

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA  
APLICADA

**CÁLCULO DE DOSE ABSORVIDA EM BLINDAGENS  
MÚLTIPLAS, DEVIDO A NÊUTRONS MONOENERGÉTICOS,  
USANDO O MÉTODO  $LTS_N$**

por

Elizabeth Terezinha Pitt Giacomazzi

Dissertação para obtenção do Título de Mestre  
em Matemática Aplicada

Prof. Dr. Volnei Borges

Orientador

Porto Alegre, fevereiro de 2000



## RESUMO

Neste trabalho a equação de transporte de nêutrons a um grupo de energia é resolvida pelo método  $LTS_N$ , obtendo-se o fluxo escalar que é usado para determinar a taxa de dose absorvida em blindagens múltiplas, formadas por materiais diferentes. Simulações numéricas para as taxas de doses absorvidas, modelando os meios como puramente absorvedores e espalhadores isotrópicos e anisotrópicos, são apresentados para ordens de quadratura iguais a 60. Os valores numéricos obtidos mostram que o método é eficiente, obtendo-se resultados que apresentam comportamento físico adequado, indicando que a metodologia  $LTS_N$  é uma ferramenta útil em cálculos de blindagens para nêutrons.

## ABSTRACT

In this work the one-group transport equation for neutrons is solved by the  $LTS_N$  method, obtaining the scalar flux that is used to determine the absorbed dose rate in heterogeneous shielding formed by different materials. Numerical simulations for the absorbed dose rates, considering purely absorbing media, isotropic and anisotropic scattering, are reported for angular quadrature set order of 60. Numerical results show that the offered method is efficient, generates results which show to be physically consistent and indicates that the  $LTS_N$  methodology is a useful tool for shielding calculations for neutrons.

## LISTA DE SÍMBOLOS

$a$	Espessura da placa
$A$	Peso atômico efetivo
$A_N(s)$	Matriz do sistema gerado pela formulação LTS <sub>N</sub>
$A_N^{-1}(s)$	Inversa da matriz $A_N(s)$
$B$	Fator de Build-up
$B(x)$	Matriz da transformada inversa de Laplace $M_N^{-1}(s)$
$B^+(x)$	Decomposição da matriz $B(x)$ nos autovalores positivos
$B^-(x)$	Decomposição da matriz $B(x)$ nos autovalores negativos
$B_{ij}^+(x)$	Elementos da matriz $B^+(x)$
$B_{ij}^-(x)$	Elementos da matriz $B^-(x)$
$D$	Dose absorvida
$\dot{D}$	Taxa de dose absorvida
$dE$	Elemento infinitesimal de energia
$dV$	Elemento infinitesimal de volume
$E$	Energia da radiação
$f_m$	Fluxo angular de partículas incidentes na fronteira $x=0$ da placa
$g_m$	Fluxo angular de partícula incidentes na fronteira $x=a$ da placa
$H$	Dose equivalente
$I$	Matriz identidade
$N$	Número de pontos da quadratura de Gauss

$N(\underline{r}, E, \underline{\Omega}, t)$	Densidade angular de partículas na posição $\underline{r}$ e direção $\underline{\Omega}$ , com energia $E$ e no tempo $t$
$P^k$	Matrizes de coeficientes resultantes de inversão da transformada de Laplace
$Q$	Fator de qualidade
$\underline{r}$	Vetor posição
$s$	Parâmetro complexo proveniente da transformada de Laplace
$S(\underline{r}, E, \underline{\Omega}, t)$	Fonte de partículas na posição $\underline{r}$ , e direção $\underline{\Omega}$ , com energia $E$ e no tempo $t$
$T$	Matriz triangular superior
$U$	Matriz unitária
$U^T$	Matriz transposta da matriz $U$
$x$	Variável espacial na geometria da placa
$\omega_m$	Pesos da quadratura de Gauss-Legendre
$\mu_m$	Raízes do polinômio de Legendre
$\mu_a$	Coefficiente de absorção
$\mu(E)$	Coefficiente de atenuação para energia $E$
$\lambda$	Comprimento de onda do fóton espalhado
$\lambda'$	Comprimento de onda do fóton incidente
$\Omega$	Direção da partícula espalhada
$\Omega'$	Direção da partícula incidente
$\mu_k$	Direções discretas, raízes do polinômio de Legendre de grau $N$

$\rho$	Densidade
$\sigma_{s0}$	Seção de choque diferencial de espalhamento de ordem zero
$\sigma_{s1}$	Seção de choque diferencial de espalhamento de primeira ordem
$\sigma_T$	Seção de choque total
$\phi(x)$	Fluxo escalar de partículas
$\phi(\underline{r}, E, t)$	Fluxo escalar de partículas na posição $\underline{r}$ , com energia $E$ e no tempo $t$
$\Psi(\underline{r}, E, \underline{\Omega}, t)$	Fluxo angular de partículas
$\psi(x, \mu)$	Fluxo angular de partículas em $x$ , na direção $\mu$
$\psi_m(x)$	Fluxo angular de partículas em $x$ , na direção $\mu_m$
$\underline{\bar{\Psi}}(s)$	Vetor das componentes do fluxo angular transformado
$\bar{\Psi}_m(s)$	Componente do fluxo angular transformado na direção $\mu_m$
$\underline{\Psi}(x)$	Vetor das componentes espaciais do fluxo angular
$\underline{\Psi}^*(0)$	Vetor das componentes do fluxo angular modificado originado pela mudança de base em $x = 0$
$\Psi_m^*(0)$	Componente do fluxo angular modificado em $x = 0$ na direção $\mu_m$
$\underline{\Psi}^r(x)$	Vetor das componentes espaciais do fluxo angular na região $r$
$\Psi_m^r(x)$	Fluxo angular de nêutrons na direção $\mu_m$ da região $r$
$\underline{\Psi}^{*r}(x_{r-1})$	Vetor das componentes espaciais do fluxo angular modificado na origem da região $r$
$\Psi_m^{*r}(x_{r-1})$	Componente do fluxo angular modificado com direção $\mu_m$ na origem da região $r$

$\underline{\Psi}^{*r}(0)$	Vetor das componentes do fluxo angular modificado originado pela mudança de base em $x = 0$ na região $r$
$\Psi_m^{*r}(0)$	Componente do fluxo angular modificado em $x = 0$ na direção $\mu_m$ na região $r$
$\Sigma(E)$	Coeficiente total de atenuação
$\Sigma_s(E)$	Seção de choque de espalhamento
$\Sigma_{n,\lambda}$	Reação nêutrons fótons
$\Sigma(E' \rightarrow E; \underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega})$	Seção de choque de espalhamento de partículas com direção $\underline{\Omega}'$ e energia $E'$ para direção $\underline{\Omega}$ e energia $E$
$\mathcal{L}^{-1}$	Operador da transformada inversa de Laplace

# ÍNDICE

	Pág.
1 Introdução .....	1
2 Blindagens .....	5
2.1 Produção e Fluxo de Neutrons .....	5
2.2 Processos de Interação da Radiação com a Matéria .....	8
2.2.1 Interação da Radiação Gama .....	8
2.2.2 Interação de Neutrons .....	9
2.3 Exigências de Blindagem .....	11
2.4 Materiais utilizados como Blindagem .....	14
2.5 Doses de Radiação .....	15
2.5.1 Dose Absorvida .....	16
2.5.2 Taxa de Dose Absorvida .....	16
2.5.3 Dose Equivalente .....	19
3 Método $LTS_N$ .....	21
3.1 Introdução .....	21
3.2 Formulação $LTS_N$ para Placa Homogênea .....	22
3.3 Método de Schur .....	26
3.4 Método da Diagonalização .....	30
3.5 Formulação $LTS_N$ para Placa Heterogênea .....	32
4 Resultados e Discussão .....	36
4.1 Determinação da Taxa de Dose Absorvida em Meio Homogêneo e um Grupo Térmico em Energia .....	38



4.2 Determinação da Taxa de Dose Absorvida em Meio Heterogêneos ( 3 regiões) e um Grupo Térmico em Energia .....	41
4.3 Determinação da Taxa de Dose Absorvida em Meio Heterogêneos (3 regiões) e um Grupo Rápido em Energia .....	43
4.4 Determinação da Taxa de Dose Absorvida em Meio Heterogêneos (4 regiões) e um Grupo Rápido em Energia .....	45
4.5 Determinação do Fluxo em Meio Heterogêneos (2 regiões) e um Grupo em Energia .....	47
5 Conclusões .....	50
Bibliografia .....	51
Anexo I Equação de Boltzmann para o Fluxo de Energia .....	56

## ÍNDICE DE FIGURAS

	Pág.
Fig. 3.1 Representação gráfica de uma placa heterogênea de R regiões .....	32
Fig. 3.2 Representação gráfica de uma placa heterogênea de R regiões com translação na variável espacial .....	33
Fig. 4.1 Fluxo escalar dos três diferentes processos de interação dos nêutrons térmicos para o problema 4.1 .....	40
Fig. 4.2 Fluxo escalar dos três diferentes processos de interação dos nêutrons térmicos para o problema 4.2 .....	42
Fig. 4.3 Fluxo escalar dos três diferentes processos de interação dos nêutrons rápidos para o problema 4.3 .....	44
Fig. 4.4 Fluxo escalar dos três diferentes processos de interação dos nêutrons rápidos para o problema 4.4 .....	46

## ÍNDICE DE TABELAS

	Pág.
Tab. 2.1 Fator de qualidade Q em função do LET .....	18
Tab. 2.2 Fator de qualidade de acordo com o tipo de radiação .....	19
Tab. 4.1 Seções de choque para os grupos térmico e rápido .....	39
Tab. 4.2 Taxa de dose absorvida devido a fluxo térmico de nêutrons para o problema 4.1.....	40
Tab. 4.3 Taxa de dose absorvida devido a fluxo térmico de nêutrons para o problema 4.2 .....	42
Tab. 4.4 Taxa de dose absorvida devido a fluxo rápido de nêutrons para o problema 4.3 .....	44
Tab. 4.5 Taxa de dose absorvida devido a fluxo rápido de nêutrons para o problema 4.4 .....	47
Tab. 4.6 Seções de choque para o problema 4.5 .....	48
Tab. 4.7 Resultados do problema 4.5 .....	48

## 1. INTRODUÇÃO

Um conjunto de blindagens tem como função básica em um sistema nuclear, a atenuação das radiações ionizantes provenientes do sistema, protegendo o pessoal, equipamentos e estruturas, dos possíveis efeitos negativos de tais radiações. As radiações nucleares, devido a suas múltiplas aplicações, tornaram-se um dos instrumentos de maior importância para a indústria, medicina, agricultura, preservação de alimentos, geração de energia e diversas outras áreas técnico-científicas. Assim como nas múltiplas atividades exercidas pelo homem, sempre existe um risco associado, o mesmo ocorre com as radiações ionizantes, cuja utilização requer medidas de segurança adequadas para a proteção do homem e de seu meio ambiente contra possíveis efeitos negativos causados pela radiação. Visando a essa proteção, organismos nacionais e internacionais estabeleceram normas e recomendações de proteção radiológica, estabelecendo limites para a exposição de trabalhadores e indivíduos do público. Dessa forma, por exemplo, no projeto de salas para radiodiagnóstico e tratamento, no planejamento de terapias com fontes de radiação, no projeto de blindagens para o acondicionamento de fontes radioativas, bem como no projeto de blindagens para reatores nucleares, dentre outras, deve-se ter conhecimento da distribuição do fluxo de fótons e nêutrons nos diversos pontos da blindagem de radiação, com o objetivo de reduzir a radiação emergente a níveis aceitáveis e de determinar os efeitos físicos que se produzem nos materiais.

Uma das principais fontes que produzem radiações são os reatores nucleares. Quando se projeta um reator nuclear e o equipamento associado ao

mesmo, deve-se ter sempre presente a necessidade de atenuar as radiações nucleares mediante o uso de blindagens. A blindagem não é somente necessária para proteção dos trabalhadores e indivíduos do público, mas também para o perfeito funcionamento dos instrumentos que regulam as diversas operações do reator e seu controle, pois uma radiação de fundo relativamente alta interfere no funcionamento desses equipamentos. Como a radiação penetra na blindagem, ela pode produzir aquecimento interno e deteriorar os materiais por irradiação, sendo assim, é necessário estimar os tipos e intensidades de tais radiações em todos os pontos da blindagem.

Os vários tipos de radiações potencialmente danosas produzidas dentro de um reator a fissão são as partículas alfa, partículas beta, fragmentos de fissão, nêutrons, neutrinos e raios gama. Os nêutrons e raios gama requerem maiores cuidados por possuírem altíssimo poder de penetração e qualquer material capaz de atenuar essas radiações, reduzirá todas as demais a níveis desprezíveis.

Na determinação das características de um sistema de blindagens, como espessura, tipo de material, volume ocupado, peso, densidade, etc., devemos conhecer o fluxo de radiação emergente da blindagem e que alcance o local de interesse, pois dessa forma podemos determinar a dose absorvida em materiais localizados nesse ponto e, em particular, no tecido humano. O fluxo de radiação é obtido por diferentes maneiras, sendo uma delas a solução da equação de transporte de Boltzmann para nêutrons e fótons. Entre os métodos e técnicas em cálculos de transporte destacam-se: Monte Carlo, harmônicos esféricos, momentos, teoria da difusão, técnica de Kernel e ordenadas discretas. Dentre os métodos baseados na formulação de ordenadas discretas ( $S_N$ ), para problemas

unidimensionais, destacam-se os métodos espectro-nodais SGF e SD [2], e mais recentemente, o método  $LTS_N$ . [1,16,21,25,26].

O método  $S_N$  é uma maneira efetiva de se aproximar a equação de Boltzmann. As mais recentes versões desse método permitem a inclusão de espalhamento anisotrópico, fornecendo excelentes resultados para a penetração de raios gama e nêutrons em uma ampla variedade de materiais de blindagens. Na aproximação  $S_N$  assume-se que as partículas sofrem espalhamento segundo um número finito de direções e a cada direção discreta está associada uma equação diferencial que depende apenas das variáveis espaciais. O sistema resultante é geralmente resolvido através de métodos nos quais as variáveis espaciais são discretizadas. Uma nova formulação foi recentemente desenvolvida, buscando soluções analíticas para as equações  $S_N$ ; esse método, denominado  $LTS_N$ , baseia-se na aplicação da transformada de Laplace em um conjunto de equações de ordenadas discretas (equações  $S_N$ ) determinando um sistema algébrico que pode ser resolvido analiticamente para os fluxos angulares transformados, sendo então aplicada a técnica de expansão de Heaviside para determinação dos fluxos angulares. Esse método tem-se mostrado bastante promissor na aplicação em física de reatores e cálculo de blindagens.

Dentro dessa linha de trabalho de uso do método  $LTS_N$ , desenvolveu-se esta dissertação, cujo objetivo consiste em determinar a taxa de dose absorvida em blindagens múltiplas, devido a uma fonte de nêutrons monoenergéticos utilizando o método  $LTS_N$ . Os cálculos serão feitos considerando espalhamentos isotrópicos e linearmente anisotrópicos em meios formados por diferentes materiais.

Dessa forma, a metodologia a ser utilizada consiste em resolver a equação de transporte de nêutrons monoenergéticos pelo método  $LTS_N$ , considerando meios heterogêneos formados por diferentes materiais. Na equação de transporte os meios formados por materiais pesados ( $A \gg 1$ ) serão modelados pelo espalhamento isotrópico e os demais meios materiais pelo espalhamento linearmente anisotrópico. O fluxo, juntamente com a energia do nêutron e o número de massa do meio serão utilizados na determinação da taxa de dose absorvida.

Para atingir esses objetivos propostos, este trabalho foi escrito de forma que os assuntos tratados estão distribuídos da maneira que segue.

No capítulo 2 estão descritos os processos de interação da radiação com a matéria, as exigências de blindagem, os materiais mais indicados e os métodos que podem ser utilizados na determinação de espessuras de blindagens e no cálculo de dose absorvida. O problema proposto e o desenvolvimento do método  $LTS_N$  estão descritos no capítulo 3. A descrição do método, as rotinas usadas para a determinação da distribuição do fluxo de nêutrons e os resultados numéricos para a taxa de dose absorvida em blindagens múltiplas estão dispostos no capítulo 4. E no capítulo 5 são apresentadas conclusões e comentários sobre os resultados encontrados. A equação de transporte de Boltzman é apresentada no anexo A.

## 2. BLINDAGENS

Quando se projeta um sistema de blindagens múltiplas, é fundamental que se tenha conhecimento do tipo de radiação incidente, da energia dessa radiação, das características dos materiais utilizados, bem como dos mecanismos de interação dessas radiações com os materiais que constituem as blindagens. Sendo assim, esse capítulo trata justamente dessas características.

### 2.1. PRODUÇÃO E FLUXO DE NÊUTRONS

Os nêutrons são produzidos por diferentes processos, entre os quais destaca-se o processo de fissão nuclear. Em função do processo, os nêutrons são divididos em: nêutrons prontos, atrasados, nêutrons de ativação e fotonêutrons. Os nêutrons prontos referem-se aos nêutrons emitidos simultaneamente com o processo de fissão, sendo que na determinação de blindagem é fundamental o conhecimento do espectro de emissão em energia dessas partículas. No processo de fissão do isótopo do urânio U-235, aproximadamente 2,5 nêutrons são emitidos por fissão com nêutrons térmicos, sendo que esses nêutrons emitidos transportam uma energia total de aproximadamente 5 MeV, embora essas energias podem ser encontradas no intervalo da região do eV até 18 MeV. Essas altas energias dos nêutrons são muito penetrantes e são de primordial importância na determinação de blindagens [28].



Os nêutrons atrasados são provenientes do decaimento dos produtos de fissão, ocorrendo em tempos posteriores ao processo de fissão. Em termos de blindagens esses nêutrons tornam-se importantes em determinados tipos de reatores, como por exemplo em reatores cujo combustível circula no circuito primário, pois os mesmos podem ser emitidos no "loop" externo do combustível, como no trocador de calor.

Sob certas circunstâncias o decaimento de núcleos radioativos pode ser seguido pela emissão de nêutrons. Isso ocorre quando a energia de excitação do núcleo filho é maior do que a energia de ligação do último nêutron no núcleo. Esses nêutrons emitidos podem interagir com determinados nuclídeos produzindo novos isótopos radioativos. Tais nêutrons são chamados de nêutrons de ativação.

Um fóton, cuja energia é maior do que a energia de ligação do nêutron no núcleo, pode transferir suficiente energia ao núcleo para provocar a emissão de nêutron. A energia do fóton necessária para esse processo deve exceder 7 MeV, sendo que a probabilidade de ocorrência dessa reação de fotonêutrons é bastante pequena para energias abaixo de 10 MeV. A contribuição dos fotonêutrons produzidos não constituem uma fonte significativa para a maioria dos cálculos de blindagem [28].

Embora o intervalo de energias dos nêutrons prontos possa variar da região do eV até 18 MeV, a energia média de um nêutron de fissão do U-235 fica em torno de 2 MeV, sendo que o limite superior é freqüentemente considerado como sendo de 14 MeV. De fato, menos do que 1% da energia total dos nêutrons de fissão está distribuída entre os nêutrons cujas energias superam 10 MeV. Contudo, esses

nêutrons de altas energias são altamente penetrantes na matéria e em alguns casos podem ser de primordial importância na determinação de blindagens.

Nos cálculos de física de reatores, assim como na determinação das blindagens associadas ao sistema, considera-se um espectro típico de nêutrons provenientes de um reator a água leve, como estendendo-se de 0 até aproximadamente 10 MeV. Esse espectro é dividido em dois grandes grupos de energia, o grupo térmico e o rápido. No grupo rápido, o nêutron continuamente perde energia devido ao processo de espalhamento com os núcleos dos elementos que compõem o reator, ao passo que no grupo térmico os nêutrons tanto podem perder como ganhar energia em função das interações com esses núcleos. Como consequência desses processos de interação, a seção de choque dos nêutrons varia em função da energia. Para analisar o comportamento dos nêutrons em todo o espectro, ambos os grupos, rápido e térmico, são divididos em diversos subintervalos de energias, os chamados sub-grupos, nos quais os nêutrons apresentam comportamento relativamente uniforme e as taxas de reação são facilmente determinadas. Se a estrutura dos multigrupos consiste de numerosos grupos, ou seja, maior do que 1000 grupos, de tal forma que a largura do intervalo de energia é muito pequena, a variação das seções de choque através do grupo pode ser considerada linear e pequena. Na prática, existem bibliotecas de seções de choque e estas são determinadas dentro de cada grupo como uma média ponderada e são denominadas de constantes de grupos. Para isto, necessita-se de uma estimativa prévia da dependência em energia do fluxo para ser empregado como uma função peso dentro de cada grupo, uma vez que o próprio fluxo aparece em sua definição. Em cálculos preliminares, os códigos computacionais são rodados

com poucos grupos em energia, sendo que uma estimativa razoável é obtida com 2 grupos, sendo um grupo térmico e outro rápido.

## 2.2. PROCESSOS DE INTERAÇÃO DA RADIAÇÃO COM A MATÉRIA

As radiações incidentes em um meio material sofrem atenuação devido aos diferentes processos de interação com a matéria. Cada tipo de radiação interage diferentemente com o meio material, dessa forma, a radiação gama e os nêutrons apresentam processos distintos de interação.

### 2.2.1. INTERAÇÃO DA RADIAÇÃO GAMA

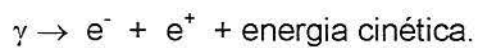
Os principais mecanismos de interação de fótons gama com a matéria são os seguintes:

1) Efeito Fotoelétrico: esse efeito ocorre somente com elétrons ligados ao átomo, e a interação mais provável acontece com elétrons mais fortemente presos ao átomo, ou seja, elétrons da órbita K. É o efeito pelo qual o raio gama ejeta um elétron do elemento bombardeado, que poderá perder a energia recebida do fóton, produzindo ionização em outros átomos, este efeito é dominante para elementos pesados e para energias baixas dos fótons.

2) Efeito Compton: ao contrário do fotoelétrico, o efeito Compton ocorre com elétrons livres ou fracamente presos aos átomos. O fóton incidente é absorvido, mas sua energia aparece repartida entre o elétron e um fóton de menor energia. O

fóton espalhado terá uma direção diferente da incidente. A energia cinética máxima do elétron ocorre quando o ângulo da radiação espalhada for igual a  $\pi$  e é mínima, isto é, o fóton não perde nenhuma energia no choque, quando o ângulo de espalhamento for nulo.

3) Processo de produção de pares: esse processo ocorre somente quando fótons de energia igual ou superior a 1,02 Mev passam próximo a núcleos de elevado número atômico. Neste caso, a radiação  $\gamma$  ou X interage com o núcleo e desaparece, dando origem a um par elétron-pósitron através da reação:



O pósitron, após transmitir, por colisões, sua energia cinética ao meio, volta a se combinar com um elétron e dá origem a dois fótons.

Na determinação da dose absorvida e no cálculo de espessuras de blindagens esses efeitos, de fundamental importância, são considerados nos cálculos, através dos coeficientes de atenuação de massa, específicos para cada material constituinte do meio.

## 2.2.2. INTERAÇÃO DE NÊUTRONS

Como os nêutrons não têm carga elétrica e nem campo elétrico capaz de interagir com os elétrons orbitais, as interações se processam predominantemente com os núcleos. Uma interação nuclear pode alterar a direção do nêutron

(espalhado) ou pode resultar numa absorção pelo núcleo. Os principais mecanismos de interação de nêutrons com a matéria são os seguintes:

- Espalhamento elástico: esse tipo de espalhamento ocorre quando o núcleo com o qual o nêutron interagiu permanece imutável em sua composição isotópica ou energia interna após a interação.

- Espalhamento inelástico: o espalhamento é dito inelástico quando o núcleo permanece imutável em sua composição, mas vai para um estado excitado de energia após a interação com o nêutron.

- Reação de absorção: nesse tipo de interação o nêutron desaparece ao chocar-se com o núcleo, resultando na emissão de um ou mais raios gama ou na emissão de partículas carregadas e, eventualmente em um ou mais nêutrons.

- Fissão nuclear: esse é um tipo particular de reação de absorção, na qual um nêutron absorvido por um material fissil provoca a "quebra" de um núcleo pesado pela ação de um nêutron, originando núcleos mais leves e energia.

Esses processos de interação, nos cálculos neutrônicos, são considerados através das seções de choque, que representam a probabilidade de ocorrência de determinado efeito interativo.

## 2.3. EXIGÊNCIAS DE BLINDAGEM

Um projeto de blindagem sempre deve levar em consideração o tipo, a energia e o fluxo de radiação incidente no local de interesse. Um projeto de barreiras protetoras para nêutrons e raios gama provenientes do processo de fissão no núcleo de um reator nuclear deve ser considerado sob três aspectos básicos:

Radiações Primárias são aquelas que se originam no interior do núcleo do reator e a blindagem primária tem como objetivo reduzir os danos de radiação, blindando grande parte dos raios gama muito intensos e reduzindo o fluxo de nêutrons que tendem a fugir para a próxima blindagem.

Radiações Secundárias são as produzidas fora do núcleo do reator, como consequência da interação das radiações primárias, (principalmente nêutrons) com núcleos do refletor, do refrigerante e da própria blindagem primária. A blindagem secundária tem como objetivo, blindar nêutrons que fugiram da blindagem primária, protegendo os materiais e os equipamentos de refrigeração contra a radiação neutrônica incidente neste local.

Blindagem Biológica: após atenuadas as radiações dos componentes considerados de blindagem primária e secundária, a blindagem biológica consiste na redução da radiação na superfície externa do prédio de contenção do reator e da tampa rotativa localizada na parte superior do reator, construída de maneira a

permitir a manipulação de elementos combustíveis, elementos de blindagem, barras de controle e de segurança e é considerada biológica devido ao acesso de pessoal para manutenção a níveis biológicos permissíveis. Esses níveis permissíveis são estabelecidos em normas específicas, sendo quantificados através da grandeza denominada dose equivalente, cujo valor estimado deve ser calculado, sendo que para isto é necessário conhecer o fluxo de radiação incidente no local em questão. Uma estimativa para o fluxo de fótons e nêutrons pode ser encontrada com o uso da equação de transporte de partículas de Boltzmann, cuja solução, em geral, requer o emprego de métodos numéricos.

Esse conjunto de blindagens: primária, secundária e biológica, deve ser eficiente, levando-se em consideração os nêutrons rápidos e térmicos bem como os fótons gama gerados nas reações. Sendo assim, as seguintes considerações devem ser feitas:

1) Moderação de nêutrons rápidos: a melhor blindagem para nêutrons rápidos é a água, pois os melhores moderadores são os elementos de baixo número de massa. Porém, para energias neutrônicas elevadas, convém introduzir um elemento ou mais, de número de massa moderado ou alto. Chumbo, Bário ou Ferro não são bons moderadores, não reduzem as energias dos nêutrons mediante colisão elástica, mas são capazes de reduzir as energias dos nêutrons rápidos por meio de colisões de espalhamento inelástico, chegando a baixar a energia neutrônica a níveis de 1 MeV em uma só colisão inelástica. Blindagens múltiplas alternando elementos pesados e hidrogênio, presente na molécula de água, são altamente eficazes na moderação de nêutrons de energias altas [13].



2) Captura dos nêutrons moderados e térmicos: se uma blindagem contém quantidade considerável de hidrogênio, todo o nêutron que já sofreu espalhamento inelástico pode considerar-se como eliminado, já que a probabilidade de nova interação e captura é muito grande .

3) Atenuação de todas as formas de radiação gama, incluindo as radiações primárias e secundárias produzidas nas interações com os núcleos dos materiais de blindagem, sendo fundamental saber a origem das radiações e sua energia. As espessuras dos materiais de blindagem para atenuar radiações gamas a uma energia determinada, são inversamente proporcionais a suas respectivas densidades.

Os materiais utilizados como blindagem devem satisfazer determinados requisitos básicos, pois a redução da intensidade de radiação é obtida mediante interações da radiação com o meio material. A radiação gama interage em primeiro lugar com os elétrons, de tal forma que os melhores elementos absorvedores são aqueles de alto peso atômico, como o chumbo, o aço e o concreto baritado. Materiais considerados como venenos neutrônicos, tais como o boro, são utilizados para absorver nêutrons, atuando como controle, sem emitirem raios gama de alta energia. Além dessas características, um material ideal para blindagem deve possuir as seguintes propriedades: ser barato, de fácil manuseio e fabricação, resistente ao fogo, fisicamente forte e durável sob condições operacionais, não corrosivo, estável quimicamente e não sofrer modificações sob forte irradiação [13].



## 2.4. MATERIAIS UTILIZADOS COMO BLINDAGEM

De modo geral, segundo a função, os materiais utilizados em blindagem podem ser classificados em três categorias: 1) elementos pesados ou moderadamente pesados, cuja função é atenuar a radiação gama e moderar os nêutrons rápidos, mediante colisões inelásticas, a energias na ordem de 1 Mev; 2) compostos hidrogenados que, por colisões elásticas, moderam os nêutrons de energias inferiores a 1 Mev, e 3) materiais que absorvem nêutrons, principalmente os que contêm boro, sem produzir raios gama de altas energias.

Como elementos pesados ou moderadamente pesados, os mais utilizados são o ferro, na forma de aço carbono e aço inoxidável; o chumbo; os concretos baritados e misturados com nódulos e mineral de ferro; bem como outros metais pesados, na forma de ligas de altas densidades, mas bastante caros e comercialmente vendidos com os nomes de Mallory 1000, Hevimet, Fansteel 77, Insmetal, etc [13].

Os compostos hidrogenados mais utilizados são a água, a masonite, o grafite e os plásticos. O destaque é o uso de água, pois a mesma pode ser adicionada aos diferentes tipos de concreto, como água de hidratação.

O concreto é altamente recomendado, pois é resistente, não é caro e se adapta aos tipos de construções mais importantes. Por estas razões, é mais usado que qualquer outro material para blindagem. A seção macroscópica do concreto para remoção de nêutrons rápidos é de  $0,085 \text{ cm}^{-1}$ , em comparação com o valor aproximado de  $0,1 \text{ cm}^{-1}$  que corresponde a água. A respeito da atenuação da radiação gama, o concreto é muito superior a água. Os concretos pesados que mais

são utilizados para blindagem de reatores são o concreto comum , o baritado e o de ferro [13].

Como materiais absorvedores o boro é, sem dúvida, o mais importante, devido a sua altíssima seção de choque de absorção neutrônica. O boro pode ser utilizado em misturas com água, na forma de ácido bórico e outros compostos. Comercialmente o mais utilizado é o boral, composto que é colocado entre o refletor e o concreto da blindagem biológica.

Em virtude de todas essas características que os materiais devem possuir, os mais empregados nas blindagens são a água, o aço, o chumbo e os concretos.

## 2.5. DOSES DE RADIAÇÃO

Para determinar a taxa de dose absorvida em blindagens múltiplas devido a nêutrons, objeto desse trabalho, é necessário definir determinadas grandezas, entre as quais, dose e taxas de dose absorvida e equivalente.

Quando radiação incide em um meio material, parte ou toda a energia transportada pela radiação é depositada no meio, através dos diferentes processos de interação. Essa deposição de energia resulta em uma dose de radiação, que dependerá da energia e do tipo de radiação, bem como das características do meio material. Para radiação gama e raios-X é importante a definição de exposição, dose absorvida e dose equivalente. Para radiação neutrônica, não se define exposição, sendo fundamentais os conceitos de dose absorvida e equivalente.

### 2.5.1. DOSE ABSORVIDA

A Dose absorvida (D) de qualquer radiação direta ou indiretamente ionizante, em qualquer meio material, inclusive o ar, é definida como a quantidade de energia depositada pelas partículas ionizantes  $d\bar{\epsilon}$  por unidade de massa do meio. Isto é,

$$D = \frac{d\bar{\epsilon}}{dm} \quad . \quad (2.1)$$

Durante muito tempo a unidade de dose absorvida foi o Rad que corresponde a absorção de 100 erg de energia por grama de material. Atualmente a unidade empregada é o Gray, sendo que  $1 \text{ Gy} = 1 \text{ J} \cdot \text{Kg}^{-1} = 100 \text{ Rad}$ .

### 2.5.2. TAXA DE DOSE ABSORVIDA

A taxa de dose absorvida (  $\dot{D}$  ) é a variação da dose absorvida dD por intervalo de tempo dt ; isto é

$$\dot{D} = \frac{dD}{dt} \quad . \quad (2.2)$$

A taxa de dose absorvida no equilíbrio eletrônico para um dado fluxo escalar de fótons (  $\phi$  ), é dada por

$$\dot{D} = \frac{\mu_a}{\rho} \cdot E \cdot \phi \quad (2.3)$$

onde  $\frac{\mu_a}{\rho}$  é o coeficiente de absorção do meio material em  $\text{cm}^2 \cdot \text{g}^{-1}$  e E a energia da radiação em MeV.

Para a atenuação de raios gama de um feixe não colimado ou para uma blindagem muito espessa, usa-se um fator de correção, é o Fator de Build-up (B ). Desta forma:

$$\dot{D} = B \cdot \frac{\mu_a}{\rho} \cdot E \cdot \phi \quad (2.4)$$

O Fator de Build-up é definido em função da energia de radiação incidente, do material de blindagem e da sua espessura. Representa a razão da intensidade da radiação primária e a espalhada, em algum ponto do feixe, pela intensidade da radiação primária naquele ponto considerado.

Para transformar o fluxo de nêutrons em taxa de dose absorvida, utiliza-se a seguinte expressão[10]:

$$\dot{D}(r,E) = 5,76 \times 10^{-5} \phi_o(r,E) \cdot \left( \Sigma_s(E) \cdot \frac{A \cdot E}{(A+1)^2} + \Sigma_{n,\gamma}(E) \cdot E_\gamma \cdot B \right) \quad (2.5)$$

onde:

$\dot{D}(r,E)$  é a taxa de dose absorvida em Rads/h,

$\Sigma_s(E)$  é a seção de choque de espalhamento , em  $\text{cm}^{-1}$  , E é a energia da radiação em MeV e A o peso atômico efetivo dos núcleos alvos

e o termo  $\Sigma_{n,\gamma}(E) \cdot E_\gamma \cdot B$  representa a reação nêutrons fótons.

Para um fluxo escalar em  $\text{MeV}/\text{cm}^2 \cdot \text{s}$  a taxa de dose absorvida é  $\text{MeV}/\text{cm}^3 \cdot \text{s}$  e aplicam-se as seguintes relações:

$$1 \text{ MeV} = 1,6 \times 10^{-6} \text{ erg}$$

$$1 \text{ Rad} = 100 \text{ erg/g},$$

obtendo-se a constante  $K=5.76 \times 10^{-5} \text{ [MeV/cm}^3\text{.s]}$ , fator que converte a taxa de dose em Rad/h.

Se os danos biológicos causados pela radiação dependessem somente da energia depositada esta seria uma medida dos danos. Acontece que a forma de deposição é importante. Para uma mesma quantidade de energia depositada, são maiores os danos causados por radiações de alto LET (linear energy transfer, coeficiente de transferência de energia por unidade de comprimento).

Diz-se que há um "fator de qualidade" associado à radiação. O fato de os danos biológicos terem uma dependência do seu LET, é expresso pela RBE (relative biological effectiveness) associada a cada tipo de radiação e energia. A RBE é um parâmetro específico para cada tipo de radiação, energia e efeito de interesse, a sua medida é feita em laboratório especializado.

A tabela 2.1 fornece o fator de qualidade Q em função do LET .

TABELA 2.1: Fator de qualidade Q em função do LET

LET (KeV/ $\mu\text{m}$ )	Q
$\text{LET} \leq 3,5$	1
$3,5 \leq \text{LET} < 7$	2
$7 \leq \text{LET} < 23$	5
$23 \leq \text{LET} < 53$	10
$\text{LET} \geq 175$	20

Como diferentes tipos de radiação e energia produzem danos distintos, estes são considerados através do fator de qualidade, dado na tabela 2.2.

TABELA 2.2: Fator de qualidade de acordo com o tipo de radiação.

TIPO DE RADIAÇÃO	Q
raio-X e radiação $\gamma$	1
$\beta$ $E_{\max} < (0,03 \text{ MeV})$	1
$\beta$ $E_{\max} > (0,03 \text{ MeV})$	1,7
$\alpha$ - naturais	20
Núcleos de recuo	20
Nêutrons:	
Térmicos até 1 KeV	1,6
10 KeV	4,0
100 KeV	14,8
500 KeV	22,0
1 MeV	21,2
5,0 MeV	15,6
10,0 MeV	13,6
20 MeV	12
Energia desconhecida	20

### 2.5.3. DOSE EQUIVALENTE

O efeito biológico de uma mesma dose absorvida, poderá ser maior ou menor, dependendo do tipo de radiação. Por esta razão, a dose equivalente ( H ) é obtida multiplicando-se a dose absorvida pelo fator de qualidade.

$$H = D \cdot Q = \text{Dose absorvida} \times \text{fator de qualidade} \quad (2.6)$$

A unidade convencional de Dose Equivalente é o REM ( Rad Equivalent Men). No sistema internacional de unidades a dose equivalente é expressa em Sievert, sendo que

$$Sv = 1J.Kg^{-1}$$

O fator de conversão entre as unidades é  $1Sv = 100 \text{ REM}$ .

### 3. MÉTODO $LTS_N$

#### 3.1. INTRODUÇÃO

O método  $LTS_N$  [21] apresenta uma solução analítica para o problema de ordenadas discretas unidimensional e multigrupo de transporte de nêutrons em simetria planar. Esta formulação tem por princípio a aplicação da transformada de Laplace em um conjunto de equações de ordenadas discretas (equações  $S_N$ ), determinando um sistema linear algébrico que pode ser resolvido analiticamente para os fluxos angulares transformados, sendo então aplicada a técnica de expansão de Heaviside para determinação dos fluxos angulares. Esta formulação também soluciona problemas de ordenadas discretas bidimensionais [24] e tridimensionais [26] em geometria cartesiana. Para isto, as equações  $S_N$  bidimensionais e tridimensionais são transformadas, por integração transversal, em um conjunto de duas ou três equações  $S_N$  “unidimensionais”, denominadas equações integradas transversalmente, que podem então ser solucionadas pela aplicação da formulação  $LTS_N$  unidimensional. Assim, o método  $LTS_N$  foi inicialmente desenvolvido para resolver problemas de ordenadas discretas multidimensionais restritos a sistemas de coordenadas cartesianas. A generalização deste método para sistemas ortogonais curvilíneos é de grande interesse, e sua extensão para problemas de ordenadas discretas bidimensionais em um domínio convexo foi possível aplicando-se transformação conforme para mapear este domínio no círculo e, posteriormente, a transformação conhecida para mapear o círculo no retângulo [27]. Além disto, problemas  $S_N$  sem simetria azimutal também



foram solucionados [7,16]. Recentemente foi provada a convergência do método  $LTS_N$  usando teoria de semigrupos [12], bem como desenvolvido um método recursivo para inversão da matriz  $LTS_N$  de ordem elevada ( ordem  $\sim 420$  ) [18]. Portanto, a classe de problemas  $S_N$  passíveis de solução pelo método  $LTS_N$  foi consideravelmente aumentada.

### 3.2. FORMULAÇÃO $LTS_N$ PARA PLACA HOMOGÊNEA

Para descrever a aplicação do método  $LTS_N$  considera-se uma placa plana homogênea, espalhamento linearmente anisotrópico , um grupo de energia e sem fonte externa. Desta forma, a equação  $S_N$  que descreve este problema é dada por:

$$\mu_m \frac{d}{dx} \Psi_m(x) + \sigma_t \Psi_m(x) = \frac{1}{2} \left[ \sigma_{so} \sum_{K=1}^N \Psi_K(x) \omega_k + 3\mu_m \sigma_{s1} \sum_{K=1}^N \Psi_K(x) \omega_k \mu_k \right] \quad (3.1)$$

com  $m = 1 : N$ ,  $N$  par,  $0 \leq x \leq a$  , sendo  $a$  a espessura da placa, e sujeita às condições de contorno

$$\Psi_m(0) = f_m, \quad \mu_m > 0 \quad (3.1.a)$$

e

$$\Psi_m(a) = g_m, \quad \mu_m < 0. \quad (3.1.b)$$

onde  $N$  é a ordem de quadratura;  $\mu_m$  são as raízes do polinômio de Legendre ordenadas da seguinte forma:  $-1 < \mu_N < \dots < \mu_{\frac{N}{2}+1} < 0 < \mu_{\frac{N}{2}} < \dots < \mu_1 < 1$ ;  $\omega_m$  são os pesos da quadratura de Gauss;  $\sigma_t$  é a seção de choque macroscópica total;  $\sigma_{s0}$  é a seção de choque de espalhamento de ordem zero;  $\sigma_{s1}$  é a seção de choque de choque de espalhamento de primeira ordem;  $\Psi_m(x)$  representa o fluxo angular na direção  $\mu_m$  e  $f_m$  e  $g_m$  são os fluxos incidentes nas fronteiras do domínio com direção  $\mu_m$ , sendo conhecidas somente  $N/2$  componentes do fluxo angular em  $x = 0$ , nas direções positivas, e  $N/2$  componentes em  $x = a$ , nas direções negativas. A equação (3.1) pode ser escrita na forma matricial como,

$$\frac{d}{dx} \underline{\Psi}(x) + A \underline{\Psi}(x) = 0 \quad (3.2)$$

com as condições de contorno

$$\underline{\Psi}_1(0) = f \quad (3.3)$$

$$\underline{\Psi}_2(a) = g \quad (3.4)$$

onde a matriz  $A_{(N \times N)}$  é formada da seguinte maneira

$$a_{ij} = \begin{cases} \frac{\sigma_T}{\mu_i} - \frac{\sigma_{s0}\omega_j}{2\mu_i} - \frac{3}{2}\sigma_{s1}\omega_j, & i = j \\ -\frac{\sigma_{s0}\omega_j}{2\mu_i} - \frac{3}{2}\sigma_{s1}\omega_j\mu_j, & i \neq j \end{cases} \quad (3.5)$$

para  $i, j = 1:N$ . O vetor  $\underline{\Psi}(x)$  é expresso por

$$\underline{\Psi}(x) = [\psi_1(x) \quad \psi_2(x)]^T, \quad (3.6)$$

sendo  $\psi_1(x)$  e  $\psi_2(x)$  vetores cujas componentes representam o fluxo angular nas respectivas direções discretas positiva e negativa.

A aplicação da transformada de Laplace ao conjunto de equações representado em (3.1) gera o sistema

$$s\bar{\Psi}_m(s) - \Psi_m(0) + \frac{\sigma_T}{\mu_m} \bar{\Psi}_m(s) = \frac{1}{2} \left[ \frac{\sigma_{so}}{\mu_m} \sum_{k=1}^N \bar{\Psi}_k(s) \omega_k + 3\sigma_{s1} \sum_{k=1}^N \bar{\Psi}_k(s) \omega_k \mu_k \right], \quad m=1:N. \quad (3.7)$$

Reordenando-se os termos da equação (3.7) e abrindo-se o somatório em  $k$ , obtemos

$$s\bar{\Psi}_m(s) + \frac{\sigma_T}{\mu_m} \bar{\Psi}_m(s) - \frac{1}{2} \left[ \frac{\sigma_{so}}{\mu_m} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq m}}^N \bar{\Psi}_k(s) \omega_k + 3\sigma_{s1} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq m}}^N \bar{\Psi}_k(s) \omega_k \mu_k \right] = \Psi_m(0), \quad m=1:N. \quad (3.8)$$

Em notação matricial, este sistema pode ser representado por

$$A_N(s) \bar{\Psi}(s) = \Psi(0), \quad (3.9)$$

onde  $A_N(s)$  é a matriz

$$\left[ \begin{array}{cccc} s + \frac{\sigma_T}{\mu_1} - \frac{\sigma_{so}\omega_1}{2\mu_1} - \frac{3}{2}\sigma_{s1}\omega_1\mu_1 & -\frac{\sigma_{so}\omega_2}{2\mu_1} - \frac{3}{2}\sigma_{s1}\omega_2\mu_2 & \cdots & -\frac{\sigma_{so}\omega_N}{2\mu_1} - \frac{3}{2}\sigma_{s1}\omega_N\mu_N \\ -\frac{\sigma_{so}\omega_1}{2\mu_2} - \frac{3}{2}\sigma_{s1}\omega_1\mu_1 & s + \frac{\sigma_T}{\mu_2} - \frac{\sigma_{so}\omega_2}{2\mu_2} - \frac{3}{2}\sigma_{s1}\omega_2\mu_2 & \cdots & -\frac{\sigma_{so}\omega_N}{2\mu_2} - \frac{3}{2}\sigma_{s1}\omega_N\mu_N \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\frac{\sigma_{so}\omega_1}{2\mu_N} - \frac{3}{2}\sigma_{s1}\omega_1\mu_1 & -\frac{\sigma_{so}\omega_2}{2\mu_N} - \frac{3}{2}\sigma_{s1}\omega_2\mu_2 & \cdots & s + \frac{\sigma_T}{\mu_N} - \frac{\sigma_{so}\omega_N}{2\mu_N} - \frac{3}{2}\sigma_{s1}\omega_N\mu_N \end{array} \right] \quad (3.9.1)$$

e  $\underline{\bar{\Psi}}(s)$  é o vetor de N componentes que representam o fluxo angular transformado nas N direções ; isto é

$$\underline{\bar{\Psi}}(s) = [\bar{\Psi}_1(s) \cdots \bar{\Psi}_N(s)]^T . \quad (3.9.2)$$

Aqui que  $\bar{\Psi}_m(s)$  representa a componente do fluxo angular transformado na direção  $\mu_m$  e  $\underline{\Psi}(0)$  é o vetor formado por N componentes que representam o fluxo angular nas N direções aplicados em  $x=0$ , onde

$$\underline{\Psi}(0) = [\Psi_1(0) \cdots \Psi_N(0)]^T . \quad (3.9.3)$$

A matriz  $A_N(s)$  é tal que

$$A_N(s) = sI + A . \quad (3.9.4)$$

Considerando-se

$$A_N^{-1}(s) = (sI + A)^{-1} , \quad (3.10)$$

a inversa da matriz  $A_N(s)$ , então o problema (3.9) apresenta solução

$$\underline{\bar{\Psi}}(s) = A_N^{-1}(s) \underline{\Psi}(0) , \quad (3.11)$$

e o problema (3.1) tem como solução:

$$\underline{\Psi}(x) = \mathcal{L}^{-1} \{A_N^{-1}(s) \underline{\Psi}(0)\} , \quad (3.12)$$

Nesse tipo de solução a principal dificuldade encontra-se em obter a inversa da matriz  $A_N(s)$ . Para encontrar a inversa, dois métodos foram utilizados: o método de Schur e o da diagonalização.

### 3.3. MÉTODO DE SCHUR

Para determinar-se a inversa  $A_N^{-1}(s)$ , aplica-se à matriz  $A$ , a fatoração de Schur [19] segundo a qual, para qualquer matriz quadrada  $A$ , existe uma matriz unitária  $U$  tal que o produto  $U^{-1}AU = T$  é uma matriz triangular superior. Podemos, então, escrever:

$$A = UTU^T \quad (3.13)$$

E, substituindo (3.13) em (3.10), temos

$$A_N^{-1}(s) = (sUU^T + UTU^T)^{-1} \quad (3.14)$$

ou

$$A_N^{-1}(s) = (U(sI + T)U^T)^{-1} \quad (3.15)$$

ou ainda

$$A_N^{-1}(s) = (U^T)^{-1}(sI + T)^{-1}U^{-1} \quad (3.16)$$

Finalmente,

$$A_N^{-1}(s) = U(sI + T)^{-1}U^T \quad (3.17)$$

onde a matriz  $sI + T$  tem a forma

$$sI + T = \begin{bmatrix} s+t_{11} & t_{12} & \cdots & t_{1N} \\ 0 & s+t_{22} & \cdots & t_{2N} \\ \vdots & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & s+t_{NN} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

e pode-se observar que

$$\Delta_N \equiv \det(sI + T) = \prod_{i=1}^N (s + t_{ii}). \quad (3.19)$$

Com o objetivo de determinar a inversa da matriz  $(sI+T)$ , define-se,

$$S_1 \equiv [s + t_{11}], \quad (3.20)$$

$$S_2 \equiv \begin{bmatrix} s+t_{11} & t_{12} \\ 0 & s+t_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1 & t_{12} \\ 0 & s+t_{22} \end{bmatrix}, \quad (3.21)$$

$$S_3 \equiv \begin{bmatrix} s+t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ 0 & s+t_{22} & t_{23} \\ 0 & 0 & s+t_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_2 & t_{13} \\ 0 & 0 & s+t_{33} \end{bmatrix}, \quad (3.22)$$

de forma que, genericamente,

$$S_k \equiv \begin{bmatrix} s+t_{11} & t_{12} & t_{13} & \dots & t_{1k} \\ 0 & s+t_{22} & t_{23} & \dots & t_{2k} \\ 0 & 0 & s+t_{33} & \dots & t_{3k} \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & s+t_{kk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & & & t_{1k} \\ & & & & t_{2k} \\ & & & & t_{3k} \\ & & & & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & s+t_{kk} \end{bmatrix}, \quad (3.23)$$

onde  $S_k \equiv sI + T$  e  $k = 2:N$ . Usa-se, então a propriedade de matrizes em bloco:

$$\begin{bmatrix} B & C \\ 0 & D \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} B^{-1} & -B^{-1}CD^{-1} \\ 0 & D^{-1} \end{bmatrix}, \quad (3.24)$$

obtendo-se a inversa da matriz  $S_k$  que pode ser representada por

$$S_k^{-1} = \begin{bmatrix} S_{k-1}^{-1} & -\frac{S_{k-1}^{-1}v}{s+t_{kk}} \\ 0 & \dots & 0 & \frac{1}{s+t_{kk}} \end{bmatrix}, \quad (3.25)$$

$k = 2 : N$ , onde vetor  $v$  é definido como:

$$v = [t_{1k} \quad t_{2k} \quad \dots \quad t_{(k-1)k}]^T. \quad (3.26)$$

Para efetuar a inversão da transformada de Laplace da matriz  $(sI+T)$ , por Heaviside, é necessário encontrar sua matriz adjunta. Assim, multiplicam-se as equações (3.25) e (3.19), obtendo :

$$\text{Adj}(S_k) = S_k^{-1} \det(s_k) = \begin{bmatrix} \text{Adj}(S_{k-1})(s + t_{kk}) & -\text{Adj}(S_{k-1})v \\ 0 & \dots & 0 & \det(S_{k-1}) \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Finalmente usa-se a técnica de expansão de Heaviside e encontra-se a seguinte expressão para a transformada inversa da inversa da matriz  $A_N^{-1}(s)$

$$\mathcal{L}^{-1}((sI + A)^{-1}) = U \left[ \sum_{\ell=1}^N \frac{\text{Adj}(S_N)|_{s=s_\ell}}{\frac{d}{ds}(\Delta_N)|_{s=s_\ell}} e^{s_\ell t} \right] U^T, \quad (3.28)$$

Conhecida a solução  $LTS_N$  do problema (3.1) o fluxo angular pode ser determinado como[16]:

$$\underline{\Psi}(x) = B(x) \underline{\Psi}(0), \quad (3.29)$$

onde

$$B(x) = \mathcal{L}^{-1} \{ (sI + A)^{-1} \} \quad (3.30)$$

Cada elemento da matriz  $A_N^{-1}(s)$  é uma função racional e, portanto, a transformada inversa de Laplace pode ser calculada analiticamente pela técnica de expansão de Heaviside, resultando:

$$B(X) = \sum_{k=1}^N P_k e^{s_k x}, \quad (3.31)$$

onde

$$P_k = \left[ \frac{\text{Adj}(\text{SI} + \text{T})}{\frac{d}{ds} [\det(\text{SI} + \text{T})]} \right]_{s=s_k} \quad (3.32)$$

Na prática, verifica-se que a solução (3.29) apresenta o inconveniente de não ser apropriada para solucionar problemas de transporte envolvendo grandes espessuras, devido a erros de "overflow" originados na avaliação de exponenciais com argumentos  $s_k$  positivos. No entanto, esta dificuldade pode ser contornada efetuando-se uma mudança de base, o que determina a solução:

$$\underline{\Psi}(x) = \left( \sum_{\substack{k=1 \\ s_k > 0}}^N P_k e^{-s_k(a-x)} + \sum_{\substack{k=1 \\ s_k < 0}}^N P_k e^{s_k x} \right) \underline{\Psi}^*(0), \quad (3.33)$$

Para determinar as componentes desconhecidas do vetor  $\underline{\Psi}(0)$ , escreve-se a equação (3.29) na forma de matrizes em bloco,

$$\begin{bmatrix} \Psi_1(x) \\ \Psi_2(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11}(x) & B_{12}(x) \\ B_{21}(x) & B_{22}(x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_1(0) \\ \Psi_2(0) \end{bmatrix}, \quad (3.34)$$

aplica-se a condição de contorno (3.4) na equação (3.29) em  $x = a$ , encontrando:

$$\Psi_2(0) = B_{22}^{-1}(a) [\Psi_2(a) - B_{21}(a)\Psi_1(0)]. \quad (3.35)$$

Com isso determina-se o vetor  $\underline{\Psi}_2(0)$  e, conseqüentemente, calcula-se o vetor fluxo angular dado pela expressão (3.29).



### 3.4. MÉTODO DA DIAGONALIZAÇÃO

O método da diagonalização [15] permite inverter a matriz simbólica dada por (3.9.4). Para tal, decompõe-se a matriz A como:

$$A = XDX^{-1}, \quad (3.36)$$

onde D é uma matriz diagonal de autovalores e X é uma matriz de autovetores correspondentes. Então, (3.30) pode ser escrita

$$\begin{aligned} B(x) &= \mathcal{L}^{-1} ((sXX^{-1} + XDX^{-1})^{-1}) \\ &= X \mathcal{L}^{-1} ((sI + D)^{-1}) X^{-1} \\ &= Xe^{-Dx}X^{-1} \end{aligned} \quad (3.37)$$

O método da diagonal é aplicável para obter o fluxo de fótons e nêutrons em placa com espessura grande. Neste método, decompõe-se a solução  $LTS_N$  em homogênea e particular que contém somente direções positivas,  $\mu_k > 0$ , e negativas  $\mu_k < 0$  [11]. É necessário lembrar-se que as direções discretas  $\mu_k$  são simétricas ao redor de  $\mu=0$ . Por outro lado, fisicamente falando, isto corresponde a considerar a partícula viajando da direita para a esquerda com  $\mu_k < 0$  e o mesmo para a partícula

viajando da esquerda para a direita com  $\mu_k > 0$ . Esta propriedade é conhecida como propriedade da invariância das direções discretas [9].

$$\begin{aligned} B(x) &= X e^{Dx} X^{-1} \\ &= X e^{D^+x} X^{-1} + X e^{D^-x} X^{-1} \\ &= B^+(x) + B^-(x), \end{aligned} \tag{3.38}$$

cujos elementos das matrizes  $D^+$  e  $D^-$  são da forma:

$$d_{ij}^+ = \begin{cases} d_{ij} & d_{ij} < 0 \\ 0 & d_{ij} > 0 \end{cases} \tag{3.39}$$

$$d_{ij}^- = \begin{cases} d_{ij} & d_{ij} > 0 \\ 0 & d_{ij} < 0 \end{cases} \tag{3.40}$$

com  $d_{ij}$  os elementos da matriz  $D$ .

Utilizando-se da propriedade da invariância e a decomposição da matriz  $B(x)$ , descrita acima, a solução  $LTS_N$  pode ser escrita como:

$$\psi(x) = B^+(x - a) \psi(a) + B^-(x) \psi(0) \tag{3.41}$$

Para determinar as componentes desconhecidas  $\psi_2(0)$  e  $\psi_1(a)$  dos vetores  $\underline{\psi}(0)$  e  $\underline{\psi}(a)$  respectivamente, aplicam-se as condições de contorno (3.3) e (3.4) encontrando:

$$\begin{bmatrix} \Psi_1(a) \\ \Psi_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11}^+(0) & B_{12}^-(0) \\ B_{21}^+(a) & B_{22}^-(a) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} (I - B_{11}^-(0))\Psi_1(0) - B_{12}^+(0)\Psi_2(a) \\ (I - B_{22}^-(a))\Psi_2(a) - B_{21}^-(a)\Psi_1(0) \end{bmatrix}. \quad (3.42)$$

Neste ponto é importante salientar que todos os argumentos das exponenciais são negativos, portanto não existem problemas de overflow em aritmética finita.

### 3.5. FORMULAÇÃO LTS<sub>N</sub> PARA PLACA HETEROGÊNEA

A generalização da aplicação do método LTS<sub>N</sub> no problema (3.1) numa placa heterogênea de R regiões é imediata. Uma representação gráfica deste problema é dada na figura 3.1

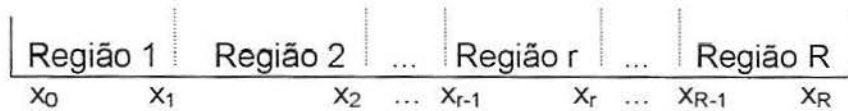


Figura 3.1. Representação gráfica de uma placa heterogênea de R regiões.

onde  $x_r$ ,  $r = 1 : (R-1)$  representa o ponto que delimita as regiões  $r$  e  $(r + 1)$  e  $x_0$  e  $x_R$  são as extremidades da placa. Neste caso, conforme [1], a formulação LTS<sub>N</sub> deve ser aplicada em cada uma das R regiões, o que determina uma solução, já com a devida utilização da mudança de base anteriormente referenciada, dada por

$$\underline{\Psi}^r(x) = \left( \sum_{\substack{k=1 \\ s_k > 0}}^N P_k^r e^{-s_k^r(x_r - x)} + \sum_{\substack{k=1 \\ s_k < 0}}^N P_k^r e^{s_k^r x} \right) \underline{\Psi}^{*r}(x_{r-1}), \quad (3.43)$$

com  $x_{r-1} < x < x_r$ ,  $r = 1 : R$ , onde  $\underline{\Psi}^r(x)$  é o vetor de  $N$  componentes que representam o fluxo angular nas  $N$  direções da região  $r$ , definido por

$$\underline{\Psi}^r(x) = [\Psi_1^r(x) \cdots \Psi_N^r(x)]^T, \quad (3.43.a)$$

sendo  $\Psi_m^r(x)$  o fluxo angular na direção  $\mu_m$  da região  $r$ ;  $P_k^r$  são as matrizes ( $N \times N$ ) dos coeficientes da decomposição em frações parciais da matriz  $A_N(s)$  na região  $r$ ;  $s_k^r$  são as raízes do polinômio característico da matriz  $A_N(s)$  na região  $r$  e  $\underline{\Psi}^{*r}(x_{r-1})$  é o vetor de  $N$  componentes do fluxo angular em  $x = x_{r-1}$  (origem da região  $r$ ) na nova base, definido por

$$\underline{\Psi}^{*r}(x_{r-1}) = [\Psi_1^{*r}(x_{r-1}) \cdots \Psi_N^{*r}(x_{r-1})]^T, \quad (3.43.b)$$

sendo  $\Psi_m^{*r}(x_{r-1})$  a componente do fluxo angular modificado em  $x = x_{r-1}$  na direção  $\mu_m$  e região  $r$ . No entanto, para melhor entendimento do problema heterogêneo representado na figura 3.1, pode-se efetuar uma translação na variável espacial para cada região de forma a obter-se um conjunto de  $R$  placas justapostas, conforme a representação a seguir

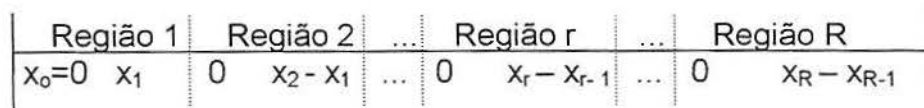


Figura 3.2. Representação gráfica de uma placa plana heterogênea de  $R$  regiões com translação na variável espacial.

Assim, tem-se

$$\underline{\underline{\Psi}}^r(x) = \left( \sum_{\substack{k=1 \\ s_k > 0}}^N P_k^r e^{-s_k((x_r - x_{r-1}) - x)} + \sum_{\substack{k=1 \\ s_k < 0}}^N P_k^r e^{s_k x} \right) \underline{\underline{\Psi}}^{*r}(0) \quad , \quad (3.44)$$

com  $0 < x < (x_r - x_{r-1})$ ,  $r = 1 : R$ , onde  $\underline{\underline{\Psi}}^{*r}(0)$  é o vetor de  $N$  componentes que representam os fluxos angulares modificados na nova base em  $x = 0$  na região  $r$ , dado por

$$\underline{\underline{\Psi}}^{*r}(0) = [\Psi_1^{*r}(0) \dots \Psi_N^{*r}(0)]^T \quad , \quad (3.45)$$

sendo  $\Psi_m^{*r}(0)$  a componente do fluxo angular modificado em  $x = 0$  na direção  $\mu_m$  na região  $r$ .

Da mesma forma que no problema homogêneo, são conhecidas somente  $N/2$  componentes do fluxo angular nas direções positivas em  $x = x_0 = 0$  e  $N/2$  componentes nas direções negativas em  $x = (x_R - x_{R-1})$ . Neste caso, para que o vetor fluxo angular fique completamente determinado nas fronteiras devem ser consideradas as condições de continuidade do fluxo angular nas interfaces de cada região.

Logo,

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{\underline{\Psi}}^1(x_1) = \underline{\underline{\Psi}}^2(0) \\ \underline{\underline{\Psi}}^2(x_2 - x_1) = \underline{\underline{\Psi}}^3(0) \\ \vdots \\ \underline{\underline{\Psi}}^r(x_r - x_{r-1}) = \underline{\underline{\Psi}}^{r+1}(0) \\ \vdots \\ \underline{\underline{\Psi}}^{R-1}(x_{R-1} - x_{R-2}) = \underline{\underline{\Psi}}^R(0) \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \underline{\underline{\Psi}}^1(x_1) - \underline{\underline{\Psi}}^2(0) = 0 \\ \underline{\underline{\Psi}}^2(x_2 - x_1) - \underline{\underline{\Psi}}^3(0) = 0 \\ \vdots \\ \underline{\underline{\Psi}}^r(x_r - x_{r-1}) - \underline{\underline{\Psi}}^{r+1}(0) = 0 \\ \vdots \\ \underline{\underline{\Psi}}^{R-1}(x_{R-1} - x_{R-2}) - \underline{\underline{\Psi}}^R(0) = 0 \end{array} \right. \quad (3.46)$$

onde  $\underline{\Psi}^r(x_r - x_{r-1}) = \underline{\Psi}^{r+1}(0)$  indica que as componentes do vetor fluxos angulares no ponto  $x = (x_r - x_{r-1})$  da região  $r$  são iguais as do ponto  $x = 0$  da região  $(r+1)$ .

## 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo são apresentados resultados numéricos obtidos pela aplicação do método  $LTS_N$  para resolução de diversos problemas de determinação da distribuição do fluxo de um feixe colimado de nêutrons monoenergéticos e sem fonte externa, em diversos pontos de blindagem em placas planas homogêneas e heterogêneas. Serão considerados fluxos de nêutrons térmicos e rápidos, em problemas com meio puramente absorvedor e com espalhamento isotrópico e linearmente anisotrópico.

A metodologia a ser utilizada neste trabalho consiste em resolver a equação de transporte de nêutron monoenergético pelo método  $LTS_N$ , considerando meios heterogêneos formados por diferentes materiais.

Para a implementação computacional dos algoritmos foi utilizada a linguagem de programação Fortran, na sua versão 90 e a Lapack, que é uma biblioteca de rotinas para a resolução de sistemas lineares densos. A seguir descrevem-se as sub-rotinas que compõem o programa para a resolução do fluxo escalar de nêutrons ou fótons.

- Calculam-se os pesos e as raízes da quadratura de Gauss- Legendre (sub-rotina Galeg).

- Utilizam-se os pesos, as raízes e os coeficientes de interação para gerar a matriz  $A$  (3.5), conforme o problema proposto (gera A).

- Considerando-se a espessura da placa e com o auxílio da Lapack calculam-se os autovalores, os autovetores e a inversa dos autovetores da matriz  $A$ , obtendo-se assim a matriz  $B(x)$  (3.37) (gera B).

- Para o cálculo do  $\underline{\Psi}(0)$  do sistema de equações lineares (3.41) utiliza-se a Gauss, levando-se em consideração a matriz  $B$  e as condições de contorno do problema proposto.

- Obtido  $\underline{\Psi}(0)$  e considerando a matriz  $B$  num ponto qualquer da placa, calcula-se o fluxo angular do ponto considerado.

- Para calcular o fluxo escalar, usa-se o fluxo angular e os pesos da quadratura de Gauss.

- Para calcular a dose absorvida utiliza-se (2.5).



4.1 – Determinação da taxa de dose absorvida em meio homogêneo e um grupo térmico em energia.

Problema 4.1- Considere um feixe colimado de nêutrons térmicos monoenergéticos, com energia de 1 eV, e fluxo de  $8,0 \times 10^{13}$  nêutrons /  $\text{cm}^2 \cdot \text{s}$ , incidindo em uma placa plana homogênea de 50 cm de espessura formada por um certo material M1, cujas constantes nucleares são dadas na tabela 4.1. A taxa de dose absorvida, em diversos pontos desse meio, é obtida considerando condição de contorno tipo vácuo em  $x=50$  cm e três diferentes processos de interação dos nêutrons: meio puramente absorvedor, espalhamento isotrópico e espalhamento linearmente anisotrópico.

-Tratamento para meio puramente absorvedor: nessa modelagem a interação dos nêutrons é representada somente pela seção de choque de absorção, sem o termo de espalhamento. O problema a resolver tem a forma:

$$\mu_m \frac{d}{dx} \Psi_m(x) + \sigma_a \Psi_m(x) = 0 \quad (4.1)$$

$$\Psi_m(0) = 8,0 \times 10^{13} \text{ nêutrons / cm}^2 \cdot \text{s} \quad , \quad \mu_m > 0$$

$$\Psi_m(50) = 0 \quad , \quad \mu_m < 0 .$$

Tabela 4.1 – Seções de choque para os grupos térmico e rápido.

Material	$\sigma_a$ (cm <sup>-1</sup> )	$\sigma_{so}$ (cm <sup>-1</sup> )	$\sigma_{s1}$ (cm <sup>-1</sup> )	$\sigma_t$ (cm <sup>-1</sup> )
<b>GRUPO TÉRMICO EM ENERGIA</b>				
M1	0,0131677	1,5883683	0,176485	1,601536
M2	0,1515244	0,81512	0,009739	0,9666444
M3	0,1194	0,29491	0,008192	0,4143096
<b>GRUPO RÁPIDO EM ENERGIA</b>				
M1	0,020242	8,42362	1,403937	8,44386
M2	0,042948	3,616722	0,043210	3,659674
M3	0,006045	0,192537	0,0053482	0,198582

- Tratamento para meio com espalhamento isotrópico: nessa modelagem considera-se que o nêutron ao interagir com o meio sofre os processos de absorção e de espalhamento, sendo este considerado isotrópico. O problema a resolver tem a forma:

$$\mu_m \frac{d}{dx} \Psi_m(x) + \sigma_t \Psi_m(x) = \frac{\sigma_s}{2} \sum_{k=1}^N \Psi_k(x) \omega_k \quad (4.2)$$

$$\Psi_m(0) = 8,0 \times 10^{13} \text{ nêutrons / cm}^2 \cdot \text{s} \quad , \quad \mu_m > 0$$

$$\Psi_m(50) = 0 \quad , \quad \mu_m < 0$$

- Tratamento para meio com espalhamento linearmente anisotrópico: nessa modelagem considera-se que o nêutron ao interagir com o meio sofre os processos de absorção e de espalhamento, sendo este considerado anisotrópico. O problema a resolver tem a forma:

$$\mu_m \frac{d}{dx} \Psi_m(x) + \sigma_t \Psi_m(x) = \frac{1}{2} \left[ \sigma_{so} \sum_{K=1}^N \Psi_K(x) \omega_k + 3\mu_m \sigma_{s1} \sum_{K=1}^N \Psi_K(x) \omega_k \mu_k \right] \quad (4.3)$$

$$\Psi_m(0) = 8,0 \times 10^{13} \text{ n\u00e9utrons / cm}^2 \cdot \text{s} \quad , \quad \mu_m > 0$$

$$\Psi_m(50) = 0 \quad , \quad \mu_m < 0$$

Os resultados obtidos para o problema 4.1, s\u00e3o apresentados na tabela 4.2.

Figura 4.1. Fluxo escalar dos tr\u00eas diferentes processos de intera\u00e7\u00e3o dos n\u00e9utrons t\u00e9rmicos para o problema 4.1, para N = 60.

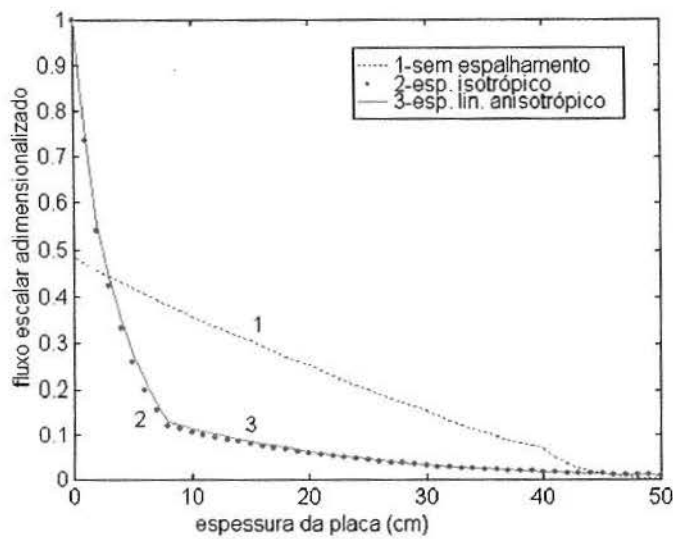


Tabela 4.2: Taxa de dose absorvida devido a fluxo t\u00e9rmico de n\u00e9utrons para o problema 4.1.

TAXA DE DOSE ABSORVIDA (RAD/H)			
x(cm)	Sem Espalh.	Isotr\u00f3pico(N=60)	Lin. Anis. (N=60)
10	2,66684	65,35943	74,89314
20	1,86327	5,32770	7,03738
30	1,15885	0,43427	0,66123
40	0,54133	0,03521	0,06170
50	0	0,00047	0,00100

Analisando o comportamento do fluxo de nêutrons mostrado na figura 4.1 pode-se ver que o mesmo diminui à medida que aumenta a espessura da blindagem, o mesmo ocorrendo com a taxa de dose absorvida, conforme a tabela 4.2. Esses resultados mostram que para os primeiros 10 cm de espessura, a contribuição do termo de espalhamento é de suma importância, pois fornece a mais alta dose. Para 20 cm de espessura os termos de absorção e espalhamento fornecem contribuições equivalentes e, para espessuras maiores do que 20 cm o termo de absorção é dominante. Esse comportamento deve-se ao fato de que a placa é homogênea formada de um mesmo material, cujos parâmetros materiais não dependem da variável espacial.

4.2 – Determinação da taxa de dose absorvida em meio heterogêneos (3 regiões) e um grupo térmico em energia.

Problema 4.2 - Considere um feixe colimado de nêutrons térmicos monoenergético, com energia de 1 eV, e fluxo de  $8,0 \times 10^{13}$  nêutrons / cm<sup>2</sup> .s, incidindo em um sistema de blindagens formada por três meios materiais distintos, com espessuras dadas por:

Região 1: material M1 com 20 cm;

Região 2: material M2 com 2 cm e

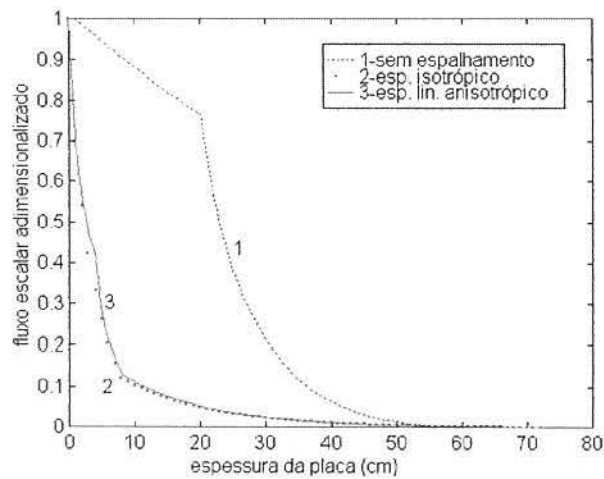
Região 3: material M3 com 50cm.

As constantes nucleares para esses materiais são dadas na tabela 1. A taxa de dose absorvida, em pontos de interesse no meio, é obtida considerando condição de contorno tipo vácuo em  $x=72$  cm e três diferentes processos de

interação dos nêutrons: meios puramente absorvedores, espalhamento isotrópico e espalhamento linearmente anisotrópico.

Esse problema é modelado pelas equações (4.1) , (4.2) e (4.3). Convém salientar que, por tratar-se de um problema heterogêneo, os parâmetros materiais dependem da posição espacial na placa.

Figura 4.2. Fluxo escalar dos três diferentes processos de interação dos nêutrons térmicos para o problema 4.2, para  $N = 60$ .



Os resultados obtidos para o problema 4.2 são apresentados na tabela 4.3.

Tabela 4.3 – Taxa de dose absorvida para fluxo térmico de nêutrons do problema 4.2.

TAXA DE DOSE ABSORVIDA ( RAD/H )			
x(cm)	Sem Espalh.	Isotrópico(N=60)	Lin. Anis(N=60)
Reg. 1 (em 20cm)	5,709583	1,93576	2,66805
Reg. 2 (em 22cm)	6,854045	0,03166	0,04380
Reg. 3 (em 72cm)	0	0	0

O gráfico 4.2 mostra que o fluxo de nêutrons térmicos diminui, à medida que aumenta a espessura de blindagem, formada por diferentes materiais. A taxa de dose absorvida apresenta comportamento semelhante ao fluxo, porém ela depende do tipo de material, podendo em alguns pontos de troca de material aumentar, mesmo aumentando a espessura, como ocorre ao passar da Região 1 para a 2, no caso do problema sem espalhamento.

4.3 – Determinação da taxa de dose absorvida em meio heterogêneos (3 Regiões) e um grupo rápido em energia.

Problema 4.3- Considere um feixe colimado de nêutrons rápidos monoenergético, com energia de 2 MeV, e fluxo de  $8,0 \times 10^{13}$  nêutrons /  $\text{cm}^2 \cdot \text{s}$ , incidindo em um sistema de blindagens formada por três meios materiais distintos, com espessuras dadas por:

Região 1: material M1 com 20 cm;

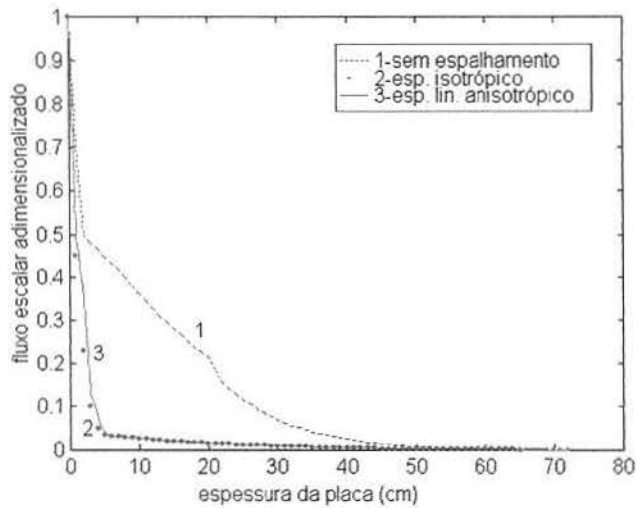
Região 2: material M2 com 2 cm e

Região 3: material M3 com 50cm.

As constantes nucleares para esses materiais são dadas na tabela 4.1. A taxa de dose absorvida, em pontos de interesse no meio, é obtida considerando condição de contorno tipo vácuo em  $x=72$  cm e três diferentes processos de interação dos nêutrons: meios puramente absorvedores, espalhamento isotrópico e espalhamento linearmente anisotrópico.

Esse problema é modelado pelo mesmo conjunto de equações (4.1), (4.2) e (4.3).

Figura 4.3. Fluxo escalar dos três diferentes processos de interação dos nêutrons rápidos para o problema 4.3, para N = 60.



Os resultados obtidos para o problema 4.3 são apresentados na tabela 4.4.

Tabela 4.4 – Taxa de dose absorvida devido a fluxo rápido de nêutrons para o problema 4.3.

TAXA DE DOSE ABSORVIDA ( RAD/H )			
X(cm)	Sem Espalh.	Isotrópico(N=60)	Lin. Anis(N=60)
Reg. 1(em 20cm)	$4,901900 \times 10^6$	3 334,93	12 183
Reg. 2(em 22cm)	$1,093162 \times 10^6$	39,76	145,77
Reg. 3(em 72cm)	0	0,06946	0,26818

O gráfico mostrado na figura 4.3 indica que o fluxo rápido apresenta mesmo comportamento que o fluxo térmico, diminuindo à medida que cresce a espessura de blindagem. Os resultados apresentados na tabela 4.4, mostram que a taxa de dose absorvida devido a nêutrons rápidos é muito maior do que à devida a

nêutrons térmicos (problema 4.2). Dessa forma, ao projetar-se um sistema de blindagens, especial atenção deve ser dada ao fluxo rápido, pois a contribuição desses para com a taxa de dose é bem mais expressiva, conforme indicam as tabelas 4.3 e 4.4.

4.4 – Determinação da taxa de dose absorvida em meios heterogêneos (4 regiões) e um grupo rápido em energia.

Problema 4.4- Os dados apresentados nas tabelas 4.3 e 4.4 mostram que para o projeto de um sistema de blindagens para nêutrons, a energia desses e os processos de interação são fundamentais na determinação da dose absorvida, sendo que o fluxo de nêutrons rápidos apresentam a maior contribuição. Sendo assim, considere um feixe colimado de nêutrons rápidos monoenergéticos, com energia de 2 MeV, e fluxo de  $1,2 \times 10^{14}$  nêutrons /  $\text{cm}^2 \cdot \text{s}$ , incidindo em um sistema de blindagens formada por quatro meios materiais distintos, com espessuras dadas por:

Região 1: material M1 com 20 cm;

Região 2: material M2 com 2 cm;

Região 3: material M1 com 50cm e

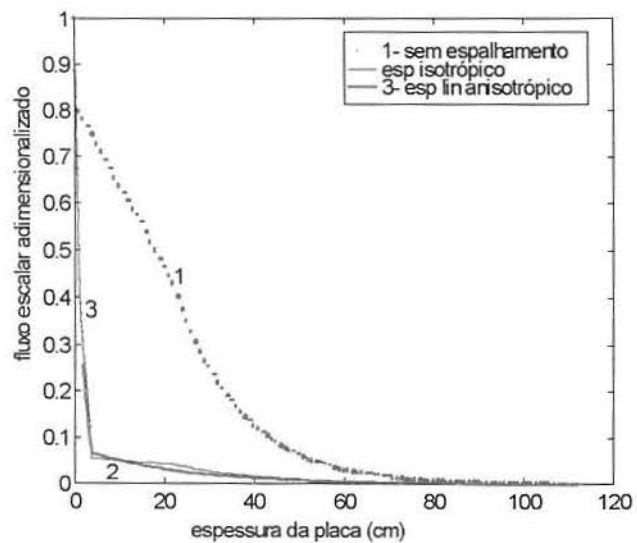
Região 4: material M3 com 40 cm.

As constantes nucleares para esses materiais são dadas na tabela 4.1. A taxa de dose absorvida, em pontos de interesse no meio, é obtida



considerando condição de contorno tipo vácuo em  $x = 112$  cm e três diferentes processos de interação dos nêutrons: meios puramente absorvedores, espalhamento isotrópico e espalhamento linearmente anisotrópico.

Figura 4.4. Fluxo escalar dos três diferentes processos de interação dos nêutrons rápidos para o problema 4.4, para  $N = 60$ .



Os resultados obtidos no problema 4.4 são apresentados na tabela 4.5.

Tabela 4.5 – Taxa de dose absorvida devido a fluxo rápido de nêutrons para o problema 4.4

TAXA DE DOSE ABSORVIDA ( RAD/H )			
x(cm)	Sem Espalh.	Isotrópico(N=60)	Lin. Anis(N=60)
Reg. 1(em 20cm)	$1,687090 \times 10^7$	5 280,73	19 224,02
Reg. 2(em 22cm)	$4,492205 \times 10^6$	109,56	392,06
Reg. 3(em 72cm)	$1,637482 \times 10^6$	0	0
Reg.4(em 112cm)	0	0	0

Os resultados apresentados na tabela 4.5, obtidos para um sistema que se aproxima de um conjunto real de blindagens, mostram que a taxa de dose absorvida, considerando os meios puramente absorvedores, é muito maior do que a obtida modelando os meios como espalhado e absorvedor. Essa modelagem (absorvedor + espalhado) é a que mais se aproxima dos valores reais, eliminando a necessidade de se utilizar em fatores que corrigem esta diferença.

4.5 – Determinação do fluxo de nêutrons em meios heterogêneos (2 Regiões) e um grupo em energia.

Problema 4.5- Considere um feixe colimado de nêutrons monoenergéticos e fluxo de 1 nêutron /  $\text{cm}^2 \cdot \text{s}$ , incidindo em um sistema de blindagens formada por dois meios materiais distintos, com espessuras dadas por:

Região 1: material M1 com 62 cm e

Região 2: material M2 com 120 cm e

As constantes nucleares para esses materiais são dadas na tabela 4.6. O fluxo, em pontos de interesse no meio, é obtida considerando condição de contorno tipo vácuo em  $x=182\text{cm}$  e dois diferentes processos de interação dos nêutrons: meios com espalhamento isotrópico e espalhamento linearmente anisotrópico.

Tabela 4.6 –Seções de choque para o problema 4.5 .

Material	$\sigma_a$ (cm <sup>-1</sup> )	$\sigma_{s0}$ (cm <sup>-1</sup> )	$\sigma_{s1}$ (cm <sup>-1</sup> )	$\sigma_t$ (cm <sup>-1</sup> )
M1	0,016	3,197	0,3552	3,213
M2	0,000	2,520	0,14	2,520

Este problema é modelado pelo conjunto de equações (4.2) e (4.3). Os resultados obtidos para o problema 4.5 são apresentados na tabela 4.7.

Tabela 4.7– Resultados do problema 4.5

FLUXO ESCALAR (NÊUTRONS/ CM <sup>2</sup> .S)		
	Isotrópico (N=60)	Lin. Anis. (N=60)
Reg. 1 (0cm)	0,934083998203	0,930500924587
Reg. 1 (10cm)	0,018207997083	0,022647196427
Reg. 1 (30cm)	0,000007177862	0,000013945262
Reg. 1 (50cm)	$2,82984058 \times 10^{-9}$	$8,588094679 \times 10^{-9}$
Reg. 1 (55cm)	$4,00277533 \times 10^{-10}$	$1,359919177 \times 10^{-9}$
Reg. 1 (60cm)	$6,72777806 \times 10^{-11}$	$2,59093996 \times 10^{-10}$
Reg. 2 (62cm)	$5,00531212 \times 10^{-11}$	$1,98504143 \times 10^{-10}$
Reg. 2 (65cm)	$4,89036000 \times 10^{-11}$	$1,93944082 \times 10^{-10}$
Reg. 2 (140cm)	0	0
Reg. 2 (182cm)	0	0

Este problema simula a blindagem de um reator tipo leito fluidizado considerando a fonte de nêutrons no centro do reator, núcleo de 62 cm formado por uma mistura de diferentes materiais e refletor de grafite de 120 cm de espessura. Os resultados apresentados mostram que na periferia do reator o fluxo diminui em torno de  $10^{13}$  vezes. Dessa forma, os materiais  $M_1$  e  $M_2$  atuam como uma blindagem eficiente para os nêutrons produzidos no núcleo do reator.

## 5. CONCLUSÕES

Os resultados obtidos mostram que o objetivo desse trabalho foi alcançado, pois o método  $LTS_N$  foi usado com sucesso na determinação do fluxo de nêutrons e da taxa de dose absorvida em blindagens múltiplas para fontes de nêutrons monoenergéticos.

Os resultados obtidos para o fluxo de nêutrons e a taxa de dose absorvida, com ordem de quadratura que variam de  $N=2$  até  $N=60$ , concordam com o comportamento físico esperado, pois o fluxo sempre diminui à medida que cresce a espessura. A taxa de dose absorvida, para uma placa homogênea, sempre diminui com o aumento da espessura; para blindagens múltiplas esse comportamento é alterado, devido a introdução de diferentes materiais, podendo em alguns pontos ocorrer aumento de dose, mesmo crescendo a espessura. Esse comportamento é perfeitamente esperado.

Deste trabalho conclui-se que o método  $LTS_N$  fornece soluções eficientes para o cálculo de fluxo e taxa de dose absorvida em blindagens múltiplas. Os valores numéricos apresentados mostram a eficiência do método, obtendo-se resultados que concordam com o comportamento físico esperado.

Como trabalho futuro sugere-se a aplicação deste método considerando outras geometrias e se possível aumentando as dimensões, e introduzindo no cálculo de dose absorvida o termo que representa a reação nêutrons fótons.

## Bibliografia

1. Barichello, L. B., 1992. "Formulação Analítica para Solução de Ordenada Discreta Unidimensional", Tese de Doutorado, PROMEC/UFRGS.
2. Barros, R. C.; Larsen, E.. W. .A Numerical Method for One- Group Slab-Geometry Discrete Ordinates Problems with no Spatial Truncation Error.Nuclear Science and Engineering, vol. 104, p. 199-208, 1990
3. Batistela, C. H.; Vilhena, M. T.; Borges, V., 1996. "Calculo do Fator de Multiplicação Efetivo pelo Método  $LTS_N$ ", EGATEA/UFRGS, vol. 24, pp. 101-111..
4. Batistela, C. H. F., 1997. "Estudo de Criticalidade pelo Método  $LTS_N$ ", Tese de Doutorado, PROMEC/UFRGS .
5. Batistela, C. H.; Vilhena, M. T.; Borges, V., 1997. "Criticality Calculation by the  $LTS_N$  Method", Journal of Nuclear Science and Technology, vol. 34, pp. 603-606.
6. Borges, V.; Vilhena, M. T.; Chies, R., 1997. " Cálculo de Espessura de Blindagem pela Combinação dos métodos  $LTS_N$  e Decomposição", XI ENFIR, pp. 202-206.

7. Brancher, J. D., 1998. "Formulação Analítica para Solução do Problema de Ordenadas Discretas pelo Método  $LTS_N$  para valores de  $N$  grandes", Tese de Doutorado, PPGEM/UFRGS.
8. Chies, R. P., 1996. "Cálculo da Espessura de Blindagem pela Combinação dos Métodos  $LTS_N$  e Decomposição", Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-Graduação em Matemática Aplicada/UFRGS.
9. Duderstadt, J. J. & Martin, W. R., Transport Theory. John Willey & Sons, Inc. New York, 1979
10. Fitzgerald, J. J. ;Brownell, G. L.;Mahoney, F. J.,Mathematical Theory of Radiation Dosimetry, Gordon and Breach Science Publishers, INC. ,1967
11. Gonçalves, G. A. ; Segatto. C. F. ; Vilhena, M.T. the  $LTS_N$  Particular Solution in a Slab for an Arbitrary Source and Large Order of Quadrature. Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfor. Great Britain, submetido.
12. Pazos, R. P., 1995. "Equação de Transporte de Neutrons: Enfoque de Semi-grupo", Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-Graduação em Matemática Aplicada, UFRGS.
13. Samuel Glasstone and Alexander Sesonske. Nuclear Reactor Engineering, New York, van Nostrend Reinhold, 1967.

14. Sauer, L. Z., 1997. "Solução da Equação de Transporte Multigrupo com Núcleo de Espalhamento de Klein-Nishina: Uma Aplicação ao Cálculo de Dose", Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-Graduação em Matemática Aplicada/UFRGS.
15. Segatto, C. F. ; Vilhena, M.T. ; Gomes, M. G.; The One – Dimensional  $LTS_N$  Solution in a Slab with High Degree of Quadrature. In: Annals of Nuclear Energy, Great Britain. Impress.
16. Segatto, C. F., 1995. "Formulação  $LTS_N$  para Problemas de Transporte sem Simetria Azimutal e Problemas Dependentes do Tempo", Tese de Doutorado, PROMEC/UFRGS.
17. Segatto, C. F.; Vilhena, M. T., 1994. "Extension of the  $LTS_N$  Formulation for Discrete Ordinates Problem Without Azimutal Symmetry", Annals of Nuclear Energy, vol. 21, pp. 701-710.
18. Segatto, C. F., Vilhena, M. T., 1997. "Solução Genérica da Equação de Transporte Unidimensional para Elevadas Ordens de Quadratura", XI ENFIR- Encontro de Física de Reatores e Termo-Hidráulica, Poços de Caldas, Brasil.
19. Strang, G. Linear Algebra and its Applications. HBJ, 1980.



20. Streck, E. E., 1993. "Solução Analítica para Aproximação  $P_N$  da Equação de Transporte Linear Unidimensional", Tese de Doutorado, PROMEC/UFRGS.
21. Vilhena, M. T.; Barichello, L. B.; Zabadal, J.; Segatto, C. F.; Cardona, A. V., 1997. "General Solution of the One-Dimension Approximations to the Transport Equations", Progress in Nuclear Energy.
22. Vilhena, M. T. , Barichello, L. B. A new analytical approach to solve the neutron transport equation. Kerntechnik. v. 56, n. 5, p. 334 – 336, 1991.
23. Vilhena, M. T. e Borges, V. B., 1995. "O Uso dos Métodos  $LTS_N$  e Decomposição no Cálculo de Blindagens". Simpósio sobre Integração Regional da Energia Nuclear, pg.477-481, Rio de Janeiro, Brasil.
24. Zabadal, J., Vilhena, M. T., Barichello, L. B., 1993. "Solution of the Discrete Ordinates Equation at Two Dimension by the  $LTS_N$  Method", Proceedings of the 9<sup>th</sup> Brazilian Meeting on Reactor Physics and Thermal Hydraulics, Caxambú, Brazil, pp.90-92.
25. Zabadal, R. S., 1994. "Solução da Equação Multidimensional de Transporte pelo Método  $LTS_N$ ", Tese de Doutorado, PROMEC/UFRGS.

26. Zabadal, R. S.; Vilhena, M. T.; Barichello L. B., 1995. "Solution of the Three-Dimensional One-Group Discrete Ordinates Problem by the  $LTS_N$  Method", Annals of Nuclear Energy, Vol. 22, pp. 131-134.
27. Zabadal, R. S.; Vilhena, M. T.; Barichello L. B., 1997. " An Analytical Solution for the Two-Dimensional Discrete Ordinates Problem in a Convex Domain", Progress in Nuclear Energy, Vol. 31, pp. 225-228.
28. W. E. Selph and C. W. Garrett. Sources of Radiation - Reactor Shielding for Nuclear Engineers. – N. M. Schaeffer Editor. Atomic Energy Commission – 1973
29. Wood, J., Computational Methods in Reactor Shielding, Pergamon Press, U. K., 1982

## ANEXO 1

### EQUAÇÃO DE BOLTZMANN PARA O FLUXO DE ENERGIA

A derivação da equação do transporte é baseada no conceito de conservação de partículas em um elemento diferencial  $dVdEd\Omega$ . O número de partículas neste elemento em um tempo  $t$  é dado por:

$$N(r, E, \Omega, t) dVdEd\Omega \quad (1)$$

Partículas com energia entre  $E$  e  $E + dE$  e direção entre  $\Omega$  e  $\Omega + d\Omega$  podem ser introduzidas em  $dVdEd\Omega$  por uma fonte localizada neste elemento de volume  $dV$  ou podem fluir de uma região vizinha. Partículas possuindo outras direções e energias podem sofrer uma interação tal que a partícula espalhada resulte dentro deste elemento  $dVdEd\Omega$ .

Inversamente, partículas dentro de  $dVdEd\Omega$  podem ser removidas pelo processo de absorção ou por espalhamento, que alteram suas direções, energias ou ambas e estas podem então fluir para regiões vizinhas. A condição que governa a continuidade das partículas neste elemento de espaço de fase pode ser resumida na seguinte afirmação:

$$\text{Taxa de variação de partículas} = \text{Taxa de produção} - \text{Taxa de perda} \quad (2)$$

A taxa de variação de partículas pode ser assim descrita matematicamente

$$\frac{\partial}{\partial t} N(\underline{r}, E, \underline{\Omega}, t) dV dE d\underline{\Omega} \quad (3)$$

O termo espalhamento, que contribui para a taxa de produção, é descrito como:

$$\int_0^\infty \int_{4\pi} \Sigma(E' \rightarrow E; \underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega}) \Psi(\underline{r}, E', \underline{\Omega}', t) dE' d\underline{\Omega}' dV dE d\underline{\Omega} \quad (4)$$

onde:

$\Sigma(E' \rightarrow E; \underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega})$  representa o núcleo de espalhamento para o meio, que indica a probabilidade de que uma partícula com energia  $E'$  e direção  $\underline{\Omega}'$  antes do espalhamento tenha energia  $E$  e direção  $\underline{\Omega}$  após a colisão.

$\Psi(\underline{r}, E', \underline{\Omega}', t) dE' d\underline{\Omega}'$  é o fluxo angular de nêutrons.

O termo de fonte externa, que também contribui para a taxa de produção, é dado por:

$$S(\underline{r}, E, \underline{\Omega}, t) dV dE d\underline{\Omega} \quad (5)$$

A taxa de perda pode ser matematicamente escrita pelo termo de fuga,

$$\int_{\Omega} \nabla \Psi(\underline{r}, E, \underline{\Omega}, t) dV dE d\underline{\Omega} \quad (6)$$

onde:

$$\nabla \equiv \underline{i} \frac{\partial}{\partial x} + \underline{j} \frac{\partial}{\partial y} + \underline{k} \frac{\partial}{\partial z}$$

e pelo termo de colisão, ou interação total,

$$\int_{\Sigma} \Sigma(E) \Psi(\underline{r}, E, \underline{\Omega}, t) dV dE d\underline{\Omega} \quad (7)$$

onde:

$\Sigma(E)$  representa o coeficiente total de atenuação

Nas expressões acima (equações (3) - (7)) todas as quantidades são dadas em partículas por unidade de tempo. Pode-se escrever matematicamente a condição da equação (2) como:

$$\frac{\partial N}{\partial t}(\underline{r}, E, \underline{\Omega}, t) = \int_{4\pi} \int_{\infty}^{\infty} \Sigma(E' \rightarrow E; \underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega}) \Psi(\underline{r}, E', \underline{\Omega}', t) dE' d\underline{\Omega}' + \quad (8)$$

$$S(\underline{r}, E, \underline{\Omega}, t) - [\nabla \cdot \underline{\Omega} \Psi(\underline{r}, E, \underline{\Omega}, t) + \Sigma(E) \Psi(\underline{r}, E, \underline{\Omega}, t)]$$

onde o fator comum  $dV dE d\underline{\Omega}$  foi cancelado.

Finalmente, reorganizando os termos, chega-se à seguinte equação:

$$\frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\underline{r}, E, \underline{\Omega}, t) + \nabla \cdot \underline{\Omega} \Psi(\underline{r}, E, \underline{\Omega}, t) + \Sigma(E) \Psi(\underline{r}, E, \underline{\Omega}, t) \quad (9)$$

$$= \int \int_{4\pi} \Sigma(E' \rightarrow E; \underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega}) \Psi(\underline{r}, E', \underline{\Omega}', t) dE' d\underline{\Omega}' + S(\underline{r}, E, \underline{\Omega}, t)$$

A equação (9) representa a equação de Boltzmann na sua forma mais geral. É uma equação íntegro diferencial onde o fluxo angular de partículas  $\Psi$  depende de 7 variáveis (3-espaciais, 2-angulares, energia e tempo).

Quando se trabalha com fótons, é mais apropriado escrever a densidade de fluxo angular de partículas  $\psi$  em termos de energia  $E$ . Para isto, usa-se uma quantidade chamada densidade de fluxo angular de energia  $I$ , que está relacionada com a densidade de fluxo angular de partículas pela seguinte expressão:

$$I(\underline{r}, E, \underline{\Omega}) = E \Psi(\underline{r}, E, \underline{\Omega}) \quad (10)$$

Ao invés da variável energia  $E$ , é mais conveniente trabalhar com o comprimento de onda do fóton,  $\lambda$ , em unidades de Compton. Para isto, usa-se  $\lambda = 0.511/E$ , onde  $E$  é a energia dada em Mev.

Para o caso particular independente do tempo, unidimensional, sem fonte externa, a equação (9) resume-se a:

$$\omega \frac{\partial \Psi}{\partial x}(x, E, \omega) + \mu(E) \Psi(x, E, \omega) = \int \int_{4\pi} \Sigma(E' \rightarrow E; \underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega}) \Psi(x, E', \omega') dE' d\underline{\Omega}' \quad (11)$$

onde:

$\omega = \cos\theta$ , e o  $\theta$  é o ângulo entre a direção do fóton e o eixo x.

$\mu(E)$  é o coeficiente de atenuação linear.

Para obter a equação (12) em função do comprimento de onda  $\lambda$ , cabe notar que as partículas devem ser conservadas e portanto:

$$\int_{\infty}^0 \Psi(x, \lambda, \omega) d\lambda = \int_0^{\infty} \Psi(x, E, \omega) dE \quad (12)$$

Considerando que  $dE = -0.511 d\lambda/\lambda^2$ ,

podemos escrever

$$\int_{\infty}^0 \Psi(x, \lambda, \omega) d\lambda = \int_{\infty}^0 0.511 \Psi(x, E, \omega) \frac{d\lambda}{\lambda^2}, \quad (13)$$

ou seja,

$$\lambda \Psi(x, \lambda, \omega) = \frac{0.511}{\lambda} \Psi(x, E, \omega),$$

ou ainda,

$$\lambda \Psi(x, \lambda, \omega) = E \Psi(x, E, \omega) \quad (14)$$

Agora, definindo  $I(x, \lambda, \omega) = \lambda \Psi(x, \lambda, \omega)$ , (15)

então pode-se dizer que:

$$I(x, \lambda, \omega) = E \Psi(x, E, \omega) = I(x, E, \omega) \quad (16)$$

Pelo mesmo motivo, o núcleo de espalhamento pode ser escrito em termos de comprimento de onda como:

$$\int_{4\pi 0}^{\infty} \Sigma(E' \rightarrow E; \underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega}) dE d\underline{\Omega}' = \int_{4\pi \infty}^0 \Sigma(\lambda' \rightarrow \lambda; \underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega}) d\lambda d\underline{\Omega}', \quad (17)$$

ou

$$0.511 \Sigma(E' \rightarrow E; \underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega}) \frac{d\lambda}{\lambda^2} = \Sigma(\lambda' \rightarrow \lambda; \underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega}) d\lambda,$$

ou seja,

$$E \Sigma(E' \rightarrow E; \underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega}) d\lambda = \lambda \Sigma(\lambda' \rightarrow \lambda; \underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega}) d\lambda \quad (18)$$

Multiplicando a equação (11) por E e usando a equação (16), obtém-se:

$$\omega \frac{\partial I}{\partial x}(x, \lambda, \omega) + \mu(\lambda) I(x, \lambda, \omega) = \int_{4\pi 0}^{\infty} \frac{E}{E'} \Sigma(E' \rightarrow E; \underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega}) I(x, \lambda', \omega) d\lambda' d\underline{\Omega}' \quad (19)$$

Usando a equação (18), pode-se rescrever a equação (19) como:



$$\omega \frac{\partial I}{\partial x}(x, \lambda, \omega) + \mu(\lambda) I(x, \lambda, \omega) = \int \int_{4\pi} \hat{\Sigma}(\lambda' \rightarrow \lambda; \underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega}) I(x, \lambda', \omega') d\lambda' d\underline{\Omega}' \quad (20)$$

onde:

$$\hat{\Sigma}(\lambda' \rightarrow \lambda; \underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega}) = \frac{\lambda}{\lambda'} \Sigma(\lambda' \rightarrow \lambda; \underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega}) \quad (21)$$

A equação (21) é a formulação da equação de Boltzmann encontrada para melhor resolver problemas de fótons gama.

