

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA APLICADA

**UM ESTUDO DE OTIMIZAÇÃO NO CULTIVO DE  
ALFACE HIDROPÔNICA**

por

**WALTER SOUZA CABISTANI**

Dissertação submetida como requisito parcial  
para obtenção do grau de Mestre em  
Matemática Aplicada

Prof. Dr. Álvaro Luiz de Bortoli  
ORIENTADOR

Porto Alegre (RS), dezembro de 2001.

## AGRADECIMENTOS

A Deus, luz e sabedoria infinita.

Ao Professor Álvaro Luiz de Bortoli, pela orientação, incentivo, confiança e amizade, que me foram de grande valia nesta caminhada.

Ao Colégio Agrícola de Frederico Westphalen, na pessoa do diretor o Sr. Vicente, por ceder espaço físico para os experimentos e o de material para as misturas de soluções nutritivas.

Ao Programa de Pós Graduação em Matemática Aplicada da Universidade Federal do Rio Grande do Sul pela oportunidade de realizar o curso.

À Universidade Regional Integrada Campus de Frederico Westphalen, por ceder o espaço físico para a UFRGS realizar este mestrado em Matemática Aplicada Interinstitucional.

À minha mãe Conchita Souza Cabistani, pela vida, pelos ensinamentos e exemplo de trabalho, responsabilidade e dedicação.

À minha esposa Denise Maria de Mello Cabistani e meus três filhos Fernanda, Walter e Andressa, pela paciência e compreensão nas horas de dedicação e viagens para executar este trabalho, pois vocês são os responsáveis e o principal motivo desta caminhada.

## RESUMO

O presente trabalho tem por objetivo a maximização dos resultados de uma grande produção da “cultivar alface” pelo sistema hidropônico. Baseado na teoria da produção é considerado que o produto “cultivar alface” seja único, ou seja, uma produção simples. Utiliza-se uma função de utilidade do tipo Cobb-Douglas, pois a maioria das empresas buscam rendimentos crescentes em escala.

Para obter a regra de ouro para uma grande produção, em ambiente protegido por estufa e controlado automaticamente por temporizador, escreveu-se o Lagrangiano da função Cobb-Douglas para determinar a quantidade de capital e de mão-de-obra. Por fim, para combinar de modo ideal o capital e a mão-de-obra e com isso minimizar o custo, deve-se obedecer a uma restrição de nível de produção.

Faz-se ainda conveniente o entendimento do escoamento da água por condutos abertos, da viscosidade que a solução nutritiva impõe à água e também o bombeamento do sistema em hidroponia. Ainda é feita a análise da condutividade elétrica da solução nutritiva Castellane & Araújo, para verificar se ela apresenta os valores que são recomendados na literatura e com isso comparados com a solução nutritiva hidromol A+B adquirida já pronta no mercado e amplamente utilizada no Colégio Agrícola de Frederico Westphalen para uma produção rotineira de 400 pés da “cultivar alface”, de modo hidropônico.

## ABSTRACT

The aim of this work is the increase of the economical results of a great production of the “cultivate lettuce” for hidropônic systems. Based on the theory of production one considers the product “cultivate lettuce” alone, that is to say, a simple production. A Cobb-Douglas, function was used because almost all companies look for growing incomes in scale.

To obtain the gold rule for a great production, in atmosphere protected by store and controlled automatically by timer, one should write the Lagrangian of the Cobb-Douglas function, to determine the amount of money and of workers. Finally, to combine in an ideal way the money and the workers and with that to decrease the cost, one should obey a restriction of production level.

It is convenient the understanding of water flow throught open channels, the viscosity that the nutritious solution imposes to the water and also the pumping in a hidroponic system. One makes also the analysis of the electric conductivity of the nutritious solution Castellane & Araújo, to verify if she presents the values that are described in the literature in comparison with the hidromol A+B, used in the Agricultural Scholl of Frederico Westphalen, for a routine production of 400 feets of the cultivate lettuce.

## ÍNDICE

AGRADECIMENTOS.....	i
RESUMO .....	ii
ABSTRACT .....	iii
LISTA DE FIGURAS .....	v
LISTA DE SÍMBOLOS .....	vi
Símbolos Especiais.....	vii
1. INTRODUÇÃO .....	1
2. MODELAGEM.....	12
2.1. HIDRODINÂMICA.....	12
2.1.1. Fluxo de Fluidos .....	15
2.1.2. Mistura de Solutos no Fluido.....	19
2.1.3. Canais Abertos com Declividade.....	22
2.1.4. Bombeamento .....	29
2.2. OTIMIZAÇÃO .....	32
2.2.1. Equação do Crescimento Neoclássico .....	32
2.2.2. Função de Custo e Produção .....	35
2.2.3. Otimização da Função de Produção com Minimização de Custos.....	37
2.2.4. Gráficos da Regra de Ouro .....	40
2.2.5. Faixa de Operação.....	42
3. RESULTADOS OBTIDOS.....	47
3.1. RESULTADOS DE MISTURAS .....	53
3.2. RESULTADOS EM TERMOS DE CUSTO E OTIMIZAÇÃO .....	55
4. FECHAMENTO / CONCLUSÕES .....	57
4.1. CONCLUSÕES .....	57
4.2. PERSPECTIVAS.....	59
5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	60

## LISTA DE FIGURAS

Fig. 1.1 - Bancada com 18 calhas para produção de 400 pés da cultivar alface.....	9
Fig. 2.1 - Esquema dos casos possíveis em que é válido o Teorema de Bernoulli.....	19
Fig. 2.2 - Conduto livre de pvc 100mm contendo líquido. ....	23
Fig. 2.3 - Linhas de velocidade constante e superfície livre da água.....	24
Fig. 2.4 - Perfil de velocidade longitudinal para várias secções transversais.....	24
Fig. 2.5 - Declividade para duto de comprimento unitário. ....	26
Fig. 2.6 - Custo de produção versus capital até o máximo livre.....	41
Fig. 2.7 - Custo de produção versus capital, com rendimentos crescentes e decrescentes em escala, respectivamente, passando pelo máximo livre. ....	41
Fig. 3.1 - Produção em relação ao capital investido. ....	49
Fig. 3.2 - Situação do lucro em relação a $X = \alpha + \beta$ para rendimentos crescentes em escala. ....	49
Fig. 3.3 - Balança moderna com divisão de verificação igual a 0,001g liberada pelo Imetro até o final de 2001.....	54

## LISTA DE SÍMBOLOS

$d\vec{F}$  diferencial do vetor força

$d\vec{M}$  momento da quantidade de movimento

$dm\vec{V}$  quantidade de movimento

$D_N$  altura geométrica

$d\vec{S}$  elemento de comprimento

F força

g aceleração da gravidade

$H_m$  altura manométrica

$H_p$  potência da moto-bomba

P potência e pressão

$P_{Ca}$  perda de carga nos registros

$P_{CT}$  perda de carga na tubulação

Q vazão

Qo produção

$\vec{R}$  vetor posição

$R_e$  número de Reynolds

Z altura do canal

**Símbolos Especiais**

$\alpha, \beta$  coeficientes, expoentes e ângulos

$\varphi(v)$  função velocidade

$\Phi$  Lagrangiano

$\gamma$  peso específico

$\rho$  massa específica

$\mu$  coeficiente de viscosidade absoluta ou dinâmica

$\nu$  coeficiente de viscosidade cinemática

$\tau$  tensão tangencial

$\vec{\nabla} \wedge \vec{V}$  rotacional da velocidade

$\vec{\nabla} \cdot \vec{V}$  divergente da velocidade

$\frac{\partial}{\partial}$  derivada parcial



## 1. INTRODUÇÃO

A alface, botanicamente classificada *Lactuca sativa L.*, pertencente à família *Cichoriaceae* e é uma planta anual, cultivada desde a antigüidade. Já conhecida no tempo dos antigos egípcios, que extraíam óleo de suas sementes e utilizavam suas folhas como forrageira desde 2400 a.C., foi mencionada por vários filósofos e se difundiu em toda a Europa. As cultivares utilizadas naquela época eram do tipo crespas, sendo que as de folha lisa e com cabeça difundiram-se no século XVI.

A alface é considerada a hortaliça folhosa mais importante na alimentação do brasileiro, o que assegura sua importância econômica no Brasil. É uma planta que possui sistema radicular pouco profundo, pivotante e com numerosas raízes laterais que se desenvolvem nos primeiros 30cm de solo. Seu caule é muito curto, não ramificado, ao qual se prendem as folhas, que variam em tamanho, textura, forma e cor, conforme a cultivar. Ainda que exista um grande número de cultivares que se adaptam a diferentes tipos de clima, geralmente, a alface prefere climas úmidos e temperados. A temperatura ótima para germinação das sementes de alface é 20°C, já as temperaturas ideais para o crescimento encontram-se entre 15°C e 20°C, sendo que temperaturas noturnas inferiores a 15°C são importantes durante o estágio de formação da cabeça [CASSERES,1984; REISSER JÚNIOR, 1991].

A alface é tradicionalmente cultivada no solo, mas uma técnica de cultivo vem sendo adotada de forma acentuada pelos produtores, a hidroponia. Esse sistema vem permitindo maior número de cultivos durante o ano, com maior produtividade; produtos de melhor qualidade que atingem preços mais elevados no mercado. O cultivo hidropônico pode ser definido como a ciência do crescimento e desenvolvimento das plantas sem a utilização do solo, usando

substratos inertes, como cascalho, areia, turfa, vermiculhita ou serragem, nos quais se acrescenta uma solução de nutrientes que contém todos os elementos essenciais [RESH, 1997].

Ressalta-se que o cultivo hidropônico de alface ainda não dispõe de material genético específico ao sistema, apesar da grande disponibilidade de cultivares existentes no mercado. No uso de cultivares não específicas no cultivo hidropônico, alguns fatores devem ser considerados como as exigências do mercado consumidor, a capacidade de adaptação às condições climáticas da região, a produtividade, o ciclo e a resistência a pragas, doenças e o pendoamento precoce.

O uso desta técnica de cultivo tem incentivado uma série de pesquisas com o propósito de identificar a adaptação das cultivares ao meio produtivo. As cultivares mais utilizadas tem sido:

- Verônica [FAQUIN *et al.*, 1996; BERNARDES, 1996; KOEFENDER, 1996; VAZ & JUNQUEIRA, 1998];
- Elisa e Americana Tainá [VAZ & JUNQUEIRA, 1998];
- Mímosa, Aurora e Regina [SANTOS *et al.*, 1998; SCHIMIDT, 1999; SCHIMDT *et al.*, 1999; NOGUEIRA FILHO, 1999];
- Babá de Verão, Elisa e Lívia [GUALBERTO *et al.*, 1999];
- Deisy [NOGUEIRA FILHO, 1999; LONDERO *et al.*, 1999; DIAS JÚNIOR *et al.*, 1999].

As cultivares Regina (folha lisa) e Deisy (folha crespa) são as mais escolhidas em função de sua capacidade de adaptação ao manejo do ambiente parcialmente controlado, da produtividade e do ciclo de cultivo.

O termo hidroponia é relativamente recente e foi proposto em 1930 por William F. Gericke, pesquisador da Universidade da Califórnia que popularizou o cultivo de plantas sem solo, com seus ensaios em nutrição vegetal [JONES Jr., 1982]. Desta forma, a técnica

hidropônica não é recente e a literatura cita relatos da utilização de meio líquido para o crescimento de plantas no século XVII. Nos dois séculos seguintes intensificou-se o interesse dos pesquisadores da época pela nutrição das plantas e novos relatos foram se sucedendo [FAQUIN *et al.*, 1996].

Em meados de 1860, os cientistas alemães Sachs e Knop demonstraram, através de ensaios em laboratório, que as plantas podiam ser cultivadas em solução nutritiva. Segundo HOAGLAND & ARNON [1950], desde a publicação da solução padrão de Sachs (1860) para o cultivo de plantas em água, muitas outras fórmulas têm sido usadas com sucesso pelos pesquisadores nos mais diversos países.

A técnica de cultivo hidropônico teve maior avanço no século XX, através de estudos da essencialidade dos elementos minerais e da nutrição mineral das plantas [FAQUIN *et al.*, 1996]. Foram propostas diversas fórmulas de solução nutritiva usadas em estudos de nutrição vegetal com destaque para a de Hoagland e Arnon publicada em 1950, sendo muito utilizada no cultivo hidropônico até os dias atuais.

Em 1965 o inglês Allen Cooper lançou as bases de uma nova técnica que veio viabilizar a hidroponia em escala comercial, o “NFT” (Nutrient Film Technique) ou a técnica de fluxo laminar de nutrientes. O princípio básico é o cultivo da planta com as raízes parcialmente submersas em fluxo de solução onde estão dissolvidos todos os nutrientes necessários ao seu desenvolvimento [MARTINEZ & SILVA FILHO, 1997].

O termo “Nutrient Film Technique”, mencionado anteriormente, foi utilizado para especificar que a profundidade ou altura do fluxo de líquido que passa através das raízes das plantas devia ser pequeno (laminar), para que assim estas sempre dispusessem de oxigênio. A estrutura básica do sistema NFT é composta por um reservatório para solução nutritiva, conjunto moto-bomba e tubulação para circulação da solução, canais de cultivo, tubulação coletora, suporte para sustentação das plantas e temporizador [RESH, 1997].

Na atualidade, em países como Holanda, Inglaterra, Canadá, Estados Unidos, Japão, Austrália e Nova Zelândia, além de regiões áridas como México e Extremo Oriente, o cultivo hidropônico faz parte de grandes instalações denominadas ambientes parcialmente controlados para a produção de hortaliças e de flores.

O cultivo hidropônico foi introduzido no Brasil na década de 80 por Shigueru Ueda e Takanori Sekine que trouxeram a técnica do “NFT” do Japão e a alface foi a primeira hortaliça cultivada em hidroponia no país [FURLANI, 1999].

A solução nutritiva é o meio pelo qual os nutrientes previamente dissolvidos na água são colocados à disposição das plantas [ANDRIOLO, 1999]. Em geral, a resposta das culturas à solução nutritiva está no aproveitamento dos nutrientes fornecidos às plantas de forma equilibrada. No cultivo hidropônico a solução nutritiva é fundamental para o sucesso da produção, principalmente na obtenção de produtos de boa qualidade. Diversas soluções têm sido usadas com sucesso pela pesquisa, mas nenhuma solução nutritiva é superior as outras no que diz respeito a sua composição, pois as plantas têm acentuada capacidade de se adaptarem em diferentes condições nutritivas [HOAGLAND & ARNON, 1950].

HOAGLAND & ARNON [1950] afirmam que a composição da solução nutritiva deve ser considerada em relação ao fornecimento total de nutrientes, bem como a proporção dos vários elementos nutritivos. Para esses autores um adequado fornecimento de nutrientes está diretamente relacionado com o volume de solução por planta, estágio de desenvolvimento destas, taxa de absorção de nutrientes e frequência de renovação e reposição de nutrientes na solução nutritiva.

A obtenção de soluções nutritivas ideais para espécies, cultivares e condições particulares de cultivo ainda é discutível, pois a solução inicial muda facilmente durante o período de cultivo [MARTINEZ, 1988].

No sistema “NFT”, quanto maior o volume de solução por planta menos alterações nas concentrações de nutrientes serão fornecidos pela solução nutritiva [FURLANI, 1998]. Segundo FURLANI [1995], o volume de solução nutritiva por planta varia em função da espécie. Para a alface o volume mais adequado encontra-se em torno de 1,5 a 2,0 litros por planta, mas SCHIPPERS [1980] obteve resultados com alface onde o volume de 1 litro de solução nutritiva por planta foi o mais adequado.

No preparo da solução nutritiva um aspecto importante é a qualidade da água que deve ser potável e ter características químicas adequadas, sendo correto fazer análise de sua composição química [TEIXEIRA, 1996; SAVVAS & ADAMIDIS, 1999]. De acordo com SANTOS [1998], se o valor total dos sais na água for superior a 20-25% de uma dada solução, deve-se descontar esse valor das quantidades dos nutrientes utilizados no preparo da solução.

Em geral, no preparo da solução nutritiva, qualquer sal solúvel pode ser utilizado desde que forneça o nutriente requerido e não contenha nenhum elemento químico que prejudique o desenvolvimento das plantas [CARMELLO, 1996]. RESH [1997] considera que os diferentes sais fertilizantes usados no preparo da solução nutritiva apresentam diferentes solubilidades. A solubilidade é a medida da concentração de sal que permanece na solução quando este se dissolve em água; se um sal tem baixa solubilidade, somente uma pequena quantidade deste se dissolverá em água. Em hidroponia, os sais fertilizantes devem apresentar alta solubilidade, pois devem permanecer em solução para serem extraídos pelas plantas.

Os sais usados no preparo da solução nutritiva são fertilizantes comerciais de alta solubilidade e de boa pureza química. Na escolha dos sais fertilizantes devem ser considerados o custo, a solubilidade, a presença de elementos nutrientes ou não potencialmente tóxicos e de resíduos insolúveis [FAQUIN & FURLANI, 1999].

SANTOS *et al.* [1998], comparando diferentes soluções nutritivas para o cultivo de alface, determinaram que a solução nutritiva sugerida por CASTELLANE & ARAÚJO [1995]

apresentou produção superior às demais, bem como melhor aspecto visual das plantas. SCHMIDT [1999] e SANTOS *et al.* [1999] confirmaram o melhor desempenho da solução nutritiva recomendada por CASTELLANE & ARAÚJO [1995].

Neste trabalho, é verificada a condutividade elétrica da solução Castellane & Araújo em relação a da hidromol A+B; isto servirá para mostrar se esta solução tem bom desempenho, tanto nutricional como econômico.

A condutividade elétrica fornece informações sobre a concentração total de nutrientes na solução nutritiva, mas não informa propriamente sobre as concentrações de cada nutriente; além disso, ela é pouco afetada pelas concentrações dos micronutrientes [RESH, 1997], sendo expressa em milisiemen/cm (mS/cm). O decréscimo de nutrientes na solução é verificado pelo condutímetro.

Os valores de condutividade elétrica variam com a espécie cultivada, com as condições ambientais da região de cultivo e com a composição química da solução nutritiva adotada. Segundo RESH [1996], a condutividade elétrica no cultivo de alface deve estar entre 1,5 e 2,0 mS/cm. FAQUIN *et al.* [1996] sugerem valores superiores, entre 2,0 e 2,5 mS /cm. De forma semelhante, MARTINEZ & SILVA FILHO [1997] propõem que a condutividade elétrica, para essa cultura, não ultrapasse 2,5 mS/cm. Já ABOU-HAID *et al.* [1996] revelam que os melhores níveis de condutividade elétrica para alface estão em 1,0 e 1,5 mS/cm.

De acordo com CASTELLANE & ARAÚJO [1995], em um sistema fechado, o período útil da solução é de três a quatro semanas. Segundo FAQUIN *et al.* [1996] a renovação completa da solução tem sido recomendada entre 30 e 60 dias, devido ao desbalanceamento dos nutrientes e desenvolvimento das algas. RESH [1997] considera que a solução nutritiva pode ser utilizada por no máximo três meses, sendo que após este período se deve efetuar a troca completa da solução. Já SANTOS [1998] cita que o período de utilização da solução está compreendido entre 60 e 90 dias.



O conjunto moto-bomba é responsável pela circulação da solução nutritiva em todo o sistema, devendo ser dimensionado a favor da segurança, para que não trabalhe com sobrecarga e bombeie maior volume de solução do que o necessário, de forma que o excesso retorne ao reservatório promovendo a oxigenação da solução. FURLANI [1997] recomenda usar reservatórios com capacidade máxima de 5000 litros para facilitar o manejo.

Para o dimensionamento do conjunto moto-bomba deve-se conhecer a vazão total necessária para abastecer o sistema, a altura manométrica e as perdas de carga da tubulação e acessórios. A moto-bomba poderá ser acoplada de duas formas ao reservatório: acima ou abaixo do nível da solução; no segundo caso o acoplamento é denominado de “afogado” [ALBERONI, 1998].

A instalação da moto-bomba no nível inferior do reservatório, segundo FAQUIN *et al.* [1996], é a mais recomendada pois não é necessária a utilização de válvula de pé, visto que esta pode emperrar e por em risco a distribuição da solução. Desta forma, não ocorre entrada de ar na sucção, o que interromperia a distribuição da solução e seria necessária a retirada de ar através de “escorvamento”.

O acionamento da moto-bomba e, portanto, a irrigação no cultivo em NFT é feita de maneira intermitente, devendo operar em turnos e frequências pré-estabelecidas. Para que isto ocorra, a bomba deve estar conectada a um mecanismo que controla o seu funcionamento [MORAES, 1997].

Para BLISKA Jr. & HONÓRIO [1996] a frequência de irrigação depende da fase de desenvolvimento e das condições ambientais. De modo geral, utiliza-se 15 minutos de circulação por 45 minutos parados com temporizador (“Timer”). Essa frequência deve iniciar ao amanhecer e encerrar ao anoitecer. Durante a noite a frequência é de 15 minutos de circulação para cada hora e quarenta e cinco minutos de repouso, pois a evaporação e a absorção pela planta são menores.

O diâmetro da tubulação principal pode ser de 25, 32, 40 ou 50mm, dependendo do tamanho da instalação e do tipo de cultura. Para a distribuição na bancada ou nos canais propriamente ditos, utiliza-se tubo de 25mm, com perfurações de 1/4" a 3/8" de diâmetro, dirigidas ao centro do canal [FURLANI, 1995] e, para controlar a vazão em cada bancada, deve-se instalar um registro em PVC, tipo gaveta ou bola, que permite melhor regulação da vazão [FAQUIN *et al.*, 1996].

A rede coletora poderá ser constituída em cano de PVC "sanitário" de 100mm, com orifícios de 50mm em cada ponto de coleta, ou ainda cortado ao meio no sentido longitudinal, em modelo de calha [NOGUEIRA FILHO, 1998]. Segundo FERNANDES & MULLER [1996], esta tubulação deverá entrar no reservatório o mais acima possível do nível da solução, provocando certa turbulência e criando, desta forma, condições para melhor oxigená-la.

Surgem as bancadas, que são estruturas sobre as quais está um canal ou o conjunto de canais de cultivo. Estas podem estar localizadas desde a superfície até a altura de 1,0 m acima do nível do solo, com no máximo 2,0 m de largura, dependendo do tipo de cultura a ser produzido, de forma que as operações de transplante, condução da cultura e colheita se tornem mais confortáveis.

Segundo FURLANI [1997], é recomendável o uso de telhas que tenham canaletas com profundidade de 5 cm ou calhas de cano de PVC de 100 mm para cultivo de plantas com sistema radicular pouco desenvolvido, como alface, rúcula, almeirão, agrião, salsa e cebolinha. Para plantas com sistema radicular mais desenvolvido, como a couve-manteiga, tomate, pepino, melão, pimentão e morango, recomenda-se o uso do calhetão ou calhas de cano PVC com diâmetro não inferior a 150mm.



Segundo CASTELLANE [1995], de modo geral, para suportar os canais, constroem-se estrados de madeira, no caso de canais feitos de materiais rígidos como P.V.C., telhas de fibrocimento, madeira ou bambu, etc. Comumente, estes suportes deverão propiciar aos canais um declive de 2% , ou seja, um desnível de 2,0 cm para cada metro de comprimento do canal. Com isso, assegura-se um bom fluxo da solução nutritiva à disposição do sistema radicular da cultura e excelente escoamento por gravidade para o canal de drenagem, como mostra a figura 1.1. Alguns detalhes técnicos do método NFT para produção de alface são: Canal (largura: 16-23 cm, comprimento: 10-20 m, declividade: 1,0-2,5%); circulação intermediária: 15 min/h e vazão 1,5-2,0 l/min).



Fig. 1.1: Bancada com 18 calhas para produção de 400 pés da cultivar alface.

Baseado em todos os fatores mencionados anteriormente e na importância do cultivo da alface para produtores que dependem desta cultura, o presente trabalho tem por objetivo:

- a) Auxiliar na formação de alunos e produtores locais com relação ao aumento da produtividade, preservação do meio ambiente e diminuição dos custos;
- b) Mostrar que a solução Castellane & Araújo, recomendada pela Universidade Federal de Santa Maria, apresenta condutividade elétrica semelhante às outras soluções prontas no mercado;
- c) Provar que o preparo desta solução nutritiva é mais viável economicamente;
- d) Otimizar o custo total para uma grande produção de alface, em torno de 40000 pés, utilizando esta solução nutritiva. Ressalta-se que esta grande produção, a ser otimizada, corresponde a 100 vezes mais do que a rotineira produção que é realizada no Colégio Agrícola de Frederico Westphalen da UFSM, num ciclo de 30 dias.

Com este trabalho, pretende-se mostrar que:

- a condutividade elétrica da solução nutritiva Castellane & Araújo é aceitável, como afirma a literatura;
- o preço na produção desta solução é mais acessível;
- para uma grande produção, pode-se minimizar significativamente o custo envolvido para cultivar alface.

Nos próximos capítulos enfatizarei o seguinte:

- a) Fluido incompressível, pois o líquido circulante nos condutos abertos de cultivo é a água;
- b) Aplicação da função de produção Cobb-Douglas, para a regra de ouro, de uma grande produção;
- c) Mistura de solutos que compõe a solução nutritiva Castellane & Araújo e que ocasionam aumento na viscosidade.

## 2. MODELAGEM

Na modelagem abordada no presente trabalho trata-se primeiramente de algumas características do fluido incompressível, depois dos tipos de solutos que serão misturados neste fluido, tornando-o mais viscoso e, finalmente, do tipo de função de custo e produção utilizada para otimizar uma grande produção da cultivar alface.

### 2.1. HIDRODINÂMICA

A hidrodinâmica consiste no estudo do movimento da matéria, composta de corpos não rígidos, que é usualmente chamada de mecânica dos fluidos. Fluido é uma substância que não resiste a uma tensão de cisalhamento. Os fluidos são normalmente classificados como líquidos ou gases. Um líquido tem forças intermoleculares que mantêm as moléculas juntas de modo a formar volume, mas não uma forma definida. Este, quando colocado em um reservatório, ocupará o volume correspondente ao espaço compreendido pelas paredes do mesmo e a superfície livre do líquido, independentemente da forma do recipiente. Os líquidos têm baixa compressibilidade e sua massa específica varia pouco com a temperatura ou com a pressão [HUGHES & BRIGHTON, 1974].

Nesta abordagem não tratamos apenas com uma simples partícula; preocupamo-nos com o contínuo. De fato, não mantemos o acompanhamento de partículas individuais ou mesmo de pequenos aglomerados de fluido. Ao contrário, é conveniente levantar a questão: em algum ponto do espaço (relativo a algum referencial arbitrariamente fixo), quais são a velocidade, aceleração e propriedades termodinâmicas em função do tempo? À medida que o tempo passa o fluido naquele ponto do espaço muda de maneira constante, sendo substituído por outro, em seu

caminho normal e, então, mantemos a atenção não numa partícula individual, mas na história de algum ponto no espaço, independentemente da parcela de fluido que porventura esteja lá naquele instante. Tal descrição do fluido é chamada Euleriana, em contraposição à Lagrangeana, que analisa o comportamento individual de uma partícula.

As denominações de escoamentos laminares e viscosos puros são usadas como sinônimos para indicar um escoamento que se processa em lâminas ou camadas, em contraposição ao escoamento turbulento no qual as componentes de velocidade sofrem flutuações aleatórias impostas a seus valores médios. À medida que a velocidade aumenta, o escoamento passará de laminar para turbulento, atravessando um regime de transição [HUGHES & BRIGHTON, 1974].

Todos os fluidos reais são viscosos e esta propriedade tem influência considerável em seu comportamento. Um efeito importante da viscosidade é que, quando existe um movimento relativo entre um fluido e um sólido, as moléculas do fluido imediatamente próximas à superfície do sólido tendem a aderir a esta superfície. Esta é uma tendência que diminui rapidamente com a distância da superfície. A camada de fluido que exibe essa propensão de resistir ao movimento é chamada de camada limite.

Nos fluidos viscosos em movimento, a tensão (pressão numa determinada área) depende, além do ponto considerado, da orientação da superfície que passa pelo mesmo. Nos fluidos em repouso e nos fluidos ideais em movimento, a inexistência de esforços tangenciais implica numa consequência muito importante, qual seja a de ser o valor de esforço independente da orientação da superfície que passa pelo ponto. As pressões exercidas pelos líquidos em repouso são normais às superfícies e se transmitem com igual intensidade em todas as direções [NEVES, 1974]. É importante ter conhecimento destes detalhes sobre o líquido em repouso, pois o temporizador aciona a moto-bomba durante 15 minutos e durante os 45 minutos seguintes (durante o manejo diurno) a água tende ao repouso, após o excesso escoar para o reservatório, deixando uma lâmina de água com inclinação porque não deve faltar nutrientes para a planta.

A massa e o peso específicos da água são relacionados por  $\gamma = \rho g$ ; estes pouco variam com a temperatura, diminuindo com o aumento desta. Por exemplo, a água à 25°C possui massa específica  $\rho = 101,64 \text{ Kgfs}^2 / \text{m}^4$  e peso específico  $\gamma = 997,07 \text{ Kgf} / \text{m}^3$ . Os solutos dissolvidos na água alteram sua massa e peso específicos, aumentando assim a viscosidade da água, prejudicando o bombeamento e produzindo depósitos de nutrientes no fundo. Estes depósitos de sais com o tempo impedirão a passagem da água. Nestas situações se faz necessário manter a moto-bomba em períodos de manutenção e limpeza. Deve ser evidenciado que os efeitos nocivos da salinidade não podem ser controlados pelo conjunto moto-bomba. Ainda convém ressaltar que a cultivar alface tolera a salinização [CASTELLANE & ARAÚJO, 1995] até o limite de 2,5 mS/cm a 25°C, no sistema controlado de hidroponia.

As culturas sensíveis à salinidade sofrem redução progressiva do crescimento e da produção à medida que a concentração salina aumenta; este é um dos motivos pelo qual devemos controlar a condutividade elétrica, para registrar a falta ou excesso de salinidade na água. O menor tamanho da cabeça da alface é evidenciado nas folhas. A coloração destas é muitas vezes um bom índice de reação à salinidade, sendo de tonalidade verde-azulado-escura ruim para a planta. Deve-se tomar cuidado com a interpretação de coloração anormal. Por exemplo, deficiência de nutrientes pode provocar uma coloração verde-amarelada nas folhas. Muitas vezes, a salinidade pode reduzir bastante a produção sem contudo apresentar sintomas de dano e assim o agricultor não tem noção de causa [CRUCIANI, 1989]. A seguir, através da análise do fluxo de um fluido, entenderemos o comportamento do líquido circulante nos canais de cultivo.

### 2.1.1. FLUXO DE FLUIDOS

Serão apresentados os modelos convencionais de representação do movimento do fluido em forma matemática, enfatizando seu significado físico. O fluido real é composto de moléculas com espaços entre elas. Todavia, em geral, quando se estabelecem os modelos matemáticos, é conveniente admitir que o fluido seja um meio contínuo.

Existem cinco variáveis básicas no escoamento tridimensional: três componentes de velocidade e duas propriedades termodinâmicas. Assim, existem cinco equações básicas que descrevem o escoamento; três componentes da equação da quantidade de movimento, a continuidade e a energia. Em geral, a equação da energia torna-se desnecessária no escoamento incompressível, porque a massa específica é constante.

No estudo do movimento do fluido, preocupamo-nos com quatro leis básicas:

- a) Conservação da massa;
- b) Segunda Lei de Newton aplicada ao movimento;
- c) Conservação da energia (1ª lei da termodinâmica );
- d) Segunda lei da termodinâmica [HUGHES & BRIGHTON, 1974].

Como momento da quantidade de movimento de uma partícula de fluido de massa  $dm$  animada de uma velocidade  $\vec{V}$  tem-se o produto vetorial  $d\vec{M}_1 = (\vec{R}) \wedge dm\vec{V}$ , onde  $\vec{R}$  o vetor de posição da partícula considerada. Pela definição de momento de uma força tem-se o momento da

resultante das forças externas  $d\vec{F}$  que atuam sobre a partícula de fluido, dado por  $dM_2 = d\vec{F}x\vec{R}$ , sendo  $d\vec{F}$  obtido pela Segunda lei de Newton como  $d\vec{F} = \frac{d}{dt}(dm\vec{V})$ .

Para levar em conta o efeito da viscosidade, basta procurar o esforço que, devido à mesma, age sobre o fluido, e introduzi-lo nas equações gerais. Essa força, no caso dos líquidos, tem por componentes, por unidade de volume, segundo OX, OY e OZ, respectivamente,

$$\begin{aligned}\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) &= \mu\Delta_2 u, \\ \mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right) &= \mu\Delta_2 v, \\ \mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right) &= \mu\Delta_2 w,\end{aligned}\tag{2.1}$$

sendo  $\mu$  o coeficiente de viscosidade do líquido e  $\Delta_2$  o operador de Laplace (laplaciano).

Levando os valores destes esforços às equações de equilíbrio dinâmico de Euler, obtém-se as chamadas equações de Navier-Stokes, que exprimem as condições do equilíbrio dinâmico considerando a ação dos esforços exteriores, das pressões e da viscosidade

$$\begin{aligned}\rho X - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu\Delta_2 u &= \rho \frac{du}{dt}, \\ \rho Y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu\Delta_2 v &= \rho \frac{dv}{dt}, \\ \rho Z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu\Delta_2 w &= \rho \frac{dw}{dt},\end{aligned}\tag{2.2}$$

ou, também,

$$\begin{aligned}\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} &= X - \frac{\partial u}{\partial t} + \nu\Delta_2 u, \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} &= Y - \frac{\partial v}{\partial t} + \nu\Delta_2 v, \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} &= Z - \frac{\partial w}{\partial t} + \nu\Delta_2 w,\end{aligned}\tag{2.3}$$



que exprimem o equilíbrio dinâmico por unidade de massa [NEVES, 1974].

A equação de Euler pode ser obtida diretamente a partir da aplicação da Segunda lei de Newton. Esta pode ser escrita sob a forma

$$(\vec{V} \cdot \vec{\nabla})\vec{V} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = g\vec{e}_g - \frac{\vec{\nabla}p}{\rho} \quad (2.4)$$

reduzindo-se no caso de regime permanente à expressão mais simples

$$(\vec{V} \cdot \vec{\nabla})\vec{V} = g\vec{e}_g - \frac{\vec{\nabla}p}{\rho} \quad (2.5)$$

Obtém-se o Teorema de Bernoulli a partir da integração da equação de Euler com as hipóteses adicionais de fluido incompressível e regime permanente. Por simplicidade, orienta-se o versor  $\vec{e}_g$  de tal maneira que  $\vec{e}_g = -\vec{e}_z = -\vec{\nabla}z$ , obtendo-se para a equação de Euler com as hipóteses anteriores a expressão

$$\rho(\vec{V} \cdot \vec{\nabla})\vec{V} = -\rho g \vec{\nabla}z - \vec{\nabla}p \quad (2.6)$$

ou

$$\rho(\vec{V} \cdot \vec{\nabla})\vec{V} = -\vec{\nabla}(\rho g z + p) \quad (2.7)$$

A partir da identidade vetorial

$$(\vec{V} \cdot \vec{\nabla})\vec{V} = \frac{1}{2} \vec{\nabla}V^2 - \vec{V} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{V}) \quad (2.8)$$

a equação de Euler pode ser escrita finalmente como

$$\vec{\nabla}(p + \rho g z + \frac{\rho}{2} V^2) = \rho \vec{V} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{V}) \quad (2.9)$$

Integrando-se esta equação ao longo de uma curva resulta entre dois pontos genéricos (1) e (2)

$$\int_1^2 \vec{\nabla} \left( p + \rho g z + \frac{\rho}{2} V^2 \right) \cdot d\vec{s} = \int_1^2 \rho \vec{V} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{V}) d\vec{s} \quad (2.10)$$

ou

$$\left[ p + \rho g z + \frac{\rho}{2} V^2 \right]_1^2 = \int_1^2 \rho \vec{V} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{V}) d\vec{s} \quad (2.11)$$

Conclui-se, então, no caso de fluido incompressível e de regime permanente, que a soma

$$p + \rho g z + \frac{\rho}{2} V^2 = p_1 \quad (2.12)$$

será constante nos casos em que

$$\int_1^2 \rho \vec{V} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{V}) \cdot d\vec{s} = 0 \quad (2.13)$$

Os casos possíveis em que a integral anterior se anula podem ser classificados como (Fig.2.1):

- a) rotacional da velocidade identicamente nulo;
- b) rotacional da velocidade paralelo à velocidade;
- c) elemento de curva  $d\vec{s}$  situado numa superfície perpendicular a  $\vec{V} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{V})$ ;  
 c<sub>1</sub>) como caso particular do anterior, o elemento de curva  $d\vec{s}$  correspondente a um elemento da linha de corrente.

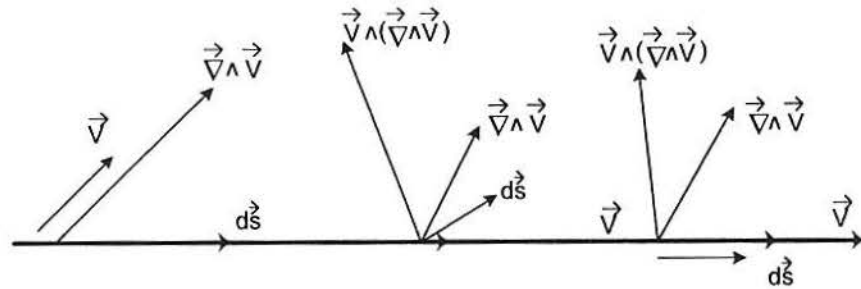


Fig. 2.1 - Esquema dos casos possíveis em que é válido o Teorema de Bernoulli.

O caso (a) corresponde ao rotacional nulo. Os demais não exigem necessariamente que seja nulo o rotacional. Em todos esses é válida a igualdade

$$p_1 + \rho g z_1 + \frac{\rho}{2} V_1^2 = p_2 + \rho g z_2 + \frac{\rho}{2} V_2^2 \quad (2.14)$$

que exprime o chamado Teorema de Bernoulli [VIEIRA, 1971].

A seguir serão mencionados os macro e micro nutrientes que compõem a solução nutritiva Castellane & Araújo; para mais tarde analisarmos a viscosidade da solução quando estes são misturados com água.

### 2.1.2. MISTURA DE SOLUTOS NO FLUIDO

A mistura de solutos no fluido é importante para compor a solução nutritiva. Esta solução se constitui no ponto principal do cultivo hidropônico, uma vez que determina o crescimento das plantas e a qualidade do produto final [SANTOS, 2000].

Através da mistura de solutos na água obtém-se a composição da solução nutritiva Castellane & Araújo (1999) (em g/1000 litros de água), recomendada para a cultura da alface. Os componentes são:

- Nitrato de Cálcio (950);
- Nitrato de Potássio (900);

- Fosfato de Potássio (272);
- Sulfato de Magnésio (246);
- Sulfato de Manganês (1,70);
- Sulfato de Zinco (1,15);
- Sulfato de Cobre (0,19);
- Ácido Bórico (2,85);
- Molibdato de Sódio (0,12);
- Ferro-EDTA (1000 ml).

Nas soluções recomendadas por Castellane & Araújo utilizou-se Fe-EDTA como fonte de ferro, obtido através da dissolução de 24,1g de  $\text{FeSO}_4$  em 400 ml de água e de 25,1g de Na-EDTA em 400ml de água quente (80°C), misturando-se as duas soluções frias e completando o volume para 1 litro e borbulhando ar por 12 horas, no escuro [SANTOS, 2000], de acordo com Belga Ind. E Com. de Prod. Químicos LTDA.

Nas soluções diluídas as propriedades coligativas (que são função do conjunto, não de cada elemento) dependem, exclusivamente, do número de partículas do soluto presentes, e não da natureza química das partículas [ATKINS, 1997].

Embora não seja estritamente uma propriedade coligativa, a solubilidade de um soluto pode ser estimada por uma técnica de cálculo. Quando um soluto fica em contato com um solvente, dissolve-se até que a solução esteja saturada. A saturação é um estado de equilíbrio, com o soluto não dissolvido em equilíbrio com o dissolvido. Portanto, numa solução saturada, o potencial químico do soluto sólido puro,  $Mb_{\text{sólido}}$ , é igual ao potencial químico do soluto  $Xb$  em solução,  $Mb$ . Este último é dado por  $Mb_{\text{solução}} = Mb_{\text{líquido}} + RT \ln Xb$ , onde  $R$  é uma constante,  $T$  é a temperatura e  $Xb$  é o potencial químico.

A dificuldade na definição dos coeficientes de atividades e dos estados padrões dos solutos é o de tenderem para o comportamento ideal em soluções diluídas (lei de Henry), isto é, quando  $X_b$  tende a zero e não quando  $X_b$  tende a um (correspondente ao soluto puro) [ATKINS, 1997].

Pela necessidade essencial da energia elétrica como fonte de potência ao sistema todo e pelo risco que esta oferece se mal feita, deve-se dar atenção especial a estas instalações, dimensionando adequadamente todos os componentes que serão utilizados, para evitar futuro prejuízo na mistura do soluto [SANTOS, 2000].

As forças encontradas nos fluidos em escoamento incluem as de inércia, viscosidade, pressão, gravidade, tensão superficial e compressibilidade. Sendo  $\mu$  um coeficiente dependente da natureza do fluido, do qual é uma propriedade física característica; esse coeficiente é denominado coeficiente de viscosidade absoluta ou dinâmica, ou, simplesmente coeficiente de viscosidade. Sabe-se que o atrito é tanto maior quanto mais viscoso for o fluido.

Para a água o valor de  $\mu$  pode ser calculado pela fórmula de Poiseuille e Reynolds:

$$\mu = \frac{0,000181}{1 + 0,0337T + 0,000221T^2} \frac{Kgf.s}{m^2} \quad (2.15)$$

sendo T a temperatura em graus centígrados. Por essa fórmula, são os seguintes os valores de  $\mu$ : 0,000103  $Kgf.s/m^2$  a 20°C e 0,000084  $Kgf.s/m^2$  a 30°C. O coeficiente de viscosidade da água decresce com o aumento de temperatura, assim como para outros líquidos.

Os efeitos de viscosidade são tanto maiores quanto menor a inércia da água; a relação entre o coeficiente de viscosidade dinâmica e a massa específica é denominada coeficiente de viscosidade cinemática ( $\nu$ ), que deve ser analisada pois existem tempos em que água tende ao repouso nos canais de cultivo no sistema hidropônico.

Desprezando a variação da massa específica com a temperatura, o coeficiente de viscosidade cinemática da água pode ser calculado pela fórmula de Poiseuille [NEVES, 1974].

$$\nu = \frac{1,78}{1 + 0,0337T + 0,000221T^2} 10^{-6} \frac{m^2}{s} = \frac{\mu}{\rho} \quad (2.16)$$

A força viscosa para o movimento de uma partícula de fluido, é dada por, conforme FOX & McDONALD [1992].

$$\tau A \propto \mu \frac{du}{dy} A \quad (2.17)$$

$$\begin{aligned} &\propto \mu \frac{V}{L} L^2 \\ &\propto \mu VL \end{aligned}$$

A montagem das calhas deve também obedecer uma certa declividade para que o processo de escoamento seja ajudado pela gravidade, evitando com isso uma sobrecarga no conjunto moto-bomba. Permite ainda que ocorra a recirculação de uma parte da solução nutritiva de volta ao tanque para a sua areação, como será visto a seguir.

### 2.1.3. CANAIS ABERTOS COM DECLIVIDADE

Os condutos livres estão sujeitos à pressão atmosférica, pelo menos em uma região da sua seção de escoamento. Geralmente, tais condutos apresentam uma superfície livre em contato com o ar, de acordo com a figura abaixo.

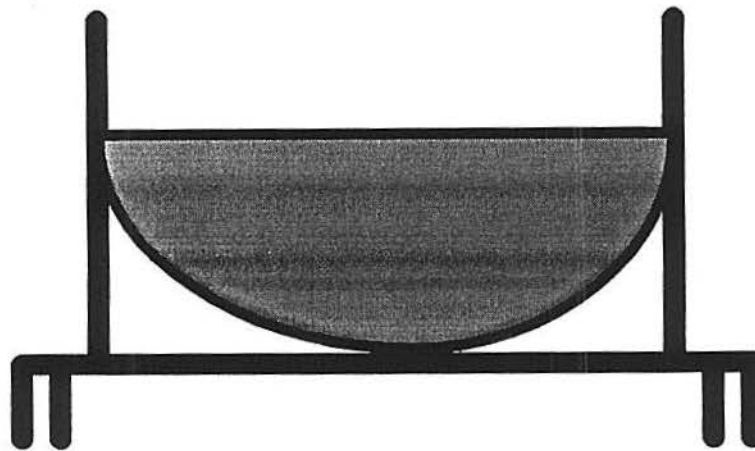


Fig. 2.2. - Conduto livre de PVC 100mm contendo líquido.

Os condutos que transportam água com superfície livre são conhecidos com as denominações de canaletas, calhas, aquedutos livres, galerias, túneis-canais, canais e cursos de água naturais [NETO & ALVAREZ,1975]. Neste trabalho, serão denominados canais todos os condutos que transportam água com superfície livre, com seção aberta ou fechada, excluindo somente os cursos de água naturais.

Os condutos livres podem ser abertos ou fechados; apresentando-se, na prática, com uma grande variedade de seções. Quanto à variação da velocidade da água, nas seções dos canais, esta vem sendo investigada há muito tempo. Para o estudo da distribuição das velocidades são consideradas duas seções.

#### A) Seção transversal

A resistência oferecida pelas paredes e pelo fundo reduz a velocidade. Na superfície livre, a resistência oferecida pela atmosfera e pelos ventos também a influencia. A velocidade máxima será encontrada na vertical (1) central, da figura 2.3, em um ponto pouco abaixo da superfície livre.

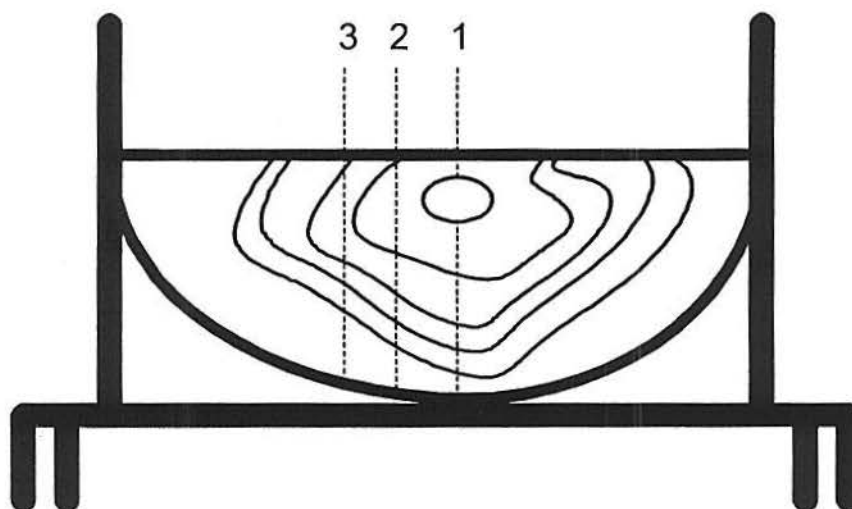


Fig. 2.3. - Linhas de velocidade constante e superfície livre da água.

### B) Seção longitudinal

A figura 2.4-a mostra a variação da velocidade nas verticais (1), (2) e (3), indicadas na Fig. 2.3. Considerando-se a velocidade média ( $V_{méd}$ ) em determinada seção igual a 1,0, pode-se traçar o diagrama de variação da velocidade com a profundidade, conforme figura 2.4-b.

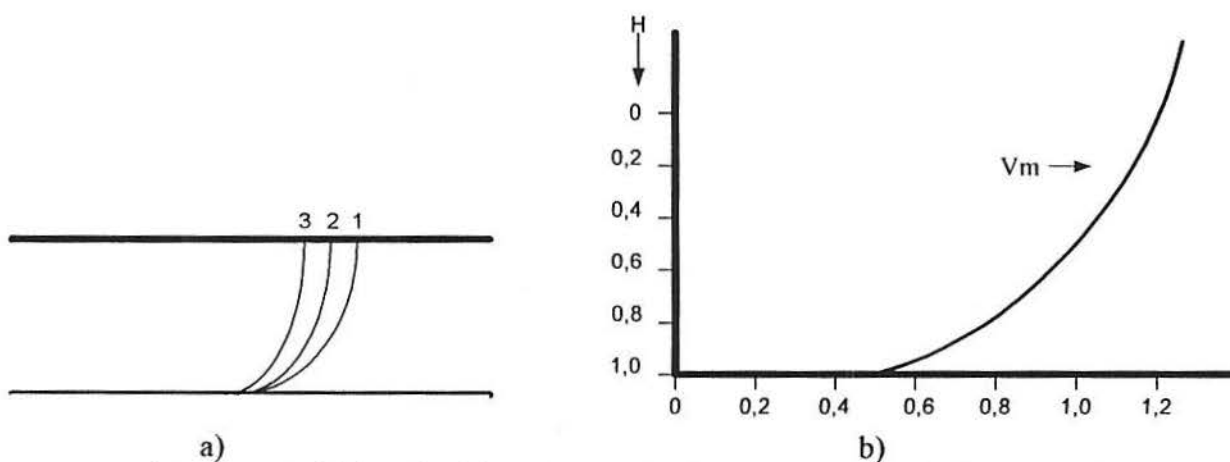


Fig. 2.4. - Perfil de velocidade longitudinal para várias secções transversais.



As relações para a velocidade média, dadas a seguir, são de grande utilidade nas determinações e estimativas de vazão [NETTO & ALVAREZ, 1975].

- a) A velocidade média numa vertical geralmente equivale de 80% a 90% da velocidade superficial.
- b) A velocidade a 60% de profundidade é, geralmente, a que mais se aproxima da velocidade média ( $V_{méd} \cong V_{0,6}$ ), para todos os canais.

- c) Obtém-se melhor aproximação do que na relação anterior usando

$$V_{méd} \cong \frac{V_{0,2} + V_{0,8}}{2}.$$

- d) A velocidade média também pode ser obtida partindo-se de

$$V_{méd} \cong \frac{V_{0,2} + V_{0,8} + 2V_{0,6}}{4},$$

sendo essa última expressão uma estimativa média mais precisa.

Os condutos livres podem apresentar formas bem variadas podendo, ainda, funcionar parcialmente cheios. Torna-se necessária a introdução de dois novos parâmetros: a seção molhada e o perímetro molhado.

Denomina-se seção molhada de um conduto a área útil de escoamento numa seção transversal. Devem-se, portanto, distinguir  $S$ , seção de um conduto (total), e  $A$ , área molhada (seção de escoamento). O perímetro molhado é a linha que limita a seção molhada junto às paredes e ao fundo do conduto [NETTO & ALVAREZ, 1975]. Não abrange, portanto, a superfície livre das águas.

Considere um trecho de comprimento unitário. Sendo o movimento uniforme, a velocidade mantém-se à custa da declividade do fundo do canal, conforme figura a seguir, declividade essa que será a mesma para a superfície livre da água.

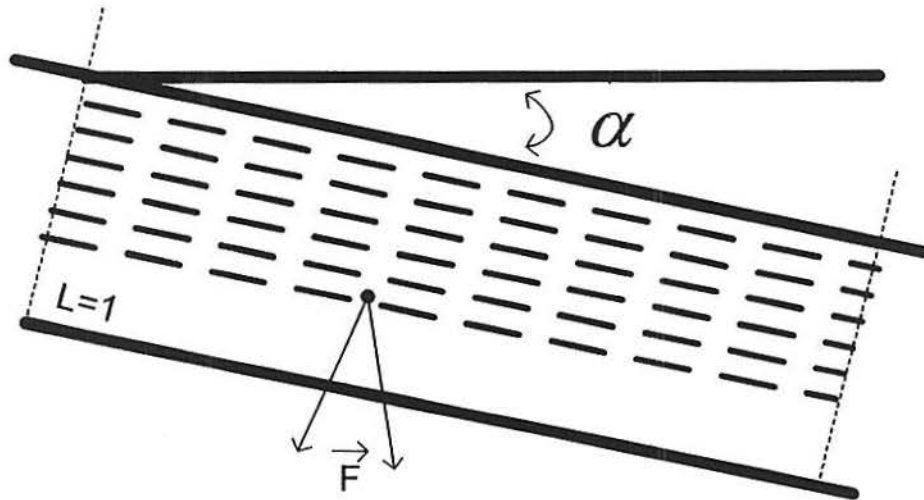


Fig. 2.5. - Declividade para duto de comprimento unitário.

Sendo  $\gamma$  o peso específico da massa líquida, a força que produz o movimento é dada por

$$F = \gamma A \sin \alpha \quad (2.18)$$

Desde que o movimento seja uniforme, deve haver equilíbrio entre as forças aceleradoras e retardadoras, de modo que a força  $F$  deve contrabalançar a resistência oposta ao escoamento pela resultante dos atritos. Essa resistência ao escoamento pode ser considerada proporcional aos seguintes fatores:

- Peso específico do líquido;
- Perímetro molhado ( $P$ );
- Comprimento do canal ( $=1$ );
- Uma certa função  $\varphi(v)$  da velocidade média, dada tal que

$$Fr = \gamma P \varphi(v) \quad (2.19)$$

Igualando-se as equações (2.18) e (2.19) obtém-se

$$\gamma \cdot A \cdot \sin \alpha = \gamma \cdot P \cdot \varphi(v), \quad (2.20)$$

ou

$$A \cdot \sin \alpha = P \varphi(v). \quad (2.21)$$

Em geral, a declividade dos canais é relativamente pequena  $\alpha \leq 10^\circ$ , permitindo que se tome  $\sin \alpha \cong \operatorname{tg} \alpha = I$  (*declividade*), resultando  $\frac{A}{P} I = \varphi(v)$ . A relação  $\frac{A}{P}$  é denominada raio

hidráulico ou médio,  $R_H = R = \frac{\text{área(molhada)}}{\text{perímetro(molhado)}}$ , chegando-se, então, à expressão (2.22),

que é a equação geral de resistência.

$$R_H \cdot I = \varphi(v) \quad (2.22)$$

Na prática, cada canal está sujeito a uma declividade de aproximadamente 2% para auxiliar a ação da gravidade. Todos os canais são bloqueados na sua extremidade mais baixa, para que permaneça uma lâmina d'água e a planta tenha solução nutritiva disponível nos instantes em que o temporizador desligar a bomba d'água ou se faltar energia elétrica [RESH, 1997].

Além da equação de resistência, tem-se a equação da vazão,  $Q = Av$ . Essas duas equações permitem resolver os problemas práticos de maneira análoga a dos condutos forçados; conhecidos dois elementos é sempre possível determinar os outros dois.

A semelhança do número de Reynolds, calculado para tubos de seção circular, pode-se calcular esse adimensional para os canais. Assim, para os condutos circulares, o raio hidráulico

vale  $R_H = \frac{D}{4}$ , sendo  $D$  o diâmetro do conduto.

Para o cálculo do número de Reynolds ( $R_e$ ) dos canais adota-se, freqüentemente, como dimensão linear característica, o valor  $D = 4R_H$ . Assim, se o conduto for uma seção circular

cheia, esse valor coincidirá com o diâmetro D. Então, para os canais, usualmente tem-se a seguinte expressão para o número de Reynolds (Re):

$$R_e = \frac{\rho V (4R_H)}{\mu}$$

$$= \frac{4R_H V}{\nu} \quad (2.23)$$

Calculando-se o número de Reynolds pela equação (2.23), na grande maioria dos escoamentos considerados em hidráulica, esse valor será superior a  $10^5$ . Para o caso particular dos movimentos laminares ( $R_e < 2000$ ), o raio hidráulico e a área da seção não são os únicos elementos geométricos do canal que influem na equação do movimento do fluido; há que considerar um outro parâmetro que depende, também, da forma da seção. Serão considerados os movimentos uniformes, ou seja, aqueles em que se a declividade da superfície livre coincide com a declividade do fundo, isto é, área, raio hidráulico, vazão e declividade do fundo constantes [NETTO & ALVAREZ, 1975], o movimento será uniforme.

A rede coletora de água poderá ser constituída em cano de pvc “sanitário” de 100 mm, com orifícios de 50 mm em cada ponto de coleta, ou ainda cortado ao meio no sentido longitudinal, em modelo de calha, ou também a calha de pvc [NOGUEIRA FILHO, 1998] com aproximadamente 11 metros. CASTELLANE & ARAÚJO [1995] e FAQUIN *et al.* [1996] recomendam que o comprimento do canal não deva exceder 15m.

Em algumas instalações usa-se isopor como cobertura dos canais. Para CARMELLO [1997] a cobertura de isopor, além de proporcionar fixação às plantas, também evita a contaminação, a evaporação da água, a incidência de luz nas raízes e na solução. O uso do isopor, isolante térmico, evita o aquecimento da solução e a perda de oxigênio [MARTINEZ & SILVA FILHO, 1997].

O conjunto moto-bomba, que é descrito a seguir, é responsável pela circulação dos solutos e oxigenação da solução.

#### 2.1.4. BOMBEAMENTO

O conjunto moto-bomba é responsável pela circulação da solução nutritiva em todo o sistema, devendo ser dimensionado com folga, para que não trabalhe com sobrecarga e bombeie maior volume de solução do que o necessário, de forma que o excesso retorne ao reservatório, promovendo a oxigenação da solução. Por exemplo, no conjunto moto-bomba do Colégio Agrícola de Frederico Westphalen, que será calculado a seguir, a potência total (em Hp) é de 0,075Hp; isto nos mostra uma grande folga pois a moto-bomba é de 0,5Hp.

A moto-bomba poderá ser acoplada de duas formas ao reservatório: acima ou abaixo do nível da solução; no segundo caso o acoplamento é denominado de “afogado” [ALBERONI, 1998]. O acionamento da moto-bomba e, portanto, a irrigação no cultivo em NFT é feita de maneira intermitente, devendo operar em turnos e frequências pré-estabelecidas. Para que isto ocorra, a bomba deve estar ligada a um mecanismo que controla o seu funcionamento [MORAES, 1997].

Para o correto dimensionamento da moto-bomba deve-se conhecer a vazão necessária para alimentar o sistema, a altura manométrica e as perdas de carga existentes no sistema (tubulações e acessórios). Para o cálculo da potência do conjunto utiliza-se a seguinte fórmula aproximada [SANTOS, 2000]

$$P = Q \cdot \frac{H_m}{75} \quad (2.24)$$

onde P é a potência necessária; Q a vazão total em l/seg e  $H_m$  a altura manométrica total em metros.

Para o cálculo da altura deve-se conhecer a altura geométrica desde a saída da bomba até o topo da bancada ( $D_N$ ). A perda de carga da tubulação ( $P_{CT}$ ), que depende do comprimento e do diâmetro da mesma e a perda de carga em registros, joelhos, etc...( $P_{Ca}$ ), é dada por:

$$H_m = D_N + P_{CT} + P_{Ca} \quad (2.25)$$

Para o cálculo de  $Q$ , “vazão total”, é necessário conhecer o número total de canais ( $N$ ) e a vazão ( $q$ ) estipulada por canal por minuto, ou seja,

$$Q = N \times q \text{ (l/min)} \quad (2.26)$$

Não esquecendo que a vazão total é em litros por segundo,

$$P = Q \cdot \frac{H_m}{75} \quad (2.27)$$

Para calcular a potência do motor, em Hp usa-se a expressão

$$Hp = \frac{P}{n_1} \quad (2.28)$$

sendo  $n_1$  o rendimento dos motores elétricos, que é da ordem de 90% ou coeficiente 0,9.

Valores tabelados de perda de carga das tubulações e acessórios, para tubulação com diâmetro de 25mm, são de 0,185 por metro de tubulação; para joelho (J) de 1,5; o Tê (T) de 3,1; e os registros (R) de 0,3. Porém, para a tubulação com diâmetro de 32mm as perdas são de 0,055 por metro de tubulação; o joelho de 2,0, o “T” de 4,6; e os registros de 0,4. Então, tem-se perda de carga por metro de tubulação ( $P_{CT}$ ) vezes o total de metros da mesma, originando a soma das perdas de todos os acessórios utilizados ( $P_{Ca}$ ) [SANTOS, 2000].

Exemplificando para três mesas de uma estufa do Laboratório de Física e Hidroponia do Colégio Agrícola de Frederico Westphalen, para o cálculo da altura manométrica, tem-se

$$P_{Ca} = T+R+J=[(5 \times 3,1) + (1 \times 0,3) + (4 \times 1,5)] \times 0,185 = 4,03 \text{ m}$$

$$P_{CT} = 17,07 \text{ m} \times 0,185 = 3,158 \text{ m}$$

$$D_N = 1,3 \text{ m}$$

$$H_m = 1,3 \text{ m} + 3,158 \text{ m} + 4,03 \text{ m} \cong 8,49 \text{ m}$$

Para o cálculo da “vazão total”  $Q$  necessita-se saber o número total de canais nas 3 mesas (18 canais).  $Q$  é a vazão estipulada por canal e por minuto, que é igual a 2 litros por min, ou seja,

$$Q = 18 \times 2 \text{ litros / min} = 36 \text{ litros / min}$$

$$= 0,6 \text{ litros / seg.}$$

Para o cálculo da potência do conjunto utiliza-se a fórmula  $P = \frac{QH_m}{75}$  que fornece

$$P = 0,6 \text{ l/seg} \times 8,49 \text{ m} / 75 = 0,068 \text{ Hp.}$$

Já para calcular a potência de bombeamento usa-se

$$H_p = \frac{P}{n_1}, \text{ sendo } n_1 \text{ o rendimento dos motores elétricos adotado como 90\% ou coeficiente 0,9.}$$

Então, a potência será em Hp:  $0,068 \text{ Hp} / 0,9 = 0,075 \text{ Hp.}$

A solução nutritiva bem misturada, pelo conjunto moto-bomba, evita o depósito de macro e micronutrientes no fundo do reservatório. Isto é fundamental para que a condutividade elétrica seja registrada adequadamente e para que o cálculo, que visa minimizar o custo total da produção, seja verificado. Como vai se trabalhar com uma função de produção que aceita rendimentos crescentes em escala, isto facilitará o cálculo de otimização para uma grande produção.

## 2.2. OTIMIZAÇÃO

A otimização dos resultados de uma empresa, dedicada à produção de soluções nutritivas para uso num sistema hidropônico, poderá ser obtida quando for possível resolver um dos dois problemas seguintes:

- Maximizar a produção para um dado custo total ou;
- Minimizar o custo total para um dado nível de produção.

Em qualquer uma das situações a empresa estará maximizando ou otimizando os seus resultados. Uma minimização de custos para uma grande produção serve para determinarmos uma combinação ideal de capital (K) e mão-de-obra (L), numa função de custo e produção.

Uma função de produção que aceita rendimentos crescentes em escala chama-se de função de produção de Coob-Douglas [PINDYCK, 1994]. Esta função representada por  $Q=f(k)=A K^{\alpha} L^{\beta}$ , sendo  $0 < \alpha < 1$ , onde A corresponde a uma constante positiva,  $\alpha$  uma fração positiva e  $\beta$  outra fração positiva, onde  $\alpha + \beta > 1 \Rightarrow$  a empresa tem rendimentos crescentes em escala.

Esta é relacionada com a equação do crescimento neoclássico, que permite gerar uma “regra”, pois deseja-se a otimização de uma grande produção hidropônica da cultivar alface.

### 2.2.1. EQUAÇÃO DO CRESCIMENTO NEOCLÁSSICO

Segundo PINDYCK (1994), a teoria da demanda, que é utilizada para descrever o mecanismo de mercado, baseia-se na premissa de que a maximização da utilidade para os consumidores está sujeita a uma restrição de orçamento. Supõe-se que a utilidade ( que é o nível



de satisfação que uma pessoa tem ao consumir um produto) seja uma função crescente das quantidades de mercadorias consumidas, entretanto presume-se que a utilidade marginal (que representa a satisfação adicional, obtida mediante o consumo de uma quantidade adicional de uma mercadoria) seja uma função decrescente em relação ao consumo; isto ocorre devido à oferta excessiva. O problema de otimização, com que se defronta o consumidor quando existem duas mercadorias, poderia ser expresso como maximizar uma função  $F(K,L)$ , onde  $K$  representa o capital e  $L$  a força de trabalho.

Para que um consumidor hipotético possa escolher somente entre dois produtos, ambos possuindo funções de utilidade marginal contínuas e positivas, os preços de ambas as mercadorias são determinadas pelo mercado.

O valor do multiplicador de Lagrange, que será explicado com mais detalhes a seguir, pode ser interpretado como a utilidade marginal da renda (receita orçamentária adicional) quando a utilidade do consumidor é maximizada [CHIANG,1982].

Para chegarmos ao Crescimento Econômico Ótimo considera-se uma situação em que se produz apenas um produto. Então, seja  $Y$  a produção por unidade de tempo, a função de utilidade, dada por  $Y(t)=F(K(t),L(t))$ , onde  $K$  é o capital e  $L$  a força de trabalho (mão-de-obra que a empresa deveria utilizar). Para  $F$ , uma função homogênea de grau 1, tem-se a seguinte propriedade para  $\alpha=1/L$  :

$$F(\alpha K, \alpha L) = \alpha F(K,L),$$

de forma que

$$f(k) = y = \frac{Y(t)}{L} = \frac{F(K(t),L(t))}{L} = F\left(\frac{K}{L}, 1\right); \text{ onde } f(k) \text{ é a produção pretendida,}$$

sendo

$k = \frac{K}{L}$  ( taxa do capital por trabalhador ).

A função de produção de Cobb-Douglas para rendimentos constantes assume a forma  $f(K) = A K^\alpha L^{1-\alpha}$ , onde  $0 < \alpha < 1$ . Considera-se que parte do produto é consumido e parte é investido de forma que  $Y(t) = C(t) + I(t)$ , onde  $C(t)$  é o consumo e  $I(t)$  é o investimento. Sabe-se que  $I =$

$\frac{dk}{dt}$ , corresponde a equipamentos extras, ou um galpão novo, etc. Então,  $Y(t) = C(t) + \frac{1}{L} \frac{dK}{dt}$  ;

$k = \frac{K}{L}$ ; e  $C(t)$  é o consumo por trabalhador. Logo

$$\frac{dk}{dt} = \frac{L \frac{dK}{dt} - K \frac{dL}{dt}}{L^2} = \frac{1}{L} \frac{dK}{dt} - \frac{K}{L^2} \frac{dL}{dt} \quad (2.29)$$

Segundo INTRILIGATOR [1971], existem várias funções de produção como as do tipo:

- Linear;
- Entrada-Saída (“Input-Output”);
- Análise de atividade (“Activity Analysis”);
- Elasticidade Constante da Substituição [“Constant Elasticity of Substitution (CES)”].

A taxa de variação da força de trabalho crescendo a uma taxa exponencial resulta  $L = L_0 e^{\lambda t}$ , então

$$\frac{1}{L} \frac{dK}{dt} = \frac{dk}{dt} + \lambda k \quad (2.30)$$

que conduz à equação do crescimento econômico neoclássico

$$f(k) = \lambda k + \frac{dk}{dt} + c(t) \quad (2.31)$$

onde  $f(k)$  é a função produção;  $\lambda k$  é o capital por trabalhador multiplicado pelo coeficiente da taxa de trabalho;  $\frac{dk}{dt}$  é o investimento por trabalhador, que tende a zero à medida que a produção cresce e  $c(t)$  é o consumo por trabalhador [BURGHES & DOWN, 1975].

Para determinar as quantidades de capital e mão-de-obra que a empresa deveria utilizar para poder minimizar o custo da produção, em primeiro lugar devemos escrever o Lagrangiano de uma função de produção [PINDYCK, 1994].

Embora as funções de produção linearmente homogêneas de grau 1 (descritas a seguir) sejam, muitas vezes, convenientes para trabalhar devido às suas várias propriedades matemáticas conhecidas, existem também outras funções de produção que são usadas [CHIANG, 1982].

### 2.2.2. FUNÇÃO DE CUSTO E PRODUÇÃO

Como o esforço produtivo incorre na realização de um custo de produção, a maximização dos resultados também deve ser entendida como sendo a conquista de uma situação “ótima”, onde se obtém o máximo de produto com um determinado custo de produção [MONTORO FILHO *et al*, 1998].

Vamos adotar, como contexto para nossa discussão, uma função de produção na forma  $Q = f(K,L)$ . O suposto matemático de homogeneidade linear, seja ele aplicado ao nível micro ou ao macro, equivale ao suposto econômico de rendimentos constantes, pois homogeneidade linear significa que, aumentando  $k$  vezes o nível dos insumos (as variáveis independentes), o nível de produção (o valor da função) aumenta também, sempre em  $k$  vezes .

Uma função é chamada homogênea do grau  $r$  se a multiplicação de cada uma de suas variáveis independentes por uma constante  $k$  altera o valor da função na proporção  $k^r$ , isto é, se:

$F(kX_1, \dots, kX_n) = k^r F(X_1, \dots, X_n)$ . Em geral  $k$  pode assumir qualquer valor. Entretanto, para que a equação acima faça sentido,  $(kX_1, \dots, kX_n)$  não deve estar fora do domínio da função  $f$ . Por esta razão, nas aplicações econômicas, a constante  $k$  é usualmente positiva, já que a maior parte das variáveis econômicas não admitem valores negativos [CHIANG, 1982].

Pensou-se, no passado, que somente funções linearmente homogêneas fariam sentido em Economia. Obviamente, este não é o caso. Por um lado, lucro econômico nulo num equilíbrio de longo prazo só pode ser obtido pelas forças de competição, incluindo a entrada e saída de firmas, independentemente das formas específicas das funções de produção que ocorrem na prática. Estas são muitas vezes convenientes para trabalhar, devido às várias propriedades matemáticas.

Recentemente, tem-se tornado comum a utilização de uma outra forma de função de produção que, embora se caracterize por uma elasticidade de substituição constante (constant elasticity of substitution, CES), admite um valor (constante) de  $\rho$  na equação, diferente de 1. A representação dessa função, conhecida como **função de produção CES**, é:

$$Q = A[\delta K^{-\rho} + (1-\delta)L^{-\rho}]^{-\frac{1}{\rho}} \quad (2.32)$$

onde  $A > 0$ ;  $0 < \delta < 1$  e  $\rho > -1$ .

O parâmetro  $A$  (parâmetro da eficiência) desempenha o mesmo papel que o coeficiente  $A$  na função de produção Cobb-Douglas; ele serve como indicador do estado da tecnologia. O parâmetro  $\delta$  (parâmetro de distribuição), tal como  $\alpha$  na função de produção Cobb-Douglas, relaciona-se com as participações relativas dos fatores no produto. E o parâmetro  $\rho$  (parâmetro de substituição) – que não possui contrapartida na função Cobb-Douglas – é o que determina o valor (constante) da elasticidade de substituição.

Verifica-se que essa função é homogênea de grau um. Se substituirmos  $K$  e  $L$  por  $kK$  e  $kL$ , respectivamente, o nível de produção mudará de  $Q$  para:

$$\begin{aligned}
 A[\delta(kK)^{-\rho} + (1-\delta)(kL)^{-\rho}]^{\frac{-1}{\rho}} &= A\{k^{-\rho}[\delta K^{-\rho} + (1-\delta)L^{-\rho}]\}^{\frac{-1}{\rho}} \\
 &= (k^{-\rho})^{\frac{-1}{\rho}} Q \\
 &= kQ
 \end{aligned}
 \tag{2.33}$$

Conseqüentemente, a função CES, assim como todas as funções de produção linearmente homogêneas, exibe **rendimentos constantes** em escala. Devido a este fato (rendimentos constantes), é que utilizaremos a função de produção de Cobb-Douglas, porque esta é uma função que admite rendimentos crescentes em escala para uma empresa. Através desta determinam-se alguns valores “para introduzir em uma grande produção hidropônica”, para o nível da regra de ouro [BURGHES & DOWN, 1975].

A função de utilidade F(K,L) utiliza a técnica dos multiplicadores de Lagrange, visando a otimização nas condições de restrição, que será vista a seguir. Esta técnica pode ser empregada para descrever as condições que devem prevalecer, quando o consumidor desejar maximizar uma grande produção da cultivar alface.

### 2.2.3. OTIMIZAÇÃO DA FUNÇÃO DE PRODUÇÃO COM MINIMIZAÇÃO DE CUSTOS

Para resolver o problema da otimização nas condições de restrição, utiliza-se a técnica dos multiplicadores de Lagrange [PINDYCK, 1994]. O número  $\lambda$  chama-se de multiplicador de Lagrange. Sua presença no sistema  $Q_o = AK^\alpha L^\beta$ , torna o número de equações igual ao número de incógnitas, o que pode ajudar a resolvê-lo [LIMA, 1981].

Através da técnica de Lagrange pretendemos traçar as curvas de equilíbrio, para o capital e a força de trabalho. Anteriormente obtem-se as expressões para minimização do custo.

Seja  $F(K,L) = A \cdot K^\alpha \cdot L^\beta$ , onde se:

$\alpha + \beta = 1 \Rightarrow$  a empresa tem rendimentos constantes.

$\alpha + \beta > 1 \Rightarrow$  a empresa tem rendimentos crescentes de escala.

$\alpha + \beta < 1 \Rightarrow$  a empresa tem rendimentos decrescentes de escala.

A teoria da demanda baseia-se na premissa de que a minimização de  $F(K,L)$  para os consumidores está sujeita a uma restrição de orçamento  $C$ . Supõe-se que  $F$  seja uma função crescente das quantidades de mercadorias consumidas e que o problema de otimização com que se defronta o consumidor, quando existem duas mercadorias, poderia ser expresso como minimizar  $F(K,L)$ . Mas para determinar as quantidades de capital e mão-de-obra que a empresa deveria utilizar para poder minimizar o custo da produção de  $Q_0$  unidades, em primeiro lugar devemos:

Escrever o Lagrangiano:

$$\Phi = C - \lambda(F(K,L) - Q_0)$$

ou

$$\Phi = wL + rK - \lambda(AK^\alpha L^\beta - Q_0) \quad (2.34)$$

Efetuar as derivadas parciais em relação a  $K$ ,  $L$  e  $\lambda$  e igualar os resultados a zero:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial L} = w - \lambda(\beta AK^\alpha L^{\beta-1}) = 0 \quad (2.35)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial K} = r - \lambda(\alpha AK^{\alpha-1} L^\beta) = 0 \quad (2.36)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} = AK^\alpha L^\beta - Q_0 = 0 \quad (2.37)$$

Resulta:

$$\lambda = \frac{w}{A\beta K^\alpha L^{\beta-1}} = \frac{r}{\alpha AK^{\alpha-1} L^\beta} \quad (2.38)$$

que substituído em (2.36), resulta,  $w \propto AK^{\alpha-1} L^\beta = rA\beta K^\alpha L^{\beta-1}$ , ou então:

$$L = \frac{\beta r K}{\alpha w} \quad (2.39)$$

Agora, utilizando a relação (2.39), para eliminar L da equação (2.37), obtemos:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow AK^\alpha L^\beta - Q_0 = 0 \Rightarrow AK^\alpha \frac{\beta^\beta r^\beta K^\beta}{\alpha^\beta w^\beta} = Q_0 \Rightarrow \frac{K^\alpha K^\beta \beta^\beta r^\beta}{\alpha^\beta w^\beta} = \frac{Q_0}{A}$$

ou

$$K^{\alpha+\beta} = \frac{\alpha^\beta w^\beta Q_0}{\beta^\beta r^\beta A} \quad (2.40)$$

Logo:  $K = \sqrt[\alpha+\beta]{\left(\frac{\alpha w}{\beta r}\right)^\beta \left(\frac{Q_0}{A}\right)^1}$ , o que implica em

$$K = \left[ \left(\frac{\alpha w}{\beta r}\right)^{\beta \frac{1}{(\alpha+\beta)}} \right] \left(\frac{Q_0}{A}\right)^{\frac{1}{(\alpha+\beta)}} \quad (2.41)$$

e de forma semelhante

$$L = \left[ \left(\frac{\beta r}{\alpha w}\right)^{\frac{\alpha}{(\alpha+\beta)}} \right] \left(\frac{Q_0}{A}\right)^{\frac{1}{(\alpha+\beta)}} \quad (2.42)$$

Desta forma, foi feita a determinação da quantidade de capital e de mão-de-obra, capaz de minimizar os custos. A minimização de custos está condicionada a uma restrição de nível de produção, que serve para determinar a combinação ideal de capital e mão-de-obra.

O custo total da produção do nível de produção  $Q$  pode ser obtido através da substituição de (2.41) e (2.42), na seguinte restrição  $C = wL + rK$ , conforme

$$C = wL + rK = w \left\{ \left[ \left( \frac{\beta r}{\alpha w} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \right] \left( \frac{Q_0}{A} \right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \right\} + r \left\{ \left[ \left( \frac{\alpha w}{\beta r} \right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} \right] \left( \frac{Q_0}{A} \right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \right\}; \text{ com os seguintes}$$

fatores comuns,  $\frac{w}{w^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}} = w^{1-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} = w^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}$  e  $r^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}$ , temos:

$$C = w^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} r^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \left[ \left( \frac{\alpha}{\beta} \right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} + \left( \frac{\alpha}{\beta} \right)^{\frac{-\alpha}{\alpha+\beta}} \right] \left( \frac{Q_0}{A} \right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}}. \quad (2.43)$$

Esta função de custo informa, ao mesmo tempo, que o custo total de produção aumenta à medida em que o nível de produção  $Q_0$  aumenta, e também a forma de variação do custo quando variam os preços dos insumos.

#### 2.2.4. GRÁFICOS DA REGRA DE OURO

Os gráficos da regra de ouro, que futuramente poderão nos fornecer indicações de desempenho, são parábolas que no ponto mais alto indicam o máximo nível de produção, em relação ao capital investido.



As figuras 2.6 e 2.7 devem ser lidas da esquerda para a direita, levando em consideração as escalas. Normalmente, consideramos a variável do eixo horizontal como a causa das mudanças que irão ocorrer na variável do eixo vertical. Vamos começar a ler o gráfico pela esquerda. Quando o capital for zero, o custo de produção também é zero. Seguindo o gráfico vemos que quando o capital aumenta, o custo de produção também aumenta [WESSELS,1998].

A produção poderá atingir o nível máximo da curva (que possui a concavidade voltada para baixo), indicando o máximo de capital investido na produção. A partir deste ponto o custo de produção tenderá a cair.

Porém, pela curva da regra de ouro, existem valores, que devem ser calculados. Estes valores circundam o capital máximo (chamado de máximo livre), sendo chamados de pontos ótimos, pois procuramos menor custo na produção. Os valores da faixa de operação serão calculados através da função de produção do crescimento neoclássico de Cobb-Douglas.

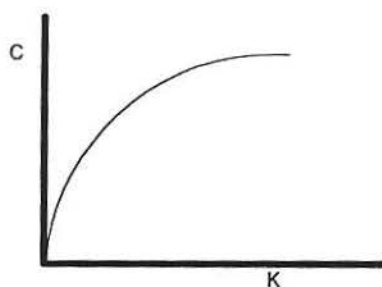


Fig. 2.6. – Custo de produção versus capital até o máximo livre.

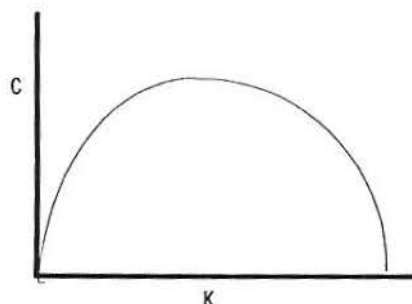


Fig. 2.7. Custo de produção versus capital, com rendimentos crescentes e decrescentes em escala, respectivamente, passando pelo máximo livre.

O gráfico da fig. 2.7, pode ser entendido, através do estudo de isoquântas, no aprofundamento dos conhecimentos das funções custo e produção via Coob-Douglas.

### 2.2.6. FAIXA DE OPERAÇÃO

Através da função de produção do crescimento neoclássico, representada por  $Q=f(k)=A K^\alpha L^\beta$ , sendo  $0 < \alpha < 1$ , onde  $f(k)$  é a produção pretendida,  $A$  corresponde a uma constante positiva,  $\alpha$  a uma fração positiva e  $\beta$  outra fração positiva, que pode ser igual ou diferente de  $1-\alpha$ ; e  $L$  a mão-de-obra, determina-se a faixa de operação.

Queremos calcular os valores de “K” e “C” para o nível da regra de ouro, pois sabendo-se quanto de capital (K) vamos investir e o custo total do investimento (C), teremos condições de otimizar uma grande produção da cultivar alface, no sistema hidropônico.

Como,  $c=f(k) - \lambda k$ ; teremos:  $\frac{df(k)}{dk} - \lambda = 0$ . Agora convém achar “c”. Sabendo que, para

$$f(k)=k^\alpha$$

$$\alpha k^{\alpha-1} = \lambda \tag{2.44}$$

então

$$k^{\alpha-1} = \frac{\lambda}{\alpha} \tag{2.45}$$

Portanto, substituindo a expressão (2.44) em “c” e desprezando a mão-de-obra, pois ela varia de forma regional, temos

$$C = k^\alpha - \lambda k$$

$$C = k(k^{\alpha-1} - \lambda) \tag{2.46}$$

Temos que  $c = f(k) - \lambda k$ , então  $-c + f(k) - \lambda k = 0$ ; sendo ainda  $f(k) = A K^\alpha L^\beta$ , mas  $L$  é considerado constante, pois o valor da mão-de-obra é regional.

Desta forma,

$$-c + k^\alpha - \lambda k = 0,$$

Logo

$$k^\alpha = c + \lambda k$$

$$= (1 - \alpha) \left( \frac{\lambda}{\alpha} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} + \lambda \left( \frac{\lambda}{\alpha} \right)^{\frac{1}{\alpha-1}}$$

Para  $\alpha = \frac{1}{2}$ , fica-se com

$$k^\alpha = \left( 1 - \frac{1}{2} \right) \left( \frac{\lambda}{\frac{1}{2}} \right)^{-1} + \lambda \left( \frac{\lambda}{\frac{1}{2}} \right)^{-2}$$

$$= \frac{1}{4\lambda} + \frac{1}{4\lambda} = \frac{1}{2\lambda}$$

Através da função de produção de Cobb-Douglas, temos

$$Q = A K^\alpha L^{1-\alpha}$$

$$= A L \left( \frac{K}{L} \right)^\alpha; \text{ logo } f(K) = L \cdot A \cdot (k)^\alpha, \text{ com } k = \frac{K}{L}$$

Os produtos médios (P Me.) são:

$$P \text{ Me. } L = Q/L$$

$$= A(k)^\alpha$$

$$\text{e } P \text{ Me. } k = Q/k$$

$$= Q/L \cdot L/k$$

$$= A(k)^\alpha / k = A(k)^{\alpha-1},$$

observa-se que ambos os produtos estão em função apenas de  $k = \frac{K}{L}$ .

Quanto aos produtos marginais, diferenciando-se  $Q=f(k)=A K^\alpha L^{1-\alpha}$  em relação a  $K$  e  $L$ , respectivamente, obtém-se:

$$\frac{\partial Q}{\partial K} = A \alpha K^{\alpha-1} L^{-(\alpha-1)}$$

$$= A \alpha \left( \frac{K}{L} \right)^{\alpha-1}$$

$$= A \alpha (k)^{\alpha-1}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial L} = A K^\alpha (1-\alpha) L^{-\alpha}$$

$$= A(1-\alpha) \left( \frac{K}{L} \right)^\alpha$$

$$= A(1-\alpha)(k)^\alpha$$

sendo que os produtos marginais também estão em função apenas de  $k$ , pois respeitam a propriedade para função com rendimentos constantes, mas que é válida para rendimentos crescentes, quando usado Coob-Douglas (tendo como objetivo atingir a produção  $Q$  desejada).

Finalmente, podemos verificar o Teorema de Euler [PINDYCK, 1994], usando os resultados acima, da seguinte maneira:

$$K \frac{\partial Q}{\partial K} + L \frac{\partial Q}{\partial L} = K A \alpha (k)^{\alpha-1} + L A (1-\alpha) (k)^\alpha$$

$$\begin{aligned}
 &= LA(k)^\alpha \left[ \frac{K^\alpha}{Lk} + (1-\alpha) \right] \\
 &= LA(k)^\alpha [\alpha + 1 - \alpha] \\
 &= LA(k)^\alpha = Q
 \end{aligned}$$

Como queríamos provar, o resultado final é a produção que poderá ser grande para qualquer produto.

Pode-se atribuir significados econômicos interessantes aos expoentes  $\alpha$  e  $(1-\alpha)$  da função de produção utilizada. Supõe-se que cada insumo recebe, como pagamento, o seu produto marginal; então a participação relativa do capital no produto total é:

$$\begin{aligned}
 \frac{K \left( \frac{\partial Q}{\partial K} \right)}{Q} &= \frac{kA^\alpha (k)^{\alpha-1}}{LA(k)^\alpha} \\
 &= \alpha
 \end{aligned} \tag{2.47}$$

onde  $\alpha$  se relaciona com as participações relativas dos fatores no produto.

Analogamente, a partição relativa do trabalho é:

$$\begin{aligned}
 \frac{L \left( \frac{\partial Q}{\partial L} \right)}{Q} &= \frac{LA(1-\alpha)(k)^\alpha}{LA(k)^\alpha} \\
 &= 1-\alpha
 \end{aligned} \tag{2.48}$$

Portanto, o expoente de cada variável-insumo indica a sua participação relativa no produto total.

O que se pode dizer do significado da constante A? Para valores dados de K e L, a magnitude de A afeta proporcionalmente o nível de Q (Produção). "A" pode ser considerado,

portanto, como um parâmetro de eficiência, isto é, como um indicador do estado da tecnologia [CHIANG, 1982].

Baseado na função de produção do crescimento neoclássico, vamos fazer o cálculo de otimização para uma grande produção de alfaces pelo sistema hidropônico, no capítulo seguinte.

### 3. RESULTADOS OBTIDOS

No que segue, utiliza-se a função Cobb-Douglas de Custo e Produção para uma grande produção (40000 pés) da cultivar alface. Esta função foi escolhida pois *a empresa rural pode ter rendimentos crescentes em escala*. Não esquecer que inúmeras outras funções se limitam a rendimentos constantes.

Agora vamos utilizar todas as informações do cap.2 para obtermos o custo mínimo de produção para 40000 pés da cultivar alface. Sabe-se que a função de produção dos 400 pés da cultivar alface, que é produzido no Colégio Agrícola de Frederico Westphalen rotineiramente, pode ser representada pela expressão  $Q = AK^\alpha L^\beta$ , onde  $A=5,75$ , em função da tecnologia já instalada neste colégio agrícola.

Os valores de  $A$ ,  $\alpha$  e  $\beta$  são obtidos através de um sistema de três equações e três incógnitas, conforme

$$A_1 + \ln(19,46) \alpha + \ln(200) \beta = \ln(400)$$

$$A_1 + \ln(19,46.100.0,9) \alpha + \ln(200) \beta = \ln(40000)$$

$$A_1 + \ln(19,46.150.0,82) \alpha + \ln(300) \beta = \ln(60000)$$

onde concluímos que  $A_1=5,75$ ,  $\alpha=1,02$  e  $\beta=0,23$ .

Sabendo que o custo relativo à solução nutritiva para produzir 400 pés é de R\$19,46 (dezenove reais e quarenta e seis centavos), conforme será mostrado a seguir em misturas dos solutos que compõem a solução nutritiva Castellane & Araújo, para 30 dias de cultivo e o da mão-de-obra de R\$ 200,00 (duzentos reais) ou U\$ 78 (setenta e oito dólares comerciais em

22/11/01), então qual será o custo mínimo de produção para 40000 unidades da cultivar alface? (Observa-se que a região do médio Alto Uruguai é relativamente pobre e possui a média salarial de duzentos reais por funcionário, ou é utilizada a mão-de-obra familiar).

Sendo  $A = 5,75$  para alface (já inclui toda a tecnologia necessária e utilizada em hidroponia, que é considerado como capital fixo investido), cultivada em sistema hidropônico no CAFW/UFSM e considerando que  $\alpha + \beta = 1,02 + 0,23 = 1,25 > 1$ , então esta função apresenta rendimentos crescentes de escala, porque a soma das duas constantes relevantes da função de produção é superior a 1.

Sabe-se que  $w$  (conforme eq. 2.34) pertence à restrição com o valor de R\$ 200,00 (duzentos reais) e que representa o coeficiente da mão-de-obra, o qual gera um custo em 30 dias de produção. Porém,  $r$ , que também pertence à restrição, tem valor de R\$ 19,46 (dezenove reais e quarenta e seis centavos) e é o coeficiente do capital que também gera um custo nos mesmos 30 dias de produção. Já o valor do  $Q_0$  é o da produção (de pés de alface) que se quer determinar.

Segundo DOWLING [1981], quando todos os insumos são aumentados em dada proporção  $X$ , o produto cresce nesta proporção. Se o produto cresce em uma proporção maior que  $X$ , então há retornos crescentes em escala. Em outras palavras, se a função é homogênea de grau maior que um, os retornos são crescentes.

Usando logaritmos naturais para encontrar  $Q$ , sendo dado  $Q = 5,75K^{1,02}L^{0,23}$ , onde  $K = 19,46$  e  $L = 200$ , temos:

$$\begin{aligned} \ln Q &= \ln(5,75) + 1,02\ln(19,46) + 0,23\ln(200) \\ &= 1,749 + 3,027 + 1,218 \\ &= 5,995 \end{aligned}$$



$Q = \text{inv}(\ln 5,995) \cong 402$  pés, onde  $\text{inv} \ln$  é o inverso do logaritmo.

Observa-se, na fig.3.1, que o capital cresce (quase) linearmente em relação ao aumento da produção. E, analisando também a fig. 3.2 (do lucro obtido), nota-se que na soma resultante de alfa e beta o valor 1,25 está relacionado com o lucro adicional de R\$ 228,82 (duzentos e vinte e oito reais e oitenta e dois centavos).

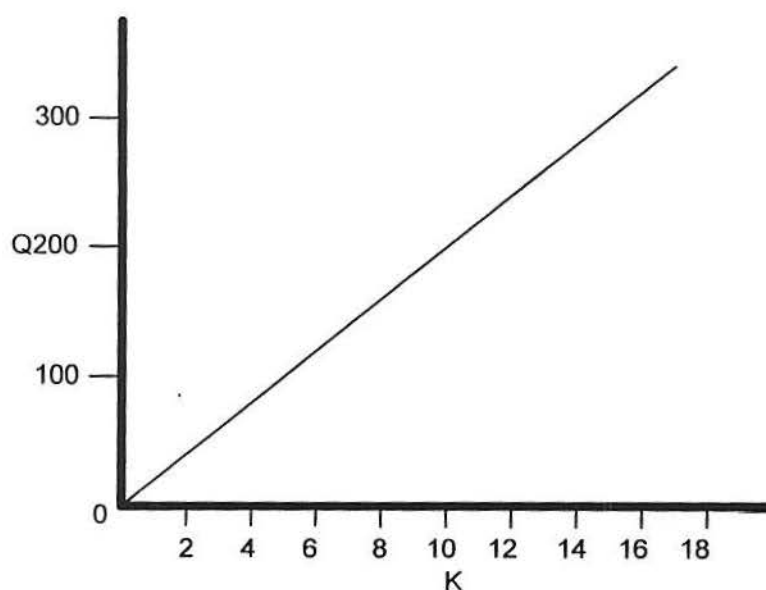


Fig 3.1. Produção em relação ao capital investido.

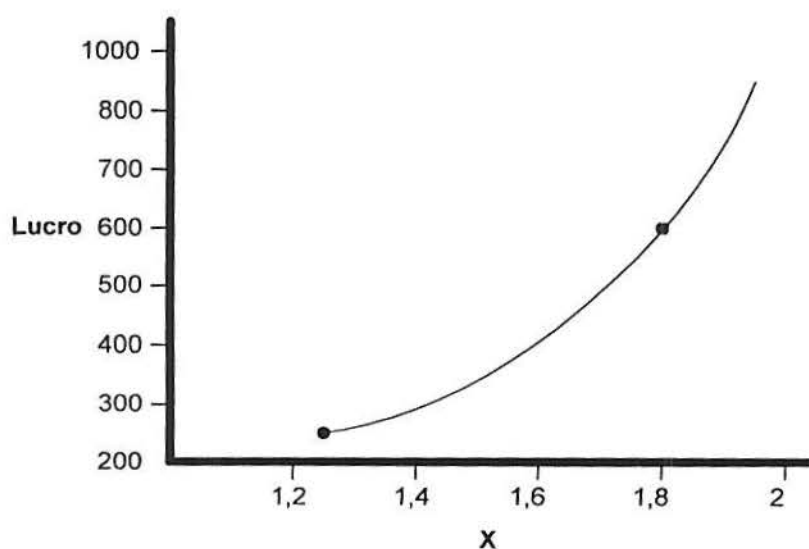


Fig 3.2. Situação do lucro em relação a  $X = \alpha + \beta$  para rendimentos crescentes em escala.

De acordo com ANDRADE [1998], os valores atribuídos a alfa e beta podem ser ainda relacionados com o número de horas trabalhadas, isto é, no momento da modelagem estes expoentes são regulados pelo valor de A. Segundo ele, uma vez em posse do projeto do produto e após várias medições, fica fácil obter os expoentes de utilização unitária de recurso, de acordo com porcentagens devidamente relacionadas com as horas de trabalho para executar o serviço.

Baseado nestas explicações é conveniente observar que para a mão-de-obra no manejo do sistema hidropônico tem-se a distribuição em horas/mês:

- . 10% para limpeza de calhas, que corresponde a 17,6 horas de trabalho ;
- . 20% para produção de mudas, que corresponde a 35,2 horas de trabalho;
- . 69% manejo do sistema hidráulico e elétrico, diariamente, que corresponde a 123,2 horas de trabalho.

O preparo da solução nutritiva representa aproximadamente 1% do tempo total, ou seja, 1 hora de trabalho, por se tratar de um processo fácil.

Segundo [HEADY & DILLON,1961], Cobb-Douglas registrou as produtividades marginais do capital e da mão-de-obra em 0,25 como expoente para o capital e 0,75 como expoente para a mão-de-obra, para produtos manufaturados. Para ele estas quantidades tem a ver com o período estudado, isto é, com o tempo e a data.

O valor de 40000 pés de alface desejado é considerado um valor hipotético; portanto esta produção pretendida é um índice de produção estimado. Isto nos leva a crer que uma análise das probabilidades seja necessário neste estudo, pois Cobb-Douglas cita a necessidade de utilizar o cálculo do coeficiente de correlação e também de obter uma regra de ajustamento na forma de regressão.

Cobb-Douglas explorou, segundo Heady e Dillon, as possibilidades para  $\alpha = 0,67$  e  $\beta = 1 - \alpha = 0,33$  e concluiu que os valores das derivadas de  $K^{0,25}$  e  $L^{0,75}$  estão corretos na proporção do outro, pois um mede a quantidade real usada na produção e o outro a quantidade

disponível por produção. Com isso, Cobb-Douglas descreveu o processo atual de custo na produção de um produto manufaturado de maneira bastante exata via  $P=1,01 L^{0,75} K^{0,25}$ .

Analisando os estudos de Cobb-Douglas, verifica-se que a função escolhida como ideal para este estudo ( $Q=5,75K^{1,02} L^{0,23}$ ) é bastante satisfatória, pois através dos logaritmos chega-se à produção rotineira de aproximadamente 400 pés. Se aplicarmos logaritmos para as demais equações do sistema, também atingiremos as produções de 40000 e 60000 pés.

Convém ainda salientar, em termos de resultados obtidos, que se utilizou  $w$  e  $r$  como coeficientes da restrição. Estes dois valores, se obedecida a restrição do custo ( $C=wL+rK$ ), determinam pela Eq.2.43 um valor ótimo do custo de produção que vale R\$ 1.917,18 (um mil novecentos e dezessete reais e dezoito centavos), dentro de uma produção de 40000 pés de alface, ou seja, proporcional a uma grande produção com 100 ciclos idênticos em 30 dias.

Para  $\alpha=1,02$  e  $\beta=0,23$  então o custo total é

$$C = 200^{\frac{0,23}{1,25}} 19,46^{\frac{1,02}{1,25}} \left[ \left( \frac{1,02}{0,23} \right)^{\frac{0,23}{1,25}} + \left( \frac{0,23}{1,02} \right)^{\frac{1,02}{1,25}} \right] \left( \frac{40000}{400} \right)^{\frac{1}{1,25}} = \text{R\$ } 1917,18;$$

Conclui-se que dada a função de produção  $Q = 5,75 K^{1,02} L^{0,23}$  sujeita à restrição orçamentária de  $C=200L + 19,46K$ , então a função de Lagrange que foi otimizada é:

$Q = 5,75 K^{1,02} L^{0,23} + \lambda (19,46K + 200L - 1917,18)$  [via técnica dos multiplicadores de Lagrange], de forma que:

$$\frac{\partial Q}{\partial K} = 5,865 K^{0,02} L^{0,23} + 19,46\lambda = 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial L} = 1,325 K^{1,02} L^{-0,77} + 200\lambda = 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \lambda} = 19,46K + 200L - 1917,18 = 0$$

$$\lambda = -0,30139K^{0,02}L^{0,23}$$

$$\lambda = -0,00661K^{1,02}L^{-0,77}, \text{ então } L = 0,02193K. \text{ Logo } K \cong 80,398 \text{ e } L \cong 1,763.$$

Efetuada-se a prova através da restrição, temos  $C = 200 \cdot 1,763 + 19,46 \cdot 80,398 \cong 1917,18$ . Considera-se 100% de produção e nenhuma perda, já que o ambiente é controlado (situação ótima com um ganho de 10,66%). O ganho adicional constatado para cada 40000 pés da cultivar alface é de R\$ 228,82, pois  $\text{Lucro} = 1946 + 200 - 1917,18 = 2146 - 1917,18 = 228,82$  (R\$)

Fazendo-se uma comparação com a solução nutritiva hidromol A+B, que tinha um custo de R\$ 65,00 por produção rotineira, nota-se, por simples observação dos valores, que o valor é muito maior neste caso. Portanto, o custo para produzir com uma solução pronta no mercado é alto.

Com estes resultados é possível indicar que uma produção que funciona quase que totalmente automática, possui uma regra para otimizá-la; e com isso uma empresa rural poderá manter seus rendimentos em escala crescente, quando da existência de mercado consumidor garantido.

Verifica-se, desta forma, que o fator relativo à mão-de-obra é menos importante que o relacionado com o capital. No contexto apenas produtivo, o capital é mais significativo que a mão-de-obra empregada, sendo que otimizando a produção poder-se-ia aumentar o valor pago aos funcionários significativamente.

Ainda, além desta economia em termos de custos mínimos para a produção de hortaliças hidropônicas, é necessário relatar antecipadamente que as misturas de solutos, que serão discutidas na sequência deste trabalho, são o grande destaque, pois a economia em produzir a própria solução nutritiva é surpreendente.

Os resultados a seguir indicam que a condutividade elétrica da solução nutritiva Castellane & Araújo é satisfatória e que o custo para um cultivo de 400 pés de alface em trinta dias desta solução nutritiva é de R\$ 19,46 (dezenove reais e quarenta e seis centavos).

### **3.1. RESULTADOS DE MISTURAS**

Foi analisada a condutividade elétrica da solução nutritiva Castellane & Araújo, em relação à da solução nutritiva Hidromol A+B, utilizada pelo Colégio Agrícola de Frederico Westphalen desde 1998.

A condutividade elétrica foi registrada nos dias 05/01/2001, 09/01/2001, 12/01/2001, 19/01/2001 e 22/01/2001. O teste foi realizado em recipientes de 3 litros de água e utilizou-se uma balança moderna, conforme figura 3.3.

As especificações técnicas da balança são: MP4V2.5, com carga máxima de 500 g e carga mínima de 0,02 g, com divisão de verificação igual a 0,01g e menor divisão de verificação igual a 0,01g liberada pelo Inmetro até final de 2001 com o seguinte código 0.134.823.0 e divisão (1799692-5).



Fig. 3.3. Balança moderna com divisão de verificação igual a 0,001g, liberada pelo INMETRO até final de 2001.

Para não ocorrer desperdício de solução nutritiva, as quatro soluções que formam a Castellane & Araújo, foram produzidas para um volume menor (3 litros de água).

Foram utilizados: 2,85g de nitrato de cálcio; 0,816g de fosfato de potássio; 2,7g de nitrato de potássio; 0,738g de sulfato de magnésio; 0,005g de sulfato de manganês; 0,004g de sulfato de zinco; 0,001g de sulfato de cobre; 0,001g de ácido bórico; 0,001g de molibdato de sódio; para produzir 4 soluções nutritivas Castellane & Araújo, em becker de 17,5ml, conforme a tabela 3.1 e diferentes soluções nutritivas.

Tabela3.1. Diferentes soluções nutritivas Castellane & Araújo.

Solução	Micro Nutrientes	Mistura
1	Sem	Simple
2	Com	Simple
3	Sem	Liquidificador
4	Com	Liquidificador

A mistura simples corresponde aos macro e micro nutrientes jogados no tanque, sem uma diluição preliminar, enquanto que numa mistura no liquidificador ocorre uma diluição prévia na água, de macro após macro e de micro após micro nutrientes, para evitar a formação de precipitados e o acúmulo de elementos nutrientes não dissolvidos.

Para o Ferro-EDTA foram utilizados 3ml para 3 litros de água (medido através de uma pipeta de 10ml) para produzir a solução Castellane & Araújo (completa com mistura simples ou com mistura realizada pelo liquidificador especial do laboratório).

Na solução nutritiva Castellane & Araújo completa, os produtos foram diluídos proporcionalmente e separadamente em 3ml de água, para cada produto, totalizando 30 ml retirados da própria água.

Na Tabela 3.2 apresenta-se alguns resultados da condutividade elétrica, para as soluções nutritivas disponíveis.

Tabela 3.2. Condutividade elétrica das soluções, com datas, em janeiro de 2001:

1) Hidromol A+B; 2) Castellane & Araújo (completa e com uma boa mistura); 3) Média.

Solução	Datas					Média	Literatura
	05/01	09/01	12/01	19/01	22/01		
Hidromol A+B	1,75	1,76	1,75	1,76	1,76	1,756	-----
Castellane & Araújo	1,81	1,76	1,77	1,75	1,76	1,770	1,5 – 2,0

Observa-se que a condutividade elétrica destas soluções nutritivas está dentro dos níveis aceitos pela literatura RESH [1996], pois são soluções testadas e comprovadas. O ensaio da condutividade elétrica destas soluções serve para verificar se a solução nutritiva Castellane & Araújo com micronutrientes (completa), possui o mesmo efeito que a solução Hidromol A+B, que desde 1998 era utilizada no colégio agrícola de Frederico Westphalen.

### 3.2. RESULTADOS EM TERMOS DE CUSTO E OTIMIZAÇÃO

A solução Nutritiva Hidromol A+B tem custo de R\$ 65,00 (sessenta e cinco reais). Esta solução já vem preparada, diluída e serve para um cultivo de 30 dias, quando misturada num tanque de 1000 litros.

Acontece que a produção da solução nutritiva Castellane & Araújo, produzida na própria Escola, conforme a tabela 3.3, traz vantagens econômicas. Obtém-se uma economia imediata de 29,94%, sem usar o cálculo de otimização para uma grande produção da cultivar alface.

Tabela 3.3. Composição e custo dos produtos de Castellane & Araújo.

Substância	Fórmula	$\frac{g}{1000l}$	Valor (R\$)
Nitrato de cálcio	$\text{Ca}(\text{NO}_3)_2 \cdot \text{H}_2\text{O}$	950	1,60
Nitrato de potássio	$\text{KNO}_3$	900	4,28
Fosfato de potássio	$\text{KH}_2\text{PO}_4$	272	3,30
Sulfato de magnésio	$\text{MgSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$	246	0,22
Sulfato de manganês	$\text{MnSO}_4 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$	1,70	0,01
Sulfato de Cobre	$\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$	0,19	0,01
Ácido bórico	$\text{H}_3\text{BO}_3$	2,85	0,02
Molibdato de sódio	$\text{Na}_2\text{MoO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$	0,12	0,01
Sulfato de Zinco	$\text{ZnSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$	1,15	0,01

e o ferro-EDTA na quantidade 1000ml e tem o valor de R\$ 10,00.

Como a grande produção, no exemplo de otimização, é de 100 vezes a produção rotineira, em 30 dias; a primeira impressão é que o custo da Castellane & Araújo seria de R\$ 2.146,00 (dois mil cento e quarenta e seis reais). Porém, sabe-se que um funcionário que maneja 400 pés de alface no sistema hidropônico, tem condições de atender 40000 pés da mesma cultivar, pois



o ambiente é controlado e os mecanismos são gerenciados por um temporizador, como foi citado na literatura [CASTELLANE & ARAÚJO, 1995].

Para estudos futuros, a empresa poderá produzir mais de um produto; realizando uma produção múltipla a partir de uma determinada quantidade de recursos produzidos e dependente da forma de alocação dos recursos disponíveis no processo de produção.

## 4. FECHAMENTO / CONCLUSÕES

### 4.1. CONCLUSÕES

Testou-se a solução nutritiva Castellane & Araújo, produzida no Colégio Agrícola de Frederico Westphalen, na cultivar alface “mimosa”, em maio 2001 na produção rotineira do CAFW e comprovou-se que esta solução proporciona no mínimo em torno de 30% na economia. Esta pode ser ainda mais econômica, pois permitiu que o ciclo de produção da “cultivar mimosa” fosse fechado em 20 dias, comprovando ser a mesma muita nutritiva e rica em sais minerais. Isto representa economia na hora de preparar a solução da ordem de R\$ 6,48 (seis reais e quarenta e oito centavos por ciclo produtivo), ou seja, em torno de 33,30% para a cultivar “mimosa” [CABISTANI e DE BORTOLI; b), 2001]. Além disso, esta solução possui condutividade elétrica similar a da solução hidromol A+B.

Calculou-se um custo mínimo de R\$1917,18, o que demonstrou que é possível economizar R\$ 228,82 em uma produção de 40000 pés da cultivar alface, isto é, cerca de 10,66%. Observa-se que o lucro ótimo, mostrado no gráfico 3.2, poderia ser ainda acrescido de duzentos reais, se o produtor de agricultura familiar usasse a mão-de-obra da família [CABISTANI e DE BORTOLI, a) 2001].

Ainda sobre rendimentos em escala, convém salientar que estes se referem à relação existente entre nível de produção e aumentos proporcionais de todos os seus insumos (capital e mão-de-obra). Se representarmos esta relação da seguinte forma  $F(\lambda K, \lambda L) > \lambda F(K, L)$ , então existem rendimentos crescentes em escala. Verificou-se esta condição na equação  $Q=F(K, L)=AK^{1,02}L^{0,23}$ , relacionada ao nosso estudo de otimização, e então

$F(\lambda K, \lambda L) = 5,75(\lambda K^{1,02})(\lambda L^{0,23}) = \lambda^2 5,75K^{1,02} L^{0,23} = \lambda^{1,25} F(K,L)$ . Como isto é maior do que  $\lambda F(K,L)$ ; então podemos concluir que esta função apresenta rendimentos crescentes em escala, pois  $\alpha=1,02$  e  $\beta=0,23$ , onde  $1,02+0,23>1$ . De forma geral, se  $X=\alpha+\beta>1$ , logo  $F(K,L)=\lambda^X F(K,L)$ , onde  $X>1$ , indicará sempre que esta equação apresenta valor superior do que  $F(K,L)=\lambda F(K,L)$ .

Como fechamento, convém salientar que a alface produzida pelo sistema hidropônico não utiliza agrotóxico, mas sim pequenas áreas (até mesmo rochosas) e ainda pode aproveitar antigos aterros onde se costumava depositar lixo; e tudo isso com economia de água.

Segundo VALDIRLEY [2001], estudos mostram que a alface também possui virtudes medicinais como: laxante, diurético, depurativo, calmante, eupéptico, mineralizante, vitaminizante, desintoxicante, etc. De um modo geral, é prescrita contra insônia, palpitações do coração, bronquite, gripe, reumatismo, espermatorréia, priapismo blenorrágico e irritação da conjuntiva. O talo da alface espigada fornece um suco espesso, leitoso: o lactucarium, que é usado como sedativo natural do sistema nervoso, em função da lactucina: um princípio ativo, amargo e que contém propriedades hipnóticas.

Ainda na sua página (<http://www.novatecno.com/~valdirley/hidroponia.index>), ele apresenta um projeto de implantação de um sistema de hidroponia para a produção de 163.125 pés de alface em 25 ciclos com dois empregados, visando parcerias futuras. Toda esta produção, dentro de uma área mínima de  $1541 m^2$ , com investimento inicial de US\$ 40,245.84, com investimento fixo de US\$ 33,220.13, com capital de giro de US\$ 7,025.71 e para um faturamento anual de US\$ 85,099.99. Destaca que este faturamento é realmente garantido, pois em hidroponia o cultivo é protegido por estufa e isolado de pragas, além de ser automático.

Convém salientar que este autor não otimizou esta produção de 163.125 pés de alface, para tentar diminuir os custos. Mas, analisando os dados concretos que ele possui em mãos no seu

projeto, verifica-se que em um ano de trabalho é possível recuperar mais do que o dobro do capital investido. Fazendo uma analogia, em relação à produção dos 40000 pés de alface (otimizados neste trabalho), que corresponde a uma produção quatro vezes menor a do projeto do Sr. Valdirley, nota-se que é possível amortizar o capital em aproximadamente três meses de trabalho, tudo o que for investido nas instalações hidropônicas.

#### **4.2. PERSPECTIVAS**

Baseado no desafio de atender as demandas do mercado de trabalho em um mundo globalizado e competitivo, a perspectiva é tornar o aluno do curso Técnico Agrícola com Habilitação em Agropecuária um empreendedor, a partir do ano 2001. O produto que será lançado no mercado brasileiro de forma empreendedora, e produzido no Colégio Agrícola de Frederico Westphalen, está relacionado com a produção de soluções nutritivas de menores custos para diversos cultivares e inclusive para forrageira que serve de nutrição animal.

## 5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABOU-HADID, A. F.; ABD-ELMONIEM, E. M.; EL-SHINAWY, M. Z. **Electrical conductivity effect on growth and mineral composition of lettuce plants in hydroponic system.** Acta Horticulturae, Alexandria, v. 434, p. 59-66, 1996.
- ALBERONI, R. B. **Hidroponia – como instalar e manejar o plantio de hortaliças dispensado o uso do solo.** São Paulo: Nobel, 102 p. 1998.
- ANDRADE, E.L. **Introdução à Pesquisa Operacional: Métodos e Modelos para Análise de Decisão;** São Paulo: JC do Brasil, 2ª edição, 1998.
- ANDRIOLO, J. L. **Fisiologia das culturas protegidas.** Santa Maria: UFSM, 142 p. 1999.
- ATKINS, P. W. **Físico – Química.** Rio de Janeiro: UFRJ, JC do Brasil, 6ª edição, vol. 1., 1997.
- BERNARDES, L. J. L. **O manejo da solução nutritiva.** Hidropomanias & Cia, Charqueada, n. 9, p. 2-3, nov. 1996.
- BLISKA Jr., A. & HONÓRIO, S. L. **Cartilha tecnológica: hidroponia.** UNICAMP: Campinas, 50p. 1996.
- BURGHES, D. N.; DOWN, A. M. **A Modern Introduction to Classical Mechanics and Control,** J. W & Sons, 1975.
- CABISTANI, W.S., DE BORTOLI, A.L. **a) Um Estudo de Otimização no Cultivo de Alface Hidropônica,** jornal o Alto Uruguai, 14/04/2001.
- CABISTANI, W.S., DE BORTOLI, A.L. **b) Um Estudo de Otimização no Cultivo de Alface Hidropônica,** XXIV CNMAC, Belo Horizonte, 09/2001.
- CARMELLO, Q. A. C. **Cultivo hidropônico de plantas.** Piracicaba: ESALQ/USP, 43 p. 1996.  
**Cultivo hidropônico de plantas.** Piracicaba: ESALQ, 27 p. (Série produtor rural 1) 1997.
- CASSERES, E. **Producción de hortalizas.** San José: CIDIA\ IICA, 344 p, 1984.
- CASTELLANE, P. D., ARAÚJO, J. A. C. **Cultivo sem solo – Hidroponia.** 4 ed. Jaboticabal: FUNEP, 43 p. 1995.
- CHIANG, A . C. **Matemática para economistas.** São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, Ed. da USP, 1982.
- CRUCIANI, D. E. **A Drenagem na Agricultura.** São Paulo: Nobel S.A., 4 ed, USP, CIP-Brasil, 1989.

- DIAS JÚNIOR, C. P.; LAURA, V. A.; FAVERO, S. **Desempenho de seis cultivares de alface sob cultivo hidropônico.** In: Congresso de Olericultura, 39, *Resumos*. Tubarão: Sociedade Brasileira de Olericultura, 1999.
- DOWLING, E. T. **Matemática Aplicada à Economia e Administração.** São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1981.
- FAQUIN, V.; FURLANI, P.R. **Cultivo de hortaliças de folhas em hidroponia em ambiente protegido. Informe Agropecuário,** Belo Horizonte, v. 20, n. 200/201, p. 99-104, 1999.
- FAQUIN, V; FURTINI NETO, A. E.; VILELA, L. A. A. **Produção de alface em hidroponia.** Lavras: UFLA, 50 p.1996.
- FERNANDES, A. L.T., MÜLLER, R.A. **Hidroponia.** São Paulo: Estufatec, 33 p. 1996.
- FURLANI, P. R. **Cultivo de alface pela técnica de hidroponia – NFT.** Campinas: Instituto Agrônomo, 18 p. ( Documentos IAC; 55) 1995. *Hydroponic vegetable production in Brazil.* Acta Horticulturae, Canadá, v. 481, p. 777-778, 1999. **Instruções para o cultivo de hortaliças de folhas pela técnica de hidroponia – NFT.** Campinas: Instituto Agrônomo, 30 p. (Documentos IAC; 168) 1998.
- GUALBERTO, R.; RESENDE, F. V.; BRAZ, L. T. **Competição de cultivares de alface sob cultivo hidropônico ‘NFT’ em três diferentes espaçamentos.** Horticultura Brasileira, Brasília, v. 17, n. 2, p. 155-158,1999.
- HEADY. E. O. e DILLION, J.L. **Agricultural Production Functions.** Iowa State University Press, Ames, Iowa, 1961.
- HOAGLAND, D. R.; ARNON, D. L. **The water culture methods for growing plants without soil.** Berkeley: University of California, 32 p.(Circular 347).1950.
- HUGHES, W. F. & BRIGHTON, J. A. **Dinâmica dos Flúidos.** São Paulo. Editora McGraw-Hill do Brasil Ltda., p.39-40. 1974.
- INTRILIGATOR. M. D. **Mathematical Optimization and Economic Theory.** Los Angeles, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, Congresso: 72-127059. P.178-187. 1971.
- JONES Jr., J. B. **Hydroponics: its history and use in plant nutrition studies.** Journal of Plant Nutrition, New York, v. 5, n. 8, p. 1003-1030, 1982.
- KOEFENDER, V. N. **Crescimento e absorção de nutrientes pela alface cultivada em fluxo laminar de solução.** Piracicaba: ESALQ, 1996. 85 p. Dissertação (Mestrado em Agronomia), Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiróz”, 1996.
- LIMA, E. L. **Curso de Análise.** Rio de Janeiro, vol.2, Instituto de Matemática Pura e Aplicada, CNPq, 557 p.p. (Projeto Euclides) 1981.
- LONDERO, F. A . A.A.; BONNECARRÈRE, R. A. G.; FAGAN, E. B. **Cultivares de alface para uso em hidroponia.** In: Congresso de Olericultura, 39, *Resumos*. Tubarão: Sociedade Brasileira de Olericultura. 1999.

- MARTINEZ, H. E. P. **O cultivo hidropônico de alface (*Lactuca sativa* L.)**. Viçosa: UFV, 111 p. 1988
- MARTINEZ, H. E. P., SILVA FILHO, J. B. **Introdução ao cultivo hidropônico de plantas**. Viçosa: UFV, 52 p. 1997.
- MONTORO FILHO, A. F. | et al. | **Manual de Economia**. São Paulo: Saraiva, 3<sup>a</sup> ed. 330p.1998.
- MORAES, C. A. G. **Como cultivar tomates em sistema NFT ( Técnica do fluxo laminar de nutrientes )**. Jundiaí: DISQ Editora, 141 p. 1997.
- NETTO, J. M. A. & ALVAREZ, G. A. **Manual de Hidráulica**. 6 ed. revista e complementada. São Paulo. Ed. Edgard Blucher Ltda.1975.
- NEVES, E. T. **Curso de Hidráulica**. Porto Alegre, 2 ed, Ed. Globo, p.569.1974.
- NOGUEIRA FILHO, H. **Cultivares de alface e formas de sustentação das plantas em cultivo hidropônico**. Dissertação ( Mestrado em Agronomia ), Universidade Federal de Santa Maria, 60 p. 1999. **Estrutura para produção**. In: SANTOS, O.S. (Ed.). Hidroponia da alface. Santa Maria: UFSM, p. 86-92. 1998.
- PINDYCK, R. S. **Microeconomia**. Tradução Pedro Catunda. São Paulo: Makron Books, p.168-177, p.314-316, 1994.
- P. W. ATKINS. **Físico – Química**. Rio de Janeiro: 6 edição, vol.1. Editora JC. 1997.
- REISSER JÚNIOR, C. **Evapotranspiração da alface (*Lactuca sativa* L.) em estufa plástica e ambiente natural**. Santa Maria. UFSM. 78 p. Dissertação (Mestrado em Agronomia). Universidade Federal de Santa Maria, 78 p.1991.
- RESH, H. M. **Cultivos hidropônicos**. Madri: Mundi-Prensa. 509 p. 1997. **Cultivos hidropônicos: nuevas técnicas de producción**. 4 ed. Madrid: Ediciones Mundi-Prensa, 509 p. 1997. **NFT y cultivos en agua**. In: CURSO TALLER INTERNACIONAL DE HIDROPONIA, Universidad Nacional Agraria La Molina, Lima, 393 p. p. 139-154. 1996.
- SANTOS, O.; MANFRON, P. A.; MENEZES, N. **Cultivo hidropônico da alface. I. Teste preliminar de soluções nutritivas**. Santa Maria: UFSM, 7 p. (Informe Técnico; 02/98) 1998. **Cultivo hidropônico da alface. I. Teste preliminar de soluções nutritivas**. Santa Maria: UFSM, 7 p. (Informativo Técnico, 02/98) 1998.
- SANTOS, O. S. **Conceito e histórico**. In: SANTOS, O.S. (Ed.). Hidroponia da alface. Santa Maria: UFSM, P. 1-3 1998.
- SANTOS, O.; SCHMIDT, D.; NOGUEIRA, H. **Cultivo hidropônico da alface. II. Recomendação de soluções nutritivas**. Santa Maria: UFSM, 6 p. (Informe Técnico; 04/99) 1999.
- SANTOS, O. S. **Cultivo sem solo: Hidroponia**. Santa Maria: CCR/UFSM, p.42, p.66-70, 2000.
- SAVVAS, D.; ADAMIDIS, K. **Automated management of nutrient solutions based on target electrical conductivity, PH and nutrient concentracion ratios**. Journal of Plant Nutrition. New York, v. 22, n. 9, p. 1415-1432, 1999.



- SCHIPPERS, P. A. **Composition changes in the nutrient solution during the growth of plants in recirculating nutrient culture.** Acta Horticulturae, Littlehampton, n. 98, p. 103-117, 1980.
- SCHMIDT, D. **Soluções nutritivas, cultivares e formas de sustentação de alface cultivada em hidroponia. Dissertação de Mestrado.** Santa Maria: UFSM, 98 p. 1999.
- SCHMIDT, D.; BONNECARRÈRE, R. A. G.; CASAROLI, D. **Soluções nutritivas para alface cultivada em hidroponia.** In: congresso brasileiro de olericultura, 39, Tubarão. **Resumos.** Sociedade Brasileira de Olericultura, 1999. **Soluções nutritivas.** In SANTOS, O.S. (Ed.). Hidroponia da alface. Santa Maria: UFSM, p.72-85 1998.
- TEIXEIRA, N. T. **Hidroponia: uma alternativa para pequenas áreas.** Guaíba: Agropecuária, 86 p. 1996.
- VAZ, R. M. R.; JUNQUEIRA, A. M. R. **Desempenho de três cultivares de alface sob cultivo hidropônico.** Horticultura Brasileira, Brasília, v. 16, n. 2, p.178-180, 1998.
- VALDIRLEY, <http://www.novatecno.com/~valdirley/hidroponia.index>, 2001.
- VIEIRA, R. C. C., **Atlas de Mecânica dos Flúidos. Flúido Dinâmica.** São Paulo. Editora Edgard Blücher LTDA. USP.281 p.1971.
- WESSELS, W. **Elementos de Economia.** Saraiva, São Paulo: Saraiva; 1998.