

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

MARTÍN CRUZ RODRÍGUEZ PAZ

**CONTRIBUIÇÃO PARA PROTEÇÃO DE
DISTÂNCIA EM LINHAS
COMPENSADAS COM DISPOSITIVOS
UPFC**

Porto Alegre
2015

MARTÍN CRUZ RODRÍGUEZ PAZ

**CONTRIBUIÇÃO PARA PROTEÇÃO DE
DISTÂNCIA EM LINHAS
COMPENSADAS COM DISPOSITIVOS
UPFC**

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Sistemas de Energia

ORIENTADOR: Prof. Dr. Arturo Suman Bretas

Porto Alegre
2015

MARTÍN CRUZ RODRÍGUEZ PAZ

**CONTRIBUIÇÃO PARA PROTEÇÃO DE
DISTÂNCIA EM LINHAS
COMPENSADAS COM DISPOSITIVOS
UPFC**

Esta tese foi julgada adequada para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Orientador: _____
Prof. Dr. Arturo Suman Bretas, PPGEE–UFRGS
Doutor pela Virginia Polytechnic Institute and State University
– Virginia, EUA

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Marcos Telló, PUC-RS
Doutor pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Porto Alegre, Brasil

Prof. Dr. Flávio Antônio Becon Lemos, UFRGS
Doutor pela Universidade Federal de Santa Catarina – Florianópolis, Brasil

Prof. Dr. Daniel da Silva Gazzana, PPGEE-UFRGS
Doutor pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Porto Alegre, Brasil

Prof. Dr. Roberto Chouhy Leborgne, PPGEE-UFRGS
Doutor pela Chalmers University of Technology – Göteborg, Swedem

Prof. Dr. Sergio Luís Hafner, PPGEE-UFRGS
Doutor pela Universidade Estadual de Campinas – Campinas, Brasil

Coordenador do PPGEE: _____
Prof. Dr. Alexandre Sanfelice Bazanella

Porto Alegre, março de 2015.

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à minha Esposa, Namorada e Amiga Natalia, sem o seu apoio, amor e amizade nada teria sido possível. Ao meu filho, Ezequiel, há pouco mais de um ano chegou à minha vida para transformá-la por completo, este trabalho é de vocês, os amo.

À minha família, em especial aos meus pais, pelo apoio e incentivo incondicionais que sempre me deram, vocês são o meu exemplo de amor, sacrifício e superação.

AGRADECIMENTOS

Agradeço:

À Natália, minha Esposa, minha Namorada e minha Amiga, por ter sido minha força em cada momento de nossa vida juntos. Sem você nunca teria chegado até aqui.

Ao Ezequiel, o meu Filho. Você é a minha força para superar cada novo desafio. Espero que possa algum dia entender as ausências.

Ao Lylo, parte fundamental da nossa família. Chegastes no momento mais difícil das nossas vidas e, com a tua alegria e companhia, nos devolvestes a felicidade fazendo com que voltemos a sorrir.

A minha família, aos meus pais Silvia e Carlos e aos meus irmãos Juan e Alfonsina, vocês sempre me deram o apoio e incentivo necessário para superar as provas que a vida me colocou. Vocês são o meu exemplo de amor e dedicação. Os amo. Muito obrigado.

Aos meus tios Mucky e Cacho e a minha Oma Ana, vocês são a minha família. Muito obrigado por estar sempre ao meu lado e cuidar sempre da gente.

Aos meus sogros, Loly e Hector, duas pessoas que a vida trouxe para a minha família. Muito obrigado por estar sempre ao nosso lado e nos dar, sempre, o suporte necessário.

Ao meu orientador, Professor Dr. Arturo Suman Bretas, pela sua confiança e dedicação no desenvolvimento deste trabalho. Desde a minha chegada ao Brasil, há sete anos, tive sempre o seu apoio incondicional. Devo a ele muitas lições e ensinamentos que levarei para a vida toda.

Aos meus amigos Roberto José Cabral e Renato Gonçalves Ferraz, verdadeiros amigos e colegas, não poderia ter chegado até aqui sem eles. Obrigado por dividirem esses últimos sete anos. Embora os nossos caminhos sigam rumos diferentes, vocês seguirão sendo verdadeiros amigos.

Ao Professor Dr. Roberto Chouhy Leborgne, pelas conversas, pela amizade e pelo apoio nos momentos difíceis, muito obrigado.

Aos colegas e amigos André Bernardes Michel e Cesar Augusto Orozco Heano, obrigado pela parceria e pelo apoio. Desejo que esta parceria continue para o resto da vida.

À Professora e amiga, Maria De Los Rosários Mattivi, por ter me apresentado ao mundo da pesquisa. Sempre serei grato pelos ensinamentos e pela amizade. Levarei sempre comigo as lembranças do projeto de pesquisa “O Alumbrado Público y los Insectos”.

Ao Professor Miguel Nadur, ele conseguiu que um aluno de ensino médio se apaixone pelos Sistemas Elétricos de Potência, que ainda hoje continuam sendo a minha paixão. Sempre levarei comigo as lembranças das conversas com o Senhor. Muito obrigado.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, PPGEE, pela oportunidade de realização de trabalhos em minha área de pesquisa.

Aos colegas do LASEP, pelo auxílio nas tarefas desenvolvidas durante o curso e apoio na revisão deste trabalho.

A todos os cidadãos brasileiros que contribuem para a manutenção do ensino superior público, como fator de desenvolvimento científico e tecnológico, e à CAPES pelo apoio financeiro fornecido através da bolsa de Doutorado.

Aos professores do PPGEE, por toda dedicação para elevar o nível de excelência desse programa e à Miriam Adriana de Oliveira Rosek, pela importância do trabalho realizado junto ao PPGEE.

À Luciana Lucini Kostascki, pela ajuda e tempo dedicado na correção do trabalho.

A todos aqueles que, de uma ou outra forma, contribuíram com o desenvolvimento deste trabalho.

Por último, mas principalmente, agradeço ao povo Brasileiro por ter me acolhido tão fraternalmente, fazendo com que hoje sinta o Brasil como minha casa.

RESUMO

Dispositivos baseados em eletrônica de potência, conhecidos na literatura como Dispositivos FACTS (*Flexible AC Transmission Systems*) permitem aumentar a capacidade de transmissão diminuindo a margem de segurança necessária para uma operação segura do sistema elétrico de potência (SEP) sem construir novas linhas, permitindo controlar os fluxos nas linhas e assim permitindo que os contratos entre as empresas de transmissão sejam respeitados. Entre os dispositivos FACTS, o de maior versatilidade é o *Unified Power Flow Controller* (UPFC), capaz de controlar três variáveis do sistema. No entanto, a inclusão desses dispositivos traz outros problemas ao SEP, um deles, a proteção das linhas. Este trabalho apresenta uma contribuição para uma nova formulação matemática, adaptativa e compensada para a proteção de distância baseada na impedância aparente para a proteção de linhas compensadas com dispositivos UPFC. A formulação proposta se baseia em uma modelagem trifásica do sistema e na compensação da impedância aparente calculada através dos parâmetros controlados do UPFC e da estimação da impedância da falta. Resultados obtidos através da simulação exaustiva de faltas, mostram que esta formulação apresenta um excelente desempenho para a proteção de distância de linhas compensadas por dispositivos UPFC.

Palavras-chave: Proteção de Distância, FACTS, UPFC, Impedância da Falta, Relé adaptativo.

ABSTRACT

Power electronics-based devices, known as FACTS devices (*Flexible Alternating current Transmission Systems*) allow to increase transmission capacity by decreasing the safety margin required for a secure operation of the Electric Power System (EPS). It is possible without need to build new lines, allowing to control the flows in lines and thus allowing contracts between the transmission companies are respected. Among the FACTS devices, the most versatile is the *Unified Power Flow Controller* (UPFC) capable of controlling three variables of the system. However, the inclusion of these devices brings other problems to the EPS, one of them, the transmission lines protection. This Thesis presents a contribution to a new mathematical formulation, adaptive and compensated for the distance protection based on the apparent impedance to protect transmission lines compensated by UPFC devices. The proposed formulation is based on a three-phase frame reference and the compensation of apparent impedance by the UPFC controlled parameters and the estimation of the fault impedance. Results obtained, through the comprehensive simulation of faults, show that it formulation present excellent performance for distance protection of transmission lines compensated by UPFC devices.

Keywords: Distance Protection, FACTS, UPFC, Fault Impedance, Adaptative Relaying.

SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES	11
LISTA DE TABELAS	13
LISTA DE ABREVIATURAS	14
LISTA DE SÍMBOLOS	16
1 INTRODUÇÃO	18
1.1 Objetivos e contribuições	20
1.2 Estrutura da Tese	21
2 DISPOSITIVOS FACTS E PROTEÇÃO DE DISTÂNCIA EM LINHAS COMPENSADAS: UMA REVISÃO DA LITERATURA	22
2.1 Sistemas Flexíveis de Transmissão de Energia em Corrente Alternada (FACTS)	22
2.2 Controlador de fluxo de potência unificado (UPFC)	25
2.2.1 Proteção de Distância	26
2.2.2 Diagrama de Impedância	28
2.2.3 Relés de Distância Tradicionais	29
2.2.4 Resistência da falta	29
2.3 Modelagem trifásica das linhas de transmissão	31
2.4 Proteção de Distância em Linhas Compensadas: Estado da Arte	33
2.5 Observações e considerações sobre as propostas existentes	38
2.6 Considerações Finais	39

3	FORMULAÇÃO MATEMÁTICA PROPOSTA PARA O RELÉ DE DIS-	
	TÂNCIA TIPO FASE EM LINHAS COMPENSADAS.	40
3.1	Faltas Fase–Terra	41
3.1.1	Desenvolvimento Matemático do Relé Fase–Terra	42
3.1.2	Estimação da impedância da falta para faltas Fase–Terra	46
3.2	Faltas Fase–Fase	50
3.2.1	Desenvolvimento Matemático do Relé Fase–Fase	50
3.2.2	Estimação da impedância da falta para faltas Fase–Fase	54
3.3	Faltas Fase–Fase–Terra	58
3.3.1	Desenvolvimento Matemático do Relé Fase–Fase–Terra	58
3.3.2	Estimação da impedância da falta para faltas Fase–Fase–Terra	63
3.4	Faltas Trifásica–Terra	70
3.4.1	Desenvolvimento Matemático do Relé Trifásica–Terra	70
3.4.2	Estimação da impedância da falta para faltas Trifásica–Terra	74
3.5	Algoritmo de Proteção Proposto	83
3.6	Relé Tradicional	85
3.7	Considerações Finais	88
4	ESTUDO DE CASO E RESULTADOS	89
4.1	Estudo de Caso	89
4.1.1	Sistema Teste	90
4.1.2	Casos Simulados	90
4.2	Análise do desempenho do relé	93
4.2.1	Faltas Fase–Terra	93
4.2.2	Faltas Fase–Fase	99
4.2.3	Faltas Fase–Fase–Terra	100
4.2.4	Faltas Fase–Fase–Fase–Terra	103
4.2.5	Faltas simuladas nas linhas vizinhas	106
4.3	Análise das estimativas da Impedância da Falta	107
4.3.1	Erros médios	107
4.3.2	Faltas Fase–Terra	107
4.3.3	Faltas Fase–Fase	110

4.4	Considerações Finais	112
5	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	114
5.1	Conclusões	114
5.2	Trabalhos futuros	116
	REFERÊNCIAS	118
	APÊNDICE A RESOLUÇÃO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES SOBRE- DETERMINADOS BASEADA NO MÉTODO DE MÍNIMOS QUADRADOS	122
	APÊNDICE B FALTAS TRIFÁSICAS DESEQUILIBRADAS	124
	APÊNDICE C DISPOSITIVO UPFC SIMULADO	125
C.1	Descrição do dispositivo UPFC simulado	125
C.2	Dados do sistema teste	126
C.3	Operação do UPFC	127

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Representação do UPFC.	25
Figura 2	Zonas de proteção do Relé de Distância (HOROWITZ; PHADKE, 2008).	27
Figura 3	Digramas de impedância (HOROWITZ; PHADKE, 2008).	28
Figura 4	Circuito em falta como resistência de falta, (HOROWITZ; PHADKE, 2008).	30
Figura 5	Visualização da adaptabilidade do relé proposto.	40
Figura 6	Circuito em falta para uma falta fase-terra.	41
Figura 7	Circuito em falta para uma falta fase-fase.	49
Figura 8	Circuito em falta para uma falta fase–fase–terra.	58
Figura 9	Circuito em falta para uma falta trifásica-terra.	69
Figura 10	Impedância de falta para uma falta trifásica-terra.	72
Figura 11	Algoritmo simplificado da metodologia proposta.	83
Figura 12	Esquema unifilar do sistema teste.	89
Figura 13	Sistema teste implementado para simulações no Simulink/Matlab.	89
Figura 14	Trajetórias das impedâncias estimadas para faltas fase–terra internas à Zona 1.	97
Figura 15	Trajetórias das impedâncias estimadas para faltas fase–terra externas à Zona 1.	97
Figura 16	Trajetórias das impedâncias estimadas para faltas fase–fase internas à Zona 1.	99
Figura 17	Trajetórias das impedâncias estimadas para faltas fase–fase externas à Zona 1.	100

Figura 18	Trajetórias das impedâncias estimadas para faltas fase–fase–terra internas à Zona 1.	101
Figura 19	Trajetórias das impedâncias estimadas para faltas fase–fase–terra externas à Zona 1.	102
Figura 20	Trajetórias das impedâncias estimadas para faltas fase–fase–fase–terra internas à Zona 1.	104
Figura 21	Trajetórias das impedâncias estimadas para faltas fase–fase–fase–terra externas à Zona 1.	105
Figura 22	Erros médios percentuais na estimativa da resistência da falta para faltas fase–terra.	107
Figura 23	Erros médios percentuais na estimativa da reatância da falta para faltas fase–terra.	109
Figura 24	Erros médios percentuais na estimativa da resistência da falta para faltas fase–fase.	110
Figura 25	Erros médios percentuais na estimativa da reatância da falta para faltas fase–fase	111
Figura 26	Conversor de 3-níveis e 48-pulsos (MATLAB, 2006).	124
Figura 27	Controle da potência ativa e reativa desenvolvido pelo dispositivo UPFC.	127

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Casos simulados para validação da metodologia proposta.	90
Tabela 2	Condições de operação.	90
Tabela 3	Faltas externas a linha de transmissão simulados para validação da metodologia proposta.	91
Tabela 4	Desempenho geral do relé para faltas fase-terra.	93
Tabela 5	Desempenho do relé para faltas fase-terra em relação à reatância da falta. . .	93
Tabela 6	Desempenho do relé para faltas fase-terra em relação à resistência da falta. .	94
Tabela 7	Desempenho do relé para faltas fase-terra em relação ao ângulo de incidência da falta.	95
Tabela 8	Desempenho do relé para faltas fase-terra em relação aos parâmetros controlados pelo dispositivo UPFC.	96
Tabela 9	Desempenho geral do relé para faltas fase–fase.	98
Tabela 10	Desempenho geral do relé para faltas fase–fase–terra.	100
Tabela 11	Desempenho geral do relé para faltas fase–fase–fase–terra equilibradas. . .	103
Tabela 12	Desempenho geral do relé para faltas fase–fase–fase–terra desequilibradas. .	105
Tabela 13	Desempenho do relé para faltas simuladas em uma linha vizinha.	106
Tabela 14	Valores das resistências de falta simuladas para o caso de faltas trifásicas desequilibradas.	123
Tabela 15	Valores das reatâncias de falta simuladas para o caso de faltas trifásicas desequilibradas.	123
Tabela 16	Valores base	125
Tabela 17	Dados dos barramentos	125
Tabela 18	Dados da linha	126

LISTA DE ABREVIATURAS

A/D	Analógico Digital
CA	Corrente Alternada
CC	Corrente Contínua
DJ	Disjuntor
DVR	Dynamic Voltage Restored
Ext	Externas
FACTS	Flexible AC Transmission Systems
FF	Fase–Fase
FFT	Fase–Fase–Terra
FFFT	Fase–Fase–Fase–Terra
FT	Fase–Terra
GIPFC	Generalized Interline Power Flow Controller
GPS	Global Positioning System
GUPFC	Generalized Unified Power Flow Controller
Int	Internas
IPFC	Interline Power Flow Controller
MHO	Característica do relé de admitância
PD	Proteção de Distância
PMU	Phasor Measurement Unit

PST	Phase Shifting Transformer
SEP	Sistema Elétrico de Potência
SSSC	Static Shynchronous Series Compensator
STATCOM	Static Synchronous Compensator
SE	Subestação
SIN	Sistema Interconectado Nacional
SVC	Static Var Compensator
TC	Transformador de Corrente
TCSC	Tiristor Controlled Series Capacitor
TCPST	Thyristor Controlled Phase Shifting Transformer
TP	Transformador de Potencial
UPFC	Unified Power Flow Controller
UPQC	Unified Power Quality Conditioner
VSC	Voltage Source Converter
WAMS	Wide Area Measurement Systems

LISTA DE SÍMBOLOS

- ° Grau
- Zl_c vetor de impedâncias da fase “c”, em $[\Omega]$
- Z_{shc} impedância do transformador de acoplamento *shunt* do UPFC na fase “c”, em $[\Omega]$
- Z_{sec} impedância do transformador de acoplamento série do UPFC na fase “c”, em $[\Omega]$
- I'_s vetor de correntes da linha de transmissão, em $[A]$
- I_{sh} vetor de correntes injetado na linha de transmissão pelo dispositivo UPFC, em $[A]$
- V_{shc} tensão *shunt* do UPFC na fase “c”, em $[V]$
- V_{sec} tensão série do UPFC na fase “c”, em $[V]$
- V_{sc} tensão da fase “c” no terminal local, em $[V]$
- p percentagem da linha a ser protegido
- $[Zl]$ matriz de admitâncias da linha, em $[\Omega]$
- V_F vetor de tensões no ponto da falta, em $[V]$
- V_s vetor de tensões no terminal local, em $[V]$
- V_{se} vetor de tensões do elemento série do UPFC, em $[V]$
- Z_{se} matriz de impedâncias do elemento série do UPFC, em $[\Omega]$
- I'_s vetor de correntes da linha de transmissão, em $[A]$
- V_F vetor de tensões no ponto da falta, em $[V]$
- Zl matriz de impedâncias da linha de transmissão, em $[\Omega]$
- Z_f impedância da falta e, em $[\Omega]$

R_f	resistência da falta, em $[\Omega]$
X_f	reatância da falta, em $[\Omega]$
$Z_{f_{abc}}$	impedância de falta trifásica, em $[\Omega]$
Z_{f_c}	impedância da falta da fase "c", em $[\Omega]$
$Z_{f_{cb}}$	impedância de aterramento da falta, em $[\Omega]$
R_{f_c}	resistência da falta da fase "c", em $[\Omega]$
x	distância da falta em $[\%]$
x_a	distância da falta na fase "a", em $[\%]$
x_b	distância da falta na fase "b", em $[\%]$
x_c	distância da falta na fase "c", em $[\%]$
Z_{f_c}	impedância da falta da fase "c", em $[\Omega]$
$Z_{f_{cb}}$	impedância de aterramento da falta, em $[\Omega]$
I_{F_k}	corrente da falta, em $[A]$
k	conjunto de fases $\{a, b, c\}$
β	ângulo de incidência da falta
V_{ref}	Tensão ativa de referência, em $[pu]$
P_{ref}	Potência ativa de referência, em $[MW]$
Q_{ref}	Potência reativa de referência, em $[Mvar]$
V_v	valor verdadeiro
V_e	valor estimado
ϵ	erro relativo

1 INTRODUÇÃO

Os Sistemas Elétricos de Potência (SEP) estão constantemente expostos a faltas. Falhas são fenômenos extraordinários que afetam o normal funcionamento do sistema. Esses fenômenos podem ser de origem ambiental, como descargas atmosféricas, curto-circuitos, dentre outros. Assim sendo, deve-se dispor de um sistema que permita isolar os elementos em falta e assim diminuir, o máximo possível, os impactos negativos da falta no restante do sistema. Esses sistemas são conhecidos como Sistemas de Proteção. Assim, quando ocorre uma falta no SEP, os sistemas de proteção devem atuar, de forma rápida e confiável, para retirar o, ou os, elementos do sistema que se encontram na condição de falta. Uma inadequada eliminação da falta pode derivar em um efeito cascata que, por sua vez, poderá resultar, por exemplo, em um *blackout* do sistema. Por outro lado, um sistema de proteção que elimine elementos a mais daqueles em falta provocará uma diminuição da confiabilidade do sistema (ANDERSON, 1999; PHADKE; THORP, 2009). Por tudo isso, fazem-se necessários sistemas de proteção seguros e confiáveis, que se adéquem às mudanças que os SEP vem experimentando com a inclusão de novas tecnologias.

Dentre os sistemas de proteção disponíveis no SEP a Proteção de Distância (PD) é a mais importante proteção para as linhas de transmissão (PHADKE; THORP, 2009; MASON, 1956). A proteção de distância é definida pelo IEEE como a proteção onde a resposta aos sinais de entrada é função da distância elétrica desde o ponto de instalação do relé até o ponto da falta (IEEE GUIDE FOR PROTECTIVE RELAY APPLICATIONS TO TRANSMISSION LINES, 2000).

Nos SEP a necessidade de expansão na capacidade de transmissão de energia é constante. Isso se deve ao constante aumento da demanda nos grandes centros de consumo. Uma alternativa para aumentar a capacidade de transmissão é a construção de novas linhas. Porém, a construção de novas linhas de transmissão esbarra nos entraves legais e

ambientais para a concessão de faixas de passagens e para a instalação novas linhas de transmissão nas faixas existentes.

O interesse por aumentar a capacidade de transmissão sem construir novas linhas levou ao desenvolvimento e instalação de dispositivos baseados em eletrônica de potência, conhecidos como Dispositivos FACTS acrônimo de *Flexible AC Transmission Systems* (Sistemas Flexíveis de Transmissão em Corrente Alternada) (HINGORANI; GYUGYI, 2000; PADIYAR, 2009).

A utilização desses dispositivos FACTS, no entanto, pode acarretar problemas para o SEP, um deles se relaciona com os sistemas de proteção. Esse fato é amplamente tratado na literatura (ZHOU et al., 2006; SEETHALEKSHMI; SINGH; SRIVASTAVA, 2011; GHORBANI; KHEDERZADEH; MOZAFARI, 2012; KHEDERZADEH; GHORBANI, 2012; SINGH; DAMBHARE, 2013; GHORBANI; MOZAFARI; RANJBAR, 2012; DUBEY; SAMANTARAY; PANIGRAHI, 2014; MORAVEJ; PAZOKI; KHEDERZADEH, 2014; DUBEY, 2015; SINGH; PATNE; KALE, 2015). Esses trabalhos tratam da proteção de distância de linhas compensadas por diferentes dispositivos FACTS, apresentando os problemas que essas compensações de potência trazem aos sistemas de proteção, especificamente à proteção de distância, e as diferentes alternativas para contorná-los. Todos esses trabalhos foram realizados considerando uma modelagem do SEP em componentes simétricas. Por outro lado, apenas uma das referências relacionadas com a proteção de distância em linhas compensadas não se baseia em técnicas heurísticas (SINGH; PATNE; KALE, 2015).

Dentre os dispositivos FACTS, é objeto de estudo desta Tese o Controlador Unificado de Fluxo de Potência, UPFC, (acrônimo da frase em Inglês *Unified Power Flow Controller*). Esse dispositivo tem a capacidade de controlar o fluxo de potência ativa, o fluxo de potência reativa e a tensão na barra onde está conectado. Valendo-se para isso, de três variáveis de controle. O módulo e o ângulo da tensão injetada em série com o sistema, e a corrente *shunt* (ET AL., 2004; HINGORANI; GYUGYI, 2000; PADIYAR, 2009). O dispositivo UPFC pode operar controlando todos os parâmetros citados na frase anterior ou funcionar controlando apenas alguns desses. Nesse caso o UPFC opera como SSSC (Compensador Síncrono Série Estático, acrônimo da frase em Inglês *Static Synchronous Series Compensator*) ou como STATCOM (Compensador Síncrono Estático, acrônimo da frase em Inglês *STATic synchronous Compensator*), maiores detalhes desses dispositivos

são apresentados no Capítulo 2 ou nas referências específicas (HINGORANI; GYUGYI, 2000; PADIYAR, 2009).

Em função da importância da proteção de distância assim como da compensação de potência, este trabalho apresenta uma nova formulação matemática para a proteção de distância de linhas de transmissão de energia elétrica.

1.1 Objetivos e contribuições

Considerando a importância da proteção de distância e da compensação de potência nas linhas de transmissão, onde ambos os tópicos contribuem para o melhor desempenho do SEP, o objetivo geral deste trabalho é contribuir para o desenvolvimento de uma formulação matemática, compensada e adaptativa, para a proteção de distância de linhas de transmissão compensadas por dispositivos UPFC. Para isso este trabalho tem os seguintes objetivos específicos:

- apresentar uma formulação para a proteção de distância desenvolvida em componente de fase, permitindo a proteção adaptativa de linhas de transmissão transpostas ou não;
- compensar os efeitos dos parâmetros controlados do UPFC assim como a impedância de falta;
- apresentar um estimador da impedância da falta que seja compensado pelo efeito da compensação de potência do dispositivo UPFC, permitindo assim compensar o efeito da impedância da falta no relé de distância;
- considerar a possibilidade de que a impedância da falta seja composta por uma parte resistiva e uma parte reativa. Para isso um estimador da impedância da falta é desenvolvido como uma extensão do apresentado em (FILOMENA, 2008);
- utilizar sinais de tensão e corrente do terminal local, do terminal remoto e do dispositivo UPFC;
- validar a formulação proposta através de simulações exaustivas.

1.2 Estrutura da Tese

O restante desta Tese está organizada da seguinte forma:

- no Capítulo 2, são apresentados os conceitos básicos para o entendimento dos dispositivos FACTS, dedicando especial interesse no UPFC, assim como uma revisão da literatura relacionada à proteção de distância de linhas compensadas;
- no Capítulo 3 é apresentado o equacionamento proposto para cada um dos tipos de falta;
- no Capítulo 4.1 são apresentados o sistema teste e os casos a serem logo simulados no processo de validação da metodologia proposta;
- o Capítulo 4 apresenta os resultados obtidos pela metodologia proposta (obtidos via simulação numérica);
- finalmente, no Capítulo 5 são apresentadas as Conclusões deste trabalho de Tese e os principais pontos considerados como possíveis trabalhos futuros.

2 DISPOSITIVOS FACTS E PROTEÇÃO DE DISTÂNCIA EM LINHAS COMPENSADAS: UMA REVISÃO DA LITERATURA

Neste Capítulo é apresentada uma breve descrição dos dispositivos FACTS, em especial do UPFC, objeto de estudo desta Tese. Assim como o estado da arte da proteção de distância de linhas protegidas por dispositivos UPFC.

2.1 Sistemas Flexíveis de Transmissão de Energia em Corrente Alternada (FACTS)

Os sistema de potência estão, pelas suas características físicas e construtivas, expostos a faltas. Faltas são fenômenos extraordinários que afetam o normal funcionamento do sistema. Esses fenômenos podem ser de origem ambiental, como descargas atmosféricas, curto-circuitos, dentre outros. Ao mesmo tempo nos grandes sistemas interligados, a potência flui respeitando as leis das tensões de Kirchhoff para cada injeção de potência específica (PADYAR, 2009). De um lado, as cargas no sistema de potência variam de instante a instante, durante o decorrer do dia variam em função da hora e da rotina das indústrias e cidadãos, muitas vezes, devido a fenômenos climáticos (aumento ou diminuição da temperatura ambiente) entre outros fatores, muitos deles imprevisíveis.

Com tudo isso, observa-se que, mesmo em condições normais de operação, os fluxos de potência podem variar. Ao mesmo tempo, a ocorrência de uma contingência, como perda súbita de uma linha ou gerador, podem resultar em um aumento ou diminuição do fluxo da potência, o que pode, finalmente, resultar numa sobrecarga que prejudica o sistema como um todo. Um distúrbio maior pode resultar num fenômeno de *swing* nos

eixos dos geradores, que pode ainda se propagar pelas linhas de transmissão do sistema atingindo outros geradores. Esses geradores podem ser desligados do sistema pelas suas proteções internas e assim provocar efeito cascata e retirando de operação uma grande parte do sistema interconectado, e ainda quando os sistemas operam com margens de segurança muito estreitas provocar um *blackout*. Outro fenômeno de instabilidade pode acontecer quando do aumento súbito da carga nas linhas de transmissão, isso pode decorrer em colapsos de tensão devido ao pouco suporte de reativos nos centros de carga (PADIYAR, 2009).

Conforme relatado acima, não é difícil entender o desafio que enfrentam os Engenheiros de Sistemas de Potências para manter o Sistema Interconectado Nacional operando com margens de segurança o suficientemente amplas. Uma das formas de ampliar essas margens de segurança é a construção de novas linhas de transmissão, porém, esse procedimento esbarra em problemas de licenciamento ambiental para a concessão de novas faixas de passagens.

Por outro lado, as margens de segurança, necessárias para uma operação segura, podem ser reduzidas através da utilização de dispositivos de controle rápidos que permitam controlar os fluxos de potência ativa e reativa nas linhas de transmissão. Esses elementos permitem que o sistema se torne mais flexível, adaptando-se às mudanças nas cargas e às contingências (PADIYAR, 2009).

Assim surgiram os Sistemas de Transmissão de Energia em Corrente Alternada Flexíveis, conhecidos como FACTS, definidos por (HINGORANI; GYUGYI, 2000) como *sistemas transmissão de energia em corrente alternada que incorporam controladores estáticos ou baseados em eletrônica de potência que permitem melhorar a confiabilidade do sistema, aumentando a capacidade de transmissão de potência.*

Todos os controladores FACTS representam aplicações da mesma tecnologia básica, tendo Tiristor como elemento fundamental (GTO, IGBT, IGCT). Alguns dos controladores de potência eletrônicos, agora agrupados no conceito FACTS, antecedem à introdução do conceito FACTS na comunidade científica. Destaca-se entre estes o "Shunt Connected Static Var Compensator"(SVC), utilizado para controle de tensão e introduzido pela General Electric Company no ano de 1975, e o primeiro controlador conectado em série chamado "NGH-SSR Damping scheme", inventado por Hingorani e constituído por um sistema de capacitores série de pequena potência cujo funcionamento foi demonstrado

pela Siemens em 1984, na Califórnia – USA, (ET AL., 2004; HINGORANI; GYUGYI, 2000).

Dispositivos FACTS podem ser classificados em:

1. controladores *shunt*;
2. controladores série;
3. controladores combinados série–série;
4. controladores combinados *shunt*–série.

Em função do elemento de eletrônica de potência que utilizam, os dispositivos FACTS podem ser classificados em:

1. baseados em impedâncias variáveis;
2. baseados em fontes de tensão controladas, conhecidas como VSC (acrônimo da frase em Inglês *Voltage Source Converter*).

Entre os controladores FACTS baseados em impedâncias variáveis podem se citados:

- Compensador Estático de Var, SVC, (acrônimo da frase em Inglês *Static Var Compensator*);
- Capacitor Série controlado por Tiristores, TCSC, (acrônimo da frase em Inglês *Thyristor Controlled Series Capacitor*);
- Transformador Defasador Controlado por Tiristores, TCPST, (acrônimo da frase em Inglês *Thyristor Controlled Phase Shifting Transformer*), e o Transformador Defasador Estático, PST, (acrônimo da frase em Inglês *Phase Shifting Transformer*).

e, entre os que utilizam fontes controladas de tensão (VSC), podem ser mencionados:

- Compensador Síncrono Estático, STATCOM, (acrônimo da frase em Inglês *STATIC synchronous Compensator*);
- Compensador Síncrono Série Estático, SSSC, (acrônimo da frase em Inglês *Static Synchronous Series Compensator*);

- Controlador Interlinha de Fluxo de Potência, IPFC, (acrônimo da frase em Inglês *Interline Power Flow Controller*);
- Controlador Unificado de Fluxo de Potência, UPFC, (acrônimo da frase em Inglês *Unified Power Flow Controller*).

Como já foi mencionado no início desta Seção, o Controlador Unificado de Fluxo de Potência será objeto de estudo deste trabalho de Tese. Assim, na seguinte Seção, o princípio de funcionamento desse dispositivo será explicado com maior detalhe.

2.2 Controlador de fluxo de potência unificado (UPFC)

Este trabalho visa à obtenção de uma formulação matemática para a Proteção de Distância de linhas compensadas com dispositivos UPFC. O UPFC é uma combinação do compensador síncrono estático (STATCOM) com um compensador estático série (SSSC), ver Figura 1.

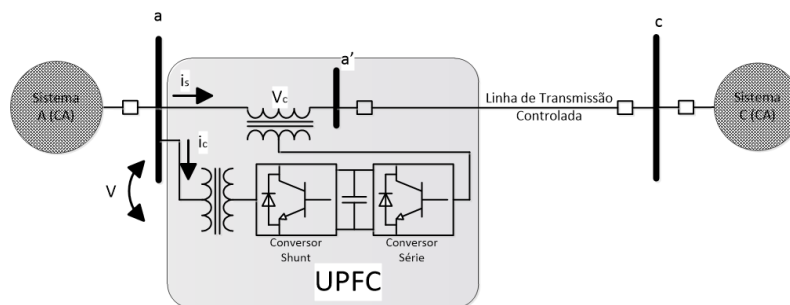


Figura 1: Representação do UPFC.

Estes se acoplam através de um link CC comum para permitir fluxo bidirecional de potência ativa entre os terminais série de saída do SSSC e os terminais *shunt* de saída do STATCOM. Esses dispositivos são controlados para prover conjuntamente compensação ativa e reativa, sem precisar de uma fonte externa, assim como compensação da tensão na vizinhança da barra do controlador *shunt* (HINGORANI; GYUGYI, 2000; PADIYAR, 2009). Nesse tipo de controladores, a potência ativa para o controlador série é obtida mediante o link CC do controlador STATCOM. Esse é o tipo mais completo de controlador de potência (PADIYAR, 2009; HINGORANI; GYUGYI, 2000; FUERTE-ESQUIVEL; ACHA, 1997).

Do ponto de vista da operação, o UPFC pode atuar como um compensador *shunt*, uma reatância série controlada ou como um defasador controlado (FUERTE-ESQUIVEL; ACHA, 1997; HINGORANI; GYUGYI, 2000), ver Figura 2.

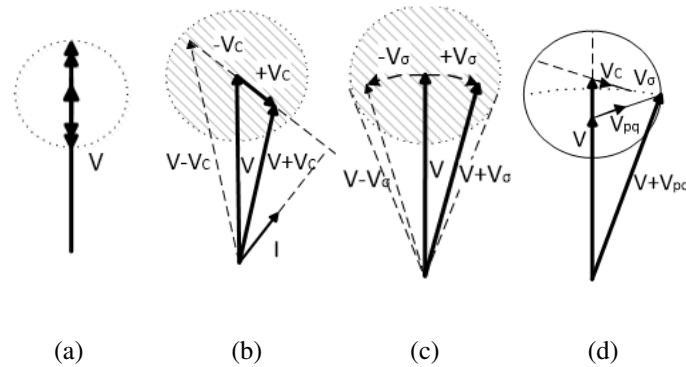


Figura 2: Tipos de controle conseguidos com o dispositivo UPFC. (a) Controle da magnitude da tensão. (b) Compensação da impedância da linha. (c) Controle da defasagem da tensão. (d) Controle simultâneo da magnitude e fase da tensão e compensação da impedância da linha.

O conversor série realiza a tarefa principal do UPFC, acrescentando uma tensão em série com a linha de transmissão através do transformador de acoplamento. O conversor série controla a magnitude e o ângulo da tensão injetada. O conversor *shunt* tem a função primária de absorver a potência ativa para suprir o conversor série, o componente ativo da corrente que flui pelo conversor *shunt* depende do balanço de potência entre o SSSC e o STATCOM. O conversor *shunt* é controlado independentemente para controlar a tensão na barra e fornecer suporte de tensão aos capacitores de acoplamento (PADIYAR, 2009; DASH, 2000).

A região de controle do UPFC é obtida mantendo constante a magnitude da tensão injetada no seu valor máximo e variando sua fase entre 0° e 360° , obtendo assim uma elipse que delimita a região de controlabilidade, ou seja, que cada ponto dentro da elipse poderá ser obtida através do uso do UPFC (PADIYAR, 2009).

2.2.1 Proteção de Distância

A Proteção de Distância (PD) é a mais utilizada na proteção de linhas de transmissão. Estas são as mais adequadas devido a que, embora complexas, apresentam a melhor confiabilidade (GOMEZ-EXPOSITO; CONEJO; CANIZARES, 2008; MASON, 1956).

Fato que prevalece sobre o custo, principalmente quando protegem elementos importantes do SEP (GOMEZ-EXPOSITO; CONEJO; CANIZARES, 2008; MASON, 1956). Algumas das vantagens da PD que podem ser citadas são (GOMEZ-EXPOSITO; CONEJO; CANIZARES, 2008):

- Melhor seletividade;
- Melhor coordenação;
- Mudanças nas configurações do SEP influenciam menos nos seus ajustes;
- São menos atingidas pelas oscilações de potência.

A PD, basicamente, estima a impedância da seção em falta através das medições de tensões e correntes no local de monitoramento (ponto do SEP onde estão instalados o relé e os transdutores). Por estimarem a impedância também são conhecidos como relés de impedância. A impedância da seção em falta medida é comparada com a impedância conhecida da linha. Caso esta seja menor que a impedância da própria linha protegida, e ajustados nos parâmetros do relé, uma falta interna será detectada e uma sinal de "trip"(abertura) será enviado ao Disjuntor (DJ) responsável por abrir o circuito. Devido às incertezas presentes nas medições (principalmente nos transformadores de instrumentos) e na impedância da linha, que muitas vezes é resultado de cálculos, a PD não pode proteger 100% da linha. Assim, uma margem de segurança é deixada, esta margem é da ordem de 10% a 15% do comprimento da linha. Esta é conhecida como Zona 1 (HOROWITZ; PHADKE, 2008; ZIEGLER, 2000). Outras zonas de proteção, como a Zona 2 e 3 protegem o restante da linha e fazem parte da proteção de retaguarda das linhas vizinhas. Estas outras zonas são temporizadas em relação a Zona 1, a Figura 3 representa graficamente a definição das Zonas de Proteção.

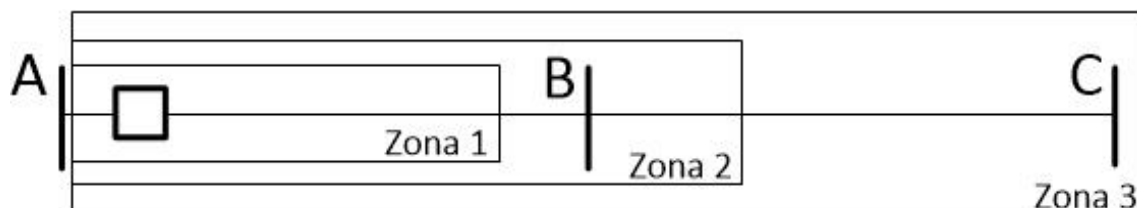


Figura 3: Zonas de proteção do Relé de Distância (HOROWITZ; PHADKE, 2008).

2.2.2 Diagrama de Impedância

O diagrama de impedância é uma importante ferramenta para avaliar o comportamento dos sistemas de proteção. Nestes diagramas, a característica do relé, a impedância da carga e a impedância do curto-circuito são representadas no plano complexo $R - X$. Durante a operação normal do SEP, a impedância medida corresponde a impedância da carga. Após acontecer uma falta, a impedância modifica de valor, para a impedância de curto-circuito que, normalmente, é menor que a impedância da carga. Este valor corresponde a impedância da linha entre o ponto de monitoração e o ponto da falta. Quando a falta apresenta resistência de falta, seja do arco e/ou do pé da torre, uma componente adicional deverá ser adicionada devido à resistência da falta R_f . A característica, ou região de operação da PD é definida por uma forma fixa no diagrama de impedância (ZIEGLER, 2000).

Os relés de distância podem ser classificados segundo à sua região de operação. Tradicionalmente todos os relés de distância tinham uma zona de operação circular, fato devido à utilização de dispositivos eletromecânicos para construção destes. Hoje, basicamente quatro características de operação podem ser definidas, estes são (HOROWITZ; PHADKE, 2008):

1. Relé de impedância;
2. Relé de admitância ou Mho;
3. Relé de reatância;
4. Relé quadrilateral.

Estas podem se observar na Figura 4.

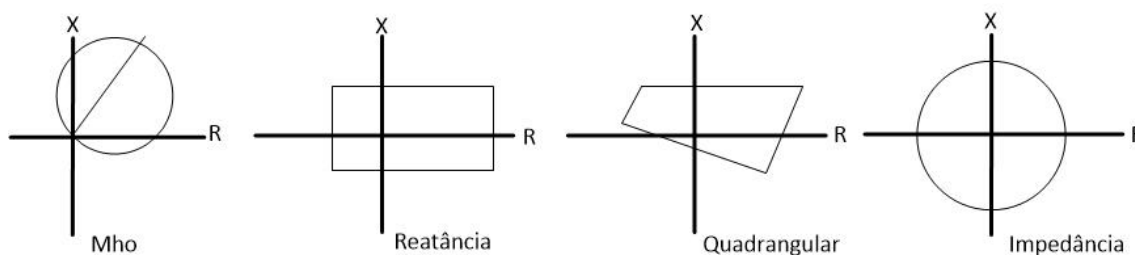


Figura 4: Diagramas de impedância (HOROWITZ; PHADKE, 2008).

O relé quadrilateral, de particular interesse para este trabalho, é definido por quatro linhas, ou linhas e setores circulares. Este tipo de características só pode ser conseguido com relés de estado sólido ou microprocessados (HOROWITZ; PHADKE, 2008; ZIEGLER, 2000).

2.2.3 Relés de Distância Tradicionais

Segundo (HOROWITZ; PHADKE, 2008), no SEP trifásico existem dez possíveis tipos de faltas:

- trifásica;
- três faltas fase-fase;
- três faltas fase-terra;
- três faltas fase-fase-terra.

O equacionamento que governa as relações entre as tensões e corrente de cada grupo de faltas é diferente (HOROWITZ; PHADKE, 2008).

2.2.4 Resistência da falta

Muitas vezes as faltas apresentam um valor de resistência que não pode ser desprezada. Esta pode ser devido ao próprio arco da falta ou ao arco mais o pê da torre (quando faltas envolvendo a terra) (ANDERSON, 1999; HOROWITZ; PHADKE, 2008). Alguns autores apresentaram fórmulas empíricas para a determinação destas resistências objetivando a sua aplicação nos sistemas de proteção. Por exemplo, (HOROWITZ; PHADKE, 2008) apresenta:

$$R_{arc} = \frac{76V^2}{S_{SC}} [\Omega] \quad (1)$$

onde V é a tensão do sistema em kV e S_{SC} é a potência de curto-circuito. Por outro lado (ANDERSON, 1999) apresenta;

$$R_{arc} = \frac{8750 (s + \mu t)}{I^{1,4}} [\Omega] \quad (2)$$

onde:

s é o espaçamento dos condutores [ft];

μ é a velocidade do vento [mi/hr];

t é o tempo;

I é a corrente rms da falta [A].

A resistência da falta introduz um erro na distância estimada da falta pelo relé, provocando um fenômeno de sub-alcance. Considerando a Figura 5(a), e considerando I_{s_c} , a contribuição a falta do terminal remoto, a corrente da falta será;

$$I_f = I_s + I_r \quad (3)$$

onde:

I_f é a corrente da falta, em [A];

I_s é a corrente no terminal local, em [A];

I_r é a corrente no terminal remoto, em [A].

portanto, a tensão no ponto de monitoramento será;

$$V_s = Z_l \cdot I_s + R_f (I_s + I_r) \quad (4)$$

onde:

V_s é a tensão no terminal local, em [V];

Z_l é a impedância do trecho da linha em falta, em [Ω].

assim, a impedância aparente será;

$$Z_{map} = \frac{V_s}{I_s} = Z_l + R_f \left(\frac{I_r}{I_s} + 1 \right) \quad (5)$$

Ainda, se I_r não estiver em fase com I_s , a resistência da falta influenciará no erro tanto na parte real como na imaginária (HOROWITZ; PHADKE, 2008), ver Figura 5.

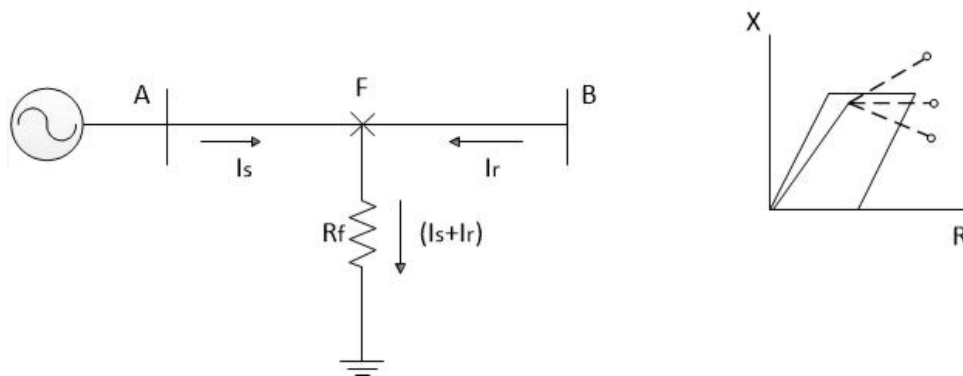


Figura 5: Circuito em falta como resistência de falta, (HOROWITZ; PHADKE, 2008).

2.3 Modelagem trifásica das linhas de transmissão

Sistemas de proteção para linhas de transmissão de energia foram classicamente modelados como sendo sistemas equilibrados ou idealmente transpostos, e utilizando para o equacionamento em componentes simétricas (GOMEZ-EXPOSITO; CONEJO; CANIZARES, 2008; ANDERSON, 1999; HOROWITZ; PHADKE, 2008). Porém, mesmo sistemas transpostos, quando da ocorrência de faltas, a parte da linha entre o ponto de monitoramento e a falta não mais é idealmente transposta.

Dentre as perturbações de baixa frequência que acontecem no funcionamento normal da rede podem ser citados:

- desequilíbrios,
- *flicker*,
- harmônicos.

Os desequilíbrios referem-se à frequência fundamental e expressam-se em função das tensões de sequência negativa e sequência zero, sendo que as principais fontes de desequilíbrio nas linhas de transmissão são os fornos de arco e a tração elétrica de alta velocidade (GOMEZ-EXPOSITO; CONEJO; CANIZARES, 2008). A configuração geométrica das linhas de transmissão são também causa do desequilíbrio nas linhas, muitas vezes citada como a maior causa do desequilíbrio (ACHA, 2004; GOMEZ-EXPOSITO; CONEJO; CANIZARES, 2008). Outros elementos do sistema de potência como transformadores, elementos de compensação *shunt* e série introduzem pequenos desbalanços que são geralmente desconsiderados (ACHA, 2004).

Nos sistemas de distribuição o contrário acontece, nelas a maior parte das linhas são geometricamente assimétricas e as cargas são tipicamente monofásicas. Sistemas rurais, muitas vezes, são operados apenas com uma ou duas fases para conseguir manter o fornecimento quando, por exemplo, da ocorrência de faltas que retiram de operação um dos transformadores dos bancos trifásicos (ACHA, 2004). Esses desequilíbrios provocam sobreaquecimentos nas máquinas rotativas, falhas nos sistemas de proteção e deslocamentos nos cruzamentos por zero das tensões de entrada dos conversores estáticos de potência, o que leva à incorreta operação desses dispositivos devido a falhas nos sistemas de controle (ACHA, 2004; GOMEZ-EXPOSITO; CONEJO; CANIZARES, 2008).

A transposição das linhas tem sido a mais típica compensação utilizada para mitigar o desequilíbrio das linhas, também vêm sendo utilizadas soluções baseadas em eletrônica de potência. Por exemplo o TCSC, que tem por função compensar a impedância da linha. A ideia é utilizar o TCSC de forma desbalanceada para assim compensar o desbalançamento geométrico da linha. Simulações mostraram a possibilidade de utilizar o SVC para restituir o desbalanço nas linhas, além da sua função principal de compensar potência reativa, porém, apresenta o problema da elevada injeção de harmônicos no sistema. Como alternativa apresenta-se a utilização do STATCOM, que não apresenta problemas de poluição harmônica (ACHA, 2004). Outros dispositivos utilizados para este fim são o "Unified Power Quality Conditioner"(UPQC) e o "Dynamic Voltage Restorer"(DVR). Estes basicamente são iguais ao UPFC e ao SSSC respectivamente. Porém, com estratégias de controle diferentes, onde uma das funções destes é eliminar os desbalanços das tensões (PADIYAR, 2009; MONTEIRO; AREDES; MOOR NETO, 2003; FILHO, 2006). Com tudo isto programas que representem fielmente esses fenômenos, levando em conta a modelagem trifásica, fazem-se necessários (ACHA, 2004; GOMEZ-EXPOSITO; CONEJO; CANIZARES, 2008; ARRILLAGA; WATSON, 2005; ZHANG, 2006; ZHANG; XUE; GODFREY, 2004; ANGELES-CAMACHO; ACHA; BARRIOS-MARTINEZ, 2007). Em relação à proteção de distância considerando a modelagem trifásica e o desbalanço do sistema vários trabalhos já foram apresentados por Bretas *et al.* (SALIM; MARZEC; BRETAS, 2011; FILOMENA, 2008).

Nesse sentido, vários autores apresentam modelagem trifásica dos dispositivos FACTS em coordenadas de fase. Zhang, apresenta em (ZHANG, 2003), a modelagem dos dispositivos IPFC e UPFC para estudos de fluxo de carga trifásico, em (ZHANG; XUE; GOD-

FREY, 2004) é apresentada uma modelagem trifásica do SSSC para estudos de fluxo de carga trifásico. (ANGELES-CAMACHO; ACHA; BARRIOS-MARTINEZ, 2007) mostram uma modelagem do STATCOM para estudos de fluxo de carga trifásicos. (ACHA, 2004) apresentam modelos trifásicos para estudos de fluxo de carga de vários dispositivos FACTS, entre eles o TCSC, SVC, STATCOM e UPFC.

No seu trabalho, (ZHANG, 2006) apresenta uma completa modelagem trifásica do UPFC, incluindo uma detalhada análise de todos os tipos de transformadores, *shunt* e série. Nesse trabalho são apresentadas três possibilidades de controle do UPFC, sempre considerando o sistema como sendo trifásico e desequilibrado (ZHANG, 2006).

2.4 Proteção de Distância em Linhas Compensadas: Estado da Arte

A utilização de dispositivos FACTS nas linhas de transmissão traz benefícios para a capacidade de transmissão de energia e para a estabilidade do sistema de potência, porém outros problemas aparecem, principalmente nos sistemas de proteção de distância das linhas de transmissão (DASH, 2000; DASH; PRADHAN; PANDA, 2000; SEETHALEKSHMI; SINGH; SRIVASTAVA, 2009; ZHOU et al., 2006; SEETHALEKSHMI; SINGH; SRIVASTAVA, 2011; GHORBANI; KHEDERZADEH; MOZAFARI, 2012; KHEDERZADEH; GHORBANI, 2012; SINGH; DAMBHARE, 2013; GHORBANI; MOZAFARI; RANJBAR, 2012; DUBEY; SAMANTARAY; PANIGRAHI, 2014; MORAVEJ; PAZOKI; KHEDERZADEH, 2014; DUBEY, 2015; SINGH; PATNE; KALE, 2015).

A presença desses dispositivos, no circuito em falta, introduz mudanças nos componentes de regime permanente e transitório das tensões e correntes. Assim, para o cálculo da impedância aparente, deve ser considerada a contribuição da magnitude e ângulo da tensão série e da corrente e admitância *shunt* acrescentados pela presença do UPFC. Porém, se a falta acontece antes do ponto de instalação do dispositivo compensador esses efeitos devem ser desconsiderados. Nesse contexto, alguns autores salientam a necessidade de uma metodologia de decisão no algoritmo na hora de estimar a distância da falta (DASH, 2000).

No seu trabalho (DASH, 2000) apresentam um relé adaptativo para linhas de transmissão compensadas com dispositivos FACTS. Dentre os dispositivos FACTS os autores analisam a influência do UPFC no cálculo da impedância aparente vista pelo relé, comprovando que essa também é condicionada pela impedância da falta e pelo comportamento

do terminal remoto. O trabalho sugere que, devido à grande quantidade de parâmetros variáveis, na hora do relé estimar a impedância se faz necessária a utilização uma abordagem com inteligência artificial. A influência da resistência da falta e dos parâmetros de controle são levadas em conta na análise. Porém, os autores não estimam a impedância da falta, a mesma é considerada como uma variável de entrada do algoritmo para calcular a zona de atuação deste. Nesse trabalho, (DASH, 2000), apresentaram o equacionamento para faltas tipo fase-terra com resistência da falta R_f , porém, sem estimá-la. A impedância aparente vista pelo relé é calculada por eles como a soma de duas impedâncias, uma devido ao próprio sistema de transmissão e outra parcela com a contribuição do dispositivo compensador (caso ele esteja no circuito da falta) e da resistência da falta. Os resultados apresentados são diferentes regiões de operação para diferentes distâncias das faltas, diferentes resistências de falta e diferentes condições de operação do UPFC mantendo o carregamento do sistema como constante para cada caso. Para cada uma dessas condições, uma região é calculada e um procedimento de decisão, nesse caso, uma rede neural adaptativa deve ser implementada para determinar a utilização de cada uma das regiões (DASH, 2000). Todos os cálculos apresentados são realizados em componentes simétricas.

No mesmo ano, um trabalho similar foi apresentado pelo mesmo grupo de pesquisa, considerando também a presença de linhas de transmissão com circuito duplo (DASH; PRADHAN; PANDA, 2000). As conclusões apresentadas são as mesmas, ou seja, há necessidade de um sistema de inteligência artificial para a determinação da característica de operação do relé mais adequada para cada ocorrência de uma falta.

Uma limitação dos trabalhos apresentados em (DASH, 2000; DASH; PRADHAN; PANDA, 2000) está no fato de ter considerado o dispositivo UPFC como uma combinação de fontes ideais. Todas as simulações apresentadas nesses trabalhos modelam o UPFC como fontes de tensão ideais, dessa forma não foi analisada a influência dos efeitos induzidos pelas fontes chaveadas.

No seu trabalho (JAMALI; KAZEMI; SHATERI, 2006), salientam que os parâmetros de controle do UPFC afetam o desempenho da proteção de distância mesmo para faltas sólidas, ao contrário do que acontece com os demais parâmetros do sistema de potência, que influenciam o desempenho somente para faltas não sólidas. Os autores destacam ainda que as características clássicas de proteção de distância, como a MHO ou quadri-

lateral não apresentam eficiência satisfatórias na presença de dispositivo FACTS. Esses apresentam ainda uma análise de diferentes características de impedância para regiões de atuação, considerando três locais de instalação do UPFC, no terminal local, no terminal remoto e no meio da linha (JAMALI; KAZEMI; SHATERI, 2006).

Mais uma vez, o dispositivo UPFC, ao igual que em (DASH, 2000; DASH; PRADHAN; PANDA, 2000), é modelado por fontes de tensão ideais. As medições das impedâncias são realizadas em componentes simétricas e diferentes equações são apresentadas para cada uma das topologias de rede utilizadas, isto é, para cada uma das possíveis localizações do dispositivo UPFC na linha de transmissão, no terminal local, no meio da linha e no terminal remoto. As diferentes regiões de atuação da proteção foram obtidas através de simulações no programas ATP/EMTP de uma linha de 400kV e 300km do sistema de transmissão Iraniano (JAMALI; KAZEMI; SHATERI, 2006; KAZEMI; JAMALI; SHATERI, 2010).

(ZHOU et al., 2006) apresentam no seu trabalho a influência do dispositivo UPFC no funcionamento da proteção de distância, os autores são os primeiros em considerar a modelagem dinâmica do UPFC, utilizando para isso o SIMULINK/MATLAB (MATLAB, 2006). O trabalho mostra claramente que as proteções tradicionais falham na hora de proteger o sistema contra faltas fase–terra, quando um dispositivo UPFC é instalado na linha. Esses não apresentam nenhuma consideração para contornar esse problema, apenas apontam as deficiências da proteção convencional.

No seu trabalho (SEETHALEKSHMI; SINGH; SRIVASTAVA, 2009, 2011) apresentam um esquema de proteção de distância adaptativo para faltas fase–terra para linhas de transmissão compensadas com dispositivos UPFC. Nele propõem um esquema baseado no conhecimento dos parâmetros de controle do UPFC. Para isso, eles utilizam *Synchronized Phasor Measured* (PMU), baseado em WAMS *Wide Area Measurement System*, salientando que estimadores de estado poderiam ser utilizados, porém, a resolução das equações de otimização não lineares dos métodos de estimação consomem mais tempo para serem resolvidas. Com os parâmetros controlados, várias resistências de falta e vários locais de falta, diversas características de atuação dos relés são estimadas, logo uma Rede Neural Artificial é utilizada para determinar, no momento da falta, qual é a melhor característica a ser utilizada.

Nesses trabalhos, diferentes condições de operação são consideradas, entre elas, dois

grandes grupos são encontrados, um acontece quando o UPFC controla o fluxo de potência de forma automática e o outro quando o UPFC está no modo *by-pass*. Os autores não consideram a possibilidade do dispositivo UPFC funcionar como SSSC ou como STATCOM.

Os autores salientam que a utilização de parâmetros fixos nas variáveis de controle do UPFC não é correta, pois eles mudam durante a falta para conseguir igualar os valores de referência (SEETHALEKSHMI; SINGH; SRIVASTAVA, 2011). Nesses trabalhos, a modelagem do UPFC é realizada utilizando uma modelagem dinâmica no SIMULINK/MATLAB (MATLAB, 2006).

Uma colocação importante realizada nestes trabalhos é o fato de que o dispositivo UPFC precisa de uma Subestação (SE) para ser instalado, dessa forma o fato de considerar diferentes locais de instalação se torna puramente teórica, sem aplicação na proteção de distância, ou pelo menos na aplicação da Zona 1 dos relés. Ao mesmo tempo que estando o UPFC na SE todas as medidas de tensão e corrente estão disponíveis (SEETHALEKSHMI; SINGH; SRIVASTAVA, 2011).

(KHEDERZADEH; GHORBANI, 2012) apresentam uma análise do impacto no sistema de proteção dos dispositivos FACTS multilinha, como GIPFC (acrônimo da frase em Inglês *Generalized Interline Power Flow Controller*) ou GUPFC (acrônimo da frase em Inglês *Generalized Unified Power Flow Controller*), assim como as variantes obtidas com cada um deles, como o STATCOM e o SSSC. Os autores calculam diferentes regiões de operação para as diferentes faltas e diferentes condições de operação, compensação e resistências de falta. Logo comparam as regiões obtidas com a estimativa da impedância aparente realizada pelo relé. Neste trabalho é comentada a diminuição do efeito negativo no relé de distância convencional ocasionado pela compensação de potência.

Em (GHORBANI; MOZAFARI; RANJBAR, 2012) os autores apresentam uma metodologia que permite compensar o efeito do SSSC na impedância aparente estimada pelo relé de distância. A metodologia se baseia numa modelagem em componentes simétricas e não leva em consideração o elemento *shunt* do dispositivo UPFC. Da mesma forma dos trabalhos citados anteriormente, a metodologia apresentada em (GHORBANI; MOZAFARI; RANJBAR, 2012) não estima a impedância da falta, a metodologia calcula novas regiões de trip simulando faltas considerando todos os cenários possíveis, ou seja, condições de operação, condições de controle do SSSC e resistência de falta. Logo essas

regiões são comparadas com a impedância estimada pelo relé. Este trabalho utiliza como sinais de entrada as medições dos dois terminais. Faltas fase–fase e fase–fase–terra são também analisadas em (GHORBANI; MOZAFARI; RANJBAR, 2012), indicando que o efeito da compensação de potência é muito menor neste tipo de faltas que nas faltas fase–terra.

(SINGH; DAMBHARE, 2013) apresentam, no seu trabalho, resultados analíticos e de simulações de um sistema de proteção de distância para faltas fase–terra em linhas compensadas por dispositivos SVC no meio da linha. A metodologia apresentada foi desenvolvida em componentes simétricas. Os autores apresentam resultados que comprovam que a proteção tradicional falha na hora de proteger a linha compensada e apresentam uma metodologia adaptativa baseada em simulações recursivas. Os testes apresentados são realizados em um sistema de duas barras comparando o desempenho do relé proposto com o relé de distância convencional.

Em (MORAVEJ; PAZOKI; KHEDERZADEH, 2014) os autores apresentam um estudo onde o efeito da compensação de potência do UPFC no relé de distância e nos balanços de potência.

Por outro lado, (DUBEY; SAMANTARAY; PANIGRAHI, 2014) apresentam uma metodologia adaptativa para a proteção de distância de linhas compensadas por dispositivos UPFC e que interligam parques eólicos ao sistema. Estes apresentam uma metodologia adaptativa similar à apresentada nos trabalhos anteriores. Em um trabalho similar apresentam uma extensão do trabalho para a proteção de distância de linhas paralelas (DUBEY, 2015). Utilizando uma modelagem em componentes simétricas.

No seu trabalho (SINGH; PATNE; KALE, 2015) apresentam uma metodologia adaptativa para a proteção de distância em linhas compensadas por STATCOM no meio da linha. Os autores apresentam uma metodologia adaptativa baseada na adaptação da característica de trip MHO. Uma abordagem em componentes simétricas e apresentada utilizando medições do terminal local e do dispositivo de compensação, as medições, colocam os autores, são obtidas via comunicação por fibra ótica e sincronizadas por GPS. Porém, apenas o STATCOM é considerado e não estimam a impedância da falta.

2.5 Observações e considerações sobre as propostas existentes

Todas as metodologias apresentadas na Seção anterior, baseiam-se em uma modelagem do sistema em componentes simétricas, isto representa uma simplificação na modelagem do sistema. Para poder aplicar o conceito da modelagem em componentes simétricas e obter a simplificação do desacoplamento entre frequências, o sistema precisa ser simétrico ou idealmente transposto. Os relés tradicionais baseados em componentes simétricas se baseiam no desacoplamento entre as sequências para obter as equações para cada tipo de falta (MASON, 1956; HOROWITZ; PHADKE, 2008). A transposição é uma característica construtiva real em muitas linhas de transmissão, principalmente para linhas que utilizam elevados níveis de tensão. Porém, quando o sistema está em falta, o trecho da linha entre o terminal local e a falta não mais será idealmente transposto, assim, o método baseado nas componentes simétricas apresentará uma limitação na sua precisão.

Excepto pela proposta apresentada em (SINGH; PATNE; KALE, 2015), todas as metodologias propostas se baseiam na utilização de uma metodologia adaptativa. Os autores realizam um grande número de simulações mantendo um parâmetro constante e variando os outros, ou seja, fixam a condição de operação e variam a cada simulação as distâncias da falta, a resistência de falta, etc. Assim, obtêm-se regiões de *trip* que logo serão comparadas com a impedância aparente estimada pelo relé. Esses métodos apresentam a limitação de que, caso o sistema sofra alguma mudança nas suas características, na condição de carregamento ou alguma resistência de falta que não tenha sido considerada, ou que o operador precise de uma característica de operação maior ou menor da simulada todas as simulações deverão ser realizadas novamente.

A metodologia apresentada em (SINGH; PATNE; KALE, 2015) utiliza sinais do terminal local e do dispositivo FACTS para gerar uma região de *trip* adaptativa, a metodologia apresentada por eles calcula a cada fasor estimado uma nova região de *trip*, que se adapta em função à corrente do sistema e a corrente injetada pelo dispositivo FACTS. A metodologia é realizada em componentes simétricas e a característica MHO é adaptada a cada nova estimativa. Apresentando apenas resultados para um STATCOM instalado no meio da linha (SINGH; PATNE; KALE, 2015).

Vários autores já consideram nos seus trabalhos que o efeito da compensação de potência é menor para as faltas fase–fase, fase–fase–terra e fase–fase–fase–terra (KHEDERZADEH; GHORBANI, 2012; GHORBANI; KHEDERZADEH; MOZAFARI, 2012).

Outro ponto importante é que nenhuma das propostas encontradas na literatura estima o valor da impedância da falta, apenas a incluem ela como valores conhecidos na hora de calcular as novas regiões de *trip* que logo serão utilizadas no relé adaptativo.

2.6 Considerações Finais

Foram apresentadas neste Capítulo as metodologias propostas na literatura para a proteção de distância de linhas compensadas com dispositivos FACTS. Observa-se que na literatura encontrada até o momento não existe uma formulação matemática adaptativa para a proteção de distância de linhas compensadas por dispositivos UPFC, que estime a impedância de falta. Dessa forma, no Capítulo seguinte apresenta-se a metodologia proposta para a proteção de distância adaptativa de linhas compensadas por dispositivos UPFC, considerando todos os tipos de falta, todas as condições de operação, todos os tipos de compensação de potência que o dispositivo UPFC pode realizar assim com a estimação e compensação da impedância da falta.

3 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA PROPOSTA PARA O RELÉ DE DISTÂNCIA TIPO FASE EM LINHAS COMPENSADAS.

No Capítulo anterior, apresentou-se o estado da arte na proteção de distância de linhas compensadas.

Será desenvolvido, neste Capítulo, o equacionamento matemático para a proteção de distância de linhas de transmissão compensadas por dispositivos UPFC, demonstrando através das simulações apresentadas no Capítulo 4, que a formulação proposta permite também proteger a linha quando o dispositivo funciona como SSSC ou como STATCOM.

A formulação proposta realiza também uma estimativa da impedância de falta. As formulações, apresentadas no Capítulo anterior, consideram o efeito negativo da resistência da falta na hora de estimar a impedância aparente da linha a ser protegida, porém não estimam a resistência da falta. (FILOMENA, 2008; SALIM; MARZEC; BRETAS, 2011) apresentam uma metodologia para estimação e compensação da resistência da falta no relé de distância. Essa metodologia será ampliada e estendida para o caso de linhas compensadas por dispositivos UPFC. Ao mesmo tempo, serão consideradas faltas que possam ter tanto a parte real como a parte imaginária, isto é, estimam-se tanto R_f quanto X_f .

Para o desenvolvimento desta formulação, considerou-se um marco referencial de coordenadas de fase, diferentemente das outras metodologias, onde somente consideram componentes de sequência.

Neste trabalho de tese, apresenta-se uma formulação para a proteção de distância adaptativa baseada em uma modelagem trifásica. As considerações anteriores justificam a escolha deste marco de referência ao invés do tradicional enfoque em componentes simétricas. A adaptabilidade da metodologia proposta é devida ao fato de que para cada condição de operação e de falta o relé adaptará a sua impedância de ajuste em função das

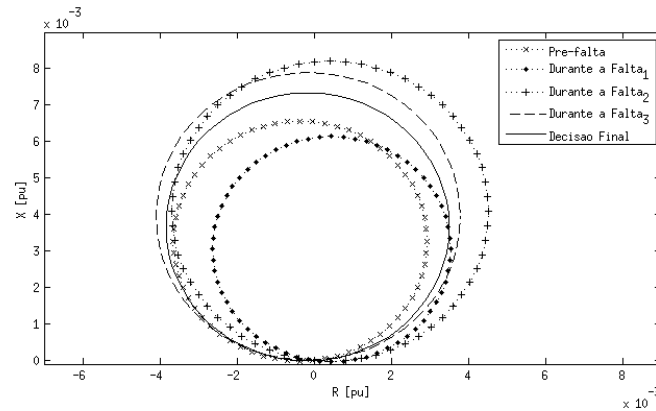


Figura 6: Visualização da adaptabilidade do relé proposto.

corrente que fluem pelo sistema, assim como mudanças no esquema de proteção interna do dispositivo UPFC, diferentes impedâncias de falta, etc.

A Figura 6 representa esse efeito de adaptabilidade da formulação proposta, em rigor da verdade durante a operação do SEP a Figura 6 deveria ser visualizada como uma mancha, ou seja, para cada fasor calculado, uma nova característica do relé seria calculada e uma nova circunferência adicionada a Figura 6. De forma a simplificar a visualização apenas algumas das circunferências aparecem na mesma.

A formulação proposta é baseada na compensação do relé pelo efeito da impedância da falta, para isso é preciso resolver um sistema de equações sobredeterminado. Esses sistemas serão resolvidos pelo Estimador de Mínimos Quadrados, maiores detalhes sobre o método podem ser encontrados no Apêndice A.

Nas seguintes Seções serão apresentadas formulações matemáticas propostas para a proteção de distância para cada um dos quatro grupos de faltas possíveis assim como os estimadores das impedâncias de falta.

3.1 Faltas Fase–Terra

Nesta seção é apresentada a formulação para a proteção de distância de linhas compensadas com dispositivos UPFC adaptativa e compensada pela impedância da falta para faltas fase-terra. Na seção 3.1.1 apresentam-se as equações para o relé adaptativo enquanto que na seção 3.1.2 apresenta-se o desenvolvimento das equações para a estimação da Impedância da falta para faltas fase-terra, necessária para a compensação do relé de distância.

3.1.1 Desenvolvimento Matemático do Relé Fase-Terra

A seção da linha a ser analisada é ilustrada na Figura 7. A seguir apresenta-se o desenvolvido para uma falta fase-terra. Arbitrariamente o desenvolvimento será realizado para uma falta entre a fase “c” e a terra, esse procedimento será facilmente ampliado para as faltas envolvendo as outras fases e a terra no final desta seção.

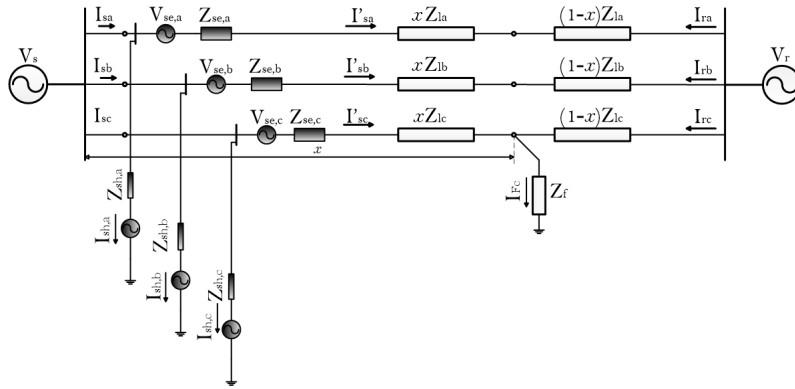


Figura 7: Circuito em falta para uma falta fase-terra.

A tensão no terminal local na fase “c”, de acordo com a Figura 7, pode ser calculada como:

$$V_{s_c} = -V_{se_c} + Z_{se_c} \cdot I'_{s_c} + x \cdot [Zl_c] \cdot I'_{s_c} + V_{F_c} \quad (6)$$

da qual, a tensão no ponto da falta pode ser isolada como:

$$V_{F_c} = V_{s_c} + V_{se_c} - Z_{se_c} \cdot I'_{s_c} - x \cdot [Zl_c] \cdot I'_{s_c} \quad (7)$$

onde a corrente I'_{s_c} é a corrente que flui na linha, sendo essa composta pela contribuição da corrente do terminal local e a contribuição da corrente *shunt* do dispositivo UPFC, isto é:

$$I'_{s_c} = I_{s_c} - I_{sh_c} \quad (8)$$

e

$$I_{sh_c} = \frac{V_{sh_c} - V_{s_c}}{Z_{sh_c}} \quad (9)$$

Onde:

Zl_c é o vetor de impedâncias da fase “c”, em $[\Omega]$;

Z_{shc} é a impedância do transformador de acoplamento *shunt* do UPFC na fase “c”, em $[\Omega]$;

Z_{sec} é a impedância do transformador de acoplamento série do UPFC na fase “c”, em $[\Omega]$;

\mathbf{I}_s é o vetor de correntes do terminal local, em $[A]$;

\mathbf{I}'_s é o vetor de correntes da linha de transmissão, em $[A]$;

\mathbf{I}_{sh} é o vetor de correntes injetado na linha de transmissão pelo dispositivo UPFC, em $[A]$;

V_{shc} é a tensão *shunt* do UPFC na fase “c”, em $[V]$;

V_{sec} é a tensão série do UPFC na fase “c”, em $[V]$;

V_{sc} é a tensão da fase “c” no terminal local, em $[V]$;

V_{Fc} é a tensão da fase “c” no ponto da falta, em $[V]$;

\mathbf{V}_F é o vetor de tensões no ponto da falta, em $[V]$;

A tensão no ponto da falta pode também ser escrita como:

$$V_{F_c} = I_{F_c} \cdot Z_f \quad (10)$$

onde Z_f é a impedância da falta. Expandindo o produto vetorial da equação (7) obtém-se:

$$V_{F_c} = V_{s_c} + V_{s_{ec}} - Z_{s_{ec}} \cdot I'_{s_c} - x \cdot (Zl_{ca} \cdot I'_{s_a} + Zl_{cb} \cdot I'_{s_b} + Z_{cc} \cdot I'_{s_c}). \quad (11)$$

Por sua vez a corrente da falta pode ser escrita como (12):

$$I_{F_c} = I'_{s_c} + I_{r_c} = I_{s_c} - I_{shc} + I_{r_c} \quad (12)$$

onde I_{r_c} é a corrente da fase “c” medida no terminal remoto, em $[A]$.

Com auxílio de (8), (10) e (12), é possível escrever a tensão no ponto da falta como:

$$V_{F_c} = (I_{s_c} + I_{shc} + I_{r_c}) \cdot Z_f. \quad (13)$$

onde:

Z_f é a impedância da falta, em $[\Omega]$.

Substituindo (11) em (13):

$$(I_{s_c} + I_{sh_c} + I_{r_c}) \cdot Z_f = V_{s_c} + V_{se_c} - Z_{se_c} \cdot I'_{s_c} - x \cdot (Zl_{ca} \cdot I'_{s_a} + Zl_{cb} \cdot I'_{s_b} + Zl_{cc} \cdot I'_{s_c}) \quad (14)$$

Rearranjando os termos de (14), pode ser encontrada a expressão para a tensão no terminal local como:

$$V_{s_c} = (I_{s_c} + I_{sh_c} + I_{r_c}) \cdot Z_f - V_{se_c} + Z_{se_c} \cdot I'_{s_c} + x \cdot (Zl_{ca} \cdot I'_{s_a} + Zl_{cb} \cdot I'_{s_b} + Zl_{cc} \cdot I'_{s_c}) \quad (15)$$

Levando em consideração que o relé instalado no terminal local mede a corrente I_{s_c} e não a corrente I'_{s_c} , faz-se necessário modificar (15) para se obter as expressões em função da corrente I_{s_c} . Assim, substituindo (8) em (15):

$$V_{s_c} = (I_{s_c} + I_{sh_c} + I_{r_c}) \cdot Z_f - V_{se_c} + Z_{se_c} \cdot (I_{s_c} + I_{sh_c}) + x \cdot (Zl_{ca} \cdot (I_{s_a} - I_{sh_a}) + Zl_{cb} \cdot (I_{s_b} - I_{sh_b}) + Zl_{cc} \cdot (I_{s_c} - I_{sh_c})) \quad (16)$$

Lembrando que a impedância aparente estimada pelo relé no terminal local é expressada por:

$$Z_{map_{ft}} = \frac{V_{s_c}}{I_{s_c}} \quad (17)$$

Deve-se, então, dividir a equação (16) por I_{s_c} , para obter a expressão para a impedância aparente em linhas compensadas. Assim, a expressão da impedância aparente para faltas monofásicas a terra na fase “c” é determinada por (18):

$$Z_{map_{ft}} = \frac{V_{s_c}}{I_{s_c}} = \left(1 - \frac{I_{sh_c}}{I_{s_c}} + \frac{I_{rc}}{I_{s_c}}\right) \cdot Z_f - \frac{V_{se_c}}{I_{s_c}} + Z_{se_c} \cdot \left(1 - \frac{I_{se_c}}{I_{s_c}}\right) + x \cdot \left(Zl_{ca} \cdot \left(\frac{I_{s_a}}{I_{s_c}} - \frac{I_{sh_a}}{I_{s_c}}\right) + Zl_{cb} \cdot \left(\frac{I_{s_b}}{I_{s_c}} - \frac{I_{sh_b}}{I_{s_c}}\right) + Zl_{cc} \cdot \left(1 - \frac{I_{sh_c}}{I_{s_c}}\right)\right) \quad (18)$$

Na equação (18), observam-se quatro termos no lado direito. O primeiro termo representa a influência da impedância da falta, deve-se observar que esse termo não depende unicamente do valor do Z_f . Esse termo é influenciado, também, pelas contribuições da

corrente do conversor *shunt* e da corrente do terminal remoto. A impedância da falta é um parâmetro a priori desconhecido e será estimada por um procedimento paralelo a ser detalhado na seção 3.1.2. Esse termo é o responsável pelo fenômeno de subalcançe do relé (ANDERSON, 1999; HOROWITZ; PHADKE, 2008).

O segundo termo do lado direito, V_{sec}/I_{sc} , é a compensação devida à tensão injetada pelo conversor série.

O terceiro termo é uma compensação devida à impedância do transformador série do dispositivo UPFC.

E finalmente o quarto é um termo que representa a impedância da linha entre o terminal local e o local da falta. Pode-se observar que este termo é influenciado pelas correntes de todas as fases, tanto as do terminal local como as do conversor *shunt*, representando claramente a influência do acoplamento mútuo das fases da linha de transmissão.

Com auxílio da equação (18), as configurações do relé podem ser definidas de forma genérica como:

$$Z_{prop_{ft}} = Z_{map_{ft}} - \left(1 - \frac{I_{sh_u}}{I_{s_u}} + \frac{I_{r_u}}{I_{s_u}}\right) \cdot Z_f + \frac{V_{se_u}}{I_{s_u}} - Z_{se_u} \cdot \left(1 - \frac{I_{sh_u}}{I_{s_u}}\right) \quad (19)$$

e

$$Z_{ajuste_{ft}} = p \cdot \left(Zl_{ua} \cdot \left(\frac{I_{s_a}}{I_{s_u}} - \frac{I_{sh_a}}{I_{s_u}} \right) + Zl_{ub} \cdot \left(\frac{I_{s_b}}{I_{s_u}} - \frac{I_{sh_b}}{I_{s_u}} \right) + Zl_{uc} \cdot \left(\frac{I_{s_c}}{I_{s_u}} - \frac{I_{sh_c}}{I_{s_u}} \right) \right) \quad (20)$$

onde

u é qualquer uma das fases em falta, isto é $u = \{a, b, c\}$:

p percentagem da linha a ser protegido:

$[Zl]$ matriz de admitâncias da linha, em $[\Omega]$.

Assim, a equação do relé pode ser escrita como

$$Z_{prop_{ft}} < Z_{ajuste_{ft}} \quad (21)$$

Durante a falta, as correntes e tensões trifásicas são medidas em tempo real e o critério de atuação do relé é determinado pelo comprimento da linha a ser protegido pela zona 1,

“ p ”. Para atingir o objetivo, a impedância da linha a ser protegida será comparada com a impedância compensada calculada pelo relé, Z_{propft} . Quando a impedância estimada pelo relé for menor que a impedância da parte protegida da linha, o sinal de abertura será enviado ao Disjuntor (DJ).

Utilizando a expressão (21), podem ser implementados três algoritmos para cobrir as três possíveis combinações de fases para as faltas fase-terra.

Na seguinte Seção, apresentar-se-á o desenvolvimento matemático para a estimativa da impedância da falta.

3.1.2 Estimação da impedância da falta para faltas Fase-Terra

A formulação proposta, apresentada na Seção anterior, é subsidiada pela estimativa da impedância da falta, nesta Seção é apresentado o desenvolvimento matemático para a estimativa da impedância da falta.

Para uma falta fase-terra pode-se equacionar a tensão no terminal local como:

$$[\mathbf{V}_s] = x \cdot [\mathbf{Z}l] \cdot [\mathbf{I}'_s] + [\mathbf{V}_{se}] + [\mathbf{Z}_{se}] \cdot [\mathbf{I}'_s] + [\mathbf{V}_F] \quad (22)$$

substituindo (8) em (22)

$$[\mathbf{V}_s] = x \cdot [\mathbf{Z}l] \cdot [\mathbf{I}_s - \mathbf{I}_{sh}] + [\mathbf{V}_{se}] + [\mathbf{Z}l_{se}] \cdot [\mathbf{I}_s - \mathbf{I}_{sh}] + [\mathbf{V}_F] \quad (23)$$

Assim, a tensão na fase em falta será:

$$\begin{aligned} V_{s_c}^r = & I_{F_c}^r \cdot Z_f^r - V_{s_c}^r + Z_{se_c}^i \cdot (I_{s_c}^i - I_{sh_c}^i) \\ & + x \cdot (Zl_{ca}^r \cdot (I_{s_a}^r - I_{sh_a}^r) + Zl_{cb}^r \cdot (I_{s_b}^r - I_{sh_b}^r) + Zl_{cc}^r \cdot (I_{s_c}^r - I_{sh_c}^r)) \end{aligned} \quad (24)$$

reagrupando os termos, isolando as partes real e imaginária de (24) obtém-se:

$$\begin{aligned} V_{s_c}^r + V_{se_c}^r + Z_{se_c}^i \cdot I_{s_c}^i + Z_{se_c}^i \cdot I_{sh_c}^i = & x \cdot [Zl_{ca}^r \cdot (I_{s_a}^r - I_{sh_a}^r) - Zl_{ca}^i \cdot (I_{s_a}^i - I_{sh_a}^i) \\ & + Zl_{cb}^r \cdot (I_{s_b}^r - I_{sh_b}^r) - Zl_{cb}^i \cdot (I_{s_b}^i - I_{sh_b}^i) + Zl_{cc}^r \cdot (I_{s_c}^r - I_{sh_c}^r) - Zl_{cc}^i \cdot (I_{s_c}^i - I_{sh_c}^i)] \\ & + Z_f^r \cdot I_{F_c}^r - Z_f^i \cdot I_{F_c}^i \end{aligned} \quad (25)$$

para a parte real, enquanto que para a parte imaginária:

$$\begin{aligned}
V_{s_c}^i + V_{s_e_c}^i - Z_{s_e_c}^i \cdot I_{s_c}^r - Z_{s_e_c}^i \cdot I_{s_h_c}^r = x \cdot [Zl_{ca}^r \cdot (I_{s_a}^i - I_{s_h_a}^i) + Zl_{ca}^i \cdot (I_{s_a}^r - I_{s_h_a}^r) \\
Zl_{cb}^r \cdot (I_{s_b}^i - I_{s_h_b}^i) + Zl_{cb}^i \cdot (I_{s_b}^r - I_{s_h_b}^r) + Zl_{cc}^r \cdot (I_{s_c}^i - I_{s_h_c}^i) + Zl_{cc}^i \cdot (I_{s_c}^r - I_{s_h_c}^r)] \\
+ Z_f^r \cdot I_{F_c}^i + Z_f^i \cdot I_{F_c}^r \quad (26)
\end{aligned}$$

Dessa forma obtiveram-se duas equações, (25) e(26), e três incógnitas Z_f^r , Z_f^i e x . Para resolver esse problema pode ser utilizada a tensão do terminal remoto e, assim, escrever as tensões do terminal remoto como:

$$V_{r_c} = (1 - x) \cdot [Zl_c] \cdot [I_r] + Z_f \cdot I_{F_c} \quad (27)$$

onde

$(1 - x)$ é percentagem da linha entre a falta e o terminal remoto;

I_r é o vetor de correntes do terminal remoto;

resolvendo o produto vetorial de (27):

$$V_{r_c} = (1 - x) \cdot (Zl_{ca} \cdot I_{r_a} + Zl_{cb} \cdot I_{r_b} + Zl_{cc} \cdot I_{r_c}) + Z_f \cdot I_{F_c} \quad (28)$$

Por sua vez, resolvendo os produtos, agrupando os termos que não multiplicam as incógnitas e isolando as partes real e imaginária de (28) obtêm-se:

$$\begin{aligned}
V_{r_c}^r - Zl_{ca}^r \cdot I_{r_a}^r + Zl_{ca}^i \cdot I_{r_a}^i - Zl_{cb}^r \cdot I_{r_b}^r + Zl_{cb}^i \cdot I_{r_b}^i - Zl_{cc}^r \cdot I_{r_c}^r + Zl_{cc}^i \cdot I_{r_c}^i = \\
- x \cdot [Zl_{ca}^r \cdot I_{r_a}^r - Zl_{ca}^i \cdot I_{r_a}^i + Zl_{cb}^r \cdot I_{r_b}^r - Zl_{cb}^i \cdot I_{r_b}^i + Zl_{cc}^r \cdot I_{r_c}^r - Zl_{cc}^i \cdot I_{r_c}^i] \\
+ Z_f^r \cdot I_{F_c}^r - Z_f^i \cdot I_{F_c}^i \quad (29)
\end{aligned}$$

para a parte real da tensão no terminal remoto e

$$\begin{aligned}
V_{r_c}^i - Zl_{ca}^r \cdot I_{r_a}^i - Zl_{ca}^i \cdot I_{r_a}^r - Zl_{cb}^r \cdot I_{r_b}^i - Zl_{cb}^i \cdot I_{r_b}^r - Zl_{cc}^r \cdot I_{r_c}^i - Zl_{cc}^i \cdot I_{r_c}^r = \\
- x \cdot [Zl_{ca}^r \cdot I_{r_a}^i + Zl_{ca}^i \cdot I_{r_a}^r + Zl_{cb}^r \cdot I_{r_b}^i + Zl_{cb}^i \cdot I_{r_b}^r + Zl_{cc}^r \cdot I_{r_c}^i + Zl_{cc}^i \cdot I_{r_c}^r] \\
+ Z_f^r \cdot I_{F_c}^i + Z_f^i \cdot I_{F_c}^r \quad (30)
\end{aligned}$$

para a parte imaginária da tensão do terminal remoto. Assim, com auxílio da equação (29) ou (30) obtêm-se mais duas equações, necessárias para encontrar todas as incógnitas do problema.

Agrupando alguns termos, as equações (25), (26), (29) e (30), e considerando uma fase em falta qualquer indicada por $u = \{a, b, c\}$, podem ser reescritas como

$$V_{eq_{su}}^r = x \cdot N_u^r + Z_f^r \cdot I_{F_u}^r - Z_f^i \cdot I_{F_u}^i \quad (31)$$

$$V_{eq_{su}}^i = x \cdot N_u^i + Z_f^r \cdot I_{F_u}^i + Z_f^i \cdot I_{F_u}^r \quad (32)$$

$$V_{eq_{ru}}^r = -x \cdot M_u^r + Z_f^r \cdot I_{F_u}^r - Z_f^i \cdot I_{F_u}^i \quad (33)$$

$$V_{eq_{ru}}^i = -x \cdot M_u^i + Z_f^r \cdot I_{F_u}^i + Z_f^i \cdot I_{F_u}^r \quad (34)$$

onde:

$$V_{eq_{su}}^r = V_{su}^r + V_{seu}^r + Z_{seu}^i \cdot I_{su}^i + Z_{seu}^i \cdot I_{shu}^i \quad (35)$$

$$V_{eq_{su}}^i = V_{su}^i + V_{seu}^i - Z_{seu}^i \cdot I_{su}^r - Z_{seu}^i \cdot I_{shu}^r \quad (36)$$

$$V_{eq_{ru}}^r = V_{ru}^r - Zl_{ua}^r \cdot I_{ra}^r + Zl_{ua}^i \cdot I_{ra}^i - Zl_{ub}^r \cdot I_{rb}^r + Zl_{ub}^i \cdot I_{rb}^i - Zl_{uc}^r \cdot I_{rc}^r + Zl_{uc}^i \cdot I_{rc}^i \quad (37)$$

$$V_{eq_{ru}}^i = V_{ru}^i - Zl_{ua}^r \cdot I_{ra}^i - Zl_{ua}^i \cdot I_{ra}^r - Zl_{ub}^r \cdot I_{rb}^i - Zl_{ub}^i \cdot I_{rb}^r - Zl_{uc}^r \cdot I_{rc}^i - Zl_{uc}^i \cdot I_{rc}^r \quad (38)$$

$$N_u^r = Zl_{ua}^r \cdot (I_{sa}^r - I_{sha}^r) - Zl_{ua}^i \cdot (I_{sa}^i - I_{sha}^i) + Zl_{ub}^r \cdot (I_{sb}^r - I_{shb}^r) - Zl_{ub}^i \cdot (I_{sb}^i - I_{shb}^i) \\ + Zl_{uc}^r \cdot (I_{sc}^r - I_{shc}^r) - Zl_{uc}^i \cdot (I_{sc}^i - I_{shc}^i) \quad (39)$$

$$N_u^i = Zl_{ua}^r \cdot (I_{sa}^i - I_{sha}^i) + Zl_{ua}^i \cdot (I_{sa}^r - I_{sha}^r) - Zl_{ub}^r \cdot (I_{sb}^i - I_{shb}^i) + Zl_{ub}^i \cdot (I_{sb}^r - I_{shb}^r) \\ + Zl_{uc}^r \cdot (I_{sc}^i - I_{shc}^i) + Zl_{uc}^i \cdot (I_{sc}^r - I_{shc}^r) \quad (40)$$

$$M_u^r = Zl_{ua}^r \cdot I_{r_a}^r - Zl_{ua}^i \cdot I_{r_a}^i + Zl_{ub}^r \cdot I_{r_b}^r - Zl_{ub}^i \cdot I_{r_b}^i + Zl_{uc}^r \cdot I_{r_c}^r - Zl_{uc}^i \cdot I_{r_c}^i \quad (41)$$

$$M_u^i = Zl_{ua}^r \cdot I_{r_a}^i + Zl_{ua}^i \cdot I_{r_a}^r + Zl_{ub}^r \cdot I_{r_b}^i + Zl_{ub}^i \cdot I_{r_b}^r + Zl_{uc}^r \cdot I_{r_c}^i + Zl_{uc}^i \cdot I_{r_c}^r \quad (42)$$

ou, como somatório:

$$N_u^r = \sum_k [Zl_{uk}^r \cdot (I_{s_k}^r - I_{sh_k}^r)] - \sum_k [Zl_{uk}^i \cdot (I_{s_k}^i - I_{sh_k}^i)] \quad (43)$$

$$N_u^i = \sum_k [Zl_{uk}^r \cdot (I_{s_k}^i - I_{sh_k}^i)] + \sum_k [Zl_{uk}^i \cdot (I_{s_k}^r - I_{sh_k}^r)] \quad (44)$$

$$M_u^r = \sum_k [Zl_{uk}^r \cdot I_{r_k}^r] - \sum_k [Zl_{uk}^i \cdot I_{r_k}^i] \quad (45)$$

$$M_u^i = \sum_k [Zl_{uk}^r \cdot I_{r_k}^i] + \sum_k [Zl_{uk}^i \cdot I_{r_k}^r] \quad (46)$$

onde $k = \{a, b, c\}$.

Com tudo isso, o sistema de equações (31)–(34) pode ser escrito de forma genérica e matricial como:

$$\begin{bmatrix} V_{eq_{su}}^r \\ V_{eq_{su}}^i \\ V_{eq_{ru}}^r \\ V_{eq_{ru}}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{F_u}^r & -I_{F_u}^i & N_u^r \\ I_{F_u}^i & I_{F_u}^r & N_u^i \\ I_{F_u}^r & -I_{F_u}^i & -M_u^r \\ I_{F_u}^i & I_{F_u}^r & -M_u^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_f^r \\ Z_f^i \\ x \end{bmatrix} \quad (47)$$

O sistema de equações (47) é um sistema sobre determinado da forma:

$$b = A \cdot x \quad (48)$$

assim, para se encontrar a solução um estimador de mínimos quadrados será utilizado¹, desta forma obtém-se:

$$\hat{x} = (A^T \cdot A)^{-1} \cdot A^T \cdot b \quad (49)$$

¹Maiores detalhes sobre estimadores de Mínimos Quadrados podem ser encontrados no Apêndice A.

3.2 Faltas Fase–Fase

Nesta Seção, apresenta-se a formulação adaptativa para a proteção de distância de linhas compensadas por dispositivos UPFC compensada pela impedância da falta para faltas fase–fase. Na seção 3.2.1 apresentam-se as equações para o relé adaptativo enquanto que na seção 3.2.2 apresenta-se o desenvolvimento das equações para a estimação da impedância da falta para faltas fase–fase, logo utilizadas para a compensação do relé de distância.

3.2.1 Desenvolvimento Matemático do Relé Fase–Fase

Considerando a Figura 8, a tensão no terminal local pode ser escrita como:

$$[\mathbf{V}_s] = -[\mathbf{V}_{se}] + [\mathbf{Z}_{se}] \cdot [\mathbf{I}'_s] + x \cdot [\mathbf{Z}l] \cdot [\mathbf{I}'_s] + [\mathbf{V}_F] \quad (50)$$

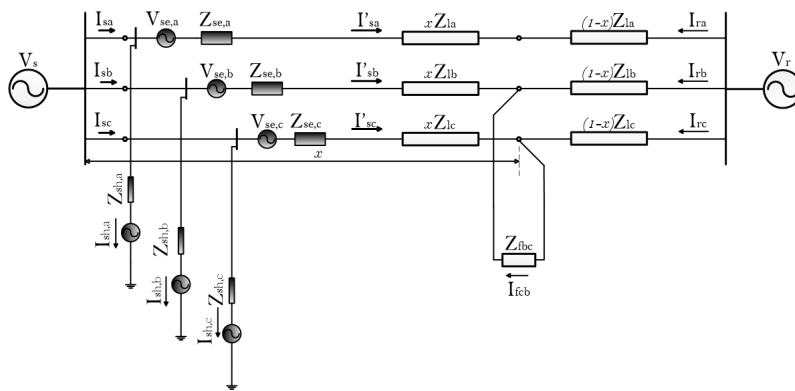


Figura 8: Circuito em falta para uma falta fase-fase.

onde:

\mathbf{V}_s é o vetor de tensões no terminal local, em $[V]$;

\mathbf{V}_{se} é o vetor de tensões do elemento série do UPFC, em $[V]$;

\mathbf{Z}_{se} é a matriz de impedâncias do elemento série do UPFC, em $[\Omega]$;

\mathbf{I}'_s é o vetor de correntes da linha de transmissão, em $[A]$;

\mathbf{V}_F é o vetor de tensões no ponto da falta, em $[V]$;

$\mathbf{Z}l$ é matriz de impedâncias da linha de transmissão, em $[\Omega]$.

ainda

$$[\mathbf{I}'_s] = [\mathbf{I}_s] - [\mathbf{I}_{sh}] \quad (51)$$

e

$$[\mathbf{I}_F] = [\mathbf{I}'_s] + [\mathbf{I}_r] \quad (52)$$

Rearranjando os termos de (50) pode ser encontrada a tensão no ponto da falta na fase "c" como:

$$V_{F_c} = V_{s_c} + V_{se_c} - Z_{se_c} \cdot I'_{s_c} - x_c \cdot [\mathbf{Z}l_c] \cdot [\mathbf{I}'_s] + V_{se_c} \quad (53)$$

onde:

$\mathbf{Z}l_c$ é o vetor de impedâncias da fase "c", em $[\Omega]$;

V_{F_c} é a tensão no ponto da falta na fase "c", em $[V]$;

I'_{s_c} é o elemento do vetor de correntes definido em (51) correspondente a fase "c", em $[A]$.

por outro lado, a tensão no ponto da falta pode ser escrita como:

$$V_{F_c} = V_{F_b} + Z_f \cdot I_{F_c} \quad (54)$$

onde:

Z_f é a impedância da falta e, em $[\Omega]$;

V_{F_b} é a tensão no ponto da falta na fase "b" em $[V]$;

da mesma forma a tensão no ponto da falta, para a fase "b", pode ser escrita como:

$$V_{F_b} = V_{s_b} + V_{se_b} - Z_{se_b} \cdot I'_{s_b} - x_b \cdot [\mathbf{Z}l_b] \cdot [\mathbf{I}'_s] + V_{se_b} \quad (55)$$

ou

$$V_{F_b} = V_{F_c} + Z_f \cdot I_{F_b}. \quad (56)$$

Substituindo (55) em (54)

$$V_{F_c} = V_{s_b} + V_{s_{e_b}} - Z_{s_{e_b}} \cdot I'_{s_b} - x_c \cdot [\mathbf{Z}l_b] \cdot [\mathbf{I}'_s] + V_{s_{e_b}} + Z_f \cdot I_{F_c} \quad (57)$$

onde:

$\mathbf{Z}l_b$ é o vetor de impedâncias da fase "b", em $[\Omega]$;

substituindo agora (57) em (53), é isolando a tensão no terminal local se obtém:

$$\begin{aligned} V_{s_c} = & -V_{s_{e_c}} + V_{s_{e_b}} + Z_{s_{e_c}} \cdot I'_{s_c} - Z_{s_{e_b}} \cdot I'_{s_b} + x_c \cdot [\mathbf{Z}l_c] \cdot [\mathbf{I}'_s] \\ & + V_{s_b} - x_b \cdot [\mathbf{Z}l_b] \cdot [\mathbf{I}'_s] + Z_f \cdot (I'_{s_c} + I_{r_c}) \end{aligned} \quad (58)$$

expandindo os produtos vetoriais de (58), agrupando as variáveis e substituindo (51) em (58) obtêm-se:

$$\begin{aligned} V_{s_c} = & V_{s_b} + -V_{s_{e_c}} + V_{s_{e_b}} \\ & + [Z_{s_{e_c}} \cdot (I_{s_c} - I_{sh_c}) - Z_{s_{e_b}} \cdot (I_{s_b} - I_{sh_b})] + Z_f \cdot (I_{s_c} - I_{sh_c} + I_{r_c}) \\ & + x_c \cdot [Zl_{ca} \cdot (I_{s_a} - I_{sh_a}) + Zl_{cb} \cdot (I_{s_b} - I_{sh_b}) + Zl_{cc} \cdot (I_{s_c} - I_{sh_c})] \\ & - x_b \cdot [Zl_{ba} \cdot (I_{s_a} - I_{sh_a}) + Zl_{cb} \cdot (I_{s_b} - I_{sh_b}) + Zl_{bc} \cdot (I_{s_c} - I_{sh_c})]. \end{aligned} \quad (59)$$

Uma falta bifásica dificilmente acontecerá afetando as duas fases em diferentes locais, ou seja, não se perde precisão considerando que $x_c = x_b = x$, com isto, os termos de (59) que multiplicam x_c e x_b podem ser agrupados como:

$$\begin{aligned} V_{s_c} = & V_{s_b} + -V_{s_{e_c}} + V_{s_{e_b}} + [Z_{s_{e_c}} \cdot (I_{s_c} - I_{sh_c}) - Z_{s_{e_b}} \cdot (I_{s_b} - I_{sh_b})] \\ & + Z_f \cdot (I_{s_c} - I_{sh_c} + I_{r_c}) + x \cdot [(Zl_{ca} - Zl_{ba}) \cdot (I_{s_a} - I_{sh_a}) \\ & + (Zl_{cb} - Zl_{bb}) \cdot (I_{s_b} - I_{sh_b}) + (Zl_{cc} - Zl_{bc}) \cdot (I_{s_c} - I_{sh_c})] \end{aligned} \quad (60)$$

Da mesma forma que para as faltas fase-terra, a impedância aparente da fase "c" da linha, vista pelo relé no terminal local, será:

$$Z_{map_{ff}} = \frac{V_{s_c}}{I_{s_c}}. \quad (61)$$

Assim, utilizando a expressão para V_{s_c} obtida em (60) por I_{s_c} , a equação (61) pode ser re-escrita como:

$$Z_{map_{ff}} = \frac{V_{s_c}}{I_{s_c}} = \frac{V_{s_b}}{I_{s_c}} + \frac{V_{se_b}}{I_{s_c}} - \frac{V_{se_c}}{I_{s_c}} - Z_{se_b} \cdot \left(\frac{I_{s_b}}{I_{s_c}} - \frac{I_{sh_b}}{I_{s_c}} \right) + Z_{se_c} \cdot \left(1 - \frac{I_{sh_c}}{I_{s_c}} \right) + x \cdot \left[(Zl_{ca} - Zl_{ba}) \cdot \left(\frac{I_{s_a}}{I_{s_c}} - \frac{I_{sh_a}}{I_{s_c}} \right) + (Zl_{cb} - Zl_{bb}) \cdot \left(\frac{I_{s_b}}{I_{s_c}} - \frac{I_{sh_b}}{I_{s_c}} \right) + (Zl_{cc} - Zl_{bc}) \cdot \left(1 - \frac{I_{sh_c}}{I_{s_c}} \right) \right] + Z_f \cdot \left(1 - \frac{I_{sh_c}}{I_{s_c}} + \frac{I_{r_c}}{I_{s_c}} \right). \quad (62)$$

Considerando a parte da linha a ser protegida é definida por p , onde p é a percentagem da linha a ser protegida, pode-se assim, substituir x por p . Agrupando os termos de (62), pode-se definir de forma genérica as seguintes equações para faltas fase-fase:

$$Z_{prop_{ff}} = Z_{map_{ff}} - \frac{V_{s_v}}{I_{s_u}} + \left(\frac{V_{se_u}}{I_{s_u}} - \frac{V_{se_v}}{I_{s_u}} \right) - \left[Z_{se_u} \cdot \left(1 - \frac{I_{sh_u}}{I_{s_u}} \right) - Z_{se_v} \cdot \left(\frac{I_{s_v}}{I_{s_u}} - \frac{I_{sh_v}}{I_{s_u}} \right) \right] - Z_f \cdot \left(1 - \frac{I_{sh_u}}{I_{s_u}} + \frac{I_{r_u}}{I_{s_u}} \right) \quad (63)$$

e

$$Z_{ajuste_{ff}} = p \cdot \left[(Zl_{ua} - Zl_{va}) \cdot \left(\frac{I_{s_a}}{I_{s_u}} - \frac{I_{sh_a}}{I_{s_u}} \right) + (Zl_{ub} - Zl_{vb}) \cdot \left(\frac{I_{s_b}}{I_{s_u}} - \frac{I_{sh_b}}{I_{s_u}} \right) + (Zl_{uc} - Zl_{vc}) \cdot \left(\frac{I_{s_c}}{I_{s_u}} - \frac{I_{sh_c}}{I_{s_u}} \right) \right] \quad (64)$$

onde $u = \{a, b, c\}$ e $v = \{a, b, c\}$ podem ser qualquer combinação de fases em falta.

A equação (63) representa a impedância estimada compensada. A compensação tem quatro termos claramente diferenciados, o primeiro termo compensa a influência da tensão no terminal local da segunda fase envolvida na falta. O segundo termo representa a compensação pelas tensões injetadas em série com a linha pelo dispositivo UPFC. O terceiro termo compensa o efeito da corrente que circula nas impedâncias do transformador de acoplamento do elemento série do UPFC, considerando também a influência da corrente *shunt* do dispositivo UPFC. O quarto termo é o encarregado de compensar o efeito da impedância da falta. Esse termo considera os valores das corrente do terminal local, do elemento *shunt* do UPFC e do terminal remoto.

Por sua vez a equação (64) representa a impedância adaptativa estimada para trecho da linha a ser protegido. Este valor representa, junto a $p = 75\%$ a impedância da Zona 1,

será comparado com a impedância estimada e compensada. Com auxílio de (63) e (64) pode-se escrever:

$$Z_{prop_{ff}} < Z_{ajuste_{ff}} \quad (65)$$

Utilizando o expressão (65), pode-se implementar os três algoritmos necessários para cobrir as três possíveis combinações de fases em faltas para faltas fase-fase.

Na seguinte subseção, Serão apresentado a formulação matemática para a estimação da impedância da falta para faltas fase-fase.

3.2.2 Estimação da impedância da falta para faltas Fase-Fase

A equação (60) pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} V_{s_c} - V_{s_b} + V_{se_c} - V_{se_b} - [Z_{se_c} \cdot (I_{s_c} - I_{sh_c}) + Z_{se_b} \cdot (I_{s_b} - I_{sh_b})] = \\ x \cdot [(Zl_{ca} - Zl_{ba}) \cdot (I_{s_a} - I_{sh_a}) + (Zl_{cb} - Zl_{bb}) \cdot (I_{s_b} - I_{sh_b}) \\ + (Zl_{cc} - Zl_{bc}) \cdot (I_{s_c} - I_{sh_c})] + Z_f \cdot (I_{s_c} - I_{sh_c} + I_{r_c}) \quad (66) \end{aligned}$$

Agrupando termos, expandindo os produtos de números complexos e isolando as partes reais e imaginárias de (66) obtém-se:

$$\begin{aligned} V_{s_c}^r - V_{s_b}^r + V_{se_c}^r - V_{se_b}^r - Z_{se_c}^r \cdot (I_{s_c}^r - I_{sh_c}^r) + Z_{se_c}^i \cdot (I_{s_c}^i - I_{sh_c}^i) + Z_{se_b}^r \cdot (I_{s_b}^r - I_{sh_b}^r) \\ - Z_{se_b}^i \cdot (I_{s_b}^i - I_{sh_b}^i) = x \cdot [(Zl_{ca}^r - Zl_{ba}^r) \cdot (I_{s_a}^r - I_{sh_a}^r) - (Zl_{ca}^i - Zl_{ba}^i) \cdot (I_{s_a}^i - I_{sh_a}^i) \\ + (Zl_{cb}^r - Zl_{bb}^r) \cdot (I_{s_b}^r - I_{sh_b}^r) - (Zl_{cb}^i - Zl_{bb}^i) \cdot (I_{s_b}^i - I_{sh_b}^i) + (Zl_{cc}^r - Zl_{bc}^r) \cdot \\ (I_{s_c}^r - I_{sh_c}^r) - (Zl_{cc}^i - Zl_{bc}^i) \cdot (I_{s_c}^i - I_{sh_c}^i)] + Z_f^r \cdot I_{F_c}^r - Z_f^i \cdot I_{F_c}^i \quad (67) \end{aligned}$$

para a parte real, enquanto que para a parte imaginária:

$$\begin{aligned} V_{s_c}^i - V_{s_b}^i + V_{se_c}^i - V_{se_b}^i - Z_{se_c}^r \cdot (I_{s_c}^i - I_{sh_c}^i) - Z_{se_c}^i \cdot (I_{s_c}^r - I_{sh_c}^r) + Z_{se_b}^r \cdot (I_{s_b}^i - I_{sh_b}^i) \\ + Z_{se_b}^i \cdot (I_{s_b}^r - I_{sh_b}^r) = x \cdot [(Zl_{ca}^r - Zl_{ba}^r) \cdot (I_{s_a}^i - I_{sh_a}^i) (Zl_{ca}^i - Zl_{ba}^i) \cdot (I_{s_a}^r - I_{sh_a}^r) \\ + (Zl_{cb}^r - Zl_{bb}^r) \cdot (I_{s_b}^i - I_{sh_b}^i) + (Zl_{cb}^i - Zl_{bb}^i) \cdot (I_{s_b}^r - I_{sh_b}^r) + (Zl_{cc}^r - Zl_{bc}^r) \cdot \\ (I_{s_c}^i - I_{sh_c}^i) + (Zl_{cc}^i - Zl_{bc}^i) \cdot (I_{s_c}^r - I_{sh_c}^r)] + Z_f^r \cdot I_{F_c}^i + Z_f^i \cdot I_{F_c}^r \quad (68) \end{aligned}$$

Por outro lado, a tensão no ponto da falta pode ser escrita em função da tensão do terminal remoto como:

$$V_{r_c} = (1 - x) \cdot [Zl_c] \cdot [I_r] + V_{F_c} \quad (69)$$

a tensão no ponto da falta pode também ser escrita como:

$$V_{F_c} = V_{F_b} + Z_f \cdot I_{F_c} \quad (70)$$

para a tensão da fase “b”, que está também envolvida na falta, pode se escrever a tensão no terminal remoto como:

$$V_{r_b} = (1 - x) \cdot [Zl_b] \cdot [I_r] + V_{F_b} \quad (71)$$

de (71) pode ser isolada a tensão no ponto da falta na fase “b” como:

$$V_{F_b} = V_{r_b} - (1 - x) \cdot [Zl_b] \cdot I_r \quad (72)$$

substituindo (72) e (70) em (69) obtêm-se:

$$V_{r_c} = (1 - x) \cdot [Zl_c] \cdot [I_r] + Z_f \cdot I_{F_c} + V_{r_b} - (1 - x) \cdot [Zl_b] \cdot I_r \quad (73)$$

Resolvendo os produtos vetoriais de (73):

$$\begin{aligned} V_{r_c} = (1 - x) \cdot [Zl_{ca} \cdot I_{r_a} + Zl_{cb} \cdot I_{r_b} + Zl_{cc} \cdot I_{r_c}] + Z_f \cdot I_{F_c} + V_{r_b} \\ - (1 - x) \cdot [Zl_{ca} \cdot I_{r_a} + Zl_{cb} \cdot I_{r_b} + Zl_{cc} \cdot I_{r_c}] \quad (74) \end{aligned}$$

Resolvendo os produtos dos polinômios, agrupando os termos que não multiplicam as incógnitas, isolando as partes reais e imaginárias e considerando $x_b = x_c = x$ obtêm-se:

$$\begin{aligned} V_{r_c}^r - V_{r_b}^r + (-Zl_{ca}^r + Zl_{ba}^r) \cdot I_{r_a}^r + (Zl_{ca}^i - Zl_{ba}^i) \cdot I_{r_a}^i + (-Zl_{cb}^r + Zl_{bb}^r) \cdot I_{r_b}^r + \\ (Zl_{cb}^i - Zl_{bb}^i) \cdot I_{r_b}^i + (-Zl_{cc}^r + Zl_{bc}^r) \cdot I_{r_c}^r + (Zl_{cc}^i - Zl_{bc}^i) \cdot I_{r_c}^i = -x \cdot [(-Zl_{ca}^r + Zl_{ba}^r) \\ \cdot I_{r_a}^r + (Zl_{ca}^i - Zl_{ba}^i) \cdot I_{r_a}^i + (-Zl_{cb}^r + Zl_{bb}^r) \cdot I_{r_b}^r + (Zl_{cb}^i - Zl_{bb}^i) \cdot I_{r_b}^i + (-Zl_{cc}^r + Zl_{bc}^r) \\ \cdot I_{r_c}^r + (Zl_{cc}^i - Zl_{bc}^i) \cdot I_{r_c}^i] Z_f^r \cdot I_{F_c}^r - Z_f^i \cdot I_{F_c}^i \quad (75) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& V_{r_c}^i - V_{r_b}^i + (-Zl_{ca}^i + Zl_{ba}^i) \cdot I_{r_a}^r + (-Zl_{ca}^r + Zl_{ba}^r) \cdot I_{r_a}^i + (-Zl_{cb}^i + Zl_{bb}^i) \cdot I_{r_b}^r + \\
& (-Zl_{cb}^r + Zl_{bb}^r) \cdot I_{r_b}^i + (-Zl_{cc}^i + Zl_{bc}^i) \cdot I_{r_c}^r + (-Zl_{cc}^r + Zl_{bc}^r) \cdot I_{r_c}^i = -x \cdot [(-Zl_{ca}^r + Zl_{ba}^r) \\
& \cdot I_{r_a}^r + (-Zl_{ca}^i + Zl_{ba}^i) \cdot I_{r_a}^i + (-Zl_{cb}^r + Zl_{bb}^r) \cdot I_{r_b}^r + (-Zl_{cb}^i + Zl_{bb}^i) \cdot I_{r_b}^i \\
& + (-Zl_{cc}^r + Zl_{bc}^r) \cdot I_{r_c}^r + (-Zl_{cc}^i + Zl_{bc}^i) \cdot I_{r_c}^i] Z_f^r \cdot I_{F_c}^i + Z_f^i \cdot I_{F_c}^r \quad (76)
\end{aligned}$$

Agrupando os termos das equações (67), (68), (75) e (76), e de forma genérica, considerando u e v como sendo qualquer par de fases em falta pode-se escrever o seguinte sistema de equações:

$$V_{eq_{suv}}^r = x \cdot N_{ff_{uv}}^r + Z_f^r \cdot I_{F_u}^r - Z_f^i \cdot I_{F_u}^i, \quad (77)$$

$$V_{eq_{suv}}^i = x \cdot N_{ff_{uv}}^i + Z_f^r \cdot I_{F_u}^i + Z_f^i \cdot I_{F_u}^r, \quad (78)$$

$$V_{eq_{r_{uv}}}^r = x \cdot M_{ff_{uv}}^r + Z_f^r \cdot I_{F_u}^r - Z_f^i \cdot I_{F_u}^i, \quad (79)$$

$$V_{eq_{r_{uv}}}^i = x \cdot M_{ff_{uv}}^i + Z_f^r \cdot I_{F_u}^i + Z_f^i \cdot I_{F_u}^r. \quad (80)$$

onde:

$$\begin{aligned}
V_{eq_{suv}}^r &= V_{s_u}^r - V_{s_v}^r + V_{se_u}^r - V_{se_v}^r - Z_{se_u}^r \cdot (I_{s_u}^r - I_{sh_u}^r) \\
&+ Z_{se_u}^i \cdot (I_{s_u}^i - I_{sh_u}^i) + Z_{se_v}^r \cdot (I_{s_v}^r - I_{sh_v}^r) - Z_{se_v}^i \cdot (I_{s_v}^i - I_{sh_v}^i) \quad (81)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_{eq_{suv}}^i &= V_{s_u}^i - V_{s_v}^i + V_{se_u}^i - V_{se_v}^i - Z_{se_u}^r \cdot (I_{s_u}^i - I_{sh_u}^i) \\
&- Z_{se_u}^i \cdot (I_{s_u}^r - I_{sh_u}^r) + Z_{se_v}^r \cdot (I_{s_v}^i - I_{sh_v}^i) + Z_{se_v}^i \cdot (I_{s_v}^r - I_{sh_v}^r) \quad (82)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_{eq_{r_{uv}}}^r &= V_{r_u}^r - V_{r_v}^r + (-Zl_{ua}^r + Zl_{va}^r) \cdot I_{r_a}^r + (Zl_{ua}^i - Zl_{va}^i) \cdot I_{r_a}^i + (-Zl_{ub}^r + Zl_{vb}^r) \cdot I_{r_b}^r + \\
&(Zl_{ub}^i - Zl_{vb}^i) \cdot I_{r_b}^i + (-Zl_{uc}^r + Zl_{vc}^r) \cdot I_{r_c}^r + (Zl_{uc}^i - Zl_{vc}^i) \cdot I_{r_c}^i, \quad (83)
\end{aligned}$$

$$V_{eq_{ruv}}^i = V_{r_u}^i - V_{r_v}^i + (-Zl_{ua}^i + Zl_{va}^i) \cdot I_{r_a}^r + (-Zl_{ua}^r + Zl_{va}^r) \cdot I_{r_a}^i + (-Zl_{ub}^i + Zl_{vb}^i) \cdot I_{r_b}^r + (-Zl_{ub}^r + Zl_{vb}^r) \cdot I_{r_b}^i + (-Zl_{uc}^i + Zl_{vc}^i) \cdot I_{r_c}^r + (-Zl_{uc}^r + Zl_{vc}^r) \cdot I_{r_c}^i, \quad (84)$$

$$N_{ff_{uv}}^r = [(Zl_{ua}^r - Zl_{va}^r) \cdot (I_{s_a}^r - I_{sh_a}^r) - (Zl_{ua}^i - Zl_{va}^i) \cdot (I_{s_a}^i - I_{sh_a}^i) + (Zl_{ub}^r - Zl_{vb}^r) \cdot (I_{s_b}^r - I_{sh_b}^r) - (Zl_{ub}^i - Zl_{vb}^i) \cdot (I_{s_b}^i - I_{sh_b}^i) + (Zl_{uc}^r - Zl_{vc}^r) \cdot (I_{s_c}^r - I_{sh_c}^r) - (Zl_{uc}^i - Zl_{vc}^i) \cdot (I_{s_c}^i - I_{sh_c}^i)] \quad (85)$$

$$N_{ff_{uv}}^i = [(Zl_{ua}^r - Zl_{va}^r) \cdot (I_{s_a}^i - I_{sh_a}^i) + (Zl_{ua}^i - Zl_{va}^i) \cdot (I_{s_a}^r - I_{sh_a}^r) + (Zl_{ub}^r - Zl_{vb}^r) \cdot (I_{s_b}^i - I_{sh_b}^i) + (Zl_{ub}^i - Zl_{vb}^i) \cdot (I_{s_b}^r - I_{sh_b}^r) + (Zl_{uc}^r - Zl_{vc}^r) \cdot (I_{s_c}^i - I_{sh_c}^i) + (Zl_{uc}^i - Zl_{vc}^i) \cdot (I_{s_c}^r - I_{sh_c}^r)] \quad (86)$$

$$M_{ff_{uv}}^r = [(-Zl_{ua}^r + Zl_{va}^r) \cdot I_{r_a}^r - (Zl_{ua}^i - Zl_{va}^i) \cdot I_{r_a}^i + (-Zl_{ub}^r + Zl_{vb}^r) \cdot I_{r_b}^r - (-Zl_{ub}^i + Zl_{vb}^i) \cdot I_{r_b}^i + (-Zl_{uc}^r + Zl_{vc}^r) \cdot I_{r_c}^r - (-Zl_{uc}^i + Zl_{vc}^i) \cdot I_{r_c}^i] \quad (87)$$

$$M_{ff_{uv}}^i = [(-Zl_{ua}^r + Zl_{va}^r) \cdot I_{r_a}^i + (-Zl_{ua}^i + Zl_{va}^i) \cdot I_{r_a}^r + (-Zl_{ub}^r + Zl_{vb}^r) \cdot I_{r_b}^i + (-Zl_{ub}^i + Zl_{vb}^i) \cdot I_{r_b}^r + (-Zl_{uc}^r + Zl_{vc}^r) \cdot I_{r_c}^i + (-Zl_{uc}^i + Zl_{vc}^i) \cdot I_{r_c}^r] \quad (88)$$

por sua vez, (85) e (88) podem ser escritas na forma de somatório como:

$$N_{ff_{uv}}^r = \sum_k [(Zl_{uk}^r - Zl_{vk}^r) \cdot (I_{s_k}^r - I_{sh_k}^r) - (Zl_{uk}^i - Zl_{vk}^i) \cdot (I_{s_k}^i - I_{sh_k}^i)] \quad (89)$$

$$N_{ff_{uv}}^i = \sum_k [(Zl_{uk}^r - Zl_{vk}^r) \cdot (I_{s_k}^i - I_{sh_k}^i) + (Zl_{uk}^i - Zl_{vk}^i) \cdot (I_{s_k}^r - I_{sh_k}^r)] \quad (90)$$

$$M_{ff_{uv}}^r = \sum_k [(-Zl_{uk}^r + Zl_{vk}^r) \cdot I_{r_k}^r - (-Zl_{uk}^i + Zl_{vk}^i) \cdot I_{r_k}^i] \quad (91)$$

$$M_{ffuv}^i = \sum_k [(-Zl_{uk}^r + Zl_{vk}^r) \cdot I_{r_k}^i + (-Zl_{uk}^i + Zl_{vk}^i) \cdot I_{r_k}^r] \quad (92)$$

onde $k = \{a, b, c\}$.

Finalmente para uma falta fase–fase, e qualquer par de fases em falta, a impedância da falta será estimada resolvendo o sistema abaixo:

$$\begin{bmatrix} V_{eq_{suv}}^r \\ V_{eq_{suv}}^i \\ V_{eq_{r_{uv}}}^r \\ V_{eq_{r_{uv}}}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{F_u}^r & -I_{F_u}^i & N_{ffuv}^r \\ I_{F_u}^i & I_{F_u}^r & N_{ffuv}^i \\ I_{F_u}^r & -I_{F_u}^i & M_{ffuv}^r \\ I_{F_u}^i & I_{F_u}^r & M_{ffuv}^i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Z_f^r \\ Z_f^i \\ x \end{bmatrix} \quad (93)$$

O sistema de equações (93), da mesma forma que para as faltas fase–terra, é um sistema sobre determinados da forma:

$$b = A \cdot x \quad (94)$$

assim, para se encontrar a solução um estimador de mínimos quadrados será utilizado ², dessa forma obtém-se:

$$\hat{x} = (A^T \cdot A)^{-1} \cdot A^T \cdot b \quad (95)$$

3.3 Faltas Fase–Fase–Terra

Nesta Seção, apresenta-se a formulação adaptativa para a proteção de distância de linhas compensadas por dispositivos UPFC compensada pela impedância da falta para faltas fase–fase–terra. Na seção 3.3.1 apresentam-se as equações para o relé adaptativo, por sua vez na seção 3.3.2 apresenta-se o desenvolvimento das equações para a estimação da impedância da falta para faltas fase–fase–terra, logo utilizadas para a compensação do relé de distância.

3.3.1 Desenvolvimento Matemático do Relé Fase–Fase–Terra

Considerando o circuito em falta da Figura (9), a tensão no terminal local pode ser escrita como:

²Maiores detalhes sobre estimadores de Mínimos Quadrados podem ser encontrados no Apêndice A.

$$[\mathbf{V}_s] = -[\mathbf{V}_{se}] + [\mathbf{Z}_{se}] [\mathbf{I}'_s] + x [\mathbf{Z}l] [\mathbf{I}'_s] + [\mathbf{V}_F] \quad (96)$$

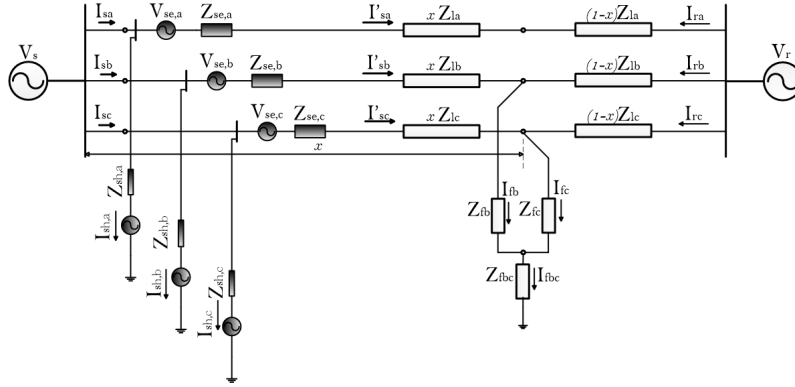


Figura 9: Circuito em falta para uma falta fase–fase–terra.

isolando a tensão da falta obtêm-se:

$$[\mathbf{V}_F] = [\mathbf{V}_s] + [\mathbf{V}_{se}] - [\mathbf{Z}_{se}] \cdot [\mathbf{I}'_s] - x_c \cdot [\mathbf{Z}l] \cdot [\mathbf{I}'_s] \quad (97)$$

onde:

\mathbf{V}_s é o vetor de tensões no terminal local, em [V];

\mathbf{V}_{se} é o vetor de tensões no elemento série do dispositivo UPFC, em [V];

\mathbf{V}_F é o vetor de tensões no ponto da falta, em [V];

\mathbf{I}'_s é o vetor de correntes no terminal local, em [A];

\mathbf{Z}_{se} é a matriz de impedâncias do transformador série do dispositivo UPFC, em [Ω];

$\mathbf{Z}l$ é a matriz de impedâncias da linha de transmissão, em [Ω];

x_c é a distância da falta na fase "c", em [%].

Considerando uma falta "c-b-t" a tensão no ponto da falta para a fase "c" será:

$$V_{F_c} = V_{s_c} + V_{se_c} - Z_{se_c} \cdot I'_{s_c} - x_c \cdot [\mathbf{Z}l_c] \cdot [I'_s] \quad (98)$$

por outro lado a tensão no ponto da falta para a fase "c" pode ser escrita como:

$$V_{F_c} = Z_{f_c} \cdot I_{F_c} + Z_{f_{bc}} \cdot (I_{F_c} + I_{F_b}) \quad (99)$$

onde:

V_{F_c} é a tensão no ponto da falta na fase “c”, em [V];

V_{se_c} é a tensão na fase “c” série do dispositivo UPFC, em [V];

V_{s_c} é a tensão na fase “c” no terminal local, em [V];

Z_{se_c} é a impedância da fase “c” do transformador de acoplamento série do dispositivo UPFC, em [Ω];

I'_{s_c} é a corrente da fase “c” no terminal local, em [A];

Zl_c é o vetor de impedâncias da linha de transmissão, correspondente a fase “c”, em [Ω];

Z_{f_c} é a impedância da falta da fase “c”, em [Ω];

$Z_{f_{cb}}$ é a impedância de aterramento da falta, em [Ω];

I_{F_k} é a corrente da falta, onde $k = \{a, b, c\}$, em [A].

por sua vez:

$$I'_{s_k} = I_{s_k} - I_{sh_k} \quad (100)$$

e

$$I_{F_k} = I'_{s_k} + I_{r_k} \quad (101)$$

substituindo (100) em (98) e expandindo os produtos matriciais:

$$\begin{aligned} V_{F_c} = & V_{s_c} + V_{se_c} - Z_{se_c} \cdot (I_{s_c} - I_{sh_c}) \\ & - x_c \cdot [Zl_{ca} \cdot (I_{s_a} - I_{sh_a}) + Zl_{cb} \cdot (I_{s_b} - I_{sh_b}) + Zl_{cc} \cdot (I_{s_c} - I_{sh_c})] \end{aligned} \quad (102)$$

igualmente pode ser escrita a tensão no ponto da falta para a fase “b” como:

$$\begin{aligned} V_{F_b} = & V_{s_b} + V_{se_b} - Z_{se_b} \cdot (I_{s_b} - I_{sh_b}) \\ & - x_b \cdot [Zl_{ba} \cdot (I_{s_a} - I_{sh_a}) + Zl_{bb} \cdot (I_{s_b} - I_{sh_b}) + Zl_{bc} \cdot (I_{s_c} - I_{sh_c})] \end{aligned} \quad (103)$$

ou

$$V_{F_b} = Z_{f_b} \cdot I_{F_b} + Z_{f_{bc}} \cdot (I_{F_c} + I_{F_b}) \quad (104)$$

substituindo (104) em (99) pode ser escrito:

$$V_{F_c} = Z_{f_c} \cdot I_{F_c} + V_{F_b} - Z_{f_b} \cdot I_{F_b} \quad (105)$$

e, então, substituindo (103) e (105) em (102), e reagrupando os termos de (102) obtém-se:

$$\begin{aligned} V_{s_c} = & -V_{s_{e_c}} + Z_{s_{e_c}} \cdot (I_{s_c} - I_{sh_c}) \\ & + x_c \cdot [Zl_{ca} \cdot (I_{s_a} - I_{sh_a}) + Zl_{cb} \cdot (I_{s_b} - I_{sh_b}) + Zl_{cc} \cdot (I_{s_c} - I_{sh_c})] \\ & Z_{f_c} \cdot I_{F_c} - Z_{f_b} \cdot I_{F_b} + V_{s_b} + V_{s_{e_b}} - Z_{s_{e_b}} \cdot (I_{s_b} - I_{sh_b}) \\ & - x_b \cdot [Zl_{ba} \cdot (I_{s_a} - I_{sh_a}) + Zl_{bb} \cdot (I_{s_b} - I_{sh_b}) + Zl_{bc} \cdot (I_{s_c} - I_{sh_c})] \quad (106) \end{aligned}$$

considerando que fisicamente $x_c \simeq x_b$, sem perda de generalidade pode-se assumir $x_c = x_b = x$, e portanto:

$$\begin{aligned} V_{s_c} = & V_{s_b} + V_{s_{e_b}} - V_{s_{e_c}} - Z_{s_{e_b}} \cdot (I_{s_b} - I_{sh_b}) + Z_{s_{e_c}} \cdot (I_{s_c} - I_{sh_c}) \\ & + x \cdot [(Zl_{ca} - Zl_{ba}) \cdot (I_{s_a} - I_{sh_a}) + (Zl_{cb} - Zl_{bb}) \cdot (I_{s_b} - I_{sh_b}) \\ & + (Zl_{cc} - Zl_{bc}) \cdot (I_{s_c} - I_{sh_c})] + Z_{f_c} \cdot I_{F_c} - Z_{f_b} \cdot I_{F_b} \quad (107) \end{aligned}$$

A impedância medida pelo relé para uma falta fase-fase-terra na fase "c" será:

$$Z_{mapfft} = \frac{V_{s_c}}{I_{s_c}} \quad (108)$$

então, utilizando (107) em (108):

$$\begin{aligned} Z_{mapfft} = & \frac{V_{s_c}}{I_{s_c}} = \frac{V_{s_b}}{I_{s_c}} + \frac{V_{s_{e_b}}}{I_{s_c}} - \frac{V_{s_{e_c}}}{I_{s_c}} - Z_{s_{e_b}} \cdot \left(\frac{I_{s_b}}{I_{s_c}} - \frac{I_{sh_b}}{I_{s_c}} \right) + Z_{s_{e_c}} \cdot \left(1 - \frac{I_{sh_c}}{I_{s_c}} \right) + x \cdot \\ & \left[(Zl_{ca} - Zl_{ba}) \cdot \left(\frac{I_{s_a}}{I_{s_c}} - \frac{I_{sh_a}}{I_{s_c}} \right) + (Zl_{cb} - Zl_{bb}) \cdot \left(\frac{I_{s_b}}{I_{s_c}} - \frac{I_{sh_b}}{I_{s_c}} \right) + (Zl_{cc} - Zl_{bc}) \cdot \right. \\ & \left. \left(1 - \frac{I_{sh_c}}{I_{s_c}} \right) \right] + Z_{f_c} \cdot \left(1 - \frac{I_{sh_c}}{I_{s_c}} + \frac{I_{r_c}}{I_{s_c}} \right) - Z_{f_b} \cdot \left(\frac{I_{s_b}}{I_{s_c}} - \frac{I_{sh_b}}{I_{s_c}} + \frac{I_{r_b}}{I_{s_c}} \right) \quad (109) \end{aligned}$$

Considerando que p seja a parcela da linha a ser protegida, onde p é a porcentagem a ser protegida pela Zona 1, a expressão para o relé de distância compensado será:

$$\begin{aligned} Z_{mapfft} - \frac{V_{sb}}{I_{sc}} - \frac{V_{seb}}{I_{sc}} + \frac{V_{sec}}{I_{sc}} + Z_{seb} \cdot \left(\frac{I_{sb}}{I_{sc}} - \frac{I_{shb}}{I_{sc}} \right) - Z_{sec} \cdot \left(1 - \frac{I_{shc}}{I_{sc}} \right) \\ + Z_{fb} \cdot \left(\frac{I_{sb}}{I_{sc}} - \frac{I_{shb}}{I_{sc}} + \frac{I_{rb}}{I_{sc}} \right) - Z_{fc} \cdot \left(1 - \frac{I_{shc}}{I_{sc}} + \frac{I_{rc}}{I_{sc}} \right) = p \cdot [(Zl_{ca} - Zl_{ba}) \cdot \\ \left(\frac{I_{sa}}{I_{sc}} - \frac{I_{sha}}{I_{sc}} \right) + (Zl_{cb} - Zl_{bb}) \cdot \left(\frac{I_{sb}}{I_{sc}} - \frac{I_{shb}}{I_{sc}} \right) + (Zl_{cc} - Zl_{bc}) \cdot \left(1 - \frac{I_{shc}}{I_{sc}} \right)] \end{aligned} \quad (110)$$

Considerando que u e v são as fases faltosas, a equação (111) pode ser escrita de forma genérica como:

$$\begin{aligned} Z_{mapfft} - \frac{V_{sv}}{I_{su}} - \frac{V_{sev}}{I_{su}} + \frac{V_{seu}}{I_{su}} + Z_{sev} \cdot \left(\frac{I_{sv}}{I_{su}} - \frac{I_{shv}}{I_{su}} \right) \\ - Z_{seu} \cdot \left(\frac{I_{su}}{I_{su}} - \frac{I_{shu}}{I_{su}} \right) + Z_{fv} \cdot \left(\frac{I_{sv}}{I_{su}} - \frac{I_{shv}}{I_{su}} + \frac{I_{rv}}{I_{su}} \right) - Z_{fu} \cdot \left(1 - \frac{I_{shu}}{I_{su}} + \frac{I_{ru}}{I_{su}} \right) \\ = p \cdot \left[(Zl_{ua} - Zl_{va}) \cdot \left(\frac{I_{sa}}{I_{su}} - \frac{I_{sha}}{I_{su}} \right) + (Zl_{ub} - Zl_{vb}) \cdot \left(\frac{I_{sb}}{I_{su}} - \frac{I_{shb}}{I_{su}} \right) \right. \\ \left. + (Zl_{uc} - Zl_{vc}) \cdot \left(\frac{I_{sc}}{I_{su}} - \frac{I_{shc}}{I_{su}} \right) \right] \end{aligned} \quad (111)$$

A partir da equação (111) pode-se escrever:

$$\begin{aligned} Z_{propfft} = Z_{mapfft} - \frac{V_{sv}}{I_{su}} + \left(\frac{V_{seu}}{I_{su}} - \frac{V_{sev}}{I_{su}} \right) + \left[Z_{sev} \cdot \left(\frac{I_{sv}}{I_{su}} - \frac{I_{shv}}{I_{su}} \right) \right. \\ \left. - Z_{seu} \cdot \left(\frac{I_{su}}{I_{su}} - \frac{I_{shu}}{I_{su}} \right) \right] + \left[Z_{fv} \cdot \left(\frac{I_{sv}}{I_{su}} - \frac{I_{shv}}{I_{su}} + \frac{I_{rv}}{I_{su}} \right) - Z_{fu} \cdot \left(1 - \frac{I_{shu}}{I_{su}} + \frac{I_{ru}}{I_{su}} \right) \right] \end{aligned} \quad (112)$$

e

$$\begin{aligned} Z_{ajustefft} = p \cdot \left[(Zl_{ua} - Zl_{va}) \cdot \left(\frac{I_{sa}}{I_{su}} - \frac{I_{sha}}{I_{su}} \right) + (Zl_{ub} - Zl_{vb}) \cdot \left(\frac{I_{sb}}{I_{su}} - \frac{I_{shb}}{I_{su}} \right) \right. \\ \left. + (Zl_{uc} - Zl_{vc}) \cdot \left(\frac{I_{sc}}{I_{su}} - \frac{I_{shc}}{I_{su}} \right) \right] \end{aligned} \quad (113)$$

Assim, com auxílio de (112) e (113), a equação (111) pode ser reescrita como:

$$Z_{propfft} < Z_{ajustefft} \quad (114)$$

A equação (112) representa a impedância estimada compensada para uma falta bifásica a terra. Essa impedância definida como $Z_{prop_{fft}}$ representa a impedância estimada pelo relé de distância proposto já compensada pela influencia do dispositivo UPFC e pelo efeito da impedância da falta. A compensação é realizada por quatro termos bem definidos, o primeiro termo compensa a influência da tensão da segunda fase envolvida na falta no terminal local. O segundo termo representa a compensação pelas tensões injetadas pelo UPFC em série com a linha para a compensação da potência transmitida. O terceiro termo compensa o efeito da corrente nas impedâncias do transformador de acoplamento do elemento série do UPFC, considerando também a influência da injeção da corrente *shunt* do UPFC. O quarto termo é o encarregado de compensar o efeito da impedância da falta. Esse termo considera os valores das correntes do terminal local, do elemento shunt do UPFC e do terminal remoto para a fase *u* e *v*.

O termo da direita da equação (114) representa a impedância adaptativa estimada para trecho da linha a ser protegido, essa é definida por (113). Esse valor chamado de $Z_{ajuste_{fft}}$, que representa a zona de atuação, com $p = 75\%$ para o caso da Zona 1, será comparado com a impedância estimada e compensada $Z_{prop_{fft}}$. Quando a impedância compensada $Z_{prop_{fft}}$ for menor que a impedância de ajuste do relé $Z_{ajuste_{fft}}$, o sinal de disparo do DJ será gerado. Utilizando o expressão (114) implementar-se-ão três algoritmos para cobrir as três possíveis combinações de faltas fase-fase-terra.

A proteção será realizada utilizando medidas online das tensões e correntes do terminal local e um fasor das tensões e correntes do dispositivo UPFC e do terminal remoto. Esses fasores podem ser obtidos via comunicação direta ou PMU.

Na seguinte Seção será apresentada a formulação matemática para a estimação da impedância da falta para faltas fase–fase–terra.

3.3.2 Estimação da impedância da falta para faltas Fase–Fase–Terra

Utilizando (106) a tensão no terminal local na fase “c” pode ser escrita como:

$$V_{s_c} = Z_{f_c} \cdot I_{F_c} + Z_{f_{cb}} \cdot (I_{F_c} + I_{F_b}) - V_{se_c} + Z_{se_c} \cdot (I_{s_c} - I_{sh_c}) \\ + x \cdot [Zl_{ca} \cdot (I_{s_a} - I_{sh_a}) + Zl_{cb} \cdot (I_{s_b} - I_{sh_b}) + Zl_{cc} \cdot (I_{s_c} - I_{sh_c})] \quad (115)$$

analogamente pode-se escrever a tensão no terminal local para a fase “b” como:

$$\begin{aligned}
V_{s_b} &= Z_{f_b} \cdot I_{F_b} + Z_{f_{cb}} \cdot (I_{F_c} + I_{F_b}) - V_{se_b} + Z_{se_b} \cdot (I_{s_b} - I_{sh_b}) \\
&\quad + x \cdot [Zl_{ba} \cdot (I_{s_a} - I_{sh_a}) + Zl_{bb} \cdot (I_{s_b} - I_{sh_b}) + Zl_{bc} \cdot (I_{s_c} - I_{sh_c})]. \quad (116)
\end{aligned}$$

Cada uma dessas equações pode ser escrita colocando em evidência e isolando as suas partes reais imaginárias como:

$$\begin{aligned}
V_{s_c}^r + V_{se_c}^r - Z_{se_c}^r \cdot (I_{s_c}^r - I_{sh_c}^r) + Z_{se_c}^i \cdot (I_{s_c}^i - I_{sh_c}^i) \\
&= x [Zl_{ca}^r \cdot (I_{s_a}^r - I_{sh_a}^r) - Zl_{ca}^i \cdot (I_{s_a}^i - I_{sh_a}^i) + Zl_{cb}^r \cdot (I_{s_b}^r - I_{sh_b}^r) \\
&\quad - Zl_{cb}^i \cdot (I_{s_b}^i - I_{sh_b}^i) + Zl_{cc}^r \cdot (I_{s_c}^r - I_{sh_c}^r) - Zl_{cc}^i \cdot (I_{s_c}^i - I_{sh_c}^i)] \\
&\quad + Z_{f_c}^r \cdot I_{F_c}^r - Z_{f_c}^i \cdot I_{F_c}^i + Z_{f_{cb}}^r \cdot (I_{F_c}^r + I_{F_b}^r) - Z_{f_{cb}}^i \cdot (I_{F_c}^i + I_{F_b}^i) \quad (117)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_{s_c}^i + V_{se_c}^i - Z_{se_c}^r \cdot (I_{s_c}^i - I_{sh_c}^i) - Z_{se_c}^i \cdot (I_{s_c}^r - I_{sh_c}^r) \\
&= x \cdot [Zl_{ca}^r \cdot (I_{s_a}^i - I_{sh_a}^i) + Zl_{ca}^i \cdot (I_{s_a}^r - I_{sh_a}^r) + Zl_{cb}^r \cdot (I_{s_b}^i - I_{sh_b}^i) \\
&\quad + Zl_{cb}^i \cdot (I_{s_b}^r - I_{sh_b}^r) + Zl_{cc}^r \cdot (I_{s_c}^i - I_{sh_c}^i) + Zl_{cc}^i \cdot (I_{s_c}^r - I_{sh_c}^r)] \\
&\quad + Z_{f_c}^r \cdot I_{F_c}^i + Z_{f_c}^i \cdot I_{F_c}^r + Z_{f_{cb}}^r \cdot (I_{F_c}^i + I_{F_b}^i) + Z_{f_{cb}}^i \cdot (I_{F_c}^r + I_{F_b}^r) \quad (118)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_{s_b}^r + V_{se_b}^r - Z_{se_b}^r \cdot (I_{s_b}^r - I_{sh_b}^r) + Z_{se_b}^i \cdot (I_{s_b}^i - I_{sh_b}^i) \\
&= x \cdot [Zl_{ba}^r \cdot (I_{s_a}^r - I_{sh_a}^r) - Zl_{ba}^i \cdot (I_{s_a}^i - I_{sh_a}^i) + Zl_{bb}^r \cdot (I_{s_b}^r - I_{sh_b}^r) \\
&\quad - Zl_{bb}^i \cdot (I_{s_b}^i - I_{sh_b}^i) + Zl_{bc}^r \cdot (I_{s_c}^r - I_{sh_c}^r) - Zl_{bc}^i \cdot (I_{s_c}^i - I_{sh_c}^i)] \\
&\quad + Z_{f_b}^r \cdot I_{F_b}^r - Z_{f_b}^i \cdot I_{F_b}^i + Z_{f_{cb}}^r \cdot (I_{F_c}^r + I_{F_b}^r) - Z_{f_{cb}}^i \cdot (I_{F_c}^i + I_{F_b}^i) \quad (119)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_{s_b}^i + V_{se_b}^i - Z_{se_b}^r \cdot (I_{s_b}^i - I_{sh_b}^i) - Z_{se_b}^i \cdot (I_{s_b}^r - I_{sh_b}^r) \\
&= x \cdot [Zl_{ba}^r \cdot (I_{s_a}^i - I_{sh_a}^i) + Zl_{ba}^i \cdot (I_{s_a}^r - I_{sh_a}^r) + Zl_{bb}^r \cdot (I_{s_b}^i - I_{sh_b}^i) \\
&\quad + Zl_{bb}^i \cdot (I_{s_b}^r - I_{sh_b}^r) + Zl_{bc}^r \cdot (I_{s_c}^i - I_{sh_c}^i) + Zl_{bc}^i \cdot (I_{s_c}^r - I_{sh_c}^r)] \\
&\quad + Z_{f_b}^r \cdot I_{F_b}^i + Z_{f_b}^i \cdot I_{F_b}^r + Z_{f_{cb}}^r \cdot (I_{F_c}^i + I_{F_b}^i) + Z_{f_{cb}}^i \cdot (I_{F_c}^r + I_{F_b}^r) \quad (120)
\end{aligned}$$

Sob o mesmo ponto de vista, podem ser escritas equações para a tensão no terminal local como uma função da tensão no ponto da falta, assim, para a fase “c” obtêm-se:

$$V_{r_c} = (1 - x) \cdot [Zl_c] \cdot [I_r] + V_{F_c} \quad (121)$$

onde, por sua vez:

$$V_{F_c} = Z_{f_c} \cdot I_{F_c} + Z_{f_{bc}} \cdot (I_{F_b} + I_{F_c}) \quad (122)$$

similarmente, para a fase “b” obtêm-se:

$$V_{r_b} = (1 - x) \cdot [Zl_b] \cdot [I_r] + V_{F_b} \quad (123)$$

e

$$V_{F_b} = Z_{f_b} \cdot I_{F_b} + Z_{f_{bc}} \cdot (I_{F_b} + I_{F_c}) \quad (124)$$

substituindo (122) em (121) e (124) em (123):

$$V_{r_c} = (1 - x) \cdot [Zl_c] \cdot [I_r] + Z_{f_c} \cdot I_{F_c} + Z_{f_{bc}} \cdot (I_{F_b} + I_{F_c}) \quad (125)$$

$$V_{r_b} = (1 - x) \cdot [Zl_b] \cdot [I_r] + Z_{f_b} \cdot I_{F_b} + Z_{f_{bc}} \cdot (I_{F_b} + I_{F_c}) \quad (126)$$

Resolvendo os produtos vetoriais de (125) e (126):

$$V_{r_c} = (1 - x) \cdot [Zl_{ca} \cdot I_{r_a} + Zl_{cb} \cdot I_{r_b} + Zl_{cc} \cdot I_{r_c}] + Z_{f_c} \cdot I_{F_c} + Z_{f_{bc}} \cdot (I_{F_b} + I_{F_c}) \quad (127)$$

$$V_{r_b} = (1 - x) \cdot [Zl_{ba} \cdot I_{r_a} + Zl_{bb} \cdot I_{r_b} + Zl_{bc} \cdot I_{r_c}] + Z_{f_b} \cdot I_{F_b} + Z_{f_{bc}} \cdot (I_{F_b} + I_{F_c}) \quad (128)$$

Resolvendo agora os produtos dos polinômios, agrupando os termos que não multiplicam as incógnitas e isolando as partes reais e imaginárias obtêm-se:

$$\begin{aligned} V_{r_c}^r - Zl_{ca}^r \cdot I_{r_a}^r + Zl_{ca}^i \cdot I_{r_a}^i - Zl_{cb}^r \cdot I_{r_b}^r + Zl_{cb}^i \cdot I_{r_b}^i - Zl_{cc}^r \cdot I_{r_c}^r + Zl_{cc}^i \cdot I_{r_c}^i = \\ - x \cdot [Zl_{ca}^r \cdot I_{r_a}^r - Zl_{ca}^i \cdot I_{r_a}^i + Zl_{cb}^r \cdot I_{r_b}^r - Zl_{cb}^i \cdot I_{r_b}^i + Zl_{cc}^r \cdot I_{r_c}^r - Zl_{cc}^i \cdot I_{r_c}^i] \\ Z_{f_c}^r \cdot I_{F_c}^r - Z_{f_c}^i \cdot I_{F_c}^i + Z_{f_{bc}}^r \cdot (I_{F_b}^r + I_{F_c}^r) - Z_{f_{bc}}^i \cdot (I_{F_b}^i + I_{F_c}^i) \quad (129) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_{r_c}^i &- Zl_{ca}^r \cdot I_{r_a}^i - Zl_{ca}^i \cdot I_{r_a}^r - Zl_{cb}^r \cdot I_{r_b}^i - Zl_{cb}^i \cdot I_{r_b}^r - Zl_{cc}^r \cdot I_{r_c}^i - Zl_{cc}^i \cdot I_{r_c}^r = \\
&- x \cdot [Zl_{ca}^r \cdot I_{r_a}^i + Zl_{ca}^i \cdot I_{r_a}^r + Zl_{cb}^r \cdot I_{r_b}^i + Zl_{cb}^i \cdot I_{r_b}^r + Zl_{cc}^r \cdot I_{r_c}^i + Zl_{cc}^i \cdot I_{r_c}^r] \\
&\quad Z_{f_c}^r \cdot I_{F_c}^i + Z_{f_c}^i \cdot I_{F_c}^r + Z_{f_{bc}}^r \cdot (I_{F_b}^i + I_{F_c}^i) + Z_{f_{bc}}^i \cdot (I_{F_b}^r + I_{F_c}^r) \quad (130)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_{r_b}^r &- Zl_{ba}^r \cdot I_{r_a}^r + Zl_{ba}^i \cdot I_{r_a}^i - Zl_{bb}^r \cdot I_{r_b}^r + Zl_{bb}^i \cdot I_{r_b}^i - Zl_{bc}^r \cdot I_{r_c}^r + Zl_{bc}^i \cdot I_{r_c}^i = \\
&- x \cdot [Zl_{ba}^r \cdot I_{r_a}^r - Zl_{ba}^i \cdot I_{r_a}^i + Zl_{bb}^r \cdot I_{r_b}^r - Zl_{bb}^i \cdot I_{r_b}^i + Zl_{bc}^r \cdot I_{r_c}^r - Zl_{bc}^i \cdot I_{r_c}^i] \\
&\quad Z_{f_b}^r \cdot I_{F_b}^r - Z_{f_b}^i \cdot I_{F_b}^i + Z_{f_{bc}}^r \cdot (I_{F_b}^r + I_{F_c}^r) - Z_{f_{bc}}^i \cdot (I_{F_b}^i + I_{F_c}^i) \quad (131)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_{r_b}^i &- Zl_{ba}^r \cdot I_{r_a}^i - Zl_{ba}^i \cdot I_{r_a}^r - Zl_{bb}^r \cdot I_{r_b}^i - Zl_{bb}^i \cdot I_{r_b}^r - Zl_{bc}^r \cdot I_{r_c}^i - Zl_{bc}^i \cdot I_{r_c}^r = \\
&- x \cdot [Zl_{ba}^r \cdot I_{r_a}^i + Zl_{ba}^i \cdot I_{r_a}^r + Zl_{bb}^r \cdot I_{r_b}^i + Zl_{bb}^i \cdot I_{r_b}^r + Zl_{bc}^r \cdot I_{r_c}^i + Zl_{bc}^i \cdot I_{r_c}^r] \\
&\quad Z_{f_b}^r \cdot I_{F_b}^i + Z_{f_b}^i \cdot I_{F_b}^r + Z_{f_{bc}}^r \cdot (I_{F_b}^i + I_{F_c}^i) + Z_{f_{bc}}^i \cdot (I_{F_b}^r + I_{F_c}^r) \quad (132)
\end{aligned}$$

De forma compacta, e considerando um par de fases genéricas $u = \{a, b, c\}$ e $v = \{a, b, c\}$, as equações (117)–(120) e (129)–(132) podem ser escritas como:

$$V_{eq_{s_u}}^r = N_{fftu}^r \cdot x + Z_{f_u}^r \cdot I_{F_u}^r - Z_{f_u}^i \cdot I_{F_u}^i + Z_{f_{uv}}^r \cdot (I_{F_u}^r + I_{F_v}^r) - Z_{f_{uv}}^i \cdot (I_{F_u}^i + I_{F_v}^i) \quad (133)$$

$$V_{eq_{s_u}}^i = N_{fftu}^i \cdot x + Z_{f_u}^r \cdot I_{F_u}^i + Z_{f_u}^i \cdot I_{F_u}^r + Z_{f_{uv}}^r \cdot (I_{F_u}^i + I_{F_v}^i) + Z_{f_{uv}}^i \cdot (I_{F_u}^r + I_{F_v}^r) \quad (134)$$

$$V_{eq_{s_v}}^r = N_{fftv}^r \cdot x + Z_{f_v}^r \cdot I_{F_v}^r - Z_{f_v}^i \cdot I_{F_v}^i + Z_{f_{uv}}^r \cdot (I_{F_u}^r + I_{F_v}^r) - Z_{f_{uv}}^i \cdot (I_{F_u}^i + I_{F_v}^i) \quad (135)$$

$$V_{eq_{s_v}}^i = N_{fftv}^i \cdot x + Z_{f_v}^r \cdot I_{F_v}^i + Z_{f_v}^i \cdot I_{F_v}^r + Z_{f_{uv}}^r \cdot (I_{F_u}^i + I_{F_v}^i) + Z_{f_{uv}}^i \cdot (I_{F_u}^r + I_{F_v}^r) \quad (136)$$

$$V_{eq_{r_u}}^r = -M_{fftu}^r \cdot x + Z_{f_u}^r \cdot I_{F_u}^r - Z_{f_u}^i \cdot I_{F_u}^i + Z_{f_{uv}}^r \cdot (I_{F_u}^r + I_{F_v}^r) - Z_{f_{uv}}^i \cdot (I_{F_u}^i + I_{F_v}^i) \quad (137)$$

$$V_{eq_{r_u}}^i = -M_{ff_{t_u}}^i \cdot x + Z_{f_u}^r \cdot I_{F_u}^i + Z_{f_u}^i \cdot I_{F_u}^r + Z_{f_{uv}}^r \cdot (I_{F_u}^i + I_{F_v}^i) + Z_{f_{uv}}^i \cdot (I_{F_u}^r + I_{F_v}^r) \quad (138)$$

$$V_{eq_{r_v}}^r = -M_{ff_{t_v}}^r \cdot x + Z_{f_v}^r \cdot I_{F_v}^r - Z_{f_v}^i \cdot I_{F_v}^i + Z_{f_{uv}}^r \cdot (I_{F_u}^r + I_{F_v}^r) - Z_{f_{uv}}^i \cdot (I_{F_u}^i + I_{F_v}^i) \quad (139)$$

$$V_{eq_{r_v}}^i = -M_{ff_{t_v}}^i \cdot x + Z_{f_v}^r \cdot I_{F_v}^i + Z_{f_v}^i \cdot I_{F_v}^r + Z_{f_{uv}}^r \cdot (I_{F_u}^i + I_{F_v}^i) + Z_{f_{uv}}^i \cdot (I_{F_u}^r + I_{F_v}^r) \quad (140)$$

onde:

$$V_{eq_{s_u}}^r = V_{s_u}^r + V_{se_u}^r - Z_{se_u}^r \cdot (I_{s_u}^r - I_{sh_u}^r) + Z_{se_u}^i \cdot (I_{s_u}^i - I_{sh_u}^i) \quad (141)$$

$$V_{eq_{s_u}}^i = V_{s_u}^i + V_{se_u}^i - Z_{se_u}^r \cdot (I_{s_u}^i - I_{sh_u}^i) - Z_{se_u}^i \cdot (I_{s_u}^r - I_{sh_u}^r) \quad (142)$$

$$V_{eq_{s_v}}^r = V_{s_v}^r + V_{se_v}^r - Z_{se_v}^r \cdot (I_{s_v}^r - I_{sh_v}^r) + Z_{se_v}^i \cdot (I_{s_v}^i - I_{sh_v}^i) \quad (143)$$

$$V_{eq_{s_v}}^i = V_{s_v}^i + V_{se_v}^i - Z_{se_v}^r \cdot (I_{s_v}^i - I_{sh_v}^i) - Z_{se_v}^i \cdot (I_{s_v}^r - I_{sh_v}^r) \quad (144)$$

$$V_{eq_{r_u}}^r = V_{r_u}^r - Zl_{ua}^r \cdot I_{r_a}^r + Zl_{ua}^i \cdot I_{r_a}^i - Zl_{ub}^r \cdot I_{r_b}^r + Zl_{ub}^i \cdot I_{r_b}^i - Zl_{uc}^r \cdot I_{r_c}^r + Zl_{uc}^i \cdot I_{r_c}^i \quad (145)$$

$$V_{eq_{r_u}}^i = V_{r_u}^i - Zl_{ua}^r \cdot I_{r_a}^i - Zl_{ua}^i \cdot I_{r_a}^r - Zl_{ub}^r \cdot I_{r_b}^i - Zl_{ub}^i \cdot I_{r_b}^r - Zl_{uc}^r \cdot I_{r_c}^i - Zl_{uc}^i \cdot I_{r_c}^r \quad (146)$$

$$V_{eq_{r_v}}^r = V_{r_v}^r - Zl_{va}^r \cdot I_{r_a}^r + Zl_{va}^i \cdot I_{r_a}^i - Zl_{vb}^r \cdot I_{r_b}^r + Zl_{vb}^i \cdot I_{r_b}^i - Zl_{vc}^r \cdot I_{r_c}^r + Zl_{vc}^i \cdot I_{r_c}^i \quad (147)$$

$$V_{eq_{r_v}}^i = V_{r_v}^i - Zl_{va}^r \cdot I_{r_a}^i - Zl_{va}^i \cdot I_{r_a}^r - Zl_{vb}^r \cdot I_{r_b}^i - Zl_{vb}^i \cdot I_{r_b}^r - Zl_{vc}^r \cdot I_{r_c}^i - Zl_{vc}^i \cdot I_{r_c}^r \quad (148)$$

$$N_{fft_u}^r = [Zl_{ua}^r (I_{s_a}^r - I_{sh_a}^r) - Zl_{ua}^i (I_{s_a}^i - I_{sh_a}^i) + Zl_{ub}^r (I_{s_b}^r - I_{sh_b}^r) - Zl_{ub}^i (I_{s_b}^i - I_{sh_b}^i) + Zl_{uc}^r (I_{s_c}^r - I_{sh_c}^r) - Zl_{uc}^i (I_{s_c}^i - I_{sh_c}^i)] \quad (149)$$

$$N_{fft_u}^i = [Zl_{ua}^r (I_{s_a}^i - I_{sh_a}^i) + Zl_{ua}^i (I_{s_a}^r - I_{sh_a}^r) + Zl_{ub}^r (I_{s_b}^i - I_{sh_b}^i) + Zl_{ub}^i (I_{s_b}^r - I_{sh_b}^r) + Zl_{uc}^r (I_{s_c}^i - I_{sh_c}^i) + Zl_{uc}^i (I_{s_c}^r - I_{sh_c}^r)] \quad (150)$$

$$N_{fft_v}^r = [Zl_{va}^r (I_{s_a}^r - I_{sh_a}^r) - Zl_{va}^i (I_{s_a}^i - I_{sh_a}^i) + Zl_{vb}^r (I_{s_b}^r - I_{sh_b}^r) - Zl_{vb}^i (I_{s_b}^i - I_{sh_b}^i) + Zl_{vc}^r (I_{s_c}^r - I_{sh_c}^r) - Zl_{vc}^i (I_{s_c}^i - I_{sh_c}^i)] \quad (151)$$

$$N_{fft_v}^i = [Zl_{va}^r (I_{s_a}^i - I_{sh_a}^i) + Zl_{va}^i (I_{s_a}^r - I_{sh_a}^r) + Zl_{vb}^r (I_{s_b}^i - I_{sh_b}^i) + Zl_{vb}^i (I_{s_b}^r - I_{sh_b}^r) + Zl_{vc}^r (I_{s_c}^i - I_{sh_c}^i) + Zl_{vc}^i (I_{s_c}^r - I_{sh_c}^r)] \quad (152)$$

$$M_{fft_u}^r = [Zl_{ua}^r \cdot I_{r_a}^r - Zl_{ua}^i \cdot I_{r_a}^i + Zl_{ub}^r \cdot I_{r_b}^r - Zl_{ub}^i \cdot I_{r_b}^i + Zl_{uc}^r \cdot I_{r_c}^r - Zl_{uc}^i \cdot I_{r_c}^i] \quad (153)$$

$$M_{fft_u}^i = [Zl_{ua}^r \cdot I_{r_a}^i + Zl_{ua}^i \cdot I_{r_a}^r + Zl_{ub}^r \cdot I_{r_b}^i + Zl_{ub}^i \cdot I_{r_b}^r + Zl_{uc}^r \cdot I_{r_c}^i + Zl_{uc}^i \cdot I_{r_c}^r] \quad (154)$$

$$M_{fft_v}^r = [Zl_{va}^r \cdot I_{r_a}^i + Zl_{va}^i \cdot I_{r_a}^r + Zl_{vb}^r \cdot I_{r_b}^i + Zl_{vb}^i \cdot I_{r_b}^r + Zl_{vc}^r \cdot I_{r_c}^i + Zl_{vc}^i \cdot I_{r_c}^r] \quad (155)$$

$$M_{fft_v}^i = [Zl_{va}^r \cdot I_{r_a}^i + Zl_{va}^i \cdot I_{r_a}^r + Zl_{vb}^r \cdot I_{r_b}^i + Zl_{vb}^i \cdot I_{r_b}^r + Zl_{vc}^r \cdot I_{r_c}^i + Zl_{vc}^i \cdot I_{r_c}^r] \quad (156)$$

As equações (149)–(152), podem, também, ser escritas como somatório:

$$N_{fftu}^r = \sum_k [Zl_{uk}^r \cdot (I_{s_k}^r - I_{sh_k}^r) - Zl_{uk}^i \cdot (I_{s_k}^i - I_{sh_k}^i)] \quad (157)$$

$$N_{fftu}^i = \sum_k [Zl_{uk}^r \cdot (I_{s_k}^i - I_{sh_k}^i) + Zl_{uk}^i \cdot (I_{s_k}^r - I_{sh_k}^r)] \quad (158)$$

$$N_{fftv}^r = \sum_k [Zl_{vk}^r \cdot (I_{s_k}^r - I_{sh_k}^r) - Zl_{vk}^i \cdot (I_{s_k}^i - I_{sh_k}^i)] \quad (159)$$

$$N_{fftv}^i = \sum_k [Zl_{vk}^r \cdot (I_{s_k}^i - I_{sh_k}^i) - Zl_{vk}^i \cdot (I_{s_k}^r - I_{sh_k}^r)] \quad (160)$$

$$M_{fftu}^r = \sum_k [Zl_{uk}^r \cdot I_{r_k}^r + Zl_{uk}^i \cdot I_{r_k}^i] \quad (161)$$

$$M_{fftu}^i = \sum_k [Zl_{uk}^r \cdot I_{r_k}^i + Zl_{uk}^i \cdot I_{r_k}^r] \quad (162)$$

$$M_{fftv}^r = \sum_k [Zl_{vk}^r \cdot I_{r_k}^r + Zl_{vk}^i \cdot I_{r_k}^i] \quad (163)$$

$$M_{fftv}^i = \sum_k [Zl_{vk}^r \cdot I_{r_k}^i + Zl_{vk}^i \cdot I_{r_k}^r] \quad (164)$$

onde $k = \{a, b, c\}$.

Definindo $I_F = I_{F_b} + I_{F_c}$, o sistema de equações (133)–(140) pode ser escrito de forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} V_{eq_{su}}^r \\ V_{eq_{su}}^i \\ V_{eq_{sv}}^r \\ V_{eq_{sv}}^i \\ V_{eq_{ru}}^r \\ V_{eq_{ru}}^i \\ V_{eq_{rv}}^r \\ V_{eq_{rv}}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{F_c}^r & -I_{F_c}^i & 0 & 0 & (I_{F_b}^r + I_{F_c}^r) & -I_F^i & N_{fftc}^r \\ I_{F_c}^i & I_{F_c}^r & 0 & 0 & (I_{F_b}^i + I_{F_c}^i) & I_F^r & N_{fftc}^i \\ 0 & 0 & I_{F_b}^r & -I_{F_b}^i & (I_{F_b}^r + I_{F_c}^r) & -I_F^i & N_{fftb}^r \\ 0 & 0 & I_{F_b}^i & I_{F_b}^r & (I_{F_b}^i + I_{F_c}^i) & I_F^r & N_{fftb}^i \\ I_{F_c}^r & -I_{F_c}^i & 0 & 0 & (I_{F_b}^r + I_{F_c}^r) & -I_F^i & -M_{fftc}^r \\ I_{F_c}^i & I_{F_c}^r & 0 & 0 & (I_{F_b}^i + I_{F_c}^i) & I_F^r & -M_{fftc}^i \\ 0 & 0 & I_{F_b}^r & -I_{F_b}^i & (I_{F_b}^r + I_{F_c}^r) & -I_F^i & -M_{fftb}^r \\ 0 & 0 & I_{F_b}^i & I_{F_b}^r & (I_{F_b}^i + I_{F_c}^i) & I_F^r & -M_{fftb}^i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Z_{fu}^r \\ Z_{fu}^i \\ Z_{fv}^r \\ Z_{fv}^i \\ Z_{fu}^r \\ Z_{fu}^i \\ Z_{fu}^i \\ x \end{bmatrix} \quad (165)$$

De forma análoga às situações encontradas para faltas fase–terra e fase–fase, o sistema de equações (165) é um sistema sobre determinados da forma:

$$b = A \cdot x \quad (166)$$

assim, para se encontrar a solução um estimador de mínimos quadrados será utilizado ³, dessa forma obtém-se:

$$\hat{x} = (A^T \cdot A)^{-1} \cdot A^T \cdot b \quad (167)$$

3.4 Faltas Trifásica–Terra

Nesta Seção, apresenta-se a formulação adaptativa para a proteção de distância de linhas compensadas por dispositivos UPFC compensada pela impedância da falta para faltas trifásica–terra. Na Seção 3.4.1 serão apresentadas as equações para o relé adaptativo, enquanto que na seção 3.4.2 é apresentado o desenvolvimento das equações para a estimação da impedância da falta para faltas trifásica-terra.

3.4.1 Desenvolvimento Matemático do Relé Trifásica–Terra

Considerando a seção em falta da Figura 10, a tensão no terminal local pode ser escrita como:

$$[\mathbf{V}_s] = -[\mathbf{V}_{se}] + [\mathbf{Z}_{se}] \cdot [\mathbf{I}'_s] + [\mathbf{Z}l] \cdot [\mathbf{I}'_s] + [\mathbf{V}_F] \quad (168)$$

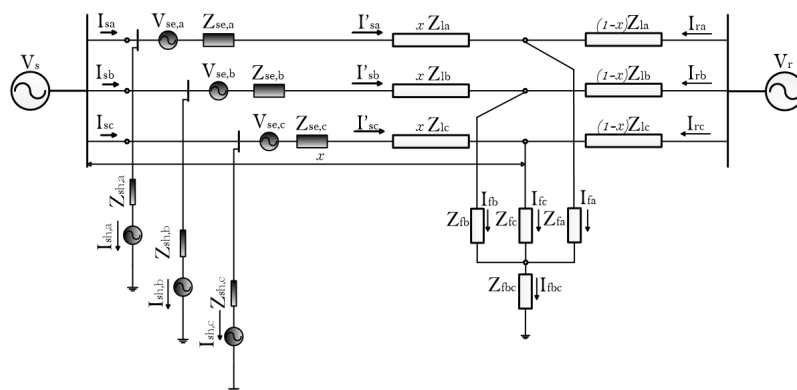


Figura 10: Circuito em falta para uma falta trifásica-terra.

³Maiores detalhes sobre estimadores de Mínimos Quadrados podem ser encontrados no Apêndice A.

onde:

$$[\mathbf{I}'_s] = [\mathbf{I}_s] - [\mathbf{I}_{sh}] \quad (169)$$

e,

V_s é o vetor de tensões no terminal local, em [V];

V_{se} é o vetor de tensões no elemento série do dispositivo UPFC, em [V];

V_F é o vetor de tensões no ponto da falta, em [V];

I'_s é o vetor de correntes no terminal local, em [A];

Z_{se} é a matriz de impedâncias do transformador série do dispositivo UPFC, em [Ω];

Zl é a matriz de impedâncias da linha de transmissão, em [Ω];

x_c é a distância da falta na fase “c”, em [%].

Por sua vez a tensão no ponto da falta, na fase “c”, pode ser escrita como:

$$V_{F_c} = V_{s_c} + V_{se_c} - Z_{se_c} \cdot (I_{s_c} - I_{sh_c}) - x_c \cdot [Zl_c] \cdot [\mathbf{I}_s - \mathbf{I}_{sh}] \quad (170)$$

ou

$$V_{F_c} = Z_{f_c} \cdot I_{F_c} + Z_{f_{abc}} \cdot I_{F_{abc}} \quad (171)$$

com:

$$I_{F_{abc}} = I_{F_a} + I_{F_b} + I_{F_c} \quad (172)$$

$$I_{F_k} = (I_{s_k} - I_{sh_k} + I_{r_k}) \quad (173)$$

e

$$I_{F_k} = I'_{s_k} + I_{r_k} \quad (174)$$

onde:

$Z_{f_{abc}}$ é a impedância de falta trifásica, em [Ω];

R_{f_c} é a resistência da falta da fase "c", em $[\Omega]$;

$\mathbf{Z}l_c$ é o vetor de impedâncias da fase "c", em $[\Omega]$;

k é o conjunto de fases $\{a, b, c\}$.

Expressões similares podem ser escritas para as outras fases do sistema, assim:

$$V_{F_a} = V_{s_a} + V_{se_a} - Z_{se_a} \cdot (I_{s_a} - I_{sh_a}) - x_a \cdot [\mathbf{Z}l_a] \cdot [\mathbf{I}_s - \mathbf{I}_{sh}] \quad (175)$$

$$V_{F_a} = Z_{f_a} \cdot I_{F_a} + Z_{f_{abc}} \cdot I_{F_{abc}} \quad (176)$$

$$V_{F_b} = V_{s_b} + V_{se_b} - Z_{se_b} \cdot (I_{s_b} - I_{sh_b}) - x_b \cdot [\mathbf{Z}l_b] \cdot [\mathbf{I}_s - \mathbf{I}_{sh}] \quad (177)$$

$$V_{F_b} = Z_{f_b} \cdot I_{F_b} + Z_{f_{abc}} \cdot I_{F_{abc}} \quad (178)$$

Com auxílio da Figura 11, a tensão no ponto comum da impedância da falta, V_F , pode ser escrita como:

$$V_F = V_{F_c} - Z_{f_c} \cdot I_{F_c} \quad (179)$$

$$V_F = V_{F_b} - Z_{f_b} \cdot I_{F_b} \quad (180)$$

ou, combinando (179) e (180),

$$V_{F_c} = Z_{f_c} \cdot I_{F_c} + V_{F_b} - Z_{f_b} \cdot I_{F_b} \quad (181)$$

com auxílio de (170), (177) e (181) obtêm-se:

$$\begin{aligned} Z_{f_c} \cdot I_{F_c} + V_{s_b} + V_{se_b} - Z_{se_b} \cdot (I_{s_b} - I_{sh_b}) - x_b \cdot [\mathbf{Z}l_b] \cdot [\mathbf{I}_s - \mathbf{I}_{sh}] - Z_{f_b} \cdot I_{F_b} = \\ V_{s_c} + V_{se_c} - Z_{se_c} \cdot (I_{s_c} - I_{sh_c}) - x_c \cdot [\mathbf{Z}l_c] \cdot [\mathbf{I}_s - \mathbf{I}_{sh}] \end{aligned} \quad (182)$$

onde $\mathbf{Z}l_c$ e $\mathbf{Z}l_b$ são os vetores de impedâncias da linha de transmissão das fases "c" e "b", respectivamente. Isolando a tensão V_{s_c} da equação (182) e expandindo os produtos vetoriais:

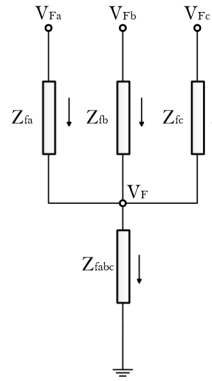


Figura 11: Impedância de falta para uma falha trifásica-terra.

$$\begin{aligned}
 V_{s_c} &= Z_{f_c} \cdot I_{F_c} + V_{s_b} + V_{s_e b} - Z_{s_e b} \cdot (I_{s_b} - I_{s_h b}) \\
 &- x_b \cdot [Zl_{ba} \cdot (I_{s_a} - I_{s_h a}) + Zl_{bb} \cdot (I_{s_b} - I_{s_h b}) + Zl_{bc} \cdot (I_{s_c} - I_{s_h c})] - Z_{f_b} \cdot I_{F_b} \\
 &- V_{s_e c} + Z_{s_e c} \cdot (I_{s_c} - I_{s_h c}) + x_c \cdot [Zl_{ca} \cdot (I_{s_a} - I_{s_h a}) + Zl_{cb} \cdot (I_{s_b} - I_{s_h b}) \\
 &\quad + Zl_{cc} \cdot (I_{s_c} - I_{s_h c})] \quad (183)
 \end{aligned}$$

Analogamente aos tipos de faltas apresentados nas seções anteriores, a impedância estimada pelo relé com as medidas do terminal local será:

$$Z_{mapffft} = \frac{V_{s_c}}{I_{s_c}} \quad (184)$$

substituindo (183) em (184) e considerando $x_b = x_c = x$, o que não representa perda de generalidade, pode-se escrever:

$$\begin{aligned}
 Z_{mapffft} &= \frac{V_{s_c}}{I_{s_c}} = \frac{V_{s_b}}{I_{s_c}} + \frac{V_{s_e b}}{I_{s_c}} - \frac{V_{s_e c}}{I_{s_c}} - Z_{s_e b} \cdot \left(\frac{I_{s_b}}{I_{s_c}} - \frac{I_{s_h b}}{I_{s_c}} \right) + Z_{s_e c} \cdot \left(1 - \frac{I_{s_h c}}{I_{s_c}} \right) \\
 &+ x \cdot \left[(Zl_{ca} - Zl_{ba}) \cdot \left(\frac{I_{s_a}}{I_{s_c}} - \frac{I_{s_h a}}{I_{s_c}} \right) + (Zl_{cb} - Zl_{bb}) \cdot \left(\frac{I_{s_b}}{I_{s_c}} - \frac{I_{s_h b}}{I_{s_c}} \right) + \right. \\
 &\left. (Zl_{cc} - Zl_{bc}) \cdot \left(1 - \frac{I_{s_h c}}{I_{s_c}} \right) \right] + Z_{f_c} \cdot \left(1 - \frac{I_{s_h c}}{I_{s_c}} + \frac{I_{r_c}}{I_{s_c}} \right) - Z_{f_b} \cdot \left(\frac{I_{s_b}}{I_{s_c}} - \frac{I_{s_h b}}{I_{s_c}} + \frac{I_{r_b}}{I_{s_c}} \right) \quad (185)
 \end{aligned}$$

Reagrupando os termos e considerando que p seja a parte da linha a ser protegida, onde p é a porcentagem a ser protegida pela zona 1, a expressão para o relé de distância compensado pode ser escrita como:

$$\begin{aligned}
Z_{mapffft} &= \frac{V_{sb}}{I_{sc}} - \frac{V_{seb}}{I_{sc}} + \frac{V_{sec}}{I_{sc}} + Z_{seb} \cdot \left(\frac{I_{sb}}{I_{sc}} - \frac{I_{shb}}{I_{sc}} \right) \\
&\quad - Z_{sec} \cdot \left(1 - \frac{I_{shc}}{I_{sc}} \right) - Z_{fc} \cdot \left(1 - \frac{I_{shc}}{I_{sc}} + \frac{I_{rc}}{I_{sc}} \right) + Z_{fb} \cdot \left(\frac{I_{sb}}{I_{sc}} - \frac{I_{shb}}{I_{sc}} + \frac{I_{rb}}{I_{sc}} \right) \\
&= p \cdot \left[(Zl_{ca} - Zl_{ba}) \cdot \left(\frac{I_{sa}}{I_{sc}} - \frac{I_{sha}}{I_{sc}} \right) + (Zl_{cb} - Zl_{bb}) \cdot \left(\frac{I_{sb}}{I_{sc}} - \frac{I_{shb}}{I_{sc}} \right) \right. \\
&\quad \left. + (Zl_{cc} - Zl_{bc}) \cdot \left(1 - \frac{I_{shc}}{I_{sc}} \right) \right] \quad (186)
\end{aligned}$$

a equação (186) tem a mesma composição que a equação (111) encontrada para as faltas fase-fase-terra.

Da forma análoga que para os casos anteriores podem ser definidos os seguintes termos

$$\begin{aligned}
Z_{propffft} &= Z_{mapffft} - \frac{V_{sb}}{I_{sc}} - \frac{V_{seb}}{I_{sc}} + \frac{V_{sec}}{I_{sc}} + Z_{seb} \cdot \left(\frac{I_{sb}}{I_{sc}} - \frac{I_{shb}}{I_{sc}} \right) \\
&\quad - Z_{sec} \cdot \left(1 - \frac{I_{shc}}{I_{sc}} \right) - Z_{fc} \cdot \left(1 - \frac{I_{shc}}{I_{sc}} + \frac{I_{rc}}{I_{sc}} \right) + Z_{fb} \cdot \left(\frac{I_{sb}}{I_{sc}} - \frac{I_{shb}}{I_{sc}} + \frac{I_{rb}}{I_{sc}} \right) \quad (187)
\end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}
Z_{ajusteffft} &= p \cdot \left[(Zl_{ca} - Zl_{ba}) \cdot \left(\frac{I_{sa}}{I_{sc}} - \frac{I_{sha}}{I_{sc}} \right) + (Zl_{cb} - Zl_{bb}) \cdot \left(\frac{I_{sb}}{I_{sc}} - \frac{I_{shb}}{I_{sc}} \right) \right. \\
&\quad \left. + (Zl_{cc} - Zl_{bc}) \cdot \left(1 - \frac{I_{shc}}{I_{sc}} \right) \right] \quad (188)
\end{aligned}$$

Finalmente, com auxílio de (187) e (188), pode-se escrever a equação do relé para faltas trifásicas-terra como:

$$Z_{propffft} \leq Z_{ajusteffft} \quad (189)$$

Quando a impedância compensada $Z_{propffft}$ for menor ou igual à impedância de ajuste do relé, setado em $p = 75\%$, o sinal de abertura do DJ será gerado.

3.4.2 Estimação da impedância da falta para faltas Trifásica-Terra

Considerando a Figura 10, as tensões no terminal local para as fases a , b e c podem ser escritas como:

$$\begin{aligned}
V_{s_a} &= -V_{se_a} + Z_{se_a} \cdot (I_{s_a} - I_{sh_a}) \\
&+ x \cdot [Zl_{aa} \cdot (I_{s_a} - I_{sh_a}) + Zl_{ab} \cdot (I_{s_b} - I_{sh_b}) + Zl_{ac} \cdot (I_{s_c} - I_{sh_c})] \\
&+ Z_{f_a} \cdot I_{F_a} + Z_{f_{abc}} \cdot (I_{F_a} + I_{F_b} + I_{F_c}) \quad (190)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_{s_b} &= -V_{se_b} + Z_{se_b} \cdot (I_{s_b} - I_{sh_b}) \\
&+ x \cdot [Zl_{ba} \cdot (I_{s_a} - I_{sh_a}) + Zl_{bb} \cdot (I_{s_b} - I_{sh_b}) + Zl_{bc} \cdot (I_{s_c} - I_{sh_c})] \\
&+ Z_{f_b} \cdot I_{F_b} + Z_{f_{abc}} \cdot (I_{F_a} + I_{F_b} + I_{F_c}) \quad (191)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_{s_c} &= -V_{se_c} + Z_{se_c} \cdot (I_{s_c} - I_{sh_c}) \\
&+ x \cdot [Zl_{ca} \cdot (I_{s_a} - I_{sh_a}) + Zl_{cb} \cdot (I_{s_b} - I_{sh_b}) + Zl_{cc} \cdot (I_{s_c} - I_{sh_c})] \\
&+ Z_{f_c} \cdot I_{F_c} + Z_{f_{abc}} \cdot (I_{F_a} + I_{F_b} + I_{F_c}) \quad (192)
\end{aligned}$$

onde $I_{F_k} = I_{s_k} - I_{s_{kk}} + I_{r_k}$ e $k = \{a, b, c\}$. Desenvolvendo os produtos dos números complexos e isolando as partes reais e imaginárias de (190), (191) e (192), encontra-se:

$$\begin{aligned}
V_{s_c}^r + V_{se_c}^r - Z_{se_c}^r \cdot (I_{s_c}^r - I_{sh_c}^r) + Z_{se_c}^i \cdot (I_{s_c}^i - I_{sh_c}^i) \\
= x [Zl_{ca}^r \cdot (I_{s_a}^r - I_{sh_a}^r) - Zl_{ca}^i \cdot (I_{s_a}^i - I_{sh_a}^i) + Zl_{cb}^r \cdot (I_{s_b}^r - I_{sh_b}^r) \\
- Zl_{cb}^i \cdot (I_{s_b}^i - I_{sh_b}^i) + Zl_{cc}^r \cdot (I_{s_c}^r - I_{sh_c}^r) - Zl_{cc}^i \cdot (I_{s_c}^i - I_{sh_c}^i)] \\
+ Z_{f_c}^r \cdot I_{F_c}^r - Z_{f_c}^i \cdot I_{F_c}^i + Z_{f_{abc}}^r \cdot (I_{F_a}^r + I_{F_b}^r + I_{F_c}^r) - Z_{f_{abc}}^i \cdot (I_{F_a}^i + I_{F_b}^i + I_{F_c}^i) \quad (193)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_{s_c}^i + V_{se_c}^i - Z_{se_c}^r \cdot (I_{s_c}^i - I_{sh_c}^i) - Z_{se_c}^i \cdot (I_{s_c}^r - I_{sh_c}^r) \\
= x [Zl_{ca}^r \cdot (I_{s_a}^i - I_{sh_a}^i) + Zl_{ca}^i \cdot (I_{s_a}^r - I_{sh_a}^r) + Zl_{cb}^r \cdot (I_{s_b}^i - I_{sh_b}^i) \\
+ Zl_{cb}^i \cdot (I_{s_b}^r - I_{sh_b}^r) + Zl_{cc}^r \cdot (I_{s_c}^i - I_{sh_c}^i) + Zl_{cc}^i \cdot (I_{s_c}^r - I_{sh_c}^r)] \\
+ Z_{f_c}^r \cdot I_{F_c}^i + Z_{f_c}^i \cdot I_{F_c}^r + Z_{f_{abc}}^r \cdot (I_{F_a}^i + I_{F_b}^i + I_{F_c}^i) + Z_{f_{abc}}^i \cdot (I_{F_a}^r + I_{F_b}^r + I_{F_c}^r) \quad (194)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_{s_b}^r + V_{se_b}^r - Z_{se_b}^r \cdot (I_{s_b}^r - I_{sh_b}^r) + Z_{se_b}^i \cdot (I_{s_b}^i - I_{sh_b}^i) \\
= x [Zl_{ba}^r \cdot (I_{s_a}^r - I_{sh_a}^r) - Zl_{ba}^i \cdot (I_{s_a}^i - I_{sh_a}^i) + Zl_{bb}^r \cdot (I_{s_b}^r - I_{sh_b}^r) \\
- Zl_{bb}^i \cdot (I_{s_b}^i - I_{sh_b}^i) + Zl_{bc}^r \cdot (I_{s_c}^r - I_{sh_c}^r) - Zl_{bc}^i \cdot (I_{s_c}^i - I_{sh_c}^i)] \\
+ Z_{f_b}^r \cdot I_{F_b}^r - Z_{f_b}^i \cdot I_{F_b}^i + Z_{f_{abc}}^r \cdot (I_{F_a}^r + I_{F_b}^r + I_{F_c}^r) - Z_{f_{abc}}^i \cdot (I_{F_a}^i + I_{F_b}^i + I_{F_c}^i) \quad (195)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_{s_b}^i + V_{se_b}^i - Z_{se_b}^r \cdot (I_{s_b}^i - I_{sh_b}^i) - Z_{se_b}^i \cdot (I_{s_b}^r - I_{sh_b}^r) \\
= x [Zl_{ba}^r \cdot (I_{s_a}^i - I_{sh_a}^i) + Zl_{ba}^i \cdot (I_{s_a}^r - I_{sh_a}^r) + Zl_{bb}^r \cdot (I_{s_b}^i - I_{sh_b}^i) \\
+ Zl_{bb}^i \cdot (I_{s_b}^r - I_{sh_b}^r) + Zl_{bc}^r \cdot (I_{s_c}^i - I_{sh_c}^i) + Zl_{bc}^i \cdot (I_{s_c}^r - I_{sh_c}^r)] \\
+ Z_{f_b}^r \cdot I_{F_b}^i + Z_{f_b}^i \cdot I_{F_b}^r + Z_{f_{abc}}^r \cdot (I_{F_a}^i + I_{F_b}^i + I_{F_c}^i) + Z_{f_{abc}}^i \cdot (I_{F_a}^r + I_{F_b}^r + I_{F_c}^r) \quad (196)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_{s_a}^r + V_{se_a}^r - Z_{se_a}^r \cdot (I_{s_a}^r - I_{sh_a}^r) + Z_{se_a}^i \cdot (I_{s_a}^i - I_{sh_a}^i) \\
= x [Zl_{aa}^r \cdot (I_{s_a}^r - I_{sh_a}^r) - Zl_{aa}^i \cdot (I_{s_a}^i - I_{sh_a}^i) + Zl_{ab}^r \cdot (I_{s_b}^r - I_{sh_b}^r) \\
- Zl_{ab}^i \cdot (I_{s_b}^i - I_{sh_b}^i) + Zl_{ac}^r \cdot (I_{s_c}^r - I_{sh_c}^r) - Zl_{ac}^i \cdot (I_{s_c}^i - I_{sh_c}^i)] \\
+ Z_{f_a}^r \cdot I_{F_a}^r - Z_{f_a}^i \cdot I_{F_a}^i + Z_{f_{abc}}^r \cdot (I_{F_a}^r + I_{F_b}^r + I_{F_c}^r) - Z_{f_{abc}}^i \cdot (I_{F_a}^i + I_{F_b}^i + I_{F_c}^i) \quad (197)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_{s_a}^i + V_{se_a}^i - Z_{se_a}^r \cdot (I_{s_a}^i - I_{sh_a}^i) - Z_{se_a}^i \cdot (I_{s_a}^r - I_{sh_a}^r) \\
= x [Zl_{aa}^r \cdot (I_{s_a}^i - I_{sh_a}^i) + Zl_{aa}^i \cdot (I_{s_a}^r - I_{sh_a}^r) + Zl_{ab}^r \cdot (I_{s_b}^i - I_{sh_b}^i) \\
+ Zl_{ab}^i \cdot (I_{s_b}^r - I_{sh_b}^r) + Zl_{ac}^r \cdot (I_{s_c}^i - I_{sh_c}^i) + Zl_{ac}^i \cdot (I_{s_c}^r - I_{sh_c}^r)] \\
+ Z_{f_a}^r \cdot I_{F_a}^i + Z_{f_a}^i \cdot I_{F_a}^r + Z_{f_{abc}}^r \cdot (I_{F_a}^i + I_{F_b}^i + I_{F_c}^i) + Z_{f_{abc}}^i \cdot (I_{F_a}^r + I_{F_b}^r + I_{F_c}^r) \quad (198)
\end{aligned}$$

Assim, também, podem ser escritas as equações para as tensões no terminal remoto em função da tensão no ponto da falta como:

$$V_{r_c} = (1 - x) \cdot [Zl_c] \cdot [I_r] + V_{F_c} \quad (199)$$

$$V_{F_c} = Z_{f_c} \cdot I_{F_c} + Z_{f_{abc}} \cdot (I_{F_a} + I_{F_b} + I_{F_c}) \quad (200)$$

da mesma forma, para a fase “b” têm-se:

$$V_{r_b} = (1 - x) \cdot [\mathbf{Z}l_b] \cdot [I_r] + V_{F_b} \quad (201)$$

$$V_{F_b} = Z_{f_b} \cdot I_{F_b} + Z_{f_{abc}} \cdot (I_{F_a} + I_{F_b} + I_{F_c}) \quad (202)$$

e para a fase “a”

$$V_{r_a} = (1 - x) \cdot [\mathbf{Z}l_a] \cdot [I_r] + V_{F_a} \quad (203)$$

$$V_{F_a} = Z_{f_a} \cdot I_{F_a} + Z_{f_{abc}} \cdot (I_{F_a} + I_{F_b} + I_{F_c}) \quad (204)$$

substituindo (200) em (199), (202) em (201) e (204) em (203):

$$V_{r_c} = (1 - x) \cdot [\mathbf{Z}l_c] \cdot [I_r] + Z_{f_c} \cdot I_{F_c} + Z_{f_{abc}} \cdot (I_{F_a} + I_{F_b} + I_{F_c}) \quad (205)$$

$$V_{r_b} = (1 - x) \cdot [\mathbf{Z}l_b] \cdot [I_r] + Z_{f_b} \cdot I_{F_b} + Z_{f_{abc}} \cdot (I_{F_a} + I_{F_b} + I_{F_c}) \quad (206)$$

$$V_{r_a} = (1 - x) \cdot [\mathbf{Z}l_a] \cdot [I_r] + Z_{f_a} \cdot I_{F_a} + Z_{f_{abc}} \cdot (I_{F_a} + I_{F_b} + I_{F_c}) \quad (207)$$

Resolvendo os produtos vetoriais de (205), (206) e (207) obtêm-se:

$$V_{r_c} = (1 - x) \cdot [Zl_{ca} \cdot I_{r_a} + Zl_{cb} \cdot I_{r_b} + Zl_{cc} \cdot I_{r_c}] + Z_{f_c} \cdot I_{F_c} + Z_{f_{abc}} \cdot (I_{F_a} + I_{F_b} + I_{F_c}) \quad (208)$$

$$V_{r_b} = (1 - x) \cdot [Zl_{ba} \cdot I_{r_a} + Zl_{bb} \cdot I_{r_b} + Zl_{bc} \cdot I_{r_c}] + Z_{f_b} \cdot I_{F_b} + Z_{f_{abc}} \cdot (I_{F_a} + I_{F_b} + I_{F_c}) \quad (209)$$

$$V_{r_a} = (1 - x) \cdot [Zl_{aa} \cdot I_{r_a} + Zl_{ab} \cdot I_{r_b} + Zl_{ac} \cdot I_{r_c}] + Z_{f_a} \cdot I_{F_a} + Z_{f_{abc}} \cdot (I_{F_a} + I_{F_b} + I_{F_c}) \quad (210)$$

Resolvendo agora os produtos de polinômios, agrupando os termos que não multiplicam as incógnitas e isolando as partes reais e imaginárias, obtêm-se:

$$\begin{aligned}
V_{r_c}^r &- Zl_{ca}^r \cdot I_{r_a}^r + Zl_{ca}^i \cdot I_{r_a}^i - Zl_{cb}^r \cdot I_{r_b}^r + Zl_{cb}^i \cdot I_{r_b}^i - Zl_{cc}^r \cdot I_{r_c}^r + Zl_{cc}^i \cdot I_{r_c}^i = \\
&- x \cdot [Zl_{ca}^r \cdot I_{r_a}^r - Zl_{ca}^i \cdot I_{r_a}^i + Zl_{cb}^r \cdot I_{r_b}^r - Zl_{cb}^i \cdot I_{r_b}^i + Zl_{cc}^r \cdot I_{r_c}^r - Zl_{cc}^i \cdot I_{r_c}^i] \\
&Z_{f_c}^r \cdot I_{F_c}^r - Z_{f_c}^i \cdot I_{F_c}^i + Z_{f_{abc}}^r \cdot (I_{F_a}^r + I_{F_b}^r + I_{F_c}^r) - Z_{f_{abc}}^i \cdot (I_{F_a}^i + I_{F_b}^i + I_{F_c}^i) \quad (211)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_{r_c}^i &- Zl_{ca}^r \cdot I_{r_a}^i - Zl_{ca}^i \cdot I_{r_a}^r - Zl_{cb}^r \cdot I_{r_b}^i - Zl_{cb}^i \cdot I_{r_b}^r - Zl_{cc}^r \cdot I_{r_c}^i - Zl_{cc}^i \cdot I_{r_c}^r = \\
&- x \cdot [Zl_{ca}^r \cdot I_{r_a}^i + Zl_{ca}^i \cdot I_{r_a}^r + Zl_{cb}^r \cdot I_{r_b}^i + Zl_{cb}^i \cdot I_{r_b}^r + Zl_{cc}^r \cdot I_{r_c}^i + Zl_{cc}^i \cdot I_{r_c}^r] \\
&Z_{f_c}^r \cdot I_{F_c}^i + Z_{f_c}^i \cdot I_{F_c}^r + Z_{f_{abc}}^r \cdot (I_{F_a}^i + I_{F_b}^i + I_{F_c}^i) + Z_{f_{abc}}^i \cdot (I_{F_a}^r + I_{F_b}^r + I_{F_c}^r) \quad (212)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_{r_b}^r &- Zl_{ba}^r \cdot I_{r_a}^r + Zl_{ba}^i \cdot I_{r_a}^i - Zl_{bb}^r \cdot I_{r_b}^r + Zl_{bb}^i \cdot I_{r_b}^i - Zl_{bc}^r \cdot I_{r_c}^r + Zl_{bc}^i \cdot I_{r_c}^i = \\
&- x \cdot [Zl_{cb}^r \cdot I_{r_a}^r - Zl_{ba}^i \cdot I_{r_a}^i + Zl_{bb}^r \cdot I_{r_b}^r - Zl_{bb}^i \cdot I_{r_b}^i + Zl_{bc}^r \cdot I_{r_c}^r - Zl_{bc}^i \cdot I_{r_c}^i] \\
&Z_{f_b}^r \cdot I_{F_b}^r - Z_{f_b}^i \cdot I_{F_b}^i + Z_{f_{abc}}^r \cdot (I_{F_a}^r + I_{F_b}^r + I_{F_c}^r) - Z_{f_{abc}}^i \cdot (I_{F_a}^i + I_{F_b}^i + I_{F_c}^i) \quad (213)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_{r_b}^i &- Zl_{ba}^r \cdot I_{r_a}^i - Zl_{ba}^i \cdot I_{r_a}^r - Zl_{bb}^r \cdot I_{r_b}^i - Zl_{bb}^i \cdot I_{r_b}^r - Zl_{bc}^r \cdot I_{r_c}^i - Zl_{bc}^i \cdot I_{r_c}^r = \\
&- x \cdot [Zl_{ba}^r \cdot I_{r_a}^i + Zl_{ba}^i \cdot I_{r_a}^r + Zl_{bb}^r \cdot I_{r_b}^i + Zl_{bb}^i \cdot I_{r_b}^r + Zl_{bc}^r \cdot I_{r_c}^i + Zl_{bc}^i \cdot I_{r_c}^r] \\
&Z_{f_b}^r \cdot I_{F_b}^i + Z_{f_b}^i \cdot I_{F_b}^r + Z_{f_{abc}}^r \cdot (I_{F_a}^i + I_{F_b}^i + I_{F_c}^i) + Z_{f_{abc}}^i \cdot (I_{F_a}^r + I_{F_b}^r + I_{F_c}^r) \quad (214)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_{r_a}^r &- Zl_{aa}^r \cdot I_{r_a}^r + Zl_{aa}^i \cdot I_{r_a}^i - Zl_{ab}^r \cdot I_{r_b}^r + Zl_{ab}^i \cdot I_{r_b}^i - Zl_{ac}^r \cdot I_{r_c}^r + Zl_{ac}^i \cdot I_{r_c}^i = \\
&- x \cdot [Zl_{aa}^r \cdot I_{r_a}^r - Zl_{aa}^i \cdot I_{r_a}^i + Zl_{ab}^r \cdot I_{r_b}^r - Zl_{ab}^i \cdot I_{r_b}^i + Zl_{ac}^r \cdot I_{r_c}^r - Zl_{ac}^i \cdot I_{r_c}^i] \\
&Z_{f_a}^r \cdot I_{F_a}^r - Z_{f_a}^i \cdot I_{F_a}^i + Z_{f_{abc}}^r \cdot (I_{F_a}^r + I_{F_b}^r + I_{F_c}^r) - Z_{f_{abc}}^i \cdot (I_{F_a}^i + I_{F_b}^i + I_{F_c}^i) \quad (215)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_{r_a}^i &- Zl_{aa}^r \cdot I_{r_a}^i - Zl_{aa}^i \cdot I_{r_a}^r - Zl_{ab}^r \cdot I_{r_b}^i - Zl_{ab}^i \cdot I_{r_b}^r - Zl_{ac}^r \cdot I_{r_c}^i - Zl_{ac}^i \cdot I_{r_c}^r = \\
&- x \cdot [Zl_{aa}^r \cdot I_{r_a}^i + Zl_{aa}^i \cdot I_{r_a}^r + Zl_{ab}^r \cdot I_{r_b}^i + Zl_{ab}^i \cdot I_{r_b}^r + Zl_{ac}^r \cdot I_{r_c}^i + Zl_{ac}^i \cdot I_{r_c}^r] \\
&Z_{f_a}^r \cdot I_{F_a}^i + Z_{f_a}^i \cdot I_{F_a}^r + Z_{f_{abc}}^r \cdot (I_{F_a}^i + I_{F_b}^i + I_{F_c}^i) + Z_{f_{abc}}^i \cdot (I_{F_a}^r + I_{F_b}^r + I_{F_c}^r) \quad (216)
\end{aligned}$$

De forma compacta, as equações (193)–(198) e (211)–(216) podem ser escritas como:

$$V_{eq_{s_c}}^r = N_{ffft_c}^r \cdot x + Z_{f_c}^r \cdot I_{F_c}^r - Z_{f_c}^i \cdot I_{F_c}^i + Z_{f_{abc}}^r \cdot (I_{F_a}^r + I_{F_b}^r + I_{F_c}^r) - Z_{f_{abc}}^i \cdot (I_{F_a}^i + I_{F_b}^i + I_{F_c}^i) \quad (217)$$

$$V_{eq_{s_c}}^i = N_{ffft_c}^i \cdot x + Z_{f_c}^r \cdot I_{F_c}^i + Z_{f_c}^i \cdot I_{F_c}^r + Z_{f_{abc}}^r \cdot (I_{F_a}^i + I_{F_b}^i + I_{F_c}^i) + Z_{f_{abc}}^i \cdot (I_{F_a}^r + I_{F_b}^r + I_{F_c}^r) \quad (218)$$

$$V_{eq_{s_b}}^r = N_{ffft_b}^r \cdot x + Z_{f_b}^r \cdot I_{F_b}^r - Z_{f_b}^i \cdot I_{F_b}^i + Z_{f_{abc}}^r \cdot (I_{F_a}^r + I_{F_b}^r + I_{F_c}^r) - Z_{f_{abc}}^i \cdot (I_{F_a}^i + I_{F_b}^i + I_{F_c}^i) \quad (219)$$

$$V_{eq_{s_b}}^i = N_{ffft_b}^i \cdot x + Z_{f_b}^r \cdot I_{F_b}^i + Z_{f_b}^i \cdot I_{F_b}^r + Z_{f_{abc}}^r \cdot (I_{F_a}^i + I_{F_b}^i + I_{F_c}^i) + Z_{f_{abc}}^i \cdot (I_{F_a}^r + I_{F_b}^r + I_{F_c}^r) \quad (220)$$

$$V_{eq_{s_a}}^r = N_{ffft_a}^r \cdot x + Z_{f_a}^r \cdot I_{F_a}^r - Z_{f_a}^i \cdot I_{F_a}^i + Z_{f_{abc}}^r \cdot (I_{F_a}^r + I_{F_b}^r + I_{F_c}^r) - Z_{f_{abc}}^i \cdot (I_{F_a}^i + I_{F_b}^i + I_{F_c}^i) \quad (221)$$

$$V_{eq_{s_a}}^i = N_{ffft_a}^i \cdot x + Z_{f_a}^r \cdot I_{F_a}^i + Z_{f_a}^i \cdot I_{F_a}^r + Z_{f_{abc}}^r \cdot (I_{F_a}^i + I_{F_b}^i + I_{F_c}^i) + Z_{f_{abc}}^i \cdot (I_{F_a}^r + I_{F_b}^r + I_{F_c}^r) \quad (222)$$

$$V_{eq_{r_c}}^r = -M_{ffft_c}^r \cdot x + Z_{f_c}^r \cdot I_{F_c}^r - Z_{f_c}^i \cdot I_{F_c}^i + Z_{f_{abc}}^r \cdot (I_{F_a}^r + I_{F_b}^r + I_{F_c}^r) - Z_{f_{abc}}^i \cdot (I_{F_a}^i + I_{F_b}^i + I_{F_c}^i) \quad (223)$$

$$V_{eq_{r_c}}^i = -M_{ffft_c}^i \cdot x + Z_{f_c}^r \cdot I_{F_c}^i + Z_{f_c}^i \cdot I_{F_c}^r + Z_{f_{abc}}^r \cdot (I_{F_a}^i + I_{F_b}^i + I_{F_c}^i) + Z_{f_{abc}}^i \cdot (I_{F_a}^r + I_{F_b}^r + I_{F_c}^r) \quad (224)$$

$$V_{eq_{r_b}}^r = -M_{ffft_b}^r \cdot x + Z_{f_b}^r \cdot I_{F_b}^r - Z_{f_b}^i \cdot I_{F_b}^i + Z_{f_{abc}}^r \cdot (I_{F_a}^r + I_{F_b}^r + I_{F_c}^r) - Z_{f_{abc}}^i \cdot (I_{F_a}^i + I_{F_b}^i + I_{F_c}^i) \quad (225)$$

$$V_{eqr_b}^i = -M_{ffft_b}^i \cdot x + Z_{f_b}^r \cdot I_{F_b}^i + Z_{f_b}^i \cdot I_{F_b}^r + Z_{f_{abc}}^r \cdot (I_{F_c}^i + I_{F_b}^i + I_{F_c}^r) + Z_{f_{abc}}^i \cdot (I_{F_c}^r + I_{F_b}^r + I_{F_c}^i) \quad (226)$$

$$V_{eqr_a}^r = -M_{ffft_a}^r \cdot x + Z_{f_a}^r \cdot I_{F_a}^r - Z_{f_a}^i \cdot I_{F_a}^i + Z_{f_{abc}}^r \cdot (I_{F_a}^r + I_{F_b}^r + I_{F_c}^r) - Z_{f_{abc}}^i \cdot (I_{F_a}^i + I_{F_b}^i + I_{F_c}^i) \quad (227)$$

$$V_{eqr_a}^i = -M_{ffft_a}^i \cdot x + Z_{f_a}^r \cdot I_{F_a}^i + Z_{f_a}^i \cdot I_{F_a}^r + Z_{f_{abc}}^r \cdot (I_{F_c}^i + I_{F_b}^i + I_{F_c}^r) + Z_{f_{abc}}^i \cdot (I_{F_c}^r + I_{F_b}^r + I_{F_c}^i) \quad (228)$$

onde:

$$V_{eqs_c}^r = V_{s_c}^r + V_{se_c}^r - Z_{se_c}^r \cdot (I_{s_c}^r - I_{sh_c}^r) + Z_{se_c}^i \cdot (I_{s_c}^i - I_{sh_c}^i) \quad (229)$$

$$V_{eqs_c}^i = V_{s_c}^i + V_{se_c}^i - Z_{se_c}^r \cdot (I_{s_c}^i - I_{sh_c}^i) - Z_{se_c}^i \cdot (I_{s_c}^r - I_{sh_c}^r) \quad (230)$$

$$V_{eqs_b}^r = V_{s_b}^r + V_{se_b}^r - Z_{se_b}^r \cdot (I_{s_b}^r - I_{sh_b}^r) + Z_{se_b}^i \cdot (I_{s_b}^i - I_{sh_b}^i) \quad (231)$$

$$V_{eqs_b}^i = V_{s_b}^i + V_{se_b}^i - Z_{se_b}^r \cdot (I_{s_b}^i - I_{sh_b}^i) - Z_{se_b}^i \cdot (I_{s_b}^r - I_{sh_b}^r) \quad (232)$$

$$V_{eqs_a}^r = V_{s_a}^r + V_{se_a}^r - Z_{se_a}^r \cdot (I_{s_a}^r - I_{sh_a}^r) + Z_{se_a}^i \cdot (I_{s_a}^i - I_{sh_a}^i) \quad (233)$$

$$V_{eqs_a}^i = V_{s_a}^i + V_{se_a}^i - Z_{se_a}^r \cdot (I_{s_a}^i - I_{sh_a}^i) - Z_{se_a}^i \cdot (I_{s_a}^r - I_{sh_a}^r) \quad (234)$$

$$V_{eqr_c}^r = V_{r_c}^r - Zl_{ca}^r \cdot I_{r_a}^r + Zl_{ca}^i \cdot I_{r_a}^i - Zl_{cb}^r \cdot I_{r_b}^r + Zl_{cb}^i \cdot I_{r_b}^i - Zl_{cc}^r \cdot I_{r_c}^r + Zl_{cc}^i \cdot I_{r_c}^i \quad (235)$$

$$V_{eqr_c}^i = V_{r_c}^i - Zl_{ca}^r \cdot I_{r_a}^i - Zl_{ca}^i \cdot I_{r_a}^r - Zl_{cb}^r \cdot I_{r_b}^i - Zl_{cb}^i \cdot I_{r_b}^r - Zl_{cc}^r \cdot I_{r_c}^i - Zl_{cc}^i \cdot I_{r_c}^r \quad (236)$$

$$V_{eqr_b}^r = V_{r_b}^r - Zl_{ba}^r \cdot I_{r_a}^r + Zl_{ba}^i \cdot I_{r_a}^i - Zl_{bb}^r \cdot I_{r_b}^r + Zl_{bb}^i \cdot I_{r_b}^i - Zl_{bc}^r \cdot I_{r_c}^r + Zl_{bc}^i \cdot I_{r_c}^i \quad (237)$$

$$V_{eqr_b}^i = V_{r_b}^i - Zl_{ba}^r \cdot I_{r_a}^i - Zl_{ba}^i \cdot I_{r_a}^r - Zl_{bb}^r \cdot I_{r_b}^i - Zl_{bb}^i \cdot I_{r_b}^r - Zl_{bc}^r \cdot I_{r_c}^i - Zl_{bc}^i \cdot I_{r_c}^r \quad (238)$$

$$V_{eqr_a}^r = V_{r_a}^r - Zl_{aa}^r \cdot I_{r_a}^r + Zl_{aa}^i \cdot I_{r_a}^i - Zl_{ab}^r \cdot I_{r_b}^r + Zl_{ab}^i \cdot I_{r_b}^i - Zl_{ac}^r \cdot I_{r_c}^r + Zl_{ac}^i \cdot I_{r_c}^i \quad (239)$$

$$V_{eqr_a}^i = V_{r_a}^i - Zl_{aa}^r \cdot I_{r_a}^i - Zl_{aa}^i \cdot I_{r_a}^r - Zl_{ab}^r \cdot I_{r_b}^i - Zl_{ab}^i \cdot I_{r_b}^r - Zl_{ac}^r \cdot I_{r_c}^i - Zl_{ac}^i \cdot I_{r_c}^r \quad (240)$$

$$\begin{aligned} N_{ffft_c}^r &= [Zl_{ca}^r (I_{s_a}^r - I_{sh_a}^r) - Zl_{ca}^i (I_{s_a}^i - I_{sh_a}^i) + Zl_{cb}^r (I_{s_b}^r - I_{sh_b}^r) \\ &\quad - Zl_{cb}^i (I_{s_b}^i - I_{sh_b}^i) + Zl_{cc}^r (I_{s_c}^r - I_{sh_c}^r) - Zl_{cc}^i (I_{s_c}^i - I_{sh_c}^i)] \quad (241) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{ffft_c}^i &= [Zl_{ca}^r (I_{s_a}^i - I_{sh_a}^i) + Zl_{ca}^i (I_{s_a}^r - I_{sh_a}^r) + Zl_{cb}^r (I_{s_b}^i - I_{sh_b}^i) \\ &\quad + Zl_{cb}^i (I_{s_b}^r - I_{sh_b}^r) + Zl_{cc}^r (I_{s_c}^i - I_{sh_c}^i) + Zl_{cc}^i (I_{s_c}^r - I_{sh_c}^r)] \quad (242) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{ffft_b}^r &= [Zl_{ba}^r (I_{s_a}^r - I_{sh_a}^r) - Zl_{ba}^i (I_{s_a}^i - I_{sh_a}^i) + Zl_{bb}^r (I_{s_b}^r - I_{sh_b}^r) \\ &\quad - Zl_{bb}^i (I_{s_b}^i - I_{sh_b}^i) + Zl_{bc}^r (I_{s_c}^r - I_{sh_c}^r) - Zl_{bc}^i (I_{s_c}^i - I_{sh_c}^i)] \quad (243) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{ffft_b}^i &= [Zl_{ba}^r (I_{s_a}^i - I_{sh_a}^i) + Zl_{ba}^i (I_{s_a}^r - I_{sh_a}^r) + Zl_{bb}^r (I_{s_b}^i - I_{sh_b}^i) \\ &\quad + Zl_{bb}^i (I_{s_b}^r - I_{sh_b}^r) + Zl_{bc}^r (I_{s_c}^i - I_{sh_c}^i) + Zl_{bc}^i (I_{s_c}^r - I_{sh_c}^r)] \quad (244) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{ffft_a}^r &= [Zl_{aa}^r (I_{s_a}^r - I_{sh_a}^r) - Zl_{aa}^i (I_{s_a}^i - I_{sh_a}^i) + Zl_{ab}^r (I_{s_b}^r - I_{sh_b}^r) \\ &\quad - Zl_{ab}^i (I_{s_b}^i - I_{sh_b}^i) + Zl_{ac}^r (I_{s_c}^r - I_{sh_c}^r) - Zl_{ac}^i (I_{s_c}^i - I_{sh_c}^i)] \quad (245) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{ffft_a}^i &= [Zl_{aa}^r (I_{s_a}^i - I_{sh_a}^i) + Zl_{aa}^i (I_{s_a}^r - I_{sh_a}^r) + Zl_{ab}^r (I_{s_b}^i - I_{sh_b}^i) \\ &\quad + Zl_{ab}^i (I_{s_b}^r - I_{sh_b}^r) + Zl_{ac}^r (I_{s_c}^i - I_{sh_c}^i) + Zl_{ac}^i (I_{s_c}^r - I_{sh_c}^r)] \quad (246) \end{aligned}$$

$$M_{ffft_c}^r = [Zl_{ca}^r \cdot I_{r_a}^r - Zl_{ca}^i \cdot I_{r_a}^i + Zl_{cb}^r \cdot I_{r_b}^r - Zl_{cb}^i \cdot I_{r_b}^i + Zl_{cc}^r \cdot I_{r_c}^r - Zl_{cc}^i \cdot I_{r_c}^i] \quad (247)$$

$$M_{ffft_c}^i = [Zl_{ca}^r \cdot I_{r_a}^i + Zl_{ca}^i \cdot I_{r_a}^r + Zl_{cb}^r \cdot I_{r_b}^i + Zl_{cb}^i \cdot I_{r_b}^r + Zl_{cc}^r \cdot I_{r_c}^i + Zl_{cc}^i \cdot I_{r_c}^r] \quad (248)$$

$$M_{ffft_b}^r = [Zl_{ba}^r \cdot I_{r_a}^r + Zl_{ba}^i \cdot I_{r_a}^i + Zl_{bb}^r \cdot I_{r_b}^r + Zl_{bb}^i \cdot I_{r_b}^i + Zl_{bc}^r \cdot I_{r_c}^r + Zl_{bc}^i \cdot I_{r_c}^i] \quad (249)$$

$$M_{ffft_b}^i = [Zl_{ba}^r \cdot I_{r_a}^i + Zl_{ba}^i \cdot I_{r_a}^r + Zl_{bb}^r \cdot I_{r_b}^i + Zl_{bb}^i \cdot I_{r_b}^r + Zl_{bc}^r \cdot I_{r_c}^i + Zl_{bc}^i \cdot I_{r_c}^r] \quad (250)$$

$$M_{ffft_a}^r = [Zl_{aa}^r \cdot I_{r_a}^r + Zl_{aa}^i \cdot I_{r_a}^i + Zl_{ab}^r \cdot I_{r_b}^r + Zl_{ab}^i \cdot I_{r_b}^i + Zl_{ac}^r \cdot I_{r_c}^r + Zl_{ac}^i \cdot I_{r_c}^i] \quad (251)$$

$$M_{ffft_a}^i = [Zl_{aa}^r \cdot I_{r_a}^i + Zl_{aa}^i \cdot I_{r_a}^r + Zl_{ab}^r \cdot I_{r_b}^i + Zl_{ab}^i \cdot I_{r_b}^r + Zl_{ac}^r \cdot I_{r_c}^i + Zl_{ac}^i \cdot I_{r_c}^r] \quad (252)$$

Ou, de forma genérica:

$$N_{ffft_u}^r = \sum_k [Zl_{uk}^r \cdot (I_{s_k}^r - I_{sh_k}^r) - Zl_{uk}^i \cdot (I_{s_k}^i - I_{sh_k}^i)] \quad (253)$$

$$N_{ffft_u}^i = \sum_k [Zl_{uk}^r \cdot (I_{s_k}^i - I_{sh_k}^i) + Zl_{uk}^i \cdot (I_{s_k}^r - I_{sh_k}^r)] \quad (254)$$

$$M_{ffft_u}^r = \sum_k [Zl_{uk}^r \cdot I_{r_k}^r + Zl_{uk}^i \cdot I_{r_k}^i] \quad (255)$$

$$M_{ffft_u}^i = \sum_k [Zl_{uk}^r \cdot I_{r_k}^i + Zl_{uk}^i \cdot I_{r_k}^r] \quad (256)$$

onde $u = \{a, b, c\}$ e $k = \{a, b, c\}$.

Com tudo isso, o sistema de equações (217)–(228) pode ser escrito, de forma matricial, como:

$$\begin{bmatrix} V_{eq_{sc}}^r \\ V_{eq_{sc}}^i \\ V_{eq_{sb}}^r \\ V_{eq_{sb}}^i \\ V_{eq_{sa}}^r \\ V_{eq_{sa}}^i \\ V_{eq_{rc}}^r \\ V_{eq_{rc}}^i \\ V_{eq_{rb}}^r \\ V_{eq_{rb}}^i \\ V_{eq_{ra}}^r \\ V_{eq_{ra}}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{F_c}^r & -I_{F_c}^i & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{F_{abc}}^r & -I_{F_{abc}}^i & N_{ffft_c}^r \\ I_{F_c}^i & I_{F_c}^r & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{F_{abc}}^i & I_{F_{abc}}^r & N_{ffft_c}^i \\ 0 & 0 & I_{F_b}^r & -I_{F_b}^i & 0 & 0 & I_{F_{abc}}^r & -I_{F_{abc}}^i & N_{ffft_b}^r \\ 0 & 0 & I_{F_b}^i & I_{F_b}^r & 0 & 0 & I_{F_{abc}}^i & I_{F_{abc}}^r & N_{ffft_b}^i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{F_a}^r & -I_{F_a}^i & I_{F_{abc}}^r & -I_{F_{abc}}^i & N_{ffft_a}^r \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{F_a}^i & I_{F_a}^r & I_{F_{abc}}^i & I_{F_{abc}}^r & N_{ffft_a}^i \\ I_{F_c}^r & -I_{F_c}^i & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{F_{abc}}^r & -I_{F_{abc}}^i & -M_{ffft_c}^r \\ I_{F_c}^i & I_{F_c}^r & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{F_{abc}}^i & I_{F_{abc}}^r & -M_{ffft_c}^i \\ 0 & 0 & I_{F_b}^r & -I_{F_b}^i & 0 & 0 & I_{F_{abc}}^r & -I_{F_{abc}}^i & -M_{ffft_b}^r \\ 0 & 0 & I_{F_b}^i & I_{F_b}^r & 0 & 0 & I_{F_{abc}}^i & I_{F_{abc}}^r & -M_{ffft_b}^i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{F_a}^r & -I_{F_a}^i & I_{F_{abc}}^r & -I_{F_{abc}}^i & -M_{ffft_a}^r \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{F_a}^i & I_{F_a}^r & I_{F_{abc}}^i & I_{F_{abc}}^r & -M_{ffft_a}^i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Z_{f_c}^r \\ Z_{f_c}^i \\ Z_{f_b}^r \\ Z_{f_b}^i \\ Z_{f_a}^r \\ Z_{f_a}^i \\ Z_{f_{abc}}^r \\ Z_{f_{abc}}^i \\ x \end{bmatrix} \quad (257)$$

Similarmente às faltas fase–terra e fase–fase e fase–fase–terra, o sistema de equações (257) é um sistema sobre determinado da forma:

$$b = A \cdot x \quad (258)$$

assim, para encontrar a solução, um estimador de mínimos quadrados será utilizado ⁴, desta forma, obtêm-se:

$$\hat{x} = (A^T \cdot A)^{-1} \cdot A^T \cdot b \quad (259)$$

3.5 Algoritmo de Proteção Proposto

Relés digitais têm uma estrutura e arquitetura interna bastante conhecida, estas podem ser encontradas em várias referências como (PHADKE; THORP, 2009; ZIEGLER, 2000). Pequenas diferenças de arquitetura podem acontecer de um modelo para outro e de um fabricante para outro, manuais e catálogos dos fabricante de relés oferecem maiores detalhes.

O escopo desta Tese de Doutorado não é aprofundar os detalhes da arquitetura completa de um relé digital, apenas serão tratados os detalhes relacionados ao equacionamento

⁴Maiores detalhes sobre estimadores de Mínimos Quadrados podem ser encontrados no Apêndice A.

para a proteção de distância. De qualquer forma, a modo introdutório, os processos principais para a aquisição e tratamento dos sinais utilizados pelo relé digital serão descritos brevemente. A Figura 12 representa de forma simplificada esse processo.

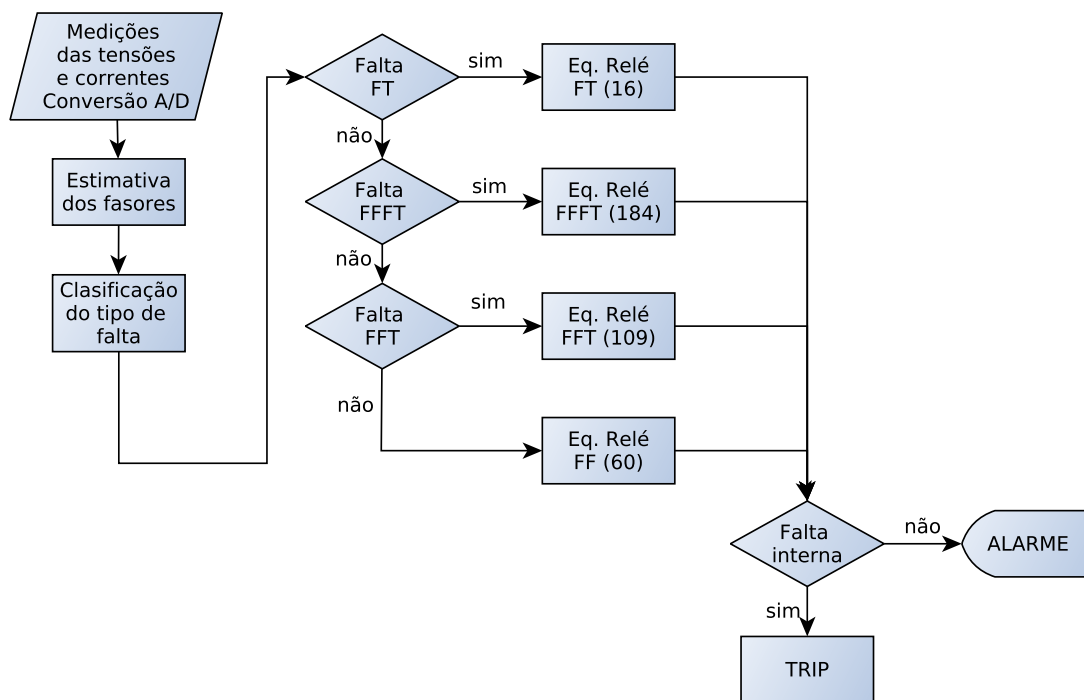


Figura 12: Algoritmo simplificado da metodologia proposta.

Como sinais de entrada, o relé digital recebe os sinais de tensão e corrente provenientes dos Transformadores de Potência (TPs) e Transformadores de Corrente (TCs) respectivamente, (PHADKE; THORP, 2009; HOROWITZ; PHADKE, 2008; ANDERSON, 1999; MASON, 1956). Esses sinais, previamente tratados e condicionados, serão utilizados nas estimativas da impedância aparente. Os relés podem também receber sinais digitais. Esses servem para indicar estados dos equipamentos do próprio pátio da SE, assim como do restante do Sistema Interconectado Nacional (SIN).

Os sinais de entrada são pré-filtrados para evitar que surtos provenientes do sistema possam danificar o relé. Para os sinais de tensão e corrente, são utilizados supressores de surtos. Os surtos de tensão e corrente podem ser provenientes de fenômenos atmosféricos ou de fenômenos próprios do sistema, como chaveamentos ou energizações. Por sua vez, para os sinais digitais, acostumam-se utilizar opto-acopladores para eliminar surtos que possam ser induzidos nos condutores (PHADKE; THORP, 2009). Após a primeira filtragem, os sinais são amostrados e convertidos para sinais digitais através de um con-

versor Analógico/Digital (A/D), para maiores detalhes bibliografia especializada deve ser consultada (PHADKE; THORP, 2009; ZIEGLER, 2000).

Os sinais digitais de tensão e corrente são utilizados para calcular os fasores de tensão e corrente. Para o cálculo desses fasores, diferentes filtros digitais podem ser utilizados, como um filtro de Fourier modificado apresentado em (CHEN; LIU; JIANG, 2006), que será utilizado nesta tese. Outros filtros são apresentados na bibliografia (PHADKE; THORP, 2009; ZIEGLER, 2000). Com os fasores de tensão e corrente pode ser estimada a impedância aparente do sistema que, logo, será comparada com a impedância da zona de proteção do relé, caso a impedância aparente estimada pelo relé seja menor que a da zona de proteção, o sinal de *trip* será gerado.

Neste ponto duas alternativas se destacam, alguns relés calculam as impedâncias aparentes para todos os tipos de falta e caso alguma delas ingressar na zona de proteção envia o sinal de *trip*. Outros utilizam um pré-classificador para detectar e classificar o tipo de falta, logo uma única impedância aparente é calculada, isso permite aumentar a eficiência computacional do relé (PHADKE; THORP, 2009).

Este trabalho de tese trata e apresenta resultados apenas das estimativas das impedâncias aparentes, nas simulações é considerado que o restante foi previamente realizado, ou seja, considera-se como conhecido o tipo de falta, a detecção da falta e os sinais amostrados.

3.6 Relé Tradicional

A maioria das metodologias apresentadas no estado da arte para a proteção de distância em linhas compensadas por dispositivos UPFC utilizam técnicas baseadas em inteligência artificial. Devido a falta de parâmetros para conseguir reproduzi-las, tornou-se necessário utilizar como comparação a metodologia clássica baseada em componentes simétricas, apresentadas a seguir. Essa abordagem já foi utilizada em (ZHOU et al., 2006; SINGH; DAMBHARE, 2013), onde os autores demonstraram que a mesma não consegue proteger a linha para faltas fase-terra no caso de (ZHOU et al., 2006) e, no trabalho de (SINGH; DAMBHARE, 2013), também para faltas fase-fase e fase-fase-terra. Assim, neste trabalho de Tese será utilizada para efeitos de comparação, apenas a metodologia clássica.

Com o fim de resumir as equações utilizadas pelo relé tradicional, a seguir apresentam-

se as mesmas (HOROWITZ; PHADKE, 2008).

3.6.0.1 Falta Fase–Terra

Para uma falta entre a fase “a” e terra as relações entre as correntes e tensões são:

$$V_{1f} = V_1 - Z_{1f} \cdot I_1 \quad (260)$$

$$V_{2f} = V_2 - Z_{2f} \cdot I_2 \quad (261)$$

$$V_{0f} = V_0 - Z_{0f} \cdot I_0 \quad (262)$$

onde V_1 , V_2 , V_0 , I_1 , I_2 e I_0 são as representações em componentes simétricas das tensões e corrente respectivamente. Substituindo as expressões para a tensão da fase “a” em componentes simétricas e reagrupando os termos pode-se escrever,

$$V_{a_f} = V_a - Z_{1f} \cdot I_a - (Z_{0f} - Z_{1f}) \cdot I_0 = 0 \quad (263)$$

Definindo uma nova corrente auxiliar como:

$$I'_a = I_a + \frac{Z_{0f} - Z_{1f}}{Z_{1f}} \cdot I_0 = I_a + \frac{Z_0 - Z_1}{Z_1} \cdot I_0 = I_a - m \cdot I_0 \quad (264)$$

o “m” é conhecido como fator de compensação, o qual tem a função de compensar a corrente da fase em falta pelo acoplamento mútuo com as outras fases. Finalmente a expressão da impedância para o relé fase-terra será:

$$\frac{V_a}{I'_a} = Z_{1f} \quad (265)$$

Assim, o relé energizado com a tensão na fase “a” e a corrente compensada I'_a medem a impedância de sequência positiva.

3.6.0.2 Falta Fase–Fase e Fase–Fase–Terra

Considerando uma falta entre as fases “b” e “c”, as tensões de sequência positiva e negativa, no ponto da falta, são iguais e são definidas por:

$$V_{1f} = V_{2f} = V_1 - Z_{1f} \cdot I_1 = V_2 - Z_{2f} \cdot I_2 \quad (266)$$

Considerando que $Z_{1f} = Z_{2f}$, pode-se expressar (266) como

$$\frac{V_1 - V_2}{I_1 - I_2} = Z_{1f} \quad (267)$$

Escrevendo as tensões e correntes em componente de fase (SAADAT, 2002; HOROWITZ; PHADKE, 2008),

$$V_b = V_0 + \alpha^2 \cdot V_1 + \alpha \cdot V_2 \quad (268)$$

e

$$V_c = V_0 + \alpha \cdot V_1 + \alpha^2 \cdot V_2 \quad (269)$$

então,

$$(V_b - V_c) = (\alpha^2 - \alpha) \cdot (V_1 - V_2) \quad (270)$$

e

$$(V_b - V_c) = (\alpha^2 - \alpha) \cdot (V_1 - V_2) \quad (271)$$

assim, substituindo (270) e (271) em (267),

$$\frac{V_b - V_c}{I_b - I_c} = \frac{V_1 - V_2}{I_1 - I_2} = Z_{1f} \quad (272)$$

Pode ser demonstrado que, para faltas fase-fase-terra, o mesmo grupo de equações que o definido acima determina corretamente o acionamento do relé (HOROWITZ; PHADKE, 2008).

3.6.0.3 Faltas Trifásicas

Para as faltas trifásicas, tem-se

$$V_1 = V_a = Z_{1f} \cdot I_1 = Z_{1f} \cdot I_a \quad (273)$$

$$V_2 = V_0 = 0 \quad (274)$$

$$I_2 = I_0 = 0 \quad (275)$$

Lembrando que $V_a = V_1$, $V_b = \alpha^2 \cdot V_1$ e $V_c = \alpha \cdot V_1$, pode-se escrever para uma falta trifásica

$$\frac{V_a - V_b}{I_a - I_b} = \frac{V_b - V_c}{I_b - I_c} = \frac{V_c - V_a}{I_c - I_a} = Z_{1f} \quad (276)$$

3.7 Considerações Finais

Apresentou-se neste Capítulo o equacionamento desenvolvido para a proteção de distância adaptativa para linhas de transmissão compensadas com dispositivos UPFC, compensada pela impedância da falta para as quatro combinações possíveis de faltas. Foi apresentado, também, o desenvolvimento matemático das equações necessárias para a estimação das impedâncias da falta necessárias no processo de compensação do relé de distância proposto. Apresentaram-se, também, as equações a serem utilizadas no Capítulo 4 para comparar o desempenho da metodologia proposta. No Capítulo 4.1, será apresentado o estudo de caso utilizado para a validação desta metodologia, assim como os resultados obtidos.

4 ESTUDO DE CASO E RESULTADOS

Neste Capítulo são apresentados o estudo de caso e os resultados obtidos para a validação da metodologia proposta. Apresentam-se os resultados obtidos, tanto na atuação do relé como também os resultados obtidos na estimação da impedância da falta, para cada uma das diferentes condições de faltas simuladas. Tais condições são detalhadas na Seção 4.1.

4.1 Estudo de Caso

Com o intuito de validar a metodologia proposta para a proteção de distância de linhas compensadas por dispositivos UPFC, realizaram-se diversas simulações de faltas. Cada uma dessas simulações apresenta variações, em algum dos parâmetros do sistema, que podem influenciar no comportamento da falta e, portanto, do relé.

O sistema escolhido para teste, similar ao utilizado em (ZHOU et al., 2006), é composto por três linhas de transmissão, uma delas com a potência controlada pelo dispositivo UPFC. As simulações foram implementadas e simuladas com a biblioteca SymPowerSystems do Simulink/Matlab®(MATLAB, 2006). Por sua vez as equações do Relé foram implementadas em Matlab®. Para conseguir o grande número de simulações necessárias para a validação da metodologia, implementou-se um código em Matlab®que permite simular todos os diferentes casos de forma automática.

Para maiores detalhes do funcionamento e modelagem do dispositivo UPFC assim como simulações onde é comprovado o correto controle da potência são apresentados no Apêndice C.

4.1.1 Sistema Teste

O sistema de teste, apresentado na Figura 13, é composto por três barras, três linhas de transmissão e o dispositivo UPFC conectado entre as barras 1 e 3, através do barramento auxiliar 2. O Relé de Distância é instalado na barra 1, do lado do dispositivo UPFC.

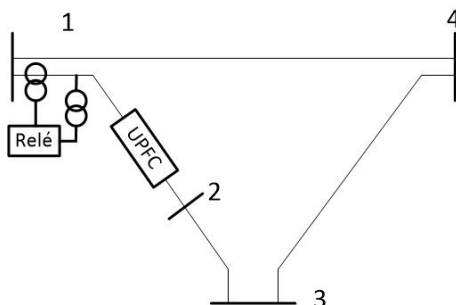


Figura 13: Esquema unifilar do sistema teste.

A Figura 14 apresenta, a modo de exemplo, o sistema implementado no Simulink/Matlab para as simulações das faltas trifásicas na linha protegida.

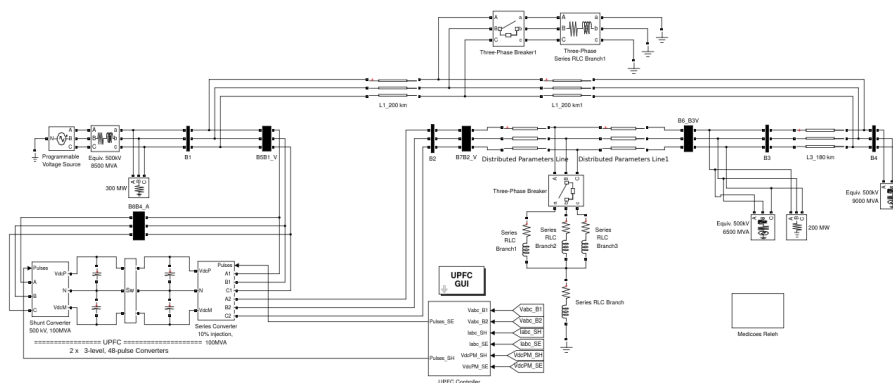


Figura 14: Sistema teste implementado para simulações no Simulink/Matlab.

4.1.2 Casos Simulados

Para validar amplamente a metodologia apresentada, simularam-se diferentes condições de falta. Para isso, diferentes condições de operação do dispositivo UPFC, resistências de falta, reatâncias de falta, distâncias de falta (internas e externas à Zona 1) e vários ângulos de inserção da falta foram simulados. A Tabela 1 sumariza essas condições. Para a Zona 1 é considerado que o relé protege 75% da linha de transmissão.

A validação da metodologia em relação à compensação de potência foi realizada analisando diferentes condições de operação do dispositivo UPFC, para isso, definiram-se

Tabela 1: Casos simulados para validação da metodologia proposta.

Faltas	Casos	Ângulos	R_f	X_f	Distâncias	Subtotal
FF	7	4	6	3	5	2520
FFFT	7	4	6	3	5	2520
FFT	7	4	6	3	5	2520
FT	7	4	6	3	5	2520
Total						10080

sete casos, cada um dos casos está indicado na Tabela 2.

Tabela 2: Condições de operação.

Caso	Modo	P_{ref} [MW]	Q_{ref} [Mvar]	V_{ref} [pu]
1	UPFC	10	-2	—
2	UPFC	7	-1	—
3	UPFC	8	+2	—
4	UPFC	8	-2	—
5	SSSC	—	—	0.1
6	STATCOM	—	0.7	—
7	—	—	—	—

Simularam-se também cinco distâncias de faltas, como se indica na Tabela 1, essas distâncias são 15, 40, 70, 80 e 85% do comprimento da linha de transmissão. Desta forma, cobriu-se várias condições de faltas internas e externas. Devido ao tipo de modelo utilizado na representação da linha de transmissão, a menor distância de falta que podia ser simulada foi de 15%, tanto no início quanto no final da linha. Isso devido aos tempos de viagem das ondas utilizadas nas simulações.

Para testar a capacidade da metodologia de estimar e compensar a impedância da falta simularam-se faltas com valores de resistência de falta de 0,5, 10, 20, 40 e 50 Ω , de reatância de falta de 0, 2 e 5 Ω . Os valores de resistência de falta foram determinados de acordo com os valores comumente encontrados na literatura e nos catálogos de fabricantes

de relés. Em relação aos valores da reatância da falta não se encontraram na literatura valores de referência. Assim sendo, escolheram-se arbitrariamente esses valores.

Foi testada, também, a influência do ângulo de incidência da falta no desempenho do relé, para isto, simularam-se faltas com ângulos de incidência de 0, 30, 45 e 90°.

Por outro lado, simularam-se também situações de faltas trifásicas desequilibradas e faltas externas à linha de transmissão protegida pelo relé. Foram simuladas faltas trifásicas desequilibradas para todos os casos de controle apresentados na Tabela 2. As impedâncias utilizadas nas simulações de faltas trifásicas desequilibradas são apresentadas no Apêndice B, totalizando 1680 casos de faltas trifásicas desequilibradas.

A última condição simulada considerou a possibilidade de acontecerem faltas nas linhas vizinhas. Para testar o desempenho da metodologia nessas situações, simularam-se faltas na linha 2, considerando as condições indicadas na Tabela 3. Para faltas externas, apenas as condições de controle 1 a 4 foram consideradas.

Tabela 3: Faltas externas a linha de transmissão simulados para validação da metodologia proposta.

Falta	Casos	Ângulos	R_f	X_f	Distância	Subtotal
FF	4	4	6	3	5	1440
FFFT	4	4	6	3	5	1440
FFT	4	4	6	3	5	1440
FT	4	4	6	3	5	1440
Total						5760

Desta forma, totalizam-se 17520 faltas simuladas no processo de validação da metodologia proposta.

Apresentam-se em primeiro lugar o desempenho do relé na determinação das faltas internas e externas para cada um dos tipos de falta simuladas. Logo, uma análise das estimativas das impedâncias das falta é apresentado. Para isto, serão incluídos resultados obtidos para um caso de falta a terra e um caso de falta apenas entre fases.

As Tabelas apresentadas nas seguintes seções representam os resultados obtidos de forma global, isto é, para todas as faltas simuladas, assim como separadamente para as

faltas Internas e Externas à Zona 1. Para isso, cada vez que as faltas Internas e/ou Externas forem analisadas separadamente, a primeira linha da coluna em questão incluirá a legenda Int/Ext; representando que, nas linhas abaixo, para cada par, a linha de cima representa faltas Internas e a linha de baixo faltas Externas à Zona 1. Isso será válido para todas as análises realizadas.

A Zona 1 do relé utilizado nas simulações foi considerada a 75% do comprimento da linha, medidos desde o terminal local. A Zona 1 dos relés de distância é geralmente definida entre 80% e 90% do comprimento da linha (HOROWITZ; PHADKE, 2008; MASON, 1956). Porém, para conseguir simular o efeito do desequilíbrio e da não transposição nas linhas utilizou-se nas simulações o modelo de parâmetros distribuídos dependentes da frequência. Este é o único modelo disponível no Simulink/Matlab® que permite representar esses efeitos.

Por outra parte, o passo de integração das simulações é definido pelo sistema de controle do dispositivo UPFC. Como esse tempo já está definido o menor trecho de linha possível de ser simulado foi de 15% do comprimento total. Assim, para conseguir simular faltas externas à linha definiu-se (duas situações 80% e 85%), mesmo sem representar um caso normal na prática, optou-se por definir a Zona 1 com 75% do comprimento total da linha de transmissão.

4.2 Análise do desempenho do relé

Nesta Seção são analisados os resultados do desempenho do relé proposto em comparação ao relé tradicional na classificação das faltas em internas e externas. Apresentar-se-ão, também, alguns exemplos das trajetórias das impedâncias aparentes estimadas, assim, muitos fenômenos conseguem ser melhor explicados.

4.2.1 Faltas Fase-Terra

Nesta seção são analisados os resultados do desempenho do relé para faltas fase-terra. A Tabela 4 apresenta o desempenho geral do relé fase-terra. Na Tabela 4, pode ser observado que o relé apresentou um bom desempenho. De forma global, obteve um desempenho de 99,76%, apresentando apenas 6 faltas internas que foram consideradas externas, esses erros aconteceram para faltas aplicadas a 70% do comprimento da linha contando desde o terminal local. Nessas situações, as faltas foram consideradas externas

quando deveriam ter sido internas.

Tabela 4: Desempenho geral do relé para faltas fase-terra.

Tipo	Total	Sub Total	Relé Proposto		Relé Tradicional	
		Int/Ext	Erros	Acertos [%]	Erros	Acertos [%]
FT	2520	1512	6	99,76	1404	42,86
		1008	0		36	

Já o relé tradicional apresentou 1404 erros para as faltas internas, isto é, considerou como faltas externas que deveriam ser internas, enquanto que 36 faltas externas foram consideradas internas.

A Tabela 5 apresenta uma análise da sensibilidade do desempenho do relé à variação da reatância da falta.

Tabela 5: Desempenho do relé para faltas fase-terra em relação à reatância da falta.

$X_f[\Omega]$	Total	Faltas Internas / Externas				Acertos [%]
		Sub-Total	Acertos	Erros	Acertos [%]	
0	840	504	502	2	99,60	99,76
		336	336	0	100	
2	840	504	504	0	100	100
		336	336	0	100	
5	840	504	500	4	99,21	99,52
		336	336	0	100	

O relé proposto apresentou um bom desempenho para todas as reatâncias de falta simuladas, onde quatro dos erros aconteceram para $X_f = 5\Omega$ e dois erros para $X_f = 0\Omega$.

A tabela 6 apresenta uma análise da sensibilidade dos resultados obtidos para faltas fase-terra considerando a variação das resistências de falta simuladas.

Pode-se observar que a metodologia proposta apresenta um desempenho altamente satisfatório, com taxas de quase 100% de acerto, inclusive para resistências de falta de 40 e 50 Ω , consideradas resistências de falta de valor elevado. Ainda os erros aconteceram para quatro situações onde $R_f = 0\Omega$ e em duas situações em que $R_f = 5\Omega$. Em todas as

Tabela 6: Desempenho do relé para faltas fase-terra em relação à resistência da falta.

$R_f[\Omega]$	Total	Faltas Internas / Externas				Acertos [%]
		Sub-Total	Acertos	Erros	Acertos [%]	
0	420	252	248	4	98,41	99,05
		168	168	0	100,00	
5	420	252	250	2	99,21	99,52
		168	168	0	100,00	
10	420	252	252	0	100,00	100,00
		168	168	0	100,00	
20	420	252	252	0	100,00	100,00
		168	168	0	100,00	
40	420	252	252	0	100,00	100,00
		168	168	0	100,00	
50	420	252	252	0	100,00	100,00
		168	168	0	100,00	

situações faltas internas foram consideradas externas.

A Tabela 7 apresenta os resultados obtidos organizados a modo de mostrar a sensibilidade da metodologia proposta ao ângulo de incidência da falta. Pode ser observado que todos os casos de erros aconteceram para $\beta = 30^\circ$. O desempenho obtido foi de 100% para restantes ângulos de falta simulados.

A Tabela 8 apresenta uma análise da sensibilidade da formulação proposta ao tipo de controle de potência do dispositivo UPFC. Cada caso indicado na Tabela 8 foi previamente definido na Tabela 2.

Pode-se observar que os erros aconteceram de forma similar para casos 5 e 6, isto é, quando o dispositivo UPFC funcionando como SSSC e STATCOM, respectivamente. Por outro lado, foram obtidos 100% de acertos para os casos onde o dispositivo UPFC funcionou controlando simultaneamente, P e Q na linha e quando nenhum controle era executado pelo UPFC. Isso indica que a metodologia proposta pode, sem diferenças, ser utilizada também em linhas não compensadas.

Deve ser mencionado que os erros se concentraram nas situações de operação como

Tabela 7: Desempenho do relé para faltas fase-terra em relação ao ângulo de incidência da falta.

β [°]	Total	Faltas Internas / Externas				Acertos [%]
		Sub-Total	Acertos	Erros	Acertos [%]	
0	630	378	378	0	100	100
		252	252	0	100	
30	630	378	372	6	98,41	99,05
		252	252	0	100	
45	630	378	378	0	100	100
		252	252	0	100	
90	630	378	378	0	100	100
		252	252	0	100	

SSSC e SATCOM, numa distância de falta de 70% desde o terminal local, e para resistências de falta de baixo valor.

O desempenho do relé pode ser melhor observado através de uma figura que mostre a trajetória da impedância aparente durante a operação normal e em falta. A Figura 17 representa duas faltas fase-terra internas à Zona 1.

Na Figura 15a apresenta-se uma falta interna simulada a 15% do terminal local, com $R_f = 40\Omega$, $X_f = 2\Omega$, ângulo de incidência de 30° e o dispositivo UPFC operando com as condições definidas no caso 4 da Tabela 2. Observa-se que a trajetória do relé tradicional se mantém afastada da Zona de trip, por outro lado, o relé proposto consegue compensar o efeito da impedância da falta e da compensação do dispositivo UPFC, colocando a impedância aparente dentro da zona de atuação do relé como corresponde para essa situação de falta.

A Figura 15b representa uma falta fase-terra interna a 70% do terminal local, com $R_f = 50\Omega$, $X_f = 5\Omega$, ângulo de incidência de 45° e o dispositivo UPFC opera com as condições definidas no caso 4 da Tabela 2. Da mesma forma que para 15a o relé tradicional não consegue representar corretamente a impedância aparente do sistema em falta, indicando uma falta externa à Zona 1. Por sua vez, o relé proposto conseguiu compensar os efeitos do dispositivo UPFC e da impedância da falta colocando a impedância aparente

Tabela 8: Desempenho do relé para faltas fase-terra em relação aos parâmetros controlados pelo dispositivo UPFC.

Caso	Total	Faltas Internas / Externas				Acertos [%]
		Sub-Total	Acertos	Erros	Acertos [%]	
1	360	216	216	0	100	100
		144	144	0	100	
2	360	216	216	0	100	100
		144	144	0	100	
3	360	216	216	0	100	100
		144	144	0	100	
4	360	216	216	0	100	100
		144	144	0	100	
5	360	216	213	3	98,61	99,17
		144	144	0	100	
6	360	216	213	3	98,61	99,17
		144	144	0	100	
7	360	216	216	0	100	100
		144	144	0	100	

dentro da região de *trip*.

As Figuras 16a e 16b representam faltas fase-terra externas a Zona 1. Na Figura 16a é apresentada a trajetória da impedância aparente para uma falta sólida localizada a 80% do terminal local com ângulo de incidência de 30° e o dispositivo UPFC operando na condição de operação indicada no caso 4, ver Tabela 2. O relé tradicional indicou corretamente uma falta externa, mas isso devido à que a estimação errada da impedância aparente, fazendo com que essa fique afastada da região de *trip* quase para qualquer situação, mesmo em uma situação como esta, onde simulou-se uma falta sólida. No entanto, o relé proposto estimou corretamente a impedância aparente e indicou uma falta externa à Zona 1.

A 16b mostra o resultado obtido para uma falta fase-terra externa à Zona 1 localizada a 85% do terminal local, com $R_f = 50\Omega$, $X_f = 5\Omega$, ângulo de incidência de 0° e o dispositivo UPFC na condição de operação 4, definida na Tabela 2. Como nos casos

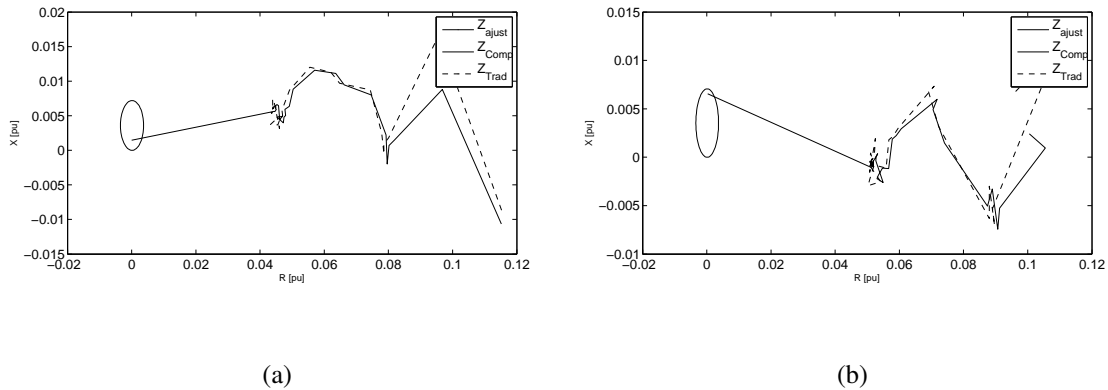


Figura 15: Trajetórias das impedâncias estimadas para faltas fase–terra internas à Zona 1. Impedâncias estimadas pelo relé proposto e o relé tradicional para faltas internas à Zona 1, (a) representa uma falta a 15% do terminal local com $R_f = 40\Omega$ e $X_f = 2\Omega$. (b) representa uma falta a 70% do terminal local com $R_f = 50\Omega$ e $X_f = 5\Omega$.

anteriores o relé proposto foi capaz de compensar os efeitos da impedância da falta assim como da compensação realizada pelo dispositivo UPFC indicando corretamente uma falta externa, enquanto que o relé tradicional se manteve afastado da zona de *trip*, porém devido à má estimativa da impedância aparente.

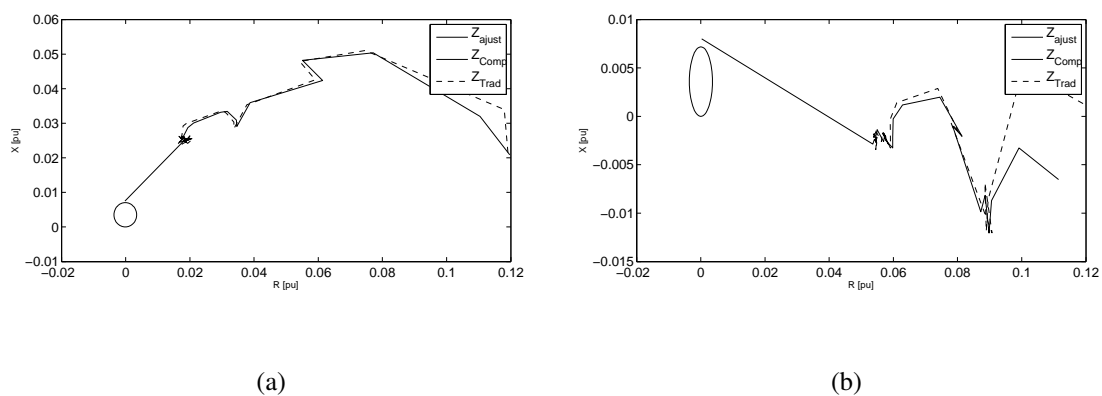


Figura 16: Trajetórias das impedâncias estimadas para faltas fase–terra externas à Zona 1. Impedâncias estimadas pelo relé proposto e o relé tradicional para faltas externas à Zona 1, (a) representa uma falta a 80% do terminal local com $R_f = 0\Omega$ e $X_f = 0\Omega$. (b) representa uma falta a 85% do terminal local com $R_f = 50\Omega$ e $X_f = 5\Omega$.

4.2.2 Faltas Fase–Fase

A seguir apresenta-se uma análise do desempenho do relé em situações de faltas fase–fase. A Tabela 9 mostra os resultados obtidos para o desempenho do relé proposto *versus* o relé tradicional. Pode ser observado que o relé proposto apresentou um desempenho ótimo, com 100% de efetividade nas 2520 faltas simuladas. Assim como no caso das faltas fase-terra o relé tradicional teve desempenho com apenas 44,29% de efetividade, com 1188 faltas internas que foram consideradas externas.

Tabela 9: Desempenho geral do relé para faltas fase–fase.

Tipo	Total	Sub Total	Relé Proposto		Relé Tradicional	
		Int/Ext	Erros	Acertos [%]	Erros	Acertos [%]
FF	2520	1512	0	100	1188	44,29
		1008	0		216	

Da mesma forma que para as faltas fase-terra, a seguir apresentam-se a modo de exemplo algumas das trajetórias das impedâncias aparentes calculadas pelo relé.

A Figura 17a apresenta a trajetória para uma falta fase–fase interna que foi simulada a 15% do terminal local, com $R_f = 50\Omega$, $X_f = 5\Omega$, ângulo de incidência de 45° e o dispositivo UPFC operando na condição 1, ver Tabela 2. Observa-se que o relé tradicional, assim como para as faltas fase–terra, apresentou uma estimativa errada da impedância aparente da falta, indicando que se tratava de uma falta externa. O relé proposto, no entanto, conseguiu estimar e compensar o efeito da impedância da falta assim como o da compensação do dispositivo UPFC.

Na Figura 17b apresenta-se a trajetória para uma falta fase–fase interna sólida simulada a 70% do terminal local com ângulo de incidência de 45° e o dispositivo UPFC operando na condição 1. Nesta situação, embora não tenha acontecido para todas, e pelo contrário, em muitas poucas situações, tanto o relé proposto quanto o relé tradicional conseguiram identificar uma falta interna. Embora o relé tradicional tenha conseguido identificar algumas faltas internas corretamente, esse fato aconteceu em muitas poucas situações de falta, dessa forma não é possível afirmar nada em relação ao desempenho do relé tradicional quando utilizado para proteger faltas fase–fase em linhas compensadas por dispositivos UPFC.

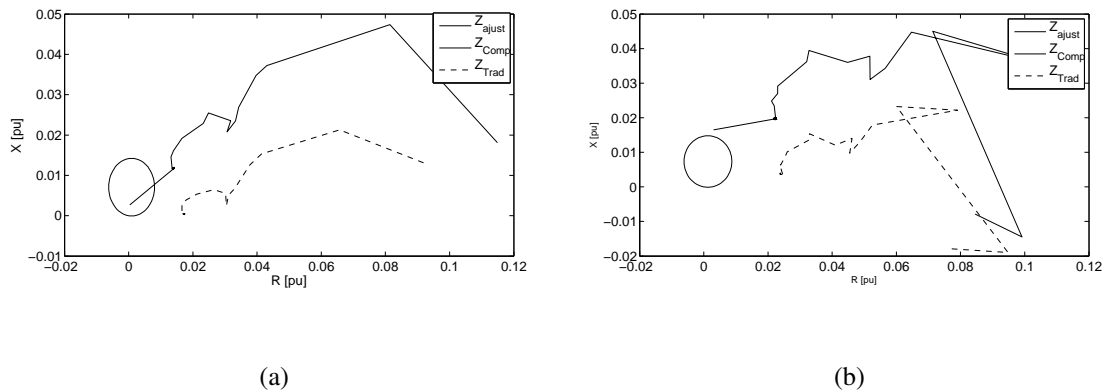


Figura 17: Trajetórias das impedâncias estimadas para faltas fase–fase internas à Zona 1. Impedâncias estimadas pelo relé proposto e o relé tradicional para faltas internas à Zona 1, (a) representa uma falta a 15% do terminal local com $R_f = 50\Omega$ e $X_f = 5\Omega$. (b) representa uma falta a 70% do terminal local com $R_f = 0\Omega$ e $X_f = 0\Omega$.

A Figura 18a apresenta uma falta fase–fase externa à Zona 1 simulada a 80% do terminal local, com $R_f = 0\Omega$, $X_f = 5\Omega$, ângulo de incidência de 0° e o dispositivo UPFC funcionando na condição 1, ver Tabela 2. Como se aprecia na Figura 18a, o relé tradicional apresentou um fenômeno de sobre-alcance indicando, erroneamente, uma falta interna. O relé proposto, no entanto, conseguiu, nesse e em todos os casos simulados para faltas fase–fase, determinar corretamente que se tratava de uma falta externa.

A Figura 18b por sua vez apresenta uma falta fase–fase externa à Zona 1, situada a 85% do terminal local, com $R_f = 50\Omega$, $X_f = 5\Omega$, ângulo de incidência de 0° e o dispositivo UPFC funcionando na condição 1. Mesmo numa condição como essa, onde a falta apresenta um elevado valor de impedância de falta, o relé proposto estimou corretamente o valor da impedância aparente indicando que se tratava de uma falta externa.

Com auxílio das Figuras apresentadas pode-se observar que o efeito nocivo da compensação de potência efetuada pelo dispositivo UPFC, no relé tradicional, é muito menor para as faltas fase–fase do que para faltas fase–terra. Mesmo assim o relé proposto consegue melhor desempenho, estimando corretamente 100% das faltas simuladas.

4.2.3 Fatas Fase–Fase–Terra

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos para a validação do relé em situações de faltas fase–fase–terra. A Tabela 10 apresenta os resultados obtidos para o de-

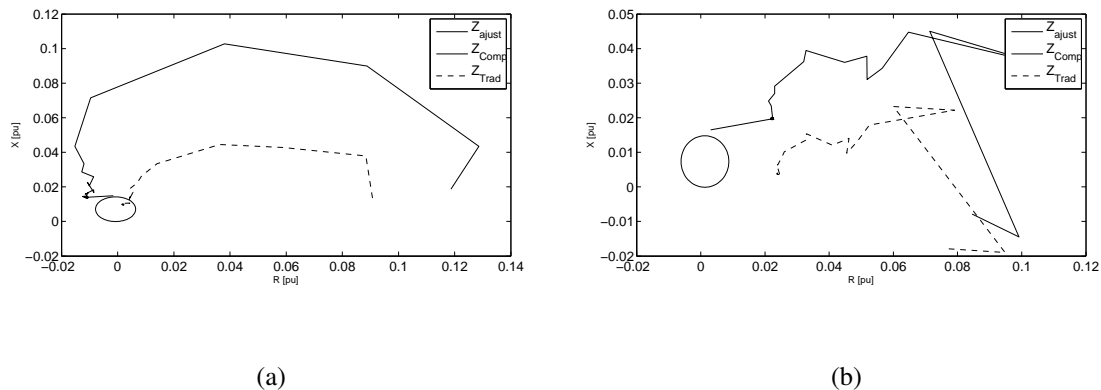


Figura 18: Trajetórias das impedâncias estimadas para faltas fase–fase externas à Zona 1. Impedâncias estimadas pelo relé proposto e o relé tradicional para faltas externas à Zona 1, (a) representa uma falta a 80% do terminal local com $R_f = 0\Omega$ e $X_f = 5\Omega$. (b) representa uma falta a 85% do terminal local com $R_f = 50\Omega$ e $X_f = 5\Omega$.

sempenho do relé proposto *versus* o relé tradicional, onde se observa que o relé proposto apresentou um desempenho ótimo, com 100% de efetividade nas 2520 faltas simuladas.

Assim como nos casos anteriores o relé tradicional apresentou mau desempenho, com apenas 48,37% de efetividade, com 994 faltas internas que foram consideradas externas. Porém, o relé tradicional não falhou para faltas internas solidas, isto para todas as situações de compensação de potência simuladas. Isto representa que, para faltas fase–fase–terra, o efeito da compensação de potência no relé tradicional é ainda menor que para as faltas fase–fase.

Tabela 10: Desempenho geral do relé para faltas fase–fase–terra.

Tipo	Total	Sub Total	Relé Proposto		Relé Tradicional	
		Int/Ext	Erros	Acertos [%]	Erros	Acertos [%]
FFT	2520	1512	0	100	994	48,37
		1008	0		307	

A Figura 19a apresenta as trajetórias das impedâncias estimadas pelos relés proposto e tradicional para uma falta fase–fase–terra interna simulada a 15% do terminal local, com $R_f = 50\Omega$, $X_f = 5\Omega$, ângulo de incidência de 0° e o dispositivo UPFC operando na condição 4 da Tabela 2. Como mencionado anteriormente, o relé tradicional é menos

influenciado pela compensação de potência realizada pelo dispositivo UPFC, mas, como a falta tinha uma impedância de falta elevada o relé tradicional falhou. Por sua vez, o relé proposto conseguiu estimar e compensar corretamente o efeito da compensação de potência e da impedância de falta.

Um exemplo da menor influencia da compensação de potência no desempenho do relé tradicional é apresentado na Figura 19b, nesta apresenta-se uma falta fase–fase–terra sólida, interna à Zona 1, simulada a 70% do terminal local com ângulo de incidência de 30° e o dispositivo UPFC operando na condição 4. Pode-se observar que ambos os relés conseguiram estimar satisfatoriamente a impedância aparente do sistema em falta e indicar uma falta interna.

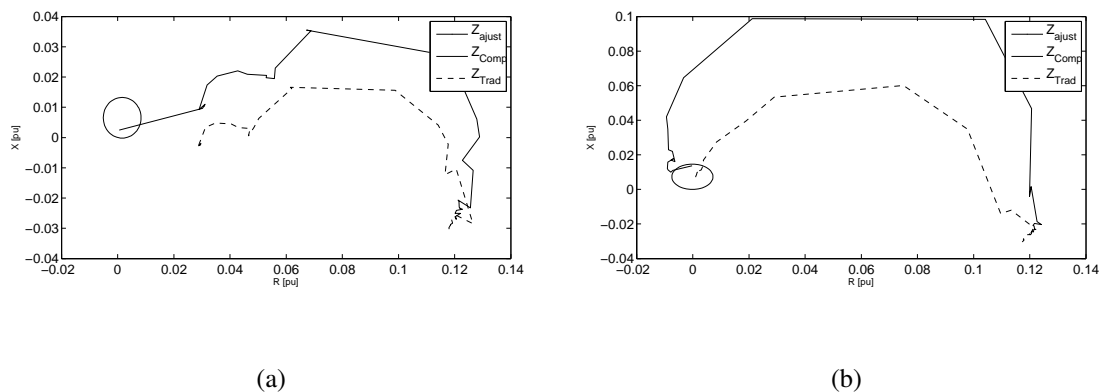


Figura 19: Trajetórias das impedâncias estimadas para faltas fase–fase–terra internas à Zona 1. Impedâncias estimadas pelo relé proposto e relé tradicional para faltas internas à Zona 1, (a) representa uma falta a 15% do terminal local com $R_f = 50\Omega$ e $X_f = 5\Omega$. (b) representa uma falta a 70% do terminal local com $R_f = 0\Omega$ e $X_f = 0\Omega$.

A Figura 20a, entretanto apresenta a trajetória da impedância aparente estimada para uma falta fase–fase–terra externa à Zona 1, simulada a 80% do terminal local, com $R_f = 50\Omega$, $X_f = 5\Omega$, ângulo de incidência de 90° e o dispositivo UPFC operando na condição 4, ver Tabela 2. Nessa situação a impedância estimada pelo relé tradicional se mantém afastada da região de atuação do relé, porém, devido a que não compensou o efeito da impedância de falta. Entretanto, o relé proposto estimou e compensou corretamente a impedância de falta levando a impedância aparente bem próxima da região de trip mas identificando corretamente uma falta externa.

Na Figura 20b apresenta-se uma falta fase–fase–terra externa à Zona 1 simulada a

85% do terminal local, com $R_f = 0\Omega$, $X_f = 5\Omega$, ângulo de incidência de 30° e o dispositivo UPFC operando na condição 4. Nessa situação o relé tradicional, mesmo para a impedância de falta de baixo valor, falhou na estimativa da impedância aparente da falta. Enquanto que o relé proposto estimou e compensou corretamente o efeito da compensação de potência e da impedância de falta.

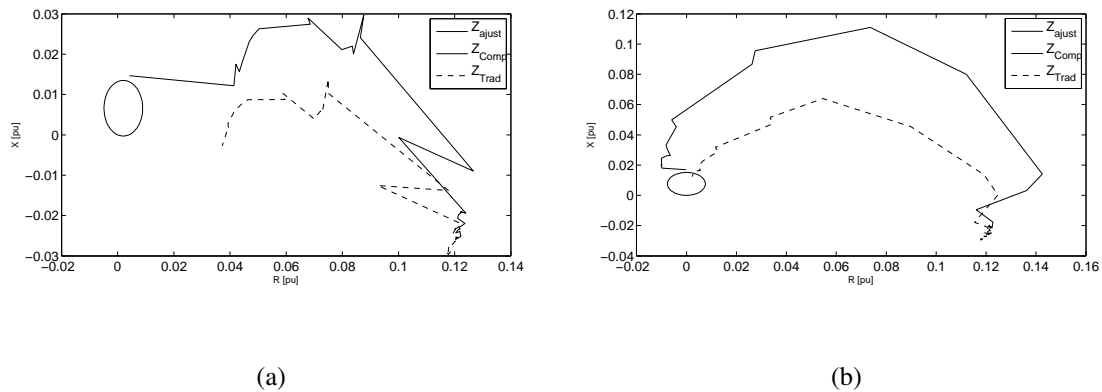


Figura 20: Trajetórias das impedâncias estimadas para faltas fase–fase–terra externas à Zona 1. Impedâncias estimadas pelo relé proposto e o relé tradicional para faltas externas à Zona 1, (a) representa uma falta a 80% do terminal local com $R_f = 50\Omega$ e $X_f = 5\Omega$. (b) representa uma falta a 85% do terminal local com $R_f = 0\Omega$ e $X_f = 5\Omega$.

Um fato importante a se destacar é que a compensação de potência realizada pelo dispositivo UPFC não afeta o desempenho do relé tradicional. Este fato se comprovou nas simulações, onde para nenhuma falta interna sólida o relé tradicional falhou.

4.2.4 Fatas Fase–Fase–Fase–Terra

Nesta seção apresentar-se-ão os resultados obtidos para faltas trifásicas a terra. Como apresentado na Figura 11, uma falta trifásica a terra apresenta quatro impedâncias de falta, podendo apresentar todas um mesmo valor ou cada uma delas um valor diferente. Com a intenção de analisar o desempenho da metodologia simularam-se duas situações de impedâncias de falta para faltas trifásicas. A primeira para uma condição de falta equilibrada, isto é, todas as impedâncias de falta iguais,

$$Z_{f_a} = Z_{f_b} = Z_{f_c} = Z_{f_{abc}}; \quad (277)$$

em esta situação a corrente da falta é equilibrada e não flui corrente na impedância

Z_{abc} . Na segunda situação simulada são consideradas impedâncias de falta com valores diferentes, isto é,

$$Z_{f_a} \neq Z_{f_b} \neq Z_{f_c} \neq Z_{f_{abc}}. \quad (278)$$

Este procedimento permitira apenas avaliar o desempenho do estimador da impedância de falta utilizado para o procedimento de compensação. Quando de uma falta equilibrada, ver (277), as corrente das três fases serão equilibradas e não fluirá corrente para terra, assim, o valor de $Z_{f_{abc}}$ não pode ser estimado. Realizando simulações de acordo com (278) o desempenho do estimador pode ser analisado. Os valores de impedâncias de falta simulados no caso das faltas desequilibradas foram descritos na Seção 4.1.

A Tabela 11 apresenta os resultados obtidos para as faltas trifásicas a terra simuladas com impedâncias de faltas iguais. Da mesma forma que nos casos anteriores simularam-se 2520 faltas, sendo que nenhuma das decisões do relé proposto resulto em uma atuação errada.

Tabela 11: Desempenho geral do relé para faltas fase–fase–fase–terra equilibradas.

Tipo	Total	Sub Total	Relé Proposto		Relé Tradicional	
		Int/Ext	Erros	Acertos [%]	Erros	Acertos [%]
FFFT	2520	1512	0	100	914	55,16
		1008	0		216	

É importante ressaltar que o relé tradicional para faltas internas falhou apenas quando os valores das impedâncias de falta são diferentes de zero. Nenhum erro aconteceu para faltas trifásicas sólidas, sem importar o tipo de controle de potência simulado. Como foi colocado anteriormente, o relé proposto não falhou para nenhuma das situações simuladas. Isto demonstra a capacidade do relé proposto para atuar corretamente ainda que para faltas com impedâncias de falta diferentes de zero.

A Figura 21a apresenta os resultados obtidos para uma falta fase–fase–fase–terra sólida interna simulada a 15% do terminal local, com ângulo de incidência de 0° e o dispositivo UPFC operando na condição de operação 3 da Tabela 2. Observa-se na Figura que ambos relés estimaram a mesma impedância aparente, detectando corretamente uma falta interna.

Da mesma forma, na Figura 21b apresenta-se uma falta fase–fase–fase–terra interna simulada a 70% do terminal local, com $R_f = 50\Omega$ e $X_f = 5\Omega$, ângulo de incidência de 0° e o dispositivo UPFC operando na condição 3. Mais uma vez a estimativa do relé, tanto do relé tradicional, quanto do proposto foi similar senão levada em consideração a compensação da impedância da falta. Nesse ponto o relé proposto se destaca por ter conseguido estimar e compensar corretamente o efeito da impedância da falta.

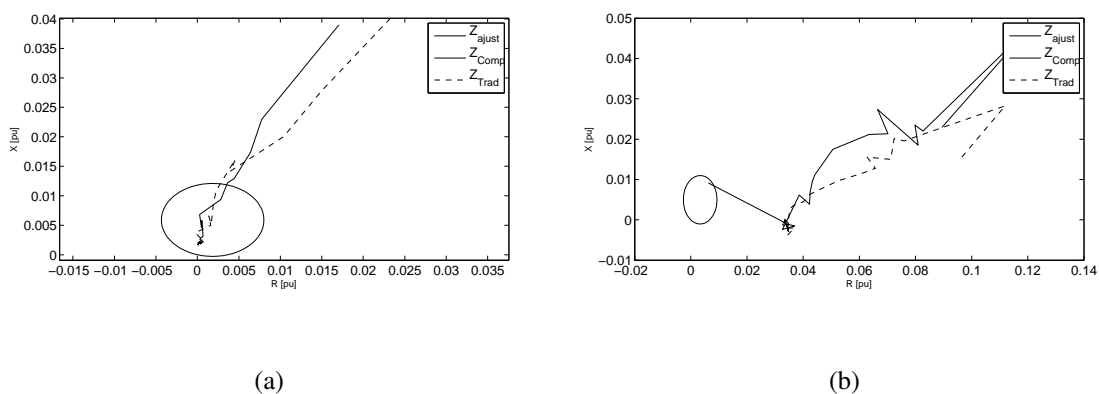


Figura 21: Trajetórias das impedâncias estimadas para faltas fase–fase–fase–terra internas à Zona 1. Impedâncias estimadas pelo relé proposto e o relé tradicional para faltas internas à Zona 1, (a) representa uma falta a 15% do terminal local com $R_f = 0\Omega$ e $X_f = 0\Omega$. (b) representa uma falta a 70% do terminal local com $R_f = 50\Omega$ e $X_f = 5\Omega$.

Da mesma forma, a Figura 22a apresenta os resultados obtidos para estimação da trajetória da impedância aparente para uma falta fase–fase–fase–terra sólida externa simulada a 85% do terminal local, com ângulo de incidência de 90° e o dispositivo UPFC operando na condição de operação 3. Nesta situação, embora se trate de uma falta sólida, o relé tradicional falhou na estimação da impedância aparente. Com ajuda da Tabela 11 observa-se que o número de erros foi maior para as faltas externas. Por outro lado, mais uma vez o relé proposto conseguiu compensar o efeito, tanto da compensação de potência do dispositivo UPFC quanto da impedância da falta.

Como foi colocado no início desta seção, simularam-se também faltas com valores de impedância de falta desequilibradas, a Tabela 12 apresenta os resultados obtidos para o desempenho do relé para faltas com impedância de falta desequilibrada. O relé proposto apresentou, mais uma vez, 100% de eficácia nas 1680 situações simuladas.

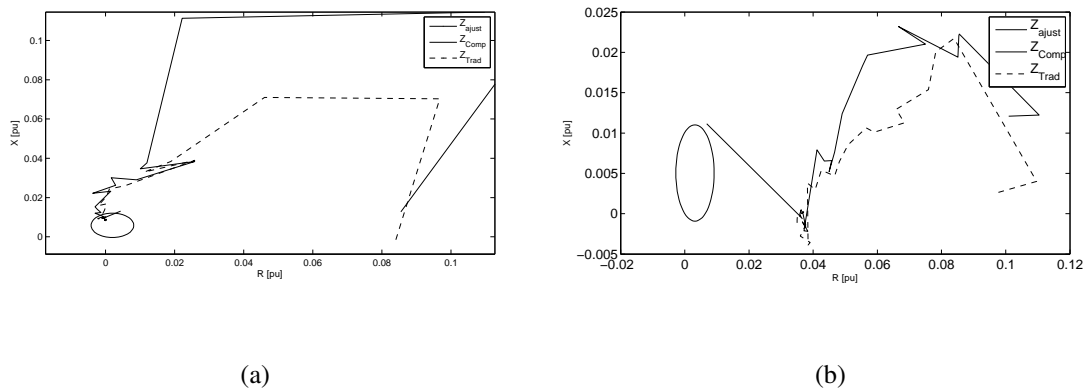


Figura 22: Trajetórias das impedâncias estimadas para faltas fase–fase–fase–terra externas à Zona 1. Impedâncias estimadas pelo relé proposto e o relé tradicional para faltas externas à Zona 1, (a) representa uma falta a 80% do terminal local com $R_f = 0\Omega$ e $X_f = 0\Omega$. (b) representa uma falta a 85% do terminal local com $R_f = 50\Omega$ e $X_f = 5\Omega$.

Tabela 12: Desempenho geral do relé para faltas fase–fase–fase–terra desequilibradas.

Tipo	Sub-Total	Sub Total	Relé Proposto		Relé Tradicional	
		Int/Ext	Erros	Acertos [%]	Erros	Acertos [%]
FFT	1680	1008	0	100	208	63,10
		672	0		412	

4.2.5 Faltas simuladas nas linhas vizinhas

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos para a validação do desempenho do relé quando da ocorrência de faltas em linhas vizinhas à linha protegida pelo relé. Como foi indicado na Seção 4.1, simularam-se 5760 faltas externas à própria linha 2, a Tabela 13 resume os resultados obtidos.

O relé proposto, neste caso, apresentou um desempenho inferior ao relé tradicional. Como se observa na Tabela 13, o desempenho do relé proposto foi de 99,83%, falhando em 10 situações, onde todas essas foram para faltas a 15% do terminal local e para faltas com impedâncias de falta distintas de zero. O relé tradicional, nessas condições de faltas, apresentou um desempenho de 100% de acertos.

Tabela 13: Desempenho do relé para faltas simuladas em uma linha vizinha.

Tipo	Total	Relé Proposto		Relé Tradicional	
		Erros	Acertos [%]	Erros	Acertos [%]
FT	1440	0	100,00	0	100,00
FF	1440	4	99,72	0	100,00
FFT	1440	5	99,65	0	100,00
FFFT	1440	1	99,93	0	100,00
		Total [%]	99,83	Total [%]	100,00

4.3 Análise das estimativas da Impedância da Falta

Nesta Seção são apresentadas as análises para as estimativas das impedâncias das faltas para dois casos estudados. O primeiro caso apresentado é para uma falta envolvendo a terra, particularmente faltas fase–terra. Em segundo lugar para faltas sem envolver a terra no circuito da falta, no caso, apresenta-se uma análise dos resultados obtidos para faltas fase–fase.

4.3.1 Erros médios

Os erros médios foram calculados como uma média de todos os erros relativos. Por sua vez, os erros relativos para cada estimação foram calculados utilizando a equação (279);

$$\epsilon = \left(\frac{V_v - V_e}{V_v} \right) \cdot 100 [\%] \quad (279)$$

onde:

V_v é o valor verdadeiro;

V_e é o valor estimado;

ϵ é o erro relativo;

4.3.2 Faltas Fase–Terra

As Figuras 23 e 24 apresentam uma análise da sensibilidade dos erros médios obtidos nas estimativas da resistência e da reatância da falta para cada uma das condições de falta

simuladas. As Figuras 23 e 24 resumem o total das 2520 faltas simuladas para as faltas fase-terra.

A Figura 23 apresenta o comportamento dos erros dos valores estimados para R_f . A Figura 23a apresenta os erros médios na estimativa da resistência da falta para diferentes ângulos de incidência da falta. Um erro médio máximo foi de 8% para um ângulo de incidência de $\beta = 90^\circ$ e $R_f = 0[\Omega]$, esses valores aparentemente altos se devem a que comparados com zero, os valores estimados são relativamente altos. Por outra parte, erros médios menores que 1%, foram encontrados para as demais resistências estimadas.

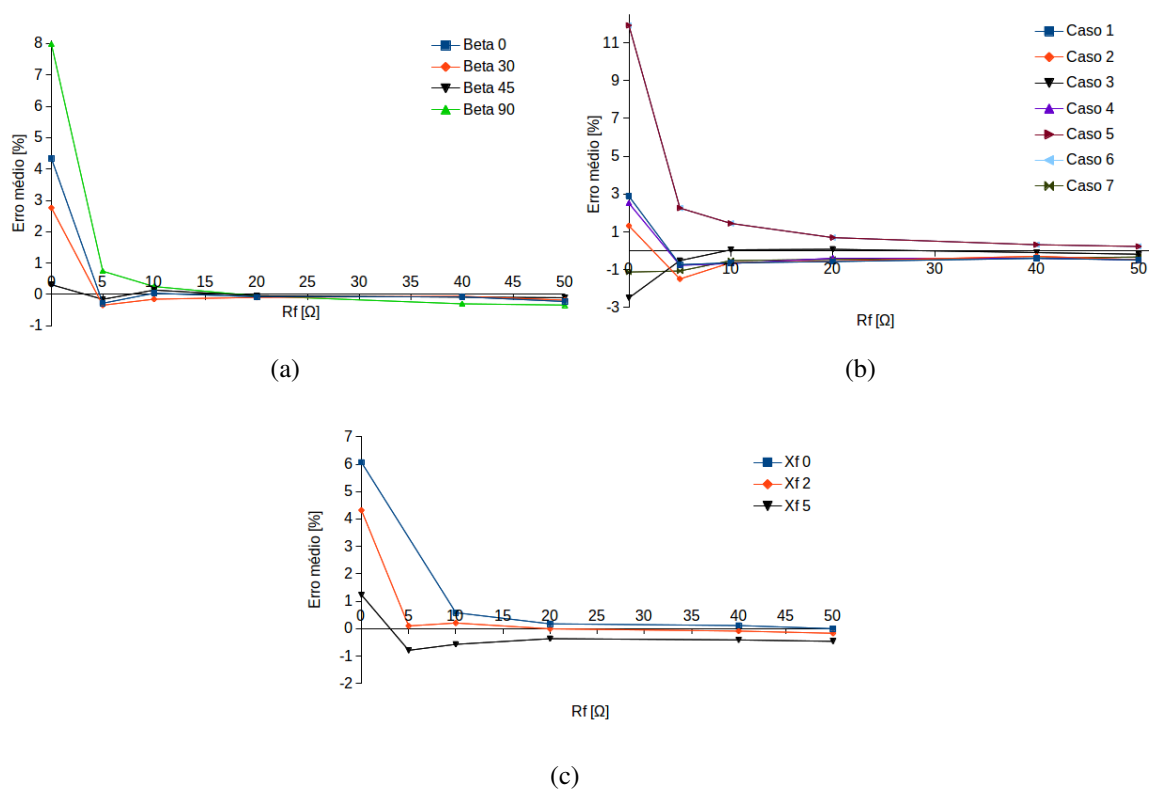


Figura 23: Erros médios percentuais na estimativa da resistência da falta para faltas fase-terra. Análises considerando as diferentes condições de falta simuladas, (a) diferentes ângulos de incidência da falta, (b) diferentes condições de controle do dispositivo UPFC, e (c) diferentes reatâncias de falta.

A Figura 23b apresenta os erros médios encontrados na estimativa da resistência da falta para diferentes condições de controle de potência do dispositivo UPFC. Nessa análise os maiores erros foram encontrados para os casos em que o dispositivo funciona como SSSC e como STATCOM, fato que, analisado em conjunto com os resultados apresentados nas Tabelas 8 e 6, demonstra que o relé falhou para $R_f = 0\Omega$ e $R_f = 5\Omega$ quando o

controle em operação era SSSC e STATCOM (casos 5 e 6 respectivamente). Esses fatos estão claramente identificados na Figura 23b, onde os maiores erros na estimativa do R_f aconteceram justamente para $R_f = 0\Omega$ e $R_f = 5\Omega$ nos casos de controle 5 e 6. Assim, os elevados erros acontecidos nessas situações fizeram que o relé não conseguisse compensar corretamente o efeito da impedância da falta e mal operara, ignorando uma falta interna à Zona 1.

Na Figura 23c são apresentados os erros médios obtidos para as estimativas da resistência da falta analisando a sensibilidade em relação às diferentes reatâncias de falta simuladas. Os erros médios se mantiveram todos menores que 1%, menos para o caso de $R_f = 0[\Omega]$, onde os erros relativos se tornam maiores por terem sido comparados com valores próximos de zero. Os maiores erros médios aconteceram para $X_f = 0\Omega$ e $X_f = 5\Omega$, o que se relaciona com os erros encontrados no desempenho do relé, que aconteceram justamente para esses valores de X_f em combinação com $R_f = 0\Omega$ e $R_f = 5\Omega$, onde maiores foram os erros encontrados para as estimativas de X_f .

Na Figura 24 são apresentados os erros médios das estimativas das reatâncias de falta utilizadas na compensação do relé. Os erros médios e os erros relativos foram calculados da mesma forma que para as estimativas das resistências da falta utilizando a equação (279).

De uma forma geral, pode ser observado que os erros são maiores em comparação aos das estimativas das resistências de falta. Pode ser atribuído esse erro ao fato de que as reatâncias apresentem uma demora de alguns ciclos para atingir o regime permanente, isto devido à constante de tempo do circuito RL. Como o relé realiza a compensação com informações de apenas um ciclo podem estar sendo estimadas reatâncias antes dessas terem atingido a sua máxima influência na corrente de falta. Da mesma forma que para o caso das estimativas das resistências, todas as estimativas para $X_f = 0\Omega$ apresentam erros relativos médios maiores por terem sido comparadas com zero.

A Figura 24a apresenta o comportamento dos erros médios das estimativas das reatâncias de falta simuladas em relação aos diferentes ângulos de incidência da falta. Os maiores erros médios em relação ao ângulo de incidência da falta aconteceram para 0° e 30° . Observa-se que os erros são menores e as diferenças mínimas nos erros médios para os ângulos de incidência de 45° e 90° .

Na Figura 24b é possível observar que, para todos os casos, as estimativas das re-

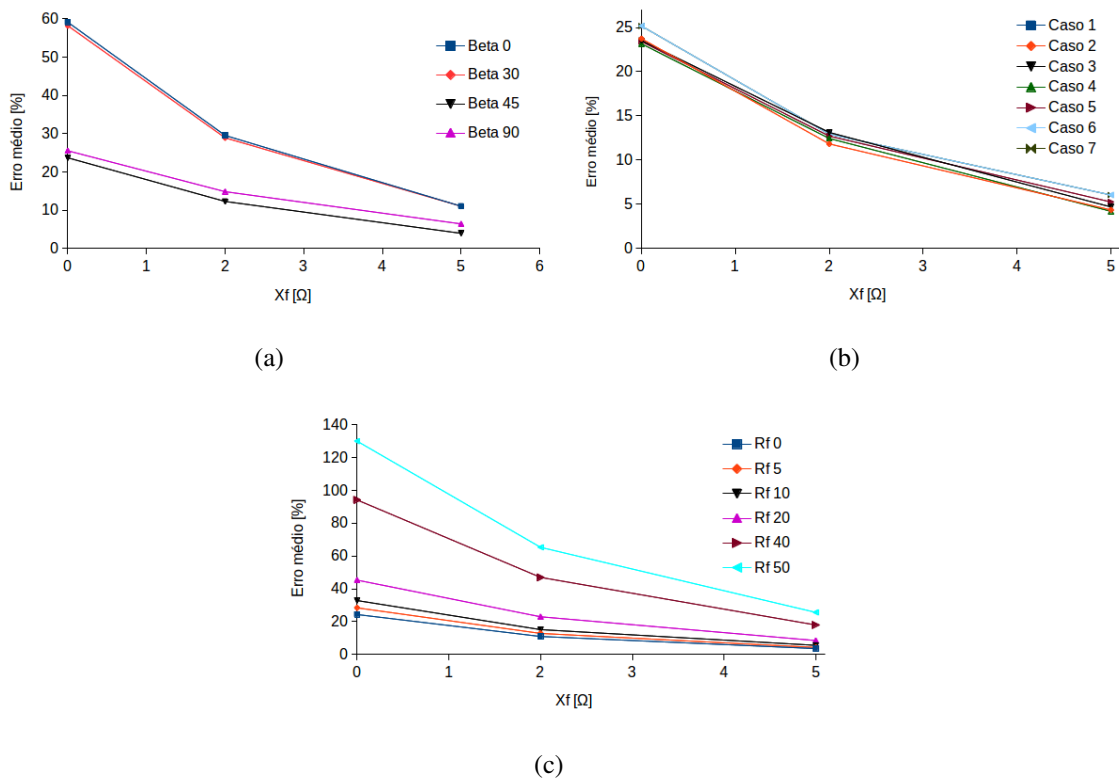


Figura 24: Erros médios percentuais na estimativa da reatância da falta para faltas fase–terra. Análises considerando as diferentes condições de falta simuladas, (a) diferentes ângulos de incidência da falta, (b) diferentes condições de controle do dispositivo UPFC, e (c) diferentes reatâncias de falta.

atâncias apresentam um comportamento similar, com erro médio máximo de 25% para $X_f = 0\Omega$.

A Figura 24c, por sua vez, mostra os erros médios relativos para as estimativas das reatâncias da falta simuladas, considerando a sensibilidade dos erros às diferentes resistências de falta. Quanto maiores foram as resistências simuladas, maiores foram os erros, destacando-se os resultados obtidos para $R_f = 40\Omega$ e $R_f = 50\Omega$, onde os erros mais do que dobram em valor aos demais casos, atingindo o valor máximo de aproximadamente 130% para $R_f = 50\Omega$.

4.3.3 Faltas Fase–Fase

A Figura 25 apresenta os erros médios das estimativas da resistência da falta para faltas fase–fase. Os erros médios foram calculados utilizando a expressão (279).

A Figura 25a apresenta uma análise da sensibilidade do estimador para diferentes

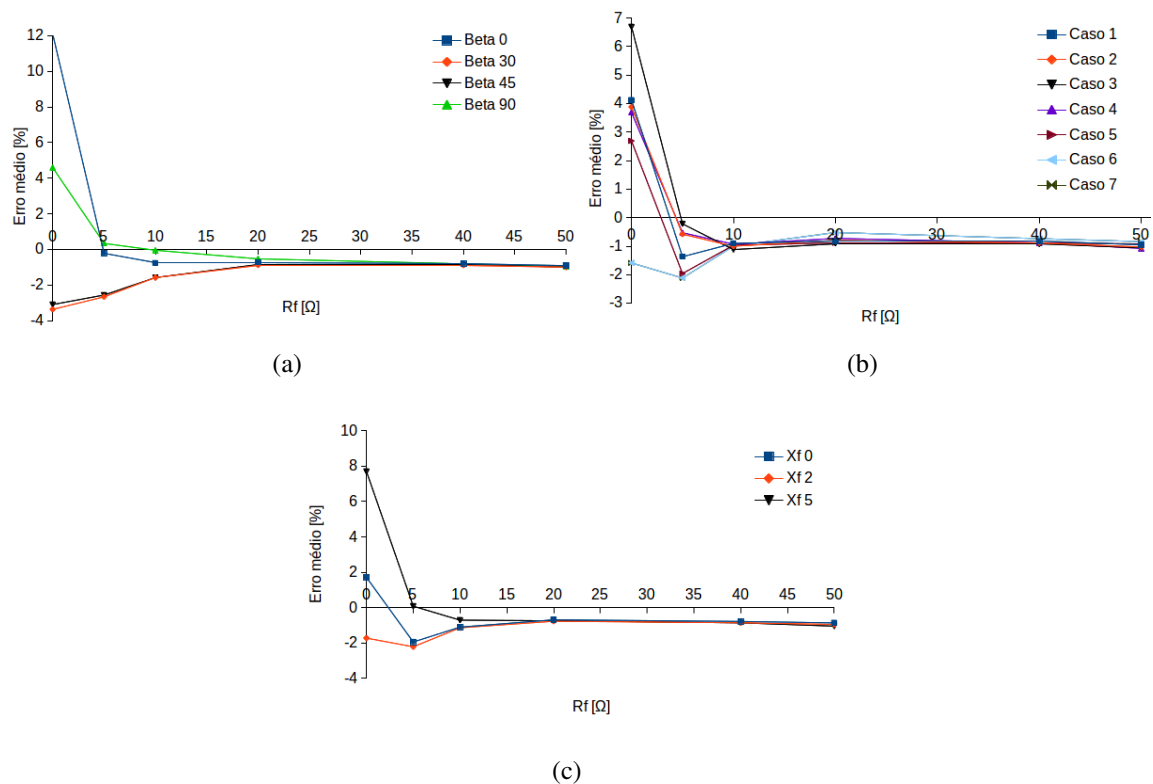


Figura 25: Erros médios percentuais na estimativa da resistência da falta para faltas fase–fase. Análises considerando as diferentes condições de falta simuladas, (a) diferentes ângulos de incidência da falta, (b) diferentes condições de controle do dispositivo UPFC, e (c) diferentes reatâncias de falta.

ângulos de incidência de falta. Não se observam maiores diferenças entre os erros médios para cada um dos ângulos simulados. A Figura 25b, por sua vez, apresenta os erros médios das estimativas da resistência da falta para cada um dos casos de controle do dispositivo UPFC simulados. Nenhuma diferença significativa é observada para qualquer um dos casos. Por último, a Figura 25c mostra os erros médios das estimativas da resistência da falta para cada uma das reatâncias de falta simuladas. O comportamento mostrou-se similar para os três valores de X_f simulados.

Da mesma forma que para as resistências de falta, a Figura 26 apresenta os erros médios para as estimativas da reatância da falta. Cada uma das subfiguras da Figura 26 apresenta, da mesma forma que para as anteriores, uma análise de sensibilidade para os diferentes ângulos de incidência, parâmetros de referência do controle e resistência de falta. Nenhuma diferença significativa foi encontrada, exceto para o caso das estimativas das reatâncias de falta para as resistências de falta, onde para $R_f = 40\Omega$ e $R_f = 50\Omega$ os

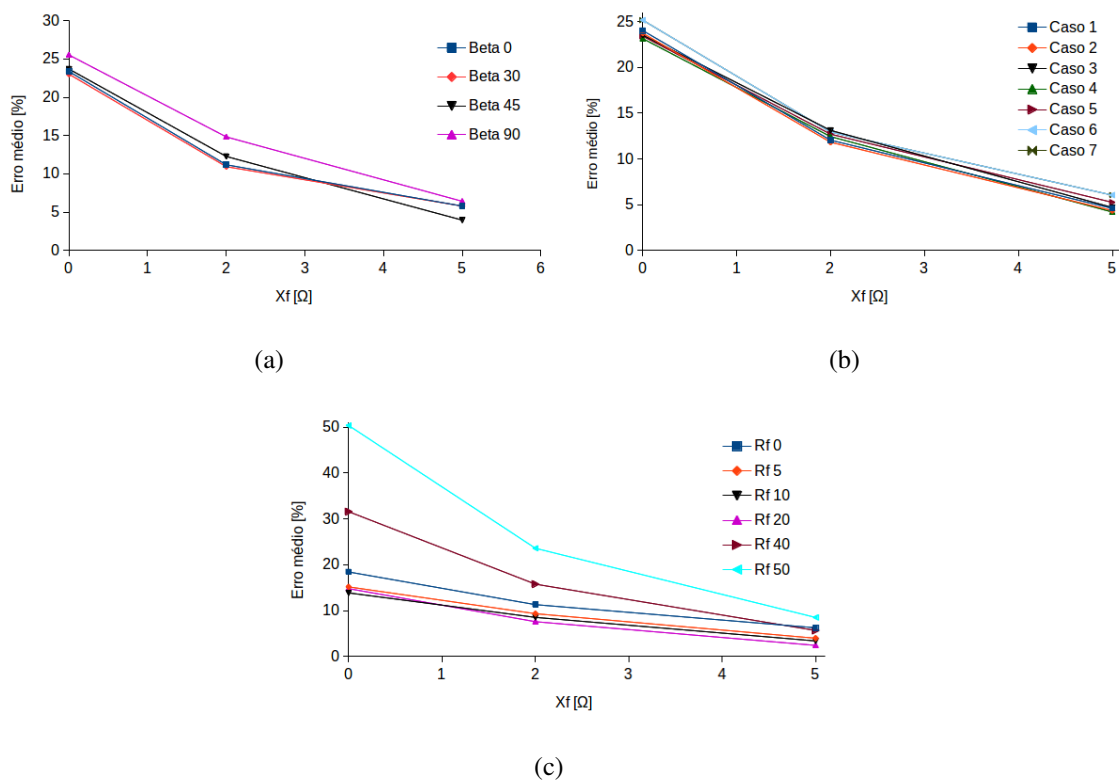


Figura 26: Erros médios percentuais na estimativa da reatância da falta para faltas fase–fase. Análises considerando as diferentes condições de falta simuladas, (a) diferentes ângulos de incidência da falta, (b) diferentes condições de controle do dispositivo UPFC, e (c) diferentes reatâncias de falta.

erros médios foram maiores.

4.4 Considerações Finais

Apresentaram-se, neste Capítulo o estudo de caso e os resultados obtidos para a validação da metodologia proposta. O relé proposto apresentou um excelente desempenho em todos os casos simulados, conseguindo estimar e compensar tanto o efeito da compensação de potência realizada pelo dispositivo UPFC como o efeito da impedância da falta. Mostrou-se também que o efeito nocivo da compensação de potência realizada pelo dispositivo UPFC diminui para falta fase–fase, chegando a ser nula para faltas sólidas do tipo fase–fase–terra e fase–fase–fase–terra. Esse fato já foi relatado na comunidade científica (KHEDERZADEH; GHORBANI, 2012; GHORBANI; KHEDERZADEH; MOZAFARI, 2012).

As equações (63), (112) e (187) auxiliam na explicação desse fenômeno. Analisando

essas equações, pode-se observar que o efeito das tensões e correntes injetadas pelo dispositivo UPFC se compensam mutuamente entre as fases envolvidas na falta, fato que se pode verificar com a correta atuação do relé tradicional nessas situações. Por outro lado, isso acontecerá sempre que se considere uma operação equilibrada do dispositivo UPFC, como realizado em este capítulo de resultados.

5 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Neste Capítulo serão apresentadas as conclusões e comentários finais sobre a metodologia apresentada neste trabalho de Tese, assim como também serão sugeridas alternativas para a realização de trabalhos futuros.

5.1 Conclusões

Sistemas de Potência estão constantemente expostos a faltas que afetam a confiabilidade do sistema e provocam interrupções no fornecimento da energia. Como já foi mencionado no decorrer deste trabalho, o aumento da capacidade de transmissão nos sistemas de transmissão de energia é uma questão delicada e difícil, principalmente pelos problemas ambientais envolvidos no processo de construção de novas linhas de transmissão. Uma das alternativas encontrada pela comunidade técnica e científica para contornar este problema foi a utilização de dispositivos de controle chaveados por eletrônica de potência (FACTS) que permitem controlar um ou vários parâmetros do sistema e, dessa forma, as margens de estabilidade do sistema podem ser diminuídas sem comprometer a segurança do sistema e, portanto, aumentar a capacidade de transmissão de potência.

Esses “novos” elementos introduzidos no sistema para aumentar a capacidade de transmissão de potência dos sistemas existentes trazem aparelhados outros problemas que podem prejudicar o correto funcionamento do sistema, como, por exemplo, nos sistemas de proteção.

Neste trabalho de Tese, abordou-se e apresentou-se uma formulação matemática compensada e adaptativa para a proteção de distância em linhas compensadas por dispositivos UPFC e pelo efeito da impedância da falta para todos os tipos de faltas.

A formulação apresentada utiliza no processo medições das tensões e correntes do

terminal local, terminal remoto e do dispositivo UPFC. A modelagem e o equacionamento foram desenvolvidos em coordenadas de fase, permitindo representar o efeito da não transposição e falta de simetria das linhas de transmissão e, no futuro, analisar o efeito da compensação de potência e de tensão de forma independente em cada fase. Permitindo assim proteger linhas de transmissão compensadas por dispositivos UPFC. Destaca-se que os resultados apresentados demonstraram que a formulação permite proteger linhas compensadas pelo UPFC em qualquer das suas condições de operação, seja como SSSC ou STATCOM, assim como linhas não compensadas, isto é, com o dispositivo UPFC fora de operação. Permitindo assim proteger linhas compensadas por dispositivos FACTS baseados em fontes de tensão controladas (VSC).

A formulação proposta compensa também a influência da impedância da falta, realizando um processo paralelo de estimação do valor da impedância da falta. Neste trabalho, a diferença dos trabalhos anteriores, a impedância da falta é considerada como sendo composta por uma parte real e imaginária ($R+jX$). Para resolver este problema, utilizaram-se as relações entre as tensões do sistema e da falta, tanto para o terminal local quanto para o terminal remoto. Obtendo-se, assim, um número maior de equações do que de incógnitas, o que, finalmente, utilizando um estimador de mínimos quadrados permitiu estimar o valor das impedâncias da falta, logo utilizadas na compensação do relé.

A formulação proposta é também adaptativa. A cada estimação de um fasor de tensão e corrente uma nova característica de *trip* e gerada, dessa forma, para cada condição de operação do sistema protegido assim como do dispositivo UPFC, a característica é adaptada. Obtendo-se, assim, uma formulação compensada e adaptativa.

Diferentemente das formulações apresentadas na literatura, a metodologia apresentada nesta Tese não depende das características particulares do sistema nem das condições particulares de operação dos dispositivos FACTS. As formulações encontradas na literatura geram diferentes regiões de *trip* que tentam levar em consideração todas as possíveis condições de operação do sistema assim como das possíveis impedâncias de falta (milhares de simulações são realizadas para gerar novas regiões de atuação que, logo, comparam-se com a impedância aparente estimada pelo relé, este fato representa um problema quando o sistema opera em condições de carga ou de compensação de potência diferentes das que foram pré-definidas na hora de calcular as regiões de proteção, assim como diferentes impedâncias de falta, diferentes características do sistema, como na im-

pedância da linha). Por sua vez, a formulação proposta independe das características do sistema, da condição de operação, do controle realizado pelo dispositivo UPFC ou da impedância de falta. Qualquer que seja o sistema estima e compensa o efeito dos parâmetros acima mencionados e, no caso de mudanças nas impedâncias do sistema, a mesma pode ser atualizada de forma simples.

Como principal limitação, este trabalho necessita das tensões e correntes do terminal local, do terminal remoto e do UPFC. Esse ponto pode ser entendido como uma limitação do ponto de vista em que medições remotas sincronizadas aumentam o custo inicial de uma instalação. Por outro lado, como colocam outros autores, dispositivos UPFC são dispositivos de dimensões muito importantes e que não podem ser construídos sem a sua própria SE. Isto é, o próprio dispositivo UPFC e os seus subsistemas fornecem as medidas necessárias, enquanto que um sistema de transmissão de $500kV$ dificilmente é construído sem um sistema de tele-proteção por fibra ótica.

Outra limitação referente à metodologia apresentada está no modelo utilizado no equacionamento do relé e do estimador. A modelagem das linhas foi realizada com o modelo para linhas curtas.

5.2 Trabalhos futuros

Neste trabalho de Tese, apresentou-se uma metodologia adaptativa compensada para a proteção de linhas compensadas por dispositivos UPFC, que estima e compensa o efeito da impedância da falta.

No entanto alguns pontos que permitiriam melhorar o trabalho não foram levados em consideração nesta Tese. Entre esses pontos indicam-se os seguintes tópicos como possíveis trabalhos futuros:

- consideração da modelagem desequilibrada do dispositivo UPFC. Esse ponto permitirá avaliar e apreciar de melhor forma o desempenho e as vantagens da metodologia desenvolvida em componentes de fase;
- consideração da possibilidade de linhas de transmissão de circuitos duplos;
- Analisar o desempenho da metodologia para outras características de relé de distância, como a quadrangular;

- consideram modelos de linhas mais completos no equacionamento do relé e do estimador, por exemplo, o modelo π ou inclusive modelos dependentes da frequência;
- utilização de PMU na estimativa dos fasores do terminal remoto, nesse sentido propõe-se:
 - utilizar uma metodologia de estimação de múltiplos fasores a cada ciclo das ondas de tensão e corrente.
 - utilizar dados provenientes dos dispositivos PMU.

Dessa forma, utilizar os múltiplos fasores de tensão e corrente do terminal local junto com os fasores recebidos do sistema PMU para estimar a impedância da falta. A cada fasor estimado com os sinais medidos no terminal local e no próprio UPFC, realiza-se uma estimativa, tanto da impedância da falta como da impedância aparente, enquanto se mantém constante o valor obtido através do sistema PMU. Porém, a cada vez que se recebe um novo sinal do PMU, esse valor se atualiza. Dessa forma, a cada fasor calculado para as tensões e corrente do terminal local e do dispositivo UPFC um estimador de mínimos quadrados será resolvido e assim uma nova impedância aparente estimada. Quando essa estiver dentro da região de proteção da Zona 1 o sinal de *trip* será gerado.

- consideração do modelo de falta de alta impedância, tanto na estimação da impedância como na compensação do relé.

REFERÊNCIAS

- ACHA, E. *et al.*. **FACTS: modelling and simulation in power networks**. [S.l.]: John Wiley & Sons Ltd, 2004.
- AGUIRRE, L. A. **Introdução à Identificação de Sistemas. Técnicas Lineares e Não-Lineares Aplicadas a Sistemas Reais**. Belo Horizonte: UFMG, 2007.
- ANDERSON, P. **Power System Protection**. New Jersey: Wiley-IEEE Press, 1999.
- ANGELES-CAMACHO, C.; ACHA, E.; BARRIOS-MARTINEZ, E. Three-phase STATCOM Models for Large-scale Newton-Raphson Power Flow Studies. In: **POWER TECH, 2007**, Lausanne, Switzerland. **Proceedings...** [S.l.]: IEEE, 2007. p.1250–1255.
- ARRILLAGA, J.; WATSON, N. **Computer Modeling of Electrical Power Systems**. [S.l.]: John Wiley & Sons Ltd, 2005.
- CHEN, C.-S.; LIU, C.-W.; JIANG, J.-A. Application of combined adaptive Fourier filtering technique and fault detector to fast distance protection. **IEEE Transactions on Power Delivery**, [S.l.], v.21, n.2, p.619–626, Apr. 2006.
- DASH, P. *et al.*. Adaptive relay setting for flexible AC transmission systems (FACTS). **IEEE Transactions on Power Delivery**, [S.l.], v.15, n.1, p.38–43, 2000.
- DASH, P.; PRADHAN, A.; PANDA, G. Distance protection in the presence of unified power flow controller. **Electric Power Systems Research**, [S.l.], v.54, n.3, p.189 – 198, 2000.
- DUBEY, R. *et al.*. Adaptive distance relay setting for parallel transmission network connecting wind farms and UPFC. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, [S.l.], v.65, n.0, p.113 – 123, 2015.
- DUBEY, R.; SAMANTARAY, S.; PANIGRAHI, B. Simultaneous impact of unified power flow controller and off-shore wind penetration on distance relay characteristics. **Generation, Transmission Distribution, IET**, [S.l.], v.8, n.11, p.1869–1880, 2014.
- EL-HAWARY, M. E. **Introduction to Electrical Power Systems**. New Jersey: Wiley–IEEE Press, 2008.
- EMANUEL, A. *et al.*. High impedance fault arcing on sandy soil in 15 kV distribution feeders: contributions to the evaluation of the low frequency spectrum. **IEEE Transactions on Power Delivery**, [S.l.], v.5, n.2, p.676–686, Apr 1990.

ET AL., E. H. W. Tecnologia FACTS – Tutorial. **SBA Controle & Automação**, [S.l.], v.9, n.1, p.39–55, mar. 2004.

FERRAZ, R. G. **Localização de Falhas de Alta Impedância. Formulação Baseada na Impedância Aparente e no Método de Mínimos Quadrados**. 2014. 126 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto alegre, 2014.

FILHO, I. R. *et al.*. Design and Implementation of a Low Cost Series Compensator for Voltage Sags. In: IEEE INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON INDUSTRIAL ELECTRONICS, 2006, Montreal, Canada. **Proceedings...** [S.l.]: IEEE, 2006. v.2, p.1353–1357.

FILOMENA, A. *et al.*. Ground Distance Relaying With Fault-Resistance Compensation for Unbalanced Systems. **IEEE Transactions on Power Delivery**, [S.l.], v.23, n.3, p.1319–1326, 2008.

FUERTE-ESQUIVEL, C. R.; ACHA, E. Unified power flow controller: a critical comparison of newton-raphson upfc algorithms in power flow studies. **IEE Proceedings Generation, Transmission and Distribution**, [S.l.], v.144, n.5, p.437–444, 1997.

GHORBANI, A.; KHEDERZADEH, M.; MOZAFARI, B. Impact of SVC on the protection of transmission lines. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, [S.l.], v.42, n.1, p.702 – 709, 2012.

GHORBANI, A.; MOZAFARI, B.; RANJBAR, A. M. Digital distance protection of transmission lines in the presence of {SSSC}. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, [S.l.], v.43, n.1, p.712 – 719, 2012.

GOMEZ-EXPOSITO, A.; CONEJO, A. J.; CANIZARES, C. **Electric Energy Systems: analysis and operation**. [S.l.]: CRC Press, 2008.

HINGORANI, N. G.; GYUGYI, L. **Understanding FACTS. Concepts and Technology of Flexible AC Transmission Systems**. New Jersey: John Wiley & Sons, Ltd., 2000.

HOROWITZ, S. H.; PHADKE, A. G. **Power System Relaying**. Chichester: Wiley & Sons Ltd., 2008.

IEEE Guide for Protective Relay Applications to Transmission Lines. New York: **IEEE**, 2000.

JAMALI, S.; KAZEMI, A.; SHATERI, H. Distance Relay Tripping Characteristic in Presence of UPFC. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON POWER ELECTRONICS, DRIVES AND ENERGY SYSTEMS, 2006, New Delhi, India. **Proceedings...** [S.l.]: IEEE, 2006. p.1–6.

KAZEMI, A.; JAMALI, S.; SHATERI, H. Adaptive distance protection in presence of UPFC on a transmission line. In: IET INTERNATIONAL CONFERENCE ON DEVELOPMENTS IN POWER SYSTEM PROTECTION (DPSP 2010), 10., 2010, Manchester, UK. **Proceedings...** [S.l.]: IET, 2010. p.1–6.

- KHEDERZADEH, M.; GHORBANI, A. Impact of VSC-Based Multiline FACTS Controllers on Distance Protection of Transmission Lines. **IEEE Transactions on Power Delivery**, [S.l.], v.27, n.1, p.32–39, Jan 2012.
- MASON, C. R. **The art and science of protective relaying**. [S.l.]: John Wiley & Sons, Inc., 1956.
- MATLAB. **The Language of Technical Computing**. [S.l.]: The Mathworks, 2006.
- MONTEIRO, L. F. C.; AREDES, M.; MOOR NETO, J. A control strategy for unified power quality conditioner. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON INDUSTRIAL ELECTRONICS, 2003, Rio de Janeiro, Brasil. **Proceedings...** [S.l.]: IEEE, 2003. v.1, p.391–396 vol. 1.
- MORAVEJ, Z.; PAZOKI, M.; KHEDERZADEH, M. Impact of UPFC on Power Swing Characteristic and Distance Relay Behavior. **IEEE Transactions on Power Delivery**, [S.l.], v.29, n.1, p.261–268, Feb 2014.
- PADIYAR, K. R. **FACTS: controllers in power transmission and distribution**. [S.l.]: Anshan Publishers, 2009.
- PHADKE, A. G.; THORP, J. S. **Computer Relaying for Power Systems**. 2nd.ed. Chichester: John Wiley & Sons; Baldock: Research Studies Press, 2009.
- SAADAT, H. **Power System Analysis**. 2nd.ed. [S.l.]: McGraw-Hill Primis Custom Publishing, 2002.
- SALIM, R.; MARZEC, D.; BRETAS, A. Phase Distance Relaying With Fault Resistance Compensation for Unbalanced Systems. **IEEE Transactions on Power Delivery**, [S.l.], v.26, n.2, p.1282–1283, 2011.
- SEETHALEKSHMI, K.; SINGH, S.; SRIVASTAVA, S. Adaptive distance relaying scheme in presence of UPFC using WAMS. In: POWER SYSTEMS CONFERENCE AND EXPOSITION, 2009, Seattle, WA. **Proceedings...** [S.l.]: IEEE, 2009. p.1–6.
- SEETHALEKSHMI, K.; SINGH, S.; SRIVASTAVA, S. Synchrophasor Assisted Adaptive Reach Setting of Distance Relays in Presence of UPFC. **Systems Journal, IEEE**, [S.l.], v.5, n.3, p.396–405, 2011.
- SINGH, A. R.; DAMBHARE, S. S. Adaptive distance protection of transmission line in presence of SVC. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, [S.l.], v.53, n.0, p.78 – 84, 2013.
- SINGH, A. R.; PATNE, N. R.; KALE, V. S. Adaptive distance protection setting in presence of mid-point STATCOM using synchronized measurement. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, [S.l.], v.67, n.0, p.252 – 260, 2015.
- ZHANG, X.-P. Modelling of the interline power flow controller and the generalised unified power flow controller in Newton power flow. **IEE Proceedings Generation, Transmission and Distribution**, [S.l.], v.150, n.3, p.268–274, 2003.
- ZHANG, X.-P. Unified power flow controller models for three-phase power flow analysis. **Electrical Engineering**, [S.l.], v.88, n.4, p.247–257, Apr. 2006.

ZHANG, X.-P.; XUE, C.-F.; GODFREY, K. Modelling of the static synchronous series compensator (SSSC) in three-phase Newton power flow. **Generation, Transmission and Distribution, IEE Proceedings-**, [S.l.], v.151, n.4, p.486–494, 2004.

ZHOU, H. *et al.*. Performance evaluation of a distance relay as applied to a transmission system with UPFC. **IEEE Transactions on Power Delivery**, [S.l.], v.21, n.3, p.1137–1147, 2006.

ZIEGLER, G. **Numerical Distance Protection**. Erlangen, Germany: Publicis Corporate Publishing, 2006.

APÊNDICE A RESOLUÇÃO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES SOBREDETERMINADOS BASEADA NO MÉTODO DE MÍNIMOS QUADRADOS

O método de mínimos quadrados é um dos mais conhecidos e utilizados métodos para solução de sistemas sobredeterminados (AGUIRRE, 2007).

Considere-se um sistema de equações do tipo

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (280)$$

com $\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^{n \cdot 1}$, $\mathbf{b} \in \mathfrak{R}^{N \cdot 1}$ e $\mathbf{A} \in \mathfrak{R}^{N \cdot n}$. Quando neste sistema tem-se $N > n$, o sistema se torna sobredeterminado.

Quando o sistema é sobredeterminado, a matriz \mathbf{A} não é quadrada e, portanto, não pode ser invertida. Porém, pré-multiplicando ambos os lados de (280) por \mathbf{A}^{-T} obtém-se;

$$\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{A}^T \mathbf{b}, \quad (281)$$

equação que é conhecida como *equação normal*. Dessa forma, como o produto $\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A}$ resulta numa matriz quadrada, e no caso de não resultar numa matriz singular, pode-se escrever;

$$\mathbf{x} = [\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A}]^{-1} \cdot \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{b}, \quad (282)$$

onde o produto $[\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A}]^{-1} \cdot \mathbf{A}^T$ é chamado de pseudo-inversa.

Uma questão muito importante relacionada à equação (280), com $N > n$, é que essa não tem apenas uma solução e, assim, (282) é apenas uma das infinitas soluções. O Método dos Mínimos Quadrados permite encontrar uma solução que minimiza o erro associado a está estimativa.

Para demonstrar isso se considera conhecido o valor $\hat{\mathbf{x}}$, que é o valor estimado de incógnita \mathbf{x} . Suponha-se agora que se cometeu um erro na hora de representar \mathbf{b} por \mathbf{A} e por $\hat{\mathbf{x}}$, e que esse erro é representado por \mathbf{e} , assim pode-se escrever;

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{e} = \mathbf{b} \quad (283)$$

Como o que está sendo procurado é uma solução que seja a que mais aproxima x por \hat{x} , pode-se intuir observando (283) que aquela que minimize o erro e será a melhor solução para x . Para isso, defini-se o somatório do quadrados dos erros (AGUIRRE, 2007);

$$J_{MQ} = \sum_{i=1}^N e(i)^2 = \mathbf{e}^T \mathbf{e} = \|\mathbf{e}\|^2 \quad (284)$$

isolando e de (283), substituindo em (284) e manipulando matematicamente se obtém;

$$J_{MQ} = \mathbf{b}^T \cdot \mathbf{b} - \mathbf{b}^t \cdot \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{x}}^T \cdot \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{b} + \hat{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{x}} \quad (285)$$

Buscando minimizar o erro, a função custo é derivada em relação a \hat{x} , assim, derivando e rearranjando os termos

$$\frac{\partial J_{MQ}}{\partial \hat{x}} = -\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{b} - \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{b} + 2 \cdot \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{x}} \quad (286)$$

igualando a derivada a zero determinamos um ponto de inflexão, desta forma,

$$\hat{\mathbf{x}} = [\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A}] \cdot \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{b} \quad (287)$$

a última condição é garantir que o ponto de inflexão é realmente um mínimo, para isso, deriva-se novamente a função custo em relação ao \hat{x} , assim,

$$\frac{\partial^2 J_{MQ}}{\partial \hat{x}^2} = 2 \cdot \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A} > 0 \quad (288)$$

a equação (288) é de fato verdadeira porque $2 \cdot \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A}$ é por construção definida positiva (AGUIRRE, 2007). Finalmente,

$$\hat{\mathbf{x}}_{MQ} = [\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A}]^{-1} \cdot \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{b} \quad (289)$$

APÊNDICE B FALTAS TRIFÁSICAS DESEQUILIBRADAS

A seguir apresentam-se os valores das resistências e impedâncias de falta simuladas para os casos de faltas trifásicas desequilibradas.

Tabela 14: Valores das resistências de falta simuladas para o caso de faltas trifásicas desequilibradas.

caso	R_a	R_b	R_c	R_{abc}
1	0	5	0	0
2	1	1	5	0
3	10	0	0	1
4	0	0	15	5

Tabela 15: Valores das reatâncias de falta simuladas para o caso de faltas trifásicas desequilibradas.

caso	X_a	X_b	X_c	X_{abc}
1	0	2	0	0
2	1	1	5	0
3	2	0	0	1

APÊNDICE C DISPOSITIVO UPFC SIMULADO

C.1 Descrição do dispositivo UPFC simulado

O dispositivo UPFC está instalado entre as barras 1 e 2 (auxiliar), controlando a potência numa linha de transmissão de 500kV. O dispositivo UPFC consta de dois conversores de 3 níveis, 48-pulsos e 100MVA baseados em GTO, ver Figura 27. Sendo um dos conversores ligados em série e o outro em shunt. Ambos os conversores podem trocar potência ativa pelo link CC. O conversor série pode injetar no máximo 10% da tensão nominal fase-terra (MATLAB, 2006).

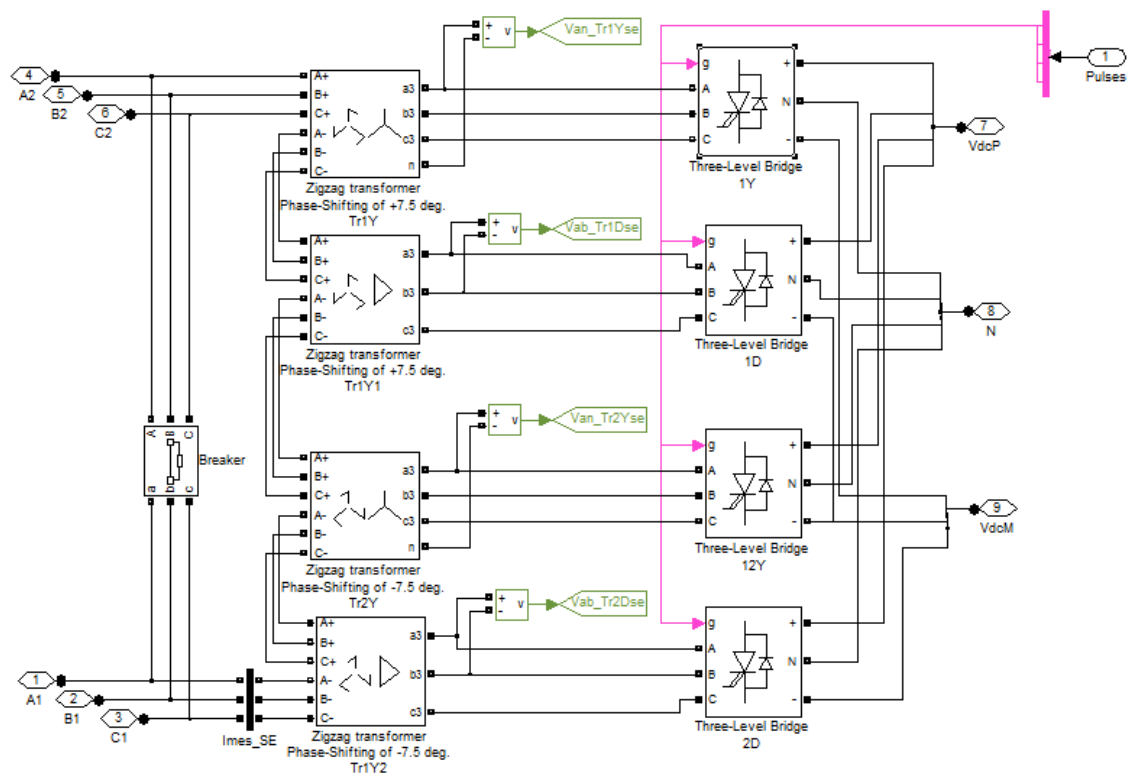


Figura 27: Conversor de 3-níveis e 48-pulsos (MATLAB, 2006).

Para obter o modo de operação UPFC o link CC deve permanecer fechado. Quando esse é aberto, são conseguidas mais duas alternativas de operação (MATLAB, 2006):

- o conversor 1 operando como STATCOM, controlando a tensão na barra 1. Injetando ou absorvendo potência reativa;

- o conversor 2 operando como SSSC, controlando a tensão injetada em série com a linha. Sempre em quadratura com a corrente da linha.

Os conversores são dois de 48-pulsos, neutralizadores de harmônicos (HINGORANI; GYUGYI, 2000; MATLAB, 2006; PADIYAR, 2009). Estes são formados por 4 conversores de 12 pulsos, cada um deles ligado no primário de um transformador defasador, e os bobinados do secundário conectadas em série. Isso permite que as tensões fundamentais estejam em fase e que o primeiro harmônico significativo seja o 47^a e 49^a. Gerando uma tensão quase senoidal de 48 graus.

C.2 Dados do sistema teste

A Tabela 16 apresenta os parâmetros base utilizados para os testes realizados.

Tabela 16: Valores base

Valores base	
Tensão base	500kV
Potência Base	100MVA

Na Tabela 17 apresentam-se os parâmetros elétricos dos barramentos do sistema.

Tabela 17: Dados dos barramentos

Barramento	$S_{cc}[MVA]$	$V_n[kV]$	X/R
Barra 1	8500	500	10
Barra 2	6500	500	10
Barra 3	9000	500	10

A linha de transmissão compensada pelo dispositivo UPFC é modelada como uma linha não transposta e não simétrica. Os parâmetros dessa linha, obtidos das dimensões médias de uma linha real, são apresentados nas equações (290)-(292). Devido ao fato de precisar modelar uma linha não transposta, nas simulações foi utilizado o modelo de linha de transmissão dependente da frequência, disponibilizado no Simulink/Matlab (MATLAB, 2006), que além de apresentar a mais completa representação da linha de transmissão é o único que permite representar uma linha não transposta.

$$R = \begin{bmatrix} 0.1135 & 0.0978 & 0.0976 \\ 0.0978 & 0.1131 & 0.0978 \\ 0.0976 & 0.0978 & 0.1135 \end{bmatrix} \left(\frac{\Omega}{km} \right) \quad (290)$$

$$L = \begin{bmatrix} 1.6376e-003 & 9.2168e-004 & 7.8330e-004 \\ 9.2168e-004 & 1.6379e-003 & 9.2168e-004 \\ 7.8330e-004 & 9.2168e-004 & 1.6376e-003 \end{bmatrix} \left(\frac{H}{km} \right) \quad (291)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1.1880e - 008 & -3.6995e - 009 & -1.4605e - 009 \\ -3.6995e - 009 & 1.2810e - 008 & -3.6995e - 009 \\ -1.4605e - 009 & -3.6995e - 009 & 1.1880e - 008 \end{bmatrix} \left(\frac{F}{km} \right) \quad (292)$$

As restantes linhas do sistema foram modeladas pelos seus componentes de sequência e consideradas idealmente transpostas. A Tabela 18 apresenta os parâmetros utilizados na modelagem das linhas 2 e 3.

Tabela 18: Dados da linha

Linha	$R1[\Omega/km]$	$R0[\Omega/km]$	$L1[H/km]$	$L0[H/km]$	$C1[F/km]$	$C0[F/km]$	$l[km]$
2	0,02546	0,3864	9,34E-04	4,13E-03	1,27E-08	7,75E-09	75
3	0,02546	0,3864	9,34E-04	4,13E-03	1,27E-08	7,75E-09	180

C.3 Operação do UPFC

Aos efeitos de exemplificar o funcionamento do dispositivo UPFC durante a operação de controle de potência ativa e reativa apresenta-se na Figura 28 as potências que fluem nas linhas do sistema.

A Figura 28 apresenta as potências ativas e reativas das três linhas de transmissão durante a operação do dispositivo UPFC. O dispositivo UPFC controla a potência na linha 2 e aos 0,25s a potência ativa de referência muda de 8MW para 10MW. Observa-se que o tempo de acomodação até atingir o novo estado é bastante grande, e que os fluxos nas três linhas se vê afetado pela mudança na referência do UPFC. Ao mesmo tempo que a potência reativa também sofre uma pequena alteração durante o período de histereses do controle do UPFC.

Logo, aos 0,75s a referência da potência reativa muda de $-0,7Mvar$ para $+0,7Mvar$, mais uma vez os fluxos nas três linhas é afetado pela mudança da referencia no controlador instalado na linha 2. No entanto, o tempo de acomodação é menor que no caso da mudança na referência da potência ativa.

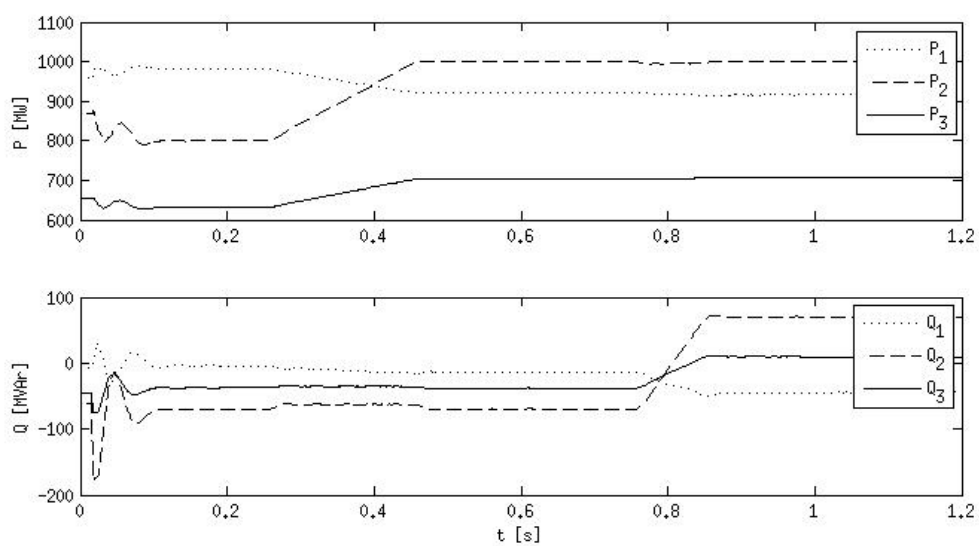


Figura 28: Controle da potência ativa e reativa desenvolvido pelo dispositivo UPFC.