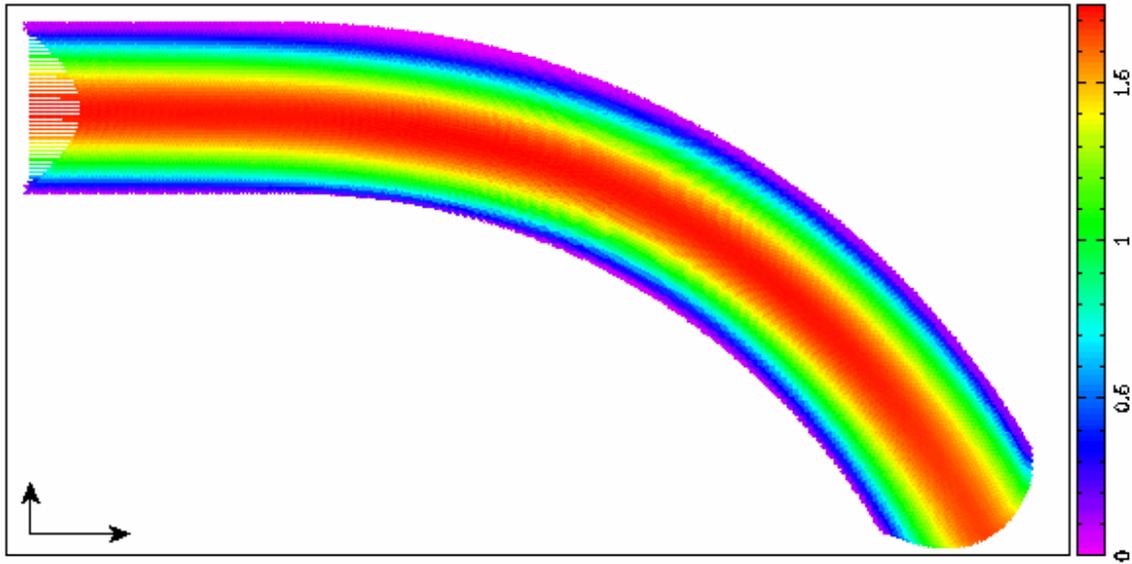


Fig.4.12 - Vetores velocidade para o coletor de 60° , $Re = 790$.

Aumentando para $Re = 2000$, a aspiração provoca pequenas alterações no perfil do escoamento, conforme Fig. 4.13. Verifica-se que o escoamento continua laminar, com o perfil de velocidade tal que os vetores próximos à parede são mais influenciados pelas forças de inércia do que pela viscosidade que no caso de $Re = 790$. Para esse Reynolds a força de inércia atua com maior intensidade, o fluxo ainda é laminar e a atuação da viscosidade é reduzida decorrente do aumento da velocidade que reduz a perda de carga.

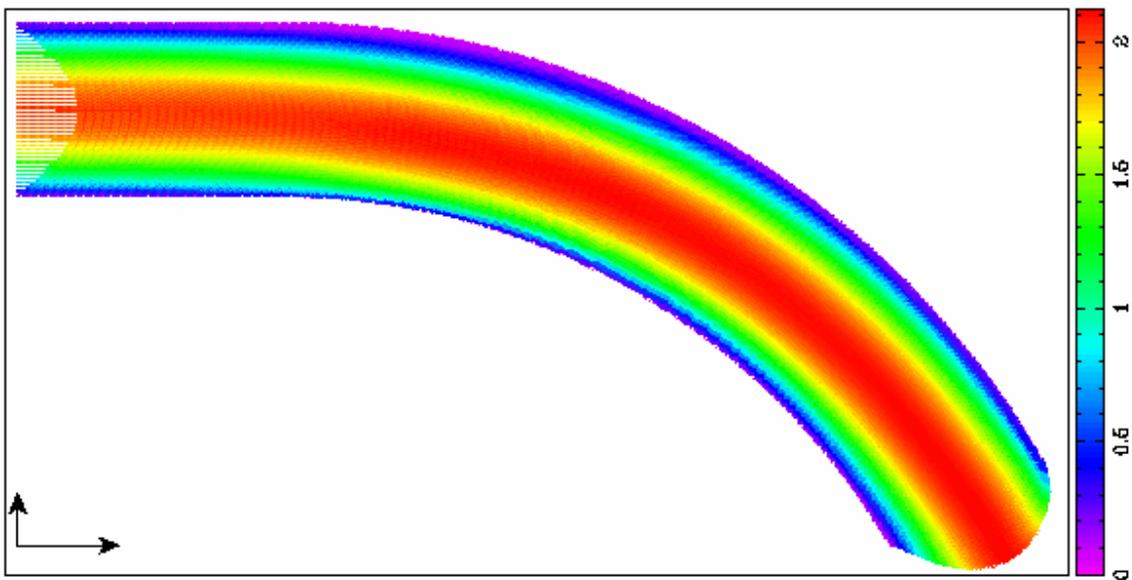


Fig.4.13 - Vetores velocidade para o coletor de 60° , $Re = 2000$.

Para velocidades maiores, com Reynolds acima de 2000, o escoamento poderá deixar de ser laminar e entrará numa zona de transição; a perda de carga não seguirá mais o mesmo padrão de variação antes ocorrido. O fator rugosidade, na parede do coletor, começa a se tornar importante a ponto de iniciar uma mudança no perfil do escoamento. Mas, se velocidades maiores ainda forem imprimidas no coletor pelo pistão, então o escoamento se torna turbulento e os gradientes de velocidade e pressão se tornarão mais evidentes. Isto provocará uma desordem no escoamento, implicando na alteração do enchimento de fluido ativo no cilindro.

Após obter resultados para fluxos laminares consistentes passa-se para a análise do fluxo num coletor com adição de fluido que se mistura ao mesmo.

4.3 – Escoamento com Injeção no Coletor

No estudo do escoamento com injeção de combustível Wang [Wang et al, 1998] propôs um modelo bidimensional, laminar e incompressível para Reynolds 6234 (entre outros) e Yuu [Yuu et al, 1999] verificou que a existência da transição do escoamento laminar para turbulento do combustível injetado ocorre para $Re \cong 800$. Desta forma, assumindo que na entrada do coletor $Re_{ar} = 6234$ (Reynolds do ar) e para a injeção $Re_{comb} = 372$ (Reynolds do combustível), a malha computacional necessitou de concentração próximo à válvula de injeção e ainda ser refinada na direção perpendicular ao raio, onde foram utilizados 330x70 pontos. O campo dos vetores velocidade pode ser visto na Fig. 4.14, onde se percebe um presságio de turbulência provocado pelo aumento da aspiração e pela injeção do combustível (injetado num ângulo de 30°) no coletor perturbando o escoamento.

A abertura da válvula de injeção de combustível se procede no momento imediatamente antes à abertura da válvula de admissão. O mecanismo de injeção é controlado por informações obtidas de sensores que captam o regime de funcionamento do motor, estas são enviadas na forma de sinais elétricos à unidade de comando. Os sensores e a unidade de comando formam o sistema de comando.

Salienta-se que a mistura entre os dois fluidos é assumida ser uniforme, o que não corresponde à situação física real, mas se constitui numa aproximação para as condições adotadas.

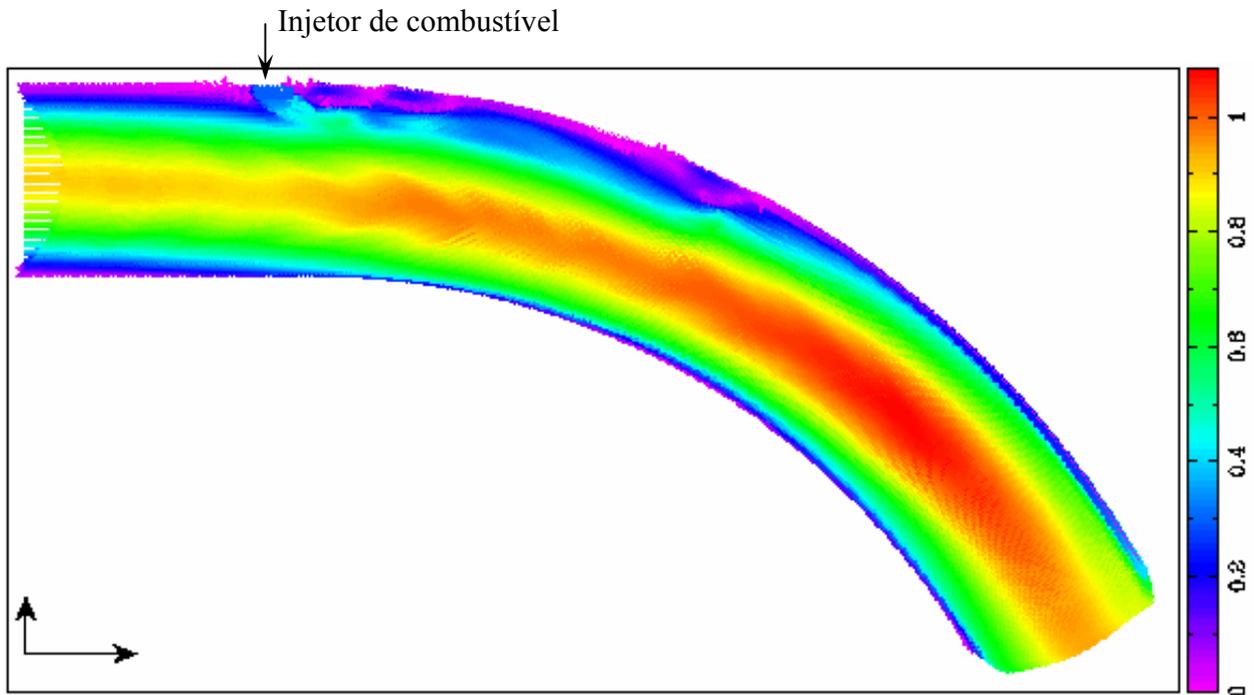


Fig.4.14 - Vetores velocidade para $Re_{ar} = 6234$ e $Re_{comb} = 372$.

Como pode ser observado na Fig. 4.14, ocorre uma desaceleração do ar que entra através do coletor na região próxima ao injetor de combustível, pois o ar sofre mudança na sua trajetória devido ao combustível injetado.

A mudança na trajetória do ar e do combustível injetado, por sua vez, provocam aceleração local abaixo e a frente do injetor, decorrente do gradiente de velocidade e pressão da mistura de fluidos. Assim, a instabilidade se propaga por todo o resto do domínio fazendo com que os vetores velocidade no centro do mesmo sejam deslocados na direção da parede oposta, o que também aumenta a velocidade do fluido próximo à esta parede.

A instabilidade propagada no coletor faz com que os gradientes de velocidade e pressão, que ocorrem com mais intensidade, dêem origem ao surgimento de vórtices logo à frente da injeção, conforme Fig.4.15 e Fig.4.16, e a quantidade e intensidade destes só vem a crescer com o aumento da velocidade de aspiração ou de injeção do combustível ou até mesmo com a ocorrência de ambas as situações. Para este perfil, o código captou apenas os vórtices principais ocorridos e para que outros vórtices venham a aparecer seria necessário uma malha apropriada (mais refinada).

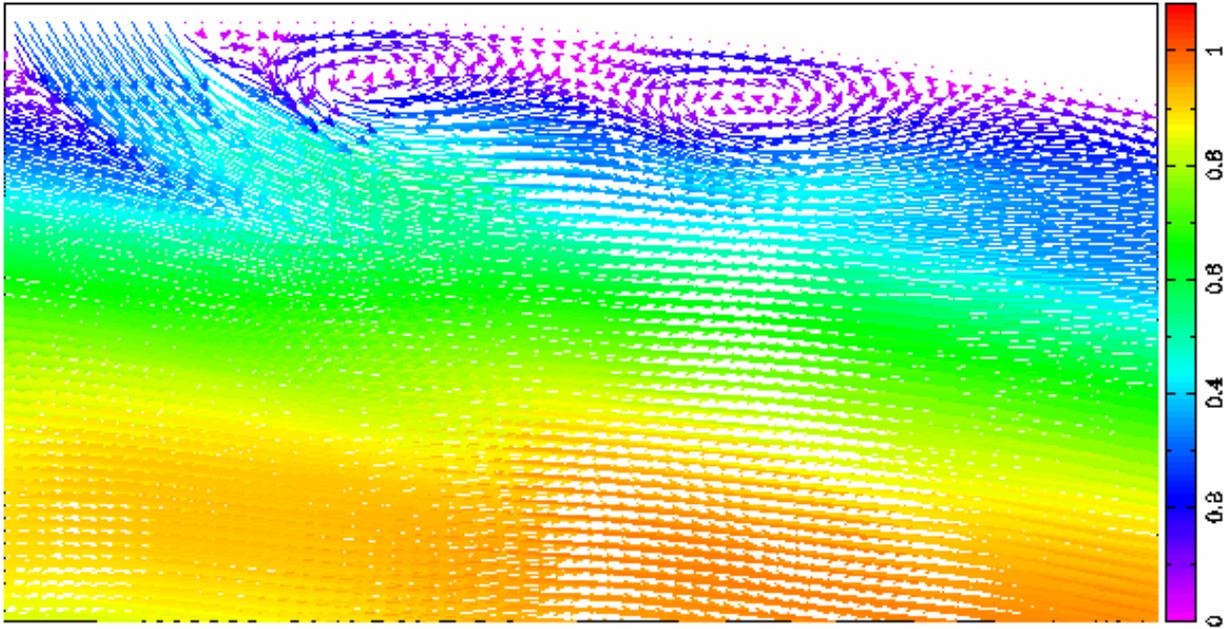


Fig.4.15 – Região de vórtices próximo à injeção, $Re_{ar} = 6234$ e $Re_{comb} = 372$.

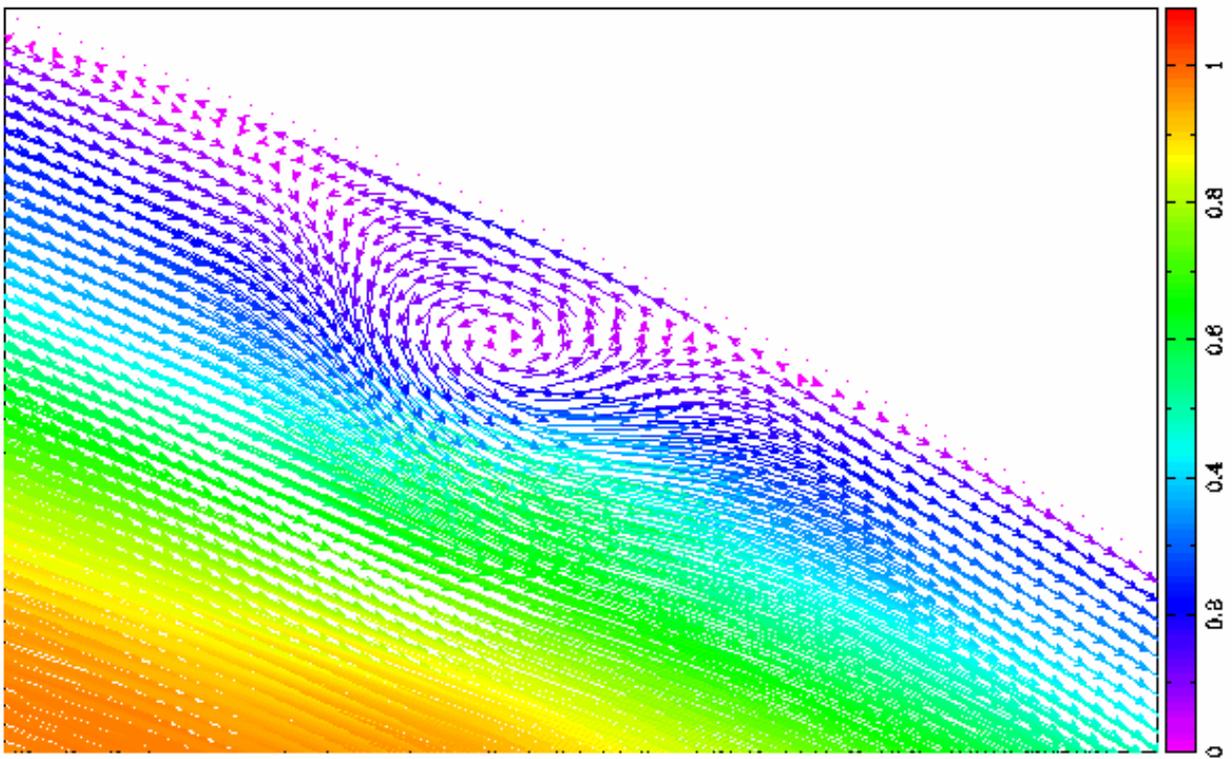


Fig. 4.16 – Vórtice subsequente à região da Fig. 4.15, $Re_{ar} = 6234$ e $Re_{comb} = 372$.

A jusante dos vórtices, para o resto do domínio, a intensidade da instabilidade diminui e o fluxo tende a estabilizar, conforme mostra a Fig.4.17, voltando a ter um perfil tal que a velocidade no centro do duto seja máxima com os fluidos já misturados. O erro na pressão admitido foi da ordem de 1.0×10^{-4} .

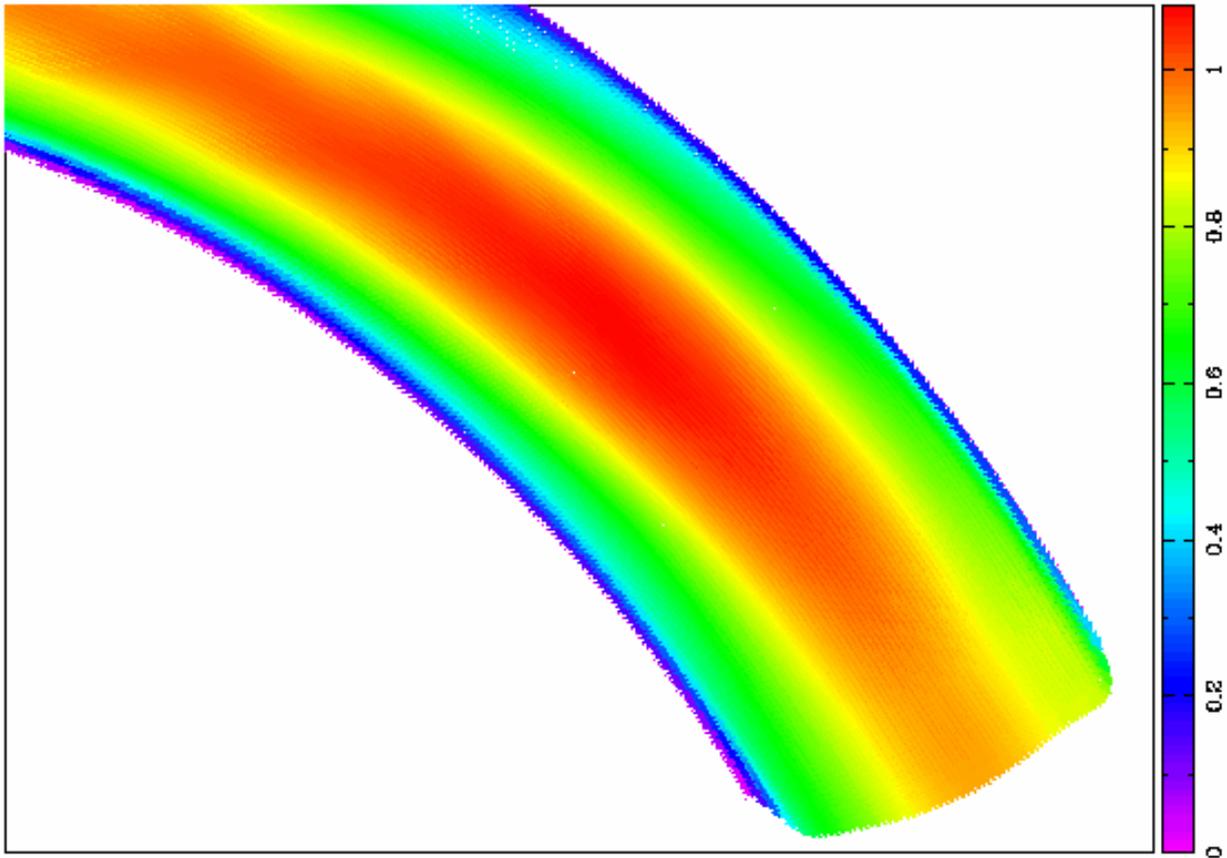


Fig.4.17 – Estabilidade do fluxo na saída, $Re_{ar} = 6234$ e $Re_{comb} = 372$.

Vale ressaltar que para o caso de escoamentos com injeção de combustível, em câmaras limitadas para $Re = 6234$, o interesse reside no estudo dos gradientes de velocidade, espécie química, pressão e temperatura; o movimento e desenvolvimento de vórtices também está relacionado com a aceleração local e a instabilidade [Wang et al, 1998; Wang et al, 1999], o que vem a reforçar a idéia de que o aparecimento dos principais vórtices no coletor são devidos à aceleração e desaceleração local no escoamento provocando instabilidade.

Mantendo na entrada do coletor $Re_{ar} = 6234$ e na injeção fazendo $Re_{comb} = 600$, conforme mostra a Fig. 4.18, constata-se que o sistema injetou mais combustível e,

consequentemente, enriqueceu a mistura; o custo disto é o aumento dos gradientes de interesse que alteram o enchimento do cilindro. Com $Re_{comb} = 600$ tem-se maior magnitude dos vórtices, Figs. 4.19 e 4.20, quando comparado com a situação anterior. Após os mesmos o escoamento tende a ser mais instável que nos casos anteriores. O perfil foi obtido com a mesma ordem de precisão na pressão que o caso anterior.

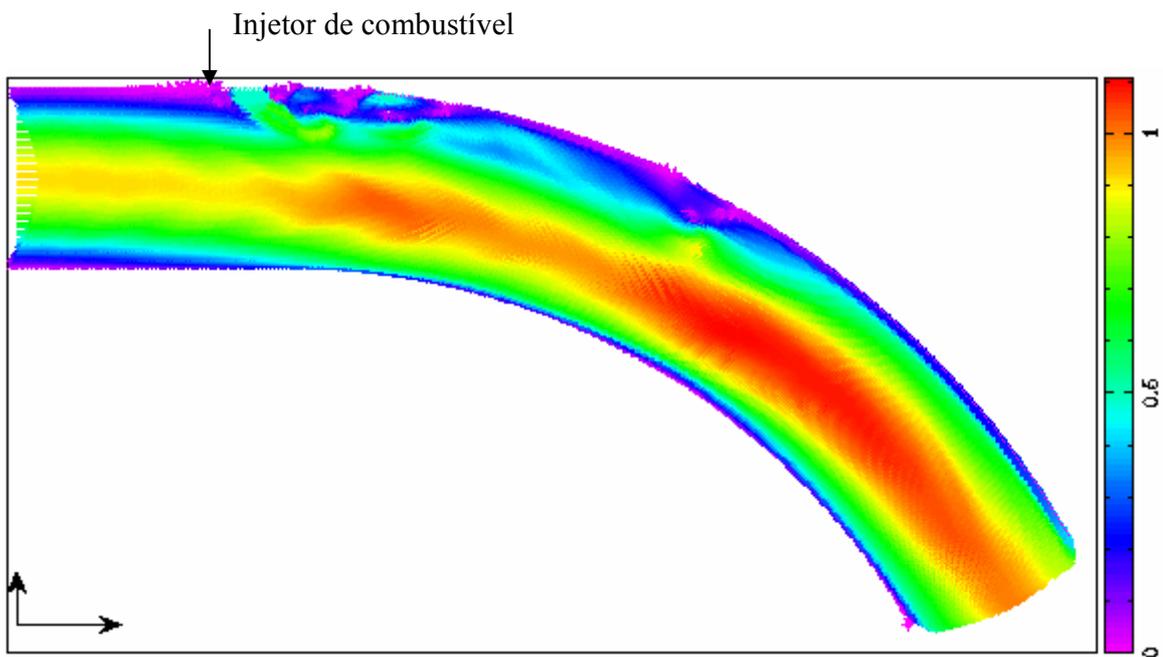


Fig.4.18 - Vetores velocidade para $Re_{ar} = 6234$ e $Re_{comb} = 600$.

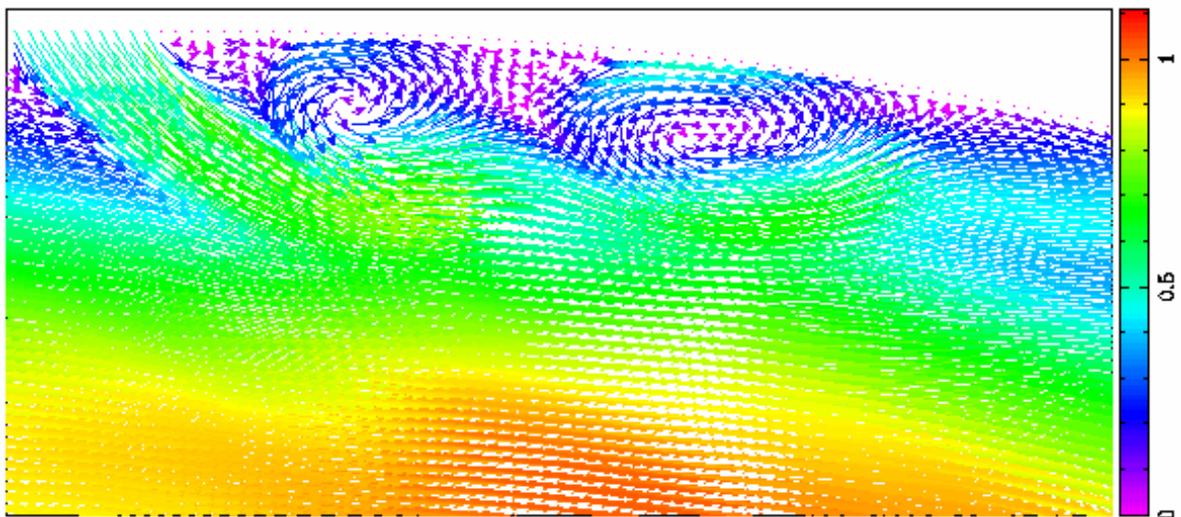


Fig.4.19 – Região de vórtices próximo à injeção para $Re_{ar} = 6234$ e $Re_{comb} = 600$.

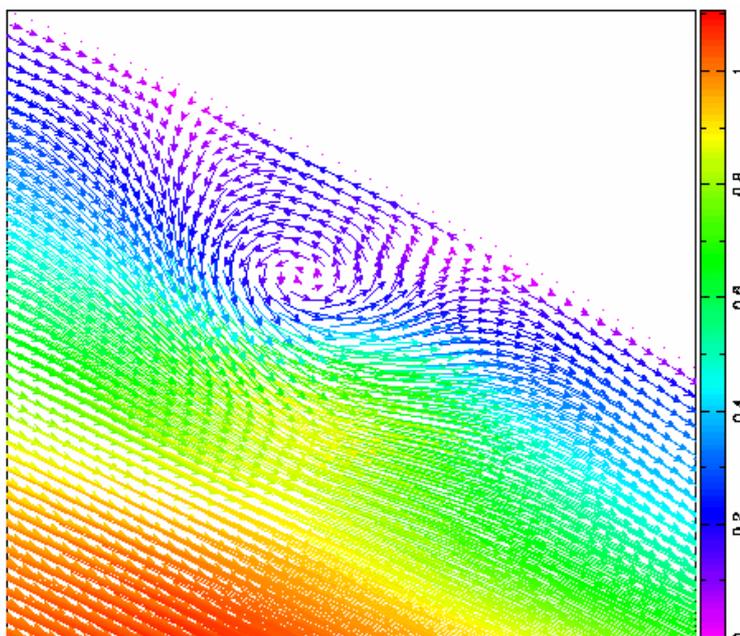


Fig.4.20 - Vórtice subsequente à região da Fig.4.19, $Re_{ar} = 6234$ e $Re_{comb} = 600$.

Desta forma, pode-se concluir que com o aumento do Reynolds o escoamento deixará de ser laminar e se tornará totalmente turbulento, provocando mais instabilidade e mais regiões de aceleração e desaceleração e o aumento da quantidade de vórtices é inevitável. A turbulência em geral não é desejável, mas com o aumento do Reynolds esta sempre ocorre [Martinez, 1977].

Atualmente existe a tendência de diminuir a quantidade de turbulência no escoamento localizando a válvula de injeção diretamente na câmara de combustão; com isto a instabilidade e a magnitude dos vórtices no coletor é minimizada; a mistura torna-se mais homogênea em virtude da pressão dentro do cilindro ser muitas vezes maior do que a atmosférica, o que torna a combustão mais eficaz.

4.4 – Escoamento num Coletor Complexo

Para finalizar, fez-se também a simulação do escoamento numa geometria semelhante ao coletor de admissão que equipa o motor do FIAT Palio 1.0, Fig. 4.21, cuja malha é relativamente refinada 250x50 pontos. Neste coletor a mistura é efetuada atrás da válvula de admissão, já no cabeçote do motor.

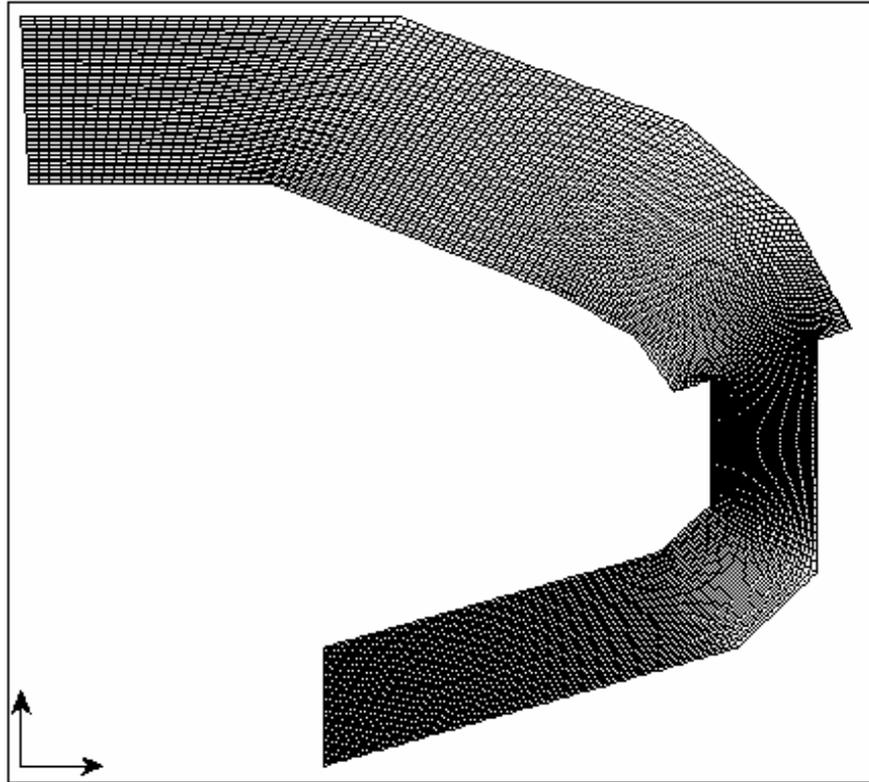


Fig. 4.21 – Malha similar a do Coletor de admissão do motor Palio 1.0, 250x50 pontos.

Essa geometria é um pouco mais complexa, havendo a necessidade de concentrar a mesma próximo à restrição, conforme Fig. 4.22-a, e à curva, Fig. 4.22-b.

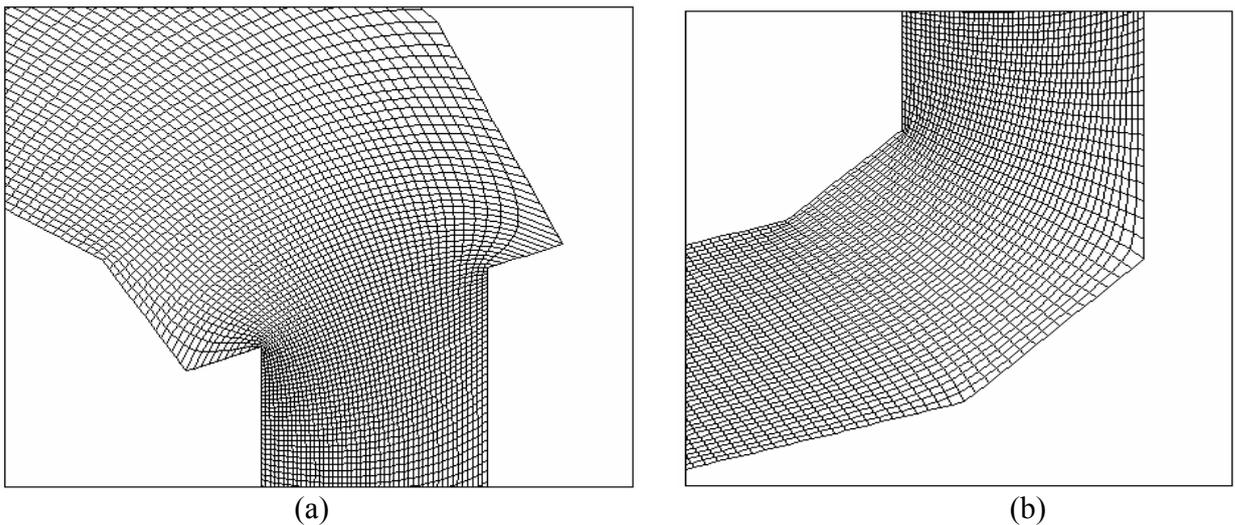


Fig. 4.22 – Concentração da malha próximo à restrição (a) e à curva (b).

Admitindo $Re = 790$, o campo de velocidade obtido pode ser visto na Fig. 4.23.

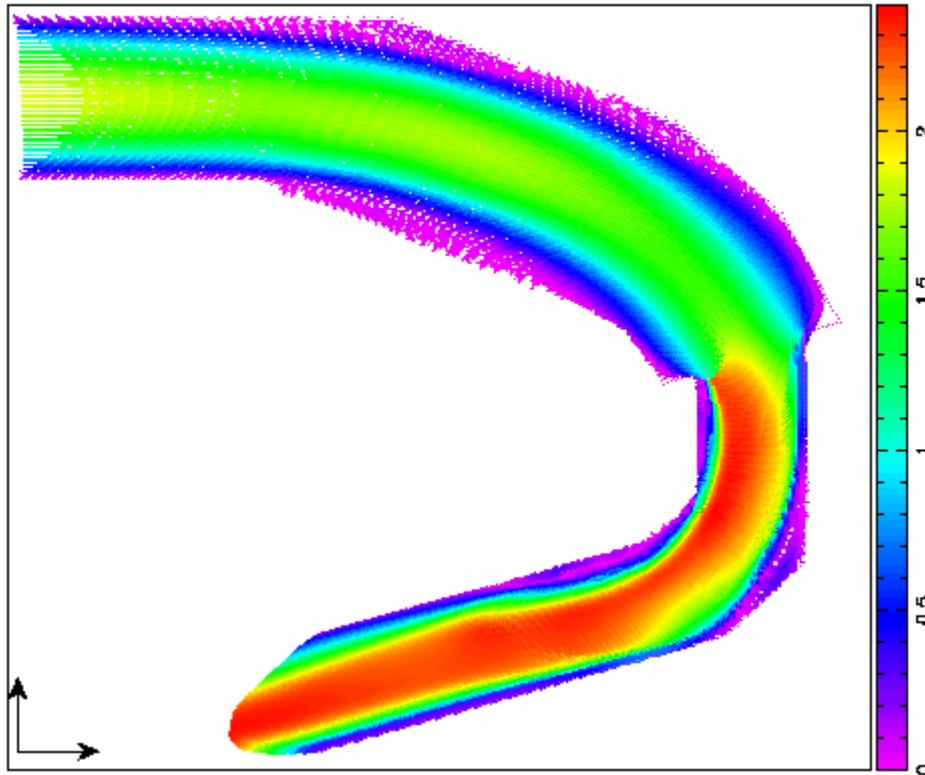


Fig. 4.23 – Vetores velocidade para $Re = 790$.

Inicialmente, o fluxo plenamente desenvolvido possui perfil de velocidade próximo do parabólico na entrada. À medida que o diâmetro vai aumentando o gradiente de pressão aumenta e, conseqüentemente, a velocidade do escoamento diminui, sendo que próximo as paredes surgem recirculações, conforme Fig. 4.24.

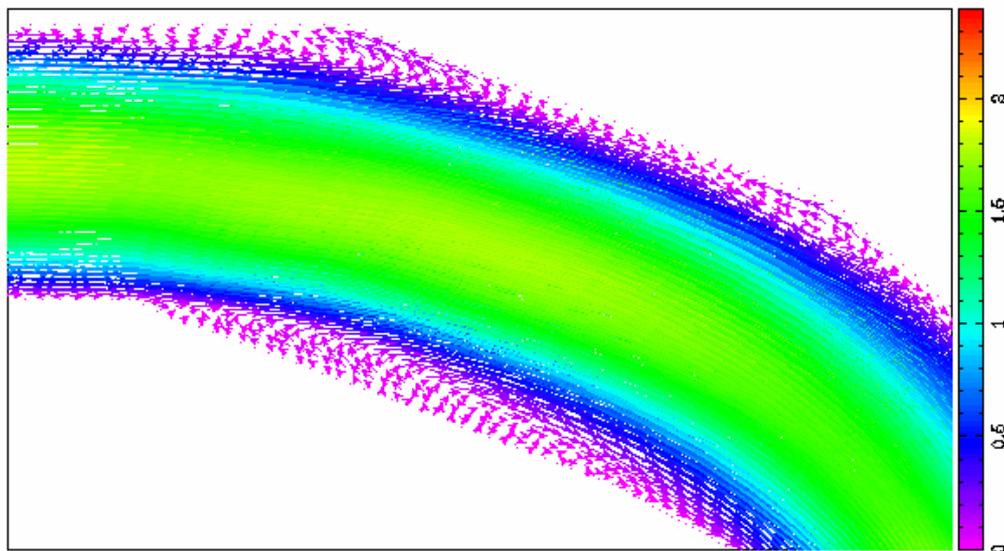


Fig. 4.24 – Região com recirculação para $Re = 790$.

Próximo à restrição o gradiente de velocidade começa a aumentar e, quando a variação brusca de diâmetro ocorre, a aceleração local do fluido propicia o aparecimento do vórtice pelo lado interno do duto, conforme mostrado na Fig. 4.25.

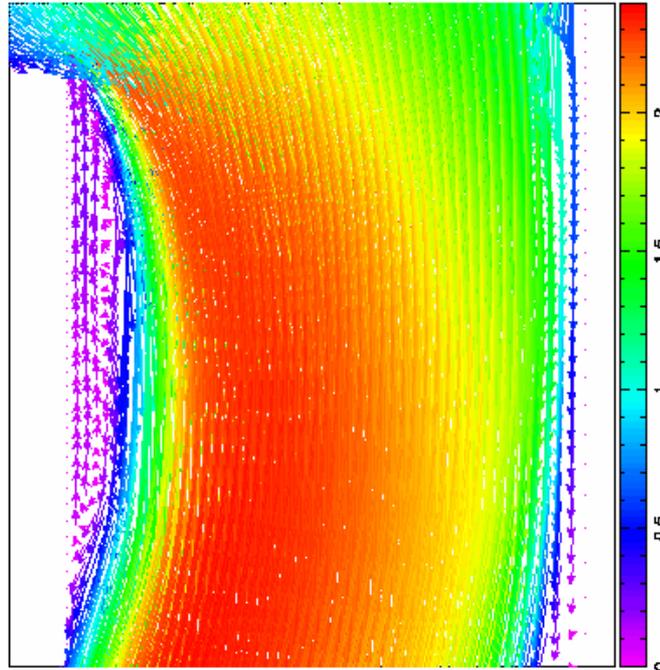


Fig. 4.25 – Vórtice do lado interno do duto para $Re = 790$.

Com o fluxo passando pela curva o aumento do diâmetro proporciona novamente a diminuição da velocidade e dois outros vórtices surgem no escoamento, um pelo lado externo do coletor e o outro do lado interno, representados na Fig. 4.26.

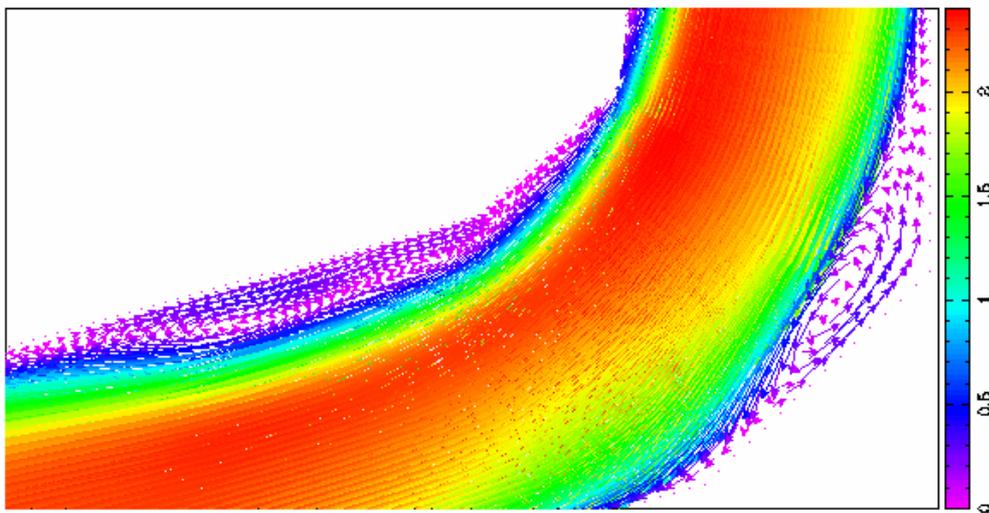


Fig. 4.26 – Vórtices interno e externo no coletor para $Re = 790$.

Na saída, devido as variações ocorridas, o perfil não é simétrico e a velocidade é ligeiramente maior pelo lado externo do duto, conforme pode ser visto na Fig. 4.27, situação esta também ocorrida para o duto de 90° (Fig. 4.10), porém em menor intensidade.

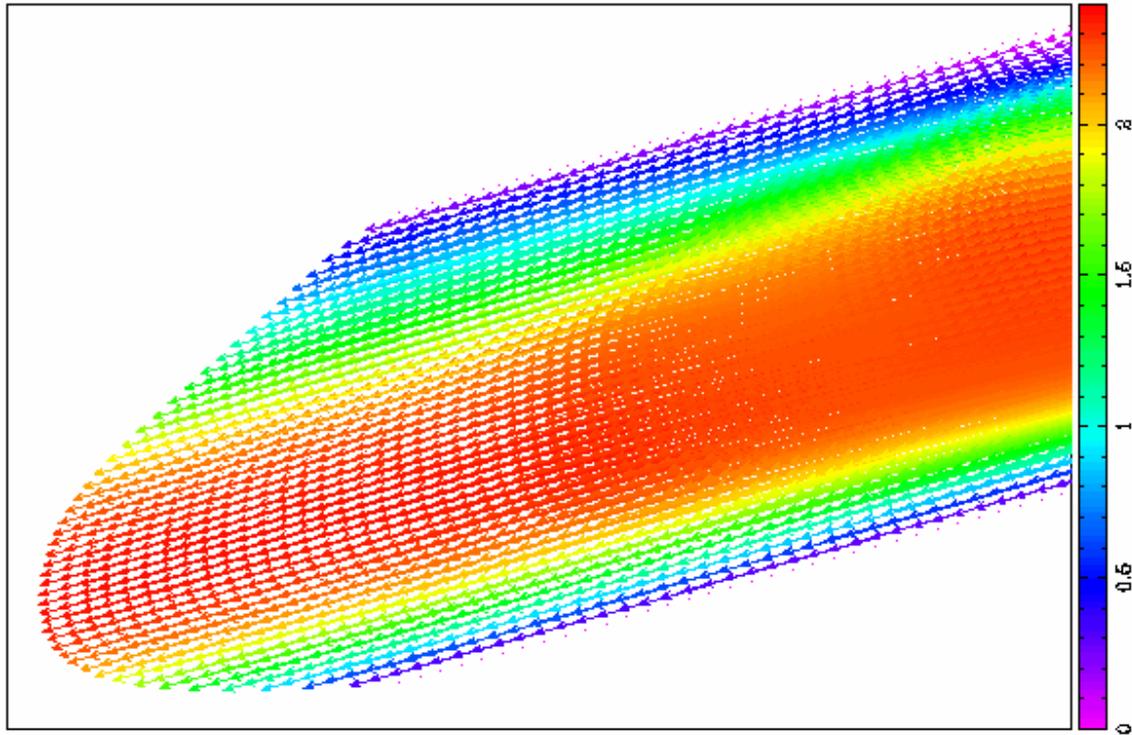


Fig. 4.27 - Perfil de velocidade na saída do coletor para $Re = 790$.

Como pode ser observado, para baixo Reynolds surgiram alguns vórtices em locais de aceleração e desaceleração da velocidade. Assim, com o aumento do Reynolds, a tendência é o surgimento de mais vórtices com maior intensidade e, provavelmente, o perfil turbulento plenamente desenvolvido será dominante mais rapidamente, quando comparado ao coletor de 60° e 90°, diminuindo o desempenho do coletor.

Desta forma, acredita-se que com avanços na criação de modelos mais realistas, como o sugerido no próximo capítulo, pode-se projetar coletores de admissão otimizados. Com isso conclusões quanto à mistura dos fluidos, variações de velocidade, pressão e temperatura na peça, aspectos de consumo de combustível e desempenho do motor possam ser aferidas.

5 – Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros

A seguir algumas conclusões quanto à formulação matemática do problema e o uso de um método computacional para resolvê-lo são comentadas, e uma proposta para um trabalho futuro é sugerida.

5.1- Conclusão Final

O fluxo no coletor foi resolvido em regime permanente, bidimensional e incompressível. Partiu-se da criação de um modelo matemático, cujas equações foram transformadas para o sistema de coordenadas generalizadas, segundo algumas hipóteses simplificativas. As equações governantes no modelo foram discretizadas em diferenças finitas, o que gerou sistemas lineares do tipo $A\phi = b$. Nesses foram aplicados os métodos numéricos explícitos de Runge-Kutta e o das relaxações sucessivas que iterativamente forneceram os campos de velocidade e pressão.

Inicialmente fez-se a simulação do escoamento no duto simples, onde o perfil de velocidade plenamente desenvolvido do tipo parabólico foi obtido. Este caso possui solução fechada, sendo confirmada via simulação numérica. A obtenção deste resultado foi importante para efeito de calibração do mesmo, o que encorajou a tratar uma situação mais complexa.

Após os resultados obtidos para o duto simples, partiu-se para a simulação no duto em 90° . Neste utilizou-se $Re = 790$ para efeito de comparação, sendo que o perfil simulado foi justaposto ao perfil apresentado pela literatura, quando o escoamento ocorria sob um ângulo de 60° .

Resultados satisfatórios foram obtidos na análise da solução numérica das equações de Navier-Stokes em regime permanente com variações na densidade da malha, variando o número de Reynolds, e ainda quando foi aplicado o método de Runge-Kutta explícito no escoamento de fluido incompressível. A simulação nessa geometria foi interessante pois auxiliou a confirmar os resultados mediante o modelo assumido. O perfil no duto em 90° também foi utilizado como base para análise do escoamento no coletor de admissão.

Prosseguindo o trabalho, iniciou-se a análise do perfil no coletor de admissão semelhante ao dos motores dos automóveis da Peugeot para $Re = 790$ e posteriormente $Re = 2000$. Percebeu-se, nesse caso, que com o aumento do Reynolds, ainda em regime laminar, houve aumento no rendimento volumétrico devido à diminuição dos efeitos de atrito.

Quando se aumentou a aspiração e o combustível foi injetado, $Re_{ar} = 6234$ e $Re_{comb} = 372$, uma instabilidade se iniciou no coletor devido ao Reynolds do ar ter sido elevado, o que torna as forças de inércia mais evidentes do que as viscosas, e devido à injeção do combustível que alterou a trajetória do escoamento gerando acelerações e desacelerações no fluxo, ocasionando o surgimento de vórtices.

Com a mudança na injeção, $Re_{comb} = 600$, o perfil do escoamento tornou-se mais instável e a intensidade dos vórtices ficou mais acentuada. Os gradientes ocasionados contribuíram para potencializar a desordem no escoamento criando mais oscilações.

Desta forma, à medida que as variações na velocidade do fluxo são provocadas o perfil se alterna de laminar para turbulento; assim o enchimento de fluido ativo na câmara é prejudicado, pois uma parte do combustível injetado se adere as paredes do coletor, outra se mistura ao ar e, conseqüentemente, a combustão não é total porque a mistura não é homogênea, situação esta devida à presença de turbulência.

Para finalizar, fez-se a simulação do escoamento numa geometria mais complexa, semelhante ao coletor de admissão do automóvel FIAT Palio 1.0. Neste caso constatou-se que a forma da geometria facilita o surgimento de vórtices, pois acelerações e desacelerações e variações no diâmetro ocorrem ao longo de todo o domínio.

Conclui-se, com o presente trabalho, que a análise do escoamento no coletor de admissão é de grande importância sob três aspectos: o primeiro quanto à aplicação de conceitos matemáticos que permitiram a exposição de um modelo simplificado para o problema; o segundo que consiste em formular uma metodologia baseada na dinâmica dos fluidos computacional para simular o escoamento, e o terceiro indica que a interpretação de resultados numéricos possibilita otimizar o funcionamento de uma peça mecânica de grande utilidade.

Sobre o primeiro aspecto, a riqueza dos conceitos matemáticos vem de encontro com a necessidade de formular um modelo para o problema físico exposto. Por exemplo, as equações diferenciais parciais de conservação da massa e quantidade de movimento estabelecem a correlação

das propriedades de interesse no espaço e no tempo. Assim, elas são inseridas no modelo com a tarefa de descrever as variações dessas propriedades.

Já o segundo aspecto, decorrente do primeiro, veio a tomar grande impulso nas últimas décadas com o advento de sistemas computacionais cada vez mais capacitados tornando a dinâmica dos fluidos computacional uma das áreas da matemática aplicada mais importantes. Por isso, no terceiro aspecto, o conhecimento da dinâmica dos fluidos unido à formulação de projeto vem possibilitando modelar sistemas de admissão e combustão otimizados.

Para finalizar, a fábrica da Peugeot, utilizando como base o projeto do motor GDI da Mitsubishi, projetou um sistema de admissão e uma nova câmara de combustão para os seus motores [Isata, 2000]. Foi retirada a válvula de injeção do coletor o que tornou o enchimento de fluido na câmara maior, observando-se menos instabilidade quando comparada com o modelo anteriormente comentado. Posicionou-se a válvula de injeção diretamente na câmara e redimensionou-se a extremidade superior do pistão para facilitar a homogeneidade na mistura (Fig. 2.1-b), onde esta é sujeita a pressão várias vezes superior a atmosférica. Com essas alterações foi possível aproveitar mais o resultado da combustão, aumentar a potência e diminuir o consumo de combustível e a emissão de gases poluentes.

5.2 - Sugestões para Trabalhos Futuros

Evidentemente que o escoamento simulado não foi a situação real, pois o fluxo contempla regimes com velocidade subsônica, sônica e até supersônica em alguns casos. Desta forma, constata-se que o trabalho apenas se iniciou e existe muito ainda a ser explorado.

O escoamento que inicialmente foi tomado como quase incompressível (admitindo pequenas variações), à medida que o número de Mach ultrapassa 0,3 ele se torna compressível [Fox e McDonald, 1998], pois as variações na massa específica ocorrem com maior intensidade; logo uma nova abordagem deve ser adotada. As variações de temperatura se tornam evidentes, pois a liberação de calor pela combustão altera a temperatura no cabeçote, que por sua vez, é conduzida para os dutos de admissão com o passar do tempo. Um outro fator preponderante, quando o sistema de injeção é do tipo indireta, é a questão da variação de concentração, pois o combustível se difunde

no coletor e as variações de temperatura e pressão fazem com que o gradiente da massa específica se torne apreciável no escoamento.

Alguns dos objetivos a serem analisados nesse modelo seriam verificar como se comportam as variações das propriedades para altos números de Reynolds em regime turbulento, o impacto de diferentes geometrias no perfil do escoamento e quais os traços característicos no fluxo entre o sincronismo de abertura e fechamento das válvulas de admissão e injeção de combustível.

6 – Referências Bibliográficas

- Almeida A. F, *Manutenção de Automóveis*, Cia. Gráfica Lux, Rio de Janeiro – RJ, 13ª edição.
- Anderson, D. A., Tannehil, I. C., Pletcher, R. H., *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*, McGraw-Hill, 1984.
- Apostila Técnica Bosch, *Sistema de Injeção Eletrônica de Combustível*, 1991.
- Apostila Técnica Weber-Marelli, *Sistema de Injeção / Ignição IAW-IG&*, 1996.
- Aris, R., *Vectors, Tensors and the Basic Equations of Fluid Mechanics*, Prentice-Hall, Canada, 1962.
- Bastos, F. A. A., *Problemas de Mecânica dos Fluidos*, Guanabara Koogan S.A, Rio de Janeiro-RJ, 1983.
- Bejan, A., *Convection Heat Transfer*, John Wiley & Sons, 1984.
- Boldrini, J. L., Costa, S. I. R., Figueiredo, V. L., Wetzler, H. G., *Álgebra Linear*, São Paulo, Harper & Row do Brasil, 1980.
- Cabuk, H., Sung, C. H., Modi, V., *Explicit Runge-Kutta Method for Three-Dimensional Internal Incompressible Flows*, AIAA Journal, Vol. 30, pp. 2024-2031, August 1992.
- Date, A. W., *Solution of Navier-Stokes Equations on non-Staggered Grid*, International Journal Heat Mass Transfer, Vol. 36, pp 1913-1922, 1993.
- Davis H. T, *Introduction to Nonlinear Differential Equation and Integral Equation*. Dover Publications, New York, 1962.
- De Bortoli, A. L., *O Uso de Variáveis Co-localizadas na Solução de escoamentos Supersônicos Sobre Corpos de Geometrias Arbitrárias*, Dissertação de Mestrado, UFSC, 1990.
- De Bortoli, A. L., *Aplicações de Métodos Numéricos na Solução de Problemas de Escoamento*, EIMAC'96, UFRGS, 1996.
- De Bortoli, A. L., *Introdução à Dinâmica de Fluidos Computacional*, Ed. Da UFRGS, 2000.
- Fortuna, A. O., *Técnicas Computacionais para Dinâmica dos Fluidos*, Ed-USP, 2000.

- Foust, A. S., Wenzel L. A., Clump, C. W., Maus, L., Andersen, L. B., *Princípios das Operações Unitárias*, Editora Guanabara Dois, Rio de Janeiro - RJ, 1982.
- Fox, R. W., McDonald, A. T., *Introdução à Mecânica dos Fluidos*, 4ª edição, LTC - Livros Técnicos e Científicos, Rio de Janeiro, RJ, 1998.
- Fugikawa, T., Hattori, Y., Koike, M., Akihama, K., Kobayashi, T., Matsushita, S., *Quantitative 2-D Fuel Distribution Measurements in a Direct-Injection Gasoline Engine Using Laser-Induced Fluorescence Technique*, JSME International Journal, Fluids and Thermal Engineering, Vol. 42, pp 760-767, 1999.
- Giles, R. V., *Mecânica dos Fluidos e Hidráulica*. McGraw-Hill do Brasil, São Paulo, 1977.
- Guibet, J. C., Martin, B., *Carburants et Motors*, L' institut français du pétrole, 1987.
- Haskew, J. T., and Sharif, M. A. R., *Performance Evaluation of Vaned Pipe Bends in Turbulent Flow of Liquid Propellants*, Applied Mathematical Modelling, Vol.21, 1997.
- Heywood, J. B., *Internal Combustion Engine Fundamentals*, McGraw-Hill, New York, 1989.
- Hughes, W. F., Brighton, J. A., *Dinâmica dos Fluidos*, Editora McGraw-Hill do Brasil Ltda, São Paulo, 1979.
- Isata Magazine, N1, 10, 06/2000.
- Justo, D. A. R., *Visual 3D*, UFRGS, Porto Alegre, 1998.
- Kroll, N., Jain, R. K., *Solution of Two-Dimensional Euler Equations: Experience with a Finite Volume Code*, DFVLR-FB87-41, Braunschweig, Germany, 1987.
- Kroll, N., Rossow, C. C., *Foundations of Numerical Methods for the Solution of Euler Equations*, Prepared for Lecture of CCG, Braunschweig, Germany, 1989.
- Landau, L. D, and Lifshitz, E. M, *Fluid Mechanics*. Pergamon Press, New York, 1975.
- Lima, E. L., *Curso de Análise Vol. I*, Projeto Euclides, Rio de Janeiro – RJ. 1992.
- Maliska, C. R., *Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional, Fundamentos e Coordenadas Generalizadas*, LTC- Livros Técnicos e Científicos Editora S.A, Rio de Janeiro – RJ. 1995

- Martinez R. V, *Teoría de Los Motores Térmicos Dinámica de Gases*. Librería y Editorial Alssina, Buenos Aires, 1977.
- McDonald, H. and Briley, W. R., *Some Observations on Numerical Solutions of the Three-Dimensional Navier-Stokes Equations*, Numerical and Physical Aspects of Aerodynamic flow, Springer-Verlog New York Inc., pp 99-120, 1981.
- Naik, S., and Bryden, I. G., *Prediction of Turbulent Gas-Solids Flow in Curved Ducts Using the Eulerian-Lagrangian Method*, International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 31, pp 579-600, 1999.
- Obert E. F. and Gaggioli R. A, *Thermodynamics*. McGraw-Hill Book Company, inc., New York, 1963.
- Patankar, S. V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow* , McGraw-Hill, New York, 1981.
- Penido, P. F, *O Álcool Combustível: Obtenção e Aplicação nos Motores*. Livraria Nobel, São Paulo - SP, 1981.
- Peric, M., Kessler, R., Scheuerer, G., Comparison of Finite-Volume Numerical Methods with Staggered and Colocated Grids, *Computer and Fluids*, 1987, p 56.
- Reitz, R. D., Liu, Y., Modelling of Heat Conduction within Chamber Walls for Multidimensional Internal Combustion Engine Simulations, *Int. Journal Heat Mass Transfer*, Vol. 41, pp 859-869, 1998.
- Schlichting, H., *Boundary Layer Theory*, McGraw-Hill, New York, 1968.
- Shneider, G. E., and Zedan, M. J., *A Modified Strongly Implicit Procedure for the Numerical Solution of Field Problems*, Numerical Heat Transfer, Vol. 4, pp 1-19, 1981.
- Sissom, L. E and Pitts, D. R, *Fenômenos de Transporte*, Editora Guanabara, Rio de Janeiro - RJ, 1988.
- Smith, G. D., *Numerical Solution of Partial Differential Equations: Finite Difference Methods*, Oxford University Press, New York, 1990.
- Stone, R., *Introduction to Internal Combustion Engines*, Society of Automotive Engineers, USA, 1992.

- Streeter, V. L., Wylie, E. B., *Mecânica dos Fluidos*, McGraw-Hill do Brasil, 1982.
- Takemoto, Y., Nakamura, Y., *Solutions of Circular-Sectioned Pipe Flows Using a Three-Dimensional Generalized Quick Scheme*, Computational Fluid Dynamics, 1988.
- Van Wylen, G. Y., Sonntag, R. E., *Fundamentos de Termodinâmica Clássica*, Ed. Edgard Blucher, 1976.
- Wang, X., Suzuki, T., Ochiai, Y., Ohyagi, S., *Numerical Studies of Reacting Flows over Flat Walls with Fuel Injection*, JSME International Journal, Fluids and Thermal Engineering, Vol. 41, pp 19-27, 1998.
- Wang, X., Suzuki, T., Ochiai, Y., Oda, T., *Numerical Studies of Reacting Flows over Flat Walls with Fuel Injection*, JSME International Journal, Série B, Vol. 42, N1, 1999.
- Yuu, S., Katamaki, S., Kohno, H., Umekage, T., *Effect of Particle on Low Reynolds Number Gas-Particle Free Jet ($Re = 800$)*, JSME International Journal, Fluids and Thermal Engineering, Vol. 42, pp 9-15, 1999.