

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**ANÁLISE DE PONTES EM ESTRUTURAS MISTAS DE AÇO-
CONCRETO DE SEÇÃO CAIXÃO COM PROTENSÃO
EXTERNA**

Bruno Tasca de Linhares

Porto Alegre

2015

BRUNO TASCA DE LINHARES

**ANÁLISE DE PONTES EM ESTRUTURAS MISTAS DE AÇO-
CONCRETO DE SEÇÃO-CAIXÃO COM PROTENSÃO
EXTERNA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul,
como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em
Engenharia.

Porto Alegre

2015

BRUNO TASCA DE LINHARES

**ANÁLISE DE PONTES EM ESTRUTURAS MISTAS DE AÇO-
CONCRETO DE SEÇÃO CAIXÃO COM PROTENSÃO
EXTERNA**

Porto Alegre, 17 de abril de 2015

Prof. Inácio Benvegnu Morsch
Dr. PPGEC/UFRGS
Orientador

Prof. Armando Miguel Awruch
Dr. COPPE/UFRJ
Coordenador PPGEC/UFRGS

BANCA EXAMINADORA

Américo Campos Filho (UFRGS)
Dr. pela USP/SP

Gladimir de Campos Grigoletti (RITTER DOS REIS/ULBRA)
Dr. pela UFRGS

Moacir Kripka (UPF)
Dr. pela EESC/USP

Dedico este trabalho a Pricila especialmente, que sempre me apoiou durante o período do meu Curso de Pós-Graduação.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha família, meu pai Antonio Tadeu Velloso de Linhares e minha mãe Nilse Maria Tasca, por toda a formação, apoio e liberdade que me deram.

Agradeço à Universidade Federal do Rio Grande do Sul pela formação profissional de qualidade a que tive acesso. Espero contribuir para a continuidade da mesma.

Agradeço ao professor Inácio Benvegno Morsch pela paciência, compreensão, questionamentos e apoio para a realização deste trabalho.

Agradeço aos colegas da Deltacon Eng., Giancarlo Tavares, Vera Fritsch, Paulo Machado, Marcos Beier e, especialmente, a Martin Beier, grande incentivador, professor e fonte de conhecimento.

Agradeço a uma pessoa cuja importância não posso descrever em palavras: Pricila Kovalski, minha mulher, amiga, confidente e companheira que em todos os momentos de questionamentos e hesitações me apoiou e aconselhou a jamais retroceder.

Faço um agradecimento especial póstumo a meu avô, Antonio Nelso Tasca, por ter inspirado em mim a paixão pelo conhecimento.

Um dos princípios da emancipação humana é a capacidade
de rir da autoridade.

Christopher Hitchens

RESUMO

LINHARES, B. T. **Análise de Pontes em Estruturas Mistas de Aço-Concreto de Seção Caixa com Protensão Externa**. 2015. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

Estruturas Mistas de Aço-Concreto têm sido usadas extensivamente na construção de pontes e viadutos urbanos, especialmente a partir da segunda metade do século XX. A popularidade desse tipo de solução, com seções caixa, cresceu devido a sua alta capacidade à flexão, rigidez à torção e uma seção transversal fechada que reduz a superfície exposta a corrosão.

Este trabalho discorre sobre o comportamento estrutural, procedimentos de análise e verificação em Estado Limite Último (ELU) de pontes mistas de seção caixa com aplicação de protensão externa. Em vista da escassez de literatura sobre o assunto e inexistência de norma brasileira, o trabalho objetiva produzir um roteiro de análise para a determinação da capacidade à flexão em ELU de estruturas mistas de seção caixa protendidas. Embasado na norma americana AASHTO-LRFD:2012 e na revisão bibliográfica, propôs-se um estudo de caso para verificação/dimensionamento analíticos da estrutura, tratando de Momentos Fletores Resistentes (positivos e negativos), Esforço Cortante Resistente e conectores de cisalhamento. Após esta etapa inicial, aplicou-se protensão à estrutura e, por meio de métodos analíticos, e auxílio do método dos trabalhos virtuais, obtiveram-se as perdas de protensão e a relação entre a deformação adicional do cabo de protensão em função do momento externo aplicado à estrutura. Deste modo pôde-se fazer o equilíbrio de forças horizontais, através do método da Bissecção, e obter-se o valor de incremento de Momentos Fletores Positivos e Negativos Resistentes da estrutura. Observou-se, com a protensão, um aumento de resistência importante na região de Momentos Fletores Negativos em ELU (~40%); para a região de flexão positiva esse incremento foi pouco superior a 7%, em relação à estrutura não-protendida. Por fim, modelou-se a estrutura em elementos finitos de casca com o *software* SAP2000, a fim de confrontar a análise inicial, feita em modelo de barras de pórtico espacial, preconizada pela norma AASHTO-LRFD:2012. Os resultados mostram que o modelo em barras de pórtico espacial, em termos de deslocamentos e tensões, é adequado à análise deste tipo de estrutura.

Palavras-chave: estruturas mistas; seção caixa; protensão externa; método dos trabalhos virtuais; perdas de protensão.

ABSTRACT

LINHARES, B. T. **Analysis of Steel-Concrete Composite Box Girder Bridges with External Prestressing**. 2015. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

Steel-Concrete Composite Structures have been used extensively in the construction of bridges and urban viaducts, especially from the second half of the twentieth century. The popularity of this type of solution, with box sections, has increased due to its high flexural capacity and torsion stiffness combined with a closed cross section that reduces the exposed surface to corrosion. This paper discusses the structural behavior, analysis and verification procedures in the Ultimate Limit State (ULS) of Composite Box Girder Bridges with application of external prestressing. In view of the paucity of literature on the subject and the absence of Brazilian standard, this work aims to produce an analysis script to determine the flexural capacity of prestressed composite box girder structures in ULS. Grounded in the American Standard AASHTO-LRFD:2012 and the literature review, we propose a case study for analytical verification/dimensioning of the structure, concerning positive and negative bending moments, shear and shear connectors. After this initial stage, prestressing was applied to the structure, and with the aid of analytical methods, and the virtual work method, the prestress losses and the relation between the additional strain of the tendons and the external applied moment were obtained. Thus, it was possible to make the horizontal forces balance through the Bisection Method and obtain the increment of positive and negative flexion strength. It was observed, with prestressing, an important increase of capacity in the negative bending region for ULS (~40%); for the positive bending region, the increase was somewhat higher than 7%, compared with the non-prestressed structure. Finally, a finite element model with shell elements was held with aid of the software SAP2000 to confront the initial analysis, made in space frame bars model, recommended by AASHTO-LRFD:2012 standard. The results show that the space frame bars model, in terms of displacements and stresses, is appropriate to analyze this type of structure.

Keywords: composite structures; box girder; external prestressing; virtual work method; prestress losses.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	17
1.1 HISTÓRICO E CARACTERÍSTICAS	19
1.2 JUSTIFICATIVA E OBJETIVOS	31
1.3 ESTRUTURA	32
2 PONTES	34
2.1 SUBESTRUTURA E FUNÇÕES	35
2.2 CARREGAMENTO DE PONTES	37
2.2.1 Cargas Permanentes da Superestrutura	37
2.2.2 Cargas Móveis da Superestrutura	37
2.2.2.1 Trem-tipo de Flexão	39
2.2.2.2 Trem-tipo de Torção	40
2.2.2.3 Carga de Impacto	41
2.2.2.4 Frenagem e Aceleração	41
2.2.2.5 Força Centrífuga	42
2.2.3 Carga de Vento na Superestrutura	42
2.2.4 Fluência e Retração	43
3 PONTES MISTAS	46
3.1 FASES DE CONSTRUÇÃO SEGUNDO AASHTO-LRFD:2012	46
3.1.1 Fase Seção Caixão Isostática	47
3.1.2 Fase Seção Caixão Hiperestática	47
3.1.3 Fase Seção Mista de Curta Duração	48
3.1.4 Fase Seção Mista de Longa Duração	49
3.2 MODELO DE ANÁLISE	49
3.3 COMBINAÇÕES DE CARGAS	51
4 NORMAS	54
4.1 NBR 8800:2008	54
4.2 AASHTO-LRFD:2012	55
4.2.1 Momento Fletor Plástico	56
4.2.1.1 Momento Fletor Resistente Positivo	57
4.2.1.2 Momento Fletor Resistente Negativo	58
4.2.2 Esforço Cortante Resistente	60
4.2.3 Conectores de Cisalhamento	62
4.2.3.1 Combinações de Fadiga	62

4.2.3.2 Resistência à fadiga de um conector tipo <i>Stud Bolt</i>	63
4.2.3.3 Fluxo de Cisalhamento e espaçamento dos conectores	64
4.2.3.4 Estado Limite Último para conectores	65
4.2.3.5 Retração e Protensão para conectores	66
5 PROTENSÃO	68
5.1 HISTÓRICO E CARACTERÍSTICAS DA PROTENSÃO	68
5.2 CLASSIFICAÇÃO DA PROTENSÃO	69
5.2.1 Sistemas de Protensão	70
5.2.2 Tipos de Protensão	70
5.3 PROTENSÃO EM ESTRUTURAS MISTAS	71
5.4 CARACTERIZAÇÃO DA PROTENSÃO EM ESTRUTURAS MISTAS	74
5.5 PERDAS DE PROTENSÃO	76
5.5.1 Perdas por Atrito	77
5.5.2 Perda por Recuo de Ancoragem	78
5.5.3 Perda por Recuo Elástico do Concreto	80
5.5.4 Perda por Retração do Concreto	82
5.5.5 Perda por Fluência do Concreto	82
5.5.6 Perda por Relaxação do Aço	84
5.5.7 Interação entre Perdas Progressivas	85
5.6 ESTADO LIMITE ÚLTIMO	86
5.6.1 Verificação do ELU para Concreto Protendido	86
5.6.1.1 Diagrama Tensão-Deformação do Concreto	89
5.6.1.2 Diagrama de Tensão Deformação do Aço Passivo	89
5.6.1.3 Tensão na Armadura Ativa	90
5.6.1.4 Armadura Protendida na Região Comprimida	92
5.6.1.5 Equilíbrio da Seção Transversal	93
5.6.2 Verificação do ELU para Estruturas Mistas Protendidas	94
5.6.2.1 Determinação da Força de Protensão Inicial	95
5.6.2.2 Momento Fletor Resistente Positivo	96
5.6.2.3 Momento Fletor Resistente Negativo	97
5.6.2.4 Esforço Cortante Último Reduzido	102
6 ESTUDO DE CASO	103
6.1 SEÇÃO TRANSVERSAL TIPO	103
6.2 MODELO	104
6.2.1 Considerações Gerais	104

6.2.2 Propriedades Geométricas	106
6.2.3 Carregamentos	108
6.3 RESULTADOS	111
6.3.1 Seção Mista não Protendida	111
6.3.2 Verificação do ELU para Caso Estudado	116
6.3.3 Verificação dos Conectores para Protensão	124
7 MODELO NUMÉRICO	126
7.1 DADOS DE ENTRADA	126
7.2 RESULTADOS	131
8 CONSIDERAÇÕES FINAIS	136
8.1 CONCLUSÕES	136
8.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	139
REFERÊNCIAS	140
ANEXO A – Verificação em ELU (flexão e corte) e Conectores de Cisalhamento AASHTO-LRFD:2012	145
ANEXO B – Verificação de Tensões para ELS em Estruturas Mistas Protendidas	165
ANEXO C – Perdas de Protensão para Estruturas Mistas	168
ANEXO D – Verificação de Flexão em ELU para Estruturas Mistas Protendidas ..	177

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Seção caixão típica de forma U com contraventamentos K	17
Figura 2: Protensão externa de reforço – Ponte Condet (Indonésia)	18
Figura 3: Ponte sobre o Rio Paraíba do Sul, Rio de Janeiro	19
Figura 4: Enrijecedores e travamentos de perfis	21
Figura 5: Montagem de Longarinas Protendidas	21
Figura 6: Ponte Ferroviária Milão-Roma, próxima a Modena (Itália) – seção transversal ômega do viaduto	22
Figura 7: Construção da Rodovia Egnatia (Grécia) – balanços sucessivos	22
Figura 8: Pontes sobre o Rio Jacuí – bras Sul e Norte, Porto Alegre BR-290	22
Figura 9: Seção mista de alma cheia	24
Figura 10: Seção caixão mista	24
Figura 11: (a) Stud Bolts; (b) perfis U; (c) espiral; (d) ângulo enrijecido; (e) barra inclinada plana	25
Figura 12: Conectores de cisalhamento Stud Bolts soldados	25
Figura 13: Rebaixos para conectores e aplicação de grout nas juntas	26
Figura 14: Tensões normais de flexão na borda superior da laje – seção mista x seção não-mista	26
Figura 15: Fases construtivas – ponte convencional com escoramentos e ponte mista sem escoamento	27
Figura 16: Trabalhos no viaduto sobre a Av. Bento Gonçalves (Porto Alegre)	28
Figura 17: Configurações de cabos para protensão externa	29
Figura 18: Gassino Bridge (Torino-Itália) – Ponte Mista de Seção Caixão Protendida em Balanços Sucessivos	29
Figura 19: Cabos de Protensão – Gassino Bridge	30
Figura 20: Viaduto Av. Julio de Castilhos - içamento	30
Figura 21: Içamento da seção sobre pilares	31
Figura 22: Lajes pré-moldadas com rebaixos (furos retangulares) para encaixe e ligação com os conectores de cisalhamento. Rebaixos para posicionamento da armadura negativa de continuidade	31
Figura 23: Subestruturas de uma ponte padrão	34
Figura 24: Encontro e Laje de Transição padrões de uma ponte	35
Figura 25: Aparelhos de apoio de concreto com placa de chumbo e rolete de aço (vínculos de 2º e 1º ordem, respectivamente)	36
Figura 26: Dente Gerber (superestrutura)	36
Figura 27: Aparelhos de apoio em neoprene fretado (vínculo elástico). Equivalem no modelo matemático a vínculos elásticos ou vínculos de 2º ordem	36

Figura 28: Aparelhos de apoio Cernoflon Unidirecional (CU) e Rundflon Unidirecional (RU)	37
Figura 29: Veículo Classes 45, 30 e 12	38
Figura 30: Carga de multidão (5kN/m ²)	38
Figura 31: Cortes no veículo tipo e fora	39
Figura 32: Trem-tipo final de flexão	40
Figura 33: Seção parcialmente carregada	40
Figura 34: Trem-tipo final de torção	40
Figura 35: Vento em pontes rodoviárias	42
Figura 36: Esforços por retração em seção mista	44
Figura 37: Seção típica de ponte mista com seção caixão	47
Figura 38: Homogeneização de seção mista	48
Figura 39: Típico modelo de ponte em elementos de barra	49
Figura 40: Modelo em elementos finitos de ponte com longarinas em perfil	50
Figura 41: Modelo em barra para viaduto em estrutura mista	51
Figura 42: Viaduto em estrutura mista de seção caixão	51
Figura 43: Posição da LNP em seções mistas – perfil I	54
Figura 44: Seção transversal para as diferentes fases de análise	56
Figura 45: Forças plásticas e posições possíveis da linha neutra plástica (PNA)	57
Figura 46: Influência do enrijecedor longitudinal (WT) na capacidade em momento fletor negativo último	59
Figura 47: Ação de campo de tensões entre enrijecedores	60
Figura 48: Curvas de fadiga de cisalhamento (Eurocode 3).....	64
Figura 49: Posicionamento do cabo e concretagem da peça, aplicação da protensão, injeção da pasta de cimento – protensão com aderência posterior	70
Figura 50: Exemplos de ancoragem ativa e passiva	71
Figura 51: Ponte Condet após reforços com protensão externa	85
Figura 52: Viga Mista Protendida com sistema Preflex	86
Figura 53: Protensão em estruturas de aço – cabos externos	87
Figura 54: Seções possíveis para vigas mistas com protensão externa	87
Figura 55: Tipologia tradicional de viga mista protendida	88
Figura 56: Enrijecedores de ancoragem	88
Figura 57: Possíveis traçados do cabo de protensão em estruturas mistas	89
Figura 58: Ondulação parasita da bainha	90
Figura 59: Forças de atrito em cabo curvo	90
Figura 60: Tensão no cabo antes da ancoragem e após a ancoragem	92

Figura 61: Modelo viscoelástico para fluência	96
Figura 62: Domínios de deformação para concreto em Estádio III	100
Figura 63: Diagrama parábola-retângulo e diagrama simplificado para o concreto	102
Figura 64: Diagrama tensão-deformação do aço passivo	102
Figura 65: Tensões ao longo da seção em função da protensão	103
Figura 66: Força necessária para neutralizar as tensões de protensão	103
Figura 67: Diagrama Tensão-Deformação do aço de protensão	105
Figura 68: Equilíbrio da seção transversal protendida	106
Figura 69: Equilíbrio plástico para seções de momento positivo	109
Figura 70: Equilíbrio plástico para seções de momento positivo	110
Figura 71: ELU para seção mista protendida sob momento fletor negativo	111
Figura 72: Força unitária no cabo para integração com método dos trabalhos virtuais ...	112
Figura 73: Esforço Cortante Último com Protensão	115
Figura 74: Seção transversal tipo	103
Figura 75: Modelo em barras de pórtico espacial (STRAP 2013)	105
Figura 76: Rigidezes à flexão e ao cisalhamento longitudinais desligadas (rótulas inferiores)	106
Figura 77: Seção caixão para fases Isostáticas e Hiperestáticas Iniciais (STRAP 2013) .	107
Figura 78: Fase Seção Mista de Longa Duração (STRAP 2013)	107
Figura 79: Fase Seção Mista de Curta Duração (STRAP 2013)	108
Figura 80: Carga g1 [tf/m] – STRAP 2013	108
Figura 81: Carga g2 – lajes sobre seção caixão [tf/m] – STRAP 2013	109
Figura 82: Travessa de concreto sobre pilares, dentro da seção caixão	109
Figura 83: Carga g3 – cargas permanentes de longa duração [tf/m] – STRAP 2013	110
Figura 84: Envoltória de Combinações de Momentos Fletores em ELU [tf.m]	112
Figura 85: Envoltória de Combinações de Esforços Cortantes em ELU [tf]	113
Figura 86: Posicionamento dos conectores sobre as mesas superiores da seção caixão ..	115
Figura 87: Desenvolvimento dos cabos de protensão – Corte Longitudinal	116
Figura 88: Cordoalha engraxada em bainha de PEAD	117
Figura 89: Bainha mestre em PEAD preenchida com nata de cimento, para acomodação de várias cordoalhas em protensão externa.....	117
Figura 90: Seção transversal com cabos de protensão	118
Figura 91: Viaduto Bois de Rosset, Suíça	118
Figura 92: Estudo experimental em Vigas Mistas Contínuas Protendidas	123
Figura 93: Elemento de Casca de quatro nós	126

Figura 94: Vista frontal do modelo completo em SAP2000	127
Figura 95: Vista interna seção caixão, travamentos, enrijecedores e desenvolvimento dos cabos de protensão (linhas de carga)	127
Figura 96: Travamentos superiores, conectores de cisalhamento e chapas frontais enrijecidas de ancoragem da protensão	128
Figura 97: Barras <i>Dummy</i> na mesma cota vertical do topo dos conectores e a 37cm à horizontal dos mesmos; barras definidas entre os nós dos elementos da laje (omidita)	129
Figura 98: Estágio 1 – ½ seção de aço isostática (carga 1); chapa enrijecida de ancoragem da protensão (ao fundo)	129
Figura 99: Estágio 2 – seção de aço hiperestática (carga g2)	130
Figura 100: Eixos globais XY e vínculos de 1º ordem na intersecção dos nós da mesa inferior e das chapas frontais de ancoragem da protensão	130
Figura 101: Seção transversal sobre o apoio central; vínculos de 2º ordem nos nós da mesa inferior	130
Figura 102: Deslocamentos g1 (isostático) - MEF [cm]	131
Figura 103: Deslocamentos g2 (hiperestático) – MEF [cm]	132
Figura 104: Deslocamentos g3+protensão – MEF [cm]	132
Figura 105: Envoltória de deslocamentos em ELS – MEF [cm]	133
Figura 106: Tensões na mesa superior – envoltória de combinações em ELS [kN/cm²]..	134
Figura 107: Tensões na mesa inferior – envoltória de combinações em ELS [kN/cm²] ..	134
Figura 108: Tensões na mesa inferior (central) – combinações em ELS [kN/cm²]	135
Figura 109: Tensões na mesa inferior (central) – combinações em ELS [kN/cm²]	135

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Relaxação de cordoalhas a 1000h e 20°C (ψ_{1000h}).....	84
Quadro 2: Etapas de Carregamento em Estruturas Mistas Pós-Tracionadas.....	94
Quadro 3: Espessura das chapas das aduelas (polegadas).....	104

LISTA DE SÍMBOLOS

ft: *feet* (pés); unidade do sistema inglês de medidas (1ft = 30,48cm)

g1: cargas permanentes na montagem da estrutura de aço - superestrutura funciona como seção caixão de aço isostático sob seu peso próprio

g2: cargas permanentes durante a montagem da superestrutura - superestrutura funciona como seção caixão de aço hiperestática recebendo cargas permanentes das lajes

g3: cargas permanentes (normalmente cargas de pavimento e barreiras rígidas) - superestrutura funciona como seção mista

Q: cargas variáveis (tráfego, temperatura, vento, etc.)

f_{ck} : resistência característica do concreto

f_{yd} : tensão de escoamento de aço ($f_{yd} = f_{yk}/1,15$)

f_{cd} : resistência de cálculo do concreto ($f_{cd} = f_{ck}/1,4$)

F_y : tensão de escoamento do aço estrutural

F_{nc} : tensão limite de compressão nas mesas inferiores do aço estrutural submetido à flexão negativa

f_c : resistência de cálculo do concreto com efeito Rüsç ($f_c = 0,85f_{cd}$)

tf: tonelada-força (=10kN)

in: polegadas (=2,54cm)

1 INTRODUÇÃO

Pontes e Viadutos em Estruturas Mistas de Aço-Concreto, nas quais lajes de concreto são solidarizadas a perfis de aço por meio de conectores de cisalhamento, tomaram grande impulso logo após a Segunda Guerra Mundial. Devido à escassez de recursos, foi necessário buscar maneiras de se usar os materiais disponíveis mais eficientemente.

Graças a avanços na tecnologia de fabricação, seções caixão de aço tornaram-se populares. A rápida montagem, alta capacidade à flexão, economia e estética fazem com que sejam mais favoráveis que outros sistemas de construção. Uma seção caixão típica na forma de U, agindo em conjunto com uma laje de concreto, apresenta uma vantagem adicional em relação ao perfil de alma cheia: alta rigidez à torção, de 100 a 1000 vezes a rigidez de uma seção comparável de alma cheia-I (ODEN; RIPPERGER, 1981).

Antes da cura do concreto da laje, entretanto, a seção caixão de aço é aberta e possui pouca rigidez à torção. Para estabilizá-la durante a fase de construção, contraventamentos internos são necessários. Dois tipos são os mais usados: em forma de X e em forma de K (figura 1). Adicionalmente, travamentos superiores em forma de X podem ser posicionados nas mesas superiores. Obs.: ao longo do trabalho, figuras sem referência são de arquivo pessoal do autor.



Figura 1: Seção caixão típica de forma U com contraventamentos K

A protensão é um método para se melhorar o comportamento estrutural do material. Não se limita a estruturas de concreto, sendo objeto de vários estudos internacionais em estruturas mistas. Objetiva aliviar tensões na estrutura, reduzir deslocamentos de serviço e aumentar a capacidade última da seção.

Nas últimas décadas, tem havido um rápido crescimento do volume e peso dos veículos na malha rodoviária nacional. Conseqüentemente, pontes rodoviárias e viadutos urbanos construídos com as prescrições da antiga NB-6:1982 (válida até 1984) não estão dimensionadas adequadamente para o tráfego atual. Essa tendência é mais pronunciada nos países desenvolvidos e em desenvolvimento, onde há um acelerado crescimento econômico. Em consequência disso, as estruturas sofrem danos e deterioração, tanto por condições ambientais, como corrosão das armaduras e do aço estrutural, e fadiga devido à sobrecarga. Vários métodos para reforçar as pontes existentes são conhecidos da literatura: reforços com fibras de carbono, adição de material estrutural (aço ou concreto), posicionamento de armaduras adicionais (cisalhamento e flexão) e a protensão externa. Segundo Klaiber e Wipf (1999), a aplicação da protensão como reforço é usada, desde os anos 60, em estruturas de aço, treliças e longarinas. Nos últimos 40 anos tem sido aplicada no reforço de estruturas em seção caixão.



Figura 2: Protensão externa de reforço – Ponte Condet (Indonésia)

No Brasil, até o momento da publicação deste trabalho, não há uma norma sobre pontes/viadutos em estruturas mistas. A NBR 8800:2008 se limita a estruturas de edifícios, o que leva o engenheiro a buscar nas normas internacionais os critérios para verificação e dimensionamento de pontes mistas. Entre essas, destaca-se a norma americana AASHTO-LRFD:2012 (*American Association of State Highway and Transportation Officials*), que regula os parâmetros de construção e projeto de pontes nos Estados Unidos desde 1931. O trabalho, portanto, se concentra nos critérios fixados por essa Norma para a verificação/dimensionamento de pontes em estruturas mistas de seção caixão e o emprego da protensão neste tipo de estrutura. Porém, neste trabalho, a protensão não é adotada como

reforço de uma estrutura já em uso, mas sim, como ação aplicada na fase de construção, contribuindo para o aumento da capacidade última da seção e redução de deslocamentos e tensões.

Deste modo, o trabalho visa a compilar os conhecimentos específicos para estruturas mistas de seção caixão, com especial atenção à aplicação de protensão.

1.1 HISTÓRICO E CARACTERÍSTICAS

Segundo Pfeil (2009), entre 1780 e 1820 construíram-se as primeiras pontes em arco e treliçadas, com elementos de ferro fundido, trabalhando em compressão. Bellei (2007) comenta que a primeira ponte a usar ferro fundido foi construída pelo exército prussiano em 1734. Porém, a primeira ponte toda em ferro fundido foi a de *Coalbrookdale*, na Inglaterra em 1779, tratando-se de um arco com vão de 30m. No Brasil, a ponte sobre o rio Paraíba do Sul, Estado do Rio de Janeiro, foi inaugurada em 1857, com vãos de 30m em arcos atirantados de ferro fundido, mostrada na figura 3. Acredita-se ser esta a ponte mais antiga do país. Devido à boa resistência à corrosão, várias obras feitas com esse material ainda se encontram em perfeito estado até hoje.



Figura 3: Ponte sobre Rio Paraíba do Sul, Rio de Janeiro (Pfeil, 2009)

Em meados do século XIX, o ferro fundido foi substituído pelo ferro forjado, que oferecia maior segurança. No entanto, o grande número de acidentes que se sucederam tornou necessária a pesquisa de materiais com melhores características. Durante a década de 1870-1880 nos Estados Unidos, mais de 200 pontes ruíram. Na Escócia em 1879, 13 vigas da ponte

do mar de *Tay* foram derrubadas pelo vento quando um trem de passageiros a estava atravessando (BELLEI, 2007).

O aço, que já era conhecido desde a Antiguidade, popularizou-se a partir do final do século XIX. O aço-carbono, liga formada por ferro e carbono, com adições de Manganês (Mn), Cobre (Cu) e Silício (Si), foi usado quase exclusivamente ao longo da primeira metade do século XX. Aços de maior resistência começaram a ser usados a partir da década de 1950, difundindo-se os aços de baixa liga.

Segundo Mason (1976), os aços de baixa liga são em geral utilizados na construção de pontes. Estes aços contêm carbono, pequenas porcentagens de enxofre (S), fósforo (P) e outros elementos, tais como Manganês (Mn), Silício (Si), Vanádio (V), Molibdênio (Mo) e Titânio (Ti). Estes últimos aditivos quando aplicados em quantidades adequadas garantem um aumento da resistência mecânica, e a adição de Cobre (Cu) eleva a resistência à corrosão. É o que ocorre com os aços denominados CORTEN, ou aços patináveis. O aço CORTEN, de alta resistência, foi desenvolvido nos Estados Unidos na década de 1930. Esse aço forma a pátina, uma camada de óxido de ferro de cor avermelhada e textura fina que adere ao substrato agindo como uma barreira à corrosão. Além de em alguns casos dispensar pintura e apresentar resistências até 8 vezes maior que o aço-carbono comum, sua taxa de corrosão é decrescente ¹.

Como vantagens das estruturas de aço, destacam-se:

- a) alta resistência nos diversos estados de tensão (tração, compressão);
- b) oferece grande margem de segurança no projeto; material homogêneo, com limite de escoamento, ruptura e módulo de elasticidade bem definidos;
- c) permite reforçar ou substituir os elementos da estrutura;
- d) reaproveitamento de material.

A principal desvantagem é a suscetibilidade à corrosão, o que requer o emprego de tintas ou outra proteção.

Atualmente, as estruturas de aço são aplicadas em praticamente todos os setores da construção civil. Para a construção de pontes, empregam-se primordialmente chapas soldadas de alta resistência com espessuras variando de 6mm podendo chegar a 100mm em casos especiais (MASON, 1976). Perfis laminados ou soldados são frequentemente usados em peças especiais como transversinas e enrijecedores (figura 4).

¹ Acesso ao artigo, estando no site < <http://www.infomet.com.br/site/acos-e-ligas-conteudo-ler.php?codConteudo=201>> Acesso em: .25 ago. 2014.

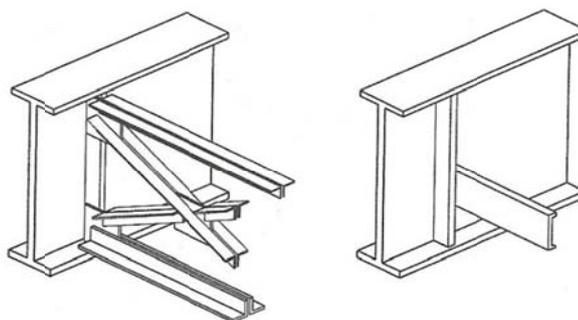


Figura 4: Enrijecedores e travamentos de perfis (DUAN et al., 1999)

No final do século XIX surgiram as pontes em concreto armado, sendo a primeira registrada na França em 1875. Na época o concreto armado era usado inicialmente nas lajes dos tabuleiros e nas nervuras dos arcos. Aproximadamente uma década depois, surgiram as pontes em vigas e pórticos com vãos de até 30m.

Apesar da evolução tecnológica do concreto nas últimas décadas, suas limitações para grandes vãos acabaram sendo superadas pelo advento do concreto protendido, continuando o concreto armado a ser largamente utilizado nas fundações e mesoestruturas.

O concreto protendido surgiu na Alemanha na década de 1930 e desenvolveu-se principalmente após a Segunda Guerra Mundial devido, em grande parte, ao trabalho do engenheiro francês Eugène Freyssinet (VITÓRIO, 2002). O concreto protendido é atualmente o material mais empregado na superestrutura de pontes rodoviárias, devido ao fato de poder vencer vãos maiores com redução da altura de vigas. As figuras 5 a 8 ilustram estruturas em concreto armado/protendido.



Figura 5: Montagem de Longarinas Protendidas



Figura 6: Ponte Ferroviária Milão-Roma, próxima a Modena (Itália) – seção transversal ômega do viaduto (MACCHI; MACCHI, 2010)



Figura 7: Construção da Rodovia Egnatia (Grécia) – balanços sucessivos (TZAVEAS; GAVAISE, 2010)



Figura 8: Pontes sobre o Rio Jacuí – Obras Sul e Norte, Porto Alegre BR-290

Os sistemas com estruturas mistas para pontes, visam a combinar esses dois materiais para obter, assim, a máxima eficiência de ambos. Foram introduzidas à época da reconstrução europeia no pós-guerra e mostraram-se, nas últimas cinco décadas, como um dos sistemas mais adequados para o uso de materiais compósitos em aplicações em rodovias. O trabalho conjunto se dá através de ligação por conectores de cisalhamento.

Os primeiros elementos mistos utilizados foram as vigas; os perfis eram envolvidos com concreto sem função estrutural a fim de aumentar a resistência ao fogo, porém com o desenvolvimento de resistências maiores para o concreto, ele passou a ser levado em conta na resistência do conjunto.

A primeira norma a abordar exclusivamente o dimensionamento e verificação de elementos mistos foi a norma europeia Eurocode 4, que serviu de diretriz para a elaboração do texto de revisão da NBR 8800:2008. Atualmente a NBR 8800:2008 contempla o dimensionamento de lajes mistas, vigas mistas, pilares mistos e ligações mistas para estruturas de edifícios.

De acordo com De Nardin e Souza (2008), a utilização de elementos mistos aço-concreto amplia de maneira considerável o conjunto de soluções em concreto armado e em aço. A crescente utilização de estruturas mistas deve-se a fatores como: maior transparência da estrutura, redução das dimensões da seção transversal, peso próprio menor, maior rapidez e facilidade de execução e possibilidade de dispensar fôrmas e escoramentos, reduzindo custos com materiais e mão de obra.

A ação composta não só reduz os esforços das cargas variáveis, como também as deflexões devido ao aumento da rigidez à flexão. Isso é garantido pela presença dos conectores de cisalhamento fixados à viga. Seções mistas e tipos de conectores são mostrados nas figuras 9 a 11, porém os conectores flexíveis, ou *Stud Bolts*, tornaram-se os mais utilizados atualmente e são exemplificados na figura 12 (KLAIBER; WIPF, 1999).

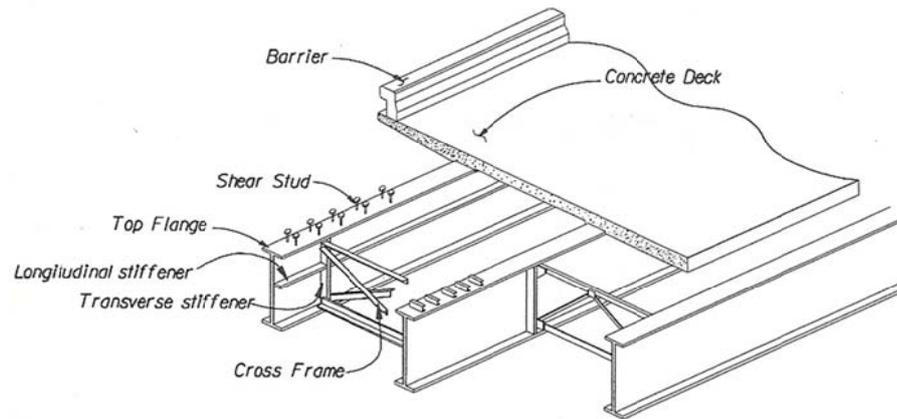


Figura 9: Seção mista de alma cheia. Trad.: *Concrete Deck* (Laje do Tabuleiro), *Barrier* (Barreira Rígida), *Shear Stud* (Conector de Cisalhamento), *Cross Frame* (Travamento Transversal), *Longitudinal Stiffener* (Enrijecedor Longitudinal), *Transverse Stiffener* (Enrijecedor Transversal) e *Top Flange* (Mesa Superior) (DUAN et al., 1999)

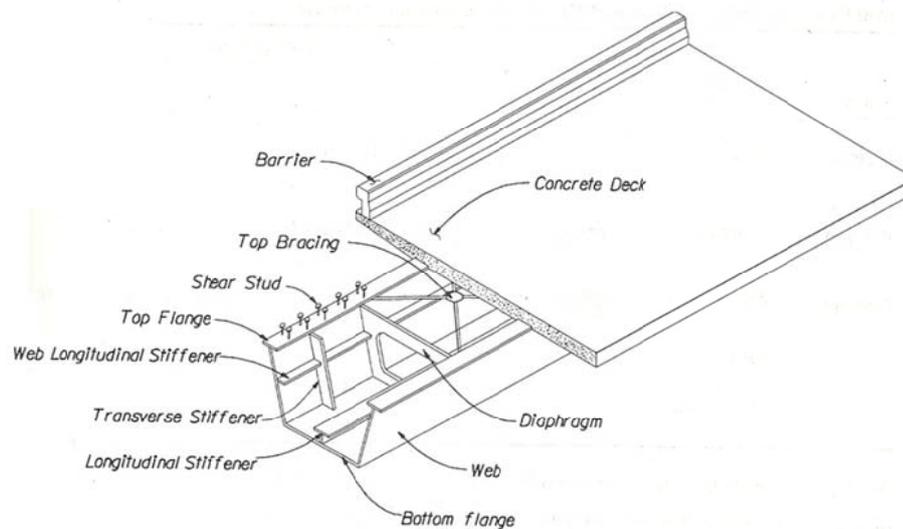


Figura 10: Seção caixão mista. Trad.: *Concrete Deck* (Laje do Tabuleiro), *Barrier* (Barreira Rígida), *Diaphragm* (Diafragma), *Shear Stud* (Conector de Cisalhamento), *Top Flange* (Mesa Superior), *Bottom Flange* (Mesa Inferior), *Web* (Alma), *Top Bracing* (Travamento Superior), *Transverse Stiffener* (Enrijecedor Transversal), *Longitudinal Stiffener* (Enrijecedor Longitudinal) e *Web Longitudinal Stiffener* (Enrijecedor Longitudinal da Alma) (SALEH; DUAN, 1999)

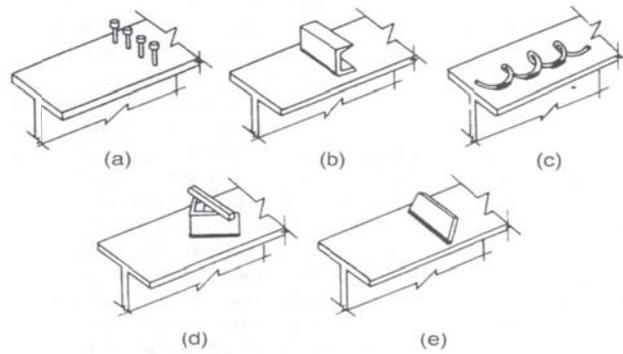


Figura 11: (a) *Stud Bolts* soldados; (b) perfis U; (c) espiral; (d) ângulo enrijecido; (e) barra inclinada plana (KLAIBER; WIPF, 1999)



Figura 12: Conectores de cisalhamento *Stud Bolts* soldados

As vigas mistas também podem ser compostas com lajes de concreto pré-fabricado. O uso de lajes pré-fabricadas é uma solução rápida com a vantagem de dispensar fôrmas. Os painéis pré-fabricados recebem furos ou rebaixos diretamente nas posições dos *Stud Bolts* no aço estrutural. Os conectores soldados são então posicionados através dos furos na laje. A ação composta será garantida ao preencherem-se os furos bem como as juntas entre os painéis e as vigas de aço com concreto de cura rápida e de baixa retração (Figura 13).

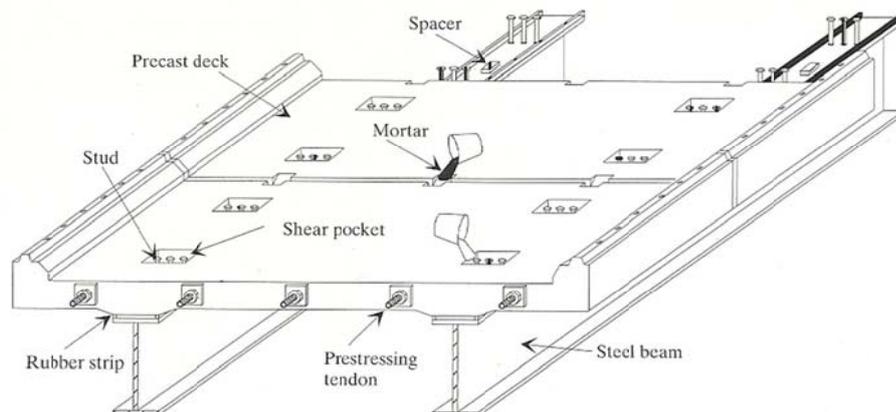


Figura 13: Rebaixos para conectores e aplicação de *grout* nas juntas. Tradução: *Precast Deck* (Laje Pré-fabricada), *Mortar* (Argamassa), *Shear Pocket* (Rebaixo para Cisalhamento), *Steel Beam* (Viga d'Aço), *Prestressing Tendons* (Cabos de Protensão), *Rubber Strip* (Tira de Borracha), *Spacer* (Espaçador) (SHIM et al., 2010)

A vantagem da ação composta pode ser vista na figura 14. Neste gráfico é mostrada a diminuição das tensões na mesa superior do perfil de aço. Trata-se de resultado da ação composta em uma ponte mista com vão simplesmente apoiado e laje de espessura 20cm.

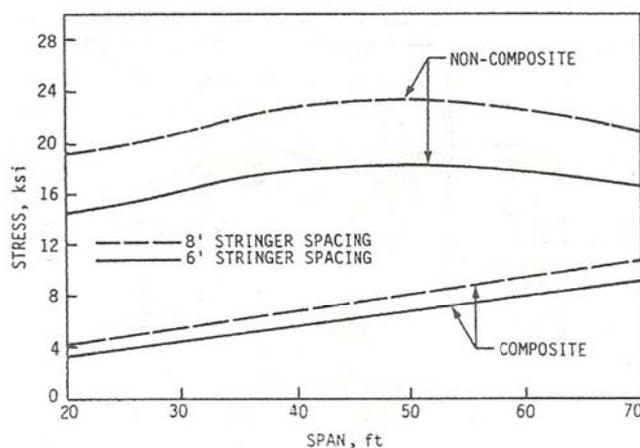


Figura 14: Tensões normais de flexão na borda superior da laje - seção mista x seção não-mista [1Ksi ~ 6,90 MPa] (KLAIBER; WIPF, 1999)

O ensaio levou em conta a carga padrão, HS20, da AASHTO-LRFD:2012. Dois espaçamentos (*Stringer Spacing*) entre perfis foram tomados constantes, 1,80m (6ft) e 2,40m (8ft), enquanto o vão variou de 6,10m (20ft) a 21,30m (70ft). Percebe-se que para 12,20m (40ft) de vão e espaçamento de 2,40m (8ft) entre vigas, há uma redução das tensões de aproximadamente 68%, de 152MPa (22ksi) para 48MPa (7ksi) em comparação com estruturas convencionais não-compostas (KLAIBER; WIPF, 1999).

Segundo estudos comparativos de Plecnik e Ahmad (1989 apud PLECNIK; HENRIQUEZ, 1999) sobre cargas permanentes de pontes, para vários tipos de tabuleiros, convencionais e mistos, constatou-se que para pontes convencionais a estrutura mista reduz a carga permanente total da superestrutura em mais de 54%. Se a comparação for feita somente entre os tabuleiros das pontes, tabuleiros com estruturas compostas têm aproximadamente de 20 a 30% do peso de tabuleiros de concreto convencionais. Os estudos levaram em conta duas pontes convencionais de 16,3m de vão e uma ponte basculante de 76,2m. A redução do peso dos tabuleiros traduz-se em:

- a) Aumento das cargas variáveis permitidas resultantes do tráfego na ponte;
- b) Redução dos custos de construção;
- b) Redução considerável na infraestrutura.

Em comparação às estruturas convencionais, as longarinas de aço podem suportar o peso próprio do concreto em estado plástico durante construção, reduzindo ou eliminando os escoramentos. A figura 15 ilustra essa diferença.

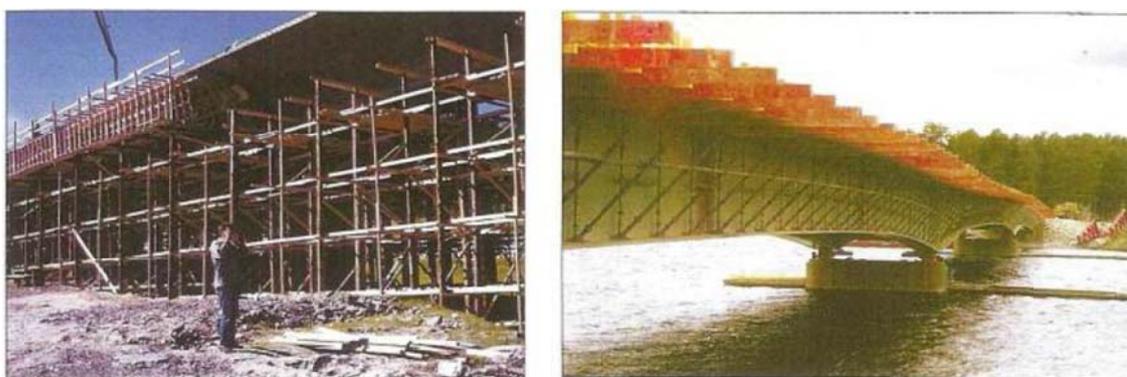


Figura 15: Fases construtivas - ponte convencional com escoramentos e ponte mista sem escoramentos (HÄLLMARK; COLLIN, 2009)

O viaduto sobre a Av. Bento Gonçalves em Porto Alegre, figura 16, é um exemplo de estrutura mista de seção caixão.



Figura 16: Trabalhos no viaduto sobre Av. Bento Gonçalves (Porto Alegre)

Plecnik e Henriquez (1999) destacam como desvantagem das estruturas mistas um maior custo inicial. Embora a superestrutura reduza o peso próprio, para grandes vãos esse peso reduzido pode resultar em vibrações excessivas. Apesar disso, materiais compósitos aumentam o amortecimento da estrutura. Rodrigues (2012) apresenta um estudo comparativo de custos entre as opções de estrutura mista e concreto protendido para uma ponte ferroviária de vão isostático de 20m e largura de 6m. Em suas conclusões, apesar da redução do peso próprio para a primeira solução ser de 48%, chega a um custo para as estruturas mistas, 26% maior que a estrutura em concreto protendido.

Pontes e viadutos projetados a partir de normas antigas sofrem deterioração gradativa devido às cargas de tráfego atuais. Em geral, o reforço da estrutura com a aplicação de protensão externa é uma alternativa econômica e eficiente à implantação de uma nova estrutura. As vantagens dessa técnica são: estender o comportamento elástico da ponte, aumentar a capacidade última, aumentar a capacidade a fadiga e diminuir deslocamentos. Adicionalmente, é de fácil instalação e manutenção, já que os cabos ficam acessíveis e a interrupção do tráfego é mínima.

A protensão externa também pode ser usada para converter uma estrutura isostática em hiperestática, ao desenvolver continuidade da mesma. Desde os anos 1950, a protensão externa vem sendo usada para reforçar longarinas e treliças de aço, seções caixão de concreto e pontes mistas. A figura 17 ilustra algumas configurações de cabos externos, que tanto podem ser aplicadas em seções de concreto como de aço e/ou mistas.

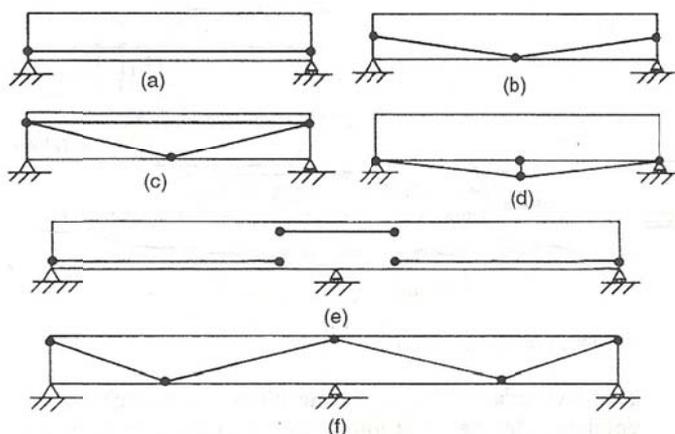


Figura 17: Configurações de cabos para protensão externa (KLAIBER; WIPF, 1999)

A configuração (f) da figura 17, foi usada para transformar a ponte sobre o canal *Welland* (Canadá) de 5 vãos **isostáticos** em concreto armado de seção T, em **hiperestática**, alterando assim o comportamento estrutural e reduzindo os momentos fletores positivos².

No caso de uma ponte mista, a laje de concreto é mais efetiva na região de momentos fletores positivos. Obtém-se uma grande área de compressão (laje), elevando-se a posição da linha neutra. Assim, a maior parte da seção de aço está sob tração. Na região de flexão negativa, a laje está sujeita a tensões de tração e, portanto, será menos efetiva, devido à fissuração sob cargas de serviço. Essa fissuração, reduz a contribuição da laje no equilíbrio e pode permitir a entrada de agentes agressivos ao aço passivo. A aplicação da protensão neste caso visa a manter a laje sob tensões de compressão, evitando sua fissuração e aumentando a capacidade última da seção.



Figura 18: Gassino Bridge (Torino-Itália) – Ponte Mista de Seção Caixa Protendida em Balanços Sucessivos

² VERNIGORA, E.; MARCIL, J. R. M.; SLATER, W. M.; AIKEN, R. V. **Bridge rehabilitation and strengthening by continuous post-tensioning**, J. PCI, 14(2) 88-104, 1969.



Figura 19: Cabos de Protensão - Gassino Bridge

Como exemplo complementar, ligado diretamente ao escopo do trabalho, cita-se o viaduto da Av. Júlio de Castilhos em Porto Alegre. Trata-se de uma sucessão de 9 vãos que variam de 23m a 36m. A seção é composta por chapas de aço CORTEN ASTM A588, enrijecidas longitudinalmente por perfis laminados tipo cantoneira.



Figura 20: Viaduto Av. Julio de Castilhos – içamento

Contraventamentos em forma K são posicionados a cada 2m aproximadamente. Travamentos superiores em forma de X com perfis laminados são definidos, para garantir rigidez à torção, especialmente durante fase de montagem. A altura da seção varia ao longo da peça, indo de 1,20m no centro a 1,80m nos apoios. Os conectores de cisalhamento são do tipo *Stud Bolt*.



Figura 21: Içamento da seção sobre pilares



Figura 22: Lajes pré-moldadas com rebaixos (furos retangulares) para encaixe e ligação com os conectores de cisalhamento. Rebaixos para posicionamento da armadura negativa de continuidade (ao fundo)

1.2 JUSTIFICATIVA E OBJETIVOS

Devido à inexistência de normatização brasileira e escassez de materiais nacionais, como já mencionado, faz-se necessário um estudo dos procedimentos de cálculo/verificação de estruturas mistas para obras de arte. Pontes mistas de seção caixão apresentam grandes vantagens para as obras viárias, mostrando-se eficientes, rápidas, com grande capacidade de carga e pouca interferência com o ambiente. O assunto vem ganhando espaço no meio técnico nos últimos anos, porém os estudantes e profissionais de engenharia no Brasil pouco sabem sobre este tipo de solução.

O estudo da protensão é importante para este tipo de estrutura, pois, como já citado, o crescente desenvolvimento nacional tende a fazer com que o volume de tráfego possa submeter a estrutura a cargas excessivas no futuro próximo. A protensão é uma alternativa

para a atenuação desses efeitos, sendo que para as estruturas mistas caixão, devido à sua seção transversal vazada, há a possibilidade para a instalação da protensão em seu interior.

Sendo assim, o objetivo do trabalho é propor o estudo de um caso, uma ponte mista de seção caixão contínua tangente de 2 vãos, proceder à sua verificação analítica segundo os critérios da norma AASHTO-LRFD:2012, determinar sua resistência em Estado Limite Último (ELU) e definir conectores de cisalhamento. Com isso, aplicar uma força de protensão à estrutura, que respeite suas tensões admissíveis, e apresentar o método para a verificação em ELU com a protensão. O foco é dado especialmente ao estado último da flexão negativa, na região de continuidade dos vãos. A verificação da região de flexão negativa em estruturas mistas normalmente é omitida ou apresentada sem os devidos detalhes em manuais técnicos e livros, tratamento diferente do caso da flexão positiva. Deste modo, então, pretende-se construir um método de verificação da flexão na região de momento negativo, com aplicação de protensão, para estruturas mistas de seção caixão e apresentar o incremento de resistência em ELU.

A análise estrutural inicial é realizada por meio de modelo em barras de pórtico espacial através do *software* STRAP 2013. Por fim, um modelo em elementos finitos, com elementos de casca, é efetuado, com auxílio do *software* SAP2000, para confrontar/validar os resultados do modelo inicial, especialmente em termos de tensões e deslocamentos. Convém destacar que o modelo em barras de pórtico espacial tem anuência da norma AASHTO-LRFD:2012.

O modelo em elementos finitos com SAP2000 justifica-se por este *software* possuir opções de elementos de casca fina (*Thin Shell*) e casca grossa (*Thick Shell*), ao passo que o *software* STRAP 2013 somente disponibiliza elementos de casca fina.

1.3 ESTRUTURA

O trabalho está dividido em 8 capítulos, além dos Anexos A, B, C e D, que apresentam as rotinas e programações das verificações e dimensionamentos analíticos.

No primeiro capítulo foi apresentado um panorama geral do problema a que se propõe o trabalho, conceituação e histórico das estruturas mistas e vantagens da aplicação da protensão, bem como a justificativa e objetivos do trabalho.

O capítulo 2 trata das características das pontes em geral. Conceitos de subestruturas, suas funções, bem como critérios para definir os carregamentos permanentes e móveis segundo as normas brasileiras: NBR 8681:2003 e NBR 7188:2013.

No capítulo 3, trata-se das fases de carregamento das estruturas mistas, seus modelos de análise e determinação das combinações de cargas para Estado Limite Último (ELU) e de Serviço/Fadiga (ELS).

O capítulo 4 se encarrega de apresentar as prescrições da AASHTO-LRFD:2012 para as verificações de pontes mistas de seção caixão quanto ELU (flexão, cisalhamento) e ELS (conectores de cisalhamento).

O capítulo 5 apresenta inicialmente a protensão focada a estruturas de concreto para depois evoluir ao caso das estruturas mistas e à aplicação no modelo do caso estudado. No capítulo 6 é proposto um estudo de caso.

No capítulo 7 apresentam-se os critérios e resultados da análise da estrutura em Elementos Finitos com o auxílio do *software* SAP2000.

As conclusões e sugestões para trabalhos futuros ficam a cargo do capítulo 8. As referências bibliográficas são apresentadas na sequência.

2 PONTES

Este capítulo aborda conceitos básicos de pontes, como suas subestruturas e funções e, na sequência, trata dos carregamentos aplicados às Obras de Arte, segundo normas específicas.

2.1 SUBESTRUTURAS E FUNÇÕES

Segundo Mendes (2003), pontes são estruturas em Obras de Arte destinadas a vencer obstáculos como cursos d'água e vales profundos. De um modo geral, quando o obstáculo é um centro urbano ou uma via expressa, a ponte recebe o nome de viaduto ou elevado.

Basicamente, uma ponte ou viaduto é constituída de três subestruturas: **superestrutura**, **mesoestrutura** e **infraestrutura**.

A **superestrutura** corresponde à parte da obra que recebe as cargas do tráfego. Compõe-se de lajes, longarinas, transversinas, cortinas, dentes *Gerber*, consoles. A **mesoestrutura** compõe-se dos aparelhos de apoio, pilares e vigas de contraventamento. Os aparelhos de apoio são elementos em borracha vulcanizada (conhecida como neoprene), lâminas de chumbo, roletes e esferas de aço, articulações *Freyssinet* ou superfícies de aço inoxidável com PTFE (Politetrafluoretileno, conhecido como Teflon). Transferem o peso próprio da superestrutura e a carga de tráfego para os pilares. Os pilares, por sua vez, transferem as cargas para as fundações. A **infraestrutura** são as fundações. Podem ser blocos, estacas, tubulões e sapatas que transmitem as cargas para o solo. A figura 23 ilustra o exposto.

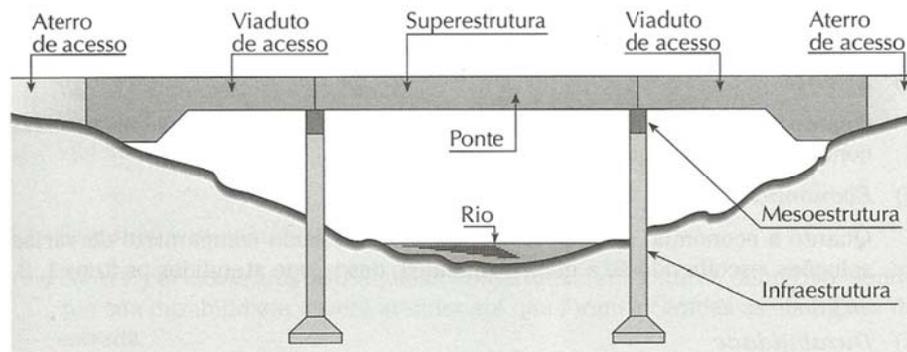


Figura 23: Subestruturas de uma ponte padrão (MARCHETI, 2009)

Existem ainda elementos complementares que são necessários ao entendimento mais amplo das pontes/viadutos. Destacam-se:

Os *Encontros*, que têm por função receber os empuxos de aterros de acesso e impedir que essas cargas sejam transferidas aos pilares e as *Lajes de Transição*, que têm por função acompanhar os recalques dos aterros.

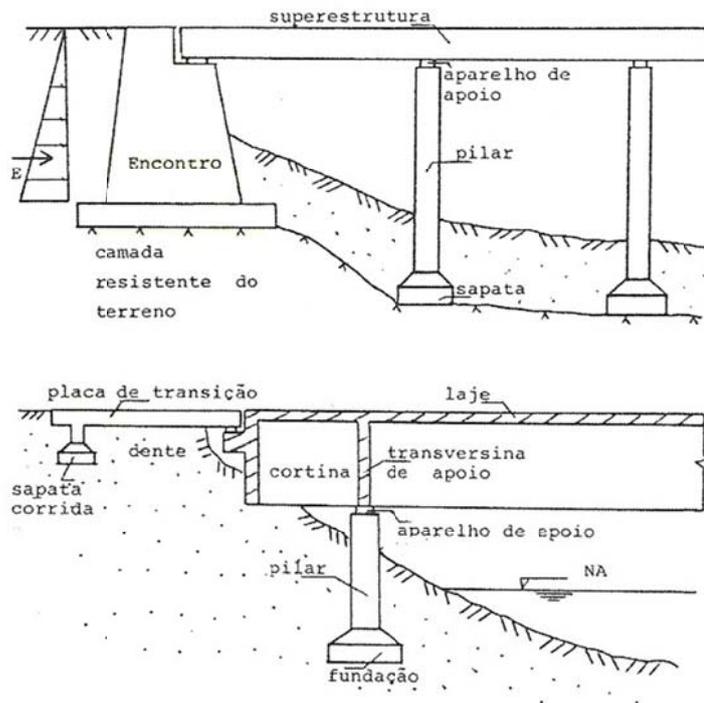


Figura 24: Encontro e Laje de Transição padrões de uma ponte (MENDES, 2003)

Essa configuração estrutural de pontes supracitada aplica-se também às pontes em estruturas mistas, sendo a principal diferença a superestrutura, que passa a ser composta pela laje de concreto e o perfil (ou seção caixão) de aço.

As figuras seguintes ilustram alguns componentes das subestruturas comentadas até aqui.



Figura 25: Aparelhos de apoio de concreto com placa de chumbo e rolete de aço (vínculos de 2º e 1º ordem, respectivamente)



Figura 26: Dente *Gerber* (superestrutura)



Figura 27: Aparelhos de apoio em neoprene fretado (vínculo elástico). Equivalem no modelo matemático a vínculos elásticos ou vínculos de 2º ordem

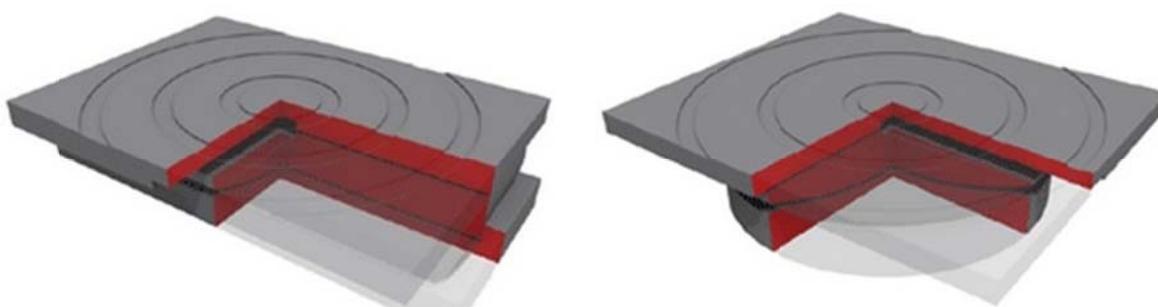


Figura 28: Aparelhos de apoio Cernoflon Unidirecional (CU) e Rundflon Unidirecional (RU) (PROTENDE)

Os aparelhos da figura 28 permitem translações em uma direção e giros em uma e múltiplas direções, respectivamente. Equivalem no modelo matemático a vínculos de 1º ordem.

2.2 CARREGAMENTOS DE PONTES

Nesta seção, apresenta-se o processo de carregamento de uma ponte. Entre as cargas, destacam-se: cargas permanentes, cargas móveis (tráfego), vento, retração e fluência. Especial atenção é dada para a composição dos trens-tipo de cargas móveis a aplicar sobre o modelo.

2.2.1 Cargas Permanentes da Superestrutura

De acordo com a NBR 7187:2003, as cargas permanentes compreendem as ações cuja intensidade pode ser considerada constante ao longo da vida útil da estrutura. São representadas pelo peso próprio dos elementos estruturais e também dos elementos que estão permanentemente fixos à estrutura da ponte, tais como guarda-corpos, guarda-rodas, defensas, passeios, pavimentação, postes de iluminação, trilhos e lastros (MARCHETTI, 2009).

2.2.2 Cargas Móveis da Superestrutura

Todas as condições exigíveis de cargas móveis a serem consideradas no cálculo de pontes rodoviárias no Brasil são fixadas pela norma NBR 7188:2013. As classes de cargas móveis rodoviárias são classificadas em: Ponte classe 45, classe 30 e classe 12. Trata-se de veículos com 3 eixos e peso total de 450kN, 300kN e 120kN, respectivamente. Além do veículo, é prevista também uma carga distribuída por todo o tabuleiro, exceto na posição do veículo,

chamada de carga de multidão e que corresponde a 5kN/m^2 . A composição da carga distribuída mais o veículo resulta no trem-tipo de projeto.

O trem-tipo final é calculado em função do número de vigas principais, se possui ou não laje inferior e, depende sobretudo, das dimensões transversais do tabuleiro (MENDES, 2003). As figuras 29 e 30 ilustram os trens-tipo bem como a carga de multidão.

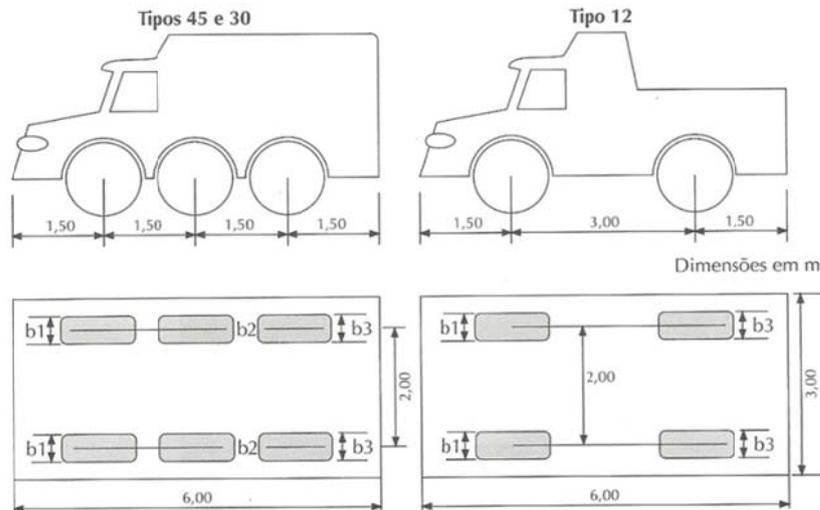


Figura 29: Veículo Classes 45, 30 e 12 (MARCHETTI, 2009)

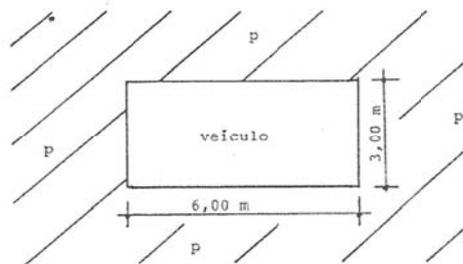


Figura 30: Carga de multidão (5kN/m^2) (MENDES, 2003)

A seção transversal em caixão celular, como considerado neste trabalho, apresenta grande rigidez à torção devido à existência da laje. Em toda a análise é considerada a seção integral, ou seja, as cargas móveis são distribuídas sobre toda a pista de rolamento, independentemente do número de almas (perfis verticais) que compõem o tabuleiro.

2.2.2.1 Trem-tipo de Flexão

O processo consiste em dispor o trem-tipo longitudinalmente em qualquer trecho da seção transversal, sendo o restante preenchido com a carga de multidão, atrás, à frente e pelos lados do veículo. Na sequência, fazem-se 2 cortes transversais sobre estes carregamentos. O primeiro passando pelo veículo (A-A), onde são determinadas as cargas provenientes das rodas e o segundo (B-B), fora da faixa do veículo, no qual são determinadas as cargas provenientes da multidão. A figura 31 ajuda a fixar este método de distribuição de cargas.

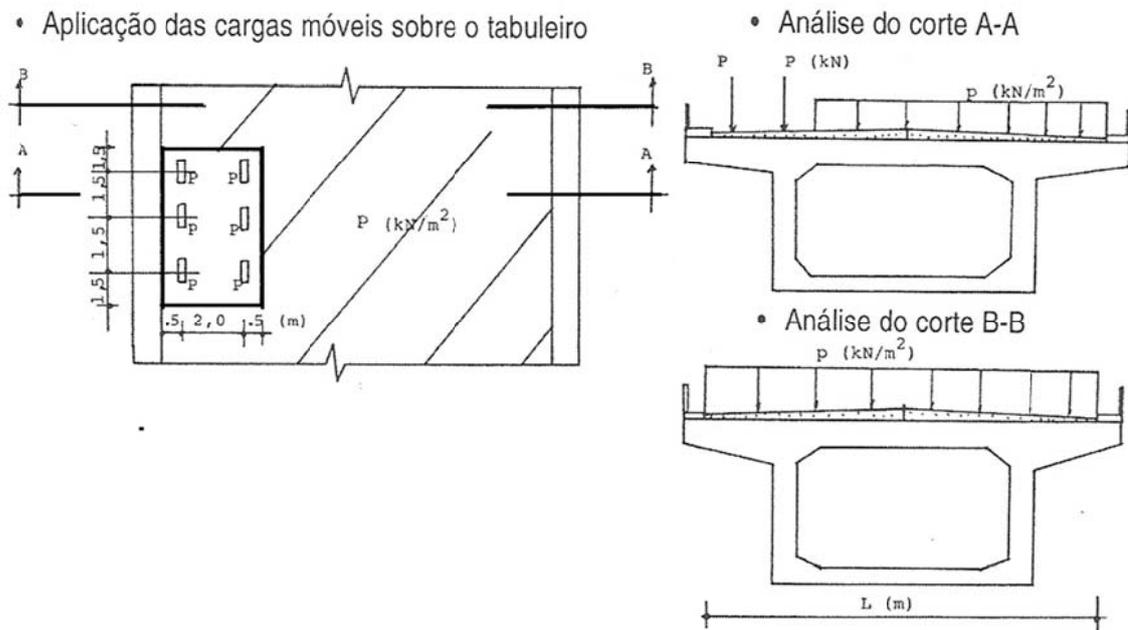


Figura 31: Cortes no veículo tipo e na carga de multidão (MENDES, 2003)

A partir dos cortes A-A e B-B, por simples cálculos de reações [$R_P = 2P$; $R_{P1} = p(L-3)$; $R_{P2} = 3p$], chega-se ao trem-tipo longitudinal de flexão, mostrado na figura 32. Neste ponto, é importante salientar que foi definido um único trem-tipo para a seção caixão. No caso de uma seção com várias longarinas (seção em grelha), a rigor dever-se-ia determinar um trem-tipo para cada longarina.

Entre os métodos para determinar o trem-tipo de cada longarina para uma ponte/viaduto com estrutura em grelha, estão o método das linhas de influência de Guyon-Massonet e o método da rigidez de Engesser-Courbon (MENDES, 2003). Ambos os métodos fogem ao escopo do trabalho, haja vista ser tratado o assunto das seções caixão.

Em posse do trem-tipo de flexão, pode-se aplicá-lo finalmente sobre as linhas de influência do modelo.

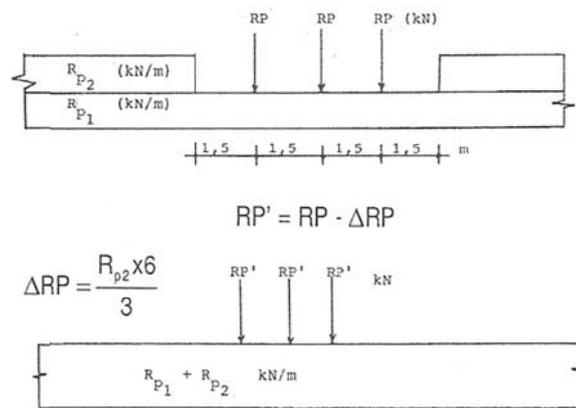


Figura 32: Trem-tipo final de flexão (MENDES, 2003)

2.2.2.2 Trem-tipo de Torção

Os momentos torçores são analisados em relação ao eixo médio do tabuleiro. O procedimento é o mesmo anterior, porém agora, analisando-se duas situações: o tabuleiro totalmente carregado e o tabuleiro parcialmente carregado. O tabuleiro totalmente carregado corresponde à situação já tratada na figura 31. O tabuleiro parcialmente carregado é apresentado na figura 33. Geralmente, a situação parcialmente carregada fornece o trem-tipo de torção de projeto. Ao aferirem-se os momentos em torno do eixo da seção, compõe-se o trem-tipo final de torção a aplicar sobre as linhas de influência de torção do modelo (MENDES, 2003).

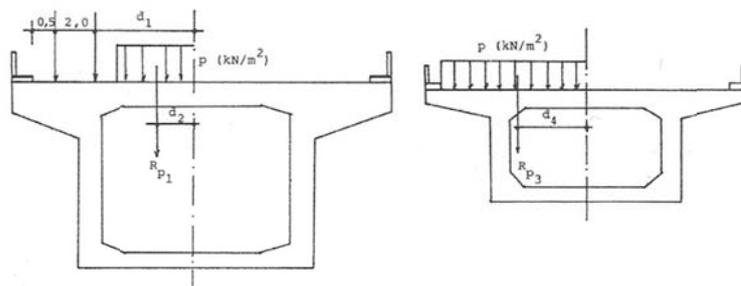


Figura 33: Seção parcialmente carregada (MENDES, 2003)

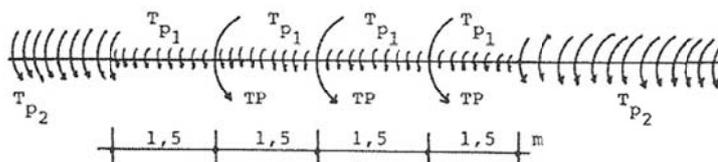


Figura 34: Trem tipo final de torção (MENDES, 2003)

2.2.2.3 Carga de Impacto

O efeito dinâmico das cargas móveis deve ser analisado pela teoria Dinâmica das Estruturas. É permitido, no entanto, assimilar cargas móveis a cargas estáticas, a partir de coeficientes de impacto. Estes, são parâmetros definidos a partir da vãos da estrutura. Trata-se de fatores aplicados sobre as cargas móveis, ou seja, sobre os trens-tipo.

Os passeios, que são os espaços destinados aos pedestres, são carregados somente pela carga de multidão não-majorada pelo coeficiente de impacto. O coeficiente de impacto não se aplica à carga distribuída (5kN/m²). A expressão do coeficiente é dada a seguir, onde L [m] é o vão analisado (NBR 7187:2003):

$$\Phi = 1,4 - 0,007L \geq 1,0 \quad (1)$$

O coeficiente de impacto de majoração das cargas estáticas segundo a AASHTO-LRFD:2012, é dado por (onde IM é o fator de carga dinâmica = 33, para Estados Limites Últimos e 15% para Estado Limite de Fadiga):

$$\Phi = (1 + IM/100) \quad (2)$$

Este coeficiente, como o anterior, deve ser aplicado somente às cargas do trem-tipo. Pelo fato de o trabalho estar tratando de cargas móveis definidas pelas normas brasileiras, optou-se por utilizar o coeficiente da equação (1).

2.2.2.4 Frenagem e Aceleração

Admitindo-se um valor para a aceleração do veículo, supostamente constante, verifica-se que o esforço longitudinal F corresponde a uma fração (igual a a/g – a=aceleração do veículo; g = aceleração da gravidade) do peso do veículo. Para pontes rodoviárias, a norma NBR 7187:2003 estabelece os seguintes valores para o cálculo dos esforços longitudinais, devendo-se adotar o maior dos dois:

- a) aceleração – 5% da carga móvel aplicada sobre o tabuleiro;
- b) frenagem – 30% do peso próprio do veículo

A alínea (a) corresponde à aceleração de $a = 0,5\text{m/s}^2$, com a qual a velocidade de 80km/h é atingida na extensão de 500m. Já a frenagem de 30% (alínea b) corresponde à aceleração negativa $a = -3\text{m/s}^2$ com a qual um veículo de 80km/h pode ser imobilizado numa extensão de 82m.

2.2.2.5 Força Centrífuga

A norma NBR 7187:2003 fixa como força centrífuga a considerar para pontes rodoviárias:

- $R \leq 300\text{m}$ – $F_c = 0,25$ do peso próprio do trem-tipo;
- $R > 300\text{m}$ – $F_c = 75/R$ do peso próprio do trem-tipo – $R =$ raio de curvatura [m]

Forças essas aplicadas no nível do pavimento com coeficiente de impacto.

2.2.3 Cargas de Vento na Superestrutura

Seguindo os preceitos da NBR 7187:2003, o vento é considerado uma força horizontal agindo normalmente ao eixo da estrutura e uniformemente distribuído ao longo desse eixo. O valor dessa força é:

- Ponte descarregada* – carga de $1,5\text{kN/m}^2$ agindo sobre uma superfície representada pela projeção da estrutura sobre um plano vertical normal à direção do vento.
- Ponte carregada* – carga de 1kN/m^2 atuando sobre a projeção de um plano normal à direção do vento, acrescida de uma faixa de altura de 2m, simulando a ponte carregada por veículos pesados.

Adota-se como carregamento, o maior dos dois mencionados. A figura 35 ilustra a explicação anterior.

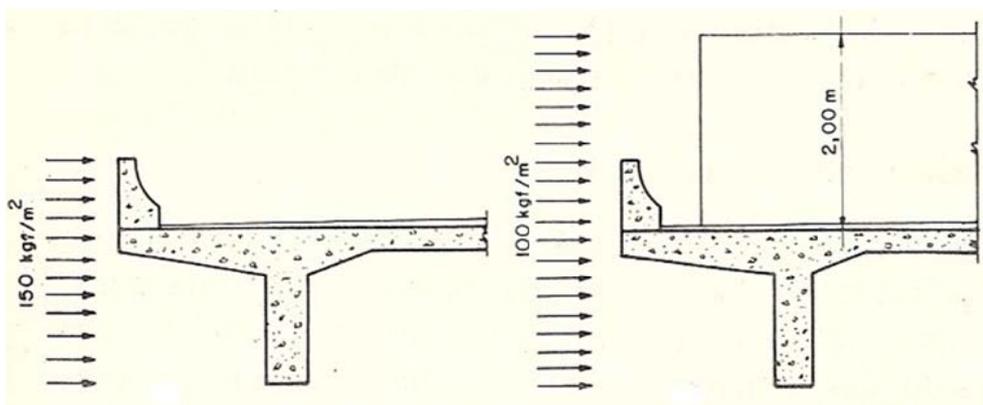


Figura 35: Vento em pontes rodoviárias (PFEIL, 1985)

2.2.4 Fluência e Retração

A fluência, também chamada de deformação lenta, é um fenômeno que ocorre no concreto, ao longo do tempo, decorrente da atuação de cargas de longa duração. A retração é a variação volumétrica do concreto, que, em geral, é devida à saída de água por evaporação, hidratação do cimento ou por carbonatação (NEVILLE; BROOKS, 2013).

Deste modo, esses fenômenos dependem além do tempo, de variáveis como temperatura, umidade, volume/superfície da peça e quantidade de água no lançamento do concreto.

Para o caso das estruturas mistas, poucos são os estudos que lidam com o assunto. As dificuldades para o cálculo preciso se devem à complicada inter-relação entre fluência e retração.

Saadatmanesh et al.³, citados por Wu e Bowman (2000), propuseram um procedimento simples para incluir o efeito da fluência no cálculo das tensões e deformações em uma estrutura mista sujeita a cargas permanentes (longa duração). Este procedimento converge à solução proposta pela norma AASHTO-LRFD:2012, tratada nos capítulos seguintes. A solução consiste em triplicar a razão $n (=E_s/E_c)$ entre os módulos de elasticidade do aço (E_s) e do concreto (E_c), usada para transformar a laje de concreto em uma seção fictícia de aço (homogeneização). Com este artifício, que será apresentado no capítulo 3, reduz-se a inércia resultante da seção mista, simulando-se, assim, maior deformação devido à fluência.

Para estruturas de pontes mistas consideradas neste trabalho, definem-se lajes pré-moldadas conforme visto para o viaduto Julio de Castilhos no capítulo 1. As lajes definidas sofrem cura úmida por 28 dias até serem posicionadas sobre a estrutura de aço. Para este caso, adota-se o procedimento de cálculo da retração pelo ACI 209.R-92 (*American Concrete Institute*) apresentado por Neville e Brooks (2013). Este método leva em conta o efeito da cura úmida na aceleração da retração antes de a peça ser colocada em sua posição final. Deste modo a peça sofrerá apenas parte de sua retração quando estiver solidarizada ao perfil (caixão) de aço.

A retração para cura úmida de 28 dias é dada por (NEVILLE; BROOKS, 2013):

$$\varepsilon_{cs}(t, t_0) = \frac{t - t_0}{35 + (t - t_0)} S_{h\infty} \quad (3)$$

Em que

³ SAADATMANESH, H.; ALBRECHT, P.; AYYUB, B. **Guidelines for flexural design of prestressed composite beams**. Journal of Structural Engineering, ASCE, 115(11), 2944-2961, 1989c.

$$S_{h\infty} = 780 \cdot 10^{-6} \cdot k_1 k_2 k_3 k_4 k_5 k_6 k_7 \quad (4)$$

$$k_2 = 1,4 - 0,010U \quad (40 \leq U \leq 80) \quad (5)$$

$$k_3 = 1,2 \cdot e^{-0,00473 \cdot (V/S)} \quad (6)$$

$$k_4 = 0,89 + 0,00264s \quad (7)$$

$$k_5 = 0,30 + 0,014 \frac{A_m}{A_t} \quad (8)$$

$$k_6 = 0,75 + 0,00061\gamma \quad (9)$$

$$k_7 = 0,95 + 0,008A \quad (10)$$

Sendo

k_1 – 0,86 para cura úmida de 28 dias; k_2 – coef. de umidade, U [%];

k_3 – coef. sobre dimensão do elemento e relação volume/superfície exposta (V/S) [mm];

k_4 – coef. que leva em conta o abatimento de tronco de cone do concreto [s - mm];

k_5 – relação entre agregado miúdo (A_m)/agregado total (A_t) em massa;

k_6 – coef. do consumo de cimento, γ [kg/m³]; k_7 – coef. do teor de ar, A (%);

t, t₀ – idades do concreto (tempo considerado e inicial, respectivamente) [dias].

Neville e Brooks (2013) comentam que, na prática, mede-se a retração simplesmente como uma deformação linear. Wu e Bowman (2000) propõem considerar o efeito da deformação por retração como a aplicação de uma força e momento fletor equivalentes à seção, devido à deformação negativa do concreto. O momento fletor deve-se à excentricidade da carga em relação ao centro geométrico (CG) da seção mista.

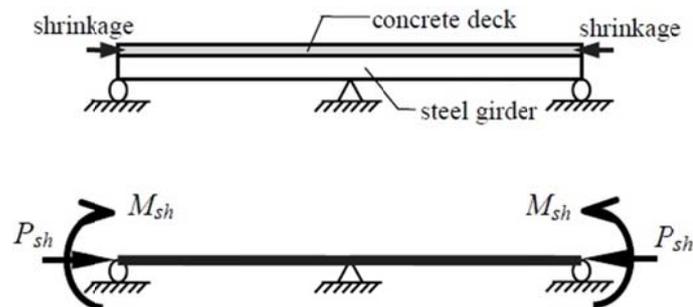


Figura 36: Esforços por retração em seção mista. Trad: *Concrete Deck* (Laje de Concreto), *Steel Girder* (Viga de Aço), *Shrinkage* (Retração) (WU; BOWMAN, 2000)

Assim, em posse da deformação de retração $\varepsilon_{cs}(t, t_0)$, pode-se aplicar, no modelo matemático, uma carga de temperatura excêntrica equivalente em relação ao CG da seção mista. Outra maneira de simular a ação da retração é definir uma força de protensão fictícia excêntrica. As equações (11) a (14) ajudam a entender o método.

Simulação da retração por uma variação negativa de temperatura no concreto:

$$\frac{\Delta L}{L} = \alpha \cdot \Delta T \rightarrow \text{fixar } \frac{\Delta L}{L} = -\varepsilon_{cs}(t, t_0) \quad (11)$$

$$\Delta T = - \frac{\varepsilon_{cs}(t, t_0)}{\alpha} \quad (12)$$

Onde

ΔT – variação de temperatura equivalente para simulação da retração (°C);

α – coeficiente de dilatação térmica do concreto ($=1,2 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$).

Simulação da retração por uma força equivalente fictícia de protensão excêntrica:

$$\sigma_c = E_c \cdot \varepsilon \rightarrow F = A_c \cdot E_c \cdot \varepsilon \quad (13)$$

$$F_{peq} = A_c \cdot E_c \cdot \varepsilon_{cs}(t, t_0) \quad (14)$$

Onde

F_{peq} – força de protensão fictícia equivalente no CG da laje de concreto;

A_c, E_c – área de seção transversal da laje e módulo de elasticidade do concreto.

Neste trabalho, considera-se cura úmida de 28 dias, na qual as lajes pré-moldadas são cobertas com aniagem periodicamente umedecida e se mantêm em contato com a água durante a cura. Após a cura, as peças serão posicionadas e solidarizadas ao caixão de aço. Neste caso, a retração/força aplicada à estrutura mista será resultante da retração que ocorre após os 28 dias de cura.

Após a retração inicial em cura úmida, $\varepsilon_{cs}(28,0)$, considera-se como tempo final de retração a idade de 3 anos (~ 1000 dias). Portanto, a retração a que estará submetida a estrutura mista é a diferença: $\Delta = \varepsilon_{cs}(1000,0) - \varepsilon_{cs}(28,0)$.

3 PONTES MISTAS

Neste capítulo são apresentados os procedimentos para a análise de uma ponte em estrutura mista, segundo critérios da AASHTO-LRFD:2012.

O capítulo versa inicialmente a respeito das fases de construção e sua influência no modelo elástico linear de análise (superposição). Na sequência, aborda-se o tipo de modelo a ser utilizado na análise, bem como das combinações de cargas para definição das envoltórias de esforços em Estados Limites Último (ELU) e de Serviço (ELS).

3.1 FASES DE CONSTRUÇÃO SEGUNDO AASHTO-LRFD:2012

Para o caso de estudo, bem como para estruturas padrão com esse tipo de solução, há basicamente quatro fases de construção a considerar. Cada uma dessas fases terá uma análise separada, com suas propriedades geométricas próprias, condições de contorno próprias e cargas próprias. A partir da superposição dos efeitos em cada fase têm-se, com a envoltória das ações, os esforços finais utilizados na verificação/dimensionamento da estrutura.

Neste trabalho, denominam-se as fases de construção da seguinte maneira:

- a) Fase Seção Caixa Isostática;
- b) Fase Seção Caixa Hiperestática;
- c) Fase Seção Mista de Curta Duração;
- d) Fase Seção Mista de Longa Duração.

A avaliação das propriedades das seções transversais (momentos de inércia, momentos estáticos, área, rigidez a torção) deve ser feita para cada fase, pois cada uma sofrerá um carregamento específico. As denominações *Longa Duração* e *Curta Duração*, também são usadas nas prescrições da NBR 8800:2008 com referência aos efeitos de retração e fluência. Discute-se nos itens seguintes, do que se trata cada fase. A figura 37 exemplifica uma seção caixa mista com seus componentes típicos, e que é o objeto de estudo deste trabalho.

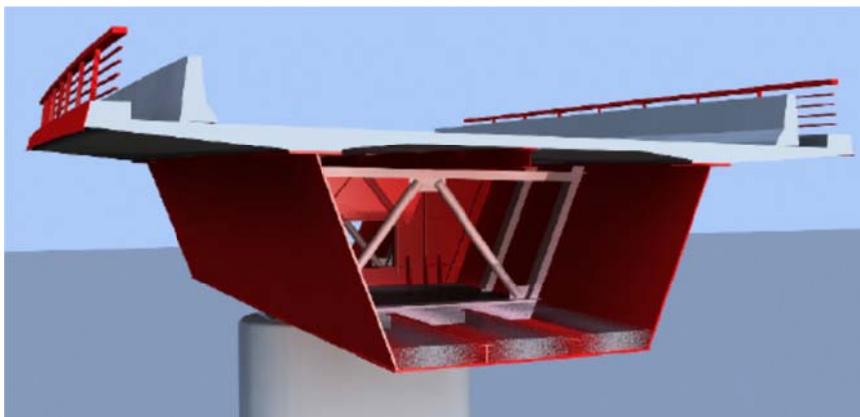


Figura 37: Seção típica de ponte mista com seção caixão (MENDES, 2010)

3.1.1 Fase Seção Caixão Isostática

Conforme ilustrado nas figuras 21 e 22 (Viaduto Julio de Castilhos, item 1.1), a peça principal de aço que compõe a superestrutura da ponte/viaduto é montada em fábrica e trazida para o canteiro de obras.

Ao ser içada e posicionada sobre os pilares, considerando que não há escoramento, essa seção de aço trabalhará como uma viga isostática, suportando o seu peso próprio. As propriedades geométricas da seção transversal são, portanto, propriedades da própria seção das chapas que compõem o perfil caixão. Assim, tem-se a primeira análise da estrutura isostática sob cargas permanentes **g1** (peso próprio).

3.1.2 Fase Seção Caixão Hiperestática

Nesta segunda etapa, as vigas isostáticas são solidarizadas por solda às vigas dos vãos adjacentes. Tornam-se assim, vigas de aço hiperestáticas. É importante lembrar que onde forem previstas juntas de dilatação, não ocorre essa solidarização por completo, apenas uma ligação construtiva para permitir que a estrutura possa trabalhar sob efeitos de temperatura e retração.

Seguindo nesta fase, as lajes pré-moldadas são posicionadas sobre as vigas de aço. Essa estrutura ainda não trabalha como estrutura mista, mas sim como uma seção de aço com continuidades sobre os pilares (solidarização por solda) e rotuladas sobre outros (juntas).

Desse modo, a segunda fase se compõem de vigas de aço hiperestáticas suportando as cargas das lajes pré-fabricadas (cargas permanentes **g2**) que nela são apoiadas, para posterior

composição da seção mista. As propriedades geométricas das seções continuam a ser as mesmas do item anterior.

3.1.3 Fase Seção Mista de Curta Duração

Esta fase corresponde ao estágio em que a seção já está trabalhando como viga mista, ou seja, já se procederam a concretagem e cura dos rebaixos das lajes (ligação dos conectores de cisalhamento) e a solidarização com a seção de aço. Diz-se ser de curta duração, pois nela são aplicadas as cargas de curta duração, ou seja, as cargas móveis e vento.

Para a determinação das propriedades de seção transversal dessa fase, usa-se o conceito de homogeneização da seção. Isso se faz transformando-se a seção da laje de concreto em uma seção fictícia equivalente de aço, através da relação (α) entre os módulos de elasticidade do aço (E_s) e do concreto (E_c), conforme relação abaixo (AASHTO-LRFD:2012):

$$\alpha = \frac{E_s}{E_c} \quad (15)$$

A figura 38 ajuda a entender a transformação da laje em seção fictícia de aço.

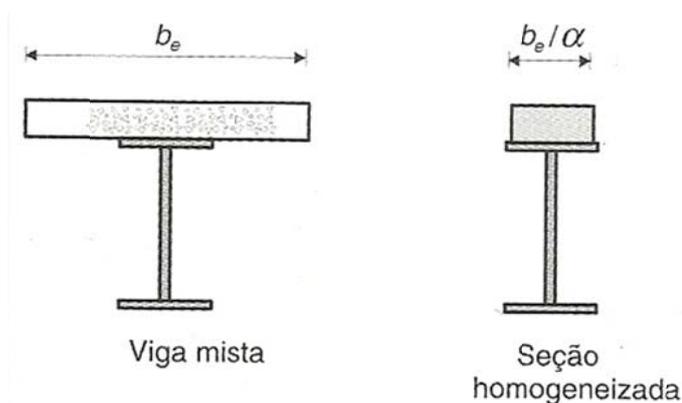


Figura 38: Homogeneização de seção mista (PFEIL, 2008)

Deste modo, obtêm-se as propriedades geométricas homogeneizadas necessárias para a análise do modelo nesta fase.

3.1.4 Fase Seção Mista de Longa Duração

Esta fase corresponde à estrutura também funcionando como estrutura mista, porém submetida a cargas permanentes, que são cargas de longa duração, pois solicitarão a estrutura permanentemente. Destaca-se que cargas permanentes (**g1** e **g2**) já haviam sido computadas nas duas primeiras fases. Entretanto, as cargas permanentes desta fase (**g3**) são cargas que não solicitam a estrutura durante a construção. Exemplos: peso próprio do pavimento, guardarodas, postes de iluminação, defensas.

Sob carga permanente, o concreto apresenta uma deformação imediata e continua a deformar ao longo do tempo. No tempo infinito, a deformação final observada é cerca de três vezes maior que a inicial (fluência). Para levar em conta essas deformações lentas (efeito de longa duração devido às cargas **g3**), reduzem-se as propriedades geométricas da seção, conforme visto no item 2.2.4, através da relação entre módulos de elasticidade 3α , onde α é dado na equação (15) (BARKER; PUCKETT, 2007).

3.2 MODELO DE ANÁLISE

Dependendo da complexidade da estrutura e da natureza das cargas aplicadas, modelos bi ou tridimensionais podem ser usados. Na maioria dos casos, elementos de barras são usados para modelar uma estrutura de ponte. A figura abaixo ilustra o modelo em barras de pórtico espacial, de uma seção caixão curva e seus pilares.

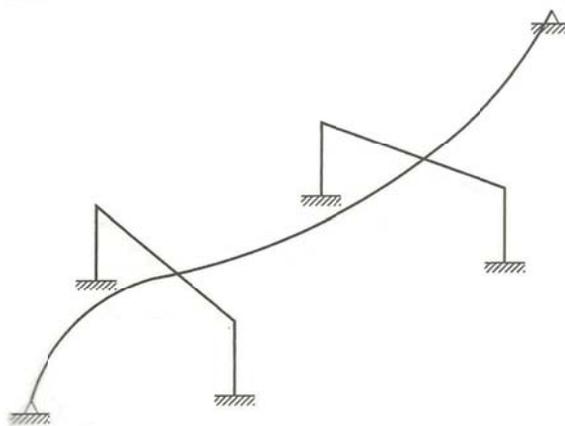


Figura 39: Típico modelo de ponte em elementos de barra (BARKER; PUCKETT, 2007)

Os esforços solicitantes obtidos, deste modo, na forma de momentos fletores, torçores, esforços cortantes e esforços axiais, simplificam a avaliação dos elementos. Obviamente o cuidado com a direção dos eixos locais dos elementos de barra deve ter atenção especial sob pena de interpretação equivocada das solicitações.

Para estruturas mais complexas, como vigas em perfil de alma cheia em curva ou para análises mais detalhadas, um modelo em elementos finitos deve ser considerado. Especialmente se elementos dentro da superestrutura precisarem ser avaliados, tais como travamentos, cavernames e enrijecedores. Porém, como os resultados são obtidos em termos de tensões e deformações para cada componente da estrutura em nível detalhado, há maior dificuldade na determinação das solicitações globais atuantes na estrutura (KRIMOTAT; SHENG, 1999).

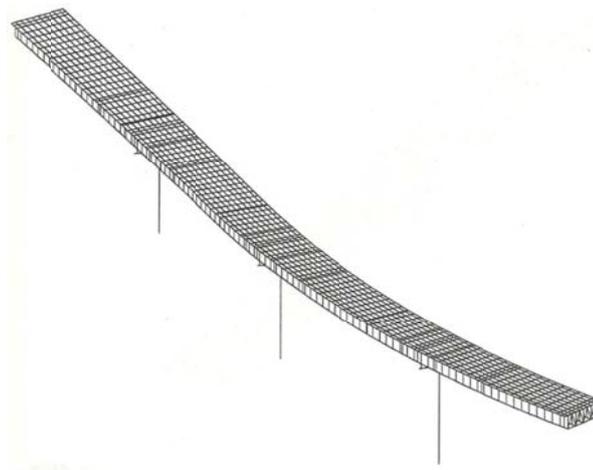


Figura 40: Modelo em elementos finitos de ponte com longarinas em perfil soldado (KRIMOTAT; SHENG, 1999)

Segundo Barker e Puckett (2007), é tradicional obter os esforços para Estado Limite Último (ELU), de Serviço (ELS) e fadiga através de uma análise elástica linear. No caso de avaliação/reforço de uma ponte existente, pode ser mais razoável usar uma análise linear elástica para os Estados de Serviço e uma análise não-linear para os Estados Últimos.

Neste trabalho, propõe-se analisar a estrutura por um modelo em elementos de barras de pórtico espacial. Por fim, conforme já mencionado, corroborar seus resultados com um modelo em elementos finitos de casca. A figura 41 exemplifica a aplicação do modelo em barras de pórtico espacial para um viaduto em estrutura mista.

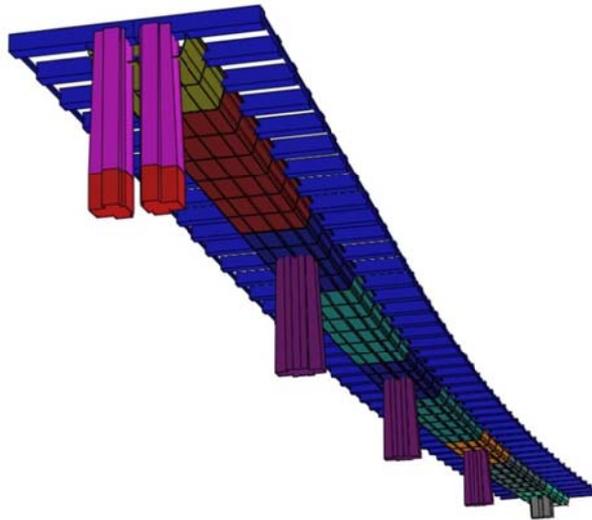


Figura 41: Modelo em barras para viaduto em estrutura mista (STRAP 2013)



Figura 42: Viaduto em estrutura mista de seção caixão

3.3 COMBINAÇÕES DE CARGAS

O modelo elástico linear, como visto, tem quatro estágios de análise que, através de sua superposição, representam os esforços finais sobre a estrutura. Por meio da envoltória das combinações de cargas envolvendo cada estágio, obtêm-se os esforços finais de avaliação.

Para a verificação da capacidade última da seção, deve-se compor as combinações de carga em Estado Limite Último (ELU). Segundo a NBR 8681:2003, o ELU é o estado, que pela sua ocorrência, determina a paralisação, no todo ou em parte, do uso de uma estrutura. De modo semelhante, os deslocamentos são aferidos com as combinações em Estado Limite de Serviço (ELS). Estes consistem nos efeitos estruturais que não respeitam as condições especificadas

para o uso normal da construção, ou que são indícios de comprometimento da durabilidade da estrutura.

Como se está tratando de cargas móveis definidas pela NBR 7188:2013, convém abordar as combinações de carga segundo a norma brasileira NBR 8681:2003. Basicamente, as combinações de cargas para pontes são:

- a) Combinações Últimas Normais: ações permanentes e a ação variável principal, com seus valores característicos e as demais ações variáveis (secundárias), com seus valores reduzidos de combinação ψ_0 ;
- b) Combinações Quase Permanentes de Serviço: todas as ações variáveis são consideradas com seus fatores quase permanentes ψ_2 ;
- c) Combinações Frequentes de Serviço: a ação variável principal é tomada com seu valor frequente ψ_1 e todas as demais ações variáveis são tomadas com seus valores quase permanentes ψ_2 .

As expressões para as combinações supracitadas são, conforme NBR 8681:2003, respectivamente:

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} F_{Gi,k} + \gamma_q \left[F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \psi_{0j} F_{Qj,k} \right] \quad (16)$$

$$F_{QP} = \sum_{i=1}^m F_{Gi,k} + \sum_{j=2}^n \psi_{2j} F_{Qj,k} \quad (17)$$

$$F_{Freq} = \sum_{i=1}^m F_{Gi,k} + \psi_1 F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \psi_{2j} F_{Qj,k} \quad (18)$$

Onde:

$\gamma_{g1} = 1,25$ (peso próprio de estruturas metálicas - Fase Seção Caixa Isostática); $\gamma_{g2} = 1,30$ (peso próprio das lajes pré-moldadas - Fase Seção Caixa Hiperestática); $\gamma_{g3} = 1,40$ (elementos construtivos industrializados com adição *in loco* - Fase Seção Mista de Longa Duração);

$\gamma_q = 1,50$ (ações variáveis em geral – cargas móveis - Fase Seção Mista de Curta Duração); $\gamma_q = 1,40$ (ações de vento – cargas móveis - Fase Seção Mista de Curta Duração);

$\psi_0 = 0,7$ (cargas rodoviárias); $\psi_0 = 0,6$ (cargas de vento); $\psi_1 = 0,5$ (cargas rodoviárias); $\psi_1 = 0,3$ (cargas de vento); $\psi_2 = 0,3$ (cargas rodoviárias); $\psi_2 = 0$ (cargas de vento).

No capítulo seguinte, as prescrições da norma AASHTO-LRFD:2012 serão introduzidas. Expõem-se as verificações analíticas quanto ao Estado Limite Último e de Fadiga aos quais se deve proceder a partir das envoltórias dos resultados do modelo em barras. Foi reservado um subitem especial nesse capítulo para combinações de fadiga, já que estão ligadas diretamente à verificação dos conectores.

4 NORMAS

Neste capítulo, aborda-se a norma AASHTO-LRFD:2012, com foco especial dado nas verificações do Estado Limite Último em flexão, cortante e na determinação dos conectores de cisalhamento. Porém, é importante, inicialmente, comentar as assertivas da NBR 8800:2008.

4.1 NBR 8800:2008

A norma NBR 8800:2008 cita já no seu título tratar-se de: Projetos de Estrutura de Aço e de Estrutura Mista de Aço e Concreto de Edifícios. No item 1.4, declara que seus princípios gerais aplicam-se às estruturas de edifícios destinados à habitação, edifícios de uso comercial e industrial e edifícios públicos, sendo também aplicável às estruturas de passarelas de pedestres e suportes de equipamentos. Trata de estruturas mistas, em seu anexo O, no qual prescreve verificações para estruturas que consistem em um componente de aço simétrico ao plano de flexão, podendo-se tratar de perfil I, seção caixão, tubo retangular ou treliças mistas.

A título de ilustração, a verificação em Estado Limite Último à flexão para viga mista com perfil de alma cheia é exposta abaixo. Determina-se a posição da Linha Neutra Plástica (LNP), a partir do balanço de forças plásticas do concreto e do aço, conforme figura 43.

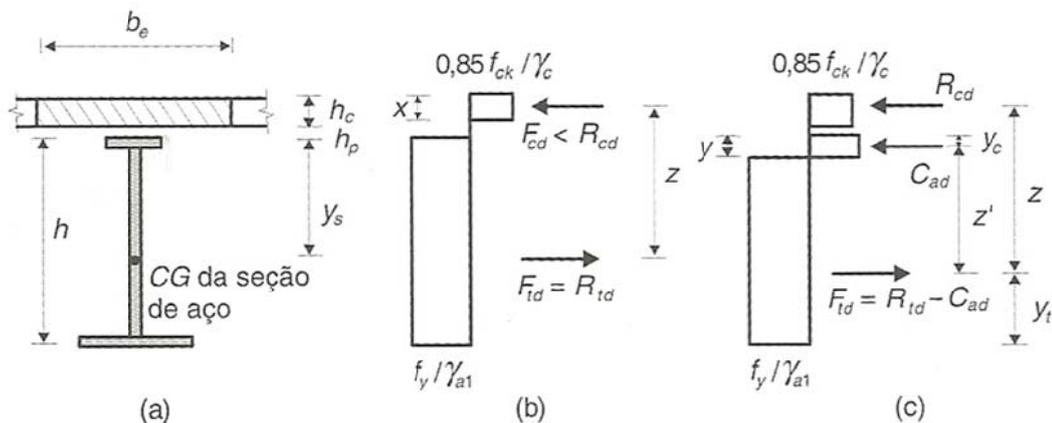


Figura 43: Posição da LNP em seções mistas – perfil I, a partir do equilíbrio horizontal de forças plásticas: (a) seção mista, (b) LNP na laje, $R_{cd}=0,85f_{ck}x/\gamma_c$; $F_{cd}=0,85f_{ck}x/\gamma_c$; $F_{td}=f_y h/\gamma_{a1}$; (c) LNP no perfil, $C_{ad}=0,5(R_{td}-R_{cd})$ (PFEIL, 2008)

Esse caso se aplica à determinação do momento fletor positivo resistente para o caso no qual os perfis são compactos, ou seja, quando respeitam as relações de esbeltez especificadas pela Norma. Com a posição da LNP, faz-se um somatório de momentos resistentes em relação a um ponto da seção ou em relação à LNP e o Momento de Plastificação Resistente está determinado. Na figura 43, R_{cd} e F_{cd} são as resultantes total e parcial da laje; R_{td} e F_{td} são as resultantes total e parcial do perfil e C_{ad} é a parcela de aço comprimido para o caso (c).

Na determinação das propriedades geométricas da seção transversal (inércia, área, momentos estáticos), a norma brasileira considera os efeitos de longa e curta duração das cargas, levando em conta o efeito da fluência do concreto. Porém, a definição dos conectores de cisalhamento é feita em Estado Limite Último, a partir do menor valor entre as resultantes plásticas da laje e da seção de aço, sem levar em consideração o efeito da fadiga. Esse fato se justifica, já que a NBR 8800:2008 trata de estruturas de edifícios, onde as cargas são de pouca variabilidade. De fato, Pinho e Bellei (2007) já comentavam a não existência de normas brasileiras para pontes metálicas e mistas, recomendando ao projetista, portanto, recorrer a normas estrangeiras.

A própria NBR 8800:2008 recomenda que, na falta de soluções não cobertas pela mesma, o responsável técnico deve usar procedimentos aceitos pela comunidade técnico-científica, bem como uso de normas estrangeiras.

Com isso, justifica-se a adoção do texto americano para pontes/viadutos em estruturas mistas, abordado neste trabalho.

4.2 AASHTO-LRFD:2012

A AASHTO-LRFD:2012 foi a primeira norma nacional americana a tratar de pontes, publicada inicialmente como AASHO (*American Association of State Highway Officials*) em 1931. Com o advento do automóvel e o estabelecimento dos departamentos rodoviários, àquela época, o projeto, construção e manutenção da maior parte das pontes americanas tornou-se responsabilidade desse departamento.

Segundo a norma americana (*Load and Resistance Factor Design*), as pontes devem ser projetadas segundo o método dos Estados Limites.

Nos itens seguintes tratar-se-á de pontes mistas de seção caixão **tangentes** e classificadas pela Norma como **compactas**, ou seja, respeitando parâmetros de esbeltez das chapas que a compõem.

4.2.1 Momento Fletor Plástico

As tensões elásticas e propriedades geométricas são calculadas a partir da homogeneização da seção. Para isto, a seção de concreto da laje é transformada em uma seção de aço fictícia pela divisão de sua área pela relação entre os módulos de elasticidade dos materiais n ($=E_s/E_c$). Assunto já tratado no capítulo 3 e resumido na figura abaixo.

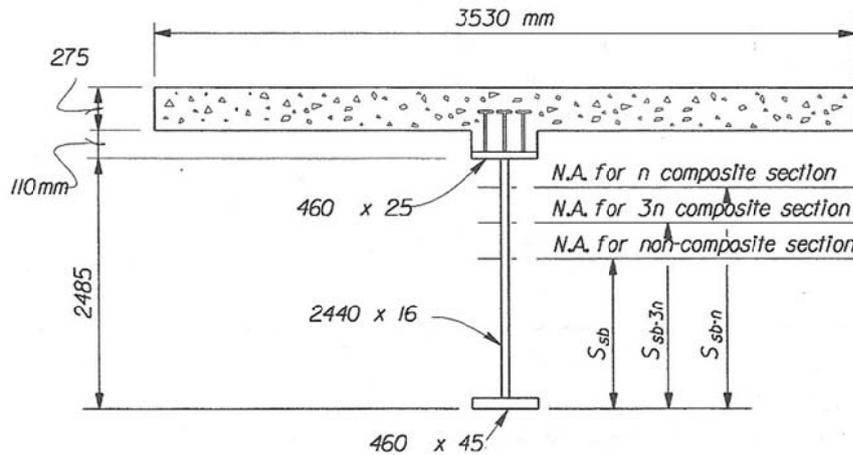


Figura 44: Seção transversal para as diferentes fases de análise.
 Tradução: *N.A. for n, 3n, non composite section* (Linha Neutra Plástica para seção compósita n , $3n$ e não-compósita)
 (DUAN et al., 1999)

A análise de esforços na condição em vazio, isto é, sem cargas variáveis (tráfego, vento), somente sob cargas de peso próprio e peso próprio das lajes pré-moldadas, é feita com a inércia da própria seção de aço, na figura 44 chamada de **não-compósita**. Trata-se das fases Seção Caixa Isostática e Seção Caixa Hiperestática, vistas no capítulo anterior. Esta análise é feita considerando as etapas de construção e posicionamento da seção caixa de aço, quando ainda não há ligação entre as lajes e o aço, ou seja, a estrutura ainda não é mista.

Para a análise de curta duração, (cargas de curta duração, tráfego, vento), a seção já mista é homogeneizada com a relação n . Trata-se da Fase Seção Mista de Curta Duração.

A análise de longa duração (cargas permanentes na estrutura como pavimento, guarda-rodas, sinalizações) seguem o mesmo processo, porém com a relação de homogeneização $3n$, ou seja, a Fase Seção Mista de Longa Duração.

Com esses passos e os carregamentos de cada fase, monta-se o modelo elástico-linear, de onde se obtêm os esforços solicitantes finais com superposição das 4 fases comentadas acima. Finalmente, comparam-se estes esforços finais com os momentos fletores resistentes.

4.2.1.1 Momento Fletor Resistente Positivo

A AASHTO-LRFD:2012 determina, em ELU, o balanço de forças plásticas horizontais na seção para definir o momento de plastificação resistente (figura 45).

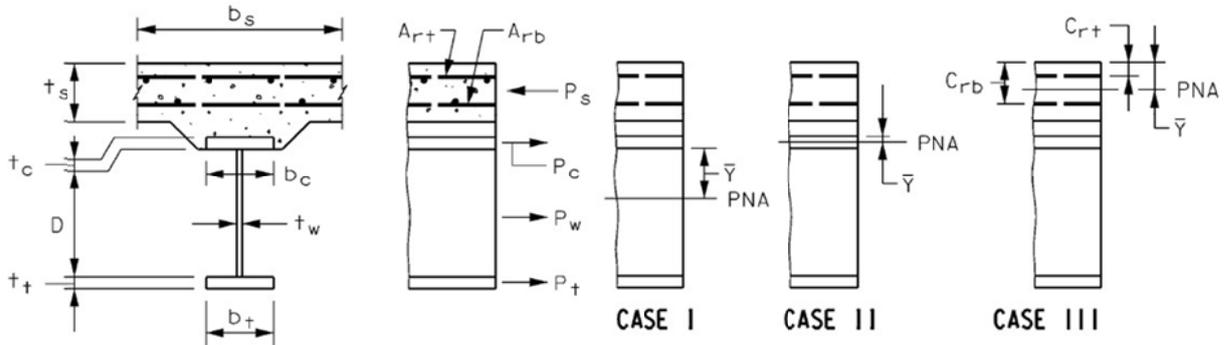


Figura 45: Forças plásticas e posições possíveis de linha neutra plástica (PNA) para o equilíbrio horizontal: Caso I – na alma do perfil; Caso II – na mesa superior do perfil; Caso III – na laje de concreto (AASHTO-LRFD, 2012)

No qual as resultantes plásticas são dadas por: $P_s = 0.85f_c b_s t_s$ (resultante da laje, sendo f_c a resistência do concreto e t_s , espessura da laje); $P_c = F_y b_c t_c$ (resultante da mesa superior do perfil); $P_w = F_y D t_w$ (resultante da alma do perfil); $P_t = F_y b_t t_t$ (mesa inferior do perfil; $F_y =$ tensão de escoamento do aço); PNA – Linha Neutra Plástica; A_{rt} e A_{rb} são as armaduras superior e inferior, respectivamente, da laje.

Assim como na NBR 8800:2008, o balanço das forças plásticas horizontais, resultará uma posição da Linha Neutra Plástica (LNP). Com a posição da LNP, procede-se a um somatório de momentos dessas forças plásticas em torno da LNP e, assim, tem-se o Momento Plástico Resistente (M_p). A equação (19) ilustra o somatório das forças plásticas F_p segundo suas correspondentes distâncias em relação à LNP (Y):

$$M_p = \sum_{i=1}^4 F_{P_i} Y_i \quad (19)$$

Para que isso seja válido, a seção deve ser **compacta**, isto é, capaz de atingir a plastificação total sem flambagens locais. Esta exigência é dada pela equação (20), que avalia a esbelteza da alma comprimida do perfil (função da posição da LNP):

$$\frac{2D_{cp}}{t_w} \leq 3.76 \sqrt{\frac{E}{F_y}} \quad (20)$$

Em que:

D_{cp} = altura da alma comprimida no equilíbrio plástico horizontal (posição da LNP a partir do topo); E = módulo de elasticidade do aço.

Para garantir o momento de plastificação, ainda é necessário verificar a relação entre D_p e a altura total da seção mista D_t . D_p é a distância do topo da laje até a Linha Neutra Plástica. É dada por:

$$\frac{D_p}{D_t} \leq 0.1 \quad (21)$$

Deste modo, segundo Wittry (1993 apud AASHTO-LRFD:2012)⁴, aplica-se uma margem de segurança adicional ao valor teórico do momento positivo resistente se esta relação não é respeitada. Essa verificação visa a garantir adequada durabilidade à estrutura, evitando esmagamento prematuro da laje, garantindo adequada ductilidade à seção mista. Resume-se o exposto pela equação (22):

$$M_n = \begin{cases} M_p & \text{se } D_p \leq 0.1D_t \\ \text{senão } M_p \left(1.07 - 0.7 \frac{D_p}{D_t}\right) & \end{cases} \quad (22)$$

Na equação (22), M_n é o momento nominal positivo resistente.

Finalmente, sendo vãos contínuos, ou seja, havendo continuidade da superestrutura entre vãos, tem-se como Momento Resistente Positivo Nominal final, o menor dos valores:

$$M_n = \min(M_n, 1,3M_y) \quad (23)$$

Na equação (23), M_y é o momento positivo das cargas externas (tráfego) capaz de causar o início do escoamento na seção caixão de aço. O início do escoamento pode ocorrer no topo da mesa superior ou na face externa da mesa inferior; M_y , portanto, é o menor momento externo que inicia um desses dois processos.

4.2.1.2 Momento Fletor Resistente Negativo

Nas regiões de momento fletor negativo, o cálculo do momento resistente não envolve o momento de plastificação da seção, mas sim a limitação das tensões nas mesas tracionadas e comprimidas.

⁴ WITTRY, D. M. **An Analytical Study of the Ductility of Steel Concrete Composite Sections**. Master Thesis. University of Texas, Austin, 1993.

Como a região está submetida a momentos negativos, a laje estará sujeita a tensões de tração e, portanto, é ignorada no cálculo. As propriedades geométricas da seção transversal, para fins de verificação/dimensionamento, serão calculadas, então, com a seção caixão de aço e as armaduras negativas da laje. A AASHTO-LRFD:2012 permite que a armadura seja desprezada ou não, a critério do projetista.

Neste caso, têm-se a mesa inferior da seção caixão comprimida e as superiores tracionadas. As mesas tracionadas ficam limitadas pela própria tensão de escoamento do aço. A tensão na mesa comprimida (F_{nc}) dependerá da esbeltez da mesma, da presença ou não de enrijecedores longitudinais, sua esbeltez entre enrijecedores, das tensões de St. Venant advindas da torção e do coeficiente de flambagem do enrijecedor longitudinal. Resumindo: $\sigma_{lim}^{sup} = F_y$; $\sigma_{lim}^{inf} = F_{nc}$ (tensão de compressão limite – ver Anexo A).

Basta calcular um momento fletor mínimo de carga externa que leve a seção sob momento negativo a atingir essas tensões. Em posse desse momento fletor, as três parcelas da soma que definem o momento resistente negativo da seção são obtidas:

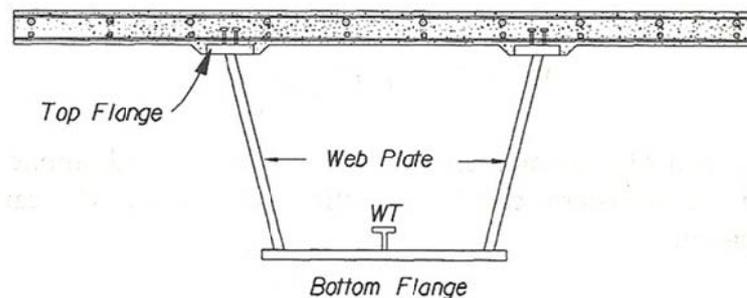


Figura 46: Influência do enrijecedor longitudinal (WT) na capacidade em momento fletor negativo último. Trad.: *Top flange* (mesa superior), *Web plate* (alma), *Bottom flange* (mesa inferior) (SALEH; DUAN, 1999)

Determina-se o momento resistente, pelas seguintes equações da resistência dos materiais:

$$\sigma_{lim}^{inf} = \frac{M_{D1}}{W_{perfil}^{inf}} + \frac{M_{D2}}{W_{mista}^{inf}} + \frac{M_{AD}^{inf}}{W_{mista}^{inf}} \quad (24)$$

$$\sigma_{lim}^{sup} = \frac{M_{D1}}{W_{perfil}^{sup}} + \frac{M_{D2}}{W_{mista}^{sup}} + \frac{M_{AD}^{sup}}{W_{mista}^{sup}} \quad (25)$$

$$M_{dres}^{neg} = M_{D1} + M_{D2} + \min(M_{AD}^{sup}, M_{AD}^{inf}) \quad (26)$$

Em que:

$\sigma_{lim}^{sup} = F_y$; $\sigma_{lim}^{inf} = F_{nc}$; M_{dres}^{neg} = momento fletor resistente negativo.

M_{D1} = momento negativo de cálculo para perfil de aço isolado sob peso próprio (g_1);

M_{D2} = momento negativo de cálculo para perfil de aço com ligações contínuas (solda) sob peso próprio (g_2) (cargas das lajes sobre perfil caixão – montagem);

M_{AD} = sobrecarga de cálculo (carga extra – cargas móveis e demais cargas) responsável por fazer as mesas inferior e superior atingirem as tensões limites;

W_{perfil} = módulo de flexão da mesa para seção de aço isolada;

W_{mista} = módulo de flexão das mesas para seção mista caixão de aço + armaduras negativas da laje;

4.2.2 Esforço Cortante Resistente

Para a resistência ao esforço cortante de almas de perfis sem enrijecedores transversais não é considerada a ação do campo de tensões e a resistência é dada ou pelo escoamento em cisalhamento ou pela flambagem por cisalhamento. A relação entre essas duas grandezas é feita pela constante C. A expressão (27) elucida a explicação:

$$V_n = V_{cr} = CV_p \text{ onde } V_p = 0.58F_y \cdot D \cdot t_w \quad (27)$$

Por outro lado, almas de perfis enrijecidas, ou seja, com presença de enrijecedores transversais ou enrijecedores transversais e longitudinais, são capazes de desenvolver resistência ao cisalhamento pós-flambagem devido à ação do campo de tensões (figura 47).

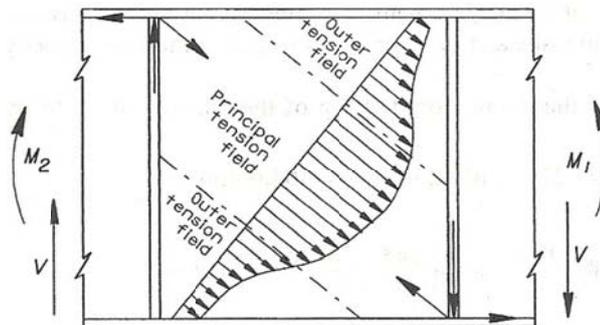


Figura 47: Ação de campo de tensões entre enrijecedores. Trad.: *Outer tension field* (campo de tensão externo), *Principal tension field* (campo de tensão principal) (DUAN et al., 1999)

A resistência ao cisalhamento neste caso pode ser computada somando-se a ação de viga e a ação do campo de tensão pós-flambagem como mostrado na equação (28):

$$V_n = \begin{cases} V_p \left[C + \frac{0.87(1-C)}{\sqrt{1 + \left(\frac{d_0}{D}\right)^2}} \right] & \text{se } \frac{2D * t_w}{(b_{fc}t_{fc} + b_{ft}t_{ft})} \leq 2.5 \\ \text{senão } V_p \left[C + \frac{0.87(1-C)}{\sqrt{1 + \left(\frac{d_0}{D}\right)^2 + \frac{d_0}{D}}} \right] & \end{cases} \quad (28)$$

Se a primeira condição não é satisfeita, significa que a área total das mesas dentro do trecho do campo de tensões é pequena em relação à área da alma e, assim, a capacidade total pós-flambagem não pode ser desenvolvida. A segunda condição, mais conservadora para o caso de pós-flambagem, dá a solução desprezando o aumento da tensão no campo de tensão externo, na fatia da alma entre enrijecedores (figura 47).

A relação C, entre a resistência à flambagem por cisalhamento e a resistência ao escoamento por cisalhamento é dada nas equações (29) e (30):

$$C = \begin{cases} 1,0 & \text{se } \frac{D}{t_w} \leq 1.12 \sqrt{\frac{E \cdot k}{F_y}} \\ \frac{1.12}{\frac{D}{t_w}} \sqrt{\frac{E \cdot k}{F_y}} & \text{se } 1.12 \sqrt{\frac{E \cdot k}{F_y}} < \frac{D}{t_w} \leq 1.40 \sqrt{\frac{E \cdot k}{F_y}} \\ \frac{1.57}{\left(\frac{D}{t_w}\right)^2} \left(\frac{E \cdot k}{F_y}\right) & \text{se } \frac{D}{t_w} > 1.40 \sqrt{\frac{E \cdot k}{F_y}} \end{cases} \quad (29)$$

$$k = 5 + \frac{5}{\left(\frac{d_0}{D}\right)^2} \quad (30)$$

Sendo:

D = altura da alma do perfil;

k = coeficiente de flambagem por cisalhamento;

d₀ = distância longitudinal entre os enrijecedores transversais;

V_p = resistência ao escoamento por cisalhamento;

b_{fc} e t_{fc} = largura e espessura da(s) mesa(s) comprimida(s);

b_{ft} e t_{ft} = largura e espessura da(s) mesa(s) tracionada(s);

4.2.3 Conectores de Cisalhamento

Os conectores de cisalhamento devem ser calculados para resistir ao Estado Limite de Fadiga. A quantidade de conectores provenientes dessa verificação deve ser maior ou igual à quantidade aferida no Estado Limite Último (ELU).

O esforço cortante requerido para a verificação dos conectores resulta das combinações de cargas de fadiga. As combinações de fadiga levam em conta apenas as cargas transientes (tráfego) com seus fatores de fadiga. Como as cargas transientes são cargas de curta duração, o fluxo de cisalhamento deve advir da análise de curta duração, ou seja, com a homogeneização da seção transversal a partir de n ($=E_s/E_c$).

A resistência ao cisalhamento para um conector é determinada a partir de um parâmetro dependente do número de ciclos a que a estrutura estará submetida em sua vida útil. Tendo-se a resistência de um conector e a tensão de cisalhamento atuante na interface, pode-se determinar o número de conectores e seu espaçamento.

Os conectores de cisalhamento devem estar presentes tanto nas regiões de flexão positiva como negativa, para resistir às tensões de torção que existem ao longo de todo o vão, em todos os tipos de seção mista caixão (AASHTO-LRFD:2012).

4.2.3.1 Combinações de Fadiga

Os conectores são dimensionados segundo o fluxo de cisalhamento proveniente das combinações de carga de fadiga. Como se está tratando de carregamentos definidos pela ABNT, é conveniente adotar os parâmetros da NBR 8681:2003 nesta questão.

Segundo essa Norma, na falta de um espectro de carga que defina a frequência de repetição dos níveis de carga (regra de Palmgren-Miner), a verificação da fadiga pode ser feita para um único nível de carga. Esse nível de carga é definido pela carga frequente de fadiga ($\psi_{1,fad}F_{qk}$). Portanto, corresponde à carga móvel (tráfego) característica multiplicada por seu fator frequente.

Para vigas longitudinais de pontes rodoviárias com vãos de até 100m e 2×10^6 ciclos, o fator é 0,5. Assim, as combinações de fadiga são: $0,5F_{qk}$, F_{qk} – carga móvel (NBR 8681:2003).

O fluxo de cisalhamento utilizado para a verificação dos conectores vem da amplitude máxima de cisalhamento na seção. O esforço cortante, numa seção de análise, poderá trocar de sinal de acordo com a linha de influência da carga móvel. Deste modo, deve-se considerar a amplitude de variação do cisalhamento - V_f (equação 31):

$$V_f = |+V_M| + |-V_M| \quad (31)$$

4.2.3.2 Resistência à fadiga de um conector tipo *Stud Bolt*

A resistência à fadiga por cisalhamento para um conector é função do número de ciclos a que ele estará submetido. O número de ciclos (N), por sua vez, é determinado pelo número de caminhões por dia em uma direção, para 75 anos de vida útil da obra, segundo a AASHTO-LRFD:2012:

$$N = 365 * 75 * ADTT \quad (32)$$

ADTT = tráfego médio diário de caminhões em uma faixa, em toda a vida útil da obra.

Com esse dado, e com o diâmetro do conector (d), encontra-se a resistência de um conector à fadiga (Z_r) com:

$$\alpha = 238 - 29.5 \log N \rightarrow Z_r = \alpha * d^2 \geq 19d^2 \quad (33)$$

De acordo com a norma americana, pesquisas mostram que o tráfego médio diário é fisicamente limitado a 20000 veículos por faixa, sob condições normais. O número ADTT pode ser determinado ao multiplicar-se esse valor pelo fator de caminhões em tráfego, que, para viadutos urbanos, é 10%. Neste caso ADTT seria 2000 caminhões por dia. A norma assume que esta carga de fadiga, definida para uma faixa, é aplicada em todas as faixas.

Deste modo, aplicando-se os cálculos, a resistência à fadiga de um conector é 9,364kN (0,936tf).

Para corroborar este cálculo, recorre-se aos valores *Cut-off* de fadiga, para tensões de cisalhamento de conectores *Stud Bolts* segundo o *Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1-9: Fatigue*. O valor *Cut-off* é a variação de tensão a partir de 10^8 ciclos, para a qual, independente do tráfego, a resistência à fadiga está garantida.

Nussbaumer et al. (2011) apresentam o gráfico mostrado na figura 48. Para conectores *Stud Bolts* o tipo de detalhe é dado pelo código 80. Assumindo-se a tensão de *Cut-off*, obtém-se, a partir da figura abaixo, uma tensão de cisalhamento de aproximadamente 36MPa.

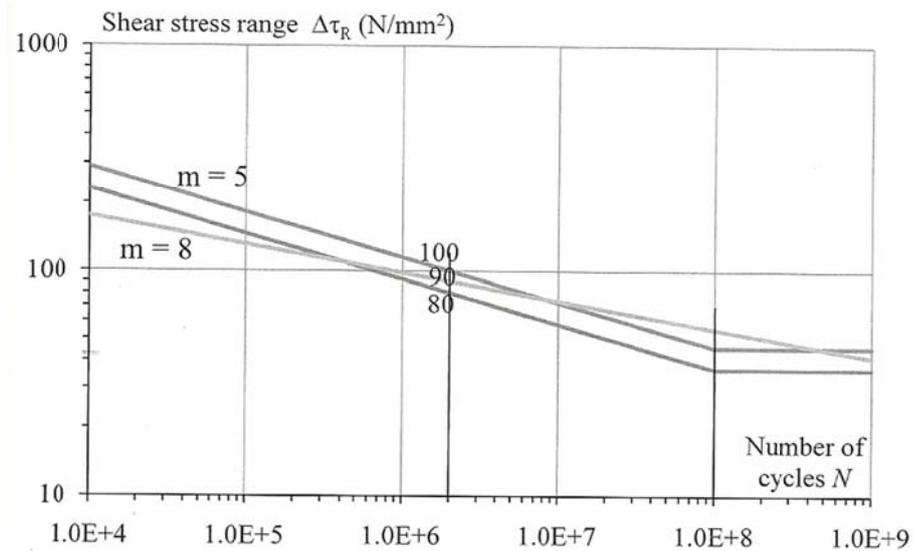


Figura 48: Curvas de fadiga de cisalhamento (Eurocode 3). Trad.: *Shear stress range* (Faixa de tensão de corte), *Number of cycles* (Número de ciclos) (NUSSBAUMER ET AL., 2011)

Esta tensão deve ainda ser minorada pelo fator parcial de resistência. Segundo o Eurocode 3, para detalhes construtivos, sob esforços de fadiga, que apresentam dificuldades de acesso e inspeção, e cuja falha leva ao colapso da estrutura, o fator de redução é 1,35 (NUSSBAUMER ET AL., 2011). Este é o caso dos conectores de cisalhamento. Deste modo, para Studs de diâmetro 22mm, tem-se:

$$F_{fad}^{conector} = \frac{A_{conector}}{1,35} \cdot 36MPa = 10,32kN (1,032tf) \quad (34)$$

Deste modo, adota-se o valor de 9,364kN (0,936tf) pela AASHTO, a favor da segurança.

4.2.3.3 Fluxo de cisalhamento e espaçamento dos conectores

O fluxo de cisalhamento longitudinal (V_{sr}) entre laje e seção caixão é dado pela resistência dos materiais (BEER et. al, 2006). A divisão por dois ocorre por serem duas almas (seção caixão).

$$V_{sr} = \frac{V_f Q_{est}}{2I_{nc}} \quad (35)$$

Q_{est} = momento estático para a seção mista de curta duração;

I_{nc} = momento de inércia para a seção mista de curta duração.

Os esforços torçores também introduzem tensões tangenciais/fluxos de cisalhamento transversais. Estes são dados pelas tensões de cisalhamento da torção de St. Venant, conforme equação (36):

$$V_{st} = \frac{T_f}{2A_{cont}} \quad (36)$$

Na qual, o fluxo de cisalhamento transversal, V_{st} , depende de T_f (esforço de torção para as combinações de fadiga) e A_{cont} (área do contorno médio da seção caixão).

Com a soma vetorial dos fluxos V_{sr} e V_{st} e a resistência de um conector (Z_r), determina-se o espaçamento e, por consequência, o número de conectores com:

$$p = \frac{N * Z_r}{\sqrt{V_{sr}^2 + V_{st}^2}} \quad (37)$$

Na equação (37), p é o espaçamento longitudinal entre linhas de conectores e N é o número de conectores transversais em cada linha.

A Norma americana fixa os espaçamentos longitudinais máximos e mínimos entre conectores: 60cm (24 polegadas) e 6Φ (Φ = diâmetro do conector), respectivamente. Na direção transversal, recomenda um espaçamento mínimo de 4Φ .

4.2.3.4 Estado Limite Último para conectores

Para o ELU, toma-se a menor resultante de plastificação entre o perfil de aço e a laje de concreto (P) e este valor é comparado à resistência nominal de um conector (Q_r), obtendo-se assim, o número de conectores mínimo (n) para o ELU.

$$n = \frac{P}{Q_r} \quad (38)$$

Para casos de vãos simples e vãos contínuos em que não haja consideração da laje na flexão negativa, a força total de cisalhamento, P , é considerada entre os pontos de máximo momento fletor positivo e o ponto de momento nulo para as cargas móveis de cálculo. Para uma viga isostática, por exemplo, o número de conectores, n , seria definido para $\frac{1}{2}$ vão, ou seja, entre o momento máximo no centro do vão e o nulo nos apoios extremos. Portanto, para todo o vão, têm-se $2n$ conectores.

Os parâmetros da equação (38) são expressos por:

$$P = \min(0.85f_{ck}b_c t_c ; A_{caixão}f_y) \quad (39)$$

$$Q_r = 0.85\min[0.5A_{conector}\sqrt{f_{ck}E_c} ; A_{conector}F_u] \quad (40)$$

Nas equações (39) e (40), f_{ck} é a resistência característica do concreto, b_c e t_c são a largura e espessura da laje, respectivamente, $A_{conector}$ é a área de seção transversal do *Stud Bolt*, $A_{caixão}$ é a área de seção transversal do caixão de aço e F_u é a tensão de ruptura do aço do conector.

4.2.3.5 Retração e Protensão para conectores

Os conectores de cisalhamento, conforme a AASHTO-LRFD:2012, são dimensionados para a variação das tensões de cisalhamento dadas pelas combinações de fadiga (dependem apenas das cargas móveis) ou para as propriedades inelásticas dos materiais em ELU (dependem apenas dos materiais), conforme itens anteriores. Deste modo, o efeito da retração e protensão, nestas análises, não é importante.

Propõe-se, entretanto, um método para verificar o efeito destas cargas.

Para a retração, convém conferir se os conectores definidos pelos critérios anteriores são suficientes para absorver o fluxo de cisalhamento induzido. Em posse do fluxo de cisalhamento de retração $V_{retração}$ e da resistência Q_r (item anterior) para o conector em ELU, pode-se conferir o espaçamento (p) e, conseqüentemente, o número de Studs. Resumindo:

$$p = \frac{V_{retração}}{Q_r} \quad (41)$$

Para o caso da protensão faz-se a mesma análise, porém, a protensão é um esforço que se opõe aos demais esforços. A protensão mobiliza o peso próprio da estrutura. Portanto, o fluxo a considerar deve ser o resultante da protensão mais a carga permanente atuante sobre os conectores. A carga permanente que solicita os conectores logo após a solidarização com a seção caixão são as cargas **g3**. As cargas permanentes **g1** e **g2** não solicitam os conectores, pois a estrutura ainda não funciona como seção mista nestas etapas (capítulo 3).

Prescinde-se do efeito da retração nesta análise, pois a mesma atua a favor da carga **g3**. Deste modo, com os fluxos das cargas **g3** e protensão, chega-se a:

$$p = \frac{V_{g3} + V_{protensão}}{Q_r} \quad (42)$$

Essas verificações servem para conferir se o número de conectores está adequado, em Estado Limite Último, para o ato de protensão e para o efeito da retração.

5 PROTENSÃO

A região de inversão de momentos fletores (laje de continuidade sobre pilares internos) é a zona mais frágil da estrutura em Estado Limite Último (ELU). Shim et al (2010) já recomendavam manter a laje desta região sob constante compressão, prevenindo, assim, a fissuração e aumentando a capacidade em ELU, sendo esta a importância da protensão como solução para as regiões contínuas sobre pilares.

Neste capítulo, apresenta-se a protensão para estruturas mistas. O objetivo é dar um panorama geral sobre a protensão, sua concepção e então sua aplicação em conjunto com as estruturas mistas.

Inicialmente faz-se um breve histórico e conceituação da protensão. Na sequência, estuda-se a protensão a partir de estruturas de concreto, tratando de um assunto de grande importância para a verificação em ELU: as perdas de protensão. Após isso, procede-se à aplicação da protensão em estruturas mistas e sua verificação em ELU.

5.1 HISTÓRICO E CARACTERÍSTICAS DA PROTENSÃO

Segundo Pfeil (1984), a protensão pode ser definida como um artifício de introduzir, na estrutura, um estado prévio de tensões, de modo a melhorar sua resistência ou seu comportamento, sob ação de diversas solicitações.

Eugène Freyssinet, engenheiro francês, é considerado o criador do concreto protendido. Com ele surgiu em 1928 o primeiro trabalho consistente sobre concreto protendido com a introdução de aço de alta resistência para a execução de protensão. Experiências anteriores, com aço doce, tinham apresentado resultados insatisfatórios quando consideradas as perdas lentas de protensão. Os aços por ele empregados tinham a forma de arames trefilados, e seu princípio de protensão em estruturas é usado até hoje (GOMES JUNIOR, 2009).

As grandes deformações do aço de protensão podem ser obtidas sem comprometer a aderência com o concreto, ao usarem-se dispositivos como as bainhas. As bainhas são dutos corrugados de aço ou PEAD (Polietileno de Alta Densidade) que evitam o contato do aço de protensão com o concreto durante a distensão do primeiro. Desta forma a armadura de protensão pode alcançar deformações finais em ELU superiores ao limite convencional do aço doce em concreto armado (1%).

A primeira obra oficialmente realizada no mundo em concreto protendido foi projetada por Freyssinet em 1941, ponte sobre o rio Marne em Luzancy, França. No Brasil, a primeira obra realizada em concreto protendido foi a Ponte do Galeão (1948), no Rio de Janeiro, com 380m de comprimento, também projetada por Eugène Freyssinet. Todos os equipamentos e materiais utilizados foram importados da França.

A partir de 1974, os aços de baixa relaxação (RB) passaram a ser fabricados no Brasil, em substituição aos aços de relaxação normal (RN). Os aços aliviados ou de relaxação normal (RN) são aços retificados por um tratamento térmico que alivia as tensões internas de trefilação; já os aços estabilizados ou de baixa relaxação (RB) recebem um tratamento termo-mecânico que melhora as características elásticas, reduzindo as perdas de tensão por relaxação. Este avanço justificou a preferência pelo aço RB, válida até hoje.

De acordo com Carvalho (2012), o concreto protendido apresenta vantagem econômica se considerarmos o custo por kg de aço necessário para desenvolver determinada força ou tensão. Mesmo se se considerarem as perdas inerentes de proteção, o concreto protendido apresenta a vantagem de diminuir a fissuração, vantagem que não é encontrada nos sistemas de concreto armado.

Pode-se acrescentar como vantagens: estruturas mais leves que o concreto armado, durabilidade maior e menor fissuração, menores deformações e adequação ao uso de pré-moldagem.

As desvantagens do sistema protendido são as mesmas que existem (em menor intensidade) para estruturas de concreto armado, como peso próprio elevado e necessidade de tempo de cura e escoramento. Soma-se a isso ainda e necessidade de elementos acessórios como bainhas, cabos e cordoalhas.

5.2 CLASSIFICAÇÃO DA PROTENSÃO

Pode-se classificar a protensão quanto à aderência (Sistemas de Protensão) e quanto às tensões e fissuração em Estado Limite de Serviço (Tipos de Protensão).

5.2.1 Sistemas de Protensão

Genericamente pode-se dividir os sistemas de protensão em 3 tipos: protensão com aderência inicial, protensão com aderência posterior e protensão sem aderência.

Protensão com aderência inicial: é empregada na fabricação de pré-moldados. A armadura ativa é colocada, ancorada em blocos nas cabeceiras e tracionada; o concreto é lançado e a peça passa pela fase de cura. Ao fim da cura, as fôrmas são retiradas e os cabos são cortados, transferindo a força de protensão para a peça.

Protensão com aderência posterior: é aplicada sobre uma peça de concreto já endurecido e a aderência se dá posteriormente, através da injeção de pasta de cimento nas bainhas. Os cabos são tracionados por macacos hidráulicos que se apoiam nas próprias peças de concreto. Quando a força de protensão é atingida, os cabos são acorados por dispositivos especiais, como placas de ancoragem, cunhas metálicas e porcas especiais

Protensão sem aderência: é aplicada a uma peça já endurecida sem que haja aderência entre os cabos e o concreto. A inexistência de aderência refere-se somente à armadura ativa; a passiva deve estar sempre aderente ao concreto. Ex: lajes cogumelo, pontes mistas.

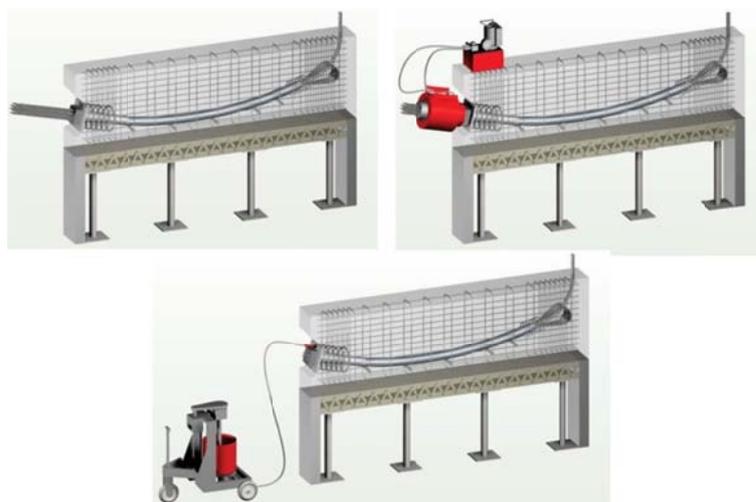


Figura 49: Posicionamento do cabo e concretagem da peça, aplicação da protensão, injeção da pasta de cimento – protensão com aderência posterior (RUDLOFF)

5.2.2 Tipos de Protensão

São relacionados aos Estados Limites de Utilização referentes à fissuração. A protensão pode ser completa, limitada ou parcial, conforme seguem as definições da NBR 6118:2014.

Protensão completa existe quando, para as combinações frequentes de ações, é respeitado o estado limite de descompressão, ou seja, não se admitem tensões de tração na seção para combinações frequentes. Para as combinações raras, é respeitado o estado limite de formação de fissuras, isto é, admite-se tração na seção, porém limitada à tensão de abertura de fissuras. É o tipo de protensão recomendada para ambientes muito agressivos e onde não pode haver tensões de tração e abertura de fissuras. Ex: reservatórios.

Protensão limitada existe quando, para as combinações quase permanentes de ações, é respeitado o estado limite de descompressão, não havendo tração na seção. Para combinações frequentes de ações, é respeitado o estado limite de formação de fissuras. Aplicada em peças onde se admitem tensões moderadas de tração em serviço, com pequena probabilidade de fissuração. Aplicações: pontes, passarelas, viadutos.

Protensão parcial existe quando, sob as combinações quase permanentes de ações, é respeitado o estado limite de descompressão e para as combinações frequentes, o estado limite de abertura de fissuras (limitado a fissuras de 0,2mm). Aplicações: mesmas da protensão limitada, porém admitem-se tensões de tração mais elevadas, com fissuras de maior abertura.

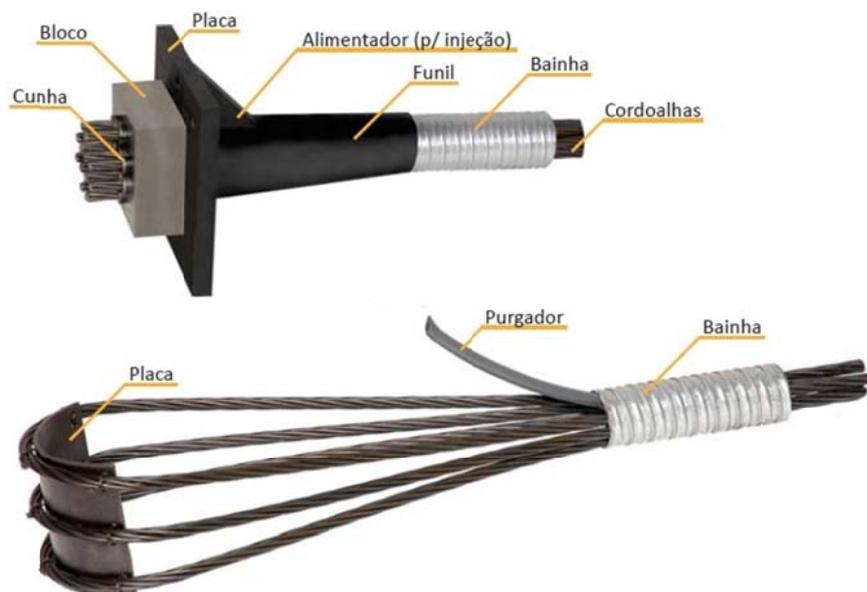


Figura 50: Exemplos de ancoragens ativa e passiva (RUDLOFF, 2011)

5.3 PROTENSÃO EM ESTRUTURAS MISTAS

A protensão é uma técnica construtiva bastante empregada para soluções estruturais envolvendo grandes vãos, coberturas, passarelas e pontes. Há pelo menos 70 anos vem sendo

utilizada com sucesso e alto nível técnico em estruturas de concreto armado e elementos pré-fabricados. Porém, a técnica de protensão pode ser aplicada também nas estruturas metálicas e estruturas mistas de aço-concreto. Com isso resultando em elementos de grande eficiência estrutural, capazes de vencer grandes vãos, resistir a carregamentos elevados com peso e dimensões reduzidos e, conseqüentemente, com economia.

Segundo Nelsen e Souza (2012), a protensão em estruturas de aço foi utilizada inicialmente por Squire Whipple em 1847, que aplicou protensão aos elementos tracionados de treliças tipo *Pratt* em ferro fundido, com o objetivo de torná-los mais dúcteis. No entanto somente a partir da década de 1930, F. Dischinger na Alemanha e Gustave Magnel na Bélgica deram início aos estudos teóricos e ensaios sobre protensão em estruturas mistas.

Uma possibilidade de protensão em estruturas mistas é aplicá-la externamente à estrutura, isto é, os cabos ficam expostos. Isso tem a vantagem de facilitar a manutenção em caso de avarias, mas tem como principal desvantagem, a exposição às intempéries. Como exemplo, a ponte Condet na Indonésia, onde os cabos externos foram usados para reforço da estrutura existente.



Figura 51: Ponte Condet após reforço com protensão externa (NELSEN, 2013)

Cada viga foi reforçada usando-se dois cabos, cada cabo consiste de 3 cordoalhas de 12,7mm de diâmetro, com excentricidade de 2m. As cordoalhas engraxadas são envoltas por bainha de polietileno.

Outra possibilidade é protender a laje, na região de momentos negativos de pontes contínuas (DENG, 2012). O objetivo é eliminar a fissuração. A fissuração traz desvantagens como perda da ação compósita e corrosão das armaduras. Entretanto, esta abordagem é efetiva para a melhoria das propriedades na região de momento negativo, não sendo verdadeira para a região de flexão positiva.

Uma terceira possibilidade de protensão em estruturas mistas é chamada de Sistema Preflex, introduzida primeiramente na Bélgica, em 1951 (DENG, 2012). Consiste em uma viga de aço cuja mesa inferior é envolta por uma “caixa” de concreto armado, enquanto a protensão é aplicada por flexão elástica da viga (sem cabos) ou por cabos tracionados locados dentro da caixa.

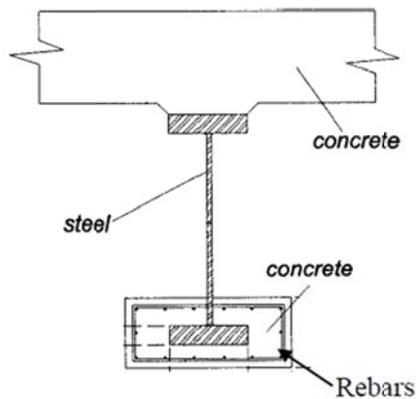


Figura 52: Viga Mista Protendida com sistema Preflex. Tradução: *Rebars* (vergalhões); *Steel* (Aço) (DENG, 2012)

A viga de aço é pré-flexionada ao aplicarem-se cargas concentradas em seus terços médios. Concreta-se a “caixa” inferior e, quando a mesma atingir sua resistência característica, as cargas são removidas. A seção mista tenderá a retornar à sua posição zero elasticamente, comprimindo a “caixa” de concreto. Após isso, concreta-se finalmente a laje superior.

O sistema Preflex tem uma seção leve, com alta capacidade à flexão. No entanto, tem a desvantagem de necessitar pré-carregar a estrutura e furar a alma do perfil para armar a caixa inferior de concreto, o que pode aumentar significativamente os custos.

Segundo Nelsen e Souza (2012), embora no Brasil essa solução seja pouco explorada, há um amplo interesse internacional sobre o tema e suas variâncias. Desde os anos 1950 pesquisas sobre assuntos como variação de espessura de lajes de estruturas mistas, protensão com excentricidades constantes, protensão em estruturas mistas com efeito de retração e fluência do concreto, momento de fissuração da laje em estruturas mistas contínuas, vem sendo desenvolvidas.



Figura 53: Protensão em estruturas de aço - cabos externos (NUNZIATA, 1999)

5.4 CARACTERIZAÇÃO DA PROTENSÃO EM ESTRUTURAS MISTAS

Os cabos de protensão podem ser posicionados fora da seção ou no interior da mesma ou mesmo na laje. Esses cabos e acessórios são os mesmos utilizados para estruturas de concreto protendido, porém, com detalhes adequados de ancoragem e desviadores.

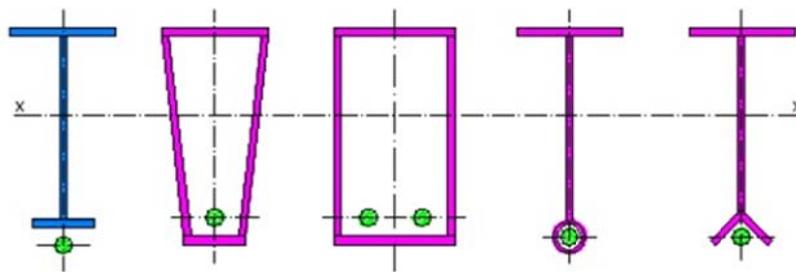


Figura 54: Seções possíveis para vigas mistas com protensão externa (NELSEN; SOUZA, 2012)

A tipologia tradicional de viga mista aço-concreto protendida é formada por uma laje de concreto armado ou protendido, moldada no local ou pré-fabricada, apoiada sobre a viga de aço de seção I e ligada a esta por meio de conectores. A figura 55 exemplifica o tipo tradicional e também ilustra o desviador (chapas soldadas ou pinos que garantem a geometria do cabo). Os enrijecedores de ancoragem são exemplificados na figura 56.

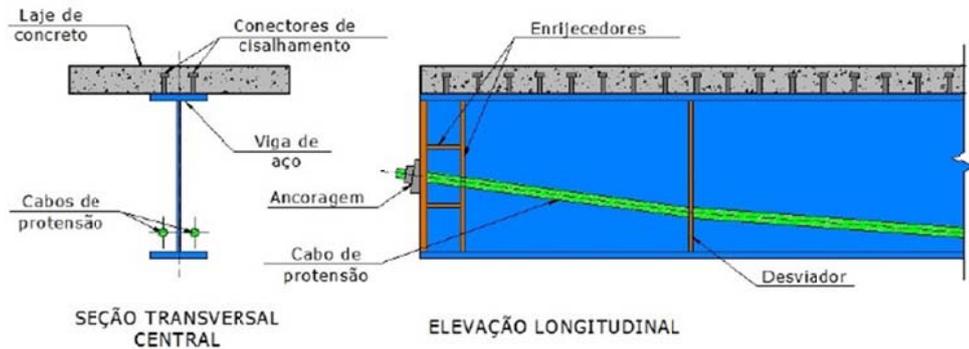


Figura 55: Tipologia tradicional de viga mista protendida (NELSEN; SOUZA, 2012)



Figura 56: Enrijecedores de ancoragem (NUNZIATA, 1999)

O traçado do cabo pode ser retilíneo ou poligonal, sendo definido em função dos esforços atuantes. O traçado retilíneo pode ser ao longo de todo o comprimento da viga ou apenas na parte central. Cabos com traçado reto são mais comuns em vãos com momentos fletores uniformes e devem ser posicionados abaixo do eixo neutro para maximizar a excentricidade.

Em trechos biapoiados os cabos podem ser interrompidos antes dos apoios, pois como nestas regiões os momentos fletores são menores e isso evita esforços indesejados próximos às ligações.

Para cabos com traçado poligonal ou parabólico, a força de protensão tem maior valor no ponto de maior inflexão do cabo, que deve coincidir com a seção mais solicitada. O traçado poligonal, entretanto, exige maior número de desviadores, detalhes construtivos e maior consumo de material. Nelsen e Souza (2012) comentam que em regiões de momento negativo, os cabos devem ser posicionados próximos à mesa superior do perfil e, neste caso pode-se

aplicar também uma protensão na laje. A figura 57 mostra algumas possibilidades de traçado do cabo.

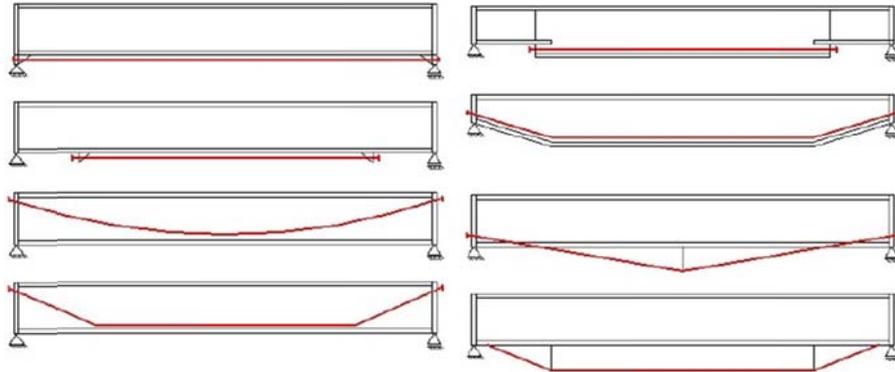


Figura 57: Possíveis traçados do cabo de protensão em estruturas mistas (NELSEN, 2013)

Pode-se classificar a protensão em estruturas mistas em duas categorias: Pré-traçoadada e Pós-traçoadada. Entende-se como pré-tração, a protensão do perfil de aço antes do lançamento da laje de concreto e, por pós-tração, a protensão realizada após a cura do concreto quando já há o comportamento misto da seção.

5.5 PERDAS DE PROTENSÃO

Segundo Carvalho (2012), ao se efetuar a protensão da armadura não se consegue um esforço constante ao longo da mesma. Há uma diminuição do esforço de protensão ao longo do cabo, sendo importante conhecê-la para que, durante a vida da estrutura, sob qualquer carregamento, em qualquer seção, as condições em ELS e ELU sejam satisfeitas.

As diminuições ao longo do cabo são chamadas de perdas e podem ser classificadas em imediatas e diferidas no tempo. As primeiras são devidas principalmente à forma como se procede a protensão e às propriedades elásticas do aço e do concreto. As perdas diferidas se devem às propriedades viscoelásticas tanto do concreto como do aço.

As perdas imediatas são: perda por atrito, perda por recuo de ancoragem e perda por deformação imediata do concreto. As perdas diferidas no tempo são: perda por retração do concreto, perda por fluência do concreto e perda por relaxação da armadura de protensão.

5.5.1 Perda por Atrito

As perdas por atrito ocorrem em peças protendidas com pós-tração, e variam ao longo do comprimento da peça. As perdas por atrito ocorrem devido ao roçar dos cabos contra as bainhas, ao ser aplicada a força de protensão. Esse atrito é maior nos trechos curvos, onde surgem elevadas pressões de contato devido ao desvio de trajetória dos cabos.

Mesmo em cabos retilíneos haverá perda por atrito devido à sinuosidade inevitável do duto (bainha) em todos os planos. A sinuosidade da bainha é chamada de ondulação parasita e deve-se a efeitos como: defeitos de montagem, ineficiência dos pontos de amarração, empuxo do concreto durante a montagem.

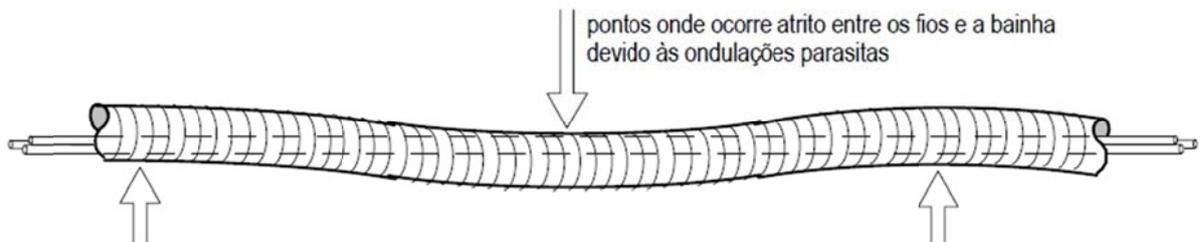


Figura 58: Ondulação parasita da bainha (VERÍSSIMO; CÉSAR JR., 1998)

As perdas por atrito podem atingir valores elevados para cabos de grande comprimento, já que são proporcionais ao comprimento do cabo e mudanças de direção. Pode-se atenuá-las aplicando-se protensão nos dois extremos dos cabos (duas ancoragens ativas), pois assim se reduz o comprimento do cabo teórico à metade. A perda de atrito é deduzida abaixo:

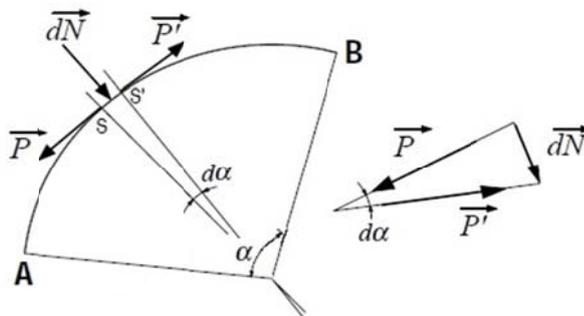


Figura 59: Forças de atrito em cabo curvo (VERÍSSIMO; CÉSAR JR., 1998)

$$P' = P - dP \quad \text{onde} \rightarrow dP = \mu dN \quad (43)$$

$$dN = P \cdot d\alpha \quad \text{onde} \rightarrow (\text{tang}(d\alpha) \approx d\alpha) \quad (44)$$

$$dP = -P \cdot \mu \cdot d\alpha \rightarrow \int_A^B \frac{dP}{P} = \int_A^B -\mu \cdot d\alpha \quad (45)$$

Integrando a equação diferencial anterior, tem-se:

$$P_B = P_A \cdot e^{-\mu\alpha} \quad (46)$$

Assim, a perda por atrito entre 2 pontos é função do coeficiente de atrito da bainha (μ) e do ângulo do cabo (α) no trecho considerado.

A perda por atrito parasita é considerada a partir de uma ondulação média (em radianos) por unidade de comprimento (β). Somando os dois efeitos, resulta:

$$P_B = P_A \cdot e^{-\mu(\alpha+\beta \cdot L)} \quad (47)$$

Em que:

β – ondulação média por unidade de comprimento (parasita);

L – distância entre dois pontos considerados.

Escrevendo de forma generalizada, a perda por atrito entre dois pontos pode ser resumida como se segue:

$$\Delta P(x) = P_i(1 - e^{-\mu(\Sigma\alpha+k \cdot x)}) \quad (48)$$

Em que:

P_i – força de protensão inicial; $\Sigma\alpha$ – somatório dos ângulos de desvio entre as abscissas 0 e x;

k – ondulação média parasita por unidade de comprimento [radianos/m].

É importante observar que a perda por atrito para protensão sem aderência, como no caso de estruturas mistas, é muito pequena, quase desprezível, pois a leve mudança de direção dos cabos ocorre apenas nos pontos dos desviadores e o coeficiente de atrito entre os desviadores e os cabos é reduzido, já que são cordoalhas engraxadas.

5.5.2 Perda por Recuo de Ancoragem

Para sistemas com ancoragem através de cunhas, no momento da liberação do macaco de protensão, sempre há um pequeno retrocesso do cabo que estava esticado, para a acomodação das cunhas.

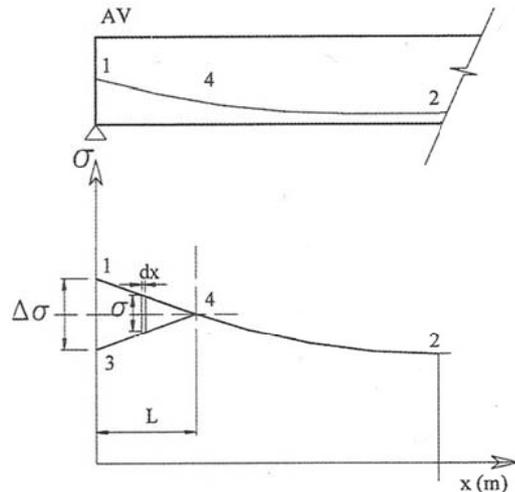


Figura 60: Tensão no cabo antes da ancoragem e após a ancoragem (CARVALHO, 2012)

Na figura 60, tem-se o desenvolvimento das tensões do cabo antes de ser ancorado (trecho 1-2), já considerando as perdas por atrito. Após a ancoragem, a tensão no cabo passa a ser representada pelo trecho 3-4-2, resultando numa queda de tensão na região 1-4. A queda de tensão tem um máximo de $\Delta\sigma$ e vai diminuindo até 4 porque o atrito cabo-bainha impede a livre movimentação do cabo, após o recuo, para o interior da estrutura. Os pontos 4 e 2 não se movimentam durante a operação de ancoragem e, portanto, neste trecho não se verificam perdas de tensão por recuo de ancoragem.

Analisando o trecho infinitesimal dx do cabo e considerando-se a lei de Hooke e a definição infinitesimal da deformação, resulta-se:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (\text{Lei de Hooke}) \quad (49)$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta(dx)}{dx} \quad (\text{Deformação infinitesimal}) \quad (50)$$

Substituindo a equação (50) na equação (49) e integrando em ambos os lados:

$$\frac{1}{E_p} \int_0^L \sigma \cdot dx = \Delta l \quad (51)$$

Assim, o termo à esquerda representa a área do elemento 1-3-4 dividida pelo módulo de elasticidade do aço de protensão. À direita tem-se o recuo total que o cabo sofre durante a ancoragem. Os valores de recuo são fornecidos pelos fabricantes e podem ser obtidos experimentalmente. A acomodação das cunhas de ancoragem provoca um recuo de 4 a 5mm no alongamento inicial ao qual se chegou antes da cravação (RUDLOFF).

A determinação da perda por recuo de ancoragem deve ser aferida após o cálculo das perdas por atrito, sendo função dessas, e é feita por tentativas ou algum método iterativo, para determinar qual o ponto dentro da seção onde cessa o recuo por ancoragem. No trabalho usa-se o método da Bisseção para encontrar o zero da função, isto é, o ponto de recuo nulo.

5.5.3 Perda por Recuo Elástico do Concreto

Ao receber uma carga de protensão, a peça de concreto (ou mista) sofre uma deformação imediata, encurtando-se. Concomitantemente ocorre um encurtamento da armadura de protensão. A este encurtamento da armadura corresponde um alívio de tensões, ocorrendo perdas de protensão.

Quando se executa a protensão de uma peça com aderência posterior, é comum fazê-lo por etapas, isto é, em uma peça com vários cabos é comum protender e ancorar os cabos em sequência. Quando um cabo é protendido, provoca uma deformação elástica no concreto (um encurtamento) que, por sua vez, provoca uma perda de protensão nos demais cabos já protendidos. Assim, por exemplo, em uma peça com 9 cabos, o primeiro sofreria perda devido à protensão dos 8 cabos subsequentes; o cabo 2, sofreria perdas dos 7 cabos subsequentes e assim por diante, até que o último não sofreria perda nenhuma. No caso de haver apenas 1 cabo ou mais de um protendidos simultaneamente, não se tem perda por deformação elástica.

Na pós-tração, logo após a protensão, os cabos são ancorados, mas ainda não injetados, ou seja, não existe aderência inicial com o concreto, assim não se tem igualdade de deformações entre concreto e aço.

É necessário então calcular o encurtamento da peça de concreto ΔL_c e igualá-lo ao encurtamento do cabo ΔL_p , uma vez que não há deslizamento na ancoragem (VERÍSSIMO; CÉSAR JR., 1998). Para uma peça de comprimento L , o encurtamento ΔL_c pode ser obtido por:

$$\Delta L_c = \int_0^L \varepsilon_c \cdot dL = \varepsilon_c \cdot L \quad (52)$$

Sendo

$$\varepsilon_c = \frac{\sigma_c}{E_c} \quad (53)$$

$$\sigma_c = \frac{P_0}{A_c} - \frac{P_0 \cdot e_p}{A_c} \cdot e_p + \frac{M_g \cdot e_p}{I_c} \quad (54)$$

Se se considerar que a peça está escorada, o peso próprio pode não ser solicitado totalmente. Assim, não haverá influência dos momentos M_g e do momento de protensão $M_p = P_0 \cdot e_p$ na deformação da peça, que ficará sob o efeito da força normal de protensão P_0/A_c .

Algumas hipóteses simplificadoras são tomadas (VERÍSSIMO, CÉSAR JR., 1998):

- Atrito cabo-bainha é desprezado e a força de protensão é considerada constante ao longo da peça;
- Efeito da deformação imediata proveniente da: força normal de protensão P_0 aplicada no centro de gravidade da seção, do momento fletor de protensão $M_p = P_0 \cdot e_p$ e do momento fletor M_g de pesos próprios ($g_1 + g_2 + g_3$);
- Admite-se que todos os cabos tenham comprimento L da peça.

Suponha-se que existam n cabos com comprimento total L , trechos infinitesimais entre esforços dx , e força de protensão por cabo p_0 , de tal modo que:

$$P_0 = n \cdot p_0 \quad (55)$$

Após a ancoragem do cabo 1, os $(n-1)$ cabos restantes serão protendidos e ancorados produzindo $(n-1)$ encurtamentos no cabo 1. Logo:

$$\text{cabo 1} \rightarrow (n-1) \int_{x=0}^{x=L} \frac{1}{E_c} \left(\frac{p_0}{A_c} + \frac{p_0 e_p(x)}{I_c} e_p(x) - \frac{M_g(x)}{I_c} e_p(x) \right) dx \quad (56)$$

$$\text{cabo 2} \rightarrow (n-2) \int_{x=0}^{x=L} \frac{1}{E_c} \left(\frac{p_0}{A_c} + \frac{p_0 e_p(x)}{I_c} e_p(x) - \frac{M_g(x)}{I_c} e_p(x) \right) dx \quad (57)$$

$$\text{cabo } (n-1) \rightarrow \int_{x=0}^{x=L} \frac{1}{E_c} \left(\frac{p_0}{A_c} + \frac{p_0 e_p(x)}{I_c} e_p(x) - \frac{M_g(x)}{I_c} e_p(x) \right) dx \quad (58)$$

$$\text{cabo } n \rightarrow \text{não sofre encurtamento} \quad (59)$$

O encurtamento total da peça será a soma das parcelas acima enunciadas:

$$\Delta L_c = \sum_{i=1}^{n-1} (n-i) \int_{x=0}^{x=L} \frac{1}{E_c} \left(\frac{p_0}{A_c} + \frac{p_0 e_p(x)}{I_c} e_p(x) - \frac{M_g(x)}{I_c} e_p(x) \right) dx \quad (60)$$

Desenvolvendo algebricamente o somatório chega-se a:

$$\Delta L_c = \frac{n(n-1)}{2} \cdot \int_{x=0}^{x=L} \frac{1}{E_c} \left(\frac{p_0}{A_c} + \frac{p_0 e_p(x)}{I_c} e_p(x) - \frac{M_g(x)}{I_c} e_p(x) \right) dx \quad (61)$$

O encurtamento médio por cabo é feito dividindo-se a expressão (61) pelo número de cabos n . Procedendo às operações, tem-se o encurtamento médio dado por:

$$\Delta L_{p,m} = \frac{(n-1)}{2} \cdot \int_{x=0}^{x=L} \frac{1}{E_c} \left(\frac{p_0}{A_c} + \frac{p_0 e_p(x)}{I_c} e_p(x) - \frac{M_g(x)}{I_c} e_p(x) \right) dx \quad (62)$$

Na qual e_p é a excentricidade da protensão em relação ao centro de gravidade da seção. Finalmente, a perda média de tensão de cada cabo, utilizando a lei de Hooke é:

$$\Delta \sigma_p = \frac{\Delta L_{p,m} \cdot E_p}{L} \quad (63)$$

Para o caso das estruturas mistas, considera-se a deformação imediata da seção homogeneizada, sendo válidas as equações anteriores. Como as cargas de protensão são cargas permanentes de longa duração, a área de seção transversal a considerar nas equações (56) a (62) é a área da **Fase Seção Mista de Longa Duração**, e o módulo de elasticidade é o do Aço.

5.5.4 Perda por Retração do Concreto

A retração é um fenômeno que ocorre em função do equilíbrio higrotérmico do concreto com o meio ambiente. O concreto perde parte da água de amassamento nas primeiras idades, gradativamente, até atingir uma umidade relativamente estável. Essa perda produz uma diminuição de volume e um conseqüente encurtamento da peça que se manifesta ao longo do tempo.

O valor da deformação de retração $[\varepsilon_{cs}(t, t_0)]$ no concreto foi tratada no capítulo 2. Para a perda de protensão ($\Delta \sigma_{pcs}$), considerando a retração como efeito isolado, tem-se (CARVALHO, 2012):

$$\Delta \sigma_{PCS} = \varepsilon_{cs}(t, t_0) \cdot E_p \quad (64)$$

5.5.5 Perda por Fluência do Concreto

Para entender a fluência, pode-se associar um elemento linear de concreto como sendo um conjunto, colocado em série, de uma mola associada a um pistão com líquido viscoso. Introduzindo um carregamento, ocorrerá uma deformação imediata, devida à deformação da mola, e uma deformação lenta, devida à movimentação do pistão. As ações que a provocam

são as permanentes, ou seja, as ações acidentais têm curta duração e não provocam deformação ao longo do tempo.

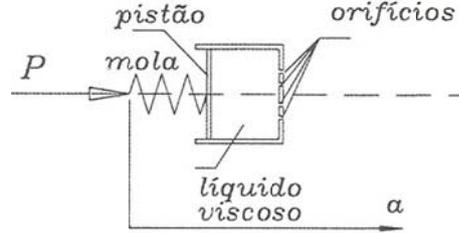


Figura 61: Modelo viscoelástico para fluência (CARVALHO, 2012)

Segundo Carvalho (2012), a fluência decorrente da protensão não é pura, pois o valor da protensão tem perdas devido à própria fluência. Porém, a favor da segurança, considera-se pura, já que seus valores são maiores que a não-pura.

A fluência é composta de duas partes: uma rápida e outra lenta. A fluência rápida (φ_a) é irreversível e ocorre nas primeiras 24h após a carga. A fluência lenta é composta de duas parcelas: deformação lenta reversível ($\varphi_{d\infty} = 0,4$) e lenta irreversível ($\varphi_{f\infty}$). A deformação de fluência ε_{cc} é dada por (NBR 6118:2014):

$$\varepsilon_{cc}(t, t_0) = \frac{\sigma_c}{E_{c28}} \varphi(t, t_0) \rightarrow \varphi(t, t_0) = \varphi_a + \varphi_{f\infty} [\beta_f(t) - \beta_f(t_0)] + \varphi_{d\infty} \beta(t) \quad (65)$$

Sendo

$$h_{fic} = (1 + e^{(-7,8+0,1.U_r)}) \frac{2A_c}{p} \quad (66)$$

$$\varphi_{f\infty} = (4,45 - 0,035U_r) \cdot \left[\frac{42 + h_{fic}}{20 + h_{fic}} \right] \quad (67)$$

$$\varphi_a(s, t_\infty, t_0) = 0,8 \left[1 - \frac{\beta_1(s, t_0)}{\beta_1(s, t_\infty)} \right] \quad (68)$$

$$\beta_1(s, t) = e^s \left[1 - \left(\frac{28}{t} \right)^{0,5} \right] \quad (69)$$

$$\beta(t) = \frac{t - t_0 + 20}{t - t_0 + 70} \quad (70)$$

$$\beta_f(t) = \frac{t^2 + A \cdot t + B}{t^2 + C \cdot t + D} \quad (71)$$

$$A = 42.h_{fic}^3 - 350.h_{fic}^2 + 588.h_{fic} + 113 \quad (72)$$

$$B = 768.h_{fic}^3 - 3060.h_{fic}^2 + 3234.h_{fic} - 23 \quad (73)$$

$$C = -200.h_{fic}^3 + 13.h_{fic}^2 + 1090.h_{fic} + 183 \quad (74)$$

$$D = 7579.h_{fic}^3 - 31916.h_{fic}^2 + 35343.h_{fic} - 1931 \quad (75)$$

Sendo h_{fic} a altura fictícia da peça [m], A_c , a área da seção transversal da peça [m²], p é o perímetro da peça [m], U_r , a umidade relativa [%] e t e t_0 , as idades do concreto [dias].

5.5.6 Perda por Relaxação do Aço

A armadura de protensão estirada e mantida com comprimento constante sofre um alívio de tensão ao longo do tempo. A relaxação de fios e cordoalhas sob tensão após 1000 horas a 20°C (ψ_{1000h}), para tensões variando de $0,5f_{ptk}$ a $0,8f_{ptk}$ (f_{ptk} – tensão de ruptura do cabo) é apresentado no quadro abaixo.

Quadro 1: Relaxação de cordoalhas a 1000h e 20°C (ψ_{1000h})

Relaxação do Aço de Protensão		
Tensão Inicial	Cordoalha	
	RB (%)	RN (%)
0,5 f_{ptk}	0	0
0,6 f_{ptk}	1,3	3,5
0,7 f_{ptk}	2,5	7
0,8 f_{ptk}	3,5	12

Percebe-se que as cordoalhas de baixa relaxação (RB) apresentam uma perda de tensão consideravelmente menor que as de relaxação normal (RN); as cordoalhas de baixa relaxação recebem um alongamento com temperatura controlada na fabricação, o que lhes confere menor perda por relaxação.

A determinação da taxa de relaxação é feita a partir de uma interpolação linear com os valores do Quadro 1. O valor de tensão no cabo a considerar deve descontar as perdas imediatas. Em posse da taxa de relaxação (ψ_{1000}), o coeficiente de relaxação do aço (χ_{∞}) é dado por (NBR 6118:2014):

$$\psi_{\infty} = 2,5 \cdot \psi_{1000h} \quad (76)$$

$$\chi_{\infty} = -\ln(1 - \psi_{\infty}) \quad (77)$$

5.5.7 Interação entre Perdas Progressivas

Os valores parciais e totais das perdas progressivas, decorrentes de retração, fluência e relaxação do aço, devem ser determinadas considerando a interação entre as mesmas.

A norma NBR 6118:2014 recomenda um método aproximado, desde que respeite as seguintes condições:

- A concretagem e protensão da peça em fases próximas, para que se desprezem os efeitos de uma sobre a outra;
- Os cabos devem ter afastamentos pequenos entre si, para que possam ser supostos equivalentes a um cabo resultante.

Assim, admite-se que o tempo t , as deformações do concreto e do aço de protensão, na posição do cabo resultante, sejam dadas, respectivamente, por:

$$\Delta\varepsilon_{ct} = \frac{\sigma_{c,pog}}{E_{c28}} \cdot \varphi(t, t_0) + \chi_c \cdot \frac{\Delta\sigma_c(t, t_0)}{E_{c28}} + \varepsilon_{cs}(t, t_0) \quad (78)$$

$$\Delta\varepsilon_{pt} = \frac{\sigma_{po}}{E_p} \cdot \chi(t, t_0) + \chi_c \cdot \frac{\Delta\sigma_p(t, t_0)}{E_p} \chi_p \quad (79)$$

Igualando as deformações e manipulando algebricamente, chega-se à expressão final:

$$\Delta\sigma_p(t, t_0) = \frac{\varepsilon_{cs}(t, t_0) \cdot E_p - \alpha_p \cdot \sigma_{c,pog} \cdot \varphi(t, t_0) - \sigma_{po} \cdot \chi(t, t_0)}{\chi_p + \chi_c \cdot \alpha_p \cdot \eta \cdot \rho_p} \quad (80)$$

Em que

$\varepsilon_{cs}(t, t_0)$ – deformação por retração; $\varphi(t, t_0)$ – coeficiente de fluência;

$\chi(t, t_0)$ – coeficiente de relaxação do aço;

$\chi_p = 1 + \chi(t, t_0)$; $\chi_c = 1 + 0,5 \varphi(t, t_0)$; $\alpha_p = E_p/E_c$ (relação entre os módulos);

$\rho_p = A_p/A_c$ (taxa de armadura de protensão); $\eta = 1 + e_p^2 \cdot A_c/I_c$;

$\Delta\sigma_c(t, t_0)$ – variação resultante da tensão no concreto adjacente ao cabo entre t_0 e t ;

$\Delta\sigma_p(t, t_0)$ - variação resultante da tensão no aço de protensão entre t_0 e t ;

$\sigma_{c,pog}$ – tensão no concreto na altura da fibra do aço de protensão no tempo t_0 , devido às cargas permanentes e protensão (g+prot.), descontadas as perdas imediatas;

σ_{po} – tensão no aço de protensão no tempo t_0 , devido às cargas permanentes e protensão (g+prot.), descontadas perdas imediatas.

5.6 ESTADO LIMITE ÚLTIMO

Neste subitem são apresentadas as considerações para o cálculo do momento fletor resistente em ELU para estruturas mistas protendidas. É necessário, no entanto, compreender primeiramente a protensão de estruturas de concreto.

5.6.1 Verificação do ELU para Concreto Protendido

A determinação do momento fletor resistente de uma estrutura de concreto protendido é feita encontrando-se uma posição da linha neutra na seção, que equilibre as forças resultantes das armaduras passivas, ativas (protensão) e resultante do concreto, dentro dos domínios de deformação do Estádio III do concreto.

As hipóteses básicas no dimensionamento em Estádio III de uma seção transversal de concreto armado/protendido, submetido a flexão simples ou composta são (ARAÚJO, 2003):

- a) Admite-se a hipótese das seções planas (viga de Euler-Bernoulli);
- b) Admite-se a existência de aderência perfeita entre aço e concreto;
- c) Despreza-se totalmente a resistência à tração do concreto.

Deste modo, uma seção submetida à flexo-compressão, como no caso da protensão, deve respeitar os domínios de deformação do concreto em Estádio III, Estado Limite Último, mostrados na figura 62.

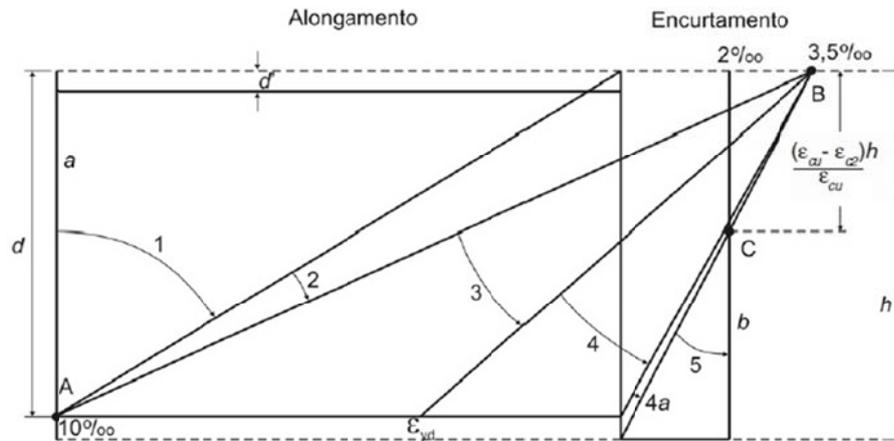


Figura 62: Domínios de deformação para concreto em Estádio III (NBR 6118:2014)

No qual:

- a) Reta a – tração uniforme;
- b) Domínio 1 – tração não uniforme, sem tensões de compressão;
- c) Domínio 2 – flexão simples ou composta sem ruptura à compressão do concreto ($\epsilon_c < 3,5\%$) e com máximo alongamento permitido para as armaduras ($\epsilon_s = 10\%$);
- d) Domínio 3 – flexão simples ou composta, com ruptura a compressão do concreto e escoamento do aço ($\epsilon_s \geq \epsilon_{yd}$);
- e) Domínio 4 – flexão simples ou composta com ruptura à compressão do concreto e aço tracionado sem escoamento ($\epsilon_s < \epsilon_{yd}$);
- f) Domínio 4a – flexão composta com armaduras comprimidas;
- g) Domínio 5 – compressão não uniforme (flexo-compressão), sem tensão de tração;
- h) Reta b – compressão uniforme.

Na figura 62, $\epsilon_{cu} = 3,5\%$ e $\epsilon_{cu2} = 2\%$ para concretos classe até C50 ($f_{ck} \leq 50\text{MPa}$).

A situação de equilíbrio (posição da linha neutra) é determinada em função desse diagrama de deformações. A partir dos domínios, pode-se montar as equações de compatibilidade de deformações para o concreto e armadura em ELU por meio de simples equivalência de triângulos. Considerando $f_{ck} \leq 50\text{MPa}$, obtêm-se:

$$\text{Domínio 1 } (x < 0) \rightarrow \epsilon_1 = 10\text{‰}; \epsilon_2 = 10\text{‰} \frac{d' - x}{d - x} \quad (81)$$

$$\text{Domínio 2 } (0 < x < x_{23}) \rightarrow \epsilon_1 = 10\text{‰}; \epsilon_2 = 10\text{‰} \frac{x - d'}{d - x} \quad (82)$$

$$\frac{\text{Domínio 3 } (x_{23} < x < x_{lim})}{\text{Domínio 4 } (x_{lim} < x < d)} \rightarrow \varepsilon_1 = 3,5\text{‰} \frac{d-x}{x}; \varepsilon_2 = 3,5\text{‰} \frac{x-d'}{x} \quad (83)$$

$$\text{Domínio 4a } (d < x < h) \rightarrow \varepsilon_1 = 3,5\text{‰} \frac{x-d}{x}; \varepsilon_2 = 3,5\text{‰} \frac{x-d'}{x} \quad (84)$$

$$\text{Domínio 5 } (x > h) \rightarrow \varepsilon_1 = 2\text{‰} \frac{x-d}{x - \frac{3h}{7}}; \varepsilon_2 = 2\text{‰} \frac{x-d'}{x - \frac{3h}{7}} \quad (85)$$

$$x_{23} = 0,259d; x_{lim} = 3,5\text{‰} \frac{d}{\frac{f_{yd}}{E_s} + 3,5\text{‰}} \quad (86)$$

Sendo

$\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – deformações nas armaduras passivas inferior e superior, respectivamente;

d – altura útil da armadura passiva inferior a partir do topo da seção;

d' – altura útil da armadura passiva superior a partir do topo da seção;

h – altura total da seção; E_s – módulo de elasticidade do aço.

x – profundidade da linha neutra a partir do topo da seção;

x_{23}, x_{lim} – limites entre domínios 2 e 3 e domínios 3 e 4, respectivamente;

f_{yd} – tensão de escoamento de cálculo do aço ($f_{yk}/1,15$).

O processo de determinação do momento fletor resistente é assunto conhecido no meio técnico. Normalmente a peça é verificada para que seu equilíbrio se dê nos domínios 2 ou 3; preferencialmente no Domínio 3, no qual os materiais são mais bem aproveitados, com ruptura do concreto e escoamento do aço.

A novidade se encontra na presença da armadura tensionada de protensão e como tratá-la. Apresentar-se-ão os diagramas de deformação dos materiais e, na sequência, as premissas para a armadura de protensão.

5.6.1.1 Diagrama Tensão-Deformação do Concreto

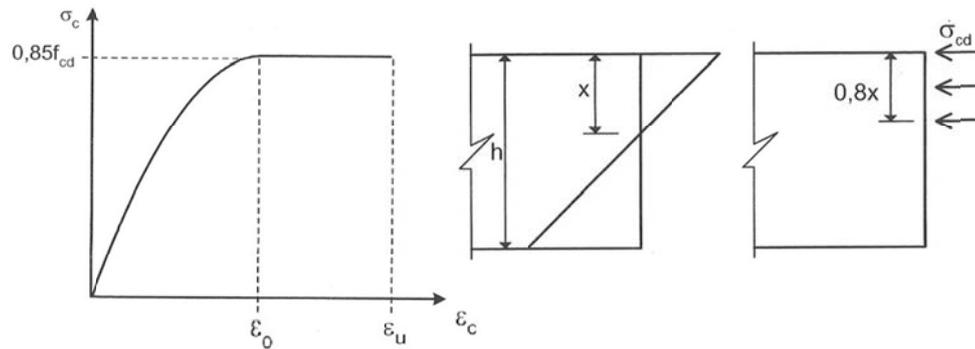


Figura 63: Diagrama parábola-retângulo e diagrama simplificado para o concreto $f_{ck} \leq 50\text{MPa}$ (NBR 6118:2014)

O diagrama tensão-deformação do concreto é não-linear, como mostrado na parte esquerda da figura 63. Onde $\epsilon_0 = 2\text{‰}$ e $\epsilon_u = 3,5\text{‰}$ (por mil), para concreto $f_{ck} \leq 50\text{MPa}$. Porém, a NBR 6118:2014 permite simplificar o diagrama parábola-retângulo por um diagrama retangular constante de tensões no concreto (parte direita da figura, para concretos $f_{ck} \leq 50\text{MPa}$). Onde $\sigma_{cd} = 0,85f_{cd}$, $f_{cd} = f_{ck}/1,4$ e x é a profundidade da linha neutra.

5.6.1.2 Diagrama Tensão-Deformação do Aço Passivo

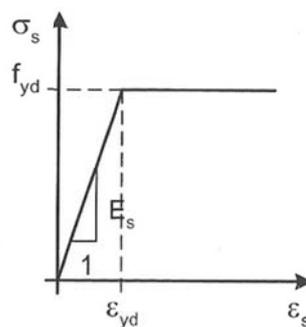


Figura 64: Diagrama tensão-deformação do aço passivo (ARAÚJO, 2003)

Segundo a NBR 6118:2014, pode-se adotar o diagrama para o aço passivo indicado na figura 64, para os aços com ou sem patamar de escoamento. Admite-se idêntico comportamento em tração e compressão. Sendo o módulo do aço $E_s = 210\text{GPa}$.

5.6.1.3 Tensão na Armadura Ativa

A tensão final da armadura ativa é composta de 3 parcelas de deformação, a saber: o pré-alongamento (ε_p), já descontadas as perdas imediatas e progressivas, a deformação de descompressão (ε_D) e a deformação (ε_f) necessária ao equilíbrio dentro dos domínios do Estádio III (CARVALHO, 2012).

A deformação de **pré-alongamento** (ε_p) corresponde à tensão que é aplicada ao cabo no momento da protensão. Porém, como se está trabalhando em ELU, as perdas imediatas e progressivas já ocorreram, e, portanto, da tensão (=deformação) de pré-alongamento deve-se descontar essas perdas.

A deformação máxima do aço para seções de concreto armado/protendido está limitada a 10‰ (por mil). Segundo Veríssimo e César Jr. (1998), este limite está relacionado à fissuração do concreto. Sabe-se que o aço rompe com uma deformação de 35‰, porém quando a armadura atinge um valor tão elevado de deformação, o concreto fissura e tem abertura de fissuras muito grande. Assim, limita-se a deformação do aço a 10‰.

Ao se aplicar a protensão, a deformação e tensão ao longo da seção de concreto desenvolvem-se como ilustrado na figura abaixo:

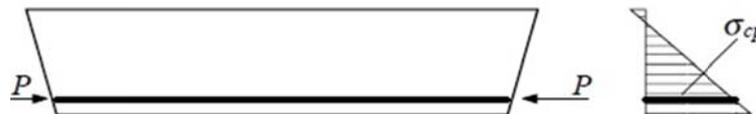


Figura 65: Tensões ao longo da seção em função da protensão (VERÍSSIMO; CÉSAR JR, 1998)

A seção de concreto sofrerá uma deformação na fibra à mesma altura do cabo de protensão. Essa deformação é devida à tensão de pré-alongamento. Para tratar-se do ELU, assim como para concreto armado, a deformação limite do aço (10‰) é medida somente a partir da seção neutralizada, ou seja, sem quaisquer deformações. A figura seguinte ilustra o exposto.

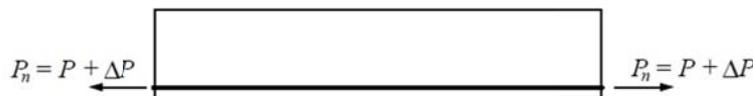


Figura 66: Força necessária para neutralizar as tensões de protensão (VERÍSSIMO; CÉSAR JR, 1998)

O artifício consiste em aplicar alguma deformação (ou força) fictícia ao cabo de protensão, para que traga novamente a seção de concreto à deformação nula. A partir da seção com tensões nulas (deformações nulas), figura 66, é que a limitação de deformação do aço é fixada em 10%. Assim, essa deformação adicional fictícia deve ser igual à deformação sofrida pelo concreto ao se aplicar a protensão. Essa deformação é chamada de **deformação de descompressão** (ε_D).

Na figura 66, a quantidade ΔP pode ser escrita em termos de sua deformação $\Delta\varepsilon_p$:

$$\Delta\varepsilon_p = \varepsilon_c \rightarrow \text{na posição da armadura de protensão} \quad (87)$$

$$\frac{\Delta\sigma_p}{E_p} = \frac{\sigma_{cp\infty}}{E_c} \rightarrow \Delta\sigma_p = \frac{E_p}{E_c} \cdot \sigma_{cp\infty} \rightarrow \Delta\sigma_p = \alpha_p \cdot \sigma_{cp\infty} \quad (88)$$

$$\varepsilon_D = \frac{\Delta\sigma_p}{E_p} \rightarrow \varepsilon_D = \frac{\alpha_p \cdot \sigma_{cp\infty}}{E_p} \quad (89)$$

Sendo

ε_D – deformação de descompressão;

$\Delta\varepsilon_p$ – acréscimo de deformação no aço de protensão para anular as tensões na seção;

ε_c – deformação no concreto à altura do aço de protensão advinda do pré-alongamento;

$\sigma_{cp\infty}$ - tensão no concreto, à altura do aço de protensão, advinda do pré-alongamento (descontadas perdas imediatas e progressivas);

Assim, somando as deformações de pré-alongamento (descontadas as perdas de protensão) e a deformação fictícia de descompressão obtém-se a **deformação de neutralização** (ε_N), que anula as tensões (deformações) na seção de concreto:

$$\varepsilon_N = \varepsilon_p + \varepsilon_D \quad (90)$$

A partir deste valor, a deformação do aço de protensão está limitada a 10% para a verificação em ELU e deve respeitar os domínios de deformação do concreto em Estádio III.

Deste modo a deformação final da armadura de protensão em ELU é $\varepsilon_{\text{final}} = \varepsilon_f + \varepsilon_N$. A armadura sob tal deformação apresenta o diagrama tensão-deformação dado na figura abaixo:

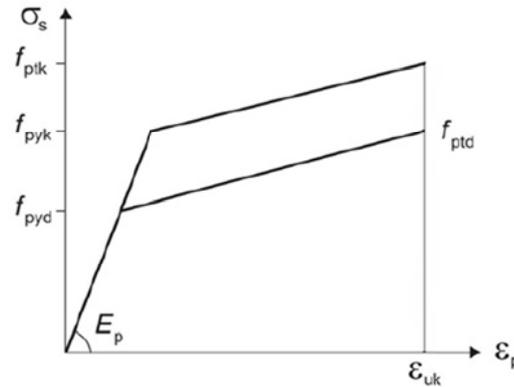


Figura 67: Diagrama Tensão-Deformação do Aço de Protensão (NBR 6118:2014)

$$\text{Para } \varepsilon_{final} < \frac{f_{pyd}}{E_p} \rightarrow \sigma_{pd} = E_p \cdot \varepsilon_{final} \quad (91)$$

$$\text{Para } \varepsilon_{final} \geq \frac{f_{pyd}}{E_p} \rightarrow \sigma_{pd} = f_{pyd} + \left(\frac{f_{pd} - f_{pyd}}{\varepsilon_u - \varepsilon_{yd}} \right) (\varepsilon_{final} - \varepsilon_{yd}) \quad (92)$$

Em que

$f_{pyd} = f_{pyk}/1,15 \rightarrow \varepsilon_{yd} = f_{pyd}/E_p$ ($f_{pyk} = 0,9f_{ptk}$; tensão nominal de escoamento da protensão);

$f_{pd} = f_{ptk}/1,15$ (f_{ptk} – tensão nominal de ruptura do aço de protensão);

$\varepsilon_u = 35\%$ (deformação de ruptura do aço de protensão);

5.6.1.4 Armadura Protendida na Região Comprimida

No caso de haver mais de um cabo na direção da altura da seção transversal, a profundidade da linha neutra de equilíbrio pode ocorrer numa posição tal, que em ELU um dos cabos se localize na região de compressão da seção. Há os casos de elementos pré-fabricados ou situações transitórias, que exigem cabos protendidos, que em Estado Último, estarão submetidos a esforços de compressão.

Nestes casos, Johansson (1975) estabelece que o encurtamento do concreto reduz o alongamento do aço protendido, como mostrado na expressão abaixo:

$$\varepsilon_A = \varepsilon_{A0} + \varepsilon_{cp} \quad (93)$$

Aqui, ε_{cp} é o encurtamento do concreto, sempre negativo, na fibra da zona de compressão que corresponde ao cabo. A deformação devida à protensão, descontadas as perdas imediatas e progressivas, é representada por ε_{A0} . Com o cabo na região comprimida, não há necessidade

de limitá-lo à deformação de 10%, nem conhecer sua deformação de neutralização. Assim, o cabo na região comprimida passa a ser tratado como uma ação sobre a seção, ao contrário do cabo na região tracionada, que é uma reação aos esforços externos.

5.6.1.5 Equilíbrio da Seção Transversal

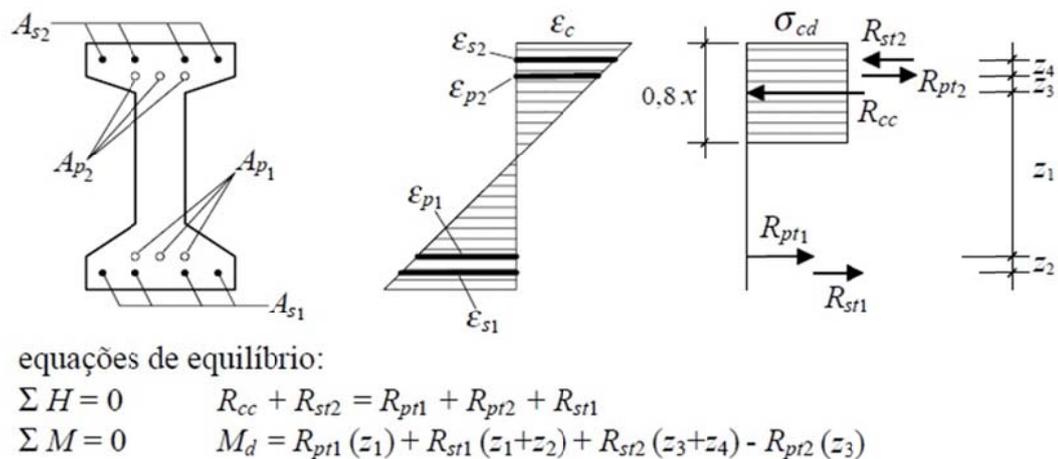


Figura 68: Equilíbrio da seção transversal protendida
(VERÍSSIMO; CÉSAR JR., 1998)

Em posse das equações de compatibilidade de deformações, a figura 68 exhibe o equilíbrio das forças resultantes na seção transversal. Para cabos locados em qualquer posição vertical na seção transversal, obtém-se sua deformação (e conseqüentemente tensão) por igualdade de triângulos, a partir da posição da Linha Neutra e dos limites impostos pelos domínios de deformação do concreto. A incógnita é a profundidade da Linha Neutra (x), que pode ser encontrada pelo somatório de forças horizontais. Como cada força na figura anterior depende da profundidade da Linha Neutra, o zero da função deve ser encontrado iterativamente por algum método numérico, como Newton-Raphon e o Método da Bissecção.

Com a profundidade da Linha Neutra determinada, substitui-se seu valor no equilíbrio de momentos fletores e o Momento Fletor Resistente da seção protendida em ELU (M_{Rd}) está determinado.

5.6.2 Verificação do ELU para Estruturas Mistas Protendidas

Antes de proceder à determinação analítica do ELU para estruturas mistas protendidas, deve-se fazer algumas considerações sobre perdas de protensão e sobre qual método de protensão adotar.

Dall'Asta e Dezi (1997 apud SAFAN; KOHOUTKOVÁ, 2001) realizaram estudos analíticos de diferentes configurações de protensão de vigas mistas contínuas. Utilizaram cabos externos desviados, para estruturas com dois vãos, e concluíram que é mais conveniente, em termos de prevenção de fissuração, aplicar a protensão após a cura da laje (pós-tensão) ao invés de aplicá-la ao perfil isolado (pré-tensão).

No trabalho de Nelsen (2013) comentam-se os estudos experimentais de Nouraeyan⁵, o qual constatou que há diferenças pouco expressivas nas tensões totais das mesas inferiores e superiores das vigas de aço de estruturas mistas, tanto para o sistema pré-tracionado, como pós-tracionado.

Deste modo, propõe-se a aplicação da pós-tração, isto é, a protensão após a cura da laje. Neste caso, pelo fato de a protensão ser uma carga permanente, deve ser considerada na **Fase Seção Mista de Longa Duração**. Serão adotados cabos de protensão internos à seção caixão, com cordoalhas injetadas com cera petroquímica. Neste caso, a armadura de protensão não estará aderida à estrutura, portanto, diferentemente do concreto protendido, a compatibilidade de deformações das seções não é válida.

As perdas de protensão por fluência são consideradas por meio da aplicação da razão modular da seção homogeneizada. Esse tópico já foi abordado na definição da **Fase Seção Mista Longa Duração** (WU; BOWMAN, 2000). O quadro 2 resume as etapas de carregamento para análise elástico-linear de vigas mistas pós-tracionadas.

Quadro 2: Etapas de carregamento em Estruturas Mistas Pós-Tracionadas

Estágio	Pós-Tração
Fase Seção Caixão Isostática	Peso próprio viga de aço
Fase Seção Caixão Hiperestática	Peso próprio das lajes pré-moldadas
Fase Seção Mista de Curta Duração	Cargas Móveis, Vento
Fase Seção Mista de Longa Duração	Demais permanentes + Protensão

⁵ NOURAEYAN, A. **Analytical and experimental study on the behavior of prestressed and poststressed composite girders**. 1987. 70p. Thesis (Degree of Master of Engineering) – Concordia University, Montréal, Québec, Canada, 1987.

5.6.2.1 Determinação da Força de Protensão Inicial

Para determinar a força de protensão, busca-se uma força que respeite a tensão de escoamento (F_y) em ambas as mesas inferior e superior da seção de aço, na região de momentos positivos, para as combinações de serviço. Do mesmo modo, deve-se garantir a tensão de compressão admissível (F_{nc}) na mesa inferior do perfil na região de momentos negativos (NUNZIATA, 2003). As tensões da laje também devem ser controladas.

Para cada seção (i), no tempo infinito, portanto, a força de protensão fica limitada às tensões:

$$\sigma_{sup}^i = -\frac{\beta \cdot P}{A_{Longa}} \pm \frac{\beta \cdot P \cdot e}{W_{SL}} \mp \frac{M_{Serv}}{W_s} \leq F_y \text{ ou } F_{nc} \quad (94)$$

$$\sigma_{inf}^i = -\frac{\beta \cdot P}{A_{Longa}} \mp \frac{\beta \cdot P \cdot e}{W_{IL}} \pm \frac{M_{Serv}}{W_i} \leq F_y \quad (95)$$

$$\sigma_{laje}^i = -\frac{\beta \cdot P}{A_{LONGA} \cdot n_{Longa}} \pm \frac{\beta \cdot P \cdot e}{W_{CL}} \mp \frac{M_{Serv}}{W_i} \leq \sigma \quad (96)$$

Sendo

$\sigma_{sup}^i, \sigma_{inf}^i, \sigma_{laje}^i$ - tensões nas mesas superior e inferior do perfil e laje, respectivamente;

A_{Longa} - área da seção transversal homogeneizada de longa duração;

W_{SL} - módulo de resistência à flexão da mesa superior de longa duração;

W_{IL} - módulo de resistência à flexão da mesa inferior de longa duração;

W_{CL} - módulo de resistência à flexão da laje de longa duração;

P - força de protensão; e - excentricidade da protensão em relação ao centro de gravidade da seção;

W_s, W_i - módulos de resistência à flexão superior e inferior considerando efeitos de longa e curta duração, conforme o caso;

M_{Serv} - momento fletor de serviço (combinações frequentes de cargas);

β - coeficiente inicial considerando perdas, estimativa do autor em 85%;

σ - tensão na laje $\rightarrow \sigma_{fisco}$ para tensões de tração e σ_{cco} para tensões de compressão;

n_{Longa} - relação entre módulos do aço e concreto para longa duração ($=3E_s/E_c$)

A tensão $\sigma_{fis\infty}$ é a tensão de abertura de fissuras para o tempo infinito. A tensão $\sigma_{c\infty}$ é uma tensão de compressão admissível para o tempo infinito. São dadas por (CARVALHO, 2012):

$$\sigma_{fis\infty} = 1,5 \cdot fctk_{inf}; fctk_{inf} = 0,7 \cdot fctm; fctm = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (97)$$

$$\sigma_{c\infty} = 0,7 \cdot f_{ck} \quad (98)$$

Para o tempo inicial, isto é, no ato da protensão, as tensões também devem ser aferidas usando o mesmo critério, sem levar em conta, obviamente, as cargas de serviço (M_{serv}), já que não há tráfego. Nesse caso, a resistência do concreto ainda não atingiu seu valor aos 28 dias. De acordo com Veríssimo e César Jr. (1998), pode-se considerar a resistência do concreto no dia j como 75% do f_{ck} .

Para o caso em estudo, não seria necessário verificar as tensões no tempo inicial, já que as lajes serão posicionadas após 28 dias de cura úmida. Porém, para ilustrar o método geral, optou-se por inserir essa análise. Os cálculos podem ser verificados no Anexo B.

5.6.2.2 Momento Fletor Resistente Positivo

O Estado Limite Último para a seção mista protendida em regiões de flexão positiva, com perfil de aço de seção compacta, é caracterizado pela completa plastificação das seções da laje e perfil de aço, de maneira similar aos conceitos apresentados no item 4.2.1. A diferença neste caso é a presença do cabo de protensão, que estará submetido à sua tensão de ruptura (NELSEN, 2013).

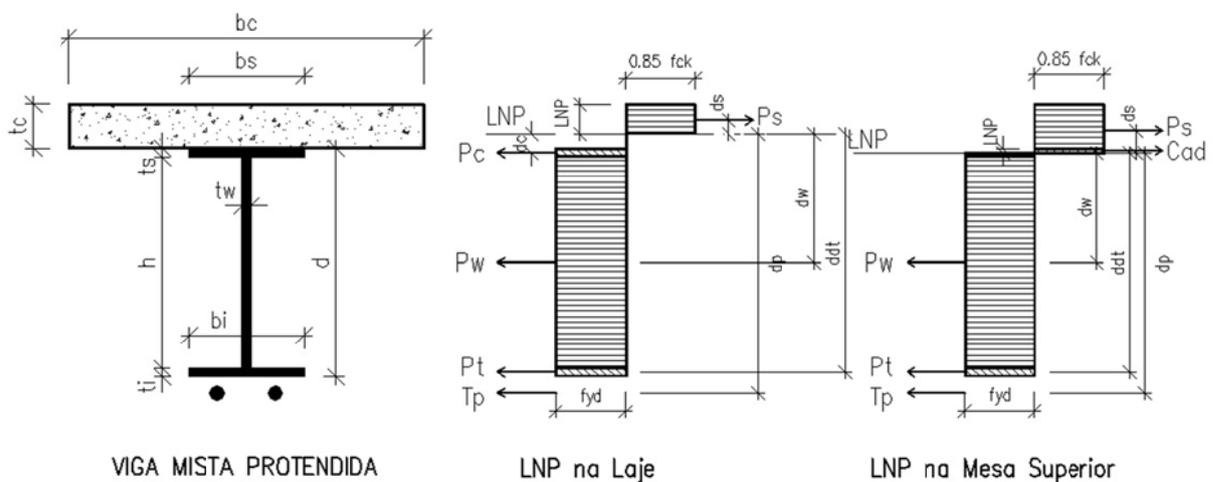


Figura 69: Equilíbrio plástico para seções de momento positivo

A Linha Neutra Plástica (LNP) pode assumir, como antes, três posições: na alma do perfil, na mesa superior do perfil ou na laje de concreto. A figura 69 apresenta as forças plásticas para o equilíbrio de uma seção mista composta por perfil de alma cheia, porém pode ser estendida da mesma maneira para uma seção caixão.

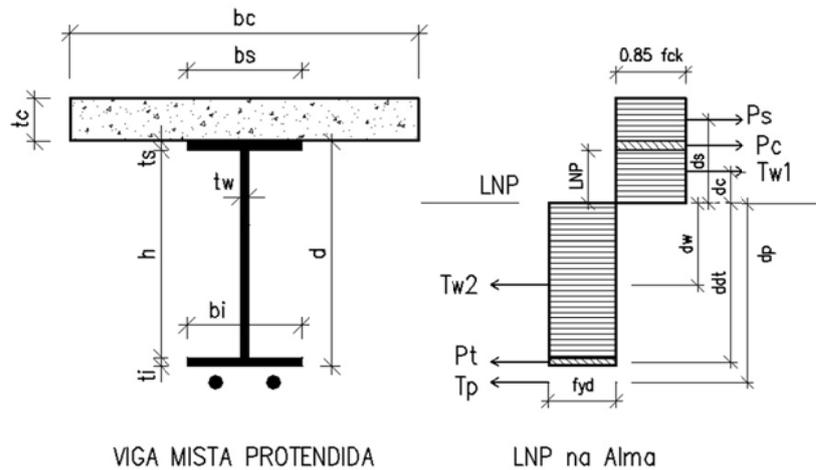


Figura 70: Equilíbrio plástico para seções de momento positivo

Sendo:

$T_p = A_p \cdot f_{bd}$ (f_{bd} = tensão de ruptura do aço de protensão; A_p – área do cabo de protensão);

$f_{bd} = 190 \text{ kN/cm}^2$ (1900 MPa) aço CP 190RB; C_{ad} – parcela de compressão do aço;

T_{w1} , T_{w2} – parcelas de compressão e tração da alma; $P_s = 0,85 f_{ck} b_c t_c$ (força plástica da laje);

P_c , P_w , P_t – forças plásticas da mesa superior, alma e mesa inferior, respectivamente ($P_c = F_y t_s b_s$; $P_w = F_y t_w h$; $P_t = F_y t_i b_i$)

O processo consiste em determinar a posição da linha neutra plástica pelo equilíbrio de forças plásticas horizontais. Uma vez determinada a LNP, somam-se os momentos fletores que essas forças produzem em torno dela, o que resulta no Momento Fletor Resistente Positivo (detalhes do cálculo no Anexo D).

5.6.2.3 Momento Fletor Resistente Negativo

Constatou-se que a norma AASHTO-LRFD:2012 estabelece como ELU para regiões sob momento fletor negativo o menor momento fletor entre o que causa escoamento da borda superior do perfil e o que atinge a tensão de compressão limite na borda inferior.

Mantendo o mesmo critério, determina-se o menor momento fletor entre as duas situações de equilíbrio em ELU mostradas na figura abaixo (notar a laje desprezada nos cálculos).

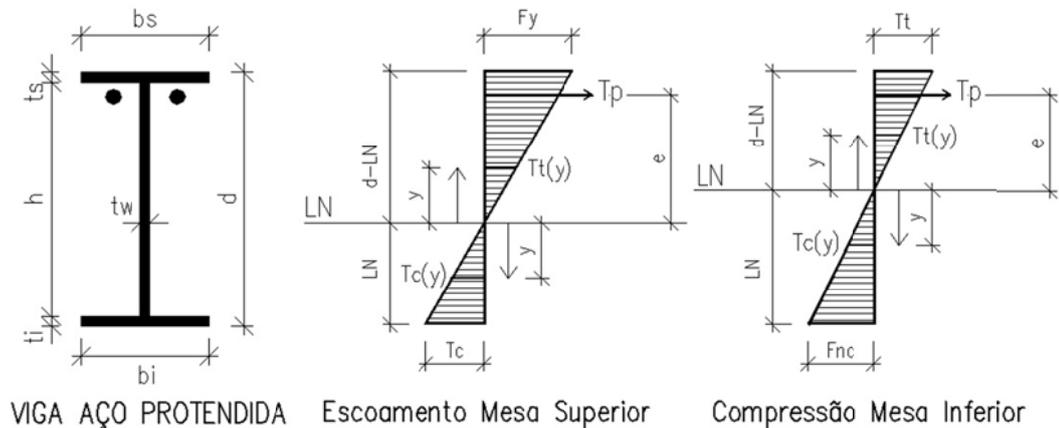


Figura 71: ELU para seção mista protendida sob momento fletor negativo

Onde:

F_{nc} – tensão de compressão limite da mesa inferior (Anexo A);

LN – linha neutra elástica;

T_p – força no cabo de protensão (função do giro da seção);

$T_t(y)$ – tensão de tração em função da altura y ;

$T_c(y)$ – tensão de compressão em função da altura y .

O equilíbrio de forças horizontais é dado por:

$$\sum F_H = R_t + T_p - R_c = 0 \quad (99)$$

$$\int_0^{d-LN} T_t(y) \cdot b \cdot dy + (F_{p\infty} + \Delta F_p \cdot M_d) + \int_0^{LN} T_c(y) \cdot b \cdot dy = 0 \quad (100)$$

O somatório de momentos fletores em torno da linha neutra é:

$$M_d = \int_0^{d-LN} T_t(y) \cdot b \cdot y \cdot dy + \int_0^{LN} T_c(y) \cdot b \cdot y \cdot dy + (F_{p\infty} + \Delta F_p \cdot M_d) \cdot e \quad (101)$$

Sendo

$F_{p\infty}$ - força no cabo de protensão descontadas as perdas;

ΔF_p - acréscimo da força de protensão unitário devido ao momento negativo [kN/kN.m];

M_d - momento fletor último da seção;

Compõem-se por triângulos equivalentes, as equações de compatibilidade de deformações para a compressão da mesa inferior no caso de ELU com escoamento da mesa superior (equação 102). Do mesmo modo, a compatibilidade de deformações para a tração na mesa superior no caso de ELU com compressão limite da mesa inferior (equação 103):

$$T_c(LN) = \frac{LN}{d - LN} \cdot F_y \rightarrow \text{compressão mesa inferior} \quad (102)$$

$$T_t(LN) = \frac{d - LN}{LN} \cdot F_{nc} \rightarrow \text{tração mesa superior} \quad (103)$$

Conforme estudos de Quinaz (1993) e Choi et al. (2008), o acréscimo da força de protensão, ou relação entre momento fletor negativo e aumento da deformação do aço de protensão, pode ser obtido com o auxílio do método dos trabalhos virtuais (MTV). Deste modo aplica-se um momento unitário na região do apoio central e uma força unitária no cabo. Com o MTV encontra-se a relação entre este momento e a força adicional no cabo (ΔF_p). Considera-se que o ponto de inflexão sobre o apoio central é indeslocável (figura abaixo).

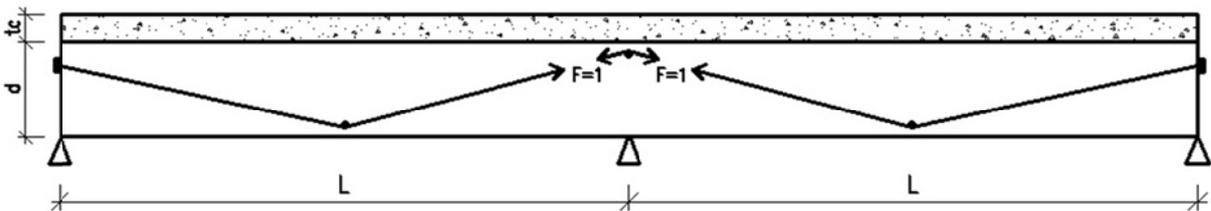


Figura 72: Força unitária no cabo para integração com método dos trabalhos virtuais

A compatibilidade de deformações no apoio central é dada pela relação:

$$\delta_{10} + \Delta F_p \cdot \delta_{11} = 0 \quad (104)$$

$$\delta_{10} = 2 \int_0^L \frac{M \cdot m}{E \cdot I_{Longa}} dx \quad (105)$$

$$\delta_{11} = 2 \left(\int_0^L \frac{m \cdot m}{E \cdot I_{Longa}} dx + \int_0^L \frac{N_1 \cdot N_1}{E_p \cdot A_p} dx + \int_0^L \frac{N_1 \cdot N_1}{E \cdot A_{Longa}} dx \right) \quad (106)$$

Em que

δ_{11} – deslocamento no ponto de apoio central gerado pela força unitária do cabo;

δ_{10} – deslocamento no ponto sobre apoio central gerado pela força externa (momento unitário no apoio);

M – momento fletor das cargas externas (carga de momento unitário no apoio interno);

m – momento fletor devido à força unitária no cabo;

N_1 – esforço axial devido à força unitária no cabo;

A_p – área de seção transversal do(s) cabo(s) de protensão;

I_{Longa} – momento de inércia da seção mista de longa duração;

A_{Longa} – área da seção transversal da seção mista de longa duração.

Deste modo a relação entre o momento fletor M_d e o acréscimo de protensão unitária ΔF_p pode ser obtida. Assim, operando-se as equações (100) e (101), chega-se a, para a situação em ELU por escoamento da mesa superior:

$$M_d(LN) = \frac{F_{p\infty} \cdot e + \frac{F_y}{d - LN} \cdot I_{xt}(LN) + \frac{T_c(LN)}{LN} \cdot I_{xc}(LN)}{1 - \Delta F_p \cdot e} \quad (107)$$

$$F_H(LN) = \frac{F_y}{d - LN} \cdot S_{xt}(LN) + F_{p\infty} + \Delta F_p \cdot M_d(LN) - \frac{T_c(LN)}{LN} \cdot S_{xc}(LN) \quad (108)$$

Sendo

I_{xt}, I_{xc} – momentos de inércia das seções tracionada e comprimida em relação à LN;

S_{xt}, S_{xc} – momentos estáticos das seções tracionada e comprimida em relação à LN;

$M_d(LN)$ – Momento Fletor Resistente em função da posição da LN;

$F_H(LN)$ – Somatório de Forças Horizontais, em função da posição da LN.

Se a força no cabo [$F_{p\infty} + \Delta F_p \cdot M_d(LN)$] ultrapassar seu limite de escoamento, sua força/tensão será dada pela interpolação pós-tensão de escoamento vista no item 5.6.1.3. Assim:

$$M_{de}(LN) = \frac{\left[f_{pyd} \cdot A_p + \left(\frac{f_{pd} - f_{pyd}}{\varepsilon_u - \varepsilon_{yp}} \right) \cdot \left(\frac{F_{p\infty}}{E_p} - \varepsilon_{yp} \cdot A_p \right) \right] \cdot e + \frac{F_y}{d - LN} \cdot I_{xt}(LN) + \frac{T_c(LN)}{LN} \cdot I_{xc}(LN)}{1 - \left(\frac{f_{pd} - f_{pyd}}{\varepsilon_u - \varepsilon_{yp}} \right) \cdot \Delta F_p \cdot \frac{e}{E_p}} \quad (109)$$

$$F_H(LN) = \frac{F_y}{d - LN} \cdot S_{xt}(LN) + \left[f_{pyd} + \left(\frac{f_{pd} - f_{pyd}}{\varepsilon_u - \varepsilon_{yp}} \right) \cdot \left(\frac{F_{p\infty} + \Delta F_p \cdot M_{de}(LN)}{E_p A_p} - \varepsilon_{yp} \right) \right] - \frac{T_c(LN)}{LN} \cdot S_{xc}(LN) \quad (110)$$

Sendo

$f_{pyd} = f_{pyk}/1,15 \rightarrow \varepsilon_{yd} = f_{pyd}/E_p$ ($f_{pyk} = 0,9f_{ptk}$; tensão nominal de escoamento da protensão);

$f_{pd} = f_{ptk}/1,15$ (f_{ptk} – tensão nominal de ruptura do aço de protensão);

$\varepsilon_u = 35\%$ (deformação de ruptura do aço de protensão);

E_p, A_p – módulo de elasticidade e área de aço de protensão, respectivamente.

Usando os mesmos critérios, pode-se deduzir as equações considerando como ELU agora a compressão limite da mesa inferior.

$$M_d(LN) = \frac{F_{p\infty} \cdot e + \frac{F_{nc}}{LN} \cdot I_{xc}(LN) + \frac{T_t(LN)}{d - LN} \cdot I_{xt}(LN)}{1 - \Delta F_p \cdot e} \quad (111)$$

$$F_H(LN) = \frac{T_t(LN)}{d - LN} \cdot S_{xt}(LN) + F_{p\infty} + \Delta F_p \cdot M_d(LN) - \frac{F_{nc}}{LN} \cdot S_{xc}(LN) \quad (112)$$

Do mesmo modo, se a força no cabo [$F_{p\infty} + \Delta F_p \cdot M_d(LN)$] ultrapassar seu limite de escoamento, sua força/tensão será dada pela interpolação pós-tensão de escoamento vista no item 5.6.1.3.

Assim:

$$M_{de}(LN) = \frac{\left[f_{pyd} \cdot A_p + \left(\frac{f_{pd} - f_{pyd}}{\varepsilon_u - \varepsilon_{yp}} \right) \cdot \left(\frac{F_{p\infty}}{E_p} - \varepsilon_{yp} \cdot A_p \right) \right] \cdot e + \frac{T_t(LN)}{d - LN} \cdot I_{xt}(LN) + \frac{F_{nc}(LN)}{LN} \cdot I_{xc}(LN)}{1 - \left(\frac{f_{pd} - f_{pyd}}{\varepsilon_u - \varepsilon_{yp}} \right) \cdot \Delta F_p \cdot \frac{e}{E_p}} \quad (113)$$

$$F_H(LN) = \frac{T_t(LN)}{d - LN} \cdot S_{xt}(LN) + \left[f_{pyd} + \left(\frac{f_{pd} - f_{pyd}}{\varepsilon_u - \varepsilon_{yp}} \right) \cdot \left(\frac{F_{p\infty} + \Delta F_p \cdot M_{de}(LN)}{E_p A_p} - \varepsilon_{yp} \right) \right] - \frac{F_{nc}}{LN} \cdot S_{xc}(LN) \quad (114)$$

O momento fletor resistente final é o menor dos dois. As propriedades geométricas necessárias (momentos estáticos e de inércia das seções comprimidas, tracionadas) foram determinadas pelo método de Green (Anexo D).

Assim, tanto o equilíbrio horizontal de forças quanto o momento fletor (M_d) dependem da posição da Linha Neutra Elástica (LN), é necessário algum método numérico iterativo para a solução, como Newton-Raphson ou Bisseção. Nesse trabalho utilizou-se o método da Bisseção, que com 10 iterações já fornece bons resultados com erros da ordem de 0,8%. Os cálculos e rotinas estão no Anexo D.

5.6.2.4 Esforço Cortante Último Reduzido

O esforço de protensão se opõe aos esforços cortantes externos atuantes na estrutura, conforme se observa na figura 73 (ver Anexo D).

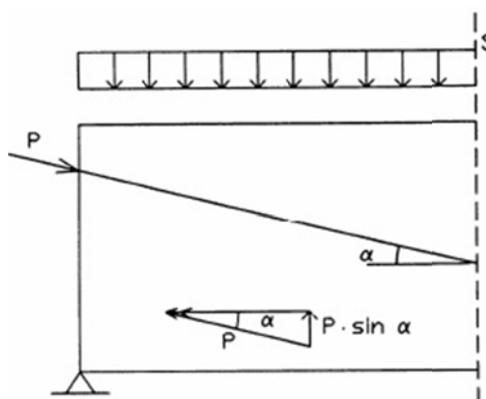


Figura 73: Esforço Cortante Último com Protensão (NUNZIATA, 2004)

Deste modo, o esforço cortante solicitante último (V_u) é reduzido pelo efeito da protensão (P). O cálculo é feito para cada seção, levando em conta a inclinação do cabo. O esforço cortante resultante (V_r) é dado pela equação abaixo:

$$V_r = V_u - P \cdot \sin(\alpha) \quad (115)$$

6 ESTUDO DE CASO

Neste capítulo propõe-se o estudo de um caso de aplicação. Uma seção transversal tipo é estabelecida. Apresentam-se as fases do modelo (definidas no capítulo 3), as considerações para atender a essas fases, os carregamentos e resultados principais que servirão de base para a verificação analítica da estrutura. As verificações analíticas são apresentadas no Anexo A.

6.1 SEÇÃO TRANSVERSAL TIPO

Propõe-se a seção transversal mostrada na figura 74. Trata-se de um viaduto misto composto por 2 vãos de 25m em tangente.

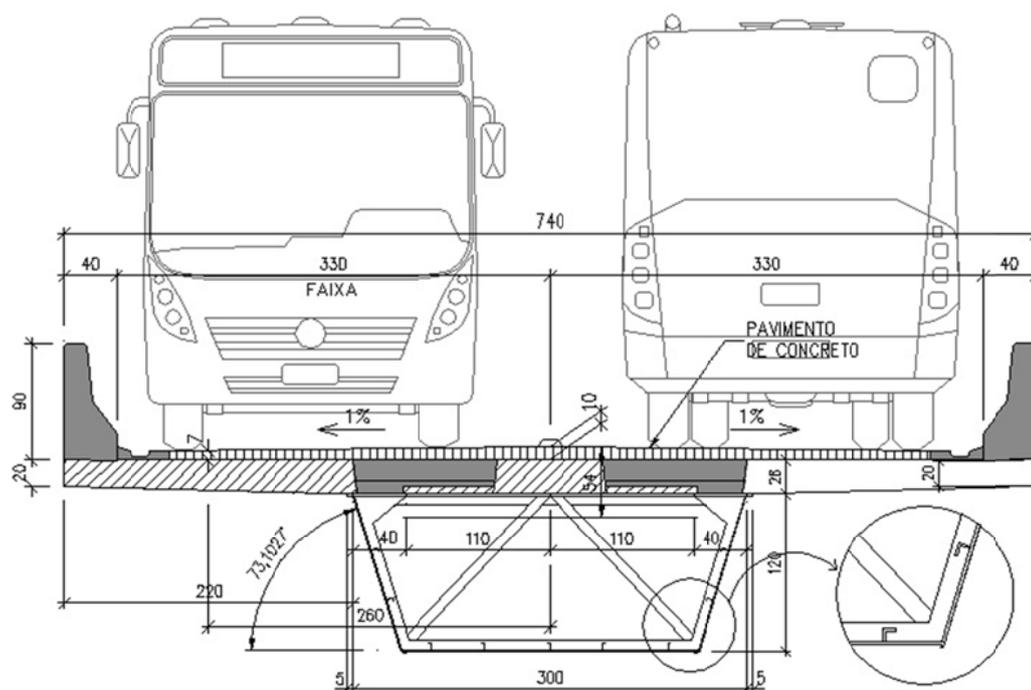


Figura 74: Seção transversal tipo

Cada vão de 25m é dividido em 10 aduelas de 2,5m, que são soldadas para compor a peça inteira. A seção é composta de 2 faixas de 3,30m com largura total de 7,40m. A seção caixão de aço CORTEN ($F_y = 345\text{MPa}$) tem altura de 1,20m e inclinação das almas de $73,1027^\circ$. As chapas que a compõem têm espessura variável para atender aos esforços máximos de flexão e cisalhamento. As espessuras são dadas no quadro 3.

Quadro 3: Espessura das chapas das aduelas (polegadas)

Chapas/Espessura	Aduelas 1 e 2	Aduelas 3 a 8	Aduelas 9 e 10
Mesa Superior	1"	1"	1"
Alma	3/4"	5/8"	3/4"
Mesa Inferior	1"	1,25"	1"

A mesa superior, de espessura 1'' em toda a extensão, tem largura de **40cm**, enquanto a mesa inferior, com espessura variável conforme quadro 3, tem largura de cálculo de **220cm**. A laje tem espessura média de **26cm** e é lançada com concreto de resistência $f_{ck} = 40\text{MPa}$.

Na seção da figura 74, estão indicados ainda os enrijecedores longitudinais, que se compõem de perfis **L 4''x 4''# 3/8''**. Definem-se 5 enrijecedores longitudinais na mesa inferior e 2 em cada alma. Estes perfis conferem maior inércia à seção e são importantes na determinação da capacidade da seção a momentos fletores negativos (esbeltez da mesa inferior).

O contraventamento é feito por cavernames em forma de K. No mesmo plano dos cavernames estão os enrijecedores transversais. Os cavernames são compostos de perfis **L 4''x 4''# 3/8''**, e os enrijecedores transversais, de chapas com altura de **10cm** e espessura de **3/8''**.

Na região sobre o pilar central, define-se uma armadura de continuidade das lajes composta de **32 barras de diâmetro $\phi 16\text{mm}$** com cobrimento de **4cm**, o que corresponde a uma área de armadura de **64,33cm²**.

Por fim, a figura 74 indica a posição dos veículos sobre o pavimento. Informação importante para definição dos trens-tipo de flexão e torção de análise da estrutura. As rodas traseiras mais externas do veículo encontram-se a **2,60m** do eixo da seção.

6.2 MODELO

Nesse subitem, apresenta-se a montagem do modelo. Primeiramente são apresentadas as considerações gerais do modelo desenvolvido com o auxílio do *software* STRAP 2013, e na sequência definem-se as propriedades geométricas e carregamentos.

6.2.1 Considerações Gerais

A análise elástico-linear da estrutura foi realizada no *software* STRAP 2013 (*Structural Analysis Programs*), que é um programa que aplica o método da rigidez direta e também o

método dos elementos finitos (barras, elementos planos e sólidos). Neste estudo, utilizaram-se elementos de barras de pórtico espacial.

O modelo em tangente com dois vãos de **25m** conta com três pilares idênticos retangulares de altura 6m. No primeiro e último pilares têm-se aparelhos de apoio móveis que permitem a livre movimentação e giro da superestrutura sobre estes pilares na direção longitudinal. Esses apoios são do tipo Cernoflon Unidirecional (CU), conforme viu-se no item 2.1. No pilar central, considera-se uma ligação engastada (contínua), visto que se prevê a concretagem de uma travessa de ligação entre os dois vãos (ver item 6.2.3) e armadura de continuidade.

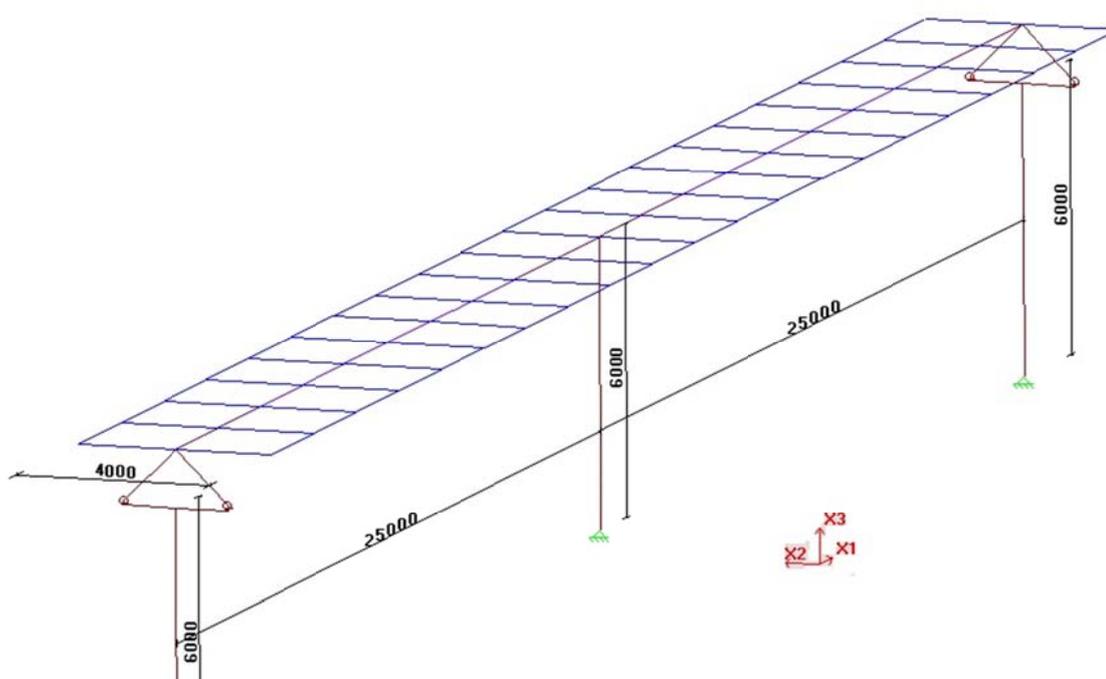


Figura 75: Modelo em barras de pórtico espacial (STRAP 2013)

As barras que formam triângulos mostradas na figura 75 (primeiro e último pilares) simulam a transferência dos esforços para os pilares a partir dos aparelhos de apoio. Deste modo, pode-se alterar o comportamento destes mais facilmente. Já foi estabelecido que os aparelhos de apoio são do tipo Cernoflon Unidirecional. Isso implica, no modelo matemático, que a rigidez à flexão e ao cisalhamento das extremidades inferiores das barras verticais dos triângulos devem ser desligadas na direção longitudinal da estrutura (figura 76). Assim, simula-se a livre movimentação que a estrutura terá sobre os pilares extremos.

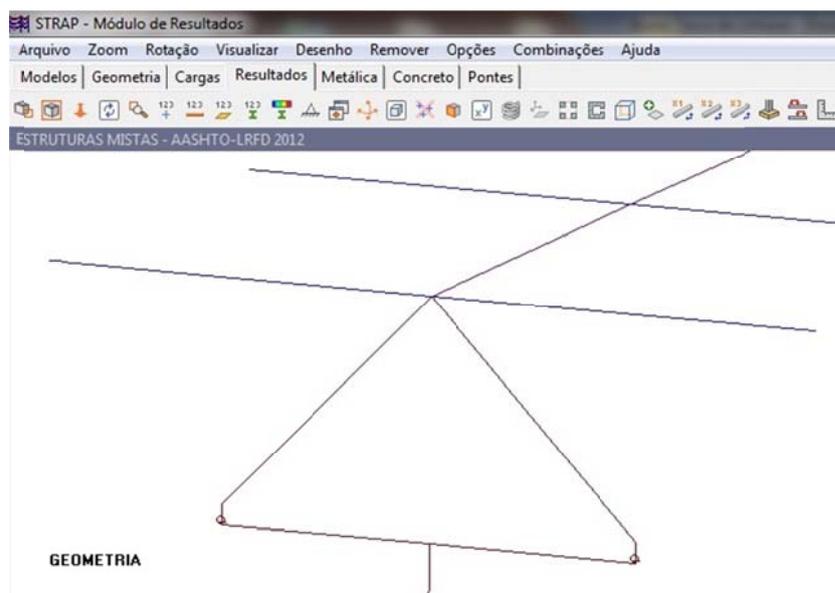


Figura 76: Rigidezes à flexão e ao cisalhamento longitudinais desligadas (rótulas inferiores)

As barras transversais ao eixo principal vistas nas figuras 75 e 76, têm grande rigidez e servem para transferir os efeitos de torção produzidos pelo trem-tipo, não participando da rigidez longitudinal nem contribuindo com qualquer peso próprio. As barras longitudinais mais externas (figura 75) são chamadas barras *Dummy*, fictícias. Elas têm a função única e imprescindível de receber a faixa de tráfego por onde se define a passagem do trem-tipo. Não têm qualquer rigidez, ou seja, não alteram a matriz de rigidez do modelo, apenas transferem (como barras bi-engastadas) os esforços para as barras transversais, e são propositalmente colocadas a 2m de cada lado do eixo central (figura 75). Seu objetivo é provocar os máximos esforços de torção correspondentes ao trem-tipo de torção visto no capítulo 2.

6.2.2 Propriedades Geométricas

No capítulo 3, as diversas fases ou estágios que se superpõem na análise elástico-linear do modelo foram abordadas. Deste modo, são aplicadas ao modelo como se segue.

A primeira fase consiste na **Fase Seção Caixa Isostática**. Neste caso a seção de aço trabalha de maneira isostática suportando seu peso próprio (**g1**). As propriedades geométricas se resumem às propriedades do caixão de aço.

A segunda fase é a **Fase Seção Caixa Hiperestática**, na qual os caixões de aço antes isostáticos são solidarizados por solda sobre os pilares e recebem as lajes pré-moldadas (**g2**)

para posterior concretagem. Portanto, o aço estrutural continua trabalhando isoladamente, porém não mais de modo isostático. A figura 77 ilustra o modelo renderizado para a análise dessas duas primeiras fases.

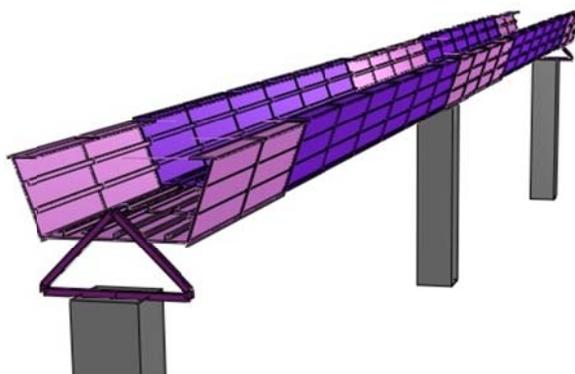


Figura 77: Seção caixão para fases Isostática e Hiperestática iniciais (STRAP 2013)

Para a **Fase Seção Mista de Longa Duração**, a laje da figura 74 é transformada em seção de aço fictício através da relação $3n$. Divide-se sua largura por este fator. Nesta etapa, a seção já trabalha como estrutura mista e recebe as demais cargas permanentes (g_3). A seção da laje resume-se a uma pequena área fictícia de aço sobre a seção caixão (figura abaixo).

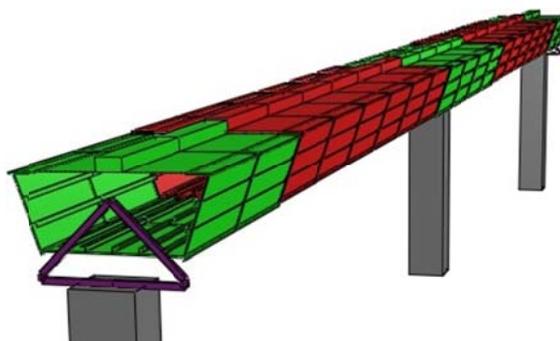


Figura 78: Fase Seção Mista de Longa Duração (STRAP 2013)

A última fase, **Fase Seção Mista de Curta Duração**, que recebe as cargas móveis, segue o mesmo processo da anterior, porém a seção é homogeneizada pelo fator n apenas. A figura 79 exemplifica o caso. É importante destacar que para a análise elástico-linear, a norma permite usar a laje de concreto em toda a extensão do tabuleiro, inclusive sob flexão negativa nos apoios internos. Testes indicaram que, desprezar a laje nas regiões de flexão negativa tem pouco efeito no comportamento elástico global da estrutura (AASHTO-LRDF:2012).

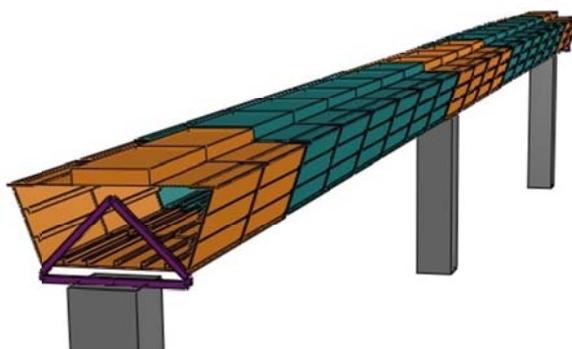


Figura 79: Fase Seção Mista de Curta Duração (STRAP 2013)

No método analítico, todas as propriedades geométricas apresentadas: aço isostático, hiperestático, seções mista de longa e curta durações, foram calculadas usando-se o método de Green (KREYSZIG, 2009). Os resultados estão no anexo A.

6.2.3 Carregamentos

O carregamento g_1 corresponde ao peso próprio da seção de aço na **Fase Seção Caixaão Isostática** e é indicado na figura 80, na qual se exhibe somente o primeiro vão carregado, sendo o segundo simétrico. As cargas são dadas em toneladas-força por metro linear [tf/m; tf=10kN]. O peso próprio dos pilares pode entrar nesta fase. Percebe-se a variação do peso próprio do aço (1,06 a 1,12 tf/m) devido à variação da espessura das chapas ao longo do vão.

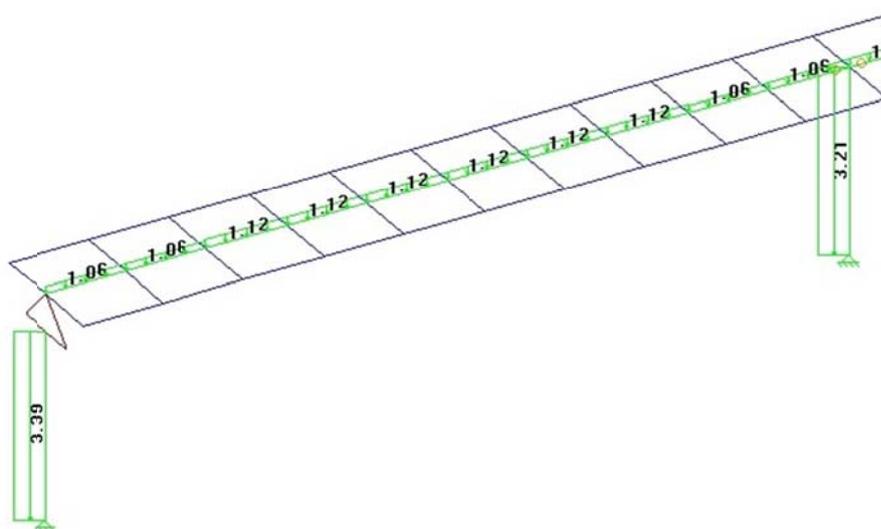


Figura 80: Carga g_1 [tf/m] – STRAP 2013

O carregamento g2 corresponde à **Fase Seção Caixaõ Hiperestática**. O mesmo depende das lajes adotadas. Considera-se uma carga maior junto aos pilares, pois nesta região há uma concretagem interna no caixaõ (figura 82). Esse concreto visa a minimizar os efeitos da inversão de momentos, contribuindo com a mesa inferior em compressão. A figura 81 exhibe as cargas (6,05 e 4,8 tf/m)..

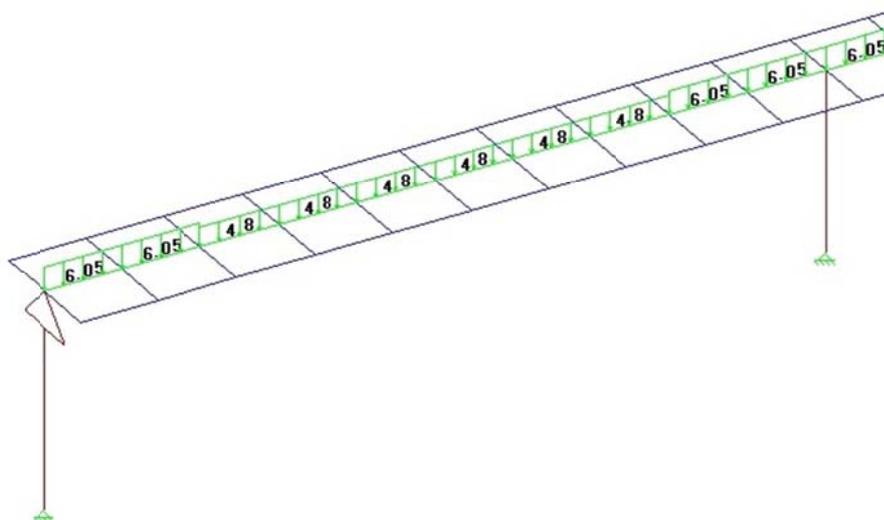


Figura 81: Carga g2 – lajes sobre seção caixaõ [tf/m] – STRAP 2013

A carga g3, que corresponde às demais cargas permanentes, como barreiras rígidas, pavimento, equipamentos elétricos, compõe-se ainda das travessas sobre os pilares. As travessas são massas de concreto que fazem a solidarização entre a laje e a seção caixaõ sobre os pilares, conforme figura 82.

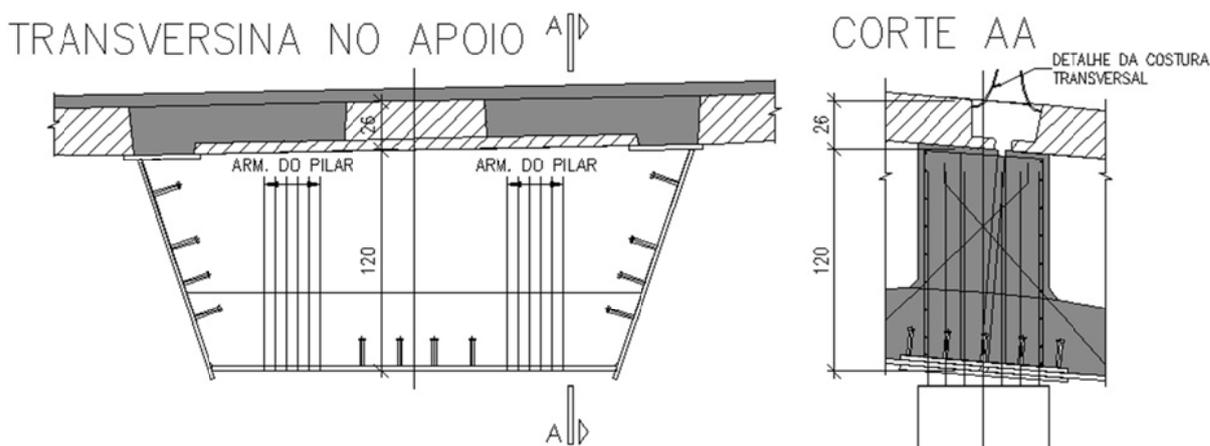


Figura 82: Travessa de concreto sobre pilares, dentro da seção caixaõ

Portanto, o carregamento g_3 é dado por uma carga distribuída sobre o eixo central e cargas concentradas de 3,9tf sobre cada pilar, o que corresponde às travessas.

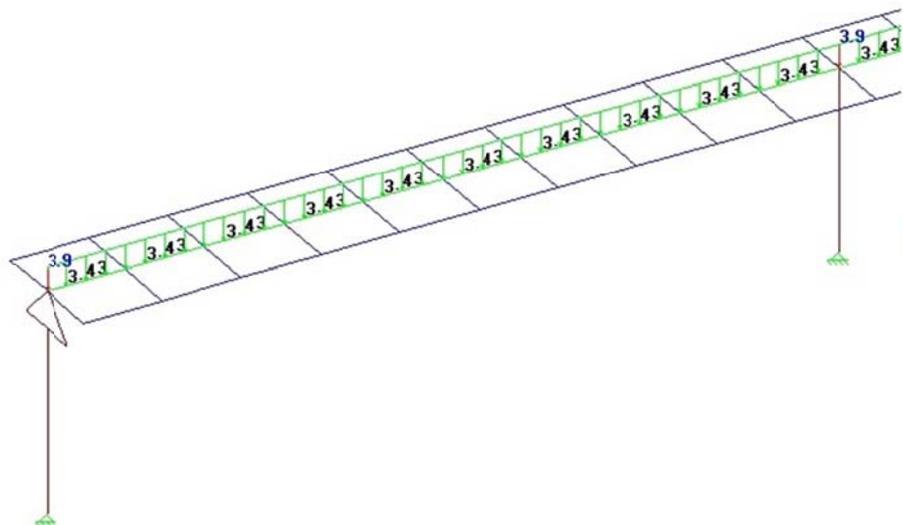


Figura 83: Carga g_3 – cargas permanente de longa duração [tf/m] – STRAP 2013

Seguindo os preceitos do item 2.2.3 define-se uma carga de vento distribuída aplicada na direção transversal e em toda a extensão da ponte de $W = 0,44 \text{ tf/m}$.

A carga de retração foi determinada conforme o método do ACI 209 visto no item 2.2.4. Os parâmetros para o cálculo da retração são: 28 dias de cura úmida, umidade do ambiente de 70%, abatimento de tronco de cone de 100mm, relação entre agregado miúdo/agregado total de 40%, consumo de cimento de 350 kg/m^3 e teor de ar de 10%. A relação volume/superfície exposta (V/S) obtida foi de 157mm. Com esses dados, obtém-se uma retração aos 28 dias $\epsilon_{cs}(28\text{dias},0) = 0,01174\%$. A retração para o tempo infinito é $\epsilon_{cs}(1000\text{dias},0) = 0,02552\%$. Assim, a retração resultante e a força de protensão fictícia na estrutura mista são: $\Delta\text{retração} = 0,01378\%$; $F_{\text{ret}} = \Delta\text{retração} \cdot E_c \cdot A_c = 986,63 \text{ tf}$. Por simplicidade, e a favor da segurança, adotou-se uma força de **1000tf**. Aplica-se a força em todo o viaduto com excentricidades de 40cm e 45cm em relação ao CG da **Fase Seção Mista de Longa Duração**.

Entre as cargas de frenagem e aceleração (item 2.2.2.4) a frenagem será determinante e equivale a uma carga de $F = 13,5 \text{ tf}$. Esta carga é distribuída sobre o tabuleiro de maneira uniforme.

Finalmente, têm-se as cargas móveis ou de tráfego, cujos procedimentos foram vistos no capítulo 2. Deve-se obter um trem-tipo que provoque os maiores esforços de flexão e que

também atenda ou simule coerentemente os máximos esforços de torção que a passagem dos veículos pelo tabuleiro provocará. Deste modo, obteve-se um trem-tipo com carga de eixos $Q = 3 \times 12\text{tf}$ e distribuída (multidão) $q = 1,65\text{tf/m}$. Sobre este trem-tipo, ainda aplica-se o fator de impacto dinâmico com $L=25\text{m}$, o que resulta $\Phi = 1,23$ (ver item 2.2.2.3).

Com isso, finalmente, todas as cargas sobre o modelo estão aplicadas, juntamente com as combinações em ELU e Fadiga, e, assim, chega-se aos esforços máximos sobre a estrutura apresentados no próximo item.

6.3 RESULTADOS

Primeiramente exibem-se os resultados de análise para a seção não protendida, de modo que em ELU interessam as envoltórias de combinações de carga para esforço cortante e momento fletor; e para a verificação dos conectores de cisalhamento, a envoltória de combinações de fadiga. Na sequência, são apresentados os resultados da verificação analítica a partir dos conceitos explicados ao longo dos capítulos. Por fim, são tratados a aplicação da protensão, seu incremento de resistência à seção e a verificação de sua influência sobre conectores de cisalhamento. Serão expostos somente os resultados finais; os detalhes dos cálculos programados em MathCad estão no Anexo A.

6.3.1 Seção Mista não Protendida

A figura 84 exhibe os resultados de envoltória de combinações em Estado Limite Último (ELU) para Momentos Fletores, e a figura 85, a envoltória de Esforços Cortantes Últimos. Os vetores em sequência exibem os esforços resistentes e solicitantes.

A condição em ELU estará atendida se os esforços resistentes forem maiores ou iguais às solicitações últimas. Portanto, comparam-se estes resultados às resistências obtidas pelo cálculo analítico.

Cada vão do viaduto foi dividido em 10 aduelas, como se observa pelas figuras seguintes. Assim, as verificações são feitas para 11 seções. Os resultados foram apresentados somente para o primeiro vão. Há uma pequena diferença nos resultados entre o primeiro e o segundo vãos devida à carga de frenagem, definida apenas na direção do primeiro para o segundo vão (sentido da via). Esse resultado, no entanto, não compromete as verificações subsequentes.

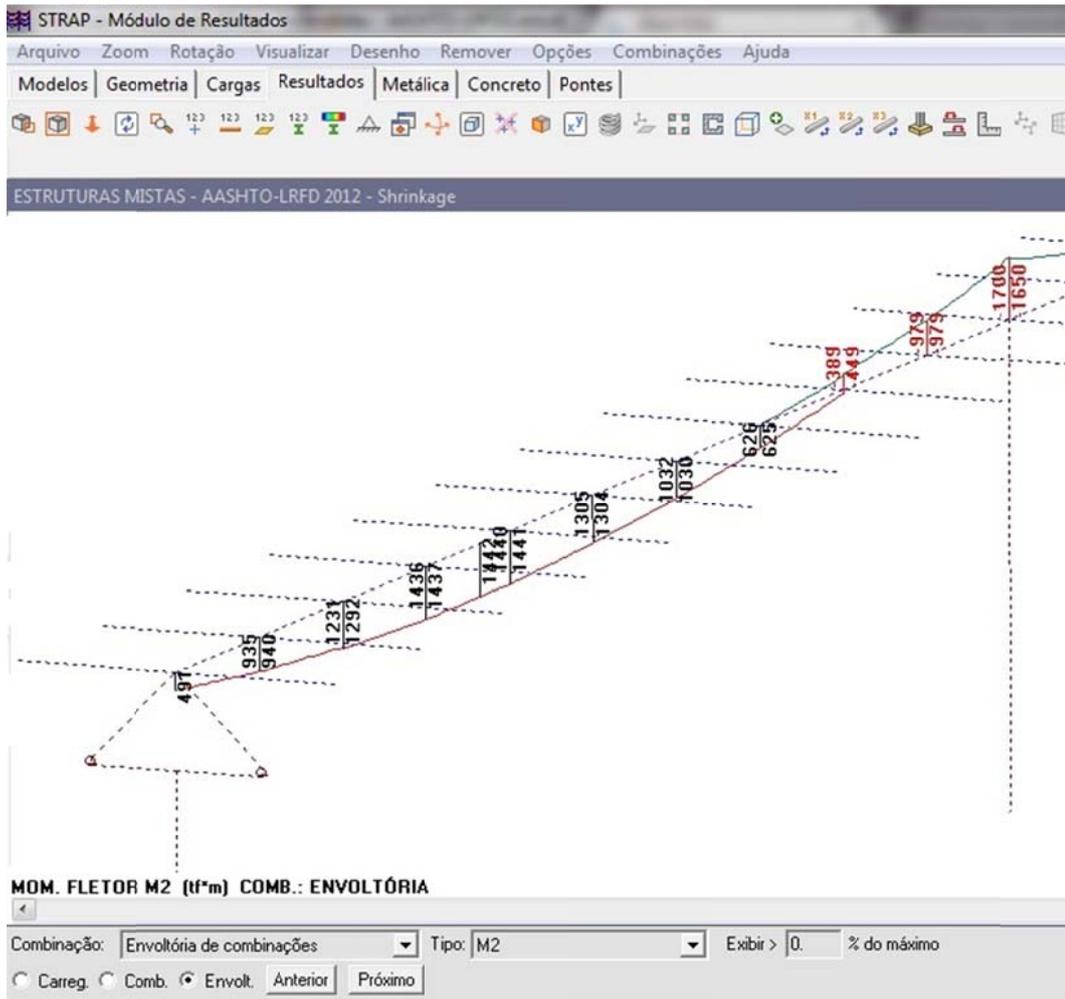


Figura 84: Envolvória de Combinações de Momentos Fletores em ELU [tf.m]

	0		0		0
Mnom =	41076	kN·m	Mumax =	4910	Mnom
	40056			9400	
	39389			12920	
	45433			14370	
	45383			14410	
	45610			13040	
	46113			10320	
	46887			6260	
	-12373			-4490	
	-13881			-9790	
	-14569			-17000	
					Razão =
					11.95
					23.47
					32.8
					31.63
					31.75
					28.59
					22.38
					13.35
					36.29
					70.53
					116.68

Momento Nominal Resistente (Mnom), Momento Solicitante Último (Mumax) e Razão (Mumax/Mn) para cada seção [kN.m]

Percebe-se pelos resultados anteriores que, para a flexão, a maioria das seções atende aos esforços em ELU com grande folga nas regiões de momento fletor positivo. Nas regiões de flexão negativa, haja vista a laje não contribuir e limitar-se a capacidade da seção às tensões do caixão de aço, o esforço máximo superou em 16,68% a resistência última da seção. Esta capacidade é garantida pela presença da armadura negativa desta seção. No caso de se desprezar a armadura negativa de continuidade no apoio (32 barras de diâmetro $\phi 16\text{mm}$), a razão, nesta seção, passaria a ser **137,40%**, isto é, 37,40% além da capacidade da seção. Com isso, percebe-se a importância da armadura negativa de continuidade entre vãos.

No caso do esforço cortante, as almas espessas (3/4'' e 5/8'') respeitaram as esbeltezes limites para a seção compacta e garantiram com folga (máximo de 45,45% da capacidade) a resistência da seção aos esforços cisalhantes em ELU provenientes do corte por flexão e torção de St. Venant.

A determinação dos conectores de cisalhamento para as combinações de fadiga resulta em um número de conectores por aduela para cada alma. Os esforços cisalhantes por flexão (V_f) e por torção de St. Venant (T_f) para as combinações de fadiga estão mostrados nos vetores abaixo, bem como o número de conectores (Bolts) por alma, por aduela.

$V_f =$	0		0		0		0		0		0
	390	$T_f =$	540	$V_{sr} =$	150	$V_{st} =$	77	$\frac{\text{kN}}{\text{m}}$	45		0
	320		490		123		70		39		1
	300		440		113		63		36		2
	280		410		105		59		33		3
	280		370		105		53	$\frac{\text{kN}}{\text{m}}$	33		4
	300		400		113		57		36		5
	290		430		109		62		36		6
	330		470		124		67		39		7
	390		520		150		75		45		8
	440		570		169		82		51		9

Esforços Cortantes por flexão (V_f) e torção de St. Venant (T_f), fluxos de cisalhamento de flexão (V_{sr}) e torção de St. Venant (V_{st}) das combinações de Fadiga e número de conectores por alma por aduela segundo o critério de fadiga (Bolts)

A posição 0 (zero) do vetor Bolts indica que são 45 conectores tipo *Stud Bolts* para cada alma da seção caixão de aço na primeira aduela, ou seja, nos primeiros 2,50m do vão, pois o vão de 25m foi dividido em 10 aduelas. E assim por diante.

Fazendo-se a soma das componentes do vetor, cada alma da seção caixão receberá **393** conectores; resultando para a seção caixão, um total de **$2 \times 393 = 786$ conectores**.

Estes conectores são distribuídos em linhas de 3 Studs, com espaçamento transversal mínimo de $4\Phi = 4 \times 2,22\text{cm} \sim 10\text{cm}$ (adotado), respeitando o limite máximo de espaçamento longitudinal de 60cm e o mínimo de $6\Phi = 6 \times 2,22\text{cm} \sim 13\text{cm}$. A figura 86 ilustra o posicionamento dos conectores sobre as mesas superiores da seção caixão.



Figura 86: Posicionamento dos conectores sobre as mesas superiores da seção caixão

Para o Estado Limite Último (ELU) dos Studs (Anexo A), obtém-se um número total de **$2 \times 285 = 570$ Studs**. Salienta-se que, para o ELU, o dimensionamento dos conectores é independente de esforços externos, e depende apenas das propriedades inelásticas da laje, do aço estrutural do perfil e do aço do conector. Deste modo, constata-se que a fadiga foi preponderante na determinação dos conectores de cisalhamento.

Conforme item 4.2.3.5, a retração não é determinante na definição dos conectores, porém é preciso verificar se o fluxo de cisalhamento induzido por ela é resistido pelos Studs. Assim, os esforços característicos (fator $\gamma_g=1,0$) e número de conectores são apresentadas abaixo (a retração não induz torção de St. Venant):

	0
0	253
1	253
2	253
3	253
4	253
5	253
6	253
7	253
8	253
9	253

 $V_f =$

	0
0	97
1	97
2	95
3	95
4	95
5	95
6	95
7	95
8	97
9	97

 $V_{sr} =$

	0
0	15
1	15
2	15
3	15
4	15
5	15
6	15
7	15
8	15
9	15

 $Bolts_retração =$

$$2 \sum_{i=0}^9 Bolts_retração_i = 300$$

Esforços Cortantes por retração (V_f), fluxos de cisalhamento de retração (V_{sr}) e número de conectores por alma por aduela para ELU

Assim, a retração causa um fluxo de cisalhamento que é resistido pelo número mínimo de conectores por alma por aduela. Portanto, os Stud Bolts definidos para o Estado Limite de Fadiga atendem aos esforços de retração e garantem tensões de cisalhamento adequadas para as cargas móveis.

6.3.2 Verificação do ELU para Seção Mista Protendida

Conforme visto no item 6.3.1, constata-se que a região de momento negativo apresenta uma capacidade última 16,68% inferior ao máximo momento fletor negativo para as combinações em ELU. Capacidade esta incrementada pela presença da armadura negativa de continuidade. Caso contrário, a resistência seria 37,40% inferior em ELU.

Aplica-se agora uma protensão, com o objetivo de aumentar a capacidade em ELU, tanto para momentos fletores positivos quanto negativos, diminuir as deformações em ELS e garantir as tensões admissíveis em ELS. Foi estabelecido o desenvolvimento dos cabos conforme figura 87. A linha tracejada define o centro de gravidade (CG) da seção de longa duração.

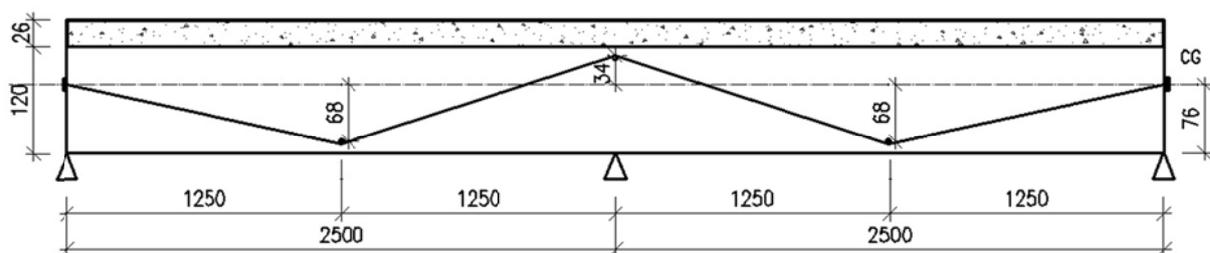


Figura 87: Desenvolvimento dos cabos de protensão – Corte Longitudinal

Fixa-se protensão limitada, ou seja, para as combinações frequentes de ações deve ser respeitado o estado limite de formação de fissuras. Com isso, é necessário respeitar as tensões limites do perfil de aço e a máximas tensões na laje, de compressão e de formação de fissuras, conforme visto no item 5.6.2.1. Define-se uma força de protensão de 1275 tf (12750kN).

Adotam-se **4 cabos de 15 cordoalhas**. Cada cordoalha se compõe de um feixe de 7 fios engraxados envoltos por uma bainha de polietileno de alta densidade (PEAD), figura 88.



Figura 88: Cordoalha engraxada em bainha de PEAD

O diâmetro externo total de cada cordoalha é $\Phi 15.2\text{mm}$ ($A_p = 140\text{mm}^2/\text{cordoalha}$) e a força de ruptura por cordoalha é de 26,58tf (265,8kN). Deste modo:

$$P_{total} = 4 * \beta * 15 * 26,58 \cong 1275tf \quad (116)$$

$$P_{cabo} = \frac{1275tf}{4} \cong 319tf \quad (117)$$

Aplica-se $\beta = 0,8$ em cada cordoalha, ou seja, 80% da carga de ruptura (valor adotado pelo autor, baseado em catálogos de fabricantes).

O conjunto de 15 cordoalhas de cada cabo é reunido em outra bainha de PEAD com diâmetro externo de 110mm preenchida com nata de cimento. A figura 89 ilustra esse tipo de bainha.



Figura 89: Bainha mestre em PEAD preenchida com nata de cimento, para acomodação de várias cordoalhas em protensão externa (PROTENDE)

A seção transversal com a locação dos cabos, para o caso em estudo, é mostrada na figura 90.

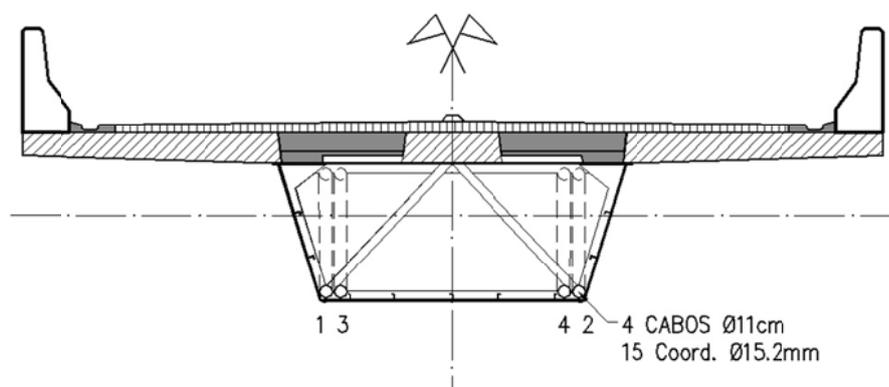


Figura 90: Seção transversal com cabos de protensão

Como exemplo ilustrativo, cita-se o viaduto suíço *Bois de Rosset*, mostrado na figura 91.



Figura 91: Viaduto *Bois de Rosset*, Suíça (NELSEN, 2013)

Com solução por cabos externos com injeção, a estrutura *Bois de Rosset* foi protendida com 8 cabos de 12 cordoalhas de $\Phi 15.2\text{mm}$. As cordoalhas são envoltas com dutos plásticos preenchidos com graxa. O conjunto de 12 cordoalhas que compõem cada cabo é reunido em outra bainha externa com diâmetro de 111mm e preenchida com pasta de cimento.

Voltando ao estudo de caso, a carga de protensão é aplicada no modelo, na **Fase Seção Mista de Longa Duração**, com as excentricidades definidas na figura 87. A protensão é tratada no *software* STRAP 2013 como uma carga excêntrica em relação ao centro de gravidade da seção, isto é, aplicando uma flexo-compressão à seção. Com isso, pode-se analisar o modelo.

A partir dos esforços permanentes, incluindo a retração, cargas variáveis/móveis e protensão (ver Anexo B), obtêm-se as tensões nas seções, conforme item 5.6.2.1, tanto para o tempo

inicial como para o tempo infinito. Apresentam-se a seguir os resultados da verificação de tensões em ELS.

Para o controle das tensões em tempo infinito, faz-se uma estimativa preliminar de 15% de perdas de protensão, baseando-se no trabalho de Nunziata (2004), no qual estima perdas de 10% para estruturas de aço protendidas. O valor adotado, portanto, é conservador. Esse valor será confrontado na sequência a partir dos cálculos das perdas.

Para o tempo inicial (no ato da protensão), as tensões limites são:

Aço $\rightarrow F_y = \pm 345\text{MPa}$; $F_{nc} = -290,889\text{MPa}$.

Concreto $\rightarrow \sigma_{cc_inicial} = -21\text{MPa}$; $\sigma_{ct_inicial} = +3,04\text{MPa}$

	0		0		0
$\sigma_{s_t0} =$	-88.658		-17.066		-4.96
	-119.136		-10.982		-4.322
	-138.886		-8.464		-3.825
	-144.001		-25.118		-2.889
	-136.532		-42.536		-1.968
	-116.936		-67.018		-0.943
	-112.701		-54.681		-1.879
	-96.503		-49.477		-2.701
	-66.611		-57.558		-3.283
	-26.994		-68.614		-3.926
	26.615		-89.28		-4.458

Tensões para combinações em ELS no tempo inicial (ato da protensão)

Para o tempo infinito, as tensões limites (com perdas de protensão estimadas em 15%) são:

Aço $\rightarrow F_y = \pm 345\text{MPa}$; $F_{nc} = -290,889\text{MPa}$.

Concreto $\rightarrow \sigma_{cc_inicial} = -28\text{MPa}$; $\sigma_{ct_inicial} = +3,68\text{MPa}$

O sinal negativo indica força de compressão, e o positivo, tração.

Usando os parâmetros para retração com cura úmida do capítulo 2, mostrou-se, no item 6.2.3, a definição da carga fictícia de retração de 1000tf. Esta carga deverá causar perdas na protensão. Para o cálculo das perdas, recorre-se novamente ao método dos trabalhos virtuais (MTV), baseado em Quinaz (1993). Considera-se que o ponto de inflexão sobre o apoio central (figura 87) se mantenha indeslocável. A perda de retração (ΔF_{ret}) é dada por:

$$\delta_{10} + \Delta F_{ret} \cdot \delta_{11} = 0 \quad (118)$$

$$\delta_{10} = 2 \left(\int_0^L \frac{M \cdot m}{E \cdot I_{Longa}} dx + \int_0^L \frac{1000tf \cdot N_1}{E \cdot A_{Longa}} dx \right) \quad (119)$$

$$\delta_{11} = 2 \left(\int_0^L \frac{m \cdot m}{E \cdot I_{Longa}} dx + \int_0^L \frac{N_1 \cdot N_1}{E_p \cdot A_p} dx + \int_0^L \frac{N_1 \cdot N_1}{E \cdot A_{Longa}} dx \right) \quad (120)$$

Sendo: M – momento fletor pela excentricidade da retração; m – momento fletor devido à força unitária no cabo; N_1 – esforço axial devido à força unitária no cabo.

Assim, chega-se a uma perda total de retração de $\Delta F_{ret} = -33,44tf$, resultando em perda por cabo de $\Delta F_{ret}^{cabo} = -33,44/4 = -8,36tf$. Os resultados podem ser conferidos no Anexo C.

Procedendo as demais perdas, constata-se, que as perdas por atrito são baixas, já que há apenas 2 pontos de inflexão por vão. A média de perdas por atrito para todas as seções fica em torno de 1,6%, confirmando Safan e Kohoutková (2001). Ao final, as perdas imediatas e progressivas são:

Protensão com perdas Imediatas + Progressivas

	1
1	269.56
2	269.97
3	270.38
4	270.79
5	271.2
6	274.1
7	274.5
8	274.9
9	275.29
10	275.69
11	272.13

Fim =

·tf

Taxa final de perdas

	1
1	15.5
2	15.37
3	15.24
4	15.11
5	14.99
6	14.07
7	13.95
8	13.83
9	13.7
10	13.58
11	14.69

Fim_Taxa =

·%

Alongamento do cabo

$\Delta L = 187 \cdot mm$

$\Delta = 0.747\%$

$\Delta_{media_final} = 14.5\%$

Ponto Nulo Recuo

raiz = 24.066 m

Força final em cada seção, taxa de perdas por seção e perda média

Percebe-se que a estimativa inicial de 15% de perdas foi uma boa aproximação da perda média calculada, Δ média_final=14,5%. Conseqüentemente, considerando estas perdas, a força total de protensão passa a ser: $(100\%-14,5\%) \times 1275\text{tf} \approx 1090\text{tf}$ (ou $\sim 273\text{tf/cabo}$). Admite-se a perda média de 14,5% constante em toda a extensão dos cabos.

Cabe ressaltar que com esta força de protensão aplicada, houve redução de 36,32% dos deslocamentos permanentes no centro dos vãos (de 4,02cm para 2,56cm) e redução de 32,10% dos deslocamentos em ELS (de 4,52cm para 3,07cm).

Os pontos onde o recuo de ancoragem cessa são a 24,066m a partir de ambas as extremidades da estrutura. Como o atrito é pequeno, a influência do recuo da ancoragem aconteceu em quase toda a extensão dos cabos.

Usando o método dos trabalhos virtuais (item 5.6.2.3), obteve-se uma relação entre o momento fletor negativo na seção de apoio e o acréscimo de força no conjunto de cabos de protensão. Para cada $M=1\text{tf.m}$ (10kN.m) há um incremento de força no conjunto de cabos de $\Delta F_p = 0,01667\text{tf}$ (0,167kN). Com isso foi possível chegar ao equilíbrio da seção em estado último na região do apoio pelo método da Bissecção. Os cálculos estão detalhados no Anexo D.

Finalmente, verifica-se o ELU à flexão com as forças, geometria e perdas já determinadas, por meio de rotina em MathCad (Anexo D). Exibe-se a capacidade última das seções 0 a 10 para um vão, sendo simétrico para o outro. A capacidade última sem protensão (M_n_P0), com protensão ($M_d_Protende$) e o aumento da resistência (ΔP) são mostradas abaixo.

	0		0		0
	39630		41076		3.65
	39630		40056		1.07
	39390		39389		0
	43720		45433		3.92
$M_n_P0 =$	43720	$kN \cdot m$	45383	$kN \cdot m$	3.8
	43720		45610		4.32
	43720		46113		5.47
	43720		46887		7.24
	-12370		-15957		28.99
	-13880		-18218		31.25
	-14570		-20506		40.74
		$M_d_Protende =$		$kN \cdot m$	$Razão =$
					$\cdot \%$

Comparação entre capacidades em flexão a ELU sem e com protensão

	0		0
Mumax =	4910	kN·m	Md_Protende =
	9400		41076
	12920		40056
	14370		39389
	14410		45433
	13040		45383
	10320		45610
	6260		46113
	-4490		46887
	-9790		-15957
	-17000		-18218
			-20506

Comparação entre Momentos Solicitantes Últimos (Mumax) e Momento Resistente com Protensão

Portanto, percebe-se que, com uma força de protensão de 1090tf, quanto à capacidade última da viga mista protendida, há pouco ganho em resistência na região de momento fletor positivo, sendo o máximo aumento de 7,24%. Na região de momento negativo, usando os critérios para ELU definidos na norma AASHTO-LRFD:2012, obtém-se um significativo aumento da capacidade última no ponto de momento negativo máximo (sobre o apoio), com 40,74%. Resultado que converge ao trabalho experimental de Safan e Kohoutková (figura 92), no qual os autores aumentaram em 30% a capacidade última da seção em região de momento fletor negativo, para um modelo de ponte em estrutura mista contínua.



Figura 92: Estudo experimental em Vigas Mistas Contínuas Protendidas (SAFAN; KOHOUTKOVÁ, 2001)

Os esforços cortantes resultantes últimos (V_r) após a aplicação da protensão são apresentados e comparados com o esforço cortante último sem a consideração da protensão:

$V_u =$	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="width: 20px;"></td><td style="width: 50px;">0</td></tr> <tr><td>0</td><td>2000</td></tr> <tr><td>1</td><td>1630</td></tr> <tr><td>2</td><td>1090</td></tr> <tr><td>3</td><td>990</td></tr> <tr><td>4</td><td>840</td></tr> <tr><td>5</td><td>1300</td></tr> <tr><td>6</td><td>1770</td></tr> <tr><td>7</td><td>2250</td></tr> <tr><td>8</td><td>2730</td></tr> <tr><td>9</td><td>3250</td></tr> <tr><td>10</td><td>3600</td></tr> </table>		0	0	2000	1	1630	2	1090	3	990	4	840	5	1300	6	1770	7	2250	8	2730	9	3250	10	3600	kN	$V_r =$	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="width: 20px;"></td><td style="width: 50px;">0</td></tr> <tr><td>0</td><td>2000</td></tr> <tr><td>1</td><td>1038</td></tr> <tr><td>2</td><td>498</td></tr> <tr><td>3</td><td>398</td></tr> <tr><td>4</td><td>250</td></tr> <tr><td>5</td><td>706</td></tr> <tr><td>6</td><td>879</td></tr> <tr><td>7</td><td>1359</td></tr> <tr><td>8</td><td>1844</td></tr> <tr><td>9</td><td>2364</td></tr> <tr><td>10</td><td>2711</td></tr> </table>		0	0	2000	1	1038	2	498	3	398	4	250	5	706	6	879	7	1359	8	1844	9	2364	10	2711	kN	$Razão =$	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="width: 20px;"></td><td style="width: 50px;">0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>36</td></tr> <tr><td>2</td><td>54</td></tr> <tr><td>3</td><td>60</td></tr> <tr><td>4</td><td>70</td></tr> <tr><td>5</td><td>46</td></tr> <tr><td>6</td><td>50</td></tr> <tr><td>7</td><td>40</td></tr> <tr><td>8</td><td>32</td></tr> <tr><td>9</td><td>27</td></tr> <tr><td>10</td><td>25</td></tr> </table>		0	0	0	1	36	2	54	3	60	4	70	5	46	6	50	7	40	8	32	9	27	10	25	%
	0																																																																															
0	2000																																																																															
1	1630																																																																															
2	1090																																																																															
3	990																																																																															
4	840																																																																															
5	1300																																																																															
6	1770																																																																															
7	2250																																																																															
8	2730																																																																															
9	3250																																																																															
10	3600																																																																															
	0																																																																															
0	2000																																																																															
1	1038																																																																															
2	498																																																																															
3	398																																																																															
4	250																																																																															
5	706																																																																															
6	879																																																																															
7	1359																																																																															
8	1844																																																																															
9	2364																																																																															
10	2711																																																																															
	0																																																																															
0	0																																																																															
1	36																																																																															
2	54																																																																															
3	60																																																																															
4	70																																																																															
5	46																																																																															
6	50																																																																															
7	40																																																																															
8	32																																																																															
9	27																																																																															
10	25																																																																															

Esforços Cortantes Solicitantes Últimos (V_u), Esforços Cortantes Últimos após a protensão (V_r) e Razão de redução de esforços cortantes

Os esforços cortantes solicitantes foram reduzidos, no mínimo, em 25% (seção 10). Como a área das almas dos perfis caixão é responsável pela resistência ao cisalhamento, uma redução da espessura das chapas para 12,7mm em toda a extensão do vão, já garantiria a resistência em estado limite último, graças à protensão. O que representa economia em aço.

6.3.3 Verificação dos Conectores para Protensão

Conforme havia sido definido no item 4.2.3.5, os conectores devem ser definidos a partir da variação das tensões de cisalhamento para as combinações de fadiga ou para o Estado Limite Último (ELU), com as propriedades inelásticas dos materiais. Fora dito ainda, que a protensão e/ou retração não influem na determinação dos conectores.

No item 6.3.1, os conectores Stud Bolts foram calculados, sendo determinante para tal o Estado Limite de Fadiga.

No presente item, é necessário verificar se os conectores já definidos, atendem ao fluxo de cisalhamento para o caso atual, ou seja, com a atuação da protensão mais a carga permanente g_3 . A retração é dispensada, por atuar a favor de g_3 .

Portanto, o esforço cortante, e , por conseguinte, o fluxo de cisalhamento, são dados pela envoltória das cargas de protensão e permanente g_3 com seus fatores característicos ($1,0F_p + 1,0g_3$). Os resultados são:

	0
0	250
1	320
2	410
3	500
4	580
5	910
6	820
7	730
8	660
9	560

 $V_f =$

	0
0	96
1	123
2	154
3	188
4	218
5	342
6	308
7	274
8	253
9	215

 $V_{sr} =$

	0
0	15
1	15
2	15
3	15
4	15
5	15
6	15
7	15
8	15
9	15

 $\frac{kN}{m}$ Bolts_retração =
$$2 \sum_{i=0}^9 \text{Bolts_retração}_i = 300$$

Esforços Cortantes por g_3 +Protensão (V_f), fluxos de cisalhamento por g_3 +Protensão (V_{sr}) e número de conectores por alma por aduela para ELU

Percebe-se que os conectores definidos no item 6.3.1 são adequados para conter o efeito das tensões no ato da protensão. O número de Stud Bolts encontrado é o mínimo por alma por aduela, respeitando o espaçamento máximo entre os mesmos. Confirma-se com este resultado, que os efeitos de retração e protensão não são determinantes para o dimensionamento dos conectores de cisalhamento.

7 MODELO NUMÉRICO

Neste capítulo se apresenta o modelo numérico do estudo de caso em questão, realizado com o auxílio do software SAP2000. Inicialmente se faz uma caracterização geral dos dados de entrada considerados e, na sequência, a comparação dos resultados do modelo com os resultados do modelo de barras de pórtico espacial, utilizado até o momento.

7.1 DADOS DE ENTRADA

O modelo em SAP2000 foi montado a partir de elementos de casca e de barras de pórtico espacial. Para as lajes, foram considerados elementos de quatro nós (figura 93) de casca de Reissner-Mindlin *Shell-Thick* (casca espessa) e $f_{ck} = 40\text{MPa}$ ($E_c = 38251\text{MPa}$). Para as demais chapas, do perfil caixão de aço, (almas, mesas, enrijecedores), usaram-se elementos de quatro nós de Kirchoff *Shell-Thin* (casca fina) e módulo $E_s = 200\text{GPa}$. Os conectores foram modelados com barras de pórtico espacial de seção circular em aço com diâmetro $\phi 22,2\text{mm}$ e $E_s = 200\text{GPa}$.

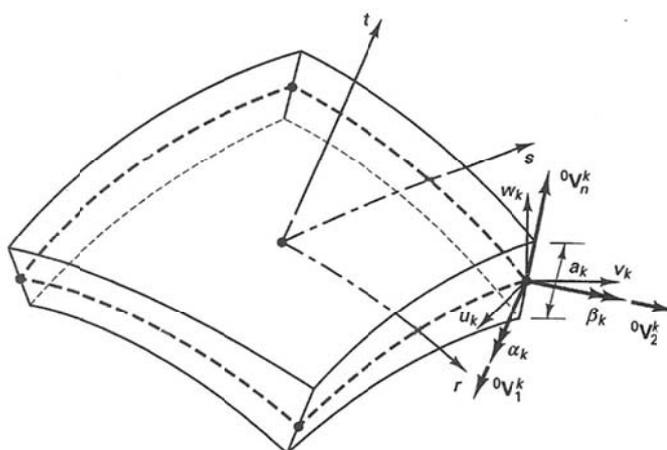


Figura 93: Elemento de casca de quatro nós (BATHE, 1996)

A protensão foi considerada como uma carga excêntrica no interior do caixão, seguindo as excentricidades já definidas na figura 87, portanto não participa da rigidez da estrutura.

Para a ancoragem da protensão, foi necessário definir chapas enrijecedoras transversais e longitudinais nas cabeceiras da seção (ver figuras 94, 95 e 98). Essas chapas foram modeladas com elementos de casca de Kirchoff de espessura 32mm. A aplicação dessas chapas de

ancoragem se justificou em função da grande concentração de tensões e deformações a que as mesmas e as demais chapas da seção estavam submetidas devido à aplicação da protensão.

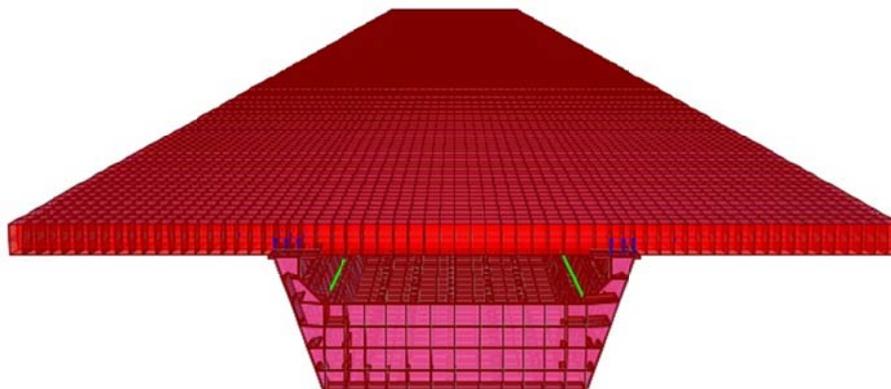


Figura 94: Vista frontal do modelo completo em SAP2000

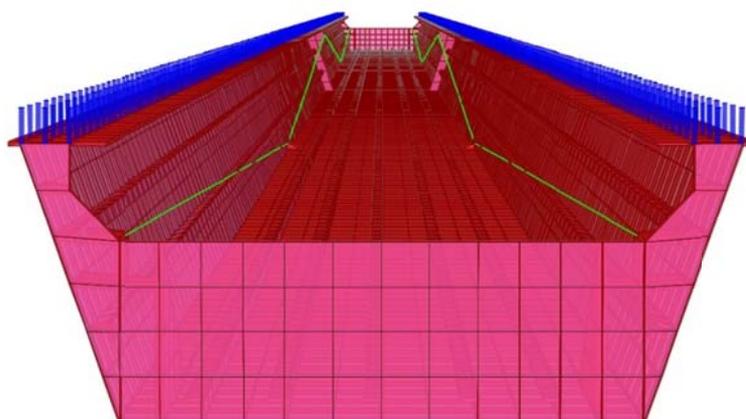


Figura 95: Vista interna seção caixão, travamentos, enrijecedores e desenvolvimento dos cabos de protensão (linhas de cargas)

A laje foi discretizada, conforme o espaçamento longitudinal dos conectores de cisalhamento (figura 94), fazendo-se coincidir, desta forma, os nós do topo dos conectores com a intersecção dos elementos da laje.

No nível das mesas superiores da seção caixão de aço, barras de pórtico espacial com seção transversal cantoneira L 4"x4"#3/8" foram introduzidas para garantir o travamento superior interno da seção (figura 96), principalmente devido à aplicação das cargas g_2 das lajes.

Nessa fase a seção caixão de aço recebe as cargas da laje e funciona como uma estrutura em aço carregada externamente. Esses travamentos superiores, portanto, têm o objetivo de eliminar deformações indesejáveis fora do plano de flexão durante a fase construtiva.

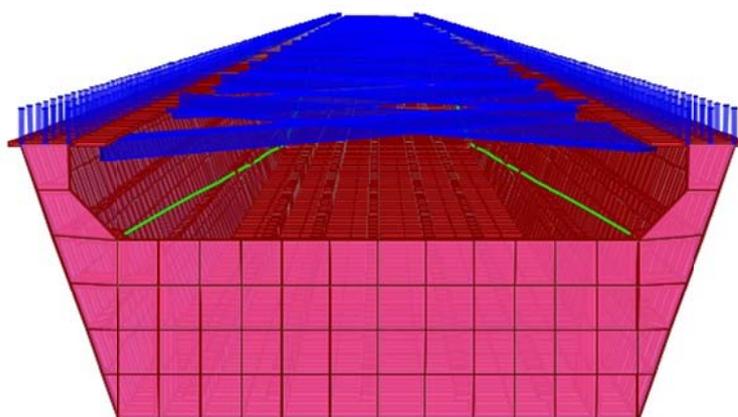


Figura 96: Travamentos superiores, conectores de cisalhamento e chapas frontais enrijecidas de ancoragem da protensão

O modelo seguiu a divisão de estágios vistas no capítulo 3.

Na definição das fases de carregamento do modelo de barras de pórtico espacial, a laje era homogeneizada e sua largura era dividida pela relação dos módulos dos materiais (longa e curta duração). Porém, no modelo com o MEF, esta alteração também modificaria a existência dos nós entre os elementos da laje. Portanto, a superposição de resultados seria incoerente. Deste modo, optou-se por manter constante a espessura da laje em 26cm. Assim, tanto para as cargas de tráfego como para as cargas permanentes g_3 , a laje permanece com a mesma espessura e largura. A figura 94 ilustra a geometria na qual foram aplicadas as cargas g_3 , cargas de tráfego e demais sobrecargas.

Conforme seção 6.6.3, a força de protensão após as perdas é de 2730kN (273tf) por cabo. No modelo numérico cada par de cabos é representado por uma linha de cargas (ver figura 95), deste modo a carga aplicada é de $2 \times 2730\text{kN} = 5460\text{kN}$ (546tf) em cada linha de cargas.

A definição da carga móvel se deu através de barras *Dummy* (fictícias) posicionadas entre os nós dos elementos da laje. Não é possível definir, em SAP2000, assim como em STRAP 2013, um caminho de cargas móveis diretamente nos nós dos elementos, nem sobre as áreas dos elementos, por isso a necessidade das barras *Dummy* para a transferência dessas cargas. Essas barras transferem as cargas aos nós dos elementos como barras bi-engastadas.

As barras *Dummy* não têm qualquer carga permanente e não alteram a rigidez da estrutura já que sua inércia é desprezível (seção 1cm x 1cm em concreto $f_{ck}=40\text{MPa}$). Seu posicionamento na laje, a 37cm do topo dos conectores de cisalhamento mais externos, visa a simular a

locação do trem-tipo na posição mais desfavorável possível sobre o tabuleiro da estrutura (figura 97).

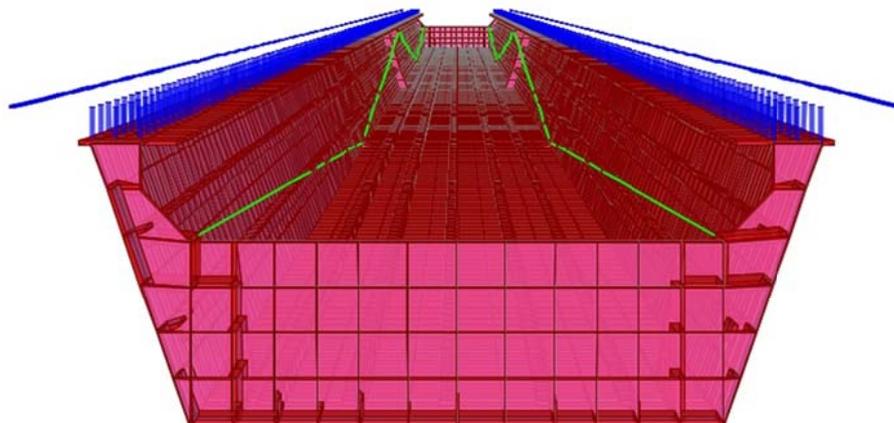


Figura 97: Barras *Dummy* na mesma cota vertical do topo dos conectores e a 37cm à horizontal dos mesmos; barras definidas entre os nós dos elementos da laje (omitida)

A aplicação da carga g_1 (peso próprio do caixão de aço) é feita sobre a seção caixão isostática com geometria conforme figura 98.

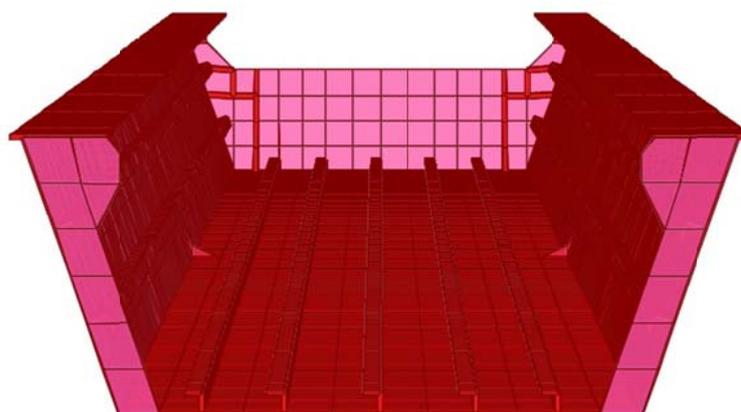


Figura 98: Estágio 1 – ½ seção de aço isostática (carga g_1); chapa enrijecida de ancoragem da protensão (ao fundo)

A carga g_2 (peso próprio das lajes) é aplicada à seção caixão de aço já contínua (hiperestática) e com os cabos de protensão já posicionados (porém não tensionados), com geometria conforme figura 99.

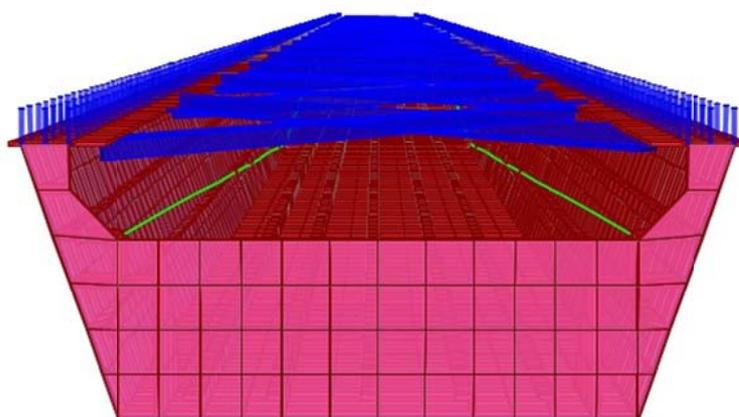


Figura 99: Estádio 2 – seção de aço hiperestático travado nas mesas superiores e com os cabos de protensão já posicionados (carga g2)

A carga permanente g3 é aplicada à estrutura mista, conforme figura 94, bem como a carga de protensão.

A vinculação da estrutura permite livre translação e giro longitudinais nas cabeceiras extremas (vínculos de 1º ordem, figura 100); no apoio central, as restrições impedem a translação nas três direções cartesianas (vínculos de 2º ordem, figura 101).

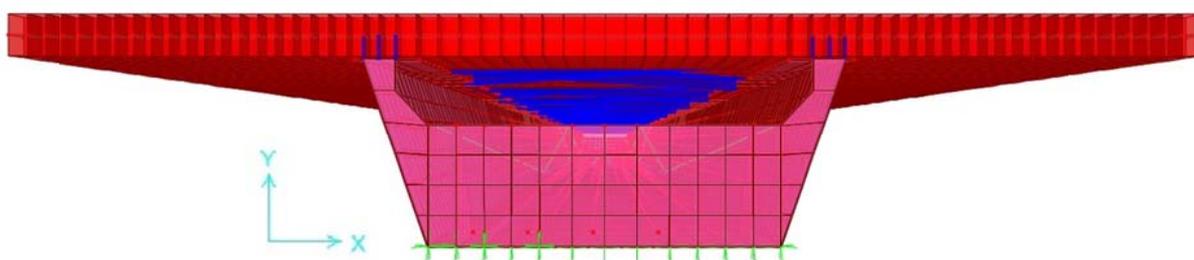


Figura 100: Eixos globais XY e vínculos de 1º ordem na intersecção dos nós da mesa inferior e das chapas frontais de ancoragem da protensão

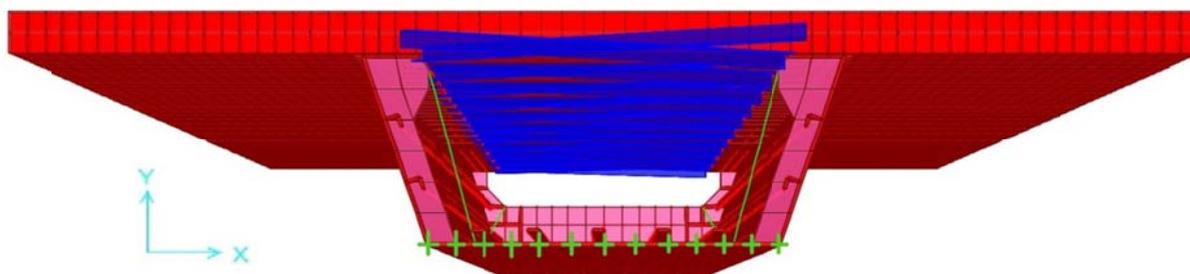


Figura 101: Seção transversal sobre o apoio central; vínculos de 2º ordem nos nós da mesa inferior

Dependendo do grau de hiperestaticidade da estrutura, a superposição das cargas permanentes com a protensão fica comprometida, devendo-se recorrer a uma análise não-linear ou mesmo a consideração dos esforços e deslocamentos já existentes, sobre os quais a protensão deve atuar. Como aconteceu para o modelo de barras de pórtico espacial, mesmo sendo a estrutura uma vez hiperestática, a superposição das cargas g_3 + protensão, ambas definidas separadamente, fornece o mesmo resultado que uma análise única com g_3 +protensão. Assim, se dispensa a análise não-linear para esse caso.

A malha final da estrutura resultou em 13304 elementos para a seção caixão de aço, 16882 elementos para a laje em um total de 30813 nós. Para os conectores foram 1578 barras de pórtico espacial. Após a análise, com processamento de 2min15s (Core i5-3230M 2.60GHz, 6,00GB RAM), procede-se à montagem das combinações de cargas em ELS e ELU, conforme capítulo 3.

7.2 RESULTADOS

Para a fase aço isostático, o resultado para o modelo em barras de pórtico espacial (MBPE) forneceu deslocamento de -0,97cm no centro do vão de 25m. O em MEF (figura 102) fornece -1,17cm (20,62% maior).

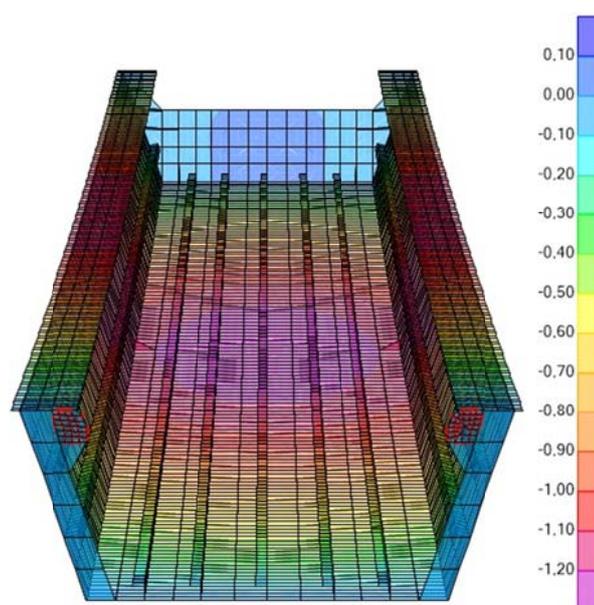


Figura 102: Deslocamentos g_1 (isostático) – MEF [cm]

Para a carga g_2 : MBPE = -1,89cm; MEF = -1,98cm (figura 103) - 4,762% maior.

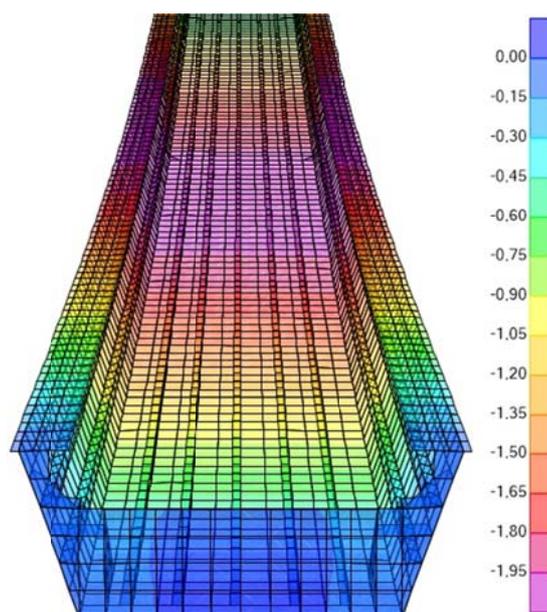


Figura 103: Deslocamentos g2 (hiperestático) – MEF [cm]

Para a composição g3 + protensão (combinação de cargas isoladas), o MBPE resultou +0,965cm, enquanto o MEF, +1,21cm (figura 104) - 25,38% superior.

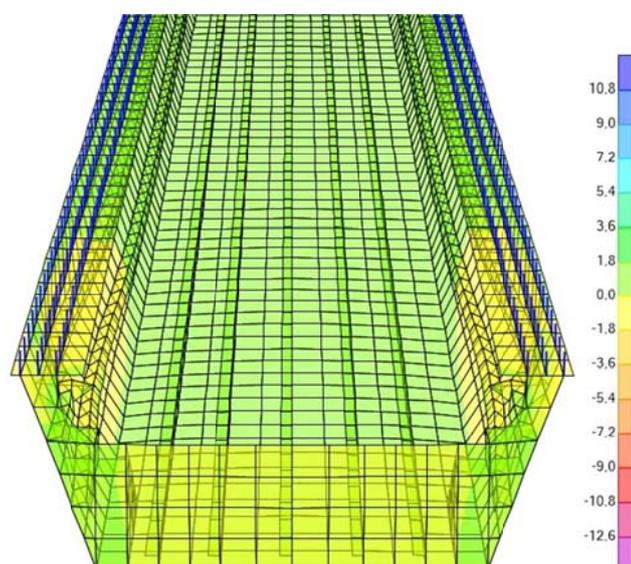


Figura 104: Deslocamentos g3+protensão – MEF [cm]

No modelo anterior (MBPE), a envoltória de combinações de Estado Limite de Serviço (combinações frequentes) forneceu como máximo deslocamento no centro do vão -3,07cm. Para o mesmo caso, o MEF fornece máximo deslocamento de -3,27cm (figura 105) - 6,515% maior. Embora algumas diferenças percentuais, os dois modelos apresentaram deslocamentos

coerentes e convergiram para a mesma ordem de grandeza para a carga g2 e para a envoltória de combinações em ELS.

As diferenças percentuais de deslocamento para os casos g1 e g3+protensão foram consideráveis, porém, cabe ressaltar que essas diferenças (0,97cm para 1,17cm para a carga g1 e 0,965cm para 1,21cm para a combinação g3+protensão) em termos práticos são pouco relevantes. Constata-se com isso, que o modelo em MEF encontra-se ligeiramente mais flexível que o modelo em barras de pórtico espacial.

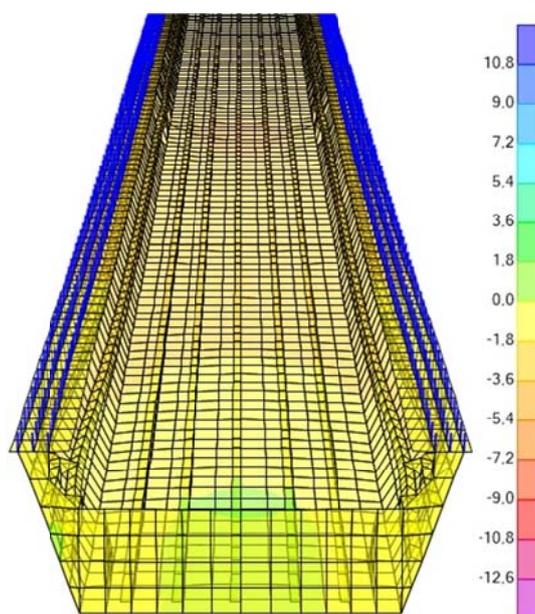


Figura 105: Envoltória de deslocamentos em ELS – MEF [cm]

Para o caso das tensões, apresentam-se somente os resultados da envoltória de combinações em ELS para as tensões no plano dos elementos. A estes, comparam-se os valores de tensão obtidos conforme item 6.3.2 e com detalhes de cálculo no Anexo B. Os resultados analíticos fornecem, para o meio do vão de 25m, nas mesas superior e inferior, para o tempo infinito, respectivamente:

$$\sigma_{s_inf} = -118,14\text{MPa} (-11,81\text{kN/cm}^2) \text{ e } \sigma_{i_inf} = -28,995\text{MPa} (-2,899\text{kN/cm}^2).$$

Para o modelo numérico, os resultados nessa seção são mostrados nas figuras 106 e 107.

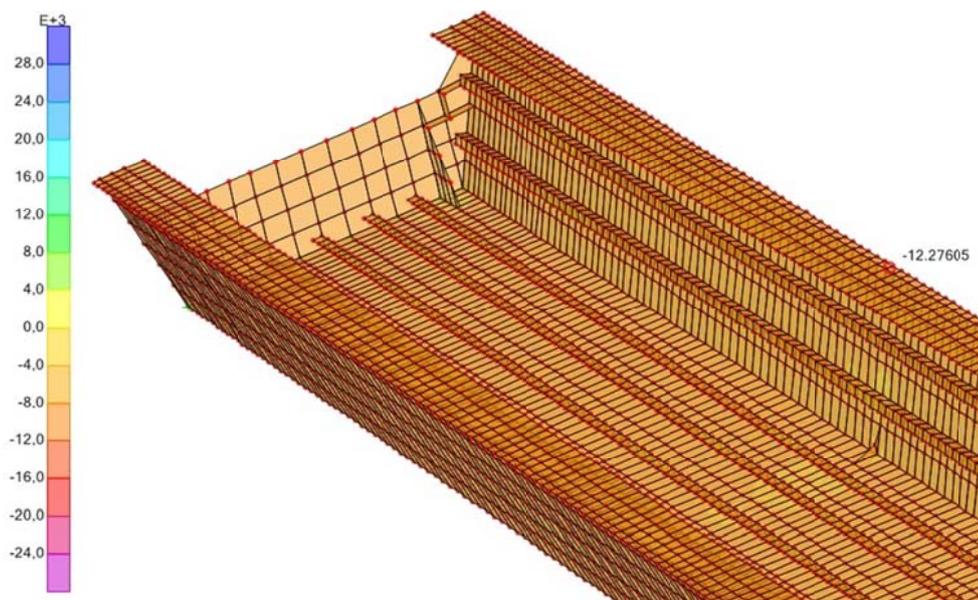


Figura 106: Tensões na mesa superior - envoltória de combinações em ELS [kN/cm²]

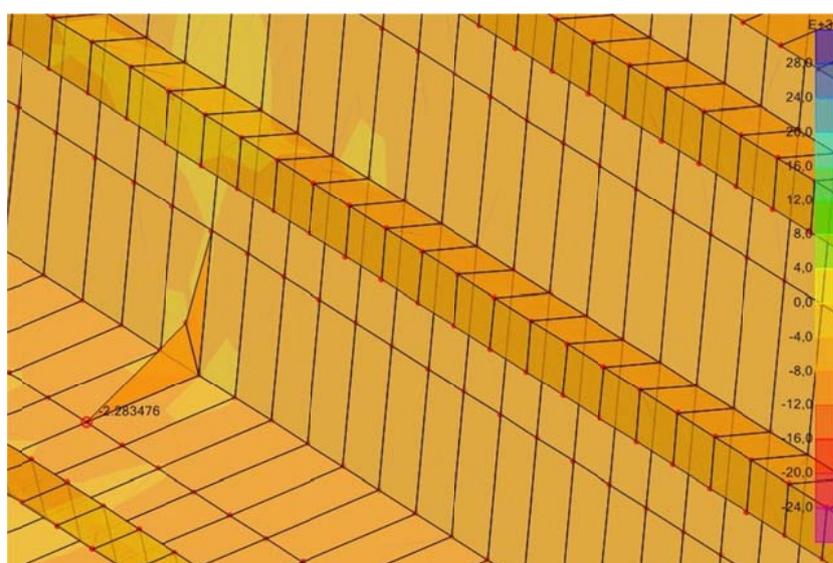


Figura 107: Tensões na mesa inferior - envoltória de combinações em ELS [kN/cm²]

A tensão no plano da mesa superior pelo MEF fornece tensão de $\sigma_{s_inf} = -12,27\text{kN/cm}^2$ (3,89% maior). Para a mesa inferior, $\sigma_{i_inf} = -2,28\text{kN/cm}^2$ (27,15% menor).

No apoio central, as tensões dadas analiticamente em serviço para o MBPE (ver item 6.3.2) foram: $\sigma_{s_inf} = +47,052\text{MPa}$ (+4,705kN/cm²) e $\sigma_{i_inf} = -113,417\text{MPa}$ (-11,34kN/cm²). Para o modelo em MEF, a tensão obtida na mesa inferior é (figura 108): $\sigma_{i_inf} = -11,63\text{kN/cm}^2$ (2,56% maior).

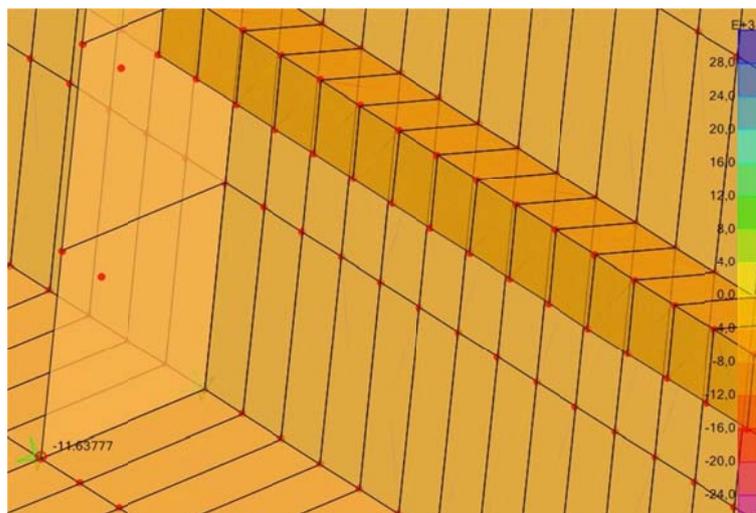


Figura 108: Tensões na mesa inferior (central) - combinações em ELS [kN/cm²]

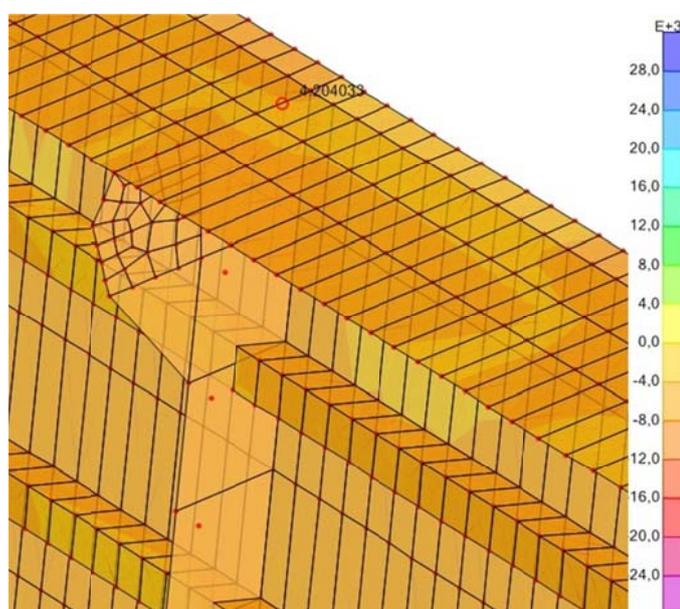


Figura 109: Tensões na mesa superior (central) - combinações em ELS [kN/cm²]

No caso das mesas superiores, figura 109, a tensão é $\sigma_{s_inf} = +4,20\text{kN/cm}^2$ (12,02% menor).

Deste modo, apesar das diferenças percentuais entre os resultados dos modelos MBPE e MEF, ambos os modelos convergem para a mesma ordem de valores e se mostraram adequados para a análise deste tipo de estrutura. A presença de enrijecedores e chapas de ancoragem da protensão no modelo em MEF, estruturas desprezadas no modelo MBPE, podem ter contribuído para uma redistribuição de tensões nas chapas das mesas e levado às diferenças de tensões encontradas.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O estudo das estruturas mistas, que começou em meados no séc. XX, tem se intensificado nos últimos anos. Muitos trabalhos teóricos e experimentais têm sido realizados por todo o mundo. O assunto tomou impulso no Brasil recentemente, apesar de o país não possuir uma norma própria para o tema. Uma comissão de estudos da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) reuniu-se no ano de 2014, para a elaboração do código brasileiro, o que revela a importância que o assunto despertou no país.

As estruturas mistas de seção caixão, além das vantagens conferidas pelos perfis de alma cheia, apresentam grande rigidez à torção. O que é importante quando se trata de pontes/viadutos, principalmente em curva horizontal.

A aplicação da protensão em pontes/viadutos mistos é um assunto que vem sendo estudado internacionalmente há pelo menos 70 anos. No Brasil, é um tema ainda pouco explorado. A técnica pode ser utilizada tanto para reforço das estruturas existentes como para a fase de projeto, como é o caso do viaduto suíço *Bois de Rosset*.

O trabalho focou-se principalmente na definição de um procedimento de cálculo da capacidade em Estado Limite Último à flexão positiva e, especialmente, negativa, para pontes/viadutos em estruturas mistas protendidas de seção caixão. Paralelamente a isto, verificações de conectores de cisalhamento, esforços cortantes e perdas de protensão foram assuntos importantes também abordados.

8.1 CONCLUSÕES

Para a norma AASHTO-LRFD:2012, os efeitos de cargas de longa duração são considerados sobre a seção homogeneizada pela relação $3n$ ($n=E_s/E_c$); a qual foi chamada no trabalho de Seção Mista de Longa Duração. Este artifício de reduzir a inércia, visa a simular o efeito da deformação lenta por fluência. As perdas de protensão por recuo elástico foram consideradas sobre esta seção, que é mais suscetível a deformações.

O Estado Limite Último (ELU) em flexão positiva é dado pelo equilíbrio plástico dos materiais. Para a flexão negativa, a laje é desprezada na análise e a resistência fica limitada pela compressão das chapas inferiores e tração das superiores. Para o esforço cortante, a

resistência é garantida pela capacidade das almas do perfil, limitada ao menor valor entre sua resistência à flambagem por cisalhamento e resistência ao escoamento por cisalhamento.

Para o caso estudado, com as espessuras das chapas definidas, percebeu-se uma grande folga na resistência para o ELU em corte e flexão positiva. Para a flexão negativa, a resistência em ELU não foi garantida no ponto sobre o apoio (inversão de momentos). Obteve-se esforço 16,68% superior à capacidade da seção. Isto, levando-se em conta a presença da armadura de continuidade da laje no cálculo das propriedades geométricas da seção, caso contrário, o esforço seria 37,40% superior à capacidade última, o que mostra a importância da armadura de continuidade da laje.

A aplicação de protensão à estrutura mista revelou um pequeno incremento de resistência em flexão positiva. O momento de plastificação da seção em flexão positiva aumentou significativamente (chegando a ser 41% superior à situação não protendida). Porém, devido ao critério de segurança adicional de Wittry (ver item 4.2.1.1), a resistência positiva tem aumento máximo de 7,24%. Mostrando ser pouco vantajosa, segundo o critério da AASHTO para o estado último, a aplicação de protensão em flexão positiva para estruturas mistas.

O cálculo das perdas de protensão resultou um valor pequeno para o efeito do atrito (média de 1,6%), haja vista haver somente dois pontos de inflexão no vão. Admitindo-se 5mm de recuo da ancoragem (recuo entre 4mm e 5mm, conforme Rudloff), obteve-se uma média de perdas por recuo para todas as seções de 2,6%. Percebeu-se que, devido ao fato de haver pouca perda por atrito, a influência do recuo de ancoragem se deu por 24,066m, onde se localizou o ponto de recuo nulo.

A perda por deformação imediata da estrutura levou em conta a seção de longa duração (homogeneização por $3n$), para considerar o efeito da fluência. Como dois cabos foram protendidos por vez, os dois primeiros cabos sofreram efeito da deformação imediata, resultando em perda de 7,82kN (0,782tf). Esta perda foi, finalmente, distribuída igualmente para todos os cabos.

A perda por retração, levou em conta o esforço de 1000tf sobre a estrutura, obtido para a retração da laje, considerando cura úmida de 28 dias para o concreto. O método dos trabalhos virtuais auxiliou a determinação da perda de protensão. Inicialmente, supunha-se que haveria um incremento da força de protensão pelo efeito da retração (flexo-compressão provocada pela retração), porém os resultados mostraram uma perda de 8,36tf por cabo, já que a compressão na seção foi mais importante que a flexão.

A relaxação do aço de protensão provocou perda média por cabo de 24tf. Por fim, contabilizando-se as perdas progressivas e imediatas, chegou-se a 14,5%. Resultado muito próximo do valor inicial de 15% arbitrado, para verificação das tensões na seção.

Mantido o mesmo critério de ELU para a região de flexão negativa, obteve-se, por meio do método dos trabalhos virtuais, a relação entre o acréscimo de tensão nos cabos e o momento fletor externo unitário sobre o apoio (0,16673kN/kN.m). Ao contrário do concreto protendido, onde graças à aderência, há compatibilidade de deformações entre o aço e o concreto, no caso de protensão externa de estruturas mistas em flexão negativa, o acréscimo de tensão está ligado ao momento fletor que ocorre na seção. Chegou-se a um sistema de equações iterativas entre equilíbrio de forças horizontais e momentos fletores, que foram resolvidas pelo método da bissecção.

Os resultados mostraram um incremento de resistência considerável para a flexão negativa, com aumentos de capacidade, em relação à seção não protendida, de 28,99%, 31,25% e 40,74% em ELU, com os critérios da AASHTO-LRFD:2012. Resultado que converge ao trabalho experimental de Safan e Kohoutková (2001), o qual obteve aumento de 30% da capacidade última da seção em região de momento fletor negativo, para um modelo de ponte em estrutura mista contínua. A protensão foi, portanto, mais vantajosa para a flexão negativa.

Sendo uma força que se opõe aos esforços externos, a protensão diminuiu a magnitude dos esforços cortantes em ELU. Os esforços cortantes sofreram reduções com um mínimo de 24,68%, chegando a um máximo de 70% de redução. Deste modo, seria possível reduzir a espessura das almas do perfil caixão para 12,7mm (1/2''), o que já seria suficiente para garantir o equilíbrio em ELU e manter a seção compacta.

Os conectores de cisalhamento foram verificados inicialmente para a estrutura submetida a cargas de fadiga e retração. Após a protensão, passou a ser submetida a retração, protensão e fadiga. Entretanto, verificou-se que estas cargas permanentes (retração e protensão) não são determinantes para os conectores. Quem os dimensiona é o Estado Limite de Fadiga (variação do fluxo de cisalhamento) ou o Estado Limite Último (propriedades inelásticas dos materiais). No caso estudado, o estado de fadiga foi preponderante.

Para o controle do efeito da protensão e/ou retração, verifica-se se o fluxo de cisalhamento induzido por estes carregamentos é atendido pelos conectores já definidos pelos métodos anteriores. A verificação dos conectores para esses efeitos se procede em ELU, o qual resultou o número mínimo de conectores.

Os resultados do modelo em barras de pórtico espacial (MBPE), com as considerações do faseamento da AASHTO-LRFD:2012 se mostrou coerente ao modelo em elementos finitos com elementos de casca. As maiores diferenças são de 6,51% em termos de deslocamento para ELS e diferença máxima de 27,15% em tensões. O modelo MEF apresentou-se ligeiramente mais flexível que o MPBE.

A superposição de cargas g_3 e protensão como cargas separadas foi possível neste caso. Tanto para o modelo MBPE como para o MEF, a análise fornece as mesmas tensões/deformações para as situações g_3 +protensão (cargas isoladas) e g_3 +protensão (combinação de cargas separadas). A rigor dever-se-ia fazer uma análise não-linear quando da entrada da carga de protensão, levando-se em conta as tensões/deformações já existentes na estrutura e não-linearidades geométrica e física, provenientes dos carregamentos anteriores.

8.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Alguns estudos podem contribuir para a evolução do conhecimento de pontes em estruturas mistas:

- 1) Estudo do efeito combinado da retração e fluência nas perdas de protensão externa para seções mistas;
- 2) Estudo de estruturas mistas com protensão longitudinal na laje de concreto e o caso de aderência da armadura de protensão;
- 3) Estudo da protensão em estruturas mistas em curvas vertical e horizontal;
- 4) Estudo da capacidade dos conectores de cisalhamento tanto à fadiga quanto ao estado limite último, adaptado ao caso das normas brasileiras;
- 5) Estudo do efeito de retração resultante sobre a estrutura, considerando-se juntas entre as lajes pré-moldadas preenchidas com graute de baixa retração.
- 6) Análise considerando não-linearidades física e geométrica de estruturas mistas protendidas com efeitos de longa e curta duração e determinação de sua capacidade última.
- 7) Análise comparativa entre resultados numéricos e analíticos para capacidade última de estruturas mistas.

REFERÊNCIAS

AMERICAN ASSOCIATION OF STATE HIGHWAY AND TRANSPORTATION OFFICIALS. **AASHTO-LRFD**: Bridge Design Specifications. Washington, 2012.

ARAÚJO, J. M. **Curso de Concreto Armado, volume 1**. 2. ed. Rio Grande: Dunas, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

_____. **NBR 7187**: Projeto e Execução de Pontes de Concreto Armado e Protendido. Rio de Janeiro, 2003.

_____. **NBR 7188**: Carga Móvel em Ponte Rodoviária e Passarela de Pedestre. Rio de Janeiro, 2013.

_____. **NBR 7197**: Projeto de Estruturas de Concreto Protendido. Rio de Janeiro, 1989.

_____. **NBR 8800**: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2008.

_____. **NBR 8681**: Ações e segurança na estruturas. Rio de Janeiro, 2003.

BARKER, R. M.; PUCKETT, J. A. **Highway Bridges**: An LRFD Approach. n. 2. Hoboken: Wiley, 2007.

BATHE, K. J. **Finite Element Procedures**. 2. ed. Estados Unidos: Prentice-Hall, 1996.

BEER, F. B.; JOHNSTON, E. R.; DeWOLF, J. T.; Tradução: Mario Moro Fecchio. **Resistência dos Materiais**: Mecânica dos Materiais. 4. ed. Porto Alegre: AMGH, 2010.

BELLEI, I. H. **Edifícios Industriais em Aço**: Projeto e Cálculo. 2. ed. São Paulo: Pini, 1998.

BELLEI, I.H.; PINHO, F.O. **Pontes e Viadutos em Vigas Mistas**. Rio de Janeiro: IBS/CBCA, 2007.

BRAZ, J. P. R. **Tabuleiros de Pontes em Treliça Mista**. 2008. 98f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Departamento de Engenharia Civil, Arquitetura e Georecursos. Instituto Superior Técnico, Lisboa.

CARVALHO, R. C.; **Estruturas em Concreto Protendido**: Pré-tração, Pós-tração, Cálculo e Detalhamento. São Paulo: Pini, 2012.

CATAI, E. **Análise dos Efeitos da Retração e Fluência em Vigas Mistas**. 2005. n. f. 166. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.

CHOI, D-H.; KIM, Y-S.; YOO, H. External post-tensioning of bridges by a rating equation considering the increment of a tendon force due to live loads. **Steel Structures**, v. 8, p. 109-118, 2008. Disponível em: < [http://www.ceric.net/kssc/KSSC_3_2008_8_2_109\(C\).pdf](http://www.ceric.net/kssc/KSSC_3_2008_8_2_109(C).pdf) >. Acesso em: 05 jun. 2014.

DENG, Y. **Efficient Prestressed Concrete-Steel Composite Girder for Medium-Span Bridges**. 2012. 237 f. Dissertação (Degree of Doctor of Philosophy, Major: Engineering) – Faculty of the Graduate College. University of Nebraska, Lincoln.

De NARDIN, S.; SOUZA, A. S. Sistema de vigas mistas contínuas e semicontínuas para edifícios. In: **XXXIII Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural**. Santiago de Chile : Escuela de Ingeniería Civil en Obras Civiles, 2008. p. 1-17.

DUAN, L; SALEH, Y.; ALTMAN, S. Steel-Concrete Composite I-Girder Bridges. In: CHEN, W.F.; DUAN, L. **Bridge Engineering: Handbook**. New York: CRC Press, 1999. p. 64/1-64/43.

GOMES JUNIOR, H. A. **Vigas Protendidas**: Estudo da Norma e Modelagem com Auxílio de Programa de Análise Comercial. 2009. 92 f. Trabalho de Diplomação (Graduação em Engenharia Civil) – Departamento de Mecânica Aplicada e Estruturas, Escola Politécnica. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

HÄLLMARK R.; COLLIN P. Innovative Prefabricated Composite Bridges. **Structural Engineering International**: International Association for Bridge and Structural Engineering (IABSE), Zurich, v. 19, n. 1, p. 69-78, Feb. 2009.

HENDY, C. R.; JOHNSON, R. P. **Designers Guide to EN 1994-2**: Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures. Part2: General rules and rules for bridges. London: Thomas Telford, 2006.

HIRT, M.A.; NUSSBAUMER, A. Tubular Trusses for Steel-Concrete Composite Bridges. In: IABSE SYMPOSIUM – IMPROVING INFRASTRUCTURE WORLD WIDE – BRINGING PEOPLE CLOSER, 31., 2007, Weimar. **Anais...** Weimar, 2007. 1 CD-ROM.

JOHANNSON, J. **Diseño y Calculo de Estructuras Pretensadas**. Barcelona: Marcombo, 1975.

KLAIBER, F.W.; WIPF, T.J. Strengthening and Rehabilitation. In: CHEN, W.F.; DUAN, L. **Bridge Engineering: Handbook**. New York: CRC Press, 1999. p. 50/1-50/42.

KREYSZIG, E.; Tradução: Luís Antonio Fajardo Pontes. **Matemática Superior para Engenharia, volume 1**. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

KRIMOTAT, A.; SHENG, L. H. Structural Modeling. In: CHEN, W.F.; DUAN, L. **Bridge Engineering: Handbook**. New York: CRC Press, 1999. p. 8/1-8/13.

MAYRHOFER, G.; STADLER, C. An Integral Steel-Concrete Composite Structure over a Motorway in Austria. **Structural Engineering International**: International Association for Bridge and Structural Engineering (IABSE), Zurich, v. 20, n. 2, p. 174-176, May 2010.

MASON, J. **Pontes Metálicas e Mistas em Viga Reta**: Projeto e Cálculo. Rio de Janeiro: LTC, 1976.

MACCHI, G.; MACCHI, S. Open Profile Bridges for High-Speed Trains, Italy. **Structural Engineering International**: International Association for Bridge and Structural Engineering (IABSE), Zurich, v. 20, n. 1, p. 31-35, fev. 2010.

MARCHETI, O. **Pontes de Concreto Armado**. São Paulo: Blucher, 2009.

MENDES, T. A.A. **Tabuleiros Mistos Aço-Betão com dupla Ação Mista**. 2010. 151f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Instituto Superior Técnico. Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa.

MENDES, L.C. **Pontes**. Niterói: EdUFF, 2003.

MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P. J. M. **Concreto**: microestrutura, propriedades e materiais. 3. ed. São Paulo: IBRACON, 2008.

MULLER, J. Design Practice in Europe. In: CHEN, W.F.; DUAN, L. **Bridge Engineering: Handbook**. New York: CRC Press, 1999. p. 64/1-64/43.

NELSEN, A. C. H.; DE SOUZA, A. S. C. Vigas Mistas de Aço e Concreto com Protensão Externa: Conceitos a Aplicações. In: CONSTRUMETAL. n. 5, 2012, São Paulo. **Anais eletrônicos...** São Paulo: ABCEM, 2012. Disponível em: <<http://www.abcem.org.br/construmetal/2012/contribuicoes-tecnicas.php>>. Acesso em : 15 jun. 2014.

NELSEN, A. C. H. **Comportamento Estrutural de Vigas Mistas de Aço e Concreto com Protensão Externa**. 2013. 194 f. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil) – Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil. Universidade Federal de São Carlos, São Carlos-SP.

NEVILLE, A.M.; BROOKS J.J. **Tecnologia do concreto**. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2013.

NUNZIATA, V. Prestressed steel structures. (Structure in acciaio precompresso). In: CONGRESSO C.T.A., XVII, 1999, Napoli. **Proceedings...** Napoli:[s.n.], 1999. p. 10. Disponível em: < <http://www.studionunziata.com/sommario/memorie.htm>>. Acesso em: 15 jun. 2014.

NUNZIATA, V. Prestressed steel structures design: a new frontier for structural engineering. In: ISCE-02 Second International Structural Engineering and Construction Conference, 2nd, 2003. Roma. **Proceedings...** Roma:[s.n.], 2003. p. 6. Disponível em: < <http://www.studionunziata.com/sommario/memorie.htm>>. Acesso em: 15 jun. 2014.

NUSSBAUMER, A.; BORGES, L.; DAVAINÉ, L. **Fatigue Design of Steel and Composite Structures**: Eurocode 3: Design of steel structures Part1-9:Fatigue; Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures. Berlin: ECCS, 2011.

ODEN, T. J.; RIPPERGER, A. E. **Mechanics of Elastic Structures**. 2. ed. New York: McGraw-Hill, 1981.

PFEIL, W. **Concreto Protendido**: Introdução, volume 1. Rio de Janeiro: LTC, 1984.

PFEIL, W. **Pontes em Concreto Armado**: Elementos de Projeto, Solicitações, Superestrutura, volume 1. 3. ed. Rio de Janeiro: LTC, 1985.

PFEIL, W.; PFEIL, M. **Estruturas de Aço**: Dimensionamento Prático de Acordo com a NBR 8800:2008. 8. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2010.

PINHO, F.O.; BELLEI, I.H. **Pontes e Viadutos em Vigas Mistas**. Rio de Janeiro: IBS/CBCA, 2007.

PLECNIK, J.M.; AHMAD, S.H. Transfer of Composites Technology to Design and Construction of Bridges. **U.S. Department of Transportation**: Federal Highway Administration, Sept. 1989.

PLECNIK, J.M.; HENRIQUEZ, O. Applications of Composites in Highway Bridges. In: CHEN, W.F.; DUAN, L. **Bridge Engineering**: Handbook. New York: CRC Press, 1999. p. 51/1-51/17.

PÖTZL INGENIEURE gmbh. Disponível em: < <http://www.poetzl-ingenieure.de/english/references/further-poetzl-references.html#A>>. Acesso em: 24 set. 2013.

PROTENDE. **Sistema e Métodos**: catálogo. Disponível em: <<http://www.protende.com.br/newsite/home.htm>>. Acesso em: 15 jun. 2014.

QUINAZ, C. M. da S. **Estruturas de aço e mistas pré-esforçadas**. 1993. f. 236. Dissertação (Mestre em Estruturas de Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Departamento de Engenharia Civil, Junho, 1993. Disponível em: <<repositorio-aberto.up.pt/bitstream/10216/.../2/Texto%20integral.pdf>>. Acesso em: 19 set. 2014.

RODRIGUES, G.; VICENTE, J. A. O. Estudo Comparativo entre Aço e Concreto Protendido no Dimensionamento da Superestrutura de uma Ponte Ferroviária. In: **CONSTRUMETAL**. n. 5, 2012, São Paulo. **Anais eletrônicos...** São Paulo: ABCEM, 2012. Disponível em: <<http://www.abcem.org.br/construmetal/2012/contribuicoes-tecnicas.php>>. Acesso em : 15 jun. 2014.

RUDLOFF. **Concreto Protendido**: catálogo. Disponível em: <<http://www.rudloff.com.br/downloads/>> . Acesso em: 15 jun. 2014.

SAFAN, M.; KOHOUTKOVÁ, A. Experiments with Externally Prestressed Continuous Composite Girders. **Acta Polytechnica**. v. 41, p. 65-73, 2001. Disponível em: <<https://ojs.cvut.cz/ojs/index.php/ap/article/view/240>>. Acesso em: 15 jun. 2014.

SALEH, Y.; DUAN, L. Steel-Concrete Composite Box Girder Bridges. In: CHEN, W.F.; DUAN, L. **Bridge Engineering**: Handbook. New York: CRC Press, 1999. p. 13/1-13/24.

SHIM, C. S.; CHUNG, C. H.; KIM, I. K.; KIM, Y. J. Innovative Prefabricated Composite Bridges. **Structural Engineering International**: International Association for Bridge and Structural Engineering (IABSE), Zurich, v. 20, n. 2, p. 126-133, May 2010.

TANNER, P.; BELLOD, J. L. Puente de la Venta del Jamón (Asturias) y Cúpula para la instalación del Telescopio Herschel. **Cesma Ingenieros Artículos**. Observatorio de Madrid. Construber, Álava, Boletín Informativo nº8, p. 70-71, 2007.

TZAVEAS, T.; GAVAISE, E. Planning and Construction Challenges of Major Bridges in the Egnatia Motorway, Greece. **Structural Engineering International**: International Association for Bridge and Structural Engineering (IABSE), Zurich, v. 20, n. 1, p. 41-48, fev. 2010.

VERÍSSIMO, G. S.; CÉSAR JR., K. M. L. **Concreto Protendido**: fundamentos básicos. 4ª ed. Viçosa: Universidade Federal de Viçosa, 1998. 78 p., Apostila.

VITÓRIO, J. A. P. **Pontes Rodoviárias**: fundamentos, conservação e gestão. Recife: CREA-PE, 2002.

WU, H.-I; BOWMAN, M. D. Examination of Post-Tensioned Steel Bridges in Indiana. West Lafayette: Indiana Department of Transportation; 2000. FHWA/IN/JTRP-2000/16. Disponível em: <<http://docs.lib.purdue.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1811&context=jtrp>>. Acesso em: 20 jun. 2014.

ANEXO A

Verificação em ELU (flexão e corte) e Conectores de Cisalhamento AASHTO-LRFD:2012

Descritivo:

O anexo apresenta a entrada de dados com os parâmetros de geometria e cálculo das propriedades geométricas a partir do método de Green.

O cálculo é realizado somente para um vão do viaduto (25m), sendo simétrico para o outro.

O vão é dividido em 11 seções (contando os extremos), representados por vetores com esse tamanho, sendo que o cálculo é efetuado para cada seção.

Determinam-se os momentos fletores plásticos, momentos fletores resistentes positivo e negativo, esforços cortantes resistentes e conectores de cisalhamento.

A) ENTRADAS**Dados geométricos**Vão

I := 25m

Balanço

b := 2.2m

Altura Laje

tc := 26cm

Resist. Concreto

fck := 40MPa

Dist. Topo Almas

Lw := 3m

Propriedades AçoEscoamento Aço

Fy := 345MPa

Módulo Elast. Aço

E := 200GPa

Dados do perfilAltura total do caixão de aço

d := (120 120 120 120 120 120 120 120 120 120 120)^T cm

Espessura chapas da alma

tw := $\left(\frac{3}{4} \frac{3}{4} \frac{3}{4} \frac{5}{8} \frac{5}{8} \frac{5}{8} \frac{5}{8} \frac{5}{8} \frac{3}{4} \frac{3}{4} \frac{3}{4}\right)^T$ in

Mesas superiores

bs := (40 40 40 40 40 40 40 40 40 40 40)^T cm

Espessura mesas superiores

ts := (1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1)^T in

Mesas inferiores

bi := (220 220 220 220 220 220 220 220 220 220 220)^T cm

Espessura mesas inferiores

ti := (1 1 1 1.25 1.25 1.25 1.25 1.25 1 1 1)^T in

Inclinação da alma com a horizontal (rad)

θ := 0.4061 π

Enrij. Longitudinais e TransversaisEscoamento aço

Fyenrij := 345MPa

Módulo de Elast. Aço

Es := 200GPa

Definir com/sem enrijecedores transversais **COM ENRIJECEDORES** **SEM ENRIJECEDORES**Enrij. LongitudinaisLargura

bls := 8cm

Espessura

tls := 0.95cm

Nº Enrij. Mesa Inferior

n := 5

Espaço entre enrijecedores

w := 40cm

Enrij. TransversaisAltura enrij. transversal

bstif := 10cm

Espes. enrij. transversal

tstif := 1.27cm

Espaç. entre enrijecedores

d0 := 2m

Armadura NegativaCamada superior

Aneq := (0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 32.16 64.32)^T cm²

Camada inferior

Aneq2 := (0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0)^T cm²

Cobrimento das camadas de aço

cob := (4 6)^T cm

Armaduras Negativas - são as armaduras de continuidade sobre o pilar intermediário. São usadas para o cálculo das propriedades geométricas da seção em flexão negativa (ver **Propriedades da Seção Mista - Flexão Negativa** abaixo). Aneq e Aneq2 são a primeira e segunda camadas de armaduras, com cobrimento de 4 e 6cm, respectivamente (ver vetor cob). Percebe-se que só há a primeira camada no cálculo e que a área de 64,32cm² corresponde às 32 barras de φ16mm definidas nesse trabalho. A área de 32,16cm² na seção anterior corresponde a uma diminuição para 16 barras φ16mm, pois os esforço é menor nesta seção. Portanto metade, somente, das 32 barras se estende até a seção 10 (posição 10 do vetor).

Continuidade

Ponte_Contínua := <input checked="" type="checkbox"/> Check Box

OBS - Se a estrutura for contínua, sua capacidade em ELU a flexão é definida como min(1.3My, Mp); caso contrário é determinado por critérios do Mp (momento plástico). Ver equação do momento nominal resistente final

ESFORÇOS

B) ESTADOS LIMITES ÚLTIMOS

Esforços Máximos de Flexão (ELU)

Momento Fletor permanente de cálculo - perfil isolado (g1+g2)

$$Md1 := (0 \ 179 \ 300 \ 369 \ 390 \ 363 \ 288 \ 166 \ -0 \ -227 \ -507)^T \text{tf}\cdot\text{m}$$

Momento Fletor Permanente de cálculo - seção mista (g3)+retração

$$Md2 := (480 \ 503 \ 496 \ 519 \ 453 \ 356 \ 229 \ 72 \ -175 \ -392 \ -639)^T \text{tf}\cdot\text{m}$$

Envoltória de Momentos Fletores Últimos (g1+g2+g3+Q)

$$Mumax := (491 \ 940 \ 1292 \ 1437 \ 1441 \ 1304 \ 1032 \ 626 \ -449 \ -979 \ -1700)^T \text{tf}\cdot\text{m}$$

Envoltória de Esforços de Cisalhamento (ELU)

$$Vu := (200 \ 163 \ 109 \ 99 \ 84 \ 130 \ 177 \ 225 \ 273 \ 325 \ 360)^T \text{tf}$$

Esforços de Torção

Momento torçor de cálculo - perfil isolado (g1+g2)

$$Tnc := (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T \text{tf}\cdot\text{m}$$

Envoltória de Momentos Torçores ELU - seção mista (g3+Q)

$$Tc := (157 \ 157 \ 144 \ 134 \ 123 \ 119 \ 130 \ 143 \ 157 \ 172 \ 173)^T \text{tf}\cdot\text{m}$$

C) ESTADO LIMITE DE FADIGA

Conectores de Cisalhamento (Studs Bolts)

Altura Stud Bolt

$$hs := 15\text{cm}$$

Diâmetro Stud Bolt

$$\phi := 2.22\text{cm}$$

Nº Studs transversais/linha

$$N := 3$$

Nº Caminhões/Dia - Fadiga

$$ADTT := 2000$$

Esforços de Cisalhamento - Comb. de Fadiga

$$Vf := (39 \ 32 \ 30 \ 28 \ 28 \ 30 \ 29 \ 33 \ 39 \ 44)^T \text{tf}$$

$$Vf_{\text{retração}} := (38 \ 30 \ 33 \ 37 \ 42 \ 47 \ 52 \ 58 \ 63 \ 69)^T \text{tf}$$

Esforços de Torção - Comb. de Fadiga

$$Tf := (54 \ 49 \ 44 \ 41 \ 37 \ 40 \ 43 \ 47 \ 52 \ 57)^T \text{tf}\cdot\text{m}$$

Tensão Última Studs

$$Fu := 450\text{MPa}$$

D) RESULTADOS

$$\Psi(\eta) := \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{b_i}{2} & 0 \\ \frac{b_i}{2} + \frac{d}{\tan(\theta)} & d \\ \frac{b_i}{2} + \frac{d}{\tan(\theta)} - b_s & d \\ \frac{b_i}{2} + \frac{d}{\tan(\theta)} - b_s & d - t_s \\ \frac{b_i}{2} + \frac{t_i}{\tan(\theta)} - \frac{t_w}{\sin(\theta)} + \left(\frac{d - t_s - t_i}{\tan(\theta)} \right) & d - t_s \\ \frac{b_i}{2} + \frac{t_i}{\tan(\theta)} - \frac{t_w}{\sin(\theta)} & t_i \\ - \left(\frac{b_i}{2} + \frac{t_i}{\tan(\theta)} - \frac{t_w}{\sin(\theta)} \right) & t_i \\ \left[\frac{b_i}{2} + \frac{t_i}{\tan(\theta)} - \frac{t_w}{\sin(\theta)} + \left(\frac{d - t_s - t_i}{\tan(\theta)} \right) \right] & d - t_s \\ - \left(\frac{b_i}{2} + \frac{d}{\tan(\theta)} - b_s \right) & d - t_s \\ - \left(\frac{b_i}{2} + \frac{d}{\tan(\theta)} - b_s \right) & d \\ - \left(\frac{b_i}{2} + \frac{d}{\tan(\theta)} \right) & d \\ - \frac{b_i}{2} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Definição de Nós para Integração das propriedades das seções pelo método de Green (KREYSZIG, 2009). Esta matriz fornece os nós que definem a seção caixão de aço, portanto, referem-se às propriedades do caixão de aço.

Definição de vetor indicial

$$j := 0 \dots \text{length}(d) - 1$$

OBS - este vetor executa o loop para todos os cálculos vetoriais abaixo.

Cálculo da área da seção transversal

$$\text{Area}_j := \begin{cases} a \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 0 \dots \text{rows}(\Psi(j)) - 2 \\ a \leftarrow a + 0.5 \cdot (\Psi(j)_{i,0} + \Psi(j)_{i+1,0}) \cdot (\Psi(j)_{i+1,1} - \Psi(j)_{i,1}) \\ a \end{cases}$$

Momentos Estáticos em relação aos eixos x e y

$$Sx_j := \begin{cases} a \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 0 \dots \text{rows}(\Psi(j)) - 2 \\ a \leftarrow a + \Psi(j)_{i+1,1} - \Psi(j)_{i,1} \cdot \left[\Psi(j)_{i,0} \cdot \Psi(j)_{i,1} + \frac{\Psi(j)_{i+1,1} - \Psi(j)_{i,1}}{2} \right] + \Psi(j)_{i+1,0} - \Psi(j)_{i,0} \cdot \left[\frac{\Psi(j)_{i,1}}{2} + \frac{\Psi(j)_{i+1,1} - \Psi(j)_{i,1}}{3} \right] \\ a \end{cases}$$

$$Sy_j := \begin{cases} a \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 0 \dots \text{rows}(\Psi(j)) - 2 \\ a \leftarrow a + 0.5 \cdot \Psi(j)_{i+1,1} - \Psi(j)_{i,1} \cdot \left[\Psi(j)_{i,0}^2 + \Psi(j)_{i+1,0} - \Psi(j)_{i,0} \cdot \left[\Psi(j)_{i,0} + \frac{\Psi(j)_{i+1,0} - \Psi(j)_{i,0}}{3} \right] \right] \\ a \end{cases}$$

Momentos e Produto de Inércia em relação aos eixos globais x e y

$$Ix_j := \begin{cases} a \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 0 \dots \text{rows}(\Psi(j)) - 2 \\ a \leftarrow a + \Psi(j)_{i+1,1} - \Psi(j)_{i,1} \cdot \left[\Psi(j)_{i,0} \cdot \Psi(j)_{i,1}^2 + \Psi(j)_{i+1,1} - \Psi(j)_{i,1} \cdot \Psi(j)_{i,1} + \frac{\Psi(j)_{i+1,1} - \Psi(j)_{i,1}}{3} \cdot \Psi(j)_{i,1}^2 \right] + \Psi(j)_{i+1,0} - \Psi(j)_{i,0} \cdot \left[\frac{\Psi(j)_{i,1}^2}{2} + \frac{2 \cdot \Psi(j)_{i,1} \cdot \Psi(j)_{i+1,1} - \Psi(j)_{i,1}}{3} + \frac{\Psi(j)_{i+1,1} - \Psi(j)_{i,1}}{4} \cdot \Psi(j)_{i,1}^2 \right] \\ a \end{cases}$$

$$Iy_j := \begin{cases} a \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 0 \dots \text{rows}(\Psi(j)) - 2 \\ a \leftarrow a + \frac{1}{3} \cdot \Psi(j)_{i+1,1} - \Psi(j)_{i,1} \cdot \left[\Psi(j)_{i,0}^3 + \Psi(j)_{i+1,0} - \Psi(j)_{i,0} \cdot \left[\frac{3 \cdot \Psi(j)_{i,0}^2}{2} + \Psi(j)_{i,0} \cdot \Psi(j)_{i+1,0} - \Psi(j)_{i,0} + \frac{\Psi(j)_{i+1,0} - \Psi(j)_{i,0}}{4} \right] \right] \\ a \end{cases}$$

Coordenadas do centro geométrico

$$x_{cg_j} := \frac{Sy_j}{Area_j} \quad y_{cg_j} := \frac{Sx_j}{Area_j}$$

$$Ixy_j := \begin{cases} a \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 0 \dots \text{rows}(\Psi(j)) - 2 \\ a \leftarrow a + 0.5 \cdot \Psi(j)_{i+1,1} - \Psi(j)_{i,1} \cdot \left[\Psi(j)_{i,0}^2 \cdot \left[\Psi(j)_{i,1} + \frac{\Psi(j)_{i+1,1} - \Psi(j)_{i,1}}{2} \right] + \Psi(j)_{i+1,0} - \Psi(j)_{i,0} \cdot \left[\Psi(j)_{i,0} \cdot \Psi(j)_{i,1} + \frac{2 \cdot \Psi(j)_{i,0} \cdot \Psi(j)_{i+1,1} - \Psi(j)_{i,1}}{3} \right] + \Psi(j)_{i+1,0} - \Psi(j)_{i,0} \cdot \left[\frac{\Psi(j)_{i,1}}{3} + \frac{\Psi(j)_{i+1,1} - \Psi(j)_{i,1}}{4} \right] \right] \\ a \end{cases}$$

Momentos de Inércia em relação ao centro geométrico (Teorema de Steiner)

$$Ixc_j := Ix_j - Area_j \cdot (y_{cg_j})^2 \quad Iyc_j := Iy_j - Area_j \cdot (x_{cg_j})^2 \quad Ixyc_j := Ixy_j - Area_j \cdot y_{cg_j} \cdot x_{cg_j}$$

Momentos Principais de Inércia

$$I_{max} := \frac{Ixc_j + Iyc_j}{2} + \sqrt{\left(\frac{Ixc_j - Iyc_j}{2} \right)^2 + Ixyc_j^2} \quad I_{min} := \frac{Ixc_j + Iyc_j}{2} - \sqrt{\left(\frac{Ixc_j - Iyc_j}{2} \right)^2 + Ixyc_j^2}$$

Módulos Resistentes de Flexão Superior e Inferior

$$Ws := \frac{Ixc_j}{d - y_{cg}} \quad Wi := \frac{Ixc_j}{y_{cg}}$$

Propriedades da Seção Aço (perfil isolado)

$$St_Venant(k) := \begin{bmatrix} \left[\frac{b_{i_k}}{2} - \frac{t_{w_k}}{2} \left(\frac{b_{i_k}}{2} - \frac{t_{w_k}}{2} \right) + \frac{\left(d_k + \frac{t_c}{2} \right)}{\tan(\theta)} \right] \left[\frac{b_{i_k}}{2} - \frac{t_{w_k}}{2} \right] + \frac{\left(d_k + \frac{t_c}{2} \right)}{\tan(\theta)} \right] \left[\frac{b_{i_k}}{2} - \frac{t_{w_k}}{2} \right] \frac{b_{i_k}}{2} - \frac{t_{w_k}}{2} \right]^T \\ 0 \quad d_k - \frac{t_{s_k}}{2} \quad d_k - \frac{t_{s_k}}{2} \quad 0 \quad 0 \end{bmatrix}$$

Nós para a determinação da área do contorno médio das paredes pelo método de Green (KREYSZIG, 2009). Informação útil ao cálculo das tensões de torção para seção isostática de aço.

$$Venant(k) := \begin{bmatrix} \left[\frac{b_{i_k}}{2} - \frac{t_{w_k}}{2} \left(\frac{b_{i_k}}{2} - \frac{t_{w_k}}{2} \right) + \frac{\left(d_k + \frac{t_c}{2} \right)}{\tan(\theta)} \right] \left[\frac{b_{i_k}}{2} - \frac{t_{w_k}}{2} \right] + \frac{\left(d_k + \frac{t_c}{2} \right)}{\tan(\theta)} \right] \left[\frac{b_{i_k}}{2} - \frac{t_{w_k}}{2} \right] \frac{b_{i_k}}{2} - \frac{t_{w_k}}{2} \right]^T \\ 0 \quad d_k + \frac{t_c}{2} \quad d_k + \frac{t_c}{2} \quad 0 \quad 0 \end{bmatrix}$$

Nós para a determinação da área do contorno médio das paredes pelo método de Green (KREYSZIG, 2009). Informação útil ao cálculo das tensões de torção da seção mista.

Área do contorno médio seção aço isostático - Tensão de St. Venant.

$$A0_j := \begin{cases} a \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 0 \dots \text{rows}(St_Venant(j)) - 2 \\ a \leftarrow a + 0.5 \cdot St_Venant(j)_{i,0} + St_Venant(j)_{i+1,0} \cdot St_Venant(j)_{i+1,1} - St_Venant(j)_{i,1} \\ a \end{cases}$$

Função que calcula a seção transversal do contorno médio do caixão de aço isostático. Objetiva determinar as tensões de St. Venant de torção.

Área do contorno médio seção mista - Tensão de St. Venant.

$$Ac_j := \begin{cases} a \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 0 \dots \text{rows}(Venant(j)) - 2 \\ a \leftarrow a + 0.5 \cdot Venant(j)_{i,0} + Venant(j)_{i+1,0} \cdot Venant(j)_{i+1,1} - Venant(j)_{i,1} \\ a \end{cases}$$

Função que calcula a seção transversal do contorno médio da viga mista aço-concreto. Objetiva determinar as tensões de St. Venant de torção.

Propriedades da Seção Mista - Flexão PositivaLargura da laje efetiva para 1 caixão

$$bc := 2 \min\left(\frac{I}{8}, 6 \cdot tc + \frac{bs}{4}, b\right) + Lw$$

Altura das almas do perfil

$$h := d - ts - ti$$

Relação entre Módulos de Elasticidade (item 6.10.1.1)

$$n_{curta} := \begin{cases} 10 & \text{if } 16\text{MPa} \leq f_{ck} < 20\text{MPa} \\ 9 & \text{if } 20\text{MPa} \leq f_{ck} < 25\text{MPa} \\ 8 & \text{if } 25\text{MPa} \leq f_{ck} < 32\text{MPa} \\ 7 & \text{if } 32\text{MPa} \leq f_{ck} < 41\text{MPa} \\ 6 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$n_{longa} := 3 \cdot n_{curta}$$

Linha Neutra de Curta Duração - a partir da mesa inferior

$$LNC := \begin{cases} \text{for } i \in 0.. \text{length}(d) - 1 \\ a_i \leftarrow \frac{\frac{bc}{n_{curta}} \cdot tc \cdot \left[(d)_i + \frac{tc}{2} \right] + Area_i \cdot y_{cg_i}}{\frac{bc}{n_{curta}} \cdot tc + Area_i} \end{cases}$$

Linha Neutra de Longa Duração - a partir da mesa inferior

$$LNL := \begin{cases} \text{for } i \in 0.. \text{length}(d) - 1 \\ a_i \leftarrow \frac{\frac{bc}{n_{longa}} \cdot tc \cdot \left[(d)_i + \frac{tc}{2} \right] + Area_i \cdot y_{cg_i}}{\frac{bc}{n_{longa}} \cdot tc + Area_i} \end{cases}$$

Momento de Inércia de Curta Duração

$$IC := \begin{cases} \text{for } i \in 0.. \text{length}(d) - 1 \\ a_i \leftarrow I_{xc_i} + Area_i \cdot (LNC_i - y_{cg_i})^2 + \left(\frac{\frac{bc}{n_{curta}} \cdot tc^3}{12} \right) + \left[\frac{bc}{n_{curta}} \cdot tc \cdot \left[(d)_i + \frac{tc}{2} - LNC_i \right]^2 \right] \end{cases}$$

Momento de Inércia de Longa Duração

$$IL := \begin{cases} \text{for } i \in 0.. \text{length}(d) - 1 \\ a_i \leftarrow I_{xc_i} + Area_i \cdot (LNL_i - y_{cg_i})^2 + \left(\frac{\frac{bc}{n_{longa}} \cdot tc^3}{12} \right) + \left[\frac{bc}{n_{longa}} \cdot tc \cdot \left(d_i + \frac{tc}{2} - LNL_i \right)^2 \right] \end{cases}$$

Propriedades da Seção Mista - Flexão NegativaCentro de gravidade da seção mista - flexão negativa

$$Y_m := \begin{cases} \text{for } i \in 0.. \text{length}(d) - 1 \\ a_i \leftarrow \frac{Area_i \cdot y_{cg_i} + Aneg_i \cdot (d)_i + tc - cob_0 + Aneg2_i \cdot (d)_i + tc - cob_1}{Aneg_i + Aneg2_i + Area_i} \end{cases}$$

Momento de Inércia da seção mista - flexão negativa

$$I_{xm} := \begin{cases} \text{for } i \in 0.. \text{length}(d) - 1 \\ a_i \leftarrow I_{xc_i} + Area_i \cdot (Y_{m_i} - y_{cg_i})^2 + Aneg_i \cdot (d_i + tc - cob_0 - Y_{m_i})^2 + Aneg2_i \cdot (d_i + tc - cob_1 - Y_{m_i})^2 \end{cases}$$

OBS - Notar que a armadura negativa definida nas Entradas compõe a inércia da seção em flexão negativa.

Módulos Resistentes de Flexão PositivaMesa Superior Curta Duração

$$WSC := \frac{IC}{(d - LNC)}$$

Mesa Inferior Curta Duração

$$WIC := \frac{IC}{LNC}$$

Mesa Inferior Longa Duração

$$WIL := \frac{IL}{LNL}$$

Laje de Concreto Longa Duração

$$WCL := \frac{IL \cdot nlonga}{(d + tc - LNL)}$$

Laje de Concreto Curta Duração

$$WCC := \frac{IC \cdot ncurta}{(d + tc - LNC)}$$

Mesa Superior Longa Duração

$$WSL := \frac{IL}{(d - LNL)}$$

Módulos Resistentes de Flexão NegativaMesa Inferior Curta Duração

$$Wim := \frac{Ixm}{Ym}$$

Mesa Superior Curta Duração

$$Wsm := \frac{Ixm}{d - Ym}$$

FORÇAS PLÁSTICAS (Apêndice D6)Resultante plástica da laje

$$Ps := 0.85 \cdot fck \cdot bc \cdot tc$$

Resultante plástica da alma

$$Pwj := 2Fy \cdot \frac{hj}{\sin(\theta)} \cdot twj$$

Resultante plástica da mesa inferior

$$Ptj := Fy \cdot tij \cdot bij$$

Resultante plástica da mesa superior

$$Pcj := 2Fy \cdot bsj \cdot tsj$$

Parcela de compressão aço

$$Cad := 0.5 \cdot (Pc + Pw + Pt - Ps)$$

Posição da Linha Neutra Plástica (Apêndice D6)

$$LNP_j := \begin{cases} \text{if } (Pt_j + Pw_j + Pc_j) \geq Ps \\ \left| \begin{array}{l} a_j \leftarrow \frac{hj}{2} \cdot \left(\frac{Pt_j - Pc_j - Ps}{Pw_j} + 1 \right) \quad \text{if } Cad_j \geq Pc_j \\ a_j \leftarrow \frac{ts_j}{2} \cdot \left(\frac{Pw_j + Pt_j - Ps}{Pc_j} + 1 \right) \quad \text{otherwise} \end{array} \right. \\ a_j \leftarrow tc \cdot \left(\frac{Pc_j + Pw_j + Pt_j}{Ps} \right) \quad \text{otherwise} \end{cases}$$

Vetor - Posição da Linha Neutra

$$LNP_Pos_j := \begin{cases} \text{if } (Pt_j + Pw_j + Pc_j) \geq Ps \\ \left| \begin{array}{l} a_j \leftarrow \text{"LNP na alma"} \quad \text{if } Cad_j \geq Pc_j \\ a_j \leftarrow \text{"LNP na mesa superior"} \quad \text{otherwise} \end{array} \right. \\ a_j \leftarrow \text{"LNP na laje de concreto"} \quad \text{otherwise} \end{cases}$$

Braços de alavanca - Determinação do Momento Fletor Plástico Resistente

Braço laje

$$ds_j := \begin{cases} a_j \leftarrow \left(\frac{tc}{2} + ts_j + LNP_j \right) & \text{if } LNP_Pos_j = \text{"LNP na alma"} \\ a_j \leftarrow \left(\frac{tc}{2} + LNP_j \right) & \text{if } LNP_Pos_j = \text{"LNP na mesa superior"} \\ a_j \leftarrow LNP_j & \text{otherwise} \end{cases}$$

Braço mesa superior

$$dc_j := \begin{cases} a_j \leftarrow \left(\frac{ts_j}{2} + LNP_j \right) & \text{if } LNP_Pos_j = \text{"LNP na alma"} \\ a_j \leftarrow \left(\frac{ts_j}{2} + tc - LNP_j \right) & \text{if } LNP_Pos_j = \text{"LNP na laje de concreto"} \\ a_j \leftarrow LNP_j & \text{otherwise} \end{cases}$$

Braço alma

$$dw_j := \begin{cases} a_j \leftarrow \left[\frac{h_j}{2} + (ts_T)_j - LNP_j \right] & \text{if } LNP_Pos_j = \text{"LNP na mesa superior"} \\ a_j \leftarrow \left(\frac{h_j}{2} + ts_j + tc - LNP_j \right) & \text{if } LNP_Pos_j = \text{"LNP na laje de concreto"} \\ a_j \leftarrow LNP_j & \text{otherwise} \end{cases}$$

Braço mesa inferior

$$ddt_j := \begin{cases} a_j \leftarrow \left(\frac{t_{ij}}{2} + h_j - LNP_j \right) & \text{if } LNP_Pos_j = \text{"LNP na alma"} \\ a_j \leftarrow \left(\frac{t_{ij}}{2} + h_j + ts_j - LNP_j \right) & \text{if } LNP_Pos_j = \text{"LNP na mesa superior"} \\ a_j \leftarrow \left(\frac{t_{ij}}{2} + h_j + ts_j + tc - LNP_j \right) & \text{otherwise} \end{cases}$$

Altura da alma comprimida (item 6.10.6.2)

$$\text{Compacidade}_j := \begin{cases} a_j \leftarrow \text{"Alma tracionada"} & \text{if } LNP_Pos_j \neq \text{"LNP na alma"} \\ \text{if } LNP_Pos_j = \text{"LNP na alma"} \\ \left| \begin{cases} a_j \leftarrow \text{"Compacta"} & \text{if } \left(2 \cdot \frac{LNP_j}{tw_j} \leq 3.76 \cdot \sqrt{\frac{E}{F_y}} \right) \\ a_j \leftarrow \text{"Não Compacta"} & \text{otherwise} \end{cases} \right. \end{cases}$$

OBS - A função compacidade garante que da alma comprimida seja compacta. Para a seção ser considerada compacta e assim poder ser verificada sua capacidade plástica, a esbeltez da alma comprimida deve respeitar o limite plástico.

Relações Limites para os componentes da seção

$$\text{Alma}_j := \begin{cases} a_j \leftarrow \text{"OK"} & \text{if } \frac{h_j}{\sin(\theta)} \leq 150 \\ a_j \leftarrow \text{"Rever alma"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Mesa_Inf}_j := \begin{cases} a_j \leftarrow \text{"Esbeltez OK"} & \text{if } \frac{b_j}{t_j} \leq 120 \\ a_j \leftarrow \text{"Esbelta"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Mesas_Sup}_j := \begin{cases} a_j \leftarrow \text{"OK"} & \text{if } \left(b_{sj} \geq \frac{h_j}{6 \sin(\theta)} \right) \wedge \left(\frac{b_{sj}}{2 \cdot t_{sj}} \leq 12 \right) \wedge (t_{sj} \geq 1.1 \cdot t_{wj}) \\ a_j \leftarrow \text{"Rever mesas"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

OBS - recomendado que as mesas tenham espessura de no mínimo 3/4" (AASHTO-LRFD:2012)

$$\text{Ductilidade}_j := \begin{cases} a_j \leftarrow \text{"OK"} & \text{if } \frac{D_{pj}}{d_j + t_c} < 0.42 \\ a_j \leftarrow \text{"Não atende"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Condições de Ductilidade (item 6.10.7.3)

OBS - a ductilidade é importante para prevenir o esmagamento permanente do concreto quando a seção composta atinge MP. É a relação entre a altura do topo da seção à Linha Neutra e a altura total da seção mista.

Momento de Plastificação

$$\text{MP}_j := \begin{cases} a_j \leftarrow \frac{P_{wj}}{2 \cdot h_j} \cdot (dw_j)^2 + (h_j - dw_j)^2 + P_s \cdot ds_j + P_c \cdot dc_j + P_t \cdot ddt_j & \text{if } \text{LNP}_j = \text{"LNP na alma"} \\ a_j \leftarrow \frac{P_{cj}}{2 \cdot t_{sj}} \cdot (dc_j)^2 + (t_{sj} - dc_j)^2 + P_s \cdot ds_j + P_{wj} \cdot dw_j + P_t \cdot ddt_j & \text{if } \text{LNP}_j = \text{"LNP na mesa superior"} \\ a_j \leftarrow \left[\frac{(ds_j)^2 \cdot P_s}{2 \cdot t_c} \right] + P_c \cdot dc_j + P_{wj} \cdot dw_j + P_t \cdot ddt_j & \text{otherwise} \end{cases}$$

Distância do topo da seção à Linha Neutra

$$\text{Dp}_j := \begin{cases} a_j \leftarrow (\text{LNP}_j + t_{sj} + t_c) & \text{if } \text{LNP}_1 = \text{"LNP na alma"} \\ a_j \leftarrow (\text{LNP}_j + t_c) & \text{if } \text{LNP}_j = \text{"LNP na mesa superior"} \\ a_j \leftarrow (\text{LNP}_j) & \text{otherwise} \end{cases}$$

MOMENTO FLETOR NOMINAL RESISTENTE (item 6.10.7 e Apêndice D6)Determinação do Momento de Início de escoamento

$$\text{Mad} := \begin{cases} \text{for } i \in 0.. \text{length}(d) - 1 \\ \left[\begin{array}{l} a_i \leftarrow \min \left[\begin{array}{l} \left[\text{WSC}_i \cdot \left(\text{Fy} - \frac{\text{Md1}_i}{\text{Ws}_i} - \frac{\text{Md2}_i}{\text{WSL}_i} \right) \right] \left[\text{WIC}_i \cdot \left(\text{Fy} - \frac{\text{Md1}_i}{\text{Wi}_i} - \frac{\text{Md2}_i}{\text{WIL}_i} \right) \right] \\ \left[\text{Wsm}_i \cdot \left(\text{Fnt} - \frac{\text{Md1}_i}{\text{Ws}_i} + \frac{\text{Md2}_i}{\text{Wsm}_i} \right) \right] \left[\text{Wim}_i \cdot \left(\text{Fnc}_i - \frac{\text{Md1}_i}{\text{Wi}_i} + \frac{\text{Md2}_i}{\text{Wim}_i} \right) \right] \end{array} \right] \text{ if } \text{Mumax}_i \geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} \left[\text{Wsm}_i \cdot \left(\text{Fnt} - \frac{\text{Md1}_i}{\text{Ws}_i} + \frac{\text{Md2}_i}{\text{Wsm}_i} \right) \right] \left[\text{Wim}_i \cdot \left(\text{Fnc}_i - \frac{\text{Md1}_i}{\text{Wi}_i} + \frac{\text{Md2}_i}{\text{Wim}_i} \right) \right] \end{array} \right] \text{ otherwise} \end{cases}$$

Mad é o momento de externo extra que provoca o início do escoamento no caixão de aço. Essa tensão tanto pode ser na mesa inferior como na mesa superior. É função das tensões limites dadas nos itens anteriores para chapas sob compressão.

Momento Nominal Resistente Final (item 6.10.7)

$$\text{Mn} := \begin{cases} \text{for } i \in 0.. \text{length}(d) - 1 \\ \left[\begin{array}{l} \text{if } \text{Mumax}_i \geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} \text{if } \text{Ponte_Contínua} = 0 \\ \left[\begin{array}{l} \text{if } (\text{Compacidade}_i = \text{"Compacta"} \vee \text{Compacidade}_i = \text{"Alma tracionada"}) \wedge \text{My}_i \neq \text{"Fy com cargas permanentes"} \\ \left[\begin{array}{l} a_i \leftarrow \text{MP}_i \text{ if } \text{Dp}_i \leq 0.1 \cdot (d_i + tc) \\ a_i \leftarrow \left[1.07 - 0.7 \cdot \frac{\text{Dp}_i}{(d_i + tc)} \right] \cdot \text{MP}_i \text{ otherwise} \end{array} \right] \\ a_i \leftarrow \text{"ELU sob cargas perm."} \text{ if } \text{My}_i = \text{"Fy com cargas permanentes"} \\ a_i \leftarrow \text{"Verificar compacidade"} \text{ otherwise} \end{array} \right] \\ a_i \leftarrow \min \left[1.3 \cdot \text{My}_i, \left[\begin{array}{l} \text{MP}_i \text{ if } \text{Dp}_i \leq 0.1 \cdot (d_i + tc) \\ \left[1.07 - 0.7 \cdot \frac{\text{Dp}_i}{(d_i + tc)} \right] \cdot \text{MP}_i \text{ otherwise} \end{array} \right] \right] \text{ otherwise} \\ \text{otherwise} \\ \left[\begin{array}{l} a_i \leftarrow (\text{Md1}_i + \text{Md2}_i + \text{Mad}_i) \text{ if } \frac{\text{Md1}_i}{\text{Wi}_i} + \frac{\text{Md2}_i}{\text{Wim}_i} < \text{Fnc}_i \wedge \frac{\text{Md1}_i}{\text{Ws}_i} + \frac{\text{Md2}_i}{\text{Wsm}_i} < \text{Fnt} \\ a_i \leftarrow \text{"ELU sob cargas perm."} \text{ otherwise} \end{array} \right] \end{array} \right]$$

Momento de Início de escoamento para Flexão Positiva

$$\text{My} := \begin{cases} \text{for } i \in 0.. \text{length}(d) - 1 \\ \left[\begin{array}{l} \text{if } \text{Mumax}_i \geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} a_i \leftarrow (\text{Md1}_i + \text{Md2}_i + \text{Mad}_i) \text{ if } \max \left(\frac{\text{Md1}_i}{\text{Ws}_i} + \frac{\text{Md2}_i}{\text{WSL}_i}, \frac{\text{Md1}_i}{\text{Wi}_i} + \frac{\text{Md2}_i}{\text{WIL}_i} \right) < \text{Fy} \\ a_i \leftarrow \text{"Fy com cargas permanentes"} \text{ otherwise} \end{array} \right] \\ a_i \leftarrow 0 \text{ otherwise} \end{array} \right]$$

My é a soma dos momentos positivos de cargas permanentes com Mad. Portanto, trata-se do início do escoamento em flexão positiva. É um parâmetro de controle para a determinação do momento fletor nominal final positivo da seção.

Momento Fletor Nominal Último

Para seções em flexão positiva ($\text{Mumax} > 0$) e que respeitem a compacidade da alma, porém sejam estruturas descontínuas ($\text{Ponte_Contínua} = 0$, check box), o Momento Último é função do Momento de Plastificação.

Quando a altura da Linha Neutra Plástica excede 10% da altura total da seção, um fator extra de segurança é aplicado garantindo ductilidade à seção mista.

Para estruturas contínuas ($\text{Ponte_Contínua} = 1$, check box), a resistência é dada pelo mínimo entre 1.3My e Mp . Permite-se, portanto, uma quantidade adicional de flexão resistente.

Para a flexão negativa, a resistência é dada pelo momento fletor que provoca o escoamento da mesa tracionada e/ou a tensão de compressão máxima permitida nas mesas comprimidas, o menor valor entre esses.

VERIFICAÇÃO DO ELU A TORÇÃO - ITEM 6.11.7.2Tensão de torção de St. Venant - aço isostático (mesa inferior)

$$f_{ncj} := \frac{T_{ncj}}{2 \cdot A_{0j} \cdot t_{ij}}$$

Resistência ao cortante de torção

$$F_v := 0.75 \cdot \frac{F_y}{\sqrt{3}}$$

$$\text{Torção}_j := \begin{cases} a_j \leftarrow \begin{matrix} (f_{ncj} + f_{ccj}) \\ F_v \end{matrix} & \text{if } (f_{ncj} + f_{ccj}) < F_v \\ \text{"Torção OK"} & \\ a_j \leftarrow \begin{matrix} (f_{ncj} + f_{ccj}) \\ F_v \end{matrix} & \text{otherwise} \\ \text{"Não atende"} & \end{cases}$$

Tensão de torção de St. Venant - seção mista (mesa inferior)

$$f_{ccj} := \frac{T_{cj}}{2 \cdot A_{cj} \cdot t_{ij}}$$

Tensão de torção de St. Venant - seção mista (mesa superior)

$$f_{ctj} := \frac{T_{cj}}{2 \cdot A_{cj} \cdot t_{sj}}$$

Coefficientes de redução de capacidade de mesas comprimidas em função das torções de St. Venant (item 6.11.7.2)

$$\Lambda := \sqrt{1 - 3 \cdot \left(\frac{f_{cc}}{F_y} \right)^2} \quad \text{mesa comprimida em flexão negativa} \quad K := \sqrt{1 - 3 \cdot \left(\frac{f_{ct}}{F_y} \right)^2} \quad \text{mesa comprimida em flexão positiva}$$

Verificação das almas - Cortante de St. Venant

$$V_{\text{mesa_NC}} := \begin{cases} \text{for } i \in 0.. \text{length}(d) - 1 \\ a_i \leftarrow \frac{T_{nci}}{2 \cdot A_{0i}} \\ a \end{cases} \quad \text{corte de St. Venant na alma para perfil isostático}$$

$$V_{\text{mesa_C}} := \begin{cases} \text{for } i \in 0.. \text{length}(d) - 1 \\ a_i \leftarrow \frac{T_{ci}}{2 \cdot A_{ci}} \\ a \end{cases} \quad \text{corte de St. Venant na alma para seção mista}$$

Soma dos efeitos do corte de St. Venant ao Cortante de Flexão para ELU para 1 alma (item 6.11.9)

$$V_{\text{ualma}_j} := \left[\frac{V_{uj}}{2} + V_{\text{mesa_NC}_j} \cdot \left(\frac{d_j}{\frac{h_j}{\sin(\theta)}} \right) \cdot \frac{h_j}{\sin(\theta)} \right] + V_{\text{mesa_C}_j} \cdot \left(\frac{d_j}{\frac{h_j}{\sin(\theta)}} \right) \cdot \frac{h_j}{\sin(\theta)}$$

CAPACIDADE DAS MESAS À COMPRESSÃOEsbeltez Enrij. Longitudinal

$$\text{Long_Stiffener} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } \left(\frac{\text{bls}}{2 \cdot \text{tls}} \leq 0.48 \cdot \sqrt{\frac{\text{Es}}{\text{Fyenrij}}} \right) \\ \text{"Rever dimensões"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Centro de gravidade do enrijecedor

$$Y := \frac{\frac{\text{bls}^2 \cdot \text{tls}}{2} + (\text{bls} - \text{tls}) \cdot \text{tls} \cdot \left(\text{bls} - \frac{\text{tls}}{2} \right)}{\text{bls} \cdot \text{tls} + (\text{bls} - \text{tls}) \cdot \text{tls}}$$

Momento de Inércia enrij em relação ao CG

$$I_{\text{xxc}} := \frac{\text{tls} \cdot \text{bls}^3}{12} + \text{tls} \cdot \text{bls} \cdot \left(\frac{\text{bls}}{2} - Y \right)^2 + \frac{(\text{bls} - \text{tls}) \cdot \text{tls}^3}{12} + (\text{bls} - \text{tls}) \cdot \text{tls} \cdot \left(\text{bls} - \frac{\text{tls}}{2} - Y \right)^2$$

Momento de Inércia enrijecedor em relação à mesa inferior

$$I_{\text{xx}} := I_{\text{xxc}} + [\text{bls} \cdot \text{tls} + (\text{bls} - \text{tls}) \cdot \text{tls}] \cdot Y^2$$

Tensão Nominal da mesa tracionada

$$\text{Fnt} := F_y$$

Coefficiente de flambagem por tensões de corte (item 6.11.8.2.3)

$$k_s_j := \min \left[\frac{\left[\frac{1}{5.34 + 2.84 \cdot \left[\frac{I_{\text{xx}}}{w \cdot (t_j)^3} \right]^3} \right]^3}{(n+1)^2}, 5.34 \right]$$

Coefficiente de flambagem dos enrijecedores (item 6.11.8.2.3)

$$k_j := \begin{cases} \text{if } n = 1 \\ \left| \begin{array}{l} a_j \leftarrow \frac{\left[\frac{1}{\frac{8 \cdot I_{\text{xx}}}{w \cdot (t_j)^3}} \right]^3}{\left[\frac{1}{\frac{8 \cdot I_{\text{xx}}}{w \cdot (t_j)^3}} \right]^3} \text{ if } 1 \leq \left[\frac{1}{\frac{8 \cdot I_{\text{xx}}}{w \cdot (t_j)^3}} \right]^3 \leq 4 \\ a_j \leftarrow 1 \text{ if } \left[\frac{1}{\frac{8 \cdot I_{\text{xx}}}{w \cdot (t_j)^3}} \right]^3 < 1 \\ a_j \leftarrow 4 \text{ otherwise} \end{array} \right. \\ \text{otherwise} \\ \left| \begin{array}{l} a_j \leftarrow \frac{\left[\frac{1}{\frac{14.3 \cdot I_{\text{xx}}}{w \cdot (t_j)^3 \cdot n^4}} \right]^3}{\left[\frac{1}{\frac{14.3 \cdot I_{\text{xx}}}{w \cdot (t_j)^3 \cdot n^4}} \right]^3} \text{ if } 1 \leq \left[\frac{1}{\frac{14.3 \cdot I_{\text{xx}}}{w \cdot (t_j)^3 \cdot n^4}} \right]^3 \leq 4 \\ a_j \leftarrow 1 \text{ if } \left[\frac{1}{\frac{14.3 \cdot I_{\text{xx}}}{w \cdot (t_j)^3 \cdot n^4}} \right]^3 < 1 \\ a_j \leftarrow 4 \text{ otherwise} \end{array} \right. \end{cases}$$

Momento de inércia mínimo enrijecedores longitudinais

$$\text{Long_Stiffener_In}_j := \begin{cases} a_j \leftarrow \text{"Inércia OK"} & \text{if } I_{xx} > 0.125 \cdot (k_j)^3 \cdot w \cdot (t_j)^3 \\ a_j \leftarrow \text{"Rever Inércia"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Tensão Nominal da mesa comprimida - flexão negativa (item 6.11.8.2)

$$\text{Fcb}_j := \begin{cases} a_j \leftarrow F_y \cdot \Lambda_j & \text{if } \frac{w}{t_j} \leq 0.57 \cdot \sqrt{k_j \cdot \frac{E}{F_y \cdot \Lambda_j}} \\ a_j \leftarrow F_y \cdot \Lambda_j - (\Lambda_j - 0.3) \cdot \frac{\left(\frac{w}{t_j} - 0.57 \cdot \sqrt{k_j \cdot \frac{E}{F_y \cdot \Lambda_j}} \right)}{\left(0.95 \cdot \sqrt{k_j \cdot \frac{E}{F_y}} - 0.57 \cdot \sqrt{k_j \cdot \frac{E}{F_y \cdot \Lambda_j}} \right)} & \text{if } 0.57 \cdot \sqrt{k_j \cdot \frac{E}{F_y \cdot \Lambda_j}} < \frac{w}{t_j} \leq 0.95 \cdot \sqrt{k_j \cdot \frac{E}{F_y}} \\ a_j \leftarrow \frac{0.9 \cdot E \cdot k_j}{\left(\frac{w}{t_j} \right)^2} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Resistência à flambagem por compressão axial das mesas. Dependente dos coeficientes de redução de torção de St. Venant (item 6.11.8.2).

$$\text{Fcv}_j := \begin{cases} 0.58 \cdot F_y & \text{if } \frac{w}{t_j} \leq 1.12 \cdot \sqrt{k_{sj} \cdot \frac{E}{F_y}} \\ \frac{0.65 \cdot \sqrt{F_y \cdot E \cdot k_{sj}}}{\left(\frac{w}{t_j} \right)} & \text{if } 1.12 \cdot \sqrt{k_{sj} \cdot \frac{E}{F_y}} < \frac{w}{t_j} \leq 1.4 \cdot \sqrt{k_{sj} \cdot \frac{E}{F_y}} \\ \frac{0.9 \cdot E \cdot k_{sj}}{\left(\frac{w}{t_j} \right)^2} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Resistência à flambagem por cisalhamento das mesas. Dependente dos coeficientes flambagem dos enrijecedores longitudinais (k_s) (item 6.11.8.2).

$$\text{Fnc}_j := \text{Fcb}_j \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{f_{ccj}}{\text{Fcv}_j} \right)^2}$$

Resistência à Compressão Limite da Mesa Inferior do Perfil sob Flexão negativa (item 6.11.8.2)

VERIFICAÇÃO DOS ESFORÇOS CORTANTES (item 6.10.9)Coefficiente de flambagem por cisalhamento

$$ka(q) := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0.. \text{length}(d) - 1 \\ a_i \leftarrow 5 + \frac{5}{\left(\frac{q \cdot \sin(\theta)}{h_i} \right)^2} \\ a \end{array} \right.$$

Função de d0 - espaçamento entre enrijecedores transversais.

Função auxiliar que envolve Csb

$$Cs(q) := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0.. \text{length}(d) - 1 \\ a_i \leftarrow Csb(q)_i + \frac{0.87 \cdot (1 - Csb(q)_i)}{\sqrt{1 + \left(\frac{d0 \cdot \sin(\theta)}{h_i} \right)^2}} \\ a \end{array} \right.$$

Razão entre a Resistência à Flambagem por Cisalhamento e a Resistência ao Escoamento por Cisalhamento (Csb)

$$Csb(q) := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0.. \text{length}(d) - 1 \\ a_i \leftarrow 1 \text{ if } \frac{h_i}{tw_i \cdot \sin(\theta)} \leq 1.12 \cdot \sqrt{\frac{E \cdot ka(q)_i}{F_y}} \\ a_i \leftarrow \frac{\left[\frac{1.12}{\left(\frac{h_i}{tw_i \cdot \sin(\theta)} \right)} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot ka(q)_i}{F_y}} \right]}{\left[\frac{1.57}{\left(\frac{h_i}{tw_i \cdot \sin(\theta)} \right)^2} \cdot \left(\frac{E \cdot ka(q)_i}{F_y} \right) \right]} \text{ if } 1.12 \cdot \sqrt{\frac{E \cdot ka(q)_i}{F_y}} < \frac{h_i}{tw_i \cdot \sin(\theta)} \leq 1.4 \cdot \sqrt{\frac{E \cdot ka(q)_i}{F_y}} \\ a_i \leftarrow \frac{\left[\frac{1.57}{\left(\frac{h_i}{tw_i \cdot \sin(\theta)} \right)^2} \cdot \left(\frac{E \cdot ka(q)_i}{F_y} \right) \right]}{\left[\frac{1.57}{\left(\frac{h_i}{tw_i \cdot \sin(\theta)} \right)^2} \cdot \left(\frac{E \cdot ka(q)_i}{F_y} \right) \right]} \text{ otherwise} \\ a \end{array} \right.$$

Esforço Cortante Resistente (item 6.10.9.2)

$$Vn_j := \left| \begin{array}{l} \text{if } sel = 1 \\ a_j \leftarrow \left(0.58 \cdot F_y \cdot \frac{h_j}{\sin(\theta)} \cdot tw_j \cdot Csb(d0)_j \right) \text{ if } \frac{\left[\frac{2 \cdot \frac{h_j}{\sin(\theta)} \cdot tw_j}{(bs_j \cdot ts_j + bi_j \cdot ti_j)} \right]}{\left[\frac{2 \cdot \frac{h_j}{\sin(\theta)} \cdot tw_j}{(bs_j \cdot ts_j + bi_j \cdot ti_j)} \right]} \leq 2.5 \\ a_j \leftarrow 0.58 \cdot F_y \cdot \frac{h_j}{\sin(\theta)} \cdot tw_j \cdot \left[Csb(d0)_j + \frac{0.87 \cdot (1 - Csb(d0)_j)}{\sqrt{1 + \left(\frac{d0 \cdot \sin(\theta)}{h_j} \right)^2 + \frac{d0 \cdot \sin(\theta)}{h_j}}} \right] \text{ otherwise} \\ a_j \leftarrow \left(0.58 \cdot F_y \cdot \frac{h_j}{\sin(\theta)} \cdot tw_j \cdot Csb(10^{10} \text{ cm})_j \right) \text{ otherwise} \end{array} \right.$$

Esforço Cortante Resistente.

Se houver enrijecedores transversais (sel = 1) a chapa pode desenvolver resistência pós-flambagem devido à ação do campo de tensões; ação semelhante às bielas tracionadas de uma treliça de Pratt (AASHTO-LRFD:2012).

Se não existirem enrijecedores transversais (otherwise), a resistência ao cisalhamento é dada pela resistência plástica da alma submetida à tensão de $F_y w / (3)^{1/2}$ e não pela ação do campo de tensões. (item 6.10.9.2)

CONECTORES DE CISLHAMENTO

Estado Limite de Fadiga - item 6.10.10.2

OBS - os conectores de cisalhamento devem penetrar no mínimo 5cm na laje de concreto.

Vetor de número de aduelas

$z := 0.. \text{length}(d) - 2$

$$D_{\text{shear}} := \begin{cases} \left(\begin{array}{c} 5\text{cm} \\ \frac{hs}{4} \end{array} \right) & \text{if } hs \geq 5\text{cm} \wedge 4 < \frac{hs}{\phi} \\ \left(\begin{array}{c} \text{"Dimensões Stud OK"} \\ \text{"Rever dimensões"} \end{array} \right) & \text{otherwise} \end{cases}$$

Número de ciclos - Fadiga (item 6.6.1.2.5)

$$N_s := \begin{cases} \text{for } i \in z \\ \left| \begin{array}{l} \text{if } I \geq 12\text{m} \\ \left| \begin{array}{l} a_i \leftarrow 365 \cdot 75 \cdot 1 \cdot \text{ADTT} \quad \text{if } 1 < i < (\text{length}(d) - 3) \\ a_i \leftarrow 365 \cdot 75 \cdot 1.5 \cdot \text{ADTT} \quad \text{otherwise} \end{array} \right. \\ a_i \leftarrow 365 \cdot 75 \cdot 1 \cdot \text{ADTT} \quad \text{otherwise} \end{array} \right. \end{cases} \quad \text{OBS - próximo aos apoios, para vãos maiores que 12m, o fator de multiplicação é 1,5 (item 6.6.1.2.5). Isto significa diminuir a capacidade à fadiga dos conectores próximos aos apoios.}$$

Fator - item 6.10.10.2-3 - Sistema Internacional

$$\alpha := 238 - 29.5 \cdot \log(N_s)$$

OBS - ADTT é o número médio de caminhões por dia em uma direção durante a vida da obra. Para as cargas provenientes das normas brasileiras, considera-se ADTT ~ 2000, o que corresponde a uma resistência à fadiga de aproximadamente 0,936tf por conector. Essa resistência é menor que o valor de *Cut-Off* de 1,032tf proposto pelo *Eurocode 3: Design of steel structure - Part 1-9: Fatigue*.

Resistência de corte a fadiga de 1 conector (item 6.10.10.2)

$$Z_{R_z} := \max \left(\alpha_z \cdot \phi^2 \cdot \text{MPa}, (19\phi^2) \cdot \text{MPa} \right)$$

Momento Estático Seção Curta Duração

$$Q_{\text{est}} := \begin{cases} \text{for } i \in 0.. \text{length}(d) - 2 \\ \left| \begin{array}{l} Q_i \leftarrow \frac{bc \cdot tc}{n_{\text{curta}}} \cdot (d)_{i+1} - \text{LNC}_{i+1} + \frac{tc}{2} \quad \text{if } i < (\text{length}(d) - 4) \\ Q_i \leftarrow \frac{bc \cdot tc}{n_{\text{curta}}} \cdot (d)_{i-1} - \text{LNC}_{i-1} + \frac{tc}{2} \quad \text{if } i = (\text{length}(d) - 4) \\ Q_i \leftarrow \frac{bc \cdot tc}{n_{\text{curta}}} \cdot (d)_{i+1} - \text{LNC}_{i+1} + \frac{tc}{2} \quad \text{otherwise} \end{array} \right. \end{cases} \quad Q$$

Momento estático da laje de concreto em relação ao CG de curta duração.

Momento de Inércia das n-1 Seções para Verificação dos Stud Bolts

$$IC_{stud_z} := \begin{cases} T_z \leftarrow IC_{z+1} & \text{if } z < (\text{length}(d) - 4) \\ T_z \leftarrow IC_{z-1} & \text{if } z = (\text{length}(d) - 4) \\ T_z \leftarrow IC_{z+1} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Fluxo de cisalhamento por flexão para combinações de fadiga

$$V_{sr_z} := \frac{Vf_z \cdot Q_{est_z}}{2 IC_{stud_z}} \quad \text{OBS - a divisão por 2 pois são 2 almas. Divide-se o fluxo para cada alma.}$$

Área do contorno médio das n-1 Seções para Torção de St Venant

$$Ac_Venant_z := \begin{cases} T_z \leftarrow Ac_{z+1} & \text{if } z < (\text{length}(d) - 4) \\ T_z \leftarrow Ac_{z-1} & \text{if } z = (\text{length}(d) - 4) \\ T_z \leftarrow Ac_{z+1} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Fluxo Cisalhamento por torção de St Venant para combinações de fadiga

$$V_{st_z} := \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{Tf_z}{2 Ac_Venant_z} \right) \quad \text{OBS - a divisão por 2 pois são 2 almas. Divide-se o fluxo para cada alma.}$$

Fluxo Cisalhamento Resultante

$$Resultante_z := \sqrt{(V_{sr_z})^2 + (V_{st_z})^2} \quad \text{Soma vetorial dos fluxos de cisalhamento de flexão e de St. Venant}$$

Espaçamento requerido para os Conectores (Stud Bolts)

$$p := \begin{cases} \text{for } i \in z \\ \left| \begin{array}{l} a_i \leftarrow \frac{N \cdot Zr_i}{Resultante_i} \text{ if } 6 \cdot \phi < \frac{N \cdot Zr_i}{Resultante_i} \leq 60\text{cm} \\ a_i \leftarrow 6 \cdot \phi \text{ if } \frac{N \cdot Zr_i}{Resultante_i} \leq 6 \cdot \phi \\ a_i \leftarrow 60\text{cm} \text{ otherwise} \end{array} \right. \\ a \end{cases}$$

$$p_{min} := 6 \cdot \phi \quad \text{Espaçamento mínimo entre conectores}$$

Função que calcula o nº de Studs para cada Aduela

```

Studs :=
  Vlength(d)-2 ← 0
  Total ← 0
  for i ∈ z
    Total ← Total + ⌈ truncc [ ⌈ ( I ) ⌉ ] ⌋ + 1 ⌋ · N
    Vi ← truncc [ ⌈ ( I ) ⌉ ] ⌋ + 1 ⌋ · N
  (Total)
  ( V )

```

Estado Limite Último - item 6.10.10.4 - AASHTO-LRFD:2012

OBS - O Estado Limite Último para os conectores de cisalhamento funciona como um balizador, pois geralmente o Estado Limite de Fadiga define um número maior de conectores.

Módulo de elasticidade do concreto (NBR 6118:2003)

$$E_c := 0.85 \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck} \cdot \text{MPa}}$$

OBS - Emprega-se o módulo de elasticidade preconizado pela Norma brasileira (mais conservadora). A diferença entre as duas é de 0,4%.

Resistência nominal de um Stud ao cortante em ELU (item 6.10.10.4.3)

$$Q_n := \min \left[0.5 \cdot \left(\frac{\pi \cdot \phi^2}{4} \right) \cdot \sqrt{f_{ck} \cdot E_c}, \left(\frac{\pi \cdot \phi^2}{4} \right) \cdot F_u \right]$$

$$Q_r := 0.85 Q_n$$

Força Cortante Horizontal Nominal (item 6.10.10.4.2)

$$P := \min(0.85 \cdot f_{ck} \cdot b_c \cdot t_c, \text{Area} \cdot F_y) \quad \text{menor valor entre resistências plásticas do concreto e do aço}$$

Número de Studs em ELU

$$\text{num} := \frac{P}{Q_r}$$

Propriedades geométricas do caixão de aço para cada seção

Área		Momento estático em x		Momento estático em y	
	0		0		0
0	0.122	0	0.052	0	0
1	0.122	1	0.052	1	0
2	0.122	2	0.052	2	0
3	0.129	3	0.048	3	0
4	0.129	4	0.048	4	0
5	0.129	5	0.048	5	0
6	0.129	6	0.048	6	0
7	0.129	7	0.048	7	0
8	0.122	8	0.052	8	0
9	0.122	9	0.052	9	0
10	0.122	10	0.052	10	0

Area = m^2 $S_x = m^3$ $S_y = m^3$

Momento de inércia em x		Momento de inércia em y		Produto de inércia xy	
	0		0		0
0	0.05004	0	0.13406	0	0
1	0.05004	1	0.13406	1	0
2	0.05004	2	0.13406	2	0
3	0.04644	3	0.12688	3	0
4	0.04644	4	0.12688	4	0
5	0.04644	5	0.12688	5	0
6	0.04644	6	0.12688	6	0
7	0.04644	7	0.12688	7	0
8	0.05004	8	0.13406	8	0
9	0.05004	9	0.13406	9	0
10	0.05004	10	0.13406	10	0

$I_x = m^4$ $I_y = m^4$ $I_{xy} = m^4$

Posição do CG em x		Posição do CG em y	
	0		0
0	0	0	42.724
1	0	1	42.724
2	0	2	42.724
3	0	3	37.386
4	0	4	37.386
5	0	5	37.386
6	0	6	37.386
7	0	7	37.386
8	0	8	42.724
9	0	9	42.724
10	0	10	42.724

$x_{cg} = cm$ $y_{cg} = cm$

Propriedades geométricas da seção mista para cada seçãoLinha Neutra de curta duraçãoLinha Neutra de longa duração

	0
0	102.072
1	102.072
2	102.072
3	99.172
4	99.172
5	99.172
6	99.172
7	99.172
8	102.072
9	102.072
10	102.072

LNC = cm

	0
0	77.941
1	77.941
2	77.941
3	73.569
4	73.569
5	73.569
6	73.569
7	73.569
8	77.941
9	77.941
10	77.941

LNL = cm

Momento de inércia de curta duraçãoMomento de inércia de longa duração

	0
0	0.09458
1	0.09458
2	0.09458
3	0.10573
4	0.10573
5	0.10573
6	0.10573
7	0.10573
8	0.09458
9	0.09458
10	0.09458

IC = m⁴

	0
0	0.06705
1	0.06705
2	0.06705
3	0.07338
4	0.07338
5	0.07338
6	0.07338
7	0.07338
8	0.06705
9	0.06705
10	0.06705

IL = m⁴

Posição CG e momento de inércia seção mista na região de flexão negativa

	0
0	42.724
1	42.724
2	42.724
3	37.386
4	37.386
5	37.386
6	37.386
7	37.386
8	42.724
9	45.267
10	47.683

Y_m = cm

	0
0	0.02771
1	0.02771
2	0.02771
3	0.02848
4	0.02848
5	0.02848
6	0.02848
7	0.02848
8	0.02771
9	0.0308
10	0.03374

I_{xm} = m⁴

ANEXO B

Verificação de Tensões para ELS em Estruturas Mistas Protendidas

Descritivo:

O anexo apresenta a entrada de dados com os esforços das combinações frequentes de ações para o tempo infinito e esforços das cargas permanentes para o tempo inicial.

O cálculo é realizado somente para um vão do viaduto (25m), sendo simétrico para o outro.

O vão do viaduto é dividido em 11 seções (contando os extremos), representados por vetores com esse tamanho, sendo que o cálculo é efetuado para cada seção.

Os vetores de esforços apresentados são montados a partir dos resultados de análise do modelo em STRAP 2013.

Comparam-se as tensões das cargas para tempos inicial e infinito com as tensões limites de compressão da laje tensões de compressão e tração da seção caixão de aço.

1) Controle de Tensões - Protensão tempo infinito (Protensão Limitada)

Momentos Fletores - Cargas permanentes q1+q2

$$qg1_g2 := (0 \ 139 \ 233 \ 286 \ 303 \ 283 \ 225 \ 131 \ -1 \ -173 \ -390)^T \cdot \text{tf} \cdot \text{m}$$

Momentos Fletores - Cargas permanente q3 + retração

$$qg3 := (400 \ 408 \ 444 \ 408 \ 351 \ 273 \ 174 \ 53 \ -140 \ -304 \ -490)^T \cdot \text{tf} \cdot \text{m}$$

Momentos Fletores - Cargas variáveis (Móveis) 0.5Q

$$qv := (0 \ 86 \ 145 \ 183 \ 199 \ 195 \ 171 \ 129 \ -90 \ -120 \ -185)^T \cdot \text{tf} \cdot \text{m}$$

Momentos Fletores - Protensão

$$qprot := (0 \ -140 \ -279 \ -418 \ -557 \ -697 \ -399 \ -103 \ 193 \ 490 \ 786)^T \cdot \text{tf} \cdot \text{m}$$

Esforço Axial - Protensão

$$\text{protende} := (1275 \ 1275 \ 1275 \ 1275 \ 1275 \ 1275 \ 1275 \ 1275 \ 1275 \ 1275 \ 1275)^T \cdot \text{tf}$$

OBS:

$$1\text{tf} = 10 \cdot \text{kN}$$

Protensão Aplicada:

$$P_{\text{total}} := 1275\text{tf}$$

Tensões de controle - Protensão tempo infinito

Mesa Superior Perfil

$$\sigma_{s_infj} := \frac{qg1_g2j}{W_{sj}} - \frac{qg3j}{W_{SLj}} - \frac{qvj}{W_{SCj}} - \frac{0.85 \text{ protende}_j}{\text{Alonga}_j} - \frac{0.85 \text{ qprot}_j}{W_{SLj}}$$

Mesa Inferior Perfil

$$\sigma_{i_infj} := \frac{qg1_g2j}{W_{ij}} + \frac{qg3j}{W_{ILj}} + \frac{qvj}{W_{ICj}} - \frac{0.85 \text{ protende}_j}{\text{Alonga}_j} + \frac{0.85 \text{ qprot}_j}{W_{ILj}}$$

Laje

$$\sigma_{laje_infj} := \frac{qg3j}{W_{CLj}} - \frac{qvj}{W_{CCj}} - \frac{0.85 \text{ qprot}_j}{W_{CLj}} - \frac{0.85 \text{ protende}_j}{\text{Alonga}_j \cdot \text{nlonga}}$$

Tensões Admissíveis

Aço

$$F_y = 345 \cdot \text{MPa}$$

$$F_{nc_inf} = 290.889 \cdot \text{MPa}$$

Laje

$$f_{ctm} := 0.3 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}} \cdot \text{MPa}^{\frac{1}{3}}$$

$$f_{ctkinf} := 0.7 f_{ctm}$$

$$\sigma_{ctinf} := 1.5 \cdot f_{ctkinf} = 3.68 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{ccinf} := -0.7 \cdot f_{ck} = -28 \cdot \text{MPa}$$

(+) - tração

(-) - compressão

	0		0		0
$\sigma_{s_inf} =$	-79.123		-7.531		-4.506
	-112.549		10.276		-4.54
	-134.725		21.585		-4.535
	-142.324		7.583		-3.901
	-136.489		-6.244		-3.179
	-118.143		-28.995		-2.228
	-110.607		-23.392		-2.802
	-90.773		-26.579		-3.15
	-53.554		-61.102		-2.092
	-10.573		-80.574		-2.32
	47.052		-113.417		-2.206

2) Controle de Tensões - Protensão tempo inicial (Protensão Limitada)

Tensões de controle - Protensão tempo inicial

Mesa Superior Perfil

$$\sigma_{s_t0j} := \frac{qg1_g2j}{Ws_j} - \frac{qg3j}{WSL_j} - \frac{protendej}{Alongaj} - \frac{qprotj}{WSL_j}$$

Mesa Inferior Perfil

$$\sigma_{i_t0j} := \frac{qg1_g2j}{Wi_j} + \frac{qg3j}{WIL_j} - \frac{protendej}{Alongaj} + \frac{qprotj}{WIL_j}$$

Laje

$$\sigma_{laje_t0j} := -\frac{qg3j}{WCL_j} - \frac{qprotj}{WCL_j} - \frac{protendej}{Alongaj \cdot nlonga}$$

Tensões Admissíveis

Aço

$$F_y = 345 \cdot \text{MPa}$$

$$F_{nc_inicial} = 290.889 \cdot \text{MPa}$$

Laje

$$f_{ckj} := 0.75 \cdot f_{ck}$$

$$f_{ctmj} := 0.3 \cdot f_{ckj}^{\frac{2}{3}} \cdot \text{MPa}^{\frac{1}{3}}$$

$$f_{ctkinfj} := 0.7 f_{ctmj}$$

$$\sigma_{ct_inicial} := 1.5 \cdot f_{ctkinfj} = 3.04 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{cc_inicial} := -0.7 \cdot f_{ckj} = -21 \cdot \text{MPa}$$

	0		0		0						
$\sigma_{s_t0} =$	0	-88.658	$\cdot \text{MPa}$	$\sigma_{i_t0} =$	0	-17.066	$\cdot \text{MPa}$	$\sigma_{laje_t0} =$	0	-4.96	$\cdot \text{MPa}$
	1	-119.136			1	-10.982			1	-4.322	
	2	-138.886			2	-8.464			2	-3.825	
	3	-144.001			3	-25.118			3	-2.889	
	4	-136.532			4	-42.536			4	-1.968	
	5	-116.936			5	-67.018			5	-0.943	
	6	-112.701			6	-54.681			6	-1.879	
	7	-96.503			7	-49.477			7	-2.701	
	8	-66.611			8	-57.558			8	-3.283	
	9	-26.994			9	-68.614			9	-3.926	
	10	26.615			10	-89.28			10	-4.458	

Onde

$$A_{curtaj} := \text{Area}_j + \frac{bc \cdot tc}{n_{curta}}$$

$$A_{longaj} := \text{Area}_j + \frac{bc \cdot tc}{n_{longa}}$$

Áreas da seção mista de curta e longa duração a partir da homogeneização da laje com as relações entre módulos de elasticidade do aço e concreto (n_{curta} e n_{longa}).

ANEXO C

Perdas de Protensão para Estruturas Mistas Protendidas

Descritivo:

O anexo apresenta a entrada de dados com os parâmetros de geometria, cálculo de perdas por atrito, perdas por recuo de ancoragem, perdas por deformação imediata da seção e perdas progressivas.

O cálculo é realizado somente para um vão do viaduto (25m), sendo simétrico para o outro.

O vão do viaduto é dividido em 11 seções (contando os extremos), representados por vetores com esse tamanho, sendo que o cálculo é efetuado para cada seção.

O cálculo das perdas por recuo de ancoragem é feito de modo iterativo a partir das perdas de atrito e do recuo de ancoragem fixado pelo fabricante. Usa-se o método da bissecção para encontrar o ponto de recuo nulo, ou seja, o ponto no cabo onde os efeitos do recuo de ancoragem cessam.

O cálculo das perdas por retração é auxiliado pelo método dos trabalhos virtuais, a partir da força de retração aplicada pela laje sobre a seção mista.

A) Dados geom. B) Dados do perfilVão

$$I := 25\text{m}$$

Balanço

$$b := 2.2\text{m}$$

Altura Laje

$$t_c := 26\text{cm}$$

Resist. Concreto

$$f_{ck} := 40\text{MPa}$$

Dist. entremesas Sup.

$$L_w := 3\text{m}$$

Largura da Laje

$$\text{Slab} := 720\text{cm}$$

C) Prop. AçoTensão Escoam.

$$F_y := 345\text{MPa}$$

Módulo Young

$$E := 200\text{GPa}$$

Altura total do perfil

$$d := (120 \ 120 \ 120 \ 120 \ 120 \ 120 \ 120 \ 120 \ 120 \ 120 \ 120)^T \text{cm}$$

Espessura da alma

$$t_w := \left(\frac{3}{4} \ \frac{3}{4} \ \frac{3}{4} \ \frac{5}{8} \ \frac{5}{8} \ \frac{5}{8} \ \frac{5}{8} \ \frac{5}{8} \ \frac{3}{4} \ \frac{3}{4} \ \frac{3}{4} \right)^T \text{in}$$

Largura da Mesa Superior

$$b_s := (40 \ 40 \ 40 \ 40 \ 40 \ 40 \ 40 \ 40 \ 40 \ 40 \ 40)^T \text{cm}$$

Espessura da mesa Superior

$$t_s := (1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1)^T \text{in}$$

Largura da mesa inferior

$$b_i := (220 \ 220 \ 220 \ 220 \ 220 \ 220 \ 220 \ 220 \ 220 \ 220 \ 220)^T \text{cm}$$

Espessura da mesa inferior

$$t_i := (1 \ 1 \ 1 \ 1.25 \ 1.25 \ 1.25 \ 1.25 \ 1.25 \ 1 \ 1 \ 1)^T \text{in}$$

Inclinação da alma em relação à horizontal

$$\theta := 0.4061\pi$$

Cabo_Parábólico := Check Box

Coordenadas cabos

$$x := (0 \ 250 \ 500 \ 750 \ 1000 \ 1250 \ 1500 \ 1750 \ 2000 \ 2250 \ 2500)^T \cdot \text{cm}$$

$$y := (0 \ -13.55 \ -27.15 \ -40.75 \ -54.35 \ -68 \ -47.5 \ -27.05 \ -6.6 \ 13.85 \ 34.3)^T \cdot \text{cm}$$

Coef. de Atrito (1/rad)

$$\mu :=$$

Cabo-Concreto
Barras/Fios c/ Mossas-Bainha
Fios lisos/cord.-Bainha
Fios lisos/cord.-Bainha Lubrif.
Cordoalha engraxada

Agregado Concreto

$$\text{Agregado} :=$$

Basalto/Diabásio
Granito/Gnaiss
Calcário
Arenito

Força Cabo (t0)

$$P_0 := 319\text{tf}$$

Nº de Etapas de Protensão

$$n := 2$$

Módulo Elasticidade Protensão

$$E_p := 200\text{GPa}$$

Tu aço protensão**Atrito Parasita**

$$\lambda := 0.007 \frac{\text{rad}}{\text{m}}$$

Nº de cabos

$$M := 4$$

Área cabo

$$A_p := 2100\text{mm}^2$$

$$f_{ptk} := 190 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Recuo Ancoragem

$$\beta := 5\text{mm}$$

Parâmetros para Perda de Longa Duração**Retração**

$$\epsilon_{ls} := 0.0005 \text{ coef. tabelado - item A.2.3.2 NBR 6118}$$

Umidade relativa do Ar

$$U_r := 70\%$$

Solicitações de Flexão (peso próprio g1+g2+g3)

$$M_g := (480 \ 682 \ 796 \ 888 \ 843 \ 719 \ 517 \ 238 \ -175 \ -619 \ -1146)^T \text{tf}\cdot\text{m}$$

CÁLCULOS

$$j := 1.. \text{length}(x)$$
Perímetro

$$N := (tc + Slab) \cdot 2$$
Área da Laje de Concreto

$$\text{Area_Conc} := tc \cdot \text{Slab}$$

$$\Pi := \begin{cases} 2 & \text{if Cabo_Parabólico} = 1 \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$
Nós para determinação das propriedades geométricas

$$\text{Noeuds}(k) := \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{b_{i_k}}{2} & 0 \\ \frac{b_{i_k}}{2} + \frac{d_k}{\tan(\theta)} & d_k \\ \frac{b_{i_k}}{2} + \frac{d_k}{\tan(\theta)} - bs_k & d_k \\ \frac{b_{i_k}}{2} + \frac{d_k}{\tan(\theta)} - bs_k & d_k - ts_k \\ \frac{b_{i_k}}{2} + \frac{t_{i_k}}{\tan(\theta)} - \frac{tw_k}{\sin(\theta)} + \left(\frac{d_k - ts_k - t_{i_k}}{\tan(\theta)} \right) & d_k - ts_k \\ \frac{b_{i_k}}{2} + \frac{t_{i_k}}{\tan(\theta)} - \frac{tw_k}{\sin(\theta)} & t_{i_k} \\ - \left(\frac{b_{i_k}}{2} + \frac{t_{i_k}}{\tan(\theta)} - \frac{tw_k}{\sin(\theta)} \right) & t_{i_k} \\ - \left[\frac{b_{i_k}}{2} + \frac{t_{i_k}}{\tan(\theta)} - \frac{tw_k}{\sin(\theta)} + \left(\frac{d_k - ts_k - t_{i_k}}{\tan(\theta)} \right) \right] & d_k - ts_k \\ - \left(\frac{b_{i_k}}{2} + \frac{d_k}{\tan(\theta)} - bs_k \right) & d_k - ts_k \\ - \left(\frac{b_{i_k}}{2} + \frac{d_k}{\tan(\theta)} - bs_k \right) & d_k \\ - \left(\frac{b_{i_k}}{2} + \frac{d_k}{\tan(\theta)} \right) & d_k \\ - \frac{b_{i_k}}{2} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Cálculo da área da seção transversal

$$\text{Area}(k) := \begin{cases} a \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 1.. \text{rows}(\text{Noeuds}(k)) - 1 \\ \quad a \leftarrow a + 0.5 \cdot (\text{Noeuds}(k)_{i,1} + \text{Noeuds}(k)_{i+1,1}) \cdot (\text{Noeuds}(k)_{i+1,2} - \text{Noeuds}(k)_{i,2}) \\ a \end{cases}$$

Propriedades da Seção Mista

$$bc := 2 \min\left(\frac{I}{8}, 6 \cdot tc + \frac{bs}{4}, b\right) + Lw \quad \text{largura da laje efetiva para 1 caixão}$$

Relação entre Módulos de Elasticidade

$$n_{curta} := \begin{cases} 10 & \text{if } 16\text{MPa} \leq f_{ck} < 20\text{MPa} \\ 9 & \text{if } 20\text{MPa} \leq f_{ck} < 25\text{MPa} \\ 8 & \text{if } 25\text{MPa} \leq f_{ck} < 32\text{MPa} \\ 7 & \text{if } 32\text{MPa} \leq f_{ck} < 41\text{MPa} \\ 6 & \text{otherwise} \end{cases} \quad n_{longa} := 3 \cdot n_{curta}$$

Área da Seção Mista - perdas imediatas

$$\text{Aire}(j) := \text{Area}(j) + \frac{\text{Slab}}{n_{longa}} \cdot tc$$

PERDAS DE CURTA DURAÇÃO**1) Perdas por Atrito**Ângulos

$$\text{angulo} := \begin{cases} \text{for } i \in 1.. \text{length}(x) \\ \quad \left| \begin{array}{l} a_i \leftarrow 0 \quad \text{if } i = 1 \\ a_i \leftarrow \text{atan}\left(\frac{\prod (y_i - y_{i-1})}{x_{i-1} - x_i}\right) \quad \text{otherwise} \end{array} \right. \\ \text{for } i \in 1.. \text{length}(x) \\ \quad \left| \begin{array}{l} b_i \leftarrow 0 \quad \text{if } i = 1 \\ \text{if } i < \text{length}(x) \wedge i \neq 1 \\ \quad \left| \begin{array}{l} b_i \leftarrow 0 \quad \text{if } a_i - a_{i+1} \leq 10^{-2} \\ b_i \leftarrow a_i + a_{i-1} \quad \text{otherwise} \end{array} \right. \\ b_i \leftarrow 2 \cdot a_i \quad \text{otherwise} \end{array} \right. \\ b \end{cases}$$

Perdas de atrito em cada seção

$$\Delta P_j := \begin{cases} \left[-\mu \cdot \sum_{k=1}^j \text{angulo}_k + \lambda \cdot x_j \right] \\ P_0 \cdot [1 - e^{\quad}] \quad \text{if } j \neq 1 \\ 0 \quad \text{otherwise} \end{cases}$$

Protensão-Atrito para cada seção

$$P_{f_j} := P_0 - \Delta P_j$$

$$P_{fg} := \begin{cases} \text{for } i \in 1.. \text{length}(x) \\ \quad \left| \begin{array}{l} a_i \leftarrow P_{f_i} \\ a \end{array} \right. \end{cases}$$

Esforço Médio (Alongamento)

$$P_{med} := \frac{\sum_{k=1}^{\text{length}(x)} P_{f_k}}{\text{length}(x)}$$

Alongamento do cabo

$$\Delta L := \frac{P_{med} \cdot (\max(x) - \min(x))}{E_p \cdot A_p} \quad \Delta := \frac{\Delta L}{(\max(x) - \min(x))}$$

Porcentagem de perdas

$$\text{Taxa}_j := \frac{\Delta P_j \cdot 100\%}{P_0}$$

2) Perdas por Recuo de Ancoragem

$$\Delta P_{cab}(t) := \begin{cases} a \leftarrow 0 & \text{if } t \leq 0 \vee t > \max(x) \\ \text{otherwise} & \\ \quad \text{for } i \in 1.. \text{length}(x) & \\ \quad \quad \text{index} \leftarrow i - 1 & \text{if } t < x_i \\ \quad \quad \text{index} \leftarrow i & \text{otherwise} \\ \quad \quad \text{break} & \text{if } t \leq x_i \\ \quad \quad \left[-\mu \cdot \left(\sum_{k=1}^{\text{index}} |\text{angulo}_k| + \lambda \cdot t \right) \right] & \\ a \leftarrow P_0 \cdot \left[1 - e \right] & \end{cases}$$

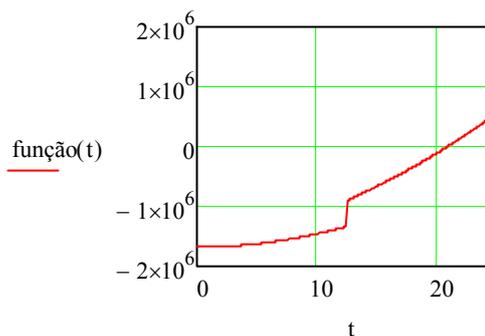
Equação para Ponto de Recuo Zero

$$\text{função}(t) := t \cdot \Delta P_{cab}(t) - A_p \cdot E_p \cdot \beta$$

OBS - o zero desta função localiza o ponto dentro da viga em que o recuo por encunhamento cessa.

Método da Bissecção para a Solução Iterativa

$$\text{Bissecção}(m, n) := \begin{cases} \alpha \leftarrow m \\ \gamma \leftarrow n \\ \text{iter} \leftarrow 0 \\ \text{if } \text{função}(\alpha) \cdot \text{função}(\gamma) < 0 & \\ \quad \beta \leftarrow \frac{\alpha + \gamma}{2} & \\ \quad \text{while } \text{iter} \leq 30 & \\ \quad \quad \text{if } \text{função}(\alpha) \cdot \text{função}(\beta) < 0 & \\ \quad \quad \quad \text{teste} \leftarrow \beta & \\ \quad \quad \quad \beta \leftarrow \frac{\alpha + \beta}{2} & \\ \quad \quad \quad \alpha \leftarrow \alpha & \\ \quad \quad \quad \text{iter} \leftarrow \text{iter} + 1 & \\ \quad \quad \text{otherwise} & \\ \quad \quad \quad \alpha \leftarrow \beta & \\ \quad \quad \quad \beta \leftarrow \begin{cases} \gamma & \text{if } \text{iter} = 0 \\ \text{teste} & \text{otherwise} \end{cases} & \\ \quad \quad \alpha & \\ \quad \text{"Intervalo não contém solução"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

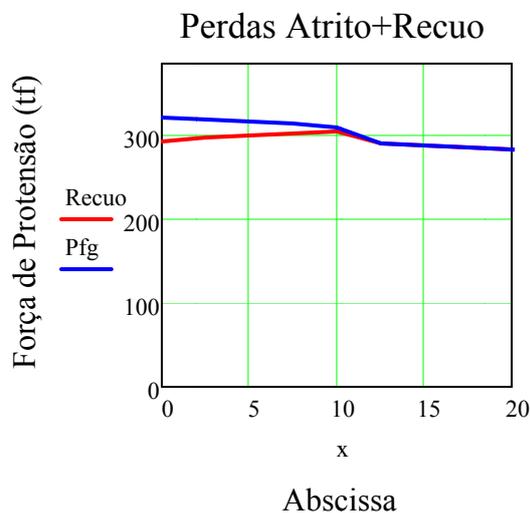


raiz := Bisseção (0.0lcm, max(x))

Perdas - Recuo

```

Recuo :=
  for i ∈ 1..length(x) if raiz = "Intervalo não contém solução"
    ai ← "Indeterm."
  otherwise
    alength(x) ← 0
    for i ∈ 1..length(x)
      index ← i - 1 if raiz < xi
      index ← i otherwise
      break if raiz ≤ xi
    for j ∈ 1..index
      aj ← 2·ΔPcab (raiz) - 2ΔPj
  a
  
```



3) Perdas por deformação imediata da viga

Encurtamento médio para cabo cabo

$$\Delta L_{pm} := \frac{n \cdot (n - 1)}{2M} \cdot \left[\sum_{i=1}^{\text{length}(x)-1} \left[\frac{1}{E} \cdot (x_{i+1} - x_i) \cdot \left(\frac{2 \cdot P_0}{Aire(i+1)} + \frac{2 \cdot P_0 \cdot |y_{i+1}|}{IL_{i+1}} \cdot |y_{i+1}| - \frac{|Mg_{i+1}| \cdot |y_{i+1}|}{IL_{i+1}} \right) \right] \right]$$

Perda média para cada cabo

$$\Delta \tau := \frac{\Delta L_{pm}}{(\max(x) - \min(x))} \cdot E_p \cdot A_p$$

Perdas descontados atrito, recuo e def. imediata

$$\Lambda_j := \begin{cases} P_0 - \Delta P_j - \Delta \tau & \text{if raiz = "Intervalo não contém solução"} \\ (P_0 - \Delta P_j - \text{Recuo}_j - \Delta \tau) & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Taxa_Final}_j := \begin{cases} \frac{100\% \cdot (\Delta P_j + \Delta \tau)}{P_0} & \text{if raiz = "Intervalo não contém solução"} \\ \frac{100\% \cdot (\Delta P_j + \text{Recuo}_j + \Delta \tau)}{P_0} & \text{otherwise} \end{cases}$$

4) Método dos Trabalhos Virtuais (Perdas de retração)

Inércia Média das Seções (Longa Duração) Área de Longa Duração Média das Seções

$$\text{Inertia} := \frac{\sum_{i=0}^{10} I_{L_i}}{11}$$

$$\text{Alongas} := \frac{\sum_{i=0}^{10} \text{Alonga}_i}{11}$$

δ_{10} - deslocamento no cabo provocado pela carga externa de retração

δ_{11} - deslocamento no cabo provocado por força unitária aplicada no cabo

$$M1(x) := -0.043f \cdot x \quad M11(x) := 0.092f \cdot x - 1.69f \cdot m$$

$M1(x)$ - momento fletor para força unitária no cabo entre $0 < x < 12,5\text{m}$

$M11(x)$ - momento fletor para força unitária no cabo entre $12,5 < x < 25\text{m}$

$$M2(x) = 400tf \cdot m - 25.3tf \cdot x \quad M22(x) = 450tf \cdot m - 25.3tf \cdot x$$

$M2(x)$ - momento fletor para carga de retração para $0 < x < 5\text{m}$ e para $20\text{m} < x < 25\text{m}$

$M22(x)$ - momento fletor para carga de retração para $5\text{m} < x < 20\text{m}$

Perda de Protensão por Retração (Método dos Trabalhos Virtuais)

$$\delta_{10} := 2 \left[\int_0^{5\text{m}} \frac{M1(x) \cdot M2(x)}{E \cdot \text{Inertia}} dx + \int_{5\text{m}}^{12.5\text{m}} \frac{M1(x) \cdot M22(x)}{E \cdot \text{Inertia}} dx + \int_{12.5\text{m}}^{20\text{m}} \frac{M11(x) \cdot M22(x)}{E \cdot \text{Inertia}} dx + \int_{20\text{m}}^{25\text{m}} \frac{M11(x) \cdot M2(x)}{E \cdot \text{Inertia}} dx \right] + 2 \cdot \left[\int_0^{25\text{m}} \frac{(1000f \cdot 1tf)}{E \cdot \text{Alongas}} dx \right]$$

$$\delta_{11} := 2 \left[\int_0^{12.5\text{m}} \frac{M1(x) \cdot M1(x)}{E \cdot \text{Inertia}} dx + \int_{12.5\text{m}}^{25\text{m}} \frac{M11(x) \cdot M11(x)}{E \cdot \text{Inertia}} dx \right] + 2 \cdot \left[\int_0^{25\text{m}} \frac{(1tf \cdot 1tf)}{E_p \cdot A_p} dx \right] + 2 \cdot \left[\int_0^{25\text{m}} \frac{(1tf \cdot 1tf)}{E \cdot \text{Alongas}} dx \right]$$

$$\Delta_{\text{ret}} := \frac{-\delta_{10}}{\delta_{11}}$$

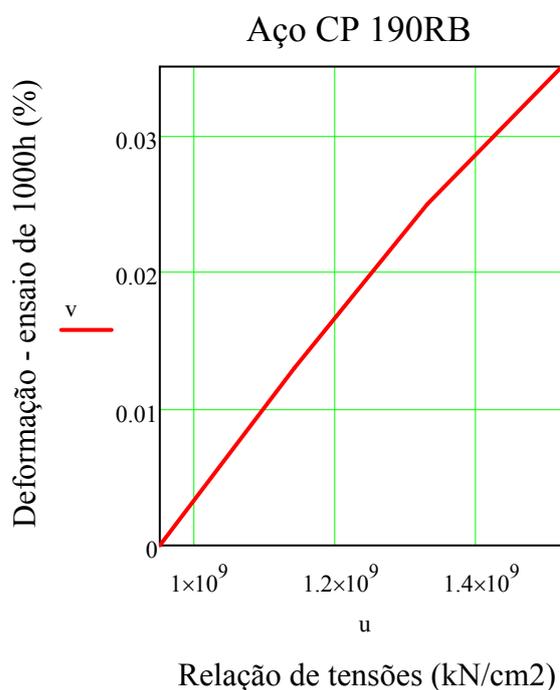
$$\Delta_{\text{ret}} = -33.441 \quad tf$$

OBS - Considera-se que o ponto de inflexão sobre apoio central tem deslocamento nulo.

5) Perdas por Relaxação do Aço

Tabela 8.3 NBR 6118:2003 - Interpolação Relaxação Aço de Protensão

$$u := \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.6 \\ 0.7 \\ 0.8 \end{pmatrix} \cdot f_{ptk} \quad v := \begin{pmatrix} 0 \\ 1.3 \\ 2.5 \\ 3.5 \end{pmatrix} \% \quad \sigma_{p0} := \frac{\Delta}{A_p}$$



$$\Psi_{1000h} := \text{linterp}(u, v, \sigma_{p0})$$

$$\Psi_{inf} := 2.5 \cdot \Psi_{1000h}$$

$$\chi_{inf} := -\ln(1 - \Psi_{inf})$$

$$\chi_p := 1 + \chi_{inf}$$

Perda Relaxação do Aço + Perda por Retração

$$\Delta P_{long_j} := \begin{cases} \Psi_{inf_j} \cdot \sigma_{p0_j} \cdot A_p + \Delta ret_j & \text{if } \frac{\sigma_{p0_j}}{f_{ptk}} \geq 0.5 \\ \Delta ret_j & \text{otherwise} \end{cases}$$

Perda Final - Imediatas+Progressivas

$$Fim_Taxa_j := \begin{cases} \text{"Rever Recuo"} & \text{if raiz = "Intervalo não contém solução"} \\ \frac{100\% \cdot (\Delta P_j + Recuo_j + \Delta \tau + |\Delta P_{long_j}|)}{P_0} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Perda Média Final

$$\Delta media_final := \frac{\sum_{i=1}^{\text{length}(Fim_Taxa)} Fim_Taxa_i}{\text{length}(Fim_Taxa)}$$

Taxa de Perdas (Atrito)

	1
1	0
2	0.17
3	0.35
4	0.52
5	0.7
6	1.94
7	2.12
8	2.29
9	2.46
10	2.63
11	4.37

Taxa = .%

Taxa Perdas (Recuo)

	1
1	5.47
2	5.12
3	4.77
4	4.42
5	4.08
6	1.58
7	1.24
8	0.9
9	0.55
10	0.21
11	0

Taxa_Recuo = .%

Perdas Def. Imediata

$$\Delta\tau = 0.782 \cdot t_f$$

OBS - a protensão foi aplicada em 2 etapas (2 cabos de cada vez). Portanto os 2 primeiros cabos sofrem a perda de 0.782t_f. Finalmente, $\Delta\tau$ é dividida igualmente entre os 4 cabos.

Perdas Progressivas

	1
1	9.78
2	9.83
3	9.87
4	9.92
5	9.97
6	10.3
7	10.35
8	10.4
9	10.44
10	10.49
11	10.07

$\frac{\Delta P_{long}}{P_0} =$.%

Perdas Imediatas + Progressivas

	1
1	15.5
2	15.37
3	15.24
4	15.11
5	14.99
6	14.07
7	13.95
8	13.83
9	13.7
10	13.58
11	14.69

Fim_Taxa = .%

Perdas Médias Finais

$$\Delta media_final = 14.5\%$$

ANEXO D

Verificação de Flexão em ELU para Estruturas Mistas Protendidas

Descritivo:

O anexo apresenta a entrada de dados com os parâmetros de geometria, para os quais se usa o método de Green para calcular as propriedades geométricas da seção.

O cálculo é realizado somente para um vão do viaduto (25m), sendo simétrico para o outro.

O vão do viaduto é dividido em 11 seções (contando os extremos), representados por vetores com esse tamanho, sendo que o cálculo é efetuado para cada seção.

Os momentos de inércia e momentos estáticos apresentados são calculados em relação à linha neutra elástica da seção, provenientes das deduções de equilíbrio de forças horizontais e momentos fletores, conforme visto nesse trabalho.

O método dos trabalhos virtuais é utilizado para determinar o incremento de força nos cabos devido a um momento fletor unitário negativo sobre o apoio. O cabo de protensão está submetido à força aplicada no ato de protensão (descontadas as perdas) e a esse incremento de força, quando da atuação de um momento fletor negativo. Com esse resultado é possível montar as equações de equilíbrio horizontais e de momentos fletores, que são interdependentes, e encontrar a solução pelo método da bissecção.

A) Dados geom.

$$I := 25\text{m}$$

Balanço

$$b := 3\text{m}$$

Altura Laje

$$tc := 26\text{cm}$$

Resist. Concreto

$$fck := 40\text{MPa}$$

Dist. entre Topo Almas

$$Lw := 3\text{m}$$

C) Propriedades Aço**Tensão Escoamento**

$$Fy := 345\text{MPa}$$

Módulo Elasticidade

$$E := 200\text{GPa}$$

F) Protensão**Força de Protensão em cada seção (descontadas as perdas)**

$$\text{Proten} := 1(1090 \ 1090 \ 1090 \ 1090 \ 1090 \ 1090 \ 1090 \ 1090 \ 1090 \ 1090 \ 1090)^T \cdot \text{tf}$$

Excentricidade a partir do topo da laje

$$ep := (70 \ 83.6 \ 97.2 \ 110.8 \ 124.35 \ 138 \ 117.5 \ 97 \ 76.6 \ 56.2 \ 35.75)^T \text{cm}$$

Módulo Elasticidade Protensão

$$Ep := 200\text{GPa}$$

Área de Protensão

$$Ap := 8400\text{mm}^2$$

B) Dados do perfil**Altura do Perfil de aço**

$$d := (120 \ 120 \ 120 \ 120 \ 120 \ 120 \ 120 \ 120 \ 120 \ 120 \ 120)^T \text{cm}$$

Espessura da alma

$$tw := \left(\frac{3}{4} \ \frac{3}{4} \ \frac{3}{4} \ \frac{5}{8} \ \frac{5}{8} \ \frac{5}{8} \ \frac{5}{8} \ \frac{5}{8} \ \frac{3}{4} \ \frac{3}{4} \ \frac{3}{4} \right)^T \text{in}$$

Largura da mesa superior

$$bs := (40 \ 40 \ 40 \ 40 \ 40 \ 40 \ 40 \ 40 \ 40 \ 40 \ 40)^T \text{cm}$$

Espessura mesa superior

$$ts := (1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1)^T \text{in}$$

Largura mesa inferior

$$bi := (220 \ 220 \ 220 \ 220 \ 220 \ 220 \ 220 \ 220 \ 220 \ 220 \ 220)^T \text{cm}$$

Espessura mesa inferior

$$ti := (1 \ 1 \ 1 \ 1.25 \ 1.25 \ 1.25 \ 1.25 \ 1.25 \ 1 \ 1 \ 1)^T \text{in}$$

Ângulo entre Alma e Horizontal

$$\theta := 0.4061\pi$$

D) Armadura Negativa**Armadura Negativa - 1º Camada**

$$\text{Aneg} := (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 32.16 \ 64.32)^T \text{cm}$$

Armadura Negativa - 2º Camada

$$\text{Aneg2} := (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T \text{cm}^2$$

Cobrimento - 1º e 2º Camadas

$$\text{cob} := (4 \ 6)^T \text{cm}$$

E) Continuidade

Ponte_Contínua := Check Box

OBS - para as regiões de momento fletor positivo, não seria necessário inserir a força de protensão (Proten), já que o equilíbrio em ELU é feito com sua força de ruptura em equilíbrio plástico, não dependendo da força de protensão.

Cálculo das Forças Plásticas - Flexão Positiva

Resultante Plástica Mesa Superior

$$Pc := \begin{cases} \text{for } i \in 0.. \text{length}(d) - 1 \\ a_i \leftarrow 2Fy \cdot bs_i \cdot ts_i \\ a \end{cases}$$

Resultante Plástica Mesa Inferior

$$Pt := \begin{cases} \text{for } i \in 0.. \text{length}(d) - 1 \\ a_i \leftarrow Fy \cdot ti_i \cdot bi_i \\ a \end{cases}$$

Resultante Plástica Alma

$$Pw := \begin{cases} \text{for } i \in 0.. \text{length}(d) - 1 \\ a_i \leftarrow 2Fy \cdot \frac{h_i}{\sin(\theta)} \cdot tw_i \\ a \end{cases}$$

Resultante plástica da laje

$$Ps := 0.85 \cdot fck \cdot bc \cdot tc$$

Parcela de Compressão do Aço

$$Cad := 0.5 \cdot (Pc + Pw + Pt + Prot - Ps)$$

Posição da Linha Neutra Plástica (a partir do topo da seção dos elementos)

$$LNP := \begin{cases} \text{for } i \in 0.. \text{length}(d) - 1 \\ \text{if } (Pt_i + Pw_i + Pc_i + Prot_i) \geq Ps \\ \left| \begin{cases} a_i \leftarrow \frac{h_i}{2} \cdot \left(\frac{Pt_i - Pc_i - Ps + Prot_i}{Pw_i} + 1 \right) & \text{if } Cad_i \geq Pc_i \\ a_i \leftarrow \frac{ts_i}{2} \cdot \left(\frac{Pw_i + Pt_i - Ps + Prot_i}{Pc_i} + 1 \right) & \text{otherwise} \end{cases} \\ a_i \leftarrow tc \cdot \left(\frac{Pc_i + Pw_i + Pt_i + Prot_i}{Ps} \right) & \text{otherwise} \\ a \end{cases}$$

$$LNP_Pos := \begin{cases} \text{for } i \in 0.. \text{length}(d) - 1 \\ \text{if } (Pt_i + Pw_i + Pc_i + Prot_i) \geq Ps \\ \left| \begin{cases} a_i \leftarrow \text{"LNP na alma"} & \text{if } Cad_i \geq Pc_i \\ a_i \leftarrow \text{"LNP na mesa superior"} & \text{otherwise} \end{cases} \\ a_i \leftarrow \text{"LNP na laje de concreto"} & \text{otherwise} \\ a \end{cases}$$

Braços de alavanca - soma dos momentos em torno da LN

braço laje

$$ds := \begin{cases} \text{for } i \in 0.. \text{length}(d) - 1 \\ \left| \begin{cases} a_i \leftarrow \left(\frac{tc}{2} + ts_i + LNP_i \right) & \text{if } LNP_Pos_i = \text{"LNP na alma"} \\ a_i \leftarrow \left(\frac{tc}{2} + LNP_i \right) & \text{if } LNP_Pos_i = \text{"LNP na mesa superior"} \\ a_i \leftarrow LNP_i & \text{otherwise} \end{cases} \\ a \end{cases}$$

braço alma

$$dw := \begin{cases} \text{for } i \in 0.. \text{length}(d) - 1 \\ \left| \begin{cases} a_i \leftarrow \left(\frac{h_i}{2} + ts_i - LNP_i \right) & \text{if } LNP_Pos_i = \text{"LNP na mesa superior"} \\ a_i \leftarrow \left(\frac{h_i}{2} + ts_i + tc - LNP_i \right) & \text{if } LNP_Pos_i = \text{"LNP na laje de concreto"} \\ a_i \leftarrow LNP_i & \text{otherwise} \end{cases} \\ a \end{cases}$$

braço mesa superior

$$dc := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0.. \text{length}(d) - 1 \\ \left| \begin{array}{l} a_i \leftarrow \left(\frac{ts_i}{2} + LNP_i \right) \text{ if } LNP_Pos_i = \text{"LNP na alma"} \\ a_i \leftarrow \left(\frac{ts_i}{2} + tc - LNP_i \right) \text{ if } LNP_Pos_i = \text{"LNP na laje de concreto"} \\ a_i \leftarrow LNP_i \text{ otherwise} \end{array} \right. \\ a \end{array} \right.$$

braço protensão

$$dp := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0.. \text{length}(d) - 1 \\ \left| \begin{array}{l} a_i \leftarrow ep_i - (tc + ts_i + LNP_i) \text{ if } LNP_Pos_i = \text{"LNP na alma"} \\ a_i \leftarrow ep_i - (tc + LNP_i) \text{ if } LNP_Pos_i = \text{"LNP na mesa superior"} \\ a_i \leftarrow ep_i - LNP_i \text{ otherwise} \end{array} \right. \\ a \end{array} \right.$$

braço mesa inferior

$$ddt := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0.. \text{length}(d) - 1 \\ \left| \begin{array}{l} a_i \leftarrow \left(\frac{ti_i}{2} + h_i - LNP_i \right) \text{ if } LNP_Pos_i = \text{"LNP na alma"} \\ a_i \leftarrow \left(\frac{ti_i}{2} + h_i + ts_i - LNP_i \right) \text{ if } LNP_Pos_i = \text{"LNP na mesa superior"} \\ a_i \leftarrow \left(\frac{ti_i}{2} + h_i + ts_i + tc - LNP_i \right) \text{ otherwise} \end{array} \right. \\ a \end{array} \right.$$

Momento de Plastificação - Flexão Positiva

$$MP := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0.. \text{length}(d) - 1 \\ \left| \begin{array}{l} a_i \leftarrow \frac{Pw_i}{2 \cdot h_i} \cdot (dw_i)^2 + (h_i - dw_i)^2 + Ps \cdot ds_i + Pc_i \cdot dc_i + Pt_i \cdot ddt_i + Ap \cdot fptk \cdot dp_i \text{ if } LNP_Pos_i = \text{"LNP na alma"} \\ a_i \leftarrow \frac{Pc_i}{2 \cdot ts_i} \cdot (dc_i)^2 + (ts_i - dc_i)^2 + Ps \cdot ds_i + Pw_i \cdot dw_i + Pt_i \cdot ddt_i + Ap \cdot fptk \cdot dp_i \text{ if } LNP_Pos_i = \text{"LNP na mesa superior"} \\ a_i \leftarrow \left[\frac{(ds_i)^2 \cdot Ps}{2 \cdot tc} \right] + Pc_i \cdot dc_i + Pw_i \cdot dw_i + Pt_i \cdot ddt_i + Ap \cdot fptk \cdot dp_i \text{ otherwise} \end{array} \right. \\ a \end{array} \right.$$

OBS - os demais cálculos para o Momento Fletor Positivo Nominal são idênticos aos cálculos apresentados no Anexo A para estruturas mistas não protendidas.

Nós para cálculos - Estrutura Mista Protendida - Método de Green (Tração e Compressão)

$$T(k, LN) := \begin{pmatrix} \frac{b_i}{2} + \frac{LN}{\tan(\theta)} & \frac{b_i}{2} + \frac{d_k}{\tan(\theta)} & \frac{b_i}{2} + \frac{d_k}{\tan(\theta)} - b_{s_k} & \frac{b_i}{2} + \frac{d_k - t_{s_k}}{\tan(\theta)} - b_{s_k} & \frac{b_i}{2} + \frac{d_k - t_{s_k}}{\tan(\theta)} - \frac{t_{w_k}}{\sin(\theta)} & \frac{b_i}{2} + \frac{LN}{\tan(\theta)} - \frac{t_{w_k}}{\sin(\theta)} & \frac{b_i}{2} - \frac{LN}{\tan(\theta)} + \frac{t_{w_k}}{\sin(\theta)} & \frac{b_i}{2} - \frac{d_k - t_{s_k}}{\tan(\theta)} + \frac{t_{w_k}}{\sin(\theta)} & \frac{b_i}{2} - \frac{d_k - t_{s_k}}{\tan(\theta)} + b_{s_k} & \frac{b_i}{2} - \frac{d_k}{\tan(\theta)} + b_{s_k} & \frac{b_i}{2} - \frac{d_k}{\tan(\theta)} - \frac{b_i}{2} - \frac{LN}{\tan(\theta)} & \frac{b_i}{2} + \frac{LN}{\tan(\theta)} \\ 0 & d_k - LN & d_k - LN & d_k - LN - t_{s_k} & d_k - LN - t_{s_k} & 0 & 0 & d_k - LN - t_{s_k} & d_k - LN - t_{s_k} & d_k - LN & d_k - LN & 0 & 0 \end{pmatrix}^T$$

$$E(k, LN) := \begin{bmatrix} \frac{b_i}{2} + \frac{LN}{\tan(\theta)} & \frac{b_i}{2} - \frac{b_i}{2} - \left(\frac{b_i}{2} + \frac{LN}{\tan(\theta)} \right) & \frac{b_i}{2} - \frac{LN}{\tan(\theta)} + \frac{t_{w_k}}{\sin(\theta)} & \frac{b_i}{2} - \frac{t_{i_k}}{\tan(\theta)} + \frac{t_{w_k}}{\sin(\theta)} & \frac{b_i}{2} + \frac{t_{i_k}}{\tan(\theta)} - \frac{t_{w_k}}{\sin(\theta)} & \frac{b_i}{2} + \frac{LN}{\tan(\theta)} - \frac{t_{w_k}}{\sin(\theta)} & \frac{b_i}{2} + \frac{LN}{\tan(\theta)} \\ 0 & LN & LN & 0 & 0 & LN - t_{i_k} & LN - t_{i_k} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

Momentos Estáticos em relação à LN

$$S_{xcomp}(k, LN) := \begin{cases} a \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 0 \dots \text{rows}(E(k, LN)) - 2 \\ a \leftarrow a + E(k, LN)_{i+1,1} - E(k, LN)_{i,1} \cdot \left[E(k, LN)_{i,0} \left[E(k, LN)_{i,1} + \frac{E(k, LN)_{i+1,1} - E(k, LN)_{i,1}}{2} \right] + E(k, LN)_{i+1,0} - E(k, LN)_{i,0} \left[\frac{E(k, LN)_{i,1}}{2} + \frac{E(k, LN)_{i+1,1} - E(k, LN)_{i,1}}{3} \right] \right] \\ a \end{cases}$$

$$S_{xtrac}(k, LN) := \begin{cases} a \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 0 \dots \text{rows}(T(k, LN)) - 2 \\ a \leftarrow a + T(k, LN)_{i+1,1} - T(k, LN)_{i,1} \cdot \left[T(k, LN)_{i,0} \left[T(k, LN)_{i,1} + \frac{T(k, LN)_{i+1,1} - T(k, LN)_{i,1}}{2} \right] + T(k, LN)_{i+1,0} - T(k, LN)_{i,0} \left[\frac{T(k, LN)_{i,1}}{2} + \frac{T(k, LN)_{i+1,1} - T(k, LN)_{i,1}}{3} \right] \right] \\ a \end{cases}$$

Momento de Inércia em relação à LN

$$I_{xcomp}(k, LN) := \begin{cases} a \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 0 \dots \text{rows}(E(k, LN)) - 2 \\ a \leftarrow a + E(k, LN)_{i+1,1} - E(k, LN)_{i,1} \cdot \left[E(k, LN)_{i,0} \left[E(k, LN)_{i,1}^2 + E(k, LN)_{i+1,1} - E(k, LN)_{i,1} \cdot E(k, LN)_{i,1} + \frac{E(k, LN)_{i+1,1} - E(k, LN)_{i,1}}{3} \right] + E(k, LN)_{i+1,0} - E(k, LN)_{i,0} \left[\frac{E(k, LN)_{i,1}^2}{2} + \frac{2 \cdot E(k, LN)_{i,1} \cdot E(k, LN)_{i+1,1} - E(k, LN)_{i,1}}{3} + \frac{E(k, LN)_{i+1,1} - E(k, LN)_{i,1}}{4} \right] \right] \\ a \end{cases}$$

$$I_{xtrac}(k, LN) := \begin{cases} a \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 0 \dots \text{rows}(T(k, LN)) - 2 \\ a \leftarrow a + T(k, LN)_{i+1,1} - T(k, LN)_{i,1} \cdot \left[T(k, LN)_{i,0} \left[T(k, LN)_{i,1}^2 + T(k, LN)_{i+1,1} - T(k, LN)_{i,1} \cdot T(k, LN)_{i,1} + \frac{T(k, LN)_{i+1,1} - T(k, LN)_{i,1}}{3} \right] + T(k, LN)_{i+1,0} - T(k, LN)_{i,0} \left[\frac{T(k, LN)_{i,1}^2}{2} + \frac{2 \cdot T(k, LN)_{i,1} \cdot T(k, LN)_{i+1,1} - T(k, LN)_{i,1}}{3} + \frac{T(k, LN)_{i+1,1} - T(k, LN)_{i,1}}{4} \right] \right] \\ a \end{cases}$$

Método dos Trabalhos Virtuais (Método das Forças)Inércia Média das Seções (Longa Duração)

$$\text{Inertia} := \frac{\sum_{i=0}^{10} I_{L_i}}{11}$$

Área de Longa Duração Média das Seções

$$\text{Alongas} := \frac{\sum_{i=0}^{10} \text{Alonga}_i}{11}$$

Deslocamento no cabo (apoio) provocado pela Carga Exterior (Momento Unitário no apoio central)

$$\delta_{10} := 2 \left[\int_0^{12.5m} \frac{(-0.043tf \cdot x) \cdot \left(-0.00665 \frac{tf}{m} \cdot x^2 + 0.126tf \cdot x \right)}{E \cdot \text{Inertia}} dx + \int_{12.5m}^{25m} \frac{(0.092tf \cdot x - 1.69tf \cdot m) \cdot \left(-0.00665 \frac{tf}{m} \cdot x^2 + 0.126tf \cdot x \right)}{E \cdot \text{Inertia}} dx \right]$$

Deslocamento no cabo (apoio) provocado pela Unitária no cabo

$$\delta_{11} := 2 \left[\int_0^{12.5m} \frac{(-0.043tf \cdot x) \cdot (-0.043tf \cdot x)}{E \cdot \text{Inertia}} dx + \int_{12.5m}^{25m} \frac{(0.092tf \cdot x - 1.69tf \cdot m) \cdot (0.092tf \cdot x - 1.69tf \cdot m)}{E \cdot \text{Inertia}} dx \right] + 2 \cdot \left[\int_0^{25m} \frac{(1tf \cdot 1tf)}{E_p \cdot A_p} dx \right] + 2 \cdot \left[\int_0^{25m} \frac{(1tf \cdot 1tf)}{E \cdot \text{Alongas}} dx \right]$$

$$\Delta F_p := \frac{-\delta_{10}}{\delta_{11}}$$

$$\Delta F_p = 0.01667 \frac{tf}{tf \cdot m}$$

Aumento da força no cabo de protensão por momento fletor negativo unitário na região do apoio

E - Módulo de Elasticidade do Aço Estrutural

E_p - Módulo de Elasticidade do Aço de Protensão

1) ELU em Flexão Negativa - Tensão de Escoamento da Mesa Superior

Tensão de compressão na mesa inferior em função da posição da Linha Neutra (LN)

$$\sigma_c(k, LN) := \frac{LN}{d_k - LN} \cdot F_y$$

Momento Fletor na Região de Flexão Negativa para Tensão do Cabo inferior à sua tensão de escoamento

$$Md(k, LN) := \frac{\frac{F_y}{d_k - LN} \cdot I_{xtrac}(k, LN) + \frac{\sigma_c(k, LN)}{LN} \cdot I_{xcomp}(k, LN) + Prot_k \cdot (d_k + tc - ep_k - LN)}{1 - \frac{0.016673tf}{tf \cdot m} \cdot (d_k + tc - ep_k - LN)}$$

Momento Fletor na Região de Flexão Negativa para Tensão do Cabo superior à sua tensão de escoamento

$$Mdescoa(k, LN) := \frac{\frac{F_y}{d_k - LN} \cdot I_{xtrac}(k, LN) + \frac{\sigma_c(k, LN)}{LN} \cdot I_{xcomp}(k, LN) + \left[fpyd \cdot Ap + \left(\frac{fpd - fpyd}{3.5\% - \varepsilon_{yp}} \right) \cdot \left(\frac{Prot_k}{Ep} - \varepsilon_{yp} \cdot Ap \right) \right] \cdot (d_k + tc - ep_k - LN)}{1 - \left(\frac{fpd - fpyd}{3.5\% - \varepsilon_{yp}} \right) \cdot \frac{0.016673tf}{tf \cdot m} \cdot \frac{(d_k + tc - ep_k - LN)}{Ep}}$$

Somatório de Forças Horizontais - ELU com tração à tensão F_y na mesa superior

$$Fh1(k, LN) := \begin{cases} \left[\frac{F_y}{d_k - LN} \cdot S_{xtrac}(k, LN) + \left(Prot_k + \frac{0.016673tf}{tf \cdot m} \cdot Md(k, LN) \right) - \frac{\sigma_c(k, LN)}{LN} \cdot S_{xcomp}(k, LN) \right] & \text{if } \left(Prot_k + \frac{0.016673tf}{tf \cdot m} \cdot Md(k, LN) \right) < fpyd \cdot Ap \\ \left[\frac{F_y}{d_k - LN} \cdot S_{xtrac}(k, LN) + \left[fpyd + \left(\frac{fpd - fpyd}{3.5\% - \varepsilon_{yp}} \right) \cdot \left(\frac{Prot_k + \frac{0.016673tf}{tf \cdot m} \cdot Mdescoa(k, LN)}{Ep \cdot Ap} - \varepsilon_{yp} \right) \right] \cdot Ap - \frac{\sigma_c(k, LN)}{LN} \cdot S_{xcomp}(k, LN) \right] & \text{otherwise} \end{cases}$$

2) ELU em Flexão Negativa - Tensão de Compressão Limite Mesa Inferior

Tensão de compressão na mesa inferior em função da posição da Linha Neutra (LN)

$$\sigma_t(k, LN) := \frac{d_k - LN}{LN} \cdot Fnc_k$$

Momento Fletor na Região de Flexão Negativa para Tensão do Cabo inferior à sua tensão de escoamento

$$Mdd(k, LN) := \frac{\frac{\sigma_t(k, LN)}{d_k - LN} \cdot Ixtrac(k, LN) + \frac{Fnc_k}{LN} \cdot Ixcomp(k, LN) + Prot_k \cdot (d_k + tc - ep_k - LN)}{1 - \frac{0.016673tf}{tf \cdot m} \cdot (d_k + tc - ep_k - LN)}$$

Momento Fletor na Região de Flexão Negativa para Tensão do Cabo superior à sua tensão de escoamento

$$Mddescoa(k, LN) := \frac{\frac{\sigma_t(k, LN)}{d_k - LN} \cdot Ixtrac(k, LN) + \frac{Fnc_k}{LN} \cdot Ixcomp(k, LN) + \left[fpyd \cdot Ap + \left(\frac{fpd - fpyd}{3.5\% - \varepsilon_{yp}} \right) \cdot \left(\frac{Prot_k}{Ep} - \varepsilon_{yp} \cdot Ap \right) \right] \cdot (d_k + tc - ep_k - LN)}{1 - \left(\frac{fpd - fpyd}{3.5\% - \varepsilon_{yp}} \right) \cdot \frac{0.016673tf}{tf \cdot m} \cdot \frac{(d_k + tc - ep_k - LN)}{Ep}}$$

Somatório de Forças Horizontais - ELU com tensão de compressão Fnc na mesa inferior

$$Fh2(k, LN) := \begin{cases} \left[\frac{\sigma_t(k, LN)}{d_k - LN} \cdot Sxtrac(k, LN) + \left(Prot_k + \frac{0.016673tf}{tf \cdot m} \cdot Mdd(k, LN) \right) - \frac{Fnc_k}{LN} \cdot Sxcomp(k, LN) \right] & \text{if } \left(Prot_k + \frac{0.016673tf}{tf \cdot m} \cdot Mdd(k, LN) \right) < fpyd \cdot Ap \\ \left[\frac{\sigma_t(k, LN)}{d_k - LN} \cdot Sxtrac(k, LN) + \left[fpyd + \left(\frac{fpd - fpyd}{3.5\% - \varepsilon_{yp}} \right) \cdot \frac{\left(Prot_k + \frac{0.016673tf}{tf \cdot m} \cdot Mddescoa(k, LN) \right)}{Ep \cdot Ap} - \varepsilon_{yp} \right] \cdot Ap - \frac{Fnc_k}{LN} \cdot Sxcomp(k, LN) \right] & \text{otherwise} \end{cases}$$

Método da Bissecção para a Solução - ELU com Fy na mesa superior Método da Bissecção para a Solução - ELU com Fnc na mesa inferior

```

Bissecção(m, n, k) :=
  α ← m
  γ ← n
  iter ← 0
  if Fh1(k, α) · Fh1(k, γ) < 0
    β ←  $\frac{\alpha + \gamma}{2}$ 
    while α - β > 10-3 cm
      if Fh1(k, α) · Fh1(k, β) < 0
        aux ← β
        β ←  $\frac{\alpha + \beta}{2}$ 
        α ← α
        iter ← iter + 1
      otherwise
        α ← β
        β ← γ if iter = 0
        aux ← otherwise
    α
  "Intervalo não contém solução" otherwise
  
```

```

Bissecção(m, n, k) :=
  α ← m
  γ ← n
  iter ← 0
  if Fh2(k, α) · Fh2(k, γ) < 0
    β ←  $\frac{\alpha + \gamma}{2}$ 
    while α - β > 10-3 cm
      if Fh2(k, α) · Fh2(k, β) < 0
        aux ← β
        β ←  $\frac{\alpha + \beta}{2}$ 
        α ← α
        iter ← iter + 1
      otherwise
        α ← β
        β ← γ if iter = 0
        aux ← otherwise
    α
  "Intervalo não contém solução" otherwise
  
```

Linha Neutra - Bissecção

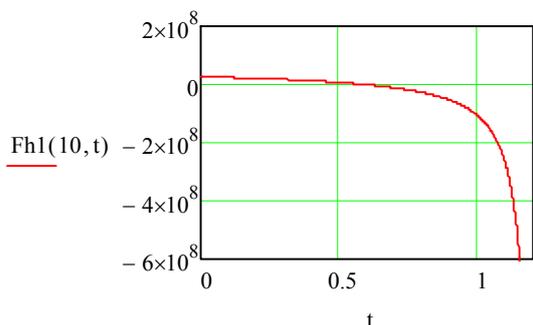
```

LN_Prot :=
  for i ∈ 0..length(d) - 1
    if Mumaxi < 0
      ai ← Bissecção(5cm, di - tsi, i) if Proti ≥ 0
      ai ← 0 otherwise
    ai ← 0 otherwise
  a
  
```

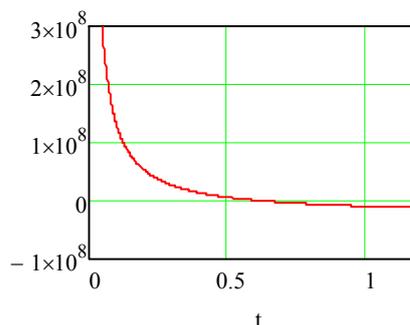
Linha Neutra - Bissecção

```

LN_Proten :=
  for i ∈ 0..length(d) - 1
    if Mumaxi < 0
      ai ← Bissecção(5cm, di - 20cm, i) if Proti ≥ 0
      ai ← 0 otherwise
    ai ← 0 otherwise
  a
  
```



Equilíbrio Horizontal Fh1



Equilíbrio Horizontal Fh2

Momento Fletor Negativo Resistente - ELU com Fnc na mesa inferior

$$Md_Proten_j := \begin{cases} \text{if } LN_Proten_j \neq 0 \\ \left| \begin{array}{l} Mdd(j, LN_Proten_j) \text{ if } \left(Prot_j + \frac{0.016673f}{tf \cdot m} \cdot Mdd(j, LN_Proten_j) \right) < fpyd \cdot Ap \\ Mddescoa(j, LN_Proten_j) \text{ otherwise} \end{array} \right. \\ 0 \text{ otherwise} \end{cases}$$

Momento Fletor Negativo Resistente - ELU com Fy na mesa superior

$$Md_Prot_j := \begin{cases} \text{if } LN_Prot_j \neq 0 \\ \left| \begin{array}{l} Md(j, LN_Prot_j) \text{ if } \left(Prot_j + \frac{0.016673f}{tf \cdot m} \cdot Md(j, LN_Prot_j) \right) < fpyd \cdot Ap \\ Mdescoa(j, LN_Prot_j) \text{ otherwise} \end{array} \right. \\ 0 \text{ otherwise} \end{cases}$$

OBS - Toma-se o menor momento fletor resistente entre as situações de escoamento da mesa superior e compressão excessiva da mesa inferior, submetidas à flexão negativa.

Momento Fletor Negativo Resistente Final - ELU

$$Md_Protens\tilde{a}o_j := \min(Md_Prot_j, Md_Proten_j)$$

LN_Prot =

	0
0	0
1	0
2	0
3	0
4	0
5	0
6	0
7	0
8	58.984
9	59.028
10	59.071

·cm

LN_Proten =

	0
0	0
1	0
2	0
3	0
4	0
5	0
6	0
7	0
8	62.299
9	62.405
10	62.504

·cm

Md_Protens\tilde{a}o =

	0
0	0
1	0
2	0
3	0
4	0
5	0
6	0
7	0
8	15957
9	18218
10	20506

kN·m

Momento Fletor Resistente Negativo em Módulo

Ângulo do cabo de protensão

$$\text{angulo} := \begin{cases} \text{for } i \in 0.. \text{length}(d) - 1 \\ \left| \begin{array}{l} a_i \leftarrow 0 \text{ if } i = 0 \\ a_i \leftarrow \text{atan} \left(\frac{ep_i - ep_{i-1}}{I} \right) \text{ otherwise} \end{array} \right. \\ a \end{cases}$$

Esforço Cortante Reduzido pela Protensão

$$V_{r_j} := V_{u_j} - \sin(\text{angulo}_j) \cdot \text{Proten}_j$$

	0		0
	2000		2000
	1038		1630
	498		1090
	398		990
$V_r =$	250	$V_u =$	840
	706		1300
	879		1770
	1359		2250
	1844		2730
	2364		3250
	2711		3600