

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE INFORMÁTICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM COMPUTAÇÃO

MARCELO DE SOUZA

**Um método biobjetivo de alocação de  
tráfego para veículos convencionais e  
elétricos**

Dissertação apresentada como requisito parcial para  
a obtenção do grau de Mestre em Ciência da  
Computação

Orientador: Prof<sup>a</sup>. Dra. Ana Lúcia Cetertich Bazzan  
Co-orientador: Prof. Dr. Marcus Rolf Peter Ritt

Porto Alegre  
2015

## CIP — CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO

de Souza, Marcelo

Um método biobjetivo de alocação de tráfego para veículos convencionais e elétricos / Marcelo de Souza. – Porto Alegre: PPGC da UFRGS, 2015.

77 f.: il.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Programa de Pós-Graduação em Computação, Porto Alegre, BR–RS, 2015. Orientador: Ana Lúcia Cetertich Bazzan; Coorientador: Marcus Rolf Peter Ritt.

1. Veículos elétricos. 2. Alocação de tráfego. 3. Caminhos mínimos. 4. Otimização multiobjetivo. I. Bazzan, Ana Lúcia Cetertich. II. Ritt, Marcus Rolf Peter. III. Título.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

Reitor: Prof. Carlos Alexandre Netto

Vice-Reitor: Prof. Rui Vicente Oppermann

Pró-Reitor de Pós-Graduação: Prof. Vladimir Pinheiro do Nascimento

Diretor do Instituto de Informática: Prof. Luis da Cunha Lamb

Coordenador do PPGC: Prof. Luigi Carro

Bibliotecária-chefe do Instituto de Informática: Beatriz Regina Bastos Haro

Aos meus maiores orientadores, Renato e Marlene,  
os quais tenho a honra de chamar pai e mãe.

*“O que eu faço, é uma gota no meio de um oceano.*

*Mas sem ela, o oceano seria menor.”*

— MADRE TERESA DE CALCUTÁ

## AGRADECIMENTOS

Quero dedicar algumas linhas para agradecer a todos que, de alguma forma, contribuíram e tornaram possível a conclusão deste trabalho.

Agradeço a Deus, por ser tão generoso comigo, por me agraciar com sua presença diária e possibilitar esta conquista.

Agradeço aos meus orientadores Ana Bazzan e Marcus Ritt, pela confiança, paciência e suporte. Sou grato pela oportunidade que me concederam ao me aceitarem como aluno, pela motivação e interesse que sempre demonstraram pelo trabalho e, acima de tudo, por serem grandes exemplos para minha vida profissional.

Agradeço aos meus pais Renato e Marlene, por não deixarem faltar o mais importante da vida, seu amor legítimo, verdadeiro e incondicional. Agradeço pelas palavras de apoio e por estarem ao meu lado em todos os momentos. Agradeço à minha companheira Taize, por fazer parte das minhas escolhas e compreender nossa distância. Acima de tudo, agradeço por me provocar incontáveis sorrisos, os quais me deram ânimo de seguir em frente.

Agradeço aos companheiros de mestrado e de laboratório, pela troca de conhecimento e de experiência e, principalmente, por tornarem meus dias alegres e agradáveis. Agradeço especialmente aos meus amigos Alejandro, Fernando e Ana Cruzat, não apenas pela leitura e pelas valiosas revisões do trabalho, mas pela companhia e amizade.

Agradeço à Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), em especial ao Instituto de Informática (INF) e ao Programa de Pós-Graduação em Computação (PPGC), pela oportunidade de estudar em um centro de pesquisa de excelência e referência internacional. Aos funcionários e professores que, através do seu trabalho, contribuíram para minha formação acadêmica.

Finalmente, agradeço ao CNPq e à CAPES pelo apoio financeiro que permitiu dedicar-me integralmente às atividades do mestrado.

## RESUMO

A busca de soluções para a mobilidade urbana que minimizem a agressão do setor de tráfego e transportes ao meio ambiente está cada vez maior. Os veículos elétricos se posicionam como uma alternativa interessante, pois reduzem a emissão de gases poluentes na atmosfera, a poluição sonora e o consumo de petróleo. No entanto, sua limitada autonomia e a escassez de postos de recarga intimidam sua adoção. Por conta disso, políticas governamentais de incentivo têm sido desenvolvidas para a oferta de benefícios a quem optar por um veículo elétrico. Estima-se que dentro de poucas décadas toda a frota urbana será substituída por veículos dessa natureza. Por isso, é importante entender as mudanças no tempo de viagem e no consumo de energia oriundos da inclusão de veículos elétricos em cenários de tráfego. Trabalhos anteriores estudaram as diferenças entre os mecanismos internos de veículos convencionais e elétricos na determinação destas mudanças. Porém, dadas as características destes últimos, motoristas de veículos elétricos se preocupam com a economia de energia e podem optar por rotas diferentes. Logo, uma análise completa destes impactos deve considerar uma nova distribuição de tráfego. Este trabalho propõe um método biobjetivo de alocação de tráfego que considera o tempo de viagem e o consumo de energia para determinar a distribuição de veículos elétricos em cenários de tráfego urbano. Duas estratégias de distribuição de fluxo são propostas como mecanismos de escolha de rotas. Como parte da alocação de tráfego, é proposto um algoritmo biobjetivo de caminhos mínimos para veículos elétricos. A abordagem apresentada foi aplicada a três cenários distintos, onde percebeu-se uma diminuição de até 80% no consumo total de energia. Em cenários com congestionamento, observou-se um aumento de 10% no tempo de viagem. Já em cenários sem congestionamento o tempo de viagem diminuiu cerca de 2%. A recuperação de energia representa quase 6% da economia total dos veículos elétricos. Além disso, experimentos mostraram que investimentos na eficiência dos veículos elétricos podem resultar em uma economia de até 15% de energia.

**Palavras-chave:** Veículos elétricos. Alocação de tráfego. Caminhos mínimos. Otimização multiobjetivo.

## **A bi-objective method of traffic assignment for conventional and electric vehicles**

### **ABSTRACT**

The search for urban mobility solutions that minimize the aggression to the environment is increasing. Electric vehicles are an attractive alternative because they reduce greenhouse gas emissions, noise pollution, and oil consumption. However, their limited autonomy and the lack of charging stations restrict their popularization. Therefore, government incentive policies have been developed in order to offer benefits to those who choose an electric vehicle. It is estimated that the entire urban fleet will be replaced by these vehicles in a few decades. Therefore, it is important to understand the changes in travel time and energy consumption from the inclusion of electric vehicles in traffic scenarios. Previous works determined these changes by studying the differences between the internal engine of conventional and electric vehicles. However, given the characteristics of the latter, drivers of electric vehicles care about saving energy and may want to choose different routes. Thus, a complete analysis of these impacts should consider a redistribution of traffic. This work proposes a bi-objective traffic assignment method that considers the travel time and the energy consumption to determine the distribution of electric vehicles in urban traffic scenarios. We introduce two strategies for flow distribution as models of route choice. As a procedure of the traffic assignment method, we propose a bi-objective shortest path algorithm for electric vehicles. Our approach was applied to three different scenarios, which resulted in a decrease of up to 80% in total energy consumption. In congested scenarios, we observe an increase of about 10% in average travel time. In uncongested scenarios, travel time decreases about 2%. Energy recovery is almost 6% of the total savings of electric vehicles. Moreover, experiments have shown that investments in the efficiency of electric vehicles can result in up to 15% of energy savings.

**Keywords:** Electric vehicles, traffic assignment, shortest paths, multi-objective optimization.

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AON	<i>All-OR-Nothing</i>
BPR	<i>Bureau of Public Roads</i>
BSP	<i>Bi-objective Shortest Path</i>
CM	<i>Caminho Mínimo</i>
CTS	<i>Cost per Time unit Savings</i>
DOA	<i>Dominated Area Assignment</i>
EQS	<i>Equal Share Assignment</i>
GE	<i>Greedy Energy</i>
GF	<i>Greedy Efficiency</i>
IA	<i>Incremental Assignment</i>
MAON	<i>Multi-objective All-Or-Nothing</i>
MMSA	<i>Multi-objective Method of Successive Averages</i>
MSA	<i>Method of Successive Averages</i>
MTAP	<i>Multi-objective Traffic Assignment</i>
MUE	<i>Multi-objective User Equilibrium</i>
OD	<i>Origem-Destino</i>
RPT	<i>Reference Point Assignment</i>
TAP	<i>Traffic Assignment Problem</i>
VDF	<i>Volume Delay Function</i>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1	Relação de dominância de Pareto .....	19
Figura 2.2	Exemplo de fronteira de Pareto .....	20
Figura 2.3	Fronteira de Pareto com soluções suportadas e não-suportadas .....	20
Figura 2.4	Grafo onde o algoritmo de Dijkstra falha .....	24
Figura 2.5	Grafo simples para roteamento de veículos elétricos .....	26
Figura 2.6	Exemplo de sistema de transporte composto por (a) oferta e (b) demanda.....	29
Figura 2.7	Exemplo de múltiplas alocações que satisfazem o MUE .....	32
Figura 2.8	Problema de alocação de tráfego simples .....	33
Figura 4.1	Representação do espaço de decisão .....	42
Figura 4.2	Representação do espaço de decisão restrito .....	43
Figura 4.3	Processo de produção de energia e suas métricas de eficiência.....	46
Figura 4.4	Pontos do espaço de decisão com respostas do questionário .....	49
Figura 4.5	Distribuição dos limites de tempo entre os respondentes .....	49
Figura 5.1	Rede grade 5x5 .....	52
Figura 5.2	Rede Sioux Falls .....	55
Figura 5.3	Energia economizada com o aumento da eficiência dos veículos elétricos.....	59
Figura 5.4	Rede Anaheim .....	60

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1	Trabalhos voltados à solução do problema de caminhos mínimos biobjetivo.....	25
Tabela 2.2	Execução do método MMSA-EQS para o exemplo da Figura 2.8.....	34
Tabela 3.1	Visão geral dos trabalhos relacionados e nossa abordagem .....	39
Tabela 4.1	Distribuição dos limites de tempo entre os respondentes.....	49
Tabela 5.1	Redes utilizadas nos experimentos .....	50
Tabela 5.2	Resultados para o cenário sintético .....	53
Tabela 5.3	Resultados para a rede Sioux Falls .....	56
Tabela 5.4	Resultados para a rede Sioux Falls com eficiência <i>well-to-wheel</i> .....	57
Tabela 5.5	Resultados para a rede Sioux Falls com perturbação das elevações.....	58
Tabela 5.6	Economia de energia obtida por recuperação em veículos elétricos .....	59
Tabela 5.7	Resultados para a rede Anaheim .....	61
Tabela 7.1	Coordenadas geográficas e elevações para os vértices da rede Sioux Falls .....	75
Tabela 8.1	Resultados completos para a rede Sioux Falls com perturbação das elevações (GE).....	76
Tabela 8.2	Resultados completos para a rede Sioux Falls com perturbação das elevações (GF).....	77

## LISTA DE ALGORITMOS

2.1	Algoritmo de caminhos mínimos de Dijkstra .....	23
2.2	Algoritmo genérico de rotulamento de vértices.....	26
2.3	Algoritmo genérico de caminhos mínimos restrito.....	28
2.4	Método <i>All-Or-Nothing</i> (AON) .....	30
2.5	Método iterativo de alocação de tráfego .....	31
4.1	Algoritmo biobjetivo de correção de rótulos para veículos elétricos.....	46

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>13</b>
1.1 Contribuições e objetivos.....	14
1.2 Organização do texto .....	16
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	<b>17</b>
2.1 Otimização multiobjetivo .....	17
2.2 Grafos.....	21
2.3 Caminhos mínimos .....	22
2.3.1 O algoritmo de Dijkstra .....	23
2.3.2 Caminhos mínimos biobjetivo .....	24
2.3.3 Caminhos mínimos para veículos elétricos.....	26
2.4 Problema da alocação de tráfego.....	28
2.5 Problema da alocação multiobjetivo de tráfego.....	31
2.5.1 Distribuição do fluxo baseada em critérios autoritários.....	33
2.5.2 Distribuição do fluxo baseada nos objetivos do usuário .....	34
2.6 Resumo.....	35
<b>3 TRABALHOS RELACIONADOS</b> .....	<b>36</b>
3.1 Abordagens baseadas nas diferenças entre veículos convencionais e elétricos .....	36
3.2 Abordagens baseadas em caminhos mínimos .....	37
3.3 Abordagens baseadas no problema da alocação de tráfego.....	38
3.4 Resumo.....	39
<b>4 ALOCAÇÃO BIOBJETIVO DE TRÁFEGO PARA VEÍCULOS ELÉTRICOS</b> .....	<b>41</b>
4.1 Estratégias de distribuição de fluxo para veículos elétricos.....	41
4.2 Modelo de consumo de energia.....	43
4.3 Algoritmo biobjetivo de caminhos mínimos para veículos elétricos .....	46
4.4 Questionário .....	48
<b>5 EXPERIMENTOS</b> .....	<b>50</b>
5.1 Definição dos parâmetros .....	50
5.2 Cenário sintético – Rede grade 5x5 .....	51
5.2.1 Descrição do cenário.....	51
5.2.2 Análise dos resultados.....	52
5.3 Cenário real – Rede Sioux Falls.....	54
5.3.1 Descrição dos cenários.....	54
5.3.2 Análise dos resultados.....	55
5.4 Cenário real – Rede Anaheim.....	60
5.4.1 Descrição do cenário.....	61
5.4.2 Análise dos resultados.....	61
5.5 Discussão.....	62
<b>6 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	<b>66</b>
6.1 Contribuições.....	66
6.2 Conclusões .....	66
6.3 Trabalhos futuros.....	67
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>69</b>
<b>APÊNDICE A - DADOS COMPLEMENTARES PARA A REDE SIOUX FALLS</b> .....	<b>75</b>
<b>APÊNDICE B - SIOUX FALLS COM PERTURBAÇÃO DAS ELEVAÇÕES</b> .....	<b>76</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O transporte de pessoas, bens e serviços tem desempenhado um papel fundamental no desenvolvimento da sociedade. Os problemas oriundos do crescimento do número de veículos já não são exclusivos de grandes centros e trazem desafios no desenvolvimento de soluções para a mobilidade urbana. Além dos problemas de congestionamento e do conseqüente aumento no tempo de viagem dos motoristas, questões ambientais ganharam destaque nos últimos anos. A poluição do ar (AMATO et al., 2014), poluição sonora (ÖHRSTRÖM et al., 2006) e alterações climáticas (HICKMAN; BANISTER, 2014) são alguns exemplos. Além disso, com o aumento da frota de veículos previsto para as próximas décadas, não haverá petróleo suficiente para a produção de combustíveis.

Os veículos elétricos se posicionam como uma alternativa aos veículos convencionais, contribuindo para a redução dos impactos ambientais oriundos do transporte. Eles possuem um sistema que utiliza energia elétrica para propulsão, dispensando o uso de combustíveis. Com seu sistema elétrico, eles não emitem poluentes e reduzem drasticamente os ruídos do motor, uma vez que não realizam combustão. Além disso, seu mecanismo interno permite a recuperação de parte da energia excedente durante desaceleração e em declives, a qual é desperdiçada na forma de calor pelos veículos convencionais. Esta energia é transformada em eletricidade e armazenada na bateria pelo processo conhecido como frenagem regenerativa. Em suma, a adoção de veículos elétricos tornou-se uma peça chave na busca de soluções sustentáveis para o transporte, principalmente urbano.

A limitada autonomia dos veículos elétricos e a escassez de postos de recarga implicam em uma resistência por parte das pessoas quanto à sua adoção. Por isso, sua penetração no mercado tem sido lenta. Por conta dos benefícios da substituição de veículos convencionais por elétricos, vários países oferecem incentivos a motoristas que optarem pela troca. No Brasil, por exemplo, há isenção dos impostos de importação destes veículos. Em outros lugares são oferecidos descontos na sua aquisição. No Canadá, os veículos elétricos recebem uma placa diferenciada, permitindo o uso de pistas e vagas de estacionamento exclusivas. Os investimentos na tecnologia do motor e da bateria destes veículos se intensificaram nos últimos anos, buscando agregar um melhor desempenho e uma maior autonomia. Além disso, postos de recarga estão sendo disponibilizados e são cada vez mais comuns. Finalmente, políticas de popularização dos veículos elétricos e dos seus benefícios têm sido desenvolvidas e veiculadas na mídia, de modo a motivar sua adoção.

Dados os benefícios e incentivos governamentais, se espera que em duas ou três décadas

os veículos elétricos substituam grande parte dos veículos nas ruas e a eletricidade seja o combustível alternativo mais viável (GILBERT; PERL, 2010). Por exemplo, a Comissão Europeia planeja substituir gradativamente todos os veículos convencionais urbanos até 2050 (EUROPEAN COMMISSION, 2011). Frente a este novo contexto, é importante entender os impactos da substituição de veículos convencionais por elétricos em termos de mudanças no tempo de viagem e no consumo de energia. Estudos anteriores que objetivam medir estes impactos analisam as diferenças entre os mecanismos internos de cada tipo de veículo. É notório que os benefícios da inclusão de veículos elétricos são, em sua maior parte, consequência da maior eficiência do sistema elétrico na conversão do combustível (eletricidade) na energia utilizada pelo motor. No entanto, dada a limitada autonomia destes veículos, a escassez de postos de recarga, o alto tempo gasto para a recarga e a possibilidade de recuperar energia pela frenagem regenerativa, motoristas de veículos elétricos não consideram apenas o tempo de viagem ao optar por uma rota, mas também o consumo de energia. Logo, estes motoristas podem optar por rotas diferentes, resultando em diferentes custos em energia e tempo de viagem. Uma análise completa deve considerar este aspecto. Neste trabalho, o problema da alocação de tráfego é utilizado para determinar a forma como os veículos elétricos se distribuem e como estes impactos variam em função desta distribuição.

## **1.1 Contribuições e objetivos**

Este trabalho tem como objetivo propor um método para a determinação da distribuição de veículos elétricos, com base não apenas no tempo de viagem, mas também no consumo de energia. Para isso, é proposto um modelo baseado no problema da alocação de tráfego, que dada uma demanda de viagens e uma rede viária, calcula a distribuição dos veículos e os fluxos resultantes considerando efeitos do congestionamento. O consumo de energia é incluído como um objetivo adicional ao tempo de viagem, tornando o modelo biobjetivo. Veículos convencionais escolhem suas rotas minimizando apenas seu tempo de viagem, enquanto veículos elétricos consideram os dois custos simultaneamente. Duas estratégias de escolha de rotas para veículos elétricos são propostas, modelando a tomada de decisão destes motoristas em busca da simulação de ambientes reais.

Os veículos elétricos possuem a capacidade de recuperar energia pela frenagem regenerativa. Em alguns casos, a recuperação de energia pode ser maior que seu consumo. Por isso, na modelagem do problema através de grafos, alguns arcos podem apresentar pesos negativos. Além disso, estes veículos possuem duas restrições de bateria. A primeira delas impede que

seja recuperada mais energia que a capacidade de armazenamento, enquanto a segunda garante um consumo menor que a energia disponível. Por conta destes aspectos, algoritmos tradicionais de caminhos mínimos não podem ser utilizados. Portanto, este trabalho também propõe um algoritmo biobjetivo para a determinação dos caminhos mínimos baseado no rotulamento de vértices.

Para calcular o consumo de energia foi adotado um modelo físico detalhado, capaz de determinar o gasto energético com maior precisão. As análises conduzidas se baseiam em cenários com populações mistas de veículos convencionais (movidos a gasolina) e elétricos (conhecidos na literatura por *fully electric vehicle* ou ainda *battery electric vehicle*, excluídos os híbridos), variando as parcelas de cada população.

Com o modelo proposto, este trabalho analisa e mede as mudanças no tempo de viagem e no consumo de energia causadas pela inclusão de veículos elétricos em cenários de tráfego. Para isso, foram determinadas algumas questões de pesquisa:

1. Como os custos em tempo de viagem e consumo de energia mudarão com a inclusão de veículos elétricos e qual o impacto sofrido pela população de veículos convencionais?
2. Qual o efeito da recuperação de energia pela frenagem regenerativa no consumo total de energia?
3. Qual o retorno esperado do investimento tecnológico para melhoria da eficiência do sistema elétrico (bateria e motor), em termos de economia de energia?

Através dos experimentos conduzidos, percebeu-se uma diminuição de até 80% no consumo total de energia. Em cenários com congestionamento se observou um aumento de 10% no tempo de viagem. Por outro lado, em cenários com menor congestionamento há uma diminuição de aproximadamente 2% no tempo de viagem. Os veículos convencionais são prejudicados com a presença dos veículos elétricos em cenários de congestionamento. Nos demais, a troca de rota dos veículos elétricos, que aceitam um maior tempo de viagem em busca de economia de energia, beneficia os veículos convencionais, diminuindo seu tempo de viagem. A recuperação de energia representa quase 6% da economia total dos veículos elétricos. Além disso, experimentos mostraram que investimentos na eficiência dos veículos elétricos podem resultar em uma economia de até 15% de energia.

## 1.2 Organização do texto

O Capítulo 1 contextualiza o tema do trabalho e apresenta sua motivação, objetivos e questões de pesquisa. Além disso, sumariza suas principais contribuições. O Capítulo 2 apresenta os conceitos fundamentais ao trabalho, detalha os aspectos básicos de otimização multiobjetivo e de grafos e apresenta uma visão geral sobre caminhos mínimos, detalhando o problema na versão biobjetivo e a sua aplicação para veículos elétricos. Finalmente, apresenta o problema da alocação de tráfego e sua versão multiobjetivo. O Capítulo 3 apresenta os trabalhos relacionados e posiciona este trabalho frente aos demais. Os trabalhos relacionados são divididos em três grupos: abordagens que analisam impactos dos veículos elétricos estudando suas diferenças em relação aos veículos convencionais, abordagens baseadas no problema dos caminhos mínimos para veículos elétricos e abordagens baseadas no problema da alocação de tráfego. O Capítulo 4 apresenta a abordagem proposta, detalhando as estratégias de distribuição de fluxo, o modelo de consumo de energia adotado e o algoritmo de correção de rótulos para veículos elétricos. Além disso, detalha o questionário conduzido para a determinação dos valores de alguns parâmetros. O Capítulo 5 detalha os experimentos conduzidos, os cenários propostos e seus resultados. Além disso, apresenta uma discussão com base nas questões de pesquisa supracitadas. O Capítulo 6 apresenta as ideias finais do trabalho, suas contribuições, as conclusões obtidas e os trabalhos futuros.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo apresenta e detalha os conceitos utilizados para o desenvolvimento da abordagem proposta (Capítulo 4). A Seção 2.1 introduz os conceitos fundamentais de otimização multiobjetivo. A Seção 2.2 apresenta uma introdução a grafos. A Seção 2.3 aborda o problema de caminhos mínimos, detalhando sua versão biobjetivo e sua aplicação a veículos elétricos. A Seção 2.4 apresenta o problema da alocação de tráfego, enquanto a Seção 2.5 detalha sua versão multiobjetivo. Por fim, a Seção 2.6 resume e conclui o capítulo.

### 2.1 Otimização multiobjetivo

Um problema de otimização consiste na busca de uma solução que minimize ou maximize o valor de uma determinada função objetivo (MICHIELS; AARTS; KORST, 2007). Problemas comumente encontrados na literatura possuem um objetivo único, o que não se aplica a grande parte dos cenários reais, os quais apresentam um maior número de objetivos a serem satisfeitos simultaneamente (ZHOU et al., 2011). Ao adquirir um veículo, o comprador deseja a maior potência, pagando o mínimo possível. Melhorar a potência e diminuir o preço simultaneamente é algo que não é possível de se atingir. De fato, grande parte dos problemas multiobjetivo se caracterizam por conter objetivos antagônicos, onde a melhora de um deles resulta na piora dos demais. Este aspecto aumenta a complexidade do problema.

Um problema de otimização multiobjetivo pode ser formalizado como

$$\begin{aligned} &\text{minimizar ou maximizar } f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_M(x)), \\ &\text{sujeito a } g(x) \geq 0, \\ &\quad h(x) = 0, \end{aligned}$$

onde  $x$  é chamado vetor de variáveis de decisão, dado por  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$  e  $f(x)$  é o conjunto de objetivos a ser otimizado. O espaço formado pelos vetores de decisão é chamado espaço de busca. O espaço formado por todos os possíveis valores para as funções objetivo é chamado espaço de soluções. As funções  $g$  e  $h$  representam o conjunto de restrições de desigualdades e igualdades, as quais definem a região de soluções factíveis do espaço de soluções, a qual é denotada por  $S$ .

Problemas de otimização multiobjetivo não necessariamente possuem uma solução ótima única, que otimize simultaneamente todos os objetivos (YANG, 2008), o que concorre a três

tipos de problemas. O primeiro deles consiste nos objetivos totalmente conflitantes, onde a melhora de qualquer objetivo implica em uma piora em algum dos demais. Para este caso, qualquer solução viável é também uma solução ótima. O segundo tipo consiste em problemas com objetivos correlacionados e, portanto, não conflitantes. Neste caso, qualquer melhora em um dos objetivos implica na melhora dos demais, o que permite tratar o problema agregando todos os objetivos em uma grandeza escalar única e, assim, transformando-o em mono-objetivo (GOH; TAN, 2009). Por fim, o terceiro e mais comum tipo de problema consiste em objetivos parcialmente conflitantes. Neste caso, não existe uma relação definida entre a otimalidade dos distintos objetivos, implicando na necessidade de se buscar uma compensação entre eles (YANG, 2008; GOH; TAN, 2009).

Considerando, sem perda de generalidade, um problema de otimização multiobjetivo como a minimização de  $M$  objetivos, uma solução  $x$  domina uma solução  $y$  quando, para todos os objetivos,  $x$  é melhor ou igual a  $y$  e existe ao menos um objetivo para o qual a solução  $x$  é estritamente melhor que a solução  $y$ . A dominância é denotada por  $x \prec y$  e dada por

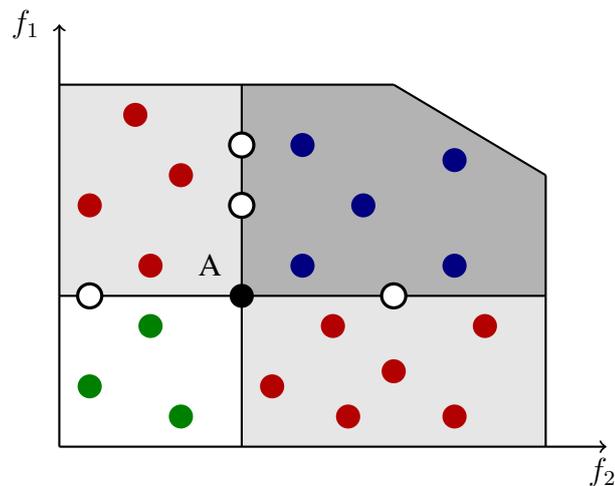
$$x \prec y : \forall i \in \{1, 2, \dots, M\}, f_i(x) \leq f_i(y) \text{ e } \exists j \in \{1, 2, \dots, M\}, f_j(x) < f_j(y).$$

Dadas duas soluções  $x$  e  $y$ , uma delas pode melhorar um conjunto de objetivos, mas piorar outros. Nestes casos, não é possível determinar qual a melhor solução e, portanto, as mesmas são ditas incomparáveis. Esta relação é denotada por  $x \sim y$  e dada por

$$x \sim y : \exists i \in \{1, 2, \dots, M\}, f_i(x) > f_i(y) \text{ e } \exists j \in \{1, 2, \dots, M\}, f_j(x) < f_j(y).$$

A Figura 2.1 ilustra o conceito de dominância para um problema com dois objetivos. Tomando como referência a solução A (marcada em preto) e tendo como base um problema de minimização, as soluções marcadas em verde dominam a solução A, pois melhoram a solução para os dois objetivos, sem piorar nem manter nenhum deles. As soluções em azul são dominadas pela solução A, uma vez que para ambos objetivos a solução A é estritamente melhor. As soluções em vermelho são incomparáveis à solução A, uma vez que melhoram um dos objetivos, mas pioram outro. Por fim, a solução A é dominada fracamente ou domina fracamente as soluções marcadas em branco, pois mantém um dos objetivos e melhora ou piora o outro. De acordo com os traços da Figura 2.1, são determinadas quatro regiões de dominância no espaço de busca. Os quadrantes superior esquerdo e inferior direito (cinza claro) constituem as regiões incomparáveis. O quadrante inferior esquerdo (branco) é a região de soluções dominadoras, enquanto o quadrante superior direito (cinza escuro) constitui a região de soluções dominadas

Figura 2.1 – Relação de dominância de Pareto



Fonte: Adaptado de Goh e Tan (2009)

(GOH; TAN, 2009).

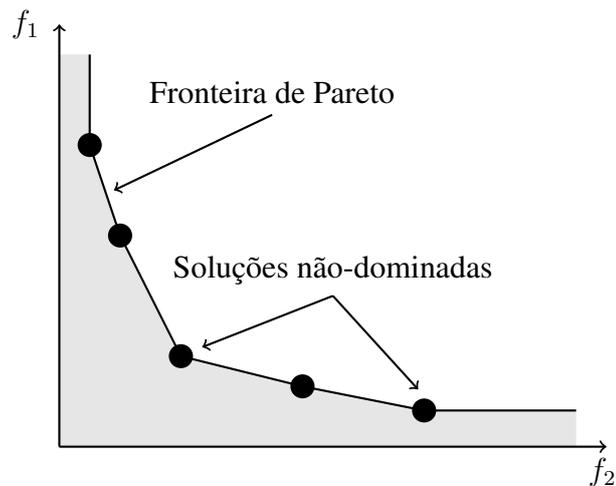
Uma solução  $x^*$  é não-dominada (ou Pareto ótima) caso não exista uma solução  $x$  que a domine, isto é, não existe uma solução que melhore algum objetivo sem piorar ao menos um dos demais (YANG, 2008). Em outras palavras, uma solução é não-dominada se não existe nenhuma solução no quadrante de soluções dominadoras. O conjunto de todas as soluções não-dominadas formam a fronteira (ou curva) de Pareto  $P$ . Estas soluções dominam as demais que não pertencem à fronteira de Pareto, enquanto são incomparáveis entre si (LUKE, 2013). A fronteira de Pareto é dada por

$$P = \{x \in S \mid \nexists x' \in S : x' \prec x\}.$$

Para um problema de minimização biobjetivo, a Figura 2.2 apresenta uma possível fronteira de Pareto, onde são observadas a região de soluções dominadas (região branca) e as respectivas soluções não-dominadas. Identificar a fronteira de Pareto não é uma tarefa trivial, uma vez que os problemas costumam ter funções objetivo complexas e antagônicas. Por isso, algumas abordagens para o tratamento e solução de problemas de otimização multiobjetivo foram desenvolvidas nas últimas décadas, as quais buscam encontrar as soluções Pareto em um tempo considerável ou, para os casos mais complexos, atingir uma aproximação satisfatória.

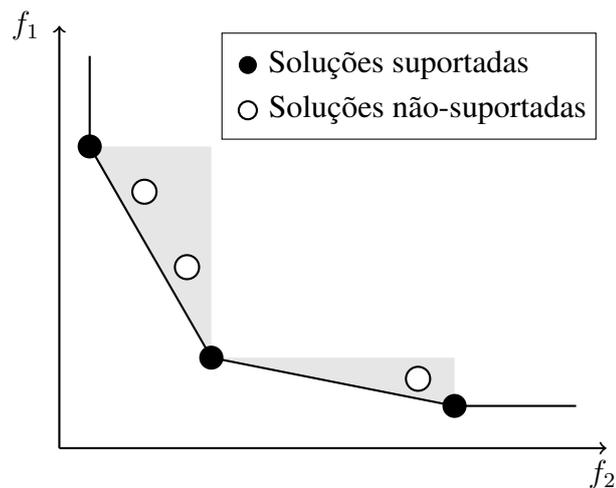
Uma abordagem comum ao problema é o método da soma ponderada (também conhecido por escalarização), que consiste em definir um grau de importância para cada objetivo. Esta abordagem transforma o problema em uma versão mono-objetivo, agregando todos os objetivos em uma função generalizada (YANG, 2008). Dessa forma, para um conjunto de  $M$  objetivos, o método da soma ponderada define uma função generalizada como

Figura 2.2 – Exemplo de fronteira de Pareto



Fonte: Adaptado de Goh e Tan (2009)

Figura 2.3 – Fronteira de Pareto com soluções suportadas e não-suportadas



$F(x) = \beta_1 f_1(x) + \beta_2 f_2(x) + \dots + \beta_M f_M(x)$ , onde os coeficientes  $\beta_i$  representam os pesos para cada função objetivo original e  $\sum_{i=1}^M \beta_i = 1$ .

Este método é utilizado quando já se conhece a ponderação correta dos objetivos. Nos demais casos, determinar uma ponderação adequada é uma tarefa difícil (MOONEY; WINSTANLEY, 2006). Além disso, o uso de uma função generalizada permite descobrir apenas soluções suportadas da fronteira de Pareto, que são aquelas que se encontram na borda do envoltório convexo da região factível de soluções. A Figura 2.3 mostra uma fronteira de Pareto com soluções não-dominadas suportadas e não-suportadas para um problema de minimização biobjetivo.

## 2.2 Grafos

Um grafo é uma estrutura abstrata que especifica relacionamentos entre elementos de um conjunto. Estes elementos são chamados vértices e os relacionamentos são expressos por arestas (ou arcos) que conectam vértices. O grafo é representado por dois conjuntos  $G = (V, A)$ , onde  $V$  é o conjunto de vértices e  $A$  é o conjunto de arcos. Cada arco é representado por um par  $(i, j)$ , onde  $i, j \in V$ .

Um grafo simples possui no máximo um arco conectando cada par ordenado de vértices. O grafo é chamado multigrafo caso existam arcos paralelos. Um grafo é dito rotulado quando existem atribuições associadas aos seus vértices ou arcos, como rótulos ou identificadores. No caso de existirem valores numéricos associados aos elementos do grafo, estes valores são chamados de pesos e o grafo é dito ponderado. É comum a utilização de pesos nos arcos que representem o custo da relação entre os dois respectivos vértices. Para redes de tráfego, são utilizados pesos que representam custos de viagem como a distância ou o tempo de tráfego entre os pontos. Muitas vezes, estes pesos são determinados por funções que determinam o custo com base nas características da via e na quantidade de veículos.

A ordem de um grafo é definida pela cardinalidade do seu conjunto de vértices  $|V|$ , enquanto seu tamanho é definido pela cardinalidade do seu conjunto de arcos  $|A|$ . Dois vértices são adjacentes ou vizinhos, caso exista um arco que os conecte. Quando dois arcos compartilham um mesmo vértice, eles são adjacentes. Se todos os pares de vértices de um grafo são vizinhos, o grafo é completo. Em grafos direcionados, um vértice  $j$  é sucessor de  $i$  quando existe um arco com conexão de  $i$  para  $j$ . Neste mesmo caso,  $i$  é dito antecessor de  $j$ . O conjunto de sucessores de um vértice  $i$  é denotado por  $N^+(i)$ . Da mesma forma, o conjunto de antecessores de um vértice  $i$  é denotado por  $N^-(i)$ . Um grafo é conexo quando, para todo o par de vértices, existe pelo menos um caminho entre si.

Um percurso consiste em um conjunto de vértices  $v_0, v_1, \dots, v_n$ , tal que para todo par  $v_{i-1}$  e  $v_i$  existe um arco com origem em  $v_{i-1}$  e destino em  $v_i$ . Caso  $v_0 = v_n$ , tem-se um percurso fechado. Se todos os vértices são distintos, o percurso é chamado de caminho. Um percurso com  $n \geq 3$ ,  $v_0 = v_n$  e todos os demais vértices distintos é chamado de ciclo. Em um grafo não ponderado, o comprimento de um caminho é dado pelo número de arestas que o compõem. Para grafos ponderados, o comprimento de um caminho é igual à soma dos pesos das arestas que o compõem.

Em muitas aplicações de grafos, os arcos suportam algum tipo de fluxo, como é o caso de redes de distribuição de água, energia elétrica ou movimentação de veículos. Problemas desta

natureza se baseiam em uma demanda composta pelo fluxo total, um vértice de origem  $i$  e um vértice de destino  $j$ . A tarefa consiste em determinar os caminhos, de origem  $i$  e destino  $j$ , pelos quais o fluxo passará, de modo a minimizar ou maximizar o custo associado (DIESTEL, 2010). A 1ª lei de Kirchoff trata da conservação de fluxo em uma rede, onde o fluxo que chega em um vértice de passagem deve ser igual ao fluxo que sai deste mesmo vértice. Portanto, se um vértice possui um conjunto  $\{f_1, f_2, \dots, f_r\}$  de fluxos de entrada e um conjunto  $\{f_{r+1}, f_{r+2}, \dots, f_p\}$  de fluxos de saída,  $\sum_{i=1}^r f_i = \sum_{j=r+1}^p f_j$ . Jungnickel e Schade (2013) abordam em detalhes os aspectos principais de fluxos em redes.

### 2.3 Caminhos mínimos

A determinação de caminhos mínimos (ou caminho mais curto) é um problema comum sobre grafos. Dado um grafo ponderado  $G = (V, A)$ , um vértice de origem  $s$  e um vértice de destino  $t$ , o problema do caminho mínimo consiste em determinar o caminho com menor custo partindo de  $s$  e chegando a  $t$ . Uma variante consiste em determinar a árvore de caminhos mínimos desde a origem até cada vértice do grafo (conhecidos como *single source shortest paths*). O custo do caminho é dado pela soma dos custos de cada arco que o compõe. Caso aplicável, o algoritmo deve identificar a impossibilidade de atingir o vértice  $t$  a partir de  $s$ . Para isso, é atribuído  $\infty$  como a distância entre  $s$  e  $t$ . Caso nenhuma distância menor é encontrada, o algoritmo detecta a impossibilidade de chegar até o destino a partir da origem  $s$ . O problema do caminho mínimo é formalizado como

$$\begin{aligned} & \min \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} f_{ij}, \\ & \text{sujeito a } \sum_{j \in N^+(i)} f_{ij} - \sum_{j \in N^-(i)} f_{ji} = \begin{cases} 1 & \text{se } i = s, \\ 0 & \text{se } i \neq s, t, \\ -1 & \text{se } i = t, \end{cases} \quad \forall i \in V, \\ & f_{ij} \in \{0, 1\}, \forall (i, j) \in A, \end{aligned}$$

onde  $c_{ij}$  é o custo associado ao arco  $(i, j)$  e  $f_{ij}$  é o fluxo no arco  $(i, j)$ , sendo igual a 1 se o arco pertence ao caminho e igual a 0, caso contrário. A primeira restrição corresponde à conservação de fluxo no sistema. Goldberg (2012) apresenta uma visão geral dos principais trabalhos relacionados ao problema do caminho mínimo.

### 2.3.1 O algoritmo de Dijkstra

O algoritmo de Dijkstra (1959) é o mais conhecido na determinação de caminhos mínimos. Ele pode ser aplicado a grafos com pesos maiores ou iguais a zero nos arcos, calculando a árvore de caminhos mínimos a partir da origem  $s$ . No final de sua execução, é conhecida a distância do menor caminho desde a origem até cada vértice. Além disso, o predecessor de cada vértice é armazenado para rastreamento dos caminhos. O algoritmo pode ser interrompido assim que a distância mínima até o vértice de destino  $t$  é calculada. O pseudocódigo para o algoritmo de Dijkstra é apresentado no Algoritmo 2.1, sendo  $c(i)$  o custo para se atingir o vértice  $i$  a partir de  $s$ ,  $p(i)$  o predecessor do vértice  $i$  no caminho desde a origem e  $c_{ij}$  o custo do arco  $(i,j)$ .

---

#### Algoritmo 2.1: Algoritmo de caminhos mínimos de Dijkstra

---

**Entrada:** Grafo  $G = (V, E)$ , vértices de origem  $s$  e destino  $t$

**Saída:** Árvore de caminhos mínimos a partir de  $s$

```

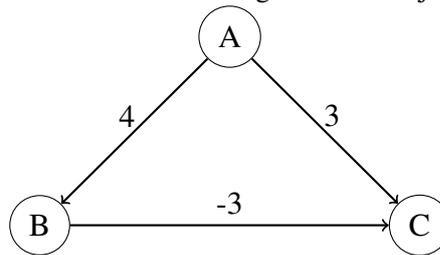
1 para cada vértice  $v \in V$  faça
2    $c(v) \leftarrow \infty$ 
3    $p(v) \leftarrow$  indefinido
4  $c(s) \leftarrow 0$ 
5  $Q \leftarrow s$ 
6 enquanto  $Q \neq \emptyset$  faça
7   seleciona o vértice  $i \in Q$  que apresenta o menor  $c(i)$ 
8    $Q \leftarrow Q \setminus \{i\}$ 
9   para cada  $j \in N^+(i)$  faça
10     $c' \leftarrow c(i) + c_{ij}$ 
11    se  $c' < c(j)$  então
12       $c(j) \leftarrow c'$ 
13       $p(j) \leftarrow i$ 
14       $Q \leftarrow Q \cup \{j\}$ 

```

---

O algoritmo atribui custo  $\infty$  e predecessor indefinido para todos os vértices do grafo, exceto para o vértice de origem, o qual recebe custo zero (linhas 1 a 5). O algoritmo mantém uma lista de vértices  $Q$  e, a cada iteração, seleciona o vértice  $i$  que apresenta menor custo até si (linha 8). Cada sucessor  $j$  de  $i$  é explorado e o custo até  $i$  mais o custo entre  $i$  e  $j$  é propagado (linhas 10 e 11). Caso o custo calculado seja menor que o armazenado em  $j$ , o caminho desde o vértice  $i$  é menor que o caminho explorado anteriormente (linha 12). Neste caso, o custo e o predecessor de  $j$  são atualizados e  $j$  é adicionado à lista para ser explorado (linhas 13 a 15). Dessa forma, o algoritmo garante que ao explorar um vértice, o menor custo possível está armazenado nele e, conseqüentemente, o menor caminho desde  $s$  foi encontrado.

Figura 2.4 – Grafo onde o algoritmo de Dijkstra falha



Fonte: Sierksma e Ghosh (2010)

O algoritmo de Dijkstra reconhecidamente falha na determinação de caminhos mínimos com a presença de pesos negativos nos arcos. Neste caso, o algoritmo não consegue determinar o caminho mais curto explorando uma única vez cada vértice. O grafo apresentado pela Figura 2.4 exemplifica este aspecto. Considerando o vértice A como origem e C como destino, o algoritmo de Dijkstra retornará o caminho A-C como de menor custo (igual a 3), quando o caminho mínimo é o A-B-C (com custo 1). Outros algoritmos, como o de Bellman (1958) e Ford (1956) (conhecido como o algoritmo de Bellman-Ford), permitem a determinação de caminhos mínimos mesmo com pesos negativos nos arcos.

### 2.3.2 Caminhos mínimos biobjetivo

Caminhos mínimos com um objetivo são amplamente estudados na literatura. Porém, ambientes reais possuem um maior número de objetivos. Para a modelagem destes ambientes, são incluídos novos custos aos arcos, os quais atuam como objetivos independentes. No caso de redes de tráfego, custos comuns são a distância, tempo de viagem, consumo de combustível ou custo monetário. Com mais de um custo e, assim, mais de um objetivo, não necessariamente existe um caminho mínimo único. Um caminho pode oferecer um menor custo em um dos objetivos enquanto outros caminhos apresentam um custo menor para outros. Dessa forma, algoritmos de caminhos mínimos com mais de um objetivo calculam um conjunto de caminhos não-dominados (RAITH; EHRGOTT, 2009).

A adoção de dois objetivos é a extensão natural dos caminhos mínimos tradicionais e é conhecido como problema dos caminhos mínimos biobjetivo (BSP, do inglês *bi-objective shortest path*). Diferente da versão com objetivo único, este problema é reconhecidamente NP-completo

Tabela 2.1 – Trabalhos voltados à solução do problema de caminhos mínimos biobjetivo

<b>Referência</b>	<b>Abordagem utilizada</b>
Hansen (1980)	Atribuição de rótulos
Daellenbach e Kluyver (1980)	Correção de rótulos
Climaco e Martins (1982)	K-ésimo caminho mínimo
Martins (1984)	Atribuição de rótulos
Corley e Moon (1985)	Correção de rótulos
Henig (1986)	Correção de rótulos
Brumbaugh-Smith e Shier (1989)	Correção de rótulos
Mote, Murthy e Olson (1991)	Duas fases
Tung e Chew (1988)	Atribuição de rótulos
Skriver e Andersen (2000)	Correção de rótulos

(SERAFINI, 1987), sendo formalizado como

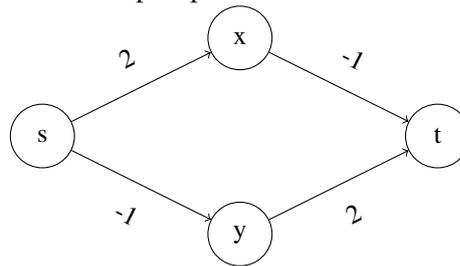
$$\begin{aligned}
 & \min \sum_{(i,j) \in A} c_{1,ij} f_{ij}, \\
 & \min \sum_{(i,j) \in A} c_{2,ij} f_{ij}, \\
 & \text{sujeito a } \sum_{j \in N^+(i)} f_{ij} - \sum_{j \in N^-(i)} f_{ji} = \begin{cases} 1 & \text{se } i = s, \\ 0 & \text{se } i \neq s, t, \\ -1 & \text{se } i = t, \end{cases} \quad \forall i \in V, \\
 & f_{ij} \in \{0,1\}, \forall (i,j) \in A,
 \end{aligned}$$

onde  $c_{k,a}$  é o custo do objetivo  $k$  no arco  $a$ .

Um resumo dos trabalhos voltados à solução do BSP é apresentado na Tabela 2.1. Skriver e Andersen (2000) mostram que abordagens baseadas em rotulamento de vértices (atribuição e correção de rótulos) são mais eficientes. Por isso, algoritmos de rotulamento são mais comuns e amplamente estudados (veja Tabela 2.1). Estes algoritmos associam rótulos aos vértices, os quais representam os custos dos caminhos encontrados até si. No término de sua execução, os rótulos do vértice de destino representam os caminhos não-dominados desde a origem. Nos algoritmos de atribuição, os vértices são selecionados em uma ordem que garante que seus rótulos não sofram mais alterações. Neste caso, um vértice explorado não retorna à lista para exploração. Esta abordagem exige que não existam custos negativos, obtendo os caminhos não-dominados visitando cada vértice uma só vez. Nos algoritmos de correção, a cada iteração os rótulos do vértice explorado são atualizados e somente no final da execução se obtém os caminhos definitivos.

Um esquema genérico para um algoritmo de rotulamento de vértices para o BSP é apre-

Figura 2.5 – Grafo simples para roteamento de veículos elétricos



Fonte: Adaptado de Artmeier et al. (2010)

sentado no Algoritmo 2.2 (SKRIVER, 2000). A cada iteração, um vértice  $i$  é selecionado e expandido. Na expansão, os custos desde o vértice  $i$  até o sucessor são somados aos custos previamente armazenados em  $i$ , gerando novos rótulos. Estes são adicionados ao conjunto de rótulos do sucessor, eliminando possíveis soluções dominadas. O que diferencia algoritmos de rotulamento é a estratégia de seleção de vértices, a forma como os rótulos são gerados e o critério de parada.

---

**Algoritmo 2.2:** Algoritmo genérico de rotulamento de vértices

---

**Entrada:** Grafo  $G = (V, A)$ , vértices de origem  $s$  e de destino  $t$

**Saída:** Conjunto de caminhos não-dominados de  $s$  para todo  $v \in V$

- 1 Inicialização:  $Rótulos(s) \leftarrow \{(0,0)\}$
  - 2 **enquanto** critério de parada não é satisfeito **faça**
  - 3     | Seleciona um vértice  $i$
  - 4     | Expande  $i$ , propagando seus rótulos aos sucessores
  - 5 **fim**
- 

### 2.3.3 Caminhos mínimos para veículos elétricos

Veículos elétricos possuem a capacidade de recuperar energia em declives e durante desaceleração pela frenagem regenerativa. Ao utilizar o consumo de energia como peso nos arcos, alguns custos podem ser negativos quando a recuperação de energia é superior ao consumo, o que impede a utilização de algoritmos como o de Dijkstra. A simples adoção de um algoritmo que trate pesos negativos nos arcos, como o de Bellman-Ford, não é suficiente para a aplicação com veículos elétricos, pois eles adicionalmente possuem restrições de bateria. A Figura 2.5 apresenta um exemplo sobre o qual estas restrições serão discutidas. Os valores nos arcos correspondem ao custo em energia (medidos em J) para atravessar a via.

Partindo do vértice  $s$  com destino em  $t$  existem dois caminhos possíveis:  $s \rightarrow x \rightarrow t$  e  $s \rightarrow y \rightarrow t$ . Em uma abordagem tradicional de caminhos mínimos, ambas as opções produzem

o mesmo custo final de 1J. Considerando que o veículo inicie no vértice  $s$  contendo apenas 1J disponível na bateria, o caminho  $s \rightarrow x \rightarrow t$  torna-se inactível, pois não há energia suficiente para superar o arco  $(s, x)$ . Considerando que o veículo inicie seu trajeto no vértice  $s$  com a bateria completamente carregada, o caminho  $s \rightarrow x \rightarrow t$  torna-se mais atrativo, pois produz um custo final de 1J, enquanto o caminho  $s \rightarrow y \rightarrow t$  produz um custo final de 2J, já que a recuperação no arco  $(s, y)$  não é possível pelo fato da bateria estar completamente carregada. Logo, estas duas restrições da bateria devem ser adicionadas ao algoritmo, não permitindo que seja utilizada mais energia do que a quantidade disponível e evitando a recuperação de mais energia do que a capacidade máxima da bateria. Estes aspectos podem alterar os resultados de caminhos mínimos e tornar alguns deles inviáveis (ARTMEIER et al., 2010). A implementação destas restrições dá origem a uma nova variante de caminhos mínimos, conhecida na literatura por caminhos mínimos energeticamente eficientes (*energy efficient shortest paths*).

Artmeier et al. (2010) propõem a adição das restrições supracitadas ao algoritmo genérico de caminhos mínimos (GALLO; PALLOTTINO, 1986; CHERKASSKY; GOLDBERG; RADZIK, 1996), dando origem ao algoritmo genérico de caminhos mínimos restrito, apresentado no Algoritmo 2.3. Por conta dos pesos negativos, vértices podem ser visitados mais de uma vez, o que aumenta o tempo de execução. De acordo com os autores, ao utilizar a estratégia de fila (FIFO) para exploração de vértices, o algoritmo apresenta uma complexidade em tempo de  $O(n^3)$  para grafos com pesos positivos e negativos.

O parâmetro  $C_{max}$  representa a capacidade máxima da bateria e  $U_v$  a quantidade de energia que pode ser armazenada na bateria (seu estado) ao passar pelo vértice  $v$ . Logo, sendo  $c(v)$  o custo para se atingir o vértice  $v$ ,  $U_v = C_{max} - c(v)$ . O algoritmo considera que o veículo não necessariamente inicia seu trajeto com a bateria totalmente carregada. Logo,  $U_s$  é recebido como entrada no algoritmo e é computado como o custo em energia do vértice de origem (linha 5). O custo de um determinado vértice nunca pode ser menor que zero, pois representaria uma recuperação de energia superior à capacidade de armazenamento da bateria. E ainda, o custo não pode ser maior que  $C_{max}$ , pois tornaria o caminho inactível por não haver energia suficiente para realizá-lo. A primeira restrição é implementada pela linha 12, onde um custo zero é selecionado caso o custo computado seja negativo, enquanto a segunda restrição é implementada pela linha 13, onde nenhum custo superior à capacidade da bateria é considerado.

---

**Algoritmo 2.3:** Algoritmo genérico de caminhos mínimos restrito
 

---

**Entrada:** Grafo  $G = (V, A)$  e respectivas funções de custo para os arcos, vértice de origem  $s$ , capacidade da bateria  $C_{max}$  e o estado inicial da bateria  $U_s$

**Saída:** Árvore de caminhos mínimos a partir de  $s$

```

1 para cada vértice  $v \in V$  faça
2    $c(v) \leftarrow \infty$ 
3    $p(v) \leftarrow$  indefinido
4  $c(s) \leftarrow 0 + U_s$ 
5  $Q \leftarrow \{s\}$ 
6 enquanto  $Q \neq \emptyset$  faça
7   seleciona um vértice  $i$  de  $Q$ 
8    $Q \leftarrow Q \setminus \{i\}$ 
9   para cada  $j \in N^+(i)$  faça
10     $c' \leftarrow c(i) + c_{ij}$ 
11     $c' \leftarrow \max(c', 0)$ 
12    se  $c' < c(j)$  e  $c' \leq C_{max}$  então
13       $c(j) \leftarrow c'$ 
14       $p(j) \leftarrow i$ 
15       $Q \leftarrow Q \cup \{j\}$ 

```

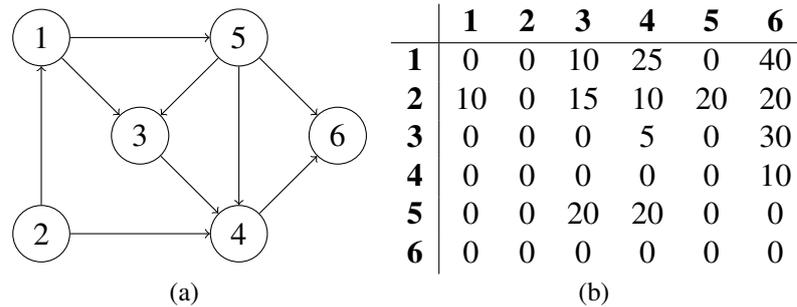
---

## 2.4 Problema da alocação de tráfego

Para estudar o problema da alocação de tráfego (TAP, do inglês *traffic assignment problem*) o sistema de transporte deve ser concebido como um composto de dois elementos: oferta e demanda (BAZZAN; KLÜGL, 2013). A oferta consiste na infraestrutura, composta por vias e intersecções entre vias, enquanto a demanda consiste nas viagens, divididas em pares de origem-destino (conhecidos como pares OD). O TAP consiste no processo de alocar a demanda na infraestrutura da rede (oferta), definindo quais vias serão utilizadas para conduzir as viagens desde suas origens até seus destinos (PATRIKSSON, 1994).

Neste trabalho, o TAP é formalizado da seguinte maneira. Um grafo  $G = (V, A)$  representa a oferta, onde os arcos representam as vias e os vértices representam as intersecções entre elas. O grafo é comumente chamado de rede. A demanda é representada por uma matriz  $D = (d_{ij})$  (também chamada matriz OD), com  $d_{ij}$  a demanda de fluxo de veículos/hora entre a origem  $i$  e o destino  $j$ . A Figura 2.6a apresenta um exemplo simples de rede, a respectiva matriz OD é apresentada na Figura 2.6b. Para cada arco  $a \in A$ , uma função  $c_a : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$  mapeia o fluxo  $f_a$  ao custo em atravessá-lo. Comumente, adota-se uma das funções de custo que determinam o tempo de viagem para atravessar o respectivo arco, conhecidas como *Volume Delay Functions* (VDF). Para instâncias reais, frequentemente aplica-se a função Bureau of

Figura 2.6 – Exemplo de sistema de transporte composto por (a) oferta e (b) demanda



Public Roads (1964) (BPR)

$$c_a(f_a) = t_a^0 \left( 1 + \alpha (f_a/c_a)^\beta \right), \quad (2.1)$$

onde  $t_a^0$  é o tempo gasto na velocidade máxima permitida, sem efeitos de congestionamento (também conhecido por *free-flow travel time*, ou tempo em fluxo livre) e  $c_a$  é a capacidade nominal da via. As constantes  $\alpha$  e  $\beta$  servem para configurar o crescimento do tempo em função do fluxo de veículos na via.

Este trabalho se baseia no primeiro princípio de Wardrop (1952), conhecido como *equilíbrio do usuário* (ou *user equilibrium*). Este princípio considera que os motoristas (também chamados usuários) selecionam seus caminhos de forma não-colaborativa, agindo em busca do seu próprio benefício na minimização do tempo de viagem. No equilíbrio do usuário, todos os caminhos utilizados entre uma origem e um destino possuem o mesmo tempo de viagem, enquanto caminhos não utilizados possuem tempo maior. Dessa forma, nenhum usuário possui incentivo em trocar de rota.

Existem vários métodos para resolver o TAP. Patriksson (1994) apresenta uma descrição dos principais métodos desenvolvidos desde a concepção do problema, enquanto Inoue e Maruyama (2012) e Perederieieva et al. (2015) analisam os métodos que compõem o estado-da-arte em termos de eficiência. Conforme Ortúzar e Willumsen (2011), estes métodos possuem um mecanismo de cálculo de caminhos mínimos e um método de escolha de rotas para a determinação da distribuição do fluxo.

A mais simples abordagem ao problema consiste em calcular os caminhos mínimos de cada par OD com base em um custo fixo para cada arco e alocar todo o fluxo a este caminho. Esta abordagem é conhecida como *All-Or-Nothing* (AON) (CHICAGO AREA TRANSPORTATION STUDY, 1960) e não considera os efeitos do congestionamento no momento da alocação. Claramente não é um método eficaz para a modelagem de cenários reais, pois não converge para o equilíbrio do usuário. No entanto, este método serve de base para o desenvolvimento

de abordagens incrementais e iterativas (PATRIKSSON, 1994). O Algoritmo 2.4 apresenta o pseudocódigo para o método AON.

---

**Algoritmo 2.4:** Método *All-Or-Nothing* (AON)

---

**Entrada:** Rede  $G = (V, A)$  e demanda  $D$

**Saída:** Fluxo total atribuído a cada arco  $a \in A$

- 1 Determina os custos fixos para cada arco  $a \in A$  (tempo em fluxo livre)
  - 2 **para cada**  $d \in D$  **faça**
  - 3     Determina o caminho mínimo  $r$
  - 4     Atribui todo o fluxo  $d$  ao caminho  $r$ :  $f_r \leftarrow d$
- 

Baseado na abordagem AON, o método *Incremental Assignment* (IA) (MARTIN; MANNHEIM, 1965) consiste em alocar as viagens de forma incremental. A demanda é dividida em frações e alocadas incrementalmente utilizando o método AON. No entanto, cada alocação realizada utiliza o fluxo acumulado da iteração anterior na determinação dos custos para o cálculo dos caminhos mínimos (ORTÚZAR; WILLUMSEN, 2011). A determinação do tamanho e da quantidade de frações é uma dificuldade dos métodos incrementais. Além disso, o fluxo alocado em um incremento não é realocado. Por isso, estes métodos não garantem a convergência para o equilíbrio do usuário. Por exemplo, caso alguma das primeiras iterações aloque muito fluxo a um arco com custo baixo e baixa capacidade, o equilíbrio de Wardrop pode ser comprometido e o algoritmo converge para uma má solução. Permitir que usuários troquem de rota com o passar das iterações é fundamental para a convergência ao equilíbrio do usuário.

Métodos iterativos foram desenvolvidos em busca do contorno dos problemas apresentados por métodos incrementais. Ortúzar e Willumsen (2011) detalham o método iterativo de alocação de tráfego como uma abordagem que permite a realocação de fluxos atribuídos em iterações anteriores. Nesta abordagem, o fluxo atual de cada arco é calculado como uma combinação linear do fluxo da iteração anterior com o fluxo auxiliar da iteração atual, o qual é determinado pelo método AON. Sendo  $n$  a iteração atual,  $f'_a$  o fluxo alternativo calculado pela alocação AON e  $\phi \in [0,1]$  o coeficiente de aceitação do fluxo alternativo, o fluxo atual é determinado por  $f_a^n = (1 - \phi)f_a^{n-1} + \phi f'_a$ .

A determinação do valor de  $\phi$  é o fator que diferencia as implementações de algoritmos iterativos. Uma primeira estratégia consiste em atribuir a ele um valor constante. Smock (1962) propõe o uso de  $\phi = 1/(n + 1)$ , dando origem ao método *Successive Averages* (MSA). Sheffi (1985) mostra que utilizando esta abordagem o método produz uma solução que converge ao equilíbrio do usuário. O Algoritmo 2.5 apresenta o pseudocódigo do método iterativo de alocação de tráfego.

---

**Algoritmo 2.5:** Método iterativo de alocação de tráfego
 

---

**Entrada:** Rede  $G = (V, A)$  e demanda  $D$

**Saída:** Fluxo total atribuído a cada arco  $a \in A$

```

1  $n \leftarrow 0$ 
2 enquanto critério de convergência não é satisfeito faça
3   Calcule os custos de cada arco  $a \in A$ 
4   Realize alocação AON e obtenha os fluxos auxiliares  $f'_a$ 
5   Realize a combinação linear  $f_a^n = (1 - \phi)f_a^{n-1} + \phi f'_a$ 
6    $n \leftarrow n + 1$ 

```

---

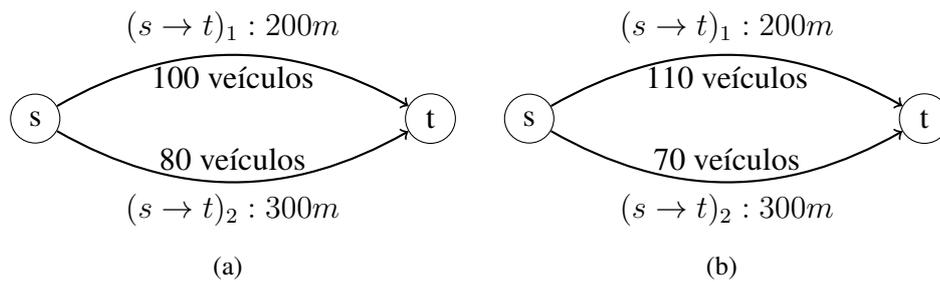
Outro aspecto que influencia a qualidade da solução é o critério de parada. Uma possibilidade é fixar um número máximo de iterações. Outra estratégia consiste em estimar o quão próximo está a solução atual do equilíbrio de Wardrop. Neste sentido, uma abordagem comumente utilizada consiste em parar quando a diferença de fluxo nos arcos em relação à iteração anterior não é mais significativa, implicando na aproximação ao equilíbrio (ORTÚZAR; WILLUMSEN, 2011).

## 2.5 Problema da alocação multiobjetivo de tráfego

Alguns autores estudam a aplicação do TAP com mais de um objetivo (TZENG; CHEN, 1993; DIAL, 1996; NAGURNEY, 2000), dando origem ao problema da alocação multiobjetivo de tráfego (MTAP, do inglês *multi-objective traffic assignment problem*). Assim como a maioria dos esforços nesta direção, estes estudos se baseiam na determinação de pesos para cada função de custo, gerando uma função de custo generalizada. Raith et al. (2014) propõem o tratamento de cada custo como um objetivo independente, apresentando o TAP como um problema de otimização multiobjetivo. O conceito de equilíbrio do usuário é alterado a fim de considerar múltiplos objetivos. O *multi-objective user equilibrium* (MUE) implica na distribuição do tráfego de modo que nenhum usuário é capaz de melhorar o valor de uma função objetivo, sem piorar o valor de outro objetivo mediante uma troca unilateral de rota.

Um aspecto importante a ser considerado no MTAP é que, uma vez que mais de um objetivo determinam a distribuição do fluxo, não existe um único estado de equilíbrio, mas múltiplos estados que satisfazem o MUE. Considerando duas funções de custo simples  $c_1(f_a) = f_a + d_a$  e  $c_2(f_a) = f_a$  a serem minimizadas, onde  $f_a$  é o fluxo no arco  $a$  e  $d_a$  é a sua distância, ambas as distribuições apresentadas na Figura 2.7 são alocações em MUE. A rede é composta por um vértice de origem  $s$  e um vértice de destino  $t$ , com dois possíveis caminhos entre eles.

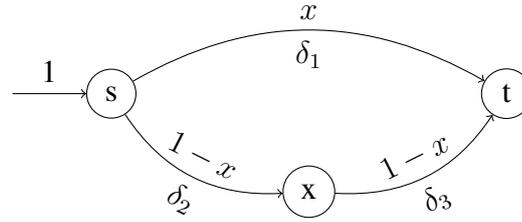
Figura 2.7 – Exemplo de múltiplas alocações que satisfazem o MUE



Sendo o custo de um caminho representado pelo vetor  $(c_1, c_2)$ , a alocação (a) possui custo  $(300, 100)$  para  $(s \rightarrow t)_1$  e  $(380, 80)$  para  $(s \rightarrow t)_2$ . Usuários do caminho  $(s \rightarrow t)_1$  não possuem incentivo de trocar para  $(s \rightarrow t)_2$ , pois apesar de melhorar o custo  $c_2$ , piora o custo  $c_1$ . Usuários do caminho  $(s \rightarrow t)_2$  não possuem incentivo de trocar para  $(s \rightarrow t)_1$ , pois apesar de melhorar o custo  $c_1$ , piora o custo  $c_2$ . Logo, é uma alocação em MUE. Analisando a alocação (b), o caminho  $(s \rightarrow t)_1$  possui custo  $(310, 110)$ , enquanto o caminho  $(s \rightarrow t)_2$  possui custo  $(370, 70)$ . Igualmente, usuários do caminho  $(s \rightarrow t)_1$  não possuem incentivo de trocar para  $(s \rightarrow t)_2$ , pois apesar de melhorar o custo  $c_2$ , piora o custo  $c_1$ . Usuários do caminho  $(s \rightarrow t)_2$  não possuem incentivo de trocar para  $(s \rightarrow t)_1$ , pois apesar de melhorar o custo  $c_1$ , piora o custo  $c_2$ . Logo, é uma alocação em MUE.

Raith et al. (2014) propõem o método *Multiobjective All-Or-Nothing* (MAON). A principal diferença em relação ao método mono-objetivo está na substituição do custo de cada arco por um vetor de custos e na determinação dos caminhos mínimos (linha 3 do Algoritmo 2.4). Como existem múltiplos custos em cada arco, não existe apenas um caminho mínimo, mas um conjunto de caminhos não-dominados. Com isso, o algoritmo para a determinação de caminhos mínimos deve ser substituído por algum método multiobjetivo (CLIMACO; MARTINS, 1982; RAITH; EHRGOTT, 2009; GUERRIERO; MUSMANNO, 2001). Igualmente, o *Multiobjective Method of Successive Averages* (MMSA) é a versão multiobjetivo para o método MSA, substituindo a alocação AON (linha 4 do Algoritmo 2.5) pela alocação MAON. Após a determinação do conjunto de caminhos não-dominados, os usuários devem ser distribuídos entre eles de acordo com alguma estratégia. Raith et al. (2014) propõem algumas abordagens para isso, as quais são analisadas neste trabalho em dois grupos: abordagens com critério autoritário e abordagens baseadas nos objetivos do usuário.

Figura 2.8 – Problema de alocação de tráfego simples



### 2.5.1 Distribuição do fluxo baseada em critérios autoritários

O primeiro método de distribuição de fluxo é chamado *Equal Share Assignment* (EQS) e divide o fluxo igualmente entre os caminhos não-dominados. Sendo  $r_1^{ij}, r_2^{ij}, \dots, r_k^{ij}$  os caminhos não-dominados para o par OD  $d_{ij}$ , o fluxo do caminho  $s$  é

$$f_s = \begin{cases} \frac{d_{ij}}{k} & \text{se } s \in \{r_1^{ij}, \dots, r_k^{ij}\}, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

A segunda abordagem de distribuição do fluxo é o *Reference Point Assignment* (RPT). É determinado um ponto de referência no espaço de decisão, o qual representa o conjunto de custos desejado pelos usuários. Caminhos mais próximos ao ponto de referência recebem maior fluxo do que caminhos mais distantes. Raith et al. (2014) propõem formas de calcular o fluxo em função da distância ao ponto de referência, bem como formas de calcular esta distância.

As abordagens EQS e RPT distribuem os usuários de forma forçada na rede e, por isso, são baseadas em critérios autoritários. Para que um método determine uma distribuição que satisfaça o equilíbrio do usuário, seus objetivos devem ser levados em conta. No caso da alocação de tráfego tradicional, o objetivo dos usuários é a minimização do seu tempo de viagem. Logo, o fluxo é distribuído pelo caminho que forneça o menor tempo de tráfego. No caso multiobjetivo, forçar a distribuição de fluxo de acordo com critérios externos aos objetivos dos usuários não necessariamente produz resultados que satisfaçam o equilíbrio do usuário.

A Figura 2.8 apresenta um problema de alocação de tráfego para análise do método EQS. O fluxo total de 1 veículo/hora deve ser alocado com origem  $s$  e destino  $t$ . Os dois caminhos possíveis de  $s$  a  $t$  são chamados  $A$  ( $s \rightarrow t$ ) e  $B$  ( $s \rightarrow x \rightarrow t$ ). Cada arco  $a$  possui um coeficiente  $\delta_a$  associado e duas funções de custo  $c_{1,a} = f_a$  e  $c_{2,a} = f_a - \delta_a$ . O caminho  $A$  recebe um fluxo  $x$  a cada iteração, enquanto o caminho  $B$  recebe um fluxo  $1 - x$ . Com isso, o caminho  $A$  possui  $c_1 = x$  e  $c_2 = x - \delta_1$ , enquanto o caminho  $B$  possui  $c_1 = -2x + 2$  e  $c_2 = -2x + 2 - \delta_2 - \delta_3$ .

O equilíbrio do usuário é atingido quando ao menos um dos objetivos piora com uma

Tabela 2.2 – Execução do método MMSA-EQS para o exemplo da Figura 2.8

Iter. ( $n$ )	Custo A ( $c_1; c_2$ )	Custo B ( $c_1; c_2$ )	Soluções Pareto	$x$	$1 - x$
1	(0; -0,8)	(0; -0,5)	{A}	1	0
2	(1; 0,2)	(0; -0,5)	{B}	0,5	0,5
3	(0,5; -0,3)	(0,5; 0)	{A}	0,67	0,33
4	(0,67; -0,13)	(0,33; -0,17)	{B}	0,5025	0,4975
5	(0,5025; -0,2975)	(0,4975; -0,0025)	{A, B}	0,502	0,498
6	(0,502; -0,298)	(0,498; -0,002)	{A, B}	0,50166	0,49834
...	...	...	...	<b>0,5</b>	<b>0,5</b>

troca de rota. Logo, existem dois casos que configuram o equilíbrio: (1)  $c_{1,A} \leq c_{1,B} \wedge c_{2,A} \geq c_{2,B}$  e (2)  $c_{1,A} \geq c_{1,B} \wedge c_{2,A} \leq c_{2,B}$  (considerando ao menos uma das desigualdades estrita). Sendo  $\delta = -\delta_1 + \delta_2 + \delta_3$  e aplicando as funções adotadas, pelo caso (1) a alocação está em equilíbrio quando  $2/3 - \delta/3 \leq x \leq 2/3$ , enquanto pelo caso (2) o equilíbrio é atingido se  $2/3 \leq x \leq 2/3 - \delta/3$ . A Tabela 2.2 apresenta a execução do método MMSA com distribuição de fluxo EQS para os valores  $\delta_1 = 0,8$ ,  $\delta_2 = 0,2$  e  $\delta_3 = 0,3$ . Neste caso, aplicando os valores das constantes  $\delta_a$  nas condições (1) e (2), o equilíbrio é atingido com valores  $2/3 \leq x \leq 0,767$ . Como pode-se observar, a execução do método utilizando distribuição de fluxo EQS converge para  $x = 0,5$ , que não satisfaz as condições para o equilíbrio. Logo, uma distribuição de fluxo forçada não garante a convergência para o equilíbrio do usuário.

### 2.5.2 Distribuição do fluxo baseada nos objetivos do usuário

Raith et al. (2014) exploram dois outros métodos de distribuição de fluxo que consideram os objetivos dos usuários, evitando os problemas dos métodos EQS e RPT. O primeiro é o *Cost per unit Time Saving* (CTS) e foi aplicado a um problema de alocação de tráfego com dois objetivos: tempo de viagem e custo monetário, onde caminhos mais rápidos possuem um custo mais elevado. Para cada caminho não-dominado, o método determina a relação entre o custo e o tempo economizado com base no caminho mais barato. Este valor é chamado de *slope* e pode ser visto como o custo-benefício do respectivo caminho. Cada usuário possui um valor que está disposto a pagar em busca de uma economia em tempo. Com base neste valor, o método aloca cada usuário ao caminho mais rápido cujo *slope* seja aceitável por ele. Apesar de contornar os problemas dos métodos baseados em critérios autoritários, o método CTS não é realista ao considerar que um usuário disposto a pagar \$8 para economizar 2 minutos também estaria disposto a pagar \$80 para uma economia de 20 minutos (RAITH et al., 2014).

O segundo método é o *Dominated Area Assignment* (DOA). Neste método, cada usuário

possui um ponto ideal no espaço de decisão e seleciona um dos caminhos não-dominados conforme a área em que este ponto se encontra. Caso o ponto ideal esteja na área de dominância de um dos caminhos não-dominados, este é selecionado. Caso o ponto ideal esteja na área de dominância de dois ou mais caminhos não-dominados, um deles é escolhido de acordo com a preferência do usuário. Caso não exista nenhum caminho que domine o ponto ideal, o usuário deve escolher o caminho mais rápido com custo menor que o seu ponto ideal, ou escolher o caminho mais próximo. Raith et al. (2014) propõem técnicas para a distribuição nestes casos específicos.

Ao considerar os objetivos do usuário como fatores determinantes da distribuição do fluxo entre os caminhos não-dominados, o método de alocação de tráfego é capaz de produzir um conjunto de fluxos que satisfaz os critérios do MUE. Um segundo aspecto a ser considerado no momento de adotar alguma estratégia de distribuição é o quão bem representa cenários reais, produzindo resultados capazes de simular sua movimentação veicular.

## **2.6 Resumo**

Este capítulo apresentou os conceitos fundamentais à proposta deste trabalho, discutindo definições de otimização multiobjetivo, grafos, caminhos mínimos e alocação de tráfego. O TAP é aplicado na simulação da movimentação veicular em sistemas de transporte, determinando como os veículos se distribuem na rede de tráfego. Diferente da determinação de caminhos mínimos, o TAP considera os efeitos do congestionamento ao aplicar métodos incrementais e iterativos utilizando funções de custo dependentes do fluxo de veículos.

Ao considerar o consumo de energia como um custo adicional ao tempo de viagem, o modelo se torna biobjetivo, o que implica na existência de múltiplas alocações em equilíbrio do usuário. Para sua aplicação com veículos elétricos, o algoritmo de caminhos mínimos deve endereçar os dois aspectos apresentados: computar o conjunto de caminhos não-dominados (biobjetivo) e considerar as restrições da bateria. Além disso, o modelo exige a adoção de alguma estratégia de distribuição do fluxo entre estes caminhos. A aplicação do MTAP com veículos elétricos carece de estratégias mais adequadas, uma vez que as discutidas neste capítulo não são realistas para este contexto.

### 3 TRABALHOS RELACIONADOS

Com a popularização dos veículos elétricos, muitas pesquisas foram desenvolvidas com o objetivo de estudar os novos cenários de tráfego e medir as alterações em consumo de energia e emissão de poluentes. Este capítulo detalha estes trabalhos, analisando as técnicas utilizadas por eles. A Seção 3.1 apresenta os trabalhos que analisam os impactos dos veículos elétricos através do estudo das diferenças entre seu motor e o de veículos convencionais e, portanto, não consideram a forma como eles se distribuem e escolhem suas rotas. A Seção 3.2 apresenta os trabalhos que determinam a distribuição dos veículos elétricos através do cálculo dos caminhos mínimos. A Seção 3.3 apresenta os trabalhos que consideram os efeitos do congestionamento através do problema da alocação de tráfego com veículos elétricos. A Seção 3.4 resume os trabalhos relacionados e os compara com a abordagem proposta.

#### 3.1 Abordagens baseadas nas diferenças entre veículos convencionais e elétricos

Diversos trabalhos se baseiam nas diferenças entre veículos convencionais e elétricos, estudando o impacto da substituição de uma categoria por outra. Granovskii, Dincer e Rosen (2006) apresentam uma análise detalhada de veículos convencionais, elétricos, híbridos e movidos a hidrogênio, comparando seus aspectos econômicos e ambientais. Os aspectos econômicos consistem no custo dos veículos e dos seus combustíveis, enquanto os fatores ambientais se limitam à emissão de poluentes. Os autores analisaram todo o ciclo de vida dos veículos, identificando que os elétricos e híbridos possuem vantagens, reduzindo a emissão de poluentes. Porém, a forma como a energia elétrica é produzida também deve ser considerada no momento de analisar os impactos ambientais, uma vez que algumas formas de produção agridem o meio ambiente.

Bradley e Frank (2009) apresentam um estudo da arquitetura e do funcionamento de veículos híbridos *plug-in* e como suas características contribuem para a diminuição do consumo de petróleo e para a redução na emissão de poluentes. Na sua análise, os autores consideram hábitos de direção obtidos por meio de questionários e padrões recomendados pela Society of Automotive Engineers (1999). Veículos com diferentes características foram considerados na determinação da redução no consumo de gasolina. A economia chega a 88% em veículos menores e com maior autonomia de bateria e a 50% em veículos com menor autonomia. A redução na emissão de poluentes também varia, podendo chegar a 67% para veículos com maior autonomia.

Alguns trabalhos usam dados de veículos convencionais obtidos de sistemas de navegação na determinação dos impactos da substituição de veículos convencionais por elétricos. Estes dados contêm informações sobre rotas e padrões de condução que são utilizados em modelos de consumo de veículos elétricos. Gonder et al. (2007) consideram veículos convencionais, híbridos e híbridos *plug-in* e se baseiam em dados de padrões de condução obtidos de sistemas de navegação de 227 veículos da área metropolitana de St. Louis, EUA. Estes dados apresentam eventos de aceleração e frenagem que são utilizados para determinar o consumo de combustível. Os autores identificaram uma redução de até 66% no consumo de combustível comparando os veículos híbridos e híbridos *plug-in* com os convencionais.

Wang, Zhang e Ouyang (2015) estudam a redução no consumo de energia com a inclusão de veículos elétricos na cidade de Pequim, China. Eles utilizam padrões de condução obtidos através de sistemas de navegação de mais de 1000 veículos, aplicando modelos de consumo de energia sobre estes dados. Como resultados, os autores identificaram uma redução máxima de 83%. Os dados obtidos para a região estudada apresentaram características de baixa velocidade, longo tempo ocioso e mudanças bruscas de velocidade, fatores que afetam negativamente o consumo em veículos convencionais e favorecem os bons resultados para veículos elétricos. As baixas distâncias observadas na região contribuem para posicionar os veículos elétricos como uma boa alternativa aos motoristas.

Os trabalhos supracitados apresentam análises detalhadas dos impactos de veículos elétricos. No entanto, apesar da melhor eficiência dos veículos elétricos ser responsável pela maior parcela deste impacto, sua completa análise deve considerar que eles escolhem suas rotas de forma diferenciada em relação aos veículos convencionais. É importante determinar qual a economia de energia relacionada às diferentes rotas dos veículos elétricos e qual a consequência no tempo de viagem, uma vez que motoristas e autoridades ambientais se preocupam com estes aspectos.

### **3.2 Abordagens baseadas em caminhos mínimos**

Assim como Artmeier et al. (2010), que propõem um algoritmo para o problema dos caminhos mínimos energeticamente eficientes (Seção 2.3.3), outros autores exploram o problema da determinação de rotas para veículos elétricos. O algoritmo proposto por Artmeier et al. (2010) visita vértices mais de uma vez, aumentando seu tempo de execução. Para contornar este problema, Eisner, Funke e Storandt (2011) utilizam as funções potenciais de Johnson (1973) para transformar os pesos negativos em valores positivos que preservem os caminhos mínimos

originais. Dessa forma, os autores diminuem a complexidade do algoritmo para  $O(n \log n + m)$ .

Baum et al. (2014) estendem o problema para o tratamento do tempo de viagem juntamente ao consumo de energia em um modelo biobjetivo. Para determinar rotas que resultem em um equilíbrio entre ambos os custos, os autores consideram que os motoristas não necessariamente trafegam por uma via na sua velocidade máxima, mas podem optar por uma velocidade inferior para economizar energia. Para modelar esta característica, cada arco é substituído por um conjunto de arcos com diferentes velocidades. Os autores propõem uma série de técnicas para aumentar a eficiência e algumas heurísticas que aproximam a curva Pareto em um tempo aceitável. Storandt (2012) considera ainda estações de recarga em um algoritmo que calcula caminhos mínimos considerando o tempo gasto, consumo de energia e o número de recargas durante a viagem. Os objetivos são modelados como restrições na determinação dos caminhos mínimos e algumas estratégias para melhoria na eficiência do algoritmo são propostas. Sachembacher et al. (2011) e Baum et al. (2013) também apresentam melhorias em algumas abordagens para o problema e estudam seus resultados sobre instâncias continentais.

### 3.3 Abordagens baseadas no problema da alocação de tráfego

A utilização do TAP com veículos elétricos foi estudada por Jiang, Xie e Waller (2012), dando origem ao problema da alocação de tráfego com caminho restrito (*path-constrained traffic assignment*). Os autores minimizam o tempo de viagem, respeitando um limite de distância máxima para os caminhos, que representa a autonomia limitada dos veículos.

He, Yin e Lawphongpanich (2014) se baseiam na mesma abordagem, mas modelam a restrição como um limite no consumo de energia e incluem postos de recarga de energia. Esta abordagem minimiza o tempo de viagem, escolhendo rotas que não ultrapassem o limite em consumo de energia, permitindo ainda que a bateria seja recarregada durante a viagem, porém com um custo em tempo. Os autores propõem duas abordagens para o consumo de energia. A primeira utiliza uma taxa fixa de consumo por milha, a segunda uma função dependente da velocidade. A função proposta calcula o consumo de energia de forma inversamente proporcional à velocidade, o que não é realista. Quanto maior a velocidade, maior o consumo de energia para a movimentação do veículo (GARDNER; DUELL; WALLER, 2013; BAUM et al., 2014).

Jiang e Xie (2014) utilizam o TAP com caminho restrito assumindo que todos os motoristas possuem veículos convencionais e elétricos, podendo optar pelo uso de um deles. A alocação minimiza o custo monetário da viagem, composto pela soma de um custo fixo por unidade de tempo e o custo do combustível, no caso de um veículo convencional ou da energia,

Tabela 3.1 – Visão geral dos trabalhos relacionados e nossa abordagem

Referência	Método utilizado	Como a energia é considerada	Modelo físico de consumo	População mista	Análise das mudanças nos custos
Artmeier et al. (2010)	CM	-	-	-	-
Sachenbacher et al. (2011)	CM	-	✓	-	-
Eisner, Funke e Storandt (2011)	CM	-	✓	-	-
Storandt (2012)	CM	R	-	-	-
Baum et al. (2013)	CM	-	-	-	-
Baum et al. (2014)	CM	B	-	-	-
Jiang, Xie e Waller (2012)	TAP	R	-	-	-
Jiang e Xie (2014)	TAP	R	-	✓	-
He, Yin e Lawphongpanich (2014)	TAP	R	✓	-	-
Nossa abordagem	TAP	B	✓	✓	✓

no caso de um veículo elétrico.

### 3.4 Resumo

A Tabela 3.1 apresenta uma visão geral dos trabalhos relacionados que consideram a diferente escolha de rotas dos veículos elétricos. A primeira coluna mostra os trabalhos que se baseiam na alocação de tráfego (“TAP”) e os que somente computam caminhos mínimos (“CM”). A segunda coluna mostra como o consumo de energia é endereçado pelos trabalhos. Aqueles marcados com “R” modelam o consumo de energia como uma restrição dos caminhos, enquanto aqueles marcados com “B” modelam o tempo de viagem e o consumo de energia como custos e, portanto, apresentam uma abordagem biobjetivo. As demais colunas mostram os trabalhos que adotam um modelo físico para o cálculo do consumo de energia, os que consideram uma população mista de veículos convencionais e elétricos e, finalmente, quais trabalhos utilizam os fluxos (ou rotas) computados para a determinação e análise das mudanças em tempo de viagem e consumo de energia oriundas da adoção de veículos elétricos.

Abordagens baseadas em caminhos mínimos fornecem uma visão geral da forma como veículos elétricos optam por suas rotas. Porém, estas abordagens não são realistas a medida que não consideram os efeitos de congestionamento na tomada de decisão. Rotas congestionadas podem alterar significativamente os custos em termos de tempo de viagem e consumo de energia. As abordagens baseadas no TAP consideram os efeitos do congestionamento na escolha de rotas dos veículos elétricos, porém tratam o consumo de energia apenas como uma restrição dos caminhos, fazendo com que rotas interessantes não sejam consideradas. Por exemplo, assumindo a existência de duas rotas, onde a primeira apresenta um tempo de viagem ligeiramente

inferior e a segunda um consumo de energia muito menor. Caso ambas não violem a restrição de consumo máximo de energia, a primeira será escolhida. No entanto, a opção mais interessante para muitos motoristas pode ser a segunda rota, pois fornece uma economia expressiva de energia com um custo ligeiramente superior em tempo. Um modelo biobjetivo é capaz de resolver este problema ao considerar ambos os custos de forma independente.

## 4 ALOCAÇÃO BI OBJETIVO DE TRÁFEGO PARA VEÍCULOS ELÉTRICOS

Este trabalho propõe um método de alocação biobjetivo de tráfego para determinar a distribuição de veículos elétricos em cenários de trânsito. Com isso, é possível calcular os custos em tempo de viagem e consumo de energia e analisar os impactos da inclusão e do aumento da quantidade de veículos elétricos.

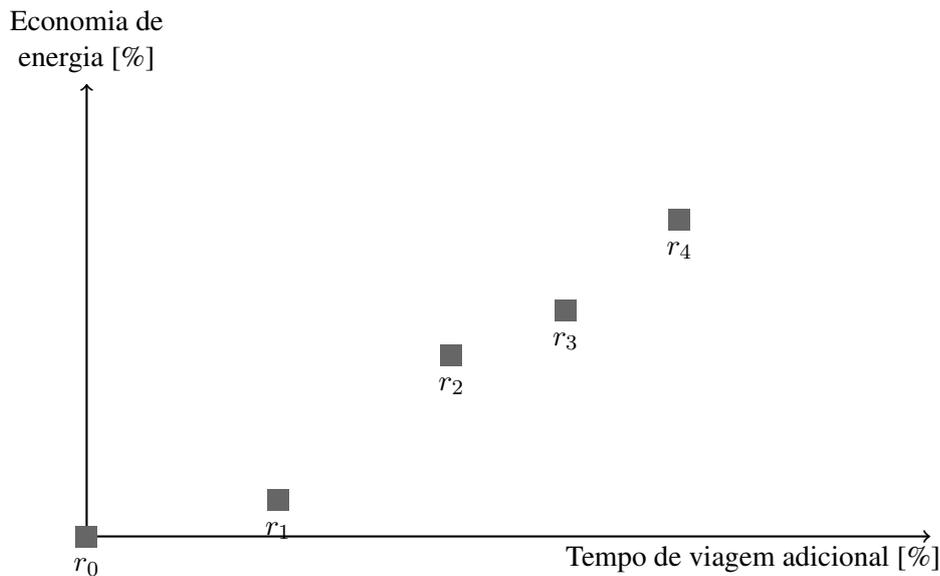
Uma primeira abordagem ao problema consistiria em substituir a função objetivo do TAP, modelada pela função BPR (Equação (2.1)), por um modelo de consumo de energia. Dessa forma, o gasto energético determinaria o quão atrativa é uma rota e os motoristas optariam pelos caminhos que minimizam o consumo de energia. No entanto, o consumo por atrito e em energia cinética aumentam a medida que cresce a velocidade. Logo, uma maior velocidade resulta em um maior gasto de energia. Ao substituir a função objetivo pelo consumo de energia, os veículos tenderiam a distribuir-se por caminhos mais lentos e congestionados, pois forneceriam um menor gasto energético. Portanto, esta substituição não seria realista, pois apesar de buscarem uma economia de energia, motoristas de veículos elétricos não estão dispostos a gastar um tempo de viagem muito elevado. Um modelo realista deve considerar um equilíbrio entre os dois objetivos. Como ambas funções são antagônicas, uma modelagem biobjetivo foi aplicada.

Para isso, foi adotado o MTAP proposto por Raith et al. (2014) (Seção 2.5), considerando o tempo de viagem e o consumo de energia como objetivos do modelo. Como o MTAP exige uma estratégia de distribuição do fluxo entre caminhos não-dominados, este trabalho propõe duas estratégias que modelam a escolha de rotas de veículos elétricos, apresentadas na Seção 4.1. O modelo físico do consumo de energia é detalhado na Seção 4.2. Um algoritmo biobjetivo de caminhos mínimos para veículos elétricos é proposto e apresentado na Seção 4.3. Um questionário foi aplicado para o levantamento de valores de alguns parâmetros, o qual está detalhado na Seção 4.4.

### 4.1 Estratégias de distribuição de fluxo para veículos elétricos

As estratégias de distribuição do fluxo entre caminhos não-dominados consistem na escolha de rotas dos motoristas. Apesar de considerarem os objetivos do usuário, as estratégias CTS e DOA (Seção 2.5) não representam com fidelidade ambientes reais e a tomada de decisão de motoristas de veículos elétricos. Os métodos propostos neste trabalho utilizam o caminho de menor tempo (caminho mais rápido) como base para a análise dos demais. Com isso, os demais caminhos não-dominados apresentam uma economia de energia em relação ao caminho mais

Figura 4.1 – Representação do espaço de decisão



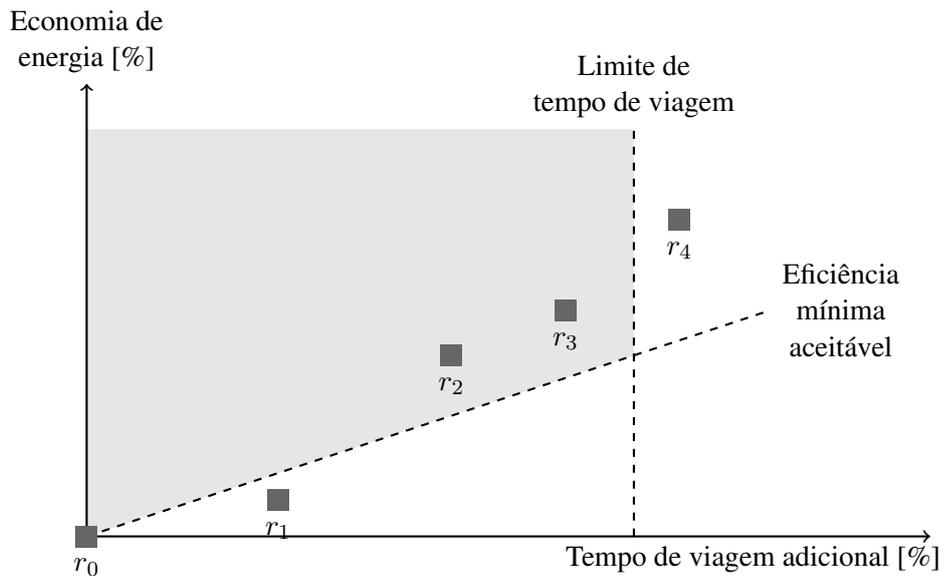
rápido e um tempo adicional a ser pago por ela. A Figura 4.1 mostra o espaço de decisão com os caminhos  $r_0, r_1, r_2, r_3, r_4$ , organizados conforme seus custos. Sendo  $r_0$  o caminho mais rápido, possui economia de energia e tempo adicional iguais a zero. Os demais caminhos apresentam alguma economia de energia em troca de algum tempo adicional.

Analisando o espaço de decisão, o caminho  $r_1$  apresenta uma pequena economia de energia com um tempo adicional considerável e provavelmente não seria escolhido em ambientes reais. Para evitar que fluxos sejam alocados a caminhos com estas características, uma relação de custo-benefício mínima foi introduzida. Neste sentido, a *eficiência mínima aceitável* consiste na mínima relação entre os custos, representando quanta energia deve ser economizada por cada unidade de tempo adicional para que o caminho seja aceitável. Para evitar que caminhos com eficiência aceitável mas tempo de viagem demasiado alto sejam escolhidos, foi adicionado um *limite de tempo adicional*. Por exemplo, o caminho  $r_4$  fornece uma boa economia de energia, mas motoristas podem não estar dispostos a gastar tanto tempo.

A Figura 4.2 apresenta o mesmo espaço de decisão com a eficiência mínima aceitável e o limite de tempo adicional representados como restrições na escolha de rotas. O espaço de decisão é podado (área destacada), mantendo apenas os caminhos que possuem um custo-benefício superior à eficiência mínima aceitável e um tempo adicional menor que seu limite. No exemplo apresentado, as soluções  $r_1$  e  $r_4$  são excluídas do conjunto de caminhos não-dominados por não satisfazerem as restrições. O presente trabalho assume que o valor da eficiência mínima aceitável é comum a todos os motoristas, enquanto limites de tempo são distribuídos entre eles. Os valores destes parâmetros foram obtidos através de um questionário, detalhado na Seção 4.4.

Veículos convencionais optam pelo caminho de menor tempo ( $r_0$  da Figura 4.2). Já os

Figura 4.2 – Representação do espaço de decisão restrito



veículos elétricos aplicam as restrições sobre o espaço de decisão e optam por um entre os caminhos factíveis resultantes de acordo com uma estratégia. Na estratégia *Greedy Energy* (GE), a escolha é feita de forma gulosa em relação ao consumo de energia. Ou seja, o caminho que forneça a maior economia de energia é escolhido. Na estratégia *Greedy Efficiency* (GF), o caminho que possua a melhor relação entre economia de energia e tempo adicional (eficiência) é escolhido. Esta relação é medida pela expressão (tempo adicional) / (economia de energia).

Considerando o exemplo apresentado na Figura 4.2 com custos (tempo adicional, economia de energia) sendo  $r_2 = (8, 4)$  e  $r_3 = (11, 5)$ , a estratégia *Greedy Energy* seleciona o caminho  $r_3$ , pois apresenta maior economia de energia (igual a 5). Analisando o valor de eficiência de ambos os caminhos,  $\text{eficiência}_{r_2} = 8/4 = 2$  e  $\text{eficiência}_{r_3} = 11/5 = 2,2$ . Logo, a melhor relação de custo-benefício é apresentada pelo caminho  $r_2$ , o qual é selecionado pela estratégia *Greedy Efficiency*.

## 4.2 Modelo de consumo de energia

Pesquisas voltadas ao estudo de veículos elétricos utilizam alguma técnica para medir o consumo de energia de determinada rota ou via. Uma abordagem simples consiste em definir uma taxa de consumo, geralmente expressa em MJ ou kWh por milha ou quilômetro. Esta técnica é utilizada por Jiang e Xie (2014) e He, Yin e Lawphongpanich (2014), na tentativa de medir o gasto de veículos elétricos em simulações de sistemas de tráfego. Apesar da utilização de uma taxa de consumo permitir a determinação do gasto médio de um veículo elétrico, outros

fatores podem resultar em um maior ou menor consumo, como a inclinação da via ou a velocidade de tráfego. Estes fatores são importantes na tomada de decisão de motoristas de veículos elétricos, pois nem sempre uma distância menor implica em uma maior economia de energia.

Este trabalho propõe o uso de modelos físicos de consumo de energia (SCHLOTE et al., 2012; PRANDTSTETTER; STRAUB; PUCHINGER, 2013) para determinar o gasto por atrito com o solo, resistência do ar, inclinação da via e mudanças de velocidade. O modelo proposto por Wang, Jiang e Mu (2013) com base em Larminie e Lowry (2004) foi adotado, o qual define uma função de custo para um arco  $a = (i, j) \in A$ . O consumo total de energia é decomposto em três consumos específicos. A função  $r_a(v_a)$  computa a energia gasta no atrito com o solo e com o ar,  $p_a$  calcula a energia potencial gravitacional e  $k_a(v_a, v_{a'})$  computa a energia cinética. Estas funções são apresentadas nas Equações (4.1) – (4.3), onde  $f_r$  é o coeficiente de atrito de rolamento do veículo,  $m$  é a massa do veículo e sua carga,  $g$  é a aceleração da gravidade,  $\rho$  é a densidade do ar,  $\alpha$  é o coeficiente de resistência do ar,  $A$  é a área frontal do veículo,  $v_a$  é a velocidade no arco  $a$ ,  $l_a$  e o comprimento do arco  $a$ ,  $q(V) = mgh_V$  é a energia potencial gravitacional no vértice  $V$ , com  $h_V$  sendo a elevação do vértice  $V$  e  $K(v) = mv^2/2$  é a energia cinética do veículo. É importante evidenciar que o gasto em energia cinética  $k_a$  depende da troca de velocidade do arco anterior  $a'$  ao arco atual  $a$ .

$$r_a(v_a) = \eta_{out}^{-1} \cdot (f_r m g + \rho \alpha A v_a^2 / 2) \cdot l_a, \quad (4.1)$$

$$p_a = \eta(q(i) - q(j)), \quad (4.2)$$

$$k_a(v_a, v_{a'}) = \eta(K(v_a) - K(v_{a'})). \quad (4.3)$$

As funções  $p_a$  e  $k_a(v_a, v_{a'})$  podem resultar em valores negativos. Isto ocorre quando a recuperação de energia pela frenagem regenerativa é maior que o consumo. Diferente de veículos convencionais, nos quais esta energia é perdida na forma de calor, veículos elétricos são capazes de armazená-la de volta na bateria. De fato, esta é uma das principais diferenças entre veículos convencionais e elétricos. A função  $\eta$  representa a eficiência da conversão de energia e é definida pela Equação (4.4). A eficiência da conversão determina quanta energia é perdida, seja na sua geração ou no seu processo de armazenamento a partir da recuperação. No processo de geração de energia a partir do tanque, a função  $\eta$  determina quanta energia deverá ser extraída para suprir uma certa demanda do motor. Isto ocorre por conta da perda que acontece no tratamento (combustão dos veículos convencionais, por exemplo) para utilização no motor. No caso do armazenamento da energia recuperada, a função  $\eta$  calcula a quantidade efetiva armazenada na bateria, descontando as perdas (LARMINIE; LOWRY, 2004). Os parâmetros  $\eta_{in}$  e  $\eta_{out}$

expressam a fração de energia que é aproveitada.

$$\eta(x) = \begin{cases} \eta_{out}^{-1}x, & \text{se } x \geq 0, \\ \eta_{in}x, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (4.4)$$

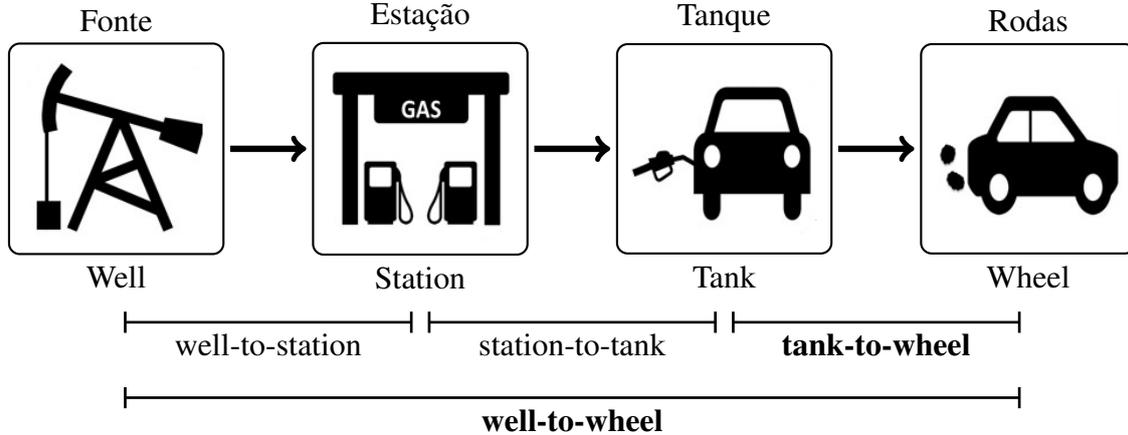
Finalmente, o consumo de energia total é definido pela Equação (4.5), que calcula o gasto energético de forma genérica para veículos elétricos e convencionais, bem como para diferentes modelos de veículos, bastando configurar os parâmetros com as suas características.

$$e_a = r_a(v_a) + p_a + k_a(v_a, v_a'). \quad (4.5)$$

Neste trabalho, a função será aplicada a veículos convencionais e elétricos, considerando a mesma massa e área frontal. O único fator que os diferencia é a eficiência do motor. O veículo convencional possui eficiência  $n_{in} = 0$ , enquanto o veículo elétrico possui eficiência  $n_{in} = 0,7$  (VAN-MIERLO; MARENNE, 2009). Com relação à eficiência no consumo de energia, existem algumas discussões na literatura (SILVA et al., 2006) a respeito da adoção de valores mais representativos, introduzindo duas métricas distintas: *tank-to-wheel* e *well-to-wheel*.

A métrica *tank-to-wheel* diz respeito à eficiência na conversão da energia desde o tanque (ou bateria, no caso dos veículos elétricos) até as rodas. Ou seja, representa o percentual aproveitado pelo motor da energia extraída do tanque. Veículos elétricos possuem uma eficiência *tank-to-wheel* de aproximadamente 0,9, veículos convencionais de aproximadamente de 0,2 (VAN-MIERLO; MARENNE, 2009). A energia elétrica armazenada na bateria já está praticamente na forma final a ser utilizada pelo motor. Já combustíveis fósseis, como a gasolina, ainda passam por um processo de combustão. A maior perda da energia elétrica ocorre antes de ela ser armazenada no tanque, enquanto a maior perda da gasolina ocorre no processo de combustão. Para uma análise global dos impactos no consumo de energia, a eficiência de todo o processo deve ser considerada. A métrica *well-to-wheel* considera a eficiência desde sua extração na fonte da matéria-prima até a efetiva utilização pelo motor. A eficiência *well-to-wheel* de um veículo elétrico é de aproximadamente 0,27, enquanto a de um veículo convencional é de aproximadamente 0,18 (VAN-MIERLO; MARENNE, 2009). A Figura 4.3 apresenta uma visão simplificada do processo de produção de energia e das etapas consideradas por cada uma das medidas de eficiência.

Figura 4.3 – Processo de produção de energia e suas métricas de eficiência



### 4.3 Algoritmo biobjetivo de caminhos mínimos para veículos elétricos

No presente trabalho, as funções objetivo são tempo de viagem (BPR - Equação (2.1)) e consumo de energia (Equação (4.5)). Conforme discutido na Seção 2.3.3, as restrições de bateria devem ser incorporadas ao algoritmo de caminhos mínimos. As modificações propostas por Artmeier et al. (2010) foram introduzidas no algoritmo de caminhos mínimos biobjetivo por correção de rótulos de Skriver e Andersen (2000). O resultado é apresentado no Algoritmo 4.1.

---

#### Algoritmo 4.1: Algoritmo biobjetivo de correção de rótulos para veículos elétricos

---

**Entrada:** Rede  $G = (V, A)$ , vértice de origem  $s$ , capacidade da bateria  $C_{max}$  e capacidade de armazenamento livre  $U_s$

```

1  $Q \leftarrow \{s\}$ 
2  $R\u00f3tulos(s) \leftarrow \{(0, U_s, 0)\}$ 
3 para cada  $v \in V \setminus \{s\}$  faça
4    $R\u00f3tulos(v) \leftarrow \emptyset$ 
5 enquanto  $Q \neq \emptyset$  faça
6   seleciona um vértice  $i$  de  $Q$ 
7    $Q \leftarrow Q \setminus \{i\}$ 
8   para cada  $a = (i, j) \in A$  faça
9     calcula o tempo de viagem  $t_a$  (Equação (2.1))
10    para cada  $r \in R\u00f3tulos(i)$  faça
11      calcula a energia  $e_a$  (Equação (4.5))
12       $t \leftarrow t_r + t_a$ 
13       $e \leftarrow e_r + e_a$ 
14       $e \leftarrow \max(e, 0)$ 
15       $r' \leftarrow (t, e, v_a)$ 
16      se  $e \leq C_{max}$  ent\u00e3o
17         $R\u00f3tulos(j) \leftarrow removeDominados(\{r'\} \cup R\u00f3tulos(j))$ 
18      se  $R\u00f3tulos(j)$  foram alterados e  $j \notin Q$  ent\u00e3o
19         $Q \leftarrow Q \cup \{j\}$ 

```

---

O algoritmo utiliza rótulos para armazenar os custos em atingir cada vértice. O primeiro valor corresponde ao tempo de viagem, o segundo ao consumo de energia e o terceiro à velocidade do arco predecessor. Considerar a velocidade do arco predecessor é necessário pois o consumo de energia depende da variação de velocidade entre o arco anterior e o atual. Por isso, um rótulo domina outro quando apresenta menores valores para o tempo de viagem e para o consumo de energia e uma maior velocidade. A última condição é necessária pois se a velocidade de um rótulo é maior, ele pode atingir uma maior economia (ou um menor consumo) nos arcos subsequentes. Portanto, ele não pode ser considerado dominado.

Um veículo pode iniciar seu trajeto com parte da energia já consumida. Por isso,  $U_s$  é a capacidade de armazenamento livre da bateria no vértice  $s$ . Quando o veículo inicia com a bateria totalmente carregada,  $U_s$  é igual a 0. Este parâmetro é recebido como entrada pelo algoritmo e é atribuído como custo em energia no vértice  $s$  (linha 2). Cada vértice é selecionado da lista de vértices modificados  $Q$  (linha 6). A complexidade do algoritmo está relacionada com a ordem na qual os vértices são processados. Artmeier et al. (2010) utilizam a estratégia FIFO e obtêm resultados satisfatórios. Os sucessores do vértice selecionado são analisados (linha 8). O tempo de viagem e o consumo de energia para ir do vértice  $i$  ao vértice  $j$  são computados (linhas 9 e 11). O cálculo do consumo de energia é feito para cada rótulo de  $i$ , pois eles podem apresentar velocidades distintas, o que altera o consumo. Os custos em tempo e energia para chegar até o vértice  $j$  são computados e formam um novo rótulo (linhas 12, 13 e 15). A linha 14 representa a primeira restrição da bateria e não permite uma recuperação de energia superior à capacidade máxima de armazenamento. A linha 16 representa a segunda restrição e não permite um consumo superior ao total de energia disponível.

O procedimento de fusão dado na linha 17 adiciona o novo rótulo ao conjunto de rótulos do vértice  $j$  e remove os possíveis rótulos dominados. Caso haja modificação nos rótulos do vértice  $j$ , ele deve ser explorado para a propagação dos novos custos. Neste caso, ele é adicionado à lista de vértices a serem explorados (linhas 18 e 19). Ao final, o algoritmo computa o conjunto de caminhos não-dominados desde a origem até cada vértice do grafo, respeitando as restrições de bateria de veículos elétricos.

Caminhos mínimos biobjetivo compõem um problema NP-completo (SERAFINI, 1987). Além disso, o número de caminhos não-dominados cresce exponencialmente com a adoção de dois objetivos (HANSEN, 1980). Logo, o Algoritmo 4.1 é exponencial no número de iterações. Apesar disso, cada iteração possui uma complexidade polinomial em função do número de arcos sucessores e do número de rótulos do vértice. Além disso, sua aplicação em instâncias reais apresenta um menor número de caminhos não-dominados em comparação com a aplicação em

instâncias sintéticas (também observado por Raith e Ehgott (2009)). A inclusão de um custo potencialmente negativo não altera a corretude do BSP por correção de rótulos, pois o algoritmo é capaz de tratar pesos negativos nos arcos. Da mesma forma, a adição das restrições da bateria dos veículos elétricos se limita a manter os custos dentro das restrições destes veículos. Por isso, a corretude se mantém em relação ao algoritmo base, apresentado em Skriver e Andersen (2000), uma vez que estas restrições apenas tornam alguns caminhos inactíveis.

#### 4.4 Questionário

Um questionário foi conduzido para levantar o valor da eficiência mínima aceitável e a distribuição dos limites de tempo adicional entre a população de veículos elétricos. A pesquisa foi disponibilizada *online* e respondida por 154 pessoas.

A primeira pergunta foi elaborada para identificar a relação de custo-benefício que compõe a eficiência mínima aceitável. Para isso, o espaço de decisão foi mapeado com um conjunto de 225 pontos, compostos por um valor de economia de energia e um valor de tempo adicional. Os respondentes analisaram se estes custos são aceitáveis. Um total de 15 pontos foram selecionados aleatoriamente para cada respondente com base na seguinte situação apresentada: "*Considere que você realize uma viagem diária para o trabalho com duração média de 40 minutos. O custo médio de cada viagem é de \$10,00. Na possibilidade de optar por caminhos mais econômicos, porém mais lentos, você estaria disposto a:*". Cada ponto foi apresentado como uma alternativa para a qual o participante opta por *sim* ou *não*. Por exemplo, um tempo adicional de 10% do valor do tempo original com uma economia de 50% é apresentado como: "*Gastar 44 minutos para economizar 50% (\$5,00) de combustível?*". O questionário não tratou da economia de energia, pois em geral as pessoas ainda não estão habituadas com a realidade de veículos elétricos. Por isso, a economia foi dada em valores monetários, comum a todas as pessoas. Além disso, a economia e o tempo adicional foram tratados como valores percentuais sobre a situação hipotética apresentada, na tentativa de tornar as respostas genéricas e aplicáveis a realidades com diferentes amplitudes de custos.

A Figura 4.4 apresenta o espaço de decisão com os 225 pontos mapeados. Para cada ponto, existe um percentual de economia e o respectivo percentual de tempo adicional. Pontos representados por um círculo preenchido foram aceitos pela maioria dos respondentes. Pontos representados por um círculo não preenchido foram rejeitados pela maioria dos respondentes. Pontos representados por um asterisco receberam o mesmo número de respostas positivas e negativas e, portanto, representam pontos de transição e incerteza. Com isso, foi determinada a

Figura 4.4 – Pontos do espaço de decisão com respostas do questionário

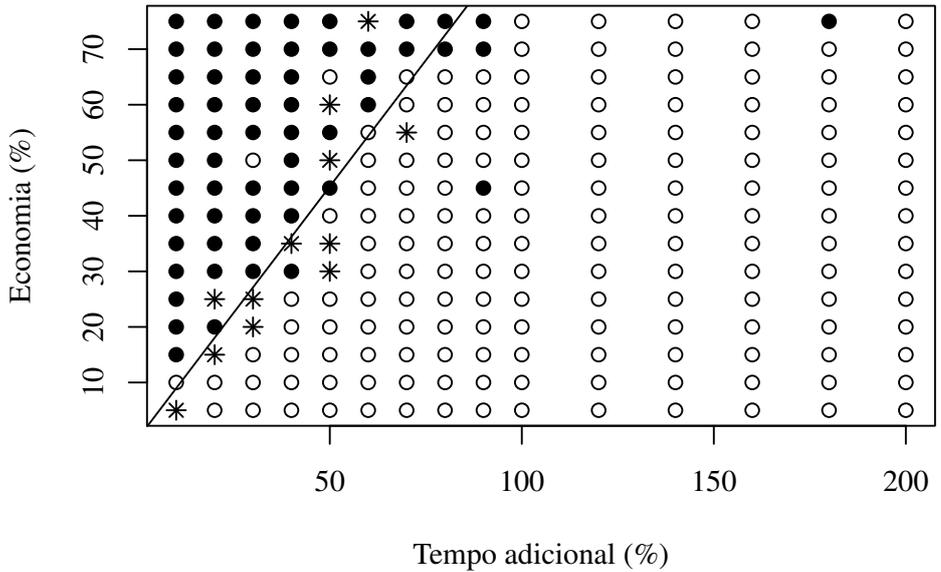
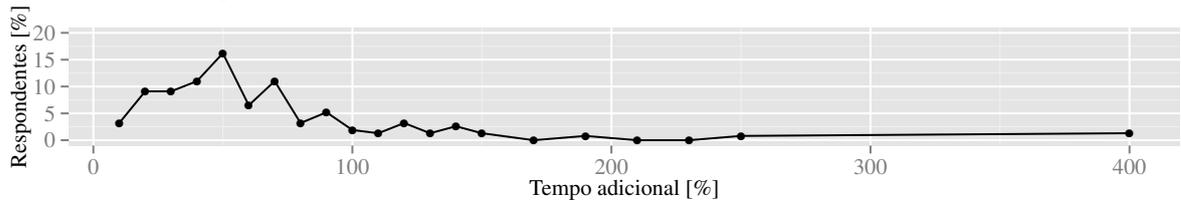


Figura 4.5 – Distribuição dos limites de tempo entre os respondentes



reta presente na Figura 4.4 como a eficiência mínima aceitável (0,9% de economia de energia para cada 1% de tempo adicional).

A segunda pergunta trata de determinar a distribuição dos limites de velocidade entre os motoristas de veículos elétricos. Ela apresenta a mesma situação hipotética da anterior e oferece um montante monetário mensal (a ser obtido em termos de economia) em troca de um tempo adicional diário. O respondente avalia se o tempo adicional apresentado é aceitável, frente a um retorno financeiro de \$200,00 mensais. Por exemplo, para saber se o respondente aceita gastar 50% a mais em tempo a pergunta seria: "Gastar 80 minutos para economizar \$200,00 por mês". Os tempos adicionais questionados se baseiam na situação apresentada, sendo 10%, 20%, 30%, 40%, 50%, 60%, 70%, 80%, 90%, 100%, 110%, 120%, 130%, 140%, 150%, 170%, 190%, 210%, 230%, 250%, 400% do tempo base, totalizando 21 perguntas. A distribuição resultante pode ser observada na Figura 4.5, seus valores são apresentados pela Tabela 4.1. Por exemplo, 3,2% dos respondentes não aceitariam mais que 10% do tempo mínimo para seu trajeto, enquanto 11% aceitariam um tempo adicional de até 40% do tempo mínimo.

Tabela 4.1 – Distribuição dos limites de tempo entre os respondentes

limite de tempo (%)	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	170	190	210	230	250	400
respondentes (%)	3.2	9.1	9.1	11.0	16.2	6.5	11.0	3.2	5.2	1.9	1.3	3.2	1.3	2.6	1.3	0.0	0.8	0.0	0.0	0.8	1.3

## 5 EXPERIMENTOS

Três redes foram adotadas para avaliar a abordagem proposta e medir o impacto dos veículos elétricos. A primeira delas é sintética, composta por uma grade 5x5. A segunda rede é a cidade de Sioux Falls e a terceira é a cidade de Anaheim. A Tabela 5.1 sumariza as três redes e seus detalhes. Os experimentos foram executados em um computador com processador Core i7-3770 3.40GHz e 32GB de memória RAM.

Tabela 5.1 – Redes utilizadas nos experimentos

<b>Rede</b>	<b>Vértices</b>	<b>Arcos</b>	<b>Pares OD</b>	<b>Demanda</b>
Grade 5x5	25	40	1	1000
Sioux Falls	24	76	528	360.600
Anaheim	416	914	1406	104.694,4

Este capítulo detalha os experimentos realizados e os resultados obtidos. A Seção 5.1 apresenta a definição dos parâmetros e seus valores. A Seção 5.2 se concentra no cenário sintético, apresentando os experimentos com a rede em grade. As Seções 5.3 e 5.4 detalham os cenários reais. A primeira aborda os experimentos com a rede Sioux Falls, enquanto a segunda se concentra na rede Anaheim. Por fim, uma discussão sobre os resultados é apresentada na Seção 5.5.

### 5.1 Definição dos parâmetros

O modelo de consumo de energia se baseia em uma série de características físicas do veículo, as quais influenciam no cálculo do gasto energético, assim como a resistência do ar e a aceleração da gravidade. Estes parâmetros foram apresentados na Seção 4.2 e os seguintes valores foram adotados:  $f_r = 0,0386$ ,  $m = 1000$ ,  $g = 9,8$ ,  $\rho = 1,23$ ,  $\alpha = 0,3$  e  $A = 1$  (baseados em Wang, Jiang e Mu (2013) e MacKay (2008)). Tanto veículos convencionais quanto elétricos utilizam os mesmos valores para os parâmetros acima, considerando que possuem a mesma estrutura física. O fator que os diferencia é a eficiência na conversão de energia, onde veículos elétricos possuem  $\eta_{in} = 0,7$  e  $\eta_{out} = 0,9$  e veículos convencionais possuem  $\eta_{in} = 0$  e  $\eta_{out} = 0,2$  para análises *tank-to-wheel*. Para abordagens *well-to-wheel*, veículos elétricos possuem  $\eta_{in} = 0,7$  e  $\eta_{out} = 0,27$  e veículos convencionais possuem  $\eta_{in} = 0$  e  $\eta_{out} = 0,18$  (VANMIERLO; MARENNE, 2009). Para a função BPR (Equação (2.1)) utilizada no cálculo do tempo de viagem com base no fluxo do arco, os valores para os parâmetros de configuração do crescimento da curva são  $\alpha = 0,15$  e  $\beta = 4$ , os quais são propostos em Bar-Gera (2002).

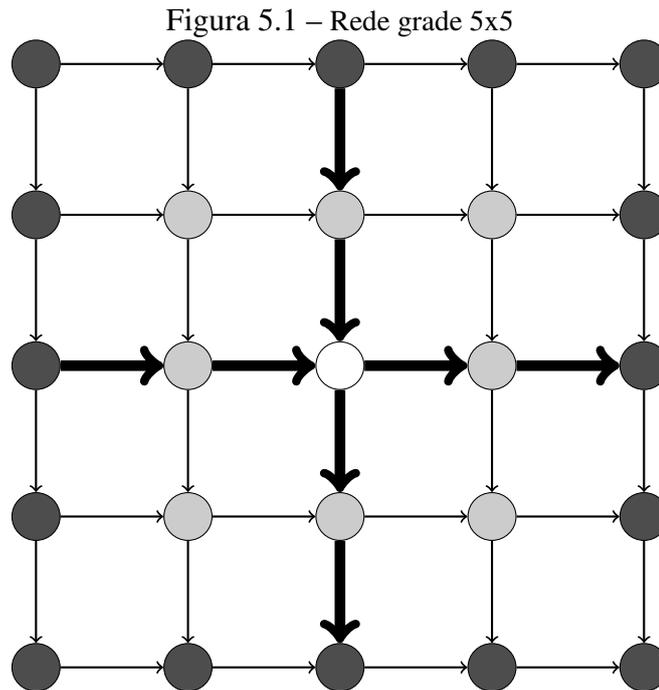
Todos os veículos elétricos iniciam seu trajeto no vértice de origem com a bateria parcialmente carregada e, portanto, o algoritmo biobjetivo de caminhos mínimos considera  $U_s = 50\text{MJ}$ . A capacidade máxima de armazenamento utilizada foi  $C_{max} = 250\text{MJ}$ , que corresponde à capacidade da bateria de veículos elétricos atuais. Como critério de parada para o método MMSA, o fluxo de cada arco é analisado e comparado ao fluxo da iteração anterior. Quando a diferença percentual entre os dois valores for menor que  $\varepsilon = 0,05$ , o critério de parada é satisfeito para aquele arco. Quando a condição for satisfeita para todos os arcos, o algoritmo termina. Os parâmetros para as estratégias *Greedy Energy* e *Greedy Efficiency* estão descritos na Seção 4.1, seus valores foram obtidos pelo questionário detalhado na Seção 4.4, resultando em uma eficiência mínima aceitável de tempo/economia = 0,9 e uma distribuição dos motoristas entre os limites de tempo conforme a Tabela 4.1. Para medir o impacto da inclusão e do aumento da quantidade de veículos elétricos nos cenários concebidos, uma parcela da população total é substituída por veículos elétricos. Portanto, diferentes parcelas foram definidas, a fim de identificar como o impacto evolui a medida que veículos elétricos se popularizam. Os valores considerados são 0%, 10%, 20%, 50%, 80%, 90%, 100%.

## 5.2 Cenário sintético – Rede grade 5x5

Uma rede sintética simples foi adotada com o objetivo de estudar o comportamento dos métodos propostos e os efeitos da tomada de decisão dos motoristas de veículos elétricos na distribuição final dos fluxos. Esta rede foi estudada previamente em Raith et al. (2014).

### 5.2.1 Descrição do cenário

Apesar de não representarem com fidelidade ambientes reais, redes sintéticas constituem uma importante ferramenta para estudar o comportamento e a tomada de decisão dos motoristas frente aos métodos propostos. O cenário sintético utilizado neste trabalho consiste em uma rede em grade 5x5, totalizando 25 vértices e 40 arcos (ver Figura 5.1). Os arcos horizontais são direcionados à direita, enquanto os arcos verticais são direcionados para baixo. Cada arco possui 1000m de comprimento e capacidade nominal de 200 veículos. Foi adotada uma demanda total de 1000 veículos com um único par OD, de origem no vértice superior esquerdo e destino no vértice inferior direito. Dada a direção dos arcos, existem muitos caminhos possíveis entre o par OD considerado, mas não são permitidos retornos.



A elevação está representada pelas cores nos vértices da Figura 5.1. Os vértices de extremidade (em cinza escuro) possuem uma elevação de 200m. Vértices internos (em cinza claro) possuem uma elevação menor de 0m. Por fim, o vértice central (em branco) possui uma alta elevação de 300m. Os arcos centrais (com maior espessura) apresentam maior velocidade (72km/h, ou 20m/s) e, portanto, um tempo de viagem em fluxo livre de 50s. Os demais arcos apresentam velocidade de 36km/h (10m/s) e um tempo de viagem em fluxo livre de 100s. Dessa forma, o custo dos caminhos é impactado pelas diferentes inclinações dos arcos e pelas diferentes velocidades apresentadas.

### 5.2.2 Análise dos resultados

Para o cenário sintético foram realizados experimentos com o método MSA mono-objetivo a fim de verificar as distribuições de fluxo extremas (que consideram apenas um dos objetivos). Foram considerados o tempo de viagem e o consumo de energia isoladamente. O método MMSA foi executado utilizando as duas estratégias propostas para distribuição do fluxo entre caminhos não-dominados, *Greedy Energy* (GE) e *Greedy Efficiency* (GF), considerando as parcelas de veículos elétricos previamente definidas. Os resultados de tempo (em minutos) e energia (em MJ) são reportados separadamente para cada tipo de veículo, seguido dos valores médios sobre todos os veículos. Além disso, o tempo de execução também é apresentado.

Os resultados para o cenário sintético são apresentados na Tabela 5.2, onde se observa

Tabela 5.2 – Resultados para o cenário sintético

Estrat.	% veículos elétricos	Convencionais		Elétricos		Média		Tempo exec. [s]
		Tempo	Energia	Tempo	Energia	Tempo	Energia	
MSA	0	34,54	35,62	-	-	34,54	35,62	0,5
MSA	100	-	-	1.265,86	3,36	1.265,86	3,36	0,0
GE	0	34,54	35,62	-	-	34,54	35,62	0,8
GE	10	34,23	36,70	35,59	3,53	34,37	33,38	0,5
GE	20	34,17	37,94	36,59	3,52	34,65	31,05	0,5
GE	50	32,87	41,29	42,00	3,49	37,43	22,39	0,4
GE	80	31,83	41,65	41,71	3,65	39,73	11,25	0,3
GE	90	31,16	41,64	41,65	3,74	40,60	7,53	0,3
GE	100	-	-	41,57	3,83	41,57	3,83	0,4
GF	0	34,54	35,62	-	-	34,54	35,62	0,7
GF	10	34,49	36,65	34,54	4,26	34,49	33,41	0,7
GF	20	34,50	37,94	34,52	4,32	34,51	31,22	0,8
GF	50	34,49	40,58	34,52	4,69	34,51	22,64	1,4
GF	80	34,44	40,64	34,49	5,00	34,48	12,13	1,3
GF	90	31,95	42,14	34,93	4,11	34,64	7,92	1,4
GF	100	-	-	35,65	4,02	35,65	4,02	1,3

que ao considerar apenas um dos custos (MSA), o outro objetivo é penalizado. Ao minimizar o tempo de viagem, o consumo de energia é elevado (35,62MJ), enquanto que ao minimizar o consumo de energia, o tempo de viagem sobe de 34,54 para 1.265,86 minutos. Por isso, a simples substituição da função BPR pelo modelo de consumo de energia não produz uma alocação realista. Nos casos biobjetivo (GE e GF), percebe-se que os veículos elétricos atingem uma compensação entre ambos os custos, obtendo cerca de 3,5 a 4MJ de energia em troca de um tempo ligeiramente superior àquele obtido ao considerar apenas o tempo de viagem como objetivo. Do total de energia economizada pelos veículos elétricos, pouco mais de 4% é reflexo da escolha de diferentes rotas, enquanto o restante se deve a sua maior eficiência. Com o desvio dos veículos elétricos para rotas mais econômicas, o tempo de viagem dos veículos a gasolina diminui, pois um número menor de veículos compete pelos caminhos mais rápidos, diminuindo seu congestionamento. Consequentemente, a energia gasta por estes veículos aumenta, pois uma maior velocidade implica em um maior consumo energético.

Observa-se ainda que utilizando a estratégia GE, o consumo de energia dos veículos elétricos diminui a medida que sua população cresce. No entanto, a partir de 50% de veículos elétricos, seu consumo de energia passa a aumentar com o crescimento da sua população. Esta variação é acompanhada por uma variação inversa no tempo de viagem. Este efeito é explicado pela busca dos veículos elétricos em minimizar seu consumo de energia, optando por caminhos mais lentos em troca de alguma economia. Com o crescimento desta população, a competição pelos caminhos mais econômicos aumenta, causando congestionamento. Como os métodos de

escolha de rotas definem um limite máximo de tempo de viagem adicional, muitos motoristas têm este limite excedido e, portanto, optam por caminhos mais rápidos. Por este motivo, ao aumentar consideravelmente a parcela de veículos elétricos (mais de 50%), seu tempo de viagem decresce. Variações dessa mesma natureza também são observadas ao utilizar a estratégia GF.

Neste experimento ainda é possível analisar as diferenças nos resultados entre as estratégias GE e GF. Pelo fato da estratégia GF considerar a eficiência dos caminhos ao invés de somente a economia de energia, como faz o GE, os tempos de viagem tendem a ser menores, ao passo que o consumo de energia apresenta maior valor. No entanto, o fato da estratégia GF selecionar caminhos mais rápidos em busca de uma melhor relação entre os custos resulta em um impacto mais suave no tempo de viagem de veículos convencionais. Ou seja, seguindo a estratégia GE, a distribuição dos veículos elétricos promove uma maior diminuição no tempo de viagem dos veículos convencionais. Na média, a estratégia GF apresenta melhor tempo de viagem e consequente maior consumo de energia.

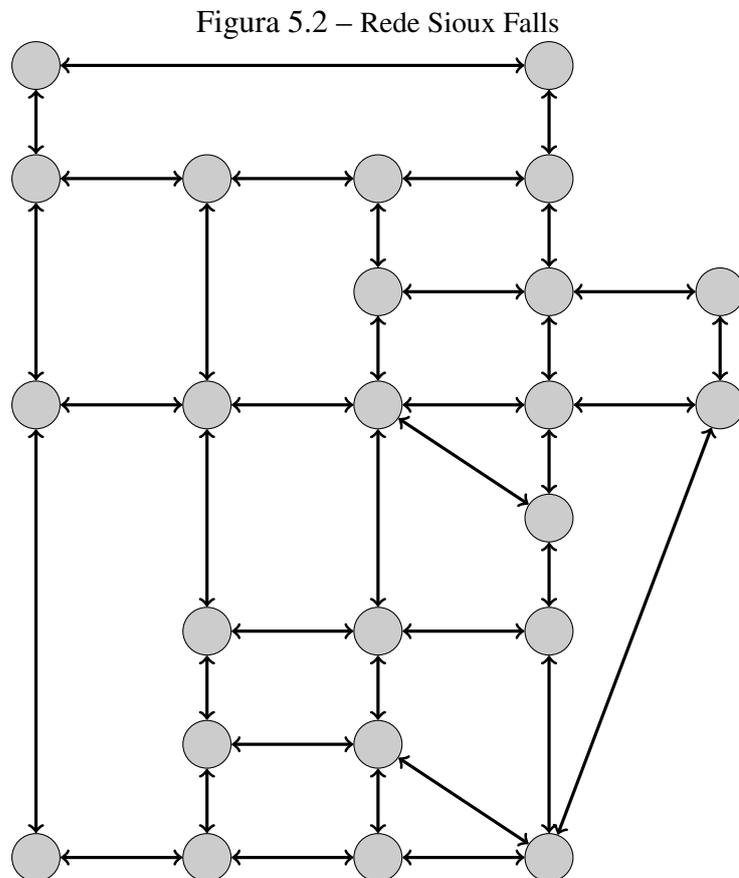
### **5.3 Cenário real – Rede Sioux Falls**

A rede Sioux Falls foi inicialmente proposta por LeBlanc, Morlok e Pierskalla (1975) e é utilizada neste trabalho a fim de avaliar a abordagem proposta em um cenário real e medir os impactos dos veículos elétricos nestes ambientes. A rede Sioux Falls é comumente utilizada em problemas de transporte para avaliar métodos de escolha de rotas e alocação de tráfego. A rede, bem como sua demanda e dados para a função BPR, pode ser obtida em Bar-Gera (2002). Existem algumas variações na topologia, demanda e parâmetros desta rede. Neste trabalho é utilizada a versão padrão da instância de acordo com Bar-Gera (2002).

#### **5.3.1 Descrição dos cenários**

A rede Sioux Falls é composta por 24 vértices e 76 arcos, conforme apresenta a Figura 5.2. A instância está associada a uma demanda de fluxo de 360.600 veículos/hora, distribuídos em 528 pares OD. As elevações foram obtidas mediante consulta manual no *Google Earth* (GOOGLE, 2015a) e *Google Elevation API* (GOOGLE, 2015b), uma vez que estes dados não são fornecidos no repositório. Para isso, foram determinadas as coordenadas geográficas aproximadas de cada vértice, visto que a rede não possui uma relação exata com a cidade real, para então determinar as respectivas elevações. O Apêndice A apresenta os vértices, as coorde-

nadas geográficas utilizadas e suas elevações.



Foram desenhados cinco cenários para a rede Sioux Falls. Primeiramente, foram executados os mesmos experimentos da rede sintética (primeiro cenário). Além disso, foram consideradas análises *well-to-wheel* (Seção 4.2) como parâmetros de eficiência no cálculo do consumo de energia (segundo cenário). Para identificar a influência de uma maior amplitude nas diferenças de altitude, os valores de elevação foram perturbados, multiplicando-os por uma constante. Os multiplicadores (constantes) utilizados foram 0, 1, 1.5, 2, 4, que fornecem ambientes com nenhuma até grandes diferenças de elevação. Para avaliar a contribuição da recuperação de energia dos veículos elétricos na composição do custo final, esta característica foi desativada (quarto cenário). Finalmente, maiores valores de eficiência foram testados para medir a economia de energia obtida com o avanço da tecnologia no sistema elétrico (quinto cenário).

### 5.3.2 Análise dos resultados

A Tabela 5.3 apresenta o resultado dos experimentos para a rede Sioux Falls. Alguns efeitos observados no cenário sintético estão presentes no cenário real. O aumento do consumo

Tabela 5.3 – Resultados para a rede Sioux Falls

Estrat.	% veículos elétricos	Convencionais		Elétricos		Média		Tempo exec. [s]
		Tempo	Energia	Tempo	Energia	Tempo	Energia	
MSA	0	20,77	10,57	-	-	20,77	10,57	11,8
MSA	100	-	-	904,60	1,88	904,60	1,88	0,7
GE	0	20,77	10,57	-	-	20,77	10,57	56,3
GE	10	20,82	10,70	21,22	2,02	20,86	9,83	51,2
GE	20	20,94	10,80	21,37	2,03	21,03	9,05	34,0
GE	50	21,34	11,31	22,13	2,05	21,73	6,68	23,1
GE	80	21,79	11,87	22,74	2,09	22,55	4,05	15,8
GE	90	21,88	11,96	22,88	2,11	22,78	3,10	15,7
GE	100	-	-	22,96	2,13	22,96	2,13	23,8
GF	0	20,77	10,57	-	-	20,77	10,57	55,7
GF	10	20,80	10,69	21,08	2,05	20,83	9,82	41,3
GF	20	20,87	10,82	21,16	2,06	20,93	9,07	25,8
GF	50	20,99	11,28	21,44	2,08	21,22	6,68	30,5
GF	80	21,08	12,09	21,63	2,13	21,52	4,12	20,9
GF	90	21,11	12,31	21,67	2,15	21,62	3,17	27,0
GF	100	-	-	21,62	2,18	21,62	2,18	52,1

de energia dos veículos elétricos com o crescimento da sua população é um deles, explicado pelo aumento da competição pelos caminhos econômicos e pela consequente busca por caminhos mais rápidos. Em geral, a diminuição do tempo de viagem é seguido de um aumento no consumo de energia. No cenário real é observado um terceiro fator que contribui para o aumento simultâneo de ambos os custos: o aumento da parcela de veículos elétricos.

Diferente das observações feitas sobre os cenários sintéticos, na rede Sioux Falls o tempo de viagem dos veículos convencionais aumenta com o crescimento do número de veículos elétricos. Esta diferença é explicada pela configuração da demanda da Sioux Falls, onde há uma grande quantidade de veículos distribuídos entre muitos pares OD. Com isso, o desvio de rota de um veículo elétrico beneficia os veículos convencionais do seu par OD, pois diminui o fluxo nos caminhos mais rápidos. No entanto, este desvio impacta em rotas de outros pares OD, aumentando o fluxo nos caminhos de outros veículos convencionais e, conseqüentemente, seu tempo de viagem. Apesar da piora nos custos em energia, o gasto médio diminui com a presença de veículos elétricos, caindo cerca de 80% em relação ao consumo com todos os veículos convencionais. Do total de energia economizada pelos veículos elétricos, pouco mais de 1% é reflexo da escolha de diferentes rotas, enquanto o restante se deve a sua maior eficiência.

Em relação às diferenças entre as estratégias GE e GF, percebe-se um consumo de energia maior dos veículos elétricos na estratégia GF, ao passo que o tempo de viagem é menor. O impacto negativo no tempo de viagem dos veículos convencionais também é menor, dado que veículos elétricos produzem menos desvios de rota na estratégia GF. Na média sobre todos os

Tabela 5.4 – Resultados para a rede Sioux Falls com eficiência *well-to-wheel*

Estrat.	% veículos elétricos	Convencionais		Elétricos		Média		Tempo exec. [s]
		Tempo	Energia	Tempo	Energia	Tempo	Energia	
MSA	0	20,77	11,74	-	-	20,77	11,74	12,1
MSA	100	-	-	1.200,34	6,47	1.200,34	6,47	1,1
GE	0	20,77	11,74	-	-	20,77	11,74	56,6
GE	10	20,85	11,88	21,25	7,01	20,89	11,39	36,2
GE	20	20,94	12,02	21,38	7,03	21,03	11,02	28,3
GE	50	21,34	12,57	22,16	7,10	21,75	9,83	27,4
GE	80	21,78	13,17	22,76	7,24	22,56	8,43	16,9
GE	90	21,93	13,27	22,92	7,32	22,82	7,91	12,1
GE	100	-	-	23,08	7,38	23,08	7,38	15,5
GF	0	20,77	11,74	-	-	20,77	11,74	56,6
GF	10	20,82	11,86	21,11	7,08	20,85	11,38	45,8
GF	20	20,87	12,00	21,16	7,12	20,93	11,03	28,8
GF	50	20,95	12,59	21,42	7,20	21,19	9,90	32,1
GF	80	21,09	13,37	21,66	7,38	21,54	8,58	21,5
GF	90	21,12	13,64	21,72	7,46	21,66	8,08	25,4
GF	100	-	-	21,69	7,54	21,69	7,54	34,8

veículos, a estratégia GF apresenta menor tempo de viagem e maior consumo de energia.

O método MSA é reconhecidamente lento em comparação a outros métodos estudados na literatura, pois a quantidade de fluxo que desvia para os novos caminhos mínimos a cada iteração  $n$  é determinada por um fator predeterminado igual a  $1/(n+1)$ . A Tabela 5.3 apresenta um tempo de execução 5 vezes mais lento para o método MSA com veículos convencionais em comparação com a média dos métodos apresentados em Perederieieva et al. (2015). Para o MMSA (biobjetivo), este fator sobe para 14. Logo, o tempo de execução sobe menos de 3 vezes no método biobjetivo em comparação ao mesmo método mono-objetivo.

Os impactos medidos sobre os cenários sintéticos e os apresentados pela Tabela 5.3 consideram os parâmetros *tank-to-wheel* de eficiência, medindo o impacto da inclusão dos veículos elétricos nos custos dos usuários finais. Para medir o impacto em termos de redução no consumo de energia global, uma análise *well-to-wheel* foi conduzida utilizando as estratégias GE e GF. Os resultados destes experimentos são apresentados na Tabela 5.4.

Em geral, os mesmos efeitos são observados ao considerar os parâmetros *well-to-wheel* e todos os comentários a respeito do comportamento dos motoristas e da consequente distribuição do fluxo permanecem válidos. Uma mudança natural em relação aos resultados no cenário *tank-to-wheel* é o aumento no consumo de energia, tanto para os veículos convencionais quanto para os veículos elétricos, dada a menor eficiência do motor. Este aspecto resulta em uma menor economia com a substituição de veículos convencionais por elétricos, pois o modelo considera as perdas de todo o processo de geração de energia. Mesmo assim, a Tabela 5.4 mostra um

Tabela 5.5 – Resultados para a rede Sioux Falls com perturbação das elevações

Estrat.	Pert	% veículos elétricos	Convencionais		Elétricos		Média	
			Tempo	Energia	Tempo	Energia	Tempo	Energia
GE	0	0	20,77	9,91	-	-	20,77	9,91
GE	0	20	20,97	10,14	21,44	1,98	21,06	8,51
GE	0	80	21,79	11,16	22,76	2,04	22,56	3,87
GE	0	100	-	-	23,00	2,08	23,00	2,08
GE	1	0	20,77	10,57	-	-	20,77	10,57
GE	1	20	20,94	10,80	21,37	2,03	21,03	9,05
GE	1	80	21,79	11,87	22,74	2,09	22,55	4,05
GE	1	100	-	-	22,96	2,13	22,96	2,13
GE	1,5	0	20,77	10,90	-	-	20,77	10,90
GE	1,5	20	20,95	11,14	21,38	2,06	21,04	9,33
GE	1,5	80	21,80	12,22	22,76	2,12	22,56	4,14
GE	1,5	100	-	-	23,03	2,16	23,03	2,16
GE	2	0	20,77	11,22	-	-	20,77	11,22
GE	2	20	20,94	11,48	21,37	2,08	21,03	9,60
GE	2	80	21,79	12,59	22,76	2,14	22,56	4,23
GE	2	100	-	-	23,13	2,19	23,13	2,19
GE	4	0	20,77	12,53	-	-	20,77	12,53
GE	4	20	20,94	12,83	21,40	2,18	21,04	10,70
GE	4	80	21,82	13,96	22,79	2,24	22,60	4,59
GE	4	100	-	-	23,14	2,29	23,14	2,29

ganho em termos de economia de energia, diminuindo o consumo de 11,74MJ para 7,38MJ (GE) e 7,54MJ (GF).

O terceiro cenário sobre a rede Sioux Falls consiste na perturbação das elevações dos vértices, obtida através da multiplicação de todas as elevações por uma constante. A Tabela 5.5 mostra os resultados obtidos utilizando os parâmetros de eficiência *tank-to-wheel* para as diferentes constantes de perturbação e utilizando a estratégia GE. Os resultados para todas as parcelas de veículos elétricos e utilizando ambas estratégias (GE e GF) podem ser consultados no Apêndice B.

Uma cidade plana resulta em um menor consumo de energia tanto para veículos convencionais quanto elétricos. No caso dos últimos, apesar da recuperação de energia obtida em declives, o gasto em subidas é ainda maior, provocando um maior consumo médio com o aumento das diferenças nas elevações. O maior consumo de energia torna muitos caminhos não mais atrativos, o que força veículos elétricos a optarem por caminhos mais rápidos, congestionando-os. Por isso, o aumento das elevações provoca um crescimento no tempo médio de viagem dos veículos elétricos, além do aumento no impacto aos veículos convencionais.

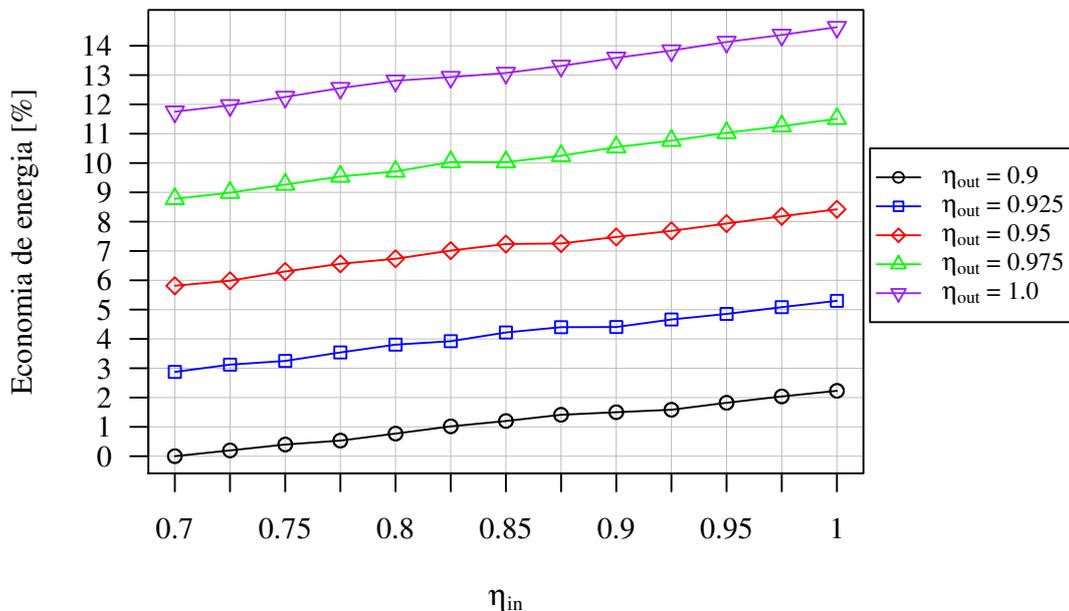
O quarto cenário consiste na eliminação da recuperação de energia nos veículos elétricos com o objetivo de estudar a contribuição desta característica na energia economizada. A Tabela 5.6 apresenta os resultados deste experimento, comparando o consumo de energia com e

Tabela 5.6 – Economia de energia obtida por recuperação em veículos elétricos

Estrat.	% veículos elétricos	Elétricos			Média		
		$\eta_{in} = 0.7$	$\eta_{in} = 0$	econ. [%]	$\eta_{in} = 0.7$	$\eta_{in} = 0$	econ. [%]
GE	10	2,02	2,14	5,53	9,83	9,83	0,03
GE	20	2,03	2,14	5,41	9,05	9,08	0,38
GE	50	2,05	2,16	5,38	6,68	6,75	0,99
GE	80	2,09	2,21	5,45	4,05	4,13	2,14
GE	90	2,11	2,23	5,63	3,10	3,20	3,36
GE	100	2,13	2,25	5,74	2,13	2,25	5,74
GF	10	2,05	2,16	5,41	9,82	9,82	0,03
GF	20	2,06	2,17	5,40	9,07	9,07	0,02
GF	50	2,08	2,19	5,42	6,68	6,77	1,35
GF	80	2,13	2,25	5,55	4,12	4,20	1,84
GF	90	2,15	2,27	5,57	3,17	3,27	3,23
GF	100	2,18	2,30	5,39	2,18	2,30	5,39

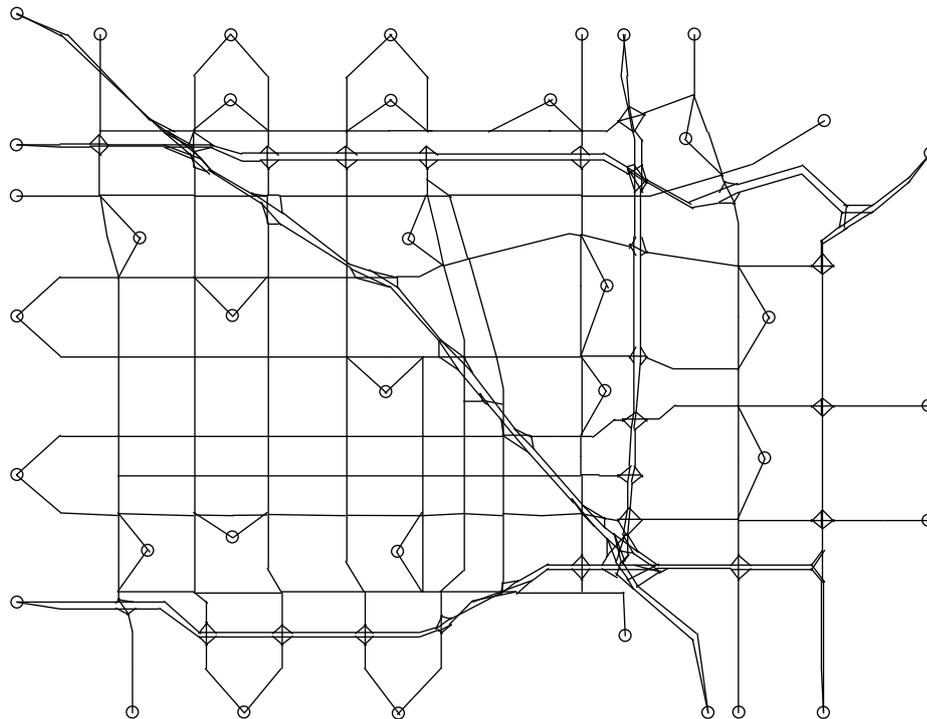
sem a possibilidade de recuperação. Para desativar a recuperação, é atribuído valor zero ao parâmetro  $\eta_{in}$  da Equação (4.4). Conforme esperado, o consumo dos veículos elétricos aumenta com a eliminação da recuperação. Para a estratégia GE, a recuperação representa em média 5,52% de economia de energia para os veículos elétricos e 5,46% na estratégia GF. Considerando 100% de veículos elétricos, este fator reflete em uma economia média de 5,74% e 5,39% para as estratégias GE e GF, respectivamente.

Figura 5.3 – Energia economizada com o aumento da eficiência dos veículos elétricos



Finalmente, o quinto cenário sobre a rede Sioux Falls estuda valores de eficiência elevados, com o objetivo de medir os ganhos oriundos de melhorias na tecnologia do sistema elétrico. Um veículo elétrico possui eficiência de 90% (0,9) no consumo e 70% (0,7) na recuperação. Portanto, foram experimentados os valores 0,9 a 1,0 para o parâmetro  $\eta_{out}$  e 0,7 a 1,0

Figura 5.4 – Rede Anaheim



Fonte: Bar-Gera (2002)

para o parâmetro  $\eta_{in}$ , com incrementos de  $1/40$ . A Figura 5.3 mostra o consumo de energia dos veículos elétricos com as diferentes configurações de eficiência para uma população de 100% de veículos elétricos e utilizando a estratégia GE. Percebe-se que a melhora na eficiência de entrada  $\eta_{in}$  pode reduzir até 3% o consumo de energia (crescimento de cada curva na Figura 5.3), enquanto a redução é de até 12,5% com melhorias na eficiência de saída  $\eta_{out}$  (diferença entre as curvas na Figura 5.3). Um cenário ideal, com melhorias em ambas eficiências, pode produzir uma economia de até 15,5%.

#### 5.4 Cenário real – Rede Anaheim

A rede Anaheim está disponível em Bar-Gera (2002) e foi adotada para complementar as análises dos impactos dos veículos elétricos, uma vez que apresenta características diferentes da Sioux Falls. A rede Anaheim é maior, sendo considerada de tamanho médio. Além disso, sua demanda produz um ambiente com menor congestionamento.

Tabela 5.7 – Resultados para a rede Anaheim

Estrat.	% veículos elétricos	Convencionais		Elétricos		Média		Tempo exec. [s]
		Tempo	Energia	Tempo	Energia	Tempo	Energia	
MSA	0	13,56	38,53	-	-	13,56	38,53	2.790,0
MSA	100	-	-	20,70	7,42	20,70	7,42	1.470,2
GE	0	13,56	38,53	-	-	13,56	38,53	19.182,5
GE	10	13,53	38,59	13,74	7,66	13,55	35,50	18.055,5
GE	20	13,49	38,66	13,71	7,67	13,53	32,46	20.525,1
GE	50	13,36	38,81	13,61	7,69	13,49	23,25	23.524,9
GE	80	13,28	38,94	13,54	7,71	13,48	13,96	24.708,9
GE	90	13,26	38,98	13,52	7,72	13,50	10,84	25.698,3
GE	100	-	-	13,51	7,72	13,51	7,72	25.642,3
GF	0	13,56	38,53	-	-	13,56	38,53	19.686,8
GF	10	13,54	38,58	13,64	7,72	13,55	35,49	18.248,4
GF	20	13,51	38,63	13,62	7,72	13,54	32,45	27.631,5
GF	50	13,43	38,75	13,55	7,74	13,49	23,25	20.972,9
GF	80	13,35	38,83	13,49	7,75	13,46	13,97	22.249,9
GF	90	13,33	38,87	13,47	7,76	13,46	10,87	23.620,5
GF	100	-	-	13,46	7,76	13,46	7,76	35.400,2

#### 5.4.1 Descrição do cenário

A rede Anaheim é composta por 416 vértices e 914 arcos e está representada na Figura 5.4. A instância está associada a uma demanda de fluxo de 104.694,4 veículos/hora, distribuídos em 1406 pares OD. A rede não possui valores de elevação, nem coordenadas nos vértices. Como a recuperação de energia dos veículos elétricos se dá, em maior parte, pela variação de velocidade, este trabalho assume elevação zero para todos os vértices.

#### 5.4.2 Análise dos resultados

A Tabela 5.7 apresenta o resultado dos experimentos com os métodos MSA e MMSA e utilizando ambas estratégias de distribuição de fluxo para a rede Anaheim<sup>1</sup>. Esta rede é quase quatro vezes maior que a rede Sioux Falls, mas apresenta menos da metade da sua demanda. Ou seja, o ambiente congestionado configurado pela rede Sioux Falls não é observado na rede Anaheim. Apesar do comportamento dos veículos na rede ser o mesmo em ambos os cenários, na Anaheim se observam diferentes efeitos por conta desta característica.

O tempo de viagem dos veículos convencionais diminui com o aumento do número de veículos elétricos. Em um cenário com menos congestionamento, o desvio de rota destes

<sup>1</sup>Estes experimentos não permitem que vértices de origem e destino recebam fluxos de passagem, conforme Bar-Gera (2002). Ao desativar esta característica se obtém um novo equilíbrio. Por exemplo, o tempo de viagem diminui para 12,63 minutos no MSA com veículos convencionais.

últimos não congestionam rotas de veículos convencionais. Por isso, nestes casos a presença de veículos elétricos é benéfica aos demais por produzir uma melhor distribuição do tráfego. Em consequência disso, o tempo médio de viagem diminuiu de 13,56 para 13,51 minutos na estratégia GE e para 13,46 minutos na estratégia GF.

## 5.5 Discussão

As redes Sioux Falls e Anaheim foram adotadas como cenários para responder às perguntas concebidas no início deste trabalho (Capítulo 1). Portanto, esta seção está estruturada em função das mesmas, apresentando uma discussão acerca dos resultados obtidos.

**Pergunta 1.** *Como os custos em tempo de viagem e consumo de energia mudarão com a inclusão de veículos elétricos e qual o impacto sofrido pela população de veículos convencionais?*

Para a rede Sioux Falls, o tempo de viagem dos veículos convencionais sem nenhum veículo elétrico é de 20,77 minutos (método MSA). A medida que aumenta a quantidade de veículos elétricos este tempo cresce, chegando a 21,88 minutos quando os veículos convencionais representam apenas 10% da população total (estratégia GE). Na estratégia GF este impacto é mais suave, com um tempo de 21,11 minutos para a mesma parcela de veículos convencionais. Para uma distribuição de 50% de veículos de cada tipo, o tempo de viagem dos veículos convencionais cresce para 21,34 minutos utilizando a estratégia GE e 20,99 utilizando a estratégia GF.

Considerando 10% de veículos convencionais e assumindo que este seja o trajeto entre casa e trabalho e, portanto, a viagem seja realizada duas vezes ao dia, obtém-se um tempo adicional de 2,22 minutos por dia para a estratégia GE, o que representa pouco mais de 5% de tempo adicional. Considerando uma média de 20 dias úteis no mês, o total de tempo adicional seria de aproximadamente 44 minutos mensais. Em um cenário com metade da população de cada tipo este impacto é um pouco menor, representando pouco menos de 3% em tempo adicional e um total de aproximadamente 23 minutos adicionais mensais. Logo, enquanto a parcela de veículos elétricos nas ruas for menor que 50%, um impacto inferior a 3% de tempo adicional será experimentado por veículos convencionais. Quando este percentual for superado, o impacto se aproximará a 5% de tempo adicional a medida que os veículos elétricos ganham espaço. Sobre o total de 360.600 veículos, o impacto de 2,22 minutos diários sobre a pequena parcela de 10% de veículos convencionais resulta em um total de mais de 80.000 minutos adicionais por dia.

Na rede Anaheim, o tempo de viagem dos veículos convencionais diminui com o aumento do número de veículos elétricos, consequência do seu desvio de rotas. O tempo diminui de 13,56 para 13,26 utilizando a estratégia GE, e para 13,33 utilizando a estratégia GF, o que corresponde a uma diminuição de 2,2% e 1,7%, respectivamente. Considerando 10% de veículos convencionais, obtém-se uma economia de tempo de 0,6 minutos por dia para a estratégia GE. Sobre o total de 360.600 veículos, o impacto de 0,6 minutos diários sobre a pequena parcela de 10% de veículos convencionais resulta em um total de mais de 20.000 minutos diários economizados.

Em relação ao impacto sofrido pelos veículos elétricos, observa-se o mesmo comportamento para ambos os cenários reais. Uma maior parcela de veículos elétricos representa uma maior competição por caminhos econômicos, o que implica em um aumento nos custos destes veículos. Na rede Sioux Falls, com apenas 10% de veículos elétricos o consumo é de 2,02MJ para a estratégia GE e 2,05MJ para a estratégia GF. Considerando 100% de veículos elétricos, este valor aumenta para 2,13MJ na estratégia GE e 2,18MJ na estratégia GF, o que representa aproximadamente 5% e 7% de aumento, respectivamente. Como o congestionamento é menor na rede Anaheim, este aumento é menos expressivo, sendo cerca de 1% para ambas estratégias.

Considerando duas viagens diárias com 20 dias no mês, o aumento no consumo de energia na rede Sioux Falls representaria cerca de 4,4MJ e 5,2MJ para as estratégias GE e GF. O consumo adicional diário de 0,2MJ (apresentado utilizando a estratégia GE) sobre a população total de 360.600 veículos elétricos representa um gasto adicional de mais de 72GJ por dia. Em termos de tempo de viagem para os veículos elétricos, com o aumento desta população o tempo sobe de 21,22 minutos (10% de veículos elétricos) para 22,96 minutos (100% de veículos elétricos) para a estratégia GE. Na estratégia GF o tempo de viagem cresce de 21,08 minutos para 21,62 minutos. Novamente, este tempo adicional projetado para um mês representaria 70 minutos (GE) e 22 minutos (GF).

Para mensurar o impacto global da inclusão de veículos elétricos, foram analisados os resultados médios de consumo de energia e tempo de viagem da rede Sioux Falls utilizando a eficiência *well-to-wheel*, a qual considera as perdas de todo o processo de produção de energia. Apesar do crescimento no consumo de energia de ambas as populações com o aumento do número de veículos elétricos, o consumo obtido pelos últimos é significativamente inferior. Por isso, de 0% para 100% de veículos elétricos a média de consumo de energia cai de 11,74MJ para 7,38MJ na estratégia GE e para 7,54MJ na estratégia GF. Estes valores representam uma economia diária de mais de 35%. Assumindo uma média de R\$ 0,13 para cada MJ de energia (ANEEL, 2015), este percentual de economia representa R\$ 0,53. Na projeção para um mês,

esta economia totaliza R\$ 21,20. Considerando a população de 360.600 veículos elétricos, a economia utilizando a estratégia GF (menor entre as duas) representa um total diário de mais de 3.000GJ (R\$ 390.000,00). Ou seja, a economia global de energia é expressiva com a inclusão de veículos elétricos.

Em relação ao impacto global no tempo de viagem, observa-se um aumento de 2,31 minutos na estratégia GE e 0,92 minutos na estratégia GF, representando cerca de 11% e 4%, respectivamente. Em uma projeção mensal, cada motorista gastaria cerca de 90 minutos (estratégia GE) e 37 minutos (estratégia GF) adicionais no cenário com 100% de veículos elétricos. Por outro lado, em cenários sem congestionamento observa-se uma pequena diminuição no tempo de viagem (menos de 1%), resultado da melhor distribuição do tráfego. Portanto, no pior caso a popularização de veículos elétricos resulta em um maior tempo de viagem médio. Entretanto, este tempo adicional é compensado por uma economia considerável no consumo médio de energia.

Conclui-se que a inclusão e o aumento do número de veículos elétricos nas ruas promoverá uma diminuição importante no consumo de energia, o que colabora para a redução da agressão do setor de transportes ao meio ambiente. Com o aumento da parcela de veículos elétricos, o consumo de energia desta população aumentará, mostrando que o melhor momento para aderir a um veículo elétrico é o mais cedo possível. Em cenários sem congestionamento, ao passo que diminui o consumo médio de energia, o tempo de viagem dos veículos convencionais também diminui por conta das diferentes rotas escolhidas pelos veículos elétricos. Logo, em muitos casos a presença de veículos elétricos beneficia os convencionais, que experimentarão menor congestionamento nas vias e um conseqüente menor tempo de viagem. Este aspecto não se mantém em situações de grande congestionamento na rede, onde o desvio de rotas dos veículos elétricos prejudicam outras viagens.

**Pergunta 2.** *Qual o efeito da recuperação de energia pela frenagem regenerativa no consumo total de energia?*

Os experimentos mostraram um aumento de aproximadamente 6% de energia ao desativar a recuperação. Considerando o mesmo cenário de duas viagens diárias com 20 dias no mês, a economia mensal pela recuperação de energia chega a mais de 4MJ por veículo. Considerando um cenário com 50% de veículos de cada tipo, a recuperação da população de 180.300 veículos elétricos totaliza uma economia de mais de 720GJ diários (R\$ 93.600,00 considerando a mesma taxa de R\$ 0,13/MJ). Em suma, a recuperação de menos de 6% de energia não figura um impacto tão expressivo para o consumidor final, mas implica em uma economia de energia

significativa sobre todos os veículos, o que é de interesse de autoridades ambientais.

**Pergunta 3.** *Qual o retorno esperado do investimento tecnológico para melhoria da eficiência do sistema elétrico (bateria e motor), em termos de economia de energia?*

Conforme o esperado, a melhoria na eficiência dos veículos elétricos produz uma diminuição no consumo de energia. Quando combinadas melhorias nas eficiências de entrada e saída, a economia pode chegar a 15,5%. No entanto, este é um cenário ideal. Considerando uma pequena melhoria no sistema elétrico de, por exemplo, 0,7 para 0,75 para  $\eta_{in}$  e de 0,9 para 0,925 para  $\eta_{out}$ , é possível obter uma economia de aproximadamente 3,2% de energia. Considerando 50% de veículos elétricos, este percentual equivale a 366GJ (R\$ 47.580,00) de energia diária poupada, valor que cresce para 732GJ (R\$ 95.160,00) com 100% de veículos elétricos. Ou seja, o investimento para uma melhoria razoável na eficiência destes veículos gera um retorno alto em termos de economia de energia.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo apresenta as ideias finais do trabalho, detalhando as contribuições alcançadas, as conclusões da dissertação e algumas possibilidades de continuidade.

### 6.1 Contribuições

Este trabalho estudou o problema da alocação de tráfego para veículos elétricos, de modo a determinar a forma como eles se distribuem na rede. Como a simples substituição da função de custo pelo consumo de energia não é uma abordagem realista, ele adota o modelo de alocação de tráfego multiobjetivo de Raith et al. (2014). O tempo de viagem e o consumo de energia são tratados como objetivos independentes. Com isso, duas estratégias de distribuição do fluxo entre caminhos não-dominados foram propostas, chamadas *Greedy Energy* e *Greedy Efficiency*. Estas estratégias modelam a forma como motoristas de veículos elétricos optam por suas rotas de modo a economizar energia mantendo um tempo de viagem aceitável.

Os métodos propostos utilizam um modelo físico de consumo de energia que considera aspectos importantes na determinação do gasto energético, como a inclinação da via e mudanças de velocidade. Além disso, este trabalho propõe um algoritmo biobjetivo de correção de rótulos para a determinação de caminhos mínimos para veículos elétricos. O algoritmo computa o conjunto de caminhos não-dominados em relação ao tempo de viagem e ao consumo de energia.

O modelo proposto serve como ferramenta para autoridades analisarem cenários de trânsito com veículos elétricos, determinando tanto a distribuição destes veículos, como também os custos desta distribuição. Além disso, o modelo auxilia na tomada de decisão, como no incentivo para que veículos elétricos tomem rotas que economizem energia ou até mesmo diminuam o congestionamento em pontos estratégicos da rede.

### 6.2 Conclusões

Percebeu-se que a abordagem proposta apresenta flexibilidade na determinação da distribuição de veículos elétricos no trânsito. Ao modelar essa distribuição através de restrições de distância ou consumo de energia, rotas interessantes não são consideradas. O modelo proposto resolve este problema ao considerar ambos os custos como objetivos independentes. Neste sentido, a abordagem proposta é mais adequada para a modelagem do problema da alocação de

tráfego para veículos elétricos. Percebeu-se ainda que a estratégia de distribuição de fluxo é de fundamental importância ao método, pois implica em uma distribuição com maior ou menor fidelidade em relação a ambientes reais.

Os resultados dos experimentos mostram uma diminuição no consumo de energia com a inclusão de veículos elétricos, bem como um pequeno aumento no tempo de viagem para cenários congestionados. Em cenários de menor congestionamento, o tempo de viagem também diminui por conta do desvio de rotas dos veículos elétricos. Além da energia poupada pela maior eficiência dos veículos elétricos, é possível obter entre 1 e 5% de economia adicional pela diferente escolha de rotas. Esta economia pode ser de interesse para autoridades ou empresas de logística, onde uma economia de 1% de energia a cada viagem em troca de apenas 1 minuto de tempo adicional pode fazer uma diferença considerável. Além disso, este percentual aplicado à população de uma região equivale a uma grande redução no consumo total de energia.

Os veículos elétricos apresentaram aumento no consumo de energia com o crescimento da sua população, dada a maior competição por rotas que economizam energia. Foi observado ainda uma economia de energia na ordem de 5% por conta da frenagem regenerativa. Finalmente, os resultados mostraram que investimentos em tecnologia para o aumento da eficiência de veículos elétricos podem trazer retornos positivos em termos de economia no consumo global de energia.

### **6.3 Trabalhos futuros**

Em geral, motoristas de veículos elétricos optam por rotas que economizam energia. Muitas vezes, as rotas com menor velocidade são escolhidas por serem econômicas. Uma extensão ao trabalho consiste em substituir o algoritmo de caminhos mínimos por correção de rótulos pela proposta de Baum et al. (2014), permitindo aos motoristas optar com qual velocidade trafegar. Dessa forma, a escolha de uma rota congestionada pode ser substituída pela escolha de uma velocidade menor em uma rota sem congestionamento.

A distribuição de estações de recarga de energia em trabalhos baseados tanto em caminhos mínimos quanto em alocação de tráfego tem ganhado atenção (LAM; LEUNG; CHU, 2014; XIONG et al., 2015). A possibilidade de recarregar a bateria é um fator importante na escolha de rotas de veículos elétricos. A abordagem proposta neste trabalho pode ser adaptada para a inclusão de postos de recarga nos vértices. Para isso, é possível incluir um arco com origem e destino no vértice onde se encontra a estação, apresentando uma recuperação de energia e um tempo gasto para a recarga. Isto possibilita o estudo da escolha de rotas em função da

possibilidade de recarga, bem como análises em relação ao posicionamento das estações para a otimização dos custos.

Existe uma preocupação por parte das autoridades ambientais a respeito do consumo de combustível e de energia. Quanto menor este consumo, menor os impactos ambientais oriundos de todo o processo de produção de energia. Por isso, uma possibilidade de extensão do trabalho consiste no estudo de formas de incentivo aos veículos elétricos, a fim de que optem por rotas mais econômicas. Como exemplos, este incentivo pode ser explorado através do posicionamento de estações de recarga de energia ou mecanismos de recarga indutiva, bem como através de facilidades como faixas e vagas de estacionamento exclusivas.

Finalmente, o estudo dos cenários propostos neste trabalho através de uma simulação microscópica de trânsito permite uma análise detalhada das mudanças no tempo de viagem e no consumo de energia, uma vez que um equilíbrio dificilmente é atingido em ambientes reais.

## REFERÊNCIAS

- AMATO, F.; CASSEE, F. R.; GON, H. A. D. van der; GEHRIG, R.; GUSTAFSSON, M.; HAFNER, W.; HARRISON, R. M.; JOZWICKA, M.; KELLY, F. J.; MORENO, T. et al. Urban air quality: The challenge of traffic non-exhaust emissions. **Journal of hazardous materials**, Elsevier, v. 275, p. 31–36, 2014.
- ANEEL. **Tarifas da Classe de Consumo Residencial**. 2015. <<http://www.aneel.gov.br/aplicacoes/tarifaAplicada/index.cfm>>. Acessado: 10/10/2015.
- ARTMEIER, A.; HASELMAYR, J.; LEUCKER, M.; SACHENBACHER, M. The shortest path problem revisited: Optimal routing for electric vehicles. In: **KI 2010: Advances in Artificial Intelligence**. Karlsruhe, Germany: Springer Berlin Heidelberg, 2010, (Lecture Notes in Computer Science, v. 6359). p. 309–316.
- BAR-GERA, H. **Transportation network test problems**. 2002. <<http://www.bgu.ac.il/~bargera/tntp>>. Acessado: 05/08/2015.
- BAUM, M.; DIBBELT, J.; HÜBSCHLE-SCHNEIDER, L.; PAJOR, T.; WAGNER, D. Speed-consumption tradeoff for electric vehicle route planning. In: **Workshop on Algorithmic Approaches for Transportation Modelling, Optimization, and Systems**. Dagstuhl: Schloss Dagstuhl–Leibniz-Zentrum fuer Informatik, 2014. v. 42, p. 138–151.
- BAUM, M.; DIBBELT, J.; PAJOR, T.; WAGNER, D. Energy-optimal routes for electric vehicles. In: **International Conference on Advances in Geographic Information Systems**. New York, NY, USA: ACM, 2013. (SIGSPATIAL'13), p. 54–63.
- BAZZAN, A. L.; KLÜGL, F. Introduction to intelligent systems in traffic and transportation. **Synthesis Lectures on Artificial Intelligence and Machine Learning**, Morgan & Claypool Publishers, v. 7, n. 3, p. 1–137, 2013.
- BELLMAN, R. On a routing problem. **Quarterly of Applied Mathematics**, v. 16, p. 87–90, 1958.
- BRADLEY, T. H.; FRANK, A. A. Design, demonstrations and sustainability impact assessments for plug-in hybrid electric vehicles. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, Elsevier, v. 13, n. 1, p. 115–128, 2009.
- BRUMBAUGH-SMITH, J.; SHIER, D. An empirical investigation of some bicriterion shortest path algorithms. **European Journal of Operational Research**, Elsevier, v. 43, n. 2, p. 216–224, 1989.
- Bureau of Public Roads. Traffic assignment manual. **US Department of Commerce**, 1964.
- CHERKASSKY, B. V.; GOLDBERG, A. V.; RADZIK, T. Shortest paths algorithms: Theory and experimental evaluation. **Mathematical programming**, Springer, v. 73, n. 2, p. 129–174, 1996.
- CHICAGO AREA TRANSPORTATION STUDY. Chicago area transportation study: Final report. In: **Data Projections**. Illinois, Chicago: Department of Public Works and Buildings, 1960. v. 2.

CLIMACO, J. C. N.; MARTINS, E. Q. V. A bicriterion shortest path algorithm. **European Journal of Operational Research**, Elsevier, v. 11, n. 4, p. 399–404, 1982.

CORLEY, H. W.; MOON, I. D. Shortest paths in networks with vector weights. **Journal of Optimization Theory and Applications**, Springer, v. 46, n. 1, p. 79–86, 1985.

DAELLENBACH, H.; KLUYVER, C. D. Note on multiple objective dynamic programming. **Journal of the Operational Research Society**, JSTOR, p. 591–594, 1980.

DIAL, R. B. Bicriterion traffic assignment: basic theory and elementary algorithms. **Transportation Science**, INFORMS, v. 30, n. 2, p. 93–111, 1996.

DIESTEL, R. **Graph Theory**. Heidelberg, Germany: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010. (Graduate Texts in Mathematics, 4).

DIJKSTRA, E. W. A note on two problems in connexion with graphs. **Numerische Mathematik**, Springer, v. 1, n. 1, p. 269–271, 1959.

EISNER, J.; FUNKE, S.; STORANDT, S. Optimal route planning for electric vehicles in large networks. In: **AAAI Conference on Artificial Intelligence**. San Francisco, California, USA: AAAI Press, 2011. p. 1108–1113.

EUROPEAN COMMISSION. **Roadmap to a Single European Transport Area - Towards a competitive and resource efficient transport system**. 2011. Communication on the Europe 2020 Flagship Initiative and Innovation Union. White Paper.

FORD, L. R. **Network flow theory**. Alexandria, Virginia, 1956.

GALLO, G.; PALLOTTINO, S. Shortest path methods: A unifying approach. In: **Netflow at Pisa**. North-Holland: Springer Berlin Heidelberg, 1986, (Mathematical Programming Studies, v. 26). p. 38–64.

GARDNER, L. M.; DUELL, M.; WALLER, S. T. A framework for evaluating the role of electric vehicles in transportation network infrastructure under travel demand variability. **Transportation Research Part A: Policy and Practice**, Elsevier, v. 49, p. 76–90, 2013.

GILBERT, R.; PERL, A. **Transport revolutions: moving people and freight without oil**. London, UK: New Society Publishers, 2010.

GOH, C.-K.; TAN, K. C. **Evolutionary multi-objective optimization in uncertain environments - Issues and algorithms**. Berlin: Springer-Verlag, 2009. (Studies in Computational Intelligence, v. 186).

GOLDBARG, M. **Grafos: Conceitos, algoritmos e aplicações**. Rio de Janeiro: Elsevier Brasil, 2012.

GONDER, J.; MARKEL, T.; THORNTON, M.; SIMPSON, A. Using global positioning system travel data to assess real-world energy use of plug-in hybrid electric vehicles. **Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board**, Transportation Research Board of the National Academies, v. 2017, p. 26–32, 2007.

GOOGLE. **Google Earth**. 2015. <<http://www.google.com/earth>>. Acessado: 05/08/2015.

- GOOGLE. **Google Elevation API**. 2015. <<https://developers.google.com/maps/documentation/elevation>>. Acessado: 05/08/2015.
- GRANOVSKII, M.; DINCER, I.; ROSEN, M. A. Economic and environmental comparison of conventional, hybrid, electric and hydrogen fuel cell vehicles. **Journal of Power Sources**, Elsevier, v. 159, n. 2, p. 1186–1193, 2006.
- GUERRIERO, F.; MUSMANNO, R. Label correcting methods to solve multicriteria shortest path problems. **Journal of optimization theory and applications**, Springer, v. 111, n. 3, p. 589–613, 2001.
- HANSEN, P. Bicriterion path problems. In: **Multiple criteria decision making theory and application**. Berlin: Springer Berlin Heidelberg, 1980, (Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, v. 177). p. 109–127.
- HE, F.; YIN, Y.; LAWPHONGPANICH, S. Network equilibrium models with battery electric vehicles. **Transportation Research Part B: Methodological**, Elsevier, v. 67, p. 306–319, 2014.
- HENIG, M. I. The shortest path problem with two objective functions. **European Journal of Operational Research**, Elsevier, v. 25, n. 2, p. 281–291, 1986.
- HICKMAN, R.; BANISTER, D. **Transport, climate change and the city**. Abingdon, Oxon, UK: Routledge, 2014. (Routledge Advances in Climate Change Research, v. 7).
- INOUE, S.; MARUYAMA, T. Computational experience on advanced algorithms for user equilibrium traffic assignment problem and its convergence error. **Procedia – Social and Behavioral Sciences**, Elsevier, v. 43, p. 445–456, 2012.
- JIANG, N.; XIE, C. Computing and analyzing mixed equilibrium network flows with gasoline and electric vehicles. **Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering**, Wiley Online Library, v. 29, n. 8, p. 626–641, 2014.
- JIANG, N.; XIE, C.; WALLER, S. Path-constrained traffic assignment: model and algorithm. **Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board**, Transportation Research Board of the National Academies, v. 2283, p. 25–33, 2012.
- JOHNSON, D. B. A note on Dijkstra’s shortest path algorithm. **Journal of the ACM (JACM)**, ACM, v. 20, n. 3, p. 385–388, 1973.
- JUNGNICKEL, D.; SCHADE, T. **Graphs, networks and algorithms**. 4. ed. Berlin: Springer, 2013. (Algorithms and Computation in Mathematics, v. 5).
- LAM, A.; LEUNG, Y.-W.; CHU, X. Electric vehicle charging station placement: Formulation, complexity, and solutions. **Smart Grid, IEEE Transactions on**, v. 5, n. 6, p. 2846–2856, Nov 2014. ISSN 1949-3053.
- LARMINIE, J.; LOWRY, J. **Electric vehicle technology explained**. West Sussex, England: John Wiley & Sons, 2004.
- LEBLANC, L. J.; MORLOK, E. K.; PIERSKALLA, W. P. An efficient approach to solving the road network equilibrium traffic assignment problem. **Transportation Research**, Elsevier, v. 9, n. 5, p. 309–318, 1975.

LUKE, S. **Essentials of Metaheuristics**. 2nd. ed. George Mason University: Lulu, 2013.

MACKAY, D. **Sustainable Energy: without the hot air**. Cambridge, England: UIT Cambridge, 2008.

MARTIN, B. V.; MANHEIM, M. L. A research program for comparison of traffic assignment techniques. **Highway Research Record**, n. 88, 1965.

MARTINS, E. Q. V. On a multicriteria shortest path problem. **European Journal of Operational Research**, Elsevier, v. 16, n. 2, p. 236–245, 1984.

MICHIELS, W.; AARTS, E.; KORST, J. **Theoretical aspects of local search**. Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007.

MOONEY, P.; WINSTANLEY, A. An evolutionary algorithm for multicriteria path optimization problems. **International Journal of Geographical Information Science**, Taylor & Francis, v. 20, n. 4, p. 401–423, 2006.

MOTE, J.; MURTHY, I.; OLSON, D. L. A parametric approach to solving bicriterion shortest path problems. **European Journal of Operational Research**, Elsevier, v. 53, n. 1, p. 81–92, 1991.

NAGURNEY, A. A multiclass, multicriteria traffic network equilibrium model. **Mathematical and Computer Modelling**, Elsevier, v. 32, n. 3, p. 393–411, 2000.

ÖHRSTRÖM, E.; SKÅNBERG, A.; SVENSSON, H.; GIDLÖF-GUNNARSSON, A. Effects of road traffic noise and the benefit of access to quietness. **Journal of Sound and Vibration**, Elsevier, v. 295, n. 1, p. 40–59, 2006.

ORTÚZAR, J. d. D.; WILLUMSEN, L. G. **Modelling transport**. 4. ed. Chichester, UK: John Wiley & Sons, 2011.

PATRIKSSON, M. **The traffic assignment problem: models and methods**. Utrecht, The Netherlands: VSP, 1994. (Topics in Transportation Series).

PEREDERIEIEVA, O.; EHRGOTT, M.; RAITH, A.; WANG, J. Y. T. A framework for and empirical study of algorithms for traffic assignment. **Computers & Operations Research**, v. 54, p. 90–107, 2015.

PRANDTSTETTER, M.; STRAUB, M.; PUCHINGER, J. On the way to a multi-modal energy-efficient route. In: **IECON Annual Conference**. Vienna, Austria: IEEE, 2013. p. 4779–4784.

RAITH, A.; EHRGOTT, M. A comparison of solution strategies for biobjective shortest path problems. **Computers & Operations Research**, Elsevier, v. 36, n. 4, p. 1299–1331, 2009.

RAITH, A.; WANG, J. Y.; EHRGOTT, M.; MITCHELL, S. A. Solving multi-objective traffic assignment. **Annals of Operations Research**, Springer, v. 222, n. 1, p. 483–516, 2014.

SACHENBACHER, M.; LEUCKER, M.; ARTMEIER, A.; HASELMAYR, J. Efficient energy-optimal routing for electric vehicles. In: **AAAI Conference on Artificial Intelligence**. San Francisco, California, USA: AAAI Press, 2011. p. 1402–1407.

SCHLOTE, A.; CRISOSTOMI, E.; KIRKLAND, S.; SHORTEN, R. Traffic modelling framework for electric vehicles. **International Journal of Control**, Taylor & Francis, v. 85, n. 7, p. 880–897, 2012.

SERAFINI, P. Some considerations about computational complexity for multi objective combinatorial problems. In: **Recent advances and historical development of vector optimization**. Berlin: Springer, 1987. p. 222–232.

SHEFFI, Y. **Urban transportation networks**. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1985.

SIERKSMA, G.; GHOSH, D. **Networks in action: Text and computer exercises in network optimization**. London, UK: Springer Science & Business Media, 2010. (International Series in Operations Research & Management Science, v. 140).

SILVA, C.; GONÇALVES, G.; FARIAS, T.; MENDES-LOPES, J. A tank-to-wheel analysis tool for energy and emissions studies in road vehicles. **Science of the Total Environment**, Elsevier, v. 367, n. 1, p. 441–447, 2006.

SKRIVER, A. J. A classification of bicriterion shortest path (BSP) algorithms. **Asia Pacific Journal of Operational Research**, National University of Singapore, v. 17, n. 2, p. 199–212, 2000.

SKRIVER, A. J.; ANDERSEN, K. A. A label correcting approach for solving bicriterion shortest-path problems. **Computers & Operations Research**, Elsevier, v. 27, n. 6, p. 507–524, 2000.

SMOCK, R. An iterative assignment approach to capacity restraint on arterial networks. **Highway Research Board Bulletin**, n. 347, 1962.

Society of Automotive Engineers. **Recommended practice for measuring the exhaust emissions and fuel economy of hybrid-electric vehicles**. USA, 1999.

STORANDT, S. Quick and energy-efficient routes: computing constrained shortest paths for electric vehicles. In: ACM. **International Workshop on Computational Transportation Science**. Redondo Beach, CA, USA, 2012. p. 20–25.

TUNG, C. T.; CHEW, K. L. A bicriterion Pareto-optimal path algorithm. **Asia Pacific Journal of Operational Research**, v. 5, n. 2, p. 166–172, 1988.

TZENG, G.-H.; CHEN, C.-H. Multiobjective decision making for traffic assignment. **IEEE Transactions on Engineering Management**, IEEE, v. 40, n. 2, p. 180–187, 1993.

VAN-MIERLO, J.; MARENNE, Y. Energy consumption, CO<sub>2</sub> emissions and other considerations related to battery electric vehicles. **Association for Electric Vehicles in Europe**, 2009.

WANG, H.; ZHANG, X.; OUYANG, M. Energy consumption of electric vehicles based on real-world driving patterns: A case study of Beijing. **To appear in Applied Energy**, Elsevier, 2015.

WANG, Y.; JIANG, J.; MU, T. Context-aware and energy-driven route optimization for fully electric vehicles via crowdsourcing. **IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems**, IEEE, v. 14, n. 3, p. 1331–1345, 2013.

WARDROP, J. G. Some theoretical aspects of road traffic research. **ICE Proceedings: Engineering Divisions**, v. 1, p. 325–362, 1952.

XIONG, Y.; GAN, J.; AN, B.; MIAO, C.; BAZZAN, A. L. C. Optimal electric vehicle charging station placement. In: **International Joint Conference on Artificial Intelligence**. Buenos Aires: AAAI Press, 2015. p. 2662–2668.

YANG, X.-S. **Introduction to Mathematical Optimization: From linear programming to metaheuristics**. Cambridge, UK: Cambridge International Science Publishing, 2008.

ZHOU, A.; QU, B.-Y.; LI, H.; ZHAO, S.-Z.; SUGANTHAN, P. N. Multiobjective evolutionary algorithms: A survey of the state of the art. **Swarm and Evolutionary Computation**, v. 1, p. 32–49, 2011.

## APÊNDICE A - DADOS COMPLEMENTARES PARA A REDE SIOUX FALLS

As elevações dos vértices são importantes para determinar o consumo de energia. Portanto, os dados de coordenadas geográficas e elevações foram consultados manualmente para a rede Sioux Falls (apresentada no Capítulo 5). A Tabela 7.1 apresenta estes valores para cada vértice.

Tabela 7.1 – Coordenadas geográficas e elevações para os vértices da rede Sioux Falls

<b>Vértice</b>	<b>Latitude</b>	<b>Longitude</b>	<b>Elevação</b>
1	43,57260858	-96,77506953	438
2	43,56420630	-96,73137635	434
3	43,55884336	-96,77946903	436
4	43,55840651	-96,76119246	435
5	43,55812758	-96,73136830	449
6	43,56209266	-96,71150923	408
7	43,55121187	-96,69381537	435
8	43,55121333	-96,71139657	440
9	43,55120896	-96,73131332	428
10	43,54598970	-96,73127711	444
11	43,54394153	-96,75121330	436
12	43,54391334	-96,78024754	432
13	43,51483097	-96,78043932	431
14	43,52945461	-96,75122671	448
15	43,52942349	-96,73130125	452
16	43,54666771	-96,71138853	437
17	43,53481968	-96,71131879	435
18	43,54668764	-96,69407487	456
19	43,52935835	-96,71129063	452
20	43,51547480	-96,71080112	434
21	43,51487425	-96,73122682	431
22	43,52215004	-96,73126638	437
23	43,52212401	-96,75113082	445
24	43,51480957	-96,76110059	435

## APÊNDICE B - SIOUX FALLS COM PERTURBAÇÃO DAS ELEVAÇÕES

As Tabelas 8.1 e 8.2 apresentam os resultados completos para a rede Sioux Falls com perturbação das elevações utilizando eficiência *tank-to-wheel*. A Tabela 8.1 apresenta os resultados utilizando a estratégia *Greedy Energy*, enquanto a Tabela 8.2 apresenta os resultados para a estratégia *Greedy Efficiency*.

Tabela 8.1 – Resultados completos para a rede Sioux Falls com perturbação das elevações (GE)

Pert	% veículos elétricos	Convencionais		Elétricos		Média	
		Tempo	Energia	Tempo	Energia	Tempo	Energia
0	0	20,77	9,91	-	-	20,77	9,91
0	10	20,85	10,04	21,31	1,97	20,90	9,23
0	20	20,97	10,14	21,44	1,98	21,06	8,51
0	50	21,36	10,61	22,23	2,00	21,80	6,31
0	80	21,79	11,16	22,76	2,04	22,56	3,87
0	90	21,88	11,25	22,89	2,07	22,79	2,98
0	100	-	-	23,00	2,08	23,00	2,08
1	0	20,77	10,57	-	-	20,77	10,57
1	10	20,82	10,70	21,22	2,02	20,86	9,83
1	20	20,94	10,80	21,37	2,03	21,03	9,05
1	50	21,34	11,31	22,13	2,05	21,73	6,68
1	80	21,79	11,87	22,74	2,09	22,55	4,05
1	90	21,88	11,96	22,88	2,11	22,78	3,10
1	100	-	-	22,96	2,13	22,96	2,13
1,5	0	20,77	10,90	-	-	20,77	10,90
1,5	10	20,85	11,04	21,24	2,05	20,89	10,14
1,5	20	20,95	11,14	21,38	2,06	21,04	9,33
1,5	50	21,33	11,66	22,13	2,08	21,73	6,87
1,5	80	21,80	12,22	22,76	2,12	22,56	4,14
1,5	90	21,90	12,34	22,90	2,14	22,80	3,16
1,5	100	-	-	23,03	2,16	23,03	2,16
2	0	20,77	11,22	-	-	20,77	11,22
2	10	20,84	11,37	21,23	2,07	20,88	10,44
2	20	20,94	11,48	21,37	2,08	21,03	9,60
2	50	21,34	12,00	22,14	2,10	21,74	7,05
2	80	21,79	12,59	22,76	2,14	22,56	4,23
2	90	21,91	12,70	22,91	2,17	22,81	3,22
2	100	-	-	23,13	2,19	23,13	2,19
4	0	20,77	12,53	-	-	20,77	12,53
4	10	20,84	12,67	21,27	2,17	20,88	11,62
4	20	20,94	12,83	21,40	2,18	21,04	10,70
4	50	21,31	13,41	22,14	2,20	21,73	7,80
4	80	21,82	13,96	22,79	2,24	22,60	4,59
4	90	21,98	14,08	22,99	2,27	22,89	3,45
4	100	-	-	23,14	2,29	23,14	2,29

Tabela 8.2 – Resultados completos para a rede Sioux Falls com perturbação das elevações (GF)

Pert	% veículos elétricos	Convencionais		Elétricos		Média	
		Tempo	Energia	Tempo	Energia	Tempo	Energia
0	0	20,77	9,91	-	-	20,77	9,91
0	10	20,82	10,03	21,10	1,99	20,84	9,22
0	20	20,87	10,14	21,14	2,01	20,93	8,51
0	50	21,00	10,56	21,45	2,03	21,22	6,29
0	80	21,11	11,36	21,63	2,08	21,53	3,93
0	90	21,13	11,56	21,71	2,10	21,65	3,04
0	100	-	-	21,59	2,13	21,59	2,13
1	0	20,77	10,57	-	-	20,77	10,57
1	10	20,80	10,69	21,08	2,05	20,83	9,82
1	20	20,87	10,82	21,16	2,06	20,93	9,07
1	50	20,99	11,28	21,44	2,08	21,22	6,68
1	80	21,08	12,09	21,63	2,13	21,52	4,12
1	90	21,11	12,31	21,67	2,15	21,62	3,17
1	100	-	-	21,62	2,18	21,62	2,18
1,5	0	20,77	10,90	-	-	20,77	10,90
1,5	10	20,80	11,01	21,07	2,07	20,83	10,12
1,5	20	20,85	11,15	21,14	2,08	20,91	9,33
1,5	50	20,97	11,64	21,43	2,11	21,20	6,87
1,5	80	21,08	12,46	21,63	2,16	21,52	4,22
1,5	90	21,10	12,68	21,69	2,18	21,63	3,23
1,5	100	-	-	21,66	2,21	21,66	2,21
2	0	20,77	11,22	-	-	20,77	11,22
2	10	20,81	11,35	21,09	2,10	20,84	10,43
2	20	20,85	11,48	21,13	2,11	20,90	9,61
2	50	20,96	12,01	21,42	2,13	21,19	7,07
2	80	21,12	12,80	21,69	2,18	21,58	4,31
2	90	21,14	13,05	21,74	2,21	21,68	3,29
2	100	-	-	21,66	2,23	21,66	2,23
4	0	20,77	12,53	-	-	20,77	12,53
4	10	20,82	12,66	21,13	2,19	20,85	11,62
4	20	20,88	12,82	21,19	2,20	20,94	10,70
4	50	20,95	13,44	21,43	2,23	21,19	7,83
4	80	21,09	14,22	21,68	2,29	21,56	4,67
4	90	21,08	14,51	21,68	2,31	21,62	3,53
4	100	-	-	21,77	2,33	21,77	2,33