

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

MARCOS ANTONIO JEREMIAS COELHO

**AVALIAÇÃO E ANÁLISE DE UM
SISTEMA DE MICRO GERAÇÃO
DE ENERGIA BASEADO NO
EFEITO PIEZOELÉTRICO**

Porto Alegre
2015

MARCOS ANTONIO JEREMIAS COELHO

**AVALIAÇÃO E ANÁLISE DE UM
SISTEMA DE MICRO GERAÇÃO
DE ENERGIA BASEADO NO
EFEITO PIEZOELÉTRICO**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.
Área de concentração: Controle e Automação

ORIENTADOR: Prof. Dr. Valner João Brusamarello

CO-ORIENTADOR: Prof. Dr. Jeferson Vieira Flores

Porto Alegre
2015

MARCOS ANTONIO JEREMIAS COELHO

**AVALIAÇÃO E ANÁLISE DE UM
SISTEMA DE MICRO GERAÇÃO
DE ENERGIA BASEADO NO
EFEITO PIEZOELÉTRICO**

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Orientador: _____
Prof. Dr. Valner João Brusamarello, UFRGS
Doutor pela Universidade Federal de Santa Catarina - Florianópolis, Brasil

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Paulo Smith Schneider, UFRGS
Doutor pelo Institut National des Sciences Appliquees de Lyon - Lyon, França

Prof. Dr. Diego Eckhard, UFRGS
Doutor pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul - Porto Alegre, Brasil

Prof. Dr. Ivan Müller, UFRGS
Doutor pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul- Porto Alegre, Brasil

Coordenador do PPGEE: _____
Prof. Dr. Luis Fernando Alves Pereira

Porto Alegre, Agosto de 2015.

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à minha família, pelo apoio em todas as decisões que tomei e momentos difíceis.

AGRADECIMENTOS

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, PPGEE, pela oportunidade de realização de trabalhos em minha área de pesquisa.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Valner João Brusamarello, e co-orientador, Prof. Dr. Jeferson Vieira Flores, pela paciência, orientação e conhecimentos repassados que foram de grande valia para o desenvolvimento deste trabalho.

Aos colegas do PPGEE, especialmente à Guilherme Nicol, Oscar Fernando Berra Angarita, Gustavo Rodrigues Gonçalves da Silva, Charles Lorenzini, Fernando Sacilotto Crivellaro e Marcel Campos Inocêncio pelo seu auxílio nas tarefas desenvolvidas durante o curso e inúmeros momentos de descontração.

Aos meus amigos e colegas do LSI, Felipe Augusto Tondo, Rodrigo Wolff Porto, Luiz Frederico S. S. M. Villalobos, Guilherme Rosa e Rogério Ballestrin pelas inúmeras conversas e discussões produtivas a respeito das nossas pesquisas.

Aos ex-professores e amigos, Prof. Dr. Oswaldo Hideo Ando Junior e Prof. Me. Anderson Diogo Spacek, pelo apoio e incentivo que me deram coragem para fazer aquilo que eu gosto.

À CAPES pelo auxílio financeiro que foi de extrema importância para o desenvolvimento deste trabalho.

RESUMO

Neste trabalho, é apresentado um estudo sobre um sistema de micro geração de energia a partir da vibração de uma viga em balanço utilizando um transdutor piezoelétrico. A análise é feita levando-se em consideração as dimensões da viga utilizada, tipo de gerador piezoelétrico e diferentes tipos de cargas acopladas a este. O sistema de geração tem sua excitação realizada por um atuador piezoelétrico, que é alimentado por uma fonte de tensão com amplitude, frequência e forma de onda ajustáveis. A avaliação da potência de saída e influência dos diferentes tipos de carga acoplados a saída são analisados. As cargas utilizadas são: puramente resistiva, resistiva-capacitiva e não linear, por meio de um retificador de onda completa. Para avaliar experimentalmente os resultados analíticos foi utilizado um protótipo de uma viga em balanço construída com uma barra de alumínio exposta a uma excitação, induzida por um outro transdutor piezoelétrico ligado a uma placa dSpace controlada por um computador. Os parâmetros do sistema são identificados sendo possível determinar sua influência na saída e realizando assim uma análise pontual do micro gerador piezoelétrico quando submetido a uma carga qualquer. Os resultados da geração com os diferentes tipos de cargas são comparados, bem como a influência destas na dinâmica do sistema. As potências máximas são apresentadas em diferentes modos de vibração depois de otimizadas. Foram obtidos os seguintes resultados: $3,357mW$ com uma resistência de $200k\Omega$ no primeiro modo; $13,17mW$ com uma resistência de $50k\Omega$ no segundo modo; para o terceiro e quarto modos de vibração a máxima potência é obtida com a resistência de $10k\Omega$, sendo $10,22mW$ e $15,63mW$, respectivamente. A alteração da frequência de vibração é de aproximadamente $0,2\%$ para os modos de vibração em função da resistência máxima e mínima. Para a carga resistiva-capacitiva, o comportamento da geração não é afetado significativamente para os valores de resistência de $1M\Omega$ e $100k\Omega$. Com os valores de $10k\Omega$ e $1k\Omega$ a potência ativa se eleva em 30% , aproximadamente. O comportamento da carga não linear é aproximado por uma impedância com característica capacitiva. Sendo que, com a elevação da frequência, a impedância vista pelo gerador piezoelétrico é diminuída. A energia armazenada é de $0,8039mJ$, $2,5245mJ$ e $1,3041mJ$ para o primeiro, segundo e terceiro modos de vibração, respectivamente.

Palavras-chave: Identificação de Sistema, Micro geração de Energia, Piezoeletricidade, Viga Engastada.

ABSTRACT

This work presents a study of a energy harvesting system based on vibration from a cantilever beam utilizing a piezoelectric generator. The analysis considers the dimensions of the beam, type of piezoelectric generator and different types of loads coupled. A piezoelectric actuator is handles for the system excitement, powered by a voltage source with adjustable amplitude, frequency and shape. Are evaluate the output power and the influence of different charge types coupled to the piezoelectric generator. The loads are purely resistive, resistive-capacitive and non-linear, by a full-wave bridge rectifier. To check experimentally the analytical results, are used a prototype of a cantilever beam constructed with an aluminum bar exposed to an excitation induced by another piezoelectric transducer attached to a dSpace board controlled by a computer. The system parameters are individually identified to determine their influence on output, allowing the punctual analysis of the piezoelectric harvesting when subjected to any load. The results of power generation are compare with different types of loads as well as its influence on the dynamic of the system. After a optimization, the greatest power delivered to the load happen in different vibrational modes. We obtain the following results: $3.357mW$ with a $200k\Omega$ resistance in the first mode; $13.17mW$ with a $50k\Omega$ resistance in the second mode, for the third and fourth vibration modes greatest power is obtained with the $10k\Omega$ resistance, being $10.22mW$ and $15.63mW$, respectively. The modification of the vibration frequency are approximately 0.2% for all vibration modes depending on the largest and smallest resistance. For the resistive-capacitive load, the generation behavior are not affect to the $1M\Omega$ and $100k\Omega$ resistance. With the $10k\Omega$ and $1k\Omega$ values, the active power increases by approximately 30%. The nonlinear load behavior are approach by an impedance with capacitive characteristics. With increasing of frequency, the impedance seen by the piezoelectric harvester is decreased. The energy stored is $0.8039mJ$, $2.5245mJ$ and $1.3041mJ$ for the first, second and third vibration modes, respectively.

Keywords: Cantilever Beam, Energy Harvesting, Piezoelectricity, System Identification.

SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES	9
LISTA DE TABELAS	11
LISTA DE ABREVIATURAS	12
LISTA DE SÍMBOLOS	13
1 INTRODUÇÃO	17
1.1 Objetivo Geral	18
1.1.1 Objetivos Específicos	18
1.2 Estrutura da Dissertação	18
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	19
3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	24
3.1 Piezoelectricidade	24
3.1.1 Cerâmicas Piezoelétricas	24
3.1.2 Equações Construtivas dos Materiais Piezoelétricos	26
3.1.3 Coeficientes Piezoelétricos	29
3.1.4 Gerador/Sensor Piezoelétrico	32
3.1.5 Atuador Piezoelétrico Acoplado a uma Viga em Balanço	33
3.1.6 Circuito Elétrico Equivalente	35
3.2 Cargas	37
3.2.1 Carga Puramente Resistiva	38
3.2.2 Carga Resistiva-Capacitiva	38
3.2.3 Carga Não Linear	40
3.3 Identificação de Sistemas	41
3.4 Considerações Finais	44
4 METODOLOGIA E RESULTADOS	45
4.1 Bancada Experimental	45
4.1.1 Atuador Piezoelétrico/Viga	49
4.1.2 Gerador Piezoelétrico/Carga	52
4.1.3 Condicionamento	54
4.2 Identificação do Sistema	55
4.3 Resultados e Discussões	59
4.3.1 Carga Resistiva	60
4.3.2 Carga Resistiva-Capacitiva	64

4.3.3	Carga Não Linear	69
5	CONCLUSÃO	72
5.1	Trabalhos Futuros	74
	REFERÊNCIAS	75
	APÊNDICE A TABELAS	80

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1:	Estrutura cristalina de uma cerâmica piezoelétrica elementar: (a) Simetria cúbica simples (acima de temperatura de Curie); (b) Simetria tetragonal (abaixo de temperatura de Curie) (MOHEI-MANI; FLEMING, 2006).	25
Figura 2:	Domínio Weiss para cerâmicas piezoelétricas: (a) Sem aplicação de campo elétrico; (b) Com campo elétrico aplicado; (c) Após aplicação de um campo elétrico.	26
Figura 3:	Designação dos eixos e sentidos das deformações.	27
Figura 4:	Arranjo experimental para medição do parâmetro d_{31}	30
Figura 5:	Viga de Euler-Bernoulli com um par de transdutores piezoelétricos.	33
Figura 6:	Representação do circuito de geração piezoelétrico: (a) Fonte de corrente; (b) Transformação em fonte de tensão para análise.	36
Figura 7:	Níveis de energia em um gerador de energia a partir de vibrações (LIANG; LIAO, 2011).	36
Figura 8:	Determinação da impedância de Thevenin para o circuito do gerador piezoelétrico.	37
Figura 9:	Carga puramente resistiva.	38
Figura 10:	Carga resistiva e capacitiva.	39
Figura 11:	Carga não linear: Retificador onda completa.	40
Figura 12:	Característica da corrente, tensão e harmônica fundamental da tensão para um gerador piezoelétrico retificado.	41
Figura 13:	Sistema a ser identificado $G(s)$ com entrada $x(t)$ e saída $y(t)$	42
Figura 14:	<i>Toolbox</i> para identificação de sistemas.	44
Figura 15:	Estrutura utilizada para o gerador de energia baseado no efeito piezoelétrico.	46
Figura 16:	Modos de vibração.	47
Figura 17:	Diagrama do experimento.	48
Figura 18:	Circuito do filtro passa-baixa de 1ª ordem passivo $f_{c1} = 400Hz$	49
Figura 19:	Deformação gerada com atuador piezoelétrico.	50
Figura 20:	Circuito do condicionamento atenuador 10x e filtro passa-baixa de 2ª ordem ativo $f_{c2} = 1kHz$	51
Figura 21:	Diagrama de Bode para a função de transferência $G_v(s)$ para os 10 primeiros modos de vibração.	51
Figura 22:	Diagrama de Bode para a função de transferência $G_{l_r}(s)$ para os 9 valores de resistência de carga utilizados.	53
Figura 23:	Diagrama de Bode para a função de transferência $G_{l_c}(s)$ para os 4 valores de resistência de carga utilizados.	54

Figura 24:	Diagramas de Bode de amplitude para as funções de transferência $G_{PB_p(s)}$ e $G_{PB_a(s)}$	55
Figura 25:	Representação do sistema a ser identificado.	56
Figura 26:	Sinal PRBS aplicado (entrada) e sinal gerado (saída).	57
Figura 27:	Densidade espectral de potência da tensão de saída com a aplicação do PRBS.	57
Figura 28:	Diagrama de Bode do modelo teórico e identificado.	58
Figura 29:	Representação do circuito de geração piezoelétrico com uma carga resistiva acoplada.	60
Figura 30:	Potência de saída mensurada com carga puramente resistiva em função da frequência.	61
Figura 31:	Gráfico de contorno da potência de saída com carga puramente resistiva em função da frequência.	63
Figura 32:	Tensão de saída dependente da resistência de carga R_L e frequência.	63
Figura 33:	Alteração de frequência de vibração com a alteração da resistência de carga.	65
Figura 34:	Representação do circuito de geração piezoelétrico com uma carga resistiva-capacitiva acoplada.	65
Figura 35:	Tensão sobre a carga RC para os 4 valores de resistência de carga utilizados.	66
Figura 36:	Potência aparente S na carga RC para os 4 valores de resistência de carga utilizados.	67
Figura 37:	Potência ativa P na carga RC para os 4 valores de resistência de carga utilizados.	68
Figura 38:	Carga não linear: retificador onda completa.	69
Figura 39:	Tempo de carregamento para os três primeiros modos de vibração para uma carga $R_L = 1M\Omega$ e $C_L = 10\mu F$	71

LISTA DE TABELAS

Tabela 1:	Analogia entre os parâmetros mecânicos e elétricos (BEER; JOHNSTON; CORNWELL, 2012).	35
Tabela 2:	Propriedades da barra e atuador piezoelétrico.	46
Tabela 3:	Valores teóricos de β , da frequência natural de vibração teórica (f_n) e frequência natural de vibração por simulação.	48
Tabela 4:	Valores teóricos para função de transferência $G_v(s)$	51
Tabela 5:	Propriedades do gerador piezoelétrico (MIDÉ TECHNOLOGY CORPORATION (Medford), 2010).	52
Tabela 6:	Valores teóricos do polo para função de transferência $G_{l_r}(s)$	53
Tabela 7:	Valores teóricos para função de transferência $G_{l_c}(s)$	53
Tabela 8:	Valores dos quatro primeiros modos identificados para função de transferência $G_v(s)$	59
Tabela 9:	Valores de tensão de circuito aberto $V_{oc}[V]$ em função dos modos de vibração.	60
Tabela 10:	Simulação da potência instantânea gerada [mW] com carga puramente resistiva em função dos modos de vibração naturais da viga.	61
Tabela 11:	Potência instantânea gerada [mW] com carga puramente resistiva em função dos modos de vibração naturais da viga.	61
Tabela 12:	Alteração das frequências de ressonância para os quatro primeiros modos de vibração.	64
Tabela 13:	Valores simulados para impedância $Z_{ef}[k\Omega]$ vista pelo gerador piezoelétrico em função dos modos de vibração e resistências de carga R_L (capacitor $C_L = 10\mu F$).	69
Tabela 14:	Valores medidos para impedância Z_{ef} vista pelo gerador piezoelétrico em função da frequência e resistência (capacitor $C_L = 10\mu F$).	69
Tabela 15:	Valores simulados para tensão retificada V_{ref} na carga em função da frequência e resistência (capacitor $C_L = 10\mu F$).	70
Tabela 16:	Valores medidos para tensão retificada V_{ref} na carga em função da frequência e resistência (capacitor $C_L = 10\mu F$).	70
Tabela 17:	Potência gerada P em função da frequência e resistência (capacitor $C_L = 10\mu F$).	71

LISTA DE ABREVIATURAS

A/D	Analógico para Digital
CA	Corrente Alternada
CC	Corrente Contínua
CPU	<i>Central Processing Unit</i> (Unidade Central de Processamento)
D/A	Digital para Analógico
DEP	Densidade Espectral de Potência
FEM	<i>Finite Element Method</i> (Método dos Elementos Finitos)
MFC	Macro-Fiber Composites (Composto de Macro Fibra)
PRBS	<i>Pseudo-Random Binary Signal</i> (Sinal Binário Pseudoaleatório)
PZT	Titanato Zirconato de Chumbo
QP	Bi morfo <i>Quick-Pack</i>
SSHI	<i>Synchronized Switch Harvesting on Inductor</i>
SPICE	<i>Simulated Program with Integrated Circuits Emphasis</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

x	Eixo das abscissas
y	Eixo das ordenadas
z	Eixo das cotas
ε	Vetor do componente de deformação
S	Constantes de conformidade elástica
σ	Vetor da tensão mecânica
d	Matriz de constantes piezoelétricas
E	Vetor do campo elétrico aplicado
D	Vetor de deslocamento elétrico
ξ	Permissividade do material
g	Matriz de constantes piezoelétricas
β	Componente de impermissividade
i	Direção de deformação
j	Direção de deformação
m	Direção de deformação
k	Direção de deformação
V_s	Tensão elétrica aplicada
h_p	Espessura do elemento piezoelétrico
Δl_p	Diferença de comprimento do elemento piezoelétrico
l_p	Comprimento do elemento piezoelétrico
F	Força
w_p	Largura do elemento piezoelétrico
q	Quantidade de carga elétrica
Q	Cargas elétrica
W_M	Trabalho mecânico
E_p	Modulo de Young do elemento piezoelétrico

Δ_z	Flexão
W_E	Trabalho elétrico
C_p	Capacitância do elemento piezoelétrico
K_{oc}	Rigidez em circuito aberto
K_{sc}	Rigidez em curto-circuito
E	Módulo de Young
I	Momento de inércia
ρ	Densidade
A	Área da seção transversal
M_p	Momento atuante na viga causado pelo elemento piezoelétrico
t	Tempo
M	Momento
L	Comprimento
T	Esforço cortante
f_n	Frequência natural
ω_n	Frequência angular natural
β	Autovalor
\bar{k}	Constante dependente das propriedades da barra e atuador piezoelétrico
V_a	Tensão aplicada no atuador piezoelétrico
H	Função degrau
r_k	Coordenada generalizada do k-ésimo modo de vibração
ζ_k	Amortecimento natural do k-ésimo modo de vibração
ω_k	Frequência angular natural do k-ésimo modo de vibração
ψ_k	Posicionamento do atuador piezoelétrico
k	k-ésimo modo de vibração
P_v	Constante determinada pelas propriedades estruturais
Ψ_i	Posição do atuador piezoelétrico
ζ_i	Amortecimento natural
ω_i	Frequência angular natural
$G_v(s)$	Função de transferência do conjunto atuador/viga
k_s	Ganho da função de transferência do conjunto atuador/viga
$\hat{\zeta}_i$	Amortecimentos associados aos zeros da função de transferência
$\hat{\omega}_i$	Frequência angular natural associados aos zeros da função de transferência
N	Modos de vibração

I_p	Corrente gerada pelo elemento piezoelétrico
R_p	Resistência Paralela do elemento piezoelétrico
R_d	Resistência de perdas
C_s	Capacitância série do elemento piezoelétrico
R_s	Resistência série do elemento piezoelétrico
V_{oc}	Tensão circuito aberto
Z^{otm}	Impedância ótima
Z_{th}	Impedância de Thévenin
R_L	Carga Resistiva
V_{R_L}	Tensão sobre a resistência de carga
I_{R_L}	Corrente na resistência de carga
$G_{l_r}(s)$	Função de transferência da carga resistiva
K_r	Ganho da função de transferência da carga resistiva
τ	Polo da função de transferência da carga resistiva
C_L	Carga capacitiva
I_{C_L}	Corrente no capacitor de carga
$G_{l_c}(s)$	Função de transferência da carga resistiva-capacitiva
K_{rc}	Ganho da função de transferência da carga resistiva-capacitiva
α_1	Parâmetro associado ao polo da função de transferência da carga resistiva-capacitiva
α_2	Parâmetro associado ao polo da função de transferência da carga resistiva-capacitiva
i_p	Corrente na saída do elemento piezoelétrico
I_0	Magnitude de i_p
$V_p(t)$	Tensão gerada pelo elemento piezoelétrico
V_{ref}	Tensão após a retificação
\tilde{V}_{ref}	Relação entre a tensão após a retificação e tensão de circuito aberto
θ	Ângulo de bloqueio do retificador
Z_{ef}	Impedância eficaz
V_{ef}	Tensão eficaz da primeira harmônica
P_{ef}	Potência gerada na carga não linear
$x(t)$	Sinal de entrada
$G(s)$	Função de transferência
$y(t)$	Sinal de saída

A_o	Amplitude do sinal de entrada
B_o	Amplitude do sinal de saída
φ	Defasagem
$G(j\omega)$	Transformada de Fourier da função da transferência
$X(j\omega)$	Transformada de Fourier do sinal de entrada
$Y(j\omega)$	Transformada de Fourier do sinal de saída
L	Comprimento da viga
W	Largura da viga
h	Espessura da viga
ω_{c1}	Frequência de corte do filtro passa-baixas passivo
ω_{c2}	Frequência de corte do filtro passa-baixas ativo
$G_{PB_p}(s)$	Função de transferência do filtro passa-baixas passivo
RC	Constante de tempo
$G_{PB_a}(s)$	Função de transferência do filtro passa-baixas ativo
k_{amp}	Ganho do amplificador
k_{atn}	Ganho do atenuador
\hat{f}_i	Frequência natural associados aos zeros da função de transferência
f_i	Frequência natural de vibração da viga
f_r^{sc}	Frequência de ressonância para um circuito aberto
f_r^{oc}	Frequência de ressonância para um curto-circuito
X_c	Impedância capacitiva
S	Potência aparente
Q	Potência reativa
P	Potência ativa

1 INTRODUÇÃO

A invenção da bateria por Alessandro Volta em 1799 e do dínamo por Michael Faraday em 1831 foram as primeiras fontes de eletricidade práticas no mundo. Após a instalação dos sistemas de alimentação por fiações nas cidades no final do século 19, as baterias passaram a ter utilização principal em aplicações móveis. Com o avanço da eletrônica e sua miniaturização, o consumo de energia diminuiu nos dispositivos móveis. Assim, as baterias puderam diminuir de tamanho, permitindo a explosão do número de dispositivos móveis. Sem dúvidas, a economia de energia nestes dispositivos é o principal fator para essa expansão. Porém, o rápido desenvolvimento de redes de sensores sem fios trouxe uma nova demanda, a qual é limitada justamente pela necessidade de substituição e descarte dessas baterias.

Avanços na otimização de consumo utilizando baixas tensões (SERDIJN, 2001) e escalonamento de frequência dinâmica (*CPU throttling*) (BIRCHER et al., 2005), projetos híbridos analógico-digital (TAHERINEJAD; ABRISHAMIFAR, 2009) e utilização de modos de repouso (*Sleep Mode*) (HARATCHEREV; FIORITO; BALAGEAS, 2009) que mantêm os componentes inativos por um período de tempo são exemplos de melhorias nos sistemas de gerenciamento de energia visando reduzir o consumo.

A utilização de recursos energéticos renováveis disponíveis no ambiente em que o dispositivo se encontra oferece uma fonte de energia limpa e sustentável para o mesmo. Esta abordagem vem sendo utilizada no desenvolvimento da humanidade, há muito tempo, com moinhos de vento e rodas d'água. Atualmente, utiliza-se fontes alternativas como energia térmica, solar e vibração. Essa demanda configura uma oportunidade para o desenvolvimento e utilização das micro fontes alternativas, principalmente para aplicações que requerem baixo consumo (ANTON; SODANO, 2007).

A micro geração de energia através de transdutores piezoelétricos baseia-se na conversão de energia mecânica em energia elétrica a partir da vibração. Sua utilização é uma tendência crescente em aplicações como nós sensores sem fio (BEEBY; TUDOR; WHITE, 2006; MITCHESON et al., 2008; VON SCHAIJK, R., 2011), onde a localização dificulta a instalação de sistemas cabeados e existe a necessidade de alimentação dos mesmos (GUAN; LIAO, 2005). Exemplos de aplicações que utilizam geração de energia por piezoelectricidade são: a monitoração de máquinas rotativas onde a alimentação é realizada com um dispositivo específico para este fim (KHAMENEIFAR; ARZANPOUR; MOALLEM, 2013) e a alimentação de sensores para monitoração em próteses de reconstrução de joelho (PLATT; FARRITOR; HAIDER, 2005). Em certas aplicações ocorre a integração de geração a partir da vibração mecânica com outras fontes como, por exemplo, solar (ARMS et al., 2005).

Outra área de estudo é a utilização de geradores piezoelétricos para alimentação de circuitos integrados que utilizam a tecnologia *Micro Electro-Mechanical Systems* (MEMS) (COOK-CHENNAULT; THAMBI; SASTRY, 2008; MITCHESON et al., 2008; HU; JONG; ZHAO, 2010; MOUSSELMAL et al., 2013) visando a substituição das baterias.

Os sistemas de micro geração tem como principal objetivo a alimentação de cargas e/ou dispositivos de baixo consumo. Para determinar a quantidade de energia gerada por estes sistema, alguns fatores são fundamentais e devem ser considerados, tais como: tipo e característica da carga a ser alimentada, dinâmica da estrutura utilizada e característica do estímulo que é aplicado sobre a estrutura.

1.1 Objetivo Geral

A presente dissertação tem como objetivos:

- Apresentar uma análise de um sistema de colheita de energia utilizando transdutores piezoelétricos acoplados a uma viga de alumínio engastada;
- Avaliar o comportamento do sistema de geração de energia com diferentes tipos de cargas: puramente resistiva, resistiva-capacitiva e não linear (retificador onda completa).

1.1.1 Objetivos Específicos

- Montagem de uma estrutura física para avaliações experimentais relacionada a estímulo e controle de vibrações;
- Identificação do sistema de geração de energia;
- Avaliação da alteração do comportamento do sistema para diferentes cargas.

1.2 Estrutura da Dissertação

O restante deste trabalho está estruturado da seguinte forma: no Capítulo 2 é apresentada uma breve revisão bibliográfica sobre tema; a fundamentação teórica necessária para o desenvolvimento do trabalho é apresentada no Capítulo 3; a bancada experimental utilizada no trabalho, com as especificações dos componentes utilizados e os desenvolvimentos teóricos necessários para a implementação e verificação da influência das cargas utilizadas são apresentadas no Capítulo 4, junto com os resultados de discussões. Então, as conclusões e trabalhos futuros são apresentadas no Capítulo 5.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O efeito piezoelétrico foi descoberto no final do século 19 por Jacques e Pierre Curie, sendo definido como uma propriedade de alguns tipos de cristais, como o de quartzo, sal rochelle e turmalina. Quando submetidos a uma pressão mecânica, a estrutura cristalina produz uma tensão elétrica proporcional. De forma inversa, quando um campo elétrico é aplicado, a estrutura se deforma produzindo alterações dimensionais no material. No ano de 1949, George Argabrite deu entrada no pedido de patente (CLARKSTAN; ARGABRITE, 1949) para o seu “*Electrostrictive Translator*” recebendo-a no mesmo ano. Nela, ele apresenta transdutores mecânicos-elétricos de forma geral, na qual variações mecânicas estáticas, dinâmicas ou oscilatórios são convertidos em correspondentes variações do potencial elétrico e vice-versa. O aparato do experimento consiste num cristal em forma de placa com dois eletrodos inseridos por deposição de vapor nas duas extremidades, aos quais são ligados a fiação de entrada/saída.

Em (US HEALTH; HO, 1969) é apresentado um novo método de conversão utilizando um elemento piezoelétrico para converter os movimentos do corpo em energia elétrica, sem contato físico direto entre o cristal e a fonte de movimento. A proposta para elevar a eficiência na conversão, que para o caso de baixas frequências é um problema, é utilizar o cristal como uma viga em balanço e uma massa na sua extremidade livre. O movimento natural do corpo fornece o estímulo para geração de energia utilizada na alimentação de um marca-passo. É proposta a utilização de um circuito dobrador de tensão e o cristal titanato zirconato de chumbo. A magnitude de geração gira em torno de microwatts, e para época esta potência foi suficiente para acionar um marca-passo e alguns dos sistemas de telemetria do implante.

Com a evolução da tecnologia, novos materiais e métodos para a análise da geração de energia pela vibração foram desenvolvidos. Em (SODANO; INMAN; PARK, 2005a) é apresentada a geração de energia baseada em elementos piezoelétricos com dois métodos de armazenamento, capacitor e bateria de níquel-hidreto metálico, sendo que o primeiro tem sido o método de maior utilização para armazenar a energia produzida. A estrutura de geração é composta por um transdutor piezoelétrico PSI-5H4E do fabricante Piezo System Inc. colada a uma viga de alumínio de 80mm de comprimento. Para excitar o sistema, um motor elétrico automotivo é utilizado. Verificou-se que, devido à baixa capacidade de armazenamento do capacitor, a saída continha ondulações indesejadas, limitando os circuitos que são alimentados por este. Para o segundo método de armazenamento, apresentou-se pela primeira vez que a geração por piezoelectricidade é capaz de recarregar a bateria sem carga. O carregamento por completo de uma bateria de 40mAh pode ser realizado em menos de meia hora nos picos de ressonância e em apenas algumas horas com um sinal

aleatório de excitação.

No artigo (SODANO; INMAN; PARK, 2005b), é feita uma comparação entre três tipos de cristais piezoelétricos para determinar a capacidades de geração de energia elétrica e a capacidade de recarga de baterias. São testados aos seguintes materiais: Titanato Zirconato de Chumbo (PZT), o bímorfo *Quick-Pack* (QP) e o composto macro-fibra (MFC), sendo o primeiro uma estrutura em cristais mistos de zirconato de chumbo ($PbZrO_3$) e titanato de chumbo ($PbTiO_3$) que formam as células elementares dessas cerâmicas ferroelétricas, e exibem a estrutura de cristal Perovskite, responsável pelo efeito piezoelétrico. No QP são utilizadas duas camadas planas e finas de cerâmica PZT conectadas permanentemente entre si e ligadas eletricamente em contra fase. Assim, quando uma camada se expande, a outra se contrai, provocando o efeito de flexão no elemento, muito parecido com um bi-metal de disjuntores (BALBINOT; BRUSAMARELLO, c2010). O MFC é um composto de piezoelétricos retangulares dispostos em forma de matriz, separados por polímeros isolantes (epóxi). A conexão elétrica é realizada por eletrodos na parte superior e inferior. Os resultados experimentais apresentam uma estimativa da eficiência de geração dos três dispositivos e determinam se é possível sua utilização em aplicações práticas. Baterias com diferentes capacidades de armazenamento são utilizadas em todos os dispositivos para determinar o tempo de carga da bateria e capacidade máxima. Os resultados do estudo demonstram que o PZT e o QP são capazes de recarregar as baterias, sendo o PZT com eficiência maior em um ambiente com vibração aleatória. Além disso, foi mostrado que o MFC não apresenta bom desempenho para geração de energia.

Em (PLATT; FARRITOR; HAIDER, 2005) é apresentada uma análise teórica para geração de energia piezoelétrica, a qual foi verificada posteriormente por meio de simulação e com resultados experimentais para uma aplicação de geração em uma prótese de reconstrução total de joelho. Foram apresentadas a identificação de parâmetros, casamento de impedância de carga, fatores relacionados em função do formato, eficiência, longevidade, conversão e armazenamento de energia, sendo que a potência média gerada para uma força de $800N$ com uma frequência de $1Hz$ (variando conforme uma senóide) é de $1,08mW$ para uma carga de $14,8k\Omega$. Outro aspecto apresentado é a alteração da eficiência do gerador em função da frequência de excitação e da resistência da carga.

Em (SHU; LIEN, 2006) é investigada a geração de energia com conversão CA-CC ideal para um gerador piezoelétrico retificado a diodo. Neste trabalho são apresentadas as equações que mostram que a potência gerada depende das características de vibração de entrada (frequência e magnitude), das dimensões do gerador, da carga utilizada, da frequência natural, do coeficiente de amortecimento mecânico e de acoplamentos eletromecânicos do sistema. No estudo é considerado o caso da mudança da frequência natural do sistema. O efeito deste deslocamento de frequência em micro geradores de energia se dá pois os elementos piezoelétricos tem contribuição na rigidez estrutural do sistema. Os resultados teóricos são validados e considerados em concordância com as observações experimentais.

No artigo (GUAN; LIAO, 2007), é apresentado um estudo da eficiência dos circuitos de captação de energia considerando as tensões dos dispositivos de armazenamento. Existem dois modelos para os circuitos de condicionamento de energia, sendo o primeiro deles um retificador de ponte completa a diodo em conjunto com um dispositivo de armazenamento de energia e o segundo sendo composto de dois blo-

cos: um conversor CA/CC com armazenamento temporário e um conversor CC/CC. Para os dois casos são realizados estudos analíticos e experimentais considerando a tensão máxima do elemento de armazenamento de energia (capacitor). É realizada uma comparação entre os dois sistemas e os resultados mostram que um sistema composto somente por um retificador e capacitor pode atingir uma eficiência maior para uma gama de tensões do elemento de armazenamento de energia.

Uma comparação realizada por (PRIYA, 2007) forneceu os desenvolvimentos na área de colheita de energia piezoelétrica usando transdutores de perfil baixo, onde a espessura do material utilizado é muito menor que a largura e comprimento. O estudo fornece os resultados para vários tipos de transdutores comerciais, como o Thunder (INTERNATIONAL CORPORATION FACE (Norfolk), 2001) (sanduíche de placas condutoras de alumínio e aço inoxidável com uma camada interior de cerâmica PZT), os piezelétricos compósitos de fibra ativa, os piezelétricos MFC, os piezoelétricos em diafragma de campo radial, os piezelétricos QP e os piezelétricos bi-morfos. É realizada uma breve discussão sobre a seleção dos materiais piezoelétricos para aplicações dentro e fora da ressonância natural dos mesmos. São apresentados alguns protótipos de colheita de energia e analisados os modelos analíticos descritos na literatura para descrever a eficiência e potência gerada.

Em (D'HULST; DRIESEN, 2008), os autores apresentam o comportamento de um micro gerador de energia piezoelétrico avaliando diferentes circuitos de conversão de energia, onde um modelo analítico geral para o gerador é descrito. Usando esse modelo, uma resistência de carga pode ser otimizada para o gerador. O modelo utilizado é de um piezelétrico bi-morfo com frequência de ressonância de 301Hz excitado com uma aceleração de 5m/s^2 . Posteriormente, é realizada a análise da conexão de um retificador de onda completa e uma carga resistiva ao gerador piezoelétrico. Sendo o valor da tensão e da carga ótima são calculadas, encontrando uma de resistência de $580\text{k}\Omega$ e a potência estimada de $49,4\mu\text{W}$. Com a otimização da potência ótima de geração encontrada, os dois circuitos de conversão de tensão foram projetados e construídos. O primeiro é constituído de um conversor CC/CC elevador que emula uma impedância de entrada constante e o segundo um conversor CC/CC rebaixador com um capacitor para manter a tensão de entrada constante. Para o primeiro circuito, a potência gerada é de $40,5\mu\text{W}$ e para o segundo circuito de $32\mu\text{W}$.

Conforme (ERTURK; INMAN, 2008), com a evolução das pesquisas na área, visualizando o sistema pelo comportamento elétrico, mecânico ou do material, algumas simplificações e suposições físicas incorretas foram sendo propagadas na literatura. Foram investigadas as alterações necessárias para dois casos: modelagem com um grau de liberdade (do inglês *Single Degree-of-Freedom - SDOF*) e modelagem por parâmetros distribuídos, sendo que a principal contribuição é a modelagem matemática para micro geradores de energia piezoelétricos com todas as precauções e simplificações cabíveis. A modelagem matemática e identificação a partir da resposta em frequência do sistema para uma viga em balanço com um par de atuador/sensor é apresentada em (WINCK, 2012). Neste trabalho somente os três primeiros modos de vibração da viga são identificados e é utilizada a técnica do truncamento modal devido a impossibilidade de identificação dos infinitos modos de vibração. O erro descrito para o truncamento considerando os três modos de vibração é menor que 0,001%.

Em (JUNIOR; ERTURK; INMAN, 2009), os autores apresentam a modelagem

por elementos finitos de uma placa piezoelétrica para geração de energia. São realizadas a previsão da potência gerada para dois casos: com um elemento piezoelétrico acoplado a um substrato (viga) e com dois elementos, uma em cada face do substrato. São realizadas as estimativas da potência gerada a partir do princípio de Hamilton (ERTURK, 2009) para os dois casos e comparadas à literatura. Finalmente, é realizado um processo de otimização com objetivo de obter a máxima potência de saída na asa de um avião não tripulado com a configuração com dois elementos piezoelétricos e com adição de massa. Percebe-se que as características do material piezoelétricos (espessura, comprimento, coeficiente de elasticidade) influenciam diretamente na frequência natural de vibração do sistema, variando de $72,8Hz$ a $109,1Hz$. A potência gerada pelo sistema eleva-se monotonicamente com o aumento da espessura dos elementos piezoelétricos, mas como ocorre a limitação do tamanho em função de massa e rigidez do material, a potência média gerada é de $157,72mW/g^2$.

No artigo (BRUFAU-PENELLA; PUIG-VIDAL, 2009), é apresentado o estudo do casamento de impedância entre um gerador piezoelétrico e a carga. São analisadas as condições baseando-se no estudo da impedância equivalente do gerador piezoelétrico. Esta impedância tem duas parcelas: a parte real (puramente resistiva) e a parte imaginária (reativa). O comportamento observado se dá devido à natureza capacitiva dos materiais piezoelétricos e de suas características construtivas. A teoria desenvolvida é validada em um transdutor comercial modelo QP40W do fabricante Midè Technology onde é realizada a identificação do sistema para o primeiro, segundo e quarto modos de vibração, sendo esta necessária, pois os parâmetros e geometria do material são desconhecidos. A validação do modelo proposto é dada de forma experimental, mensurando a potência gerada em um conjunto de resistências como carga. A potência máxima na carga é obtida com o casamento de impedância entre este e a fonte. É utilizado o modelo eletromecânico agrupado baseado nas equações diferenciais ordinárias para descrever o circuito equivalente. Por apresentar uma impedância equivalente elevada, é necessário um alto valor de indutância para obtenção de uma carga com mesma impedância do modelo. Assim, para este estudo e modelagem, é quase impossível sua utilização em baixas frequências.

Em (LIANG; LIAO, 2009), os autores apresentam um estudo comparativo sobre a geração de energia piezoelétrica, dissipação natural e os efeitos sobre o amortecimento da estrutura de vibração onde o elemento piezoelétrico está acoplado. O fluxo de energia em um sistema de captação de energia piezoelétrica é discutido e aprofundado em (LIANG; LIAO, 2011). O diagrama de fluxo de energia é apresentado para ilustrar, de forma abrangente, os caminhos de energia dentro do sistema de geração. Mostra-se que a captação de energia e dissipação são coexistentes e trazem amortecimento estrutural.

Com a finalidade de elevar a energia produzida, em (HU; JONG; ZHAO, 2010) é proposto a utilização de três elementos piezoelétricos em um único sistema. Os elementos piezoelétricos estão conectados a diferentes blocos de massas, fazendo com que as frequências naturais de vibração de cada um seja diferente. Os resultados experimentais mostram que geradores piezoelétricos acoplados a estruturas que operam em frequências de vibrações diferentes melhoram substancialmente a captação de energia. Os elementos de geração são retificados individualmente por meio de uma ponte de diodos e estas conectadas em série ou paralelo. Após a interligação, os circuitos retificadores são conectados a um capacitor de filtro. Verificou-se

que 22,3% da energia gerada é desperdiçada, devido à ligação em série. A energia máxima gerada é de até $43nJ$ para excitação tipo degrau com amplitude de $18mm$.

Em (LIANG; LIAO, 2012) é utilizada a teoria de casamento de impedância como a base teórica para a otimização de energia gerada nos sistemas de geração piezoelétricos harmonicamente excitados. A máxima energia gerada ocorre quando a impedância de saída do transdutor piezoelétrico é idêntica a impedância de entrada do circuito. Em seguida, é realizada a modelagem de impedância equivalente em circuitos não-lineares. O experimento leva em conta três tipos topologias de circuito retificadores: ponte completa de diodos, indutor chaveado em paralelo (P-SSHI) e indutor chaveado em série (S-SSHI). Com uma excitação de $10m/s^2$ em uma frequência de $42Hz$ é mostrado que a energia gerada pelos circuito retificadores a indutor P-SSHI e S-SSHI é aproximadamente 500% e 400% maior quando comparados ao circuito de ponte completa de diodos, respectivamente. Para o experimento, a impedância calculada para maior transferência de potência é de $(10,4 + 105,2j)k\Omega$ correspondente a uma máxima potência gerada de $5,4mW$.

O presente trabalho apresenta a proposta de um micro gerador de energia elétrica baseado no efeito piezoelétrico acoplado a uma viga de alumínio engastada em uma de suas extremidades. Para gerar um estímulo conhecido, com amplitude e frequência variáveis, um atuador piezoelétrico é acoplado a viga. Com a finalidade de determinar a potência e eficiência de geração, diferentes tipos de cargas são conectados a este gerador. As cargas utilizadas são: puramente resistiva, resistiva-capacitiva e não linear (retificador de onda completa). As características destas são amplamente conhecidas, logo é possível determinar a potência e eficiência para cada um dos casos. A modelagem matemática do sistema é realizada seccionando este em: atuador piezoelétrico/viga, o gerador piezoelétrico, os diferentes tipos de cargas e o condicionamento dos sinais (projetado para este sistema). A identificação do sistema é realizada para os quatro primeiros modos de vibração. Os resultados da geração com os diferentes tipos de cargas são comparados bem como a influência destes no gerador piezoelétrico.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Para uma compreensão aprofundada do funcionamento do sistema de micro geração de energia piezoelétrica proposto, o conhecimento dos componentes utilizados, bem como seus comportamentos e equacionamentos, são necessários. Portanto, este capítulo focará em uma breve revisão da teoria sobre piezoelectricidade, apresentando as equações que caracterizam o transdutor, além de apresentar a formulação de um sistema piezoelétrico envolvendo somente um grau de liberdade. Também será apresentado o modelo elétrico equivalente de um gerador piezoelétrico, o qual foi utilizado neste trabalho. Posteriormente, são realizados os equacionamentos para os três tipos de cargas conectadas a este gerador, sendo estas: puramente resistiva, resistiva-capacitiva e não linear (retificador de onda completa). Por fim, é descrito o processo de identificação de sistemas utilizando o método de mínimos quadrados.

3.1 Piezoelectricidade

A descoberta do efeito piezoelétrico ocorreu no ano de 1880 pelos irmãos Curie e sua primeira utilização prática foi em sonares durante a primeira guerra mundial por Paul Langevin. Nesta aplicação foram usados cristais de quartzo acoplados a massas metálicas (transdutor tipo Langevin) para gerar ultrassom na faixa de algumas dezenas de kHz . A necessidade de uma fonte de alta tensão para excitar os transdutores dificultava sua utilização, iniciando assim, o desenvolvimento de materiais piezoelétricos sintéticos.

A piezoelectricidade é definida como sendo a propriedade que alguns materiais dielétricos possuem desenvolvendo uma deformação mecânica quando são submetidos a um campo elétrico. De forma inversa, quando um material piezoelétrico é submetido a uma deformação mecânica, este irá gerar uma polarização elétrica. Nas duas aplicações, a inversão no sentido da aplicação da força, mecânica ou elétrica, irá gerar a inversão no sentido do efeito (CALLISTER JR., c2012; VAN VLACK, c1984).

3.1.1 Cerâmicas Piezoelétricas

O efeito piezoelétrico ocorre de forma natural em um número elevado de cristais, sendo alguns deles o de quartzo, de turmalina e o tartarato de potássio e sódio. Para estes cristais apresentarem o efeito piezoelétrico, devem apresentar a estrutura interna sem centro de simetria. Um componente de tensão mecânica (sendo compressão ou tração) aplicado a este tipo de cristal irá alterar a distância dos elementos de carga positivas e negativas em uma célula elementar, causando assim uma pola-

rização elétrica na superfície do cristal. Este efeito é aproximadamente linear, assim a intensidade da polarização varia proporcionalmente com a intensidade e direção da tensão mecânica aplicada (MOHEIMANI; FLEMING, 2006; ERTURK; INMAN, 2011).

Além dos cristais mencionados anteriormente, um grupo importante de materiais piezoelétricos sintéticos são as cerâmicas piezoelétricas, sendo um exemplo de PZT. Estes materiais são ferroelétricos policristalinos com a estrutura de cristal com forma Perovskita (estrutura tetragonal/Romboedral aproximadamente cúbica). A formulação geral desta cerâmica se dá por $A^2 + B^1 + O_3^{2-}$. A variável A indica um íon divalente de metal, como bário ou chumbo, B denota um íon tetravalente de metal, tal como titânio ou zircônio. Esta estrutura, em sua forma elementar, é apresentada na Figura 1 (MOHEIMANI; FLEMING, 2006).

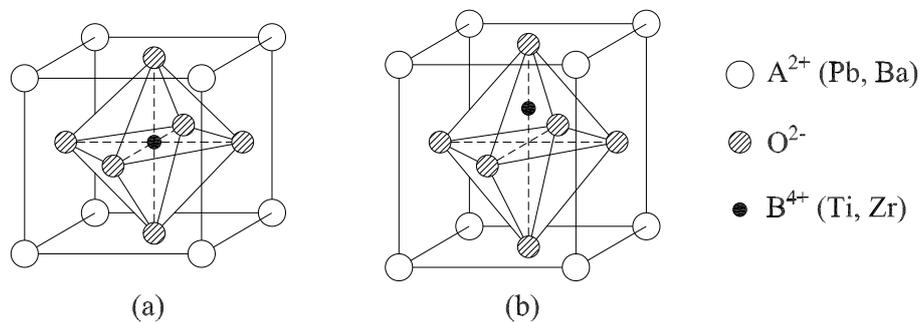


Figura 1: Estrutura cristalina de uma cerâmica piezoelétrica elementar: (a) Simetria cúbica simples (acima de temperatura de Curie); (b) Simetria tetragonal (abaixo de temperatura de Curie) (MOHEIMANI; FLEMING, 2006).

Outra característica importante em cerâmicas piezoelétricas é conhecida como o ponto (ou temperatura) de Curie. O cristal elementar da Figura 1(a) exibe simetria cúbica simples quando acima da temperatura de Curie. Essa estrutura é centrosimétrica com a localização de cargas positivas e negativas coincidindo, portanto, não há dipolos presentes no material. Assim, este material apresenta um comportamento paraelétrico.

Abaixo da temperatura de Curie (MOHEIMANI; FLEMING, 2006), o cristal elementar assume simetria tetragonal em que a localização de cargas positivas e negativas são assimétricas (Figura 1(b)), de modo que cada célula primária apresenta um dipolo elétrico interno. A localização deste dipolo pode ser revertida e alterada em certas direções pela aplicação de um campo elétrico. Estes materiais são denominados ferroelétricos e seu comportamento elétrico pode ser compreendido, de forma análoga, como o comportamento magnético dos materiais ferromagnéticos. A analogia pode ser continuada, uma vez que, a polarização de materiais ferroelétricos apresenta histerese, e suas constantes dielétricas são muito elevadas e em função da temperatura, como a permeabilidade dos materiais ferromagnéticos (INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS, 1988; MOHEIMANI; FLEMING, 2006).

O efeito piezoelétrico pode ser causado pela mudança da polarização do material com a variação da temperatura, como descrito anteriormente. Contudo, os dipolos não são orientados aleatoriamente ao longo do material quando este encontra-se na temperatura abaixo do ponto de Curie.

Dipolos vizinhos alinham-se uns com os outros de modo a formar regiões de alinhamento local conhecido como domínio Weiss. Dentro de um domínio, portanto, todos os dipolos estão alinhados, atribuindo um momento de dipolo para o domínio e gerando uma polarização líquida (momento de dipolo por unidade de volume). A polarização entre os domínios Weiss vizinhos diferem de 90° ou 180° , devido à distribuição aleatória interna do material, Figura 2(a). Neste caso a polarização, e conseqüentemente o efeito piezoelétrico, não é obtido (BALBINOT; BRUSAMARELLO, c2011).

Com a aplicação de um forte campo elétrico a uma temperatura ligeiramente abaixo do ponto de Curie, denominada polarização, a cerâmica pode apresentar o efeito piezoelétrico em qualquer direção, Figura 2(b). Sob a ação deste campo, os domínios Weiss tendem ao alinhamento, alongando-se na direção do campo aplicado. Quando o campo é removido (Figura 2(c)) os dipolos permanecem fixos quase que em alinhamento, atribuindo ao material cerâmico uma polarização remanescente e uma deformação permanente. O tratamento de polarização é geralmente realizado ao final da fabricação dos componentes (BALBINOT; BRUSAMARELLO, c2011).

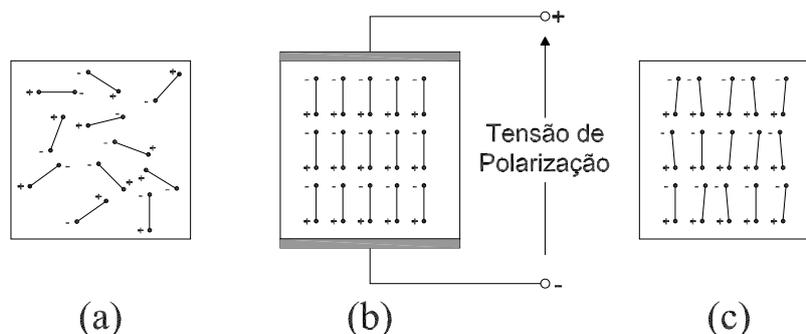


Figura 2: Domínio Weiss para cerâmicas piezoelétricas: (a) Sem aplicação de campo elétrico; (b) Com campo elétrico aplicado; (c) Após aplicação de um campo elétrico.

3.1.2 Equações Constitutivas dos Materiais Piezoelétricos

Após uma cerâmica piezoelétrica ser polarizada, quando submetido a uma tração mecânica, gera-se uma polarização elétrica, produzindo uma carga elétrica sobre a superfície do material. Caso os eletrodos da superfície do material conectados a um circuito, a carga elétrica produzida pode ser armazenada e utilizada.

As equações características constitutivas de um cristal piezoelétrico são apresentadas de quatro formas distintas, sendo que todas descrevem a deformação ou esforço transformados em deslocamento elétrico ou campo elétrico. A apresentação é baseada no padrão ANSI/IEEE para piezoeletricidade (INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS, 1988). A norma ANSI/IEEE assume que os materiais piezoelétricos são lineares, o que ocorre com campos elétricos e níveis de deformação mecânicos baixos.

As equações que descrevem as propriedades constitutivas piezoelétricas são baseadas no pressuposto de que a equação linear da elasticidade é acoplada com a equação de carga eletrostática por meio das constantes piezoelétricas. Os eixos são identificados por números, apresentados na Figura 3. Neste caso, 1 refere-se ao eixo x , 2 corresponde ao eixo y e 3 corresponde ao eixo z . Ao eixo 3 é atribuído a direção da polarização inicial da cerâmica piezoelétrica. Os eixos numerados 4,

5 e 6 são correspondentes às tensões de cisalhamento nos eixos x , y e z , respectivamente (INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS, 1988; ERTURK, 2009; MOHEIMANI; FLEMING, 2006).

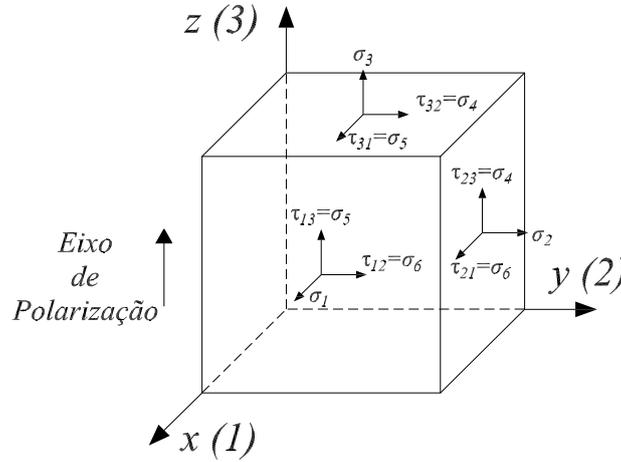


Figura 3: Designação dos eixos e sentidos das deformações.

Considerando a forma tensorial de deformação para deslocamento elétrico, as equações que descrevem o efeito piezoelétrico linear são descritas por (INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS, 1988; ERTURK, 2009):

$$\varepsilon_i = S_{ij}^E \sigma_j + d_{mi} E_m \quad (1a)$$

$$D_m = d_{mi} \sigma_i + \xi_{ik}^\sigma E_k \quad (1b)$$

onde: σ descreve o vetor da tensão mecânica [N/m^2]; ε o vetor do componente de deformação [m/m]; E o vetor do campo elétrico aplicado [V/m]; ξ a permissividade do material [F/m]; d a matriz de constantes piezoelétricas [m/V]; S as constantes de conformidade elástica [m^2/N]; D o vetor de deslocamento elétrico [C/m^2]; e os índices $i, j = 1, 2, \dots, 6$ e $m, k = 1, 2, 3$ referem-se às diferentes direções que o material é submetido de acordo com o sistema de coordenadas. Esta pode ser reescrita como

$$\varepsilon_i = S_{ij}^D \sigma_j + g_{mi} D_m \quad (2a)$$

$$E_i = g_{mi} \sigma_i + \beta_{ik}^\sigma D_k \quad (2b)$$

onde: g a matriz de constantes piezoelétricas [m^2/C]; e β o componente de impermissividade [m/F].

Os sobrescritos D , E e σ descrevem que as constantes foram avaliadas sob campo elétrico e deformação constantes. Em (1b) e (2b) é descrito o efeito piezoelétrico direto, onde uma tensão mecânica é transformada em deslocamento de cargas e campo elétrico, respectivamente. Em (1a) e (2a) é descrito o efeito piezoelétrico reverso, onde deslocamento de cargas e campo elétrico são transformados em deformação mecânica (MOHEIMANI; FLEMING, 2006).

As equações (1a), (1b), (2a) e (2b) podem ser reescritas na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{51} & S_{52} & S_{53} & S_{54} & S_{55} & S_{56} \\ S_{61} & S_{62} & S_{63} & S_{64} & S_{65} & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & d_{21} & d_{31} \\ d_{12} & d_{22} & d_{32} \\ d_{13} & d_{23} & d_{33} \\ d_{14} & d_{24} & d_{34} \\ d_{15} & d_{25} & d_{35} \\ d_{16} & d_{26} & d_{36} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (3)$$

e

$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{11}^\sigma & e_{21}^\sigma & e_{31}^\sigma \\ e_{12}^\sigma & e_{22}^\sigma & e_{32}^\sigma \\ e_{13}^\sigma & e_{23}^\sigma & e_{33}^\sigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (4)$$

onde a notação contraída (notação de Voigt) foi utilizada (ERTURK, 2009). Os componentes de deformação e tensão mecânica são descritos como:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{13} \\ 2\varepsilon_{12} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Assumindo que o cristal piezoelétrico está polarizado na direção do eixo 3 (z) e considerando o material sendo transversalmente isotrópico, muitos dos parâmetros nas matrizes acima são zerados ou podem ser expressos em função de outros parâmetros. Em particular, os coeficientes de conformidade elástica não nula são (ERTURK, 2009; MOHEIMANI; FLEMING, 2006):

$$\begin{aligned} S_{11} &= S_{22} \\ S_{13} &= S_{31} = S_{23} = S_{32} \\ S_{12} &= S_{21} \\ S_{44} &= S_{55} \\ S_{66} &= 2(S_{11} - S_{12}) \end{aligned} \quad (6)$$

As constantes piezoelétricas não nulas são:

$$\begin{aligned} d_{31} &= d_{32} \\ d_{15} &= d_{24} \end{aligned} \quad (7)$$

Por fim, os coeficientes dielétricos não nulos são $e_{11}^\sigma = e_{22}^\sigma$ e e_{33}^σ . Assim, as equações (3) e (4) são simplificadas como:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(S_{11} - S_{12}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & d_{15} & 0 \\ d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (8)$$

e

$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{11}^\sigma & 0 & 0 \\ 0 & e_{11}^\sigma & 0 \\ 0 & 0 & e_{33}^\sigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Os subscritos denominados como i e j implicam que o campo elétrico é aplicado ou a carga elétrica coletada na direção i para um deslocamento ou esforço na direção j .

3.1.3 Coeficientes Piezoelétricos

Os coeficientes piezoelétricos, descritos em (1) e (2), são exemplificados com maior profundidade nesta seção.

3.1.3.1 Constante Piezoelétrica d_{ij}

O coeficiente piezoelétrico d_{ij} descreve a relação entre a deformação no eixo j a um campo elétrico aplicado ao longo ao eixo i , quando todas as tensões mecânicas externas são mantidas constantes. Na Figura 4, uma tensão elétrica V_s é aplicada ao cristal piezoelétrico de comprimento l_p , largura w_p e espessura h_p , que está polarizado na direção 3 (Eixo z). Esta tensão gera um campo elétrico descrito por (INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS, 1988; MOHEIMANI; FLEMING, 2006):

$$E_3 = \frac{V_s}{h_p} \quad (10)$$

A deformação no elemento é descrita por:

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta l_p}{l_p} \quad (11)$$

Onde:

$$\Delta l_p = \frac{d_{31} V_s l_p}{h_p} \quad (12)$$

A constante piezoelétrica d_{31} é usualmente negativa, isto devido ao fato que, com a aplicação de um campo elétrico positivo, gerará uma deformação positiva na direção 3 (MOHEIMANI; FLEMING, 2006).

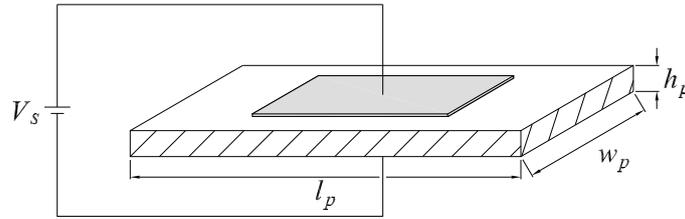


Figura 4: Arranjo experimental para medição do parâmetro d_{31} .

Outra interpretação desta constante é a razão entre quantidade de carga gerada por unidade de área, quando o elemento se encontra curto-circuitado nos eletrodos perpendiculares à direção j e quando uma força F que gera uma tensão mecânica é aplicada na direção i , descrita por:

$$\sigma_3 = \frac{F}{l_p w_p} \quad (13)$$

que resulta em uma quantidade de carga elétrica que flui através do curto-circuito:

$$q = d_{33} F \quad (14)$$

3.1.3.2 Constante Piezoelétrica g_{ij}

A constante piezoelétrica g_{ij} representa o campo elétrico gerado ao longo do eixo i quando este é tensionado ao longo do eixo j . Portanto, uma força hipotética F aplicada na direção do eixo 1 (x) ao longo do eixo 3 resulta na tensão elétrica (MOHEIMANI; FLEMING, 2006):

$$V_s = \frac{g_{31} F}{l_p} \quad (15)$$

Uma outra interpretação para g_{ij} é a relação entre a deformação gerada ao longo do eixo j para a carga (por unidade de área) depositada sobre os eletrodos perpendiculares ao eixo i . Portanto, se uma carga elétrica Q é depositada sobre os eletrodos de superfície, o comprimento do elemento piezoelétrico mudará de acordo com:

$$\Delta l_p = \frac{g_{31} Q}{l_p} \quad (16)$$

3.1.3.3 Conformidade Elástica S_{ij}

A constante de conformidade elástica S_{ij} é descrita pela relação entre a deformação no sentido i e a deformação no sentido j , uma vez que não há nenhuma alteração na tensão mecânica ao longo das outras duas direções. Deformações e tensões mecânicas diretas são indicadas pelos índices 1 a 3. Tensões e esforços de cisalhamento são indicadas pelos índices de 4 a 6. Assim, o índice S_{12} significa uma deformação direta no eixo 1 quando o dispositivo é tensionado ao longo do eixo 2, e as tensões mecânicas ao longo das direções 1 e 3 mantêm-se inalteradas. Analogamente, S_{44} refere-se à deformação causada por esforço cortante no plano 2,3, devido à tensão de cisalhamento no mesmo plano (MOHEIMANI; FLEMING, 2006).

O sobrescrito E é utilizado para determinar a conformidade elástica em S_{ij}^E para a medida realizada com os eletrodos em curto-circuito. De mesma forma, o sobrescrito D em S_{ij}^D indica que a medida foi realizada com os eletrodos em circuito aberto. Para este caso, a tensão elétrica nos terminais se eleva em decorrência da deformação. Portanto, é natural esperar que S_{ij}^E seja menor do que S_{ij}^D . Isto devido ao fato que um piezoelétrico curto-circuitado tem um módulo de Young de elasticidade menor do que quando está em circuito aberto.

3.1.3.4 Coeficiente Dielétrico e_{ij}

O coeficiente dielétrico e_{ij} determina a carga por unidade de área no eixo i devido a um campo elétrico aplicado no eixo j . Na maioria dos materiais piezoelétricos, um campo aplicado ao longo do eixo j provoca o deslocamento elétrico somente nesse sentido. A constante dielétrica relativa, definida como a razão entre a permissividade absoluta do material e a permissividade do espaço livre, é denotada por K . O σ sobrescrito em e_{11}^σ refere-se a permissividade para um campo aplicado na direção 1, quando o material não está restringido por nenhuma barreira externa (INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS, 1988; MOHEIMANI; FLEMING, 2006).

3.1.3.5 Coeficiente de Acoplamento Piezoelétrico k_{ij}

O coeficiente piezoelétrico k_{ij} representa a capacidade de um material piezocerâmico de transformar a energia elétrica em energia mecânica, e vice-versa. O índice i e j indica que a tensão ou deformação se dá na direção j , e os eletrodos estão perpendiculares ao eixo i . Por exemplo, se um elemento piezoelétrico sofre uma tração na direção 1 em decorrência da aplicação de uma tensão elétrica na direção 3, a razão entre a energia mecânica armazenada para a energia elétrica aplicada é denotada como k_{31}^2 (MOHEIMANI; FLEMING, 2006).

Existem várias maneiras de medir o coeficiente k_{ij} . Uma possibilidade é de se aplicar uma força mecânica ao elemento piezoelétrico, deixando os seus terminais em circuito aberto, onde o dispositivo piezoelétrico irá fletir. Esta flexão, denotada por Δ_z , pode ser medida e o trabalho mecânico realizado pela força F pode ser determinado por:

$$W_M = \frac{F\Delta_z}{2} \quad (17)$$

Devido ao efeito piezoelétrico, as cargas elétricas irão se acumular sobre os eletrodos. Essa quantidade de energia é descrita por:

$$W_E = \frac{Q^2}{2C_p} \quad (18)$$

que é armazenada no capacitor interno do elemento piezoelétrico, onde C_p é a capacitância interna do elemento piezoelétrico. Portanto:

$$k_{33} = \sqrt{\frac{W_E}{W_M}} = \frac{Q}{\sqrt{F\Delta_z C_p}} \quad (19)$$

O coeficiente de acoplamento pode ser descrito em termos das constantes piezoelétricas. Um dos modos é descrito por:

$$k_{ij}^2 = \frac{d_{ij}^2}{S_{ij}^E e_{ij}^\sigma} = g_{ij} d_{ij} E_p \quad (20)$$

Quando uma força é aplicada um elemento piezoelétrico, este apresenta diferente rigidez mecânica caso os eletrodos estejam em curto-circuito ou em circuito aberto. Para o primeiro, o dispositivo estará com uma rigidez menor. Isto se dá devido ao fato que, com a aplicação de uma força, as cargas elétricas de polaridades opostas acumuladas nos eletrodos se anulam. Assim, o capacitor interno do elemento não armazena carga. Denotando a rigidez de circuito aberto como K_{oc} e de curto-circuito como K_{sc} (MOHEIMANI; FLEMING, 2006), tem-se:

$$\frac{K_{oc}}{K_{sc}} = \frac{1}{1 - k^2} \quad (21)$$

3.1.4 Gerador/Sensor Piezoelétrico

Quando um transdutor piezoelétrico é deformado, este gera uma tensão elétrica. Este fenômeno é regido pelo efeito piezoelétrico direto, (1b). Se um elemento piezoelétrico PZT é excitado por uma tensão mecânica, assumindo que o campo elétrico aplicado é zero, o vetor de deslocamento elétrico resultante se dá por (ERTURK, 2009; MOHEIMANI; FLEMING, 2006):

$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} \quad (22)$$

A quantidade de carga gerada é determinada pela integral de superfície do deslocamento elétrico:

$$q = \iint_S [D_1 \quad D_2 \quad D_3] \begin{bmatrix} dA_1 \\ dA_2 \\ dA_3 \end{bmatrix} \quad (23)$$

onde dA_1 , dA_2 e dA_3 são diferenciais das áreas dos eletrodos nos planos 2 – 3, 1 – 3 e 1 – 2, respectivamente. A tensão elétrica gerada V_s é relacionada com a quantidade de carga gerada q por:

$$V_s = \frac{q}{C_p} \quad (24)$$

Com a medida da tensão V_s , a deformação pode ser determinada com a solução de (23). Se o elemento piezoelétrico é uma lâmina de PZT com as duas faces do plano 1 – 2 conectadas a eletrodos e se a tensão mecânica existe apenas ao longo da direção 1, a capacitância pode ser determinada a partir de:

$$C_p = \frac{w_p l_p e_{33}^\sigma}{h_p} \quad (25)$$

Assumindo o resultado da deformação ao longo do eixo 1, a tensão gerada é calculada por:

$$V_s = \frac{d_{31}E_p w_p}{C_p} \int_{l_p} \varepsilon_1 dx \quad (26)$$

onde E_p é o módulo de Young do material piezoelétrico e ε_1 é a deformação média sobre o comprimento do elemento, que pode ser calculado por:

$$\varepsilon_1 = \frac{C_p V_s}{d_{31}E_p w_p l_p} \quad (27)$$

3.1.5 Atuador Piezoelétrico Acoplado a uma Viga em Balanço

Considere o modelo da viga de Euler-Bernoulli com uma das extremidades fixa e a outra livre onde um atuador piezoelétrico é acoplado a esta viga próximo à extremidade fixa, conforme a Figura 5. Considerando este modelo tem-se (MOHEIMANI; FLEMING, 2006; HALIM; MOHEIMANI, 2001):

$$EI \frac{\partial^4 z(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 z(x,t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} M_p(x,t) \quad (28)$$

onde E é o módulo de Young do material, I é o momento de inércia da viga, ρ é a densidade do material, A é a área da seção transversal, $M_p(x,t)$ é o momento atuando na viga causado pelo atuador piezoelétrico na posição x (em relação ao comprimento de uma viga de dimensão l_p) e no tempo t e $z(x,t)$ é a posição da viga.

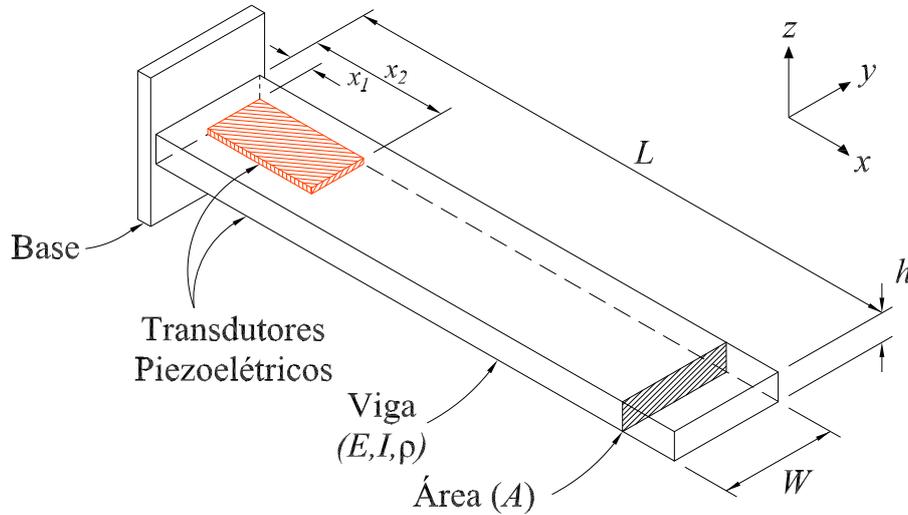


Figura 5: Viga de Euler-Bernoulli com um par de transdutores piezoelétricos.

Aplica-se as seguintes condições de contorno para solução de (28) (MOHEIMANI; HALIM; FLEMING, 2003; RAO, c2011): ausência de deslocamento no lado engastado

$$z(x,t)|_{x=0} = 0; \quad (29)$$

a inclinação da viga igual a zero no lado engastado:

$$\frac{\partial z(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0; \quad (30)$$

a ausência do momento fletor na ponta livre:

$$M(x,t) = EI \frac{\partial^2 z(x,t)}{\partial x^2} \Big|_{x=L} = 0; \quad (31)$$

e a ausência de esforço cortante na na ponta livre:

$$T(x,t) = EI \frac{\partial^3 z(x,t)}{\partial x^3} \Big|_{x=L} = 0; \quad (32)$$

As frequências naturais de vibração podem-se determinadas por:

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{\beta^2 EI}{2\pi \rho A} \quad (33)$$

e os valores de β devem ser encontrados numericamente com a solução de:

$$\cos(\beta L) \cosh(\beta L) = -1. \quad (34)$$

Nota-se que (34) apresenta infinitas soluções correspondentes aos infinitos modos de vibrações do sistema.

O momento exercido na viga pelo atuador piezoelétrico é descrito como (HALIM; MOHEIMANI, 2001):

$$M_p(x,t) = \bar{k} V_a(t) \{H(x - x_1) - H(x - x_2)\} \quad (35)$$

onde $H(x)$ representa a função degrau unitário, sendo $H(x) = 0$ para $x < 0$ e $H(x) = 1$ para $x \geq 0$. O termo $H(x - x_1) - H(x - x_2)$ é incorporado em função do posicionamento espacial do atuador, onde x_1 a coordenada inicial da posição do atuador piezoelétrico e x_2 a coordenada final. A constante \bar{k} é determinada por:

$$\bar{k} = \frac{d_{31} E E_p h^3 w_p (h_p + h)}{2Eh^3 + E_p [(h + 2h_p)^3 - h^3]} \quad (36)$$

Em (28) é descrita a equação de movimento de uma viga, contemplando todos os infinitos modos de vibração. A solução da equação diferencial parcial se dá utilizando da análise modal. Assim, um conjunto de equações diferenciais ordinárias desacopladas pode ser obtida a partir de (28), utilizando as propriedades da função do delta de Dirac e de ortogonalidade. Desta maneira, a equação diferencial do sistema viga/atuador é descrita como (MOHEIMANI; FLEMING, 2006):

$$\frac{d^2 r_k(t)}{dt^2} + 2\zeta_k \omega_k \frac{dr_k(t)}{dt} + \omega_k^2 r_k(t) = \frac{\bar{k}}{\rho A} \psi_k V_a(t) \quad (37)$$

onde $k = 1, 2, \dots$ é o do k-ésimo modo de vibração, ζ_k é o amortecimento natural, ω_k é a frequência de oscilação, $r_k(t)$ é a coordenada generalizada do k-ésimo modo de vibração e ψ_k é a função dependente do posicionamento do atuador piezoelétrico (MOHEIMANI; HALIM; FLEMING, 2003).

Aplicando a transformada de Laplace em (37), a função de transferência da tensão gerada no transdutor piezoelétrico $V_s(s)$ em função da tensão aplicada no atuador piezoelétrico $V_a(s)$ é dada por (HENRION; PRIEUR; TLIBA, 2004):

$$G_{v(s)} = \frac{V_s(s)}{V_a(s)} = P_v \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\Psi_i \Psi_i^T}{s^2 + 2\zeta_i \omega_i s + \omega_i^2} \quad (38)$$

onde Ψ_i descreve a posição do atuador, ζ_i o fator de amortecimento, ω_i a frequência natural dos modos de vibração e P_v uma constante determinada pelas propriedades estruturais descrita por $\bar{k}/\rho A$.

Em (HENRION; PRIEUR; TLIBA, 2004) utilizou-se um modelo simplificado para determinar a função de transferência do atuador/viga. A seguinte função de transferência relaciona a tensão aplicada no sensor e a deflexão da viga, assumindo apenas os M primeiros modos de vibração significantes:

$$G_v(s) = k_s \frac{\prod_{i=1}^M (s^2 + 2\hat{\zeta}_i \hat{\omega}_i s + \hat{\omega}_i^2)}{\prod_{i=1}^M (s^2 + 2\zeta_i \omega_i s + \omega_i^2)} \quad (39)$$

onde ζ_i e ω_i representam o coeficiente de amortecimento e frequência natural dos polos associados ao i -ésimo modo de vibração de $G_v(s)$. Os parâmetros $\hat{\zeta}_i$ e $\hat{\omega}_i$ denotam os parâmetros associados aos zeros do mesmo modo de vibração.

3.1.6 Circuito Elétrico Equivalente

A energia gerada pelo transdutor piezoelétrico pode ser definida pelo deslocamento de cargas elétricas em função do tempo, ou seja, uma corrente elétrica. Com a finalidade de analisar a resposta do sistema, é comum utilizar a representação do modelo por meio de um circuito elétrico equivalente.

Uma analogia entre parâmetros mecânicos e elétricos pode ser utilizada para determinar o circuito equivalente a partir de um determinado sistema mecânico (PRIYA, 2007) conforme apresentado na Tabela 1.

Tabela 1: Analogia entre os parâmetros mecânicos e elétricos (BEER; JOHNSTON; CORNWELL, 2012).

Parâmetros Mecânicos		Parâmetros Elétricos	
f	Força	V	Tensão
v	Velocidade	i	Corrente Elétrica
m	Massa	L	Indutância
k	Constante de Mola	$1/C$	Elastância Elétrica
c	Amortecimento	R	Resistência
z	Deslocamento	q	Carga

Para a modelagem de um circuito elétrico realizada a partir de um elemento piezoelétrico, a principal consideração deve ser a condição de ressonância do mesmo. Quando próximo a ressonância, o circuito se aproxima de uma rede RLC paralela com uma fonte de corrente alimentando o sistema (ERTURK; INMAN, 2008).

Fora da condição de ressonância, a modelagem do elemento piezoelétrico se dá com a exclusão do indutor paralelo. O circuito equivalente do gerador piezoelétrico é apresentado na Figura 6(a) onde I_p é a corrente gerada pelo deslocamento de cargas, V_{oc} é a tensão gerada com circuito aberto, C_p é a capacitância interna do elemento, R_p é a resistência série interna e R_d a resistência de perdas devido ao material piezoelétrico. Usualmente, por se tratar de um material isolante, R_d tem valores superiores a $1M\Omega$ (PRIYA, 2007).

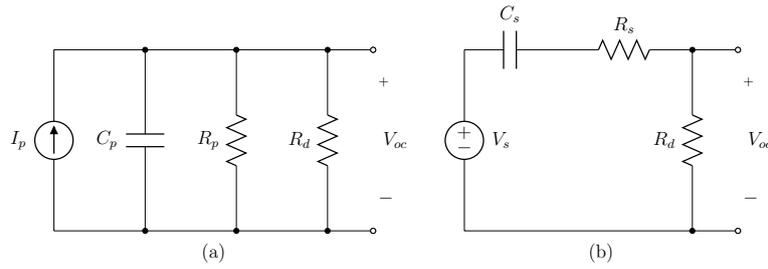


Figura 6: Representação do circuito de geração piezoelétrico: (a) Fonte de corrente; (b) Transformação em fonte de tensão para análise.

Tratando o capacitor C_p e o resistor R_p como uma impedância, pode-se realizar a transformação da fonte de corrente com uma carga paralela em um fonte de tensão com uma carga série. O resultado da transformação é apresentado na Figura 6(b). Sendo R_d uma característica do elemento, este não é incluído na transformação e por se tratar de um valor muito maior que R_s pode-se considerar que a tensão V_{oc} é aproximadamente a tensão da fonte V_s .

Equacionando a tensão V_{oc} em função de V_s segue que:

$$V_{oc}(j\omega) = \frac{j\omega C_s R_d}{(j\omega C_s (R_s + R_d) + 1)} V_s(j\omega) \quad (40)$$

3.1.6.1 Níveis de Energia em um Sistema de Geração de Energia Piezoelétrica

A Figura 7 apresenta uma visão geral de três formas de energia (mecânica, elétrica e térmica) relacionadas nos dispositivos de micro geração de energia piezoelétricos. A energia mecânica e elétrica estão conectadas por meio do transdutor piezoelétrico, sendo este um caminho bidirecional. Os dois tipos de energia são convertidos em energia térmica por elementos dissipativos, tais como amortecedores mecânicos ou resistências elétricas, sendo um tipo de energia que é desperdiçada (LIANG; LIAO, 2011).

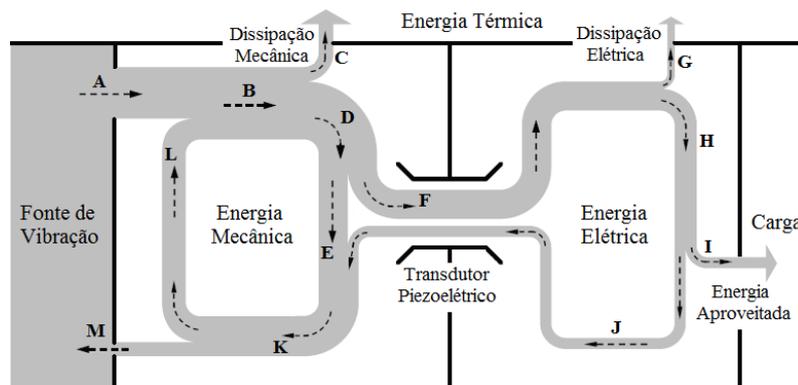


Figura 7: Níveis de energia em um gerador de energia a partir de vibrações (LIANG; LIAO, 2011).

Este fluxograma de energia representa, de forma intuitiva, os caminhos percorridos por cada um dos diferentes tipo de energia a cada ciclo de vibração. A fonte de vibração do ambiente é a entrada de energia para o sistema na forma mecânica, ramo

A. Uma porção da energia mecânica é mantida no domínio mecânico como a energia vibratória, laço que percorre **B-D-E-K-L-B**. Um parte desta energia vibratória é dissipada, ou seja, convertida em energia térmica, ramo **C**. Outra quantidade de energia mecânica é convertida em energia elétrica, ramo **F**, a partir de um transdutor piezoelétrico (LIANG; LIAO, 2011).

No domínio elétrico, para o caso de circuito aberto (nenhuma carga conectado ao transdutor piezoelétrico) a energia elétrica é armazenada temporariamente na capacitância interna do componente e, posteriormente, retorna para o domínio mecânico. Com os diferentes tipos de circuitos conectados, esta energia elétrica pode ter diferentes destinos (LIANG; LIAO, 2011):

- Ser convertida em energia térmica, ramo **G**, ou seja, dissipada;
- Ser captada em um dispositivo de armazenamento de energia e/ou utilizado para alimentar uma carga, ramo **I**;
- Retornar ao domínio mecânica, ramo **J**.

A energia não utilizada irá retornar à fonte de vibração do ambiente, ramo **M**. A captação e dissipação de energia são duas funções básicas que ocorrem dentro de um dispositivo de colheita. Devido às não idealidades dos componentes, o circuito de interface gera dissipação de energia durante o processo.

3.2 Cargas

Com a conexão de uma carga aos terminais do gerador piezoelétrico, busca-se o ponto ótimo de geração, onde a máxima potência pode ser entregue a carga. O ponto de máxima geração é definido pelo teorema da máxima transferência de potência, em que a máxima potência é entregue a carga quando a impedância da carga é idêntica a impedância da fonte (ALEXANDER; SADIKU, c2013).

Realizando o equivalente de Thèvenin do circuito, Figura 8, o circuito inteiro é substituído pela seu equivalente e a impedância de carga ótima é descrita por:

$$Z^{otm} = Z_{th} = \left(R_s + \frac{1}{j\omega C_s} \right) \parallel R_d = \frac{jC_s R_s R_d \omega + R_d}{1 + jC_s (R_s + R_d) \omega} \quad (41)$$

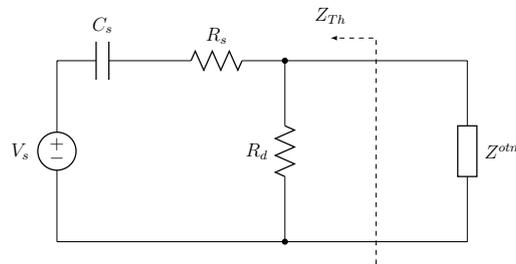


Figura 8: Determinação da impedância de Thevenin para o circuito do gerador piezoelétrico.

Com este método, o gerador piezoelétrico foi submetido a três tipos distintos de cargas a fim de avaliar o seu comportamento. As cargas utilizadas são: puramente resistiva, resistiva e capacitiva e uma carga não linear, sendo este um retificador de onda completa com resistência de carga e capacitor de filtragem.

3.2.1 Carga Puramente Resistiva

Para o caso de carga puramente resistiva, um resistor foi acoplado diretamente na saída do gerador piezoelétrico, conforme apresentado na Figura 9.

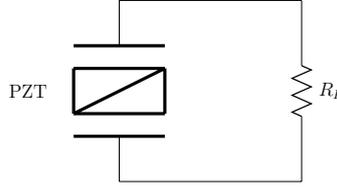


Figura 9: Carga puramente resistiva.

Para determinar a tensão sobre a carga, utilizou-se o modelo descrito na Figura 6(b), resultando em:

$$V_{RL}(j\omega) = \frac{j(R_d R_L C_s)\omega}{j(R_s R_L C_s + R_s R_d C_s + R_d R_L C_s)\omega + R_L + R_d} V_s(j\omega) \quad (42)$$

onde R_L é a carga resistiva. A corrente gerada é descrita por:

$$I_{RL}(j\omega) = \frac{V_{RL}}{R_L} = \frac{j(R_d C_s)\omega}{j(R_s R_L C_s + R_s R_d C_s + R_d R_L C_s)\omega + R_L + R_d} V_s(j\omega) \quad (43)$$

A potência gerada se dá pela multiplicação desta tensão e corrente.

Aplica-se a transformada de Laplace em (42), sendo a tensão na carga R_L a variável de saída e a tensão V_s a entrada, assim:

$$G_{lr}(s) = \frac{K_r s}{s + \tau}, \quad (44)$$

$$K_r = \frac{R_d R_L C_s}{R_s R_L C_s + R_s R_d C_s + R_d R_L C_s},$$

$$\tau = \frac{R_L + R_d}{R_s R_L C_s + R_s R_d C_s + R_d R_L C_s}$$

Percebe-se que a função de transferência apresenta zero em $s = 0$, devido ao efeito do capacitor C_s do modelo do gerador piezoelétrico que está conectado em série com o circuito. O valor do polo se dá em função do valor da carga R_L , já que os outros termos da equação tem valores fixos. Para valores elevados de R_L o polo se posiciona próximo ao zero e com a diminuição do valor, este polo tem seu valor elevado.

3.2.2 Carga Resistiva-Capacitiva

De mesma forma que o item 3.2.1, o circuito com carga resistiva-capacitiva foi acoplado a diretamente na saída do gerador piezoelétrico. Conforme apresentado na Figura 10.

A tensão sobre a carga RC é descrita por:

$$V_{RL}(j\omega) = \frac{j(R_d R_L C_s)\omega}{R_s R_d R_L C_s C_L \omega^2 + j(R_s R_L C_s + R_s R_d C_s + R_d R_L C_s + R_d R_L C_L)\omega + R_L + R_d} V_s(j\omega) \quad (45)$$

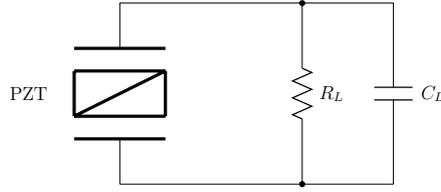


Figura 10: Carga resistiva e capacitiva.

onde C_L a carga capacitiva. A corrente no elemento resistivo é descrita por:

$$I_{RL}(j\omega) = \frac{V_{RL}(j\omega)}{R_L} = \frac{j(R_d C_s)\omega}{R_s R_d R_L C_s C_L \omega^2 + j(R_s R_L C_s + R_s R_d C_s + R_d R_L C_s + R_d R_L C_L)\omega + R_L + R_d} V_s(j\omega) \quad (46)$$

e no elemento capacitivo por:

$$I_{CL}(j\omega) = \frac{V_{RL}(j\omega)}{jC_L \omega} = \frac{R_d R_L C_s}{(R_s R_d R_L C_s C_L \omega^2 + j(R_s R_L C_s + R_s R_d C_s + R_d R_L C_s + R_d R_L C_L)\omega + R_L + R_d) C_L} V_s(j\omega) \quad (47)$$

Para o cálculo da potência gerada no circuito a corrente e a tensão podem ser descritas como fasores. Pode-se definir a potência complexa como $S = P + jQ$, em que P é a potência real, gerada pelo elemento resistivo, e Q é a potência reativa, gerada pelo elemento capacitivo (ALEXANDER; SADIKU, c2013).

Para se determinar a função de transferência, aplica-se a transformada de Laplace em (45), sendo a tensão na carga R_L a variável de saída e a tensão V_s a entrada, assim:

$$\begin{aligned} G_{lc}(s) &= \frac{K_{rc}s}{s^2 + \alpha_1 s + \alpha_2}, \\ K_{rc} &= \frac{R_d R_L C_s}{R_s R_d R_L C_s C_L}, \\ \alpha_1 &= \frac{R_s R_L C_s + R_s R_d C_s + R_d R_L C_s + R_d R_L C_L}{R_s R_d R_L C_s C_L} \\ \alpha_2 &= \frac{R_L + R_d}{R_s R_d R_L C_s C_L} \end{aligned} \quad (48)$$

A condição da ocorrência do zero em zero, vista anteriormente na carga puramente resistiva, é mantida e a adição da carga capacitiva, em paralelo ao sistema, faz com que este atue no ganho da função de transferência e apresente um decaimento em altas frequências.

3.2.3 Carga Não Linear

A corrente gerada pelo elemento piezoelétrico pode ser aproximada por uma onda senoidal (PRIYA; INMAN, 2009). A inclusão do retificador de onda completa, Figura 11, caracteriza um comportamento não linear na saída do sistema.

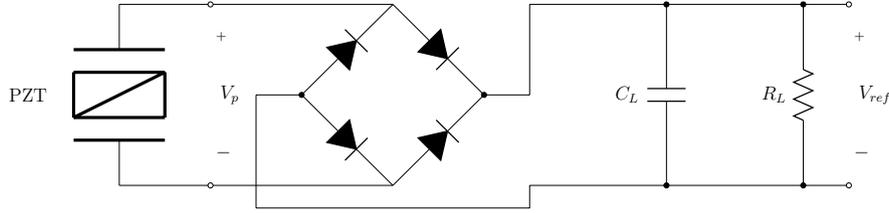


Figura 11: Carga não linear: Retificador onda completa.

A fim de aproximar o circuito retificador a uma carga linear, considera-se que a influência das harmônicas de ordem elevada no sinal de tensão não tem contribuição significativa na potência final gerada e que somente a harmônica fundamental tem influência na dinâmica do sistema (LIANG; LIAO, 2012).

A corrente na saída do elemento piezoelétrico pode ser descrita por:

$$i_p(t) = I_0 \text{sen}(\omega t) \quad (49)$$

onde I_0 é a magnitude de $i_p(t)$. A tensão gerada pelo elemento piezoelétrico pode ser descrita pela equação:

$$V_p(t) = \begin{cases} V_{oc} [1 - \cos(\omega t)] - V_{ref} & , 0 \leq \omega t < \theta \\ V_{ref} & , \theta \leq \omega t < \pi \\ V_{ref} - V_{oc} [1 + \cos(\omega t)] & , \pi \leq \omega t < \pi + \theta \\ -V_{ref} & , \pi + \theta \leq \omega t < 2\pi \end{cases} \quad (50)$$

onde θ representa o ângulo de bloqueio do retificador, V_{ref} é a tensão retificada e V_{oc} é a magnitude da tensão de saída do circuito piezoelétrico quando este se encontra em circuito aberto. A Figura 12 exemplifica a corrente (I_p) e a tensão na saída do elemento piezoelétrico (V_p). O comportamento não linear do retificador é ilustrado pelo nível V_{ref} (tensão de retificação) após o ângulo de bloqueio (θ).

A tensão V_{oc} pode ser descrita por:

$$V_{oc} = \frac{I_0}{\omega C_s} \quad (51)$$

Sendo θ e V_{ref} relacionados por:

$$\cos\theta = 1 - 2\tilde{V}_{ref} \quad (52)$$

onde \tilde{V}_{ref} é a tensão retificada não dimensional definida por:

$$\tilde{V}_{ref} = \frac{V_{ref}}{V_{oc}} \quad (53)$$

A tensão retificada V_{ref} é a soma da tensão sobre o capacitor de filtro C_L e a tensão de queda nos diodos da ponte retificadora. A harmônica fundamental para a tensão $V_p(t)$, de acordo com (50) é descrita por (LIANG; LIAO, 2012):

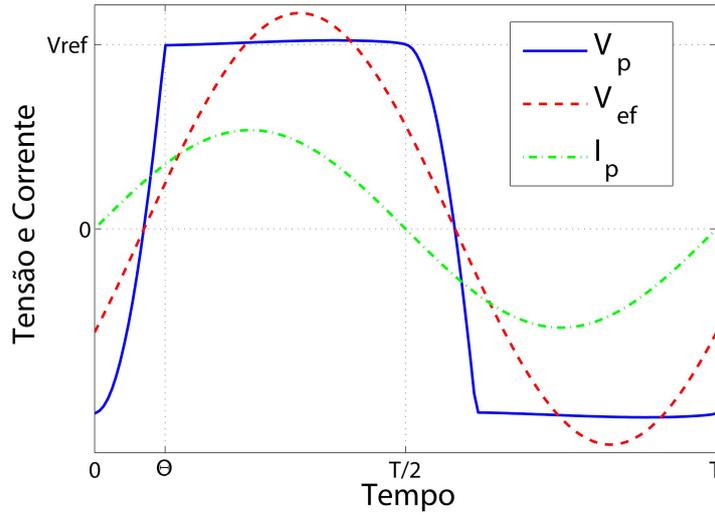


Figura 12: Característica da corrente, tensão e harmônica fundamental da tensão para um gerador piezoelétrico retificado.

$$V_{ef}(t) = \frac{I_0}{2\pi\omega C_s} \{ [\text{sen}(2\theta) - 2\theta] \cos(\omega t) + 2\text{sen}^2(\theta)\text{sen}(\omega T) \} \quad (54)$$

O valor da impedância equivalente é obtido a partir da transformada de Fourier de (49) e (54), sendo que, a tensão descrita como V_{ef} é o valor da primeira harmônica da tensão V_p .

$$Z_{ef}(j\omega) = \frac{V_{ef}(j\omega)}{I_p(j\omega)} = \frac{1}{\pi\omega C_s} [\text{sen}^2(\theta) + j(\text{sen}(\theta)\cos(\theta) - \theta)] \quad (55)$$

Assumindo C_s constante, a impedância Z_{ef} se dá somente em função de ω e θ e é independente da fonte de tensão.

A potência gerada na carga Z_{ef} é calculada por (LIANG; LIAO, 2012):

$$P_{ef} = \frac{1}{T} \int_0^T V_p(t) I_p(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T V_{ef}(t) I_p(t) dt \quad (56)$$

3.3 Identificação de Sistemas

A construção de modelos matemáticos a partir de dados adquiridos de um sistema real é um elemento fundamental para a ciência. A área de identificação de sistemas trata deste ponto. Onde, a partir de medidas realizadas em um experimente e escolhe-se um modelo matemático com finalidade de representar este processo. A influência de fatores para a escolha dos modelos matemáticos e o ajuste dos parâmetros deste são de extrema importância para uma representação próxima à real. Os principais parâmetros são: conhecimento das características do sistema (linearidade, grau de não-linearidade, atraso de transporte); propriedades do sistema a ser identificado (complexidade); seleção da medida do erro a ser minimizado; e presença de ruídos (LJUNG, 1999).

O conceito de um “bom modelo” é subjetivo, fazendo com que a tentativa e erro seja uma regra para a identificação do processo. Muitos métodos de identificação,

tais como os baseados nos estimadores de mínimos quadrados e máxima verossimilhança são baseados na técnica de busca em uma direção determinada por gradiente. Assim, necessitando de um intervalo de busca razoável ou um índice de desempenho diferenciável (LJUNG, 1999).

O modelo matemático determinado a partir da identificação tem como finalidade representar um sistema real, considerando os aspectos reais e desejados. A determinação do modelo é realizada aplicando um sinal conhecido na entrada do mesmo e mensurando sua saída. O sinal de entrada é denominado $x(t)$ e a medição da saída $y(t)$. Estes estão relacionadas por uma função de transferência $G(s)$, contínua ou discreta, representado na Figura 13.

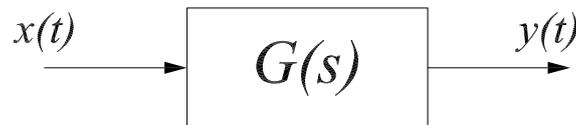


Figura 13: Sistema a ser identificado $G(s)$ com entrada $x(t)$ e saída $y(t)$.

Ao excitar um sistema linear invariante no tempo (LTI) com um sinal senoidal da forma:

$$x(t) = A_o \text{sen}(\omega t) \quad (57)$$

onde A_o é a amplitude do sinal de entrada e ω a frequência do sinal. O sinal de saída em regime permanente a mesma frequência do sinal de entrada, porém com magnitude e fase diferentes, descritas por:

$$y(t) = B_o \text{sen}(\omega t - \varphi) \quad (58)$$

onde B_o é a amplitude do sinal de saída e φ a defasagem.

O ganho, relação da amplitude de saída pela amplitude de entrada, e a defasagem são dependentes da frequência do sinal de entrada. Assim, quando o sistema é excitado em todas as frequências desejáveis, é possível a determinação da resposta em frequência do mesmo. O diagrama de Bode é utilizado para descrever graficamente essa resposta, sendo de extrema importância para análise de sistemas e projetos de controle.

Para o cálculo do valor de $G(j\omega)$ para um determinado sinal de entrada, em que ω é a frequência deste, o resultado de amplitude e defasagem é definido, sendo este um número complexo com ganho determinado pelo $|G(j\omega)|$ e a defasagem pelo $\angle G(j\omega)$, onde:

$$|G(j\omega)| = \frac{|Y(j\omega)|}{|X(j\omega)|} \quad (59)$$

$$\varphi = \angle G(j\omega) = \angle \left(\frac{|Y(j\omega)|}{|X(j\omega)|} \right) \quad (60)$$

onde $X(j\omega)$ e $Y(j\omega)$ são as transformadas de Fourier do sinal de entrada e saída, respectivamente.

Este método, quando utilizado para estimação de parâmetros, necessita que o sistema atinja o regime permanente para todas as frequências de interesse, ocorrendo a necessidade um número maior de ensaios, dependendo das características do sistema (LJUNG, 1999). Outro aspecto que deve ser considerado é que: a quantidade de parâmetros a serem identificados determina a complexidade do ensaio, pois quanto maior o número de parâmetros a serem identificados, maior o número de sinais de entrada necessários. Em condições ideais, cada sinal de entrada, caso apresente um componente significativo, é responsável pela identificação de ao menos um parâmetro. Em condições reais, a presença de ruído, erros de medida e dinâmica não modelada geram a necessidade de mais sinais de entrada para compensação do erro causado (BAZANELLA; SILVA JUNIOR, 2005).

A escolha do sinal de excitação do sistema deve conter um número significativo de componentes, a fim de garantir a persistência de excitação ao sistema. Sinais que apresentam densidade espectral de potência constante excitam o sistema em todas as frequências com mesma amplitude. Exemplos destes são o ruído branco e a sequência pseudoaleatória binária (PRBS). O ruído PRBS apresenta somente dois valores de tensão, nível alto e baixo, alternando estes em instantes de tempo variáveis. A geração do ruído PRBS é realizada de forma simples por software, garantindo a correlação cruzada próxima a zero (AGUIRRE, 2007).

Dos diferentes métodos para estimação de parâmetros existentes, o estimador por mínimos quadrados é um dos mais utilizados, servindo de base para inúmeros outros. Este método visa encontrar uma solução que reduza o erro do somatório dos quadrados das diferenças entre a resposta do modelo $\hat{y}(t)$ e a resposta medida do sistema físico $y(t)$ em cada instante de tempo mensurado, assim a função se descreve por (BAZANELLA; SILVA JUNIOR, 2005):

$$\sum_{i=1}^N (\hat{y}(t_i) - y(t_i))^2 \quad (61)$$

onde t_i são os intervalos de tempo das medidas realizadas e N o número de medidas. Caso as condições do tempo de excitação, característica do sinal e com a obtenção correta dos dados este método é eficiente e fornece resposta satisfatória.

Visando facilitar o processo de identificação de sistemas, foram criadas algumas ferramentas computacionais específicas para este fim. Uma destas é o *System Identification Toolbox*, uma ferramenta do programa *MATLab*, específico para identificação de sistemas. A fácil interação com o usuário e a possibilidade de utilização de diferentes funções para realizar a identificação são atrativos. Os sinais inseridos no programa são divididos em dois grupos: no domínio tempo e domínio frequência, onde para os dois é necessária que o sinal de entrada (aplicado na planta) e o sinal de saída (adquirido da planta), bem como o tempo total da aquisição e a frequência de amostragem. É possível realizar o processo de identificação pelos seguintes modelos: espaço estados, de processos, polinomiais, não linear e função de transferência. Neste último, para o processo de identificação é necessária a determinação do número de polos e zeros da função a ser identificada. Na Figura 14 é apresentado a interface deste *toolbox*.

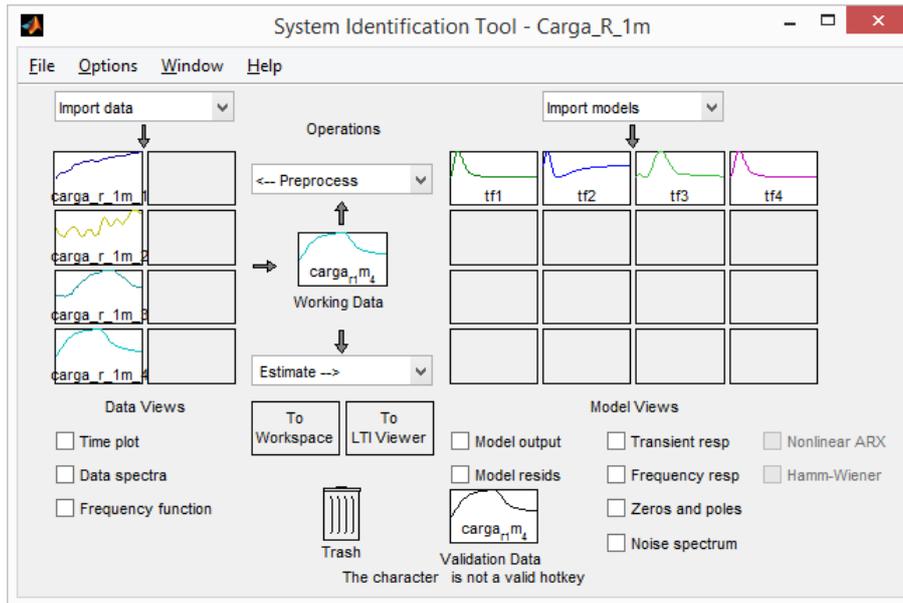


Figura 14: *Toolbox* para identificação de sistemas.

3.4 Considerações Finais

Neste capítulo foram aprestandos conceitos importantes sobre piezoeletricidade. A forma construtiva básica dos cristais cerâmicos e o equacionamento que rege o mesmo. Este equacionamento, pelo fato do elemento piezoeletrico ter forma dual, é aplicado tanto para ao transdutor na forma de gerador quanto atuador. É apresentada a dinâmica de um sistema genérico de uma viga em balanço, que é excitada pelo atuador piezoeletrico. Este modelo leva em consideração que o material segue a Lei de Hooke e os efeitos de rotação do elemento são insignificantes comparados ao movimento vertical. O transdutor que atua como gerador tem seu circuito equivalente definido. Este será utilizado para a determinação analítica e em simulações para os resultados teóricos apresentados.

Apresentou-se também um conceito básico de identificação de sistemas. O método dos mínimos quadrados, sendo o método básico para utilizado pelo *System Identification Toolbox*, e o sinal de excitação PRBS, utilizado neste trabalho, são brevemente abordados.

4 METODOLOGIA E RESULTADOS

Neste capítulo será apresentado o descritivo do funcionamento de um sistema de geração de energia a partir da vibração com transdutores piezoelétricos. Inicialmente é apresentado o modelo e a estrutura da viga em balanço utilizada no experimento. São apresentadas as características dos elementos que compõem estes e com estas características é possível determinar o comportamento baseado nos conhecimentos adquiridos no Capítulo 3.

Conhecido o modelo, é apresentado o processo de identificação de sistemas detalhando o sinal utilizado a resposta do sistema e os resultados obtidos com a *System Identification Toolbox* do Matlab. Posteriormente é realizada a análise da influência dos tipos de cargas na dinâmica do sistema. E por fim são apresentados os resultados e discussões do sistema de geração com os diferentes tipo de cargas acopladas ao gerador.

4.1 Bancada Experimental

O objetivo do experimento é a geração de energia a partir da vibração. Uma estrutura que sofra algum tipo de deformação quando submetida a qualquer tipo de carregamento é considerada uma estrutura flexível. O sistema utilizado neste trabalho consiste em uma viga em balanço, onde a excitação é realizada com um atuador piezoelétrico, com frequência e amplitude controladas. Na face oposta, um gerador de energia piezoelétrico é responsável pela transformação desta vibração em energia elétrica. A estrutura utilizada no experimento é apresentada na Figura 15, sendo a base um bloco sólido de massa elevada para não influenciar na dinâmica da viga.

As características da viga e do atuador piezoelétrico são apresentadas na Tabela 2, onde o material da viga utilizada é Alumínio e o atuador piezoelétrico do tipo QP20W do fabricante Midé (MOHEIMANI; FLEMING, 2006).

A dinâmica do experimento foi simulada no *software* SolidWorks, que utiliza o método de elementos finitos (do inglês *Finite Element Method - FEM*) para determinação de esforços e frequências naturais de vibração do sistema. Com o modelo desenhado no *software* com as características apresentadas na Tabela 2 é possível realizar as simulações das frequências ressonantes. A fim de validar os cálculos, estes resultados são comparados com os simulado. Os resultados da simulação são apresentados na Figura 16.

Na Figura 16 é apresentado o deslocamento em relação ao eixo z . Nesta caso, para a cor azul, o deslocamento é aproximadamente zero. Para a cor verde é considerado um deslocamento mínimo e para cor amarela, um deslocamento moderado. Para cor

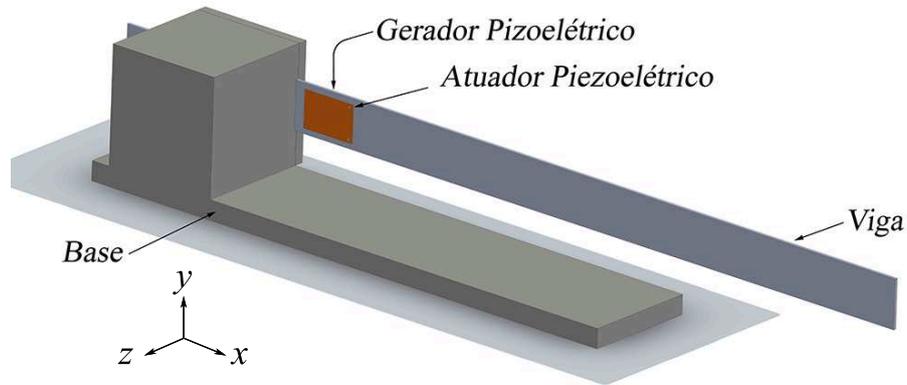
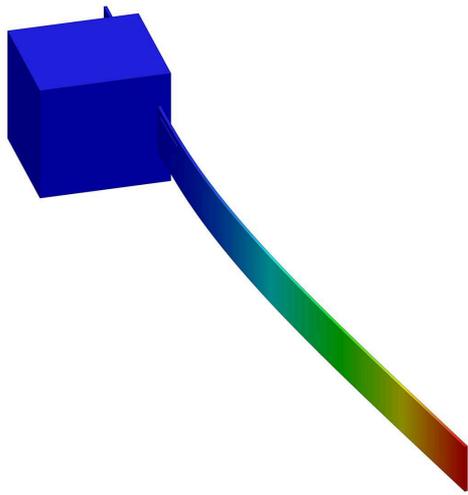


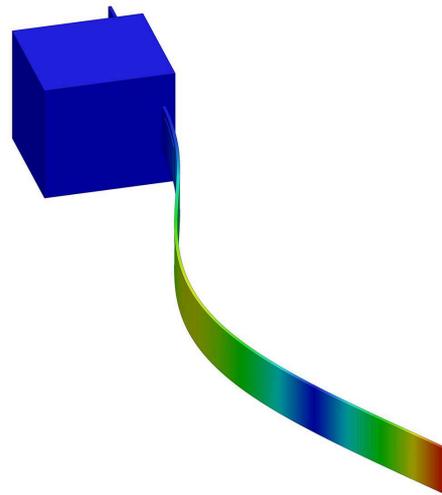
Figura 15: Estrutura utilizada para o gerador de energia baseado no efeito piezoelétrico.

Tabela 2: Propriedades da barra e atuador piezoelétrico.

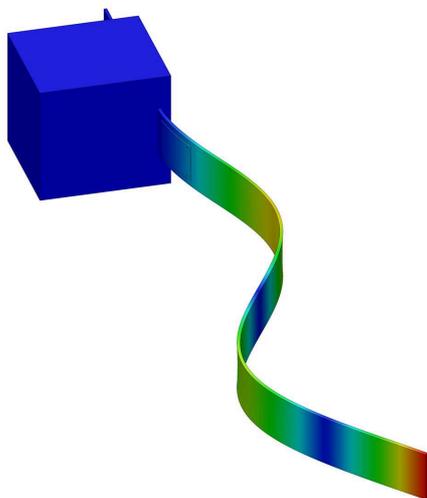
Comprimento da Barra, L [m]	0,71
Largura da Barra, W [m]	0,05
Espessura da Barra, h [m]	0,003
Constante de Young da Barra, E [N/m^2]	7×10^{10}
Densidade de Massa da Barra, ρ [kg/m^3]	2770
Comprimento do Piezoelétrico, l_p [mm]	45,97
Largura do Piezoelétrico, w_p [mm]	33,02
Espessura do Piezoelétrico, h_p [mm]	0,762
Constante de Young do Piezoelétrico, E_p [N/m^2]	$6,7 \times 10^{10}$
Constante de Tensão do Piezoelétrico, g_{31} [Vm/N]	$-11,3 \times 10^{-3}$
Constante de Carga do Piezoelétrico, d_{31} [m/V]	-190×10^{-12}
Fator de Acoplamento Eletromecânico, k_{31}	0,36



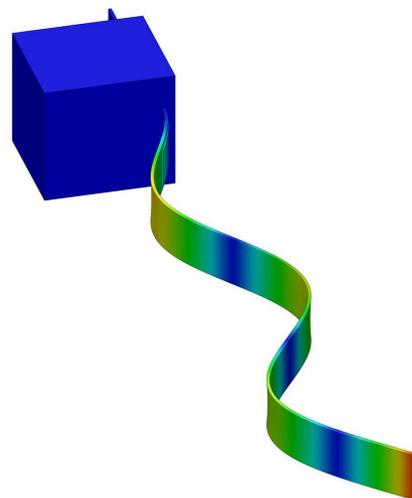
(a) 1º modo de vibração ($f_n = 5,212Hz$)



(b) 2º modo de vibração ($f_n = 32,059Hz$)



(c) 3º modo de vibração ($f_n = 88,468Hz$)



(d) 4º modo de vibração ($f_n = 171,39Hz$)

Figura 16: Modos de vibração.

vermelha, o maior deslocamento obtido. Na Figura 16(a) é apresentado o primeiro modo de vibração, onde somente em um ponto da viga não há o deslocamento, sendo este no lado engastado. Na Figura 16(b) é apresentado o segundo modo de vibração, onde, além da extremidade engastada, há outro ponto sem deslocamento. Na Figura 16(c) é apresentado o terceiro modo de vibração, onde existe a ocorrência de três pontos com deslocamento zero, e na Figura 16(d) é apresentado o quarto modo de vibração, onde existe a ocorrência de quatro pontos com deslocamento zero.

Os valores de β em (34), frequência natural em (33) e valores simulados para os quatro primeiros modos são apresentados na Tabela 3 para $L = 0,71m$.

Tabela 3: Valores teóricos de β , da frequência natural de vibração teórica (f_n) e frequência natural de vibração por simulação.

Modo	Valores de β	$f_n [Hz]$	Valores Simulados
1º	2,64099	5,47	5,212
2º	6,61139	34,31	32,059
3º	11,06303	96,08	88,468
4º	15,48667	177,11	171,39

Os valores da simulação pelo método FEM apresentam diferenças de 4,72%, 6,56%, 7,92% e 3,23% para o primeiro, segundo, terceiro e quarto modo de vibração, respectivamente, em relação às frequências calculadas analiticamente em (33). A diferença pode ser atribuída às diferentes características da liga metálica utilizada no experimento e na simulação. Também é considerada na análise via *software* a deformação por cisalhamento e rotação da viga, que são desconsideradas no equacionamento.

O diagrama completo do experimento é apresentado na Figura (17), sendo utilizado um microcomputador com as seguintes características: processador Intel Core i5 de 3,2GHz, memória RAM de 4GB e disco rígido com 500GB. A este foi acoplada uma placa de processamento de sinais e controle em tempo real (*dSpace*) modelo DS1104, responsáveis pela geração do sinal de excitação e aquisição de dados. Esta placa possui 8MB de memória *flash* e 32MB de memória *SDRAM*, além de 8 conversores Analógico/Digital (A/D), sendo quatro multiplexados em um conversor de 16-bit e quatro individuais de 12-bit, e 8 conversores Digital/Analógico (D/A) de 16-bit com faixa de operação de $-10V$ a $+10V$ de pico. O interfaceamento com o usuário é realizado pelo *software* Control Desk, que utiliza uma interface gráfica apresentando as variáveis do processo durante a execução dos testes.

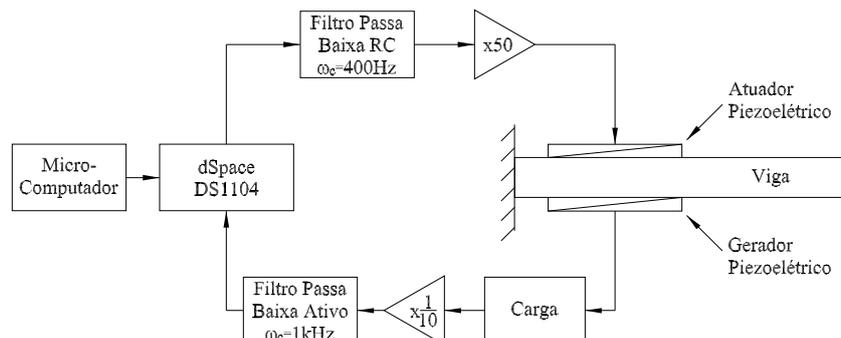


Figura 17: Diagrama do experimento.

O conversor D/A é utilizado para gerar o sinal de excitação para o transdutor piezoelétrico. Todo o sinal convertido de digital para o analógico, antes de qualquer etapa de filtragem, apresenta o efeito de quantização. A quantização gera um ruído que ocorre quando o sinal de saída tem seu valor alterado em pelo menos um *bit*, assim o sinal tem seu valor alterado de um patamar de tensão a outro instantaneamente. Esse salto é determinado de acordo com a resolução de saída. Por este motivo é necessária a utilização de um filtro passa-baixas, que realiza a reconstrução do sinal na banda base. O filtro projetado para este trabalho possui a frequência de corte em $400Hz$, conforme apresentado na Figura 18. Este filtro apresenta uma atenuação de $-0,39dB$ na frequência de $176Hz$ correspondente ao 4º modo de vibração do sistema.

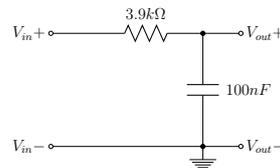


Figura 18: Circuito do filtro passa-baixa de 1ª ordem passivo $f_{c1} = 400Hz$.

Com a finalidade de gerar maior deformação possível na viga, o atuador foi alimentado em sua máxima tensão de $\pm 200V$, conforme indicado pelo fabricante. Neste caso é necessária a inclusão de um amplificador com ganho $50\frac{V}{V}$. Desta forma, um amplificador de potência modelo QPA3202 do fabricante Midé foi utilizado.

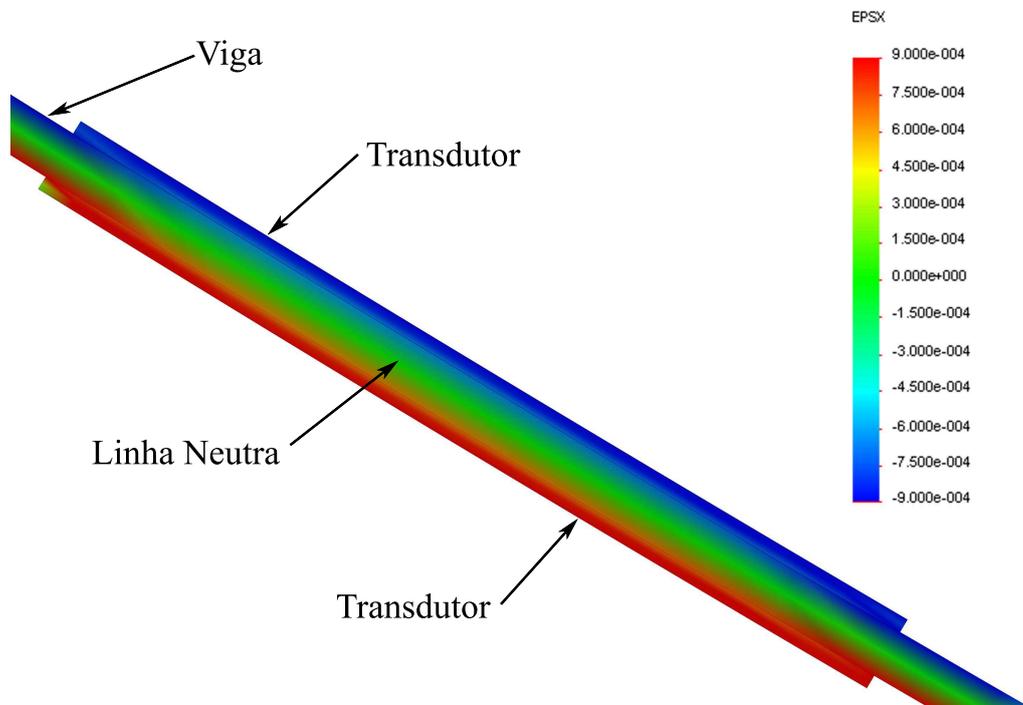
A deformação máxima gerada pelo atuador quando excitado por um sinal senoidal é apresentada na Figura 19. Nesta figura é apresentada a vista superior da seção onde estão posicionados o atuador e gerador piezoelétrico. Pode-se observar que o conjunto de transdutores sofrem deformações com intensidades opostas, tal que um deles é tracionado e o outro comprimido. Na Figura 19(b) é apresentado o módulo da deformação. Pode-se perceber que o módulo da deformação é igual em ambos os transdutores. Ao passo que um dos lados sofre uma tração, o outro sofre uma compressão. Outra característica importante é a linha neutra no centro da viga, onde não ocorre nenhuma deformação.

O sinal gerado a partir desta deformação com o transdutor piezoelétrico é condicionado por um atenuador de 10x uma vez que a máxima tensão gerada é de aproximadamente de $\pm 60V$ e a faixa de variação admissível na entrada do conversor A/D da placa de aquisição é de $\pm 10V$. Este atenuador é construído por um divisor de tensão resistivo e um amplificador na configuração de *buffer*. Para evitar o efeito de *aliasing* na aquisição, um filtro passa-baixas ativo Butterworth de segunda ordem com topologia Sallen Key foi projetado. A frequência de corte deste filtro é de $1kHz$, já que a frequência de amostragem do conversor A/D é de $12,5kHz$. A Figura 20 apresenta o circuito do atenuador e do filtro ativo.

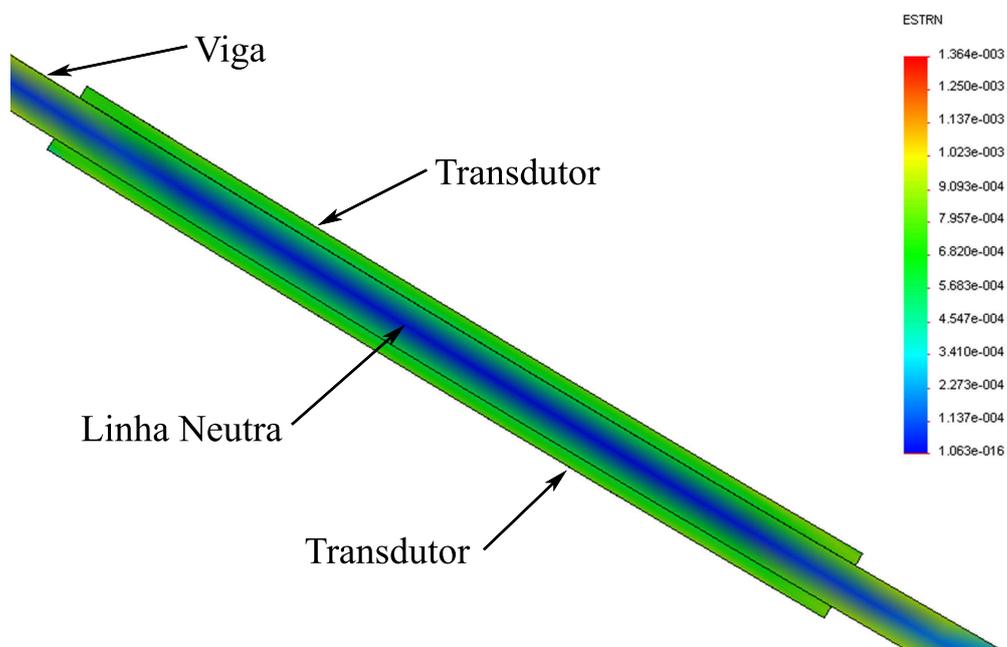
4.1.1 Atuador Piezoelétrico/Viga

O comportamento do conjunto atuador piezoelétrico/viga no domínio da frequência é mostrado na Figura 21, onde é apresentado o diagrama de Bode para a função $G_v(s)$ (39) para $M = 10$ modos de vibração. Os parâmetros da função de transferência são apresentados na Tabela 4 com o ganho $k_s = 0,04$.

Nota-se pelo diagrama de Bode que, para as frequências de ressonância (ω_i),



(a) Deformação negativa no transdutor superior e positiva no inferior



(b) Módulo da deformação

Figura 19: Deformação gerada com atuador piezoelétrico.

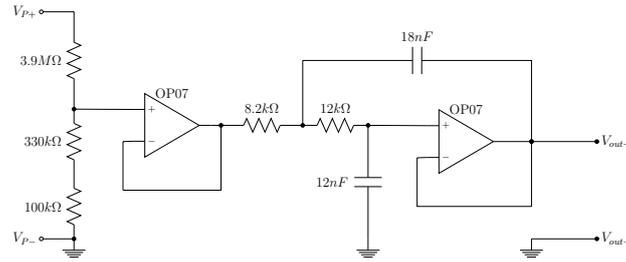


Figura 20: Circuito do condicionamento atenuador 10x e filtro passa-baixa de 2ª ordem ativo $f_{c2} = 1kHz$.

Tabela 4: Valores teóricos para função de transferência $G_v(s)$.

Modo	$\hat{f}_i [Hz]$	$f_i [Hz]$	$\hat{\zeta}_i$	ζ_i
1º	5,47	5,32	0,003	0,003
2º	34,31	33,31	0,004	0,004
3º	96,08	93,28	0,005	0,005
4º	188,28	182,79	0,009	0,009
5º	308,54	302,17	0,01	0,01
6º	457,77	451,40	0,01	0,01
7º	636,51	630,47	0,011	0,011
8º	847,34	839,38	0,012	0,012
9º	1.086,09	1.078,14	0,013	0,013
10º	1.353,10	1.346,74	0,015	0,015

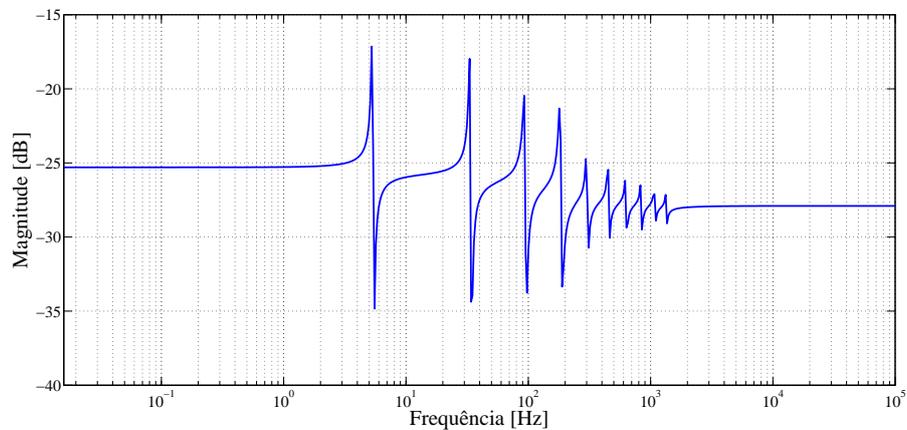


Figura 21: Diagrame de Bode para a função de transferência $G_v(s)$ para os 10 primeiros modos de vibração.

os pares de polos complexos conjugados da função de transferência geram picos, de assíntotas bem definidas, com amplitude limitada pelo valor do amortecimento (ζ_i). De forma análoga, os valores de frequência de anti-ressonância ($\hat{\omega}_i$) dos zeros complexos conjugados, geram os vales na magnitude. O comportamento do amortecimento para os vales também é determinado pelo valor de amortecimento ($\hat{\zeta}_i$). O ganho k_s é responsável pela determinação do comportamento em baixas frequências do sistema.

Para o presente trabalho buscou-se a identificação dos quatro primeiros modos de vibração. Esta escolha foi feita porque nos primeiros modos de vibração, a deformação gerada no transdutor piezoelétrico tem sua maior intensidade.

4.1.2 Gerador Piezoelétrico/Carga

O comportamento do conjunto gerador piezoelétrico é modelado a partir da deformação sofrida pelo mesmo. Esta deformação é gerada pelo conjunto atuador/viga. O modelo elétrico descrito na Seção 3.1.6 tem suas propriedades de acordo com as características físicas do elemento piezoelétrico. As propriedades do gerador são apresentadas da Tabela 5.

Tabela 5: Propriedades do gerador piezoelétrico (MIDÉ TECHNOLOGY CORPORATION (Medford), 2010).

Comprimento, l_p [mm]	45,97
Largura, w_p [mm]	33,27
Espessura, h_p [mm]	0,864
Constante de Young, E_p [N/m ²]	$6,7 \times 10^{10}$
Constante de Tensão, g_{31} [Vm/N]	$-11,3 \times 10^{-3}$
Constante de Carga, d_{31} [m/V]	-190×10^{-12}
Fator de Acoplamento Eletromecânico, k_{31}	0,36
Capacitância Equivalente C_s [nF]	128
Resistência Série R_p [Ω]	120
Resistência de Perdas R_d [M Ω]	8

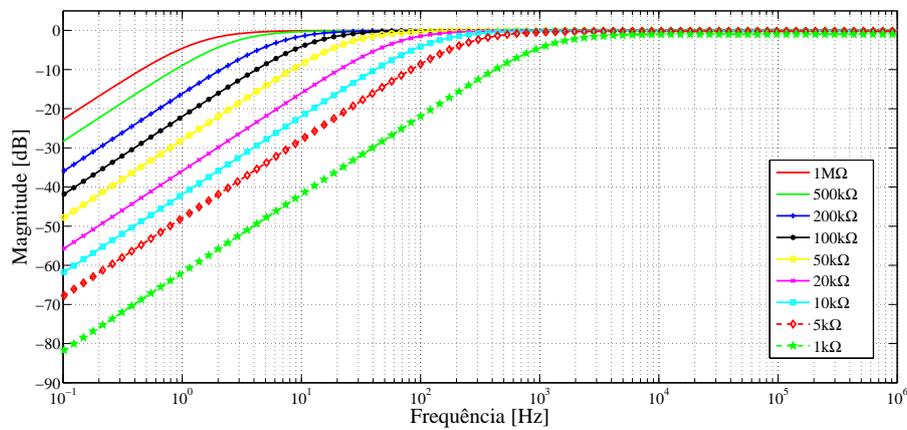
Com o acoplamento de uma carga puramente resistiva, o comportamento agregado ao gerador piezoelétrico é descrito por (44). A Tabela 6 apresenta os valores teóricos dos polos para as cargas utilizadas no experimento. A Figura 22 apresenta o diagrama de Bode para a função $G_{l_r}(s)$ com os parâmetros apresentados nesta tabela.

Nota-se que, para valores de altas frequências, acima de $10kHz$, a magnitude se mantém constante para este sistema. Por apresentar um zero em zero, a função de transferência não apresenta ganho DC. De acordo com o posicionamento do polo, o decaimento da função ocorre em uma certa frequência, que depende exclusivamente do resistor R_L , já que todos os outros parâmetros da função de transferência são fixos. O ponto do decaimento se dá de forma inversa ao valor da resistência.

Com o acoplamento de uma carga resistiva-capacitiva, o comportamento do gerador piezoelétrico é descrito por (48). A Tabela 7 apresenta os valores teóricos dos polos para o conjunto de quatro resistores e quatro capacitores utilizados no experimento. A Figura 23 apresenta o diagrama de Bode para a função $G_{l_c}(s)$ com os parâmetros apresentados nesta tabela.

Tabela 6: Valores teóricos do polo para função de transferência $G_{l_r}(s)$.

Resistência R_L [$k\Omega$]	Valor do Polo
1000	-8,59
500	-16,40
200	-39,82
100	-78,81
50	-156,65
20	-389,07
10	-772,75
5	-1.526,62
1	-6.976,07

Figura 22: Diagrama de Bode para a função de transferência $G_{l_r}(s)$ para os 9 valores de resistência de carga utilizados.Tabela 7: Valores teóricos para função de transferência $G_{l_c}(s)$.

Resistor (R_L) [$k\Omega$]	Capacitor (C_L) [nF]	Polo 1	Polo 2
1000	68	-187.663,75	-5,61
	100	-148.443,68	-4,82
	560	-79.985,48	-1,60
	1.000	-73.437,62	-0,98
100	68	-187.750,21	-51,50
	100	-148.494,22	-44,28
	560	-79.988,48	-14,68
	1.000	-73.438,65	-8,95
10	68	-188.617,14	-508,10
	100	-149.001,13	-437,37
	560	-80.018,44	-145,43
	1.000	-73.448,87	-88,73
1	68	-197.512,70	-4847,84
	100	-154.216,47	-4.222,03
	560	-80.323,50	-1.447,51
	1.000	-73.552,37	-885,23

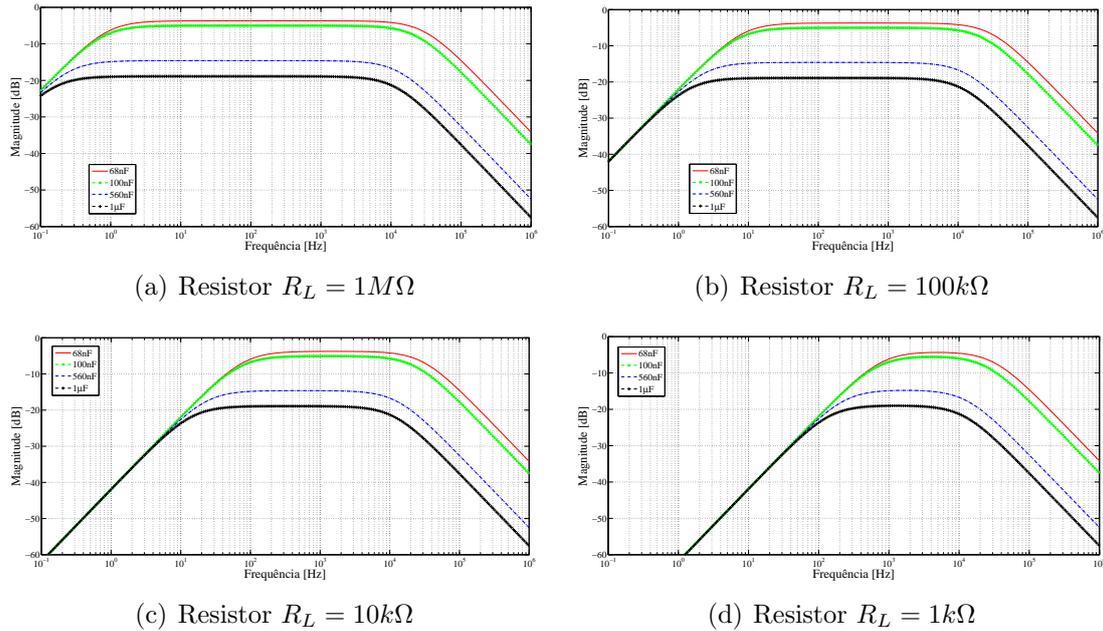


Figura 23: Diagrama de Bode para a função de transferência $G_L(s)$ para os 4 valores de resistência de carga utilizados.

Por apresentar a mesma característica da carga puramente resistiva (a posição do zero em zero) esta função de transferência também não apresenta ganho DC. Na Figura 23(a) é apresentado o diagrama de bode para os quatro capacitores C_L utilizados e a resistência $R_L = 1M\Omega$. O ganho da função depende do valor de K_{rc} , visto em (48), onde o único parâmetro variável desta é o valor da capacitância de carga C_L . A magnitude da função de transferência é inversamente proporcional ao valor do capacitor. Este comportamento é percebido nos outros diagramas para valores de resistores R_L diferentes.

Com a alteração do resistor R_L , o valor do polo em alta frequência (denominado de Polo 1) não apresenta uma alteração significativa de seu valor. Pelos diagramas de Bode o decaimento nas altas frequências é praticamente o mesmo e se inicia próximo a frequência de $10kHz$. O polo em baixa frequência (denominado de Polo 2) tem o seu valor alterado significativamente com o valor da resistência R_L . Na Figura 23(a) estes polos são posicionados entre as frequências de $0,98$ e $5,61Hz$. Percebe-se ainda que a magnitude para o sistema se mantém constante a partir da frequência de $5Hz$, em todos os casos, até o decaimento em $10kHz$. Para uma resistência de carga de $100k\Omega$ os valores do polo 2 é elevado. A Figura 23(b) representa este comportamento, onde a frequência do polo, sendo este um polo simples, se dá em aproximadamente $50Hz$. Para uma resistência de carga de $10k\Omega$, Figura 23(c), a frequência de início do polo se dá em aproximadamente $500Hz$ e para resistência de carga de $1k\Omega$, Figura 23(d), a frequência do polo simples se dá em, aproximadamente, $5kHz$.

4.1.3 Condicionamento

O sinal de excitação da barra é sintetizado por um computador, no qual é ligada uma placa dSpace. Essa placa é então ligada a um amplificador de potência com ganho fixo $50\frac{V}{V}$, denominado k_{amp} , para atingir os limites de $\pm 200V$, gerando assim

as deformações mecânicas nas frequências de interesse. No transdutor de entrada, utilizado como gerador/sensor, é gerada uma tensão elétrica muito elevada (da ordem de 90V de pico), de modo que é necessária utilização de um atenuador de $10\times$, o qual representa um ganho na função de transferência, denominado k_{atn} .

Como o sinal de excitação é sintetizado em um computador, é necessária a utilização de um filtro passa baixas, como visto na secção 4.1. O filtro passa-baixas passivo projetado (Figura 18), com frequência de corte de $f_{c1} = 400Hz$ tem a função de transferência descrita por:

$$G_{PB_p(s)} = \frac{\frac{1}{RC}}{s + \frac{1}{RC}} \quad (62)$$

onde o valor da constante $RC = 3,9 \times 10^{-4}s$.

Para o filtro passa-baixas ativo de segunda ordem projetado (Figura 20) utilizado no sinal do sensor de deformação, a frequência de corte é de $f_{c2} = 1kHz$ e a função de transferência é descrita por:

$$G_{PB_a(s)} = \frac{\omega_{c2}^2}{s^2 + \sqrt{2}\omega_{c2}s + \omega_{c2}^2} \quad (63)$$

onde o valor de $\omega_{c2} = 6,59 \times 10^3 \frac{rad}{s}$. O diagrama de Bode de amplitude dos dois filtros são apresentados na Figura 24.

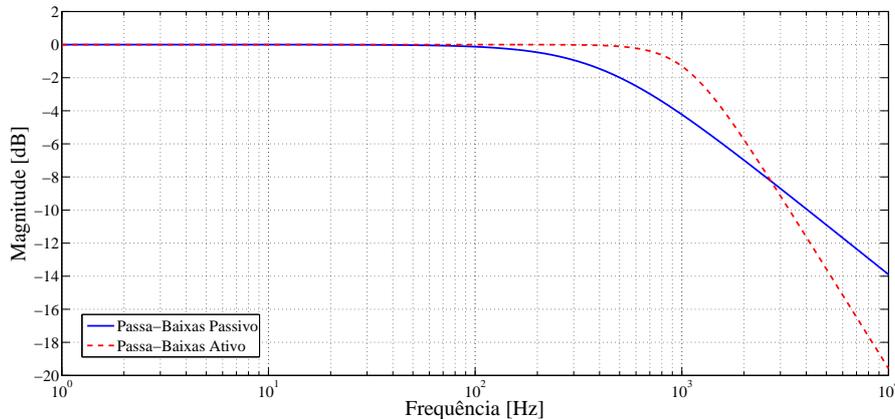


Figura 24: Diagramas de Bode de amplitude para as funções de transferência $G_{PB_p(s)}$ e $G_{PB_a(s)}$.

Nota-se que para o filtro passivo de primeira ordem o decaimento após a frequência de corte (20dB por década) é menor que o passa-baixas de segunda ordem (40dB por década). O filtro ativo, do tipo Butterworth, não apresenta *ripple* na transição da faixa de passagem e de rejeição.

4.2 Identificação do Sistema

Os parâmetros do sistema a serem identificados são apresentados na Figura 25 e a função de transferência da tensão na carga (saída) pela tensão aplicada (entrada) no sistema é descrita por:

$$G(s) = G_{PB_p(s)} \cdot k_{amp} \cdot G_v(s) \cdot G_l(s) \cdot k_{atn} \cdot G_{PB_a(s)} \quad (64)$$

Uma consideração que deve-se utilizar é que a resistência de entrada do circuito atenuador (divisor resistivo) vista pelo gerador piezoelétrico influencia na resposta em frequência do sistema. Essa impedância tem uma componente resistiva com magnitude de $4,3M\Omega$ e seu comportamento é descrito como o de uma carga puramente resistiva, onde o equacionamento para este sistema é descrito em (44).

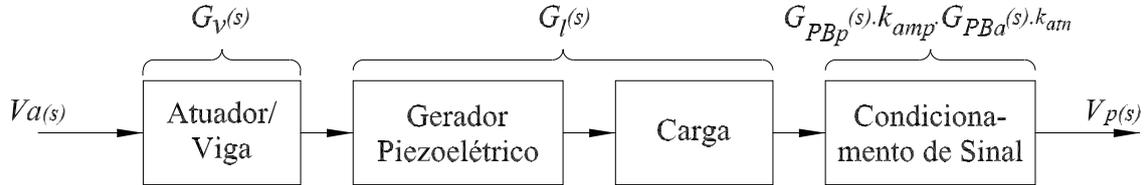


Figura 25: Representação do sistema a ser identificado.

A partir dos subsistemas de (64) contabiliza-se um total de nove zeros na função de transferência do sistema. Estes são atribuídos da seguinte forma:

- Oito, sendo quatro pares complexos conjugados, atribuídos ao conjunto atuador/viga;
- Um atribuído ao conjunto gerador/carga.

e doze polos, sendo atribuídos da seguinte forma:

- Um atribuído ao filtro passa-baixas passivo;
- Oito, sendo quatro pares complexos conjugados, atribuídos ao conjunto atuador/viga;
- Um atribuído ao conjunto gerador/carga;
- Dois atribuídos ao filtro passa-baixas ativo.

Esta quantidade de nove zeros e doze polos apresenta condições suficientes para a determinação do sistema a ser identificado, pois contempla as frequências dos quatro primeiros modos de vibração da viga, do conjunto gerador/carga e do condicionamento de sinais.

O sinal de excitação utilizado na identificação da função de transferência do sistema é uma Sequência Pseudoaleatória Binária (PRBS) variando entre $\pm 4V$ com período ajustável. A justificativa de utilização deste sinal é a semelhança com o ruído branco, sendo um sinal persistentemente excitante (AGUIRRE, 2007). A resposta temporal do sistema encontrada para a aplicação do sinal é apresentada na Figura 26.

A função de densidade espectral de potência foi analisada (Figura 27), na qual ficam evidentes as frequências naturais de vibração da viga. Nota-se pelo gráfico que o sistema possui picos de ressonância nas frequências de $5,36Hz$, $33,38Hz$, $92,29Hz$ e $176,95Hz$. Esses valores, que são os quatro primeiros modos de vibração da viga, estão de acordo com os valores apresentados na Tabela 4.

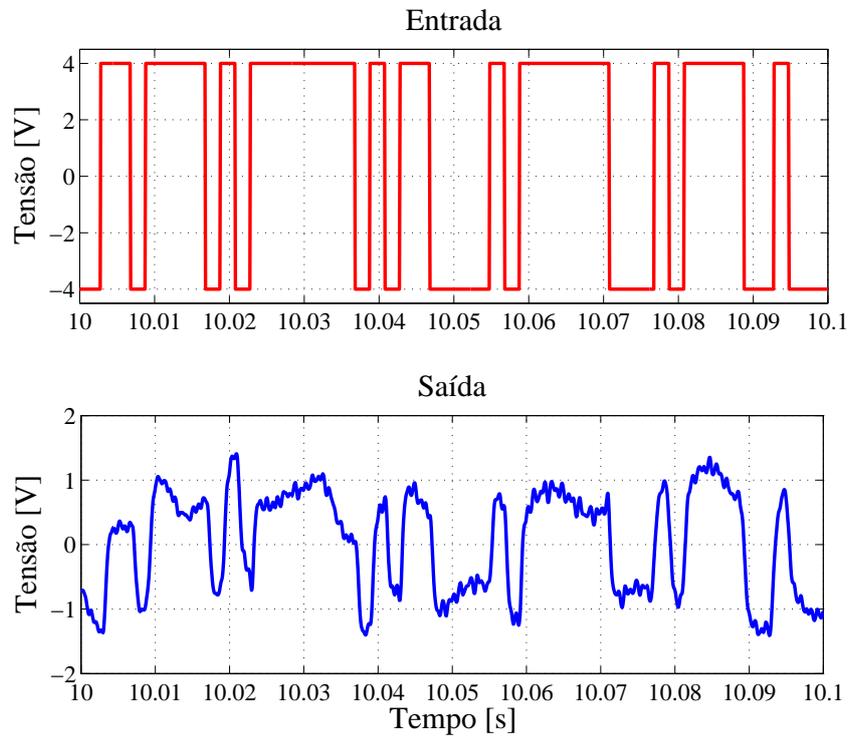


Figura 26: Sinal PRBS aplicado (entrada) e sinal gerado (saída).

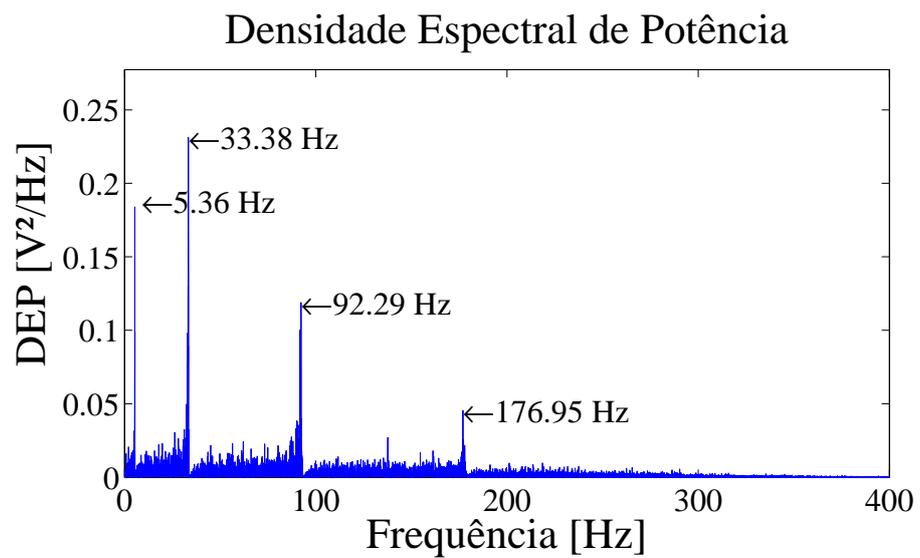


Figura 27: Densidade espectral de potência da tensão de saída com a aplicação do PRBS.

Com auxílio da ferramenta *System Identification Toolbox*, do *MATLab*, a identificação do sistema foi realizada utilizando a estimação de função de transferência contínua, com inicialização em IV (*Instrumental variable*), foco em simulação e método de busca por Mínimos Quadrados Não Linear. Na Figura 28 tem-se a comparação entre o diagrama de magnitude do sistema teórico e o resultante da identificação.

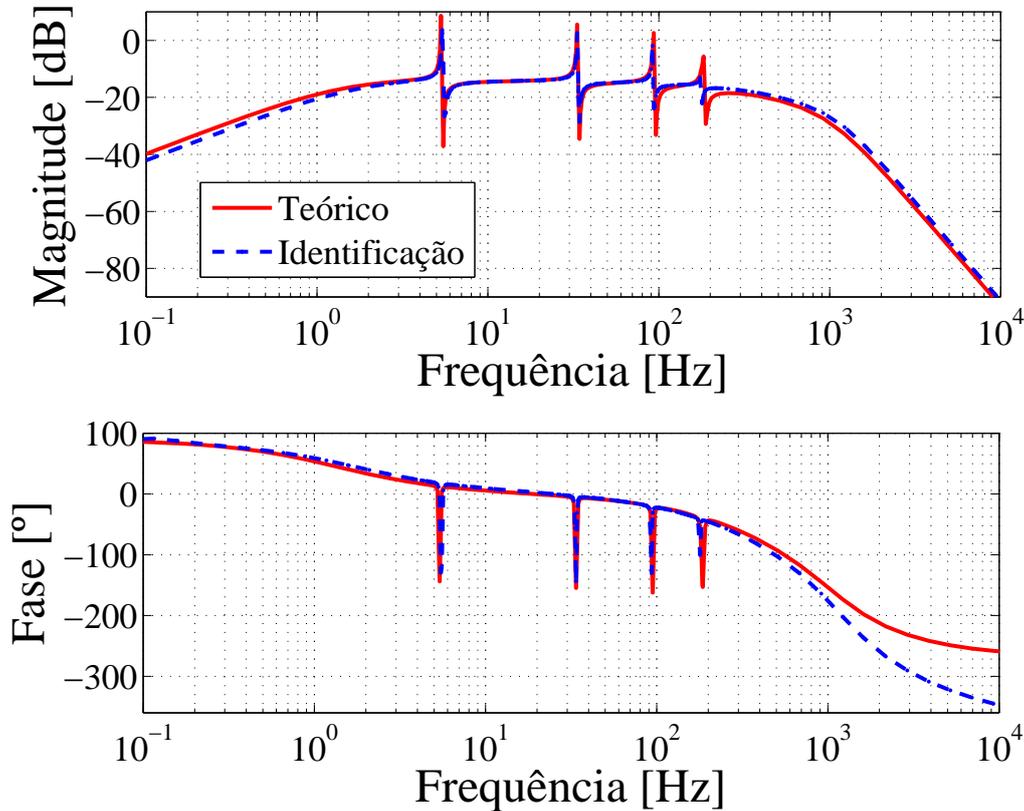


Figura 28: Diagrama de Bode do modelo teórico e identificado.

Nota-se que existe uma semelhança no comportamento da função teórica e da identificada. Para as frequências de ressonância, o resultado com melhor aproximação é o do segundo modo de vibração. O primeiro modo do sistema identificado está ligeiramente à direita do modelo teórico. O terceiro e quarto modos de vibração do modelo identificado estão com frequências abaixo do modelo teórico. A característica do zero em zero atribuída ao gerador piezoelétrico é identificada, já que a impedância de entrada do circuito de atenuação de $10\times$ se comporta como uma carga, do ponto de vista do gerador. Os filtros de condicionamento não tem influência em nenhum dos modos de vibração identificados, sendo que o filtro com menor frequência de corte projetado em 400Hz não modifica a característica do quarto modo de vibração, que tem frequência de vibração em $177,89\text{Hz}$.

Assim os parâmetros identificados da função de transferência $G_v(s)$, referente ao conjunto atuador/viga foram determinados e são apresentados na Tabela 8, onde a frequência dos zeros é determinada por $\hat{f}_i = \hat{\omega}_i/2\pi$ e a frequência dos polos por $f_i = \omega_i/2\pi$.

Quando comparado com os valores teóricos para a função de transferência, Tabela 4, as frequências de ressonância apresentam uma variação percentual de 2,01% para o primeiro modo, 0,61% para o segundo modo, 2,56% para o terceiro modo e

Tabela 8: Valores dos quatro primeiros modos identificados para função de transferência $G_v(s)$.

Modo	$\hat{f}_i[Hz]$	$f_i[Hz]$	$\hat{\zeta}_i$	ζ_i
1º	5,58	5,42	0,0046	0.0045
2º	34,10	33,38	0,004	0.004
3º	93,62	92,25	0,0039	0.0040
4º	179,18	177,89	0,0042	0.0039

4,83% para o quarto modo de vibração. Os valores da diferença para as frequências dos zeros são menores que as de ressonância. Estas diferenças são as mesmas apresentadas na Figura 28.

A função de transferência identificada apresenta os seguintes valores:

$$\begin{aligned}
 G(s) = & \frac{2,56 \cdot 10^3}{s + 2,56 \cdot 10^3} \cdot 50 \cdot \frac{1}{24,83} \cdot \frac{s^2 + 2 \cdot 0,0046 \cdot 35,06s + 35,06^2}{s^2 + 2 \cdot 0,0045 \cdot 34,05s + 34,05^2} \cdot \\
 & \frac{s^2 + 2 \cdot 0,004 \cdot 214,25s + 214,25^2}{s^2 + 2 \cdot 0,004 \cdot 209,23s + 209,23^2} \cdot \frac{s^2 + 2 \cdot 0,0039 \cdot 588,23s + 588,23^2}{s^2 + 2 \cdot 0,0040 \cdot 579,62s + 579,62^2} \cdot \\
 & \frac{s^2 + 2 \cdot 0,0042 \cdot 1.125,82s + 1.125,82^2}{s^2 + 2 \cdot 0,0039 \cdot 1.117,71s + 1.117,71^2} \cdot \frac{s}{s + 2,598} \cdot 0,1 \cdot \frac{6.597^2}{s^2 + 6.597\sqrt{2}s + 2.100^2}
 \end{aligned} \tag{65}$$

Observa-se que esses valores resultaram do *toolbox* do Matlab. Embora a parte de identificação do sistema seja importante, destaca-se que processo de identificação havia sido executado em (WINCK, 2012), mostrando bons resultados. Nesse trabalho, os resultados produzidos pelo *software* geraram um modelo matemático que atende as necessidades estabelecidas nas metas descritas no capítulo 1 e dessa forma, não foram exploradas outras técnicas de identificação de sistemas.

4.3 Resultados e Discussões

Nesta seção serão apresentadas as avaliações de potência gerada pelo sistema de micro geração de energia a partir do transdutor piezoelétrico. Com estes dados, é possível comparar as cargas utilizados. Serão avaliadas três tipos de carga: primeiramente uma carga resistiva, após uma carga resistiva capacitiva e por fim um circuito não linear utilizando um retificador de ponte completa à diodo. São apresentados os pontos ótimos de geração com cada uma destas cargas. O comportamento do sistema se altera com a frequência de excitação, já que, com a modelagem do circuito por um capacitor série este tem sua impedância diminuída com a elevação da frequência ($X_c = 1/(j\omega C)$). Os valores utilizados em toda esta seção serão aqueles referentes ao protótipo apresentado na Seção 4.1. Além dos valores referentes aos dados levantados do experimento, serão utilizados como padrão uma fonte senoidal com tensão de pico V_a igual a 4V, e frequência variável de 0,1Hz a 1kHz. A escolha deste valor de tensão justifica-se pela busca da maior deformação com a utilização do atuador piezoelétrico, uma vez que esse valor é amplificado por um ganho de 50x para 200V (máxima tensão de estímulo no transdutor piezoelétrico que induz a vibração na barra). A frequência utilizada consegue excitar os quatro modos de vibração identificados.

Para facilitar a comparação, as cargas utilizadas nas configurações são as mesmas das Tabelas 6 e 7, para o circuito puramente resistivo e resistivo-capacitivo, respectivamente. Para avaliação da carga não linear utilizou-se um capacitor de filtro $C_L = 10\mu F$ com quatro cargas resistivas: $1k\Omega$, $10k\Omega$, $100k\Omega$ e $1M\Omega$. Os gráficos apresentados, são resultantes da interpolação realizada para a obtenção de uma superfície suave. Os valores mensurados, posteriormente calculados, estão apresentados nas Tabelas 13, 14, 16 e 17. Com o conhecimento da influência das cargas na geração de energia elétrica, a utilização dos micro geradores pode ser otimizada.

4.3.1 Carga Resistiva

Com a finalidade de determinar a potência gerada pelo sistema, inicialmente é realizada a medição de tensão em circuito aberto para os modos de vibração. Esta tensão será utilizada no modelo teórico com a finalidade de comparação entre a potência esperada e a mensurada. A tensão de circuito aberto em função dos modos de vibração é apresentada na Tabela 9.

Tabela 9: Valores de tensão de circuito aberto $V_{oc}[V]$ em função dos modos de vibração.

Modo	$V_{oc}[V]$
1º	40,85
2º	32,91
3º	17,41
4º	16,62

Para a condição de circuito aberto, pode-se afirmar que a tensão V_{oc} é igual a tensão da fonte V_s . Utilizando o modelo da Figura 29 pode-se determinar a potência gerada para o conjunto de resistores sugeridos na Tabelas 6 .

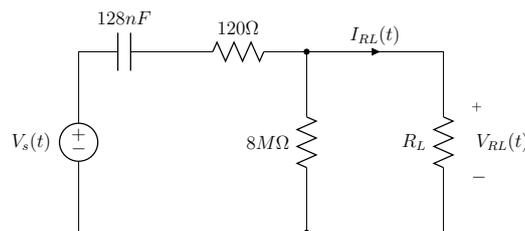


Figura 29: Representação do circuito de geração piezoelétrico com uma carga resistiva acoplada.

Por meio de simulação em *software* SPICE (do inglês *Simulated Program with Integrated Circuits Emphasis*), determina-se a potência gerada nos quatro modos de vibração em função das diferentes carga acopladas. Estes resultados são apresentados na Tabela 10.

A determinação da potência na carga é realizada com a medição da tensão em cada um dos casos calculando esta a partir da razão do quadrado da tensão eficaz V_{R_L} pelo valor da resistência R_L . A Figura 30 apresenta a potência na carga devido a variação da frequência e valor de resistência de carga para estas medições. Para melhor compreensão, os valores de potência instantânea para os modos de vibração em função da resistência de carga são apresentados na Tabela 11.

Tabela 10: Simulação da potência instantânea gerada [mW] com carga puramente resistiva em função dos modos de vibração naturais da viga.

Resistência [Ω]	1º Modo	2º Modo	3º Modo	4º Modo
$1k$	0,031	0,779	1,657	1,510
$5k$	0,158	3,827	7,284	6,638
$10k$	0,315	7,256	10,66	9,711
$20k$	0,626	12,48	10,32	9,408
$50k$	1,499	13,84	5,622	5,124
$100k$	2,619	10,61	2,696	2,706
$200k$	3,520	9,468	1,507	1,373
$500k$	2,708	2,152	0,605	0,551
$1M$	1,568	1,081	0,302	0,276

Tabela 11: Potência instantânea gerada [mW] com carga puramente resistiva em função dos modos de vibração naturais da viga.

Resistência [Ω]	1º Modo	2º Modo	3º Modo	4º Modo
$1k$	0,022	0,901	1,859	7,109
$5k$	0,127	3,937	6,913	15,43
$10k$	0,296	7,359	10,22	15,63
$20k$	0,539	12,31	9,953	11,08
$50k$	1,145	13,17	5,170	4,608
$100k$	2,969	7,827	2,438	2,197
$200k$	3,357	4,198	1,222	1,089
$500k$	2,740	1,576	0,464	0,427
$1M$	1,869	0,859	0,231	0,221

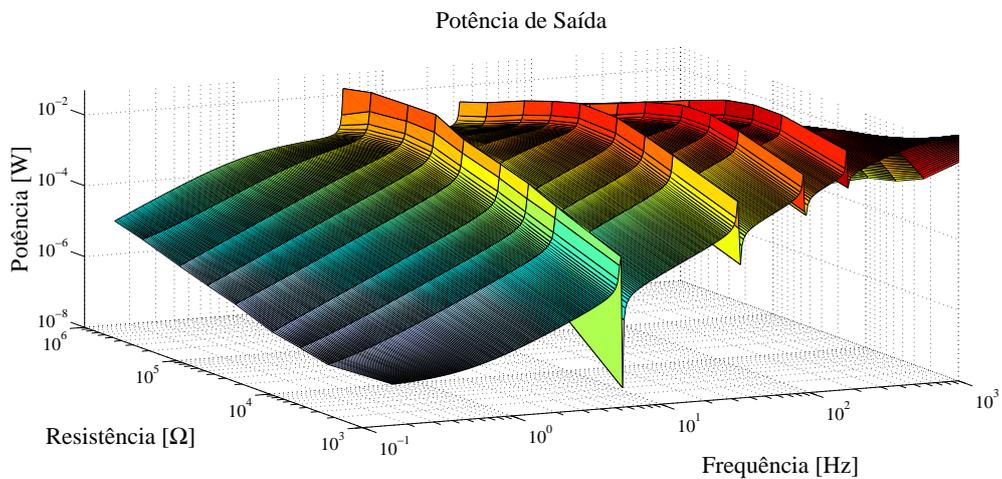


Figura 30: Potência de saída mensurada com carga puramente resistiva em função da frequência.

Observa-se que nos modos naturais de vibração estão concentradas as maiores amplitudes de geração. Isto ocorre porque nestas frequências a deformação da viga é maior, elevando a geração de energia do elemento piezoelétrico. O gerador piezoelétrico apresenta impedância interna com característica capacitiva, influencia diretamente na potência entregue a carga. Em baixas frequências a impedância interna da fonte tem valor elevado em função do capacitor C_s com valor de $128nF$, sendo este valor caindo exponencialmente com a elevação da frequência.

Nota-se que, mesmo com a tensão elétrica no gerador sendo proporcional à deformação, a maior potência entregue a carga puramente resistiva não é obtida no primeiro modo de vibração para os resistores menores que $200k\Omega$ por causa da impedância interna do gerador. Para os dois maiores resistores ($500k\Omega$ e $1M\Omega$) a potência máxima se dá no primeiro modo de vibração, diminuindo nos modos mais elevados, já que nestas cargas a resistência tem valor muito superior a impedância da fonte. A maior potência para o primeiro modo de vibração se dá com carga de $200k\Omega$, frequência de $5,42Hz$, próxima a resistência ótima teórica de $229,35k\Omega$ para este modo. Para o segundo, terceiro e quarto modos, a potência máxima ocorre nas cargas de $50k\Omega$, $20k\Omega$ e $10k\Omega$, respectivamente, comprovando a característica de diminuição da impedância da fonte com a elevação da frequência. Os valores ótimos de resistência para estes modos são $37,25\Omega$, $13,48\Omega$ e $6,99\Omega$.

Comparando os valores simulados com o práticos, para o primeiro modo, o erro relativo médio é de $14,52\%$ e somente nas resistências de $1M\Omega$, $500k\Omega$ e $100k\Omega$ a potência prática foi maior que a simulada. Para o segundo modo, o erro relativo médio é de $17,26\%$ e somente nas três resistências menores a potência prática foi maior que a simulada. Para o segundo modo o erro relativo médio é de $17,26\%$ e somente nas três resistências de menor valor a potência prática foi maior que a simulada. No terceiro modo o erro relativo médio é de $12,03\%$ e somente na resistência de $1k\Omega$ a potência prática foi maior que a simulada. Para o quarto modo o erro relativo médio é de $18,97\%$ e somente nas quatro menores resistências a potência prática foi maior que a simulada.

Essa alteração da curva de máxima potência pode ser visualizada de maneira intuitiva com as curvas de contorno da vista superior, Figura 31, do gráfico da potência gerada. A seta indica o caminho de maior potência gerada em função da frequência e resistência. Este comportamento se dá, em função da impedância do gerador, regido por (41). Quanto maior a frequência de excitação do sistema, menos será a impedância devido ao capacitor série. Logo, a impedância (para este caso, puramente resistiva) de carga onde ocorre a maior transferência de potência é reduzida também. A potência instantânea gerada nos picos de ressonância mantém esta mesma característica, demonstrada pela Tabela 11.

4.3.1.1 Alteração da Dinâmica do Sistema em Relação à Carga

O comportamento do sistema com a inclusão de uma carga é avaliado para determinar o efeito desta na resposta em frequência do sistema. Isso justifica-se pelo fato do modelo do gerador apresentar uma impedância interna. Dessa forma, com a conexão de diferentes cargas na saída, espera-se uma alteração na resposta. Um conjunto de cargas puramente resistiva com valores de $1k\Omega$ até $1M\Omega$ foi utilizado. Considerando que a resistência de menor valor utilizado ($R_L = 1k\Omega$) apresenta uma impedância muito menor que a impedância interna do elemento piezoelétrico, nesse trabalho será considerada como sendo a impedância de curto-circuito. A carga com

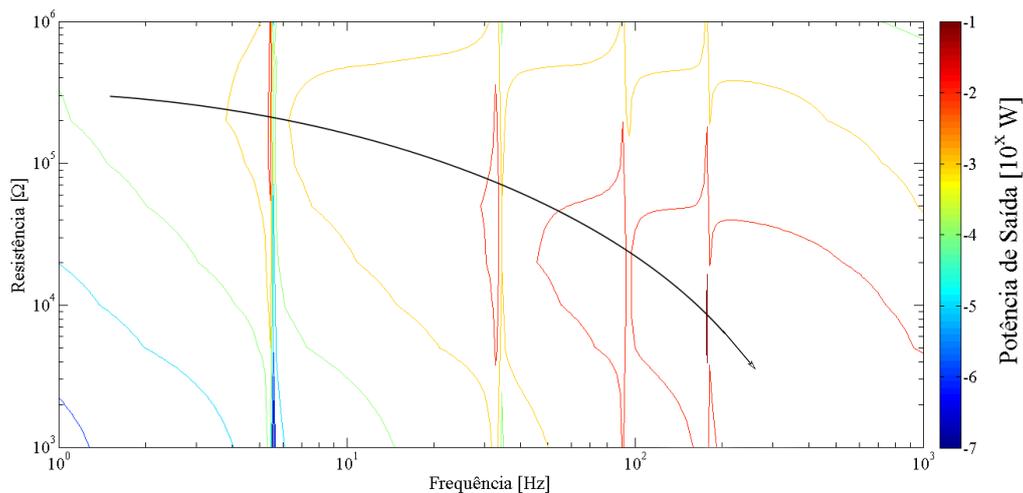


Figura 31: Gráfico de contorno da potência de saída com carga puramente resistiva em função da frequência.

maior valor ($R_L = 1M\Omega$) está próxima do caso de circuito aberto. Esta sendo mil vezes maior que a carga de $1k\Omega$.

Com a elevação do valor de resistência, começando do menor valor até a condição de circuito aberto, a tensão gerada eleva-se para todas as frequências. Tomando a teoria de circuitos elétricos, a tensão de saída para um curto-circuito, quando a resistência de carga é exatamente zero ($R_L = 0$), tem seu valor nulo, não sendo possível determinar o valor de tensão dependente da frequência. Como descrito anteriormente, para definir a condição de curto circuito, segue que $R_L \rightarrow 0$ e a tensão de saída tem seu valor mínimo. No outro extremo, a condição de circuito aberto ($R_L \rightarrow \infty$), a tensão de saída tem seu valor máximo. O valor da tensão de saída gerada dependente da frequência e resistência é apresentado na Figura 32.

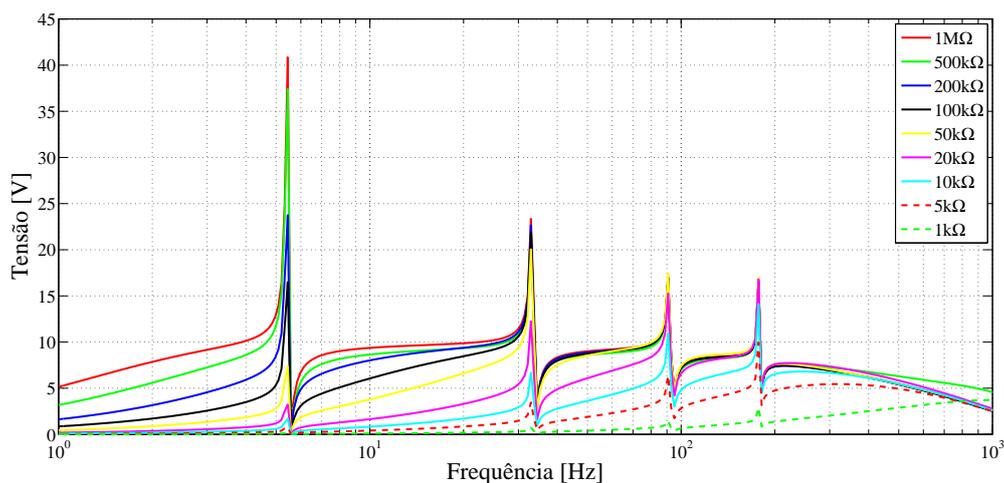


Figura 32: Tensão de saída dependente da resistência de carga R_L e frequência.

Outro aspecto importante a ser compreendido é a alteração da frequência de ressonância do sistema com a elevação da resistência R_L . A frequência de ressonância dos modos de vibração da viga se posiciona de uma frequência de curto-circuito (f_r^{sc}), para a condição de menor resistência de carga, a uma frequência de circuito aberto

(f_r^{oc}) para o valor de maior resistência. Essas frequências de ressonância para os quatro primeiros modos de vibração são apresentadas na Tabela 12.

Tabela 12: Alteração das frequências de ressonância para os quatro primeiros modos de vibração.

Modo	f_r^{sc}	f_r^{oc}
1°	5,406	5,417
2°	33,205	33,381
3°	92,049	92,245
4°	177,552	177,878

A alteração da frequência de ressonância é de 0,203%, 0,527%, 0,212% e 0,201% para o primeiro, segundo, terceiro e quarto modos, respectivamente. Logo, pode-se afirmar que a frequência de ressonância está diretamente ligada ao valor da resistência de carga utilizada. A ocorrência deste fenômeno se dá pela alteração do fator de acoplamento k_{ij} e o coeficientes conformidade elástica S_{ij} , pois perto da condição de curto-circuito o capacitor interno do elemento não armazena carga, fazendo com que o elemento piezoelétrico tenha uma rigidez maior (K_{sc}). A alteração apresenta valores percentuais baixos, pois o tamanho do elemento piezoelétrico, quinze vezes menor que o tamanho da viga, não apresenta uma influência significativa.

Além disso, pode-se determinar que existem dois limites para a frequência de ressonância do sistema em cada modo. Estes dependem da resistência de carga. A frequência de ressonância de cada modo apresenta um valor para o curto-circuito, f_r^{sc} , e a frequências de ressonância de circuito aberto, f_r^{oc} .

A Figura 33 apresenta os diagramas de Bode de magnitude com foco nos quatro modos de vibração do sistema para demonstrar a alteração na frequência natural de vibração dependente da resistência de carga. Essa figura exemplifica o fato de que, a frequência ressonante do sistema depende da resistência de carga, sendo que esta frequência varia entre dois limites, quando R_L é quase zero (curto-circuito) ou a infinito (circuito aberto) (PRIYA; INMAN, 2009).

4.3.2 Carga Resistiva-Capacitiva

Com a adição do capacitor C_L na carga em paralelo com a resistência R_L o comportamento do sistema, tensão e potências de saída, são alterados. Utilizando o modelo da Figura 34 pode-se determinar a potência gerada para o conjunto de resistores sugeridos na Tabelas 7. Na simulação em *software* SPICE, determinou-se a potência gerada nos quatro modos de vibração em função das diferentes cargas acopladas. Estes resultados são apresentados nas Tabelas 18, 19, 20 e 21 (Apêndice A).

A determinação da potência medida na carga é realizada com a medição da tensão em cada um dos conjuntos de resistores e capacitores utilizados. A Figura 35 apresenta os resultado das tensões eficazes medidas. Na Figura 35(a) os valores de tensão em função da alteração da capacitância C_L com o resistor R_L fixo em $1M\Omega$. Por ser uma resistência com um valor elevado, pode-se considerar que a parte capacitiva da impedância tem a maior influência no sistema. Os valores de tensão para o primeiro modo de vibração ($5,42Hz$) para os capacitores de $68nF$ e $100nF$ se mantêm próximos a $30V_{rms}$, valor próximo ao obtido com a carga puramente resistiva de $1M\Omega$.

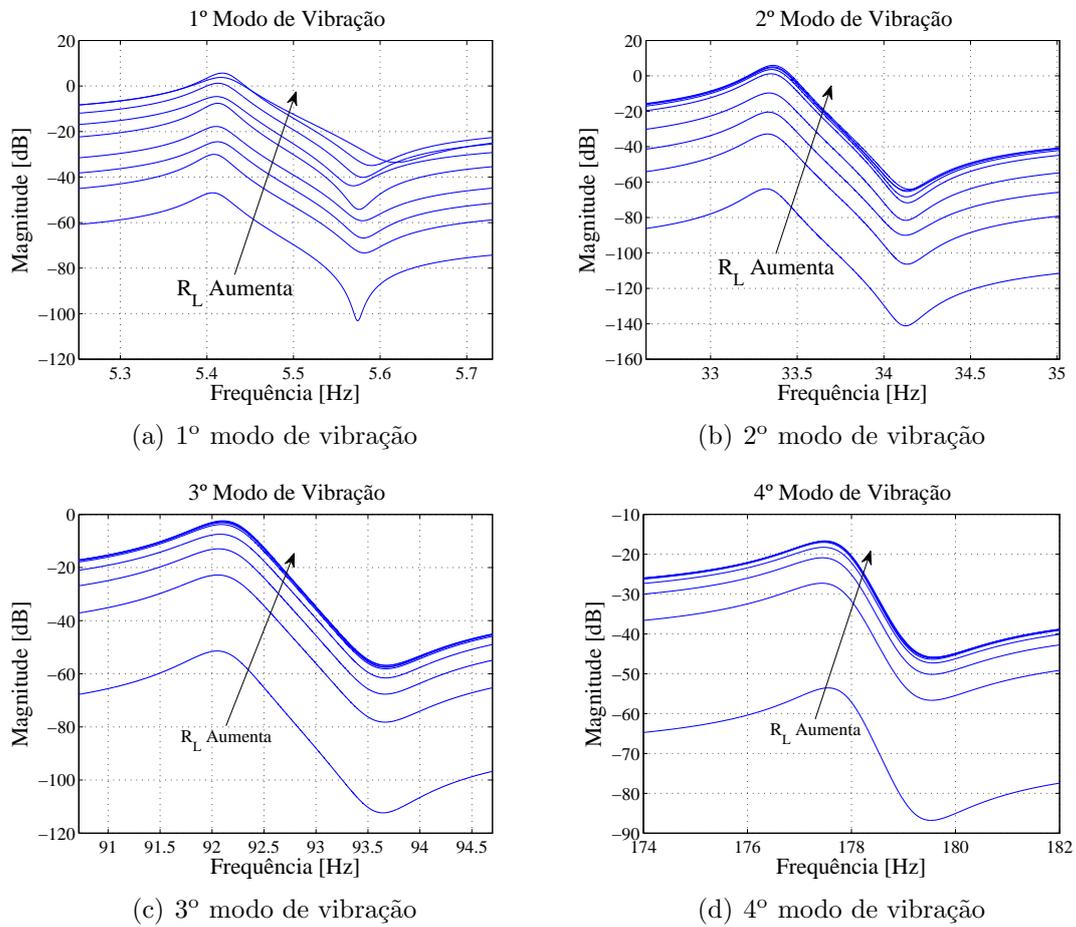


Figura 33: Alteração de freqüência de vibração com a alteração da resistêcia de carga.

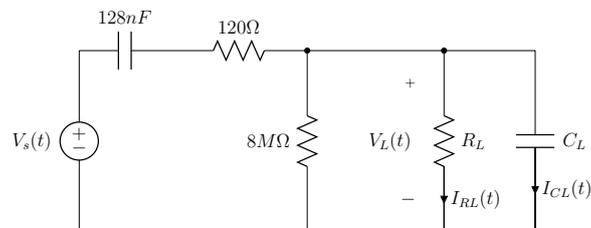


Figura 34: Representação do circuito de geração piezoelétrico com uma carga resistiva-capacitiva acoplada.

Para o segundo modo de vibração ($33,38\text{Hz}$), a tensão com os capacitores de 68nF e 100nF se elevou para quase o dobro da carga puramente resistiva. Isto se dá porque o circuito interno do gerador piezoelétrico tem natureza capacitiva. O casamento de impedância é obtido com a inclusão da carga RC na saída. Para o terceiro e quarto modos de vibração os valores de tensão se elevam para os mesmos capacitores. Com os capacitores C_L de 560nF e $1\mu\text{F}$, os valores de tensão para os dois primeiros modos são poucos superiores à 10V , diminuindo abaixo desse valor para o terceiro e quarto modos.

Na Figura 35(b), 35(c) e 35(d) tem-se as medições de tensão com os valores de resistência de carga $100\text{k}\Omega$, $10\text{k}\Omega$ e $1\text{k}\Omega$, respectivamente. Os comportamentos da tensão de saída do sistema com cargas RC são semelhantes a tensão obtida na saída do sistema com a carga puramente resistiva. Com a diminuição dos valores de resistências, as tensões obtidas no primeiro modo de vibração são reduzidas, como pode-se observar no diagrama de Bode de magnitude na Figura 23 para as respectivas cargas. Sendo que a tensão para a carga de $1\text{k}\Omega$ não ultrapassa o valor de 1V .

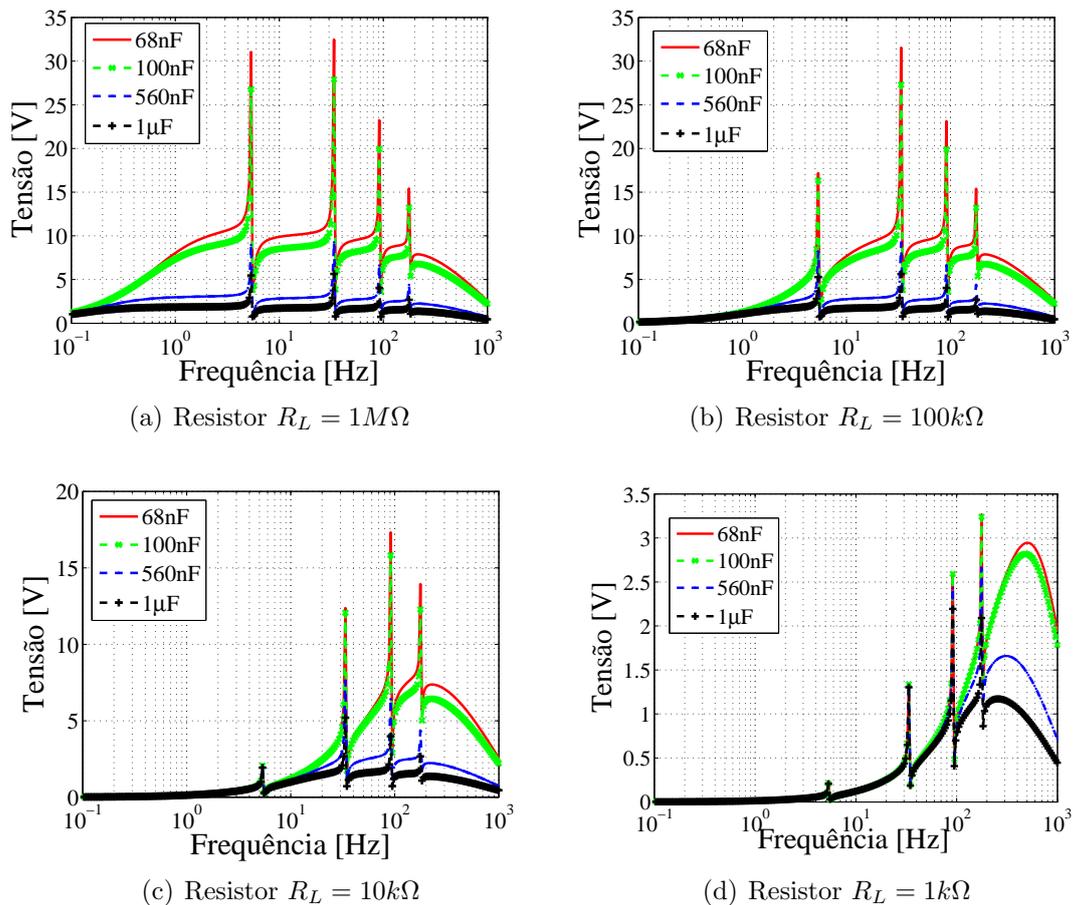


Figura 35: Tensão sobre a carga RC para os 4 valores de resistência de carga utilizados.

Por se tratar de um sistema com componente resistiva (resistor) e reativa (capacitor) pode-se realizar a análise da potência gerada com esta duas componentes. A potência aparente S é descrita como sendo a potência entregue pelo sistema de geração, sendo a soma das potências ativa P e reativa Q , descrita como $S = P + jQ$.

Por considerar a parcela reativa, que não é propriamente consumida pela carga, mas temporariamente utilizada e depois devolvida, esta será apresentada para meio de comparação.

Na Figura 36 são apresentados os valores da potência aparente S gerada pelo sistema para os quatro valores de resistências e capacitâncias utilizadas. Percebe-se que a potência aparente no primeiro modo de vibração para todas as resistências utilizadas são baixas, menos de $5mVA$, quando comparadas aos outros modos de vibração. Para as resistências de $1M\Omega$, $100k\Omega$ e $10k\Omega$ a maior potência aparente se dá no terceiro modo de vibração e para a resistência de $1k\Omega$ no quarto modo de vibração.

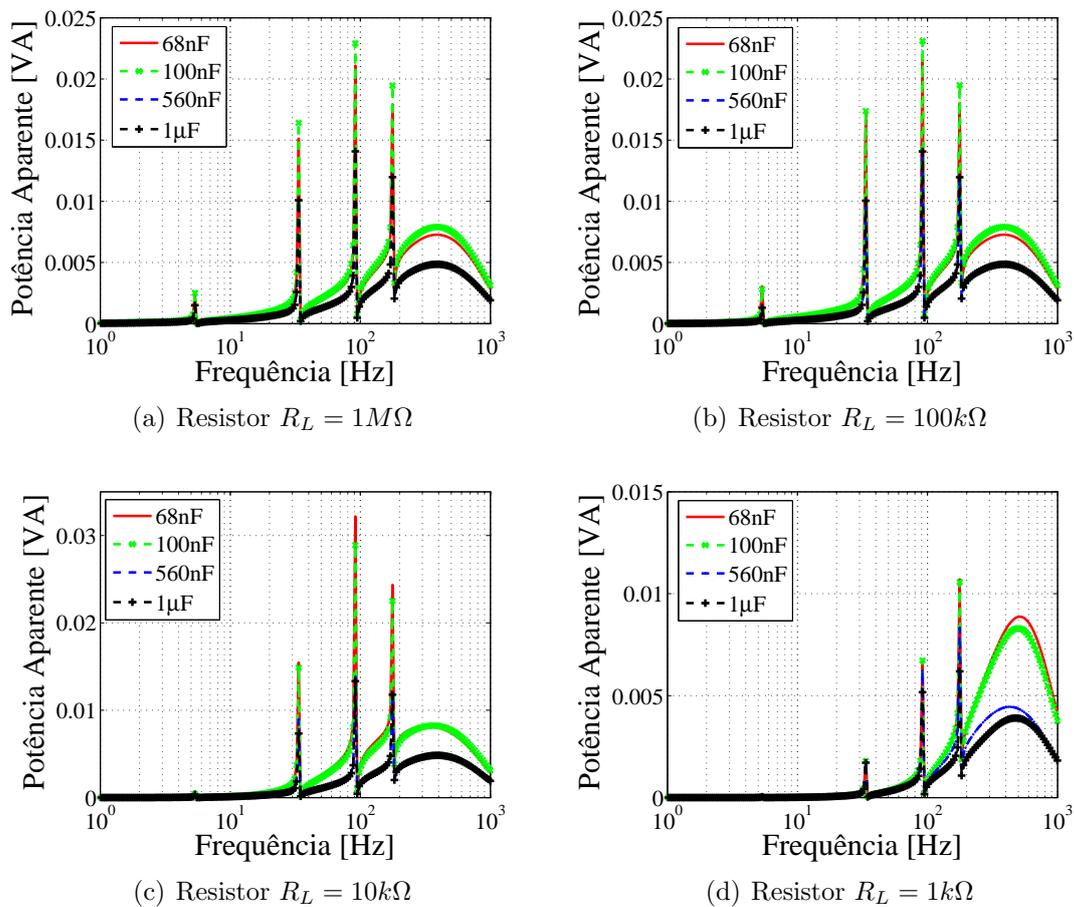


Figura 36: Potência aparente S na carga RC para os 4 valores de resistência de carga utilizados.

A potência ativa P é a componente onde ocorre a execução de trabalho, gerando calor, luz, movimento, etc. Logo é esta parcela de potência que será aproveitada pelo sistema de micro geração de energia. Na Figura 37 são apresentados os valores da potência ativa P gerada pelo sistema para os quatro valores de resistências e capacitâncias utilizadas.

Para os valores de resistência de $1M\Omega$ e $100k\Omega$, Figuras 37(a) e 37(b) respectivamente, para todos os valores dos capacitores utilizados, os valores de potência ativa são inferiores em todos os modos de vibração quando comparados ao caso da carga puramente resistiva para os mesmos valores de resistências de carga. Para o caso com resistência de carga de $10k\Omega$, Figura 37(c), o valor da potência para o

segundo modo de vibração é de $15,30mW$ e $14,55mW$ nos capacitores de $68nF$ e $100nF$, sendo superiores em aproximadamente 30% quando comparado com o valor da cargas de $10k\Omega$ somente resistiva. Para o menor valor de resistência de carga, $1k\Omega$, o segundo, terceiro e quarto modos de vibração tiveram uma elevação da potência gerada aproximada em 29,22%, 12,45% e 24,02%, respectivamente, quando comparados ao valor da cargas puramente resistiva.

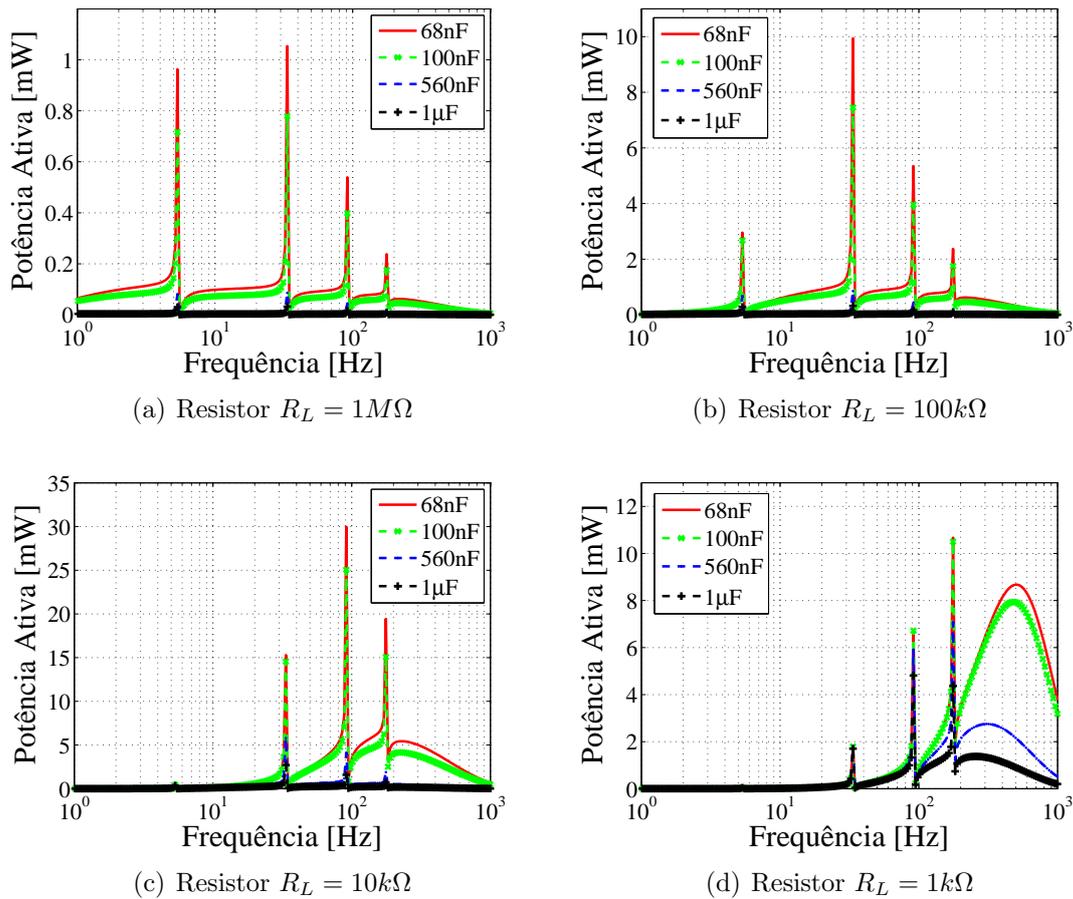


Figura 37: Potência ativa P na carga RC para os 4 valores de resistência de carga utilizados.

Os valores das potências, eficaz e aparente, para os quatro modos de vibração do sistema podem ser verificados nas Tabelas 22, 23, 24 e 25 (Apêndice A).

Quando comparados com os valores simulados de potencia ativa P , os valores medidos apresentam um erro relativo médio de de 5,73% para o primeiro modo de vibração, para o segundo modo de vibração o erro relativo médio é de 0,39%. Para o terceiro modo com os resistores R_L de $1M\Omega$ e $100k\Omega$ o erro relativo médio é de 1,88% e para os outros dois resistores a potência mensurada tem seu valor quase 4 vezes maior que na simulação. O mesmo comportamento ocorre para as potências no quarto modo de vibração, onde o erro relativo para os resistores R_L de $1M\Omega$ e $100k\Omega$ é de 3,5% e para os outros dois resistores esta se eleva. Existe a necessidade de um estudo mais aprofundado para entendimento e compreensão deste caso.

4.3.3 Carga Não Linear

A utilização da carga não linear representa uma aplicação típica de um sistema com geração de corrente alternada por meio do retificador. Nesse caso, é importante analisar qual a impedância refletida por uma carga na saída do gerador. A Figura 38 apresenta o esquema de ligação do circuito retificador de meia onda ao gerador piezoelétrico.

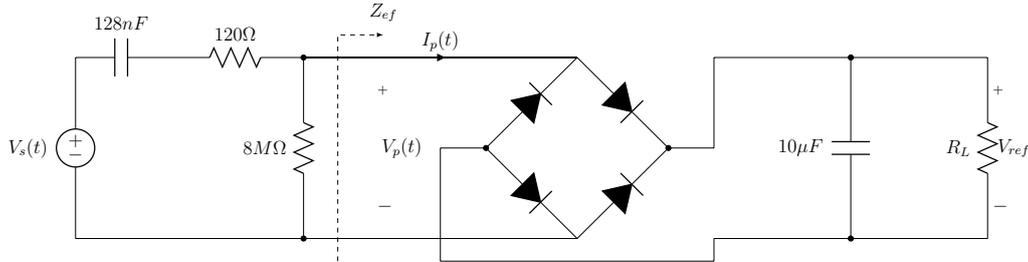


Figura 38: Carga não linear: retificador onda completa.

A impedância vista pelo gerador piezoelétrico (Z_{ef}) foi avaliada conforme descrito na Seção 3.2.3. Um conjunto de cargas com resistiva (R_L) de $1k\Omega$, $10k\Omega$, $100k\Omega$ e $1M\Omega$ e capacitor $C_L = 10\mu F$. Os valores simulados são apresentados na Tabela 13.

Tabela 13: Valores simulados para impedância $Z_{ef}[k\Omega]$ vista pelo gerador piezoelétrico em função dos modos de vibração e resistências de carga R_L (capacitor $C_L = 10\mu F$).

Resistência [Ω]	1º Modo	2º Modo	3º Modo	4º Modo
$1k$	1,528	1,304	1,163	1,022
$10k$	10,98	7,434	4,445	5,572
$100k$	59,26	32,43	12,60	6,670
$1M$	104,1	35,73	12,92	6,742

Estes valores simulados são comparados com as medições realizadas no modelo. Os valores são apresentados na Tabela 14. Percebe-se que a impedância, na simulação e medição, tem dependência com a frequência para todos os valores de cargas sendo que, com a elevação da frequência, a impedância vista pelo gerador é diminuída. Para o resistor $R_L = 1M\Omega$ o erro percentual é de 3,17%, para o resistor $R_L = 100k\Omega$ o erro percentual é de 6,55% para o resistor $R_L = 10k\Omega$ o erro percentual é de 18,69% e para o resistor $R_L = 1k\Omega$ o erro percentual é de 34,57%.

Tabela 14: Valores medidos para impedância Z_{ef} vista pelo gerador piezoelétrico em função da frequência e resistência (capacitor $C_L = 10\mu F$).

Resistência [Ω]	1º Modo	2º Modo	3º Modo	4º Modo
$1k$	1,808	1,707	1,623	1,528
$10k$	9,328	7,817	5,953	4,420
$100k$	63,25	27,31	12,24	6,725
$1M$	98,56	36,07	13,35	6,950

Analisando a tensão na carga com a elevação da frequência, uma maior quantidade de ciclos de tensão/corrente são retificados, elevando a tensão média arma-

zenada no capacitor para o mesmo valor de resistência de carga R_L . A Tabela 15 apresenta os valores simulados de tensão na carga em função da resistência e dos modos de vibração.

Tabela 15: Valores simulados para tensão retificada V_{ref} na carga em função da frequência e resistência (capacitor $C_L = 10\mu F$).

Tensão na Carga V_{ref} [V]				
Resistência [Ω]	1° Modo	2° Modo	3° Modo	4° Modo
$1k$	0,119	0,552	0,774	0,954
$10k$	1,085	4,727	5,438	5,399
$100k$	8,566	16,95	13,77	10,15
$1M$	28,99	29,49	16,54	11,13

Os resultados mensurados são apresentados na Tabela 16. Para a resistência de $1k\Omega$, a tensão no primeiro modo de vibração é quase zero nos dois casos. No quarto modo de vibração, a tensão eleva-se para $0,954V$ na simulação e $0,798V$ no experimento. Esse comportamento de elevação de tensão é diferente para a resistência de $10k\Omega$, onde a tensão máxima ($5,438V$ na simulação e $5,425V$ no experimento) é obtida no terceiro modo de vibração. O comportamento da tensão com as resistências de carga R_L de $100k\Omega$ e $1M\Omega$, a tensão máxima experimental obtida na carga se dá no segundo modo de vibração, $15,95V$ e $22,47V$ respectivamente. Essa mesma característica é observada na simulação. Nota-se que, mesmo com a diminuição da impedância com a elevação da frequência, a tensão na carga não segue o mesmo comportamento. Comparando os resultados simulados com os mensurados, as tensões do terceiro modo de vibração apresentam um erro relativa de aproximadamente 2%, para o segundo e quarto modo este erro é de aproximadamente 15%. Para o primeiro modo de vibração é necessário um estudo aprofundado, a fim de identificar um erro relativo de aproximadamente 54%.

Tabela 16: Valores medidos para tensão retificada V_{ref} na carga em função da frequência e resistência (capacitor $C_L = 10\mu F$).

Tensão na Carga V_{ref} [V]				
Resistência [Ω]	1° Modo	2° Modo	3° Modo	4° Modo
$1k$	0,030	0,452	0,754	0,798
$10k$	0,636	4,075	5,425	4,553
$100k$	4,874	15,95	13,47	8,673
$1M$	12,68	22,47	16,15	9,452

Os valores da potência dissipada na resistência R_L em regime permanente (atuador piezoelétrico sendo submetido a uma tensão senoidal de $\pm 200V$ na frequência específica do modo de vibração por um longo período de tempo) são apresentadas na Tabela 17. O máximo valor de potência simulada e experimental obtido se dá com uma resistência de carga de $10k\Omega$ no terceiro modo de vibração.

Outro detalhe a ser levado em conta é o tempo de carga do capacitor C_L . A energia armazenada no capacitor é descrita por $\frac{CV^2}{2}$, onde C é o valor da capacitância, para este caso $10\mu F$, e V é a tensão armazenada no capacitor. Excitando o conjunto atuador/viga com uma tensão senoidal de $\pm 200V$ na frequência dos modos

Tabela 17: Potência gerada P em função da frequência e resistência (capacitor $C_L = 10\mu F$).

Resistência [Ω]	1° Modo	2° Modo	3° Modo	4° Modo
$1k$	0,0009	0,2043	0,5685	0,6368
$10k$	0,0404	1,6605	2,9430	2,0729
$100k$	0,2375	2,5440	1,8144	0,7522
$1M$	0,1607	0,5049	0,2608	0,0893

de vibração, e conectar ao gerador piezoelétrico um retificador de onda completa com um capacitor de filtro e uma resistência, conforme a Figura 38, capacitor irá se carregar após um certo período de tempo. Na Figura 39 são apresentadas as curvas de carregamento do capacitor C_L para os três primeiros modos de vibração. Para o primeiro modo, o capacitor obtém a tensão máxima de $12,68V$ em aproximadamente $10s$, para o segundo modo a tensão tem um sobressinal próximo a $25V$ e se acomoda na tensão de $22,47V$ em aproximadamente $5s$. Para o terceiro modo de vibração o sobressinal está próximo a $22V$ e a estabilização em $5s$ em $16,15V$. Após $30s$ de carregamento a energia armazenada no capacitor é de $0,8039mJ$, $2,5245mJ$ e $1,3041mJ$, para o primeiro, segundo e terceiro modos, respectivamente.

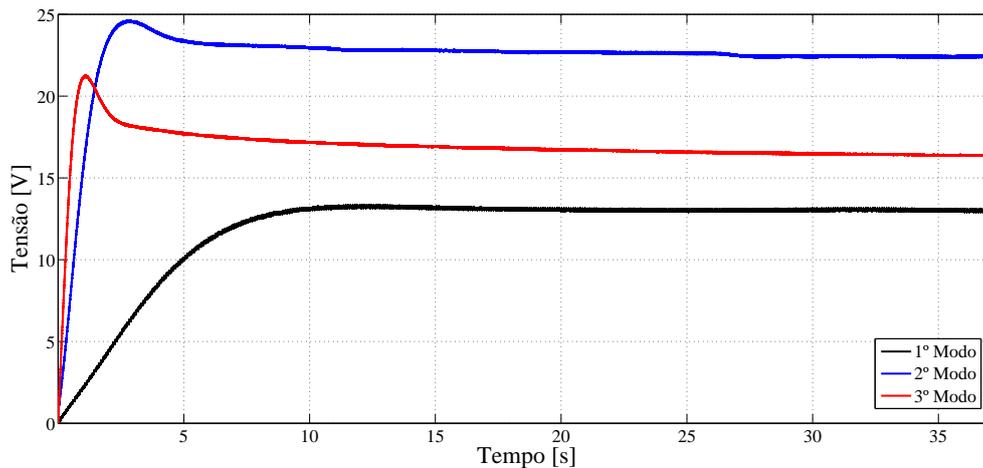


Figura 39: Tempo de carregamento para os três primeiros modos de vibração para uma carga $R_L = 1M\Omega$ e $C_L = 10\mu F$.

5 CONCLUSÃO

Neste trabalho foi realizada a construção e avaliação de um sistema de micro geração de energia a partir da vibração utilizando um gerador piezoelétrico acoplado a uma viga em balanço para geração do estímulo. O estudo foi concentrado na verificação do potência gerada e influência no sistema quando este é submetido a três tipos de cargas, sendo estes: puramente resistiva, resistiva-capacitiva e não linear (retificador de onda completa).

A modelagem do sistema foi realizada com base nos componentes que compõem o sistema, sendo eles: o conjunto atuador piezoelétrico/viga, responsáveis pela geração do estímulo e características de vibração e deformação do sistema; o gerador piezoelétrico, responsável pela geração de energia elétrica propriamente dita; as cargas utilizadas, onde o estudo da potência gerada é realizada; e o condicionamento de sinais, necessário para adequação e correto funcionamento dos componentes.

É proposto, para o gerador piezoelétrico, um modelo de circuito série composto por uma fonte de tensão, capacitor e resistências. Esta consideração é realizada devido as características de trabalho do sistema se dar em baixas frequências, assim, uma melhor compreensão e modelagem de maior simplicidade é realizada. As cargas são acopladas a esse modelo para a avaliação analítica.

As cargas foram inicialmente escolhidas por questão de simplicidade: puramente resistiva. Também foi utilizada uma carga RC, uma vez que a natureza do transdutor piezoelétrico é capacitiva e por último uma carga não linear, representada por um retificador de onda completa.

Com as características determinadas é realizada a identificação do sistema completo. Quando o modelo foi comparado ao resultado experimental, o mesmo apresentou proximidade para os três primeiros modos de vibração, onde o erro relativo das frequências é menor que 2%.

A alteração da dinâmica do sistema com a inclusão de uma carga foi avaliada com a conexão de um conjunto de cargas puramente resistiva com valores de $1k\Omega$ até $1M\Omega$. As alterações de frequência encontradas para estes valores são de 0,203% para o primeiro modo de vibração, 0,527% para o segundo modo, 0,212% para o terceiro modo e 0,201% para o quarto modo. Esta característica tem seu resultado esperado devido aos coeficientes conformidade elástica S_{ij} e o coeficiente de acoplamento k_{ij} que tem seus valores influenciados pela quantidade de cargas percorrendo o elemento.

A carga puramente resistiva, sendo o caso de maior simplicidade, evidencia o comportamento de geração onde existe um ponto ótimo entre a frequência de excitação e a carga utilizada, bem como a influência da carga no modo de vibração do sistema. Observa-se, também, que nos modos naturais de vibração as maiores potências de geração são obtidas. Isto deve-se ao fato que nestas frequências a deformação

da viga é maior elevando a geração do elemento piezoelétrico.

As potências máximas obtidas nos modos de vibração são: $3,357mW$ com uma resistência de $200k\Omega$ no primeiro modo; $13,17mW$ com uma resistência de $50k\Omega$ no segundo modo; para o terceiro e quarto modos de vibração a máxima potência é obtida com a resistência de $10k\Omega$, sendo $10,22mW$ e $15,63mW$, respectivamente. Estes valores de resistências onde a máxima transferência de potência ocorre são esperados. Já que para o primeiro modo de vibração o módulo da impedância da fonte é de $229,344k\Omega$ próximo ao valor de $200k\Omega$. Para o segundo modo o valor desta é de $37,249k\Omega$, para o terceiro modo de $13,478k\Omega$ e para o quarto modo de $6,99k\Omega$.

Essa característica da alteração da máxima potência em função da resistência se dá pela característica da impedância do gerador, onde, quanto maior a frequência de excitação do sistema, a impedância é reduzida. Assim, a impedância de carga onde ocorre a maior transferência de potência é reduzida também.

Utilizando a carga resistiva-capacitiva, o comportamento da geração não é afetado significativamente para os valores de resistência de $1M\Omega$ e $100k\Omega$, sendo que potência ativa é inferior em todos os modos de vibração quando comparados com o caso puramente resistivo, pois com a adição do capacitor a impedância da carga é alterada. Para as cargas com valores de resistências de $10k\Omega$ e $1k\Omega$ existem cinco pontos em que a potência ativa é maior que o caso somente resistivo, sendo os ganhos de aproximadamente 30% comparados ao valor da destes.

O comportamento do sistema com a inclusão de uma carga não linear, para este caso um retificador de onda completa, muda de forma expressiva, partindo da tensão que é gerada na saída do elemento piezoelétrico. A impedância vista pelo circuito gerador tem dependência com a frequência para todos os valores de cargas utilizadas. Sendo que, com a elevação da frequência, a impedância enxergada pelo gerador é diminuída. A tensão após a retificação também não apresenta um comportamento linear, já que a tensão na entrada do mesmo não é mantida constante em função da impedância do circuito retificador. A tensão máxima na carga é obtida em modos de vibração diferentes, sendo para a resistência de $10k\Omega$ esta é obtida no terceiro modo de vibração e para as resistências de $100k\Omega$ e $1M\Omega$ no segundo modo de vibração.

Considerando o retificador de onda completa com uma carga $R_L = 1M\Omega$ e $C_L = 10\mu F$ conectado ao gerador piezoelétrico, ao ser excitado em seus modos de vibração, o tempo para armazenamento de energia depende da impedância equivalente e do capacitor conectado a esse retificador.

A quantidade de energia armazenada neste capacitor com o modelo do gerador piezoelétrico simulado são de $2,057mJ$, $4,886mJ$ e $2,79mJ$ para o primeiro, segundo e terceiro modos de vibração, respectivamente. Os valores mensurados para quantidade de energia armazenada neste capacitor são de $0,8039mJ$, $2,5245mJ$ e $1,3041mJ$ para o primeiro, segundo e terceiro modos de vibração, respectivamente. Os tempos que esses carregamentos ocorrem são de 10s para o primeiro modo e 5s para o segundo e terceiro modos. Com a utilização de capacitores com diferentes valores, a energia armazenada é maior, bem como o tempo necessário para carregar o mesmo. Este tempo de carregamento é determinado pela constante RC , onde para um mesmo valor de resistência se duplicarmos o valor do capacitor o tempo de carregamento dobrará.

5.1 Trabalhos Futuros

Com o desenvolvimento deste trabalho, alguns trabalhos futuros são propostos:

- Pela presença de infinitos modos de vibração em um elemento como uma viga, a inclusão de diferentes transdutores para uma geração de energia multimodal pode contribuir para um melhor resultado de geração.
- Utilização de diferentes topologias de retificação, como a SSHI série e paralelo ou circuitos grampeadores de tensão, com a finalidade da diminuição das perdas com retificação.
- Circuito de ajuste de impedância automático com a finalidade de otimização da potência gerada em função da frequência em que o sistema é excitado.

REFERÊNCIAS

AGUIRRE, L. A. **Introdução à Identificação de Sistemas**: técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais. 3.ed. rev. e ampl.. Belo Horizonte: UFMG, 2007. 728p., il. ISBN 978-85-7041-584-4.

ALEXANDER, C. K.; SADIKU, M. N. O. **Fundamentos de Circuitos Elétricos**. 5.ed. Porto Alegre: Bookman, c2013. xxii, 874 p., il. ISBN 978-85-805-5172-3.

ANTON, S. R.; SODANO, H. A. A Review of Power Harvesting Using Piezoelectric Materials (2003-2006). **Smart Materials and Structures**, Bristol, v.16, n.3, p.R1–R21, June 2007.

ARMS, S. et al. Power Management for Energy Harvesting Wireless Sensors. In: SPIE INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON SMART STRUCTURES AND SMART MATERIALS, 2005, San Diego. **Proceedings...** Bellingham: SPIE, 2005. p.1–9.

BALBINOT, A.; BRUSAMARELLO, V. J. **Instrumentação e Fundamentos de Medidas**. 2.ed. Rio de Janeiro: LTC, c2010. 1 v., il. 385 p. ISBN 978-85-216-1754-9.

BALBINOT, A.; BRUSAMARELLO, V. J. **Instrumentação e Fundamentos de Medidas**. 2.ed. Rio de Janeiro: LTC, c2011. 2 v., il. 509 p. ISBN 978-85-216-1879-9.

BAZANELLA, A. S.; SILVA JUNIOR, J. M. G. d. **Sistemas de controle**: princípios e métodos de projeto. 1.ed. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2005. 306p., il. ISBN 978-85-7025-849-6.

BEEBY, S. P.; TUDOR, M. J.; WHITE, N. M. Energy Harvesting Vibration Sources for Microsystems Applications. **Measurement Science and Technology**, Bristol, v.17, n.12, p.R175–R195, 2006.

BEER, F. P.; JOHNSTON, E. R.; CORNWELL, P. J. **Mecânica Vetorial para Engenheiros**: dinâmica. 9.ed. Porto Alegre: McGraw-Hill, 2012. 776 p. ISBN 978-85-805-5143-3.

BIRCHER, W. L. et al. Runtime identification of microprocessor energy saving opportunities. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON LOW POWER ELECTRONICS AND DESIGN (ISLPED'05), 10., 2005, San Diego, CA. **Proceedings...** New York: ACM, 2005. p.275–280.

BRUFAU-PENELLA, J.; PUIG-VIDAL, M. Piezoelectric Energy Harvesting Improvement with Complex Conjugate Impedance Matching. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, Lancaster, v.20, n.5, p.597–608, Mar. 2009.

CALLISTER JR., W. D. **Ciência e Engenharia de Materiais: uma introdução**. 8.ed. Rio de Janeiro: LTC, c2012. xx, 705 p., il. color. ISBN 978-85-216-2124-9.

COOK-CHENNAULT, K. A.; THAMBI, N.; SASTRY, A. M. Powering MEMS Portable Devices - A Review of Non-regenerative and Regenerative Power Supply Systems with Special Emphasis on Piezoelectric Energy Harvesting Systems. **Smart Materials and Structures**, Bristol, v.17, n.4, p.043001(1–33), 2008.

D'HULST, R.; DRIESEN, J. Power Processing Circuits for Vibration-Based Energy Harvesters. In: IEEE POWER ELECTRONICS SPECIALISTS CONFERENCE (PESC 2008), 39., 2008, Rhodes. **Proceedings...** New York: IEEE, 2008. p.2556–2562.

ERTURK, A. **Electromechanical Modeling of Piezoelectric Energy Harvesters**. 2009. 291 p. Dissertation (Doctor of Philosophy in Engineering Mechanics) — Virginia Polytechnic Institute and State University. Department of Engineering Science and Mechanics, Blacksburg, 2009. Disponível em: <http://scholar.lib.vt.edu/theses/available/etd-12042009-140326/unrestricted/Erturk_A_D_2009.pdf>. Acesso em: 23 maio 2014.

ERTURK, A.; INMAN, D. J. Issues in Mathematical Modeling of Piezoelectric Energy Harvesters. **Smart Materials and Structures**, Bristol, v.17, n.6, p.065016(1–14), 2008.

ERTURK, A.; INMAN, D. J. **Piezoelectric Energy Harvesting**. West Sussex: John Wiley & Sons, 2011. 416 p. ISBN 978-0-470-68254-8.

GUAN, M. J.; LIAO, W.-H. Comparative Analysis of Piezoelectric Power Harvesting Circuits for Rechargeable Batteries. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON INFORMATION ACQUISITION (ICIA 2005), 2., 2005, Hong Kong. **Proceedings...** New York: IEEE, 2005. p.243–246.

GUAN, M. J.; LIAO, W.-H. On the Efficiencies of Piezoelectric Energy Harvesting Circuits Towards Storage Device Voltages. **Smart Materials and Structures**, Bristol, v.16, n.2, p.498–505, 2007.

HALIM, D.; MOHEIMANI, S. O. R. Spatial Resonant Control of Flexible Structures - Application to a Piezoelectric Laminate Beam. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, New York, v.9, n.1, p.37–53, Jan. 2001.

HARATCHEREV, L.; FIORITO, M.; BALAGEAS, C. Low-Power Sleep Mode and Out-Of-Band Wake-Up for Indoor Access Points. In: IEEE GLOBECOM WORKSHOPS, 5., 2009, Honolulu. **Proceedings...** New York: IEEE, 2009. p.1–6.

HENRION, D.; PRIEUR, C.; TLIBA, S. Improving Conditioning of Polynomial Pole Placement Problems With Application to Low-Order Controller Design For A Flexible Beam. **LAAS-CNRS Research Report**, Toulouse, n.04163, p.1–7, Feb. 2004.

HU, J.; JONG, J.; ZHAO, C. Vibration Energy Harvesting Based on Integrated Piezoelectric Components Operating in Different Modes. **IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control**, New York, v.57, n.2, p.386–394, Feb. 2010.

INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS.
ANSI/IEEE Std 176. IEEE Standard on Piezoelectricity, New York, 1988. 66 p.

INTERNATIONAL CORPORATION FACE (Norfolk). **Thunder Actuators and Sensors**. 2001. Disponível em:
<<http://www.thunderandlightningpiezos.com/docs/whtpaper.pdf>>. Acesso em: 10 out. 2014.

JUNIOR, C. D. M.; ERTURK, A.; INMAN, D. J. An electromechanical finite element model for piezoelectric energy harvester plates. **Journal of Sound and Vibration**, London, v.327, n.1-2, p.9–25, Oct. 2009.

KHAMENEIFAR, F.; ARZANPOUR, S.; MOALLEM, M. A Piezoelectric Energy Harvester for Rotary Motion Applications: design and experiments. **IEEE/ASME Transactions on Mechatronics**, New York, v.18, n.5, p.1527–1534, Oct. 2013.

LIANG, J. R.; LIAO, W.-H. Piezoelectric Energy Harvesting and Dissipation on Structural Damping. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, Lancaster, v.20, n.5, p.515–527, Nov. 2009.

LIANG, J. R.; LIAO, W.-H. Energy Flow in Piezoelectric Energy Harvesting Systems. **Smart Materials and Structures**, Bristol, v.20, n.1, p.015005(1–11), 2011.

LIANG, J. R.; LIAO, W.-H. Impedance Modeling and Analysis for Piezoelectric Energy Harvesting Systems. **IEEE/ASME Transactions on Mechatronics**, New York, v.17, n.6, p.1145–1157, Dec. 2012.

LJUNG, L. **System Identification: theory for the user**. 2nd.ed. Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall, 1999. xxii, 609 p., il. ISBN 0-13-656695-2.

MIDÉ TECHNOLOGY CORPORATION (Medford). **Volture Products: material properties**. 2010. Disponível em:
<http://www.mide.com/pdfs/volture_specs_piezo_properties.pdf>. Acesso em: 23 out. 2014.

MITCHESON, P. D. et al. Energy Harvesting From Human and Machine Motion for Wireless Electronic Devices. **Proceedings of the IEEE**, New York, v.96, n.9, p.1457–1486, Sept. 2008.

MOHEIMANI, S. O. R.; HALIM, D.; FLEMING, A. J. **Spatial Control of Vibration: theory and experiments**. Singapore: World Scientific, 2003. (Series on Stability, Vibration and Control of Systems, v.10). 223 p. ISBN 981-238-337-9.

- MOHEIMANI, S. R.; FLEMING, A. J. **Piezoelectric Transducers for Vibration Control and Damping**. London: Springer, 2006. (Advances in Industrial Control). 271 p. ISBN 978-1-84628-331-4.
- MOUSSELMAL, H. D. et al. A Multiaxial Piezoelectric Energy Harvester. In: SPIE INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON ACTIVE AND PASSIVE SMART STRUCTURES AND INTEGRATED SYSTEMS, 2013, San Diego. **Proceedings...** Bellingham: SPIE, 2013. p.F1–F9.
- PLATT, S. R.; FARRITOR, S.; HAIDER, H. On Low-Frequency Electric Power Generation with PZT Ceramics. **IEEE/ASME Transactions on Mechatronics**, New York, v.10, n.2, p.240–252, Apr. 2005.
- PRIYA, S. Advances In Energy Harvesting Using Low Profile Piezoelectric Transducers. **Journal of Electroceramics**, Boston, v.19, n.1, p.167–184, Sept. 2007.
- PRIYA, S.; INMAN, D. J. **Energy Harvesting Technologies**. New York: Springer, 2009. 522 p. ISBN 978-0-387-76463-4.
- RAO, S. S. **Mechanical Vibrations**. 5th.ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, c2011. xx, 1084 p. ISBN 978-0132128193.
- SERDIJN, W. A. Design principles for low-voltage low-power analog integrated circuits. In: THE IEEE INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON CIRCUITS AND SYSTEMS (ISCAS 2001), 14., 2001, Sydney. **Proceedings...** New York: IEEE, 2001. p.1.1.1–1.1.7.
- SHU, Y. C.; LIEN, I. C. Analysis of Power Output for Piezoelectric Energy Harvesting Systems. **Smart Materials and Structures**, Bristol, v.15, n.6, p.1499–1512, 2006.
- SODANO, H. A.; INMAN, D. J.; PARK, G. Generation and Storage of Electricity from Power Harvesting Devices. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, Lancaster, v.16, n.1, p.67–75, Jan. 2005.
- SODANO, H. A.; INMAN, D. J.; PARK, G. Comparison of Piezoelectric Energy Harvesting Devices for Recharging Batteries. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, Lancaster, v.16, n.10, p.799–807, Oct. 2005.
- TAHERINEJAD, N.; ABRISHAMIFAR, A. A New High Speed, Low Power Adder; Using Hybrid Analog-Digital Circuits. In: EUROPEAN CONFERENCE ON CIRCUIT THEORY AND DESIGN (ECCTD 2009), 3., 2009, Antalya. **Proceedings...** New York: IEEE, 2009. p.623–626.
- VAN VLACK, L. H. **Princípios de Ciência e Tecnologia dos Materiais**. 2.ed. Rio de Janeiro: Campus, c1984. 567 p., il. ISBN 85-7001-480-5.
- VON SCHAIJK, R. Energy Harvesting for Wireless Autonomous Sensor Systems. In: SENSOR+TEST CONFERENCES, 2., 2011, Nürnberg. **Proceedings...** Wunstorf: AMA Service GmbH, 2011. p.391–396.

WINCK, G. S. **Instrumentação, Identificação e Controle Ativo de Vibração em Barras Engastada**. 2012. 100 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia) — Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

APÊNDICE A TABELAS

Tabela 18: Valores simulados de potência ativa (P) e potência aparente (S) para o 1º modo de vibração.

Resistor (R_L) [$k\Omega$]	Capacitor (C_L) [nF]	Potência P [mW]	Potência S [mVA]
1.000	68	1,002	2,530
	100	0,747	2,651
	560	0,084	1,596
	1.000	0,031	1,060
100	68	3,125	3,207
	100	2,823	2,982
	560	0,705	1,519
	1.000	0,291	1,034
10	68	0,456	0,457
	100	0,456	0,457
	560	0,435	0,443
	1.000	0,399	0,421
1	68	0,046	0,046
	100	0,046	0,046
	560	0,045	0,046
	1.000	0,044	1,564

Tabela 19: Valores simulados de potência ativa (P) e potência aparente (S) para o 2º modo de vibração.

Resistor (R_L) [$k\Omega$]	Capacitor (C_L) [nF]	Potência P [mW]	Potência S [mVA]
1.000	68	1,061	15,18
	100	0,784	16,47
	560	0,086	10,14
	1.000	0,032	6,728
100	68	10,01	17,43
	100	7,510	17,45
	560	0,858	10,11
	1.000	0,320	6,744
10	68	15,30	15,46
	100	14,56	14,88
	560	5,817	8,972
	1.000	2,719	6,319
1	68	1,814	1,815
	100	1,790	1,791
	560	1,758	1,770
	1.000	1,699	1,736

Tabela 20: Valores simulados de potência ativa (P) e potência aparente (S) para o 3º modo de vibração.

Resistor (R_L) [$k\Omega$]	Capacitor (C_L) [nF]	Potência P [mW]	Potência S [mVA]
1.000	68	0,555	7,940
	100	0,411	8,618
	560	0,045	5,298
	1.000	0,017	3,520
100	68	5,237	9,122
	100	3,928	9,127
	560	0,448	5,291
	1.000	0,167	3,517
10	68	8,007	8,087
	100	7,620	7,785
	560	3,040	4,692
	1.000	1,419	3,304
1	68	0,937	0,937
	100	0,937	0,937
	560	0,920	0,926
	1.000	0,889	0,908

Tabela 21: Valores simulados de potência ativa (P) e potência aparente (S) para o 4º modo de vibração.

Resistor (R_L) [$k\Omega$]	Capacitor (C_L) [nF]	Potência P [mW]	Potência S [mVA]
1.000	68	0,247	3,535
	100	0,247	3,535
	560	0,183	3,837
	1.000	0,020	2,369
100	68	2,331	4,058
	100	1,748	4,062
	560	0,200	2,354
	1.000	0,075	1,564
10	68	3,564	3,599
	100	3,392	3,465
	560	1,355	2,088
	1.000	0,632	1,470
1	68	0,417	0,417
	100	0,417	0,417
	560	0,409	0,412
	1.000	0,396	0,404

Tabela 22: Valores medidos de potência ativa (P) e potência aparente (S) para o 1º modo de vibração.

Resistor (R_L) [$k\Omega$]	Capacitor (C_L) [nF]	Potência P [mW]	Potência S [mVA]
1.000	68	0,963	2,403
	100	0,717	2,513
	560	0,081	1,519
	1.000	0,030	1,508
100	68	2,953	3,029
	100	2,672	2,819
	560	0,675	1,438
	1.000	0,279	1,300
10	68	0,426	0,427
	100	0,425	0,426
	560	0,407	0,414
	1.000	0,375	0,382
1	68	0,043	0,043
	100	0,043	0,043
	560	0,042	0,042
	1.000	0,041	0,042

Tabela 23: Valores medidos de potência ativa (P) e potência aparente (S) para o 2º modo de vibração.

Resistor (R_L) [$k\Omega$]	Capacitor (C_L) [nF]	Potência P [mW]	Potência S [mVA]
1.000	68	1,054	12,12
	100	0,779	16,42
	560	0,086	10,11
	1.000	0,032	10,09
100	68	9,941	17,36
	100	7,458	17,38
	560	0,852	10,08
	1.000	0,318	10,05
10	68	15,30	15,45
	100	14,55	14,87
	560	5,789	8,950
	1.000	2,703	7,341
1	68	1,792	1,792
	100	1,791	1,791
	560	1,758	1,770
	1.000	1,699	1,712

Tabela 24: Valores medidos de potência ativa (P) e potência aparente (S) para o 3º modo de vibração.

Resistor (R_L) [$k\Omega$]	Capacitor (C_L) [nF]	Potência P [mW]	Potência S [mVA]
1.000	68	0,539	21,08
	100	0,399	22,91
	560	0,044	14,15
	1.000	0,016	14,09
100	68	5,347	21,57
	100	3,960	23,10
	560	0,437	14,09
	1.000	0,163	14,08
10	68	29,97	32,18
	100	25,05	28,90
	560	4,141	13,85
	1.000	1,590	13,33
1	68	6,748	6,753
	100	6,718	6,729
	560	5,911	6,209
	1.000	4,814	5,176

Tabela 25: Valores medidos de potência ativa (P) e potência aparente (S) para o 4º modo de vibração.

Resistor (R_L) [$k\Omega$]	Capacitor (C_L) [nF]	Potência P [mW]	Potência S [mVA]
1.000	68	0,237	17,92
	100	0,175	19,47
	560	0,019	11,99
	1.000	0,007	11,97
100	68	2,368	18,02
	100	1,751	19,51
	560	0,193	11,98
	1.000	0,072	11,07
10	68	19,43	24,34
	100	15,08	22,54
	560	1,893	11,91
	1.000	0,712	11,78
1	68	10,67	10,70
	100	10,50	10,57
	560	7,073	8,327
	1.000	4,367	6,195