

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**ESTUDO DA REPRESENTAÇÃO NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO
MECÂNICO DE MÚSCULOS ESQUELÉTICOS SUJEITOS À
COMBINAÇÃO DE DIFERENTES TIPOS DE CONTRAÇÕES**

por

Frederico Lagemann

Dissertação para obtenção do Título de
Mestre em Engenharia

Porto Alegre, Fevereiro de 2015.

**ESTUDO DA REPRESENTAÇÃO NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO
MECÂNICO DE MÚSCULOS ESQUELÉTICOS SUJEITOS À
COMBINAÇÃO DE DIFERENTES TIPOS DE CONTRAÇÕES**

por

Frederico Lagemann

Engenheiro Mecânico

Dissertação submetida ao Corpo Docente do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, PROMEC, da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de

Mestre em Engenharia

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos

Orientador: Prof. Dr. Jakson Manfredini Vassoler

Comissão de Avaliação:

Prof. Dr. Jun Sergio Ono Fonseca (PROMEC - UFRGS/ Porto Alegre - Brasil)

Prof. Dr. Rogério José Marczak (PROMEC - UFRGS/ Porto Alegre - Brasil)

Prof. Dr. Carlos Rodrigo de Mello Roesler (EMC-HU e LEBm-UFSC/ Florianópolis - Brasil)

Prof. Dr. Luiz Alberto Oliveira Rocha

Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, dia 24 de Fevereiro de 2015.

AGRADECIMENTOS

Acima de tudo agradeço à Deus, por esta vida repleta de oportunidades. Agradeço também o apoio incondicional de meus pais (Ilda e Roberto), de minha irmã e meu cunhado (Betina e Bodan). Durante o desenvolvimento desta dissertação tive a sorte encontrar minha futura esposa (Katherine), e com ela o sabor desta conquista se torna mais especial.

Agradeço também pela orientação sempre presente do professor Jakson. Seu cuidado com a minha formação técnica sempre foi complementado com a atenção à minha formação e aspirações pessoais. Aos professores do PROMEC, em especial Jun e Rato, agradeço pelas aulas instigantes e conteúdos que foram muito além das salas de aula.

Por fim agradeço aos meus colegas pós-graduandos no GMAp: se não fosse por sua participação constante durante o desenvolvimento deste estudo, terminaria esta dissertação quatro meses antes.

RESUMO

Esta dissertação apresenta um estudo da caracterização numérica do comportamento mecânico de um músculo esquelético estriado sujeito à combinação de diferentes contrações. A partir dos mecanismos fisiológicos da contração do tecido muscular esquelético, são apresentadas as principais características da produção de força do músculo em diferentes tipos de contrações (isométrica, concêntrica, excêntrica) e suas combinações.

A representação numérica da resposta mecânica do músculo esquelético foi investigada por diferentes autores. Dos diversos modelos encontrados na literatura, alguns foram escolhidos para a continuidade deste estudo, segundo sua capacidade representativa e facilidade de implementação em métodos numéricos de solução para grandes deformações.

Os modelos disponíveis na literatura foram implementados e avaliados para diferentes sequências de contrações, sendo também realizado um ajuste de parâmetros para dados experimentais de contrações isométricas e isométricas-excêntricas-isométricas. Nenhuma das propostas avaliadas apresentou resultados satisfatórios. A principal deficiência dos modelos foi a incapacidade de reproduzir a dependência do histórico de carregamentos, ou seja, da combinação de contrações.

Desta maneira, uma nova proposta de modelo constitutivo foi desenvolvida e implementada para testes uniaxiais e em um código de elementos finitos para testes tridimensionais. A partir destas implementações, foram executados testes numéricos para diferentes sequências de contrações, avaliando a capacidade representativa do modelo proposto neste trabalho.

O modelo proposto apresentou bons resultados para contrações isométricas e a combinação de contrações com diferentes níveis de alongamento, ou encurtamento, a uma mesma velocidade. A principal contribuição deste modelo é a capacidade de representar a resposta associada à fadiga muscular e o ganho, ou perda de força, observados experimentalmente.

Palavras-chave: Músculo Esquelético, Contrações Musculares, Modelo Constitutivo, Resposta Passiva-Ativa.

ABSTRACT

A STUDY OF THE NUMERIC SKELETAL MUSCLE MECHANICAL REPRESENTATION SUBJECTED TO DIFFERENT CONTRACTIONS

This work present a striated skeletal muscle numerical characterization subjected to different contractions. From the physiological contraction mechanism of the skeletal muscle tissue the force produced in different kinds of contraction (isometric, concentric and eccentric), and their combination, are presented.

The numerical representation of these response was investigated by different authors. From the diverse models found in literature, some were selected to be studied according to their representation capability and the implementation ease in numerical methods for large strains.

The models available in literature were implemented and evaluated for different contractions combinations and a parameter identification for experimental results of two isometric contraction and a isometric-eccentric-isometric contraction. None of the proposed models presented satisfactory results. The main deficiency of these models were the incapability of reproducing the loading history dependence, in other words, the contraction combination.

In this way, a new material model was proposed and implemented to uniaxial and tridimensional finite element method tests. From these, different contractions sequences evaluated the proposed model representation capabilities.

The proposed model present good results to isometric contraction, as well as contraction combination with different stretch, or shortening, level in the same speed. The main contribution of this model is the capability of represent the the response associated to the muscle fatigue and the force gain or loss, experimentally observed.

Keywords: Muscle Contraction, Isometric Contraction, Concentric Contraction, Eccentric Contraction.

ÍNDICE

1	INTRODUÇÃO	1
2	REVISÃO DE MECÂNICA DOS SÓLIDOS	3
2.1	Medidas de Deformação e Tensão	3
2.2	Formulação Hiperelástica	6
2.2.1	Materiais Hiperelásticos Isotrópicos	8
2.2.2	Materiais Hiperelásticos Compressíveis	9
2.2.3	Materiais Hiperelásticos Anisotrópicos	10
2.3	Pseudo-Hiperelasticidade	11
3	MECÂNICA MUSCULAR	13
3.1	Introdução aos Sistemas Orgânicos e o Sistema Muscular	13
3.2	Sistema Muscular	14
3.2.1	Músculo Estriado Esquelético	15
3.2.2	Mecanismos Clássicos de Contração Muscular	20
3.2.3	Influência da Arquitetura Muscular e da Inervação no Comportamento Mecânico	30
3.2.4	Outros Mecanismos de Contração Muscular	34
3.3	Características Mecânicas de Modelos Representativos	39
4	MODELOS CONSTITUTIVOS PARA TECIDOS MUSCULARES	43
4.1	Modelo de Hill	43
4.2	Modelos da Literatura	47
4.2.1	Modelo de Böhl	49
4.2.2	Modelo de Hernández	53
4.2.3	Modelo de Lu	57
4.2.4	Modelo de Van Loocke e Modelo de Rehorn	62
5	COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS ESTUDADOS	64
5.1	Validação das Implementações	64

5.1.1	Modelo Proposto por Böl	64
5.1.2	Modelo Proposto por Hernández	65
5.1.3	Modelo Proposto por Van Loocke	67
5.1.4	Modelo Proposto por Lu.....	68
5.2	Relação Entre Tensões Ativa/Passiva	68
5.3	Contração Isométrica	71
5.4	Contração Isométrica-Concêntrica-Isométrica	73
5.5	Contração Isométrica-Excêntrica-Isométrica	77
5.6	Ajuste de Parâmetros	80
5.6.1	Modelo Proposto por Hernández	83
5.6.2	Modelo Proposto por Lu.....	85
5.6.3	Modelo Proposto por Van Loocke	86
5.6.4	Modelo Proposto por Böl	87
5.7	Avaliação das Comparações.....	88
6	MODELO PROPOSTO.....	91
6.1	Componente passiva da Tensão	91
6.2	Componente Ativa da Tensão.....	93
6.3	Funções de Ativação	95
6.4	Fadiga Muscular.....	96
6.5	Componente do Histórico de Carregamentos	98
6.6	Formulação do Modelo Proposto	100
6.7	Formulação - Formato Incremental	103
7	RESULTADOS DO MODELO PROPOSTO.....	106
7.1	Comparação com Modelos Estudados.....	106
7.2	Desempenho em Múltiplos Alongamentos	108
7.3	Desempenho em Múltiplas Velocidades de Alongamento	110
7.4	Desempenho em Múltiplos Encurtamentos e Múltiplas Velocidades de Encurtamento	113
7.5	Aplicação do Modelo no MEF	120
7.5.1	Validação da Implementação no MEF.....	120

7.5.2	Combinação de Contrações no MEF	124
7.5.3	Contração Isométrica no MEF	126
8	CONCLUSÕES	128
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	131
	APÊNDICE A	138
	APÊNDICE B	142
	APÊNDICE C	145
	APÊNDICE D	148
	APÊNDICE E.....	152

LISTA DE SÍMBOLOS

\mathbf{b}	Tensor Deformação de Cauchy-Green à esquerda
$\bar{\mathbf{b}}$	Tensor Deformação isocórico de Cauchy-Green à esquerda
\mathbf{C}	Tensor Deformação de Cauchy-Green à direita
$\bar{\mathbf{C}}$	Tensor Deformação isocórico de Cauchy-Green à direita
\mathbf{E}	Tensor Deformação de Green-Lagrange
\mathbf{e}	Tensor Deformação de Euler-Almansi
Dev	Operador desviador
\mathbf{F}	Gradiente de deformação
$\bar{\mathbf{F}}$	Gradiente de deformação isocórico
f_a	Função de ativação
$\bar{\mathbf{F}}_a$	Gradiente de deformação isocórico associado força ativa do músculo
f_c	Relação força-comprimento
F_{ce}	Força total do componente ativo
F_{cev}	Força do componente ativo devido à velocidade
f_{fad}	Função fadiga
f_{freq}	Função de ativação do somatório de pulsos
$\bar{\mathbf{F}}_e$	Gradiente de deformação isocórico associado à elasticidade das pontes cruzadas
F_i	Fração de força produzida por uma fibra muscular
f_v	Relação força-velocidade
f_V	Função de ativação voltaica
\mathbf{F}_{vol}	Gradiente de deformação volumétrico
fl	Comprimento da fibra muscular
G_i	Função de ganho
g_i	Função de força produzida por pulso
Grad	Gradiente material de um campo vetorial
\mathbf{I}	Matriz identidade
I_i	Invariante

\tilde{I}	Primeiro pseudo-invariante do modelo proposto por Bol
J	Jacobiano
\tilde{K}	Segundo pseudo-invariante do modelo proposto por Bol
M_m	Massa muscular
\mathbf{n}	Vetor direção unitário
\mathbf{N}	Tensor estrutural
n_{imp}	Número de pulsos
n_{MU}	Número de unidades motoras
\mathbf{n}_0	Vetor direção ds fibras no tempo $t=0$
p	Pressão hidrostática
\mathbf{P}	Tensor Tensão primeiro Piola Kirchhoff
P_{act}	Força ativa do músculo
P_0	Força isométrica máxima
P_1	Força muscular com velocidade nula
P_2	Força muscular
Q_i	Fração de volume de uma fibra muscular
\mathbf{r}	Coordenadas de um partícula no tempo t
\mathbf{R}	Coordenadas de um partícula no tempo $t=0$
\mathbf{S}	Tensor Tensão segundo Piola Kirchhoff
$\bar{\mathbf{S}}_a$	Tensor Tensão isocórico ativo segundo Piola Kirchhoff
\mathbf{S}_{iso}	Tensor Tensão isocórica segundo Piola Kirchhoff
$\bar{\mathbf{S}}_p$	Tensor Tensão isocórico passivo segundo Piola Kirchhoff
\mathbf{S}_{vol}	Tensor Tensão volumétrico segundo Piola Kirchhoff
t	Tempo
\mathbf{U}	Deslocamento de partículas
V	Velocidade de encurtamento do músculo
V_0	Velocidade de encurtamento do músculo com carga zero
w_a	Função de ativação
\mathbf{x}	Vetor posição entre duas partículas no tempo t
\mathbf{X}	Vetor posição entre duas partículas no tempo $t=0$
α_i	Parâmetros materiais

ΔF	Perda de Força
θ	Ângulo de penação do músculo
λ_a	Alongamento ativo da fibra muscular
λ_e	Alongamento passivo da fibra muscular
λ_f	Alongamento da fibra muscular
ρ	Densidade do músculo
σ	Tensor Tensão de Cauchy
σ_{iso}^e	Tensor Tensão isocórico elástico de Cauchy
σ_{iso}^v	Tensor Tensão isocórico viscoso de Cauchy
σ_p	Tensor Tensão passiva de Cauchy
σ_s	Tensor Tensão ativa de Cauchy
σ_{vol}	Tensor Tensão volumétrico de Cauchy
τ	Tensor Tensão de Kirchhoff
Ψ	Potencial de energia livre
ξ	Função de mapeamento de partículas
Ω	Configuração de um corpo no espaço Euclidiano
Ω_0	Configuração de referência de um corpo no espaço Euclidiano

LISTA DE FIGURAS

3.1	Tipos de músculos. Adaptado: Gartner e Hiatt [2006]	15
3.2	Estruturas macroscópicas do músculo esquelético. Adaptado: Antonio et al. [2009]	16
3.3	Acima: sarcômero observado através da microscopia. Abaixo: representação dos componentes do sarcômero. Adaptado: Mescher [2013]	17
3.4	Filamento de miosina. Adaptado: Guyton e John E. Hall [2006]	18
3.5	Filamento de actina, acima componentes do filamento e abaixo filamento completo. Adaptado: Mescher [2013]	19
3.6	Seção em corte da fibra (célula) muscular. Adaptado: Gartner e Hiatt [2006] .	21
3.7	Micrografia eletrônica da junção do músculo sartório e nervo de rã. N é o nervo, M as fibras musculares esqueléticas, b e S são terminações que levam o potencial de ação do nervo até as fibras musculares. Adaptado: Desaki e Uehara [1981]	22
3.8	Representação do mecanismo de contração do sarcômero, Adaptado: [Guyton e John E. Hall, 2006]	23
3.9	Representação do comprimento dos sarcômero para a relação de Huxley. Adaptado: Gordon et al. [1966]	25
3.10	Relação força-comprimento de Huxley. Adaptado: Gordon et al. [1966]	25
3.11	Relação força-comprimento para Sóleo traseiro de três gatos. Adaptado: [Vaz et al., 2012]	26
3.12	Forças previstas pela teoriadas pontes cruzadas (t) e forças medidas (e) no soléo de gatos. Adaptado: Herzog et al. [1992]	26
3.13	Relação força comprimento de músculos. Adaptado: Koeppen e Stanton [2009]	27
3.14	Tipos de contrações musculares. Adaptado: [Volek et al., 2013]	28
3.15	Relação força-velocidade de Hill. Adaptado: Hill [1938]	29
3.16	Relação força velocidade angular. Adaptado: Reeves e Narici [2003]	30
3.17	Arquitetura muscular: A - músculo paralelo, B - músculo penado e C - músculo multipenados. Adaptado: Lieber e Fridèn [2000]	31

3.18	Variação da arquitetura muscular. Adaptado: [Reeves e Narici, 2003]	32
3.19	Exemplo de tetania. Adaptado: [Fung, 1990]	33
3.20	Depressão da força. Adaptado: Maréchal e Plaghki [1979]	35
3.21	Efeito da amplitude na perda da força. Adaptado: Maréchal e Plaghki [1979]	36
3.22	Efeito da velocidade na perda da força. Adaptado: Maréchal e Plaghki [1979]	37
3.23	Aumento de força devido ao alongamento. Adaptado: [Rassier et al., 2003] . . .	37
3.24	Influência da velocidade no aumento de tensão devido ao alongamento. Adap- tado: Abbott e Aubert [1952]	38
3.25	Ganho de força devido ao alongamento. Letra p é componente passivo de tensão, letra f é a tensão isométrica no comprimento final, o é a tensão isomé- trica do comprimento ótimo e s é a tensão da combinação de contrações do comprimento ótimo até o comprimento final. Adaptado: Rassier et al. [2003] .	39
3.26	Relação alongamento/encurtamento e encurtamento alongamento. Adaptado: Herzog e Leonard [2000]	40
3.27	Comportamento ativo/passivo, “t” é a força total gerada, “p” a força passiva e “a” a força ativa.	41
3.28	Representação do ganho e perda de força. Adaptado: Tilp et al. [2009]	41
4.1	Modelo de Hill. CE - elemento contráctil, SE - elemento elástico em série, PE - elemento elástico em paralelo.	44
4.2	Comportamento do modelo de Hill para diferentes casos. De cima para baixo: representação do modelo reológico, resposta de tensão no tempo, alongamento aplicado no tempo, função de ativação aplicada no tempo.	46
4.3	Contextualização dos modelos.	48
4.4	Representação da combinação de pulsos até ser atingida a tetania para dife- rentes períodos de estímulo	53
5.1	Relação força comprimento. Acima em linhas cheias o resultado da implemen- tação. Pontos são os resultados digitalizados do artigo [Ehret et al., 2011]. Abaixo: erro entre a implementação e os resultados para o modelo proposto por Böhl.	65

5.2	Evolução do alongamento da componente ativa - resultados da implementação e do artigo [Hernández-Gascón et al., 2013].	66
5.3	Evolução da tensão isométrica - resultados da implementação e do artigo [Hernández-Gascón et al., 2013].	66
5.4	Comparação dos resultados implementados com os resultados do artigo [Van Loocke et al., 2008]	67
5.5	Relação tensão ativa/passiva. Esquerda modelo proposto por Böl, Direita modelo proposto por Hernández	68
5.6	Relação tensão ativa/passiva. Esquerda modelo proposto por Lu, direita modelo proposto por Van Loocke	69
5.7	Normalização das tensões ativas para os modelos de Hernández, Böl e Lu	70
5.8	Detalhe das tensões passivas no comprimento.	71
5.9	Histórico de carregamentos para contração isométrica	72
5.10	Resultados para contrações isométricas. Esquerda modelo proposto por Böl, direita modelo proposto por Hernández	72
5.11	Resultados para contrações isométricas. Esquerda modelo proposto por Lu, direita modelo proposto por Van Loocke	72
5.12	Histórico de carregamentos com diferentes amplitudes de encurtamento	73
5.13	Resposta dos diferentes modelos para contrações isométricas-concêntricas-isométricas, com diferentes amplitudes de encurtamento	74
5.14	Histórico de carregamentos com diferentes velocidades de encurtamento.	75
5.15	Resposta dos diferentes modelos para contrações isométricas-concêntricas-isométricas, com diferentes velocidade de encurtamento	76
5.16	Histórico de carregamentos com diferentes amplitudes de alongamento	78
5.17	Resposta dos diferentes modelos para contrações isométricas-excêntricas-isométricas, com diferentes amplitudes de encurtamento	79
5.18	Histórico de carregamentos com diferentes velocidades de alongamento	80
5.19	Resposta dos diferentes modelos para contrações isométricas-excêntricas-isométricas, com diferentes velocidades de encurtamento	81
5.20	Alongamentos impostos, duas contrações isométricas (azul e verde) e uma combinação de contrações (vermelho).	82

5.21	Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Hernández. Ajustado para as curvas isométricas.	83
5.22	Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Hernández. Ajustado para as três curvas	84
5.23	Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lu. Ajustado para as três curvas simultaneamente.	85
5.24	Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Van Looke. Ajustado para as três curvas simultaneamente.	86
5.25	Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Böl. Ajustado para as curvas isométricas.	87
5.26	Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Böl. Ajustado para as três curvas	88
6.1	Ajuste de parâmetros baseado em [Calvo et al., 2010]. Comparação entre funções da matriz lineares e exponenciais.	93
6.2	Representação da tensão ativa desenvolvida com o efeito da fadiga proposto. .	97
6.3	Demonstração das diferentes funções de ativação. Acima: Histórico de alongamentos. No centro: Função de ativação do músculo e função de ativação do histórico de alongamentos. Abaixo: Período de ativação do músculo.	99
6.4	Combinação das tensões isocóricas	100
6.5	Resumo do modelo	101
7.1	Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para as três curvas simultaneamente (acima), histórico de carregamentos (abaixo).	107
7.2	Comparação do erro absoluto (soma do quadrado das diferenças) do ajuste de parâmetros entre os seis modelos, para as três curvas apresentadas em [Rassier et al., 2003].	108
7.3	Histórico de carregamentos para múltiplos níveis de alongamento. Ref.: [Rassier et al., 2003].	109

7.4	Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto. Ajustado para as três curvas isométricas e quatro isométrica-concêntrica-excêntrica. Reposta do modelo em linhas cheias, resultado do experimento em linhas tracejadas.	110
7.5	Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto. Ajustado para as três curvas isométricas e quatro isométrica-concêntrica-excêntrica. Reposta do modelo em linhas cheias, resultado do experimento em linhas tracejadas.	111
7.6	Histórico de carregamentos para diferentes velocidades. Ref.: [Abbott e Aubert, 1952].	112
7.7	Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto. Ajustado para uma curva isométrica e três isométrica-concêntrica-excêntrica. Reposta do modelo em linhas cheias, resultado do experimento em linhas tracejadas. .	113
7.8	Histórico de alongamentos conforme [Herzog et al., 2000]. Encurtamentos de 0,04 mm/mm, 0,1 mm/mm, 0,105 mm/mm 0,22 mm/mm e 0,26mm/mm. Velocidade de encurtamento $0,1111 s^{-1}$	114
7.9	Histórico de alongamentos conforme [Herzog et al., 2000]. Encurtamentos de 0,22 mm/mm, nas velocidades de $0,1111 s^{-1}$, $0,2222 s^{-1}$, $0,4444 s^{-1}$, $0,8889 s^{-1}$ e $7,1111 s^{-1}$	115
7.10	Resultado para ajuste da curva isométrica apresentada em [Herzog et al., 2000].	116
7.11	Resultado para ajuste simultâneo das combinações de contrações isométrica-concêntrica-isométrica para múltiplos alongamentos.	117
7.12	Resultado para ajuste simultâneo das combinações de contrações isométrica-concêntrica-isométrica para múltiplas velocidades.	118
7.13	Resultado para ajuste simultâneo das combinações de contrações isométrica-concêntrica-isométrica para múltiplos alongamentos e múltiplas velocidades. Acima são apresentadas as curvas para múltiplos alongamentos.	119
7.14	Resultado para ajuste simultâneo das combinações de contrações isométrica-concêntrica-isométrica para múltiplos alongamentos e múltiplas velocidades. Acima são apresentadas as curvas para múltiplas velocidades.	119

7.15	Malha utilizada na verificação do programa de elementos finitos, dimensões em centímetros. Utilizando simplificações de tração pura com 1/8 de simetria. Em verde o elemento, em linhas pretas grossas a direção das fibras.	121
7.16	Histórico de alongamentos aplicados no modelo para validação da implementação.	122
7.17	Tensões desenvolvidas na combinação de contrações. Da esquerda para direita as tensões nos tempos de 0.5s, 1.1s, 1.5s, 1.6s e 2s.	122
7.18	Comparação entre os resultados de tensões uniaxiais isocóricas para implementações 1D e 3D de uma combinação de contrações.	123
7.19	Deslocamentos transversais para combinação de contrações. Em azul configuração indeformada, em vermelho configuração deformada.	123
7.20	Malha utilizada no programa de elementos finitos, dimensões em centímetros. Utilizando simplificações de tração pura com 1/8 de simetria. Em verde, os elementos, em linhas pretas grossas, a direção das fibras.	124
7.21	Histórico de deslocamentos para combinação de contrações simuladas no MEF.	125
7.22	Tensões calculadas para a combinação de contrações. Tempos de análise da esquerda para a direita, de cima para baixo: 0.1 s, 0.7 s, 1 s, 1.9 s, 2.9 s, 4 s. Fator de escala para os deslocamentos 1.	125
7.23	Tensões calculadas para o caso isométrico. Tempos de análise da esquerda para a direita, de cima para baixo: 0.1 s, 0.7 s, 1 s, 1.9 s, 2.9 s, 4 s. Fator de escala para os deslocamentos 1000.	126
7.24	Forças de reação obtidas para o caso isométrico e a combinação de contrações através do método de elementos finitos. Em vermelho, os tempos nos quais as tensões foram avaliadas.	127
A.1	Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para as três curvas isométricas e quatro isométrica-concêntrica-isométrica.	138
A.2	Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para as três curvas isométricas e quatro isométrica-excêntrica-isométrica.	139

A.3	Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para as três curvas isométricas e quatro isométrica-excêntrica-isométrica.	139
A.4	Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para as três curvas isométricas e quatro isométrica-excêntrica-isométrica.	140
A.5	Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para as três curvas isométricas e quatro isométrica-excêntrica-isométrica.	140
A.6	Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para as três curvas isométricas e quatro isométrica-excêntrica-isométrica.	141
A.7	Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para as três curvas isométricas e quatro isométrica-excêntrica-isométrica.	141
B.1	Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para a uma curva isométrica e três isométrica-concêntrica-isométrica.	142
B.2	Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para a uma curva isométrica e três isométrica-excêntrica-isométrica.	143
B.3	Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para a uma curva isométrica e três isométrica-excêntrica-isométrica.	143
B.4	Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para a uma curva isométrica e três isométrica-excêntrica-isométrica.	144
C.1	Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para a uma curva isométrica e cinco isométrica-concêntrica-isométrica para uma mesma velocidade.	145

C.2	Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para a uma curva isométrica e cinco isométrica-concêntrica-isométrica para uma mesma velocidade.	146
C.3	Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para a uma curva isométrica e cinco isométrica-concêntrica-isométrica para uma mesma velocidade.	146
C.4	Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para a uma curva isométrica e cinco isométrica-concêntrica-isométrica para uma mesma velocidade.	147
C.5	Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para a uma curva isométrica e cinco isométrica-concêntrica-isométrica para uma mesma velocidade.	147
D.1	Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para a uma curva isométrica e cinco isométrica-concêntrica-isométrica para diferentes velocidades.	148
D.2	Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para a uma curva isométrica e cinco isométrica-concêntrica-isométrica para diferentes velocidades.	149
D.3	Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para a uma curva isométrica e cinco isométrica-concêntrica-isométrica para diferentes velocidades.	150
D.4	Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para a uma curva isométrica e cinco isométrica-concêntrica-isométrica para diferentes velocidades.	150
D.5	Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para a uma curva isométrica e cinco isométrica-concêntrica-isométrica para diferentes velocidades.	151
E.1	Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para a uma curva isométrica, cinco isométrica-concêntrica-isométrica para uma mesma velocidade e cinco isométrica-concêntrica-isométrica para diferentes velocidades.	152

E.2	Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para a uma curva isométrica, cinco isométrica-concêntrica-isométrica para uma mesma velocidade e cinco isométrica-concêntrica-isométrica para diferentes velocidades.	153
E.3	Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para a uma curva isométrica, cinco isométrica-concêntrica-isométrica para uma mesma velocidade e cinco isométrica-concêntrica-isométrica para diferentes velocidades.	153
E.4	Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para a uma curva isométrica, cinco isométrica-concêntrica-isométrica para uma mesma velocidade e cinco isométrica-concêntrica-isométrica para diferentes velocidades.	154
E.5	Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para a uma curva isométrica, cinco isométrica-concêntrica-isométrica para uma mesma velocidade e cinco isométrica-concêntrica-isométrica para diferentes velocidades.	154
E.6	Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para a uma curva isométrica, cinco isométrica-concêntrica-isométrica para uma mesma velocidade e cinco isométrica-concêntrica-isométrica para diferentes velocidades.	155
E.7	Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para a uma curva isométrica, cinco isométrica-concêntrica-isométrica para uma mesma velocidade e cinco isométrica-concêntrica-isométrica para diferentes velocidades.	155
E.8	Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para a uma curva isométrica, cinco isométrica-concêntrica-isométrica para uma mesma velocidade e cinco isométrica-concêntrica-isométrica para diferentes velocidades.	156

E.9	Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para a uma curva isométrica, cinco isométrica-concêntrica-isométrica para uma mesma velocidade e cinco isométrica-concêntrica-isométrica para diferentes velocidades.	156
E.10	Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para a uma curva isométrica, cinco isométrica-concêntrica-isométrica para uma mesma velocidade e cinco isométrica-concêntrica-isométrica para diferentes velocidades.	157

LISTA DE TABELAS

5.1	Ajuste de parâmetros proposta Hernández - ajuste isométrico	83
5.2	Ajuste de parâmetros proposta Hernández - ajuste três curvas simultâneas . . .	84
5.3	Ajuste de parâmetros proposta Lu - ajuste três curvas simultâneas	85
5.4	Ajuste de parâmetros proposta Van Loocke - ajuste três curvas simultâneas . .	86
5.5	Ajuste de parâmetros proposta Böl - ajuste isométrico	88
5.6	Ajuste de parâmetros proposta Böl - ajuste três curvas simultâneas	89
6.1	Ajuste de parâmetros para dados passivos	92
7.1	Ajuste de parâmetros para o modelo proposto - um alongamento	106
7.2	Ajuste de parâmetros para o modelo proposto - múltiplos alongamentos	109
7.3	Ajuste de parâmetros do modelo proposto - múltiplas velocidades de alongamento	112
7.4	Ajuste de parâmetros modelo proposto - curva isométrica	115
7.5	Ajuste de parâmetros do modelo proposto - múltiplos alongamentos	116
7.6	Ajuste de parâmetros do modelo proposto - múltiplas velocidades	117
7.7	Ajuste de parâmetros do modelo proposto - múltiplos encurtamentos e múltiplas velocidades	118

1. INTRODUÇÃO

A sobrevivência do ser humano está intimamente ligada ao seu movimento. Isto ocorre tanto a nível de locomoção, nossa capacidade de deslocamento, como em níveis mais sutis, como a inflação dos pulmões, o bater do coração, e o mover dos olhos para ler este texto [Guyton e John E. Hall, 2006]. Tudo o que diz respeito a ação do ser humano passa pela nossa unidade de contração, capaz de gerar força e movimento: o sistema muscular. Dentre deste sistema se destacam os músculos esqueléticos estriados, capazes de gerar os maiores níveis de força (dentre os tecidos musculares) de forma voluntária [Mescher, 2013].

A contração muscular desempenha um papel central em estudos de movimentação e desempenho, atuando na interação entre músculos, tendões e juntas. Em grupos musculares complexos como o da coxa, o movimento é gerado por mais de 14 músculos [Guyton e John E. Hall, 2006]. Estes músculos possuem inserções no quadril e no joelho, regiões onde comumente se fazem intervenções cirúrgicas para reparação de traumas utilizando próteses [Mescher, 2013]. O sucesso destes procedimentos está intimamente ligado à ancoragem das próteses, que por sua vez dependem, entre outros, dos esforços mecânicos aplicados ao osso [Jacobs, 1997]. A caracterização adequada do tecido muscular pode permitir que os carregamentos aplicados nos ossos advindos do músculo sejam melhor representados através de simulações numéricas, auxiliando, assim, no projeto de próteses.

Em grupos musculares complexos existe interação entre diferentes músculos e diferentes tecidos moles [Ehret et al., 2011]. Devido às diferentes geometrias e direções de atuação dos músculos [Guyton e John E. Hall, 2006] existe intensa interação entre elas, afetando o desempenho. Ainda, os tecidos musculares tem seu desempenho afetado pela intensidade e tipo de exercícios diários [Herzog, 2009]. A avaliação da evolução do tecido muscular pode ser associada a melhoria do desempenho, auxiliando em tratamentos de reabilitação, ou treinamentos específicos.

Para atingir estes possíveis avanços, é necessário em uma etapa anterior obter modelos constitutivos capazes de reproduzir a complexa resposta mecânica do tecido muscular esquelético. O tecido muscular usualmente é analisado através de contribuições passivas, característica intrínseca do tecido, e de contribuições ativas, dependentes da ativação da rede neural através de um estímulo [Guyton e John E. Hall, 2006].

Existem vários autores que se dedicaram a estudar a representação do comportamento mecânico de músculos. Estes têm buscado combinar diferentes tipos de respostas mecânicas para representar apenas alguns das possíveis contrações de um músculo. Os tipos de contração são caracterizados pelo comprimento do músculo, enquanto ativado. Quando o músculo mantém o comprimento constante durante a sua ativação, se caracteriza contração isométrica. Quando o comprimento do músculo diminui enquanto ativado, o músculo sofre uma contração concêntrica. Já quando o comprimento do músculo aumenta, enquanto está ativado, o músculo sofre uma contração excêntrica. A combinação destes três tipos de contrações permite que sejam obtidas as sequências de movimentos necessárias para realizar qualquer atividade.

Não se encontra na literatura um único modelo constitutivo capaz de representar apropriadamente os mais simples movimentos de um músculo esquelético, resultantes das sequências de contrações isométrica-excêntrica-isométrica e isométrica-concêntrica-isométrica. Esta deficiência representativa indica a necessidade de mais estudos focados no desenvolvimento de modelos constitutivos para tecidos musculares.

OBJETIVO

O objetivo principal deste trabalho é estudar, analisar e desenvolver modelos constitutivos para representar músculos esqueléticos submetidos a diferentes contrações em grandes deformações.

Para isto, pretende-se:

- Compreender os mecanismos fisiológicos da contração muscular,
- Estudar modelos constitutivos para grandes deformações disponíveis na literatura,
- Verificar a capacidade de representar comportamentos observados experimentalmente através de sua implementação numérica.
- Realizar testes numéricos simulando contrações isométricas e combinação de contrações isométrica-excêntrica-isométrica e isométrica-concêntrica-isométrica.
- Propor um modelo fenomenológico combinando características dos modelos estudados.

2. REVISÃO DE MECÂNICA DOS SÓLIDOS

Dentro do escopo deste trabalho, é utilizada uma formulação para grandes deformações capaz de representar numericamente o comportamento mecânico do tecido muscular. De forma a tornar o texto autocontido, são apresentados os conceitos básicos da mecânica do contínuo e viscoelasticidade. A apresentação dos conceitos de mecânica dos sólidos inicia pela definição das medidas de deformação, medidas de tensão, para finalmente apresentarmos as relações constitutivas adequadas para grandes deformações. Para a maiores detalhes, pode-se recorrer a textos clássicos [Holzapfel, 2000], [Popov, 1978] e [Simo e Hughes, 2000].

2.1 Medidas de Deformação e Tensão

Um corpo ocupando o espaço Ω no instante de tempo t , pode ser descrito pela posição de suas partículas em um espaço Euclidiano tridimensional no tempo t , [Holzapfel, 2000]. Se definirmos uma configuração de referência Ω_0 no instante $t = 0$, o movimento do corpo pode ser descrito por:

$$\mathbf{r} = \chi(\mathbf{R}, t) \quad (2.1)$$

onde \mathbf{r} são as coordenadas da partícula no tempo t , \mathbf{R} são as coordenadas da partícula no tempo de referência, e χ é a função que mapeia o movimento.

O deslocamento de uma partícula \mathbf{U} pode ser medido através de:

$$\mathbf{U}(\mathbf{R}, t) = \mathbf{r}(\mathbf{R}, t) - \mathbf{R} \quad (2.2)$$

A equação 2.2 fornece a descrição do movimento baseado na sua configuração original, e é definida como uma descrição Lagrangiana.

A deformação de um corpo é definido como alterações do seu tamanho, volume, ou distorções de sua geometria [Popov, 1978]. Para este tipo de medição, um ponto não é suficiente. Definindo-se um vetor infinitesimal partindo do ponto r , ambos no domínio Ω , pode-se mapear a alteração do comprimento do vetor, i.e. sua deformação, através da relação [Holzapfel, 2000]:

$$d\mathbf{x} = \mathbf{F}d\mathbf{X} \quad (2.3)$$

onde $d\mathbf{x}$ é o vetor infinitesimal na configuração atual, $d\mathbf{X}$ é o vetor infinitesimal na configuração de referência, e \mathbf{F} é o gradiente de deformação.

Em seu formato infinitesimal, o gradiente de deformação é descrito como [Popov, 1978]:

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}, t) = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} = \text{Grad}(\mathbf{X}, t) \quad (2.4)$$

O gradiente de deformação contabiliza tanto alterações no volume, quanto alterações distorcionais de um corpo. Para contabilizar deformações volumétricas, pode-se usar o Jacobiano. Desta maneira:

$$\det(\mathbf{F}) = J = 1 \quad (2.5)$$

Apesar do gradiente de deformação ser uma medida de deformação, apresenta as desvantagens de não ser simétrico nem ser nulo em movimentos de corpo rígido. Para solucionar a assimetria do gradiente de deformação, duas novas medidas de deformação são úteis:

$$\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F} \quad (2.6)$$

$$\mathbf{b} = \mathbf{F} \mathbf{F}^T \quad (2.7)$$

Onde \mathbf{C} é o tensor de deformação Cauchy-Green a direita, e \mathbf{b} é o tensor de Cauchy-Green à esquerda.

As medidas de deformação apresentadas possuem a vantagem de serem simétricas. Entretanto, quando um corpo sofre apenas uma translação, estas medidas de deformação não são nulas. Assim, mais duas novas medidas de deformação são úteis [Holzapfel, 2000]:

$$\mathbf{E} = (\mathbf{C} - \mathbf{I}) \quad (2.8)$$

$$\mathbf{e} = (\mathbf{I} - \mathbf{b}^{-1}) \quad (2.9)$$

Onde \mathbf{E} é o tensor de deformação Green-Lagrange, e \mathbf{e} é o tensor de deformação Euler-Almansi.

O gradiente de deformações total pode ser decomposto multiplicativamente em contribuições volumétricos \mathbf{F}_{vol} e outras isocóricas $\bar{\mathbf{F}}$. Considerando que $\det \bar{\mathbf{F}} = 1$:

$$\mathbf{F} = \bar{\mathbf{F}} \mathbf{F}_{vol} \quad (2.10)$$

e

$$\mathbf{F}_{vol} = J^{1/3} \mathbf{I} \quad (2.11)$$

$$\bar{\mathbf{F}} = J^{-1/3} \mathbf{F} \quad (2.12)$$

Da mesma forma que o gradiente de deformação teve suas contribuições volumétricas e isocóricas definidas, os tensores isocóricos de Cauchy-Green à direita e à esquerda podem ser reescritos, respectivamente, como:

$$\bar{\mathbf{C}} = \bar{\mathbf{F}}^T \bar{\mathbf{F}} = J^{-2/3} \mathbf{C} \quad (2.13)$$

$$\bar{\mathbf{b}} = \overline{\mathbf{F} \mathbf{F}^T} = J^{-2/3} \mathbf{b} \quad (2.14)$$

A tensão, por sua vez, é uma medida dos esforços internos de um ponto de um corpo. Do teorema de Cauchy, temos que:

$$\mathbf{f} = \sigma \mathbf{n} \quad (2.15)$$

onde \mathbf{f} é o vetor das forças resultantes de um ponto do domínio Ω em um instante de tempo, quando este ponto é cortado por um plano perpendicular ao vetor \mathbf{n} , e σ é a tensão de Cauchy.

Outro tensor de tensões conveniente é o tensor de Kirchhof τ :

$$\tau = J\sigma \quad (2.16)$$

Tanto a tensão de Kirchhof quanto a tensão Cauchy são baseadas nas áreas do corpo na configuração deformada. Outra forma de descrever as tensões é referenciar os esforços internos desenvolvidas no instante de tempo atual, em relação à configuração indeformada. Assim, define-se:

$$\mathbf{P} = J\sigma\mathbf{F}^{-T} \quad (2.17)$$

onde \mathbf{P} é o primeiro tensor de tensão de Piola-Kirchhof.

Este tensor apresenta novamente a desvantagem de não ser simétrico. Para uma medida simétrica, define-se o segundo tensor tensão de Piola-Kirchhof:

$$\mathbf{S} = \mathbf{F}^{-1}\mathbf{P} = J\mathbf{F}^{-1}\sigma\mathbf{F}^{-T} \quad (2.18)$$

2.2 Formulação Hiperelástica

As medidas de tensão e deformação em um ponto de um corpo podem ser correlacionadas através de uma lei constitutiva. Uma forma não-linear de caracterizar o comportamento de um material em grandes deformações é através da hiperelasticidade [Holzapfel, 2000].

A hiperelasticidade postula a existência de um potencial de energia livre, definido por unidade de volume. A energia de deformação deste potencial de energia livre é dependente da medida de deformação, tal que:

$$\Psi = \Psi(\mathbf{F}) = \Psi(\mathbf{C}) = \Psi(\mathbf{b}) \quad (2.19)$$

onde as tensões podem ser escritas como:

$$\mathbf{P} = \frac{\partial \Psi(\mathbf{F})}{\partial \mathbf{F}} \quad (2.20)$$

$$\mathbf{P} = 2\mathbf{F} \frac{\partial \Psi(\mathbf{C})}{\partial \mathbf{C}} \quad (2.21)$$

$$\mathbf{S} = 2 \frac{\partial \Psi(\mathbf{C})}{\partial \mathbf{C}} \quad (2.22)$$

$$\sigma = J^{-1} \mathbf{F} \frac{\partial \Psi(\mathbf{F})}{\partial \mathbf{F}}^T \quad (2.23)$$

A obtenção das relações acima não são arbitrárias. Elas fazem parte de uma dedução mais ampla, advindo da inequação de Clausius-Duhem, e considerando medidas objetivas de tensão e deformação. Entretanto, estes tópicos vão além do escopo deste trabalho.

Também devem ser observadas as restrições impostas sobre o potencial de energia livre. Para garantir a validade das equações acima, são necessárias algumas condições [Holzapfel, 2000]:

$$\Psi = \Psi(\mathbf{I}) = 0 \quad (2.24)$$

$$\Psi = \Psi(\mathbf{F}) \geq 0 \text{ se } \mathbf{F} \neq I \quad (2.25)$$

Além destas restrições, é necessário garantir que a energia necessária para o corpo se expandir até o infinito, ou ser comprimido a um único ponto também deve ser infinita. Assim, escreve-se:

$$\begin{cases} \Psi(\mathbf{F}) \rightarrow +\infty & \text{quando } \det \mathbf{F} \rightarrow +\infty \\ \Psi(\mathbf{F}) \rightarrow +\infty & \text{quando } \det \mathbf{F} \rightarrow 0^+ \end{cases} \quad (2.26)$$

2.2.1 Materiais Hiperelásticos Isotrópicos

Materiais isotrópicos são materiais que tem a mesma resposta em todas as direções e são independentes da rotação do gradiente de deformação [Holzapfel, 2000]. Ao invés de escrever o potencial de energia livre baseado no tensor de deformação Cauchy-Green à direita, o mesmo pode ser escrito em função dos invariantes do mesmo. Assim:

$$\Psi(\mathbf{C}) = \Psi(I_1(\mathbf{C}), I_2(\mathbf{C}), I_3(\mathbf{C})) \quad (2.27)$$

onde os invariantes são definidos como:

$$I_1 = tr(\mathbf{C}) \quad (2.28)$$

$$I_2 = \frac{1}{2} [tr(\mathbf{C})^2 - tr(\mathbf{C}^2)] \quad (2.29)$$

$$I_3 = det(\mathbf{C}) \quad (2.30)$$

onde tr é o traço de um tensor.

Com esta modificação, a tensão do segundo tensor de Piola Kirchhof (2.22) pode ser reescrito como:

$$\mathbf{S} = 2 \frac{\partial \Psi(I_1, I_2, I_3)}{\partial \mathbf{C}} = 2 \frac{\partial \Psi}{\partial I_1} \frac{\partial I_1}{\partial \mathbf{C}} + 2 \frac{\partial \Psi}{\partial I_2} \frac{\partial I_2}{\partial \mathbf{C}} + 2 \frac{\partial \Psi}{\partial I_3} \frac{\partial I_3}{\partial \mathbf{C}} \quad (2.31)$$

Os termos das derivas parciais do potencial de energia livre pelos invariantes são específicos para cada modelo. Entretanto, as derivadas parciais dos invariantes pelo tensor de deformações são sempre as mesmas. Assim:

$$\frac{\partial I_1}{\partial \mathbf{C}} = \mathbf{I} \quad (2.32)$$

$$\frac{\partial I_2}{\partial \mathbf{C}} = I_1 \mathbf{I} - \mathbf{C} \quad (2.33)$$

$$\frac{\partial I_2}{\partial \mathbf{C}} = I_3 \mathbf{C}^{-1} \quad (2.34)$$

onde \mathbf{I} é a matriz identidade.

Reagrupando os termos, encontramos a forma final do tensor tensão do segundo piola Kirchhof para um material hiperelástico isotrópico:

$$\mathbf{S} = 2 \left(\frac{\partial \Psi}{\partial I_1} + I_1 \frac{\partial \Psi}{\partial I_2} \right) \mathbf{I} - 2 \frac{\partial \Psi}{\partial I_2} \mathbf{C} + I_3 \mathbf{C}^{-1} \frac{\partial \Psi}{\partial I_3} \quad (2.35)$$

2.2.2 Materiais Hiperelásticos Compressíveis

Como alguns materiais apresentam características diferentes sob tensões cisalhantes e volumétricas, é vantajoso separar estas contribuições, [Holzapfel, 2000]. Desta maneira utiliza-se um potencial de energia livre da forma:

$$\Psi(\mathbf{C}) = \Psi_{vol}(J) + \Psi_{iso}(\bar{\mathbf{C}}) \quad (2.36)$$

Neste tipo de representação, as tensões também são divididas em volumétricas e isocóricas. Assim:

$$\mathbf{S} = 2 \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{C}} = \mathbf{S}_{vol} + \mathbf{S}_{iso} \quad (2.37)$$

As componentes volumétricas são definidas como:

$$\mathbf{S}_{vol} = 2 \frac{\partial \Psi_{vol}(J)}{\partial \mathbf{C}} = Jp \mathbf{C}^{-1} \quad (2.38)$$

onde a pressão hidrostática p é definida por:

$$p = \frac{\partial \Psi_{vol}(J)}{\partial J} \quad (2.39)$$

As componentes isocóricas são definidas como:

$$\mathbf{S}_{iso} = 2 \frac{\partial \Psi_{iso}(\mathbf{C})}{\partial \mathbf{C}} = J^{-2/3} Dev \bar{\mathbf{S}} \quad (2.40)$$

onde

$$Dev(\bullet) = (\bullet) - 1/3 [(\bullet) : \mathbf{C}] \mathbf{C}^{-1} \quad (2.41)$$

$$\bar{\mathbf{S}} = 2 \frac{\partial \Psi(\bar{\mathbf{C}})}{\partial \bar{\mathbf{C}}} \quad (2.42)$$

2.2.3 Materiais Hipereelásticos Anisotrópicos

Para representar o comportamento de alguns materiais, é conveniente imaginar que o mesmo é composto por fibras longas igualmente distribuídas no material, que atuam aumentando a rigidez em uma direção preferencial. Nesta interpretação, é considerado que o potencial de energia livre depende do gradiente de deformação e da direção das fibras [Holzapfel, 2000]. Assim, considerando um material com as contribuições volumétricas e isocóricas explícitas, tem-se:

$$\Psi = \Psi(J, \bar{\mathbf{C}}, \mathbf{n}_0) = \Psi_{matriz}(J, \bar{I}_1(\bar{\mathbf{C}}), \bar{I}_2(\bar{\mathbf{C}})) + \Psi_{fibra}(\bar{I}_4(\bar{\mathbf{C}}, \mathbf{n}_0), \bar{I}_5(\bar{\mathbf{C}}, \mathbf{n}_0)) \quad (2.43)$$

onde \mathbf{n}_0 é a direção da fibra na configuração indeformada, \bar{I}_4 e \bar{I}_5 são pseudo-invariantes [Holzapfel, 2000].

Aqui se considera que as fibras contribuem apenas com a parcela isocórica da tensão, assim:

$$\bar{\mathbf{S}} = 2 \frac{\partial \Psi(\bar{I}_1(\bar{\mathbf{C}}), \bar{I}_2(\bar{\mathbf{C}}), \bar{I}_4(\bar{\mathbf{C}}, \mathbf{n}_0), \bar{I}_5(\bar{\mathbf{C}}, \mathbf{n}_0))}{\partial \bar{\mathbf{C}}} \quad (2.44)$$

onde

$$\bar{I}_4(\bar{\mathbf{C}}, \mathbf{n}_0) = \mathbf{n}_0 \cdot \bar{\mathbf{C}} \mathbf{n}_0 \quad (2.45)$$

$$\bar{I}_5(\bar{\mathbf{C}}, \mathbf{n}_0) = \mathbf{n}_0 \cdot \bar{\mathbf{C}}^2 \mathbf{n}_0 \quad (2.46)$$

Aplicando a regra da cadeia na equação 2.44, obtém-se

$$\bar{\mathbf{S}} = 2 \sum_{a=1, a \neq 3}^5 \frac{\partial \Psi_{iso}}{\partial \bar{I}_a} \frac{\partial \bar{I}_a}{\partial \bar{\mathbf{C}}} \quad (2.47)$$

Avaliando as derivadas parciais do quarto e quinto pseudo-invariantes:

$$\frac{\partial \bar{I}_4}{\partial \bar{\mathbf{C}}} = \mathbf{n}_0 \otimes \mathbf{n}_0 \quad (2.48)$$

$$\frac{\partial \bar{I}_5}{\partial \bar{\mathbf{C}}} = \mathbf{n}_0 \otimes \mathbf{C} \mathbf{n}_0 + \mathbf{n}_0 \mathbf{C} \otimes \mathbf{n}_0 \quad (2.49)$$

Então, a componente $\bar{\mathbf{S}}$ pode ser determinada:

$$\bar{\mathbf{S}} = 2 \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \bar{I}_1} + \bar{I}_1 \frac{\partial \Psi}{\partial \bar{I}_2} \right) \mathbf{I} - 2 \frac{\partial \Psi}{\partial \bar{I}_2} \bar{\mathbf{C}} + 2 \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \bar{I}_4} \right) \mathbf{n}_0 \otimes \mathbf{n}_0 + 2 \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \bar{I}_5} \right) (\mathbf{n}_0 \otimes \bar{\mathbf{C}} \mathbf{n}_0 + \mathbf{n}_0 \bar{\mathbf{C}} \otimes \mathbf{n}_0) \quad (2.50)$$

A componente volumétrica continua a ser descrita pela Equação 2.38.

2.3 Pseudo-Hiperelasticidade

O comportamento mecânico de alguns materiais são inelásticos [Holzapfel, 2000]. As relações constitutivas apresentadas até agora desconsideram processos dissipativos. Uma forma de representar estes comportamentos é assumir que internamente existam variáveis que se desenvolvem e que não podem ser diretamente mensuradas. A fundamentação teórica destas variáveis, bem como seu equilíbrio termodinâmico, não fazem parte do escopo deste trabalho. Maiores informações podem ser obtidas em [Holzapfel, 2000].

Neste trabalho assume-se que exista um potencial de energia livre que depende da evolução de suas variáveis internas. Este pode ser escrito como [Holzapfel, 2000]:

$$\Psi(\mathbf{C}, \Gamma_1, \dots, \Gamma_m) = \Psi_{vol}^\infty(J) + \Psi_{iso}^\infty(\bar{\mathbf{C}}) + \sum_{\alpha}^m \mathcal{I}(\bar{\mathbf{C}}, \Gamma_\alpha) \quad (2.51)$$

onde Ψ_{vol}^∞ é a contribuição volumétrica, Ψ_{iso}^∞ a contribuição isocórica elástica, \mathcal{I} as contribuições dissipativas e m é o número de contribuições dissipativas.

Com o potencial de energia livre escrito, as tensões podem ser obtidas:

$$\mathbf{S} = 2 \frac{\partial \Psi (\mathbf{C}, \Gamma_1, \dots, \Gamma_m)}{\partial \mathbf{C}} = \mathbf{S}_{vol}^\infty + \mathbf{S}_{iso}^\infty + \sum_{\alpha=1}^m \mathbf{Q}_\alpha \quad (2.52)$$

onde \mathbf{S}_{vol}^∞ é encontrado usando a equação 2.38, e \mathbf{S}_{iso}^∞ é encontrado utilizando a equação 2.42.

A contribuição dos mecanismos dissipativos é avaliada utilizando [Holzapfel, 2000]

$$\mathbf{Q}_\alpha = J^{-2/3} Dev \bar{\mathbf{Q}}_\alpha \quad (2.53)$$

$$\bar{\mathbf{Q}}_\alpha = 2 \frac{\partial \Gamma (\bar{\mathbf{C}}, \alpha)}{\partial \bar{\mathbf{C}}} \quad \alpha = 1, \dots, m \quad (2.54)$$

A caracterização da dissipação depende das variáveis internas utilizadas e de como estas evoluem [Holzapfel, 2000]. Este tipo de estrutura matemática é usada para representar diferentes tipos de fenômenos internos dissipativos em grandes deformações, como por exemplo viscoelasticidade, dano mecânico elasto-plasticidade, entre outros.

3. MECÂNICA MUSCULAR

O objetivo deste capítulo é apresentar o comportamento muscular esquelético, bem como apresentar as principais respostas de forças produzidas pelo músculo. Aqui será apresentada a organização interna do tecido muscular esquelético, os mecanismos da contração muscular a nível celular, bem como o comportamento macroscópico.

3.1 Introdução aos Sistemas Orgânicos e o Sistema Muscular

Os sistemas orgânicos, encontrados nos seres humanos, podem ser divididos em: sistema muscular, sistema esquelético, sistema nervoso, sistema circulatório, sistema respiratório, sistema digestório, sistema metabólico, sistema excretor, sistema reprodutor. Esta dissertação não tem por objetivo estudar detalhadamente todos os sistemas do corpo humano, e dará enfoque ao sistema muscular, ao sistema esquelético e ao sistema nervoso.

Sistema muscular e esquelético: A combinação destes sistemas permite que o corpo humano tenha equilíbrio, força e a capacidade de locomover-se. Correr, caminhar e nadar são algumas ações que necessitam da contração rápida e ordenada dos músculos, sempre apoiados ao sistema esquelético para transmitir as forças geradas [Alberts et al., 2010]. O bom desempenho destas funções depende diretamente do sistema de controle, neste caso, o sistema nervoso. Os principais componentes dos sistemas muscular e esquelético são: os tecidos musculares, o tecido esquelético e os ligamentos. O tecido esquelético provê estrutura para o corpo. O tecido muscular fornece força, e os ligamentos auxiliam a direcionar a aplicação da força e restringir os movimentos [Guyton e John E. Hall, 2006].

Sistema nervoso: O sistema nervoso se estende por todo o corpo. É formado pelo cérebro, medula e espinhal e nervos periféricos. Uma das funções do sistema nervoso é controlar as atividades corporais, inclusive a atividade muscular. Para que este controle seja exercido de forma eficiente, o cérebro é constantemente informado sobre o estado do corpo [Guyton e John E. Hall, 2006]. Desta maneira, o sistema nervoso é dividido em dois: na captação e no envio de sinais. O componente sensorial analisa e registra aquilo que acontece no entorno e no interior do corpo. Especificamente no caso do tecido muscular, existem dois sensores que alimentam o sistema nervoso. Um destes é o Fuso Muscular, que tem a função de transmitir informações da alteração do comprimento do músculo. Outro

é o Corpúsculos Tendinídios de Golgi, que tem a função de transmitir alterações na tensão aplicado pelos músculos nos tendões [Mescher, 2013]. A outra função do sistema nervoso é controlar diretamente o tecido muscular e as secreções glandulares.

De forma resumida, podemos resumir as características do sistema muscular (geração de força, posicionamento de articulações) com o sistema esquelético (estrutura e transmissão de força) através da arquitetura muscular. Já a combinação do sistema muscular com o sistema nervoso leva à velocidade de contração e à potência do movimento. Através das diferentes combinações destas características, pode-se obter a maximização da função do músculo. É importante ressaltar que a função do músculo depende das atividades diárias do indivíduo, de forma que não são inalteráveis. Tanto a arquitetura muscular quanto a velocidade e potência de contração serão tratadas nas seções seguintes.

3.2 Sistema Muscular

A caracterização e compreensão dos mecanismos que atuam no sistema muscular é uma atividade ainda em andamento [Guyton e John E. Hall, 2006; Mescher, 2013]. Até o momento, sabe-se que através do estímulo elétrico grandes quantidades de cálcio são liberadas nas fibras musculares. Esta alteração na concentração de cálcio desencadeia mecanismos que culminam com o deslizamento e sobreposição dos filamentos internos das fibras musculares, gerando a contração muscular.

O conhecimento das características fisiológicas, químicas e mecânicas do tecido muscular, são frutos de estudos e observações, iniciado no nível macroscópico e se estendendo até o nível microscópico. Conforme o desenvolvimento tecnológico foi aperfeiçoado, a nossa percepção do músculo foi aprimorada. Em [Herzog e Leonard, 2013] é apresentado um resumo de como a compreensão do músculo foi modificada no último século.

Primeiramente, o tecido muscular pode ser dividido em três grupos [Mescher, 2013]:

- Músculo estriado esquelético: contração forte, rápida descontínua e voluntária.

Exemplo: bíceps.

- Músculo estriado cardíaco: contração forte, rápida, contínua e involuntária. Exemplo: coração.

- Músculo liso: contração fraca, lenta e involuntária. Exemplo: estômago.

Quase 50% (em peso) do corpo humano são creditados aos tecidos musculares. Desta

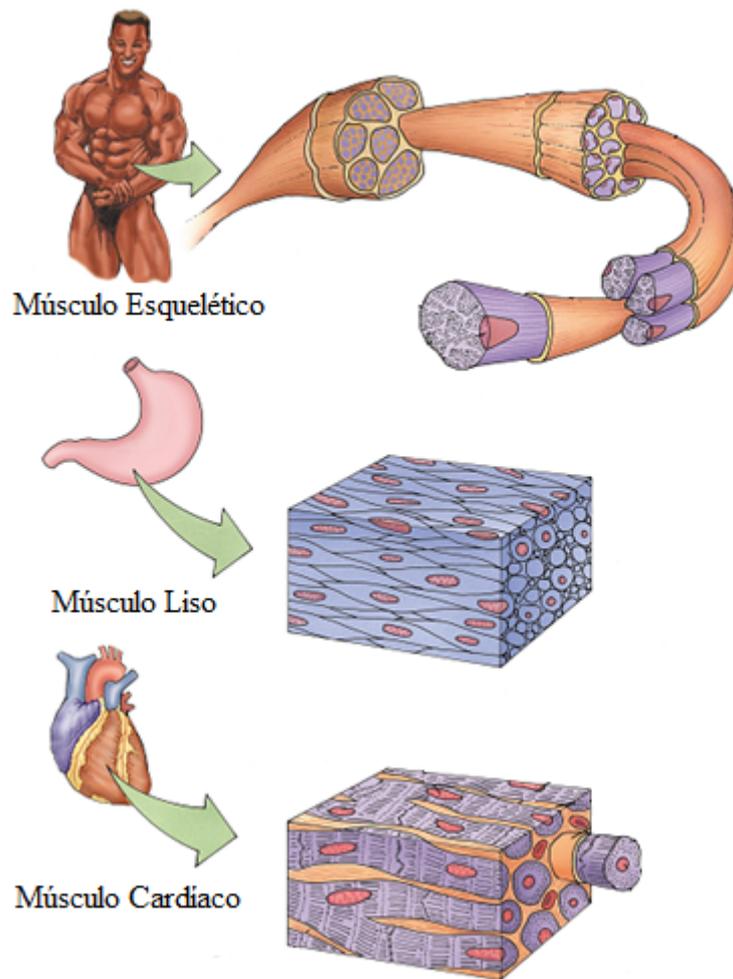


Figura 3.1 – Tipos de músculos. Adaptado: Gartner e Hiatt [2006]

porcentagem, 80% são tecidos musculares esqueléticos. Cada tipo de tecido muscular tem uma especialização, mas em muitos aspectos os mecanismos de contração são semelhantes. Histologicamente cada um destes tipos de músculos tem as suas características próprias. Como esta dissertação está voltada à caracterização dos músculos esqueléticos, as estruturas apresentadas a seguir estão associadas a este tipo de músculo.

3.2.1 Músculo Estriado Esquelético

Macroscopicamente o tecido muscular estriado esquelético possuiu dois componentes: o ventre muscular e extremidades tendinosas (tendões). O ventre muscular é composto por milhares de fibras musculares, agrupadas em diferentes níveis por tecidos conjuntivos. Partindo da escala macroscópica para a microscópica, vê-se que o ventre muscular é envol-

vido por uma camada de tecido conjuntivo, o epimísio. Dentro do epimísio inúmeros septos dividem o seu interior em fascículos. Este segundo nível de tecido conjuntivo é chamado de perimísio. O perimísio por sua vez é novamente dividido por outra camada de tecido conjuntivo chamado endomísio. Esta terceira camada de tecido conjuntivo envolve as fibras musculares. Nas extremidades do músculo existe a condensação dos diferentes níveis de tecidos conjuntivos, que formam os tendões. Estes tecidos que subdividem o músculo são responsáveis tanto por unir e posicionar os feixes de fibras, quanto por transmitir as forças geradas no interior das fibras musculares [Mescher, 2013]. Estes diferentes níveis podem ser vistos na Figura 3.2.

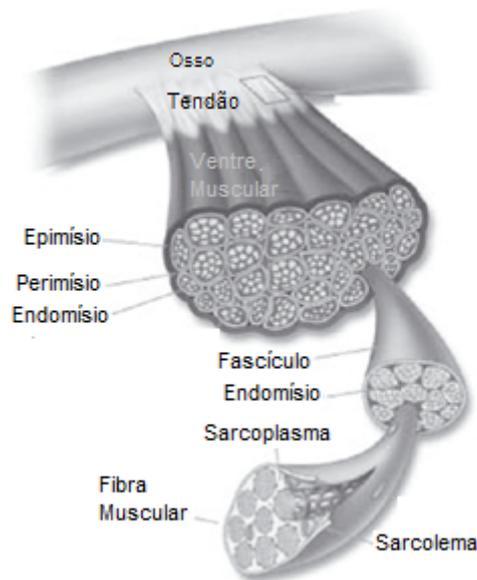


Figura 3.2 – Estruturas macroscópicas do músculo esquelético. Adaptado: Antonio et al. [2009]

As fibras musculares são células revestidas por uma membrana chamada de sarcolema. A sobrevivência de qualquer célula depende da manutenção da composição do líquido extracelular, homeostasia, para que este seja processado pela célula [Mescher, 2013]. Portanto, além de outras estruturas necessárias para o funcionamento da fibra muscular, estão as miofibrilas. As miofibrilas são responsáveis pela contração muscular e seu número varia entre centenas e vários milhares [Guyton e John E. Hall, 2006]. A miofibrila é uma estrutura de forma cilíndrica, em geral sendo tão longa quanto a fibra muscular. As miofibrilas são

compostas por unidades contrácteis repetidas em série, sarcômeros. [Alberts et al., 2010]. Em textos clássicos o sarcômero é tido como a menor unidade contráctil do músculo, portanto conferindo grande relevância. Um sarcômero, e sua representação, podem ser vistos na Figura 3.3.

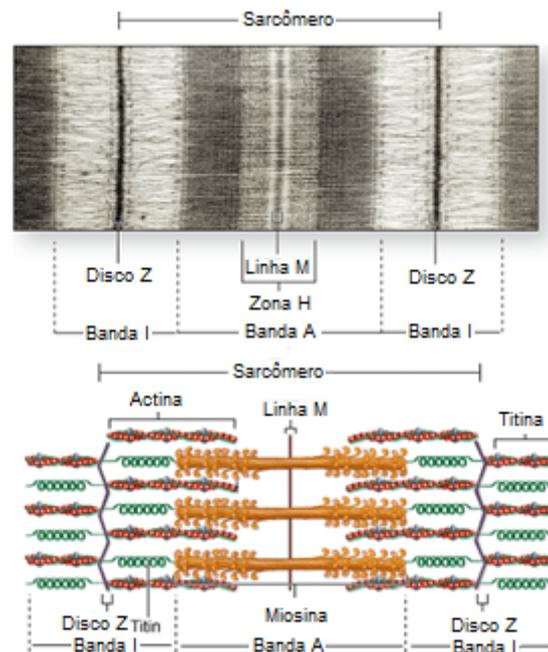


Figura 3.3 – Acima: sarcômero observado através da microscopia. Abaixo: representação dos componentes do sarcômero. Adaptado: Mescher [2013]

Através da microscopia óptica, pode-se ver que o sarcômero é composto por faixas claras e escuras, Figura 3.3 acima. As faixas mais escuras são as linhas Z, e delimitam o comprimento do sarcômero. Estas faixas atravessam o sarcômero e também fazem a união entre os sarcômeros. Da linha Z partem as moléculas de actina, ou filamentos finos, essenciais para a contração muscular, em vermelho na Figura 3.3. Dispostas paralelamente à actina estão os filamentos de miosina, em laranja na Figura 3.3. Na Figura 3.3 pode-se ver a sobreposição destes filamentos na região escura da banda A. As moléculas de miosina estão centradas no sarcômero [Mescher, 2013]. Além da actina e da miosina, uma terceira molécula apresenta recentemente um papel fundamental na contração muscular: a titina, em verde na Figura 3.3. Esta terceira molécula é encontrada entre a linha Z e os filamentos de miosina [Guyton e John E. Hall, 2006].

A contração muscular acontece quando ocorre o deslizamento entre os filamentos

de miosina e actina, diminuindo a distância entre as linhas Z, e, portanto encurtando o sarcômero. Os exatos mecanismos que atuam para a contração muscular ainda não são completamente conhecidos. Nos próximos parágrafos é apresentado o conhecimento acumulado no último século, que é amplamente utilizado na área para compreender fisicamente a contração.

Filamento de miosina: Este filamento é composto por mais de 200 moléculas de miosina. As moléculas de miosina são cadeias polipeptídicas que enroladas formam um hélice, chamada de haste. Ainda, em uma das extremidades, as moléculas se organizam para formar duas cabeças da molécula de miosina. O filamento de miosina é composto por feixes das moléculas de miosina. Neste feixe as cabeças são projetadas para fora das hastes, fundamental para permitir a movimentação da cabeça da miosina. Outra característica do filamento de miosina que se reflete na contração muscular, é que em seu centro existe uma faixa que não possui cabeças da molécula de miosina. Sendo a cabeça da miosina a responsável por unir-se a actina, nesta faixa não existe o acoplamento dos dois filamentos [Guyton e John E. Hall, 2006]. O filamento e a molécula de miosina podem ser vistos na Figura 3.4. Um fato curioso é que o comprimento deste feixe parece ter o comprimento de 1,6 micrometros constante na maior parte das espécies conhecidas [Gokhin et al., 2012].

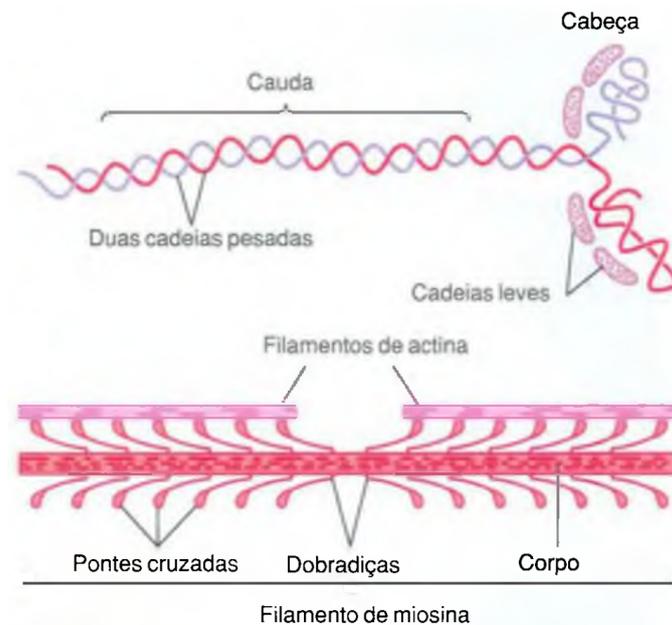


Figura 3.4 – Filamento de miosina. Adaptado: Guyton e John E. Hall [2006]

Filamento de Actina: O filamento de actina é composto por três moléculas. A molécula de actina forma uma dupla hélice [Guyton e John E. Hall, 2006]. Centrada nas fendas da dupla hélice de actina, estão os filamentos longos e finos da tropomiosina. Por fim a troponina é uma molécula que se une firmemente à tropomiosina [Mescher, 2013]. Estas estruturas podem ser vistas na Figura 3.4. Não se sabe exatamente como a interação destas três moléculas ocorre durante a contração muscular [Guyton e John E. Hall, 2006]. Acredita-se que a troponina bloqueie regiões da molécula de actina que podem reagir com as cabeças de miosina. Estas são chamadas de sítios de ligação. Em altas concentrações de cálcio alguma alteração ocorre, pois nestes casos os sítios de ligação estão disponíveis para ligarem-se às cabeças de miosina [Mescher, 2013].

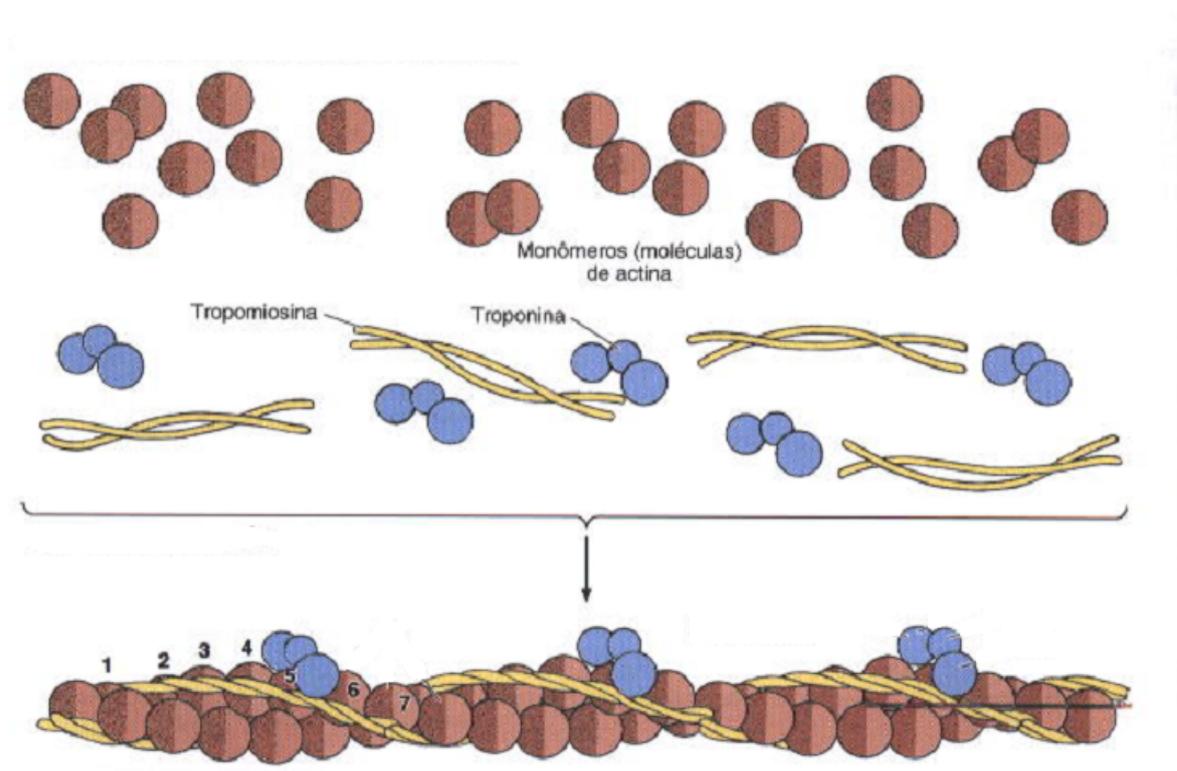


Figura 3.5 – Filamento de actina, acima componentes do filamento e abaixo filamento completo. Adaptado: Mescher [2013]

Filamento de Titina: A titina é a maior molécula proteica do corpo. Ela parte da linha Z até a linha M [Herzog et al., 2012a] e auxilia a estabilizar a posição entre a miosina e a actina [Guyton e John E. Hall, 2006], Figura 3.3. Em textos clássicos, como em [Guyton e John E. Hall, 2006] e [Mescher, 2013] a titina é tida apenas como um componente chamado

passivo, ou seja, não gera forças durante a contração muscular. Entretanto, pesquisas já demonstraram que a titina pode ter um papel muito mais importante na contração muscular [Herzog e Leonard, 2013; Herzog et al., 2012b]. Destes estudos foi verificado que a titina possui duas regiões que podem ter suas propriedades alteradas durante a contração muscular, de forma a mecanicamente serem percebidas como alterações na rigidez da molécula. Alguns autores já buscam relações entre o incremento de força passiva em contrações excêntricas e estas propriedades [Herzog e Leonard, 2013; Herzog et al., 2012b; Herzog, 2013; Rassier et al., 2003; Herzog e Leonard, 2000].

Apesar de estes três componentes (actina, miosina e titina) serem os principais para a contração do sarcômero, não podemos esquecer que as miofibrilas fazem parte de um sistema maior: a fibra muscular. Além dos líquidos necessários para manter a homeostasia, ainda são necessárias condições para ativar os mecanismos de contração e fazer com que os filamentos de miosina e actina deslizem. Estas condições são garantidas por outras estruturas, exteriores às miofibrilas.

A primeira estrutura de interesse auxilia na transmissão do potencial de ação, um sinal elétrico que é propagado ao longo da fibra muscular. Para garantir que o estímulo elétrico chegue ao interior da célula, e que a contração muscular seja uniforme, o estímulo elétrico é encaminhado ao interior da célula através dos túbulos transversais [Guyton e John E. Hall, 2006]. Ao longo dos túbulos transversais existem bolsas para armazenar cálcio. Com o estímulo elétrico, altas concentrações de cálcio são liberadas para dentro da célula. O cálcio então reage com a actina e miosina, causando a contração muscular [Mescher, 2013]. Em seguida o cálcio é novamente bombeado para dentro das bolsas. Este mecanismo será melhor explicado na seção 3.2.2. A Figura 3.6 apresenta estas duas estruturas, inseridas na célula da fibra muscular.

3.2.2 Mecanismos Clássicos de Contração Muscular

Esta seção aborda aquele que é considerado o mais provável mecanismo de contração muscular [Guyton e John E. Hall, 2006; Mescher, 2013; Fung, 1990], apesar da lacuna que o mesmo deixa aberta. Também aqui são apresentadas as observações clássicas do comportamento mecânico do músculo através da relação de Força-Velocidade de Hill, e da relação Força-Comprimento de Huxley.

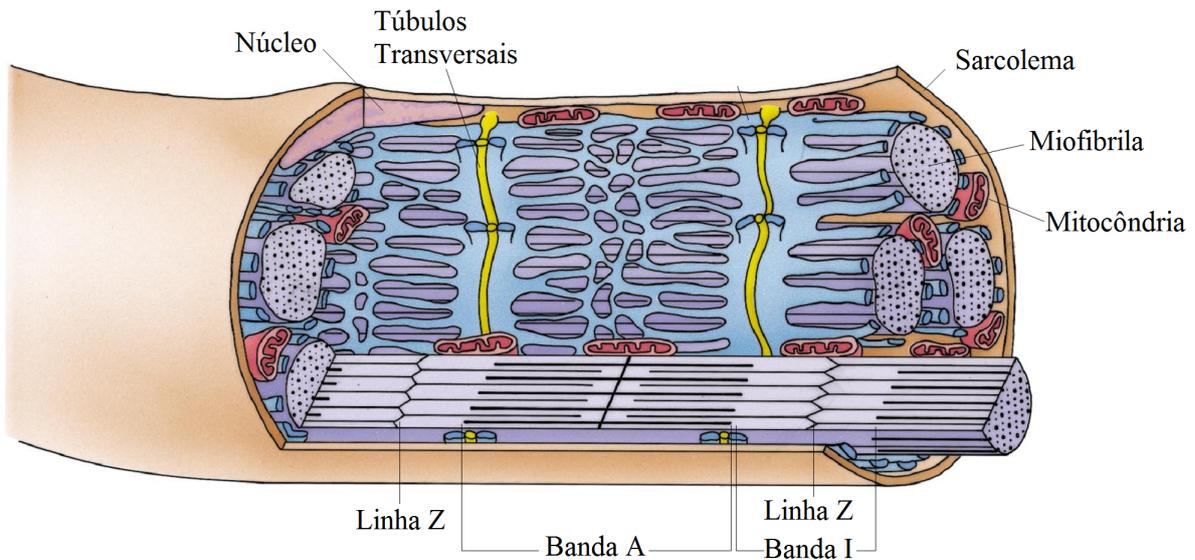


Figura 3.6 – Seção em corte da fibra (célula) muscular. Adaptado: Gartner e Hiatt [2006]

A contração muscular acontece sempre mediante a um potencial de ação. Os detalhes de como este potencial são gerados, ou como se propaga até a fibra muscular, estão além do escopo desta dissertação. De forma simplificada, o processo de estímulo da fibra muscular ocorre da seguinte forma [Guyton e John E. Hall, 2006]:

1. Os potenciais de ação cursam pelo nervo motor até suas terminações nas fibras musculares 3.7.
2. Em cada terminação, o nervo desencadeia o potencial de ação que se propaga por toda a membrana da fibra muscular.
3. O potencial de ação despolariza a membrana muscular, e grande parte da eletricidade do potencial de ação flui pelo centro da fibra muscular. Em seguida o retículo sarcoplasmático libera grande quantidade de íons de cálcio, que estavam armazenados nesse retículo.
4. Os íons de cálcio finalmente ativam as forças atrativas entre os filamentos de miosina e actina, fazendo com que deslizem um ao lado do outro, iniciando o processo de contração.
5. Após fração de segundo, cerca de 30 milissegundos [Alberts et al., 2010], os íons cálcio são bombeados de volta para o retículo sarcoplasmático pela bomba

de Ca^{++} da membrana. Lá permanecem armazenados até que novo potencial de ação se inicie.

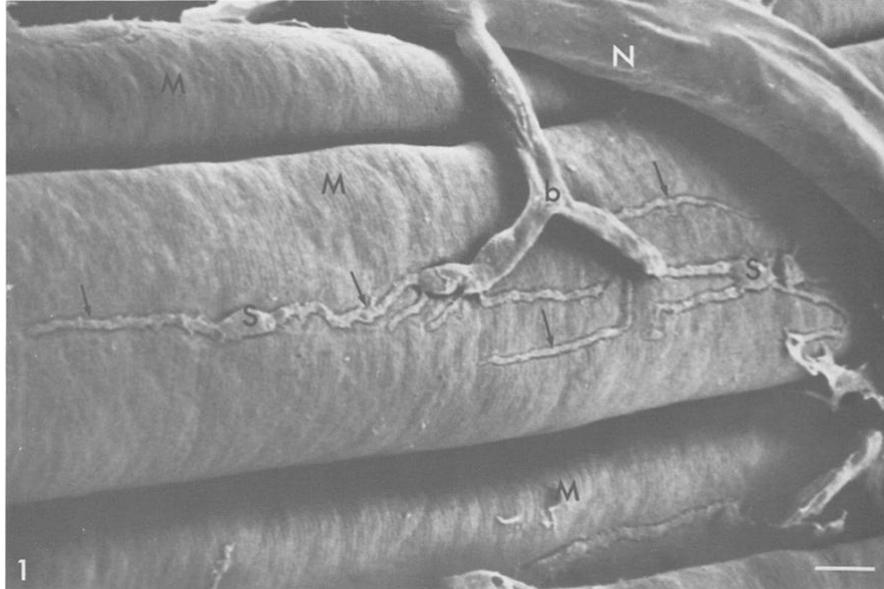


Figura 3.7 – Micrografia eletrônica da junção do músculo sartório e nervo de rã. N é o nervo, M as fibras musculares esqueléticas, b e S são terminações que levam o potencial de ação do nervo até as fibras musculares. Adaptado: Desaki e Uehara [1981]

O entendimento da interação entre a actina e a miosina, componentes do sarcômero Figura 3.3, através de seu deslizamento relativo é fundamental para compreender a contração do sarcômero e conseqüente contração do tecido. Esta interação acontece no interior da miofibrila, em uma região onde as cabeças de miosina estão próximas do filamento de actina (Figura 3.8). Apenas a proximidade entre os filamentos não inicia a contração. É necessário que exista energia em forma de trifosfato de adenosina (ATP) e uma alta concentração de cálcio para ativar a actina. Uma vez que a actina está ativada, é possível ocorrer a ligação com a miosina. Uma vez que a ATP se liga a cabeça de miosina, e esta está próxima a um sítio de ligação, existe uma fraca união entre a miosina e actina. Através da hidrólise da ATP em ADP, Pi (fosfato inorgânico) e energia, ocorre uma ligação forte entre a actina e miosina. De uma forma ainda não estabelecida, existe a deformação da cabeça de miosina, puxando os filamentos de actina. Quando uma nova molécula de ATP se une a cabeça de miosina esta se libera do sítio de ligação, pronta para iniciar um novo ciclo [Mescher, 2013]. Acredita-se que cada cabeça de miosina trabalhe de forma independente, sempre se unindo

quando um sítio de ativação estiver próximo [Guyton e John E. Hall, 2006]. Desta maneira, a cada ciclo de quebra de ATP a actina é puxada pelas cabeças de miosina, causando a contração do sarcômero. Uma representação do mecanismo de deslizamento pode ser visto na Figura 3.8.

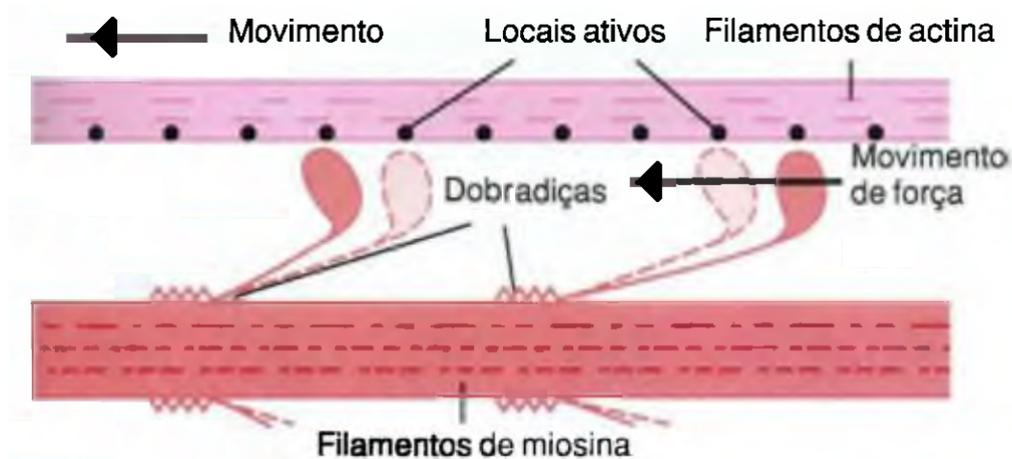


Figura 3.8 – Representação do mecanismo de contração do sarcômero, Adaptado: [Guyton e John E. Hall, 2006]

Durante a contração não são todas as cabeças de miosina que estão gerando força, porque estão longe de sítios de ligação [Guyton e John E. Hall, 2006]. A contração muscular ocorre através do deslizamento dos filamentos de miosina e actina, e por consequência causam a sobreposição destes. Este nível de sobreposição pode ser medido através do comprimento do sarcômero, que é a distância entre as linhas Z, conforme a Figura 3.3. Andrew F. Huxley em [Huxley, 1957], apresenta a teoria das pontes cruzadas, uma relação entre o comprimento do sarcômero e a força produzida pelo mesmo. Esta teoria foi verificada experimentalmente por Gordon, Huxley e Julian [Gordon et al., 1966]. Hoje, sabe-se que a teoria das pontes cruzadas descreve bem o comportamento do músculo em contrações isométricas (comprimento do músculo é constante macroscopicamente).

A teoria das pontes cruzadas estabelece que a força gerada pelo sarcômero é a soma das forças produzida pelas cabeças de miosina, e esta pode ser correlacionada unicamente ao nível de sobreposição dos filamentos de actina e miosina. O comprimento mínimo do sarcômero é definido como a posição onde os filamentos de actina encontram as linhas Z opostas (Figura 3.9). O comprimento máximo do sarcômero é aquele onde não existe superposição

entra a actina e a miosina (Figura 3.9). A dimensão dos comprimentos apresentados na Figura 3.9 são os mesmos utilizados por [Gordon et al., 1966], relativos a experimentos com sapos. Porém deve-se notar que o comprimento da miosina pode ser constante nas diferentes espécies conhecidas [Gokhin et al., 2012] os filamentos de actina não são constantes nem mesmo em diferentes músculos de um mesmo indivíduo.

A relação de Huxley (Figura 3.10) pode ser interpretada analisando a resposta de força produzida devido a uma mudança na sobreposição dos filamentos de actina e miosina. Iniciando com o sarcômero completamente esticado (direita da Figura 3.10), não existe sobreposição entre a actina e miosina, de forma que não existe possibilidade de existirem pontes cruzadas. Conforme o sarcômero encurta, inicia-se a sobreposição da actina e miosina (ponto 1 na Figura 3.10 e Figura 3.9). As forças crescem de forma linear, enquanto aumenta a sobreposição dos filamentos. Quando todo o comprimento da miosina esta sobreposto pela actina, o maior número de ciclos das cabeças de miosina acontece (ponto 2 na Figura 3.10 e Figura 3.9) . Desta maneira, atinge-se o platô, uma região onde a força gerada é máxima. O platô permanece até os filamentos de actina chegarem perto do centro do filamento de miosina, atravessando a faixa onde não existem cabeças de miosina. Contraíndo o sarcômero além deste ponto, faz com que o número de pontes cruzadas diminua, diminuindo a força de forma linear (ponto 4 na Figura 3.10 e Figura 3.9). Contraíndo ainda mais o sarcômero a actina atinge o outro lado do filamento de miosina. Quando isto acontece, a força cai mais abruptamente, porque um filamento de actina impede que outro forme novas pontes cruzadas (ponto 5 na Figura 3.10 e Figura 3.9). Este comportamento continua, e a sobreposição da actina diminuindo as forças, até que os filamentos de actina atinjam a linha Z oposta.

A curva apresentada é essencialmente teórica. Curvas reais tendem a ser muito mais suaves e arredondadas. O platô tão bem definido na Figura 3.10 é usualmente definido como uma variação aceitável da força máxima obtida. Um exemplo de dados experimentais obtidos por [Vaz et al., 2012] podem ser vistos na Figura 3.11. Neste experimento foram levantadas as curvas força-comprimento para o sóleo de três gatos, das patas direita e esquerda. A Figura 3.11 apresenta uma tendência parecida àquela prevista pela teoria das pontes cruzadas. Entretanto, mais do que esta tendência, é possível observar a grande variabilidade dos resultados. Em um mesmo indivíduo as forças máximas entre as patas direita e esquerda são diferentes, bem como os comprimentos onde o máximo ocorre. Por fim, uma comparação

direta entre os resultados previstos e os medidos pode ser visto na Figura 3.12.

Quando se observa o músculo como um todo, um novo fenômeno surge. Durante a contração existe a não uniformidade dos sarcômeros [Pavlov et al., 2009]. Devido a suas propriedades intrínsecas distintas, nem todos os sarcômeros estão com o mesmo comprimento. Desta maneira, enquanto alguns sarcômeros estão na região ascendente da relação força comprimento, outros podem estar no platô, ou mesmo na região decendente.

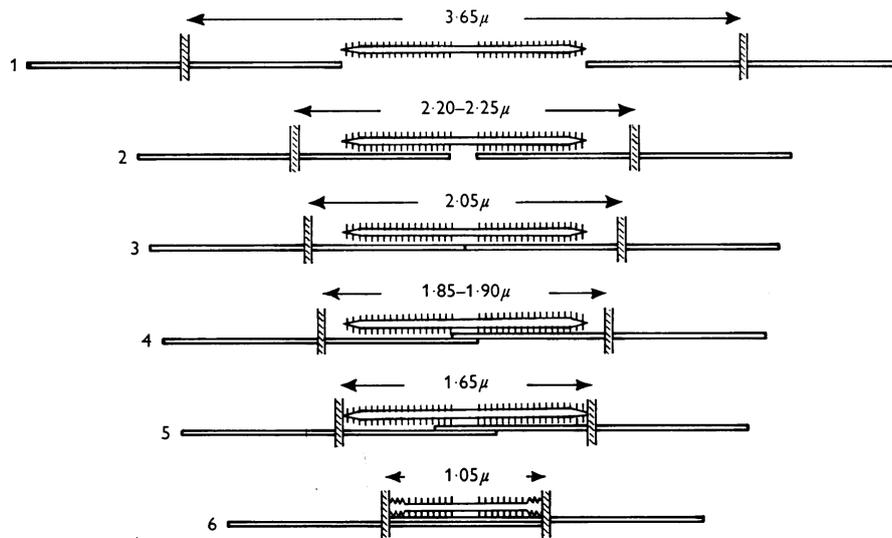


Figura 3.9 – Representação do comprimento dos sarcômeros para a relação de Huxley. Adaptado: Gordon et al. [1966]

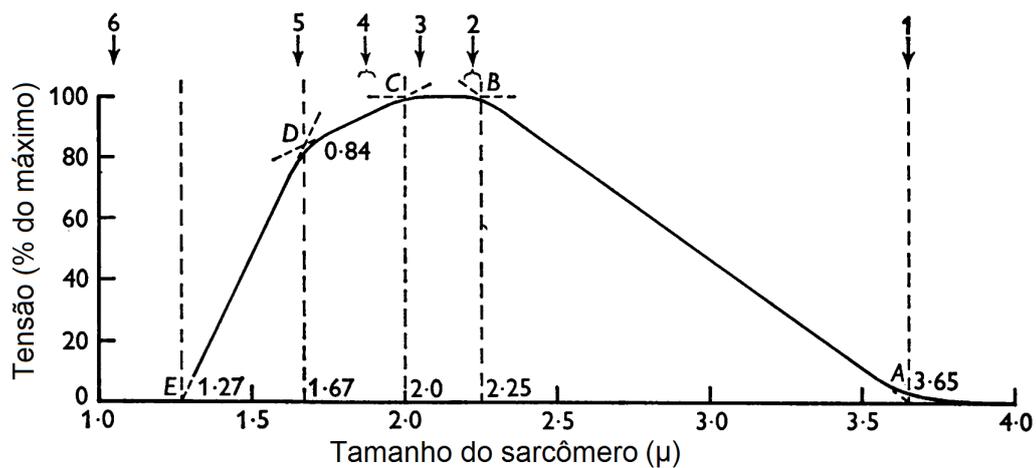


Figura 3.10 – Relação força-comprimento de Huxley. Adaptado: Gordon et al. [1966]

Além da resposta de força teórica devido a um estímulo elétrico, chamada de res-

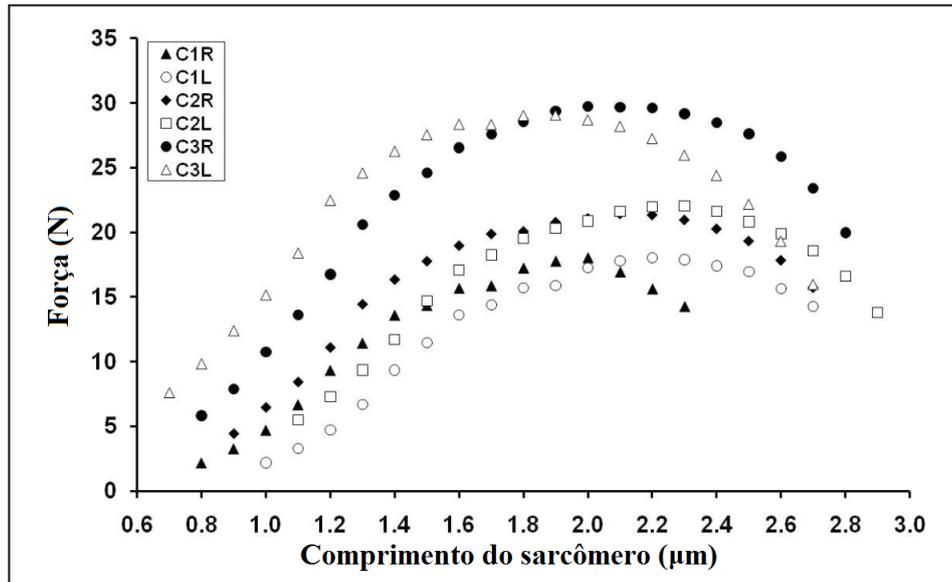


Figura 3.11 – Relação força-comprimento para Sóleo traseiro de três gatos. Adaptado: [Vaz et al., 2012]

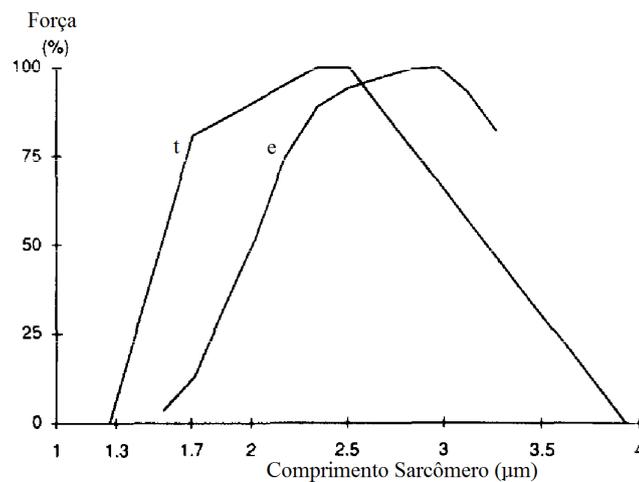


Figura 3.12 – Forças previstas pela teoriadas pontes cruzadas (t) e forças medidas (e) no soléo de gatos. Adaptado: Herzog et al. [1992]

posta ativa, o músculo pode apresentar respostas puramente passivas, relacionada com as características próprias do tecido biológico. Todas as camadas de tecido passivo que envolvem os feixes de fibras, bem como a elasticidade intrínseca do material, podem apresentar uma contribuição própria na resposta do material, como apresentado Figura 3.13. Em grandes alongamentos os sarcômeros estão na região descendente da relação força comprimento,

gerando pouca força ativa. Entretanto, os componentes elásticos estão atingindo seu estiramento máximo. Desta maneira é gerada mais força passiva do que ativa [Guyton e John E. Hall, 2006]. Atualmente já existem alguns estudos que buscam entender, em nível de sarcômero, a influência dos componentes passivos.

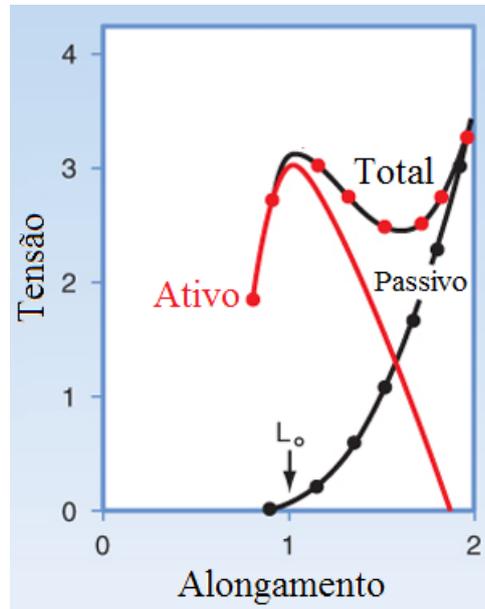


Figura 3.13 – Relação força comprimento de músculos. Adaptado: Koeppen e Stanton [2009]

O mecanismo clássico de contração muscular serve como base para a primeira relação clássica para o comportamento mecânico de músculos: a relação força-comprimento. Além desta, existe outra relação muito utilizada na mecânica muscular: A relação Força-Velocidade de Hill, que tem relação com a taxa de mudança do comprimento do músculo e seu sinal. Antes de apresentar esta relação, é importante apresentar os tipos de contração muscular.

Sempre que o músculo gera força está ocorrendo uma contração muscular. Entretanto, dependendo do tipo de contração, os componentes passivos e ativos são recrutados de formas diferentes [Reeves e Narici, 2003]. Para compreender bem a caracterização das contrações é necessário separar a contração (ativação) das miofibrilas do que ocorre com o comprimento do músculo. Aqui o comprimento do músculo é definido como a distância entre os pontos de inserção. No caso de um músculo unipenado como bíceps, seria a distância entre os pontos de inserção do tendão no tecido ósseo. As contrações isométricas são aquelas onde o comprimento do músculo é mantido constante, ou seja, não existe alteração no comprimento macroscópico. Enquanto existe a contração das miofibrilas, os tecidos passivos

se estiram, não alterando o comprimento total do músculo. As contrações concêntricas são aquelas onde existe o encurtamento do músculo. Além da contração das miofibrilas existe o encurtamento dos tecidos passivos, diminuindo o comprimento do músculo. As contrações excêntricas são aquelas onde existe o alongamento do músculo. Ao mesmo tempo em que existe o encurtamento das miofibrilas, o músculo aumenta seu comprimento, estirando os tecidos passivos. As diferentes contrações musculares podem ser vistas esquematicamente na Figura 3.14. Estas caracterizações devem estar claras, pois é através delas que se percebe o diferente recrutamento dos componentes ativos e passivos.

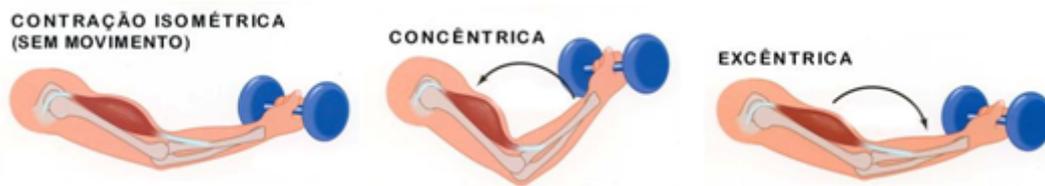


Figura 3.14 – Tipos de contrações musculares. Adaptado: [Volek et al., 2013]

A relação de força-velocidade foi proposta por Hill [Hill, 1938]. Hill buscava encontrar uma relação entre a dissipação de energia e a contração muscular. Através de uma série de experimentos Hill determinou qual seria o formato da equação que iria descrever a liberação de calor na contração. Porém, a relação encontrada não caracterizava apenas a geração de calor, mas relacionava a velocidade com as forças geradas [Hill, 1938]. Tal equação dada por:

$$(P_2 + \alpha_1)(V + \alpha_2) = \alpha_2(P_1 + \alpha_1), \quad (3.1)$$

$$\alpha_2 = (\alpha_1 V_0)/P_1, \quad (3.2)$$

onde P_2 é a força gerada, V a velocidade de encurtamento do músculo, P_1 , é a força gerada com velocidade zero e V_0 é a velocidade de encurtamento com carga zero e α_1 é uma constante material. A relação de Hill relaciona a força de uma contração isométrica com as relações concêntricas em uma certa temperatura do ambiente. Neste caso, as forças desenvolvidas diminuem com o aumento da velocidade, sendo a força isométrica a máxima. Esta relação

pode ser vista na Figura 3.15.

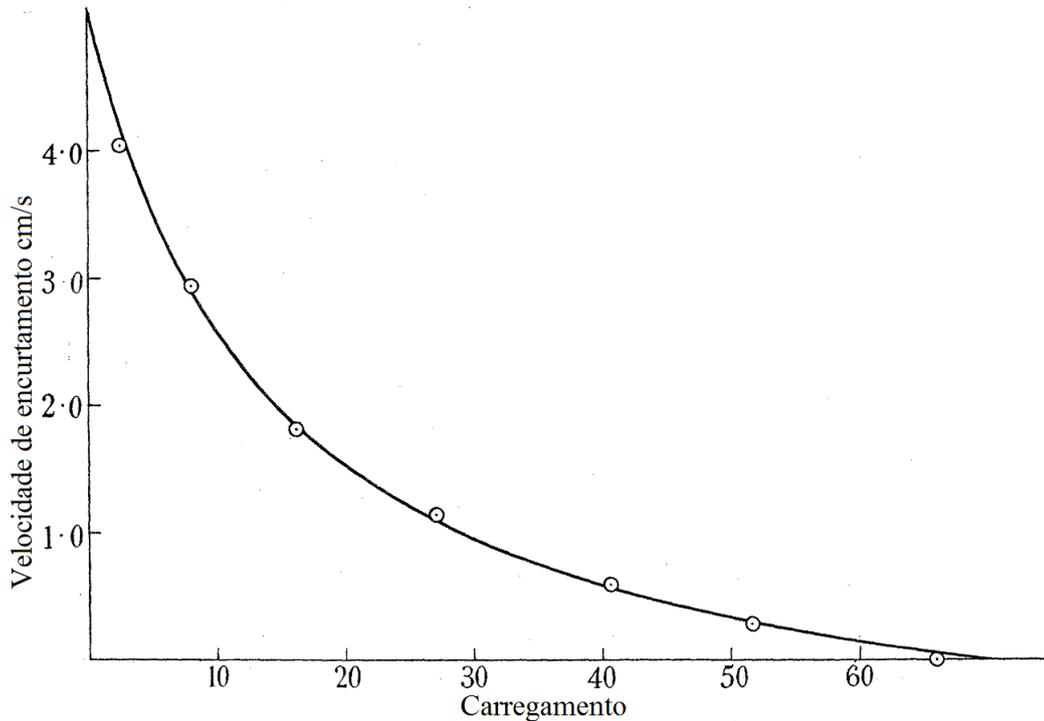


Figura 3.15 – Relação força-velocidade de Hill. Adaptado: Hill [1938]

Em muitos casos é natural desejar relacionar a força gerada com as velocidades de contrações concêntricas e excêntricas. Um exemplo deste levantamento de dados experimentais pode ser visto na Figura 3.16. Neste estudo, Reeves e Narici [2003] avaliam como as forças variam baseado na velocidade de rotação de uma articulação. Através de uma avaliação geométrica de uma articulação, é possível relacionar a velocidade de rotação com a velocidade linear, que de fato altera a produção de força no músculo. Na Figura 3.16 pode-se ver que os dados com velocidade positiva se comportam de forma semelhante a equação de Hill. Porém, os dados referentes às contrações excêntricas não são previstos por esta equação. Caracteristicamente na relação de Hill as velocidades de encurtamento são representadas no eixo positivo, enquanto que as velocidades de alongamento são representadas no eixo negativo.

É usual modificar a relação de Hill para englobar o aumento da força produzida em contrações excêntricas [Böl et al., 2012], [Tang et al., 2009], [Ramírez et al., 2010], [Lu et al., 2010]. Estas modificações objetivam modelar comportamentos como da Figura 3.16, e poderão ser vistas na seção dos modelos apresentados.

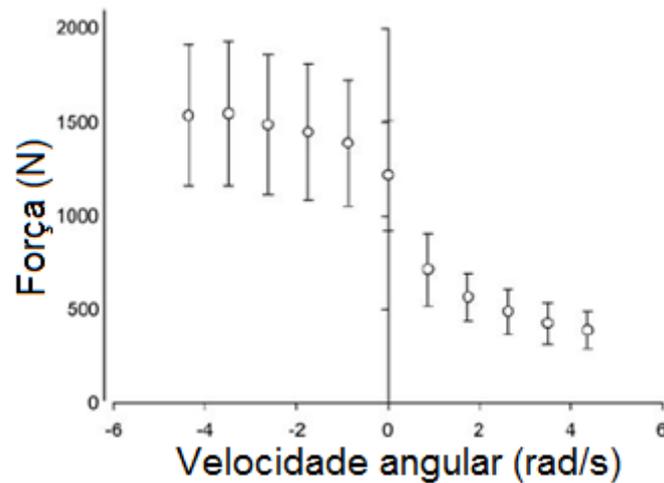


Figura 3.16 – Relação força velocidade angular. Adaptado: Reeves e Narici [2003]

3.2.3 Influência da Arquitetura Muscular e da Inervação no Comportamento Mecânico

Esta seção tem como intuito completar a revisão dos conhecimentos estabelecidos sobre mecânica muscular. Aqui são apresentados sucintamente como o sistema muscular interage, em termos de comportamento mecânico, com o sistema nervoso e esquelético.

A arquitetura muscular pode ser definida como: “o arranjo das fibras em relação ao eixo de geração de forças” –em tradução livre [Lieber, 1992]. A arquitetura muscular busca caracterizar os músculos, baseados em alguns parâmetros geométricos [Lieber e Fridèn, 2000]:

- Orientação das fibras
- Área de Seção Transversal Fisiológica (ASTF)
- Comprimento da Fibra
- Comprimento do músculo
- Ângulo de Penação

Segundo a orientação das fibras, os músculos podem ser agrupados em três grandes grupos: Paralelos, penados, e multipenados. Os músculos com fibras paralelas tem a linha de ação da força paralela às fibras do músculo. Os músculos com fibras penadas possuem um ângulo entre a linha de ação e a orientação das fibras. Este ângulo é chamado de ângulo de penação. Por fim existem os músculos nos quais existem diferentes direções das fibras em relação à linha de ação da força, sendo chamados de multipenados [Lieber e Fridèn, 2000].

A representação destes três grupos pode ser visto na Figura 3.17.

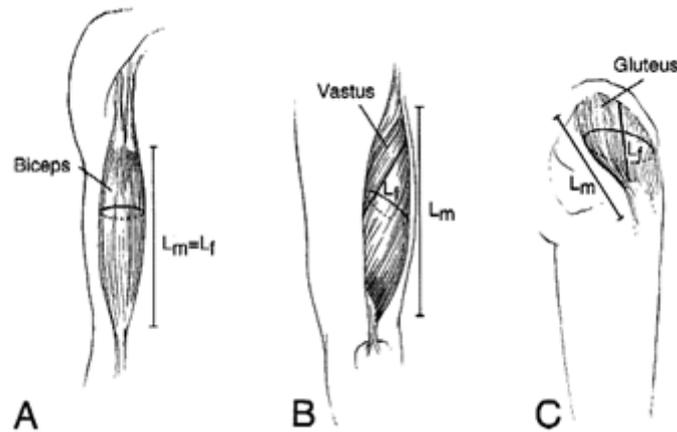


Figura 3.17 – Arquitetura muscular: A - músculo paralelo, B - músculo penado e C - músculo multipenados. Adaptado: Lieber e Fridèn [2000]

Uma das propriedades mais importantes para caracterizar um músculo é a área de seção transversal fisiológica. Ela é definida como [Lieber e Fridèn, 2000]:

$$ASTF = (M_M \cos(\theta)) / (\rho fl), \quad (3.3)$$

onde M_M é a massa muscular dada em gramas, θ é o ângulo de penação do músculo dado em radianos, ρ é a densidade do músculo dado em g/mm^3 e fl é comprimento da fibra dado em milímetros.

A ASTF é uma forma de calcular a área da seção perpendicular às fibras musculares, e está diretamente relacionada com a força produzida pelo músculo Lieber e Fridèn [2000]. A velocidade de contração do músculo também pode ser avaliada pela arquitetura muscular. Fibras longas possuem mais sarcômeros em série que fibras curtas. Desta maneira, quando ocorre a contração muscular, as fibras mais longas encurtam mais que as curtas, visto que mais sarcômeros encurtaram a mesma distância. Fibras longas além de serem mais rápidas na contração, estão associadas também à amplitude do movimento. Além disto, o número de sarcômeros em série está sempre sendo alterado. Baseado na atividade do músculo, é demonstrado que estes números variam [Williams e Goldspink, 1978; Baker e Hall-Craggs, 1980; English, 1984; Lynn e Morgan, 1994].

O mais curioso destas propriedades da arquitetura muscular é que as mesmas são

alteradas durante a contração. Como já havia sido previsto por [Reeves e Narici, 2003] muitos modelos assumem estas propriedades como imutáveis durante a contração, o que pode gerar grandes erros. Um exemplo muito claro pode ser visto na Figura 3.18. Ali são apresentados os resultados de um experimento em que o comprimento do fascículo e o ângulo de empenamento foram medidos durante o exercício usando o ultrassom. Na esquerda da figura pode ser visto a variação no ângulo de penação e no comprimento da fibra apenas alterando o músculo da condição relaxada para a condição contraída. Na direita da figura estão o comprimento das fibras e o ângulo de penação, enquanto é variada a velocidade com que ocorrem as contrações concêntricas (direita dos gráficos) e excêntricas (esquerda dos gráficos).

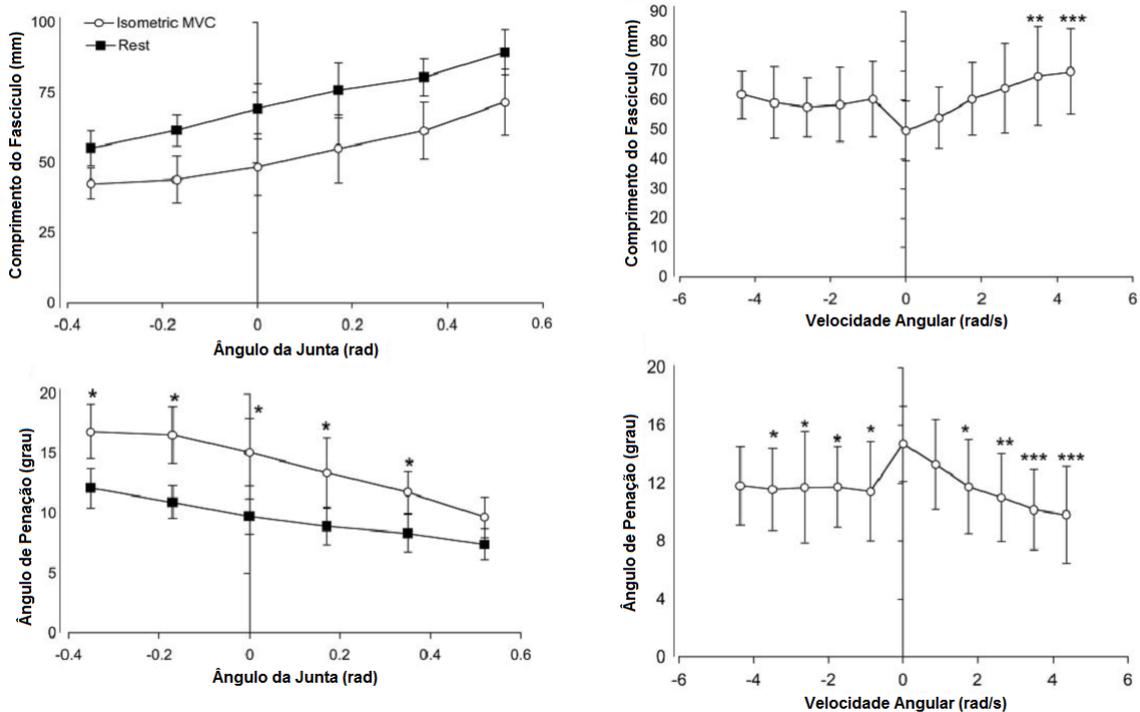


Figura 3.18 – Variação da arquitetura muscular. Adaptado: [Reeves e Narici, 2003]

Já do ponto de vista da estimulação do músculo, a ativação sempre parte de um sinal elétrico e a fibra muscular não consegue graduar sua contração: ou está contraída ou esta relaxada. A graduação da força depende de quantas fibras são recrutadas, sendo diferente para cada tipo de músculo esquelético. Esta seleção ocorre através da inervação. Unidades motoras que não necessitam de muita precisão possuem um nervo ativando até 100

fibras musculares. Unidades motoras que necessitam de precisão, como no olho, cada fibra é controlada por um nervo [Mescher, 2013]. Em músculos longos, se o mesmo estímulo elétrico tivesse que atravessar todo o seu comprimento, a transmissão seria lenta. Assim, quando o estímulo instigar a contração na região final da fibra, o seu centro já poderia estar relaxado. Para evitar arranjos tão ineficientes, longas fibras muitas vezes são substituídas por fibras mais curtas, sendo cada uma delas ativada simultaneamente [Lieber e Fridèn, 2000].

Para atingir a força máxima de um músculo, um único pulso é insuficiente, pois dura uma fração de segundo. Se um segundo impulso o segue rápido o suficiente, existe a sobreposição de efeitos. Na sobreposição os efeitos dos impulsos são magnificados, aumentando a resposta mecânica do músculo. Conforme a frequência dos estímulos aumenta, esta sobreposição também aumenta até um patamar. Um exemplo pode ser visto na Figura 3.19. Neste patamar não podem ser observadas variações significativas do aumento de força devido ao aumento da frequência, nem descontinuidades devido aos pulsos [Fung, 1990]. Nesta situação, o músculo está na tetania.

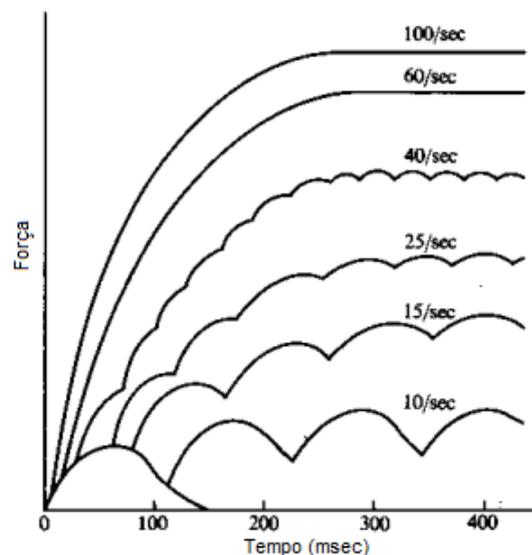


Figura 3.19 – Exemplo de tetania. Adaptado: [Fung, 1990]

A tetania é base para avaliar as forças geradas pelos músculos em experimentos, sejam eles estimulados pelo sistema nervoso, sejam por sistemas artificiais. Com intuito de proteger a integridade do músculo, são atribuídos a neurocontroladores a alteração do sinal elétrico enviado ao músculo [Webber e Kriellaars, 1997]. Estes neurocontroladores evitam

que as forças máximas do músculo sejam desenvolvidas. Desta maneira, em experimentos realizados em indivíduos *in vivo*, são consideradas as contrações voluntárias máximas como parâmetro das forças geradas. Quando se avalia um músculo de um indivíduo saudável, existe sempre um nível mínimo de ativação do músculo chamado de tônus muscular [Guyton e John E. Hall, 2006], que provoca uma dispersão mínima de cálcio no sarcoplasma. Assim, nesta dissertação será considerado que a ativação é verificada apenas quando existe o aumento do estímulo elétrico, elevando níveis de cálcio acima daqueles provocados pelo tônus muscular.

A arquitetura muscular e a inervação conduzem à maximização da eficiência do músculo. Entretanto, o significado desta maximização depende do indivíduo. Existem indícios de que a arquitetura muscular e as articulações interagem de tal maneira, que buscam atingir situações quase-ótimas para as atividades diárias [Lieber e Fridèn, 2000; Herzog, 2009], podendo ser assim alteradas. Ainda não podemos esquecer que alterar a arquitetura muscular é um trabalho dos profissionais da saúde, tais como educadores físicos e fisioterapeutas, para reabilitar ou estender as funcionalidades de um grupo muscular.

3.2.4 Outros Mecanismos de Contração Muscular

Nesta seção serão apresentados os resultados de experimentos que diferem dos mecanismos de contração apresentados anteriormente. Com a evolução da tecnologia foi possível compreender melhor alguns componentes do sarcômero. A contração muscular, principalmente a teoria das pontes cruzadas, considerava apenas a actina e miosina como componentes capazes de gerar força. Com a descoberta das alterações das propriedades da titina na presença de cálcio, novos horizontes surgiram para explicar a contração muscular.

A teoria das pontes cruzadas determina que as forças geradas em um músculo dependem apenas do nível de sobreposição entre a actina e miosina. Existe, entretanto, um fenômeno conhecido como aumento e/ou perda de força [Abbott e Aubert, 1952], que não é capturado pelas teorias apresentadas. Nestes casos, tomando uma contração puramente isométrica como referência, diferentes níveis de força são atingidos para o mesmo comprimento, após alongamentos ou encurtamentos. Uma explicação para este fenômeno pode ser que as forças geradas em um músculo dependem do seu histórico de carregamento.

Tomemos como exemplo o experimento feito em Maréchal e Plaghki [1979], Figura 3.20. Neste caso foram inicialmente definidos dois comprimentos para avaliar as forças ge-

radas pelo músculo. O primeiro comprimento, L_s é praticamente o comprimento ótimo, que gera a força máxima do músculo. O segundo comprimento, L_l , é um comprimento maior que o ótimo, que gera menos força. Inicialmente foram levantadas as curvas de forças isométricas para os dois comprimentos. Nas curvas isométricas (A e B da Figura 3.20) verifica-se o fenômeno da fadiga muscular, que é a diminuição da produção de força do músculo em contrações suficientemente longas. Este comportamento depende principalmente de fenômenos químicos envolvidos na contração e no tipo de fibra que compõe o músculo (fibras de contração rápida ou fibras de contração lenta) [Guyton e John E. Hall, 2006].

Em seguida o experimento se concentrou em iniciar a contração no comprimento maior, l_t , deixar por alguns instantes o impulso elétrico agir para o músculo iniciar a desenvolver a força isométrica. Em seguida o comprimento do músculo foi diminuído até l_s . De acordo com a teoria das pontes cruzadas, o nível de força deveria se elevar até o patamar da curva l_s , porém não é isto que acontece. Durante a fase em que o músculo é encurtado existe a depressão da força. Uma vez que o movimento cessa, se inicia o desenvolvimento da força, que atinge um patamar intermediário dos dois comprimentos. Comparando as forças geradas em uma contração puramente isométrica com uma contração isométrica-concêntrica-isométrica, terminando no mesmo comprimento final, observa-se que houve diminuição da capacidade do músculo de gerar força.

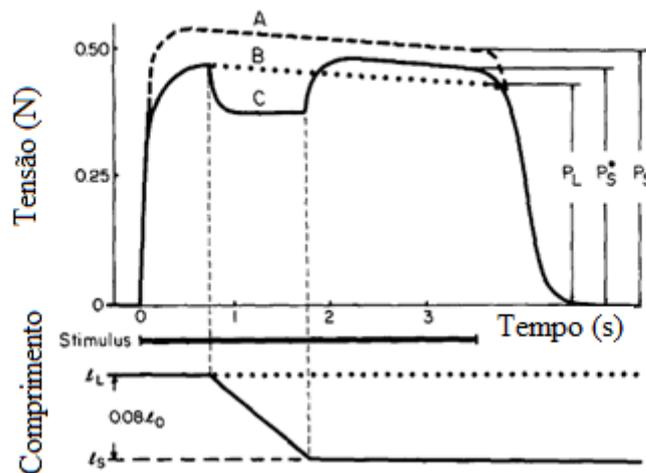


Figura 3.20 – Depressão da força. Adaptado: Maréchal e Plaghki [1979]

Ainda, este comportamento apresenta dependência da amplitude do encurtamento e

da velocidade de encurtamento. Quanto maior o encurtamento maior será a distância entre a força desenvolvida e a força isométrica de referência. Já, quanto maior for a velocidade da contração, maior será a depressão da força, mas também maior será o desenvolvimento da força, aproximando-se da força desenvolvida, em comparação à da força de referência [Maréchal e Plaghki, 1979]. É interessante observar que neste segundo comportamento pode-se relacionar a depressão da força com a equação de Hill. Quanto maior a velocidade, menor é a força gerada. Estes comportamentos, obtidos no mesmo trabalho [Maréchal e Plaghki, 1979], podem ser vistos na Figura 3.21 e na Figura 3.22. Também é possível observar que, para uma mesma velocidade, não depende se o encurtamento ocorre de uma vez, ou em partes. Para a força final desenvolvida é importante apenas a velocidade e o encurtamento total [Herzog e Leonard, 2000].

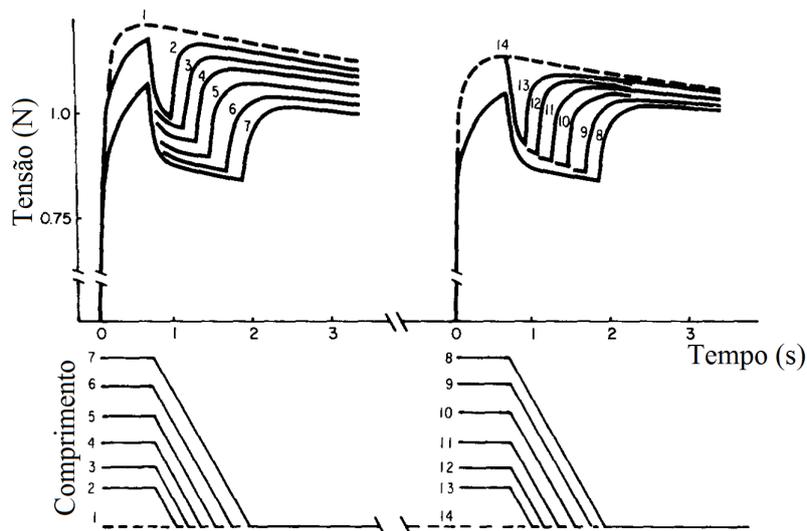


Figura 3.21 – Efeito da amplitude na perda da força. Adaptado: Maréchal e Plaghki [1979]

Se através do encurtamento do músculo se desenvolvem forças inferiores às isométricas esperadas, o alongamento do músculo promove forças maiores. Em [Rassier et al., 2003] foram avaliados vários comprimentos para estabelecer o comportamento do aumento de força conforme aumenta o alongamento. Os resultados são apresentados na Figura 3.23. Duas curvas isométricas são de interesse. A primeira é um músculo no comprimento I e a outra é mesmo músculo no comprimento $I + 10\%I$. Como se pode ver na figura, o comprimento I gera forças isométricas maiores do que o comprimento $I + 10\%I$. Depois do desenvolvimento da força isométrica no comprimento I , é feito o alongamento no músculo,

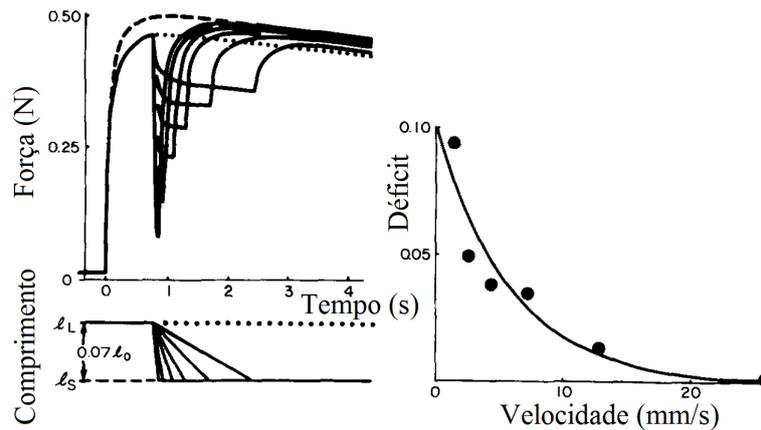


Figura 3.22 – Efeito da velocidade na perda da força. Adaptado: Maréchal e Plaghki [1979]

resultando em um comprimento igual a $I + 10\%I$. Neste caso a força gerada é superior a ambas forças isométricas. O alongamento, ou contrações excêntricas, geram sempre mais forças que a tensão isométrica de mesmo comprimento. Na figura também se pode ver que aumentando o alongamento, maior será o pico da força atingido, e mais afastado será o novo patamar das forças isométricas.

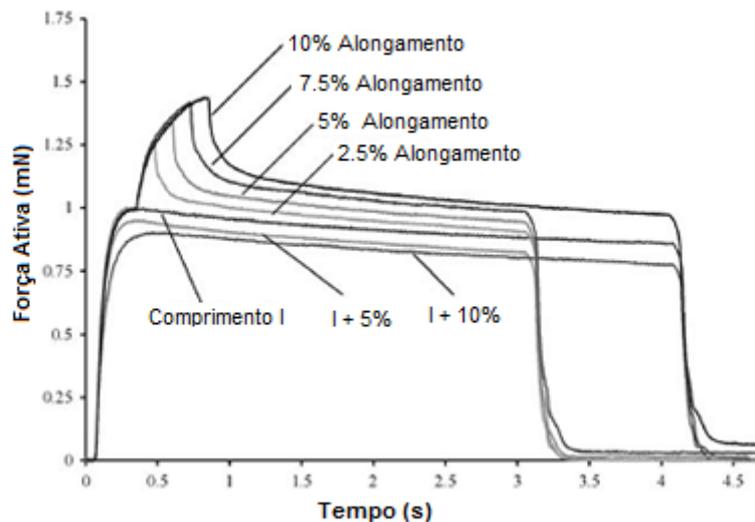


Figura 3.23 – Aumento de força devido ao alongamento. Adaptado: [Rassier et al., 2003]

A variação da velocidade de contração é menos significativa neste tipo de contração. [Abbott e Aubert, 1952] apresentam resultados em que o aumento da velocidade apenas adianta o tempo em que a força máxima é atingida durante o alongamento. Já o redesenvol-

vimento da força é muito pouco influenciado, sendo os alongamentos mais rápidos os mais próximos da força isométrica correspondente. Estes resultados podem ser vistos na Figura 3.24.

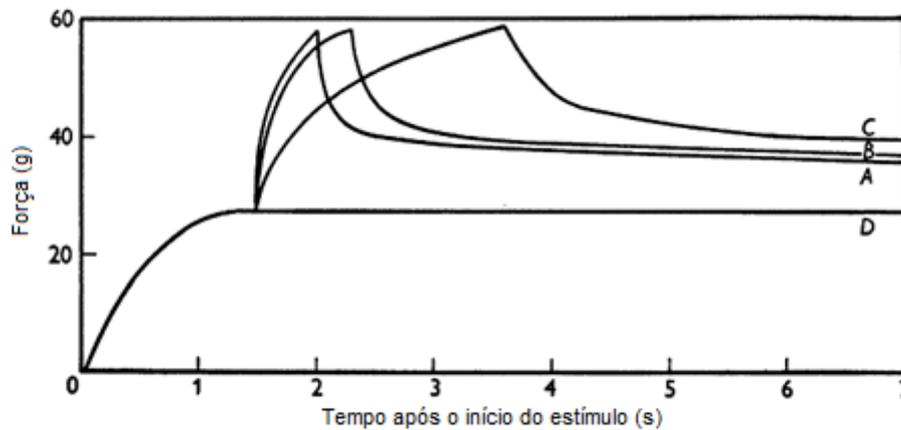


Figura 3.24 – Influência da velocidade no aumento de tensão devido ao alongamento. Adaptado: Abbott e Aubert [1952]

Os resultados apresentados até aqui demonstram o comportamento esperado do músculo em algumas combinações de contrações concêntricas, excêntricas e isométricas. Ainda no estudo de [Rassier et al., 2003] foi obtido um resultado icônico. Ao invés de apenas medir o ganho de força, o mesmo foi comparado com o comprimento ótimo da fibra (por definição a maior força gerada isometricamente). E, além disto, foi medida qual a força passiva devido ao alongamento imposto. O resultado foi inesperado, pois a força desenvolvida depois do alongamento foi maior do que as forças geradas no comprimento ótimo, que por definição seria o comprimento no qual a maior força é desenvolvida. Descartando problemas metodológicos, modelo das pontes cruzadas não está de acordo com este resultado experimental. Após o término do estímulo elétrico as forças continuaram a serem medidas. As forças medidas após a desativação eram maiores do que as forças passivas naquele comprimento. Estes tipos de indícios que direcionam o pensamento a algum componente que durante o alongamento é recrutado e que não é dependente da ativação, pois o aumento de força permanece mesmo quando o estímulo elétrico cessa. Estes resultados podem ser vistos na Figura 3.25. É sobre esta alteração que alguns autores [Herzog, 2009; Rassier et al., 2003; Herzog et al., 2012b] investigam a participação da titina como componente não apenas passivo.

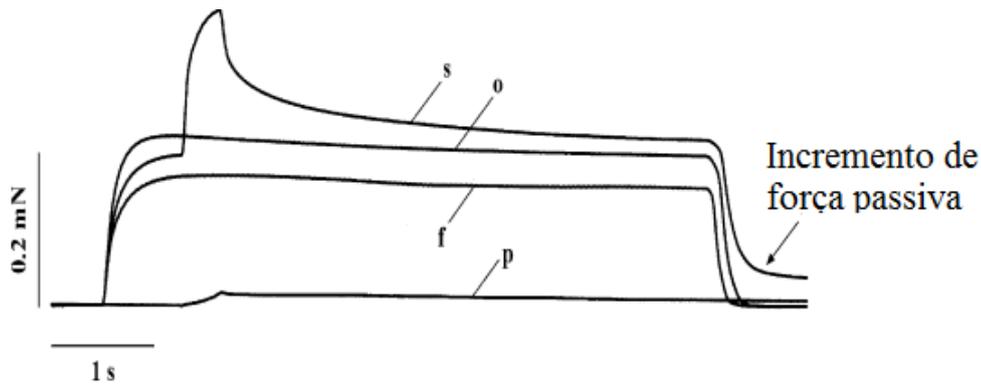


Figura 3.25 – Ganho de força devido ao alongamento. Letra p é componente passivo de tensão, letra f é a tensão isométrica no comprimento final, o é a tensão isométrica do comprimento ótimo e s é a tensão da combinação de contrações do comprimento ótimo até o comprimento final. Adaptado: Rassier et al. [2003]

Além das contrações concêntricas e excêntricas alterarem a geração de forças, as duas não alteram a força da mesma maneira. Em outras palavras, aplicando um alongamento seguido de um encurtamento gera forças diferentes de um encurtamento seguido de um alongamento. Um alongamento após um encurtamento (ambos de mesma magnitude) reestabelece a força isométrica desenvolvidam enquanto que o encurtamento após o alongamento gera um déficit de força, igual a uma contração concêntrica de mesma magnitude [Herzog e Leonard, 2000]. Estes resultados podem ser vistos na Figura 3.26.

Em nível de músculo é simples interpretar a força passiva, oriunda dos tecidos conjuntivos e da elasticidade intrínseca ao sarcômero [Mescher, 2013; Guyton e John E. Hall, 2006]. Entretanto, não é possível assim explicar o aumento na força, até então, chamada de passiva.

3.3 Características Mecânicas de Modelos Representativos

Avaliar o comportamento exato de um músculo considerando sua composição química, a velocidade das reações, as variações intrínsecas no comprimento e propriedades dos sarcômeros, a grande variabilidade em um mesmo indivíduo devido à variação no número de sarcômeros, sem falar nas hipóteses que seriam necessárias para supor o verdadeiro comportamento de estruturas até agora desconhecidas, é um trabalho muito laborioso e não

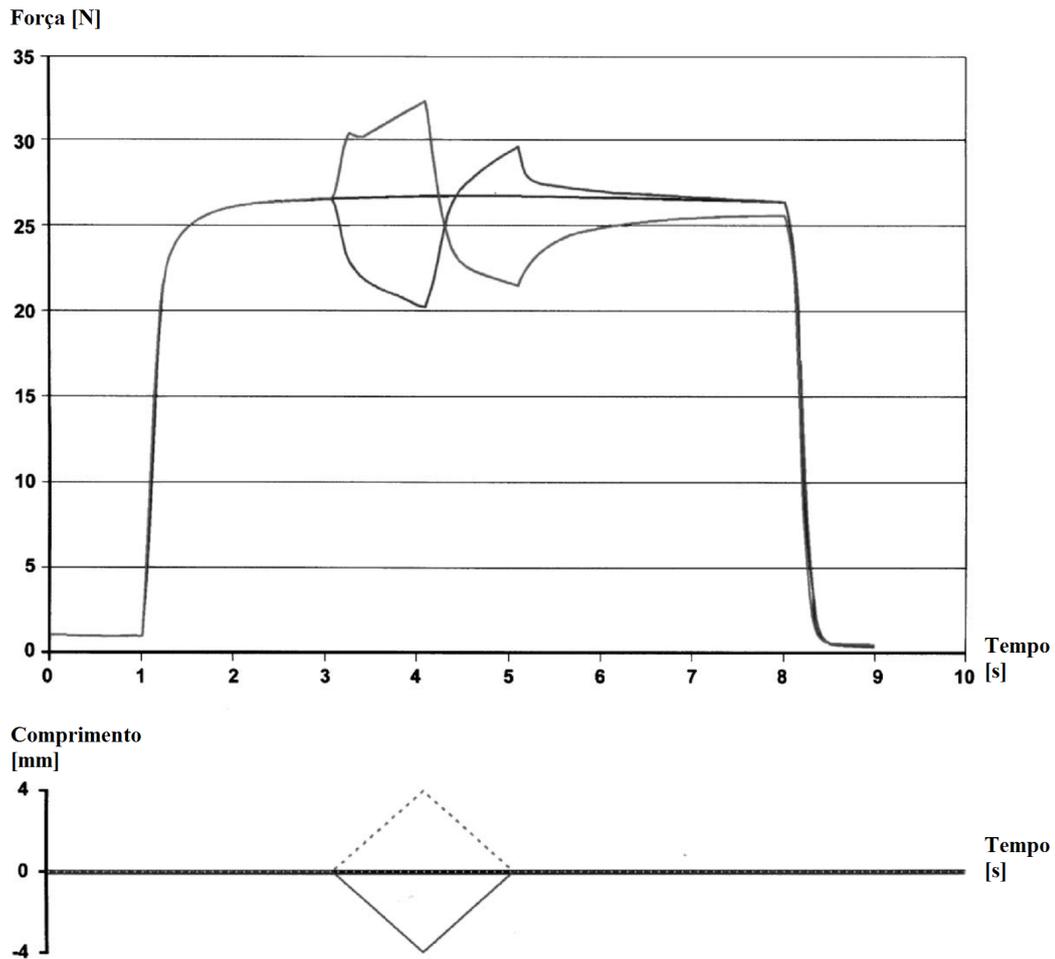


Figura 3.26 – Relação alongamento/encurtamento e encurtamento alongamento. Adaptado: Herzog e Leonard [2000]

garantiria uma boa representação do comportamento mecânico.

Normalmente a estratégia adotada por pesquisadores é focar nas características particulares deste material a fim de obter um modelo mecânico capaz de representar tais particularidades. A primeira representação necessária é da relação ativa/passiva do músculo. Representar um comportamento em que, dependendo do alongamento e da ativação do músculo, existe uma combinação adequada dos componentes ativos ou passivos. Este comportamento pode ser visto na Figura 3.27.

Além deste comportamento é necessário que seja possível avaliar as contrações concêntricas e excêntricas e suas relações. Desta maneira, em primeiro lugar é importante caracterizar o ganho ou perda de força baseado na velocidade e na amplitude do movimento, como na Figura 3.28. Em segundo lugar, por exemplo, devem ser respeitadas as relações



Figura 3.27 – Comportamento ativo/passivo, “t” é a força total gerada, “p” a força passiva e “a” a força ativa.

entre as contrações concêntricas e excêntricas. Para mesmas magnitudes de movimento, encurtamentos seguidos de alongamentos reestabelecem a força isométrica original. Entretanto, alongamentos seguidos de encurtamentos geram perda de força, igual a uma contração concêntrica de mesma magnitude.

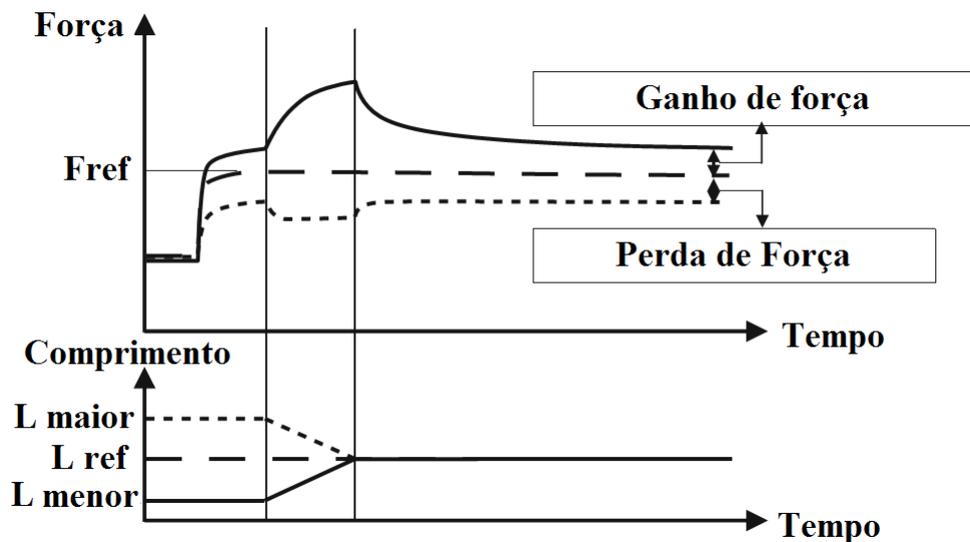


Figura 3.28 – Representação do ganho e perda de força. Adaptado: Tilp et al. [2009]

Resumindo, um modelo fenomenológico ideal deveria ser capaz de incorporar a dependência de:

- Orientação das fibras
- Impulso elétrico (porcentagem da potência total desenvolvida)
- Comprimento do músculo

E como comportamentos esperados apresentar:

- Aumento da participação do componente passivo, conforme aumento o alongamento. Como apresentado na Figura 3.27.

- Contrações excêntricas geram mais força que as isométricas para o mesmo comprimento final.

- O aumento de força deve ser proporcional ao alongamento.

- O aumento de força deve ter pouca influência da velocidade.

- Contrações concêntricas devem gerar menos força que as isométricas para o mesmo comprimento final.

- A perda de força deverá ser menor conforme maior a velocidade de encurtamento.

- A depressão de força deverá ser maior conforme maior a velocidade de encurtamento.

- O encurtamento seguido de um alongamento, de iguais magnitudes, deverá restituir a força isométrica para o mesmo comprimento final.

- O alongamento seguido de um encurtamento, de iguais magnitudes, deverá gerar um déficit de força para o mesmo comprimento final. O déficit de força deverá ser similar a um encurtamento de igual magnitude, com o mesmo comprimento final.

4. MODELOS CONSTITUTIVOS PARA TECIDOS MUSCULARES

O principal objetivo dos modelos mecânicos de músculos encontrados na literatura é representar a força desenvolvida no tempo, a partir da relação ativo/passivo. Nestes modelos é necessário conhecer *a priori* algumas propriedades do músculo (relação força-velocidade e relação força-comprimento), as condições de carregamento (por exemplo, isometria ou isotonia ou histórico de carregamento) e a ativação do músculo. Modelos como [Itoh et al., 2013], [Sharafi e Blemker, 2010] e [Paetsch et al., 2012] buscam respectivamente caracterizar a contração baseados na frequência do estímulo, avaliar a nível micromecânico as características do tecido muscular, e a transição entre o estado passivo e ativo. Este trabalho se deteve no estudo da representação da força gerada pelo músculo no tempo, através de modelos constitutivos para grandes deformações.

Na literatura diversos modelos são apresentados. Originalmente estes são baseados nas observações de Hill, através da relação força velocidade, e/ou nas observações de Huxley, através da relação força comprimento. Assim, este capítulo tem por objetivo apresentar a formulação dos modelos fenomenológicos encontrados na literatura.

Primeiramente será apresentado o mais básico modelo fenomenológico de músculos, o modelo de Hill, e em seguida serão apresentados os diferentes modelos encontrados na literatura que se enquadravam nas características buscadas neste estudo.

Todas as imagens e gráficos apresentados nesta seção já advêm da implementação dos modelos. Por motivos de organização do trabalho, a validação da implementação dos modelos será apresentada no próximo capítulo.

4.1 Modelo de Hill

O modelo de Hill é o mais simples dos modelos constitutivos de músculos, e pode ser apresentado através de um modelo reológico (Figura 4.1). Através do seu estudo é possível fazer as comparações iniciais entre o comportamento experimental e a resposta de um modelo fenomenológico. O modelo de Hill é constituído por três elementos: um elemento contráctil em série com um elemento elástico, e estes dois elementos em paralelo com um segundo elemento elástico, baseado em [Hill, 1938]. O modelo de Hill pode ser visto na Figura 4.1.

A força total desenvolvida é o somatório das forças desenvolvidas nos dois braços.

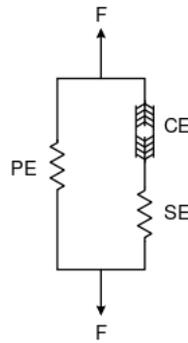


Figura 4.1 – Modelo de Hill. CE - elemento contráctil, SE - elemento elástico em série, PE - elemento elástico em paralelo.

Como um dos braços do modelo possui apenas um componente elástico, diz-se que nele são geradas as forças passivas (PE Figura 4.1). Já o outro braço possui forças puramente elásticas (SE Figura 4.1) e puramente contrácteis (CE Figura 4.1). Entretanto, para manter o equilíbrio, as duas forças devem ser iguais. Desta maneira diz-se que a força gerada neste braço é ativa.

Na grande maioria dos materiais estudados normalmente, toda tensão está associada a uma deformação, e a ausência de deformações implica a ausência de tensões [Popov, 1978]. Porém, o tecido muscular não se comporta necessariamente desta maneira.

A grande diferença do tecido muscular para outros tecidos biológicos, e demais materiais, é a existência do sarcômero que sob um certo estímulo tem a capacidade de se contrair. Por isso, além da deformação no tempo, ou da tensão no tempo, é necessário atribuir uma função de ativação conhecida no tempo. Esta função é responsável por ativar a contração do sarcômero, seja encurtando-o ou agindo como uma força gerada no elemento ativo, dependendo das condições de contorno. Assim o modelo de Hill pode apresentar diferentes comportamentos quando sujeito a diferentes condições de carregamento e ativação. Algumas combinações de alongamentos e ativação, bem como a resposta do modelo são apresentadas na Figura 4.2.

A primeira condição de carregamento o músculo é mantido em sua posição de referência ao longo do tempo. Desta maneira, sem compressão ou tração, o componente passivo em paralelo não gera força. Além disto, o músculo não é ativado. Sem ativação o componente ativo não gera força. Considerando as contribuições ativas e passivas, nenhuma tensão

é observada ao longo do tempo. Este comportamento pode ser visto na Figura 4.2a.

Em uma segunda condição de carregamento, o músculo é inicialmente mantido na posição de referência. Em seguida é continuamente alongado. Neste caso também não existe ativação. O alongamento gera tensões no componente passivo em paralelo. O componente ativo não gera forças, visto que não existe ativação. Definido que o componente ativo se comporta como um corpo rígido na ausência de ativação, todo alongamento é aplicado diretamente no componente passivo em série. Assim, este componente gera tensões devido ao alongamento. Desta maneira a tensão total gerada é de origem passiva. Este comportamento pode ser visto no item 1 da Figura 4.2b.

Na terceira condição de carregamento, o deslocamento é restringido em uma extremidade do músculo. A outra extremidade é deixada livre. Depois de certo tempo o músculo é ativado. Ao receber estímulo o componente ativo se contrai. Este encurtamento gera, entre os componentes passivos em série e em paralelo, forças e deslocamentos necessários para manter o equilíbrio. Como não são aplicadas forças externas na extremidade livre, o músculo encurta, até ser encontrado o equilíbrio entre as três componentes de força. Desta maneira, verifica-se que, mesmo com deformações, o músculo pode não produzir força. Este comportamento pode ser visto na Figura 4.2c.

Na quarta condição de carregamento o comprimento do músculo é fixado em sua configuração de referência indeformada. Após certo tempo o músculo é ativado. A componente passiva em paralelo não gera forças por não apresentar deformações. Como o músculo é ativado, a componente ativa se contrai, gerando forças. Estas, por questões de equilíbrio, são iguais às forças geradas no elemento passivo em série devido ao seu alongamento. Desta maneira, mesmo sem deformações o músculo é capaz de gerar força, devido a sua componente ativa. Este comportamento pode ser visto na Figura 4.2d.

Deve-se notar que o quarto caso representa uma contração isométrica, onde o comprimento do músculo é mantido igual durante toda a contração. O terceiro caso de carregamento representa uma contração isotônica, onde a força aplicada ao sistema é mantida constante ao longo de toda a contração.

O modelo de Hill é a base para a maior parte dos modelos musculares devido a sua simplicidade e boa capacidade de prever o comportamento isométrico. Ainda, a alteração da evolução da variável interna é uma forma simples para buscar representar diferentes compor-

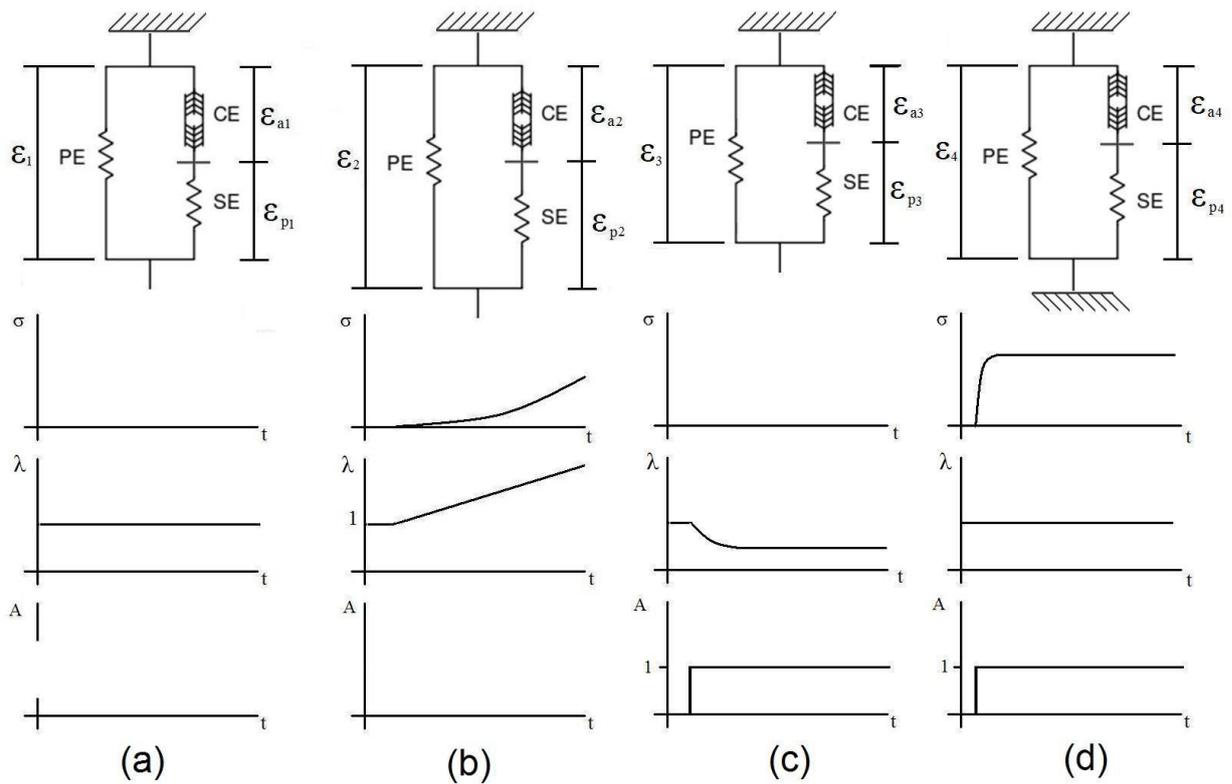


Figura 4.2 – Comportamento do modelo de Hill para diferentes casos. De cima para baixo: representação do modelo reológico, resposta de tensão no tempo, alongamento aplicado no tempo, função de ativação aplicada no tempo.

tamentos. Alguns modelos surgiram através da alteração da relação entre estes componentes.

O modelo de Hill também possui uma versão generalizada, através da reorganização de seus componentes. Nesta versão o componente contráctil está em paralelo com um elemento elástico, e estes dois em série com um segundo componente elástico [McGowan et al., 2010]. Apesar deste modelo apresentar uma resposta de forças semelhante ao modelo de Hill, esta versão é utilizada em programas como OpenSim [Seth et al., 2011]. Neste tipo de programa é buscado representar a interação entre o sistema muscular, sistema esquelético e o sistema nervoso. Como o modelo de Hill generalizado não é capaz de representar de forma adequada a dependência do histórico de carregamentos [McGowan et al., 2010] e a dificuldade de obter informações individuais sobre cada músculo de um grupo muscular complexo, programas como OpenSim buscam representar as alterações de força durante o movimento através da existência de um controlador neuromuscular que altera as forças produzidas no

músculos [Seth et al., 2011]. Desta maneira, as alterações de força do histórico de carregamentos é obtida através da alteração da ativação do músculo e não através da representação das modificações internas do sarcômero, verificadas experimentalmente e apresentadas no capítulo anterior.

4.2 Modelos da Literatura

Muitos modelos encontrados na literatura fizeram uso do modelo de Hill na sua concepção. Naturalmente surgiram formulações específicas, pois refletem propostas para modelar comportamentos específicos. Enquanto alguns modelos surgem da escolha de diferentes parâmetros para caracterizar o músculo, outros são criados para englobar diferentes fenômenos. Os modelos apresentados neste trabalho variam em complexidade e capacidade de representação. Para a apresentação dos modelos encontrados, os mesmos foram organizados de acordo com suas características fundamentais, aquelas que os diferem de outros modelos. Esta divisão pode se vista na Figura 4.3.

Também é possível observar da Figura 4.3 que, além dos modelos de músculos esqueléticos, foram analisados modelos de músculos lisos. Este segundo tipo de músculo não faz parte do escopo original deste trabalho, mas alguns dos modelos de músculos esqueléticos foram baseados em modelos de músculos lisos. Como fizeram parte da compreensão dos modelos de músculos esqueléticos, estes não foram suprimidos. Os números I até VI foram utilizadas na Figura 4.3 por questão de organização para referenciar os modelos utilizados, que serão posteriormente apresentados em detalhes.

Modelo Tipo I: Modelos de Van Loocke [Van Loocke et al., 2008], Rehorn [Rehorn et al., 2014], Heufle [Haeufle et al., 2014], Meijer [Meijer et al., 1998] e Lu [Lu et al., 2010]. Estes modelos utilizam de elementos viscosos lineares em seus equacionamentos.

Modelo Tipo II: Modelo de McGowan em [McGowan et al., 2010] e em [McGowan et al., 2013]. A força é unidimensional e partida em diferentes regiões para representar comportamentos específicos.

Modelos Tipo III: Modelo de Hernández [Hernández-Gascón et al., 2013]. O gradiente de deformação é dividido em contribuições passivas (\mathbf{F}_e) e ativas (\mathbf{F}_a).

Modelos Tipo IV: Modelo Ramirez [Ramírez et al., 2010] e Johansson [Johansson et al., 2000]. Toda tensão gerada depende diretamente do escalonamento do gradiente de

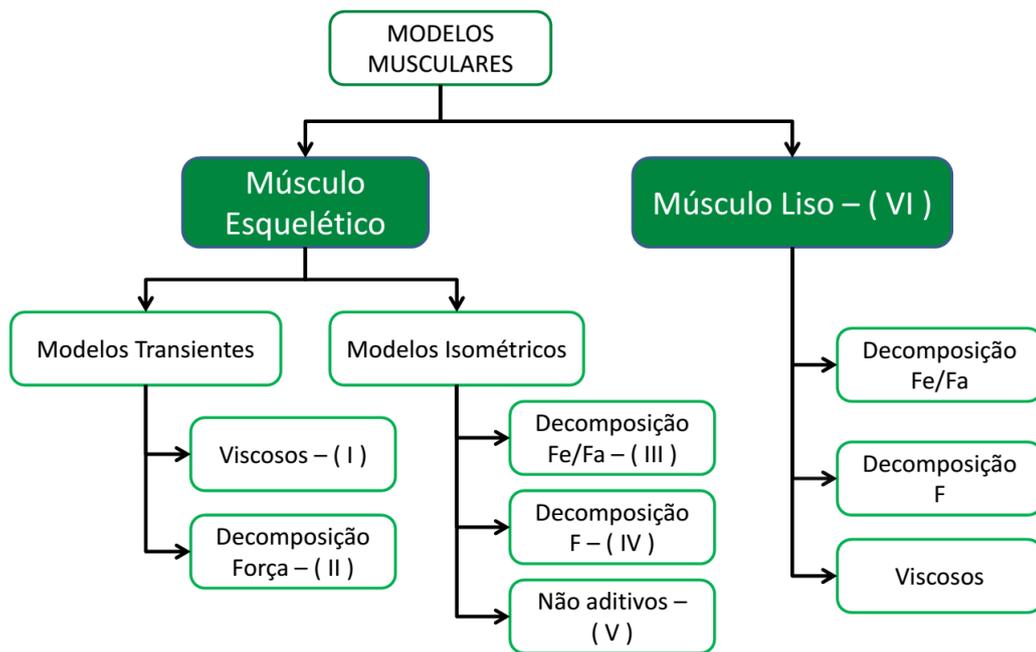


Figura 4.3 – Contextualização dos modelos.

deformação F .

Modelos Tipo V: Modelo de Böl [Böl et al., 2011b]. Modelo com combinação não aditiva dos potenciais de energia livre ativo e passivo.

Modelos Tipo VI: Estes modelos são utilizados para caracterizar músculos lisos, [Kroon, 2010], [Stålhand et al., 2011], [Böl et al., 2012], [Klarbring et al., 2007]. Avaliam a evolução de fenômenos químicos para permitir a produção de força por longos períodos de tempo com baixo custo energético.

Do estudo dos modelos encontrados na literatura foi verificado que nenhum se propunha a representar em formulações adequadas a grandes deslocamentos sequências de combinações de contrações musculares. Isto é, ou apenas representam contrações puramente isométricas ou a combinação entre contrações concêntricas e excêntricas. Também deste estudo preliminar escolheu-se estudar com mais detalhes apenas modelos cuja formulação permitisse uma primeira análise da representação da combinação de contrações. Estes modelos são detalhadas nas seções a seguir.

4.2.1 Modelo de Bøl

O modelo de Bøl busca caracterizar a relação força-comprimento, através de uma relação entre tensões ativa/passiva não aditiva. O modelo de Bøl resulta de uma série de desenvolvimentos de uma proposta própria. Em [Ehret e Itskov, 2007] é apresentada a formulação do componente passivo do músculo, baseado em modelos de artérias coronárias. O trabalho é retomado em 2011, com o artigo de [Ehret et al., 2011] onde é adicionada a parte ativa ao modelo passivo, de forma não associativa. Também em 2011, [Bøl et al., 2011a], avaliam detalhadamente a consideração feita em [Ehret et al., 2011], de que o músculo é composto de diferentes tipos de fibras musculares (fibras de contração rápida, de contração lenta e fibras fadigadas). Por fim o modelo é implementado em elementos finitos em [Bøl et al., 2011b].

O modelo considera que a ativação depende de uma função de ativação, neste caso, um potencial elétrico. Assim, é considerado que existe um impulso elétrico que percorre o músculo, iniciando nas terminações nervosas. Dependendo da intensidade do sinal e se a fibra não estava ainda recrutada, a ativação pode ocorrer, [Bøl et al., 2011b].

Para a implementação utilizando o método dos elementos finitos, primeiramente é determinado a distribuição do campo elétrico, baseado nas propriedades de condução elétrica do músculo, e o tipo de sinal enviado pelas terminações nervosas. Em seguida, em cada ponto de integração é avaliado o nível do estímulo elétrico. Se este estímulo é maior que um dado valor, e o músculo possui fibras disponíveis, acontece a contração muscular. A dedução completa da formulação do modelo de contração muscular não aditivo, é apresenta em [Bøl et al., 2011b; Ehret et al., 2011].

O conceito do modelo é que, sem a ativação, o músculo responde apenas com sua componente passiva. Uma vez iniciada a contração muscular, existe um aumento da produção de força de forma não aditiva, para contabilizar também a produção de força do músculo. O modelo foi proposto para representar contrações isométricas, apresentando dependência da relação força-comprimento de Huxley, bem como a relação força-velocidade de Hill.

A tensão desenvolvida no músculo é obtida através de expressões hiperelásticas. A formulação é tridimensional, incompressível, com uma direção preferencial para as fibras musculares.

Para este modelo o tensor tensão do segundo Piola-Kirchhoff pode ser escrito como

[Ehret et al., 2011]:

$$\mathbf{S} = \frac{\alpha_1}{4} \left\{ e^{\alpha_2(\tilde{I}_p-1)} \left[\frac{\alpha_4}{3} \mathbf{I} + (\alpha_5 + w_a) \mathbf{N} \right] - e^{\alpha_3(\tilde{K}-1)} \mathbf{C}^{-1} \left[\frac{\alpha_4}{3} \mathbf{I} + \alpha_5 \mathbf{M} \right] \mathbf{C}^{-1} \right\} - p \mathbf{C}^{-1} \quad (4.1)$$

onde \mathbf{S} é a tensão, α_i são parâmetros do material e w_a é uma função de ativação do tecido muscular. Ainda temos pseudo-invariantes auxiliares escritos como:

$$\tilde{I} = \tilde{I}_p + w_a \lambda_f^2 \quad (4.2)$$

$$\tilde{I}_p = \frac{\alpha_4}{3} \text{tr} \mathbf{C} + w_p \text{tr}(\mathbf{C} \mathbf{N}) \quad (4.3)$$

$$\tilde{k} = \frac{\alpha_4}{3} \left(\frac{1}{\lambda_f^2} + 2\lambda_f \right) + \frac{\alpha_5}{\lambda_f^2} \quad (4.4)$$

$$\mathbf{N} = \mathbf{n}_0 \otimes \mathbf{n}_0 \quad (4.5)$$

onde \mathbf{n}_0 é a direção das fibras musculares, e λ_f é o alongamento na direção das fibras musculares.

Caso fosse considerado que a função de ativação w_a seja nula, o modelo acima representa apenas o comportamento passivo do músculo. A equação 4.1 apresenta tensões a nível de matriz, nos termos multiplicados pela deformação \mathbf{C}^{-1} , e de fibra, nos termos multiplicados pelo tensor estrutural \mathbf{N} . Também na proposta deste modelo, as contribuições volumétricas e isocóricas são separadas, sendo as tensões volumétricas representadas pelo último termo. Sem ativação, a curva representada pelo modelo é de característica exponencial. Para se contabilizar a resposta ativa do modelo, é necessário determinar uma função de ativação para w_a ser diferente de zero. Desta maneira [Ehret et al., 2011]:

$$w_a = \begin{cases} 0 & P_{act} = 0 \\ \frac{W_0(x^*)}{\alpha \lambda_m^2} - \frac{\tilde{I}_p'}{2\lambda_m} & P_{act} \neq 0 \end{cases} \quad (4.6)$$

Sendo:

$$x^* = P_{act} \frac{2\alpha_2 \lambda_f}{\mu} e^{\left(\frac{\alpha_2}{2}\right)(2-2\tilde{I}_p + \lambda_f \tilde{I}_p')} + \frac{\alpha_2}{2} \lambda_f \tilde{I}_p' e^{\frac{\alpha_2}{2} \lambda_f \tilde{I}_p'} \quad (4.7)$$

$$\tilde{I}_p' = \frac{\alpha_4}{3}(2\lambda_m - 2\lambda_m^{-2}) + 2\alpha_5 \lambda_m \quad (4.8)$$

onde $W_0(x^*)$ é o ramo principal da função de Labert e P_{act} é a força ativa do músculo, que é determinado baseado em parâmetros materiais.

Rigorosamente o estímulo depende de parâmetros bioquímicos a nível de sarcômero, aqui condensados no termo P_{act} [Ehret et al., 2011]. Considerando-se que a força desenvolvida em um músculo pode ser representada por uma força isométrica máxima, multiplicada por fatores de ativação para contabilizar a influência da: velocidade, relação força-comprimento e função de ativação. Assim, a força pode ser aumentada e diminuída de uma forma simples e considerando diferentes fatores [Ehret et al., 2011]:

$$P_{act} = \alpha_6 f_a f_c f_v, \quad 0 \leq f_a \leq 1, \quad 0 \leq f_c \leq 1 \quad (4.9)$$

onde α_6 é a força isométrica máxima, f_a é a função de ativação no tempo, f_c é a relação força-comprimento e f_v é a relação força-velocidade.

A dependência do tipo de fibra muscular pode ser introduzida modificando a Equação 4.9. O modelo contabiliza algumas informações a nível de fibra, determinado que a força ativa é o somatório das forças de cada fibra ativa. Para elaborar esta abordagem, a equação 4.9 foi reescrita como [Ehret et al., 2011]:

$$P_{act} = f_c f_v \alpha_6 f_a = f_c f_v \alpha_7 \sum_{i=1}^{n_{MU}} Q_i F_t^i, \quad 0 \leq f_a \leq 1, \quad 0 \leq f_c \leq 1 \quad (4.10)$$

Onde α_7 é o número de unidades motoras por seção transversal de referência, n_{MU} o número de unidades motoras (tipos de fibras musculares), Q_i a fração que cada tipo de fibra muscular representa do total de fibras e F_t^i a força gerada por um grupo de fibras no instante de tempo t .

Para avaliar o valor de F_t^i é utilizada uma função em que as forças desenvolvidas são consideradas como um somatório de forças oriundas de pulsos, multiplicados por um fator

de ganho [Ehret et al., 2011]:

$$F_t^i = G_i \left(\frac{\alpha_8}{\alpha_9} \right) \sum_{j=1}^{n_{imp}} g_{ij} (t - t_{ij}) \quad (4.11)$$

onde G_i é a função de ganho e g_{ij} é a resposta de um pulso iniciado no tempo t_{ij} . Estes podem ser calculados por:

$$G_i \left(\frac{\alpha_8}{\alpha_9} \right) = \frac{1 - e^{-2(\alpha_8/\alpha_9)^3}}{\alpha_8/\alpha_9} \quad (4.12)$$

$$g_{ij} (t - t_{ij}) = \frac{(t - t_{ij}) \bar{F}_i}{\alpha_8} e^{-\frac{(t - t_{ij})}{\alpha_8}} \quad (4.13)$$

onde α_8 é o tempo de contração da fibra, α_9 é o tempo entre estímulos e \bar{F}_i é força máxima de um pulso para cada tipo de fibra.

Por fim, as funções f_c e f_v são obtidas por:

$$f_c = \begin{cases} \frac{\alpha_{10} - \lambda_f}{\alpha_{10} - \alpha_{11}} \exp \frac{(2\alpha_{10} - \lambda_f - \alpha_{11})(\lambda_f - \alpha_{11})}{2(\alpha_{10} - \alpha_{11})^2} & \lambda_f > \alpha_{10} \\ 0 & \lambda_f \leq \alpha_{10} \end{cases} \quad (4.14)$$

$$f_v = \begin{cases} \frac{1 - \dot{\lambda}_m/\alpha_{12}}{1 + \alpha_{14}\dot{\lambda}_m/\alpha_{12}} & \dot{\lambda}_m \leq 0 \\ \frac{1 + \dot{\lambda}_m/\alpha_{12}}{1 - \alpha_{13}\alpha_{14}\dot{\lambda}_m/\alpha_{12}} & \dot{\lambda}_m > 0 \end{cases} \quad (4.15)$$

onde α_{10} é o alongamento a partir do qual o músculo gera força ativa, α_{11} é alongamento no qual o músculo mais gera força, $\dot{\lambda}_m$ é a taxa do alongamento no componente ativo, e α_{12} é a taxa mínima de alongamento do componente ativo, e α_{13} e α_{14} são parâmetros materiais.

Para realizar o procedimento de cálculo é necessário combinar as informações a nível de fibra com a capacidade do músculo como um todo gerar força. Esta relação é feita através do parâmetro α_7 . Com o aumento da frequência dos pulsos que estimula o músculo a força produzida pelo mesmo cresce até um patamar. Este comportamento é apresentado na Figura 4.4. Se este patamar for obtido no comprimento do ótimo do músculo $f_a = 1$, e por ser uma contração isométrica $f_v = 1$. Avaliando Assim, a Equação 4.10 pode ser reescrita como:

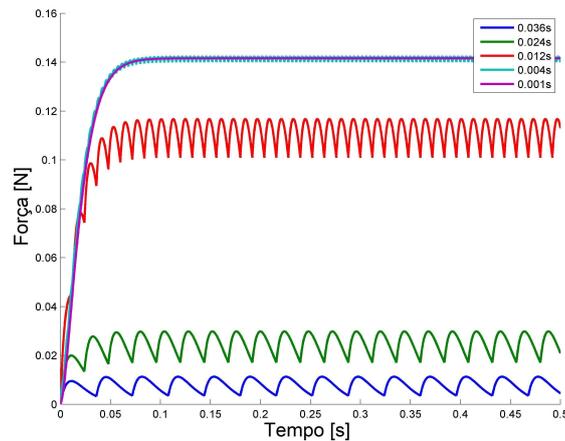


Figura 4.4 – Representação da combinação de pulsos até ser atingida a tetania para diferentes períodos de estímulo

$$\alpha_7 = P_{act} / \sum_{i=1}^{n_{MU}} Q_i F_t^i \quad (4.16)$$

O termo dentro do somatório é conhecido baseado nas informações a nível de fibra. O termo P_{act} é o valor da força tetânica encontrada em uma contração isométrica no comprimento ótimo. Desta maneira a constante α_7 pode ser calculada. Com todas as constantes determinadas, pode-se calcular tanto a função de ativação w_a , quanto as tensões ativas e passivas. Por fim, através das operações de push-forward sobre a tensão do segundo Piola-Kirchhoff (Equação 2.18) na tensão de Cauchy [Holzapfel, 2000].

4.2.2 Modelo de Hernández

O modelo de Hernández apresenta uma formulação tridimensional, incompressível, hiperelástica, sujeita a direções preferenciais das fibras de colágeno (encontradas nas camadas de tecido conjuntivo que envolvem as fibras musculares) e das fibras musculares, com dependência de relação força-comprimento. O modelo é apresentado em [Hernández-Gascón et al., 2013], e busca reproduzir as componentes ativas e passivas de forma desacoplada. A resposta passiva foi baseada em [Calvo et al., 2010], que é uma adaptação para tecidos musculares de um modelo para tecidos moles [Calvo et al., 2009]. A proposta ativa do modelo foi baseada em [Stålhand et al., 2011].

Originalmente a proposta da contribuição ativa era voltada para músculos lisos, onde o mecanismo de contração muscular é diferente de músculos esqueléticos. Além da relação força comprimento, músculos lisos devem ser capazes de manter baixos níveis de força por longos períodos, com baixo custo energético [Guyton e John E. Hall, 2006]. Para caracterizar este comportamento é adicionada uma dependência da fosforilação das cabeças de actina e miosina, sendo esta a principal diferença entre modelos de músculos lisos e estriados esqueléticos. O modelo de Hernández utilizou a descrição ativa de [Stålhand et al., 2011], desconsiderando a fosforilação das cabeças de miosina e actina. Aqui não serão apresentadas as deduções das equações, apenas a formulação necessária para reproduzir o comportamento do modelo. Maiores detalhes podem ser obtidos no trabalho original [Hernández-Gascón et al., 2013].

Inicialmente é determinada a hipótese cinemática onde o gradiente de deformação é decomposto multiplicativamente por uma parcela ativa e passiva. Tal que:

$$\bar{\mathbf{F}} = \bar{\mathbf{F}}_e \bar{\mathbf{F}}_a \quad (4.17)$$

onde $\bar{\mathbf{F}}$ é a componente desviadora do gradiente de deformação, $\bar{\mathbf{F}}_e$ a deformação associada a elasticidade das pontes cruzadas e $\bar{\mathbf{F}}_a$ a deformação associada ao elemento contráctil devido ao deslizamento das cabeças de miosina e actina.

Esta formulação advém do fato que as contrações musculares acontecem de forma independente, em diferentes locais do músculo. Desta maneira, não existe necessariamente uma correspondência exata entre o gradiente de deformação devido a contração muscular e o gradiente de deformação total do músculo. A componente $\bar{\mathbf{F}}_e$ garante que exista uma correspondência entre os gradientes ativos ($\bar{\mathbf{F}}_a$) e totais ($\bar{\mathbf{F}}$) [Stålhand et al., 2011].

As equações constitutivas são baseadas na existência de um potencial de energia livre da forma [Hernández-Gascón et al., 2013]:

$$\psi = \psi_{vol}(J) + \bar{\psi}_p(\bar{I}_1, \bar{I}_2, \bar{I}_4) + \bar{\psi}_a(\bar{J}_4, \bar{\lambda}_a) \quad (4.18)$$

onde,

$$\bar{J}_4 = \mathbf{n}_0 \cdot \bar{\mathbf{C}}_e \mathbf{n}_0 = \lambda_e^2 \quad (4.19)$$

onde ψ_{vol} representa a energia de deformação volumétrica, $\bar{\psi}_p$ representa a energia de deformação desviadora passiva, $\bar{\psi}_a$ representa a energia de deformação desviadora ativa, λ_e é o alongamento passivo na direção da fibra muscular e λ_a é o alongamento ativo na direção da fibra.

O potencial desviador ativo é então definido por:

$$\bar{\psi}_a(\bar{J}_4, \bar{\lambda}_a) = f_c(\bar{\lambda}_a) f_a(f_r, t) \bar{\psi}'_a(\bar{J}_4) \quad (4.20)$$

$$\bar{\psi}'_a(\bar{J}_4) = \frac{1}{2} \alpha_8 (\bar{J}_4 - 1)^2 \quad (4.21)$$

onde f_c atua como a relação força-comprimento de Huxley:

$$f_t(\bar{\lambda}_a) = \exp\left(-(\bar{\lambda}_a - \alpha_1)^2 / 2\alpha_2^2\right) \quad (4.22)$$

e a função de ativação do músculo f_a é descrita como:

$$f_a(f_r, t) = \sum_{i=1}^{n_{imp}} \left[(1 - \alpha_3 \cdot \exp(-\alpha_4 \alpha_5) / \alpha_6) \left(\alpha_7 \frac{t - t_i}{\alpha_5} \exp(1 - (t - t_i) / \alpha_5) \right) \right] \quad (4.23)$$

Onde α_1 é o comprimento ótimo do músculo, α_2 é um parâmetro que determinar a abertura da relação força-comprimento, n_{imp} é o número de pulsos, α_3 é um fator que correlaciona a tensão após o pulso e a força tetânica, α_4 é a frequência do pulso, α_5 é o tempo de contração do músculo, α_6 e α_7 são outros parâmetros materiais, t_i é o tempo em que iniciou o pulso e α_8 é um fator relacionado com a tensão máxima desenvolvida no músculo.

O potencial desviador passivo é definido como em [Calvo et al., 2010] :

$$\bar{\psi}_p(\bar{I}_1, \bar{I}_2, \bar{I}_4) = \alpha_9 (\bar{I}_1 - 3) + \bar{\psi}_{pf} \quad (4.24)$$

onde:

$$\bar{\psi}_{pf} = \begin{cases} 0 & \bar{I}_4 < \alpha_{10} \\ \frac{\alpha_{11}}{\alpha_{12}} (\exp(\alpha_{12}(\bar{I}_4 - \alpha_{16})) - \alpha_{12}(\bar{I}_4 - \alpha_{16}) - 1) & \bar{I}_4 > \alpha_{16}e\bar{I}_4 < \alpha_{17} \\ \alpha_{13}\sqrt{\bar{I}_4} + \frac{1}{2}\alpha_{14}\ln(\bar{I}_4) + \alpha_{15} & \bar{I}_4 > \alpha_{17} \end{cases} \quad (4.25)$$

onde α_9 até α_{15} são parâmetros materiais, α_{16} é o alongamento a partir do qual a fibra passiva passa a agir, e α_{17} é um alongamento de referência para alterar a inclinação da curva.

A tensão passiva gerada está associada diretamente ao alongamento na direção da fibra de colágeno, e não com a decomposição da elasticidade das pontes cruzadas. É importante ressaltar que este modelo considera que existem direções diferentes entre as fibras de colágeno (contribuições passivas) e das fibras musculares (contribuições ativas). A contabilização da componente passiva das pontes cruzadas atua apenas para determinar e evolução do alongamento do componente ativo. Também é importante ressaltar que a contribuição passiva da fibra não inicia necessariamente no alongamento unitário. O alongamento unitário está definido baseado na força ótima isométrica do músculo, sendo mais fácil caracterizá-lo experimentalmente.

Para determinar completamente a resposta, é necessário determinar a evolução da variável $\bar{\lambda}_a$. O modelo de Hernández define que a atualização de $\bar{\lambda}_a$ é explícita, e que:

$$\dot{\bar{\lambda}}_a = \alpha_{18} \left[-\alpha_{19} - \frac{1}{\alpha_8 f_c(\bar{\lambda}_a)} \frac{\partial f_c}{\partial \bar{\lambda}_a} \bar{\psi}'_a + \frac{2}{\alpha_8} \frac{\bar{\lambda}_e^2}{\bar{\lambda}_a} \frac{\partial \bar{\psi}'_a}{\partial \bar{J}_4} \right] \quad (4.26)$$

Do potencial de energia livre (Equação 4.18) pode-se escrever que a tensão é composta por uma componente volumétrica e duas desviadoras (ativa e passiva). Assim o segundo tensor tensão de Piola-Kirchhof é dado por:

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}_{vol} + \bar{\mathbf{S}}_p + \bar{\mathbf{S}}_a \quad (4.27)$$

$$\mathbf{S}_{vol} = 2 \frac{\partial \Psi_{vol}}{\partial \mathbf{C}} \quad (4.28)$$

$$\bar{\mathbf{S}}_p = 2 \frac{\partial \bar{\psi}_p}{\partial \mathbf{C}} \quad (4.29)$$

$$\bar{\mathbf{S}}_a = 2 \frac{\partial \bar{\psi}_a}{\partial \mathbf{C}} \quad (4.30)$$

Deve-se verificar que resolvendo a Equação 4.26 não existe dependência de f_a , a função de ativação. Esta independência resulta que exista a evolução da variável interna, mesmo que não exista ativação. Lembrando que $\bar{\lambda}_a$ é o alongamento devido à contração do componente ativo e $\bar{\lambda}_e$ é o alongamento devido à elasticidade das pontes de actina e miosina. Sem a ativação era esperado que o alongamento do componente ativo não fosse alterado. Entretanto, esta incompatibilidade do modelo não afeta o patamar das tensões tetânicas geradas. Como a força ativa é calculada fazendo uso da expressão f_t , antes da ativação não existe nenhuma força ativa gerada.

Supondo que a ativação ocorra quando a variável interna já está completamente desenvolvida, a mudança da força ativa é um escalonamento da função de ativação, quando idealmente seria a combinação da função de ativação com a evolução da variável interna. De forma prática, esta condição não afeta o patamar da força máxima gerada.

4.2.3 Modelo de Lu

O modelo de Lu apresenta uma formulação ativa/passiva, quase incompressível, transversalmente isotrópica, viscoelástica e composta por fibras inseridas em uma matriz, com dependência da relação força-comprimento e força-velocidade [Lu et al., 2010]. Este modelo busca prever a combinação de contrações concêntricas e excêntricas ou contrações isométricas. Originalmente [Kojic et al., 1998] desenvolveu um modelo de músculo baseado no modelo de Hill, para contrações isométricas e concêntricas. Em 2009, [Tang et al., 2009] adicionou à formulação a capacidade de contabilizar contrações excêntricas. Finalmente [Lu et al., 2010] adicionou o componente viscoso à formulação.

Neste modelo, é suposto a existência de um potencial de energia livre composto por uma parcela isocória elástica, uma parcela isocórica viscosa e uma parcela volumétrica:

$$\psi = \psi_{iso}^e + \psi_{iso}^v + \psi_{vol} \quad (4.31)$$

A parcela volumétrica pode ser escrita como:

$$\psi_{vol}(J) = \frac{1}{\alpha_1} (J - 1)^2 \quad (4.32)$$

onde α_1 é uma constante de compressibilidade, inversamente proporcional ao módulo volumétrico.

O potencial de energia livre isocórico viscoso pode ser escrito com contribuições da fibra e da matriz [Lu et al., 2010]:

$$\psi_{iso}^v(\bar{I}_1, \bar{J}_2, \bar{I}_4, \bar{J}_5) = \psi_m^v(\bar{I}_1, \bar{J}_2) + \psi_f^v(\bar{I}_4, \bar{J}_5) \quad (4.33)$$

onde:

$$\psi_m^v(\bar{I}_1, \bar{J}_2) = \alpha_2 (\bar{I}_1 - 3) \bar{J}_2 \quad (4.34)$$

$$\psi_f^v(\bar{I}_4, \bar{J}_5) = \begin{cases} 0 & \bar{I}_4 \leq 1 \\ \frac{1}{2} \alpha_3 (\bar{I}_4 - 1)^2 \bar{J}_5 & \bar{I}_4 > 1 \end{cases} \quad (4.35)$$

onde α_2 e α_3 são parâmetros materiais, $\bar{J}_2 = 1/2 (\mathbf{I} : \dot{\mathbf{C}}^2)$, $\bar{I}_4 = \mathbf{N} : \bar{\mathbf{C}}$ e $\bar{J}_5 = \mathbf{N} : \dot{\bar{\mathbf{C}}}$.

O potencial de energia livre isocórico elástico é escrito com contribuições da fibra e da matriz:

$$\psi_{iso}^e = \psi_m^e(\bar{I}_1) + \psi_f^e(\bar{\lambda}_f, \lambda_e) \quad (4.36)$$

Onde:

$$\psi_m^e(\bar{I}_1) = \frac{\alpha_4}{2} (\bar{I}_1 - 3) \quad (4.37)$$

$$\psi_f^e(\bar{\lambda}_f, \lambda_s) = \int_1^{\bar{\lambda}_f} [\sigma_s(\lambda, \lambda_s) + \sigma_p(\lambda)] d\lambda \quad (4.38)$$

onde α_4 é um parâmetro material, $\bar{\lambda}_f$ é o alongamento da fibra, λ_e é o alongamento no componente elástico em série do modelo de Hill, σ_p é a tensão passiva do modelo de Hill e

σ_s é a tensão ativa do modelo de Hill.

O elemento de Hill possui três componentes, um elemento elástico em série com um elemento contráctil, e um elemento elástico em paralelo com estes dois (Figura 4.1). O autor utiliza a formulação incremental [Kojic et al., 1998] para determinar as tensões no elemento elástico em série:

$${}^{t+\Delta t}\sigma_s = e^{\alpha\Delta\lambda_e} ({}^t\sigma_s + \alpha_5) - \alpha_5 \quad (4.39)$$

$${}^t\sigma_s = \alpha_5 \left[e^{\alpha_6^t\lambda_e} - 1 \right] \quad (4.40)$$

sendo α_5 e α_6 parâmetros materiais.

Neste modelo a tensão no elemento contráctil é escrita como:

$${}^{t+\Delta t}\sigma_m = \alpha_7 f_a(t + \Delta t) f_c(\bar{\lambda}_f) f_v(\dot{\lambda}_m) \quad (4.41)$$

onde α_7 é a tensão isométrica máxima, f_a é a função de ativação normalizada no tempo, f_c é a relação força comprimento normalizada, e f_v é a relação força-velocidade.

A função de ativação é similar a uma lei de saturação, na forma:

$$f_a(t) = \begin{cases} \alpha_8 & \text{se } t < t_0 \\ \alpha_8 + (\alpha_9 - \alpha_8) h_t(t, t_0) & \text{se } t_0 < t < t_1 \\ \alpha_8 + (\alpha_9 - \alpha_8) h_t(t_1, t_0) - [(\alpha_9 - \alpha_8) h_t(t_1, t_0)] h_t(t, t_1) & \text{se } t > t_1 \end{cases} \quad (4.42)$$

e

$$h_t(t_i, t_b) = 1 - \exp[-\alpha_{10}(t_i - t_b)] \quad (4.43)$$

onde α_8 é o nível de estímulo antes da ativação, α_9 é o nível de estímulo máximo, t é o tempo, t_0 é tempo do início do estímulo, t_1 é o tempo de fim do estímulo, e α_{10} é um parâmetro de saturação do estímulo.

A relação força-comprimento normalizada é dada por:

$$f_c(\bar{\lambda}_f) = \begin{cases} 0 & \text{se } {}^t\bar{\lambda}_f/\alpha_{11} < 0.4 \\ 9({}^t\bar{\lambda}_f/\lambda_{opt} - 0.4)^2 & \text{se } 0.4 \leq {}^t\bar{\lambda}_f/\alpha_{11} < 0.6 \\ 1 - 4(1 - {}^t\bar{\lambda}_f/\alpha_{11})^2 & \text{se } 0.6 \leq {}^t\bar{\lambda}_f/\alpha_{11} < 1.4 \\ 9({}^t\bar{\lambda}_f/\lambda_{opt} - 1.6)^2 & \text{se } 1.4 \leq {}^t\bar{\lambda}_f/\alpha_{11} < 1.6 \\ 0 & \text{se } {}^t\bar{\lambda}_f/\alpha_{11} \geq 1.6 \end{cases} \quad (4.44)$$

onde α_{11} é o alongamento ótimo do músculo.

A relação força-velocidade é dada por:

$$f_v(\dot{\lambda}_a) = \begin{cases} \frac{1 - \dot{\lambda}_a/\alpha_{12}}{1 - \alpha_{13}\dot{\lambda}_m/\alpha_{12}} & \text{se } \dot{\lambda}_a \leq 0 \\ \alpha_{14} - (\alpha_{14} - 1) \frac{1 + \dot{\lambda}_m/\alpha_{12}}{1 - \alpha_{15}\alpha_{13}\dot{\lambda}_m/\alpha_{12}} & \text{se } \dot{\lambda}_m \geq 0 \end{cases} \quad (4.45)$$

Onde $\dot{\lambda}_a$ é a taxa do alongamento no componente ativo, e α_{12} é a taxa de alongamento mínima do componente ativo, α_{13} , α_{14} e α_{15} são parâmetros do material.

As equações 4.39 e 4.41 fornecem as tensões no elemento ativo e elemento passivo em série em qualquer instante de tempo, respectivamente. Para determinar a evolução das variáveis λ_a e λ_e , [Kojic et al., 1998], determinou uma relação entre os componentes ativos e passivos para contrações isométricas e concêntricas. Os resultados de [Kojic et al., 1998] foram expandidos para contrações excêntricas por [Tang et al., 2009] que apresenta a relação força velocidade em função dos incrementos do alongamento no componente ativo.

Uma vez encontrado o equilíbrio, e os alongamentos, entre os elementos do modelo de Hill, pode-se determinar $\Delta\lambda_e$ e $\Delta\lambda_a$, e as respectivas tensões. A tensão das fibras do elemento paralelo de Hill contribui para resistência do material apenas quando o alongamento é maior que um. Assim:

$${}^{t+\Delta t}\sigma_p = \sigma_0 f_{PE}({}^{t+\Delta t}\bar{\lambda}_f) \quad (4.46)$$

onde:

$$\sigma_{0fPE}({}^{t+\Delta t}\bar{\lambda}_f) = \begin{cases} \alpha_{17} ({}^{t+\Delta t}\bar{\lambda}_f - 1) & \text{se } {}^{t+\Delta t}\bar{\lambda}_f > 1 \\ 0 & \text{se } {}^{t+\Delta t}\bar{\lambda}_f < 1 \end{cases} \quad (4.47)$$

sendo α_{17} um parâmetro material.

Com os potenciais de energia livre definidos, a Tensão de Cauchy pode ser escrita como:

$$\sigma = \sigma_{iso}^e + \sigma_{iso}^v + \sigma_{vol} \quad (4.48)$$

$$\sigma_{iso}^e = \frac{1}{J} \left[\frac{\alpha_4}{2} \left(2\bar{\mathbf{b}} - \frac{2}{3}\bar{I}_1\mathbf{I} \right) + (\sigma_p + \sigma_s) \left(\bar{\lambda}_f (\mathbf{n} \otimes \mathbf{n}) - \frac{1}{3}\bar{\lambda}_f\mathbf{I} \right) \right] \quad (4.49)$$

$$\sigma_{iso}^v = 2J^{-1} \left[a_6 \text{dev}(\bar{\mathbf{b}}\bar{\mathbf{b}}) + a_7 \text{dev}(\bar{\mathbf{F}}\bar{\mathbf{N}}\bar{\mathbf{F}}^T\bar{\mathbf{d}}\bar{\mathbf{b}} + \bar{\mathbf{b}}\bar{\mathbf{d}}\bar{\mathbf{F}}\bar{\mathbf{N}}\bar{\mathbf{F}}^T) \right] \quad (4.50)$$

$$\sigma_{vol} = \frac{2}{D} (J - 1) I \quad (4.51)$$

$$a_6 = 2\alpha_8 (\bar{I}_1 - 3) \quad (4.52)$$

$$a_7 = \alpha_9 \theta (\bar{I}_4 - 1)^3 \quad (4.53)$$

$$\alpha_5 = \alpha_{10} \theta (\bar{I}_4 - 1)^3 \quad (4.54)$$

$$\theta = \begin{cases} 0 & \text{se } \bar{I}_4 \leq 0 \\ 1 & \text{se } \bar{I}_4 > 0 \end{cases} \quad (4.55)$$

onde $\bar{\mathbf{d}}$ é a componente simétrica do gradiente de velocidade espacial isocórico [Holzapfel, 2000].

Deve-se notar que para contrações isométricas o termo $\bar{\mathbf{d}}$ é nulo, e o modelo de Lu se reduz ao modelo apresentado por [Tang et al., 2009].

4.2.4 Modelo de Van Loocke e Modelo de Rehorn

O modelo proposto por Van Loocke [Van Loocke et al., 2008] e o modelo proposto por Rehorn [Rehorn et al., 2014] buscam caracterizar respectivamente apenas o comportamento passivo do músculo durante contrações concêntricas e excêntricas. Ambos chegaram à conclusão de que uma série de Prony fornece bons resultados na direção da fibra. A diferença entre os dois modelos está na caracterização da resposta elástica. Enquanto [Rehorn et al., 2014] caracteriza a resposta elástica com uma expressão exponencial, [Van Loocke et al., 2008] caracteriza com uma expressão polinomial.

Devido à similaridade das expressões, foi explorado apenas o modelo de de Van Loocke, dado por:

$$\sigma_t(t) = p_{\infty j} \sigma_j^e(t) + \sum_{i=1}^N \int_0^t p_{ij} \exp\left(\frac{-(t-\tau)}{\alpha_{ij}}\right) \frac{\partial \sigma_j^e[\epsilon_j(\tau)]}{\partial \tau} d\tau \quad (4.56)$$

onde:

$$\epsilon_j = \ln(\lambda_j) \quad (4.57)$$

$$p_{\infty j} = 1 - \sum_{i=1}^N p_{ij} \quad (4.58)$$

e

$$\sigma_{\infty j} = p_{\infty j} \sigma_j^e = \alpha_1 \epsilon_j + \alpha_2 \epsilon_j^2 + \alpha_3 \epsilon_j^3 \quad (4.59)$$

sendo p_{ij} e α_{ij} parâmetros do comportamento viscoelástico na direção j , N é o número de braços de Maxwell e λ_j os alongamentos na direção j .

Para resolver a integral, foi considerado um procedimento incremental, similar ao apresentado em modelos viscoelásticos. Assim, o modelo resulta em:

$$\sigma_t(t) = p_{\infty j} \sigma_j^e(t) + \sum_{i=1}^N h_i^{n+1} \quad (4.60)$$

$$h_i^{n+1} = \exp\left(\frac{-(\Delta t)}{\alpha_{ij}}\right) h_i^n + \frac{p_{ij} \alpha_{ij}}{\Delta t} \left[1 - \exp\left(\frac{-\Delta t}{\alpha_{ij}}\right)\right] \left[\sigma_j^{e^{n+1}} - \sigma_j^{e^n}\right] \quad (4.61)$$

Não se pode esquecer que os modelos de Van Loocke e de Rehorn foram desenvolvidos para avaliar a força passiva, desta maneira, não existe nenhuma dependência de uma função de ativação do músculo, muito menos do comprimento do sarcômero.

5. COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS ESTUDADOS

A proposta deste trabalho é avaliar a capacidade dos diferentes modelos encontrados na literatura de representar combinações de diferentes contrações como contrações isométricas-concêntricas-isométricas, ou contrações isométricas-excêntricas-isométricas.

Os modelos selecionados para implementação numérica e análise de resultados foram os modelos propostos por Böl, Hernández, Lu e Van Loocke. O modelo proposto por Rehorn não foi estudado adiante devido à similaridade da proposta matemática com o modelo proposto por Van Loocke.

Assim, neste capítulo inicialmente serão reproduzidos alguns resultados dos artigos originais, para validar sua implementação; em seguida será analisada a capacidade dos modelos reproduzirem a relação força-comprimento; contrações isométricas, combinações de contrações, onde serão utilizados os parâmetros originais dos artigos. Como originalmente alguns modelos não foram testados em todas estas condições de contrações, em uma etapa posterior é realizado o estudo de ajuste dos modelos a dados experimentais. Assim, todos os modelos serão submetidos a um ajuste de parâmetros, visando reproduzir dados experimentais de contrações isométricas e da combinação de contrações.

As implementações da equação dos modelos estudados foram realizadas no software MATLAB [MATLAB, 2011].

5.1 Validação das Implementações

Como a implementação dos modelos está sujeita a erros, primeiro se faz a validação da implementação das equações apresentadas. Para serem feitas as comparações, os dados dos artigos foram digitalizados, podendo apresentar pequenas discrepâncias devido à qualidade das imagens digitalizadas.

5.1.1 Modelo Proposto por Böl

Para o modelo proposto por Böl, foi verificada a capacidade do modelo representar as tensões ativa/passiva. A verificação dos resultados foi feita a cada função e relação apresentada no artigo. Entretanto, aqui serão apresentadas apenas as relações finais da tensão ativa e da tensão passiva.

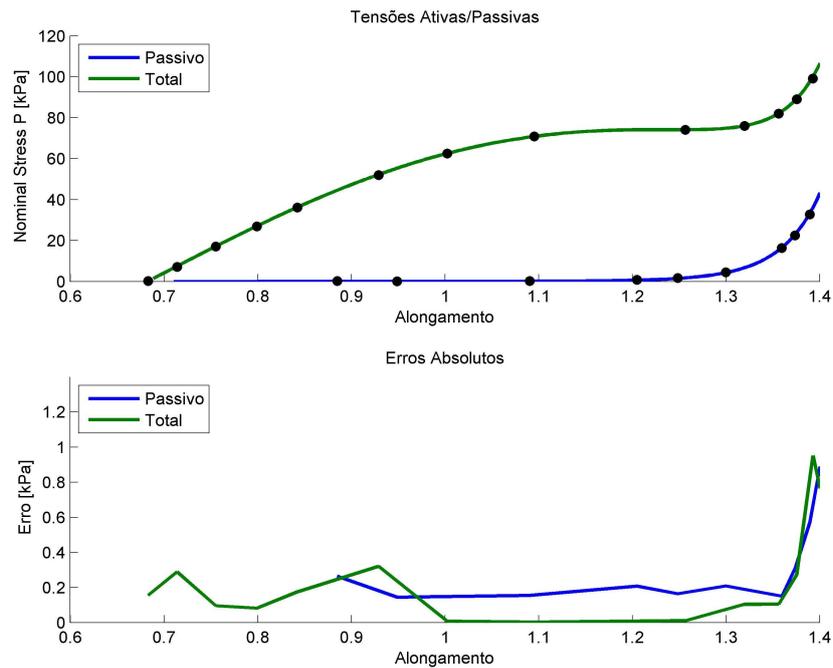


Figura 5.1 – Relação força comprimento. Acima em linhas cheias o resultado da implementação. Pontos são os resultados digitalizados do artigo [Ehret et al., 2011]. Abaixo: erro entre a implementação e os resultados para o modelo proposto por Böl.

Como pode ser visto na Figura 5.1, foi possível implementar de forma adequada tanto as contribuições ativas quanto passivas da tensão. Os erros absolutos são de magnitude pequena frente as tensões desenvolvidas. Desta maneira, verifica-se que a implementação do modelo está adequada.

5.1.2 Modelo Proposto por Hernández

Para a verificação deste modelo foi reproduzido um caso isométrico, com o músculo no seu alongamento unitário [Hernández-Gascón et al., 2013]. O mesmo também foi ativado no tempo 0 segundos, e a tensão foi acompanhada até 1 segundo. Esta verificação foi feita com duas grandezas, conforme os resultados do artigo original. A primeira a ser acompanhada foi a evolução da variável interna, o alongamento do componente ativo. A segunda foi a tensão total desenvolvida. Os resultados digitalizados comparados com os resultados obtidos podem ser vistos nas Figuras 5.2 e 5.3.

Pode-se verificar que em ambos os casos o erro absoluto foi pequeno. Na região inicial do desenvolvimento da variável interna e da tensão isométrica, verificam-se as maio-

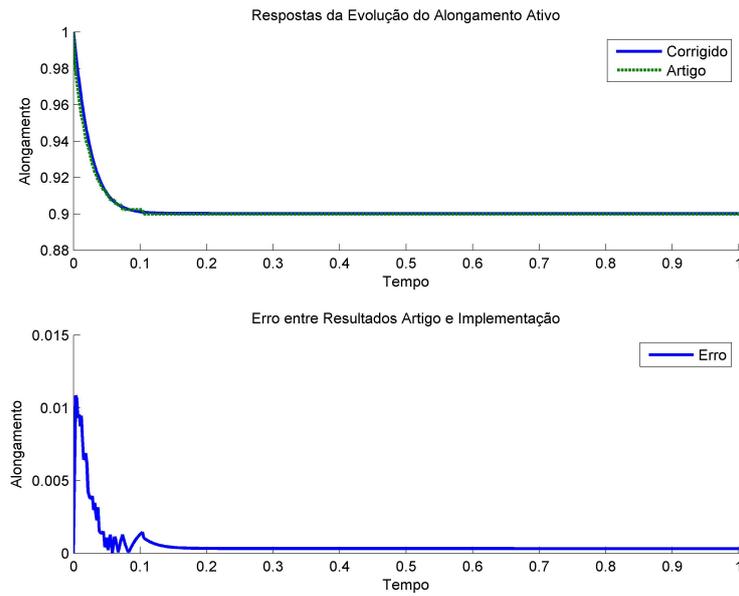


Figura 5.2 – Evolução do alongamento da componente ativa - resultados da implementação e do artigo [Hernández-Gascón et al., 2013].

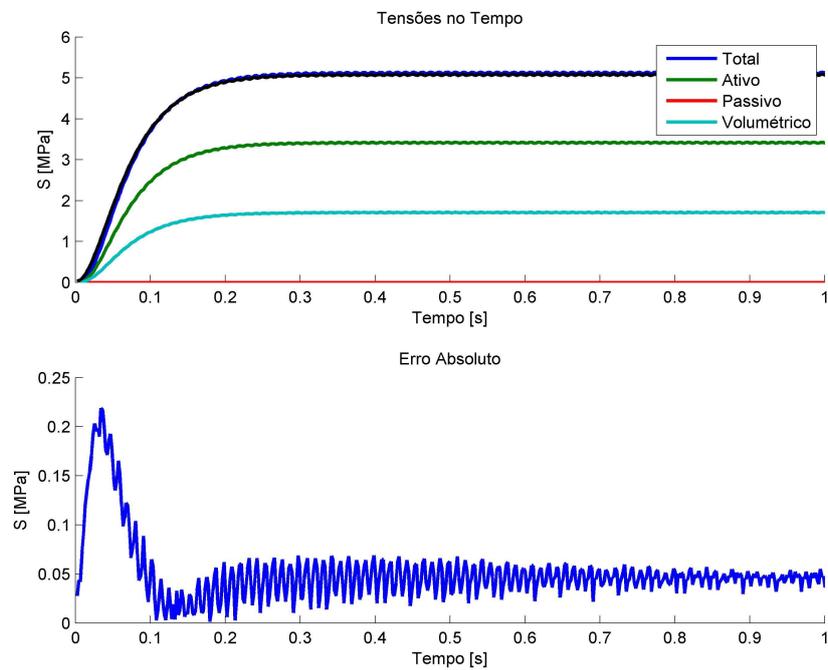


Figura 5.3 – Evolução da tensão isométrica - resultados da implementação e do artigo [Hernández-Gascón et al., 2013].

res discrepâncias, que se atribuíram à digitalização. Considera-se que a implementação foi validada.

5.1.3 Modelo Proposto por Van Loocke

Para a validação do modelo proposto por Van Loocke foi analisada uma contração concêntrica, partindo do alongamento unitário, na direção da fibra, até encurtar 0,3 mm/mm em 600 s [Van Loocke et al., 2008]. O resultado pode ser visto na Figura 5.4.

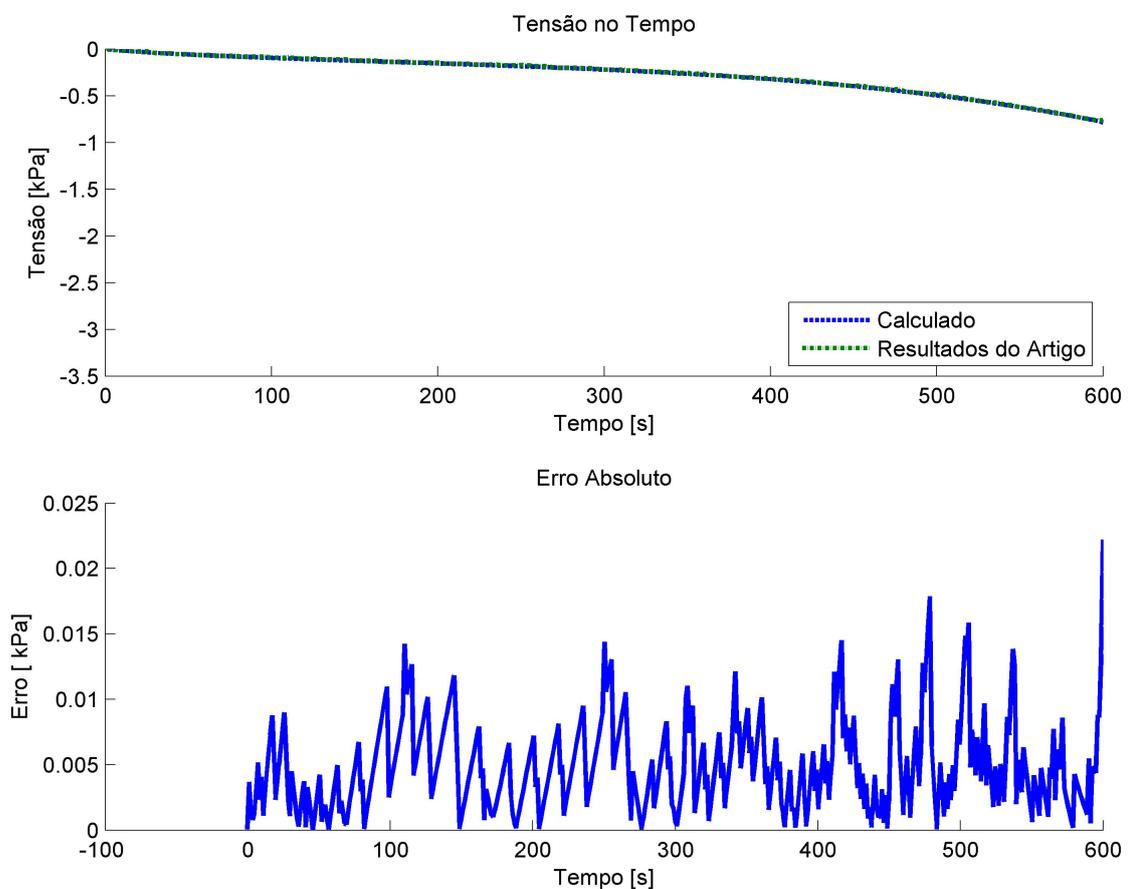


Figura 5.4 – Comparação dos resultados implementados com os resultados do artigo [Van Loocke et al., 2008]

Como era esperado, houve a superposição dos resultados, indicando a correta implementação. Lembrando que o modelo considera apenas a componente passiva do músculo.

5.1.4 Modelo Proposto por Lu

Este modelo em particular apresentou apenas resultados de uma implementação tridimensional, de maneira que os mesmos não foram comparados. A verificação pode ser efetuada apenas em nível de resultados parciais, de modelos anteriores que utilizam de itens semelhantes na sua formulação, não sendo apresentados aqui.

5.2 Relação Entre Tensões Ativa/Passiva

Uma das relações mais importantes em um músculo é a resposta ativa e passiva, frente a um alongamento do músculo. Desta maneira, a capacidade de sua representação é importante para este estudo. A resposta do modelo proposto por Böhl já era baseada diretamente nesta relação das tensões ativas/passivas. Já os modelos propostos Hernández, Lu e Van Loccke não tem por objetivo esta caracterização. Os parâmetros materiais utilizados foram os originais dos artigos. Os resultados podem ser vistos nas Figuras 5.5 e 5.6.

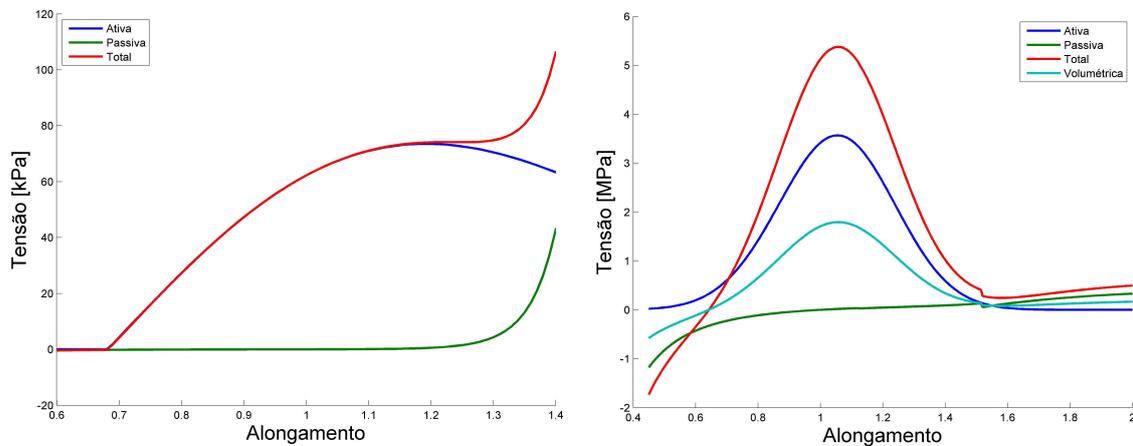


Figura 5.5 – Relação tensão ativa/passiva. Esquerda modelo proposto por Böhl, Direita modelo proposto por Hernández

A descrição de todos os modelos, exceto de Van Loocke, apresenta todas as características desejadas de uma curva de tensão ativa. Claramente existe um pico de tensão ativa, correspondente ao alongamento ótimo do músculo. Por se tratarem dos parâmetros originais de cada artigo, cada curva representa um músculo diferente, de maneira que as magnitudes das forças são diferentes.

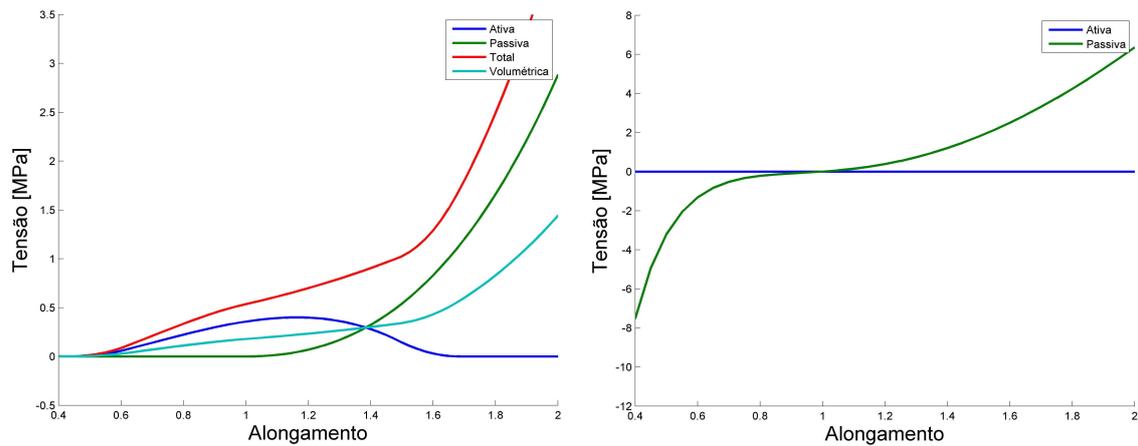


Figura 5.6 – Relação tensão ativa/passiva. Esquerda modelo proposto por Lu, direita modelo proposto por Van Loocke

Nesta avaliação os parâmetros materiais foram utilizados em regiões muito mais abrangentes do que aquelas para as quais foram feitas o ajuste de parâmetros. Por exemplo, o modelo proposto por Hernández apresenta tensões negativas em alongamentos pequenos. Este resultado não é esperado no comportamento mecânico de um músculo, mas também não invalida o modelo, já que a obtenção dos parâmetros foi feita para a região próxima de alongamentos entre 0,7 mm/mm e 1,3 mm/mm [Ramírez et al., 2010].

As respostas isocóricas ativas dos modelos foram normalizadas para uma comparação mais eficiente da tendência das tensões. Estas foram normalizadas pela tensão ativa máxima de cada modelo, e todas as curvas tiveram seu comprimento ótimo posicionado no alongamento unitário. O resultado desta normalização pode ser visto na Figura 5.7.

Nos resultados das tensões ativas, Figura 5.7, verifica-se principalmente a simetria e assimetria das tensões em torno o seu comprimento ótimo. Este comportamento é um reflexo direto das propostas de relação força-comprimento f_c de cada modelo, como era esperado. O modelo proposto por Van Loocke não é capaz de representar tensões passivas, por isso seus resultados não foram apresentados.

As tensões passivas dos modelos se comportaram como esperado, aumentando com o aumento do alongamento. Especificamente na resposta apresentada por Hernández é verificado saltos nas tensões passivas, Figura 5.8. Esta alteração no padrão da resposta acontece em torno do ponto $\bar{I}_{4_{ref}}$. De acordo com o modelo, em comprimentos acima de $\bar{I}_{4_{ref}}$ é con-

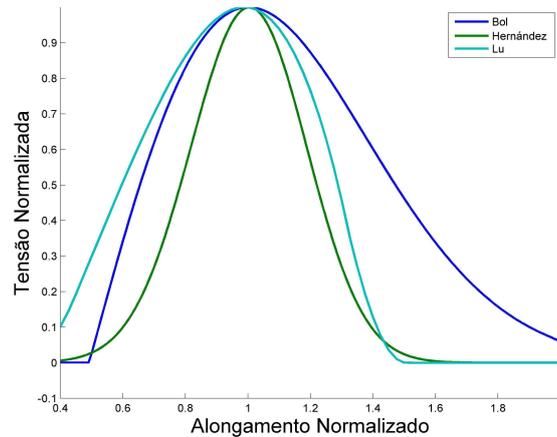


Figura 5.7 – Normalização das tensões ativas para os modelos de Hernández, Bøl e Lu

tabilizada a influência de fibras colágenas [Calvo et al., 2009], alterando a característica da curva. Na formulação (Equação 4.25) verifica-se que o ponto $\bar{I}_{4_{ref}}$ divide duas regiões com equações diferentes para contabilizar as tensões passivas. Também nesta equação se verifica que não existe uma expressão definida para $\bar{I}_4 = \bar{I}_{4_{ref}}$. Avaliando estas funções, verificou-se que, com os parâmetros materiais originais, os limites tendendo para $\bar{I}_{4_{ref}}$ pela direita e pela esquerda, não são os mesmos. Nos parâmetros obtidos em [Calvo et al., 2010] este salto não é verificado. Através da análise dos parâmetros utilizados e da expressão (Equação 4.25), verificou-se que não existe garantia de que o valor limite em $\bar{I}_{4_{ref}}$ será o mesmo quando avaliando pela direita ou pela esquerda, devido à troca das expressões. Através de uma imposição adicional durante a obtenção dos parâmetros materiais, é possível garantir que o valor entre as duas curvas seja o mesmo. Novamente, devido aos parâmetros utilizados serem de uma região muito mais restrita, este salto não pertencia à região da resposta que se desejava caracterizar.

Sobre o modelo proposto por Van Loocke não se pode esquecer que foi desenvolvido para avaliar a força passiva. Desta maneira, não existe nenhuma dependência de uma função de ativação do músculo, muito menos do comprimento do sarcômero. Assim, o modelo proposto por Van Loocke retrata apenas a resposta passiva, sendo guiada por uma lei polinomial. As tensões negativas apresentadas devem ser desconsideradas, pois como trata o artigo, esta proposta é válida apenas para alongamentos de extensão ($\lambda > 1$).

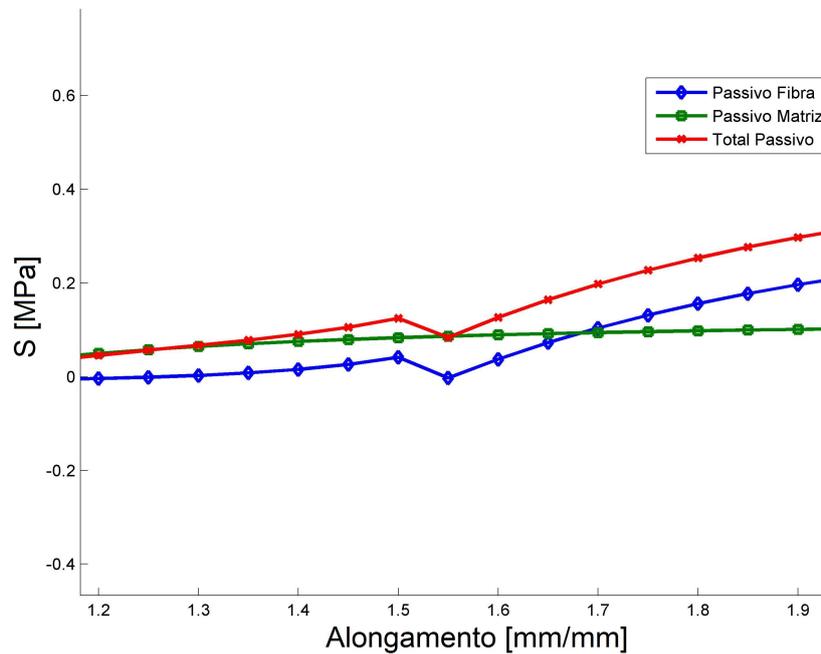


Figura 5.8 – Detalhe das tensões passivas no comprimento.

5.3 Contração Isométrica

Dos quatro modelos analisados, apenas Van Loocke não se propõe a este tipo de representação. Desta maneira, esta seção não tem por objetivo verificar a capacidade dos modelos de representarem esta contração. Esta seção tem objetivo de estabelecer curvas de referência para avaliar a capacidade dos modelos de combinarem contrações. Os parâmetros materiais para estas análises são os mesmos dos artigos originais.

Para esta análise foram selecionados três alongamentos do músculo: 0,8 mm/mm, 1 mm/mm, 1,2 mm/mm. Esta escolha foi feita para que o comprimento menor tenha tensões preferencialmente ativas, o alongamento unitário seja próximo do pico de força da tensão ativa, e que o alongamento maior possua contribuições ativas e passivas. Nesta análise os modelos foram ativados em 0 segundos, e desativados em 5 segundos.

O histórico de carregamentos pode ser visto na Figura 5.9. Os resultados para todos os modelos implementados podem ser vistos nas Figuras 5.10 e 5.11.

Todos os modelos, exceto Van Loocke, representaram de forma adequada as curvas, típicos de contrações isométricas. Estes apresentaram o aumento da tensão, uma vez iniciado

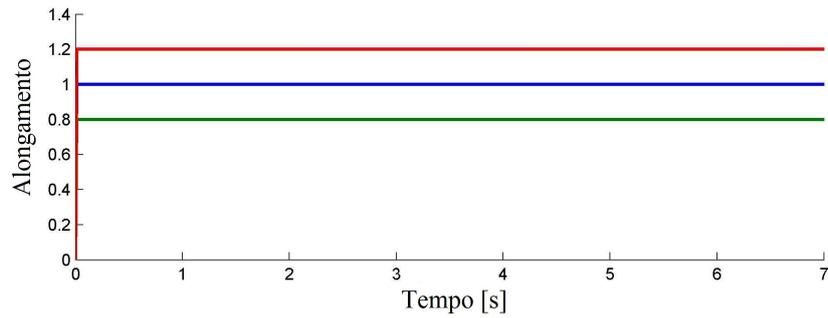


Figura 5.9 – Histórico de carregamentos para contração isométrica

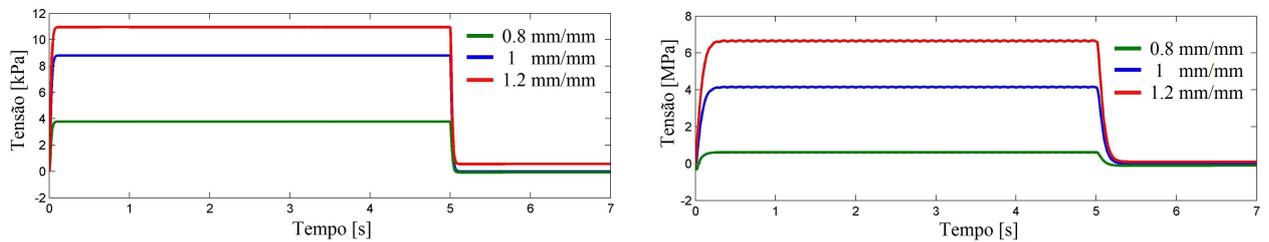


Figura 5.10 – Resultados para contrações isométricas. Esquerda modelo proposto por Böl, direita modelo proposto por Hernández

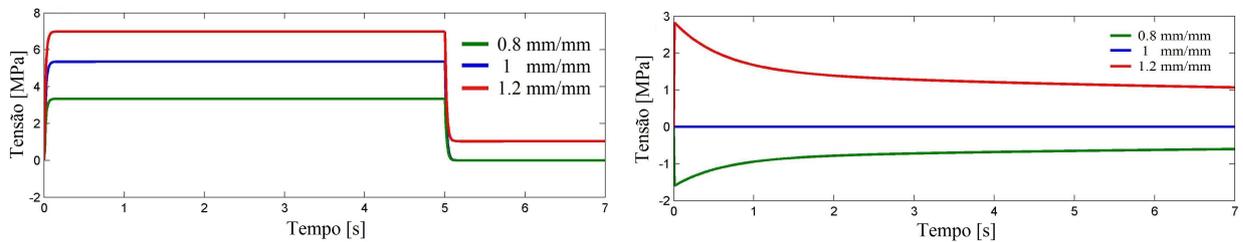


Figura 5.11 – Resultados para contrações isométricas. Esquerda modelo proposto por Lu, direita modelo proposto por Van Loocke

o estímulo no tempo 0 segundos. Também decresceram as forças após o término do estímulo em 5 segundos. O modelo de Van Loocke não possui nenhum parâmetro de ativação. Desta maneira, e contração isométrica atuou de forma esperada como um ensaio de relaxação.

5.4 Contração Isométrica-Concêntrica-Isométrica

A principal característica na combinação de contrações em uma sequência isométrica-concêntrica-isométrica é que a tensão final desenvolvida é menor do que uma contração puramente isométrica no mesmo comprimento final, como apresentado no capítulo de mecânica muscular. Esta perda de força depende tanto da velocidade do encurtamento, como da magnitude do movimento. Para avaliar a capacidade dos modelos de representar este comportamento, dois conjuntos de testes foram executados.

No primeiro conjunto foi verificada a capacidade dos modelos de representar a perda de força devido à diferentes encurtamentos. Para isso os modelos iniciaram em dois alongamentos diferentes 1,1 mm/mm e 1,2 mm/mm, e foram encurtados com velocidade de $0,05 \text{ s}^{-1}$ até 1 mm/mm. O histórico de carregamento pode ser visto na Figura 5.12. O músculo foi ativado em 0 segundos, e desativado em 5 segundos. O comportamento esperado é semelhante a da Figura 3.21. Com maiores amplitudes de encurtamento, maior deve ser a perda de força. Os resultados da aplicação dos quatro modelos, utilizando os parâmetros originais, podem ser vistos na Figura 5.13.

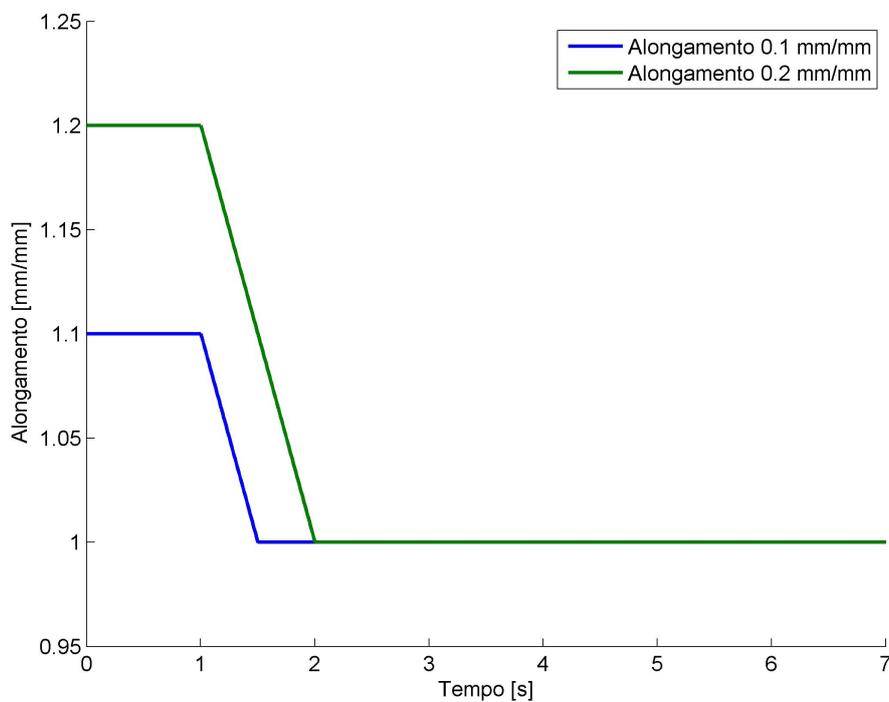


Figura 5.12 – Histórico de carregamentos com diferentes amplitudes de encurtamento

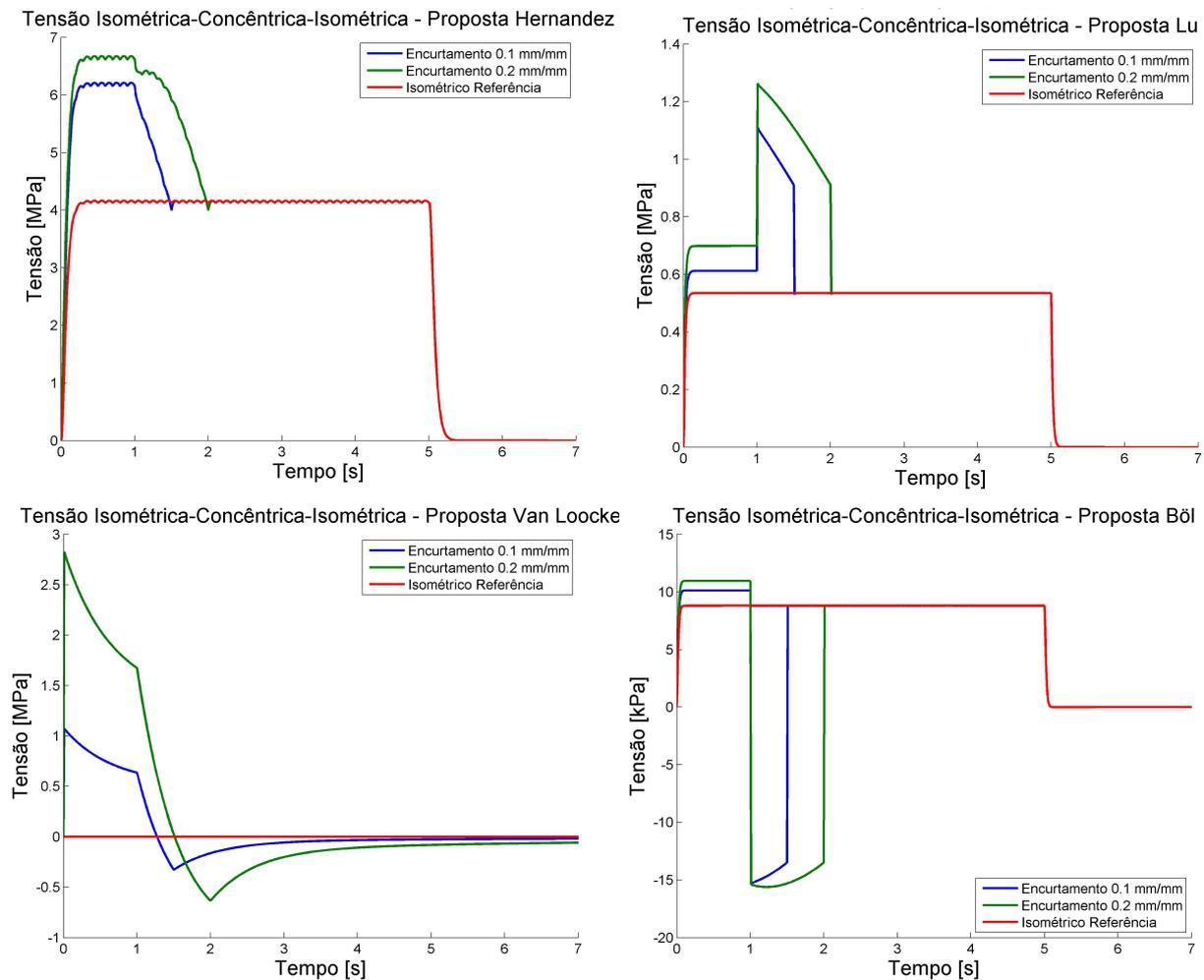


Figura 5.13 – Resposta dos diferentes modelos para contrações isométricas-concêntricas-isométricas, com diferentes amplitudes de encurtamento

No segundo conjunto foi verificada a capacidade dos modelos de representar a perda de força devido a diferentes velocidades de alongamentos. Para isso os modelos iniciaram no mesmo alongamento de 1,2 mm/mm, e foram encurtados com velocidade de $0,05 \text{ s}^{-1}$ e $0,1 \text{ s}^{-1}$ até 1 mm/mm. O histórico de carregamento pode ser visto na Figura 5.14. O músculo foi ativado em 0 segundos, e desativado em 5 segundos.

O comportamento esperado é semelhante a da Figura 3.22. Com maiores velocidades de encurtamento, menor deve ser a perda de força, e mais baixo deve o nível mínimo de força atingido no movimento. Os resultados da aplicação dos quatro modelos, utilizando os parâmetros originais, podem ser vistos na Figura 5.15 .

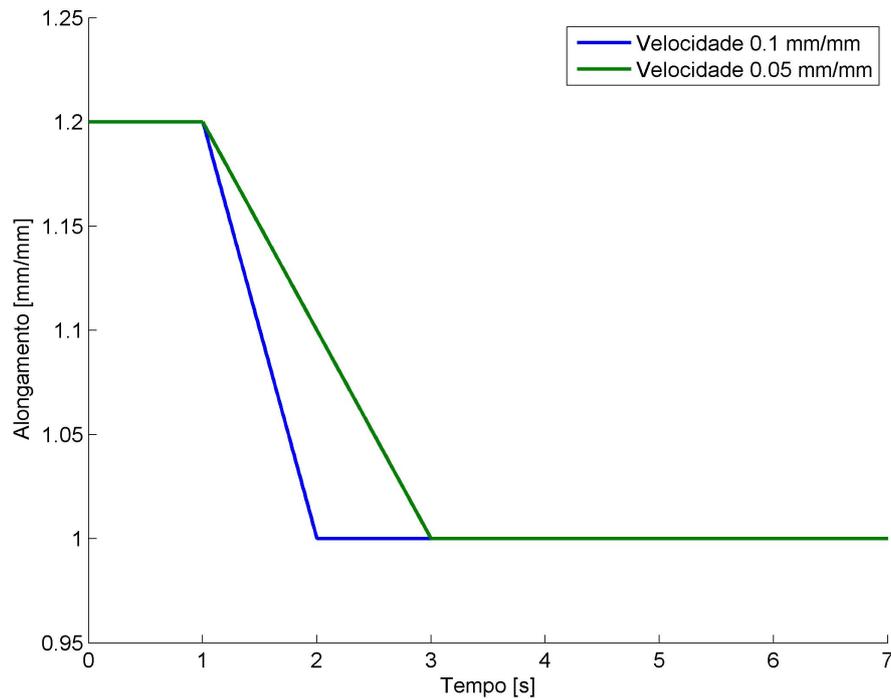


Figura 5.14 – Histórico de carregamentos com diferentes velocidades de encurtamento

Em nenhum dos testes propostos os modelos obtiveram êxito em representar a perda de força esperada, seja considerando diferentes amplitudes alongamentos, ou diferentes velocidades de contração. Uma vez terminado o movimento, os modelos propostos por Böl, Hernández e Lu retornaram imediatamente ao patamar de forças isométricas do alongamento final.

Nos dois casos a transição do modelo de Hernández é mais suave, visto que não apresenta dependência da relação de Hill. Desta maneira, respeitando a evolução de suas variáveis internas, o modelo atua reproduzindo a relação de tensões ativa/passiva, apresentada na seção anterior. Existe um comportamento não esperado, uma queda de tensão no início do encurtamento no maior alongamento inicial.

O comportamento dos modelos propostos por Lu e Böl durante o alongamento são similares. Tanto comparados em diferentes níveis de alongamento, bem como quanto a diferentes velocidades, a relação de Hill é dominante durante o movimento. Uma vez verificado o movimento, existe uma alteração súbita na tensão, dependente quase com exclusividade da velocidade. Como pode-se ver nos resultados, para diferentes alongamentos e velocidades

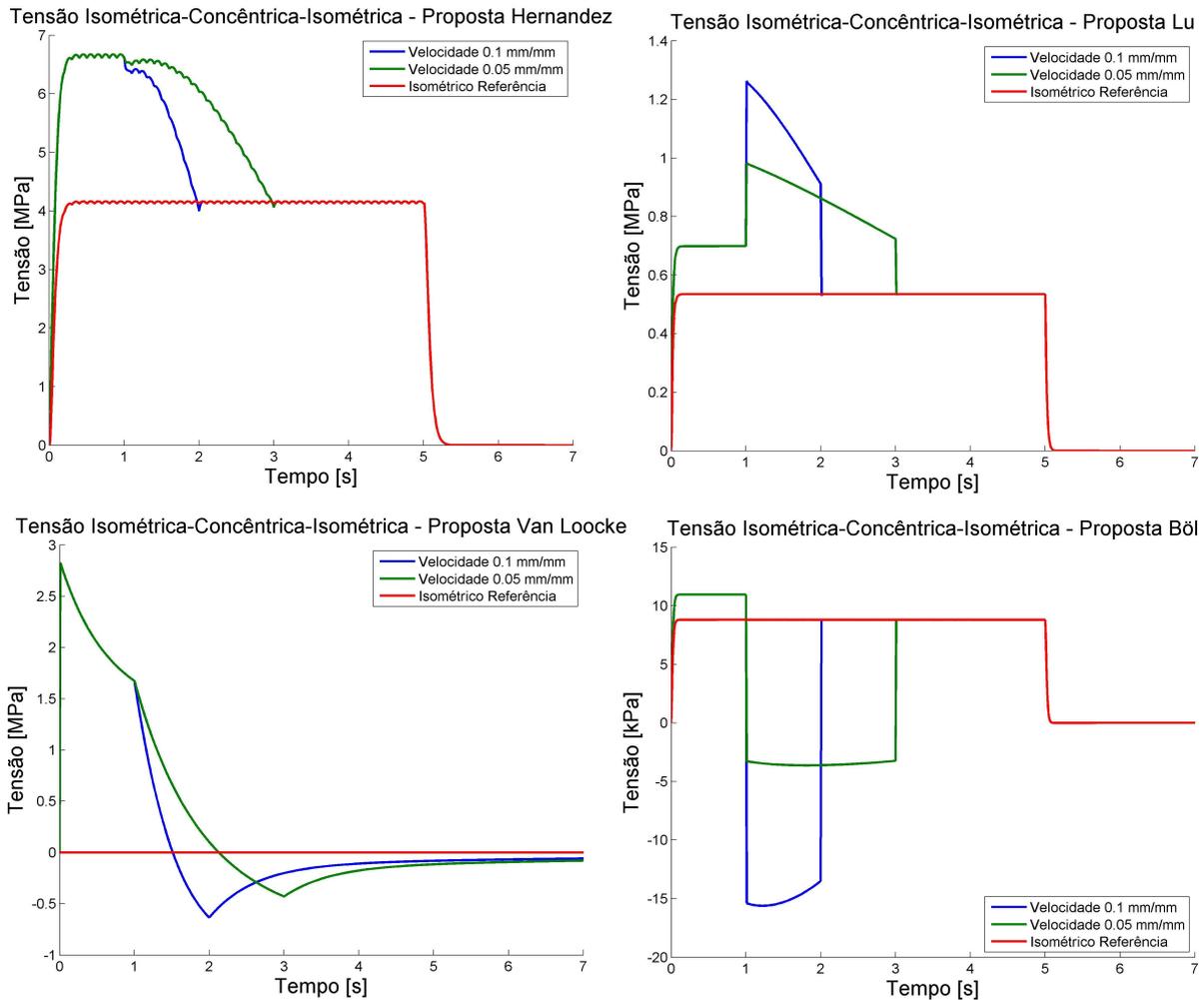


Figura 5.15 – Resposta dos diferentes modelos para contrações isométricas-concêntricas-isométricas, com diferentes velocidade de encurtamento

iguais, o salto na tensão são muito parecidos para cada modelo. Com o mesmo encurtamento a diferentes velocidades cada modelo possui saltos diferentes para cada velocidade. Já foi mostrado que em cada um dos modelos que considera a relação de Hill, esta atua como um fator de multiplicação direto da força muscular desenvolvida. Como nesta verificação a velocidade foi alterada subitamente, os saltos encontrados podem ser explicados. Verifica-se também que nos resultados do modelo proposto por Bøl as tensões aumentaram durante o movimento, enquanto que no modelo proposto por Lu diminuíram, e inclusive se tornaram negativas. Isto ocorreu devido aos diferentes parâmetros da relação de Hill, e que as velocidades aqui utilizadas podem não representar as velocidades para as quais os parâmetros foram ajustados. Ainda se verifica que a relação de Hill não apresenta um limite inferior para

o fator força velocidade f_v , sendo que este pode ser negativo, dependendo dos parâmetros materiais e da velocidade de encurtamento.

Por fim, o modelo proposto por Van Loocke forneceu uma características única. Devido à natureza de sua formulação, foi o único modelo a continuar a modificar a tensão desenvolvida uma vez terminado o movimento. Esta característica é extremamente desejada, especialmente porque a forma com que isto se deu se assemelha muito ao comportamento conhecido de desenvolvimento de forças experimentais. Entretanto, novamente este modelo não possui a capacidade para representar a ativação do músculo. Outro problema verificado é que uma vez terminado o encurtamento as tensões tendem a um mesmo valor, o que foi verificado nos dois testes. A tendência de uma série de prony é que as tensões se reduzam à tensão do componente puramente elástico, após um período infinitamente longo, quando os amortecedores do modelo reológico se expandiram até os elementos elásticos em série não produzirem mais tensão. Assim, verifica-se esta incapacidade intrínseca de representação do modelo.

5.5 Contração Isométrica-Excêntrica-Isométrica

Para avaliar de forma mais abrangente a capacidade de representação dos modelos, os mesmos foram sujeitos também a combinações de contrações na sequência isométrico-excêntrico-isométrico. Neste tipo de contração encontra-se que a força final desenvolvida é superior a uma força puramente isométrica no comprimento final. Este tipo de combinação de contrações apresenta dependência principalmente frente a diferentes amplitudes de alongamentos, e uma pequena dependência da velocidade. De forma similar, aqui também serão feitas duas avaliações: uma com velocidade constante e dois alongamentos, e outra com alongamento constante e duas velocidades.

No primeiro conjunto foi verificada a capacidade dos modelos de representar o ganho de força devido a diferentes alongamentos. Para isso os modelos iniciaram em dois comprimentos diferentes 0,8 mm/mm e 0,9 mm/mm, e foram alongados com velocidades de 0,05 s^{-1} até 1 mm/mm. O histórico de carregamento pode ser visto na Figura 5.16. O músculo foi ativado em 0 segundos, e desativado em 5 segundos.

O comportamento esperado é semelhante a da Figura 3.23. Com maiores amplitudes de encurtamento, maior deve ser o ganho de força. Os resultados da aplicação dos quatro

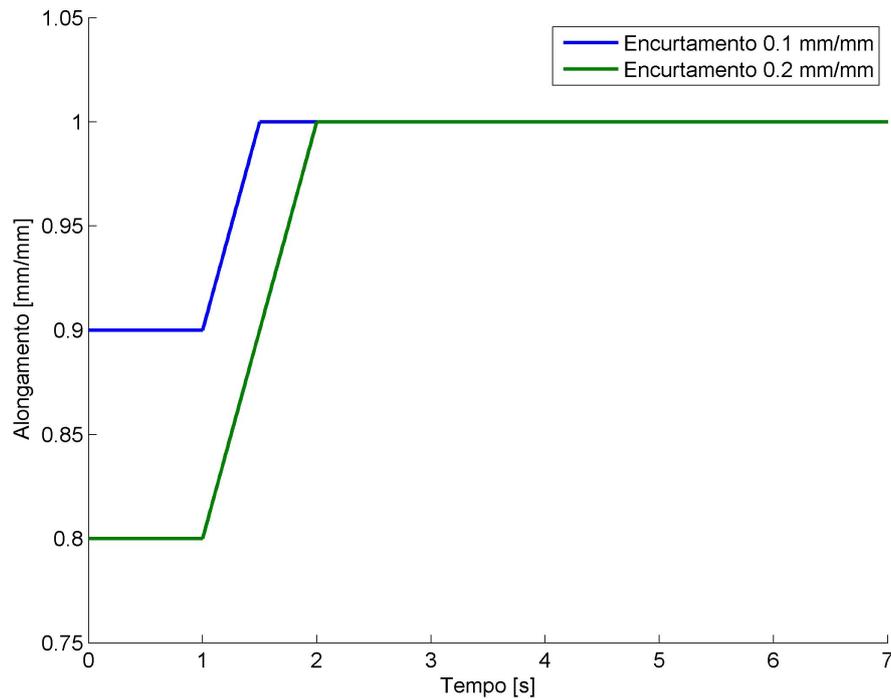


Figura 5.16 – Histórico de carregamentos com diferentes amplitudes de alongamento

modelos, utilizando os parâmetros originais, podem ser vistos na Figura 5.17.

No segundo conjunto foi verificada a capacidade dos modelos de representar a perda de força devido a diferentes velocidades de alongamentos. Para isso os modelos iniciaram no mesmo alongamento de 1,2 mm/mm, e foram alongados com velocidade de $0,05 \text{ s}^{-1}$ e $0,1 \text{ s}^{-1}$ até 1 mm/mm. O histórico de carregamento pode ser visto na Figura 5.18. O músculo foi ativado em 0 segundos, e desativado em 5 segundos.

O comportamento esperado é semelhante a da Figura 3.24. Com maiores velocidades de alongamento, menor deve ser o ganho de força, e mais rápido se atinge a força máxima do movimento. Os resultados da aplicação dos quatro modelos, utilizando os parâmetros originais, podem ser vistos na Figura 5.19.

Os resultados verificados são similares ao outro teste. Após o término da contração, as propostas de Böl, Hernández, e Lu tenderam ao mesmo patamar. O modelo de Van Loocke foi o único que terminado o movimento ainda teve o valor de sua força alterado, mas este tendeu ao valor de uma contração isométrica no comprimento final. A proposta de Hernández não apresentou grandes saltos no início e fim do movimento, não apresenta a

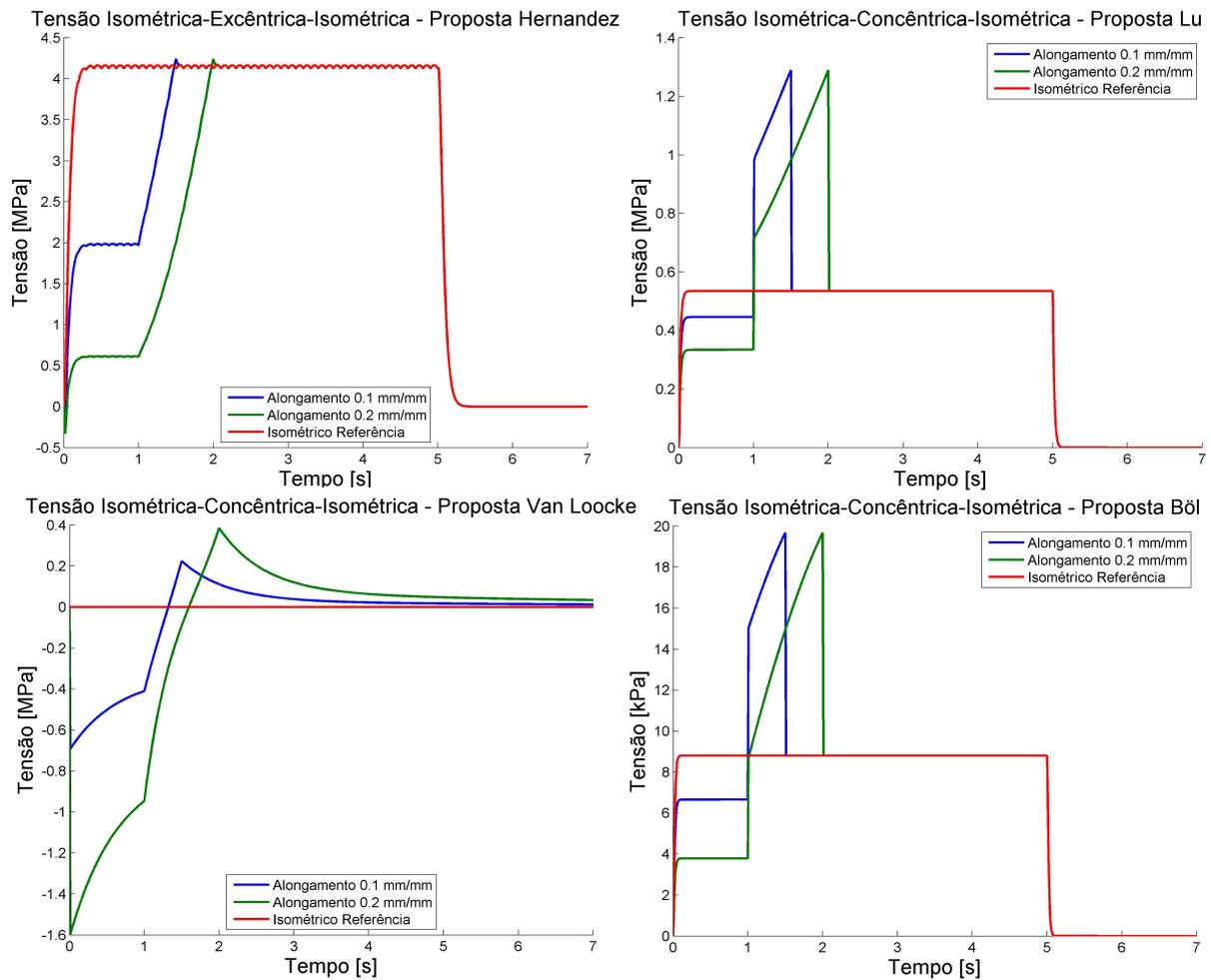


Figura 5.17 – Resposta dos diferentes modelos para contrações isométricas-excêntricas-isométricas, com diferentes amplitudes de encurtamento

dependência da relação de Hill. As propostas de Lu e Böl novamente apresentaram saltos, devido a alteração instantânea da velocidade. Conforme foi concebido, o modelo de Lu visa caracterizar contrações com movimentos constantes. Desta maneira, a alteração das velocidades é muito mais suave, e estes saltos não se verificam.

Em resumo dos testes realizados, verifica-se que os modelos de Lu, Böl e Hernández falham em representar as alterações que ocorrem dentro do sarcômero durante o movimento enquanto o músculo está ativado. A existência do movimento altera a evolução das variáveis internas, mas apenas para escalonar a resposta isométrica. Uma vez terminado o movimento, acaba a variação. O modelo proposto por Van Loocke apresenta uma vantagem na continuação da alteração da força, uma vez terminado o movimento. Entretanto, o patamar

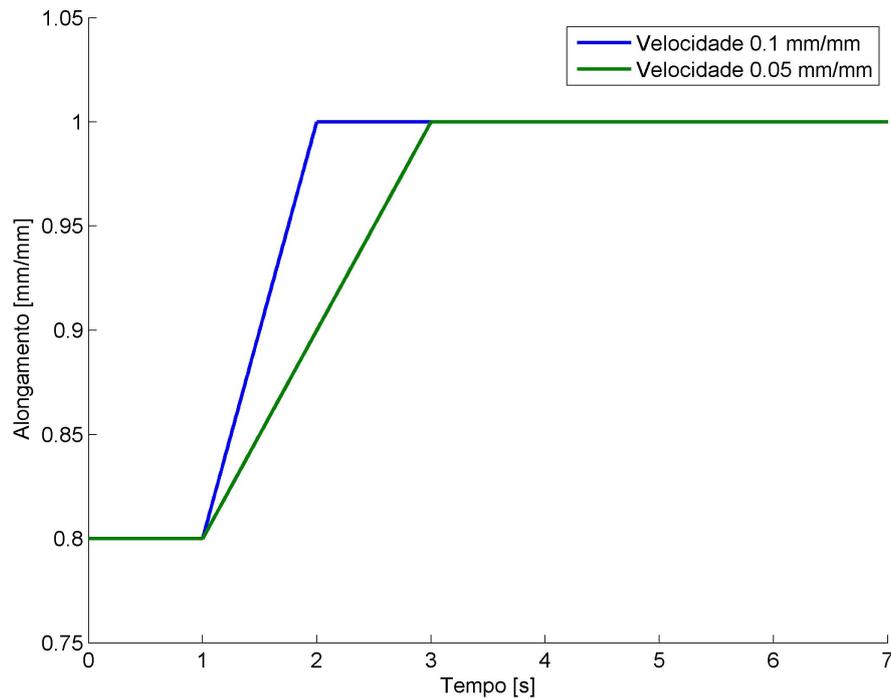


Figura 5.18 – Histórico de carregamentos com diferentes velocidades de alongamento

final ao qual a tensão tende é o mesmo de uma contração isométrica. Também este modelo não é capaz de representar a contração isométrica, devido à falta de ativação. Estas observações permitem hipotetizar que falta algum artifício matemático que represente de forma fenomenológica a alteração que ocorrem no sarcômero durante a ativação do músculo.

5.6 Ajuste de Parâmetros

Observando apenas a formulação das propostas, não é trivial verificar se as mesmas podem adaptar-se a combinações de contrações. Com os resultados das seções anteriores vê-se que estes modelos não apresentam capacidade de representar as combinações propostas de contrações transientes com as isométricas. Entretanto, os estudos anteriores apresentam uma limitação no quesito dos parâmetros materiais. Poder-se-ia dizer que a escolha dos parâmetros para um tipo de contração, buscando representar outro, afetou a capacidade de representação dos modelos. Entretanto, o estudo de como ocorre a alteração das tensões durante o movimento sugerem o contrário: que estes são os limites da capacidade de representação de cada modelo. Para tentar sanar esta dúvida, foi feito o ajuste de parâmetro dos

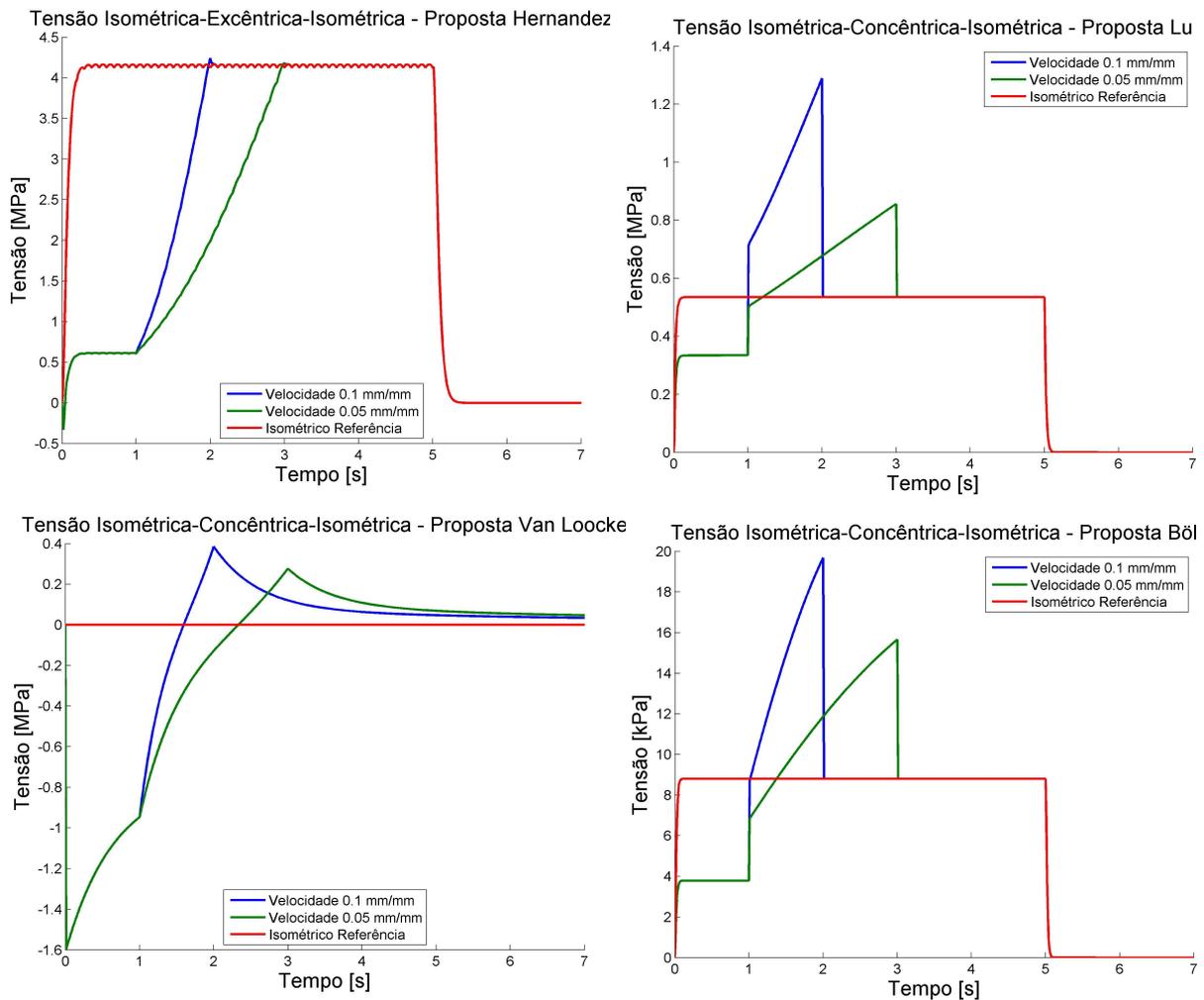


Figura 5.19 – Resposta dos diferentes modelos para contrações isométricas-excêntricas-isométricas, com diferentes velocidades de encurtamento

quatro modelos para uma contração isométrica-excêntrica-isométrica.

Encontrar parâmetros para cada uma das propostas é uma tarefa trabalhosa, devido à grande quantidade de parâmetros. Em geral a caracterização dos modelos parte de um conjunto de três informações: caracterização da curva de tensões ativo/passivo (relação de Huxley Força-Comprimento), caracterização da relação força-velocidade (relação de Hill) e as condições de contorno (ativação e histórico de carregamentos). Como não foram feitos experimentos para fornecer o conjunto de dados ideal, buscou-se na literatura resultados de experimentos. Em nenhum dos dados encontrados se caracterizavam todas as curvas desejadas.

Desta maneira, optou-se por utilizar um experimento de [Rassier et al., 2003]. Neste experimento foram analisadas 22 fibras musculares de sapos. Estas fibras tiveram sua relação força-comprimento avaliadas, bem como duas contrações isométricas e uma contração isométrica-excêntrica-isométrica avaliada. A relação força-comprimento apresentada é uma média das fibras, enquanto para as contrações, e suas combinações, são apresentados resultados de apenas uma fibra. Pela relação força-comprimento ser uma média, e não o valor exato das curvas no tempo apresentadas, serviu apenas para estimar os parâmetros iniciais das curvas força-comprimento.

Para realizar o ajuste de parâmetros foi utilizada uma função de minimização *lsq-curvefit* [MATLAB, 2011] que é baseado no método dos mínimos quadrados. Por ser uma estratégia que não garante que mínimos globais sejam atingidos, cerca de 300 combinações de diferentes parâmetros iniciais foram utilizadas para cada ajuste.

Com base nos dados fornecidos por [Rassier et al., 2003], os alongamentos impostos podem ser vistos na Figura 5.20. Os músculos foram ativados em 0.5 segundos e desativados em 6.4 segundos.

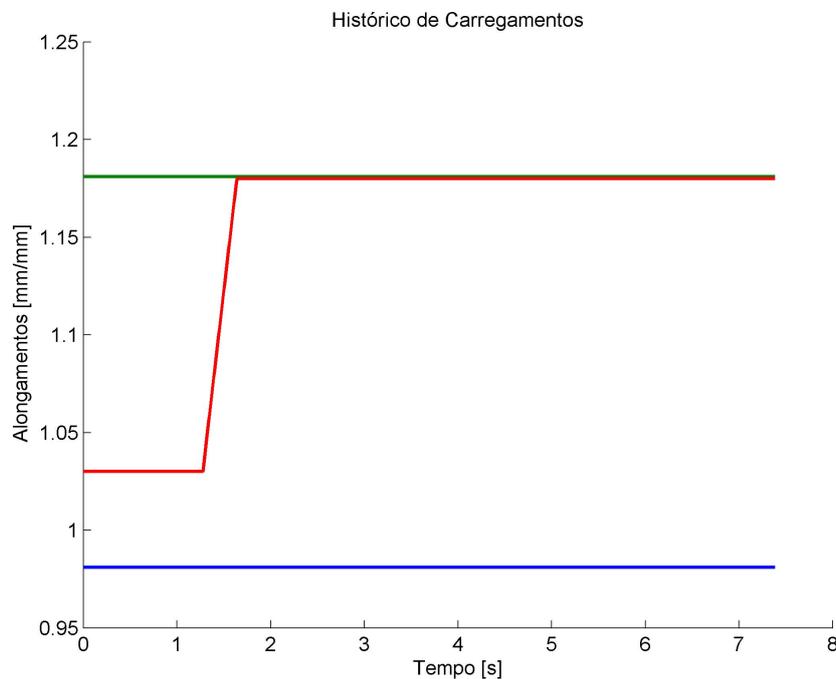


Figura 5.20 – Alongamentos impostos, duas contrações isométricas (azul e verde) e uma combinação de contrações (vermelho).

5.6.1 Modelo Proposto por Hernández

Para uma análise mais abrangente o ajuste de parâmetros foi feito primeiramente apenas para as duas curvas isométricas (apenas observando a influência destes parâmetros na combinação de contrações), e depois para as três curvas simultaneamente. O resultado para os dois ajustes de parâmetros podem ser vistos nas Figuras 5.21 e 5.22. Os parâmetros materiais encontrados podem ser vistos na Tabela 5.1 e na Tabela 5.2.

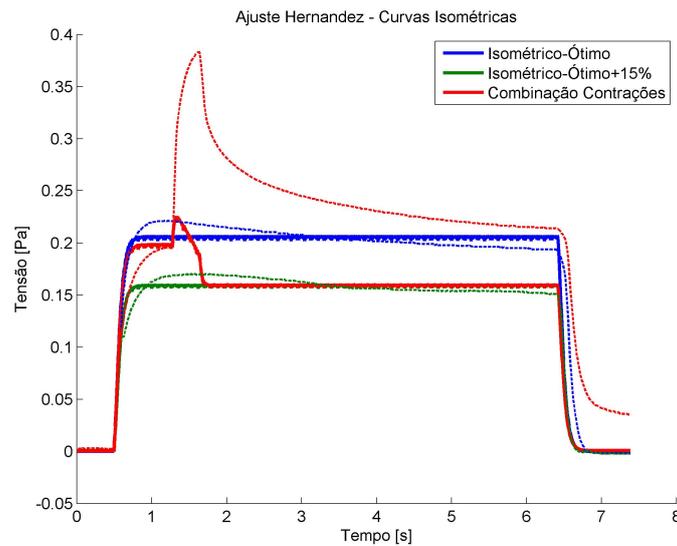


Figura 5.21 – Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Hernández. Ajustado para as curvas isométricas.

Tabela 5.1 – Ajuste de parâmetros proposta Hernández - ajuste isométrico

n_{imp}	α_3	α_5	α_6	α_7	α_2	α_1	P_0	α_{18}
50	0,1	0,04244	0,002	0,34136	0,32951	0,98317	0,3194	6,0028
α_{19}	α_{16}	α_{17}	α_{10}	α_{11}	α_{12}	α_{13}	α_{14}	
0,34619	4,4424	2,4726	0,001	3,5544	4,4782	3,0637	-4,7596	

Nenhum dos ajustes forneceu bons resultados. Novamente aqui se verificou o principal problema da proposta: após a combinação de contrações a tensão cai para seu valor isométrico. Isto se verifica nos resultados das Figuras 5.21 e 5.22. Na avaliação das três

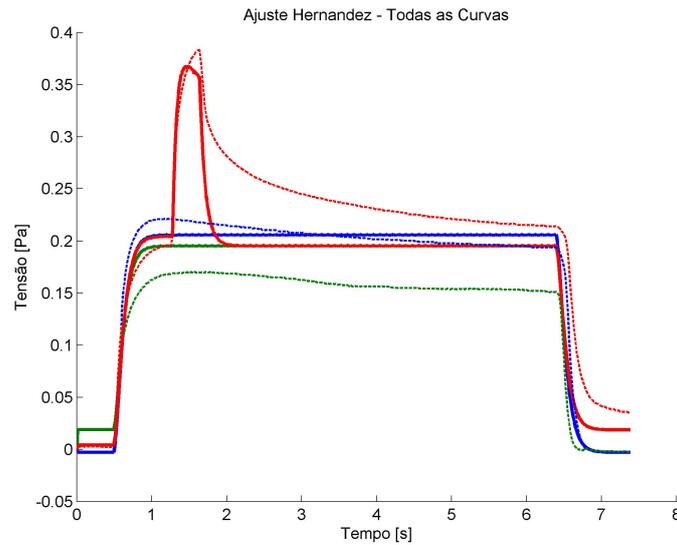


Figura 5.22 – Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Hernández. Ajustado para as três curvas

Tabela 5.2 – Ajuste de parâmetros proposta Hernández - ajuste três curvas simultâneas

n_{imp}	α_3	α_5	α_6	α_7	α_2	α_1	P_0	α_{18}
49,8305	0,1	0,0709	0,002	0,323454	0,937901	1,16172	0,550966	3,0681
α_{19}	α_{16}	α_{17}	α_{10}	α_{11}	α_{12}	α_{13}	α_{14}	
0,125726	4,4424	2,4726	0,02388	3,5544	4,4782	3,0637	-4,7596	

curvas simultâneas (Figura 5.22) a condição de dois níveis de tensão para o mesmo alongamento elevou o patamar das tensões isométricas, quando comparado com o ajuste das curvas isométricas apenas (Figura 5.21).

De modo geral o modelo teve dificuldades para representar a ativação do músculo. Além disso, os dados encontrados na literatura sofrem o fenômeno da fadiga muscular. Com esta queda da tensão o ajuste de parâmetros levou a uma representação isométrica da média da tensão isométrica desenvolvida. Os aumentos das tensões durante o movimento é um resultado curioso, visto que é dependente exclusivamente da evolução da variável interna.

5.6.2 Modelo Proposto por Lu

Para o modelo proposto por Lu o resultado do ajuste de parâmetros pode ser visto na Figura 5.23. Os parâmetros materiais encontrados podem ser vistos na Tabela 5.3. Na tabela foram adicionadas as constantes para caracterizar a relação força comprimento, da Equação 4.44. Os termos l_i são os comprimentos de referência e os termos a_i são a inclinação das retas da relação força comprimento f_c .

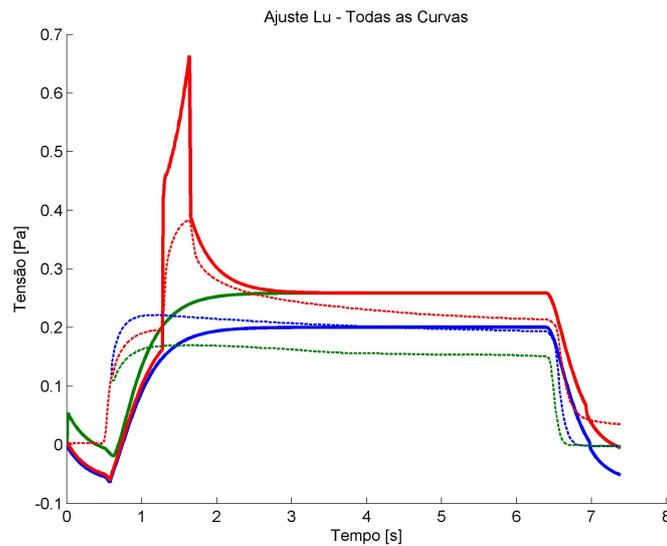


Figura 5.23 – Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lu. Ajustado para as três curvas simultaneamente.

Tabela 5.3 – Ajuste de parâmetros proposta Lu - ajuste três curvas simultâneas

α_{11}	l_1	l_2	l_3	l_4	a_1	a_3	a_3	α_6	α_5	α_{16}
1,0399	0,3	0,8	1	2,2233	2	1,1280	0,9696	0,1005	0,0643	0,7950
σ_0	α_{13}	α_{15}	α_4	α_{14}	α_1	α_{12}	α_2	α_3	α_{10}	α_9
0,2216	1,8004	1,0309	0,0413	0,09736	0,01	-49,9965	0,0009	0,001	8,7222	0,93677

O modelo proposto por Lu não apresenta bons resultados, mesmo com o ajuste de parâmetros. Neste caso é possível que a resposta seja apenas um mínimo local. Entretanto, considerando algoritmos genéticos e por mínimos quadrados, foi a melhor solução encontrada.

Algumas dificuldades já eram esperadas, por exemplo, as tensões diferentes de zero antes da ativação são oriundas da evolução das variáveis internas, e incompatibilidade de tensões entre os elementos do braço ativo.

5.6.3 Modelo Proposto por Van Loocke

Para o modelo proposto por Van Loocke o resultado do ajuste de parâmetros pode ser visto na Figura 5.24. Os parâmetros materiais encontrados podem ser vistos na Tabela 5.4.

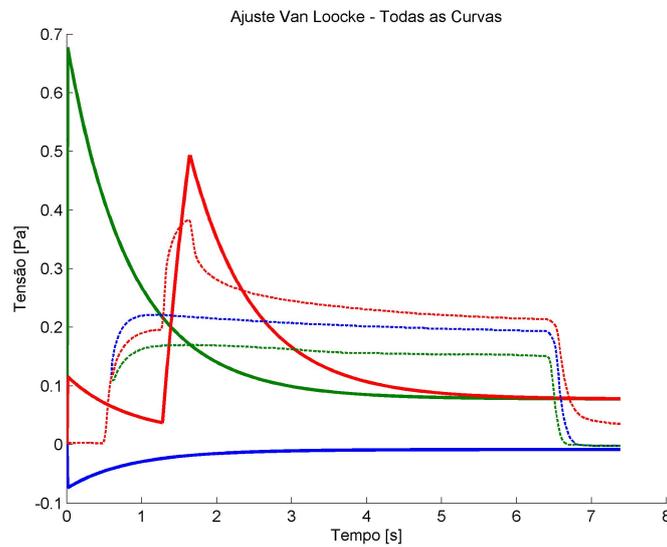


Figura 5.24 – Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Van Loocke. Ajustado para as três curvas simultaneamente.

Tabela 5.4 – Ajuste de parâmetros proposta Van Loocke - ajuste três curvas simultâneas

α_1	α_2	α_3	p_1	α_4	p_2	α_5
0,0296	0,0086	0,0002	0,4951	0,9126	0,098043	0,8563
p_3	α_6	p_4	α_7	p_5	α_8	
0,0992	0,5460	0,0992	0,6358	0,0941	1,0693	

O resultado do ajuste não contém muitas novidades. Era esperado uma represen-

tação pobre do comportamento, devido à falta de uma função de ativação, e da relação força comprimento. Como pode ser verificado, uma vez terminado o movimento a tensão continua a desenvolver-se. Entretanto, ela naturalmente segue para o mesmo patamar do comprimento final.

5.6.4 Modelo Proposto por Böl

Neste modelo foi feito um ajuste primeiramente para as contrações isométricas seguido do ajuste apenas dos parâmetros da relação de Hill, e um ajuste para as três curvas simultâneas. O resultado das duas estratégias de ajuste de parâmetros podem ser vistos nas Figuras 5.26 e 5.25. Os parâmetros materiais encontrados podem ser vistos na Tabela 5.5 e na Tabela 5.6.

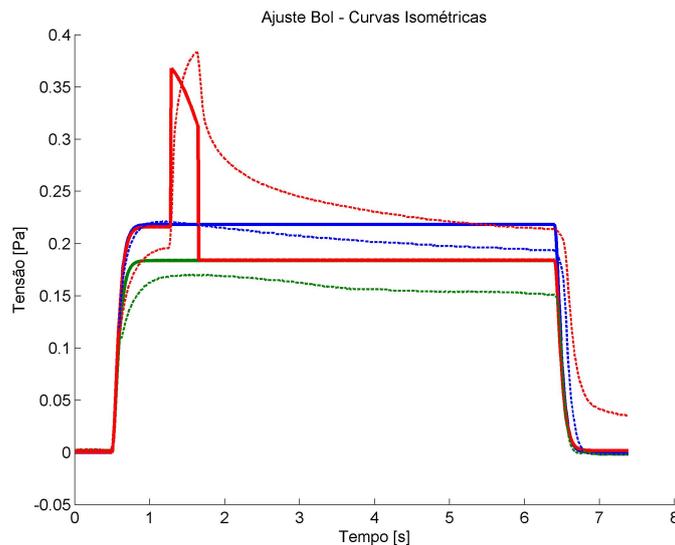


Figura 5.25 – Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Böl. Ajustado para as curvas isométricas.

O ajuste para as três curvas não forneceu bons resultados. Novamente aqui se verificou o maior problema da proposta, após a combinação das contrações a tensão cai para o seu valor isométrico. Isto se verifica nas Figuras 5.26 e 5.25.

De forma geral, o comportamento deste modelo se assemelhou à proposta de Hernández. Quando se ajustam as três curvas é encontrado um conflito, pois em um comprimento dois níveis de força são apresentados. Como o modelo não apresenta esta capacidade repre-

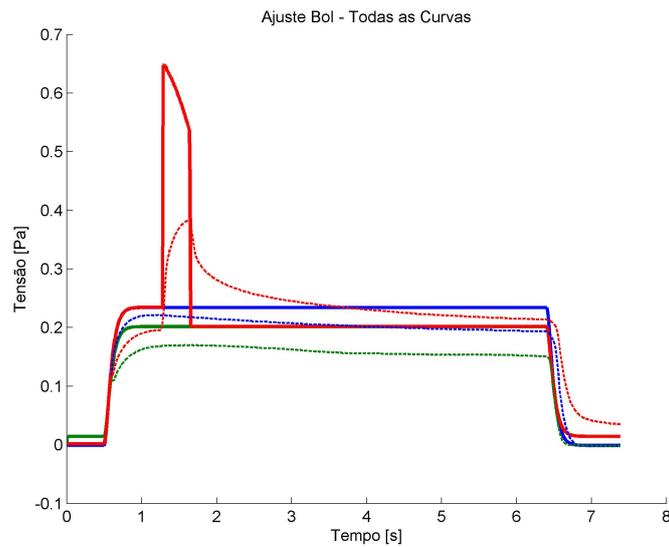


Figura 5.26 – Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Böl. Ajustado para as três curvas

Tabela 5.5 – Ajuste de parâmetros proposta Böl - ajuste isométrico

α_{10}	α_{11}	F_i	α_8	α_9	α_6	α_1
0,6159	0,9898	0,3427	0,051	0,0120	0,2380	0,03990
α_2	α_3	α_4	Na	α_{12}	α_{13}	α_{14}
7,3515	0,0031	0,8072	1,0615	-0,0026	1000	1

sentativa, para diminuir o erro, o ajuste de parâmetros aumentou os patamares das tensões isométricas.

5.7 Avaliação das Comparações

Neste capítulo avaliou-se a capacidade dos modelos encontrados na literatura de representar contrações isométricas e a combinação de contrações. Foi encontrado um problema comum em todas as representações do comportamento mecânico do músculo, que foi a incapacidade de representarem as alterações internas que ocorrem em um músculo ativado após o alongamento, de forma a obter diferentes níveis de tensão em um mesmo comprimento. Deve-se lembrar que nenhum destes modelos foi proposto para estas condições testadas, que

Tabela 5.6 – Ajuste de parâmetros proposta Böhl - ajuste três curvas simultâneas

α_{10}	α_{11}	F_i	α_8	α_9	α_6	α_1
0,5401	0,9810	0,3443	0,048	0,0020	0,2213	0,0048
α_2	α_3	α_4	Na	α_{12}	α_{13}	α_{14}
7,3504	0,0010	0,8068	1,0545	-0,001	0,3	0,5850

são condições realísticas de músculos estriados. Portanto, tais problemas de representação eram suscetíveis de ocorrerem. Os modelos que não mapeiam a evolução de variáveis internas possuem suas tensões escalonadas pela relação de Hill. De forma que, uma vez terminado o movimento, a alteração na tensão desaparece. Modelos que possuem o mapeamento de variáveis internas se mostraram mais flexíveis para representar o aumento de força durante o movimento. Entretanto, mesmo que estas variáveis continuassem a evoluir após o fim do movimento, todas eventualmente retornavam às tensões de uma contração isométrica em um comprimento final.

Todos os modelos apresentaram dificuldades de representar a fadiga muscular. Nenhum apresentava uma estrutura matemática para representar este comportamento mecânico. A ativação do músculo apresentou dificuldades de representar o rápido incremento da força, até porque o mesmo possui nuances nos diferentes comprimentos.

Deste estudo verificou-se que a tensão ativa sempre é uma expressão que escalona a tensão isométrica máxima, através de diferentes parâmetros (ativação, velocidade, alongamento). Esta tensão ativa pode ser diretamente utilizada, ou como na maioria dos casos, combinando com outras expressões para se adequar melhor aos dados experimentais.

A formulação passiva apresenta vantagens quando o início de sua contribuição é dissociado do alongamento ótimo. Nos casos em que se avalia as contribuições passivas como fibras imersas em uma matriz, a contribuição da matriz encontrada neste estudo é menor que a contribuição das fibras.

A estrutura matemática utilizada para representar a alteração das tensões durante os movimentos através da equação de Hill não se apresentou adequada para representar a combinação de contrações apresentadas.

Assim, verifica-se a necessidade de desenvolver modelos que sejam capazes de representar contrações isométricas e também combinações de contrações realísticas.

6. MODELO PROPOSTO

Apesar de existirem diversos modelos propostos para representar contrações isométricas, contrações concêntricas ou excêntricas, não foi encontrado um modelo com capacidade de representar algumas combinações importantes destas contrações. Assim, neste trabalho pretende-se propor um modelo fenomenológico de simples concepção, combinando elementos utilizados nos modelos estudados.

Para isto, neste capítulo serão avaliadas algumas das funções já apresentadas anteriormente para propor uma formulação que consiga representar o ganho e a perda de força, devido à combinação de contrações. Partindo das funções mais simples, aqui será construído um modelo que busca representar o comportamento ativo/passivo, a isometria e por fim a combinação de contrações. Primeiramente será avaliada uma forma de representar a componente passiva da tensão; em seguida serão avaliadas as funções de ativação; com a função de ativação será avaliada uma proposta para representar a tensão ativa; com a tensão ativa e passiva, serão avaliadas propostas para modelar o fenômeno de fadiga muscular; então será apresentada uma proposta para contabilizar o histórico de carregamentos; por fim a formulação final será apresentada através de um modelo do tipo hiperelástico.

6.1 Componente passiva da Tensão

Verificando as expressões encontradas para a componente passiva da tensão, é usual considerar o músculo como fibras imersas em uma matriz. Nos modelos propostos por Böl e Hernández as contribuições das fibras utilizam a descrição de uma curva exponencial, Equações 4.1 e 4.24, respectivamente. Na proposta de Lu, as fibras utilizam expressões lineares na equação 4.47, e no modelo de Van Loocke, de uma caracterização polinomial, Equação 4.59. Já a matriz é vista no modelo de Böl segundo uma expressão exponencial, enquanto para Hernández e Lu esta equação é linear.

Para o modelo proposto foi escolhido manter a interpretação do músculo como fibras em uma matriz. As fibras serão aqui tratadas utilizando uma equação exponencial, com direção de atuação preferencial e considerando que esta fibra não inicia sua contribuição no alongamento unitário. Nesta proposta, a tensão da fibra é escrita como:

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{S}}_f = \mathbf{0} & \lambda_f \leq \alpha_3 \\ \bar{\mathbf{S}}_f = \alpha_1 (\exp(\alpha_2 (\bar{\lambda}_f - \alpha_3)) - 1) (\mathbf{n}_0 \otimes \mathbf{n}_0) & \lambda_f > \alpha_3 \end{cases} \quad (6.1)$$

onde α_1 , α_2 são parâmetros materiais α_3 é o alongamento no qual inicia a contribuição da fibra, λ_f é o alongamento na direção da fibra e \mathbf{n}_0 é a direção da fibra.

Para avaliar a contribuição da matriz duas propostas foram avaliadas. Na primeira considerou-se a matriz representada por uma equação linear:

$$\bar{\mathbf{S}}_m = \alpha_4 (\bar{I}_1 - 3) \mathbf{I} \quad (6.2)$$

onde α_4 é um parâmetro material.

Na segunda proposta a matriz foi considerada com uma função exponencial. Assim:

$$\bar{\mathbf{S}}_m = \alpha_5 (\exp(\alpha_6 (\bar{I}_1 - 3)) - 1) \mathbf{I} \quad (6.3)$$

onde α_5 e α_6 são parâmetros materiais.

A combinação das duas tensões é simplesmente aditiva. Para escolher qual a melhor representação, recorreu-se a um experimento realizado por [Calvo et al., 2010], onde 5 conjuntos de músculo-tendão foram analisados *in vivo*. Foi realizado um ajuste para um destes testes, para verificar qual seria a representação adotada. O resultado ajuste pode ser visto na Figura 6.1, e o resultado dos ajustes pode ser visto na Tabela 6.1.

Tabela 6.1 – Ajuste de parâmetros para dados passivos

Ajuste Equação Linear					
α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6
0.02629	7.6304	1.3723	0.1670	-	-
Ajuste Equação Exponencial					
α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6
0.4442	0.5146	1.3376	-	34.058	0.00405

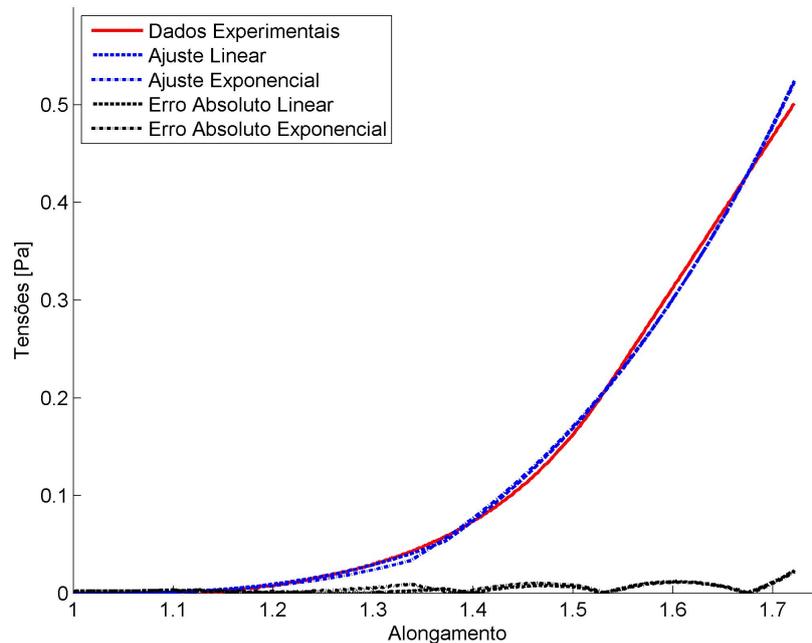


Figura 6.1 – Ajuste de parâmetros baseado em [Calvo et al., 2010]. Comparação entre funções da matriz lineares e exponenciais.

Dos resultados apresentados, vê-se que para este conjunto de dados, existe pouca diferença entre as duas representações, sendo a rigidez governada pela fibra. Desta maneira, foi escolhida a formulação linear para a matriz, visto que apresenta um parâmetro material a menos.

6.2 Componente Ativa da Tensão

Seguindo o desenvolvimento da proposta de modelo, é necessário determinar a componente ativa da tensão. A grande diferença entre os modelos apresentados está justamente em como se representa esta grandeza. Já foi verificado que em algum momento todos os modelos partem de um escalonamento da força, utilizando diferentes funções de ativação, força-velocidade, força-comprimento, fadiga. Assim, nesta proposta buscou-se simplificar os modelos encontrados. Ao invés de representar a força ativa através da evolução de uma variável interna, como Lu ou Hernández, optou-se por uma equação mais simples. Esta equação é similar a [Ramírez et al., 2010], apenas desconsiderando um fator do efeito de diferentes

voltagens na ativação do músculo. Assim foi definido que:

$$\bar{\mathbf{S}}_a = P_0 f_a f_c (\mathbf{n}_0 \otimes \mathbf{n}_0) \quad (6.4)$$

onde P_0 é a força-isométrica máxima, f_a é uma função de ativação e f_c é relação força comprimento.

Diferente da maioria dos outros modelos, aqui não é contabilizada a relação de Hill no componente ativo. A influência da velocidade será inteiramente separada e contabilizada na componente do histórico de carregamento. Nesta etapa do estudo a função de ativação f_a será considerada sempre igual a um, como em um músculo completamente ativado.

Resta ainda determinar a característica da relação força comprimento f_c . Esta função tem por objetivo representar a capacidade do músculo de desenvolver sua força isométrica tetânica em função do seu alongamento. Na dedução dos modelos propostos por Lu e Hernández esta função é considerada constante durante a dedução hiperelástica, não sendo derivada para a obtenção da expressão da tensão. No modelo proposto por Böl esta equação está diluída dentro do termo de ativação w_a , de forma que também não é explicitamente derivada.

Na busca por uma representação hiperelástica mais consistente foi definido que o termo f_c não seria tratado como constante. Avaliando com esta perspectiva, a relação força-comprimento da proposta de Lu é problemática. Na equação 4.44 a função é dividida em 5 intervalos. Potencialmente uma função não contínua pode apresentar problemas durante sua derivação, obtenção de parâmetros e integração numérica. Desta maneira foi descartada.

Hernández e Böl apresentam funções contínuas, exponenciais e relativamente simples. Entretanto, estas funções não são analiticamente integráveis. Desta maneira, escrever um potencial com qualquer uma destas propostas é uma tarefa mais complexa do que o desejado.

Em um modelo proposto por [Meijer et al., 1998], é apresentada uma função polinomial para caracterizar a relação f_c . Usando este como base, se supôs uma função polinomial e facilmente integrável, tal que:

$$f_c = \sum_{i=0}^n a_i \bar{\lambda}_f^i \quad (6.5)$$

Para esta representação foi escolhido um polinômio de grau 4, visto que pode apresentar boas aproximações e não possui um número excessivo de parâmetros. O número de parâmetros para a representação polinomial é maior, cinco, contra apenas dois das outras propostas. Entretanto, considerando que a nova expressão pode ser usada na formulação hiperelástica sem ter de ser tratada como uma constante, optou-se por esta abordagem.

6.3 Funções de Ativação

Com a resposta passiva e ativa definidas, falta incorporar os efeitos da ativação muscular. Das propostas apresentadas, existem duas formulações para as funções de ativação. No primeiro grupo estão as descrições de Bøl e Hernández, equações 4.11 e 4.23, respectivamente. Estas expressões possuem a mesma característica de ativarem o músculo através da magnificação de pulsos sobrepostos. Na proposta de Bøl existe um somatório adicional, visto que é utilizado para caracterizar mais de um tipo de fibra muscular. Removendo esta dependência é simples verificar que as duas propostas são similares, tomando parâmetros diferentes, porém equivalentes. Para utilizar este tipo de formulação são necessários pelo menos 4 parâmetros materiais, mais uma listagem de todos os instantes de tempo nos quais os pulso de ativação do músculo são iniciados.

No segundo tipo de proposta, é encontrado uma lei de saturação como na proposta de Lu, equação 4.42. Neste tipo de formulação são fornecidos os tempos de ativação e desativação, e um parâmetro para determinar a curvatura da lei de saturação.

A função de ativação como somatório de pulsos oferece a capacidade de representar contrações com frequências inferiores às necessárias para representar a tetania. Entretanto, em experimentos onde a ativação do músculo é voluntária, utilizam-se as contrações máximas voluntárias, buscando sempre representar e atingir a tetania, como foi visto no capítulo de mecânica muscular. Em experimentos com ativação artificial, em geral, se buscam parâmetros que levem o músculo a tetania, como no exemplo de [Ramírez et al., 2010]. Desta maneira, a flexibilidade das funções de ativação baseadas em somatórios de pulsos não oferece grandes vantagens neste estudo. Ainda mais, quando se considera como a função de ativação é utilizada nos modelos apresentados até agora, e como será considerado nesta proposta, a função de ativação é uma forma de escalonar a resposta isométrica no tempo.

Quando se consideram também os parâmetros materiais utilizados, a formulação

através da lei de saturação exige muito menos informações. Um parâmetro material e dois tempos são necessários para sua implementação, contra 4 parâmetros mais o vetor de tempos iniciais dos pulsos para a função de somatório de pulsos.

Baseado nas informações apresentadas aqui, referentes ao número de parâmetros e à aplicabilidade das funções neste estudo, foi escolhida a função de ativação baseado na lei de saturação, como apresentado no modelo proposto por Lu.

6.4 Fadiga Muscular

Baseado na implementação dos outros modelos, todos tiveram dificuldade de se adequarem a dados experimentais, visto que nenhum previa o fenômeno da fadiga. A diminuição da força ativa ao longo do tempo forçou que os modelos procurassem um valor médio da curva isométrica. Inicialmente não fazia parte deste trabalho caracterizar a fadiga, porém como esta foi encontrada em todos os dados experimentais, algumas análises foram feitas apenas do ponto de vista fenomenológico. Assim, não se buscou representar este fenômeno por meio de novas incorporações de efeitos internos, como por exemplo dano mecânico.

Do ponto de vista reológico, a queda de força pode ser representada por um conjunto mola amortecedor. Associar em série estes componentes não garante bons resultados. O problema está nas várias regiões que compõe a relação força-comprimento, e estas alteram como se combinam o amortecedor e o elemento contrátil, não garantindo o efeito desejado. Associando em paralelo um braço de Maxwell ao elemento contrátil, soluciona este problema. Sendo a mola de um material elástico linear, o decaimento é garantido ao longo do tempo. Entretanto, surge um novo problema. O componente elástico tende a aumentar de forma linear a tensão total desenvolvida, de maneira a descaracterizar completamente a relação força-comprimento, refletindo nas tensões ativa/passiva. Com objetivo de contornar esta dificuldade, foi necessário reescrever a tensão ativa. Desta maneira:

$$\bar{\mathbf{S}}_a = \bar{\mathbf{S}}_{bs} + \bar{\mathbf{S}}_{bi} \quad (6.6)$$

onde $\bar{\mathbf{S}}_a$ é a tensão desviadora desenvolvida no componente ativo, $\bar{\mathbf{S}}_{bs}$ representa as tensões obtidas no elemento contrátil, e $\bar{\mathbf{S}}_{bi}$ as tensões obtidas no braço de Maxwell.

A tensão do braço de Maxwell é definida como:

$$\bar{\mathbf{S}}_{bi} = f_a E (\bar{\lambda}_f - \bar{\alpha}) (\mathbf{n}_0 \otimes \mathbf{n}_0) \quad (6.7)$$

onde E é o parâmetro de rigidez elástico, $\bar{\lambda}_f$ é o alongamento total da fibra e $\bar{\alpha}$ é a variável interna que mapeia a evolução do amortecedor.

Já a tensão do componente contráctil é escrita como:

$$\bar{\mathbf{S}}_{bs} = P_0 f_a f_c (\mathbf{n}_0 \otimes \mathbf{n}_0) - E \bar{\lambda}_f (\mathbf{n}_0 \otimes \mathbf{n}_0) \quad (6.8)$$

Tanto a Equação 6.7 quanto a Equação 6.8 possuem dependência da função de ativação. Isto garante que não exista evolução da variável interna antes do músculo ser ativado. Uma vez ativado, o componente ativo $\bar{\mathbf{S}}_{bs}$ é permanentemente penalizado pela rigidez da mola em paralelo. Já o braço $\bar{\mathbf{S}}_{bi}$ inicialmente contribui com a tensão apenas de seu componente elástico, em seguida decaindo sua magnitude. Com a soma dos dois braços é obtida a tensão total ativa, representando o fenômeno da fadiga. A combinação destes componentes pode ser visto na Figura 6.2.

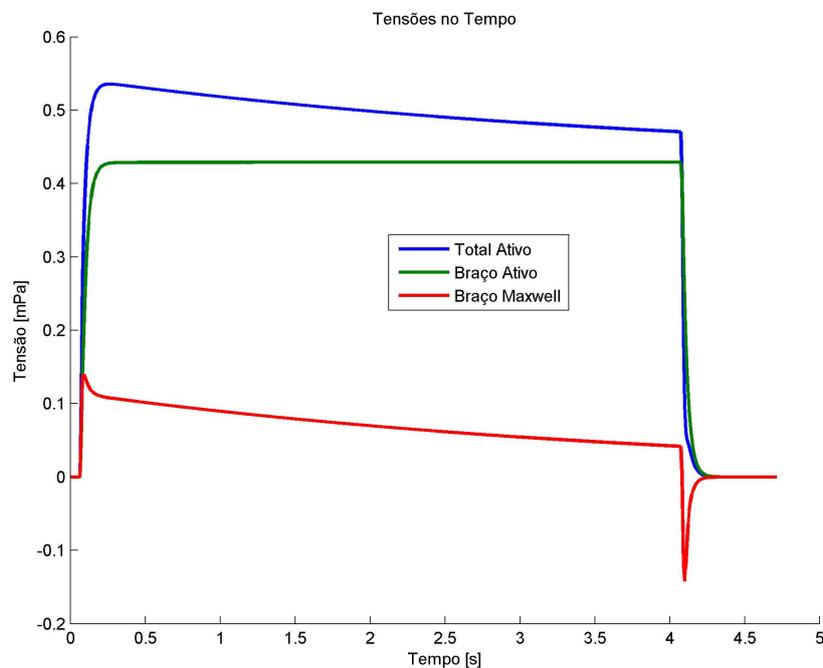


Figura 6.2 – Representação da tensão ativa desenvolvida com o efeito da fadiga proposto.

Já se verifica na Figura 6.2 que o uso do braço de Maxwell com a função de ativação gera alguns saltos na tensão. Como será visto adiante, dependendo dos parâmetros materiais utilizados, este comportamento pode introduzir erros localizados no período logo após a desativação.

6.5 Componente do Histórico de Carregamentos

Para caracterizar a dependência do histórico de carregamentos uma terceira componente da tensão será adicionada. Desta maneira, a tensão total desenvolvida em um instante de tempo é:

$$\bar{S} = \bar{S}_{ativa} + \bar{S}_{passiva} + \bar{S}_{histórico} \quad (6.9)$$

A tensão devido ao histórico de carregamentos é uma função que é nula, até ser observada uma alteração no comprimento do músculo. Desta maneira, para haver contribuição do histórico é necessário existir uma segunda função de ativação. Ao contrário da função de ativação do músculo, que escalona a força isométrica, a função de ativação do histórico funciona como uma chave liga/desliga. Uma vez verificado o movimento, a função tem seu valor unitário atingido, e assim permanece, inclusive após a desativação do músculo. Esta função será responsável por permitir a evolução das variáveis internas devido ao histórico de alongamentos. Graficamente este comportamento pode ser visto na Figura 6.3.

Como pode ser visto na Figura 6.3 o período de ativação atua como uma função liga/desliga. Entretanto, esta função é multiplicada pela ativação do músculo. Desta maneira, é desnecessário representar o período de ativação, visto que este já está embutido na função de ativação. Também na Figura 6.3 pode-se ver que a função do histórico é ligada apenas quando existe o movimento. A escolha de que a função permanece ativa, mesmo após a desativação foi baseada nos dados experimentais de [Rassier et al., 2003]. Desta maneira, em carregamentos mais complexos, esta escolha pode ser mostrar inadequada. Para esta proposta foi considerado que esta ativação não depende de parâmetros externos. Para isso foram definidas as funções:

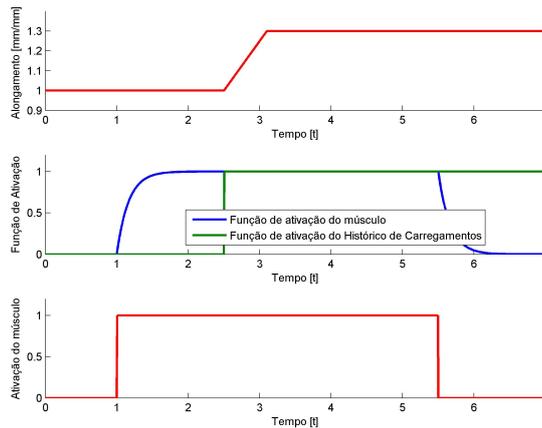


Figura 6.3 – Demonstração das diferentes funções de ativação. Acima: Histórico de alongamentos. No centro: Função de ativação do músculo e função de ativação do histórico de alongamentos. Abaixo: Período de ativação do músculo.

$$\Theta = \begin{cases} 1 & f_d > 0 \\ 0 & f_d \leq 0 \end{cases} \quad (6.10)$$

E

$$f_d = f_t \left[\int_0^t (\bar{\lambda}_f^{-2}) d\bar{\lambda}_f^2 - I_a t \right] \quad (6.11)$$

onde I_a é o alongamento de referência, aquele alongamento em que o músculo estava quando atingiu a ativação máxima ($f_a = 1$).

Até o momento foi definido apenas como é determinada uma função que irá permitir a evolução de um conjunto de variáveis internas que mapearão a alteração das propriedades mecânicas do músculo. Resta ainda determinar como será este conjunto de variáveis, e como serão as funções que irão caracterizar este comportamento.

Dos estudos realizados, viu-se que um modelo de Maxwell generalizado é um bom candidato para o embasamento destas funções. Assim, para esta proposta foi escolhido um modelo de Maxwell generalizado com uma mola com rigidez polinomial, e três braços de Maxwell lineares, tal que

$$\bar{\mathbf{S}}_d = \left[\alpha_1 (\bar{\lambda}_f^2 - I_a) + \alpha_2 (\bar{\lambda}_f^2 - I_a)^2 + \alpha_3 (\bar{\lambda}_f^2 - I_a)^3 + \sum_{i=1}^3 E_i (\bar{\lambda}_f^2 - \alpha_i - I_a) \right] \boldsymbol{\theta} \mathbf{n}_0 \otimes \mathbf{n}_0 \quad (6.12)$$

A escolha do número de braços de Maxwell foi feita baseado na qualidade de alguns testes realizados. A escolha dos parâmetros polinomiais para a mola em paralelo se deu conforme na proposta de Van Loocke.

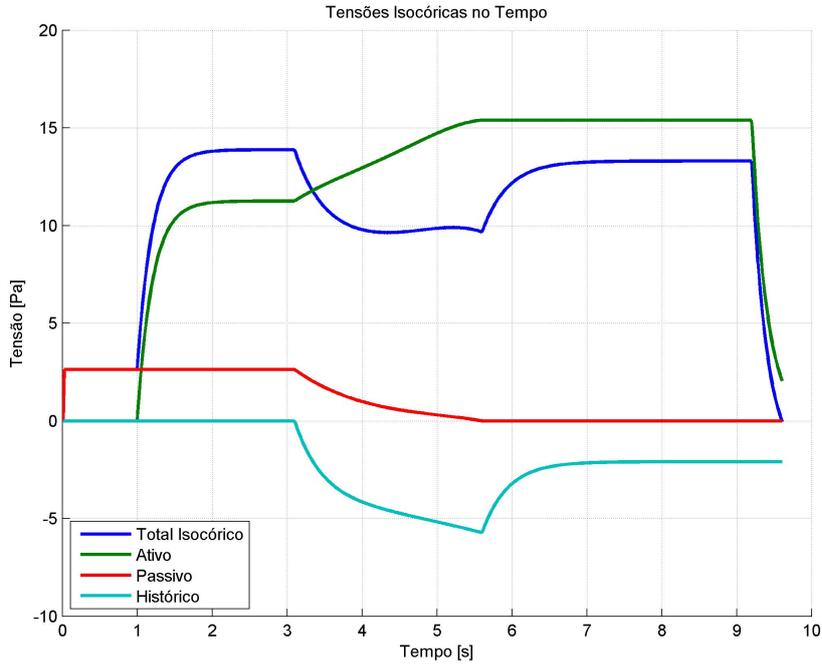


Figura 6.4 – Combinação das tensões isocóricas

Até o momento o modelo apresenta três contribuições para as tensões desviadoras: tensões passivas, tensões ativas e as tensões do histórico de carregamentos. A combinação das tensões pode ser vista na Figura 6.4.

6.6 Formulação do Modelo Proposto

Como o modelo proposto é composto de diferentes contribuições, um resumo é apresentado na Figura 6.5.

Para o modelo proposto, o potencial de energia livre é dividido em contribuições isocóricas e volumétricas, de forma que:

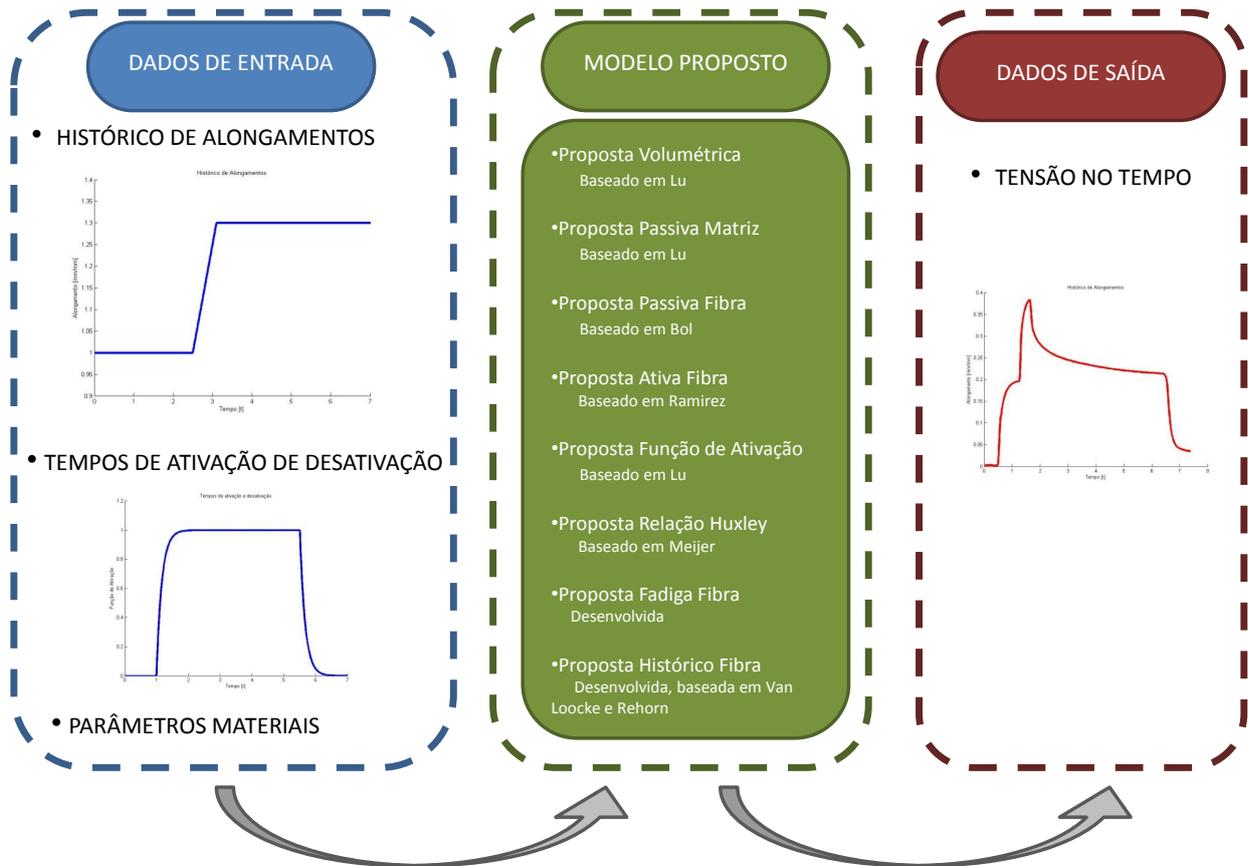


Figura 6.5 – Resumo do modelo

$$\Psi(J, \bar{\mathbf{C}}, \mathbf{a}_0, \beta_i, \gamma_i) = \Psi_{vol}(J) + \bar{\Psi}_{iso}(\bar{\mathbf{C}}, \mathbf{a}_0, \beta_i, \gamma_i) \quad (6.13)$$

Onde β_i são as variáveis internas da representação da fadiga, e γ_i são as variáveis internas do histórico de carregamentos.

O potencial de energia livre volumétrica é escrito como:

$$\Psi_{vol}(J) = \frac{1}{2} \alpha_{25} (J - 1)^2 \quad (6.14)$$

As contribuições isocóricas $\bar{\Psi}_{iso}$ são provenientes da interpretação de um músculo como sendo composto por fibras $\bar{\Psi}_{fibra}$ dispersas em uma matriz $\bar{\Psi}_{matriz}$. Assim:

$$\bar{\Psi}_{iso}(\bar{\mathbf{C}}, \mathbf{a}_0, \beta_i, \gamma_i) = \bar{\Psi}_{iso}(\bar{I}_1, \bar{I}_4, \beta_i, \gamma_i) = \bar{\Psi}_{matriz}(\bar{I}_1) + \bar{\Psi}_{fibra}(\bar{I}_4, \beta_i, \gamma_i) \quad (6.15)$$

O potencial da energia livre da matriz $\bar{\Psi}_{matriz}$ é escrito como:

$$\bar{\Psi}_{matriz}(\bar{I}_1) = \alpha_1 (\bar{I}_1 - 3)^2 \quad (6.16)$$

As duas principais contribuições na produção de força do músculo são atribuídas as suas características ativas e passivas. Por sua vez a contribuição da fibra $\bar{\Psi}_{fibra}$ é dada por:

$$\bar{\Psi}_{fibra}(\bar{I}_4, \beta_i, \gamma_i) = \bar{\Psi}_{ativo}(\bar{I}_4, \beta_i) + \bar{\Psi}_{passivo}(\bar{I}_4) + \bar{\Psi}_{histórico}(\bar{I}_4, \gamma_i) \quad (6.17)$$

onde as contribuições passivas da fibra $\bar{\Psi}_{passivo}$ têm a forma:

$$\bar{\Psi}_{passivo}(\bar{I}_4) = \begin{cases} 0 & \text{se } \bar{I}_4 \leq \alpha_4 \\ \frac{-\alpha_2}{\alpha_3^2} \left[\exp\left(\alpha_3(\sqrt{\bar{I}_4} - \alpha_4)\right) \left(-2\alpha_3\sqrt{\bar{I}_4} + 2\right) + \bar{I}_4\alpha_3^2 + \alpha_5 \right] & \text{se } \bar{I}_4 > \alpha_4 \end{cases} \quad (6.18)$$

As contribuições ativas $\bar{\Psi}_{ativo}$ são da forma:

$$\begin{aligned} \bar{\Psi}_{ativa}(\bar{I}_4, \beta_i) = & \frac{f_a\alpha_6}{2} \left[\alpha_7\bar{I}_4 + \frac{2}{3}\alpha_8\bar{I}_4^{3/2} + \frac{1}{2}\alpha_9\bar{I}_4^2 + \frac{2}{5}\alpha_{10}\bar{I}_4^{5/2} + \frac{1}{3}\alpha_{11}\bar{I}_4^3 \right] \\ & + \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2} \left[\alpha_{i+11}f_a \left(\frac{2}{3}\bar{I}_4^{3/2} - \beta_i\bar{I}_4 \right) - \frac{2}{3}\alpha_{i+11}f_a\bar{I}_4^{3/2} \right] \end{aligned} \quad (6.19)$$

onde a função f_a é definida de acordo com a equação 4.42.

E são sujeitas a evolução das variáveis internas:

$$\alpha_{i+13}\dot{\beta}_i = \alpha_{i+11} \left(\sqrt{\bar{I}_4} - \beta_i \right) \quad n = 1, 2 \quad (6.20)$$

Por fim, as contribuições do histórico de carregamentos $\bar{\Psi}_{histórico}$ são da forma:

$$\begin{aligned} \bar{\Psi}_{histórico}(\bar{I}_4, \gamma_i) = & \frac{1}{2} \sum_{i=16}^{18} \theta\alpha_i \left(\frac{2}{3}\bar{I}_4^{3/2} - \sqrt{I_{4ref}}\bar{I}_4 \right) \\ & + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \theta\alpha_{i+18} \left(\frac{2}{3}\bar{I}_4^{3/2} - \sqrt{I_{4ref}}\bar{I}_4 - \frac{2}{3}\gamma_i\theta\bar{I}_4^{3/2} \right) \end{aligned} \quad (6.21)$$

onde I_{4ref} é o alongamento no qual o músculo foi ativado, a função θ é definida por 6.10.

Sendo sujeitas a evolução das variáveis internas:

$$\theta_{\alpha_{i+21}} \dot{\gamma}_i = \theta_{\alpha_{i+18}} \left(\sqrt{\bar{I}_4} - \gamma_i \right) \quad n = 1, 2, 3 \quad (6.22)$$

6.7 Formulação - Formato Incremental

Dentro do escopo da hiperelasticidade, a partir de um potencial de energia livre, é possível escrever um conjunto de equações constitutivas, que, associados às leis de evolução das variáveis internas, é capaz de descrever a tensão de um material [Holzapfel, 2000]. Aqui serão deduzidos os termos diretamente para a formulação incremental. Aplicando as definições dos capítulos anteriores, temos que o segundo tensor tensão Piola Kirchoff é escrita como:

$${}^{t_{n+1}}\mathbf{S} = {}^{t_{n+1}}\mathbf{S}_{vol} + {}^{t_{n+1}}\bar{\mathbf{S}}_{iso} \quad (6.23)$$

$${}^{t_{n+1}}\mathbf{S}_{vol} = {}^{t_{n+1}}J\alpha_{25} \left({}^{t_{n+1}}J - 1 \right) {}^{t_{n+1}}\mathbf{C}^{-1} \quad (6.24)$$

Já a parcela isocórica é escrita como:

$${}^{t_{n+1}}\bar{\mathbf{S}}_{iso} = {}^{t_{n+1}}J^{-2/3} \text{Dev} \left({}^{t_{n+1}}\bar{\mathbf{S}} \right) \quad (6.25)$$

sendo que a versão incremental da equação 2.41:

$$\text{Dev}({}^{t_{n+1}}\bullet) = ({}^{t_{n+1}}\bullet) - 1/3 * [({}^{t_{n+1}}\bullet) : {}^{t_{n+1}}\mathbf{C}] {}^{t_{n+1}}\mathbf{C}^{-1} \quad (6.26)$$

O termo $\bar{\mathbf{S}}$ representa as tensões desviadoras, obtidas através dos invariantes modificados. Da equação 6.15 obtém-se:

$${}^{t_{n+1}}\bar{\mathbf{S}} = {}^{t_{n+1}}\bar{\mathbf{S}}_a + {}^{t_{n+1}}\bar{\mathbf{S}}_p + {}^{t_{n+1}}\bar{\mathbf{S}}_{histórico} + {}^{t_{n+1}}\bar{\mathbf{S}}_{matriz} \quad (6.27)$$

onde $\bar{\mathbf{S}}_a$ representa as tensões devido a ativação do músculo, $\bar{\mathbf{S}}_p$ representa as tensões elásticas da fibra e $\bar{\mathbf{S}}_{histórico}$ representa as tensões de ganho e/ou perda dinâmica da fibra e $\bar{\mathbf{S}}_{matriz}$ representa as tensões da matriz.

A tensão ativa é uma função do comprimento do músculo, e da sua ativação. Esta tensão atua na direção das fibras musculares. Derivando a equação 6.16 e a equação 6.17:

$$\begin{aligned} {}^{t_{n+1}}\bar{\mathbf{S}}_a = & {}^{t_{n+1}}f_a \alpha_6 \left(\alpha_7 + \alpha_8 \sqrt{{}^{t_{n+1}}\bar{I}_4} + \alpha_9 \sqrt{{}^{t_{n+1}}\bar{I}_4}^2 + \alpha_{10} \sqrt{{}^{t_{n+1}}\bar{I}_4}^3 + \alpha_{11} \sqrt{{}^{t_{n+1}}\bar{I}_4}^4 \right) \mathbf{n}_0 \otimes \mathbf{n}_0 \\ & - (\alpha_{12} + \alpha_{13}) \sqrt{{}^{t_{n+1}}\bar{I}_4} {}^{t_{n+1}}f_a (\mathbf{n}_0 \otimes \mathbf{n}_0) + \sum_{i=1}^2 ({}^{t_{n+1}}\bar{S}_{a_i} \mathbf{n}_0 \otimes \mathbf{n}_0) \end{aligned} \quad (6.28)$$

e

$${}^{t_{n+1}}\bar{S}_{a_i} = \exp(-\Delta t/\tau_{a_i}) {}^{t_n}\bar{S}_{a_i} + f_a \exp(-dt/2\tau_{a_i}) \left({}^{t_{n+1}}\sqrt{(\bar{I}_4)} \alpha_{i+11} - {}^{t_n}\sqrt{(\bar{I}_4)} \alpha_{i+11} \right) \quad (6.29)$$

$$\tau_{a_i} = \alpha_{i+13}/\alpha_{i+11}, \quad i = 1, 2 \quad (6.30)$$

A parte passiva possui contribuições tanto na matriz, quanto na direção da fibra. Desta maneira a tensão passiva é escrita como:

$$\bar{\mathbf{S}}_p = \begin{cases} \alpha_1 ({}^{t_{n+1}}\bar{I}_1 - 3) \mathbf{I} & se \ {}^{t_{n+1}}\bar{I}_4 \leq \alpha_4 \\ \alpha_1 ({}^{t_{n+1}}\bar{I}_1 - 3) \mathbf{I} + \alpha_2 \left(\exp \alpha_3 \left(\sqrt{{}^{t_{n+1}}\bar{I}_4} - \alpha_4 \right) - 1 \right) (\mathbf{n}_0 \otimes \mathbf{n}_0) & se \ {}^{t_{n+1}}\bar{I}_4 > \alpha_4 \end{cases} \quad (6.31)$$

A última contribuição da tensão neste modelo é da tensão do histórico de carregamentos. Esta tensão é uma contribuição que não ocorre em contrações isométricas, sendo ativada apenas quando existe alteração do comprimento do músculo e enquanto existe o estímulo do potencial de ação. Esta tensão é escrita como

$${}^{t_{n+1}}\bar{\mathbf{S}}_{histórico} = {}^{t_{n+1}}\bar{S}_{inf} \Theta \mathbf{n}_0 \otimes \mathbf{n}_0 + \sum_{i=1}^3 ({}^{t_{n+1}}\bar{S}_{b_i} \mathbf{n}_0 \otimes \mathbf{n}_0) \quad (6.32)$$

onde:

$$\begin{aligned} {}^{t_{n+1}}\bar{S}_{inf} = & \alpha_{16} \left(\sqrt{{}^{t_{n+1}}\bar{I}_4} - \sqrt{{}^{t_{n+1}}\bar{I}_{ref}} \right) + \alpha_{17} \left(\sqrt{{}^{t_{n+1}}\bar{I}_4} - \sqrt{{}^{t_{n+1}}\bar{I}_{ref}} \right)^2 \\ & + \alpha_{18} \left(\sqrt{{}^{t_{n+1}}\bar{I}_4} - \sqrt{{}^{t_{n+1}}\bar{I}_{ref}} \right)^3 \end{aligned} \quad (6.33)$$

Para determinar os termos ${}^{t_{n+1}}\bar{S}_{bi}$, foi aplicada uma dedução similar àquela apresentada na revisão de mecânica dos sólidos. De acordo com a equação 6.22, é necessário contabilizar o termo Θ . Este termo é inserido dentro da solução da convolução, sendo necessário também integrá-lo. Essencialmente este termo é uma função do tempo. Esta função tem duas regiões bem estabelecidas. Antes de existir o movimento seu valor é nulo, e após o início do movimento seu valor é unitário. Se a integral no tempo for separada entre estes intervalos, o termo Θ é uma constante. No período antes do movimento a integral resulta em zero. Após o movimento a integral apresentada é idêntica a expressão às soluções apresentadas em [Simo e Hughes, 2000], multiplicada pelo termo Θ . Desta maneira, foi considerado:

$${}^{t_{n+1}}\bar{S}_{bi} = \exp(-\Delta t/\tau_{b_i}) {}^{t_n}\bar{S}_{bi} + \exp(-dt/2\tau_{b_i}) \Theta \left({}^{t_{n+1}}\sqrt{(\bar{I}_4)}\alpha_{i+18} - {}^{t_n}\sqrt{(\bar{I}_4)}\alpha_{i+18} \right) \quad (6.34)$$

e

$$\tau_{b_i} = \alpha_{i+21}/\alpha_{i+18}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (6.35)$$

Para manter o capítulo autocontido, falta apenas reescrever a relação de ativação.

Assim:

$$f_a = \begin{cases} 0 & t < t_0 \\ h_t(t, t_0) & t_0 \leq t < t_1 \\ h_t(t_1, t_0) - h_t(t_1, t_0) h_t(t, t_1) & t \geq t_1 \end{cases} \quad (6.36)$$

onde n_1 é o valor da função antes do estímulo iniciar, n_2 é o valor máximo do estímulo depois da ativação, t_0 é tempo do início do estímulo, t_1 é o tempo do fim do estímulo. A função h_t é definida como:

$$h_t(t_i, t_b) = \{1 - \exp[-\alpha_{26}(t_i - t_b)]\} \quad (6.37)$$

7. RESULTADOS DO MODELO PROPOSTO

Com o modelo deduzido no capítulo anterior, ainda é verificado sua capacidade representar dados experimentais. Assim são apresentados comparações com os modelos estudados, bem como testes de desempenho em diferentes condições. Estes testes serão realizados em Matlab para casos uniaxiais e no método dos elementos finitos para casos tridimensionais.

É importante ressaltar que não foram encontrados modelos que buscam caracterizar o ganho e perda de força utilizando uma formulação adequada a grandes deformações. Alguns modelos buscam caracterizar este comportamento de forma unidimensional, para combinações de contrações com diferentes velocidades [McGowan et al., 2010], com diferentes alongamentos [McGowan et al., 2013] ou ambos [Meijer et al., 1998]. Desta maneira, as diferentes sequências de combinações de contrações usando diferentes velocidades e esticamentos, não foram encontradas para grandes deslocamentos na literatura.

7.1 Comparação com Modelos Estudados

Nesta seção são usados novamente os resultados dos experimentos de [Rassier et al., 2003]. Realizando o ajuste de parâmetros para o modelo proposta encontra-se a resposta que pode ser vista na Figura 7.1 e na Tabela 7.1.

Tabela 7.1 – Ajuste de parâmetros para o modelo proposto - um alongamento

α_1	α_2	α_3	α_4	α_6	α_7	α_8
0,001	1,0001	6023	1,22	0,0005878	977,09	0,0010343
α_9	α_{10}	α_{11}	α_{12}	α_{13}	α_{14}	α_{15}
0,001	0,0010469	0,001	0,37669	0,0010002	0,32908	8,3298
α_{16}	α_{17}	α_{18}	α_{19}	α_{20}	α_{21}	α_{22}
0,005237047	-24,10257	81,62868	2,449745	2,20894	9,98	0,1739785
α_{23}	α_{24}	α_{25}	α_{26}			
211,5392	0,0013	100	6,0887			

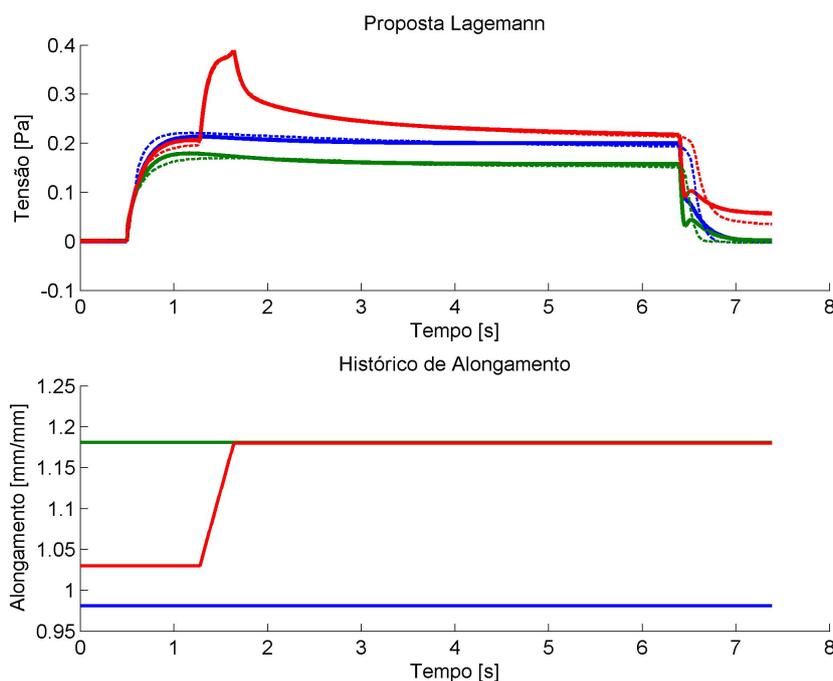


Figura 7.1 – Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para as três curvas simultaneamente (acima), histórico de carregamentos (abaixo).

Com o modelo proposto tem-se uma representação muito mais adequada dos dados experimentais do que aqueles encontrados nos outros modelos. A grande deficiência das outras propostas de modelo é representar em um mesmo comprimento dois níveis de força. Nota-se que o modelo desenvolvido apresentou boa capacidade de representar o aumento da força, uma vez iniciado o alongamento, bem como o desenvolvimento da mesma, uma vez terminado o movimento.

Entretanto, o modelo apresentado registrou um problema: o aumento da força até ser atingida a tetania. A caracterização de uma função de ativação para os três comprimentos não é adequada, como pode ser vista na Figura 7.1. Em cada comprimento parece existir um parâmetro específico para caracterizar a função de ativação, de forma que no ajuste simultâneo as curvas tenderam a um valor médio.

Para se ter uma comparação numérica da capacidade de representação dos modelos apresentados, foi avaliada a soma do quadrado das diferenças. O resultado do erro absoluto para o ajuste dos seis modelos apresentados pode ser visto na 7.2.

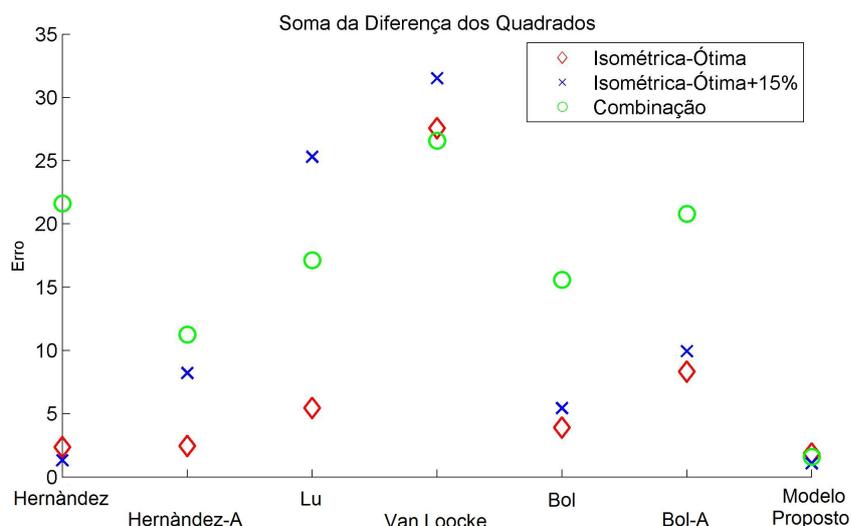


Figura 7.2 – Comparação do erro absoluto (soma do quadrado das diferenças) do ajuste de parâmetros entre os seis modelos, para as três curvas apresentadas em [Rassier et al., 2003].

Para caracterizar o modelo é necessário determinar 26 parâmetros, um número elevado. Entretanto, quando se compara a natureza não linear e a quantidade de comportamentos englobados, este número é mais facilmente compreendido. A proposta de Van Loocke utiliza 13 parâmetros apenas para caracterizar apenas a componente passiva. A proposta de Hernández e Böl necessitam de 17 e 14 parâmetros respectivamente. Mesmo com um número elevado a formulação apresentada fornece uma vantagem. Da forma como os potenciais de energia livre foram apresentados, é fácil isolar os comportamentos desejados, tornando mais simples sua caracterização segundo dados experimentais.

7.2 Desempenho em Múltiplos Alongamentos

Para continuar a avaliar a capacidade do modelo, foi selecionado um outro conjunto de dados apresentado em [Rassier et al., 2003]. Neste conjunto são apresentadas três curvas isométricas para fibras do músculo tibial anterior de sapos. Também são apresentadas três combinações de contrações isométrica-excêntrica-isométrica, com quatro níveis de estimamentos diferentes (2,5%, 5%, 7,5% e 10% do alongamento ótimo). Neste experimento os músculos foram ativados no tempo 0,07 segundos e desativados em 3,05 segundos ou 4,08 segundos. O histórico de alongamentos pode ser visto na Figura 7.3.

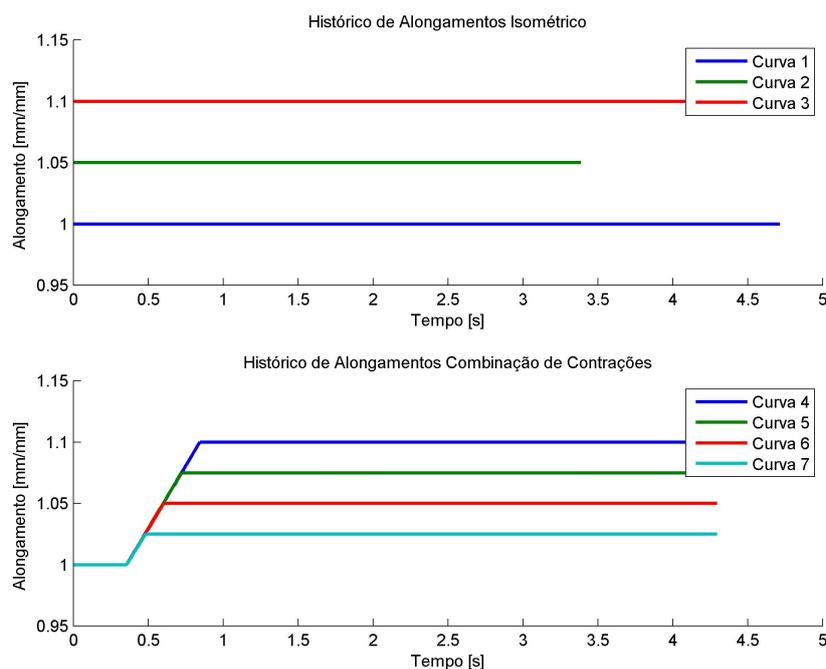


Figura 7.3 – Histórico de carregamentos para múltiplos níveis de alongamento. Ref.: [Rassier et al., 2003].

O resultado do ajuste de parâmetros pode ser visto nas Figuras 7.4 e E.10, e na Tabela 7.2. Os resultados para cada uma das curvas podem ser vistos no Apêndice A.

Tabela 7.2 – Ajuste de parâmetros para o modelo proposto - múltiplos alongamentos

α_1	α_2	α_3	α_4	α_6	α_7	α_8
0,3789	98	6023	1,22	0,001612	1628,9	1,3886
α_9	α_{10}	α_{11}	α_{12}	α_{13}	α_{14}	α_{15}
2,9802	4,7701	6,7804	0,5186	1,3159	2,0880	0,003784
α_{16}	α_{17}	α_{18}	α_{19}	α_{20}	α_{21}	α_{22}
0,05919	0,002733	0,6635	25,758	2,36889	0,0001	1,3289
α_{23}	α_{24}	α_{25}	α_{26}			
15,755	25,530	100000	31,647			

Dos resultados apresentados para as curvas isométricas, vê-se que houve dificuldades

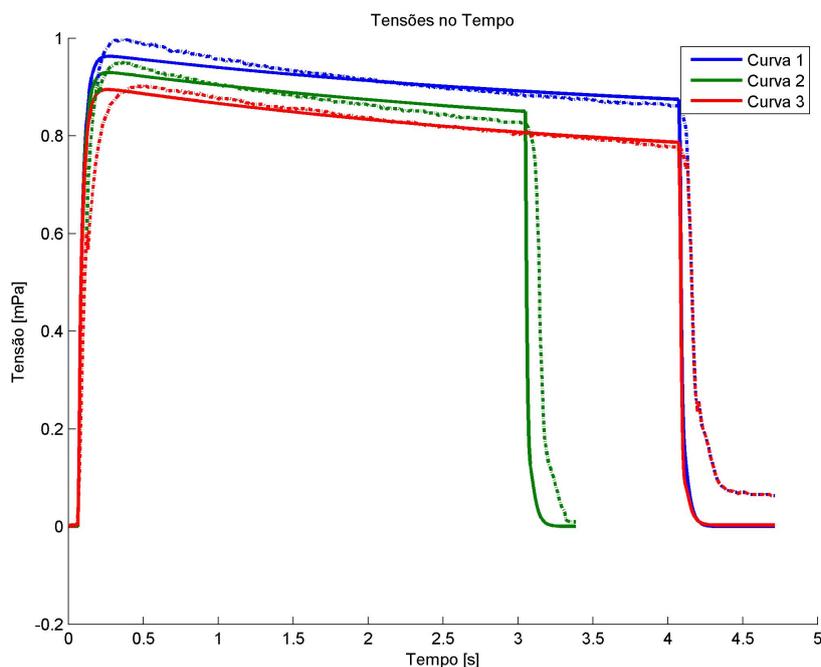


Figura 7.4 – Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto. Ajustado para as três curvas isométricas e quatro isométrica-concêntrica-excêntrica. Reposta do modelo em linhas cheias, resultado do experimento em linhas tracejadas.

para representar a fadiga muscular. Além de cada comprimento possuir uma queda de força com intensidades diferentes, no início da tetania existe uma queda mais rápida da produção de força. Porém, o resultado da representação da combinação de contrações foi extremamente satisfatório. Em cada alongamento atingiu-se patamares de força diferentes que foram bem representados. O modelo proposto também foi capaz de caracterizar o aumento de força durante o alongamento. Durante a fase do desenvolvimento da força, após o término do movimento, a representação foi satisfatória.

7.3 Desempenho em Múltiplas Velocidades de Alongamento

Para representar contrações isométricas-excêntricas-isométricas com uma única variação de comprimento, em diferentes velocidades, foram utilizados os dados de [Abbott e Aubert, 1952]. Neste caso são apresentados dados para o músculo sartório de sapos. No experimento foi realizada uma contração isométrica, e depois três esticamentos com veloci-

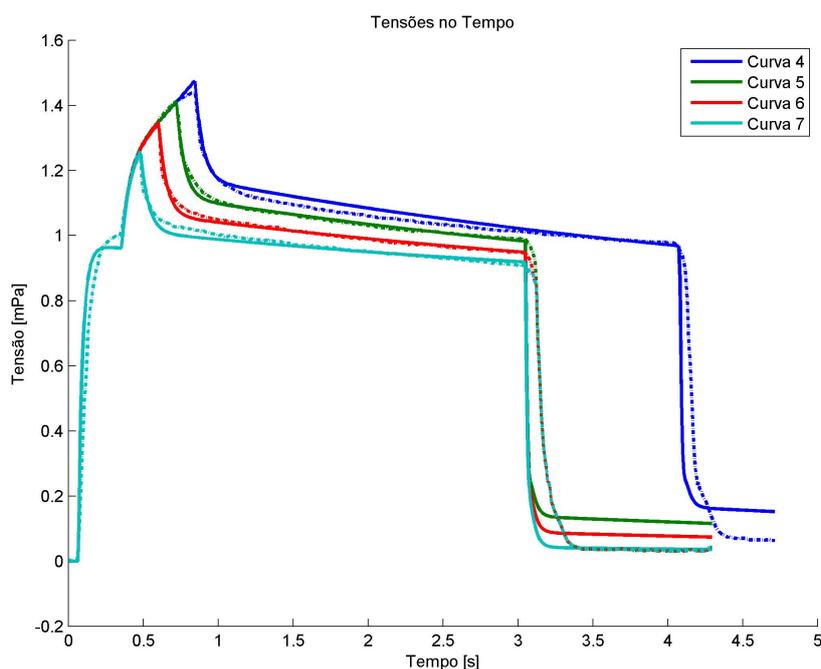


Figura 7.5 – Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto. Ajustado para as três curvas isométricas e quatro isométrica-concêntrica-excêntrica. Reposta do modelo em linhas cheias, resultado do experimento em linhas tracejadas.

dades de 8 s^{-1} , 5 s^{-1} e $1,9 \text{ s}^{-1}$. Os músculos foram ativados em 0,05 segundos e mantidos ativados até o fim dos experimentos. Neste estudo são apresentadas apenas as tensões ativas. O histórico de carregamentos pode ser visto na Figura 7.6.

O resultado do ajuste de parâmetros pode ser visto na Figura E.10, e na Tabela 7.3. Aqui são apresentados os resultados gerais. Os resultados para cada uma das curvas podem ser vistas no Apêndice B.

Com uma única função de ativação, e quase sem apresentar o fenômeno da fadiga, a curva isométrica teve uma boa representação. Já a representação das combinações de contrações não foi adequada. Em primeiro lugar verificou-se que a proposta foi incapaz de contabilizar a influência das diferentes velocidades no ganho de força. Isto se deu porque as contribuições dos braços com componentes viscosos reduziram sua tensão a zero rapidamente. Desta maneira, o ganho de tensão foi determinado unicamente pelo esticamento, que por ser igual nos três casos, resultou no mesmo o ganho de força.

Também se verificou que a elevação da tensão durante o movimento não foi ade-

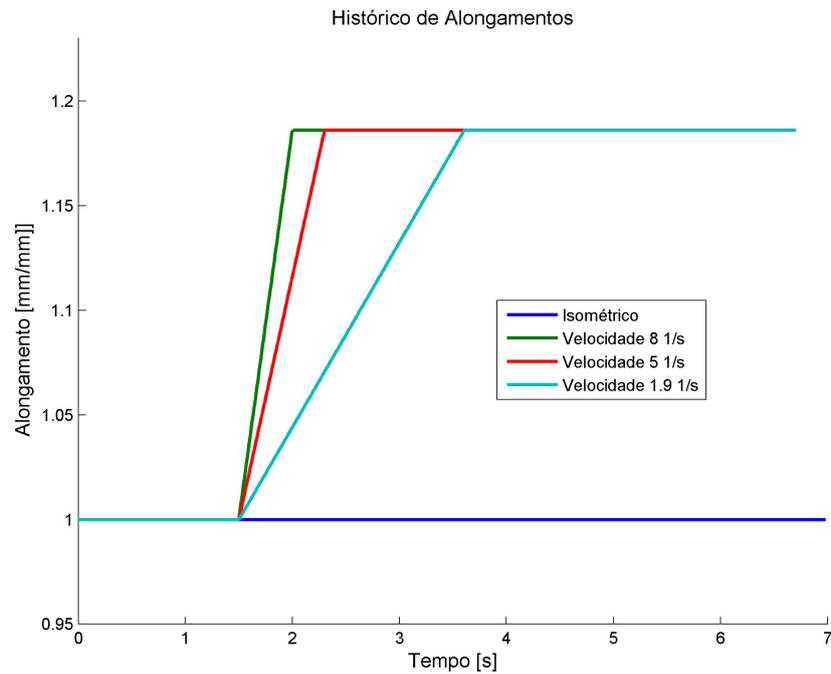


Figura 7.6 – Histórico de carregamentos para diferentes velocidades. Ref.: [Abbott e Aubert, 1952].

Tabela 7.3 – Ajuste de parâmetros do modelo proposto - múltiplas velocidades de alongamento

α_1	α_2	α_3	α_4	α_6	α_7	α_8
0	0	0	1	0,4056	306,92	1,845
α_9	α_{10}	α_{11}	α_{12}	α_{13}	α_{14}	α_{15}
1,5451	2,4108	2,0631	50,34	50,34	15,61	15,61
α_{16}	α_{17}	α_{18}	α_{19}	α_{20}	α_{21}	α_{22}
100,9	0	0	8115,7	52,00	0,002306	48,567
α_{23}	α_{24}	α_{25}	α_{26}			
117,9	3045,1	100	2,0117			

quada. Dos experimentos esperava-se que nas três velocidades o mesmo pico de tensão fosse atingido, o que não aconteceu. Esta incapacidade pode estar diretamente associada à evo-

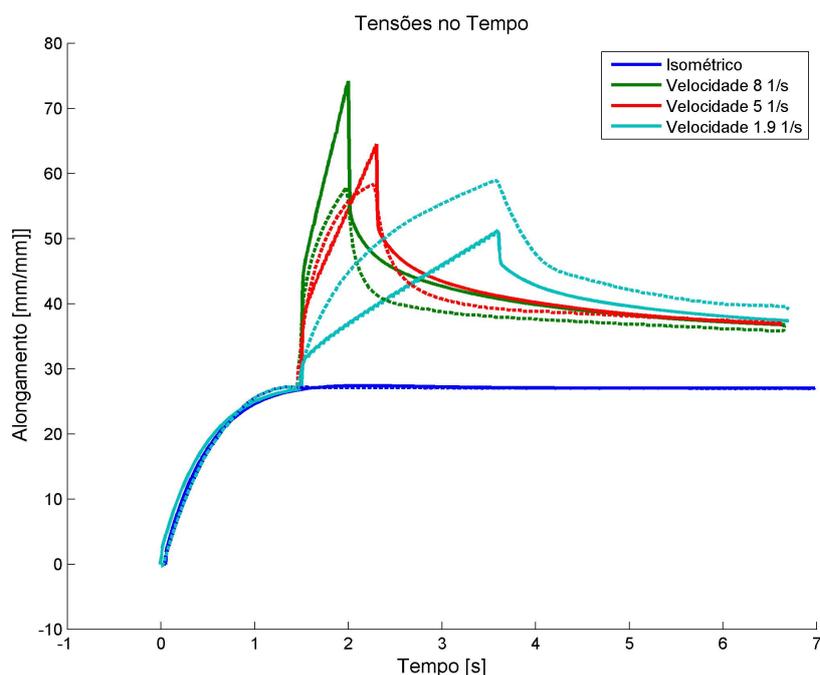


Figura 7.7 – Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto. Ajustado para uma curva isométrica e três isométrica-concêntrica-excêntrica. Reposta do modelo em linhas cheias, resultado do experimento em linhas tracejadas.

lução das variáveis internas e suas leis. Com maior velocidade de alongamento, inicialmente são menores as contribuições do elemento viscoso. Desta maneira, toda a evolução da variável interna ocorre de forma diferenciada, não sendo capaz de que o mesmo pico de tensão seja atingido em diferentes velocidades.

7.4 Desempenho em Múltiplos Encurtamentos e Múltiplas Velocidades de Encurtamento

Para avaliar o comportamento do modelo frente a combinação de contrações envolvendo o encurtamento do músculo, foram utilizados os dados de [Herzog et al., 2000]. Neste trabalho é apresentada uma contração isométrica e dez combinações de contrações. Nestas combinações de contrações são encontrados encurtamentos do músculo com diferentes níveis a uma mesma velocidade e encurtamentos com velocidades variáveis em um mesmo nível. Os músculos foram ativados no tempo 1 segundo e desativados no tempo 9,2 segundos. Os

históricos de carregamentos podem ser vistos nas Figuras 7.8 e 7.9. Primeiramente foram determinados parâmetros para caracterizar a contração isométrica. Estes resultados podem ser vistos na Figura 7.10 e na Tabela 7.4.

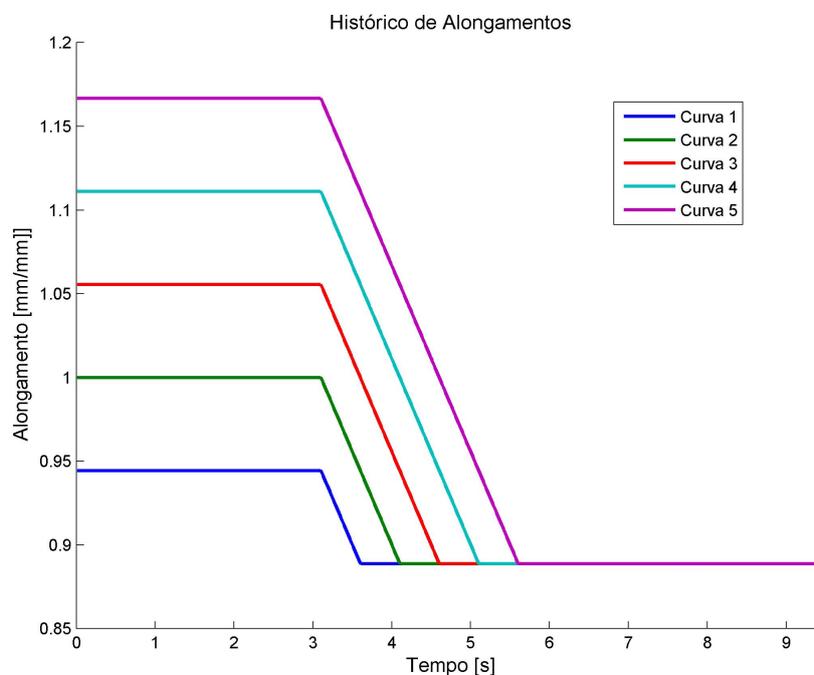


Figura 7.8 – Histórico de alongamentos conforme [Herzog et al., 2000]. Encurtamentos de 0,04 mm/mm, 0,1 mm/mm, 0,105 mm/mm 0,22 mm/mm e 0,26mm/mm. Velocidade de encurtamento $0,1111 \text{ s}^{-1}$.

O modelo apresentou dificuldades de representar combinação de contrações com alongamentos com diferentes velocidades, desta maneira a análise deste conjunto de dados foi separada. Primeiramente avaliou-se a capacidade do modelo de representar os múltiplos encurtamentos com velocidade constante. Em seguida foi avaliada a capacidade do modelo representar alongamentos com velocidades variáveis. Por fim foi feito um ajuste de parâmetros de todas as curvas simultaneamente.

O resultado para o histórico de carregamentos apresentado na Figura 7.9 (apenas múltiplos alongamentos a uma mesma velocidade) pode ser visto na Figura 7.11 e na Tabela 7.5 .

Do resultado apresentado na Figura 7.11, pode-se verificar que tanto a representação passiva (antes da ativação) quanto a ativa (quando a força está desenvolvida) estão

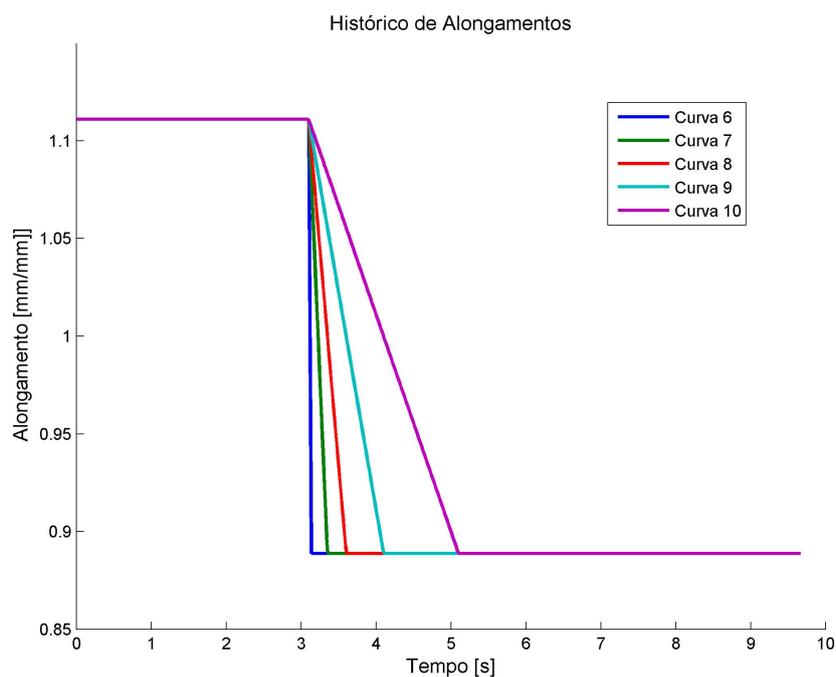


Figura 7.9 – Histórico de alongamentos conforme [Herzog et al., 2000]. Encurtamentos de 0,22 mm/mm, nas velocidades de $0,1111 \text{ s}^{-1}$, $0,2222 \text{ s}^{-1}$, $0,4444 \text{ s}^{-1}$, $0,8889 \text{ s}^{-1}$ e $7,1111 \text{ s}^{-1}$.

Tabela 7.4 – Ajuste de parâmetros modelo proposto - curva isométrica

α_1	α_2	α_3	α_4	α_6	α_7	α_8
11,520	0,1656	8,4757	0,7974	18,686	-114,24	449,70
α_9	α_{10}	α_{11}	α_{12}	α_{13}	α_{14}	α_{15}
-652,80	419,28	-100,82	1,0e-006;	1,0e-006	35720,1	1512,77
α_{16}	α_{17}	α_{18}	α_{19}	α_{20}	α_{21}	α_{22}
-	-	-	-	-	-	-
α_{23}	α_{24}	α_{25}	α_{26}			
-	-	100	4,9504			

adequadas, garantindo o bom ajuste de parâmetros para a contração isométrica. Quanto à combinação de contrações, foi possível representar tanto a depressão da força, quanto seu

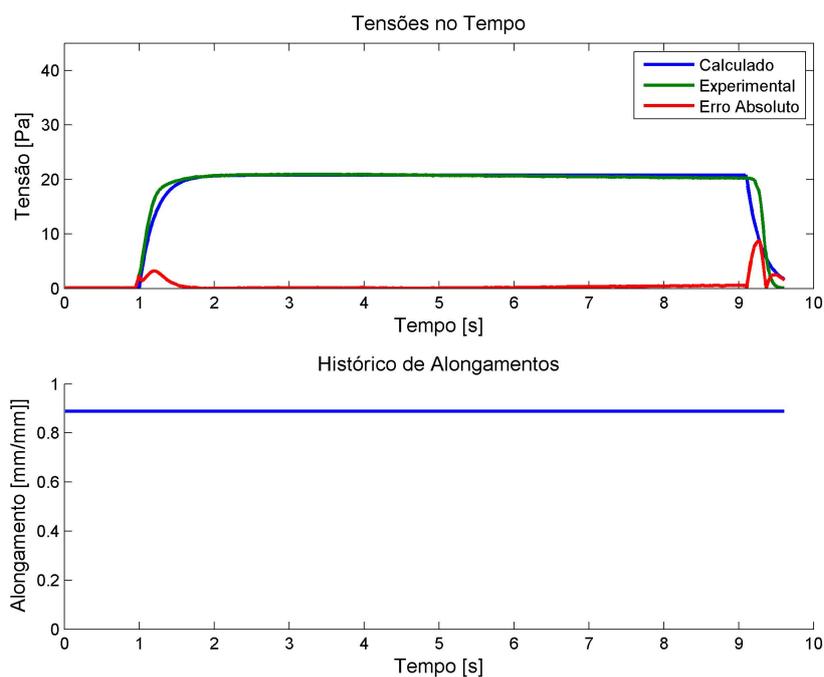


Figura 7.10 – Resultado para ajuste da curva isométrica apresentada em [Herzog et al., 2000].

Tabela 7.5 – Ajuste de parâmetros do modelo proposto - múltiplos alongamentos

α_{16}	α_{17}	α_{18}	α_{19}	α_{20}
0,0040	23,034	57,486	701,314	13,2305
α_{21}	α_{22}	α_{23}	α_{24}	
143,615	0,00135	889706,2	49,193	

desenvolvimento. Desta maneira, o modelo conseguiu ser ajustado para diferentes níveis de força após o término do movimento. Os resultados individuais deste estudo podem ser vistos no Anexo C.

O resultado para o ajuste de parâmetros do histórico de carregamentos apresentado na Figura 7.9 (um único alongamento com múltiplas velocidades) pode ser visto na Figura 7.12 e na Tabela 7.6 .

A proposta de modelo teve dificuldades de retratar a perda de força. Isso se deu principalmente pela depressão da força ser a mesma, independente da velocidade de contra-

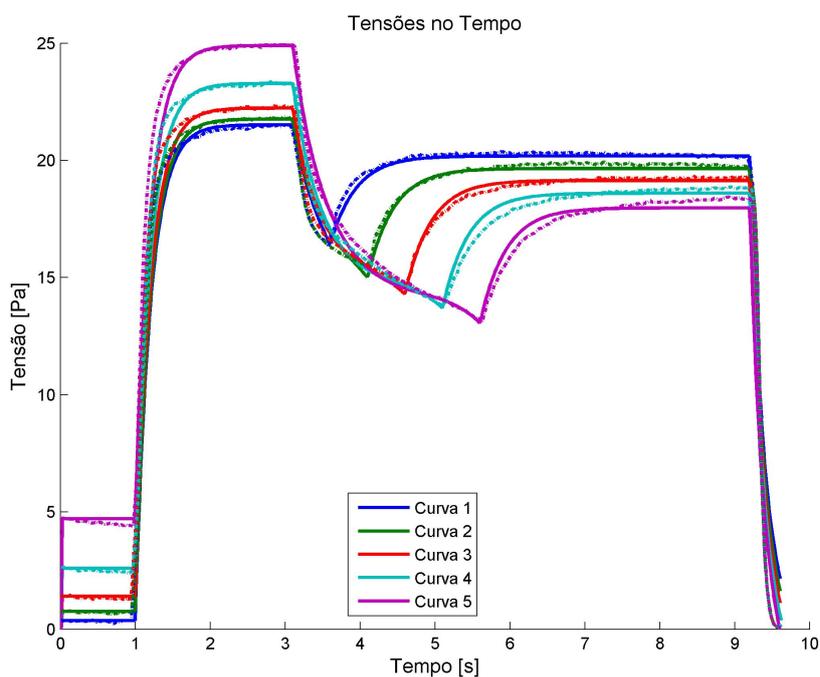


Figura 7.11 – Resultado para ajuste simultâneo das combinações de contrações isométrica-concêntrica-isométrica para múltiplos alongamentos.

Tabela 7.6 – Ajuste de parâmetros do modelo proposto - múltiplas velocidades

α_{16}	α_{17}	α_{18}	α_{19}	α_{20}
0,00658	29,425	-940,02	701,314	60,339
α_{21}	α_{22}	α_{23}	α_{24}	
66,245	0,0135	88970,61	26,219	

ção. Um resultando similar foi obtido na seção 7.3. Os resultados individuais podem ser vistos no Anexo D.

Combinando os resultados anteriores, e buscando um ajuste de parâmetros que caracterize as onze curvas ao mesmo tempo, obtém-se os resultados da Figura 7.13 e 7.14 e da Tabela 7.7. Os resultados individuais podem ser vistos no Anexo E.

O resultado geral da combinação das contrações foi diminuição da capacidade de representação dos dados experimentais. Pode-se notar que a combinação de contração com

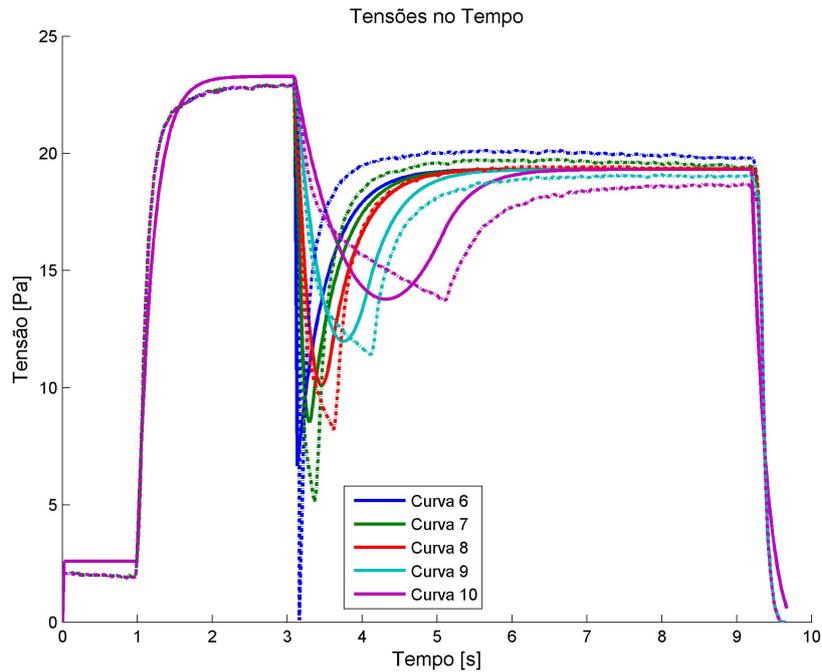


Figura 7.12 – Resultado para ajuste simultâneo das combinações de contrações isométrica-concêntrica-isométrica para múltiplas velocidades.

Tabela 7.7 – Ajuste de parâmetros do modelo proposto - múltiplos encurtamentos e múltiplas velocidades

α_{16}	α_{17}	α_{18}	α_{19}	α_{20}
0,01291	331,96	753,44	701,3	44,3631
α_{21}	α_{22}	α_{23}	α_{24}	
89,577	0,01354	889706,2	36,71	

velocidades diferentes mostra uma limitação na resposta do modelo. Ao serem avaliados apenas os diferentes encurtamentos, havia uma boa correlação entre os níveis de tensão atingidos após o movimento.

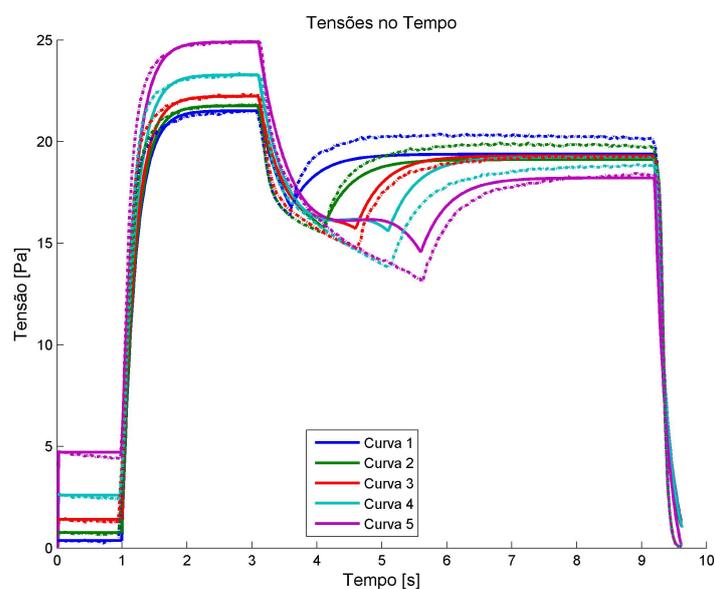


Figura 7.13 – Resultado para ajuste simultâneo das combinações de contrações isométrica-concêntrica-isométrica para múltiplos alongamentos e múltiplas velocidades. Acima são apresentadas as curvas para múltiplos alongamentos.

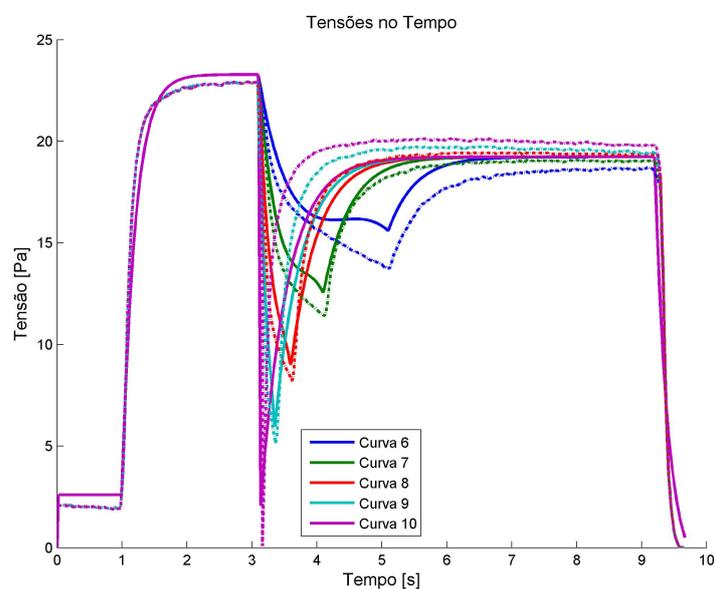


Figura 7.14 – Resultado para ajuste simultâneo das combinações de contrações isométrica-concêntrica-isométrica para múltiplos alongamentos e múltiplas velocidades. Acima são apresentadas as curvas para múltiplas velocidades.

7.5 Aplicação do Modelo no MEF

Para poder aplicar o modelo na solução de problemas com geometrias mais realísticas, o mesmo foi implementado no método dos elementos finitos [Bathe, 2006]. Foi utilizado um programa de elementos finitos com código aberto, disponibilizado em [Bower, 2014]. Este programa resolve iterativamente o problema não linear, utilizando o método de Newton-Raphson para encontrar o equilíbrio.

Para a implementação, algumas alterações no código foram necessárias. Neste foi implementado o cálculo das tensões do modelo desenvolvido neste trabalho e o cálculo do tensor tangente foi feito numericamente. Também foi necessário adicionar variáveis para contabilizar a evolução das variáveis internas, pois o algoritmo original é puramente hiperelástico. Como dados de entrada foram fornecidos: a geometria, os parâmetros materiais, as condições de contorno, os tempos de ativação e o histórico de deslocamento. Assim, foram proposto 3 casos de análise. Primeiro foi executado um teste com um corpo cilíndrico sólido com área constante devido à simplicidade geométrica, onde buscou-se avaliar a implementação do modelo constitutivo no código de elementos finitos. Em uma segunda análise buscou-se aplicar o modelo a uma geometria mais realística, simulando um músculo com área não uniforme, em uma combinação de contrações isométrica-concêntrica-isométrica. Por fim, foi realizada uma simulação de um músculo com área não uniforme em uma contração isométrica.

7.5.1 Validação da Implementação no MEF

Para ser feita a verificação da implementação foi utilizado um caso isométrico-excêntrico-isométrico. Nesta simulação pode-se verificar tanto a ativação, na primeira contração isométrica, quanto a evolução das variáveis internas, uma vez iniciado o movimento. Para simular a condição de tração pura foi analisada uma geometria cilíndrica de seção transversal constante, com as fibras alinhadas longitudinalmente. Devido à simetria do problema foi utilizado um modelo com 1/8 de simetria. Foram utilizados elementos lineares de 8 nós, totalizando 80 elementos. A malha utilizada, bem como a orientação das fibras, pode ser vista na figura 7.15. Como condições de contorno os nós dos planos de simetria XY tiveram seu deslocamento restrito na direção Z, os nós do plano XZ na direção Y e os nós do plano ZY na direção X. Os nós da face superior foram escolhidos para receberem os deslocamentos

impostos pelo histórico de deslocamentos. Os parâmetros materiais utilizados são da seção 7.2.

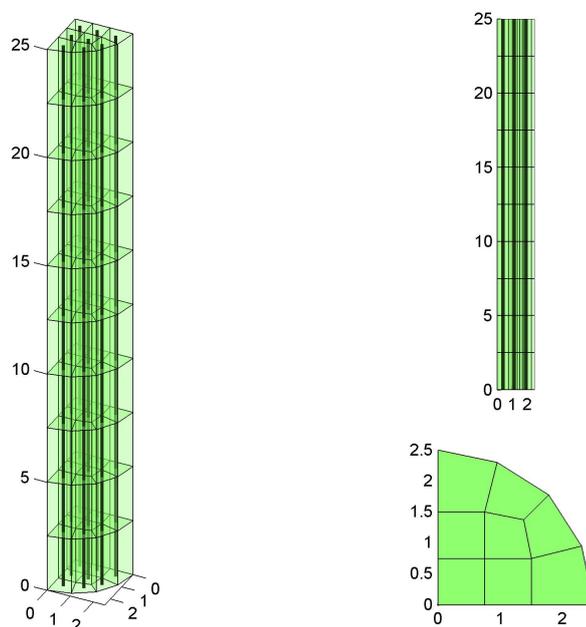


Figura 7.15 – Malha utilizada na verificação do programa de elementos finitos, dimensões em centímetros. Utilizando simplificações de tração pura com $1/8$ de simetria. Em verde o elemento, em linhas pretas grossas a direção das fibras.

O histórico de deslocamentos pode ser visto na Figura 7.16. O músculo foi ativado em 0,1 segundos e desativado em 2,5 segundos. Os alongamentos, bem como a velocidade do esticamento, foram determinados de maneira a pertencerem aos limites do ajuste de parâmetros realizado. Como intervalo de tempo entre os incrementos foi escolhido o tempo de 0,05 segundos. Esta análise tem por objetivo apenas verificar a implementação, por isso seus resultados são comparados com as implementações realizadas no MATLAB. Estes resultados podem ser vistos nas Figuras 7.17 e 7.18.

Da Figura 7.18 verifica-se que a implementação em elemento finitos reproduziu as mesmas tensões isocóricas da implementação em MATLAB. Desta maneira, é feita a validação dos resultados calculados através do método dos elementos finitos.

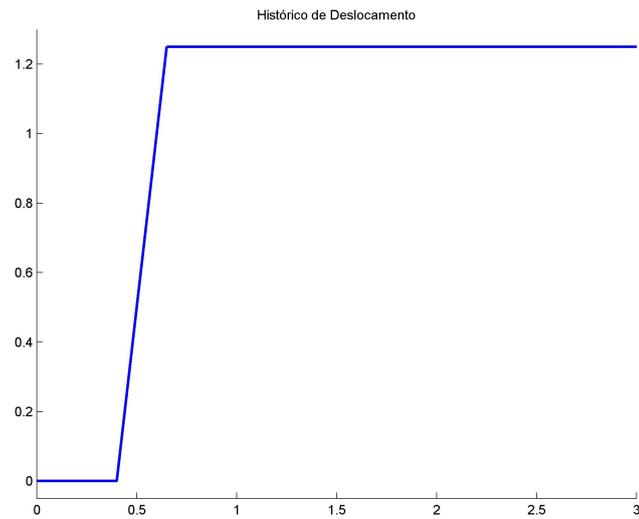


Figura 7.16 – Histórico de alongamentos aplicados no modelo para validação da implementação.

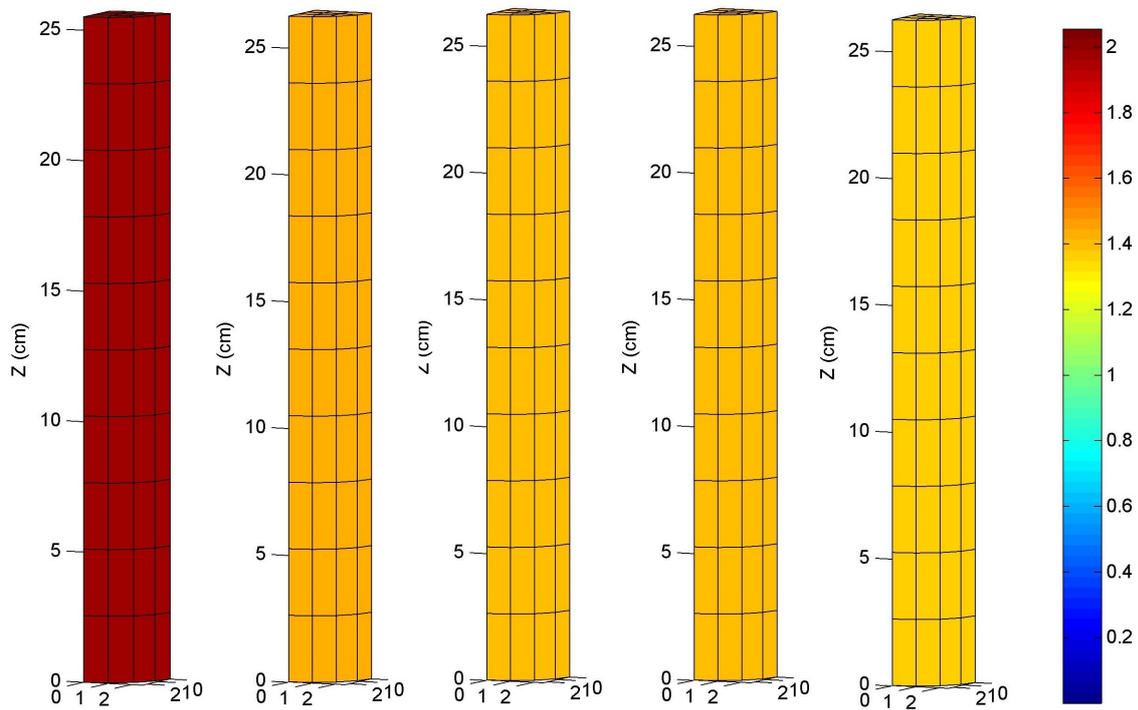


Figura 7.17 – Tensões desenvolvidas na combinação de contrações. Da esquerda para direita as tensões nos tempos de 0.5s, 1.1s, 1.5s, 1.6s e 2s.

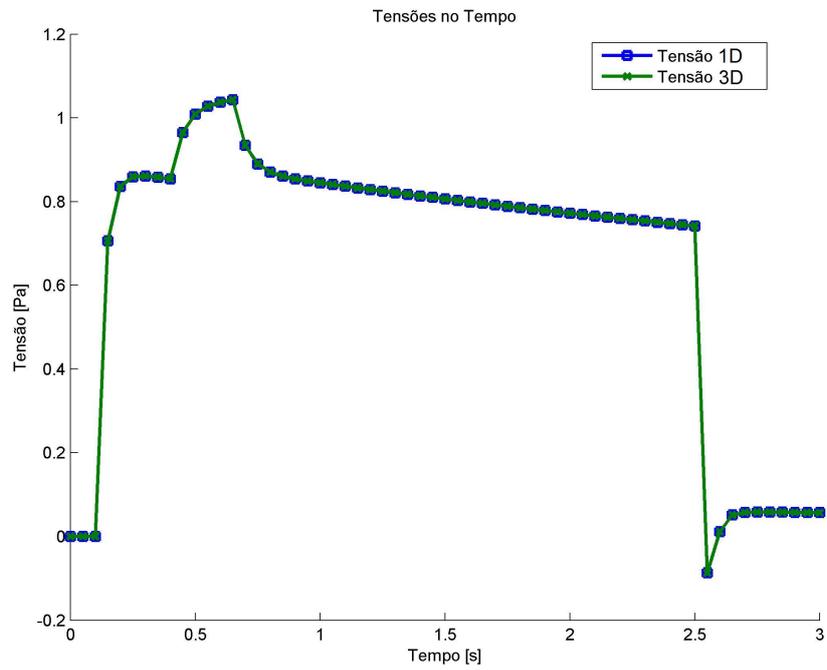


Figura 7.18 – Comparação entre os resultados de tensões uniaxiais isocóricas para implementações 1D e 3D de uma combinação de contrações

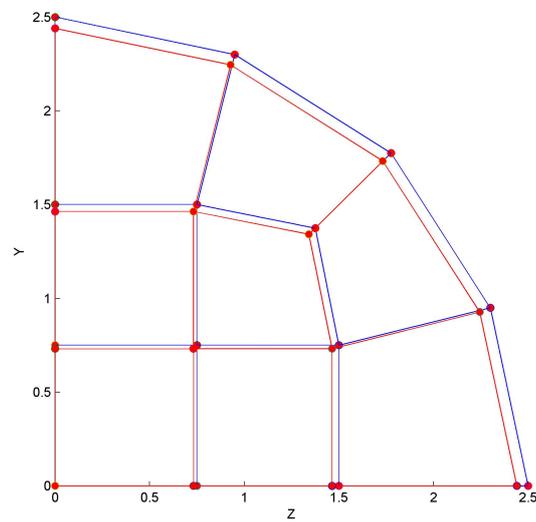


Figura 7.19 – Deslocamentos transversais para combinação de contrações. Em azul configuração indeformada, em vermelho configuração deformada.

7.5.2 Combinação de Contrações no MEF

Uma geometria mais realística foi arbitrada, semelhante a músculos unipenados (Lieber e Fridèn [2000]). A geometria escolhida arbitrariamente pode ser vista na Figura 7.20. As simetria do problema, bem como as restrições de deslocamentos foram as mesmas da validação da implementação. Por motivos de clareza, aqui serão reproduzidos os resultados representando o corpo completo, utilizando as simetrias do mesmo.

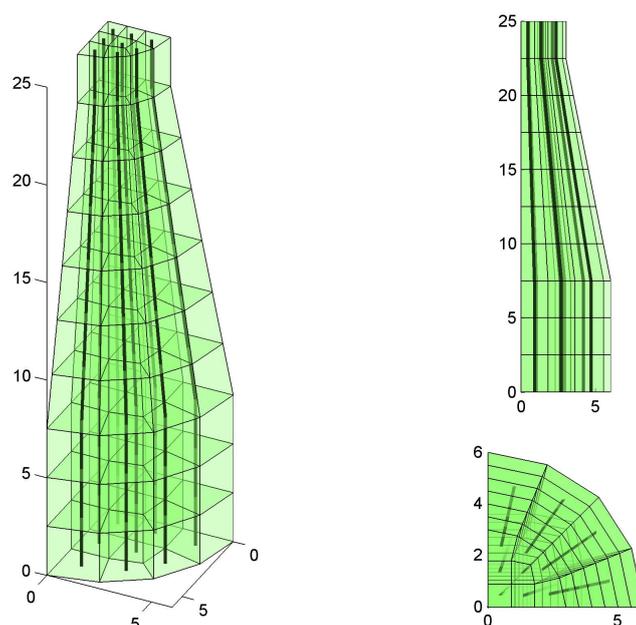


Figura 7.20 – Malha utilizada no programa de elementos finitos, dimensões em centímetros. Utilizando simplificações de tração pura com $1/8$ de simetria. Em verde, os elementos, em linhas pretas grossas, a direção das fibras.

Para permitir uma comparação com a simulação puramente isométrica, inicialmente o modelo foi inicialmente alongado, para em seguida ser ativado e encurtado até seu comprimento final. Este histórico de carregamentos pode ser visto na Figura 7.21. Os parâmetros materiais utilizados são das Tabelas 7.4 e 7.5, sendo o modelo ativado em 0,8 segundos e desativado em 4 segundos. Os resultados das tensões obtidas podem ser vistas na Figura 7.22.

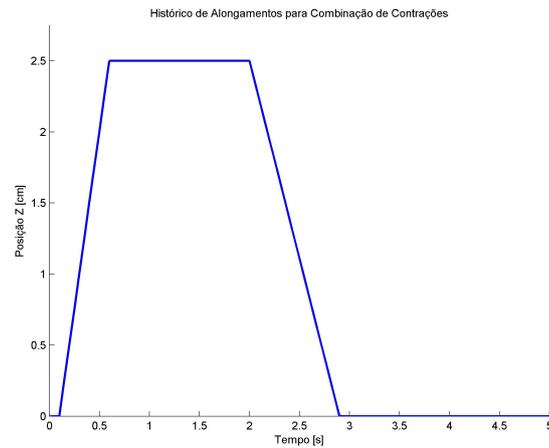


Figura 7.21 – Histórico de deslocamentos para combinação de contrações simuladas no MEF.

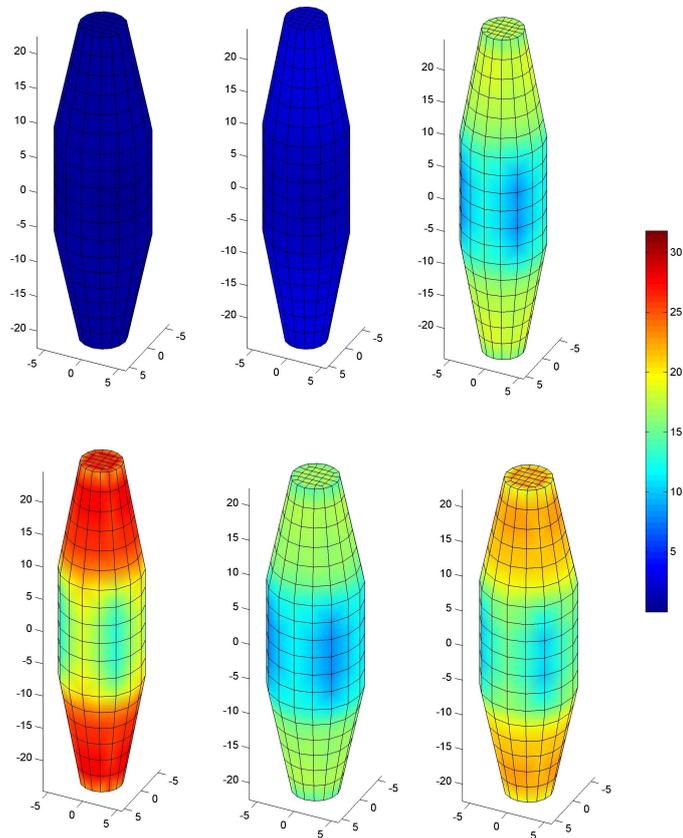


Figura 7.22 – Tensões calculadas para a combinação de contrações. Tempos de análise da esquerda para a direita, de cima para baixo: 0.1 s, 0.7 s, 1 s, 1.9 s, 2.9 s, 4 s. Fator de escala para os deslocamentos 1.

7.5.3 Contração Isométrica no MEF

A simulação da contração isométrica utilizou a mesma geometria, parâmetros materiais e restrições de deslocamentos dos planos de simetria da seção anterior. Para caracterizar a contração isométrica, o deslocamento nos nós superior foi mantido nulo durante toda simulação. Os resultados das tensões obtidas podem ser vistas na Figura 7.23.

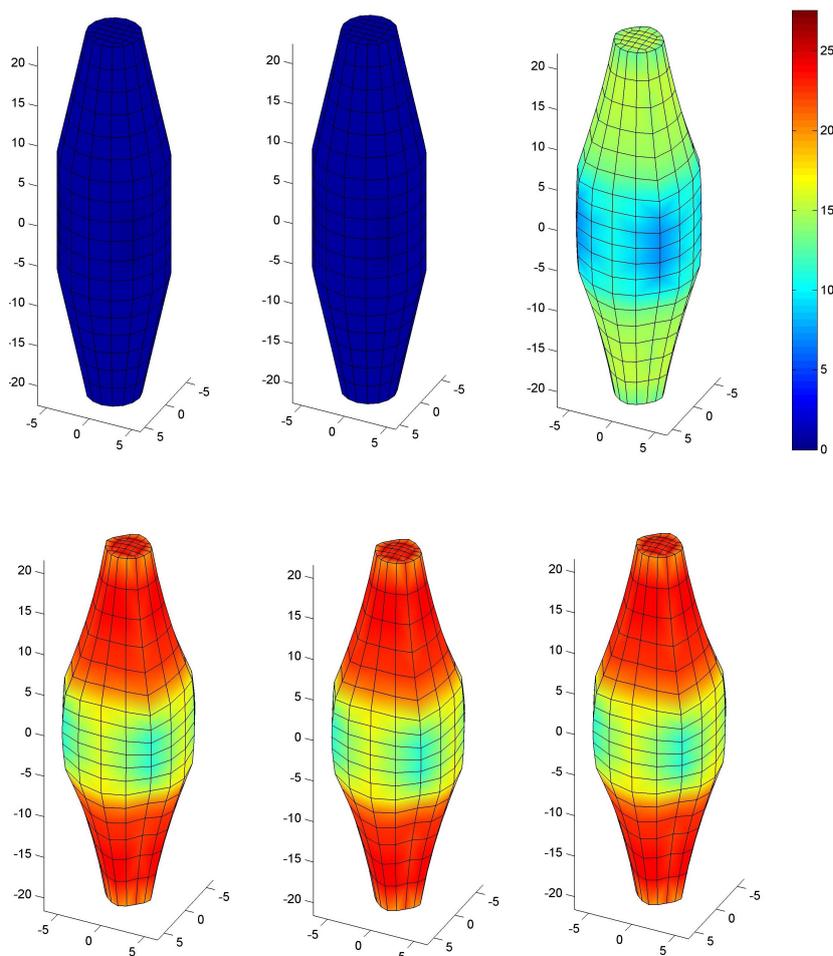


Figura 7.23 – Tensões calculadas para o caso isométrico. Tempos de análise da esquerda para a direita, de cima para baixo: 0.1 s, 0.7 s, 1 s, 1.9 s, 2.9 s, 4 s. Fator de escala para os deslocamentos 1000.

Para comparar a resposta das simulações com geometria não uniforme, foram utilizadas as forças de reação na direção longitudinal. Este resultado pode ser visto na Figura 7.24.

As forças desenvolvidas na combinação de contrações foram inferiores à força puramente isométrica produzida no mesmo comprimento. Desta maneira, verifica-se que a

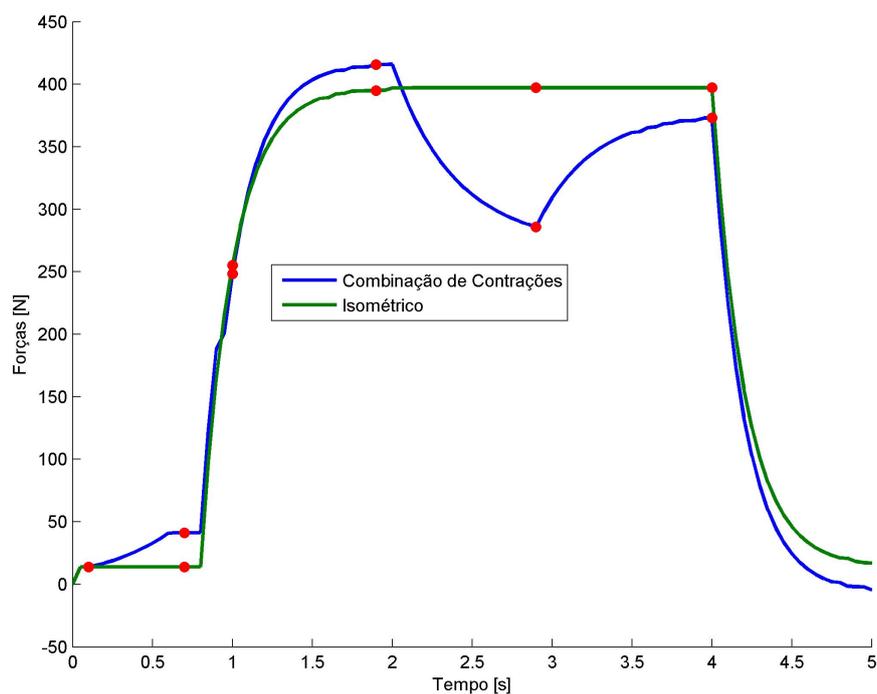


Figura 7.24 – Forças de reação obtidas para o caso isométrico e a combinação de contrações através do método de elementos finitos. Em vermelho, os tempos nos quais as tensões foram avaliadas.

implementação tridimensional conseguiu reproduzir a principal característica desta proposta de modelo representado a perda de força após a combinação de contrações.

8. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi apresentado um estudo do comportamento mecânico de tecidos musculares esqueléticos segundo a combinação de diferentes contrações musculares. Da pesquisa realizada na literatura, não foi encontrado nenhum modelo para grandes deformações que se propusesse a representar a resposta mecânica nas combinações de contrações isométrica-excêntrica-isométrica e isométrica-concêntrica-isométrica. Assim, quatro modelos foram escolhidos para representar este comportamento mecânico do músculo, devido a suas características matemáticas e capacidade de representação. Como estes modelos não foram concebidos para representar a combinação de contrações, esta análise buscou encontrar características em comum entre as formulações dos modelos e a resposta que forneciam.

As principais dificuldades de representação dos modelos da literatura foram a representação fenomenológica da fadiga muscular, a representação da alteração da força durante o movimento e a incapacidade de representar diferentes níveis de força para um mesmo comprimento final. Estas dificuldades foram atribuídas às deficiências da proposta de formulação, que não consideravam estes fenômenos em suas propostas originais. Nenhum dos resultados destes modelos estava de acordo com comportamentos observados em dados experimentais para as contrações de interesse deste trabalho.

De um estudo aprofundado da formulação e da implementação destes, verificou-se que havia dois fatores determinantes na capacidade de representação dos modelos. A transição da condição isométrica para excêntrica/concêntrica gerava velocidades instantâneas, forçando a relação de Hill a magnificar a resposta ativa. A inexistência de uma estrutura matemática que previsse as alterações internas do sarcômero durante seu movimento quando ativado, impedia avaliar o ganho ou perda de força. Além destas deficiências, os modelos apresentaram boas características para representar o comportamento ativo e passivo.

Uma vez identificadas as deficiências dos modelos, frente às sequências de contração estudadas, foi feita uma proposta de um novo modelo. Esta proposta se caracterizou por representar as estruturas passivas e ativas de forma similar à alguns dos modelos apresentados, baseando suas escolhas nas principais características fenomenológicas destes. A proposta adicionou uma nova componente da tensão que está diretamente relacionada ao histórico de carregamentos, e atua apenas quando existe alteração no comprimento do mús-

culo ativado. Também foi adicionada uma representação matemática para tentar representar fenomenologicamente a fadiga muscular a partir das características observadas nos trabalhos encontrados em literatura.

Testes numéricos uniaxiais e tridimensionais foram implementados para avaliar a capacidade representativa do modelo proposto. A proposta de modelo apresentada foi capaz de representar adequadamente o comportamento passivo de dados experimentais utilizados. Também representou adequadamente o comportamento ativo, através da variação da força em função do comprimento do material. A fadiga muscular foi bem representada em apenas alguns casos. As combinações de contrações a uma mesma velocidade para diferentes níveis de alongamento e encurtamento tiveram suas representações adequadas, mostrando níveis de tensão satisfatórios durante o movimento e também na fase de desenvolvimento da força isométrica após o movimento. Entretanto, o modelo não foi capaz de representar combinações de contrações com diferentes velocidades. A maior dificuldade foi representar os diferentes níveis de força devido às velocidades de contração, após o término do movimento. Cabe ressaltar que nenhum dos modelos de literatura propôs representar tais combinações estudadas, bem como avaliá-las para diferentes velocidades de contração excêntrica e concêntrica. Assim, a capacidade de validação desta proposta, bem como comparação de capacidade representativa, foram limitadas.

Trabalhos Futuros

Este estudo, e posterior formulação da proposta de modelo, foi bem sucedido em aumentar a capacidade de representação dos modelos apresentados, especificamente no caso de algumas combinações de contrações. Este estudo inicial do comportamento mecânico de tecidos musculares esqueléticos deixa lacunas abertas, algumas das quais possivelmente podem tornar-se objetos interessantes de estudos futuros. Algumas possibilidades do prosseguimento deste estudo são:

- Aplicação do modelo: utilizar as vantagens da implementação do modelo no método de elementos finitos para analisar geometrias reais de músculos. Por exemplo, os parâmetros materiais do modelo poderiam ser determinados para um músculo penado, com geometria e orientação de fibra reais.
- Capacidade representativa: testar o comportamento do modelo frente a combi-

nações de contrações diferentes das já analisadas, como por exemplo contrações do tipo isométrica-concêntrica-excêntrica-isométrica e isométrica-excêntrica-concêntrica-isométrica.

- Melhoria do modelo: A formulação apresentada foi uma escolha simples para ajustar a resposta de tensão que se desejava obter. Entretanto, uma formulação mais consistente e rigorosa pode ser obtida utilizando também princípios termodinâmicos. Estas alterações podem, por exemplo, serem feitas utilizando modelos constitutivos variacionais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abbott, B.; Aubert, X. **The force exerted by active striated muscle during and after change of length**, *The Journal of Physiology*, vol. 117(1), p. 77–86, 1952.

Alberts, B.; Johnson, A.; Lewis, J.; Raff, M.; Roberts, K.; Walter, P. **Biologia molecular da célula**. Artmed, 2010.

Antonio, J.; Kalman, D.; Stout, J.; Greenwood, M.; Willoughby, D.; Haff, G. **Essentials of Sports Nutrition and Supplements**. Humana Press, 2009.

Baker, J. H.; Hall-Craggs, E. **Changes in sarcomere length following tenotomy in the rat**, *Muscle & nerve*, vol. 3(5), p. 413–416, 1980.

Bathe, K.-J. **Finite element procedures**. Klaus-Jurgen Bathe, 2006.

Böl, M.; Schmitz, A.; Nowak, G.; Siebert, T. **A three-dimensional chemo-mechanical continuum model for smooth muscle contraction**, *Journal of the mechanical behavior of biomedical materials*, vol. 13, p. 215–229, 2012.

Böl, M.; Stark, H.; Schilling, N. **On a phenomenological model for fatigue effects in skeletal muscles**, *Journal of theoretical biology*, vol. 281(1), p. 122–132, 2011a.

Böl, M.; Weikert, R.; Weichert, C. **A coupled electromechanical model for the excitation-dependent contraction of skeletal muscle**, *Journal of the mechanical behavior of biomedical materials*, vol. 4(7), p. 1299–1310, 2011b.

Bower, A. F. *Applied Mechanics of Solids*. Disponível em <http://solidmechanics.org/>. Acesso em 01 de dec, 2014.

Calvo, B.; Pena, E.; Martins, P.; Mascarenhas, T.; Doblare, M.; Natal Jorge, R.; Ferreira, A. **On modelling damage process in vaginal tissue**, *Journal of biomechanics*, vol. 42(5), p. 642–651, 2009.

Calvo, B.; Ramírez, A.; Alonso, A.; Grasa, J.; Soteras, F.; Osta, R.; Muñoz, M. **Passive nonlinear elastic behaviour of skeletal muscle: experimental results and model formulation**, *Journal of biomechanics*, vol. 43(2), p. 318–325, 2010.

Desaki, J.; Uehara, Y. **The overall morphology of neuromuscular junctions as revealed by scanning electron microscopy**, *Journal of neurocytology*, vol. 10(1), p. 101–110, 1981.

Ehret, A. E.; Böl, M.; Itskov, M. **A continuum constitutive model for the active behaviour of skeletal muscle**, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 59(3), p. 625–636, 2011.

Ehret, A. E.; Itskov, M. **A polyconvex hyperelastic model for fiber-reinforced materials in application to soft tissues**, *Journal of Materials Science*, vol. 42(21), p. 8853–8863, 2007.

English, A. W. **An electromyographic analysis of compartments in cat lateral gastrocnemius muscle during unrestrained locomotion**, *Journal of neurophysiology*, vol. 52(1), p. 114–125, 1984.

Fung, Y.-C. **Biomechanics**. Springer, 1990.

Gartner, L.; Hiatt, J. **Color Atlas of Histology**. Lippincott Williams & Wilkins, 2006.

Gokhin, D. S.; Kim, N. E.; Lewis, S. A.; Hoenecke, H. R.; D’Lima, D. D.; Fowler, V. M. **Thin-filament length correlates with fiber type in human skeletal muscle**, *American Journal of Physiology - Cell Physiology*, vol. 302(3), p. C555–C565, 2012.

Gordon, A.; Huxley, A. F.; Julian, F. **The variation in isometric tension with sarcomere length in vertebrate muscle fibres**, *The Journal of physiology*, vol. 184(1), p. 170–192, 1966.

Guyton, A.; John E. Hall, A. **Tratado de Fisiologia Médica**. Elsevier, 2006.

Haeufle, D.; Günther, M.; Bayer, A.; Schmitt, S. **Hill-type muscle model with serial damping and eccentric force–velocity relation**, *Journal of biomechanics*, vol. 47(6), p. 1531–1536, 2014.

Hernández-Gascón, B.; Grasa, J.; Calvo, B.; Rodríguez, J. **A 3D electro-mechanical continuum model for simulating skeletal muscle contraction**, *Journal of theoretical biology*, vol. 335, p. 108–118, 2013.

Herzog, J. A.; Leonard, T. R.; Jinha, A.; Herzog, W. **Are titin properties reflected in single myofibrils?**, *Journal of biomechanics*, vol. 45(11), p. 1893–1899, 2012a.

Herzog, W. **The biomechanics of muscle contraction: optimizing sport performance**, *Sport-Orthopädie-Sport-Traumatologie-Sports Orthopaedics and Traumatology*, vol. 25(4), p. 286–293, 2009.

Herzog, W. **Mechanisms of enhanced force production in lengthening (eccentric) muscle contractions.**, *Journal of applied physiology (Bethesda, Md.: 1985)*, 2013.

Herzog, W.; Duvall, M.; Leonard, T. R. **Molecular mechanisms of muscle force regulation: a role for titin?**, *Exercise and sport sciences reviews*, vol. 40(1), p. 50–57, 2012b.

Herzog, W.; Kamal, S.; Clarke, H. **Myofilament lengths of cat skeletal muscle: theoretical considerations and functional implications**, *Journal of biomechanics*, vol. 25(8), p. 945–948, 1992.

Herzog, W.; Leonard, T. **The history dependence of force production in mammalian skeletal muscle following stretch-shortening and shortening-stretch cycles**, *Journal of biomechanics*, vol. 33(5), p. 531–542, 2000.

Herzog, W.; Leonard, T.; Wu, J. **The relationship between force depression following shortening and mechanical work in skeletal muscle**, *Journal of biomechanics*, vol. 33(6), p. 659–668, 2000.

Herzog, W.; Leonard, T. R. **Residual force enhancement: the neglected property of striated muscle contraction**, *The Journal of Physiology*, vol. 591(8), p. 2221, 2013.

Hill, A. **The heat of shortening and the dynamic constants of muscle**, Proceedings of the Royal Society of London. Series B, Biological Sciences, vol. 126(843), p. 136–195, 1938.

Holzappel, G. A. **Nonlinear solid mechanics**. volume 24. Wiley Chichester, 2000.

Huxley, A. **Muscle Structure and Theory of contraction**, Prog Biophys Biophys Chem, 1957.

Itoh, Y.; Akataki, K.; Mita, K.; Watakabe, M.; Nonaka, H. **Frequency response model of skeletal muscle and its association with contractile properties of skeletal muscle**, Journal of Electromyography and Kinesiology, vol. 23(3), p. 572–579, 2013.

Jacobs, C.R.; Simo, J. B. G. C. D. R. **The overall morphology of neuromuscular junctions as revealed by scanning electron microscopy**, Journal of Biomechanics, vol. 30, p. 603–613, 1997.

Johansson, T.; Meier, P.; Blickhan, R. **A finite-element model for the mechanical analysis of skeletal muscles**, Journal of Theoretical Biology, vol. 206(1), p. 131–149, 2000.

Klarbring, A.; Olsson, T.; Stalhand, J. **Theory of residual stresses with application to an arterial geometry**, Archives of Mechanics, vol. 59(4-5), p. 341–364, 2007.

Koeppen, B. M.; Stanton, B. A. **Berne & Levy Physiology**. Elsevier Health Sciences, 2009.

Kojic, M.; Mijailovic, S.; Zdravkovic, N. **Modelling of muscle behaviour by the finite element method using Hill's three-element model**, International journal for numerical methods in engineering, vol. 43(5), p. 941–953, 1998.

Kroon, M. **A constitutive model for smooth muscle including active tone and passive viscoelastic behaviour**, Mathematical Medicine and Biology, vol. 27(2), p. 129–155, 2010.

Lieber, R. L. **Skeletal muscle structure and function: implications for rehabilitation and sports medicine**. Williams & Wilkins, 1992.

Lieber, R. L.; Fridèn, J. **Functional and clinical significance of skeletal muscle architecture**, *Muscle & nerve*, vol. 23, p. 1647–1666, 2000.

Lu, Y.; Zhu, H. X.; Richmond, S.; Middleton, J. **A visco-hyperelastic model for skeletal muscle tissue under high strain rates**, *Journal of biomechanics*, vol. 43(13), p. 2629–2632, 2010.

Lynn, R.; Morgan, D. **Decline running produces more sarcomeres in rat vastus intermedius muscle fibers than does incline running**, *Journal of applied physiology*, vol. 77(3), p. 1439–1444, 1994.

Maréchal, G.; Plaghki, L. **The deficit of the isometric tetanic tension redeveloped after a release of frog muscle at a constant velocity.**, *The Journal of general physiology*, vol. 73(4), p. 453–467, 1979.

MATLAB. **Optimization Toolbox User's Guide 2011a**. The MathWorks Inc., Natick, Massachusetts, 2011.

McGowan, C. P.; Neptune, R. R.; Herzog, W. **A phenomenological model and validation of shortening-induced force depression during muscle contractions**, *Journal of biomechanics*, vol. 43(3), p. 449–454, 2010.

McGowan, C. P.; Neptune, R. R.; Herzog, W. **A phenomenological muscle model to assess history dependent effects in human movement**, *Journal of biomechanics*, vol. 46, p. 151—157, 2013.

Meijer, K.; Grootenboer, H.; Koopman, H.; van Der Linden, B.; Huijing, P. A. **A Hill type model of rat medial gastrocnemius muscle that accounts for shortening history effects**, *Journal of biomechanics*, vol. 31(6), p. 555–563, 1998.

Mescher, A. **Junqueira's Basic Histology: Text and Atlas, Thirteenth Edition**. Basic Histology. McGraw-Hill Education, 2013.

Paetsch, C.; Trimmer, B.; Dorfmann, A. **A constitutive model for active–passive transition of muscle fibers**, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, vol. 47(2), p. 377–387, 2012.

Pavlov, I.; Novinger, R.; Rassier, D. E. **Sarcomere dynamics in skeletal muscle myofibrils during isometric contractions**, *Journal of biomechanics*, vol. 42(16), p. 2808–2812, 2009.

Popov, E. P. **Introdução à mecânica dos sólidos**. Edgard Blücher, 1978.

Ramírez, A.; Grasa, J.; Alonso, A.; Soteras, F.; Osta, R.; Muñoz, M.; Calvo, B. **Active response of skeletal muscle: *In vivo* experimental results and model formulation**, *Journal of theoretical biology*, vol. 267(4), p. 546–553, 2010.

Rassier, D. E.; Herzog, W.; Wakeling, J.; Syme, D. A. **Stretch-induced, steady-state force enhancement in single skeletal muscle fibers exceeds the isometric force at optimum fiber length**, *Journal of biomechanics*, vol. 36(9), p. 1309–1316, 2003.

Reeves, N. D.; Narici, M. V. **Behavior of human muscle fascicles during shortening and lengthening contractions in vivo**, *Journal of Applied Physiology*, vol. 95(3), p. 1090–1096, 2003.

Rehorn, M. R.; Schroer, A. K.; Blemker, S. S. **The passive properties of muscle fibers are velocity dependent**, *Journal of biomechanics*, vol. 47(3), p. 687–693, 2014.

Seth, A.; Sherman, M.; Reinbolt, J. A.; Delp, S. L. **OpenSim: a musculoskeletal modeling and simulation framework for in silico investigations and exchange**, *Procedia Iutam*, vol. 2, p. 212–232, 2011.

Sharafi, B.; Blemker, S. S. **A micromechanical model of skeletal muscle to explore the effects of fiber and fascicle geometry**, *Journal of biomechanics*, vol. 43(16), p. 3207–3213, 2010.

Simo, J.; Hughes, T. **Computational Inelasticity**. Interdisciplinary Applied Mathematics. Springer New York, 2000.

Stålhand, J.; Klarbring, A.; Holzapfel, G. A. **A mechanochemical 3D continuum model for smooth muscle contraction under finite strains**, *Journal of theoretical biology*, vol. 268(1), p. 120–130, 2011.

Tang, C.; Zhang, G.; Tsui, C. **A 3d skeletal muscle model coupled with active contraction of muscle fibres and hyperelastic behaviour**, *Journal of biomechanics*, vol. 42(7), p. 865–872, 2009.

Tilp, M.; Steib, S.; Herzog, W. **Force–time history effects in voluntary contractions of human tibialis anterior**, *European journal of applied physiology*, vol. 106(2), p. 159–166, 2009.

Van Loocke, M.; Lyons, C.; Simms, C. **Viscoelastic properties of passive skeletal muscle in compression: stress-relaxation behaviour and constitutive modelling**, *Journal of biomechanics*, vol. 41(7), p. 1555–1566, 2008.

Vaz, M. A.; de la Rocha Freitas, C.; Leonard, T.; Herzog, W. **The force-length relationship of the cat soleus muscle**, *Muscles, Ligaments and Tendons Journal*, vol. 2(2), p. 79, 2012.

Volek, B.; Kannegieter, E.; McKittrick, J. *Human Physiology*. Disponível em <http://humanphysiology.wikispaces.com/>. Acesso em 01 de dec, 2013.

Webber, S.; Kriellaars, D. **Neuromuscular factors contributing to in vivo eccentric moment generation**, *Journal of Applied Physiology*, vol. 83(1), p. 40–45, 1997.

Williams, P.; Goldspink, G. **Changes in sarcomere length and physiological properties in immobilized muscle.**, *Journal of Anatomy*, vol. 127(Pt 3), p. 459, 1978.

APÊNDICE A

Neste seção se encontram os resultados não apresentados na seção 7.2.

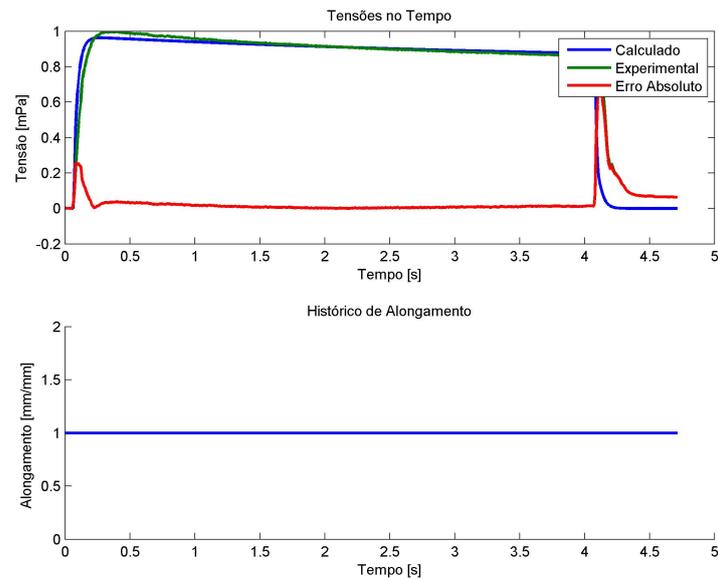


Figura A.1 – Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para as três curvas isométricas e quatro isométrica-concêntrica-isométrica.

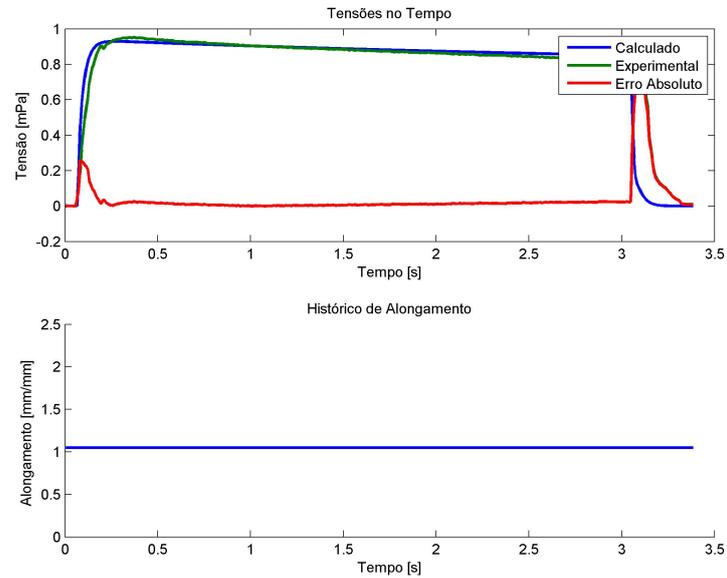


Figura A.2 – Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagermann. Ajustado para as três curvas isométricas e quatro isométrica-excêntrica-isométrica.

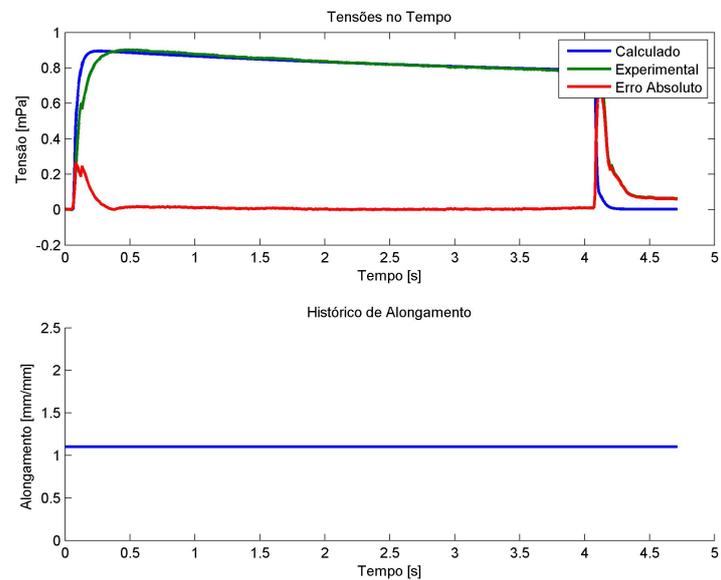


Figura A.3 – Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagermann. Ajustado para as três curvas isométricas e quatro isométrica-excêntrica-isométrica.

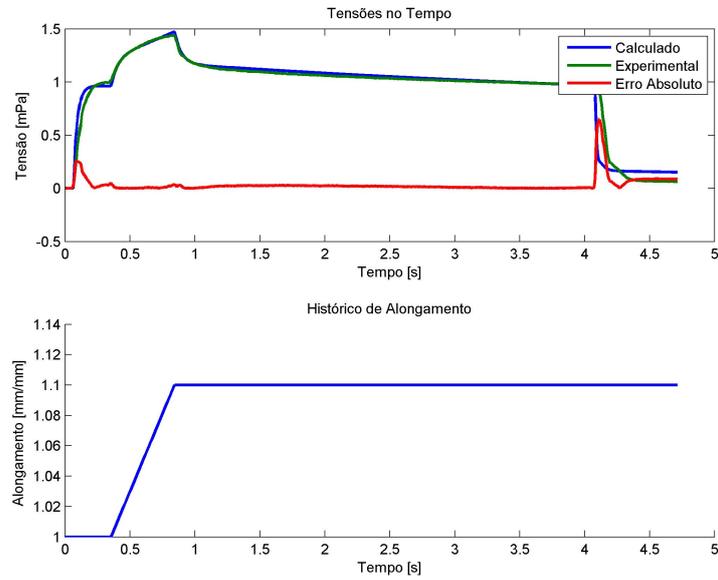


Figura A.4 – Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagermann. Ajustado para as três curvas isométricas e quatro isométrica-excêntrica-isométrica.

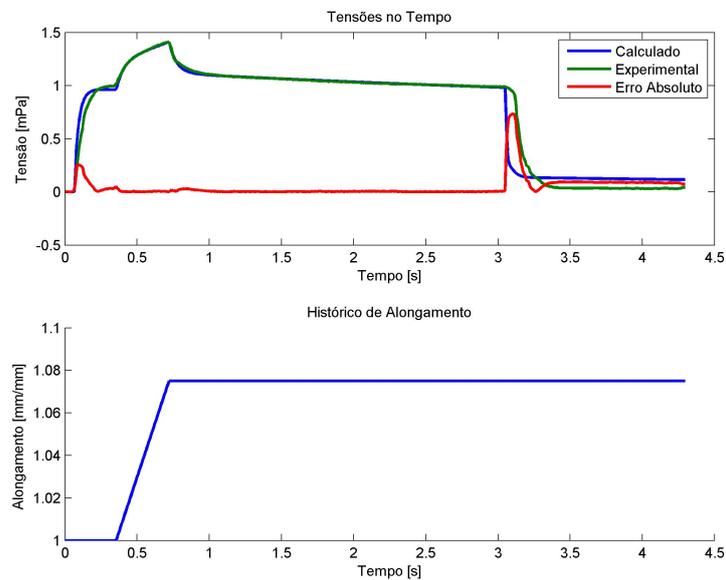


Figura A.5 – Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagermann. Ajustado para as três curvas isométricas e quatro isométrica-excêntrica-isométrica.

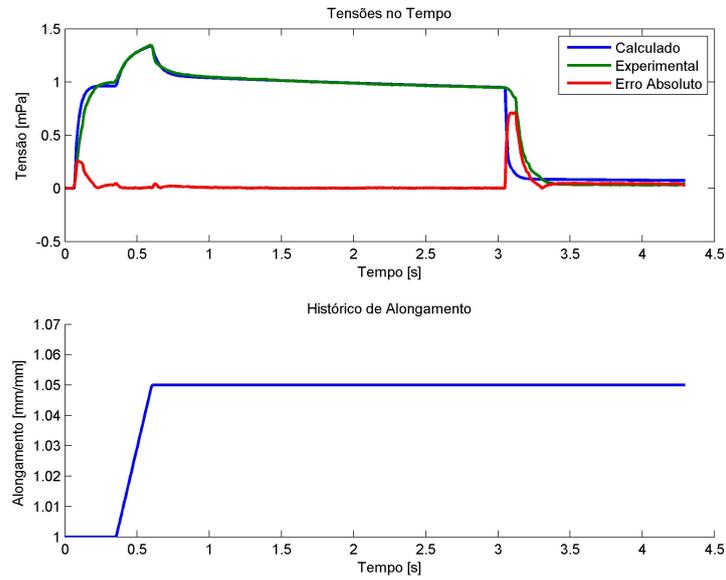


Figura A.6 – Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagermann. Ajustado para as três curvas isométricas e quatro isométrica-excêntrica-isométrica.

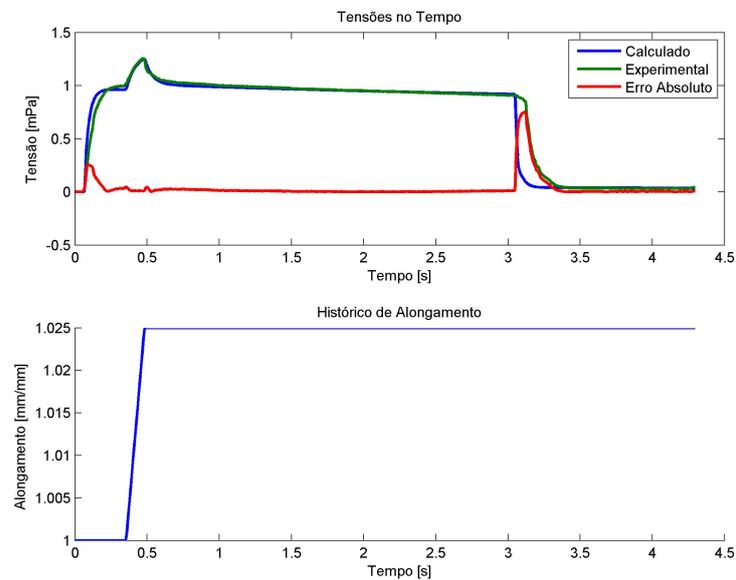


Figura A.7 – Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagermann. Ajustado para as três curvas isométricas e quatro isométrica-excêntrica-isométrica.

APÊNDICE B

Neste seção se contram os resultados não apresentados na seção 7.3.

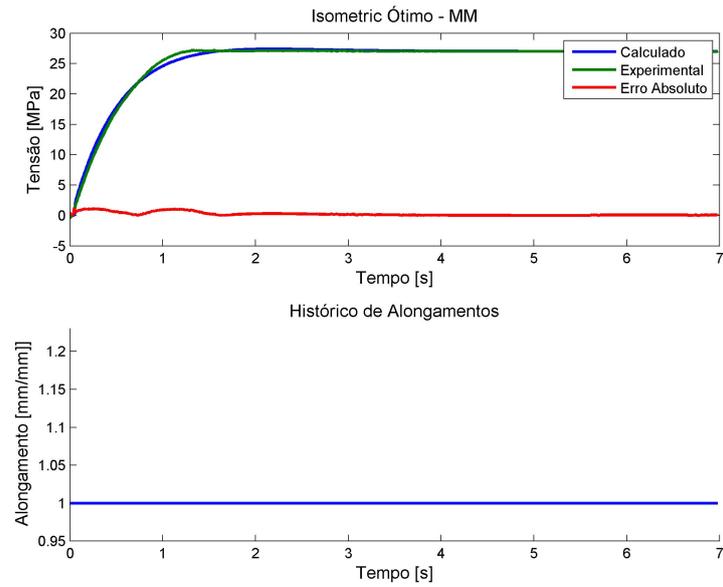


Figura B.1 – Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para a uma curva isométrica e três isométrica-concêntrica-isométrica.

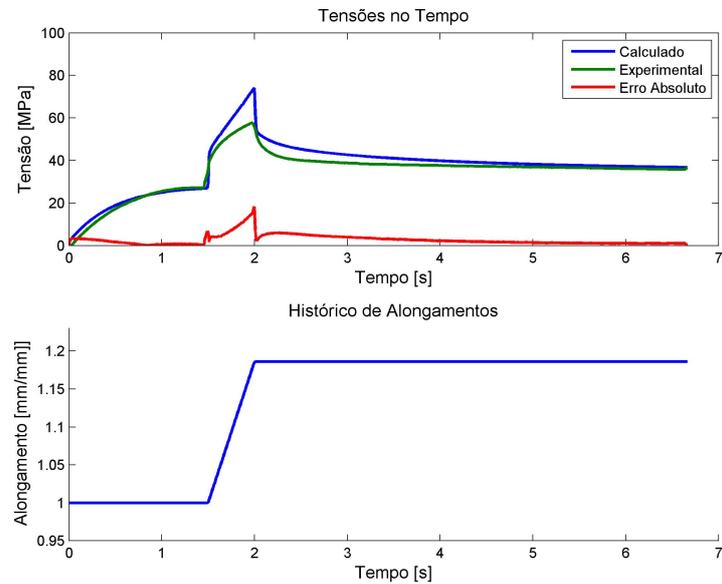


Figura B.2 – Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para a uma curva isométrica e três isométrica-excêntrica-isométrica.

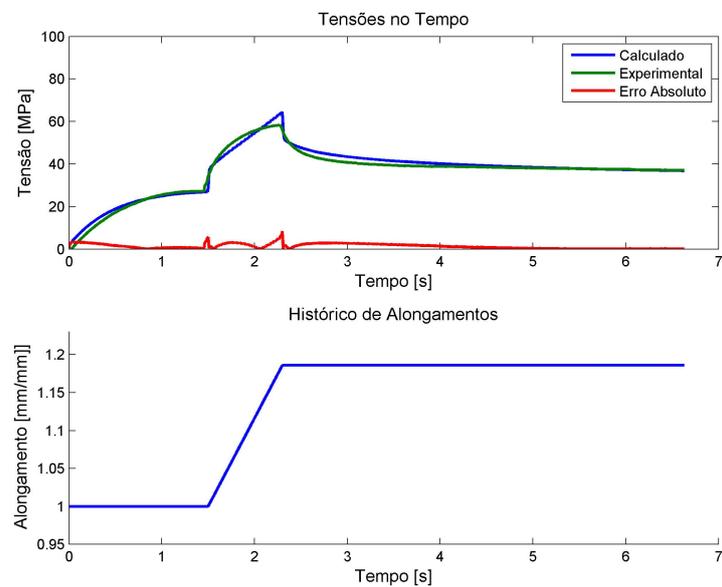


Figura B.3 – Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para a uma curva isométrica e três isométrica-excêntrica-isométrica.

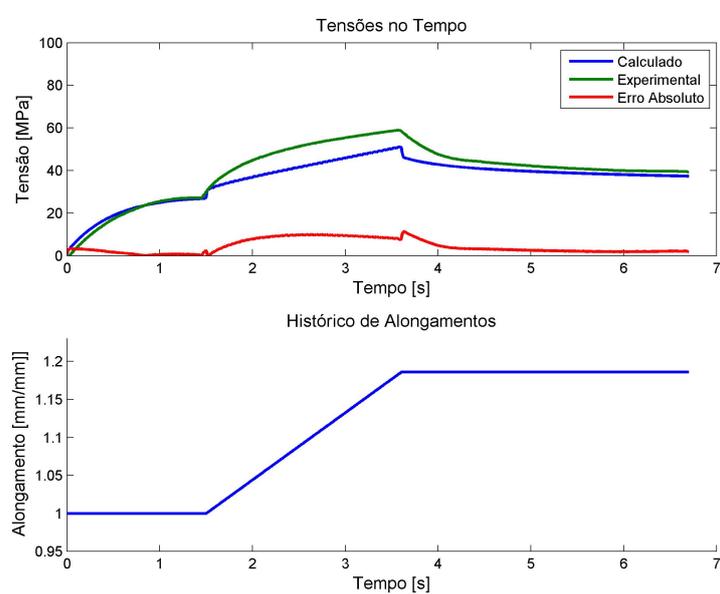


Figura B.4 – Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para a uma curva isométrica e três isométrica-excêntrica-isométrica.

APÊNDICE C

Neste seção se contram os resultados não apresentados na seção 7.4, para o ajuste de múltiplos encurtamentos a uma mesma velocidade.

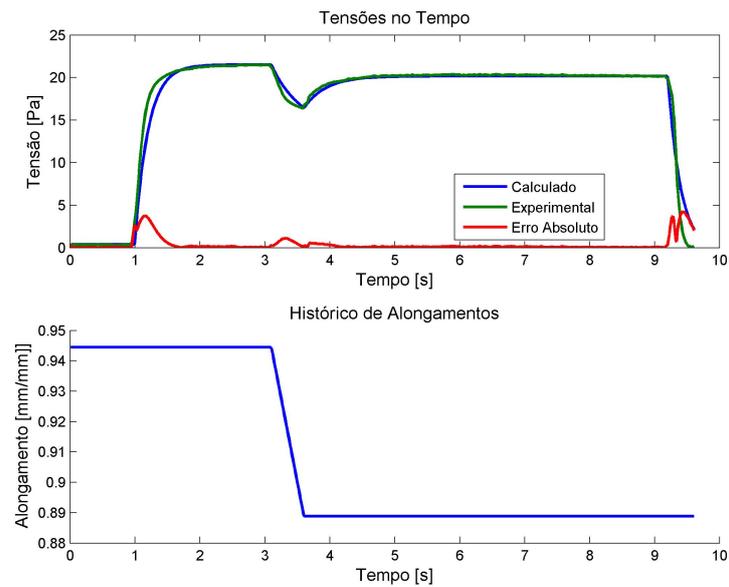


Figura C.1 – Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para a uma curva isométrica e cinco isométrica-concêntrica-isométrica para uma mesma velocidade.

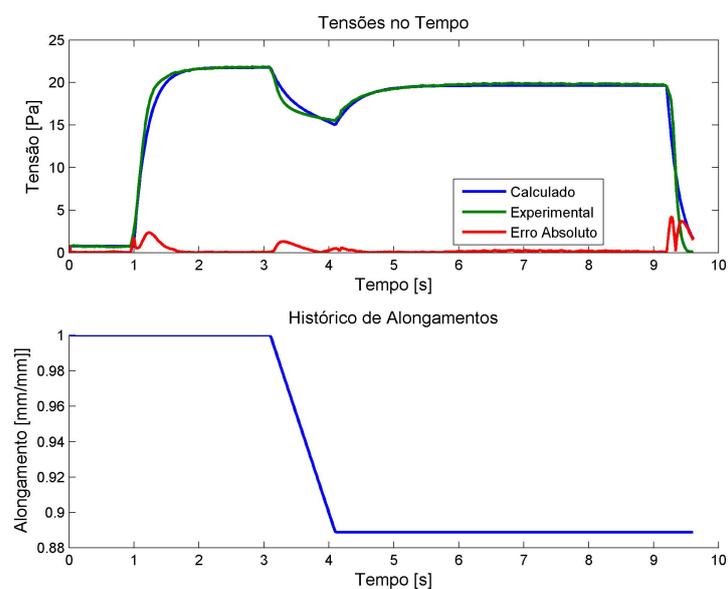


Figura C.2 – Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para a uma curva isométrica e cinco isométrica-concêntrica-isométrica para uma mesma velocidade.

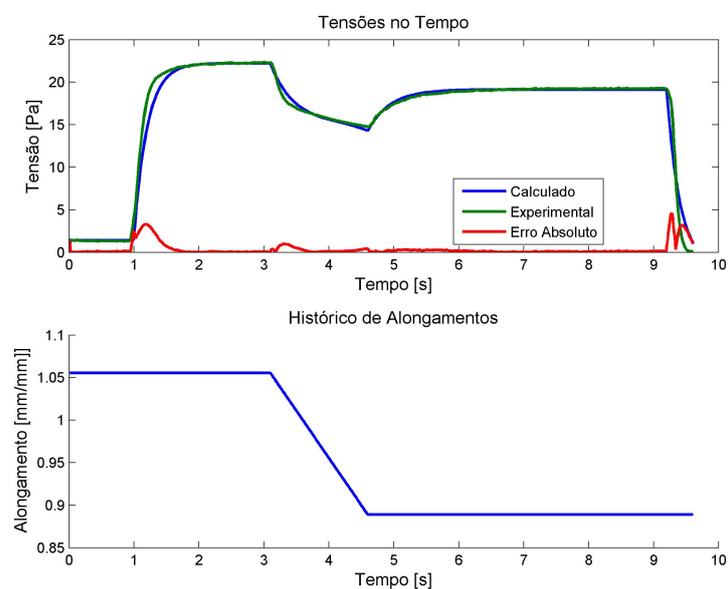


Figura C.3 – Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para a uma curva isométrica e cinco isométrica-concêntrica-isométrica para uma mesma velocidade.

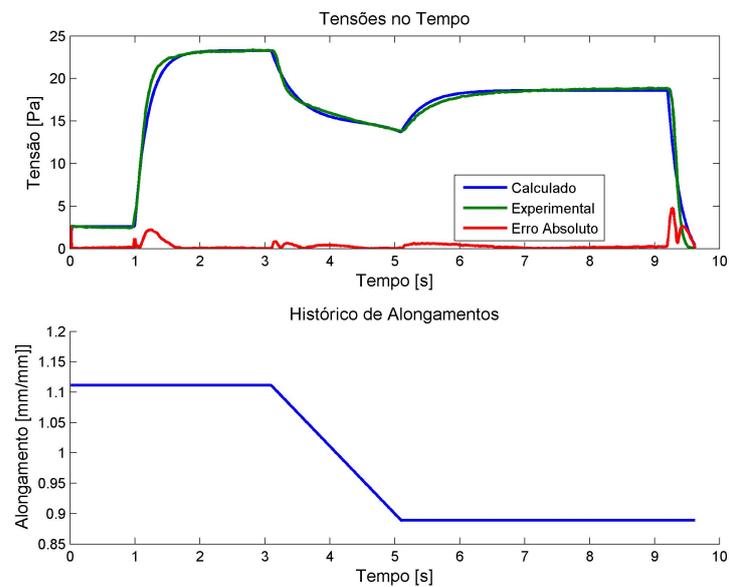


Figura C.4 – Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para a uma curva isométrica e cinco isométrica-concêntrica-isométrica para uma mesma velocidade.

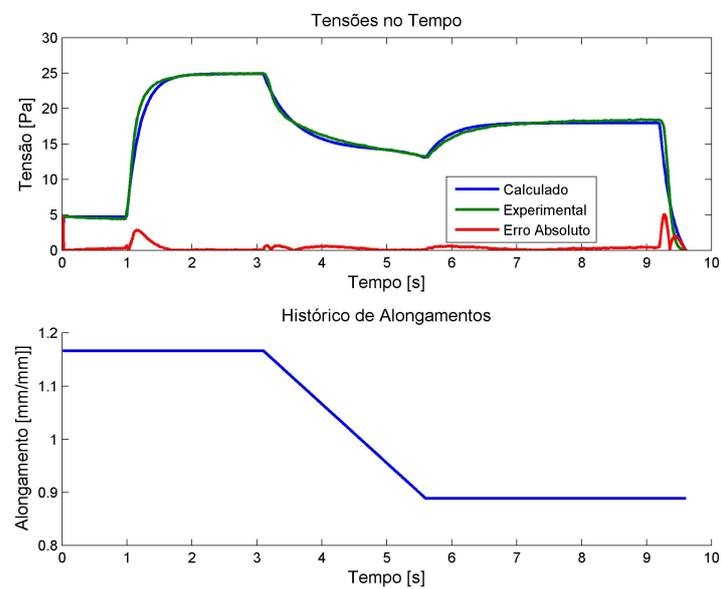


Figura C.5 – Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para a uma curva isométrica e cinco isométrica-concêntrica-isométrica para uma mesma velocidade.

APÊNDICE D

Neste seção se contram os resultados não apresentados na seção 7.4, para o ajuste de um encurtamento para diferentes velocidades.

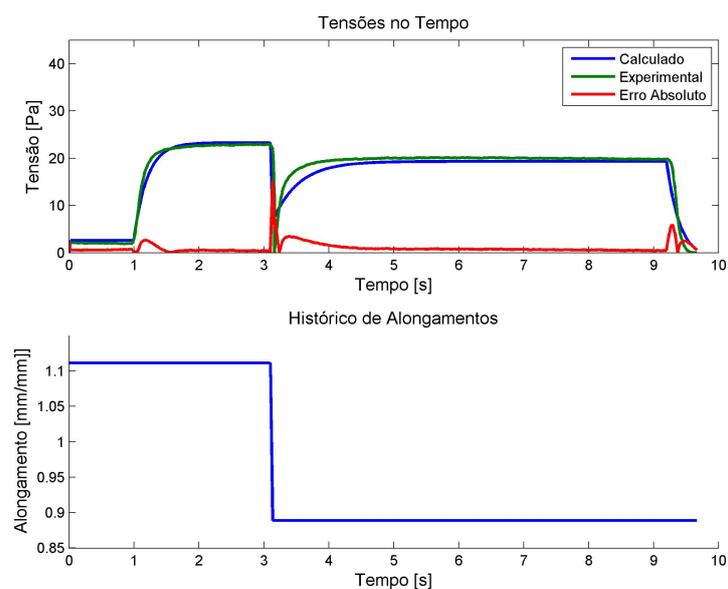


Figura D.1 – Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para a uma curva isométrica e cinco isométrica-concêntrica-isométrica para diferentes velocidades.

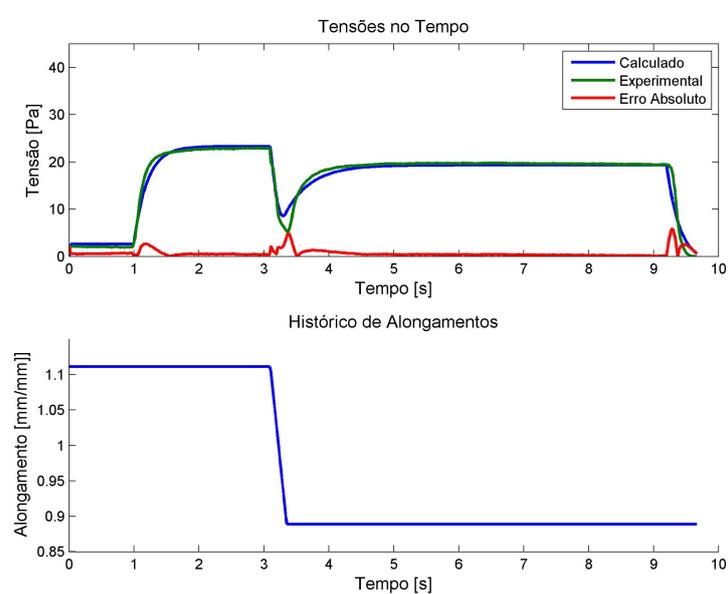


Figura D.2 – Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para a uma curva isométrica e cinco isométrica-concêntrica-isométrica para diferentes velocidades.

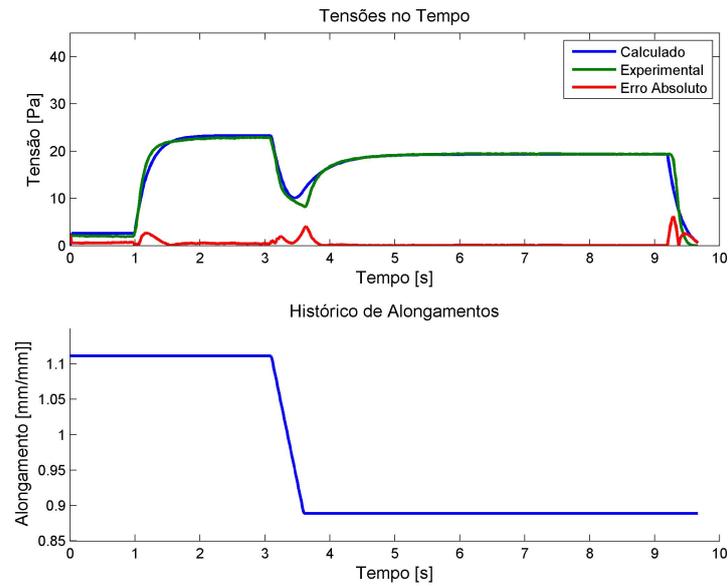


Figura D.3 – Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para a uma curva isométrica e cinco isométrica-concêntrica-isométrica para diferentes velocidades.

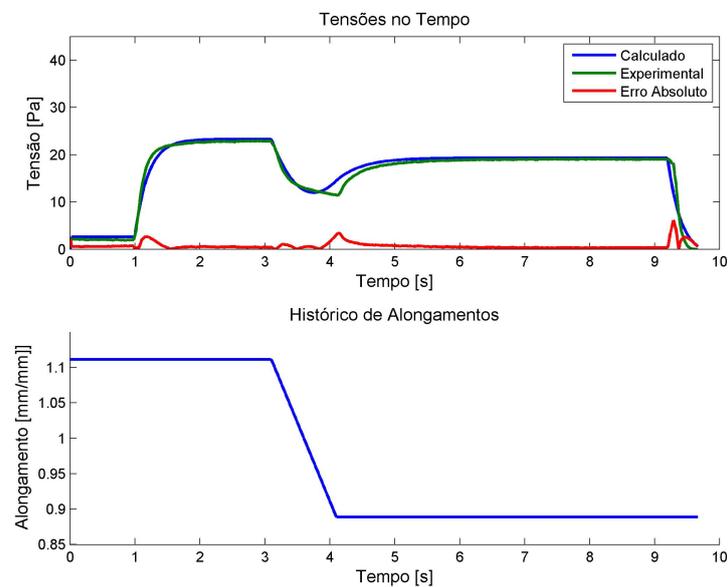


Figura D.4 – Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para a uma curva isométrica e cinco isométrica-concêntrica-isométrica para diferentes velocidades.

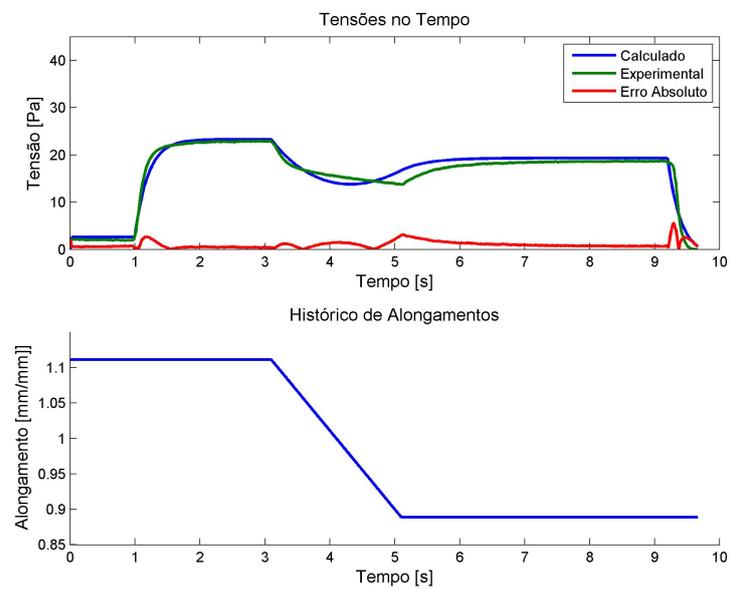


Figura D.5 – Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para a uma curva isométrica e cinco isométrica-concêntrica-isométrica para diferentes velocidades.

APÊNDICE E

Neste seção se contram os resultados não apresentados na seção 7.4, para o ajuste das onze curvas simultâneamente.

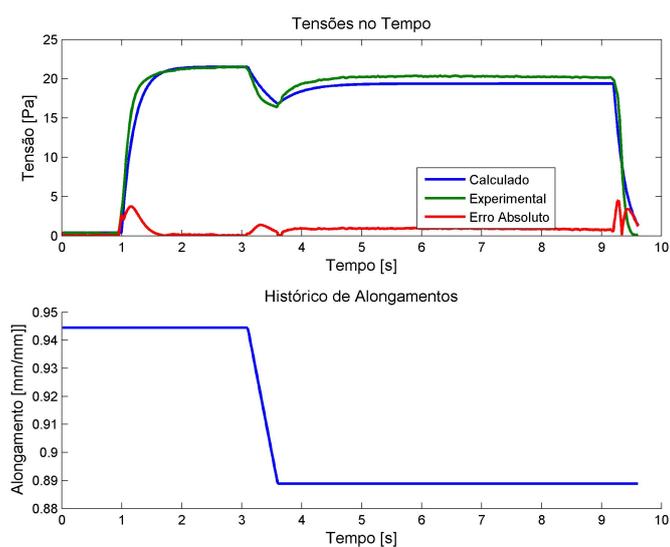


Figura E.1 – Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para a uma curva isométrica, cinco isométrica-concêntrica-isométrica para uma mesma velocidade e cinco isométrica-concêntrica-isométrica para diferentes velocidades.

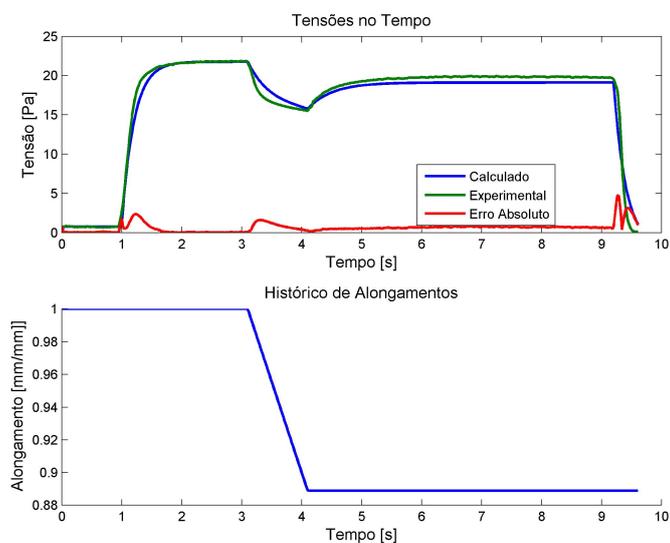


Figura E.2 – Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagermann. Ajustado para a uma curva isométrica, cinco isométrica-concêntrica-isométrica para uma mesma velocidade e cinco isométrica-concêntrica-isométrica para diferentes velocidades.

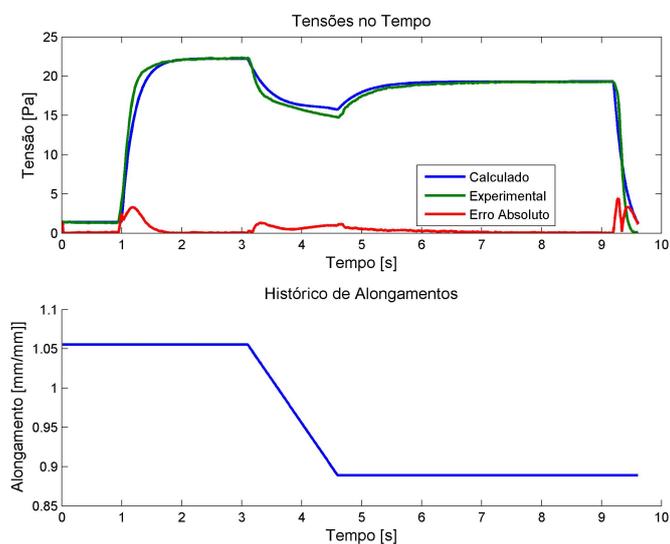


Figura E.3 – Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagermann. Ajustado para a uma curva isométrica, cinco isométrica-concêntrica-isométrica para uma mesma velocidade e cinco isométrica-concêntrica-isométrica para diferentes velocidades.

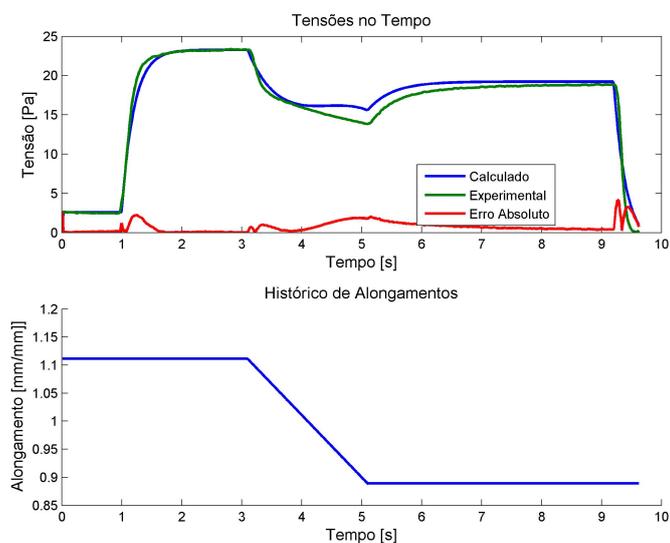


Figura E.4 – Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagermann. Ajustado para a uma curva isométrica, cinco isométrica-concêntrica-isométrica para uma mesma velocidade e cinco isométrica-concêntrica-isométrica para diferentes velocidades.

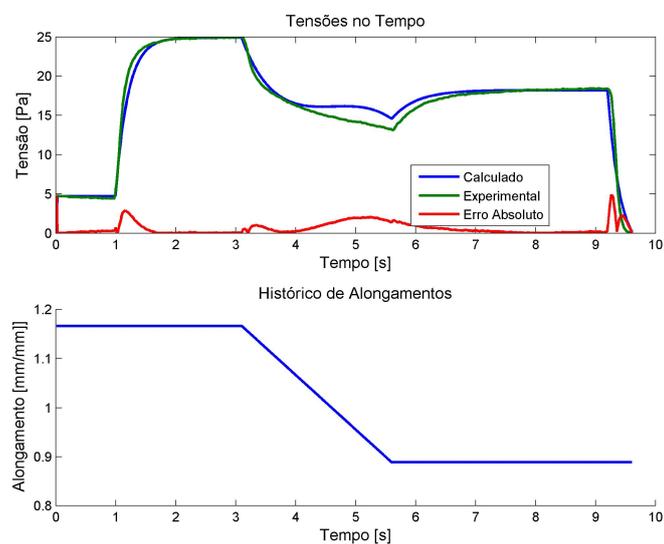


Figura E.5 – Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagermann. Ajustado para a uma curva isométrica, cinco isométrica-concêntrica-isométrica para uma mesma velocidade e cinco isométrica-concêntrica-isométrica para diferentes velocidades.

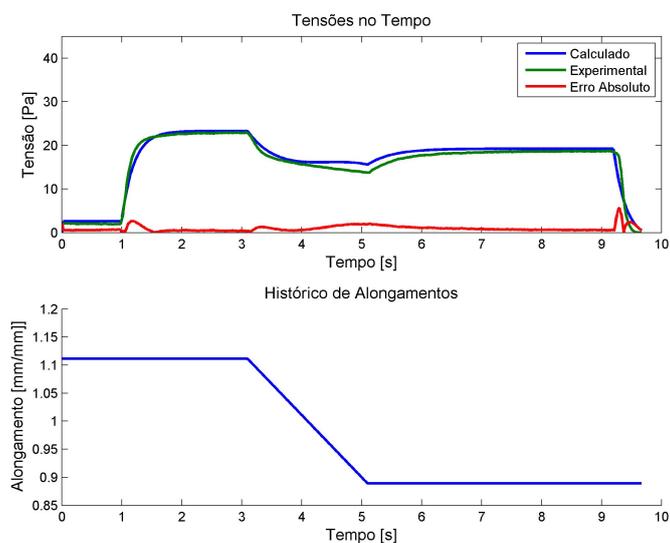


Figura E.6 – Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagermann. Ajustado para a uma curva isométrica, cinco isométrica-concêntrica-isométrica para uma mesma velocidade e cinco isométrica-concêntrica-isométrica para diferentes velocidades.

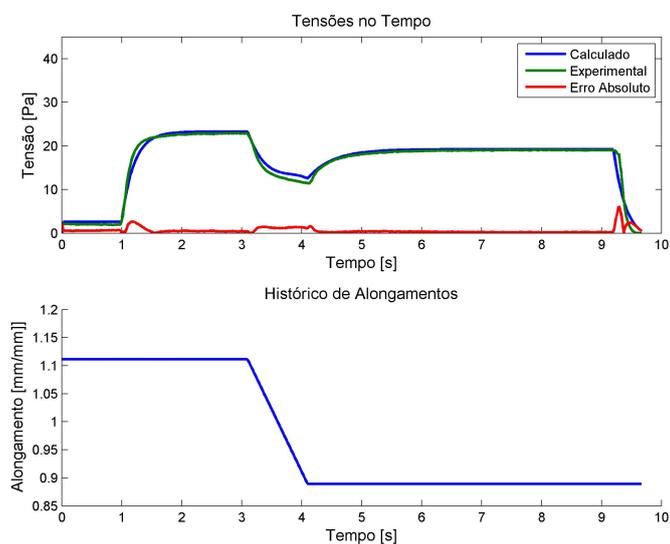


Figura E.7 – Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagermann. Ajustado para a uma curva isométrica, cinco isométrica-concêntrica-isométrica para uma mesma velocidade e cinco isométrica-concêntrica-isométrica para diferentes velocidades.

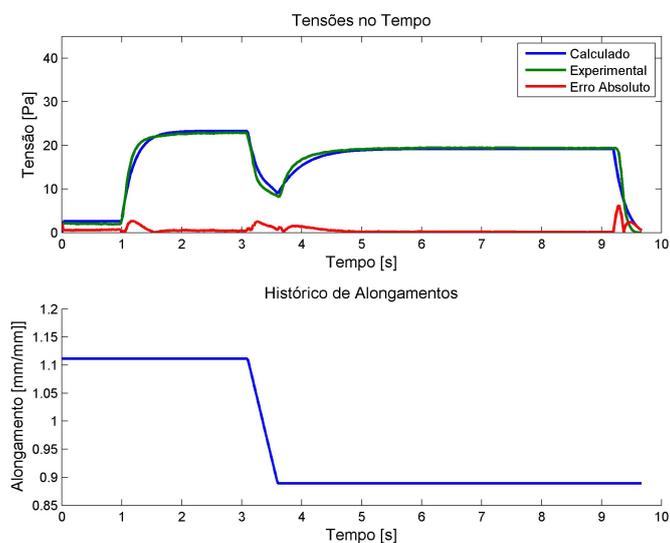


Figura E.8 – Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para a uma curva isométrica, cinco isométrica-concêntrica-isométrica para uma mesma velocidade e cinco isométrica-concêntrica-isométrica para diferentes velocidades.

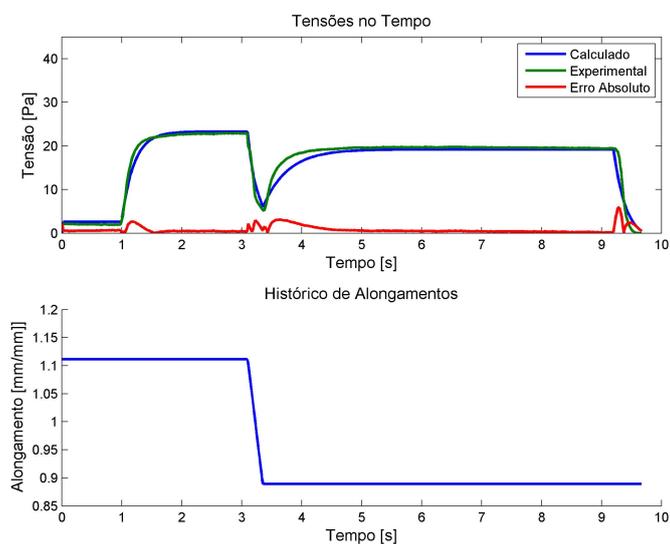


Figura E.9 – Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para a uma curva isométrica, cinco isométrica-concêntrica-isométrica para uma mesma velocidade e cinco isométrica-concêntrica-isométrica para diferentes velocidades.

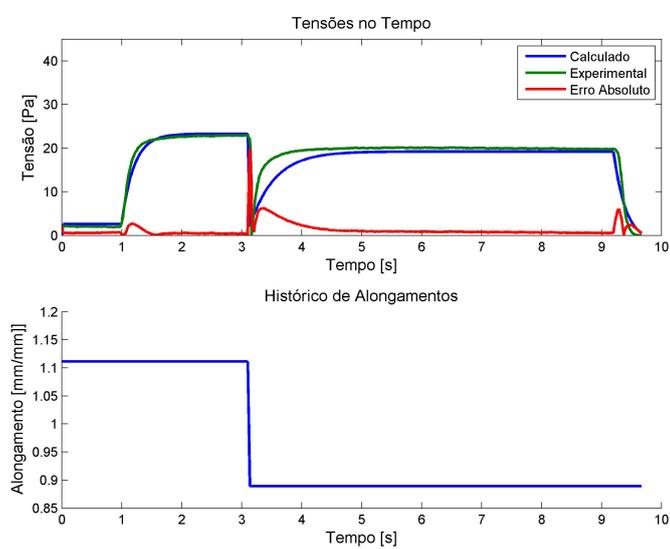


Figura E.10 – Melhor resultado de ajuste de parâmetros para o modelo proposto por Lagemann. Ajustado para a uma curva isométrica, cinco isométrica-concêntrica-isométrica para uma mesma velocidade e cinco isométrica-concêntrica-isométrica para diferentes velocidades.