

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA

Aline Trindade Figueiredo

**MENSURAÇÃO E ANÁLISE DA EVOLUÇÃO DA  
PRODUTIVIDADE TOTAL DOS FATORES AGREGADA NO BRASIL:  
APLICAÇÃO DA ABORDAGEM DE *BOOTSTRAP* AO ÍNDICE DE  
MALMQUIST**

Porto Alegre

2007

Aline Trindade Figueiredo

**MENSURAÇÃO E ANÁLISE DA EVOLUÇÃO DA  
PRODUTIVIDADE TOTAL DOS FATORES AGREGADA NO BRASIL:  
APLICAÇÃO DA ABORDAGEM DE *BOOTSTRAP*  
AO ÍNDICE DE MALMQUIST**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Economia da Faculdade de Ciências Econômicas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisitos parcial para obtenção do título de Mestre em Economia.

Orientador: Prof. Sabino Porto Júnior.

Porto Alegre

2007

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO (CIP)  
Responsável: Biblioteca Gládis W. do Amaral, Faculdade de Ciências Econômicas da  
UFRGS

F475m

Figueiredo, Aline Trindade

Mensuração e análise da evolução da produtividade total dos fatores agregada no Brasil : aplicação da abordagem de bootstrap ao índice de Malmquist / Aline Trindade Figueiredo. – Porto Alegre, 2007.

110 f. : il.

Orientador: Sabino Porto Júnior.

Dissertação (Mestrado em Economia) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Faculdade de Ciências Econômicas, Programa de Pós-Graduação em Economia, Porto Alegre, 2007.

1. Indústria : Produtividade : Brasil. 2. Indústria : Produtividade : Análise estatística. 3. Indústria : Mudança tecnológica : Produtividade. 4. Indústria : Eficiência técnica : Produtividade. 5. Economia regional. I. Porto Júnior, Sabino. II. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Faculdade de Ciências Econômicas. Programa de Pós-Graduação em Economia. III. Título.

CDU 338.45

Aline Trindade Figueiredo

**MENSURAÇÃO E ANÁLISE DA EVOLUÇÃO DA  
PRODUTIVIDADE TOTAL DOS FATORES AGREGADA NO BRASIL:  
APLICAÇÃO DA ABORDAGEM DE *BOOTSTRAP*  
AO ÍNDICE DE MALMQUIST**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Economia da Faculdade de Ciências Econômicas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisitos parcial para a obtenção do título de Mestre em Economia.

Aprovada em: Porto Alegre, 27 de agosto de 2007.

Prof. Adelar Fochezatto  
Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS)

Prof. Roberto Camps Moraes  
Universidade do Vale do Rio dos Sinos (UNISINOS)

Prof. Emerson Luís Lemos Marinho  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

## RESUMO

Este trabalho pretende contribuir para a ampliação do debate em torno da trajetória dos ganhos de produtividade no Brasil, examinando o desempenho da produtividade total dos fatores (PTF) agregada no período 1987/2002, nas unidades da federação, através da estimação de intervalos de confiança para o índice de Malmquist e suas componentes variação de eficiência e taxa de progresso tecnológico. Para tanto, aplica-se a metodologia de *bootstrap*, conforme Simar e Wilson (1999a) aos índices obtidos pela técnica DEA-Malmquist, de modo que se os intervalos de confiança – com probabilidade de 90% e 95% - contenham a unidade, o índice em questão não é significativamente diferente de 1 e, portanto, não é possível concluir que existam mudanças na PTF, na eficiência ou na tecnologia. Com a aplicação do *bootstrap*, a conclusão mais evidente é que se deve ter cautela na análise e comparação entre unidades produtivas através do mero exame dos índices de Malmquist calculados. Em alguns casos, a técnica corrobora os resultados encontrados através do índice, mas em outros se conclui que não se pode afirmar que as variações sejam, de fato, estatisticamente significantes.

**PALAVRAS-CHAVE:** Produtividade Total dos Fatores, Índice de Malmquist, *Bootstrap*

## ABSTRACT

*This thesis estimates the confidence intervals for output oriented Malmquist indices of productivity and their decompositions – changes in efficiency and changes in technology – in the period 1987/2002 taking into consideration Brazilian States. For this study, a bootstrap algorithm described in Simar and Wilson (1999a) was used, this procedure is a consistent estimation for obtaining confidence intervals for Malmquist indices. So the purpose is to contribute for further debates on total factor productivity performance in Brazil, providing results for both 90% and 95% confidence intervals. They allow assessment of the null hypothesis of no total factor productivity change which indicates that the corresponding measures are not statistically different from unity. The interpretation is straightforward. In the confidence interval case, if it contains the unity, then the corresponding measure is not significantly different from one at the significance level, i.e., it is not possible to conclude that changes occurred in productivity. In contrast, when the interval excludes the unity, one can conclude with confidence that the corresponding measure is significantly different from unity. With the application of bootstrap methodology, it is possible to conclude the necessity of being cautious while analyzing and comparing productive units through the mere exam of the calculated Malmquist indices. In some cases the technique corroborates the results found through the indices, whereas in others it may be concluded that it is not possible to state that variations are, in fact, statistically significant.*

**KEYWORDS:** *Total Factor Productivity, Malmquist Indices, Bootstrap.*

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO .....	10
2	DEBATE SOBRE A PRODUTIVIDADE TOTAL DOS FATORES: ESTRUTURA TEÓRICA .....	16
2.1	A Produtividade: Considerações Gerais .....	16
2.2	Decomposição da Produtividade Total dos Fatores.....	17
2.3	Produtividade Total dos Fatores e Crescimento Econômico: Aspectos Teóricos .....	19
3	REVISÃO DA LITERATURA SOBRE MENSURAÇÃO DA PTF AGREGADA NO BRASIL .....	31
4	MENSURAÇÃO DA PRODUTIVIDADE TOTAL DOS FATORES: PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS .....	38
3.1	Índice de Malmquist .....	38
3.2	Métodos de Fronteira de Produção: Estimação da Eficiência Técnica.....	48
3.3	Cálculo do Índice de Malmquist – Método DEA Malmquist.....	68
3.4	Metodologia de <i>Bootstrap</i> (Reamostragem).....	71
5	ANÁLISE DOS RESULTADOS .....	76
5.1	Base de Dados.....	76
5.2	Análise das Estimativas de Eficiência Técnica.....	77
5.3	Análise dos Ganhos de Produtividade .....	81
6	CONCLUSÃO .....	90
	REFERÊNCIAS .....	93
	APÊNDICE A - TABELA 3.2: Ordenamento das Estimativas das Eficiências Técnicas das Unidades da Federação calculadas através da Fronteira Estocástica de Produção – 1987 a 2002. ....	102
	APÊNDICE B - TABELA 3.3: Ordenamento das Unidades da Federação segundo o critério da Eficiência Técnica mensurada por DEA – 1987 a 2002. ....	103
	APÊNDICE C - TABELA 3.4: Resultados da Avaliação da Eficiência Técnica das Unidades da Federação através de DEA, considerando a Projeção, por Orientação-Produto, na Fronteira de Produção com Retornos Variáveis de Escala – 1997 a 2002. ....	104
	APÊNDICE D - TABELA 3.5: Variação Percentual da Eficiência Técnica por Unidade da Federação, calculada por Fronteira Estocástica e por DEA. ....	105
	APÊNDICE E - TABELA 3.6: Decomposição da Variação da PTF, medida pelo índice de Malmquist – Médias Anuais nos Períodos. ....	106
	APÊNDICE F - TABELA 3.7: Decomposição da Variação da PTF medida pelo Índice de Malmquist ( $\Delta MAL$ ) em Variação da Eficiência Técnica ( $\Delta TEC$ ) e Variação Tecnológica ( $\Delta TEC$ ), Produtividade do Trabalho ( $\Delta Y/L$ ), PIB <i>per capita</i> ( $\Delta PIBpc$ ) e Relação Capital- Trabalho ( $\Delta K/L$ ), por UF no período 1987-2002 – Variação Absoluta Média (%).....	107
	APÊNDICE G - TABELA 3.8: Decomposição da Variação da PTF medida pelo Índice de Malmquist ( $\Delta MAL$ ) em Variação da Eficiência Técnica ( $\Delta TEC$ ) e Variação Tecnológica ( $\Delta TEC$ ), Produtividade do Trabalho ( $\Delta Y/L$ ), PIB <i>per capita</i> ( $\Delta PIBpc$ ) e Relação Capital- Trabalho ( $\Delta K/L$ ), por UF no período 1987-1990 – Variação Absoluta Média (%).....	108

APÊNDICE H - TABELA 3.9: Decomposição da Variação da PTF medida pelo Índice de Malmquist ( $\Delta MAL$ ) em Variação da Eficiência Técnica ( $\Delta TEC$ ) e Variação Tecnológica ( $\Delta TEC$ ), Produtividade do Trabalho ( $\Delta Y/L$ ), PIB <i>per capita</i> ( $\Delta PIBpc$ ) e Relação Capital-Trabalho ( $\Delta K/L$ ), por UF no período 1990-1994 – Variação Absoluta Média (%).....	109
APÊNDICE I - TABELA 3.10: Decomposição da Variação da PTF medida pelo Índice de Malmquist ( $\Delta MAL$ ) em Variação da Eficiência Técnica ( $\Delta TEC$ ) e Variação Tecnológica ( $\Delta TEC$ ), Produtividade do Trabalho ( $\Delta Y/L$ ), PIB <i>per capita</i> ( $\Delta PIBpc$ ) e Relação Capital-Trabalho ( $\Delta K/L$ ), por UF no período 1994-1998 – Variação Absoluta Média (%).....	110
APÊNDICE J - TABELA 3.11: Decomposição da Variação da PTF medida pelo Índice de Malmquist ( $\Delta MAL$ ) em Variação da Eficiência Técnica ( $\Delta TEC$ ) e Variação Tecnológica ( $\Delta TEC$ ), Produtividade do Trabalho ( $\Delta Y/L$ ), PIB <i>per capita</i> ( $\Delta PIBpc$ ) e Relação Capital-Trabalho ( $\Delta K/L$ ), por UF no período 1998-2002 – Variação Absoluta Média (%).....	111
APÊNDICE K - TABELA 3.12: Índices de Variações na PTF (Malmquist), por períodos consecutivos, de acordo com o método de <i>Bootstrap</i> .....	112
APÊNDICE L - TABELA 3.13: Índices de Variações Tecnológicas, por períodos consecutivos, de acordo com o método de <i>Bootstrap</i> .....	113
APÊNDICE M - TABELA 3.14: Índices de Variações de Eficiência Técnica, por períodos consecutivos, de acordo com o método de <i>Bootstrap</i> .....	114



*“Não somos o que deveríamos ser; não somos o que queríamos ser; não somos o que iremos ser; mas, graças a Deus, não somos o que éramos.”*

*Martin Luther King*

## 1 INTRODUÇÃO

Por ser um dos principais indicadores de *performance* econômica, com reconhecido papel de fator estratégico no crescimento de longo prazo, a produtividade, bem como as questões que a englobam, é um tema alvo de crescente interesse em estudos empíricos. Os trabalhos recentes que vem ganhando espaço neste campo de pesquisa têm se dedicado, sobretudo, à quantificação e comparação de desempenho da produtividade total dos fatores (PTF) entre países e regiões.

Através da mensuração da produtividade e do estudo de seu processo evolutivo, inserido em seu ambiente condicionante, podemos, além de elaborar hipóteses sobre as causas das diferenças desta medida entre regiões, encontrar explicações e relações referentes ao crescimento econômico, partindo-se da premissa de que a produtividade é um fator do crescimento.

No Brasil, a discussão e os estudos em torno da de medidas de produtividade e seus assuntos adjacentes intensificaram-se a partir do início dos anos 1990. Valendo-se de diferentes métodos de estimação, os estudos, na sua maioria, tem verificado a existência de um forte movimento ascendente da produtividade. Assim, propagou-se a tese de que a economia brasileira passou a apresentar um novo padrão de crescimento a partir dos anos 1990, no qual a produtividade assumiu um papel preponderante, passando a ter contribuição majoritária na explicação das taxas de crescimento do país.

Entre as supostas razões dessa reversão de comportamento da produtividade, podemos citar a mudança da função fundamental do Estado na acumulação de capital, explicitada através das privatizações e reformas econômicas estimuladas, em grande medida, pelo processo de abertura comercial experimentado pela economia brasileira nos anos 1990. Nesse contexto de ajuste produtivo, as inovações tecnológicas e organizacionais<sup>1</sup>, ocorridas como resposta ao aumento do grau de concorrência na economia decorrente da abertura,

---

<sup>1</sup> Inovações organizacionais são mudanças baseadas, fundamentalmente, em conceitos como flexibilização da jornada de trabalho (que passou a ser funcional), terceirização, reengenharia, *downsizing* e difusão de técnicas de melhoria de qualidade de processos e produtos.

representaram a contrapartida brasileira a processos de incorporação de novos paradigmas de reestruturação industrial<sup>2</sup>, como introdução de tecnologias poupadoras de trabalho, já em curso em escala mundial. De fato, é inegável o esforço de modernização produtiva da indústria nacional na década de 1990 através da incorporação de vários métodos de gestão e administração inovadores, que desencadearam um salto de eficiência produtiva, isto é, de eficiência na utilização dos recursos, sendo esta um fator de aceleração da PTF.

Assim, com a alteração de tendência na trajetória da produtividade, ocorrida em meio a um forte rearranjo institucional composto de medidas como a liberação do comércio exterior, o processo de privatizações, a desregulamentação da economia, a difusão de novas técnicas gerenciais e tecnológicas, a redução da taxa de ocupação e estabilização, consolidou-se a idéia de que a produtividade teve elevação vigorosa a partir dos anos 1990 e passou-se a buscar um melhor entendimento do fenômeno, interpretando-o e definindo limites, condicionantes, potencialidades e conseqüências.

Além da indagação sobre se de fato existiu uma real evolução da produtividade no Brasil com a reestruturação dos anos 1990, a análise da magnitude dos supostos ganhos até hoje tem gerado controvérsias, distantes, naturalmente, de um consenso e reforçadas pelo fato de a ascensão da PTF ter sido subsequente à recessão do triênio inicial (anos 1990,1991 e 1992). Além disso, somam-se diferentes abordagens de mensuração aplicadas, que acabam por direcionar as discussões ao âmbito dos aspectos metodológicos e que conduzem a resultados diversos e, algumas vezes divergentes, variando conforme alterações de hipóteses e base de dados utilizada.

A motivação básica para o enfoque em estudos sobre produtividade fundamenta-se, tradicionalmente, nos debates que concernem à importância das diferenças nos níveis de conhecimento tecnológico, bem como a forma de sua difusão para o crescimento econômico. Por trás, está o consenso enraizado na moderna literatura econômica de que a acumulação de capital físico não é capaz de sustentar o processo de crescimento de longo prazo, estando este sim relacionado ao continuado aumento da produtividade.

Foi a influência de trabalhos empíricos baseados na abordagem da contabilidade do crescimento, desenvolvida inicialmente por Solow (1957), que identifica a PTF com o progresso tecnológico, que fez crescer a preocupação com o estudo da produtividade. De fato,

---

<sup>2</sup> Como colocam Feijó e Carvalho (2000), a produtividade dos setores terciário e primário é dependente da evolução do progresso técnico e da produtividade da indústria, fazendo com que o crescimento desta apresente uma importância significativamente maior para o crescimento da produtividade agregada da economia do que o crescimento da produtividade de outros setores produtivos.

freqüentemente utiliza-se o crescimento da PTF como *proxy* da taxa de progresso tecnológico, embora se saiba que a PTF não reflete, necessariamente, ganhos advindos da mudança técnica, pois unidades produtivas<sup>3</sup>, mesmo dispondo da mesma tecnologia, podem apresentar diferenças de produtividade entre si por serem umas mais eficientes que outras. Tendo consciência dessas limitações, deve-se ter claro, portanto, que medidas de PTF diversas não correspondem somente a diferentes padrões tecnológicos, mesmo sendo correto afirmar que o progresso técnico conduz a um crescimento da PTF. Observa-se, portanto, que a mudança na PTF reflete sim a influência de todas as fontes suscetíveis de afetar o crescimento do produto e que não estão explicitamente incluídas ou quantificadas na função de produção. Nesse sentido, além do progresso tecnológico e dos ganhos resultantes de uma maior eficiência na utilização dos recursos, a PTF pode também incluir variações na qualidade do fator trabalho ou ainda ganhos de economias de escala<sup>4</sup>.

Tratando-se da produtividade como um tema abrangente, sua mensuração envolve uma série de escolhas que delimitam e viabilizam sua análise. Pode-se dirigir atenção às medidas parciais, como a produtividade do capital ou da mão-de-obra ou à produtividade total dos fatores, que é multifator. Além do que, o foco da análise pode ser apenas um setor específico, uma entidade particular ou a economia como um todo e depende da disponibilidade de dados e do propósito do estudo. Aqui, trataremos da PTF agregada por ser uma medida mais completa da eficiência com que são utilizados os recursos na produção em uma dada economia.

Este trabalho busca justamente contribuir para os estudos empíricos que se dedicam à avaliação do comportamento da PTF no Brasil. O objetivo central é mensurar e apresentar uma avaliação do crescimento da PTF agregada brasileira no período de 1987 a 2002 através do exame comparativo das disparidades das unidades da federação e conseqüentemente das regiões geográficas no Brasil com o uso de dados em painel. Sendo assim, a análise foi desmembrada em duas partes, com o propósito de se obter uma configuração interna da produtividade nas regiões brasileiras. Com isso, pretende-se contribuir para a ampliação e atualização do debate em torno da trajetória dos ganhos de produtividade no Brasil. Os objetivos adjacentes são, em nível estadual e regional: a quantificação do progresso tecnológico, a verificação da existência de concentração ou de uniformidade da modernização técnica, a identificação dos elementos que influem nas mudanças de PTF e a avaliação das

---

<sup>3</sup> Doravante, unidades produtivas, como mencionado diversas vezes neste trabalho, englobam, por exemplo, organizações públicas ou privadas, municípios, estados, países ou regiões.

<sup>4</sup> É por englobar uma série de fatores que a PTF foi batizada por Abramovitz (1956) como “medida de nossa ignorância”.

mudanças dos Estados em relação à fronteira de produção eficiente. A hipótese inicial, por trás desse tipo de investigação é a existência de diferenciais de produtividade entre unidades produtivas diversas sob a mesma tecnologia.

Quanto às limitações, a principal delas é compartilhada pela maioria dos estudos referentes à PTF no Brasil: a enorme e conhecida dificuldade empírica relacionada à mensuração adequada da quantidade de capital físico, incluindo a falta e precariedade de dados. É comum cada pesquisador estimar sua própria série para análise, segundo as várias alternativas metodológicas de cálculo do estoque de capital fixo e utilização de *proxies*, se tornando uma restrição na medida da carência de homogeneidade entre os diferentes estudos<sup>5</sup>. Ademais, a avaliação do estoque de capital depende dos pressupostos adotados sobre o comportamento do investimento ao longo do tempo e sobre a forma de cálculo de sua depreciação.

Em relação às alternativas metodológicas de cálculo da produtividade, em linhas gerais, as mais utilizadas são a contabilidade do crescimento, originada a partir de Solow (1957) e as razões de produtividade (números-índices). Esta última alternativa compreende principalmente o índice Divisa, o índice de Törnqvist e o índice de Malmquist.

O índice de Malmquist será o método empregado neste trabalho para se estimar o crescimento da PTF nas unidades da federação e nas regiões. Ele é obtido através das chamadas funções distâncias, que são medidas de eficiência e cujo cálculo baseia-se nos métodos de análise por fronteira paramétrica ou não-paramétrica. O ponto central de análises calcadas nesse índice é quantificar as alterações de PTF ao longo do tempo. Ele tem sido bastante explorado por permitir que o crescimento da produtividade seja decomposto em dois componentes mutuamente exclusivos e exaustivos: a variação da eficiência técnica e a variação tecnológica. A primeira permite a identificação do fenômeno *catching up*, pois mede a distância de cada ponto de produção à fronteira estimada, enquanto a segunda refere-se ao deslocamento da fronteira, que identifica a inovação técnica.

A abordagem empregada neste trabalho para cálculo da eficiência técnica baseia-se na aplicação das técnicas Análise por Envoltória de Dados<sup>6</sup> (DEA) e Fronteira Estocástica de Produção, que estimam a eficiência técnica de cada unidade produtiva. A DEA e a Fronteira Estocástica são técnicas complementares que, a partir dos dados de insumo-produto, constroem uma fronteira de produção eficiente, com a diferença fundamental de ser a primeira não-paramétrica e a segunda, paramétrica. Esses métodos de fronteira conseguem ordenar as

---

<sup>5</sup> O método do estoque perpétuo é o mais utilizado, em geral, para se estimar séries de capital.

<sup>6</sup> Do inglês, *Data Envelopment Analysis*.

unidades produtivas, de modo relativo, segundo suas eficiências, ou seja, dado que uma unidade é considerada plenamente eficiente se atuar em um ponto sobre a fronteira, nasce o interesse em se estimar tal função a fim de comparar cada unidade relativamente ineficiente com a fronteira estimada, dotando-a com uma medida de eficiência relativa. Neste trabalho, tais unidades produtivas são as unidades da federação e as regiões brasileiras.

Especificamente a DEA engloba uma série de modelos de construção de fronteiras e medidas de eficiência baseando-se na determinação de um subconjunto eficiente a partir das unidades produtivas observadas, que fazem parte da superfície envolvente linear por partes, ou em pedaços (*piecewise linear*)<sup>7</sup>.

Para se obter a estimativa das mudanças de PTF a partir da identificação da fronteira eficiente e das medidas de eficiência, utilizamos o procedimento em dois estágios utilizado para mensuração da produtividade, proposto por Färe *et al.* (1994) e denominado DEA Malmquist. Este consiste na obtenção de uma fronteira de eficiência produtiva através da DEA, que se calca na resolução de problemas de programação linear e resulta em medidas de distância à fronteira, utilizadas para posicionar as observações. As funções distância obtidas por intermédio da DEA permitem, posteriormente, a mensuração da PTF pelo índice de Malmquist<sup>8</sup>. Assim, pode-se traçar o perfil da PTF sob a ótica do desempenho comparativo, característico desse método.

Posteriormente, frente à necessidade de maior estudo quanto à robustez dos estimadores, é usada uma metodologia de *bootstrap* aos índices de variação de PTF de Malmquist – e seus componentes índice de variação na eficiência técnica e índice de variação tecnológica – obtidos com a DEA. Esse método de reamostragem baseia-se em retirar sucessivamente amostras repetidas, permitindo o uso de inferência estatística sobre a significância da mudança, como proposto por Simar e Wilson (1999a).

Além desta introdução, este trabalho está estruturado da seguinte maneira. No segundo capítulo procede-se a uma exposição dos aspectos teóricos da PTF, conceituação, justificativa, demonstração de sua decomposição e relação com o crescimento econômico, apresentando também a contabilidade do crescimento. A seguir, no capítulo 3, apresentaremos uma revisão da literatura referente aos principais estudos sobre mensuração da PTF agregada no Brasil. No capítulo 4 analisa-se a metodologia de estimação da eficiência técnica e dos ganhos de produtividade, com especial destaque para a análise dos métodos DEA, Malmquist e

---

<sup>7</sup>A forma geométrica dessa envoltória depende do modelo DEA utilizado.

<sup>8</sup> Como veremos adiante, o índice de Malmquist é, por sua natureza, não-paramétrico.

*Bootstrap*. Por fim, no capítulo 4, analisam-se os resultados obtidos para os estados e regiões brasileiros.

## **2 DEBATE SOBRE A PRODUTIVIDADE TOTAL DOS FATORES: ESTRUTURA TEÓRICA**

Nessa seção discorreremos a respeito da produtividade, objetivando contextualizar o estudo no que se refere ao referencial teórico, conceituação, justificativa, mensuração e causas da evolução da Produtividade Total dos Fatores.

### **2.1 A Produtividade: Considerações Gerais**

Apesar de sua importância como sinalizador do desempenho econômico de um país, pois sinaliza o quão eficazmente os recursos (fatores de produção como capital e trabalho) estão sendo utilizados na obtenção do produto, apenas alguns trabalhos se dedicaram à mensuração da PTF da economia agregada no Brasil.

Mas em que pese suas limitações, as medidas parciais são, obviamente, calculadas de forma mais simples, mesmo podendo provocar distorções nas análises por não considerarem os demais fatores de produção. A principal crítica é que, ao contrário da PTF, as medidas unifatores não fazem distinção entre os deslocamentos da isoquanta<sup>9</sup>, que permite identificar o progresso tecnológico e as mudanças na relação entre fatores ao longo da isoquanta, que mede a mudança de produtividade decorrente dos ganhos de eficiência técnica. A PTF, sendo uma medida multifator e embora mais complexa, reduz naturalmente as distorções da análise ao permitir a distinção entre os dois movimentos. Além disso, é a medida mais adequada quando se objetiva a mensuração da eficiência econômica e está livre dos efeitos das mudanças na razão capital-trabalho. Assim, a potencialidade de análise dos indicadores de PTF é reconhecidamente mais significativa.

---

<sup>9</sup> Isoquantas são curvas representativas de todas as diferentes combinações de insumos que são exatamente suficientes para gerar determinada quantidade de produto. Implícito a esse conceito está a existência de alternativas tecnológicas eficientes, pois se pode obter a mesma quantidade de produto com combinações diferentes de insumos através da substituição entre capital e mão-de-obra. Um mapa de isoquantas descreve uma tecnologia de produção.



Haja vista a existência de várias expressões relacionadas ao desempenho, tais como produtividade, eficiência e eficácia, torna-se necessário distingui-las. De forma resumida, tanto o conceito de produtividade quanto de eficiência<sup>10</sup> dizem respeito à vinculação insumo-produto, embora eficiência seja distinta por expressar uma relação ótima. A eficácia, por sua vez, remete à idéia de produção de efeito desejado, de obtenção dos resultados planejados ou cumprimento dos objetivos traçados e refere-se, portanto, à relação insumo-resultado.

Ademais, vale ressaltar que a PTF é uma taxa de variação<sup>11</sup> e não existe em um ponto no tempo. Por relacionar-se com inovações tecnológicas e escala de produção, é um conceito que se vincula a mudanças que ocorrem ao longo do tempo, não tendo, portanto, característica estática.

Genericamente, podemos afirmar que a evolução e os diferenciais de PTF entre regiões decorrem de variações de eficiência produtiva, mudanças técnicas na produção como consequência do progresso tecnológico e variações no ambiente macroeconômico. Isso pode ser demonstrado a partir da decomposição da PTF, como será feito na seção a seguir.

## 2.2 Decomposição da Produtividade Total dos Fatores

Considerando o caso simplificado de um único produto  $y$  em função de apenas um insumo  $x$ , é possível ilustrar o processo de decomposição, que pode ser aplicada aos casos mais complexos que envolvam vários produtos e insumos.

Definindo as quantidades observadas de produto e insumo nos períodos  $t$  e  $t+1$  como  $y_t, y_{t+1}, x_t, x_{t+1}$ , respectivamente, o índice de PTF é determinado pela razão:

$$PTF_{t,t+1} = \frac{y_{t+1}/x_{t+1}}{y_t/x_t} \quad (2.1)$$

Supondo que as relações físicas estabelecidas entre os insumos utilizados e o produto máximo potencial, nos momentos  $t$  e  $t+1$ , sejam expressas pelas funções  $f_t(x)$  e  $f_{t+1}(x)$ , e admitindo a possibilidade de existência de ineficiência técnica, pode-se quantificar o produto observado em termos de uma função de produção da forma:

<sup>10</sup> Em estatística, eficiência é uma propriedade do estimador de um parâmetro. Um estimador eficiente é aquele que, dentre todos os estimadores não-viesados, tem a menor variância.

<sup>11</sup> Vide Solow (1957).

$$y_t = \lambda_t f_t(x_t) \text{ , onde } 0 \leq \lambda_t \leq 1 \quad (2.2)$$

Um valor de  $\lambda_t$  inferior a 1 indica a ocorrência de ineficiência técnica no processo produtivo da unidade de produção observada no período. Substituindo (2.2) em (2.1), obtém-se:

$$PTF_{t,t+1} = \frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} \left[ \frac{f_{t+1}(x_{t+1})/x_{t+1}}{f_t(x_t)/x_t} \right] \quad (2.3)$$

Considerando a hipótese de que os níveis de insumos utilizados possam ser diferentes entre dois períodos consecutivos, pode-se estabelecer uma relação entre a quantidade de insumo do período t+1 com a do período t, ou seja,  $x_{t+1} = kx_t$ , sendo que k terá valor superior a 1 se a quantidade de insumo em t+1 for maior que em t. No caso de a função de produção ser homogênea de grau  $\varepsilon(t+1)$ , em  $x_{t+1}$ , relativo ao período t+1, pode-se escrever (2.3) como:

$$PTF_{t,t+1} = \frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} \left[ \frac{f_{t+1}(kx_{t+1})/kx_{t+1}}{f_t(x_t)/x_t} \right] = \left[ \frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} \right] \left[ k^{\varepsilon(t+1)-1} \right] \left[ \frac{f_{t+1}(x_t)}{f_t(x_t)} \right] \quad (2.4)$$

A equação (2.4) fornece a completa decomposição do índice de PTF. O primeiro termo do lado direito representa a variação na eficiência técnica, o termo  $\left[ k^{\varepsilon(t+1)-1} \right]$  é o efeito da variação de escala de produção e o último componente à direita mede a variação tecnológica. Quando a tecnologia apresentar retornos constantes de escala,  $\left[ k^{\varepsilon(t+1)-1} \right] = 1$ . Observa-se ainda que o efeito da variação de escala é uma combinação dos parâmetros k e  $\varepsilon$ , que representam a escala de operação e o retorno de escala, respectivamente.

Färe *et al.* (1994) mostram que o índice de variação da PTF pode ser decomposto em índice de variação tecnológica e índice de variação de eficiência técnica (ou econômica). Este, por sua vez, é o produto entre o índice de variação da eficiência técnica pura e de variação da eficiência alocativa (eficiência de escala). Desse modo, mesmo que a utilização dos fatores seja eficiente, é possível que haja aumento na produtividade fruto de uma combinação dos fatores de produção. Isto significa que, dada uma tecnologia, existe uma razão capital-trabalho ótima que maximiza a eficiência alocativa (MARINHO *et al.*, 2001).

### 2.3 Produtividade Total dos Fatores e Crescimento Econômico: Aspectos Teóricos

Um dos principais ramos da pesquisa empírica sobre crescimento econômico centra-se na análise de suas fontes. Nesse sentido, procura-se mensurar o grau no qual o crescimento do produto se deve às variações positivas nas quantidades dos insumos usados no processo produtivo e em que grau se deve a incrementos na PTF. Por isso, dado que a produtividade é determinante no desempenho de uma economia, cria-se, naturalmente, o interesse na mensuração da PTF.

A conclusão de que a taxa de crescimento de longo prazo é determinada pelo crescimento da produtividade é comum aos modelos da teoria neoclássica. Embora Tinbergen (1942) seja reconhecido como o trabalho pioneiro na associação da função de produção agregada à produtividade, propondo-se ao cálculo explícito da PTF, a contribuição considerada seminal foi dada por Solow (1957) ao relacionar a função de produção a números índices de PTF<sup>12</sup>. Neste *paper*, Solow concluiu que a mudança de PTF agregada se refere à parcela que não pode ser explicada pelos insumos e, assim, sugeriu seu cálculo como um resíduo da função de produção. É por esse motivo que surgiu a expressão “resíduo de Solow” para designar a PTF, que não pode ser diretamente observável.

Além do mais, foi a partir de Solow (1957) que a função de produção passou a ser utilizada em modelos de crescimento e, dessa forma, passou-se a considerar como determinantes do crescimento a oferta de fatores de produção e o progresso tecnológico exógeno. Anteriormente, predominavam na literatura os modelos de crescimento keynesiano, como os de Harrod e Domar, nos quais é a demanda que explica o crescimento do produto.

Especificamente Solow (1957) cria um elo entre a função de produção e um número-índice de produtividade, assumindo retornos constantes de escala e utilizando um parâmetro de mudança Hicks-neutro, que mede a alteração na função de produção, segundo determinados níveis de capital e trabalho. A partir daí, re-arranjando os termos da função de produção, obteve o que denominou de eficiência Hicksiana relativa, ou seja, um indicador mais geral de produto por unidade de insumo, que posteriormente viria a ficar conhecido como PTF, que reflete o progresso tecnológico e outros determinantes do crescimento econômico.

---

<sup>12</sup> Já Griliches (1996) credits a Morris Copeland (1937) a primeira menção a um índice de produto por insumo. Além dele, Fabricant (1954) e Abramovitz (1956) também já haviam se dedicado ao estudo da produtividade da economia agregada nos Estados Unidos antes de Solow (1957).

Durante a segunda metade da década de 1980, Paul Romer reescreveu a teoria do crescimento econômico incorporando a inovação tecnológica, ou em suas palavras, a produção de idéias, como o principal motor do crescimento. Romer propagou então que é a criação e, mais precisamente, o uso de novas idéias que geram o progresso tecnológico, aumentam a produtividade de uma economia e fomentam seu crescimento. Desse modo, aqueles países que pretendem aumentar a taxa de crescimento de seu produto *per capita* no longo prazo, ou seja, de maneira sustentável, devem investir em políticas de incentivo à produção e à utilização de novas idéias. Assim, surgiram os chamados modelos de crescimento endógeno, baseados em Romer (1986) e em Lucas (1988), nos quais os determinantes-chaves para o crescimento econômico seriam variáveis endógenas, ou seja, explicadas dentro do próprio modelo e, nesse sentido, a alteração verificada no produto ocorreria em decorrência de mudança tecnológica endógena. Aghion e Howitt (1992) também se referem à importância da taxa de crescimento da produtividade.

A discussão acerca da PTF relaciona-se ao estudo da hipótese da convergência, que, inserida no campo do debate sobre crescimento econômico, tem merecido especial atenção dos trabalhos empíricos ultimamente. O ponto central é o interesse em se saber se de fato a rapidez de crescimento dos países mais pobres, ao longo do tempo, é superior à dos países mais ricos, resultando em uma tendência de aproximação de seus níveis de renda *per capita*<sup>13</sup>.

O processo de obtenção da PTF, introduzido pelo artigo de Solow (1957) e posteriormente desenvolvido por Kendrick (1961), Denison (1962) e Jorgenson e Griliches (1967) é conhecido como Contabilidade do Crescimento e corresponde aos primórdios da mensuração da PTF. Esta é a metodologia mais tradicionalmente empregada para se analisar a contribuição da produtividade no crescimento econômico na literatura.

---

<sup>13</sup> No conceito de convergência condicional, tem-se que a convergência depende do ponto de partida e, nesse sentido, as economias crescem mais rápido se estão mais distantes de seu estado estacionário, ou seja, quanto maior a distância entre seu nível de renda *per capita* inicial e de longo prazo. Além disso, ao contrário da convergência absoluta, considera-se que os diferenciais nos níveis de renda *per capita* não são as únicas diferenças relevantes existentes entre os países. Como expõe Marinho e Ataliba (2000), normalmente a hipótese da convergência é pesquisada em um contexto em que as economias estão sujeitas apenas a variações de eficiência tecnológica, ou seja, ao efeito *catching up*, enquanto que são negligenciadas as inovações que expandem a fronteira tecnológica.

### 2.3.1 Contabilidade do Crescimento<sup>14</sup>

Nesta seção é apresentado um modelo teórico conhecido como Contabilidade do Crescimento (*Growth Accounting*), desenvolvido inicialmente por Solow (1957) e posteriormente por Kendrick (1961) e Denison (1962). Em termos gerais, trata-se de uma técnica de estimação das contribuições de diferentes fatores ao crescimento econômico.

Através desse método de estimação, a PTF é obtida subtraindo-se da taxa de crescimento do produto uma média ponderada das taxas de crescimento dos insumos usados na produção, com pesos dados pelas participações desses fatores no produto agregado. Esta metodologia tem sido a mais comumente empregada em estudos que envolvam mensuração da PTF. Em aplicações para a economia como um todo, ou seja, mensurando-se a PTF agregada, aplica-se a contabilidade do crescimento para decompor as variações do produto agregado.

Essencialmente, o procedimento envolve a diferenciação de uma função de produção Cobb-Douglas em relação ao tempo e o uso da equação resultante para se obter a taxa de crescimento do produto como uma função da mudança nos fatores de insumos, ou seja, capital e trabalho. Dessa maneira, a PTF é estimada como um resíduo da função de produção, sendo, portanto, conhecida como resíduo de Solow, por ter sido deduzido em Solow (1957).

Conforme Hulten (2000), o conceito de PTF (produto por unidade de insumo) tem origem nas contas nacionais. De fato, a identidade fundamental da contabilidade do produto a preços constantes é:

$$p_0 Y_t = S_t [w_0 L_t + r_0 K_t] , \quad (2.5)$$

onde  $p_0$  é o preço dos bens e serviços vendidos aos consumidores no ano-base 0;  $Y_t$  é o produto no tempo  $t$ ;  $w_0$  e  $r_0$  são os preços do trabalho e do capital, respectivamente, em  $t=0$  e  $S_t$  é um fator de escala. Os fatores de produção, trabalho e capital, são expressos por  $L_t$  e  $K_t$ .

Se dividirmos por  $w_0 L_t + r_0 K_t$  teremos que o fator de escala  $S_t$  é a razão do produto por unidade do fator total dos insumos. A contabilidade do crescimento consiste em um

---

<sup>14</sup> Essa seção baseia-se, em grande medida, em Hulten (2000).

método de mensurar a variável  $S_t$ <sup>15</sup> e separar o crescimento real do produto em duas componentes: a parte devida aos insumos e a parte devida à produtividade. O método parte da identidade existente entre o valor do produto agregado e a soma dos valores dos pagamentos a fatores de produção, obtendo uma expressão para o cálculo da PTF em termos de taxas de crescimento, onde a taxa de variação da PTF é obtida residualmente.

Pela contabilidade do crescimento, estimam-se funções de produção supondo que todas as unidades produtivas são eficientes. Mas torna-se evidente que a não consideração de efeitos de ineficiência técnica no processo produtivo pode conduzir a distorções nos parâmetros estimados. A hipótese básica de eficiência conduz a uma interpretação do crescimento da PTF como um deslocamento da fronteira de produção ou uma mudança tecnológica. Nesse sentido, de acordo com a contabilidade do crescimento, a PTF é identificada com o avanço tecnológico. Sendo um fator multiplicado pela função, cujo valor é estimado como sendo um resíduo, a PTF, em Solow (1957), representa a mudança tecnológica, que se expressa no deslocamento da função de produção. No entanto, tendo em mente que múltiplos fatores podem explicar medidas de PTF além da tecnologia, faz-se necessário a ressalva de que diferentes medidas de PTF não correspondem necessariamente à diferenças nos padrões tecnológicos. Na presença de ineficiência técnica ou alocativa, a magnitude da estimação da PTF não reflete exclusivamente as variações técnicas (ou seja, os deslocamentos da fronteira de produção), podendo estar associada também a componentes que explicariam as aproximações ou afastamentos da própria fronteira.

Em que pese essa limitação metodológica, a contabilidade do crescimento tem sido o procedimento padrão na literatura empírica referente a estudos que se propõem a calcular a PTF e a investigar os determinantes do crescimento econômico. Como sua origem é creditada ao estudo de Solow (1957), remeter-nos-emos a ele para explicá-la nesta seção.

Fundamentando-se no caso simples de uma mudança técnica neutra, a função de produção<sup>16</sup> Hicks-neutra agregada toma a seguinte forma:

---

<sup>15</sup> Hulten (2000) aponta um problema que surge da interpretação da razão  $S$  e que gera uma ambigüidade a respeito da natureza do índice de PTF: a identidade (2.5) engloba tanto o ponto de vista dos produtores, quanto dos consumidores, mas os estudos de produtividade contemplam apenas a interpretação do lado dos produtores, em detrimento da análise dos benefícios para o bem-estar do consumidor.

<sup>16</sup> A fragilidade teórica da função de produção foi bastante explorada na chamada “controvérsia de Cambridge”, assim denominada pelo fato de ter sido levantada por acadêmicos da Universidade de Cambridge, inclusive Joan Robinson. Para eles, o capital é um conceito eminentemente monetário, sendo, portanto, impossível medi-lo em unidades físicas ou unidades de eficiência como requer a função de produção. Assim, sua remuneração não pode ser dada pela produtividade marginal, pois o capital já teria seu valor na função de produção.

$$Y_t = A_t f(K_t, L_t), \quad (2.6)$$

onde  $Y$  é o produto,  $K$  é o capital e  $L$  é o trabalho. O termo  $A_t$  representa um deslocamento da função de produção a dados níveis de capital e trabalho, que capta a produtividade e é interpretado como a mudança tecnológica ocorrida.

Para mensurar  $A_t$  usando uma abordagem não-paramétrica, ao não impor uma forma específica à função de produção, Solow começou pela diferenciação do logaritmo da função (2.6), obtendo:

$$\frac{\dot{Y}_t}{Y_t} = \frac{\partial Y}{\partial K} \frac{K_t}{Y_t} \frac{\dot{K}_t}{K_t} + \frac{\partial Y}{\partial L} \frac{L_t}{Y_t} \frac{\dot{L}_t}{L_t} + \frac{\dot{A}_t}{A_t} \quad (2.7)$$

De acordo com (2.7), o crescimento do produto real pode ser fatorado em três componentes: as taxas de crescimento do capital e do trabalho (tendo como pesos suas elasticidades do produto), que representam movimentos ao longo da função de produção, e a taxa de crescimento do índice de eficiência hicksiano, que representa um deslocamento da própria função.

Sendo cada insumo remunerado por seu produto marginal<sup>17</sup>, temos:

$$\frac{\partial Y}{\partial K} = \frac{r_t}{p_t}, \quad \frac{\partial Y}{\partial L} = \frac{w_t}{p_t}$$

A derivada (2.7) assume a forma:

$$\frac{\dot{Y}_t}{Y_t} = \frac{r_t}{p_t} \frac{K_t}{Y_t} \frac{\dot{K}_t}{K_t} + \frac{w_t}{p_t} \frac{L_t}{Y_t} \frac{\dot{L}_t}{L_t} + \frac{\dot{A}_t}{A_t} \quad (2.8)$$

Isolando-se o último termo:

$$\frac{\dot{A}_t}{A_t} = \frac{\dot{Y}_t}{Y_t} - \frac{r_t}{p_t} \frac{K_t}{Y_t} \frac{\dot{K}_t}{K_t} - \frac{w_t}{p_t} \frac{L_t}{Y_t} \frac{\dot{L}_t}{L_t} \quad (2.9)$$

---

<sup>17</sup> Parte da suposição de competitividade no mercado de fatores.

O termo  $\frac{\dot{A}}{A}$  é a variação da produtividade total dos fatores, conhecido por resíduo de Solow<sup>18</sup>, e representa uma mudança no nível da função de produção definida pela equação (2.6).

Observa-se, pela equação (2.8), que o modelo de Solow sugere que o crescimento na produção pode ser explicado pelo crescimento dos insumos de fatores, ponderados por suas partes na renda, e pelo progresso técnico. A expressão está escrita em termos de taxas de variação. Teoricamente, as taxas de variação dos estoques de mão-de-obra e de capital são consideradas segundo seu uso, isto é, mão-de-obra efetivamente empregada e capital efetivamente utilizado. Porém, trata-se de variáveis de difícil e duvidosa obtenção em níveis agregados, principalmente para períodos longos. A alternativa é não trabalhar com os estoques de uso real e sim com estoques totais de capital e mão-de-obra.

É interessante notar que para deduzir a equação (2.9) não foi necessário explicitar nenhuma forma funcional para a função de produção descrita pela equação (2.6). Por esse motivo esta maneira de determinar as elasticidades do produto em relação aos fatores de produção, e conseqüentemente, o resíduo de Solow, é conhecida na literatura como um método não-paramétrico.

Assumindo que a tecnologia é hicks-neutral, no sentido de afetar os fatores de produção na mesma intensidade, então  $F(A, K, L) = A f(K, L)$  e o resíduo de Solow corresponderá ao crescimento do valor agregado devido à mudança tecnológica.

Definindo  $\alpha$  e  $\beta$  como as elasticidades do valor agregado em relação ao capital e ao trabalho respectivamente, a equação (2.9) pode ser reescrita como:

$$\frac{PT\dot{F}}{PTF} = \frac{\dot{Y}}{Y} - \alpha \left( \frac{\dot{K}}{K} \right) - \beta \left( \frac{\dot{L}}{L} \right), \quad (2.10)$$

onde  $\frac{PT\dot{F}}{PTF}$  é a taxa de crescimento da produtividade total dos fatores.

Jorgenson e Griliches (1967) defenderam a hipótese de que se as variáveis relevantes forem mensuradas cuidadosamente e se o modelo for corretamente especificado, a PTF de Solow desaparecerá, na medida em que é um resíduo. Eles introduziram uma série de

---

<sup>18</sup> O resíduo de Solow é chamado de eficiência hicksiana relativa por Solow (1957) e também é conhecido pela expressão “medida da nossa ignorância”, por ser a parte que não pode ser explicada pelos insumos e sobre a qual desconhecemos a mensuração.



inovações na abordagem de Solow, baseadas na aplicação da teoria de produção neoclássica e concluíram que o resíduo não teria uma contribuição relevante para o crescimento econômico. Basicamente, eles ressaltaram questões relacionadas a forma de mensuração do fator capital.

Denison (1972) rebateu a crítica de Jorgenson e Griliches à teoria convencional. Seu estudo concluiu que o resíduo não era, na verdade, igual a zero. Segundo ele, parte da divergência foi causada por diferenças no período de tempo entre os dois estudos e parte foi devido ao uso da eletricidade como utilização da capacidade.

O debate entre Jorgenson e Griliches (1967) e Denison (1972) focou-se em quanto do crescimento econômico pode ser explicado pela PTF, obscurecendo, como coloca Hulten (2000), a principal contribuição do artigo de Jorgenson e Griliches (1967), qual seja, o *link* entre a teoria da produção e a contabilidade do crescimento. Nesse sentido, uma das principais inovações foi a incorporação da teoria neoclássica do investimento, desenvolvida por Jorgenson (1963), na análise da produtividade. Jorgenson e Griliches (1967) apresentaram uma aproximação em tempo discreto para o índice Divisia a partir do índice de Tornqvist<sup>19</sup>, já que os dados são em tempo discreto.

O modelo neoclássico de Solow destacou a importância do progresso técnico como o motor fundamental do crescimento econômico sustentado, apresentando o processo de inovação tecnológica como exógeno. Ou seja, segundo o modelo, os investimentos em pesquisa e desenvolvimento (P&D) não tem efeitos sistemáticos e previsíveis sobre o crescimento do produto. No entanto, Romer (1990) e Lucas (1988) sugeriram uma abordagem mais plausível, a teoria do crescimento endógeno, que engloba modelos nos quais a inovação é uma forma de acumulação de capital, e o conceito de capital é expandido, a fim de incluir capital humano. Nesse contexto, o conhecimento é posto no mesmo patamar de outros investimentos, acarretando que a taxa de inovação será endógena no modelo. Mas o ponto diferencial dos modelos endógenos não é o destaque dado ao capital humano e sim a hipótese adotada de que o retorno marginal do capital é constante, em vez de ser decrescente, como na modelagem neoclássica.

Para ilustrar as implicações do modelo de crescimento endógeno na mensuração e interpretação do resíduo de produtividade, supomos que o capital tenha dois efeitos: cada um por cento de aumento no capital provoca uma aumento no produto de por cento e gera *spillovers*, que faz outras economias terem crescimento de produto na ordem de por cento.

---

<sup>19</sup> O índice de Tornqvist também é chamado de índice *translog* Tornqvist-Theil.

Ademais, temos que  $\alpha + \beta = 1$  e  $\alpha + \gamma = 1$ , que implica a existência de retornos constantes de escala. Dessa forma:

$$Y_t = A_0 K_t^\alpha [K_t^\beta L_t^\gamma] \quad (2.11)$$

Esta função de produção agregada exibe retornos crescentes de escala, sendo que cada produtor opera sob a hipótese de retornos constantes de escala referentemente aos insumos que controla. O termo de eficiência  $A_0 K_t^\alpha$  substitui o parâmetro  $A_t$  da função (2.6). O resíduo associado à (2.11), análogo à equação (2.9), é igual à taxa de crescimento do capital, ponderado pelo efeito dos *spillovers*.

Na próxima seção, exporemos sucintamente os números índices utilizados para se mensurar os ganhos de PTF, derivados da Contabilidade do Crescimento.

### 2.3.2 Números- Índices

A variação de PTF em um período de tempo pode também se mensurada através da aplicação de números-índices<sup>20</sup>, também conhecidos como razões de produtividade. A noção parte de estender a idéia de medidas de produtividade parcial para o caso multifator, ou até mesmo, multiproduto. Em um contexto de um insumo e um produto, a produtividade de uma unidade pode ser definida como a razão do produto pelo insumo, mas, no entanto, quando se trabalha com mais de um insumo, por exemplo, devido à heterogeneidade, essa técnica não é válida, pois não se podem adicionar variáveis em unidades diferentes. Portanto, a produtividade é medida pela razão entre a produção e uma média dos insumos utilizados no processo produtivo. No caso de multi-insumo e multi-produto trata-se de um quociente entre um índice de produto e um índice de quantidade de insumos usados na produção.

A teoria dos números-índices é útil para agregação de insumos e/ou produtos para se obter a mensuração da PTF. No entanto, os resultados de agregação em índice são, em geral, sensíveis à escolha do índice específico. Os números-índices diferem-se pela forma funcional dessa média ponderada de fatores de produção e nos pesos usados para agregá-los. Isso

---

<sup>20</sup> Pois é possível construir índice a partir de taxas de variação.

conduz ao problema da escolha de determinada fórmula de número-índice mais adequada<sup>21</sup>. Os principais índices usados são Laspeyres, Törnqvist (originado do índice Divisia), Fischer (índice exato geométrico) e Malmquist.

A equação (2.9) representa a taxa de crescimento do índice Divisia, que é um índice encadeado (ou seja, contínuo) que pressupõe que as funções de preço e quantidade evoluam de forma contínua e sejam, por isso, diferenciáveis. É um índice teórico porque, apesar de ser teoricamente condizente com a realidade, não é passível de ser calculado com precisão, a não ser em alguns intervalos definidos. A explicação reside no fato de que não há disponibilidade de informações sobre variáveis econômicas de modo contínuo no tempo. É importante observar que qualquer que seja a fórmula de cálculo do índice, quando encadeado de acordo com a metodologia de Divisia, resulta em uma aproximação a esse índice teórico, ou seja, não há sentido em atribuir a propriedade de aproximação a Divisia a qualquer fórmula particular de cálculo. Os índices de Laspeyres, Paasche, Geométrico e Törnqvist podem ser aproximações do índice Divisia, identificando-se exatamente a ele quando algumas hipóteses sobre trajetória de preços e quantidades são adotadas<sup>22</sup>. Desse modo, desde que atenda ao encadeamento, essas funções podem assumir qualquer trajetória. Se esta implicar que os preços e quantidades mantenham-se constantes e iguais ao ano base, então o índice de Laspeyres pode ser uma aproximação do índice de Divisia (GAMEIRO, 2003).

Apesar do resíduo de Solow ter sido uma importante contribuição na área de pesquisa do crescimento econômico, ele possui algumas limitações em termos empíricos na medida em que se exige que os dados estejam em tempo contínuo. Ou seja, a abordagem desenvolvida por Solow é uma teoria em tempo contínuo, que contrasta com a natureza discreta dos dados. Uma maneira de lidar com esse problema é usar aproximação em tempo discreto para o modelo em tempo contínuo. Nesse sentido, a contribuição de Diewert (1976) centrou-se em mostrar que a aproximação pelo índice de Törnqvist para o índice Divisia, como usado em Jorgenson e Griliches (1967), seria um número índice exato se a função de produção tivesse a forma *translog* proposta por Christensen, Jorgenson e Lau (1971). Dessa forma, sob certas

---

<sup>21</sup> Além da definição de qual fórmula utilizar, deve-se escolher se o cálculo do número-índice se dará com base fixa ou com base encadeada. Isso se deve ao fato de que os números-índices, por tratarem da mensuração de determinada variação entre dois pontos no tempo ou no espaço, necessitam de uma base de comparação, sendo, portanto, relativos a essa escolha. Em um índice de base encadeada o valor integral dentro de um período não depende apenas do valor da variável inicial e final, mas também de todos os valores intermediários. Em suma, os índices em cadeia, que no limite tornam-se índices contínuos, são baseados em sucessivas comparações intermediárias finitas (ou infinitas) entre dois pontos. Assim, um índice de natureza contínua passou então a ser designado “sistema de cadeias de bases”.

<sup>22</sup> As especificações das funções de preços e quantidades podem variar e serão as responsáveis pela definição de suas trajetórias.

condições, o índice de Tornqvist não seria uma aproximação e sim um índice exato. Assim, dada a dificuldade em se obter dados em tempo contínuo, utiliza-se a aproximação de Tornqvist e a formulação de Solow em tempo contínuo pode ser usada com dados em tempo discreto, mantendo a interpretação teórica do resíduo como sendo mudanças contínuas na função de produção agregada.

O índice de Tornqvist é derivado geralmente de função de produção homogênea do tipo *translog* e pode ser representado pela seguinte expressão:

$$\ln\left(\frac{PTF_t}{PTF_{t-1}}\right) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (S_{i,t} + S_{i,t-1}) \ln\left(\frac{Y_{i,t}}{Y_{i,t-1}}\right) - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m (C_{j,t} + C_{j,t-1}) \ln\left(\frac{X_{j,t}}{X_{j,t-1}}\right), \quad (2.11)$$

onde os termos  $Y_i$  e  $X_j$  representam a quantidade de produto e insumo, respectivamente. Os preços do produto  $i$  e do insumo  $j$  são dados por  $S_i$  e  $C_j$ .

O primeiro termo de (2.11) se refere ao índice agregado de produto e o segundo ao índice agregado de insumos. Quando este cresce mais que o de produtos, existe uma queda na PTF, caso contrário existe um aumento. Podemos destacar entre as limitações desse índice de PTF a utilização de preços como fator de ponderação. Esse fato pode trazer prejuízos à análise, principalmente em períodos mais longos ou na presença de alta inflação.

Diewert (1976) caracterizou o índice de Tornqvist como superlativo, pois como a função de produção *translog* pode ser considerada como uma boa aproximação de segunda ordem de outras funções de produção, esse índice pode ser usado mesmo se a forma da função de produção não seja realmente a *translog*. O grau de exatidão do número índice depende da proximidade da função *translog* à verdadeira função de produção. Em consequência disso, se o índice em tempo discreto é uma medida exata da eficiência hicksiana, a abordagem do resíduo de Solow não é completamente não-paramétrica, pois há uma função de produção paramétrica por trás do método de aproximação.

Além disso, Diewert (1976) definiu que uma forma funcional agregativa que possibilite uma aproximação até segunda ordem de uma função linear homogênea arbitrária que possua derivadas primeira e segunda é considerada flexível. Assim, demonstrou que o índice de Tornqvist é exato (isto é, consistente) para uma forma agregativa *translog* homogênea e, portanto, superlativo. Já a fórmula de Fischer é exata para uma função agregativa quadrática de ordem dois homogênea (e, portanto, superlativa).

Pode-se mostrar que a equação (2.5) é uma versão do índice de Laspeyres a base fixa:

$$\frac{S_t}{S_0} = \frac{\frac{Y_t}{Y_0}}{\frac{w_0 L_t + r_0 K_t}{w_0 L_0 + r_0 K_0}} \quad (2.12)$$

O índice de Laspeyres é exato para uma função de produção linear com insumos substitutos perfeitos entre si. Contudo, como qualquer índice a pesos fixos, está sujeito a viés de substituição. O efeito substituição ocorre devido à variação do preço relativo de um bem, que faz com que os agentes substituam os bens cujos preços aumentaram por aqueles que se tornaram relativamente mais baratos. Nesse caso, a participação dos produtos mais caros diminui e se essa quantidade consumida menor não for considerada, o índice fica superestimado. Nota-se a relação entre  $A_t$  da equação (2.6) e  $S_t$  da equação (2.5). Em alguns casos ambos são idênticos, mas o indicador de produto por insumo, a PTF, é dado por  $A_t$ , visto que o índice de Laspeyres  $S_t$  é exposto a viés. Este problema pode ser reduzido com o uso do índice de Laspeyres encadeado<sup>23</sup>.

Há outro tipo de índice que analisa a PTF e que tem sido o mais utilizado ultimamente: o índice de Malmquist. Trata-se de um índice de quantidade para análise de produção como razão de funções de distância usado para mensurar a evolução da produtividade no tempo. O cálculo pode ser baseado apenas nas quantidades, ou seja, não são requeridas informações em unidades monetárias sobre os preços dos insumos ou valores do produto, além de nenhuma condição de equilíbrio ser imposta. O cálculo da produtividade baseada no índice de Malmquist não requer a especificação de uma forma funcional para a tecnologia de produção, integrando-se, assim, nos métodos não-paramétricos, embora a técnica paramétrica possa também ser empregada na construção da fronteira eficiente, que permitirá a posterior definição do índice<sup>24</sup>.

Uma das principais diferenças entre o índice de Malmquist e a contabilidade do crescimento se refere à escolha dos pesos dos insumos na construção do índice de produtividade. Outra diferença diz respeito ao fato de a contabilidade do crescimento analisar um país isoladamente, enquanto o procedimento de Malmquist, embora necessite somente de dados quantitativos dos insumos e produtos, requer que haja um painel de dados, observando diversos países em diversos períodos de tempo. Ademais, em relação à contabilidade do

<sup>23</sup> Para maiores detalhes, ver Kendrick (1961) e Denison (1962).

<sup>24</sup> Como exemplo do uso da técnica paramétrica de fronteira estocástica de produção em conjunto com o índice de Malmquist, citamos Marinho, Ataliba e Lima (2001) que emprega para uma análise estadual.

crescimento o índice de Malmquist apresenta a vantagem de que, ao permitir a decomposição da variação da PTF entre a contribuição da eficiência técnica e da tecnologia, pode-se identificar o real papel do progresso técnico na PTF, ao contrário da contabilidade do crescimento que atribui suas alterações direta e somente aos avanços tecnológicos.

Os aspectos formais do índice de Malmquist estão presentes no capítulo 4.

### **3 REVISÃO DA LITERATURA SOBRE MENSURAÇÃO DA PTF AGREGADA NO BRASIL**

Neste capítulo, apresentaremos uma revisão da literatura referente às principais contribuições ao estudo da mensuração da PTF agregada e sua evolução no Brasil, bem como os resultados encontrados pelos diferentes trabalhos nessa área.

No propósito de análise e quantificação dos ganhos da PTF agregada para a economia, através da aplicação de diversas metodologias, a contabilidade do crescimento é a mais tradicional. Quanto ao uso combinado dos métodos não-paramétricos DEA e Malmquist, que permite que o crescimento da PTF seja decomposto entre a variação de eficiência e a taxa de progresso técnico, Färe *et al.* (1994) foram os pioneiros, ao proporem esta metodologia e a aplicarem a um grupo de 17 países da OCDE<sup>25</sup>. A partir desse artigo, a maioria dos estudos passou a adotar tal técnica de mensuração. Porém, Chavas e Cox (1990) já haviam analisado diferenciais de produtividade entre as indústrias japonesa e norte-americana empregando a metodologia não-paramétrica. Krüger (2003), usando uma amostra mais ampla de 87 países, calcula as taxas de crescimento da PTF no período de 1960-90 usando o mesmo método DEA-Malmquist.

Quanto ao caso brasileiro, foi a partir dos anos 1990 que houve uma maior profusão de estudos abrangendo o tema da produtividade de uma maneira geral, com destaque para o crescente interesse pela questão da sua mensuração, especialmente da PTF, de modo que tem se ampliado consideravelmente a literatura de trabalhos empíricos aplicados à economia brasileira a respeito desse assunto. Após um período inicial de intenso e controverso debate sobre a produtividade no Brasil, pode-se dizer que se chegou a um consenso de que, de fato, a partir dos anos 1990 houve um aumento da produtividade no Brasil. No entanto, a PTF agregada brasileira não é muito explorada, pois a maioria dos estudos centra-se na mensuração da PTF na agricultura ou em setores da indústria.

---

<sup>25</sup> A Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico (OCDE) é integrada por países ricos.

Em se tratando de estudos específicos sobre a PTF na economia agregada, as contribuições que sustentam o debate no assunto, aplicam, em sua maioria, a metodologia de contabilidade do crescimento, proposta por Solow (1957). A técnica de DEA Malmquist é utilizada, sobretudo, em exames da PTF de regiões comparativamente. Mas, embora a teoria neoclássica tradicional relacione o comportamento de longo prazo do produto *per capita* à trajetória da PTF, é escassa a literatura que procure relacionar a estagnação dos anos 80, por exemplo, com o comportamento da PTF no Brasil.

Bonelli e Fonseca (1998) calcularam a PTF agregada a partir do produto potencial, utilizando como insumos, capital físico e trabalho. Aplicando o método da contabilidade do crescimento, eles estimaram uma função Cobb-Douglas agregada para a economia brasileira no período de 1974 a 1996. Os resultados mostram elevadas taxas de crescimento da PTF de 1971 a 1973, período do milagre econômico, e queda nos anos até cerca de 1980, creditada ao alto aumento do estoque de capital, que reduziu sobremaneira o crescimento da PTF. Ademais, eles concluíram que na recessão de 1981/1983 houve nova desaceleração da PTF, que até o final da década de 1980 não se recuperou, por causa da alta taxa de aumento do estoque de mão-de-obra. Porém, após reativação de seu crescimento durante a recessão de 1990/1992, a PTF manteve-se a ritmo elevado até 1997. Já para o período 1970/97 como um todo, a taxa média de crescimento da PTF foi, segundo eles, de cerca de 1,7% ao ano. Assim, focando em 1990-1997, a quase totalidade do crescimento do produto potencial foi “explicada” pelo crescimento da PTF, corroborando que a idéia de que a partir de 1990 a economia ingressou em nova fase de ganhos de eficiência e produtividade, apesar do baixo crescimento do produto real médio, quando comparada com a tendência histórica anterior.

Esses resultados de Bonelli e Fonseca (1998) contrastam com os estudos contemporâneos de Abreu e Verner (1997) e Hofman e Mulder (1997). Ambos obtiveram participações da PTF no crescimento do produto bem menos expressivas e as diferenças de resultados pode ser explicada pela escolha das séries utilizadas no cálculo.

Também empregando a contabilidade do crescimento com insumos capital e trabalho<sup>26</sup>, Bacha e Bonelli (2001) calcularam a PTF de 1940 a 2000 em sua análise sobre o crescimento da economia brasileira. Seus resultados apontam que a importância da PTF para o crescimento do PIB foi bastante elevada na década de 40 (32,1%), diminuindo consideravelmente após, inclusive alcançando contribuição negativa de -147,9% na década de 80. O quadro muda substancialmente nos anos noventa, com a PTF representando 61% do

---

<sup>26</sup> Como *proxies* a essas variáveis, eles usaram o estoque de capital não residencial e número de pessoas ocupadas.



crescimento agregado da economia. Em todo o período, a principal fonte de crescimento do PIB correspondeu ao aumento de capital (70% no longo prazo, segundo a metodologia). O progresso técnico, medido pela variação na PTF<sup>27</sup>, teve a participação de 6% e a mão-de-obra, 23%. Além de analisar a experiência brasileira, uma comparação com estudos no Leste da Ásia<sup>28</sup> permite observar que a PTF nesses países representou um papel de menor importância, dadas as elevadas contribuições da acumulação de capital.

Em 2001, resultados similares são encontrados por Silva Filho, que também estima a PTF pela contabilidade do crescimento de 1980 a 2000, corroborando que, nos anos 90, houve reversão da tendência de desaceleração do crescimento da PTF verificada nos anos 80. Segundo ele, no período 1980-1992, a PTF caiu, em média, 0,7% ao ano, enquanto no período 1993-2000 houve crescimento médio de 0,9%. Isso mostra que a PTF apresentou um comportamento distinto, caindo na década de 80 e início da década de 90 e subindo desde então.

No mesmo ano, Castelar, Ataliba, e Tavares (2001) também estudaram a PTF para estados brasileiros no período 1986 a 1998, destacando a influência da educação como determinante da produtividade, a partir da contabilidade do crescimento. Quanto à mensuração da PTF, Pernambuco configurou-se como líder (embora tenha ficado na décima posição quando se passou a analisar a contribuição da PTF ao crescimento econômico), seguido pelos estados do sudeste. Porém, como esperado, ao introduzir-se capital humano na função de produção, São Paulo passa a ter maiores ganhos de PTF.

A fim de tentar explicar a depressão na qual o Brasil entrou a partir dos anos 80, comparativamente com os períodos anteriores, Bugarin *et alli*. (2002) usam o modelo neoclássico com mudança nos preços relativos e impostos. Assim, tentam mostrar que o comportamento da economia brasileira no período compreendido entre anos 1981 e 1998 pode ser explicado por choques exógenos de produtividade.

Também à luz da teoria neoclássica e partindo do pressuposto que PTF é um conceito relativo, Gomes, Pessôa e Veloso. (2003) propuseram uma decomposição alternativa do crescimento e, a partir dela, analisaram comparativamente o desempenho da economia brasileira em relação a um grupo de países. Para 1950/2000, eles buscaram identificar em que grau a PTF reflete características específicas de sua própria economia ou fatores comuns a

---

<sup>27</sup> Mesmo já exposto na introdução, salientamos novamente que pela contabilidade do crescimento a variação da PTF se traduz como sendo o próprio progresso técnico. Essa visão não é compartilhada pelo índice de Malmquist, pois este credita os ganhos de produtividade à variação de eficiência técnica, além da contribuição das variações tecnológicas.

<sup>28</sup> Especificamente nos seguintes países: Hong Kong, Singapura, Formosa e Coréia do Sul.

outras também e para tanto, separaram a produtividade em duas parcelas: evolução da fronteira tecnológica, constante e comum a todas as economias; e evolução da produtividade total dos fatores descontada (PTFD), que é a componente de produtividade específica do país, correspondente à diferença entre a evolução da PTF e a fronteira tecnológica<sup>29</sup>. Os resultados mostraram que, de 1950 a 1967, a PTF crescia aproximadamente à taxa da evolução da fronteira tecnológica apresentando relação capital-produto estável. Entre 1967 e 1976 há evidência de crescimento da PTF além da evolução da fronteira tecnológica e esse excesso não se verifica em outros países. Já entre 1967 e 1992, apesar da relação produto-capital indicar forte aprofundamento do capital, a PTF teve crescimento inferior à taxa da fronteira (negativo durante a década de 80), sendo que a intensidade e a duração dessa queda só encontram paralelo em países latino-americanos<sup>30</sup>. Enfim, de 1992 a 2000, a PTF volta a crescer à taxa determinada pela fronteira tecnológica e há estabilidade da relação capital-produto. Eles concluíram que as evidências foram suficientes para afirmar-se que a PTF foi o principal determinante de crescimento do produto no Brasil de 1950 a 2000; que a componente PTFD, que é específica do país, teve uma contribuição negativa, e que uma expressiva parcela da acumulação de capital no período pode ter sido induzida pelo crescimento do capital humano e da PTF, esta devida exclusivamente à evolução da fronteira tecnológica.

Assim como em Bugarin *et al.* (2002), em Gomes, Pessoa e Veloso (2003) a PTF é calculada a partir de séries de horas trabalhadas e de estimativas para o estoque de capital, estas geralmente calculadas através da acumulação do investimento<sup>31</sup> num contexto de função de produção agregada.

Recentemente, muitos estudos desenvolveram-se com a aplicação do índice de produtividade de Malmquist adicionalmente à estimação da fronteira de produção estocástica. Em um estudo dedicado à trajetória da PTF a nível estadual e regional de Marinho, Ataliba e Lima (2001) identificou os elementos que influenciam os ganhos de produtividade. Adotando a forma funcional Cobb-Douglas, eles estimaram uma fronteira de produção estocástica para o Brasil e, a partir dela, calcularam o índice de produtividade de Malmquist para 21 estados brasileiros entre 1986 e 1998, o qual permite a decomposição da variação de PTF em variação tecnológica e variação de eficiência técnica. Segundo eles, as regiões Sudeste e Centro-Oeste

---

<sup>29</sup> Calculada com base no comportamento de longo prazo do produto por trabalhador verificado nos Estados Unidos.

<sup>30</sup> Gomes, Pessoa e Veloso (2003) enfatizam que se pode atribuir às variações na PTF características próprias do Brasil e outras economias da América Latina, como, por exemplo, qualidade e evolução das políticas econômicas e das instituições legais.

<sup>31</sup> Embora este método apresente uma série de problemas como descrito em Prichett (2000).

obtiveram um crescimento de PTF superior à taxa brasileira. Ademais, entre os resultados encontrados está que a variação tecnológica, mais do que a variação de eficiência técnica, foi a responsável pelos ganhos de produtividade na maioria dos estados. No entanto, não se pode afirmar que tenha havido um processo de convergência ou divergência de produtividade entre os estados brasileiros. Reforçando estudos anteriores, a trajetória da PTF demonstrou que todas as regiões apresentaram redução nos índices de produtividade entre 1989 e 1992<sup>32</sup> e recuperação da tendência crescente após esse período. As evidências mostraram que, de 1986 a 1998, na maioria dos estados os ganhos de produtividade estiveram muito mais associados à variação tecnológica do que à variação de eficiência técnica e isso evidencia um processo de difusão tecnológica entre as regiões, com a característica de que ao nível estadual há diferenças na capacidade de absorver as inovações tecnológicas. Além disso, a dispersão dos níveis de produtividade aumentou entre os estados e diminuiu entre as regiões e, com exceção do Norte, houve aumento da dispersão entre estados de uma mesma região.

Em 2003, Bittencourt e Marinho, usando a estimativa de uma função do tipo *translog* pelo método paramétrico fronteira de produção estocástica e o cálculo do índice de Malmquist, examinam a PTF e discutem a experiência de crescimento econômico para uma amostra de 19 países da América Latina no período de 1961 a 1990. A partir desse exercício, constataram que a *performance* da PTF foi o principal motivo do baixo crescimento dos países latinos.

Bittencourt e Marinho (2005), com o objetivo de examinar o desempenho da economia agregada para uma amostra que englobava 75 países da OCDE, América Latina, Ásia e África, no período de 1961 a 1990, estimam uma função de fronteira estocástica de produção especificada na forma *translog*, tendo como insumos capital e trabalho, e aplicam o índice de Malmquist. Além disso, estimam outros indicadores de *performance* econômica, como a relação capital-trabalho. Adicionalmente, eles constroem medidas de produtividade relativa adotando o procedimento adotado por Krüger (2003).

Já o estudo de Ferreira, Ellery e Gomes (2005), seguindo Ohanian (2001), parte da problemática quanto à mensuração dos insumos a fim de analisar o comportamento da PTF no Brasil de 1970 a 1998 através da verificação dos efeitos de mudanças nas medidas das variáveis relevantes sobre a queda da PTF, focando principalmente no capital. Para avaliar a robustez da PTF, a partir do resultado de um caso base, analisaram-se fatores alternativos, tais

---

<sup>32</sup> A partir de 1989, deu-se início à abertura da economia brasileira, tendo esta uma maior inserção no cenário internacional, que gerou forte declínio dos ganhos de produtividade. Somente após 1992 houve recuperação da capacidade de absorção de novas tecnologias e aumento da produtividade.

como: serviço dos insumos capital e trabalho; utilização da capacidade instalada; modificações no uso do capital; mensuração do capital tomando como *proxy* o consumo de energia elétrica não residencial; distorções nos preços relativos do capital que podem subestimar a PTF ao superestimar o valor do estoque de capital; adição de capital humano e investimento específico em determinada tecnologia utilizada, dentre outros. A hipótese adjacente é de que a PTF, sendo calculada como um resíduo, pode vir a ser viesada em razão de problemas relacionados à mensuração dos insumos. Segundo os resultados, essas modificações na utilização de *proxies*, exceto a realizada nos preços relativos, não foram suficientes para mudar o fato empírico observado de queda na PTF. Apenas com a correção de distorção dos preços relativos<sup>33</sup> é possível notar mudanças significativas na trajetória da PTF, sendo um indício de que a PTF da economia brasileira pode ter tido uma recuperação mais intensa nos 90 do que o estipulado por outras medidas. A conclusão é que o comportamento declinante da PTF de 1970 a 2000 é bastante robusto frente à utilização de diversas alternativas de mensuração. Nesse sentido, a contribuição do estudo foi sustentar que mesmo havendo mudanças na forma de cálculo dos fatores de produção, a PTF continua explicando de forma razoável o comportamento do produto *per capita* no Brasil.

Bacha e Bonelli (2004), através de um exercício de decomposição do crescimento usando um modelo AK para o período de 1940 a 2002, concluem que a redução da poupança não é um argumento suficiente para se explicar as taxas de crescimento pós-1980. Seriam a relação produto-capital e a mudança relativa para os bens de investimento os responsáveis pelo fenômeno. Em 2005, Bonelli realizou um estudo que tenta identificar as causas da *performance* macroeconômica brasileira, focando também na produtividade total dos fatores.

Ferreira, Pessôa e Veloso (2006) estudaram a evolução da média geométrica e da mediana da PTF de 18 países da América Latina, comparativamente à evolução da produtividade dos Estados Unidos. Concluíram que de 1960 a metade dos anos 70, a PTF dos países latinos esteve próxima à da economia líder e acima da Europa Ocidental. No entanto, nos trinta anos seguintes, ambas a média e a mediana estiveram em queda contínua. Ou seja, até meados da década de 70, a produtividade não se apresentou como causa da pobreza da

---

<sup>33</sup> O fato de que a medida de PTF pode ser sensível a correções nos preços relativos foi apontado por Jorgenson e Grilliches (1967) e, segundo Ferreira, Ellery e Gomes (2005), elas de fatos alteram a forma como a PTF explica o comportamento do produto, gerando uma estimação diferente do caso tomado como base. Como o estoque de capital é superestimado, a PTF fica subestimada, já que o preço relativo das construções subiu por um longo período e esse efeito foi repassado para a taxa de crescimento da PTF por ser esta calculada como resíduo. No Brasil, o preço relativo de cada componente do estoque de capital não é estável no tempo, o que causa distorções.

região, enquanto que a partir de então a PTF declinante passou a ser a principal causa da estagnação da América Latina.

Ao nível regional, para o Nordeste, Bezerra e Melo (2006) analisam e quantificam o comportamento da PTF para o período 1970 a 2000, aplicando a contabilidade do crescimento e a decomposição dos componentes da PTF proposto por Gomes, Pessôa e Veloso (2003). O estudo revela que a região parece não ter se beneficiado do aumento da produtividade, ocorrido na década de 90 na economia brasileira. De acordo com o artigo, de 1970 a 2000, o crescimento da economia nordestina foi determinado predominantemente pela fronteira tecnológica e pelo capital humano, revelando que as condições internas da economia foram irrelevantes ou modestas para determinar o crescimento regional.

Também para estados do Nordeste, Marinho e Ataliba (2000) analisaram a PTF agregada entre os anos de 1977 e 1995 através da aplicação do modelo de fronteira estocástica de produção para o cálculo do índice de produtividade de Malmquist e seus componentes. A conclusão também foi de que a contribuição da variação tecnológica para o crescimento da PTF foi superior à da eficiência técnica. Além disso, os valores de eficiência dos estados apresentam trajetórias decrescentes e são diretamente proporcionais ao aumento do consumo dos governos estaduais.

Diferentemente das metodologias anteriores, Marinho e Benegas (2002) analisaram a eficiência técnica dos estados e regiões brasileiros no período de 1985 a 1998 utilizando o conceito de meta-fronteira de produção, através do modelo não paramétrico DEA e do posterior cálculo do índice de Malmquist. Dessa maneira, mostraram que as regiões Norte, Sudeste e Sul são as mais eficientes no uso dos fatores a partir da tecnologia de que dispõem e que os ganhos tecnológicos são superiores, na média do período, aos ganhos em eficiência em quase todos os estados.

## 4 MENSURAÇÃO DA PRODUTIVIDADE TOTAL DOS FATORES: PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo abordaremos a questão metodológica da mensuração da PTF agregada. Focaremos no índice de Malmquist, que será utilizado para obtenção dos resultados referentes às mudanças de produtividade. Para calculá-lo necessita-se de funções distância que podem ser obtidas pelos métodos de análise por fronteira, usados para estimação da eficiência técnica de unidades produtivas: Fronteira Estocástica de Produção e Análise por Envoltória de Dados (DEA). Dentre essas duas opções, a abordagem utilizada neste trabalho para estimação da fronteira será a DEA. A conjunção dos dois estágios caracteriza a metodologia denominada DEA Malmquist, muito difundida atualmente. A seguir, apresentamos a técnica de *Bootstrap*, que permite obter intervalos de confiança para o índice de Malmquist, segundo a proposta de Simar e Wilson (1999a).

### 3.1 Índice de Malmquist

A formulação do índice de Malmquist partiu da idéia de Sten Malmquist de construir um índice de quantidade como razão de funções distância e, embora tenha sido inicialmente proposto no contexto da teoria do consumidor, é análogo ao índice de quantidade de Ronald Shephard (SHEPHARD, 1953, 1970) usado no estudo da produção. Contemporaneamente, Shephard (1953) apresentou a função distância insumo em um contexto de análise da produção e Malmquist (1953) apresentou a função distância insumo num contexto de análise do consumo.

Mesmo que sua popularidade como índice empírico se deva a Färe *et al.* (1994), foram Caves, Christensen e Diewert (doravante, CCD)<sup>34</sup> que, em 1982, o apresentaram

---

<sup>34</sup> CCD introduziram dois índices teóricos designados de índices de produtividade de Malmquist: um com orientação insumo e outro com orientação produto. A primeira versão usa retração radial de insumos e a segunda, expansão radial do produto.

primeiramente como um índice teórico, inspirados na proposta de avaliar a evolução da produtividade de cada unidade de produção relativamente à evolução do conjunto de unidades em que se insere. Eles utilizaram a análise baseada em funções distância desenvolvida por Malmquist (1953) e mostraram que sob certas condições<sup>35</sup>, o índice de Malmquist equivaler-se-ia ao índice de Törnqvist.

Malmquist partiu da idéia de que mais útil que uma comparação em termos de níveis de produtividade é a comparação dinâmica na qual cada unidade produtiva tem a sua PTF ao longo do tempo avaliada em relação à evolução da PTF do conjunto. Nesse sentido, o índice quantifica a evolução da produtividade de cada unidade analisada levando em consideração o contexto de inserção, ou seja, medindo a trajetória da posição relativa às outras unidades produtivas.

Algumas características tornam o uso do índice de Malmquist vantajoso em relação a outros índices que mensuram produtividade. Dentre os atrativos principais, citamos a ausência da necessidade de definição prévia do comportamento da função de produção, a comparabilidade do índice de Malmquist com outros índices e o não requerimento de valores monetários (preços) dos insumos e produtos, sendo que este possibilita uma análise de mais qualidade, pois os dados relativos a preços são muito distorcidos ou inexistentes. Outra vantagem advém da possibilidade de desmembramento da variação de produtividade em dois sub-índices: um que reflete desvios da unidade produtiva em relação à fronteira tecnológica (mudança no indicador de eficiência técnica) e outro que capta o deslocamento da própria fronteira (progresso tecnológico a partir de inovações), de modo a conhecer a natureza dos ganhos de PTF<sup>36</sup>. A mensuração das mudanças de PTF de acordo com o índice de Malmquist é obtida pelo produto desses dois componentes. Essa decomposição contribui para a análise das alterações nos índices de produtividade, pois permite identificar o quanto um aumento é fruto do progresso tecnológico e o quanto se deve à melhoria na eficiência técnica.

Na análise da produtividade podem-se construir índices de Malmquist com orientação produto ou orientação insumo, baseados na razão das funções distância de produtos e fatores de produção, respectivamente. Portanto, a orientação do índice estará condicionada à função distância. No entanto, mantendo os retornos de escala constantes, o índice terá o mesmo valor

---

<sup>35</sup> As condições impostas seriam: eficiência técnica, eficiência alocativa, tecnologia *translog*, termo de segunda ordem constante ao longo do tempo e firmas que minimizadoras de custos e maximizadoras de receitas.

<sup>36</sup> Diewert e Fox (2005) estendem os resultados de CCD (1982) e propõem um método de decomposição do índice de Törnqvist em dois componentes: progresso técnico e retornos de escala.

em ambas as orientações<sup>37</sup>. Em suma, a diferença entre as duas orientações se dá na escolha do foco quanto à análise da eficiência. A função distância orientada pelo produto é definida como a máxima expansão equiproporcional (radial) do produto, dado o vetor de insumos. Já na orientação por insumo, a ótica é a máxima redução equiproporcional (radial) dos insumos, dado o vetor de produto.

Para facilitar a compreensão do conceito do índice de produtividade de Malmquist, faz-se necessário que se introduza a idéia de conjunto de possibilidade de produção e a de função distância.

#### 4.1.1 Conjunto de possibilidade de produção

O conjunto de possibilidades de produção, definido pela tecnologia de produção, representa todas as combinações de insumos e produtos tecnicamente factíveis e é limitado, fechado, convexo e satisfaz livre descarte, sendo que a tecnologia de produção engloba esse conjunto.

Consideramos que, para cada período  $t=1, \dots, T$ , a tecnologia de produção,  $S^t$ , pode ser representada pela transformação do vetor de *inputs*  $x^t$  no vetor de *outputs*  $y^t$ , através de:

$$S^t = \{(x^t, y^t) : x^t \text{ pode produzir } y^t\}. \quad (4.1)$$

O avanço tecnológico faz com que  $S^t \subset S^{t+1}$  e vale deixar claro que  $(x^t, y^t) \in S^t$  e  $(x^{t+1}, y^{t+1}) \in S^{t+1}$ , mas  $(x^{t+1}, y^{t+1}) \notin S^t$ .

#### 4.1.2 Função Distância

---

<sup>37</sup>Calculamos com orientação-insumo e os resultados, de fato, não divergiram daqueles obtidos com orientação-produto.



O índice de Malmquist é calculado a partir de funções distâncias. Estas são calculadas relativamente à fronteira e medem o grau de ineficiência técnica, sendo obtidas via aplicação das metodologias de análise de fronteira, analisadas na seção 4.2.

Em um conceito genérico, funções de distância são representações funcionais de tecnologias de produção com multi-produtos e/ou multi-insumos, que requerem dados somente de quantidades e sem a necessidade de especificação de uma função objetivo. A função distância caracteriza completamente a tecnologia de produção e pode ser orientada pelo produto ou pelo insumo. Nossa apresentação e posterior análise se centrará na utilização da orientação por produto.

Seguindo Shephard (1970), para uma dada tecnologia de produção, a função distância orientada pelo produto (por isso o subscrito “p”) pode ser definida, para o período t, como (FÄRE *et al.*, 1994):

$$D_p^t(x^t, y^t) = \inf \left\{ \theta : (x^t, \frac{y^t}{\theta}) \in S^t \right\}. \quad (4.2)$$

Esta é o inverso da medida de eficiência técnica proposta por Farrel (1957)<sup>38</sup>:

$$D_p^t(x^t, y^t) = \inf \left\{ \theta : (x^t, \frac{y^t}{\theta}) \in S^t \right\} = \left( \sup \left\{ \theta : (x^t, \theta y^t) \in S^t \right\} \right)^{-1} \quad (4.3)$$

No caso de um único produto, a função distância-produto pode ser representada por

$$D_p^t(x^t, y^t) = \frac{y^t}{F(x^t)}, \quad (4.4)$$

onde  $F(x^t)$  é uma função de produção descrita como

$$F(x^t) = \max \left\{ y^t : (x^t, y^t) \in S^t \right\}.$$

<sup>38</sup> Naturalmente, o mesmo se pode dizer para o caso de orientação insumo.

<sup>39</sup> Esta função é homogênea de primeiro grau.

A vantagem em se utilizar o conceito de função de distância de Shephard, em lugar da eficiência de Farrell, reside no fato supracitado daquela caracterizar completamente a tecnologia, ou seja, é uma função representativa da tecnologia, que permite que se use apenas de quantidades de insumos e produto.

A função (4.3) retorna o menor valor pelo qual se pode dividir o produto de modo que ainda pertença à fronteira de produção definida pela tecnologia  $S^t$ . Como  $\theta \leq 1$ , ao dividir o produto pelo menor  $\theta$  possível, está-se calculando a maior expansão do produto, dado o nível de insumo  $x^t$  e a tecnologia empregada. Retomando, a tecnologia de produção é representada por uma isoquanta sobre a qual todas as combinações de insumo produzem o mesmo nível de produto.

#### 4.1.3 Cálculo do Índice de Malmquist

A definição do índice de Malmquist requer que haja funções distância, considerando dois períodos de tempo diferentes para que se possam mensurar os ganhos de PTF. Então, similarmente a (4.2) podemos definir a função distância para o período  $t+1$ . Além dessas, tem-se a função distância no tempo  $t+1$ , que é a máxima mudança proporcional no produto a fim de que  $(x^{t+1}, y^{t+1})$  seja tecnicamente possível, tendo como referência a tecnologia em  $t$ , ou seja:

$$D_p^t(x^{t+1}, y^{t+1}) = \inf \left\{ \theta : (x^{t+1}, \frac{y^{t+1}}{\theta}) \in S^t \right\} \quad (4.5)$$

Pode-se também definir a função distância em relação à tecnologia do tempo  $t+1$ :  $D_p^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})$  e  $D_p^{t+1}(x^t, y^t)$ . Esta última, por exemplo, representa a distância entre a observação do período  $t$  e a fronteira de produção produto-orientada do período  $t+1$ .

Observa-se, portanto, o cálculo do índice de Malmquist envolve o cálculo de quatro funções distância:  $D_p^t(x^t, y^t)$ ;  $D_p^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})$ ;  $D_p^t(x^{t+1}, y^{t+1})$  e  $D_p^{t+1}(x^t, y^t)$ .

Se a produção é tecnicamente eficiente<sup>40</sup>,  $(x^t, y^t)$  está na fronteira tecnológica e  $D_p^t(x^t, y^t) = 1$ . Se  $D_p^t(x^t, y^t) < 1$ , a produção é tecnologicamente ineficiente e  $(x^t, y^t)$  está no interior da fronteira tecnológica, no instante t. Em particular,  $D_p^t(x^t, y^t) \leq 1$  se e somente se  $(x^t, y^t) \in S^t$  e  $D_p^t(x^t, y^t) = 1$  se e somente se  $(x^t, y^t)$  é eficiente e encontra-se na fronteira tecnológica.

Usando a tecnologia do período t, o índice de produtividade de Malmquist produto-orientado é definido por CCD como

$$M_p^t(x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1}) = \frac{D_p^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_p^t(x^t, y^t)}$$

A equação acima define o índice como sendo a divisão da máxima expansão possível do produto no tempo t+1, dados  $x^{t+1}$  e a tecnologia no tempo t pela máxima expansão possível do produto em t, dados  $x^t$  e a tecnologia no período t. Note-se que as funções distância são definidas no período t.

Podéríamos, da mesma forma, definir outro índice de Malmquist com a tecnologia do período t+1:  $M_p^{t+1}(x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1}) = \frac{D_p^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_p^{t+1}(x^t, y^t)}$ .

Como a escolha do tempo de referência da tecnologia é arbitrária e esses índices não necessariamente resultarão no mesmo valor, costuma-se definir o índice de produtividade de Malmquist como uma média geométrica dos dois escores de evolução da eficiência, ou seja:

$$M_p(x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1}) = \left\{ M_p^t(x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1}) \right\}^{1/2} \left\{ M_p^{t+1}(x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1}) \right\}^{1/2} \quad (4.6)$$

A primeira componente do lado direito de (4.6) é obtida dividindo pelo escore de eficiência do instante inicial da unidade avaliada a eficiência de uma unidade de produção hipotética adicionada ao conjunto do instante inicial em substituição à unidade avaliada e com os valores de recursos e produtos dessa unidade no instante seguinte. A segunda é,

<sup>40</sup> No sentido de Farrell (1957), ou seja, a medida de eficiência técnica do produto é calculada a partir de quão afastada está uma observação em relação à fronteira tecnológica.

<sup>41</sup> Duas observações: primeira, essa forma é típica do índice ideal de Fischer e segunda, os dois índices (período t e t+1) serão equivalentes se a tecnologia for Hicks-neutra em relação ao produto. Isto é, se as funções distância do produto puderem ser representadas por  $d_i^t(x, y) = A(t)d_i(x, y)$ .

analogamente, a razão entre o escore de eficiência do instante final da unidade avaliada e o escore de eficiência de uma unidade incluída no conjunto de dados desse ano em substituição à mesma e com os valores de seus produtos e recursos no instante inicial.

E, sendo assim,

$$M_p(x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1}) = \left[ \frac{D_p^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_p^t(x^t, y^t)} x \frac{D_p^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_p^{t+1}(x^t, y^t)} \right] \quad (4.7)$$

Podemos ter estagnação, aumento ou declínio da produtividade entre os períodos  $t$  e  $t+1$ , se tivermos, respectivamente,  $M_p(x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1}) = 1$ ,  $M_p(x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1}) > 1$  ou  $M_p(x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1}) < 1$ .

Färe *et al.* (1989) propuseram uma decomposição do índice em dois fatores:

$$M_p(x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1}) = \left[ \frac{D_p^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_p^t(x^t, y^t)} \right] \left\{ \left[ \frac{D_p^t(x^t, y^t)}{D_p^{t+1}(x^t, y^t)} x \frac{D_p^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_p^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})} \right] \right\}^{1/2} \quad (4.8)$$

$$\text{Variação de Eficiência Técnica} = \left[ \frac{D_p^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_p^t(x^t, y^t)} \right] \quad (4.9)$$

$$\text{Variação Tecnológica} = \left\{ \left[ \frac{D_p^t(x^t, y^t)}{D_p^{t+1}(x^t, y^t)} x \frac{D_p^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_p^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})} \right] \right\}^{1/2} \quad (4.10)$$

A parte correspondente a (4.9) é um índice de mudança na eficiência técnica relativa da produção entre os períodos  $t$  e  $t+1$ . Esse quociente contabiliza a mudança na distância a qual determinada unidade produtiva observada está da produção potencial máxima entre  $t$  e  $t+1$ , a fim de checar se a produção está mais perto (*catching up*) ou mais afastada da fronteira. Esse termo capta, portanto, a difusão tecnológica. Os valores podem ser menores, iguais ou maiores que um conforme haja queda, manutenção ou melhoria na eficiência técnica.

Já o segundo termo (4.10) é um índice que detecta mudanças técnicas (progresso tecnológico) entre  $t$  e  $t+1$  e representa o deslocamento da fronteira (devido à tecnologia) entre os dois períodos de tempo em relação ao uso dos insumos  $x^t$  e  $x^{t+1}$ . O avanço técnico é

mensurado como uma média geométrica das mudanças tecnológicas em relação a  $x^t$  e  $x^{t+1}$  respectivamente.

Um incremento na primeira componente é interpretado como uma evidência da recuperação de sua produção em relação à fronteira eficiente (*catching up*), enquanto a melhoria na parcela da segunda revela inovação tecnológica. Nesse sentido, o índice de Malmquist permite que se separe o *catching up* em relação à fronteira dos deslocamentos da fronteira, que são dois fenômenos distintos.

Portanto, a produtividade pode ser influenciada pelo progresso tecnológico e pela mudança no indicador de eficiência técnica, que podem agir em sentidos opostos, anulando um ao outro, ou atuar no mesmo sentido, somando-se um ao outro. Se a produtividade estiver crescendo principalmente devido a deslocamentos ascendentes da fronteira, estarão ocorrendo inovações tecnológicas, que aumentam o produto potencial gerado pelo processo produtivo. Por outro lado, os ganhos de produtividade que estiverem relacionados com a redução da distância da unidade produtiva em relação à fronteira serão provenientes de um aumento na eficiência técnica de tal unidade individualmente, viabilizados pela difusão tecnológica ou fatores conjunturais. A distinção das fontes das variações nas medidas de PTF torna-se importante quanto à adoção de políticas.

Depreende-se, assim, que uma unidade produtiva só pode auferir ganhos de produtividade através do aumento de eficiência técnica se não estiver trabalhando na fronteira de produção. Quando a unidade estiver produzindo no limite da tecnologia existente, aumentos de produtividade só serão possíveis através do progresso técnico.

Seguindo Färe *et al.* (1994), podemos decompor o componente de variação de eficiência técnica do índice de Malmquist em variação de eficiência técnica pura e variação de eficiência de escala. Denotando a eficiência de escala por  $ET_s$ , no âmbito das funções distância, temos que:

$$ET_s = D(x, y) / D(x, y/V),$$

ou seja,  $D(x, y) = (ET_s)x[D(x, y/V)],$  (4.11)

sendo que  $D(x, y/V)$  representa a função distância orientada pelo produto, avaliada em uma tecnologia sob retornos variáveis de escala.

Substituindo (4.11) em (4.9), obtemos:

$$\left[ \frac{D_p^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_p^t(x^t, y^t)} \right] = \frac{D_p^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}/V)}{D_p^t(x^t, y^t/V)} x \frac{ET_s^t}{ET_s^{t+1}} \quad (4.12)$$

Desmembrando, evidencia-se que:

$$\text{Variação de eficiência técnica pura} = \frac{D_p^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}/V)}{D_p^t(x^t, y^t/V)} \quad (4.13)$$

$$\text{Variação de escala} = \frac{ET_s^t}{ET_s^{t+1}} \quad (4.14)$$

Conseqüentemente, o índice de Malmquist, em sua versão completa é definido como:

$$M_p(x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1}) = \left[ \frac{D_p^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}/V)}{D_p^t(x^t, y^t/V)} x \frac{ET_s^t}{ET_s^{t+1}} \right] \left\{ \left[ \frac{D_p^t(x^t, y^t)}{D_p^{t+1}(x^t, y^t)} x \frac{D_p^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_p^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})} \right] \right\}^{1/2} \quad (4.15)$$

#### 4.1.4 Equivalência entre o índice de Malmquist e o Resíduo de Solow

A maioria dos estudos trata o resíduo de Solow, obtido através da aplicação estrutural padrão da contabilidade do crescimento, como uma *proxy* para se mensurar o crescimento da produtividade agregada. O índice de Malmquist é uma alternativa metodológica equivalente e que possui um *link* direto com a contabilidade do crescimento.

Em que pese o resíduo de Solow ser interpretado como fruto do progresso técnico, diferentemente do índice de Malmquist, cuja formulação contempla também a eficiência técnica como causa dos ganhos de produtividade, pode-se mostrar que ambas as abordagens se equivalem. Este será o propósito desta seção.

Tanto a contabilidade do crescimento, quanto o índice de Malmquist não se referem ao nível da produtividade agregada e sim ao crescimento. O resíduo de Solow é definido como mudanças nos índices de Törnqvist e o índice de Malmquist é a média geométrica entre dois índices de produtividade de Malmquist.

Lee (2005) verifica empiricamente a equivalência entre o índice de Malmquist e o Resíduo de Solow para os países do G7, concluindo que ambos são similares (não significando, no entanto, que haja igualdade).

Para mostrar a equivalência, assume-se que a função distância produto é *translog* ( $\ln g^t$ ) e linearmente homogênea no vetor de insumos  $x$  e no vetor de produto  $y$  como em CCD, então o índice de Malmquist equivale ao resíduo de Solow. Começemos pelo índice de Malmquist, que é a média geométrica de dois índices de produtividade de Malmquist, no tempo  $t$  e  $t+1$ , assim:

$$M_p(x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1}) = \frac{1}{2} \ln M_p^t(x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1}) + \frac{1}{2} \ln M_p^{t+1}(x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1}) \quad (4.16)$$

$$= \frac{1}{2} [\ln D_p^t(x_n^{t+1}, y_n^{t+1}) - \ln D_p^t(x_n^t, y_n^t)] + \frac{1}{2} [\ln D_p^{t+1}(x_n^{t+1}, y_n^{t+1}) - \ln D_p^{t+1}(x_n^t, y_n^t)] \quad (4.17)$$

$$= \frac{1}{2} [\ln g^t(x^{t+1}, y^{t+1}) - \ln g^t(x^t, y^t)] + \frac{1}{2} [\ln g^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}) - \ln g^{t+1}(x^t, y^t)] \quad (4.18)$$

$$= \left\{ \nabla^{\ln y} \ln g^t(x^t, y^t) + \nabla^{\ln y} \ln g^t(x^{t+1}, y^{t+1}) \right\} [\ln y^{t+1} - \ln y^t] + \left\{ \nabla^{\ln x} \ln g^t(x^t, y^t) + \nabla^{\ln x} \ln g^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}) \right\} [\ln x^{t+1} - \ln x^t] \quad (4.19)$$

$$= (\ln Y^{t+1} + \alpha^* \ln L^{t+1} + (1 - \alpha^*) \ln K^{t+1}) - (\ln Y^t + \alpha^* \ln L^t + (1 - \alpha^*) \ln K^t), \quad (4.20)$$

onde,  $\nabla^{\ln y} \ln g^t(x^t, y^t)$  e  $\nabla^{\ln x} \ln g^t(x^t, y^t)$  são vetores colunas das derivadas parciais de  $\ln g^t$  em relação a  $\ln x$  e  $\ln y$ . A média da parcela do trabalho é dada por  $\alpha^*$  e no caso de dois insumos:  $x \equiv (L, K)$ .

A equação (4.30) é o resíduo de Solow, que representa uma variação no índice de Törnquist e para o caso de dois fatores de produção, tendo como hipótese a minimização dos custos, a maximização da receita e retornos constantes de escala. A equação (4.17) é obtida a partir da definição e a equação (3.21) é obtida assumindo que a função distância é da forma *translog*. A equação (4.19) é obtida pela identidade *translog* e identidade quadrática<sup>42</sup>.

#### 4.1.5 Cálculo das Funções Distâncias

Conforme exposto, para se calcular o índice de Malmquist, se faz necessário a obtenção das funções distâncias, processo que se dá a partir da estimação da fronteira de produção eficiente. As abordagens utilizadas para obtenção podem se basear na aplicação de modelos não paramétricos ou na estimação econométrica paramétrica. Ambas geram medidas (escores) de (in)eficiência técnica para cada unidade produtiva, ou seja, permitem que se calcule as funções distância, a partir da fronteira identificada.

Nos modelos não-paramétricos adota-se a técnica de *Data Envelopment Analysis* (DEA), que faz uso de programação matemática. Já a estimação paramétrica da função é obtida por intermédio da Fronteira Estocástica de Produção. Porém, antes de apresentar essas duas metodologias, faremos uma breve introdução sobre eficiência técnica, pois foram os estudos relativos a ela que geraram o surgimento da DEA.

#### 4.2 Métodos de Fronteira de Produção: Estimação da Eficiência Técnica<sup>43</sup>

Esta seção tem como propósito uma apresentação de dois métodos de análise por fronteira, que permitem que se obtenha as funções distâncias, ou seja, as medidas de eficiência. Primeiramente, porém, faremos uma breve discussão sobre medidas de eficiência técnica.

---

<sup>42</sup> Vide Lau (1979).

<sup>43</sup> A utilização das técnicas de fronteira para mensuração da produtividade se dá em um procedimento dois estágios, no qual elas são empregadas a fim de se obter as funções distância que permitem o cálculo do índice de PTF de Malmquist, que é equivalente ao resíduo de Solow. Assim, não estamos considerando como método de mensuração da PTF a DEA e a Fronteira Estocástica.



### 4.2.1 Eficiência Técnica

Na teoria da produção, a fronteira do conjunto de possibilidades de produção é composta pelos pontos de atividade eficiente e a eficiência com orientação ao produto é uma medida de desempenho de certa unidade produtiva, que conduz à máxima produção permitida pela tecnologia disponível, dado certa combinação de insumos

As medidas de eficiência são normalmente representadas por uma função de fronteiras construídas no sistema de coordenadas, sendo consideradas tecnicamente eficientes as firmas que se posicionam sobre essa fronteira. Sob a ótica da produção, essas firmas conseguem produzir o máximo possível, dado suas restrições e, assim, uma medida de ineficiência seria a distância que uma unidade de produção encontra-se abaixo da fronteira de produção.

Considera-se que a chamada medida de eficiência técnica de Farrell (1957), que se baseou em Debreu (1951), foi o ponto de partida da maioria dos estudos sobre medidas de eficiência não-paramétricas realizados. E foram justamente os esforços empregados desde então visando a eliminação das deficiências dessa medida que deram origem à metodologia compreendida pelos modelos DEA.

A abordagem analítica rigorosa aplicada à medida da eficiência na produção nasceu em 1951 com os trabalhos de Koopmans e Debreu. Adotando a concepção de Vilfredo Pareto, Koopmans, em seus estudos sobre eficiência na alocação de recursos produtivos, conceitua eficiência técnica, definindo que um vetor *input-output* é tecnicamente eficiente se e somente se: i) nenhum dos *outputs* possa ser aumentado sem que haja a redução em outro *output* ou a necessidade de algum *input* ser aumentado; ii) nenhum dos *inputs* possa ser reduzido sem que algum outro *input* seja aumentado ou algum *output* seja reduzido.

Debreu (1951) introduziu a primeira medida radial<sup>44</sup> de eficiência técnica em termos de um “coeficiente de utilização de recursos”, que pode buscar a máxima redução equiproporcional de todos os *inputs* mantendo inalterada a produção (orientação insumo) ou a máxima expansão equiproporcional de todos os *outputs* mantendo fixo o nível de insumos (orientação produto). Dessa forma, ele conseguiu explicar como se pode relacionar os pontos interiores ao conjunto de possibilidades de produção e sua fronteira. A grande vantagem do uso deste coeficiente é que ele independe da unidade de medida de cada variável, enquanto

---

<sup>44</sup> Há dois grupos de medidas não-paramétricas de eficiência técnica que empregam a programação matemática: as medidas radiais e as medidas não-radiais, sendo estas mais tradicionais. Para um entendimento mais aprofundado, sugere-se Brito (2003). A vantagem das medidas radiais é sua invariabilidade em relação às unidades de medida.

que a grande desvantagem é que um vetor *input-output* eficiente com base na medida radial de Debreu pode não ser eficiente com base na definição de Koopmans-Pareto.

O trabalho clássico de Farrell (1957) utiliza algumas técnicas de programação linear para encontrar a eficiência econômica, fazendo uso da estimação de uma isoquanta unitária para estabelecer uma combinação de insumos e tecnologia que gerassem uma fronteira máxima de produção, não estabelecendo de antemão nenhuma forma funcional.

Estendendo os estudos de Koopmans e Debreu, Farrel decompôs a eficiência econômica (produtiva) em duas componentes: eficiência técnica e eficiência alocativa. A eficiência técnica é definida como a habilidade de determinada unidade produtiva em maximizar o nível de produção dados o conjunto de insumos e a tecnologia disponível. A eficiência alocativa, por outro lado, é a medida do sucesso na escolha de proporções ótimas dos fatores de produção, ou seja, é a habilidade do produtor em selecionar o vetor *input-output* eficiente a partir dos preços dos insumos.

Entretanto, a dificuldade em medir estes preços de forma acurada serve de obstáculo ao cálculo da eficiência alocativa e, segundo Charnes *et al.* (1985) foi um dos motivos que levou os trabalhos em DEA a enfatizarem a medida de eficiência técnica. Frente a isso, o que ocorre é a utilização da eficiência técnica como *proxy* da eficiência produtiva, ou seja, a medida de eficiência técnica de Farrel é atualmente o conceito mais utilizado para análise de eficiência na produção.

A medida radial de eficiência técnica, proposta por Farrell (1957), impulsionou estudos na busca de uma medida capaz de atender ao conceito de eficiência Pareto-Koopmans. Tais estudos, que partem da estimação da fronteira desconhecida, deram origem a duas linhas de pensamento voltadas ao desenvolvimento de medidas não-paramétricas de eficiência técnica (quais sejam, radiais e não-radiais) que permitem a avaliação de operações produtivas que empregam múltiplos insumos para gerar múltiplos produtos.

#### **4.2.2 Eficiência através da Análise por Fronteira**

Os principais métodos de fronteira desenvolvidos desde Farrell (1957) resumem-se aos métodos de programação matemática – não-paramétrico (DEA) – e aos métodos de estimação econométrica – estatístico estocástico (fronteira estocástica).

A Fronteira Estocástica de Produção e a Análise por Envoltória de Dados (DEA) são métodos de análise por fronteira (ou análise por *benchmark*) que utilizam abordagens complementares<sup>45</sup> e que estimam a fronteira de produção de desempenho eficiente a partir de uma amostra de unidades produtivas observadas, possibilitando, assim, a medição e avaliação da eficiência técnica relativa de cada unidade em relação à fronteira. Dessa forma, cada unidade é comparada àquelas situadas na fronteira. Os índices de eficiência relativa darão origem às funções distância e estas, por sua vez, são necessárias para o cálculo do índice de PTF de Malmquist.

Nem a DEA, nem a fronteira estocástica de produção são técnicas baseadas em regressão, pois, em vez de estimar os coeficientes de uma função de produção que produz um valor médio (esperado) de produção, condicional a um vetor de insumos, ambas geram estimativas que fornecem o valor máximo de produção, ou seja, uma fronteira, para o mesmo vetor.

A diferença fundamental entre as duas lhes confere peculiaridades que interferem na escolha entre uma e outra. A Fronteira Estocástica de Produção utiliza procedimentos econométricos e assim estima a função de produção teórica “ideal”. Por ser uma abordagem paramétrica, requer que seja explicitada, de antemão, a relação funcional entre insumos e produto. Já a DEA é um método não-paramétrico determinístico, que mensura eficiência técnica via uma seqüência de resoluções de problemas matemáticos de programação linear, criando uma superfície limite, ou seja, uma envoltória, a qual as unidades eficientes produtivamente pertencem. Sua vantagem é não requerer a especificação de uma função de produção, necessitando apenas de alguns pressupostos sobre a tecnologia e uma lista de dados de insumos e produtos.

Em processos complexos, com múltiplos produtos e/ou fatores, é mais difícil de estimar a função por métodos estatísticos e a fronteira estocástica não possui um modelo amplamente aceito que considere essa possibilidade, por isso a DEA é uma melhor alternativa nesses casos, embora ela possa ser empregada para o caso de um único produto também. Na literatura recente há propostas de modelos que consideram múltiplos produtos e insumos dentro da abordagem da fronteira estocástica. Vide, por exemplo, Fernandez, Koop e Steel (2000).

---

<sup>45</sup> Moreira e Fonseca (2005) comparam empiricamente o desempenho dos modelos DEA e fronteira estocástica, buscando identificar as situações em que esses modelos sejam mais vulneráveis, considerando que os dados contenham ruído.

O modelo determinístico considera os erros como resultado exclusivo da eficiência, ou seja, as diferenças de desempenho das unidades produtivas em relação à fronteira são atribuídas inteiramente à ineficiência técnica. Já a perspectiva estocástica admite a existência de influência de ruído estatístico e choques aleatórios, e com a incorporação de erros estocásticos se pode distinguir se a divergência entre dada unidade e a fronteira estocástica se deve à ineficiência técnica ou a fatores aleatórios. Portanto, as análises segundo a técnica DEA, ao considerar todos os desvios em relação à fronteira como devidos à ineficiência, calcula escores de eficiência mais sensíveis à localização da fronteira, enquanto que estimativa por fronteira estocástica acarreta em índices de eficiência maiores do que aqueles estimados com a DEA.

Ademais, ressalta-se uma diferença crucial entre os dois métodos: os modelos DEA, por terem caráter determinista e não probabilístico, não apresentam associação com estruturas de probabilidades. Nos modelos estocásticos, entretanto, verifica-se essa associação. Pela sua maior relação com procedimentos estatísticos, note-se que no método de fronteira estocástica os índices de eficiência são estimados em vez de calculados. Na literatura sobre DEA, é comum dizer-se que, sob esta metodologia, a eficiência é calculada por programação matemática (estimada estatisticamente).

Procurando aproximar as abordagens DEA e fronteira estocástica, Banker (1993) incorpora ao modelo DEA a hipótese de que a produtividade tem uma distribuição de probabilidade e que os dados não tem ruído, para provar que a produtividade medida pelo DEA é um estimador de máxima verossimilhança.

Baseando-se nisso, Moreira e Fonseca (2005) afirmam que no caso em que os dados não contenham ruído aleatório, pode-se afirmar que a DEA é superior à fronteira estocástica por não depender de hipóteses sobre a forma da função de produção e da distribuição de probabilidade da produtividade, e obtém um estimador de máxima verossimilhança. Como não se pode rejeitar que os dados contenham ruído na maioria dos casos, não é possível garantir qual dos dois modelos seja mais adequado.

Uma melhor compreensão do método não-paramétrico requer antes o entendimento do paramétrico. A técnica paramétrica é fundamentada nas premissas de que a distribuição de frequência dos erros amostrais segue a distribuição normal, as variâncias são homogêneas, os efeitos dos fatores de variação são aditivos e os erros são independentes. Assim, os dados serão simétricos, terão apenas um ponto máximo centrado no intervalo de classe onde está a média da distribuição e o seu histograma de frequências terá um contorno que seguirá, aproximadamente, um desenho em forma de sino, típico da curva normal. Portanto, o termo

“paramétrico” refere-se à média e ao desvio padrão, que são os parâmetros que descrevem a distribuição da variável de interesse na população, ou seja, definem tanto a curva normal como a população de onde a amostra foi retirada, constituindo-se, portanto, nos elementos primordiais desse tipo de estatística.

Não impondo nenhuma condição quanto à distribuição dos dados, admite-se que a população possa não seguir a distribuição normal e desse modo não se baseia na estimação de valores para parâmetros, tais como média e desvio padrão.

Em vista de se calcular o índice de Malmquist, que não necessita de uma definição prévia da forma da função de produção, sendo, portanto, uma técnica não-paramétrica, optamos por utilizar a DEA para cálculo da fronteira, que definirá as funções distância necessárias para o cálculo do índice de Malmquist. Assim, essa metodologia em dois estágios é composta pela conjunção de duas abordagens não-paramétricas.

#### **4.2.2.1 Análise por Envoltória de Dados (DEA)**

Tendo como objetivo a construção da fronteira de produção<sup>46</sup>, esta sendo a máxima quantidade de produto que pode ser obtido segundo os insumos utilizados em dado processo produtivo, trataremos nesta seção (capítulo) da Análise por Envoltória de Dados, conhecida como DEA (*Data Envelopment Analysis*), que será usada neste trabalho como ferramenta integrante da metodologia utilizada para mensurar variações de produtividade.

Basicamente, a DEA consiste em um método não-paramétrico de mensuração de eficiência técnica, que permite analisar comparativamente várias unidades produtivas independentes, pois identifica os processos produtivos mais eficientes dentre uma amostra de produtores. A fronteira é definida pelas melhores técnicas produtivas das unidades observadas, não sendo, portanto, teórica e por isso dispensa forma funcional para estimação. Ou seja, através deste enfoque não-paramétrico, a função de produção, *locus* das unidades eficientes, é obtida por observações empíricas, tendo-se, assim, uma fronteira eficiente, que é uma superfície linear por partes (*piecewise linear*).

Uma vez construída a fronteira, a DEA essencialmente calcula o quão distante uma determinada unidade está da fronteira eficiente, calculando, para cada período  $t$ , índices de

---

<sup>46</sup> A fronteira de produção é obtida a partir dos dados referentes à capital, trabalho e produto.

eficiência para cada unidade, sendo que essas eficiências são uma medida relativa, isto é, não indicam uma medida absoluta fora do quadro de análise, além de basearem-se em observações reais. Isto significa que as unidades produtivas têm seus desempenhos medidos por meio da comparação de seus resultados com os obtidos pelas outras unidades do grupo analisado. A idéia essencial é a avaliação de quão eficientemente é o processo produtivo de cada unidade em relação às outras que empregam o mesmo processo.

Considera-se que DEA foi concebida com a tese para obtenção de grau de Ph.D. de Edward Rhodes sob a supervisão de W.W. Cooper, publicada em 1978, na qual o objetivo do estudo foi desenvolver um modelo para estimar a eficiência técnica de escolas públicas, baseado numa técnica de programação matemática, sem recorrer ao arbítrio de atribuir pesos para cada variável de insumo e produto e sem converter todas as variáveis em valores econômicos comparáveis. Dessa forma, eles propuseram a utilização da DEA, para se obter fronteiras e escores de eficiência relativa.

Esse modelo desenvolvido por eles estendia o enfoque da medida de eficiência limitado a um produto e um insumo para o caso de múltiplos produtos e insumos. Além disso, ao impor restrições aos preços virtuais para calcular a produtividade, eles aprimoraram as medidas radiais baseadas na medida de eficiência Debreu-Farrell.

Na verdade, em 1978, havia duas linhas de pesquisa complementares e congruentes entre si quanto à construção de fronteiras não-paramétricas, ambas empregando a programação matemática: uma originária de Charnes, Cooper e Rhodes (1978), que estuda medidas radiais e que introduziu na literatura científica o termo DEA; e outra a partir de Färe e Lovell (1978), que se orientam por medidas não-radiais a partir da medida denominada Russell.

A DEA fundamenta-se na programação matemática, que é uma metodologia empregada para resolver o sistema de inequações que permite maximizar os resultados através de uma seqüência de programas lineares ou quadráticos, sendo atendidas as restrições quanto aos insumos e ao processo produtivo. Provê uma maneira elegante de, simultaneamente, construir a fronteira para uma dada tecnologia a partir do conjunto de observações e calcular a distância da fronteira a cada uma das observações individuais. Na nomenclatura presente na literatura relacionada aos modelos DEA, a unidade produtiva a ser analisada relativamente às outras é denominada *Decision Making Unit* (DMU) ou unidade tomadora de decisão<sup>47</sup>. Cada

---

<sup>47</sup> Por unidade tomadora de decisão entende-se qualquer sistema produtivo que transforme insumos em produtos.

DMU pode ser representada por um conjunto de insumos e produtos, necessitando apenas de dados quantitativos a respeito de tais elementos.

Justamente por ser uma abordagem não-paramétrica, esta não necessita de suposição quanto à forma funcional que define a fronteira de produção, não sendo preciso assumir, portanto, que a fronteira siga determinada função matemática com parâmetros a serem estimados. Em vez disso, é gerada uma função de produção implícita a partir dos dados, sendo que a tecnologia é aquela própria do grupo em estudo e não a dada por uma função de produção. Essa é uma das principais vantagens desta metodologia, haja vista que uma das principais limitações da utilização das técnicas paramétricas é a necessidade do conhecimento prévio do formato da função de produção.

Especificamente, o termo não-paramétrica deriva do fato de não ser necessário desenvolver um modelo populacional em termos de uma função densidade de probabilidade, dependente dos parâmetros, como é o caso da distribuição normal. Ou seja, por ser não-paramétrica, a DEA baseia-se em um conjunto de processos que são válidos para um grupo mais vasto e diversificado de distribuições. Neste caso, assumir uma especificação linear ou hipóteses comportamentais simplificadoras sobre a evolução das variáveis pode ser extremamente restritivo.

A idéia inicial da DEA era o cálculo de índices de eficiência radial, avaliando a eficiência comparativa de unidades organizacionais em estudo, medindo diferenças de desempenho entre elas, sob a hipótese de retornos constantes de escala. No entanto, para utilizar o método se faz necessário que os insumos e produtos do processo produtivo sejam similares em todas as DMUs, a fim de haver comparabilidade, isto é, é preciso que haja homogeneidade das unidades estudadas. No conjunto, as DMUs devem ser uniformes no sentido que utilizam os mesmos insumos na obtenção do mesmo tipo de produto. Isso se dá sob o prisma de determinados critérios, dentre os quais: similaridades tecnológicas (no caso deste estudo esse aspecto se dá pela comunhão da mesma fronteira tecnológica) e insumos e produtos similares, que neste trabalho são representados pelo capital, trabalho e produto interno bruto (PIB).

A fronteira de produção pareto-eficiente, ou função de fronteira de produção, obtida a fim de se calcular distância de cada DMU em relação a ela, incorpora implicitamente a noção de limite, dado que há a restrição de que sob determinada tecnologia, um nível máximo de produção não pode ser excedido. Os planos de produção das DMUs pertencentes a essa fronteira são eficientes tecnicamente e possuem escores de eficiência técnica iguais à unidade (ou 100%). Isso significa que estão produzindo o montante máximo de produção, dado o

volume de recursos produtivos, ou seja, estão no ponto ótimo de produção de acordo com os recursos que dispõe.

Na aplicação do método, o cálculo e avaliação da eficiência técnica envolvem diferentes orientações de projeção na fronteira ótima de produção, podendo ser orientada para o crescimento da produção (orientação produto), para a economia de recursos (orientação insumo) ou para alguma combinação desses dois objetivos. Dependendo da orientação, há alteração na interpretação do que a distância entre a DMU e a fronteira representa.

Grosso modo, se considerando a orientação pelo insumo, a fronteira é definida com base na máxima redução proporcional possível no nível de utilização dos insumos, de forma a manter constante o nível de produto. Já o método DEA orientado pelo produto define a fronteira buscando o máximo incremento proporcional do produto, mantendo fixo o nível de insumos.

Portanto, uma unidade produtiva é considerada ineficiente sob a ótica do produto se for possível aumentar a produção de algum de seus produtos sem elevar a quantidade utilizada de qualquer insumo e tampouco diminuir a produção de qualquer outro de seus produtos. Analogamente, a ótica do insumo classifica uma unidade como ineficiente caso exista a possibilidade de reduzir a utilização de algum insumo sem aumentar o uso de nenhum outro e sem decrescer o nível de produção de nenhum de seus produtos.

Os índices das unidades ineficientes são os menores escalares positivos que contraem os insumos (orientação pelos insumos), ou os maiores escalares positivos que expandem o produto (orientação pelo produto), projetando cada plano sobre os planos *benchmarks* na fronteira.

A orientação escolhida, exceto no caso em que se trabalha com retornos constantes, influi nos resultados<sup>48</sup>, embora não haja alteração na classificação das DMUs em eficientes ou ineficientes conforme a orientação, pois as DMUs caracterizadas como eficientes são as mesmas, independente da orientação que se tome, uma vez que a fronteira estimada pelas duas orientações é única. No caso de a tecnologia apresentar retornos constantes de escala, as medidas de ambas as orientações se equivalem. Coelli (1996) afirma poderá haver alteração quanto às unidades ineficientes.

---

<sup>48</sup> Contudo, Coelli (1996) comenta que para a metodologia DEA, a escolha da orientação não é tão problemática quanto no caso econométrico, uma vez que métodos de programação linear não sofrem de problemas estatísticos como, por exemplo, viés em equações simultâneas. Ele sugere que se deva escolher a orientação com base em quais das variáveis (insumos ou produtos) os agentes têm mais controle e lembra que, em vários casos, essa orientação tem pouca influência sobre os resultados obtidos.



A literatura a respeito da DEA, embora recente, tem sido bastante difundida e crescido rapidamente, apresentando grande evolução no desenvolvimento teórico e no espectro de suas aplicações práticas da técnica DEA. Atualmente conta com uma ampla base teórica e variedade de aplicações práticas, tendo enfoques diversificados e interesse multidisciplinar. Algumas características e propriedades a tornam um instrumento atraente. Ressalta-se, sem temer ser repetitivo, que dentre suas vantagens em relação a outros métodos podemos destacar:

- A eficiência é medida realisticamente, em termos de distância aos melhores desempenhos efetivamente observados, ou seja, os índices de eficiência originam-se de dados reais e não de fórmulas teóricas;
- Para levar em conta que cada unidade pode ter o seu próprio nicho de atuação, a agregação dos recursos e a agregação dos produtos são efetuadas utilizando, para cada unidade avaliada, os pesos que lhe sejam mais favoráveis;
- Algoritmos distintos podem ser empregados para analisar a situação em que os esforços para elevar a produtividade são orientados para a minimização de recursos utilizados (orientação insumo), ou para analisar a situação oposta, em que os recursos disponíveis estão fora do campo de decisão da unidade produtiva e a produtividade é dada pelo volume de produção extraída (orientação produto);
- Diferentemente dos métodos baseados em avaliação puramente econômica, que necessitam converter todos os dados de insumos e produtos em unidades monetárias, não impõem que os dados sejam transformados em uma única unidade de medida;
- Os *outliers*<sup>49</sup> não são considerados apenas desvios em relação ao comportamento mediano dos dados, mas pontos que podem ser possíveis *benchmarks*.

No que concerne aos retornos de produção gerados pelas mudanças de escala produtiva, há dois ângulos de análise à luz da DEA. Um trabalha com retornos constantes de escala, denominado também de CCR, de Charnes, Cooper e Rhodes (1978) ou CRS (de *Constant Returns to Scale*) e refere-se à situação na qual a alteração no volume de insumos provoca uma alteração na produção na mesma proporção. O segundo pressupõe retornos

---

<sup>49</sup> Outliers são valores que estão bem afastados (distantes) da mediana dos dados.

variáveis de escala<sup>50</sup>, é conhecido também por BCC, de Banker, Charnes e Cooper (1984) ou VRS (de *Variable Returns to Scale*) e descreve uma situação em que uma variação no montante de insumos provoca um aumento (ou diminuição) da produção mais que proporcional. Faremos uma breve exposição a seguir de ambos.

#### 4.2.2.1.1 Modelos DEA<sup>51</sup>

Embora a metodologia DEA<sup>52</sup> englobe diferentes modelagens, o modelo CCR e o modelo BCC, apresentados a seguir, são os mais tradicionais. A diferença básica entre as duas formulações reside no fato de a primeira trabalhar com retornos constantes de escala e a segunda admitir retornos variáveis. Porém, uma unidade que é eficiente quando empregamos um modelo CCR também o é quando empregamos um modelo BCC.

Em 1978, Charnes, Cooper e Rhodes propuseram originalmente o modelo CCR. A forma apresentada se constitui em um problema de programação fracionária e como solução desenvolveu-se uma transformação linear que compreende o processo de conversão, onde se fixa o denominador da função objetivo em uma constante e minimiza-se o numerador. Essa formulação do problema linear, conhecida como modelo dos multiplicadores, pode ser aplicada tanto ao modelo CCR, quanto ao modelo BCC, este introduzido por Banker, Charnes e Cooper em 1984.

Resumidamente, a idéia dos modelos DEA é determinar os coeficientes (pesos)  $v_i$  e  $u_i$  que maximizem a razão entre o produto potencial e o insumo potencial para a  $i$ -ésima DMU, sujeito à restrição de que todas as medidas de eficiência das demais DMUs da amostra devam ser menores ou iguais à unidade. Para cada unidade, é obtida uma medida escalar e adimensional de eficiência em relação ao seu conjunto de referência – que é o conjunto de DMUs do ambiente em que se insere –, de acordo com a ponderação mais favorável que as restrições permitam (sob a restrição de que todas as DMUs se encontram sobre ou abaixo da fronteira eficiente). Como visto anteriormente, ao analisarem-se diferentes unidades

---

<sup>50</sup> Crescente ou decrescente.

<sup>51</sup> No modelo DEA tradicional, assume-se a hipótese de aditividade, que permite que se tenha uma DMU virtual, através combinação linear dos pesos de DMUs reais.

<sup>52</sup> Como exemplos de outros modelos DEA, podemos citar o modelo aditivo (CHARNES *et al.*, 1985) e o modelo FDH (Free Disposal Hull), que supõe uma envoltória não convexa (DEPRINS; SIMAR; TULKENS, 1984).

produtivas, parte-se do princípio que todas apresentam desempenhos produtivos diferentes entre si e que é possível uma avaliação comparativa entre elas.

Supondo-se que existam  $m$  insumos e  $s$  produtos para  $D$  unidades produtivas em determinado período de tempo, a medida de eficiência técnica é obtida resolvendo um problema de programação a partir do qual se obtêm os pesos dos insumos ( $v_i$ , sendo  $i=1, \dots, m$ ) e dos produtos ( $u_s$ , sendo  $s=1, \dots, s$ ). Assim, com orientação por insumos:

$$Max_{\{u,v\}} \left( \frac{u_1 y_{1i} + u_2 y_{2i} + \dots + u_s y_{si}}{v_1 x_{1i} + v_2 x_{2i} + \dots + v_m x_{mi}} \right) \quad (4.21)$$

sujeito às restrições:

$$\frac{u_1 y_{1j} + u_2 y_{2j} + \dots + u_s y_{sj}}{v_1 x_{1j} + v_2 x_{2j} + \dots + v_m x_{mj}} \leq 1, \quad j=1, 2, \dots, N$$

$$v_1, v_2, \dots, v_m \geq 0; \quad u_1, u_2, \dots, u_s \geq 0$$

Para orientação produto:

$$Min_{\{u,v\}} \left( \frac{u_1 y_{1i} + u_2 y_{2i} + \dots + u_s y_{si}}{v_1 x_{1i} + v_2 x_{2i} + \dots + v_m x_{mi}} \right) \quad (4.22)$$

sujeito às restrições:

$$\frac{u_1 y_{1j} + u_2 y_{2j} + \dots + u_s y_{sj}}{v_1 x_{1j} + v_2 x_{2j} + \dots + v_m x_{mj}} \geq 1, \quad j=1, 2, \dots, N$$

$$v_1, v_2, \dots, v_m \geq 0; \quad u_1, u_2, \dots, u_s \geq 0$$

Este problema de programação fracionária (4.21) e (4.22) pode ser considerado como o modelo DEA conceitual, que deve ser resolvido para cada DMU e pode ser transformado em um problema de programação linear. Para tanto, iguala-se o denominador da função objetivo a uma constante, geralmente igual à unidade, obtendo-se assim um problema linear conhecido como modelo dos multiplicadores.

### a) Modelo CCR

O modelo CCR constrói uma superfície linear<sup>53</sup> por partes envolvendo os dados, com orientação insumo e trabalha mantendo retornos constantes de escala.

Partindo da formulação (4.21) e (4.22) acrescenta-se a restrição  $v_1x_{1i} + \dots + v_mx_{mi} = 1$ , a fim de evitar que haja infinitas soluções, ou seja, introduz-se uma transformação linear, com a qual se obtém o seguinte modelo dos multiplicadores com orientação a insumos:

$$Max(u_1y_{1i} + \dots + u_sy_{si}) \quad (4.23)$$

sujeito às restrições:

$$\begin{aligned} (v_1x_{1i} + \dots + v_mx_{mi}) &= 1 \\ (u_1y_{1j} + \dots + u_sy_{sj}) - (v_1x_{1j} + \dots + v_mx_{mj}) &\leq 0 \quad j = 1, 2, \dots, N \\ v_1, v_2, \dots, v_m &\geq 0 \quad ; \quad u_1, u_2, \dots, u_s \geq 0 \end{aligned}$$

Alternativamente, pode-se desenvolver um modelo orientado a produtos, que tem como objetivo maximizar os produtos obtidos, mantendo inalterados os níveis dos insumos, com as variáveis de decisão sendo as mesmas do modelo orientado a insumos.

O modelo DEA CCR linearizado orientado a produtos é apresentado como:

$$Min(v_1x_{1i} + \dots + v_mx_{mi}) \quad (4.24)$$

sujeito a

$$\begin{aligned} (u_1y_{1i} + \dots + u_sy_{si}) &= 1 \\ (v_1x_{1j} + \dots + v_mx_{mj}) - (u_1y_{1j} + \dots + u_sy_{sj}) &\geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, N \\ v_1, v_2, \dots, v_m &\geq 0 \quad ; \quad u_1, u_2, \dots, u_s \geq 0 \end{aligned}$$

Da teoria de programação linear sabe-se que é possível deduzir o problema dual equivalente ao modelo dos multiplicadores, denominado de modelo do envelope. Pelo

---

<sup>53</sup> No plano bidimensional, o modelo determina graficamente uma fronteira na forma de uma semi-reta, enquanto que no caso tridimensional, ela teria a forma de um prisma.

teorema da dualidade forte, ambos apresentarão o mesmo valor ótimo para a função objetivo. O dual do problema com orientação insumo é, portanto, apresentado como:

$$\text{Min}\theta_d \quad (4.25)$$

tal que

$$\begin{aligned} -y_j + \sum_{k=1}^m y_{jk} \lambda_k &\geq 0, \quad \forall j \\ \theta x_i - \sum_{k=1}^m x_{ik} \lambda_k &\geq 0, \quad \forall i \\ \lambda_k &\geq 0, \quad \forall k \end{aligned}$$

O dual com orientação produto é

$$\text{Max}\theta_d \quad (4.26)$$

sujeito a

$$\begin{aligned} \theta y_j - \sum_{k=1}^m y_{jk} \lambda_k &\leq 0, \quad \forall j \\ x_i - \sum_{k=1}^m x_{ik} \lambda_k &\geq 0, \quad \forall i \\ \lambda_k &\geq 0, \quad \forall k \end{aligned}$$

O valor de  $\theta_d$ , na orientação a produto quanto à projeção na fronteira, indica o quanto o produto da unidade d em determinado período pode ser aumentado a fim de alcançar um ponto virtual na fronteira construída dentro do conjunto de combinações insumo-produto de todas as unidades e crescerá enquanto a primeira restrição não for violada.

A solução do problema dual consiste na construção de uma DMU fictícia a partir da combinação linear não negativa dos multiplicadores  $\lambda_d$  de todas as DMUs, inclusive da que está sendo analisada, de modo que cada um de seus produtos não seja inferior ao correspondente da unidade em exame e que cada um de seus insumos seja não mais do que uma fração do insumo correspondente da unidade examinada. Assim, cada unidade é comparada com um ponto virtual na fronteira de produção que é construída através de uma combinação linear de insumos e produtos tomando como pesos os valores de  $\lambda_d$ . Em suma, a DMU fictícia é uma projeção da DMU em análise na fronteira eficiente, caso essa projeção seja a

própria DMU, então esta será considerada eficiente. Deduz-se que  $\lambda_d = 0$  para todas as unidades, exceto as que estiverem sobre a fronteira.

O valor de  $\theta_d \leq 1$  é um escalar, cujo valor será a medida de eficiência da d-ésima unidade e  $\lambda_d$  é a contribuição da d-ésima DMU na formação do objetivo da DMU d. Nesse sentido, se uma DMU trabalha na fronteira do conjunto de possibilidades de produção, então  $\theta = 1$ , de modo que quanto menor o valor de  $\theta$ , mais afastada a unidade está da fronteira eficiente.

### b) Modelo BCC

O modelo BCC, devido a Banker, Charnes e Cooper (1984), considera a possibilidade de retornos variáveis de escala na fronteira eficiente. Isso significa que há a substituição do axioma da proporcionalidade entre insumos e produtos pelo axioma da convexidade. Ao impor-se que a fronteira seja convexa, o modelo BCC permite que as unidades que operem com baixos níveis de insumos tenham retornos crescentes de escala e as que operem com altos níveis tenham retornos decrescentes de escala.

Matematicamente, a convexidade da fronteira equivale a uma restrição adicional ao modelo do envelope. Assim, quanto à apresentação da formulação do problema em relação ao CCR é incluída uma única restrição adicional em (4.25) e (4.26), a da convexidade, qual seja:

$$\sum_{i=1}^N \lambda_i = 1, \text{ onde } \lambda_i \text{ são os componentes do vetor } \lambda.$$

Os duais dos problemas de programação linear geram os modelos BCC dos multiplicadores para orientação insumo e orientação produto, apresentados em (4.27) e (4.28), respectivamente.

$$\text{Max} \theta = \sum_{i=1}^s u_i y_{id} - u_* \quad (4.27)$$

sujeito a

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{id} = 1$$

$$-\sum_{i=1}^m v_i x_{ik} + \sum_{j=1}^s u_j y_{jk} - u_* \leq 0, \quad \forall k$$

$$v_j, u_i \geq 0, \quad \forall i \text{ e } \forall j; \quad u_* \in \Re$$

$$Min\theta = \sum_{i=1}^m v_i x_{id} - v_* \quad (4.28)$$

sujeito a

$$\sum_{i=1}^s u_i y_{id} = 1$$

$$-\sum_{i=1}^m v_i x_{ik} + \sum_{j=1}^s u_j y_{jk} - v_* \geq 0, \quad \forall k$$

$$v_j, u_i \geq 0, \quad \forall i \text{ e } \forall j; \quad v_* \in \Re$$

Nota-se que a diferença entre os modelos dos multiplicadores de CCR e BCC é a adição das variáveis  $u_*$  e  $v_*$ , que representam os fatores de escala e correspondem à restrição da convexidade acrescentada no modelo do envelope com retornos variáveis. Graficamente, o sinal de  $u_*$  e  $v_*$  pode ser interpretado como o sinal oposto do intercepto do plano com o eixo y, no caso de um único produto, como é o caso adotado neste trabalho. Desse modo, quando positivas,  $u_*$  e  $v_*$  indicam retornos decrescentes de escala; quando negativas indicam retornos crescentes e o caso nulo representa retornos constantes de escala.

Dessa forma, a DEA constitui uma metodologia para transformação de um problema não convexo<sup>54</sup> de maximização de eficiência em um problema ordinário de programação linear, constituído basicamente das seguintes etapas: primeiro, o problema é transformado em um problema ordinário de programação linear; após, toma-se o dual desse problema linear, que é equivalente a um problema ordinário de programação linear fracionária; e, por último, através da utilização desse dual, resolve-se o problema ordinário de programação.

O modelo BCC permite decompor a eficiência técnica em eficiência de escala e eficiência técnica pura. Para analisar a eficiência de escala, torna-se necessário estimar a eficiência das DMUs, utilizando-se tanto o modelo CCR como o BCC. A ineficiência de escala é evidenciada quando existem diferenças no escore desses dois modelos. A eficiência

<sup>54</sup> Diz-se que um conjunto é convexo se, unindo dois pontos do conjunto por um segmento de reta, todos os pontos deste segmento também pertencem ao conjunto.

de escala é calculada pelo quociente entre eficiência técnica sobre o pressuposto de retornos constantes à escala (RCE) e eficiência técnica sobre o pressuposto de retornos variáveis à escala (RVE), conforme a equação abaixo.

$$EF_{escala} = \frac{EF_{RCE}(x, y)}{EF_{RVE}(x, y)} \quad (4.29)$$

#### 4.2.2.2 Fronteira Estocástica de Produção

Uma alternativa à DEA é a Fronteira Estocástica de Produção, que é um método paramétrico de análise por fronteira, sendo que sua aplicação objetiva a estimação da função de produção eficiente utilizando técnicas de estimação econométricas e, por meio disso, fornece medidas de eficiência técnica para cada uma das unidades produtivas analisadas. Essas medidas, assim, como no caso da DEA, possuem base no trabalho de Farrell (1957). A idéia por trás da fronteira estocástica é que a medida de eficiência relativa pode ser obtida ao se comparar a produção de uma unidade observada aos produtos “ideais”, calculados pela função teórica de produção.

A literatura da Fronteira de Produção Estocástica é muito extensa e a idéia central, proposta de forma independente nos trabalhos de Aigner, Lovell e Schmidt (1977) e Meeusen e Van den Broeck (1977), envolve a estimação de uma função de fronteira de produção na seguinte forma:

$$Y_d = x_d \beta + v_d - u_d, \quad \text{onde } i=1,2,\dots,N. \quad (4.30)$$

onde,  $Y_d$  é a produção (ou o logaritmo neperiano dela) da unidade  $d$ ;  $x_d$  é o vetor de insumos ( $S \times 1$ );  $\beta$  é um vetor de parâmetros desconhecidos,  $v_d$  engloba as variáveis aleatórias, que são i.i.d e seguem distribuição normal e os  $u_d$ 's, independente de  $v_d$ , são não negativos e i.i.d, que apontam a ineficiência técnica na produção.

O modelo de fronteira estocástica permite a estimação de erros padronizados e testes de hipótese usando método de máxima verossimilhança, não permitidos em modelos determinísticos. No entanto, diferentemente do método não paramétrico, que atribui à



ineficiência técnica os desvios do produto observado em relação ao produto potencial na fronteira, o grande diferencial do modelo é supor um termo de erro composto pela união de duas partes: um erro unilateral, com as mesmas características pertencentes às fronteiras deterministas; e, um erro simétrico, com variação aleatória, que capta os efeitos ligados aos eventos fora de controle da firma e próprios das relações empíricas. O termo de erro no modelo de fronteira estocástica é considerado composto porque ele representa a união destes dois tipos de erros (unilateral e simétrico).

Então, pode-se observar que o resíduo – o erro – é decomposto em dois termos aleatórios  $v$  e  $u$ , independentes um do outro. Cada elemento do erro simétrico  $v_d$  que segue uma distribuição normal, ou seja,  $v \sim N(0, \sigma_v^2)$ , sendo independente e identicamente distribuídos (i.i.d). Esta componente  $v_d$  reflete as influências aleatórias que estão fora de controle: os choques aleatórios e os ruídos estatísticos<sup>55</sup>. Os termos  $u_d \geq 0$  são variáveis aleatórias que refletem ineficiência técnica de produção, medida pela diferença entre o produto observado e o produto situado na fronteira eficiente; é um elemento passível de controle e assume-se que também seja i.i.d, geralmente seguindo uma distribuição meia-normal, exponencial, ou ainda, gama.

Os parâmetros do vetor  $\beta$  do modelo podem ser estimados através de máxima verossimilhança ou mínimos quadrados corrigidos. No caso clássico, o modelo é estimado por máxima verossimilhança, que obtém estimativas pontuais de todos os parâmetros e em particular da produtividade  $\{\hat{u}\}$ . No caso bayesiano, o modelo é estimado utilizando o método das cadeias de Markov de Monte Carlo, que obtém uma amostra da distribuição dos estimadores e em particular da distribuição do estimador da ineficiência técnica  $\{\hat{u}\}$ .

Definindo o erro composto como  $\varepsilon_i = v_i + u_i$ , sua função distribuição é dada por:

$$f(\varepsilon_i) = \frac{\sqrt{2}}{\sigma_u} \sqrt{\pi} [1 - F(\varepsilon_i \lambda \sigma^{-1})] \exp\left(\frac{-\varepsilon_i^2}{2\sigma^2}\right) \quad (4.31)$$

onde  $\sigma^2 = \sigma_u^2 + \sigma_v^2$ ,  $\lambda = \sigma_u / \sigma_v$  e  $F(*)$  é a função distribuição acumulada da normal padrão.

---

<sup>55</sup> O ruído estatístico compreende erros de medida e variáveis omitidas. Já os choques aleatórios são eventos (acontecimentos) que estão fora de controle que influenciam o processo produtivo.

Battese e Coelli (1995) propuseram um modelo de fronteira estocástica de produção que acomoda dados em painel<sup>56</sup>:

$$y_{dt} = \exp(x_{dt}\beta + v_{dt} - u_{dt}) \quad , \quad (4.32)$$

onde,  $y_{dt}$  é o nível de produto do d-ésimo estado ( $d=1,2,\dots,D$ ) no t-ésimo período ( $t=1,\dots,T$ );  $x_{dt}$  é um vetor (1xS) de fatores de produção utilizados pelo estado d;  $\beta$  é um vetor (1xS) de coeficientes a serem estimados;  $v_{dt}$  são os erros aleatórios conforme definido acima;  $u_{dt} \sim N(Z'_d\delta, \sigma_u^2)$  truncada em zero;  $Z'_d$  é um vetor de (1xK) de fatores que influenciam a ineficiência técnica do estado d e  $\delta$  é um vetor (1xK) parâmetros a serem estimados.

Dado que  $v \sim N(0, \sigma_v^2)$  e  $u_i \sim N^o(\mu, \sigma_u^2)$ , Battese e Corra (1977) propõem uma parametrização na qual  $\sigma_u^2$  e  $\sigma_v^2$  são substituídos, respectivamente, por  $\sigma^2 = \sigma_v^2 + \sigma_u^2$  e

$$0 \leq \gamma = \frac{\sigma_u^2}{(\sigma_v^2 + \sigma_u^2)} \leq 1, \text{ através do cálculo das estimativas de máxima verossimilhança. Dessa}$$

forma, o parâmetro  $\gamma$  deve ser o valor inicial a ser utilizado num processo de maximização iterativo tal como o algoritmo de Davidson-Fletcher-Powell<sup>57</sup>.

Referente ao valor estimado de  $\gamma$ , quanto mais próximo de zero, menos significativo será o termo de ineficiência técnica na explicação dos desvios da fronteira de produção. Se não houver influência da ineficiência no modelo, pode-se então aplicar mínimos quadrados ordinários.

Quando o processo produtivo envolve dois insumos e somente um produto, a função de produção é representada por uma superfície no espaço  $R^3$  e será, portanto, o lugar geométrico dos níveis máximos de produto possíveis de serem obtidos com cada quantidade de insumos para a tecnologia vigente, ou seja, de todas as combinações eficientes possíveis dos insumos e das variáveis tecnológicas. A hipótese adjacente é que nem todas as unidades observadas têm desempenho eficiente, e apenas as eficientes se encontrarão na fronteira. Os valores de produto são limitados acima e abaixo por  $\exp(x_i\beta + v_i)$ , donde advém a denominação fronteira estocástica.

<sup>56</sup> Os dados em painel não precisam estar completos, ou seja, podem ser *unbalanced*.

<sup>57</sup> A função de verossimilhança desse modelo encontra-se presente no apêndice de Battese e Coelli (1992).

Seguindo Marinho e Ataliba (2000), para justificar o emprego da fronteira estocástica na estimação da ineficiência técnica, parte-se do pressuposto de que a expressão (4.32) pode ser fatorada da seguinte forma:

$$y_{dt} = \exp(x_{dt}'\beta + v_{dt}) \exp(-u_{dt}), \quad (4.33)$$

e sendo que  $y_{dt}$  é o produto observado, efetivo, temos que:

$$y_{dt} = y_{dt}^* \exp(-u_{dt})$$

onde,  $y_{dt}^* = \exp(x_{dt}'\beta + v_{dt}) = f(x_{dt}')$  é o produto potencial máximo do estado  $d$  no tempo  $t$ . Portanto, a ineficiência técnica na produção do estado  $d$  pode ser modelada como:

$$E_d^t = \frac{y_{dt}^t}{f(x_{dt}^t)} = \exp(-u_{dt}^t), \quad (4.34)$$

supondo-se que:

$$u_{dt} = Z_d^t \delta e_{dt} \quad (4.35)$$

e tendo  $e_{dt}$  uma distribuição truncada  $u_{dt} \sim N(0, \sigma_e^2)$ .

Por fim, substituindo (3.39) em (3.38), a ineficiência técnica pode ser calculada como

$$E_d^t = \frac{y_{dt}^t}{f(x_{dt}^t)} = \exp(-Z_d^t \delta - e_{dt}) \quad (4.36)$$

Diz-se que esta técnica é paramétrica por requerer a especificação da forma funcional da fronteira. Ou seja, para estimar a fronteira é preciso selecionar, previamente, uma forma funcional para a função de produção. As formas funcionais mais usadas são a Cobb Douglas e a Translog. A Cobb Douglas tem sido amplamente utilizada desde o clássico estudo de Solow (1957), é mais simples, mais fácil de estimar, mas impõe que os retornos de escala sejam fixos e que a elasticidade de substituição seja unitária. Já a Translog, embora não imponha tais

restrições e apresente algumas vantagens como flexibilidade e comportamento consistente com vários aspectos teóricos importantes, é uma forma alternativa mais complexa, de manipulação algébrica mais difícil e reduz o número de graus de liberdade por envolver um número maior de variáveis explicativas.

Para estimação empírica dos modelos de fronteira estocástica de produção, a forma Cobb-Douglas tem sido comumente empregada, mas embora seja de fácil estimação e matematicamente manipulável, é restritiva nas propriedades que impõe à estrutura de produção, nomeadamente rendimentos de escala e elasticidades constantes, além de elasticidades de substituição iguais à unidade, não permitindo, assim, a homogeneidade e homoteticidade da estrutura de produção.

Entre as desvantagens desse método podemos citar:

- Em testes de inferência estatística, é exigida uma dimensão relativamente elevada para as amostras;
- Os índices de inferência podem sofrer variação em uma mesma análise empírica, dependendo da forma funcional adotada e da suposição a respeito da distribuição do erro composto;
- Ao utilizarem-se formas funcionais mais flexíveis para a fronteira, o número de parâmetros a se estimar é torna-se elevado, consumindo graus de liberdade.

#### **4.3 Cálculo do Índice de Malmquist – Método DEA Malmquist**

O presente trabalho, a fim de calcular a PTF, aplica a técnica de fronteira não-paramétrica DEA para a obtenção do índice de Malmquist. A conjunção da análise por DEA com o índice de produtividade de Malmquist foi proposta por Färe *et al.* (1994) e é chamada na literatura recente de metodologia DEA Malmquist, sendo que, nos últimos anos, esta é a abordagem que tem sido mais empregada para o cálculo da medida do crescimento da PTF ultimamente. Seguimos a metodologia discutida em Färe *et al.* (1994) e Färe, Grosskopf e Margaritis (2006), que adotam a ótica do produto.

Färe *et al.* (1989) foram os primeiros a avaliar mudanças de produtividade através do método DEA, usando-a para calcular o índice de produtividade de Malmquist. Eles atentaram para o fato de que a mudança de produtividade pode ser fruto de uma combinação entre

mudança na tecnologia ao longo do tempo e mudança na eficiência da unidade isoladamente. Assim, eles decomposeram o índice multiplicativamente a fim de captar essas duas componentes.

Como vimos o índice de Malmquist, que mensura os ganhos de produtividade ao longo do tempo, pode ser obtido por meio de diferentes técnicas, dependendo se a abordagem seguida for paramétrica ou não-paramétrica. A técnica aqui adotada se insere nas fronteiras não-paramétricas determinísticas aplicando a DEA, que se baseia no fato de a função distância ser idêntica ao inverso da medida de eficiência técnica de Farrell (1957). Essa metodologia calcula as quatro funções distâncias que constituem o índice como soluções de problemas de programação linear. Estes algoritmos não requerem a especificação de uma forma particular para a função distância.

Na metodologia DEA Malmquist, que é a combinação dos dois métodos, a mensuração dos ganhos de produtividade é feita em dois estágios. Primeiro a fronteira tecnológica é construída através da aplicação da DEA, o que permite que se obtenham as funções distâncias, escores de eficiência. A partir destas, obtém-se o índice de produtividade de Malmquist.

Assumimos que haja  $d=1,\dots,D$  unidades analisadas (aqui países e unidades da federação) usando  $n=1,\dots,N$  insumos ( $x_d^{d,t}$ ) e  $m=1,\dots,M$  produtos ( $y_d^{d,t}$ ) em cada tempo  $t=1,\dots,T$ .

As funções distância de Shephard, que são uma forma alternativa de representar as medidas de eficiência de Farrel, são o inverso dos índices de eficiência técnica dos planos de produção desenvolvidos pela DMU. Ou seja, os escores de eficiência técnica são calculados pela expressão  $\theta = [D_p^t(x_d^t, y_d^t)]^{-1}$ , o qual varia entre zero e um.

Para se obter  $\theta$ , calculam-se as funções distâncias do índice de Malmquist para cada unidade produtora através da resolução de quatro problemas de programação linear. Desse modo, as distâncias, apesar de serem definidas em termos de funções fracionárias, podem ser calculadas a partir de modelos DEA. Ou seja, dado que a distância da  $d$ -ésima DMU em relação à fronteira é inversamente proporcional a sua eficiência, tem-se que:

$$D_p^t(x_d^t, y_d^t) = \frac{1}{EFC_d^t(x_d^t, y_d^t)}$$

$$D_p^{t+1}(x_d^t, y_d^t) = \frac{1}{EFC_d^{t+1}(x_d^t, y_d^t)}$$

$$D_p^t(x_d^{t+1}, y_d^{t+1}) = \frac{1}{EFC_d^t(x_d^{t+1}, y_d^{t+1})}$$

$$D_p^{t+1}(x_d^{t+1}, y_d^{t+1}) = \frac{1}{EFC_d^{t+1}(x_d^{t+1}, y_d^{t+1})}$$

onde, para cada  $d=1, \dots, D$ :

$$EFC^t(x_d^t, y_d^t) = \text{Max} \theta^d \text{ s.a. } \sum_{d=1}^D \lambda_d^t x_{d_n}^t \leq x_{d_n}^t \quad n=1, \dots, N \quad (4.37)$$

$$\sum_{d=1}^D \lambda_d^t y_{d_m}^t \geq y_{d_m}^t \theta^d \quad m=1, \dots, M$$

$$\theta \text{ livre}, \lambda_d^t \geq 0$$

De modo análogo, poderíamos estabelecer para a tecnologia em  $t+1$ , ou seja,  $EFC_d^{t+1}(x_d^{t+1}, y_d^{t+1})$ , ao substituir  $t$  por  $t+1$ .

$$EFC_d^t(x_d^{t+1}, y_d^{t+1}) = \text{Max} \theta^d \text{ s.a. } \sum_{d=1}^D \lambda_d x_{d_n}^t \leq x_{d_n}^{t+1} \quad n=1, \dots, N \quad (4.38)$$

$$\sum_{d=1}^D \lambda_d y_{d_m}^t \geq y_{d_m}^{t+1} \theta^d \quad m=1, \dots, M$$

$$\theta \text{ livre}, \lambda_d^t \geq 0$$

De maneira semelhante, poderíamos estabelecer  $EFC_d^{t+1}(x_d^t, y_d^t)$ .

Assim, usando a definição de função distância e sua reciprocidade com a medida de eficiência técnica, podemos, a partir da resolução dos problemas acima, obter os escores de eficiência para cada uma das DMUs.

Observa-se que nos quatro problemas de otimização, o objetivo é maximizar a estatística de eficiência  $\theta$  da DMU em questão, sujeita às seguintes restrições: que a quantidade de insumo utilizada por cada DMU seja maior ou igual à da quantidade definida como de referência para o problema de otimização, que os pesos sejam não-negativos e que o produto de cada DMU, ponderado pela medida de eficiência da DMU em questão, não exceda o produto de referência.

Nos dois problemas onde os pontos de produção são comparados a tecnologias de períodos diferentes  $EFC_d^t(x_d^{t+1}, y_d^{t+1})$  e  $EFC_d^{t+1}(x_d^t, y_d^t)$ , que permitem calcular as funções distâncias cruzadas, o parâmetro  $\theta$  não precisa ser maior ou igual a 1, como se espera quando se calcula a eficiência no período corrente. O ponto pode ficar fora do conjunto de produção factível. Este fato ocorrerá com alta probabilidade se houver evolução tecnológica, como no cálculo de  $EFC_d^t(x_d^{t+1}, y_d^{t+1})$ , onde um ponto de produção de um período  $t+1$  é comparado com a tecnologia no período  $t$ . Obviamente, caso ocorra uma regressão técnica,  $\theta$  menor que um também será possível solução de  $EFC_d^{t+1}(x_d^t, y_d^t)$ .

#### 4.4 Metodologia de *Bootstrap* (Reamostragem)<sup>58</sup>

Pelo exposto sobre a metodologia DEA, se depreende que esta se trata de uma técnica sem relação com a inferência estatística tradicional. No entanto, uma abordagem recentemente desenvolvida consiste na aplicação da metodologia de *bootstrap* aos estimadores DEA.

O *bootstrap* é um algoritmo usado para se estimar intervalos de confiança para índices, especialmente quando o número de amostras é reduzido. Genericamente, o método de *bootstrap* é usado para estimar variabilidade em estatística, permitindo estimar o viés e fazer inferência sobre os estimadores, provendo-os com medidas de incerteza, tais como intervalos de confiança e erro padrão. Essa técnica foi introduzida por Efron (1979), mas os primeiros trabalhos que a aplicaram foram Simar (1992) e Simar e Wilson (1998).

Foi com o trabalho de Simar e Wilson (1999a) que se começou a aplicar o *bootstrap* ao índice de produtividade de Malmquist, a fim de prove-lo com uma interpretação estatística. Essa abordagem é baseada na idéia de reamostragem a partir da amostra original, a fim de, com a replicação de dados, se obterem inferências de interesse. No entanto, é importante ressaltar que a reamostragem não adiciona nenhuma informação nova à amostra original.

O método desenvolvido por Simar e Wilson (1999a) pode ser usado para determinar se as mudanças na PTF – bem como as variações de eficiência técnica e de tecnologia – são de fato robustas. De acordo com a literatura tradicional sobre mensuração não-paramétrica de eficiência, através da metodologia DEA, as verdadeiras funções distâncias são obtidas a partir

---

<sup>58</sup> A exposição segue Simar e Wilson (1999a) e omite, por brevidade, maiores detalhes.

resolução de problemas de programação linear e, por isso, é caracterizada, inclusive, como uma técnica determinística, omitindo-se, assim, fundamentos estatísticos.

As variações de produtividade, tecnologia e eficiência técnica são mensuradas relativamente a estimativas da fronteira e condicionadas aos dados observados, que são uma amostra do processo de geração de dados (PGD) não observado. O princípio do PGD é o de que restringindo as relações entre insumos e produto, os elementos estocásticos no processo produtivo serão englobados totalmente pelas medidas aleatórias de eficiência. A chave para a estimação estatisticamente consistente dos intervalos de confiança pela simulação de *bootstrap* está na replicação – ou seja, na imitação – desse PGD. Assim, as estimativas estão propensas à incerteza devido à variação da amostra.

O ponto inicial é o conjunto representado por (4.1). Sabe-se que o verdadeiro conjunto de possibilidades de produção  $S^t$  e as funções distâncias são desconhecidos, ou seja, não podem ser observados na prática e as propriedades assintóticas de seus estimadores são impossíveis de serem obtidas analiticamente. Portanto, os índices dados pelas expressões (4.8), (4.9) e (4.10) representam valores que devem ser estimados.

O conjunto de possibilidades de produção pode ser descrito como

$$S^t(y) = \{y \in \mathbb{R}_+^m / (x, y) \in S^t\} \quad (4.39)$$

As estimativas das funções distância requerem a estimação de  $S^t$  e  $S^t(y)$ , dada a amostra  $s = \{(x_{dt}, y_{dt}) / d = 1, \dots, D; t = 1, 2\}$ . Então,

$$\hat{S}^t(x) = \{y \in \mathbb{R}^m / y \leq Y^t q, x \geq X^t q, q \in \mathbb{R}_+^N\} \quad (4.40)$$

onde,  $Y^t = [y_{1t}, \dots, y_{Dt}]$ ,  $X^t = [x_{1t}, \dots, x_{Dt}]$ ;  $y_{dt}$  e  $x_{dt}$  são vetores de produto e insumos, respectivamente e  $q$  é um vetor  $(N \times 1)$  de variáveis de intensidade.

O estimador da função distância será

$$\left(\hat{D}_d^{t/t+1}\right)^{-1} \equiv \inf \left\{ \lambda > 0 / y_{dt} / \lambda \in \hat{S}^{t+1}(x_{dt}) \right\}$$

que é obtido pela solução de programação linear dado por:



$$\left(\hat{D}_s^{t+1}\right)^{-1} = \max \left\{ \lambda / y_{dt} \leq \mathbf{Y}^{t+1} \mathbf{q}_d, \lambda x_{dt} \geq \mathbf{X}^{t+1} \mathbf{q}_d, \mathbf{q}_d \in \mathbb{R}_+^N \right\} \quad (4.41)$$

onde,  $t(<, =, >)t+1$ . Assume-se que os desvios aleatórios em relação à fronteira contemporânea no tempo  $t$ , mensurada pela função distância de Shephard são resultantes da ineficiência das unidades produtivas.

Conforme foi exposto, o *bootstrap* envolve a replicação do PGD, criando um número suficientemente grande ( $B$ ) de pseudo-amostras, que podem ser representadas por:

$$s^* = \{(x_{dt}^*, y_{dt}^*) / d = 1, \dots, D; t = 1, 2, \dots\}, \quad (4.42)$$

e nas quais são aplicadas os estimadores originais.

Para cada replicação  $b=1, 2, \dots, B$ , calcula-se a distância de cada observação na amostra original  $s$  em relação à fronteira estimada para cada período a partir dos pseudo-dados em  $s^*$ . As estimativas de *bootstrap* das quatro funções distância necessárias para se calcular a estimativa de *bootstrap* do índice de Malmquist ( $\hat{M}_i^*(t, t+1)(b)$ ) são obtidas resolvendo o problema

$$\left(\hat{D}_d^{t+1*}\right)^{-1} = \max \left\{ \lambda / y_{dt} \leq \mathbf{Y}^{t+1*} \mathbf{q}_d, \lambda x_{dt} \geq \mathbf{X}^{t+1*} \mathbf{q}_d, \mathbf{q}_d \in \mathbb{R}_+^N \right\} \quad (4.43)$$

Ou, equivalentemente:

$$D^{t*}(x_d^{t*}, y_d^{t*}) = \text{Max} \theta^d \quad (4.44)$$

sujeito a

$$\sum_{d=1}^D \lambda_d^t x_{dn}^{t*} \leq x_{dn}^{t*} \quad n = 1, \dots, N$$

$$\sum_{d=1}^D \lambda_d^{t*} y_{dm}^{t*} \geq y_{dm}^{t*} \theta^d \quad m = 1, \dots, M$$

$$\theta \text{ livre}, \lambda_d^t \geq 0$$

As funções distância de  $t+1$  e as cruzadas são obtidas variando o problema acima, como exposto na seção anterior.

Procedida a estimação e tendo os valores de *bootstrap*, pode-se corrigir os estimadores originais das funções distância pelo viés e podem ser construídos intervalos de confiança – aos níveis de significância 1%, 5% ou 10%. Assim, pode-se verificar se o índice de PTF de Malmquist e suas fontes (eficiência técnica e progresso tecnológico) são significantes.

A estimativa de *bootstrap* do viés para o estimador do índice de Malmquist para a  $d$ -ésima DMU  $\hat{M}_d^*(t, t+1)(b)$  é

$$\hat{v}_B \left[ \hat{M}_d(t, t+1) \right] = B^{-1} \sum_{b=1}^B \hat{M}_d^*(t, t+1)(b) - \hat{M}_d(t, t+1) \quad (4.45)$$

Portanto, a estimativa corrigida pelo viés será dada por

$$\hat{\hat{M}}_d(t, t+1) = \hat{M}_d(t, t+1) - \hat{v}_B \left[ \hat{M}_d(t, t+1) \right] \quad (4.46)$$

Para estimar intervalos de confiança para o índice de Malmquist, tem-se como premissa que o *bootstrap* é uma aproximação da distribuição  $\left( \hat{M}_d(t, t+1) - M_d(t, t+1) \right)$ , que é desconhecida, pela distribuição  $\left( \hat{M}_d^*(t, t+1) - \hat{M}_d(t, t+1) \right)$ , condicionada aos dados originais  $S$ , onde  $\hat{M}_d^*(t, t+1)$  é o estimador de *bootstrap* do índice de Malmquist para a  $d$ -ésima DMU.

Como não conhecemos a distribuição de  $\left( \hat{M}_d(t, t+1) - M_d(t, t+1) \right)$ , os intervalos de confiança dos índices de Malmquist  $\left\{ \hat{M}_d^*(t, t+1)(b) \right\}_{b=1}^B$  seriam:

$$P \left( -b_\alpha^* \leq \hat{M}_d^*(t, t+1) - M_d(t, t+1) \leq -a_\alpha^* / S^t \right) = 1 - \alpha \quad (4.47)$$

e podemos usar o *bootstrap* para encontrar os valores de  $a_\alpha^*$  e  $b_\alpha^*$ .

Quando  $B \rightarrow \infty$ , temos que

$$\left[ \left( \hat{M}_d(t, t+1) - M_d(t, t+1) \right) \right] \sim^{approx} \left[ \left( \hat{M}_d^*(t, t+1) - \hat{M}_d(t, t+1) \right) \right] / S^t \quad (4.48)$$

e conclui-se que

$$P\left(-b_{\alpha}^* \leq \hat{M}_d(t, t+1) - M_d(t, t+1) \leq -a_{\alpha}^* / S^t\right) \approx 1 - \alpha. \quad (4.49)$$

Com os valores de  $a_{\alpha}^*$  e  $b_{\alpha}^*$ , podemos criar então o intervalo de confiança a  $(1 - \alpha)\%$ :

$$\hat{M}_d(t, t+1) + a_{\alpha}^* \leq M_d(t, t+1) \leq \hat{M}_d(t, t+1) + b_{\alpha}^* \quad (4.50)$$

Podemos afirmar, portanto, que o índice de Malmquist é significativamente diferente de 1 (o que indicará a ausência de variação na PTF) se o intervalo (4.50) não incluir 1. Se o intervalo incluir a unidade, concluímos que não houve mudanças de produtividade na DMU, mesmo se o índice de Malmquist original seja diferente de um, pois, neste caso, o ganho ou declínio na PTF não é significativamente diferente de 1.

O principal problema quando se tenta aplicar a *bootstrap* simultaneamente a índice de produtividade e escores de eficiência reside no fato de que replicar o PGD a fim de introduzir probabilidade na questão, tem gerado estimativas de *bootstrap* inconsistentes<sup>59</sup>.

Para se obter estimativas para os intervalos de confiança consistentes deve se ter uma replicação consistente do PGD. Realizando a reamostragem através da distribuição empírica dos dados para construir as pseudo-amostras conduzirá a estimativas de *bootstrap* inconsistentes, pois a estimativa da distribuição populacional estará inconsistente.

A fim de resolver esse problema, seguindo Simar e Wilson (1999a), aplica-se o *Smooth Bootstrap*, que adapta o estimador de kernel univariado da densidade das estimativas das funções distâncias originais para o caso bivariado, como descrito por Silverman (1986). A partir dessa densidade estimada, constroem-se as pseudo-amostras. Para se ter os detalhes do procedimento, vide Simar e Wilson (1999a).

---

<sup>59</sup> Para uma ilustração do debate, vide Ferrier e Hirschberg (1997, 1999) e Simar e Wilson (1999b,c).

## 5 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Este capítulo se destina a analisar os resultados obtidos. Mas, primeiramente, é importante ressaltar que a metodologia aqui empregada, qual seja, índices de Malmquist mensurados a partir da DEA, são influenciados pela amostra selecionada. Então, torna-se duvidosa a comparação com outros estudos que não usaram a mesma amostra de estados. Ademais, dependendo do método de estimação empregado, do período estudado, da utilização de *proxies* diferentes para uma mesma variável e das especificidades do modelo no que se refere à função de produção, podem-se auferir diferentes resultados e, conseqüentemente, interferir na interpretação dos mesmos.

### 5.1 Base de Dados

Analisou-se 25 estados brasileiros e as regiões brasileiras. O Distrito Federal foi excluído dos dados por não se tratar de um estado propriamente dito, com características peculiares, o que poderia acarretar em distorções dos resultados. Já a ausência do Tocantins foi devida à falta de informações disponíveis para o período analisado.

Foram utilizadas, para o período de 1987 a 2002, as seguintes séries: Produto Interno Bruto (PIB) a preços constantes, obtido das Contas Regionais do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE); a média de horas trabalhadas pelo pessoal ocupado com 10 anos de idade ou mais, extraída do Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (Ipea); o consumo não-residencial de energia elétrica, construída a partir de dados coletados no *site* do Ministério de Minas e Energia e a média de anos de estudo das pessoas ocupadas com 10 anos ou mais, extraída do IPEA. Utilizou-se também o PIB *per capita* a preços constantes, do IBGE.

Quanto ao uso de variáveis *proxies*, tem sido comum em trabalhos empíricos. A série do número de horas trabalhadas pelo pessoal ocupado serve de *proxy* da mão-de-obra empregada, enquanto o consumo não-residencial de energia elétrica é empregado como uma *proxy* do estoque de capital dos Estados e formado subtraindo-se do consumo total o consumo residencial. Na utilização da energia elétrica não residencial, a idéia por trás é que quando se faz uso da máquina e da estrutura produtiva também se usa eletricidade e os serviços do capital. Portanto, essa seria uma boa aproximação ao uso do fator capital.

No entanto, medir o capital físico a partir do consumo de energia elétrica não-residencial requer uma justificativa. O emprego dessa série está sujeito a críticas pelo fato de não reproduzir fidedignamente a acumulação de capital físico, em razão do surgimento, com o passar do tempo, de máquinas e equipamentos que consomem menos energia, como fruto do progresso tecnológico, gerando uma desproporção entre o crescimento do consumo não-residencial e a acumulação de capital. Outra crítica, também apontada em Marinho, Ataliba e Lima (2001), se refere ao fato de que na produção agrícola o consumo de energia elétrica é menor do que na industrial. Em vista disso, o estoque de capital dos estados onde a economia calca-se mais na agricultura do que na indústria ficaria subdimensionado pela avaliação segundo o consumo produtivo de energia elétrica.

Apesar disso, tendo em vista que mais importante que o estoque de capital é a intensidade do seu uso, o consumo de energia torna-se uma boa informação sobre o uso do capital. E, além do mais, há o problema, não reproduzido pela utilização do consumo de energia, de que a agregação do capital físico gera uma atribuição de valor ao estoque de capital pelo fato de se somar máquinas, equipamentos e edificações.

Portanto, mesmo contendo restrições e sendo passível de contestação, a série de dados de consumo de energia elétrica não-residencial, continua servindo de *proxy* para o capital físico mais usado e, para o dimensionamento em unidades de federação, o mais viável. Abstraindo os problemas relacionados acima, supomos que o consumo de energia elétrica é proporcional ao uso do capital.

## **5.2 Análise das Estimativas de Eficiência Técnica**

Iniciamos pelo âmbito da eficiência técnica, a qual foi medida através das técnicas de fronteira DEA e Fronteira Estocástica de Produção, a fim de fazermos uma análise

comparativa entre os resultados obtidos. Contudo, temos em mente que os modelos DEA e fronteira de produção estocástica são abordagens complementares uma a outra, o que dificulta a comparabilidade entre elas, particularmente quando se admite uma componente estocástica nos dados.

Dado que a fronteira estocástica é uma metodologia paramétrica, procedemos, primeiramente, a um teste de adequação dos dados para verificar qual das formas funcionais deve ser usada: Cobb-Douglas ou Translog. Para isso, realizamos o teste da razão da máxima verossimilhança, o qual leva à conclusão de que a forma funcional mais adequada é a do tipo Cobb-Douglas<sup>60</sup>. Assim, a especificação funcional empregada será:

$$\ln Y_d^t = \beta_{0d} \beta_{1d} \ln K_d^t + \beta_{2d} \ln L_d^t + v_d^t - u_d^t,$$

onde  $Y_d^t$ ,  $K_d^t$ ,  $L_d^t$  são, respectivamente, PIB, capital e trabalho do estado d no tempo t.

O programa computacional utilizado nas estimações da fronteira estocástica e dos níveis de eficiência foi o FRONTIER Versão 4.1, que utiliza a parametrização sugerida por Battese e Corra (1977) e Battese e Coelli (1995)<sup>61</sup>.

Os resultados obtidos com a estimação da função de produção estocástica pelo método da máxima verossimilhança são apresentados na Tabela 5.1. Todos os parâmetros e os termos de ineficiência técnica são significativos ao nível de 5%. O indicador de ineficiência técnica,  $\gamma$ , apresenta o valor de 0,999, sendo também estatisticamente significativo. Esse resultado significa que 99% da variância total do erro composto ( $\varepsilon=u+v$ ) da função de produção é explicada pela variância do termo da ineficiência técnica. Isto mostra a importância de incorporar no modelo a ineficiência técnica na função de produção usando a técnica de fronteira estocástica, em vez do método de mínimos quadrados.

O teste da razão da máxima verossimilhança (LR) unilateral testa se a introdução do modelo de ineficiência é justificável estatisticamente, ou seja, se o ajustamento do modelo é melhor quando todos os parâmetros do modelo de ineficiência são iguais a zero. A estatística de teste (LR=1,04E+02) testa a significância do parâmetro  $\gamma$ , através da hipótese nula

<sup>60</sup> A estatística da razão da máxima verossimilhança, LR=2,87, implicou a aceitação da hipótese nula, ao nível de significância de 5%, de que a forma funcional Cobb-Douglas se ajusta melhor aos dados, quando comparado com o valor crítico da distribuição Qui-quadrado (4,61), ou seja, de que os coeficientes de segunda ordem da função *Translog* sejam simultaneamente iguais a zero. Adicionalmente a esse teste, rodamos os dados duas vezes no *software* Frontier 4.1: numa supomos que a função fosse Cobb Douglas e na outra, *Translog*. Essa verificação empírica ratificou o resultado do teste, uma vez que os escores de eficiência resultantes da segunda hipótese podem ser considerados absurdos, ou seja, foram iguais para todos os estados em todos os anos.

<sup>61</sup> Vide seção 4.2.2.2.

$H_0: \gamma=0$  e excede o valor crítico a 5% de 2,706. Isso indica que os níveis de produção não são só explicados pelos insumos estoque de capital e horas trabalhadas, mas também pelos efeitos da ineficiência técnica, ou seja, verifica-se válida a aplicação do modelo de fronteira estocástica, por tratar dos efeitos da ineficiência técnica. Deve-se ressaltar que esta estatística possui uma distribuição qui-quadrado mista<sup>62</sup>, pois envolve uma hipótese com desigualdade, dado que  $\gamma$  é restrito entre 0 e 1, com graus de liberdade iguais ao número de restrições independentes sob a hipótese nula. Os valores críticos para este teste encontram-se na Tabela 1 de Kodde e Palm (1986, p.1246).

TABELA 5.1: Estimativas de Máxima Verossimilhança dos Parâmetros e dos Termos de Ineficiência Técnica da Fronteira Estocástica de Produção<sup>63</sup>.

PARÂMETRO	VARIÁVEIS	ESTIMATIVA	DESVIO PADRÃO	ESTATÍSTICA T
$\beta_0$	intercepto	1,69E+01	9,80E-01	1,73E+01
$\beta_1$	LnL	4,53E-02	4,60E-02	9,85E-01
$\beta_2$	LnK	3,38E-01	3,90E-02	8,68E+00
INEFICIÊNCIA TÉCNICA				
	$\sigma^2$	5,68E+00	1,73E+00	3,28E+00
	$\gamma$	9,99E-01	4,08E-04	2,45E+03
Log da Função de Verossimilhança		3,08E+02		
Teste LR (unilateral) =1,04E+02			400 Observações	16 Períodos

Na Tabela 5.2, presente no Anexo, têm-se as estimativas calculadas pela técnica paramétrica de fronteira estocástica. Nota-se que, segundo esta metodologia, os estados do Sudeste (com exceção do Espírito Santo) e do Sul são os mais eficientes. Já os mais ineficientes pertencem ao Norte e Nordeste. Calculadas pela fronteira estocástica, a presença de eficiências maiores no sudeste e sul mantém estreito vínculo com o fato de que as médias e os desvios padrão da distribuição dos dados nesses estados são superiores ao restante do Brasil. Isso tem relação com o fato da metodologia ser paramétrica, assumindo que os dados seguem uma distribuição normal conhecida da qual as amostras são retiradas. Assim, os valores maiores para a eficiência do Sudeste, Sul e Centro-Oeste, respectivamente, refletem o fato de a média e o desvio-padrão populacional dos estados destas regiões são maiores. De fato, analisando as eficiências estimadas por fronteira estocástica, de acordo com a Tabela 5.2, conclui-se que o Sudeste (0,711) foi a região que apresentou a maior eficiência média no

<sup>62</sup> Vide, por exemplo, Battese e Coelli (1995).

<sup>63</sup> Estimativas obtidas por meio do programa computacional Frontier Versão 4.1.

período, seguida, respectivamente, do Sul (0,681), Centro-Oeste (0,502), Norte (0,492) e Nordeste (0,490).

Para se calcular as eficiências técnicas pela DEA, utilizamos os *softwares* DEA-SAED e Varwick. Assim como a fronteira estocástica, as eficiências técnicas calculadas pela DEA permitem que se construa um *ranking* em ordem decrescente de desempenho, conforme exposto na Tabela 5.3 no Anexo. Os valores unitários correspondem àqueles estados que se encontram na fronteira eficiente de produção. Nesse sentido, observa-se que São Paulo, Amazonas e Roraima são os únicos eficientes em todo o período.

Comparando as Tabelas 5.2 e 5.3, tem-se uma ilustração das diferenças dos resultados obtidos de acordo com o método utilizado para cálculo da eficiência. De fato, as medidas de eficiência técnica variam conforme a técnica aplicada, gerando diferente ordenação dos estados. Aplicando a fronteira de produção estocástica, obtém-se que nenhum estado se encontra na fronteira eficiente, enquanto que por DEA, se tem, para cada ano, no mínimo três estados considerados eficientes. Atentemos para o caso particular de Roraima, Amapá e Acre: na Tabela 5.2, eles se encontram como possuidores dos menores índices de eficiência e na Tabela 5.3, saltam para as primeiras posições. Além do mais, examinando a Tabela 5.2, verifica-se que os valores encontrados através de fronteira estocástica possuem variação bastante inferior àqueles calculados por DEA, tendo uma evolução que, graficamente, seria praticamente retilínea, ou seja, haveria sempre crescimento, porém ínfimo.

De acordo com a DEA, dez estados brasileiros tiveram queda de eficiência ao longo do tempo: Pará (-22,77%), Rio Grande do Sul (-22,53%), Paraná (-18,45%), Mato Grosso (-15,80%), Alagoas (-11,61%), Ceará (-10,37%), Rondônia (-9,31%), Santa Catarina (-4,98%), Bahia (-2,32%) e Minas Gerais (-1,54%). Seguindo a análise de evolução, o Espírito Santo (31,27%), embora não figure nas melhores médias, teve a maior variação de eficiência, a seguir aparecem Sergipe (27,70%), Rio de Janeiro (26,37%), Piauí (26,13%) e Mato Grosso do Sul (22,09%).

Já em nível de região, Norte (-3,33%) e Sul (-15,64%) tiveram variação negativa e o Sudeste (13,05%) apresentou o maior ganho no período, sendo que o percentual para o Brasil foi pequeno (0,54%). Quanto aos índices de eficiência médios, pode-se obter um *ranking* regional: Norte (0,91), Sul (0,82), Sudeste (0,74), Centro-Oeste (0,65) e Nordeste (0,46). Os dois últimos estão abaixo da média nacional (0,70). Agregando as duas formas de análise, conclui-se que o Sudeste teve o melhor desempenho.

Nos modelos DEA com orientação produto, a projeção sobre a fronteira eficiente ocorre no sentido vertical e, assim, o índice de eficiência técnica é o escalar que expande os



níveis de produção mantendo fixos os níveis de insumos utilizados. Na Tabela 5.4, e de acordo com o que se esperava, os índices são maiores ou iguais a um, indicando a proporção de expansão da produção para projetar as DMUs sobre a fronteira. Frisamos aqui novamente que uma DMU eficiente tem índice igual à unidade. Quanto maior o índice, maior a projeção até a fronteira e, portanto, mais ineficiente é o estado.

### 5.3 Análise dos Ganhos de Produtividade

Nesta seção, o exame da PTF calca-se na utilização do método DEA Malmquist, para os estados e regiões brasileiros. Como instrumento de análise dos resultados, usaremos tanto a média, nos períodos, dos índices de Malmquist – desmembrado nos índices de variação de eficiência técnica e de variação tecnológica –, que corresponde à variação média anual, quanto a variação percentual dos referidos índices, ou seja, sua taxa de crescimento. Pretende-se verificar algumas evidências sobre convergência entre as unidades da federação e regiões. Tendo como finalidade enriquecer a análise, procede-se, adicionalmente, ao cálculo das variações percentuais de outras medidas, contextualizando a evolução da produtividade no Brasil.

Acrescenta-se ao período inteiro de análise sub-períodos, que permitem identificar, em maior nível de pormenorização, a época em que se deram as mudanças mais substantivas. Nas fases 1987-1990, 1990-1994, 1994-1998 e 1998-2002 procura-se, respectivamente, captar as transformações ocorridas no final dos anos 1980, na reestruturação produtiva iniciada nos anos noventa, no período entre a implantação do Plano Real e a liberalização cambial e na passagem dos anos 1990 para os anos 2000.

Vale ressaltar que a metodologia utilizada mede a variação de produtividade relativa aos outros componentes do conjunto amostral. Isso significa que o fato de termos excluído da análise apenas o Distrito Federal e Tocantins afeta os índices obtidos<sup>64</sup>.

Na Tabela 5.6, presente no Anexo, a PTF, mensurada através da aplicação do índice de Malmquist, é exposta por meio de suas variações médias anuais e desagregada em seus dois elementos constitutivos – variação média da eficiência técnica e do progresso tecnológico. Os

---

<sup>64</sup> Inclusive, procedemos a alguns testes, abstraindo alguns estados do Norte dos dados, o que resultou em alterações nos valores de todos os estados, deixando a região sudeste e sul em posições mais avantajadas.

valores inferiores à unidade indicam que houve uma queda, ou seja, variação negativa, os índices superiores a um correspondem a um crescimento e os iguais a um indicam que não houve mudança no índice.

Nota-se que, com exceção do período 1998/2002, a variação tecnológica se mostrou superior à variação de eficiência. Isso evidencia que os ganhos de PTF se deram principalmente em razão da contribuição do progresso técnico. Considerando o período integral, dos treze estados com os índices de Malmquist superiores à média nacional (1,026), os oito primeiros apresentaram variação tecnológica como o fator preponderante em sua determinação: Piauí, Mato Grosso, Ceará, Rio Grande do Norte, Paraíba, Acre, Rondônia e Roraima. Este último teve o maior índice da tabela, que correspondeu a um crescimento de 17,1% no progresso tecnológico.

Os melhores resultados relativos de produtividade entre os estados ocorreram no Piauí, devido principalmente ao período 1998/2002 e embora em 1987/1990 seus ganhos tenham sido os menores. Por outro lado, as menores mudanças ocorreram por conta de São Paulo e, para tanto, pesou a retração ocorrida em 1994/1998.

O Centro-Oeste foi a região com ganhos mais altos em razão, sobretudo, dos resultados de variação tecnológica obtidos para o Mato Grosso: 8,3% em 1987/1990 e 11,1% em 1994/1998. A Região Norte também apresentou índices elevados, principalmente devido ao progresso tecnológico e com destaque para Roraima, Rondônia e Pará. O Sudeste, por sua vez, com exceção de 1987/1990, teve decréscimo no índice de progresso tecnológico em todos os períodos. No entanto, o Rio de Janeiro teve altos ganhos relativos de eficiência em 1987/1990 (3,3%), em 1990/1994 (6,8%), em 1998/2002 (4,2%), o que acarretou em sua primeira posição nesse índice de 1987 a 2002.

A outra face do estudo consiste na análise das variações percentuais dos índices. Então, além da taxa de crescimento da PTF e suas componentes, examinamos também o comportamento do produto real *per capita*, da produtividade do trabalho e da relação capital-trabalho, a fim de expandir a análise e visando reconhecer características comuns em suas evoluções. A relação capital-trabalho é acrescentada para identificação de efeitos de concentração ou dispersão do capital e dos possíveis reflexos sobre o crescimento da produtividade, em razão do conhecido movimento de intensificação no uso de capital na economia brasileira.

Para estudar esses resultados concomitantemente e de forma compatível, a construção das Tabelas 5.7 a 5.11, presentes no Anexo, obedeceu aos procedimentos convencionais de cálculo das variações médias do índice de variação de PTF, índice de variação da eficiência

técnica, índice de variação tecnológica, PIB *per capita*, produtividade do trabalho e relação capital-trabalho, respectivamente explicitadas a seguir<sup>65</sup>. As taxas de crescimento médias (percentuais) dessas séries de dados, entre  $t$  e  $t+1$ , são calculadas de acordo com as seguintes fórmulas, para cada estado  $d=1, \dots, D$ :

$$\Delta M_d = \left( \left[ \prod_{t_1+1}^{t_2} M_h^t \right]^{1/(t_2-t_1)} - 1 \right) \cdot 100 \quad (5.1)$$

$$\Delta EF_d = \left( \left[ \prod_{t_1+1}^{t_2} EF_h^t \right]^{1/(t_2-t_1)} - 1 \right) \cdot 100 \quad (5.2)$$

$$\Delta TEC_d = \left( \left[ \prod_{t_1+1}^{t_2} TEC_h^t \right]^{1/(t_2-t_1)} - 1 \right) \cdot 100 \quad (5.3)$$

$$\Delta PIBpc_d = \left( \left[ \frac{PIBpc_d^{t_2}}{PIBpc_d^{t_1}} \right]^{1/(t_2-t_1)} - 1 \right) \cdot 100 \quad (5.4)$$

$$ProdutividadeL_d = \left( \left[ \frac{ProdutividadeL_d^{t_2}}{ProdutividadeL_d^{t_1}} \right]^{1/(t_2-t_1)} - 1 \right) \cdot 100 \quad (5.5)$$

$$\Delta(K/L)_d = \left( \left[ \frac{(K/L)_d^{t_2}}{(K/L)_d^{t_1}} \right]^{1/(t_2-t_1)} - 1 \right) \cdot 100 \quad (5.6)$$

Primeiramente, conforme a Tabela 5.7, observamos que no período integral de 1987 a 2002, houve ganhos de produtividade a taxas crescentes. Embora tenha havido retrações na tendência de eficiência técnica e na tecnologia em alguns estados, a compensação se deu de modo que o produto entre elas fosse positivo. Quanto aos subperíodos, cujos resultados encontram-se nas Tabelas 5.8 a 5.11, os incrementos na PTF são observados em 1987/1990, 1990/1994 e 1998/2002, o que significa que a PTF apenas teve variações negativas no período

---

<sup>65</sup> Conforme Krüger (2003).

1994/1998, estando concentradas nas regiões Sudeste e Sul e sendo creditadas tanto às taxas negativas observadas na eficiência técnica, quanto na variação tecnológica.

Em uma análise mais geral, destacam-se os resultados do Piauí, que no período 1990-1994 teve uma alta expansão na taxa de crescimento, devido principalmente ao aumento no ritmo de mudanças de eficiência técnica ao longo do tempo e a um considerável impulso de 7,08% no progresso tecnológico em 1994/1998. Os bons ganhos de produtividade foram acompanhados de uma acentuação no movimento de aprofundamento de capital. Ademais, observa-se que em todos os períodos, a taxa de crescimento da PTF foi superior à da produtividade do trabalho, o que explicita o papel e influência do fator capital, sendo que sua introdução é fundamental na análise da produtividade. Provavelmente, a abertura externa evidenciada pelo aumento de 58,90% nas importações do Piauí para o mesmo período tenha relação direta com esse comportamento. Somente de 1993 a 1996, a inclinação positiva na tendência da curva de importações do estado teve um acréscimo de 672,01%<sup>66</sup>. O comportamento das exportações, no entanto, foi mais suave: de 1994 a 1998, por exemplo, o aumento foi de 9,58%.

Roraima, que apresentou, a mais expressiva conquista no campo tecnológico, principalmente de 1990 a 1994, teve neste período uma variação de 326,19% no total importado e de 680,95% em 1991/1995. Porém, em 1999 uma queda de 85,21% sobre o ano anterior parece ter contribuído para a queda observada no período 1998-2002. Neste estado, também, as evidências apontam que a educação não parece ter tido grande influência nos ganhos em 1990-1994, haja vista que a média de escolaridade sofreu uma retração de 10,40%. Interessante observar que o índice de variação de eficiência de Roraima apresentou a maior queda (-2,41%) relativamente aos outros estados entre 1987 e 2002, ou seja, seus bons resultados de crescimento PTF de deram exclusivamente pelo incremento na trajetória de progresso técnico.

Já as quedas nas taxas de variações tecnológicas no Sudeste não podem ser explicadas pelo comércio externo, visto que suas variações têm sido sempre positivas ao longo dos anos. Talvez a justificativa resida no fato de que as medidas de variações são relativas nesta metodologia, acarretando que, frente aos desempenhos dos outros estados mais bem posicionados, que influem nos índices dos demais da amostra, os estados do Sudeste

---

<sup>66</sup> Conforme dados de importações do Ministério do Desenvolvimento, Indústria e Comércio Exterior, disponíveis em <http://www.desenvolvimento.gov.br>.

apresentem variações menores e até negativas<sup>67</sup>. Observa-se nas tabelas que as taxas de variação tecnológica foram ou negativas ou muito baixas.

De fato, nota-se que as taxas de crescimento da PTF (devido, sobretudo, às variações tecnológicas) dos estados do Sudeste e Sul estiveram, no geral, abaixo dos outros estados – com exceção de 1990/1994, devido às mudanças ocorridas nessa época, que afetaram principalmente o setor industrial, abrangendo justamente o perfil da região – e Norte e Nordeste estiveram sempre com valores muito próximos. Na medida em que isso mostra o crescimento mais rápido de estados mais pobres em relação à velocidade apresentada pelos estados mais ricos, isso pode evidenciar algum movimento de convergência condicional ao longo do período. A posição relativa do Sul e Sudeste quanto às variações de progresso técnico melhorou somente em 1998/2002.

Focalizando na Região Centro-Oeste, vemos que esta se salienta não apenas pelo alto crescimento da produtividade – com ganhos acima da média nacional e com destaque para as variações tecnológicas – mas também pelas elevadas variações de produtividade do trabalho e PIB *per capita* em 1990-1994 e 1998-2002, acima também da média nacional. Além disso, o aprofundamento de capital exibido pelo aumento da relação capital-trabalho, exceto em 1987-1990, mostra a importância do capital na dinâmica de crescimento da região. Comparando a taxa de mudança da PTF com a da produtividade do trabalho, vê-se que aquela cresceu, em média, mais acentuadamente, o que torna claro a importância de se considerar a acumulação de capital além de somente o insumo trabalho.

O PIB *per capita* teve avanços mais significativos em Goiás e Mato Grosso entre 1987 e 2002, colocando a região Centro-Oeste como a primeira no *ranking* regional, enquanto o Norte sofreu queda nessa variável.

Note-se a semelhança entre as taxas de variação da produtividade do trabalho e do PIB *per capita* em todas as tabelas. As duas séries mantêm, como esperado, estreita correlação.

No período 1987-1990, cujas variações estão expostas na Tabela 5.8, a maioria dos estados brasileiros apresentou desaceleração no crescimento da produtividade do trabalho e do PIB *per capita*. Isso é condizente com o baixo desempenho dos anos oitenta, reconhecido e apontado na literatura. Conforme Bacha e Bonelli (2001), a crise da dívida, a forte instabilidade macroeconômica, a superinflação resultante de anos de acomodação monetária figuram entre as principais causas dos medíocres resultados no período 1980-91: -0,38% de crescimento médio do PIB *per capita*, -59,60% de crescimento da produtividade do trabalho, -

---

<sup>67</sup> Realmente, procedendo ao teste empírico de modificação do conjunto de estados analisados, nota-se a expressiva melhora dos índices do Sudeste, corroborando a relatividade da análise.

2,28% de crescimento da PTF e -147,9% de participação da PTF no PIB. Quanto ao aprofundamento de capital, os melhores resultados foram apresentados pelo Rio Grande do Norte, Ceará e Paraíba.

Observa-se que em 1990/1994, houve maiores incrementos nos ganhos de PTF, de produtividade do trabalho e de PIB *per capita* em relação ao período anterior, como resposta à abertura econômica e às tentativas de reformas do Estado. Nesse contexto, o Norte obteve perdas, apesar de sua avantajada posição quanto seus incrementos no progresso tecnológico. Já quanto à intensificação no crescimento da relação capital-trabalho, Centro-Oeste apresentou os melhores resultados, isto é, a maior acumulação de capital no período. Outra particularidade se refere, como se pode visualizar na Tabela 5.9, à alta aceleração no crescimento no índice de variação da eficiência dos estados do Sudeste.

Por sua vez, considerando os anos compreendidos entre 1994 e 1998, pode-se, por exemplo, notar os efeitos do Plano Real nas tendências das séries. Apesar da intensificação do capital ter sido, de maneira generalizada, maior do que no período anterior, houve queda nas taxas das outras variáveis. Quanto à PTF, o Sul e Sudeste cresceram a taxas decrescentes e devido a uma conjunção das influências de suas componentes nesse sentido: as variações de eficiência e de tecnologia obtiveram resultados negativos. O Centro-Oeste obteve a maior intensificação no movimento ascendente da PTF, não acompanhada pelos desempenhos em termos de produtividade do trabalho e de PIB *per capita*, conforme a Tabela 5.10. Sublinhamos a elevada medida de evolução do Amazonas referente ao aprofundamento do capital e os percentuais obtidos pelo Pará e Mato Grosso quanto ao ritmo de crescimento das variações técnicas.

Finalmente, passemos à análise do último sub-período, 1998/2002, cujos resultados estão apresentados pela Tabela 5.11. O Nordeste obteve as maiores taxas em se tratando de variação de eficiência e as menores taxas para as variações tecnológicas, condizente com a taxa negativa de incremento na relação capital-trabalho e o bom resultado relativo quanto à produtividade do trabalho. As médias nacionais dos desempenhos estaduais quanto ao PIB *per capita* e à produtividade do trabalho apresentaram melhora em relação à 1994/1998, embora a intensificação do capital tenha sofrido uma desaceleração. Outra vez, os percentuais mais elevados ocorreram no Centro-Oeste, com exceção do índice de variação das mudanças tecnológicas. Aliás, nesta série, as taxas sofreram queda em comparação ao quadriênio anterior.

Os índices de variação de produtividade, variação tecnológica e variação de eficiência, e com orientação produto, para cada par de anos consecutivos, estão expostos nas Tabelas

5.12 a 5.14, respectivamente, acrescidos das médias aritméticas e geométricas. As estimativas de *bootstrap* foram obtidas com a aplicação do *software* FEAR 1.1, que utiliza o pacote econométrico R. Este programa estima intervalos de confiança para índices, como descrito em Simar e Wilson (1999a) e Wilson (2007).

Como exposto na parte teórica, a análise dos índices se dá de forma que os índices maiores que a unidade correspondam a um crescimento da eficiência, das mudanças tecnológicas ou da PTF entre os anos  $t$  e  $t+1$ , os valores menores que 1 indiquem uma queda nesses índices e os iguais a 1 mostrem que não houve variação.

O método de *bootstrap* empregado permite que se teste a hipótese nula de que as variações nos índices de eficiência, de progresso técnico e PTF não são estatisticamente significantes, ou seja, não são significativamente diferentes de 1. No processo de obtenção dos intervalos de confiança com probabilidade de 90% e 95%, se trabalhou com 2.000 pseudo-amostras, ou seja, a reamostragem se deu com  $B=2.000$  replicações. A interpretação usada foi a seguinte: se, por exemplo, o intervalo de confiança a 95% conter a unidade, o índice não é significativamente diferente de 1 ao nível de significância de 5% e, portanto, não é possível concluir que existiram mudanças na PTF, na eficiência ou na tecnologia. Caso contrário, se o intervalo não contiver 1, pode-se concluir que a medida correspondente é significativamente diferente de 1, com 95% de probabilidade. De modo semelhante se entende o intervalo a 10% de significância.

Observando os índices da Tabela 3.12, por exemplo, nota-se que a PTF sofreu forte queda em 1992/1993, contrastando com o período anterior (1991-1992) e posterior (1993/1994), cujos índices apresentaram, ambos, crescimento da produtividade. No entanto, vemos que em 12 estados essas variações negativas não foram estatisticamente significantes. Nota-se também os ganhos de PTF ocorridos em 1989/1990 são significantes para a maioria dos estados e para as médias nacionais. Além disso, vemos que em 1996/1997, os decréscimos encontrados não são significativos, segundo o *bootstrap*, ou seja, isso aponta que não se pode afirmar, então, que houve de fato uma queda de PTF nesse período.

Os resultados do final dos anos 1980 captam a queda de produtividade ocorrida naquele contexto, principalmente devido às variações negativas de eficiência técnica. Porém, nota-se que, enquanto os decréscimos de 1987/1988 são significativos, aqueles observados em 1988/1989 não são. Nos períodos subsequentes, que correspondem ao início dos anos 1990, nota-se o aumento nas mudanças, que perduram até 1992. Em 1994/1995, período no qual as conseqüências imediatas (a curto prazo) da implantação do Plano Real podem ser analisadas, nota-se que houve uma variação positiva não significativa na PTF (exceto para alguns

estados), não sustentada nos dois períodos seguintes. O mesmo se pode observar em 1998/1999, quando, com a liberalização cambial, houve crescimento estatisticamente significativo da PTF, com efeitos que não se estenderam nos períodos subsequentes. Já em 2001/2002, a evolução positiva da PTF é significativa a 5%, indicando que os índices de Malmquist foram, de fato, robustos.

Tomando os índices identificados como estatisticamente significantes, os estados com os maiores ganhos de PTF foi Goiás (6,6%), Mato Grosso do Sul (5,8%) e Mato Grosso (4,3%), respectivamente. Ou seja, a região Centro-Oeste obteve os melhores resultados no período. Esta é seguida por Pernambuco (3,7%), Piauí (3,7%) e São Paulo (3,6%). Apenas dois estados tiveram queda na PTF significativa: Alagoas e Maranhão.

Quanto às variações tecnológicas, a Tabela 5.13 mostra que em 1993/94 houve uma queda na média nacional, mas nenhum dos 18 estados que apresentaram índices inferior a 1 teve seus índices apontados como significativos pelo método de *bootstrap*. Aliás, note-se que, em geral, em todos os períodos, os regressos tecnológicos, expressos por índices menores que 1, não foram estatisticamente significativos. Isso evidencia que no Brasil a fronteira tecnológica tem, de fato, se deslocado apenas para cima.

Focando nos índices significantes, temos que o Piauí (4,3%) apresentou o maior progresso tecnológico médio no período, seguido do Mato Grosso do Sul (3,5%), Mato Grosso (3,1%) – os altos percentuais neste dois últimos explica os altos ganhos na PTF – Amapá (3,1%), Paraná (3,1%) e Roraima (3,0%). Nenhum Estado apresentou índice de variação tecnológica médio inferior a 1, isso significa que não houve, de 1987/2002, regresso tecnológico. Porém, as menores mudanças relativas se deram no Rio Grande do Norte (0,7%), Bahia (0,7%) e Pernambuco (0,3%).

Observa-se que o *bootstrap* diverge do índice de Malmquist quanto ao período de maior avanço tecnológico: enquanto pelo mero cálculo do índice poderíamos concluir que em 1989/1990 houve as maiores variações tecnológicas, com a obtenção de intervalos de confiança o foco recai em 1997/1998, quando houve as maiores mudanças estatisticamente significantes. Portanto, de acordo com análise à luz do *bootstrap*, não se pode concluir que no final dos anos 1980 houve regresso tecnológico e nem que na virada para os anos 1990, ocorreu, de imediato, avanço tecnológico.

Por fim, observando a Tabela 5.14 é possível ver que os ganhos de eficiência técnica foram mais expressivos em 1993/1994, porém, nenhum dos estados apresentou índice significativo a 5%. Já no período 1989/1990, dos 21 estados que apresentaram crescimento, 7 tiveram índices significativamente diferentes da unidade a 5% e 7 estados mostraram



variações positivas a um nível de significância de 10%. Aqui, novamente os índices de 1996/1997 não são significativamente diferente de 1, como na Tabela 5.12

Quanto à análise estadual das variações de eficiência técnica significativas, o Rio de Janeiro (6,6%) obteve o maior índice médio no período. A seguir, os melhores resultados forma de Goiás (5,2%), Espírito Santo (4,2%), Maranhão (3,9), Ceará (3,8) e São Paulo (2,8%).

## 6 CONCLUSÃO

Este trabalho se propôs a aplicar a metodologia não-paramétrica DEA-Malmquist, seguindo Färe *et al.* (1994), para mensurar e avaliar a produtividade total dos fatores agregada em um estudo comparativo entre estados e, em nível maior de agregação, entre regiões brasileiras. Esta técnica tem a grande vantagem de fatorar o índice de produtividade de Malmquist, que mensura os ganhos de PTF ao longo do tempo, em dois sub-índices: variações das mudanças tecnológicas e variação de eficiência técnica. Aprofundando o estudo e a fim de se obter intervalos de confiança para os estimadores dos índices de variação na PTF, de variação do progresso tecnológico e variação da eficiência, utilizou-se a técnica de *bootstrap*, conforme proposta de Simar e Wilson (1999a).

A DEA gera estimativas de eficiência técnica, sendo que estas, por sua vez, permitem que se estime as variações de PTF. No entanto, a literatura aponta que a fronteira construída com essa técnica não-paramétrica é determinística, a partir das unidades produtivas observadas. Isso não condiz com a realidade, na medida em que a fronteira de produção não é observada, ou seja, conhecida, de modo que o que se calculam são as estimativas. E para prove-las de um aparato estatístico, criam-se intervalos de confiança para os estimadores obtidos através da aplicação da DEA, aumentando, assim, sua robustez.

Para desenvolver esta dissertação, no capítulo 2 procuramos justificar o estudo da PTF agregada, destacando sua importância como fonte de crescimento econômico, tomando como base Solow (1957), que introduziu a contabilidade do crescimento. Esta metodologia deu origem às técnicas de mensuração da PTF para a economia como um todo. Além disso, demonstramos como a PTF é decomposta, pressuposto usado pela abordagem do índice de Malmquist.

O capítulo 3 apresentou uma revisão de literatura, que tratou das contribuições mais importantes ao estudo do tema no Brasil e suas principais conclusões. As questões metodológicas foram abordadas no capítulo 4, dando ênfase na apresentação e definição do índice de Malmquist para estimação da PTF e na Análise por Envoltória de Dados (DEA), que

fornece as funções distâncias. Finalizando, o referencial teórico da metodologia de *bootstrap* foi exposto brevemente.

A partir do conjunto de resultados obtidos, é possível concluir que de 1998 a 2002 houve uma contribuição equilibrada das variações tecnológicas e das variações de eficiência nos ganhos de PTF, considerando as médias nacionais. A convergência das evoluções das duas componentes se deu porque embora no período entre 1987 e 1998 a parcela explicada pelo progresso tecnológico tenha sido maior, de 1998 a 2002 as mudanças de eficiência foram superiores.

Corroborando a literatura, os índices calculados evidenciaram que de 1987 a 1989, a PTF apresentou variação negativa estatisticamente significativa, acompanhando de uma desaceleração da produtividade do trabalho e do PIB *per capita*. A partir de 1989, a PTF teve crescimento expressivo – de 1987 a 2002, o maior ganho, de 26,3%, se deu em 1989/1990 – que foi se dissipando até voltar a sofrer queda em 1992/1993, quando o índice foi o mais baixo de todo o período analisado. Observou-se que este referido decréscimo de produtividade se deu em decorrência principalmente das perdas na variação de eficiência técnica.

O exame conjunto da produtividade do trabalho, do PIB *per capita* e da relação capital-trabalho paralelo à análise da PTF, permite que se contextualizem as mudanças, através de um panorama econômico, identificando em que ambiente se deram as variações de produtividade. Os resultados comprovaram que, de fato, de 1987/1990, o desempenho dessas variáveis foram negativos na média nacional (exceto a PTF e suas componentes), tendo esse quadro apresentado reversão em 1990/1994. No período pós-Plano Real, destacaram-se as altas taxas de aprofundamento do capital, embora a produtividade do trabalho e o PIB *per capita* tenham tido variações bem aquém do período anterior. Em 1998/2002, a relação capital-trabalho apresentou desaceleração considerável, enquanto as outras variáveis mantiveram-se mais ou menos com o mesmo desempenho de 1990/1994.

Necessário se faz ressaltar a importância de se considerar o capital, além do insumo trabalho, na medição da produtividade, a fim de dar uma interpretação mais fidedigna à realidade, pois no período estudado, verificou-se que, considerando a média nacional, houve aprofundamento do capital em todos os períodos.

A análise por estados e regiões permitiu o estudo das características de cada um, frente aos demais, comparativamente. Assim, pudemos observar que foi a região Centro-Oeste a que obteve os melhores desempenhos de modo geral, que o Sudeste se destacou pela eficiência técnica principalmente de 1987 a 1994, que o Norte apresentou altas taxas relativas de progresso tecnológico, que o Sul obteve resultados de variações de eficiência superiores às de

tecnologia e que estas duas componentes se contrabalancearam de tal forma que o Nordeste tivesse crescimento da PTF em todos os períodos.

Atendo-se ao caso do Nordeste, os índices calculados referentes ao período de 1987 a 1998 mostram que o crescimento da PTF na região decorrem, em maior medida, da variação tecnológica do que dos ganhos devidos à variação de eficiência, de acordo, portanto, com os resultados de Marinho e Ataliba (2000). No entanto, no período de 1998 a 2002, houve reversão dessa tendência e a variação de eficiência técnica foi bastante superior à variação tecnológica, sendo que esta sofreu desaceleração.

Quanto aos estados, especificamente, destacam-se o Rio Grande do Norte, que obteve os maiores índices de Malmquist em 1987/1990 e 1994/1998, e o Piauí, que apresentou os maiores ganhos relativos de PTF no período inteiro.

Com a aplicação do *Bootstrap*, a conclusão mais evidente é que se deve ter cautela na análise e comparação entre as unidades produtivas e as regiões através do mero exame das estimativas originais dos índices. Em muitos casos, não se pode afirmar que as variações sejam estatisticamente significantes. Em outros, a técnica de *Bootstrap* corrobora os índices calculados, ao mostrar que realmente as mudanças são diferentes de 1.

## REFERÊNCIAS

ABRAMOVITZ, M. Resource and Output Trends in the United States since 1870. **American Economic Review**, Pittsburgh, v.46, n.2, p.5-23, May 1956.

ABREU, M.; VERNER, D. **Long term brazilian economic growth 1930-94**. Paris: OECD, Development Center, 1997.

AGHION, P.; HOWITT, P. A model of growth through creative destruction. **Econometrica**, New York, v.60, p. 323-351, March 1992.

AIGNER, D.; LOVELL, K. A. K.; SCHMIDT, P. Formulation and estimation of stochastic frontier production function models. **Journal of Econometrics**, v. 6, p. 21-37, 1977.

ANJOS, M. A. **Aplicação da análise envoltória de dados (DEA) no estudo da eficiência econômica da indústria têxtil brasileira nos anos 90**. 2005. Tese Doutorado. Universidade Federal de Santa Catarina, Programa de Pós-Graduação em Engenharia da Produção, Florianópolis, 2005.

ASCHAUER, D. Is public expenditure productive? **Journal of Monetary Economics**, Boston, v. 23, p. 177-200, 1989.

AUSINA, E. T. *et al.* **Sensitivity analysis of efficiency and Malmquist productivity indices: an application to spanish savings banks**. Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas, S.A. (Ivie), 2002. (Working Papers, n. 30)

BACHA, E. L.; BONELLI, R. Accounting for Brazil's growth experience : 1940-2002. **Texto para Discussão**: IPEA, Rio de Janeiro, n. 1018, 2004.

BACHA E; BONELLI, R. **Crescimento e produtividade no Brasil: o que nos diz o registro de longo prazo**. Rio de Janeiro: IPEA, 2001. (Seminários da Diretoria de Estudos Macroeconômicos, n. 52).

BANKER, R. Maximum likelihood, consistency and data envelopment analysis: a statistical foundation. **Management Science**, Michigan, v. 39, n. 10, p. 1.265-1.273, Outubro 1993.

BANKER, R. D.; CHARNES, A.; COOPER, W. Models for estimation of technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. **Management Science**, Michigan, v. 30, p. 1078-1092, 1984.

BARRO, R. J.; Sala-I-Martin, X. Convergence. **Journal of Political Economy**. v.100, p.223-251, 1992.

BATTESE, G. E.; COELLI, T. J. Frontier production functions, technical efficiency and panel data: with application to paddy farmers in India. **Journal of Productivity Analysis**, Houston, v. 3, p. 153-169, 1992.

BATTESE, G. E.; COELLI, T. J. A model for technical inefficiency effects in a stochastic frontier production function for panel data. **Empirical Economics**, Vienna, v. 20, p. 325-332, 1995.

BATTESE, G. E.; CORRA, G. S. Estimation of a production frontier model: with application to the pastoral zone of eastern Australia. **Australian Journal of Agricultural Economics**, v. 21, p.169-179, 1977.

BEZERRA, J. F.; MELO, A. S. A Produtividade total dos fatores e o crescimento da economia do Nordeste no período 1970 a 2000. In: FÓRUM BNB de Desenvolvimento, Fortaleza, CE. **Anais do Fórum BNB de Desenvolvimento: Nordeste: estratégias de desenvolvimwnto regional**. Fortaleza, 2006. Disponível em: [www.bnb.gov.br](http://www.bnb.gov.br). Acesso em: 02 ago. 2006.

BITTENCOURT, A.; MARINHO, E. Produtividade e crescimento econômico da América Latina: a abordagem da fronteira estocástica de produção. In: ENCONTRO NACIONAL DE ECONOMIA, 31., 2003, Porto Seguro, BA. **Anais do XXXI Encontro Nacional de Economia da ANPEC**. Porto Seguro, BA: ANPEC, 2003.

BITTENCOURT, A.; MARINHO, E. Produtividade, crescimento econômico e dinâmica distribucional: um estudo comparado para grupo de países. In: ENCONTRO DE ECONOMIA DA REGIÃO SUL, 8., 2005, Porto Alegre. **Anais do VIII Encontro de Economia da Região Sul**. Porto Alegre, 2005.

BJÜREK, P. W. **Essays on efficiency and productivity change with applications to public service production**. Gothenburg: Schol of economics and Commercial Law of Gothenburg, 1994. (Ekonomiska Studier, n.52).

BJÜREK, P. W. The Malmquist total factor productivity index. **Scandinavian Journal of Economics**, Oslo, v. 98, n. 2, p. 303-313, 1996.

BONELLI, R. **Economic growth and productivity change in Brazil**. Washington: World Bank's Brazil Investment Climate Assessment (ICA), June 2005.

BONELLI, R. **Productivity change in Brazil during the 1990s**. Oxford: University of Oxford Centre for Brazilian Studies, April-June 2002. (Working Paper Series, n.35).

BONELLI, R.; FONSECA, R. Ganhos de produtividade e de eficiência: novos resultados para a economia brasileira. **Textos para Discussão: IPEA**, Rio de Janeiro, n. 557, 1998.

BRITO, S. G. de. **Medidas completas de eficiência técnica**. 2003. Dissertação Mestrado. Universidade Federal de Santa Catarina, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Florianópolis, 2003.

BUGARIN, M. *et al.* The brazilian depression in the 80s and 90s. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ECONOMETRIA, 24., 2002, Nova Friburgo, RJ. **Anais do XXIV Encontro Brasileiro de Econometria**. Nova Friburgo, RJ: SBE, 2002.

CARVALHO, P. G.; FEIJÓ, C. A. Produtividade industrial no Brasil: o debate recente e as fontes de dados. In: ENCONTRO NACIONAL DE ESTUDOS DO TRABALHO, 6., 1999, Belo Horizonte, MG. **Anais do VI Encontro Nacional de Estudos do Trabalho**. Belo Horizonte: ABET, 1999.

CARVALHO, R. M.; MARINHO, E. L. Transformações estruturais, variações na eficiência técnica e produtividade total dos fatores no setor agrícola dos países sul-americanos - 1970 a 2000. In: ENCONTRO NACIONAL DE ECONOMIA, 31., 2003, Porto Seguro, BA. **Anais do XXXI Encontro Nacional de Economia**. Porto Seguro, BA: ANPEC, 2003.

CARVALHO, P. G.; FEIJÓ, C. A.. Uma interpretação sobre a evolução da produtividade industrial no Brasil nos anos noventa e as “leis” de Kaldor. **Nova Economia**, Belo Horizonte, v. 12, n. 2, p. 57-78, jul./dez.2002.

CASTELAR, L. I. M.; ATALIBA, F.; TAVARES, J. M. Mensuração da produtividade total dos fatores para os estados brasileiros, sua contribuição ao crescimento do produto e influência da educação: 1986 - 1998. **Revista Econômica do Nordeste**, Fortaleza, v.32, p.633 - 653, jul. 2001. N. especial.

CAVES, D.; CHRISTENSEN, L.; DIEWERT, E. Multilateral comparisons of output, input, and productivity using superlative index number. **Economic Journal**, London, n. 92, p. 73-86, mar. 1982.

CHARNES, A. *et al.* Foundations of data envelopment analysis for Pareto-Koopmans efficient empirical production functions. **Journal of Econometrics**, v.30, p. 91-107, 1985.

CHARNES, A.; W.W. COOPER; RHODES E. Measuring the efficiency of decision making units. **European Journal of Operational Research**, Poland, v.2, p. 429-444, 1978.

CHAVAS, J. P.; COX, T. L. A non-parametric analysis of productivity: the case of U.S and japanese manufacturing. **American Economic Review**, v.80, n.3, p.450-464, 1990.

CHRISTENSEN, L.R.; JORGENSEN, D.W.; LAU, L.J. Conjugate duality and transcendental logarithmic production function. **Econometrica**, New York, v. 9, p. 255-256, 1971.

COELLI, T.J. **A guide to DEAP version 2.1: A data envelopment analysis**. Biddeford: University of New England, 1996. (Working Papers n.8).

COELLI, T.J.; RAO, D.S.P.; BATTESE, G.E. **An introduction to efficiency and productivity analysis**. Boston: Kluwer Academic, 1998.

COPELAND, M. A. Concepts of national income. In: **STUDIES IN INCOME AND WEALTH**. New York: NBER, 1937, V.1.

DEBREU, G. The coefficient of resource utilization. **Econometrica**, New York, v. 19, n.3, p.273-92, 1951.

DENISON, E. **The sources of economic growth in the United States and the alternatives before us.** New York: Committee for Economic Development, 1962.

DENISON, E. Some major issues in productivity analysis: an examination of the estimates by Jorgenson and Griliches. **Survey of Current Business**, v.49, n.5, Part II, p.1-27, 1972.

DEPRINS, D.; SIMAR, L; TULKENS, H. Measuring Labor Inefficiency in Post Offices. In: MARCHAND, M.; PESTIEAU, P.; TULKENS, H. (Ed.). **The performance of public enterprises: concepts and measurements.** Amsterdam: North-Holland, 1984. P.243–267.

DIEWERT, W.E. Exact and superlative index numbers. **Journal of Econometrics**, v.4, n.2, p.115-145, 1976.

DIEWERT, W.E. Fisher ideal output, input and productivity indexes revisited. **Journal of Productivity Analysis**, vol.3, p. 211-248, 1992.

DIEWERT, W. E.; FOX, K. J. **Malmquist and Törnqvist productivity indexes: returns to scale and technical progress with imperfect competition.** Centre for Applied Economic Research, 2005. (Working Paper n.3).

DOWRICK, S.; NGUYEN, Duc-Tho. OECD comparative economic growth 1950-85: catch-up and convergence. **American Economic Review**, v.79, n.5, p. 1010-1030, Dec. 1989.

EFRON, B. Bootstrap methods: another look at the Jackknife. **Annals of Statistics**, n.7, p. 1-26, 1979.

FABRICANT, S. **Economic progress an economic change: 34<sup>th</sup> Annual Report.** New York: NBER, 1954.

FÄRE, R. *et al.* **Productivity developments in swedish hospitals: a Malmquist output index approach.** Illinois: Sourthen Illinois University, 1989. (Discussion Paper, n. 89-3).

FÄRE, R.; GROSSKOPT, S. e MARGARITIS, D. **Productivity growth and convergence in the european union.** Journal of Productivity Analysis, 25, p. 111-141. 2006.

FÄRE, R. *et al.* Productivity growth, technical progress, and efficiency change in industrialized countries. **American Economic Review**, v.84, n1, p. 66-83, 1994.

FÄRE, R.; LOVELL, C.A.K. Measuring the technical efficiency of production. **Journal of Economic Theory**, v.19, n.1, p. 150-162, 1978.

FARREL, M.J. The measurement of economic efficiency. **Journal of Royal Statistical Society**, n.120, p. 253-81, 1957.

FEIJÓ, C. A.; CARVALHO, P. G. M. **Produtividade e emprego: uma inversão na década de 90.** São Paulo: Gazeta Mercantil, 5 jul.2000.

FERNANDEZ, C.; KOOP, G.; STEEL, M. A bayesian analysis of multiple output production frontiers. **Journal of Econometrics**, v.98, p.47-79, 2000.



FERREIRA, P. C.; ELLERY JUNIOR R.; GOMES, V. Produtividade agregada brasileira (1970-2000): declínio robusto e fraca recuperação. **Ensaio Econômicos**: FGV/EPGE, Rio de Janeiro, n. 594, jul. 2005.

FERREIRA, P., C.; ISSLER, J., V.; PESSÔA, S. Testing production functions used in empirical growth studies. **Ensaio Econômicos**: FGV/EPGE, Rio de Janeiro, n. 507, out.2003.

FERREIRA, P. C.; PESSÔA S. A.; VELOSO F. A. The evoluion of TFP in Latin America. **Ensaio Econômicos**: FGV/EPGE, Rio de Janeiro, n. 620, set. 2006.

FERRIER, G.D.; HIRSCHBERG, J.D. Bootstrapping confidence intervals for linear programming efficiency scores with an illustration using italian banking data. **Journal of Productivity Analysis**, v. 8, p.19-33, 1997.

FERRIER, G.D.; HIRSCHBERG, J.D. Can we bootstrap DEA scores? **Journal of Productivity Analysis**, v. 11, p.81-92, 1999.

FEU, A. **A Produtividade do capital no Brasil de 1950 a 2002**. 2003. Tese Doutorado – Programa de Pós-Graduação em Economia, Universidade de Brasília, Brasília, 2003.

FONSECA, T. Fronteira estocástica utilizando uma abordagem bayesiana. **Texto para Discussão**: IPEA, Rio de Janeiro, n. 1069, 2004.

GAMEIRO, A. H. **Índices de preço para o transporte de cargas: o caso da soja a granel. 2003**. Tese (Doutorado em Economia Aplicada) – Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Universidade de São Paulo, Piracicaba, 2003.

GOLDSMITH, R. W. **A perpetual inventory of national wealth**. New York: NBER, 1951. (Studies in Income and Wealth, 14).

GOMES, V.; PESSÔA, S.; VELOSO, F. A. **Evolução da produtividade total dos fatores na economia brasileira: uma análise comparativa**. Rio de Janeiro: EPGE/FGV, nov. 2003.

GREENWOOD, J.; JOVANOVIC, B. Accounting for growth. **Rochester Center for Economic Research**, New York, 2000. (Working Paper, n. 475).

GRILICHES, Z. The discovery of the residual: a historical note. **Journal of Economic Literature**, v. 34, p. 1324-1330, Sept. 1996.

HALL R. E.; JONES, I. J. The productivity of nations. **NBER Working Paper**, Cambridge, n. 5812, Nov. 1995.

HALL R. E.; JONES, I.J. Why do some countries produce so much more output per worker than others? **Quarterly Journal of Economics**, v. 114, p. 83-116, Feb.1999.

HOFMAN, A.A. Standardised capital stock estimates in Latin America: a 1950-94 update. **Cambridge Journal of Economics**, Cambridge, n. 24, p.45-86, 2000.

HOFMAN, A.; MULDER, N. **The comparative productivity performance of Brazil and Mexico — 1950/95**. 1997. Artigo apresentado na Conferência “Latin America and the World Economy in the Nineteenth and Twentieth Centuries: Explorations in Quantitative Economic History”, Belaggio, 30 June-4 July, 1997.

HOLLINGSWORTH, B. Data envelopment analysis and productivity analysis: a review of the options. **The Economic Journal**, v.109, n.456, p.458-462, June 1999.

HULTEN, C. R. Total factor productivity: a short biography. **NBER Working Paper**, Cambridge, n. 7471. Jan. 2000.

JORGENSON, D. Capital theory and investment behavior. **American Economic Review**, v.53, n.2, p. 247-259, May 1963.

JORGENSON, D. The embodied hypothesis. **Journal of Political Economy**, Berkeley, v.74, n.1, p. 1-17, Feb. 1966.

JORGENSON, D; GRILICHES, Z. The explanation of productivity change. **The Review of Economic Studies**, London, v. 34, n.3, p. 249-283, 1967.

JORGENSON, D; NISHIMIZU, M. U.S. and Japanese economic growth, 1952-1974: an international comparison, **Economic Journal**, v.88, n. 352, p.707-726, Dec. 1978.

KENDRICK, J. **Productivity trends in the United States**. New York: NBER, 1961.

KODDE, D. A.; PALM, F. C. Wald criteria for jointly testing equality and inequality restrictions. **Econometrica**, New York, v.54, n.5, p.1243–1248, Sep.1986.

KRÜGER, J. J. The global trends of total factor productivity: evidence from the nonparametric Malmquist index approach. **Oxford Economics Papers**, Oxford, v.55, n.2, p.265-286, Apr.2003.

KRUGMAN, P. The myth of Asia's miracle. **Foreign Affairs**, v. 73, p. 62-78, 1994.

KOOPMANS, T. C. An analysis of production as an efficient combination of activities. In: **Activity Analysis of Production and Allocation**. New York: Wiley, 1951.

LAU, L. On exact index numbers. **The Review of Economics and Statistics**, v.61, n.1, p.73-82, Feb. 1979.

LEE, Jeong-Joon. **Observational equivalence between the Malmquist index and the Solow residual for the G-7 countries**. Tokyo: CIRJE, 2005. (CIRJE *Discussion Papers*,F-354). Disponível em: <http://www.e.u-tokyo.ac.jp/cirje/research/03research02dp.html>. Acesso: 26 abr. 2006.

LOS, B.; TIMMER, M. The ‘appropriate technology’ explanation of productivity growth differentials: an empirical approach. **Journal of Development Economics**, v.77, n.2, p. 517-531, Aug. 2005.

LUCAS, R. E. On the mechanics of economic development. **Journal of Monetary Economics**, Boston, v. 22, n. 1, p. 3-42, Jul. 1988.

MALMQUIST, S. Index numbers and indifference surfaces. **Trabajos de Estadística**, Madrid, v. 4, n.1, p. 209-242, 1953.

MANKIW N. G.; ROMER, D; WEIL D. N. A contribution to the empirics of economic growth. **Quarterly Journal of Economics**, v. 107, n.2, p. 407-437, 1992.

MARINHO, E.; ATALIBA, F. Avaliação do crescimento da produtividade e progresso tecnológico dos estados do Nordeste com o uso da fronteira de produção estocástica. **Pesquisa e Planejamento Econômico**, Rio de Janeiro, v.30, n3, p. 427-452, 2000.

MARINHO, E.; ATALIBA, F.; LIMA, F. Produtividade, variação tecnológica e variação de eficiência técnica das regiões e estados brasileiros. In: ENCONTRO NACIONAL DE ECONOMIA, 29., 2001, Salvador. **Anais do XXIX Encontro Nacional de Economia**. Salvador: ANPEC, 2001.

MARINHO, E.; BENEGAS, M. Avaliação inter/intra-regional de absorção e difusão tecnológica no Brasil: uma abordagem não-paramétrica. **Revista Econômica do Nordeste**, Fortaleza, v.33, n.3, p.554-573, 2002.

MARQUES, R.; SILVA D. Inferência estatística dos estimadores de eficiência obtidos com a técnica fronteira não-paramétrica de DEA: Uma metodologia de *Bootstrap*. **Investigação Operacional**, Lisboa, v. 26, p. 89-110, 2006.

MELLO, E. P. G de. **Produtividade total dos fatores, mudança técnica, eficiência técnica e eficiência de escala na indústria brasileira, 1996-2000**. Dissertação (Mestrado em Economia) - Centro de Desenvolvimento e Planejamento Regional, Universidade federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2003.

MEEUSEN, W.; VAN den BROECK, J. Efficiency estimation from Cobb-Douglas production functions with composed error. **International Economic Review**, Philadelphia, v. 18, p. 435-444, 1977.

MORANDI, L.; REIS, E. J. Estoque de capital fixo no Brasil, 1950-2002. In: ENCONTRO NACIONAL DE ECONOMIA, 32., 2004, João Pessoa, PB. **Anais do XXXII Encontro Nacional de Economia**. João Pessoa, PB: ANPEC, 2004

MORANDI, L. Estoque e produtividade de capital fixo - Brasil, 1940-2004. **Textos para Discussão**: UFF/Economia, Niterói, n. 174, ago. 2005.

MOREIRA, A.; FONSECA, T. Comparando medidas de produtividade: DEA, fronteira de produção estocástica. **Texto para Discussão**: IPEA, Rio de Janeiro, n. 1069, fev. 2005.

OHANIAN, Lee E. Why did productivity fall so much during the Great Depression? **American Economic Review**, Los Angeles, v.91, n.2, p. 34-38, May 2001.

OREIRO J. L. *et al.* Qual a taxa potencial de crescimento da economia brasileira? Uma análise com base na calibragem de dois modelos tradicionais de crescimento econômico. **Economia**, Curitiba, v. 31, n. 2 (29), p. 35-46, jul./dez. 2005.

ORGANISATION FOR ECONOMIC CO-OPERATION AND DEVELOPMENT. **Measuring Productivity: Measurement of Aggregate and Industry-Level Productivity Growth: OCDE Manual.** Paris, 2001.

PRESCOTT, E. Business cycle research: methods and problems. **Federal Reserve Bank of Minneapolis Working Paper**, Minneapolis, n.590, out. 1998.

PRESCOTT, E. Prosperity and depression. **American Economic Review**, Nashville, v.92, n.2, p.1-15, 2002.

PRITCHETT, L. The tyranny of concepts: CUDIE (cumulated, depreciated, investment effort) is not capital. **Journal of Economic Growth**, v.5, p.361-384, 2000.

ROMER, P. Increasing returns and long run growth. **Journal of Political Economy**, v. 94, p. 1002-1037, 1986.

ROMER, P. Endogenous technological change. **Journal of Political Economy**, v. 98, part 2, p. 71-102, 1990.

SALM, C. ; SABOIA, J. ; CARVALHO, P. G. . Produtividade na indústria brasileira: Questões metodológicas e novas evidências empíricas. **Pesquisa e Planejamento Econômico**, Rio de Janeiro, v. 27, n. 2, p. 377-396, 1997.

SENGUPTA, J. Production frontier estimation to measure efficiency: A critical evaluation in light of data envelopment analysis. **Managerial and Decision Economics**, Santa Bárbara, v.8, n.2, p. 93-99, June 1987.

SHERMAN, H. D. Data Envelopment Analysis (DEA): identifying new opportunities to improve productivity. **Tijdschrift voor Economie en Management**, Leuven, v. 37, n. 2, p. 153-180, 1992.

SHEPHARD R. W. **Cost and production function.** Princenton: Princeton University Press, 1953.

SHEPHARD, R.W. **Theory of cost and production function.** Princenton: Princeton University Press, 1970.

SILVA FILHO, T. N. T. **Estimando o produto potencial brasileiro: Uma abordagem de função de produção.** Brasília: Banco Central do Brasil, abr. 2001. (Trabalhos para Discussão, n.17).

SILVERMAN, B. W. **Density estimation for statistics and data analysis.** London: Chapman and Hall, 1986.

SIMAR, L. Estimating efficiencies from frontier models with panel data: a comparison of parametric, non-parametric and semi-parametric methods with bootstrapping. **Journal of Productivity Analysis**, Houston, v. 3, n. 1/2, p. 171-191, 1992.

SIMAR, L.; WILSON, P. Sensitivity analysis of efficiency scores: How to bootstrap in nonparametric models. **Management Science**, Austin, v. 44, n.1, p. 46-61, 1998.

SIMAR, L; WILSON, P. Estimating and bootstrapping Malmquist indices. **European Journal of Operational Research**, Hampshire, v. 115, p. 459-471, 1999a.

SIMAR, L; WILSON, P. Of course we can bootstrap DEA scores! But does it mean anything? Logic Trumps wishful thinking. **Journal of Productivity Analysis**, Houston, v.11, p.93-97, 1999b.

SIMAR, L; WILSON, P. Some problems with the Ferrier/Hirschberg bootstrap idea. **Journal of Productivity Analysis**, Houston, v. 11, p. 67-80, 1999c.

SOLOW, R. A Contribution to the theory of economic growth. **Quarterly Journal of Economics**, Cambridge, v. 70, n. 1, p. 65-94, Feb. 1956.

SOLOW, R. Technical change and the aggregate production function. **Review of Economics and Statistics**, Cambridge, v. 39, p. 312-320, Aug. 1957.

SWAN, T. Economic growth and capital accumulation. **Economic Record**, Canberra, v. 32, p. 334-361, 1956.

TINBERGEN, J. Zur theorie der langfristigen wirtschaftsentwicklung. **Weltwirtschaftliches Archiv**, Amsterdam, v.55, n.1, p. 511-549, 1942.

TOLEDO, G.; OVALLE, I. **Estatística Básica**. São Paulo: Atlas, 1995.

VAN den BROECK, J. *et al.* Stochastic frontier models: A Bayesian perspective. **Journal of Econometrics**, v. 61, p. 273-303, 1994.

WILSON, P. **FEAR 1.1 Command Reference**. Clemson University, 2007. Disponível em <<http://business.clemson.edu>>. Acesso: 02 maio 2007.

WILSON, P. **FEAR 1.0 User's Guide**. Clemson University, 2006. Disponível em <<http://business.clemson.edu>>. Acesso: 21 abr. 2007.

APÊNDICE A - TABELA 3.2: Ordenamento das Estimativas das Eficiências Técnicas das Unidades da Federação calculadas através da Fronteira Estocástica de Produção – 1987 a 2002.

Unidade da Federação	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
<b>São Paulo</b>	0,955	0,955	0,955	0,955	0,955	0,956	0,956	0,956	0,956	0,956	0,956	0,957	0,957	0,957	0,957	0,957
<b>Rio de Janeiro</b>	0,825	0,826	0,827	0,829	0,830	0,831	0,833	0,834	0,836	0,837	0,838	0,840	0,841	0,843	0,844	0,845
<b>Rio Grande do Sul</b>	0,760	0,761	0,763	0,764	0,765	0,767	0,768	0,770	0,771	0,772	0,774	0,775	0,777	0,778	0,779	0,781
<b>Minas Gerais</b>	0,720	0,721	0,723	0,724	0,726	0,727	0,728	0,730	0,731	0,733	0,734	0,735	0,737	0,738	0,740	0,741
<b>Paraná</b>	0,679	0,681	0,682	0,683	0,685	0,686	0,688	0,689	0,690	0,692	0,693	0,694	0,696	0,697	0,699	0,600
<b>Bahia</b>	0,596	0,597	0,598	0,600	0,601	0,602	0,603	0,604	0,606	0,607	0,608	0,609	0,611	0,612	0,613	0,615
<b>Santa Catarina</b>	0,580	0,581	0,583	0,584	0,585	0,586	0,587	0,589	0,590	0,591	0,592	0,594	0,595	0,596	0,597	0,598
<b>Pernambuco</b>	0,557	0,558	0,559	0,560	0,561	0,562	0,563	0,565	0,566	0,567	0,568	0,569	0,570	0,571	0,573	0,574
<b>Amazonas</b>	0,536	0,537	0,538	0,539	0,540	0,541	0,543	0,544	0,545	0,546	0,547	0,548	0,549	0,550	0,551	0,552
<b>Ceará</b>	0,521	0,522	0,523	0,524	0,524	0,525	0,526	0,527	0,529	0,530	0,531	0,532	0,533	0,534	0,535	0,536
<b>Goiás</b>	0,516	0,517	0,518	0,519	0,520	0,521	0,522	0,523	0,524	0,525	0,526	0,527	0,528	0,529	0,530	0,531
<b>Espírito Santo</b>	0,498	0,499	0,500	0,501	0,502	0,503	0,504	0,505	0,506	0,506	0,507	0,508	0,509	0,510	0,511	0,512
<b>Pará</b>	0,487	0,488	0,489	0,489	0,490	0,491	0,492	0,493	0,494	0,494	0,495	0,496	0,497	0,498	0,499	0,500
<b>Mato Grosso</b>	0,486	0,487	0,488	0,489	0,489	0,490	0,491	0,492	0,493	0,494	0,494	0,495	0,496	0,497	0,498	0,499
<b>Mato Grosso do Sul</b>	0,482	0,483	0,484	0,485	0,485	0,486	0,487	0,488	0,489	0,489	0,490	0,491	0,492	0,493	0,494	0,494
<b>Paraíba</b>	0,466	0,466	0,467	0,468	0,469	0,469	0,470	0,471	0,471	0,472	0,473	0,474	0,474	0,475	0,476	0,477
<b>Rio Grande do Norte</b>	0,460	0,461	0,461	0,462	0,463	0,463	0,464	0,465	0,465	0,466	0,467	0,468	0,468	0,469	0,470	0,470
<b>Rondônia</b>	0,454	0,455	0,455	0,456	0,457	0,457	0,458	0,458	0,459	0,460	0,460	0,461	0,462	0,462	0,463	0,464
<b>Sergipe</b>	0,448	0,448	0,449	0,449	0,450	0,450	0,451	0,452	0,452	0,453	0,453	0,454	0,455	0,455	0,456	0,456
<b>Piauí</b>	0,447	0,448	0,448	0,449	0,449	0,450	0,451	0,451	0,452	0,452	0,453	0,454	0,454	0,455	0,455	0,456
<b>Alagoas</b>	0,443	0,444	0,444	0,445	0,446	0,446	0,447	0,447	0,448	0,448	0,449	0,049	0,450	0,451	0,451	0,452
<b>Maranhão</b>	0,438	0,439	0,439	0,440	0,440	0,441	0,441	0,442	0,442	0,443	0,443	0,444	0,444	0,445	0,445	0,446
<b>Acre</b>	0,423	0,423	0,424	0,424	0,424	0,425	0,425	0,425	0,426	0,426	0,426	0,427	0,427	0,428	0,428	0,428
<b>Amapá</b>	0,423	0,423	0,423	0,424	0,424	0,424	0,425	0,425	0,425	0,426	0,426	0,427	0,427	0,427	0,428	0,428
<b>Roraima</b>	0,414	0,414	0,415	0,415	0,415	0,415	0,416	0,416	0,416	0,416	0,417	0,417	0,417	0,417	0,418	0,418

APÊNDICE B - TABELA 3.3: Ordenamento das Unidades da Federação segundo o critério da Eficiência Técnica mensurada por DEA – 1987 a 2002.

Unidade da Federação	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
<b>São Paulo</b>	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
<b>Amazonas</b>	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
<b>Roraima</b>	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
<b>Amapá</b>	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,91	1,00	1,00	0,93	0,90	0,97	1,00	0,95	0,91	1,00
<b>Rio Grande do Sul</b>	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,89	0,85	0,77
<b>Acre</b>	0,86	0,87	0,78	0,90	0,94	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
<b>Rondônia</b>	1,00	0,93	1,00	1,00	1,00	0,93	0,89	0,97	0,92	0,88	0,84	0,98	0,97	0,95	0,92	0,91
<b>Rio de Janeiro</b>	0,79	0,77	0,74	0,79	0,97	0,94	0,94	0,94	0,94	0,92	0,86	0,94	1,00	1,00	1,00	1,00
<b>Paraná</b>	0,85	0,79	0,87	0,90	0,89	0,79	0,76	0,79	0,82	0,84	0,99	0,87	0,91	0,78	0,76	0,69
<b>Pernambuco</b>	0,68	0,63	0,62	0,68	0,80	0,72	0,66	0,72	0,79	0,79	0,74	0,81	0,84	0,77	0,79	0,76
<b>Mato Grosso</b>	0,79	0,84	0,75	0,71	0,80	0,81	0,71	0,76	0,70	0,68	0,61	0,66	0,72	0,66	0,66	0,66
<b>Santa Catarina</b>	0,67	0,68	0,81	0,74	0,72	0,76	0,66	0,70	0,70	0,72	0,67	0,67	0,68	0,64	0,63	0,64
<b>Ceará</b>	0,67	0,64	0,61	0,63	0,73	0,70	0,61	0,70	0,74	0,72	0,68	0,75	0,73	0,66	0,64	0,60
<b>Pará</b>	0,65	0,61	0,76	0,74	0,76	0,66	0,81	0,90	0,71	0,62	0,61	0,54	0,58	0,54	0,54	0,50
<b>Piauí</b>	0,55	0,53	0,50	0,59	0,67	0,60	0,55	0,66	0,74	0,71	0,61	0,71	0,72	0,61	0,75	0,70
<b>Mato Grosso do Sul</b>	0,61	0,55	0,57	0,57	0,59	0,56	0,46	0,60	0,62	0,58	0,66	0,79	0,74	0,68	0,75	0,74
<b>Goiás</b>	0,59	0,58	0,50	0,61	0,70	0,63	0,58	0,65	0,63	0,62	0,62	0,68	0,64	0,65	0,69	0,68
<b>Minas Gerais</b>	0,58	0,53	0,54	0,53	0,57	0,56	0,57	0,63	0,62	0,62	0,57	0,60	0,60	0,59	0,62	0,57
<b>Espírito Santo</b>	0,43	0,44	0,54	0,50	0,54	0,56	0,51	0,62	0,68	0,60	0,62	0,61	0,62	0,64	0,65	0,57
<b>Bahia</b>	0,59	0,55	0,53	0,54	0,59	0,54	0,54	0,57	0,58	0,56	0,52	0,57	0,64	0,59	0,60	0,57
<b>Paraíba</b>	0,54	0,50	0,48	0,54	0,57	0,55	0,43	0,54	0,56	0,56	0,46	0,53	0,53	0,53	0,59	0,57
<b>Rio Grande do Norte</b>	0,49	0,44	0,47	0,42	0,50	0,46	0,40	0,44	0,45	0,43	0,42	0,45	0,48	0,50	0,51	0,52
<b>Sergipe</b>	0,39	0,36	0,32	0,49	0,41	0,42	0,37	0,39	0,39	0,38	0,45	0,40	0,38	0,36	0,50	0,50
<b>Alagoas</b>	0,36	0,29	0,24	0,28	0,28	0,29	0,26	0,30	0,27	0,28	0,29	0,31	0,32	0,29	0,32	0,31
<b>Maranhão</b>	0,16	0,17	0,17	0,17	0,17	0,18	0,15	0,17	0,16	0,18	0,16	0,17	0,18	0,18	0,19	0,17

(1) Valores arredondados para duas casas decimais.





APÊNDICE D - TABELA 3.5: Variação Percentual da Eficiência Técnica por Unidade da Federação, calculada por Fronteira Estocástica e por DEA.

	Fronteira Estocástica					DEA				
	1987-2002	1987-1990	1990-1994	1994-1998	1998-2002	1987-2002	1987-1990	1990-1994	1994-1998	1998-2002
<b>Goiás</b>	12,71	2,48	3,27	3,22	3,17	14,91	2,12	6,68	4,54	0,90
<b>Mato Grosso</b>	14,61	2,83	3,74	3,68	3,62	-15,80	-9,16	6,04	-13,01	0,49
<b>Mato Grosso</b>	14,91	2,88	3,81	3,75	3,69	22,09	-6,63	4,99	33,49	-6,71
<b>Alagoas</b>	19,04	3,63	4,80	4,73	4,65	-11,61	-21,40	6,88	2,50	2,65
<b>Bahia</b>	9,50	1,87	2,47	2,43	2,40	-2,32	-7,06	4,71	-0,43	0,81
<b>Ceará</b>	12,49	2,44	3,22	3,17	3,12	-10,37	-6,23	12,37	7,33	-20,75
<b>Maranhão</b>	19,87	3,78	5,00	4,92	4,84	3,32	1,45	2,30	2,46	-2,84
<b>Paraíba</b>	16,34	3,14	4,16	4,09	4,03	5,62	0,55	0,89	-1,72	5,95
<b>Pernambuco</b>	10,86	2,13	2,82	2,77	2,73	11,12	-0,03	4,51	13,65	-6,41
<b>Piauí</b>	18,49	3,53	4,67	4,60	4,53	26,13	7,26	12,05	7,70	-2,54
<b>Rio Grande do</b>	16,91	3,25	4,30	4,23	4,16	6,24	-14,56	5,47	2,56	14,96
<b>Sergipe</b>	18,43	3,52	4,66	4,59	4,52	27,70	25,45	-19,66	1,10	25,33
<b>Acre</b>	23,30	4,38	5,80	5,71	5,62	16,51	4,98	10,98	0,00	0,00
<b>Amapá</b>	23,37	4,39	5,82	5,73	5,64	0,00	0,00	0,00	-2,67	2,74
<b>Amazonas</b>	11,73	2,30	3,03	2,98	2,94	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
<b>Pará</b>	14,55	2,82	3,72	3,67	3,61	-22,77	14,68	21,66	-40,52	-6,93
<b>Rondônia</b>	17,59	3,37	4,46	4,39	4,32	-9,31	0,00	-2,76	0,34	-7,05
<b>Roraima</b>	26,59	4,94	6,55	6,45	6,35	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
<b>Espírito Santo</b>	13,77	2,67	3,53	3,48	3,42	31,27	15,99	23,31	-1,86	-6,48
<b>Minas Gerais</b>	6,55	1,31	1,72	1,70	1,67	-1,54	-8,24	20,23	-5,09	-5,96
<b>Rio de Janeiro</b>	4,88	0,98	1,29	1,27	1,25	26,37	0,42	18,38	-0,19	6,51
<b>São Paulo</b>	0,25	0,05	0,07	0,07	0,07	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
<b>Paraná</b>	7,35	1,46	1,93	1,90	1,87	-18,45	5,59	-11,41	9,93	-20,69
<b>Rio Grande do</b>	5,85	1,17	1,54	1,52	1,50	-22,53	0,00	0,00	0,00	-22,53
<b>Santa</b>	1000	1,97	2,60	2,56	2,52	-4,98	9,61	-4,72	-3,94	-5,29
<b>Brasil</b>	11,57	2,44	2,43	2,42	2,42	0,54	0,48	4,39	0,23	-4,37

APÊNDICE E - TABELA 3.6: Decomposição da Variação da PTF, medida pelo índice de Malmquist – Médias Anuais nos Períodos.

	1987-2002			1987-1990			1990-1994			1994-1998			1998-2002		
	EF	TEC	PTF	EF	TEC	PTF	EF	TEC	PTF	EF	TEC	PTF	EF	TEC	PTF
<b>CENTRO-OESTE</b>	<b>1,013</b>	<b>1,025</b>	<b>1,038</b>	<b>0,982</b>	<b>1,061</b>	<b>1,042</b>	<b>1,031</b>	<b>1,005</b>	<b>1,036</b>	<b>1,012</b>	<b>1,044</b>	<b>1,057</b>	<b>1,019</b>	<b>0,998</b>	<b>1,017</b>
Goiás	1,027	1,010	1,037	1,005	1,036	1,042	1,039	0,994	1,033	1,014	1,044	1,059	1,043	0,973	1,015
Mato Grosso	0,993	1,048	1,041	0,958	1,083	1,038	1,044	1,005	1,049	0,951	1,111	1,056	1,014	1,005	1,019
Mato Grosso do Sul	1,019	1,016	1,036	0,984	1,064	1,047	1,010	1,017	1,027	1,075	0,982	1,056	1,000	1,016	1,016
<b>NORDESTE</b>	<b>1,017</b>	<b>1,014</b>	<b>1,031</b>	<b>0,999</b>	<b>1,047</b>	<b>1,046</b>	<b>1,033</b>	<b>1,001</b>	<b>1,034</b>	<b>0,998</b>	<b>1,033</b>	<b>1,031</b>	<b>1,034</b>	<b>0,983</b>	<b>1,017</b>
Alagoas	1,004	1,009	1,013	0,927	1,132	1,050	1,059	0,979	1,037	0,991	0,983	0,974	1,025	0,977	1,001
Bahia	1,026	1,002	1,028	0,996	1,045	1,041	1,033	0,993	1,025	1,015	1,025	1,040	1,052	0,958	1,008
Ceará	1,009	1,032	1,041	0,969	1,074	1,041	1,059	0,985	1,043	1,009	1,045	1,054	0,990	1,038	1,027
Maranhão	1,024	0,990	1,014	1,035	1,007	1,042	1,063	0,976	1,038	0,963	1,010	0,972	1,040	0,972	1,010
Paraíba	1,012	1,028	1,040	0,998	1,043	1,041	1,031	1,011	1,043	0,977	1,077	1,052	1,039	0,987	1,025
Pernambuco	1,032	1,005	1,037	1,017	1,028	1,046	1,035	0,991	1,025	1,039	1,020	1,060	1,033	0,988	1,020
Piauí	1,019	1,023	1,043	1,017	1,021	1,038	1,046	1,002	1,048	0,993	1,053	1,046	1,020	1,017	1,038
Rio Grande do Norte	1,012	1,028	1,041	0,966	1,097	1,060	1,028	1,002	1,030	0,996	1,067	1,063	1,049	0,969	1,016
Sergipe	1,017	1,007	1,024	1,072	0,980	1,050	0,953	1,070	1,020	1,001	1,025	1,026	1,062	0,948	1,007
<b>NORTE</b>	<b>0,996</b>	<b>1,035</b>	<b>1,031</b>	<b>1,022</b>	<b>1,021</b>	<b>1,043</b>	<b>0,978</b>	<b>1,059</b>	<b>1,036</b>	<b>0,991</b>	<b>1,041</b>	<b>1,032</b>	<b>1,000</b>	<b>1,018</b>	<b>1,017</b>
Acre	1,011	1,029	1,040	1,015	1,025	1,040	1,045	1,003	1,048	1,000	1,046	1,046	0,988	1,041	1,028
Amapá	1,005	1,028	1,033	1,047	0,995	1,042	0,910	1,134	1,032	1,070	0,976	1,044	1,012	1,005	1,018
Amazonas	1,000	1,022	1,022	1,000	1,044	1,044	1,000	1,025	1,025	1,000	1,018	1,018	1,000	1,008	1,008
Pará	0,987	1,027	1,013	1,059	0,984	1,042	1,061	0,978	1,038	0,874	1,112	0,972	0,983	1,027	1,010
Rondônia	0,993	1,047	1,040	1,000	1,040	1,040	0,990	1,055	1,045	0,989	1,067	1,055	0,994	1,025	1,019
Roraima	0,980	1,059	1,039	1,013	1,039	1,052	0,878	1,171	1,028	1,027	1,030	1,058	1,020	1,000	1,020
<b>SUDESTE</b>	<b>1,020</b>	<b>0,993</b>	<b>1,013</b>	<b>1,034</b>	<b>1,008</b>	<b>1,042</b>	<b>1,059</b>	<b>0,980</b>	<b>1,037</b>	<b>0,992</b>	<b>0,980</b>	<b>0,972</b>	<b>1,001</b>	<b>1,010</b>	<b>1,011</b>
Espírito Santo	1,026	0,988	1,013	1,066	0,978	1,042	1,071	0,968	1,037	0,993	0,979	0,972	0,987	1,024	1,011
Minas Gerais	1,014	0,999	1,013	1,009	1,032	1,042	1,069	0,970	1,037	0,988	0,984	0,972	0,991	1,020	1,011
Rio de Janeiro	1,032	0,982	1,013	1,033	1,008	1,042	1,068	0,971	1,037	0,987	0,985	0,972	1,042	0,970	1,010
São Paulo	1,008	1,005	1,013	1,028	1,014	1,042	1,027	1,010	1,037	0,999	0,974	0,972	0,984	1,027	1,011
<b>SUL</b>	<b>1,016</b>	<b>0,999</b>	<b>1,015</b>	<b>1,038</b>	<b>1,005</b>	<b>1,043</b>	<b>1,036</b>	<b>0,991</b>	<b>1,027</b>	<b>0,994</b>	<b>1,001</b>	<b>0,994</b>	<b>1,000</b>	<b>1,001</b>	<b>1,002</b>
Paraná	1,011	1,003	1,014	1,035	1,009	1,045	1,011	1,009	1,020	1,015	0,991	1,006	0,988	1,007	0,995
Rio Grande do Sul	1,011	1,005	1,016	1,016	1,026	1,043	1,056	0,970	1,024	0,981	1,025	1,005	1,000	1,000	1,000
Santa Catarina	1,025	0,989	1,014	1,064	0,979	1,042	1,042	0,995	1,037	0,985	0,987	0,973	1,018	0,993	1,011

APÊNDICE F - TABELA 3.7: Decomposição da Variação da PTF medida pelo Índice de Malmquist ( $\Delta MAL$ ) em Variação da Eficiência Técnica ( $\Delta TEC$ ) e Variação Tecnológica ( $\Delta TEC$ ), Produtividade do Trabalho ( $\Delta Y/L$ ), PIB *per capita* ( $\Delta PIB_{pc}$ ) e Relação Capital-Trabalho ( $\Delta K/L$ ), por UF no período 1987-2002 – Variação Absoluta Média (%).

	$\Delta EF$	$\Delta TEC$	$\Delta MAL$	$\Delta Y/L$	$\Delta PIB_{pc}$	$\Delta K/L$
<b>CENTRO-OESTE</b>	<b>1,75</b>	<b>2,56</b>	<b>4,32</b>	<b>1,38</b>	<b>2,14</b>	<b>4,14</b>
Goiás	3,12	1,15	4,30	1,05	2,86	2,14
Mato Grosso	-0,89	5,37	4,44	2,44	2,61	7,55
Mato Grosso do Sul	3,01	1,16	4,21	0,66	0,97	2,71
<b>NORDESTE</b>	<b>2,40</b>	<b>1,07</b>	<b>3,48</b>	<b>0,56</b>	<b>0,89</b>	<b>2,63</b>
Alagoas	2,03	-0,47	1,55	-0,98	-1,17	2,00
Bahia	3,03	0,07	3,11	-0,06	0,51	0,49
Ceará	1,23	3,25	4,52	0,88	1,03	4,27
Maranhão	2,03	-0,42	1,60	1,03	1,49	1,87
Paraíba	1,80	2,53	4,38	1,31	2,17	4,45
Pernambuco	3,94	0,37	4,32	0,47	0,60	1,09
Piauí	2,89	1,73	4,67	0,77	1,67	3,13
Rio Grande do Norte	2,15	2,32	4,52	1,59	1,48	4,66
Sergipe	2,47	0,22	2,69	0,02	0,23	1,73
<b>NORTE</b>	<b>-0,40</b>	<b>3,95</b>	<b>3,52</b>	<b>-2,16</b>	<b>-0,39</b>	<b>1,36</b>
Acre	1,15	3,24	4,42	-0,59	0,51	2,51
Amapá	-0,60	4,34	3,72	-3,85	0,36	-2,96
Amazonas	0,00	2,50	2,50	-1,33	-1,03	1,99
Pará	-1,16	2,78	1,59	-2,61	-0,22	0,64
Rondônia	0,62	3,75	4,39	-1,07	-0,72	3,92
Roraima	-2,41	7,06	4,48	-3,49	-1,27	2,06
<b>SUDESTE</b>	<b>2,02</b>	<b>-0,41</b>	<b>1,59</b>	<b>0,66</b>	<b>0,56</b>	<b>0,35</b>
Espírito Santo	2,59	-0,97	1,59	1,25	1,44	0,71
Minas Gerais	1,66	-0,06	1,60	0,07	0,14	0,82
Rio de Janeiro	3,27	-1,63	1,58	1,84	1,54	-0,49
São Paulo	0,56	1,02	1,60	-0,54	-0,88	0,35
<b>SUL</b>	<b>1,51</b>	<b>0,21</b>	<b>1,73</b>	<b>0,98</b>	<b>0,71</b>	<b>3,56</b>
Paraná	1,44	0,24	1,69	0,91	0,77	3,40
Rio Grande do Sul	0,96	0,93	1,89	0,93	0,51	3,72
Santa Catarina	2,14	-0,53	1,60	1,09	0,86	3,55
<b>BRASIL</b>	<b>1,46</b>	<b>1,47</b>	<b>2,93</b>	<b>0,28</b>	<b>0,78</b>	<b>2,41</b>

(1) Os valores dos índices de Malmquist, bem como dos índices de variação tecnológica e de eficiência técnica das regiões geográficas correspondem às médias geométricas dos índices de seus estados membros.

APÊNDICE G - TABELA 3.8: Decomposição da Variação da PTF medida pelo Índice de Malmquist ( $\Delta MAL$ ) em Variação da Eficiência Técnica ( $\Delta TEC$ ) e Variação Tecnológica ( $\Delta TEC$ ), Produtividade do Trabalho ( $\Delta Y/L$ ), PIB *per capita* ( $\Delta PIB_{pc}$ ) e Relação Capital-Trabalho ( $\Delta K/L$ ), por UF no período 1987-1990 – Variação Absoluta Média (%).

	$\Delta EF$	$\Delta TEC$	$\Delta MAL$	$\Delta Y/L$	$\Delta PIB_{pc}$	$\Delta K/L$
<b>CENTRO-OESTE</b>	<b>-1,75</b>	<b>6,12</b>	<b>4,23</b>	<b>-5,60</b>	<b>-1,46</b>	<b>0,15</b>
Goiás	0,54	3,64	4,19	-9,96	3,86	-7,58
Mato Grosso	-4,20	8,34	3,79	-3,06	-3,93	5,04
Mato Grosso do Sul	-1,58	6,40	4,71	-3,79	-4,31	2,98
<b>NORDESTE</b>	<b>-0,02</b>	<b>4,75</b>	<b>4,55</b>	<b>-2,46</b>	<b>-2,41</b>	<b>2,57</b>
Alagoas	-7,27	13,25	5,02	-8,16	-7,94	6,06
Bahia	-0,38	4,52	4,12	-5,44	-4,15	-1,86
Ceará	-3,07	7,37	4,07	-0,56	-1,81	7,00
Maranhão	3,53	0,68	4,23	-0,65	1,12	2,50
Paraíba	-0,20	4,32	4,11	1,65	3,21	6,39
Pernambuco	1,71	2,84	4,60	-1,83	-3,08	1,31
Piauí	1,68	2,10	3,81	-0,10	1,67	2,00
Rio Grande do Norte	-3,43	9,73	5,97	-1,09	-2,89	9,32
Sergipe	7,22	-2,03	5,04	-5,95	-7,83	-9,60
<b>NORTE</b>	<b>2,24</b>	<b>2,10</b>	<b>4,34</b>	<b>-3,73</b>	<b>-1,27</b>	<b>-1,16</b>
Acre	1,53	2,47	4,04	-6,55	-1,29	-4,46
Amapá	4,73	-0,53	4,18	0,50	5,27	-0,32
Amazonas	0,01	4,38	4,38	-4,04	-3,99	0,38
Pará	5,85	-1,56	4,20	1,58	0,91	5,18
Rondônia	0,01	3,98	4,00	-7,98	-8,57	-4,49
Roraima	1,31	3,87	5,23	-5,88	0,04	-3,23
<b>SUDESTE</b>	<b>3,42</b>	<b>0,80</b>	<b>4,22</b>	<b>-0,76</b>	<b>-2,12</b>	<b>-0,04</b>
Espírito Santo	6,60	-2,23	4,23	2,27	1,07	-2,73
Minas Gerais	0,94	3,25	4,22	-3,14	-3,82	1,70
Rio de Janeiro	3,33	0,84	4,20	-0,85	-2,37	0,70
São Paulo	2,82	1,36	4,21	-1,32	-3,34	0,17
<b>SUL</b>	<b>3,87</b>	<b>0,47</b>	<b>4,32</b>	<b>1,71</b>	<b>-0,08</b>	<b>3,23</b>
Paraná	3,55	0,91	4,48	2,36	0,78	4,00
Rio Grande do Sul	1,61	2,60	4,25	0,64	-1,21	4,16
Santa Catarina	6,44	-2,10	4,21	2,13	0,20	1,52
<b>BRASIL</b>	<b>1,55</b>	<b>2,85</b>	<b>4,33</b>	<b>-2,17</b>	<b>-1,47</b>	<b>0,95</b>

APÊNDICE H - TABELA 3.9: Decomposição da Variação da PTF medida pelo Índice de Malmquist ( $\Delta MAL$ ) em Variação da Eficiência Técnica ( $\Delta TEC$ ) e Variação Tecnológica ( $\Delta TEC$ ), Produtividade do Trabalho ( $\Delta Y/L$ ), PIB *per capita* ( $\Delta PIB_{pc}$ ) e Relação Capital-Trabalho ( $\Delta K/L$ ), por UF no período 1990-1994 – Variação Absoluta Média (%).

	$\Delta EF$	$\Delta TEC$	$\Delta MAL$	$\Delta Y/L$	$\Delta PIB_{pc}$	$\Delta K/L$
<b>CENTRO-OESTE</b>	<b>4,17</b>	<b>0,70</b>	<b>4,88</b>	<b>6,38</b>	<b>5,25</b>	<b>7,08</b>
Goiás	5,28	-0,76	4,48	7,54	3,09	7,25
Mato Grosso	5,89	0,62	6,54	7,47	7,93	7,99
Mato Grosso do Sul	1,35	2,23	3,61	4,12	4,72	5,99
<b>NORDESTE</b>	<b>4,57</b>	<b>0,16</b>	<b>4,59</b>	<b>1,75</b>	<b>1,87</b>	<b>2,92</b>
Alagoas	7,99	-2,75	5,03	2,11	0,76	2,67
Bahia	4,37	-1,00	3,33	0,28	0,63	-1,61
Ceará	7,88	-1,95	5,77	5,10	5,04	3,72
Maranhão	8,49	-3,17	5,05	2,45	2,03	5,78
Paraíba	4,15	1,51	5,72	0,00	1,04	1,19
Pernambuco	4,67	-1,25	3,36	1,05	1,00	0,01
Piauí	6,12	0,31	6,45	2,71	2,62	2,96
Rio Grande do Norte	3,72	0,27	4,00	1,02	2,39	1,09
Sergipe	-6,25	9,47	2,63	1,07	1,30	10,47
<b>NORTE</b>	<b>-2,48</b>	<b>8,33</b>	<b>4,81</b>	<b>-4,11</b>	<b>-1,89</b>	<b>0,90</b>
Acre	5,98	0,38	6,39	4,79	2,70	5,17
Amapá	-11,86	18,27	4,24	-12,31	-0,55	-6,55
Amazonas	0,00	3,35	3,35	-3,60	-2,38	-2,44
Pará	8,23	-2,94	5,05	2,28	4,00	5,05
Rondônia	-1,27	7,47	6,10	-0,07	-2,00	5,79
Roraima	-15,98	23,43	3,71	-15,74	-13,13	-1,65
<b>SUDESTE</b>	<b>7,93</b>	<b>-2,67</b>	<b>4,99</b>	<b>2,08</b>	<b>2,06</b>	<b>0,19</b>
Espírito Santo	9,62	-4,22	4,99	3,28	3,34	1,81
Minas Gerais	9,30	-3,97	4,97	3,06	3,17	-1,05
Rio de Janeiro	9,20	-3,85	5,00	2,97	2,66	-0,52
São Paulo	3,59	1,36	5,00	-1,00	-0,92	0,52
<b>SUL</b>	<b>4,88</b>	<b>-1,17</b>	<b>3,60</b>	<b>1,31</b>	<b>1,65</b>	<b>3,46</b>
Paraná	1,44	1,16	2,62	-0,20	0,43	3,08
Rio Grande do Sul	7,51	-4,04	3,16	3,66	4,00	3,79
Santa Catarina	5,68	-0,64	5,01	0,47	0,51	3,50
<b>BRASIL</b>	<b>3,81</b>	<b>1,07</b>	<b>4,57</b>	<b>1,48</b>	<b>1,79</b>	<b>2,91</b>

APÊNDICE I - TABELA 3.10: Decomposição da Variação da PTF medida pelo Índice de Malmquist ( $\Delta MAL$ ) em Variação da Eficiência Técnica ( $\Delta TEC$ ) e Variação Tecnológica ( $\Delta TEC$ ), Produtividade do Trabalho ( $\Delta Y/L$ ), PIB *per capita* ( $\Delta PIB_{pc}$ ) e Relação Capital-Trabalho ( $\Delta K/L$ ), por UF no período 1994-1998 – Variação Absoluta Média (%).

	$\Delta EF$	$\Delta TEC$	$\Delta MAL$	$\Delta Y/L$	$\Delta PIB_{pc}$	$\Delta K/L$
<b>CENTRO-OESTE</b>	<b>1,84</b>	<b>6,20</b>	<b>7,68</b>	<b>-0,14</b>	<b>0,31</b>	<b>4,71</b>
Goiás	1,86	5,96	7,94	-0,49	-0,10	4,17
Mato Grosso	-6,45	15,01	7,59	-0,68	0,03	10,77
Mato Grosso do Sul	10,11	-2,36	7,51	0,75	1,01	-0,81
<b>NORDESTE</b>	<b>-0,23</b>	<b>4,56</b>	<b>4,31</b>	<b>1,48</b>	<b>1,47</b>	<b>6,23</b>
Alagoas	-1,20	-2,24	-3,41	1,89	1,00	5,39
Bahia	2,05	3,30	5,42	0,80	1,34	6,47
Ceará	1,25	5,99	7,32	4,16	3,33	9,18
Maranhão	-4,92	1,31	-3,68	-0,97	0,32	-1,12
Paraíba	-3,11	10,40	6,96	1,67	1,27	9,95
Pernambuco	5,18	2,73	8,05	3,06	2,74	5,42
Piauí	-0,88	7,08	6,14	2,69	2,72	8,11
Rio Grande do Norte	-0,50	9,05	8,50	1,26	1,21	8,25
Sergipe	0,09	3,41	3,50	-1,27	-0,69	4,43
<b>NORTE</b>	<b>-0,82</b>	<b>5,60</b>	<b>4,32</b>	<b>-0,98</b>	<b>-0,69</b>	<b>3,80</b>
Acre	-0,01	6,13	6,12	-0,46	0,18	4,10
Amapá	9,40	-3,22	5,88	-3,47	-3,99	-6,62
Amazonas	0,00	2,44	2,44	2,83	-0,60	10,76
Pará	-16,43	15,22	-3,71	-10,10	-7,54	-1,52
Rondônia	-1,52	8,99	7,33	1,24	4,38	8,28
Roraima	3,63	4,07	7,84	4,10	3,44	7,81
<b>SUDESTE</b>	<b>-1,10</b>	<b>-2,61</b>	<b>-3,68</b>	<b>2,00</b>	<b>1,36</b>	<b>4,11</b>
Espírito Santo	-0,93	-2,79	-3,69	2,15	1,92	4,57
Minas Gerais	-1,59	-2,12	-3,68	1,61	0,90	5,08
Rio de Janeiro	-1,69	-2,02	-3,67	1,51	0,66	3,21
São Paulo	-0,18	-3,51	-3,68	2,71	1,97	3,57
<b>SUL</b>	<b>-0,83</b>	<b>0,12</b>	<b>-0,74</b>	<b>0,89</b>	<b>-0,03</b>	<b>5,39</b>
Paraná	2,04	-1,26	0,75	2,73	1,82	5,85
Rio Grande do Sul	-2,58	3,33	0,66	-1,40	-2,09	3,68
Santa Catarina	-1,94	-1,72	-3,63	1,35	0,19	6,65
<b>BRASIL</b>	<b>-0,23</b>	<b>2,77</b>	<b>2,38</b>	<b>0,65</b>	<b>0,49</b>	<b>4,85</b>

APÊNDICE J - TABELA 3.11: Decomposição da Variação da PTF medida pelo Índice de Malmquist ( $\Delta MAL$ ) em Variação da Eficiência Técnica ( $\Delta TEC$ ) e Variação Tecnológica ( $\Delta TEC$ ), Produtividade do Trabalho ( $\Delta Y/L$ ), PIB *per capita* ( $\Delta PIB_{pc}$ ) e Relação Capital-Trabalho ( $\Delta K/L$ ), por UF no período 1998-2002 – Variação Absoluta Média (%).

	$\Delta EF$	$\Delta TEC$	$\Delta MAL$	$\Delta Y/L$	$\Delta PIB_{pc}$	$\Delta K/L$
<b>CENTRO-OESTE</b>	<b>2,57</b>	<b>-0,27</b>	<b>2,23</b>	<b>3,58</b>	<b>3,77</b>	<b>3,84</b>
Goiás	5,79	-3,55	2,03	5,16	4,88	2,83
Mato Grosso	1,89	0,65	2,56	4,98	5,11	5,85
Mato Grosso do Sul	0,04	2,07	2,11	0,60	1,32	2,85
<b>NORDESTE</b>	<b>4,63</b>	<b>-2,15</b>	<b>2,29</b>	<b>0,86</b>	<b>1,94</b>	<b>-0,90</b>
Alagoas	3,28	-3,00	0,19	-1,26	0,03	-4,75
Bahia	7,03	-5,57	1,07	2,92	3,17	-1,41
Ceará	-1,32	5,05	3,66	-5,21	-2,95	-1,81
Maranhão	5,36	-3,76	1,40	2,93	2,39	0,59
Paraíba	5,19	-1,74	3,36	2,03	3,42	1,01
Pernambuco	4,42	-1,64	2,70	-0,92	0,90	-2,20
Piauí	2,74	2,34	5,14	-2,35	-0,31	-0,63
Rio Grande do Norte	6,60	-4,18	2,15	4,55	4,24	1,38
Sergipe	8,33	-6,86	0,90	5,01	6,59	-0,26
<b>NORTE</b>	<b>-0,05</b>	<b>2,39</b>	<b>2,31</b>	<b>0,34</b>	<b>2,45</b>	<b>1,62</b>
Acre	-1,61	5,50	3,80	-1,33	0,05	3,73
Amapá	1,67	0,72	2,40	1,60	2,15	2,66
Amazonas	0,00	1,07	1,07	-1,04	2,24	-0,66
Pará	-2,20	3,67	1,39	-2,67	2,47	-4,70
Rondônia	-0,78	3,31	2,50	1,04	1,77	4,35
Roraima	2,65	0,05	2,69	4,44	6,04	4,33
<b>SUDESTE</b>	<b>0,13</b>	<b>1,38</b>	<b>1,41</b>	<b>-0,95</b>	<b>0,35</b>	<b>-2,83</b>
Espírito Santo	-1,76	3,22	1,41	-2,34	-0,63	-1,53
Minas Gerais	-1,16	2,63	1,44	-1,92	-0,56	-2,10
Rio de Janeiro	5,59	-4,01	1,36	3,11	4,33	-4,87
São Paulo	-2,17	3,67	1,42	-2,66	-1,76	-2,80
<b>SUL</b>	<b>0,08</b>	<b>0,19</b>	<b>0,26</b>	<b>0,21</b>	<b>1,15</b>	<b>2,11</b>
Paraná	-1,58	0,91	-0,69	-0,87	0,06	0,88
Rio Grande do Sul	-0,54	0,57	0,02	0,81	1,02	3,35
Santa Catarina	2,36	-0,89	1,45	0,68	2,38	2,09
<b>BRASIL</b>	<b>1,47</b>	<b>0,31</b>	<b>1,70</b>	<b>0,81</b>	<b>1,93</b>	<b>0,77</b>

APÊNDICE K - TABELA 3.12: Índices de Variações na PTF (Malmquist), por períodos consecutivos, de acordo com o método de *Bootstrap*.

	1987-88	1988-89	1989-90	1990-91	1991-92	1992-93	1993-94	1994-95	1995-96	1996-97	1997-98	1998-99	1999-00	2000-01	2001-02
<b>Acre</b>	0,989**	0,958*	1,189*	1,240	1,054	0,807	1,143*	1,105	1,013	0,914	1,168	1,025*	1,048	1,033*	1,008**
<b>Alagoas</b>	0,980**	0,935	1,264*	1,105**	1,106	0,829**	1,143	1,018	0,871*	1,085	0,937*	1,142*	0,862*	1,015	1,007**
<b>Amapá</b>	0,979**	0,873*	1,322*	1,106**	1,082	0,830	1,141*	1,041	1,008	0,913	1,239*	1,033	1,006	1,025	1,008**
<b>Amazonas</b>	0,986**	0,935*	1,234	1,097*	1,068	0,818	1,152	1,055*	0,937**	0,995	1,093	1,088**	0,913**	0,975**	1,066*
<b>Bahia</b>	0,981**	0,913	1,260**	1,093**	1,063	0,830**	1,144	1,061	0,938	1,076**	1,094	1,034**	0,972**	1,019	1,007
<b>Ceará</b>	0,989**	0,958**	1,190**	1,218	1,051*	0,807	1,146	1,103	1,012*	0,914	1,211*	1,033	1,025**	1,044*	1,008
<b>Espírito Santo</b>	0,979*	0,874	1,323	1,105**	1,105*	0,829*	1,143	1,017	0,870	1,084*	0,931*	1,143**	0,862**	0,940	1,127*
<b>Goiás</b>	0,955	0,938	1,262**	1,174**	1,043*	0,807	1,155*	1,097*	1,010	0,914	1,243*	1,033	0,991**	1,029*	1,007
<b>Maranhão</b>	0,979**	0,874	1,323	1,105	1,105	0,830**	1,143*	1,018	0,871**	1,084	0,931*	1,142	0,861**	0,943*	1,125**
<b>Mato Grosso</b>	0,989*	0,957	1,181**	1,244**	1,053**	0,807*	1,145	1,102**	1,012	0,914	1,222**	1,033	1,001	1,036*	1,007*
<b>Mato Grosso do Sul</b>	0,949*	0,948**	1,277**	1,146*	1,039*	0,806	1,159**	1,095*	1,009	0,913	1,231**	1,033	0,993**	1,030*	1,008
<b>Minas Gerais</b>	0,978	0,875	1,323	1,105*	1,105**	0,829	1,142	1,018	0,870	1,084*	0,931	1,143*	0,862*	0,940	1,127
<b>Pará</b>	0,979**	0,874	1,322**	1,106	1,106	0,830**	1,142*	1,017*	0,870	1,085	0,931	1,142*	0,862*	0,940**	1,127
<b>Paraíba</b>	0,989*	0,957*	1,192	1,217	1,053**	0,806	1,143	1,105	1,013	0,914	1,196*	1,033	1,015**	1,046	1,007**
<b>Paraná</b>	0,977	0,936	1,247*	1,098	1,038**	0,830	1,142	1,018	0,896	0,996*	1,126	1,087*	0,883*	1,013*	1,007*
<b>Pernambuco</b>	0,955	0,938**	1,278*	1,141	1,040	0,806**	1,155*	1,098*	1,010	0,914	1,245**	1,034*	1,000	1,039	1,008**
<b>Piauí</b>	0,990*	0,958	1,180**	1,243*	1,053**	0,806**	1,143**	1,107	1,014*	0,913	1,167	1,018	1,084	1,045	1,007
<b>Rio de Janeiro</b>	0,979	0,874	1,323*	1,105*	1,106**	0,829**	1,142	1,018	0,870	1,085	0,930**	1,142*	0,861**	0,940**	1,127*
<b>Rio Grande do Norte</b>	0,982**	0,961	1,261**	1,159*	1,044	0,806*	1,154**	1,099	1,010	0,914	1,260	1,034*	0,992	1,033**	1,007
<b>Rio Grande do Sul</b>	0,977	0,935	1,241**	1,095**	1,058	0,830**	1,142*	1,017**	0,876	1,059	1,081	1,069**	0,887*	1,001*	1,054*
<b>Rondônia</b>	0,981*	0,959**	1,196**	1,230	1,051	0,806	1,146	1,101**	1,011	0,914*	1,215	1,033	1,005	1,029*	1,008*
<b>Roraima</b>	0,955**	0,951**	1,283	1,152**	1,042	0,806**	1,152	1,098*	1,011	0,913	1,236	1,033**	1,003	0,981	1,066**
<b>Santa Catarina</b>	0,980	0,873	1,323	1,105**	1,105	0,830	1,142	1,018*	0,871	1,085	0,931	1,143	0,862	0,940**	1,128**
<b>São Paulo</b>	0,979**	0,874	1,322**	1,106	1,105**	0,830**	1,142	1,017**	0,870	1,085**	0,931	1,143*	0,861	0,940*	1,128*
<b>Sergipe</b>	0,983*	0,935**	1,261	1,122*	1,031	0,818	1,142*	1,028**	1,004	0,917	1,172	1,035**	0,968**	1,018	1,007
<b>média aritmética</b>	0,978*	0,923	1,263*	1,145	1,068**	0,819**	1,146**	1,059	0,950*	0,987	1,106**	1,073**	0,947	1,000	1,047**
<b>média geométrica</b>	0,977*	0,922	1,262**	1,143	1,068	0,818*	1,146*	1,058	0,948	0,984	1,098	1,072	0,944	0,999	1,046**

(\*), (\*\*) denotam valores significativamente diferentes da unidade a 10% e 5%, respectivamente.



APÊNDICE L - TABELA 3.13: Índices de Variações Tecnológicas, por períodos consecutivos, de acordo com o método de *Bootstrap*.

	1987-88	1988-89	1989-90	1990-91	1991-92	1992-93	1993-94	1994-95	1995-96	1996-97	1997-98	1998-99	1999-00	2000-01	2001-02
<b>Acre</b>	0,978	1,003	1,097	1,122**	0,981	1,011	0,909	1,105	1,037**	0,974	1,071*	1,025**	1,048	1,049*	1,042**
<b>Alagoas</b>	1,217	1,184	1,008	0,995	1,000	0,962	0,961	1,099	0,869	1,020	0,959	1,008**	1,041**	0,852	1,021*
<b>Amapá</b>	0,832	0,873	1,355	1,372**	1,152	1,096	0,955	0,961	1,031*	0,904	1,012	1,018**	1,000	1,019	0,985
<b>Amazonas</b>	0,986	1,002	1,151	1,097	1,068	0,818	1,152**	1,055	0,937	0,995	1,093**	1,088	0,913	0,975	1,066
<b>Bahia</b>	1,018	0,983	1,141	0,989	1,030	0,980	0,972	1,047	0,978	1,039	1,036	0,942	1,014	0,906	0,973
<b>Ceará</b>	1,029	1,057	1,138	0,958	1,041	1,034	0,914	1,028	1,034	1,048*	1,069	1,095*	1,043**	0,975	1,041**
<b>Espírito Santo</b>	0,951	0,803	1,224	1,026**	1,011	0,977	0,867	0,892	1,052	0,984	0,995	1,061	0,890	0,961	1,212**
<b>Goiás</b>	0,990	1,158	0,971	0,939	1,101	0,989	0,956	1,110	1,027	0,954	1,094	1,104	0,937	0,885	0,980
<b>Maranhão</b>	0,911	0,959	1,168	0,915	0,952	1,128	0,924	1,031	0,874	1,035	1,115	0,989	0,911	0,936	1,057
<b>Mato Grosso</b>	0,966	1,078**	1,221	0,999	1,022	0,917	1,088**	1,188	1,029	1,059**	1,175**	0,955	1,080	0,977	1,012*
<b>Mato Grosso do Sul</b>	1,084	0,962	1,155**	1,045**	1,124	1,036	0,878	1,013**	1,048	0,797	1,100	1,082*	1,053*	0,916	1,019*
<b>Minas Gerais</b>	0,997	0,923	1,196*	0,984	1,017**	0,979	0,904	0,989	0,952	0,993	1,003	1,074	0,933	0,978	1,103*
<b>Pará</b>	1,012	0,814	1,158	1,060	1,222	0,727	0,971	1,257	1,058**	1,038	1,108	1,000	1,001	0,978	1,138**
<b>Paraíba</b>	1,068	1,024	1,038*	1,036	1,070	1,030**	0,916	1,065	0,997	1,154	1,098**	1,015*	0,970	0,922	1,045*
<b>Paraná</b>	1,017	0,902	1,120*	1,105*	1,048**	0,953	0,938	1,008	0,950	0,857	1,173*	0,999	1,067	0,946	1,019
<b>Pernambuco</b>	1,026	1,004	1,056	0,935	1,084	1,000	0,950	0,983	1,006	1,015	1,080	1,023	1,028	0,913	0,991
<b>Piauí</b>	1,112*	0,957	1,000	1,027	1,160*	0,911	0,930	0,981	1,053**	1,064**	1,117	1,010	1,166*	0,835	1,090
<b>Rio de Janeiro</b>	0,955	0,986	1,089	0,879	1,027	0,977	1,008*	0,971	0,997	0,965	1,007	0,962	0,915	1,018	0,987
<b>Rio Grande do Norte</b>	1,103	0,925	1,295	0,916**	1,120	0,954	1,030**	1,076	1,048*	1,015	1,133	0,994	0,905	0,993	0,985
<b>Rio Grande do Sul</b>	0,941	0,976	1,176	1,101	0,936	0,894	0,959	1,042	1,012	0,958	1,092	1,035	1,003	0,971	1,009
<b>Rondônia</b>	1,190	0,790	1,196*	1,230	1,135	0,889	1,000	1,159	1,061**	0,965	1,091**	1,023	0,994	1,058	1,025*
<b>Roraima</b>	0,915	0,951	1,288**	1,158**	1,190**	1,273	1,072**	1,031	1,059	1,016	1,016	1,032	0,875	0,947	1,171
<b>Santa Catarina</b>	0,916	0,782	1,310	1,083	0,928	1,034	0,944	0,989	0,951	0,978*	1,032	1,024	0,947	1,017	0,987
<b>São Paulo</b>	0,941	0,963	1,149*	1,052**	1,010	0,997	0,983	0,940	1,006**	0,936	1,015**	1,026*	1,017	1,017*	1,050**
<b>Sergipe</b>	1,069	1,101	0,799	1,291	1,020	0,931	1,070**	1,046	1,015	0,782	1,332*	1,054**	1,047**	0,730	1,003
<b>média aritmética</b>	1,009*	0,966	1,140	1,053	1,058**	0,980	0,970	1,043**	1,003	0,982	1,081**	1,026**	0,992	0,951	1,040*
<b>média geométrica</b>	1,005*	0,961	1,133	1,047	1,055**	0,975	0,968	1,040**	1,002	0,978	1,078**	1,025**	0,990	0,948	1,039**

(\*), (\*\*) denotam valores significativamente diferentes da unidade a 10% e 5%, respectivamente.

APÊNDICE M - TABELA 3.14: Índices de Variações de Eficiência Técnica, por períodos consecutivos, de acordo com o método de *Bootstrap*.

	1987-88	1988-89	1989-90	1990-91	1991-92	1992-93	1993-94	1994-95	1995-96	1996-97	1997-98	1998-99	1999-00	2000-01	2001-02
<b>Acre</b>	1,011	0,955**	1,084*	1,105	1,074*	0,798*	1,257*	1,000	0,977*	0,938	1,091	1,000	1,000	0,985	0,967*
<b>Alagoas</b>	0,805*	0,790**	1,254*	1,111	1,106	0,862*	1,189*	0,926	1,002	1,064	0,977	1,133**	0,828	1,191	0,986
<b>Amapá</b>	1,177	1,000	0,976	0,806	0,939	0,757*	1,195*	1,083**	0,978	1,010	1,224	1,015	1,006	1,006*	1,023*
<b>Amazonas</b>	1,000	0,933	1,072**	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
<b>Bahia</b>	0,964**	0,929*	1,104**	1,105**	1,032	0,847	1,177*	1,013	0,959	1,036**	1,056	1,098*	0,959*	1,125	1,035
<b>Ceará</b>	0,961	0,906	1,046	1,271*	1,010	0,780	1,254	1,073	0,979	0,872	1,133	0,943	0,983**	1,071**	0,968
<b>Espírito Santo</b>	1,029	1,089*	1,081*	1,077*	1,093	0,849**	1,318*	1,140**	0,827	1,102	0,936	1,077	0,968	0,978	0,930
<b>Goiás</b>	0,965	0,810	1,300*	1,250**	0,947	0,816	1,208*	0,988	0,983	0,958	1,136**	0,936	1,058	1,163**	1,028**
<b>Maranhão</b>	1,075	0,911	1,133**	1,208	1,161*	0,736	1,237*	0,987	0,996	1,047	0,835	1,155	0,945	1,007	1,064*
<b>Mato Grosso</b>	1,024*	0,888	0,967	1,245**	1,030**	0,880	1,052*	0,928	0,983	0,863*	1,040**	1,082	0,927	1,060**	0,995
<b>Mato Grosso do Sul</b>	0,875	0,985	1,106*	1,097	0,924	0,778	1,320	1,081	0,963	1,146	1,119	0,955	0,943*	1,124	0,989
<b>Minas Gerais</b>	0,981**	0,948	1,106*	1,123*	1,087	0,847**	1,263	1,029	0,914	1,092	0,928	1,064	0,924	0,961	1,022
<b>Pará</b>	0,967**	1,074	1,142**	1,043	0,905**	1,142	1,176	0,809	0,822	1,045*	0,840	1,142*	0,861	0,961**	0,990
<b>Paraíba</b>	0,926**	0,935	1,148	1,175*	0,984	0,783	1,248*	1,038	1,016	0,792	1,089	1,018**	1,046*	1,134	0,964
<b>Paraná</b>	0,961**	1,038**	1,113	0,994	0,990	0,871	1,218	1,010	0,943	1,162	0,960	1,088*	0,828	1,071	0,988
<b>Pernambuco</b>	0,931**	0,934*	1,210**	1,220**	0,959	0,806**	1,216	1,117	1,004	0,900	1,153	1,011	0,973**	1,138	1,017
<b>Piauí</b>	0,890*	1,001*	1,180	1,210	0,908	0,885*	1,229*	1,128	0,963	0,858	1,045	1,008	0,930**	1,252	0,924
<b>Rio de Janeiro</b>	1,025	0,886	1,215**	1,257**	1,077	0,849	1,133*	1,048	0,873	1,124	0,924	1,187*	0,941*	0,923	1,142*
<b>Rio Grande do Norte</b>	0,890	1,039**	0,974	1,265	0,932	0,845	1,120*	1,021	0,964	0,900	1,112*	1,040*	1,096	1,040	1,022
<b>Rio Grande do Sul</b>	1,038	0,958	1,055**	0,995*	1,130*	0,928**	1,191	0,976**	0,866	1,105	0,990	1,033*	0,884*	1,031*	1,045*
<b>Rondônia</b>	0,824	1,214	1,000	1,000	0,926	0,907**	1,146	0,950	0,953	0,947	1,114	1,010	1,011	0,973	0,983
<b>Roraima</b>	1,044	1,000	0,996	0,995	0,876	0,633	1,075	1,065	0,955	0,899	1,217	1,001**	1,146*	1,036*	0,910
<b>Santa Catarina</b>	1,070	1,116	1,010	1,020	1,191	0,803**	1,210*	1,029	0,916	1,109	0,902	1,116**	0,910	0,924	1,143
<b>São Paulo</b>	1,040**	0,908**	1,151*	1,051**	1,094**	0,832*	1,162	1,082	0,865	1,159	0,917	1,114**	0,847	0,924	1,074**
<b>Sergipe</b>	0,920	0,849	1,578	0,869	1,011	0,879**	1,067*	0,983	0,989*	1,172	0,880	0,982	0,925**	1,394**	1,004
<b>média aritmética</b>	0,976**	0,964**	1,120**	1,100	1,015	0,845	1,186	1,020*	0,948	1,012	1,025	1,048*	0,958	1,059	1,009
<b>média geométrica</b>	0,972**	0,959**	1,114*	1,093**	1,012*	0,840	1,184*	1,018	0,946**	1,006	1,019	1,046*	0,954	1,054	1,007

(\*), (\*\*) denotam valores significativamente diferentes da unidade a 10% e 5%, respectivamente.

