

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE FÍSICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE FÍSICA  
DOUTORADO EM ENSINO DE FÍSICA**

**INSERINDO CONCEITOS E PRINCÍPIOS DE MECÂNICA QUÂNTICA NO ENSINO MÉDIO:  
ESTADOS QUÂNTICOS E SUPERPOSIÇÃO LINEAR DE ESTADOS**

**TESE DE DOUTORADO**

**CARLOS RAPHAEL ROCHA**

**PORTO ALEGRE  
2015**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE FÍSICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE FÍSICA  
DOUTORADO EM ENSINO DE FÍSICA**

**INSERINDO CONCEITOS E PRINCÍPIOS DE MECÂNICA QUÂNTICA NO ENSINO MÉDIO:  
ESTADOS QUÂNTICOS E SUPERPOSIÇÃO LINEAR DE ESTADOS**

**CARLOS RAPHAEL ROCHA**

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física do Instituto de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, sob orientação do Prof. Dr. Marco Antonio Moreira e co-orientação da Profa. Dra. Victoria Elnecave Herscovitz, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Ensino de Física.

**PORTO ALEGRE  
2015**

Carlos Raphael Rocha

INSERINDO CONCEITOS E PRINCÍPIOS DE MECÂNICA QUÂNTICA NO ENSINO MÉDIO:  
ESTADOS QUÂNTICOS E SUPERPOSIÇÃO LINEAR DE ESTADOS

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física do Instituto de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, sob orientação do Prof. Dr. Marco Antonio Moreira e co-orientação da Profa. Dra. Victoria Elnecave Herscovitz, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Ensino de Física.

Aprovado em 16 de novembro de 2015.

Banca Examinadora

---

Dr. (Pres.) Marco Antonio Moreira (UFRGS)

---

Dr. Nelson Studart Filho (UFABC)

---

Dr. Guilherme Frederico Marranghello (UNIPAMPA)

---

Dr. Magno Valério Trindade Machado (UFRGS)

---

Dra. Rejane Maria Ribeiro Teixeira (UFRGS)

Aos meus pais Beto e Rosane, por terem me ensinado o valor da educação e pelo apoio durante toda minha vida.



## AGRADECIMENTOS

À Elza, minha esposa, que me apoiou nos momentos mais conturbados e mais tensos do doutorado.

Ao professor Marco Antonio Moreira, meu orientador, que me ajudou a trilhar os devidos caminhos em todas as etapas da pesquisa.

À professora Victoria Elnecave Herscovitz, minha co-orientadora, por todos os ensinamentos e por sua imensa paciência no meu aprendizado.

Ao professor e amigo Antônio João Fidélis por sua imensa colaboração na aplicação deste projeto, na discussão das atividades propostas e pelos momentos de descontração.

A todos os meus amigos da pós-graduação, em especial ao Paulo e ao Alex, pelas frutíferas discussões e pela grande contribuição neste trabalho.

Em especial, ao meu irmão Ramon, que me apoiou (e cobrou) em todos os momentos. Por este mesmo motivo, agradeço aos amigos Alexandre, Gordo, Guilherme, Isabele, Luiz e Maicon.

Aos amigos e professores do IFSC de Jaraguá do Sul e do Departamento de Física da UDESC, em especial a Catia, Clodoaldo, Juliano, Julio, Valmor e Viviane do IFSC e Alex, Fragalli e Zanon da UDESC, por terem me apoiado direta e indiretamente na execução deste trabalho e ajudado na realização deste passo da formação acadêmica.

Aos servidores, diretores e professores da Escola de Educação Básica Senador Rodrigo Lobo, de Joinville, e do Instituto Federal Catarinense, de Araquari, por terem cedido o espaço para a realização desta pesquisa.

Aos alunos, tanto das turmas pesquisadas como das universidades em que trabalhei, por terem me instigado e criticado este trabalho de forma construtiva durante sua execução.

“Só nos entregamos a problemas que julgamos poder resolver com os recursos de que dispomos.”

*Rubem Alves*

## ÍNDICE

LISTA DE FIGURAS.....	ix
LISTA DE TABELAS.....	xi
LISTA DE ABREVIATURAS.....	xii
RESUMO.....	xiii
ABSTRACT.....	xiv
<b>CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
<b>1. A atualização curricular no Ensino Médio brasileiro.....</b>	<b>1</b>
<b>2. O ensino de Mecânica Quântica.....</b>	<b>2</b>
<b>3. Por que ensinar Mecânica Quântica no Ensino Médio?.....</b>	<b>3</b>
<b>CAPÍTULO II – REVISÃO DA LITERATURA.....</b>	<b>6</b>
<b>1. Introdução.....</b>	<b>6</b>
<b>2. Trabalhos anteriores de revisão da literatura.....</b>	<b>6</b>
2.1. <i>Revisão de Ostermann e Moreira sobre tópicos de FMC.....</i>	6
2.2. <i>Revisão de Greca e Moreira sobre o ensino de MQ.....</i>	7
2.3. <i>Revisão de Pereira e Ostermann sobre tópicos de FMC.....</i>	8
2.4. <i>Revisão de Pantoja, Moreira e Herscovitz sobre pesquisa em ensino de MQ.....</i>	9
2.5. <i>Revisão de Silva e Almeida sobre o ensino de MQ no EM.....</i>	10
<b>3. Uma nova revisão.....</b>	<b>11</b>
3.1. <i>Propostas didáticas.....</i>	12
3.2. <i>Propostas didáticas implementadas.....</i>	14
3.3. <i>Estudos sobre concepções.....</i>	18
3.4. <i>Análise de material didático.....</i>	22
3.5. <i>Estudos de formação continuada.....</i>	23
<b>4. Considerações acerca da revisão da literatura.....</b>	<b>23</b>
<b>CAPÍTULO III – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA: MECÂNICA QUÂNTICA.....</b>	<b>26</b>
<b>1. Introdução.....</b>	<b>26</b>
<b>2. Postulados da Mecânica Quântica.....</b>	<b>27</b>
2.1. <i>Primeiro Postulado: Estado de um Sistema Quântico.....</i>	28
2.2. <i>Segundo Postulado: Grandeza Física e Operador.....</i>	29
2.3. <i>Terceiro Postulado: Valores de Medidas.....</i>	30
2.4. <i>Quarto Postulado: Probabilidade de Ocorrência dos Valores de Medida.....</i>	31
2.5. <i>Quinto Postulado: Colapso do Estado.....</i>	31
2.6. <i>Sexto Postulado: Evolução Temporal dos Estados Quânticos.....</i>	32
<b>3. Situações de aplicação dos postulados.....</b>	<b>33</b>
3.1. <i>Experimentos de Dupla Fenda.....</i>	33
3.2. <i>Experimento de Stern-Gerlach.....</i>	36
3.3. <i>Polarização da Luz.....</i>	37
3.4. <i>Emaranhamento Quântico.....</i>	38
3.5. <i>Criptografia Quântica.....</i>	39
3.6. <i>Outros exemplos de aplicação.....</i>	41
<b>4. Implicações para o ensino.....</b>	<b>43</b>
<b>CAPÍTULO IV – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICO-METODOLÓGICA.....</b>	<b>44</b>
<b>1. Introdução.....</b>	<b>44</b>
<b>2. A teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel.....</b>	<b>44</b>
2.1. <i>Aprendizagem significativa.....</i>	44
2.2. <i>Aprendizagem mecânica.....</i>	45
2.3. <i>Organizadores prévios.....</i>	46
2.4. <i>O processo de assimilação.....</i>	47
2.5. <i>Reconciliação integradora e diferenciação progressiva.....</i>	48
2.6. <i>Recursos para promoção da aprendizagem significativa.....</i>	49
<b>3. A teoria dos campos conceituais de Gérard Vergnaud.....</b>	<b>50</b>
3.1. <i>Conceitualização.....</i>	51
3.2. <i>Esquema.....</i>	51
3.3. <i>Conceitos.....</i>	53

3.4. <i>Campos conceituais</i> .....	55
<b>4. Implicações para o ensino</b> .....	56
<b>CAPÍTULO V – METODOLOGIA DO ENSINO E DA PESQUISA</b> .....	59
<b>1. Introdução</b> .....	59
<b>2. Questões de pesquisa</b> .....	59
<b>3. Metodologia de ensino</b> .....	60
3.1. <i>Público-alvo e descrição das aulas</i> .....	60
3.2. <i>Texto de apoio</i> .....	62
<b>4. Metodologia da pesquisa</b> .....	64
4.1. <i>Instrumentos de coleta de dados</i> .....	64
4.1.1. Primeira etapa da pesquisa.....	65
4.1.2. Segunda etapa da pesquisa.....	66
<b>5. Análise dos dados</b> .....	67
<b>CAPÍTULO VI – ANÁLISE DOS DADOS E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS</b> .....	69
<b>1. Introdução</b> .....	69
<b>2. Primeira etapa da pesquisa</b> .....	69
2.1. <i>Questionário de conhecimentos prévios</i> .....	69
2.2. <i>Avaliações escritas</i> .....	72
2.2.1. Primeira avaliação.....	72
2.2.1.1. Análise quantitativa.....	72
2.2.1.2. Análise qualitativa.....	73
2.2.1.3. Considerações sobre a primeira avaliação.....	77
2.2.2. Segunda avaliação.....	77
2.2.2.1. Análise quantitativa.....	78
2.2.2.2. Análise qualitativa.....	79
2.2.2.3. Considerações sobre a segunda avaliação.....	86
2.2.3. Terceira avaliação.....	86
2.2.3.1. Análise quantitativa.....	87
2.2.3.2. Análise qualitativa.....	88
2.2.3.3. Considerações sobre a terceira avaliação.....	91
2.3. <i>Questionário de opiniões</i> .....	92
2.4. <i>Entrevistas com as turmas</i> .....	95
2.5. <i>Síntese da aplicação na primeira etapa</i> .....	95
<b>3. Segunda etapa da pesquisa</b> .....	96
3.1. <i>Mapas mentais iniciais</i> .....	96
3.2. <i>Questionário de conhecimentos prévios</i> .....	98
3.3. <i>Testes rápidos</i> .....	104
3.4. <i>Avaliações escritas</i> .....	107
3.4.1. Primeira avaliação.....	108
3.4.1.1. Análise quantitativa.....	108
3.4.1.2. Análise qualitativa.....	109
3.4.1.3. Considerações sobre a aplicação da primeira avaliação.....	115
3.4.2. Segunda avaliação.....	116
3.4.2.1. Análise quantitativa.....	116
3.4.2.2. Análise qualitativa.....	117
3.4.2.3. Considerações sobre a aplicação da segunda avaliação.....	122
3.4.3. Terceira avaliação.....	123
3.4.3.1. Análise quantitativa.....	123
3.4.3.2. Análise qualitativa.....	124
3.4.3.3. Considerações sobre a aplicação da terceira avaliação.....	127
3.5. <i>Mapas mentais finais</i> .....	128
3.6. <i>Questionário de opiniões</i> .....	131
3.7. <i>Entrevistas com alunos</i> .....	134
3.8. <i>Síntese da aplicação na segunda etapa</i> .....	137
<b>4. Diário de bordo</b> .....	137
<b>5. Discussão acerca da aplicação do curso nas duas etapas da pesquisa</b> .....	139
<b>CAPÍTULO VII – CONCLUSÕES</b> .....	142

<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>149</b>
<b>APÊNDICES.....</b>	<b>158</b>
<b>APÊNDICE I – TEXTO DE APOIO.....</b>	<b>159</b>
<b>APÊNDICE II – QUESTIONÁRIO DE CONHECIMENTOS PRÉVIOS.....</b>	<b>180</b>
<b>APÊNDICE III – AVALIAÇÕES ESCRITAS.....</b>	<b>181</b>
<b>APÊNDICE IV – QUESTIONÁRIO DE OPINIÕES.....</b>	<b>184</b>
<b>APÊNDICE V – TESTES RÁPIDOS.....</b>	<b>185</b>
<b>APÊNDICE VI – MAPAS MENTAIS INICIAIS.....</b>	<b>186</b>
<b>APÊNDICE VII – MAPAS MENTAIS FINAIS.....</b>	<b>192</b>
<b>APÊNDICE VIII – ALGUNS CONCEITOS ATRIBUÍDOS ÀS QUESTÕES DAS AVALIAÇÕES ESCRITAS E DOS TESTES RÁPIDOS.....</b>	<b>198</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Esquema de um experimento de dupla fenda com fonte, anteparo com duas fendas e anteparo de registro.....	33
Figura 2. Padrão de interferência obtido no experimento de dupla fenda com ondas eletromagnéticas.....	34
Figura 3. Experimento de dupla fenda com partículas clássicas.....	34
Figura 4. Experimento de dupla fenda com partículas quânticas.....	35
Figura 5. Esquema do experimento de Stern-Gerlach.....	36
Figura 6. (a) Polarizador na direção $\vec{z}$ (b) Polarizador na direção $\vec{x}$ .....	37
Figura 7. Representação das bases adotadas por Alice e Bob para a transmissão de fótons.....	40
Figura 8. Respostas à primeira questão da primeira avaliação pelos alunos da primeira etapa (a) 10206-10232; (b) 10207-10233; (c) 10316-10319.....	74
Figura 9. Respostas à segunda questão da primeira avaliação pelos alunos da primeira etapa (a) 10305-10309; (b) 10308-10324.....	74
Figura 10. Respostas à quarta questão da primeira avaliação pelos alunos 10225-10229 da primeira etapa.....	76
Figura 11. Respostas à quinta questão da primeira avaliação pelos alunos da primeira etapa (a) 10104-10113; (b) 10214-10222; (c) 10216-10227; (d) 10305-10309; (e) 10314-10320.....	76
Figura 12. Respostas à sexta questão da primeira avaliação pelos alunos da primeira etapa (a) 10216-10227; (b) 10230-10234; (c) 10303-10325.....	77
Figura 13. Objeto descrito pelos alunos na primeira questão da segunda avaliação na primeira etapa da pesquisa.....	79
Figura 14. Respostas à primeira questão da segunda avaliação pelos alunos da primeira etapa (a) 10118; (b) 10124; (c) 10205; (d) 10212; (e) 10316.....	80
Figura 15. Respostas à segunda questão da segunda avaliação pelos alunos da primeira etapa (a) 10106; (b) 10118; (c) 10129; (d) 10210.....	81
Figura 16. Respostas à terceira questão da segunda avaliação pelos alunos da primeira etapa (a) 10101; (b) 10133; (c) 10202; (d) 10218; (e) 10320.....	83
Figura 17. Respostas à quarta questão da segunda avaliação pelos alunos da primeira etapa (a) 10207; (b) 10305; (c) 10316; (d) 10319.....	83
Figura 18. Respostas à quinta questão da segunda avaliação pelos alunos da primeira etapa (a) 10225; (b) 10316.....	84
Figura 19. Respostas à sexta questão da segunda avaliação pelos alunos da primeira etapa (a) 10105; (b) 10119; (c) 10310.....	85
Figura 20. Respostas à sétima questão da segunda avaliação pelos alunos da primeira etapa (a) 10119; (b) 10303; (c) 10312.....	85
Figura 21. Respostas à primeira questão da terceira avaliação pelos alunos da primeira etapa (a) 10122; (b) 10124; (c) 10320.....	88
Figura 22. Respostas à segunda questão da terceira avaliação pelos alunos da primeira etapa (a) 10202; (b) 10223; (c) 10230; (d) 10324.....	89
Figura 23. Respostas à terceira questão da terceira avaliação pelos alunos da primeira etapa (a) 10111; (b) 10113; (c) 10215.....	89
Figura 24. Respostas à quarta questão da terceira avaliação pelos alunos da primeira etapa (a) 10105; (b) 10112; (c) 10119; (d) 10316.....	90
Figura 25. Respostas à quinta questão da terceira avaliação pelos alunos da primeira etapa (a) 10113; (b) 10119; (c) 10210; (d) 10320.....	91
Figura 26. Resposta à sexta questão da terceira avaliação pelo aluno da primeira etapa 10133.....	91
Figura 27. Mapas mentais iniciais dos alunos (a) 20316 e (b) 20417.....	97

Figura 28. Respostas ao primeiro teste rápido pelos alunos (a) 20101; (b) 20133; (c) 20226; (d) 20234; (e) 20301; (f) 20321; (g) 20406; (h) 20514.....	105
Figura 29. Respostas ao segundo teste rápido pelos alunos (a) 20102; (b) 20111; (c) 20211; (d) 20214; (e) 20329; (f) 20336; (g) 20413; (h) 20507.....	106
Figura 30. Respostas ao terceiro teste rápido pelos alunos (a) 20116; (b) 20125; (c) 20215; (d) 20231; (e) 20316; (f) 20331; (g) 20416; (h) 20517.....	107
Figura 31. Respostas ao quarto teste rápido pelos alunos (a) 20101; (b) 20125; (c) 20202; (d) 20229; (e) 20308; (f) 20315; (g) 20418; (h) 20521.....	108
Figura 32. Respostas à primeira questão da primeira avaliação pelos alunos da segunda etapa (a) 20122; (b) 20207; (c) 20231; (d) 20321.....	110
Figura 33. Respostas à segunda questão da primeira avaliação pelos alunos da segunda etapa (a) 20122; (b) 20128; (c) 20209; (d) 20418; (e) 20512.....	111
Figura 34. Respostas à terceira questão da primeira avaliação pelos alunos da segunda etapa (a) 20215; (b) 20219; (c) 20220; (d) 20335.....	112
Figura 35. Respostas à quarta questão da primeira avaliação pelos alunos da segunda etapa (a) 20117; (b) 20125; (c) 20223.....	113
Figura 36. Respostas à quinta questão da primeira avaliação pelos alunos da segunda etapa (a) 20111; (b) 20120; (c) 20122; (d) 20220; (e) 20224; (f) 20308; (g) 20316; (h) 20505; (i) 20513.....	114
Figura 37. Respostas à sexta questão da primeira avaliação pelos alunos da segunda etapa (a) 20116; (b) 20118; (c) 20122; (d) 20212; (e) 20219; (f) 20233; (g) 20316; (h) 20321; (i) 20414.....	115
Figura 38. Objeto descrito pelos alunos na primeira questão da segunda avaliação na segunda etapa da pesquisa.....	117
Figura 39. Respostas à primeira questão da segunda avaliação pelos alunos da segunda etapa (a) 20107; (b) 20115; (c) 20232.....	118
Figura 40. Resposta à segunda questão da segunda avaliação da segunda etapa pelo aluno 20403.....	118
Figura 41. Respostas à terceira questão da segunda avaliação pelos alunos da segunda etapa (a) 20107; (b) 20202; (c) 20205; (d) 20418.....	119
Figura 42. Respostas à quarta questão da segunda avaliação pelos alunos da segunda etapa (a) 20231; (b) 20333.....	120
Figura 43. Respostas à quinta questão da segunda avaliação pelos alunos da segunda etapa (a) 20121; (b) 20202; (c) 20203; (d) 20211; (e) 20305.....	120
Figura 44. Respostas à sexta questão da segunda avaliação pelos alunos da segunda etapa (a) 20106; (b) 20109; (c) 20120; (d) 20231; (e) 20411.....	121
Figura 45. Respostas à sétima questão da segunda avaliação pelos alunos da segunda etapa (a) 20115; (b) 20125; (c) 20231; (d) 20515.....	122
Figura 46. Respostas à primeira questão da terceira avaliação pelos alunos da segunda etapa (a) 20125; (b) 20219; (c) 20521.....	124
Figura 47. Respostas à segunda questão da terceira avaliação pelos alunos da segunda etapa (a) 20111; (b) 20215; (c) 20224; (d) 20236; (e) 20327.....	125
Figura 48. Respostas à terceira questão da terceira avaliação pelos alunos da segunda etapa (a) 20116; (b) 20310.....	125
Figura 49. Respostas à quarta questão da terceira avaliação pelos alunos da segunda etapa (a) 20119; (b) 20202; (c) 20209; (d) 20312; (e) 20511.....	126
Figura 50. Respostas à quinta questão da terceira avaliação pelos alunos da segunda etapa (a) 20203; (b) 20224; (c) 20231; (d) 20316.....	126
Figura 51. Respostas à sexta questão da terceira avaliação pelos alunos da segunda etapa (a) 20101; (b) 20122; (c) 20202; (d) 20316.....	127

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Número de alunos nas turmas da primeira etapa da pesquisa.....	61
Tabela 2. Número de alunos nas turmas da segunda etapa da pesquisa.....	61
Tabela 3. Quantidade de valores outorgados às respostas às questões da primeira avaliação na primeira etapa da pesquisa.....	73
Tabela 4. Média e desvio padrão das séries na primeira etapa da pesquisa para a primeira avaliação.....	73
Tabela 5. Quantidade de valores outorgados às respostas às questões da segunda avaliação na primeira etapa da pesquisa.....	78
Tabela 6. Média e desvio padrão das séries na primeira etapa da pesquisa para a segunda avaliação.....	78
Tabela 7. Quantidade de valores outorgados às respostas às questões da terceira avaliação na primeira etapa da pesquisa.....	87
Tabela 8. Média e desvio padrão das séries na primeira etapa da pesquisa para a terceira avaliação.....	87
Tabela 9. Número de vezes em que cada palavra foi assinalada na primeira questão do questionário de opiniões por série na primeira etapa da pesquisa.....	92
Tabela 10. Coeficiente de variação de cada série nos testes rápidos.....	104
Tabela 11. Quantidade de valores outorgados às respostas às questões da primeira avaliação na segunda etapa da pesquisa.....	109
Tabela 12. Média e desvio padrão das séries na segunda etapa da pesquisa para a primeira avaliação.....	109
Tabela 13. Quantidade de valores outorgados às respostas às questões da segunda avaliação na segunda etapa da pesquisa.....	116
Tabela 14. Média e desvio padrão das séries na segunda etapa da pesquisa para a segunda avaliação.....	117
Tabela 15. Quantidade de valores outorgados às respostas às questões da terceira avaliação na segunda etapa da pesquisa.....	123
Tabela 16. Média e desvio padrão das séries na segunda etapa da pesquisa para a terceira avaliação.....	123
Tabela 17. Palavras presentes nos mapas mentais finais dos alunos da segunda etapa da pesquisa.....	130
Tabela 18. Número de vezes em que cada palavra foi assinalada na primeira questão do questionário de opiniões por série na segunda etapa da pesquisa.....	131



## LISTA DE ABREVIATURAS

CQ	Criptografia Quântica
CV	Coeficiente de Variação
EM	Ensino Médio
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
EQ	Emaranhamento Quântico
ET	Ensino Técnico
FC	Física Clássica
FMC	Física Moderna e Contemporânea
MC	Mecânica Clássica
MQ	Mecânica Quântica
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio
PNLEM	Programa Nacional do Livro Didático do Ensino Médio
TAS	Teoria da Aprendizagem Significativa
TCC	Teoria dos Campos Conceituais

## RESUMO

Apresenta-se, nesta tese, os resultados da investigação da compreensão de alguns conceitos e princípios de Mecânica Quântica por alunos de Ensino Médio de duas escolas públicas em um curso de, aproximadamente, 25 horas-aula, ao longo de cerca de três meses. A aplicação do curso foi realizada em duas etapas com a participação, ao todo, de 240 alunos, sendo 137 da primeira série e 103 da terceira. Aos alunos da primeira etapa foram propostos um questionário de conhecimentos prévios, três avaliações escritas, um questionário de opiniões e uma entrevista com cada uma das turmas analisadas. Na segunda etapa, além dos instrumentos mencionados, foram inseridos um mapa mental no início do curso e um mapa mental ao final do curso, quatro testes rápidos, sendo a entrevista realizada com três alunos de cada turma, escolhidos aleatoriamente. Adotou-se, como referencial teórico para o desenvolvimento metodológico desta pesquisa e para a análise dos dados coletados, a teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel e a teoria dos campos conceituais de Gérard Vergnaud. A superposição linear foi considerada como um subsunçor necessário para a compreensão dos conceitos de estado de um sistema físico e de superposição linear de estados. A compreensão dos conceitos foi verificada utilizando como situações-problema experimento de dupla fenda, experimento de Stern-Gerlach, polarização da luz, emaranhamento quântico e criptografia quântica, além de outras abordadas de forma menos destacada. A utilização de um pseudo-organizador prévio, com a superposição linear de ondas e de vetores sendo considerada como subsunçor para os conceitos de Mecânica Quântica apresentados, pareceu auxiliar a aprendizagem destes tópicos, visto que boa parte dos alunos se desempenhou bem nas avaliações sobre estes tópicos. As situações utilizadas pareceram ter auxiliado na compreensão dos conceitos abordados e a aprendizagem dos alunos pareceu ter sido na direção de uma aprendizagem significativa. O curso lançou mão da utilização de simulações computacionais, de um texto de apoio e de apresentação de slides, além de buscar a criação de um ambiente em que os alunos se sentissem confortáveis para externalizar seus conhecimentos colaborando para a condução a um conhecimento cientificamente aceito. Alguns poucos alunos tiveram uma postura negativa perante o conteúdo apresentado e a aceitação da maioria mostrou que conteúdos de Física Moderna e Contemporânea parecem estimular os estudantes para a aprendizagem e auxiliar na promoção da atualização dos currículos de Física de Ensino Médio. Verificou-se, também, que os conteúdos trabalhados no curso foram satisfatoriamente compreendidos tanto por alunos de terceira série quanto de primeira série do Ensino Médio, mostrando assim que a Física Moderna e Contemporânea pode ser abordada em qualquer momento neste nível de ensino.

## ABSTRACT

This thesis presents the results of research on the understanding of some concepts and principles of quantum mechanics by students of secondary school from two public schools on a course of approximately 25 hours over about three months. The application of the course was accomplished in two stages with the participation of 240 students, 137 of the first grade and 103 of the third grade. The students from the first stage were evaluated with a questionnaire to assess their previous knowledge, three written evaluations, a survey of opinions and an interview with each class. In the second stage, in addition to the aforementioned instruments, a mind map, four rapid tests and the interview with three students in each class, randomly chosen, were inserted into the research. The theory of meaningful learning of David Ausubel and the theory of conceptual fields of Gerard Vergnaud were adopted as a theoretical background for the study development and data analysis. Linear superposition was considered a subsumer necessary to understand the concepts of state of a physical system and linear superposition of states. The comprehension of the concepts was investigated using the following problem situations: double-slit experiment, Stern-Gerlach experiment, polarization of light, quantum entanglement and quantum cryptography, as well as other examples. With linear superposition of waves and of vectors considered as a subsumer to the concepts of quantum mechanics, the use of a pseudo advance-organizer seemed to improve the learning of these topics, as we see in the assessments. The situations appear to enhance the understanding of the concepts and the learning seemed to be closer to a meaningful learning. Computer simulations, a written text and slides presentations were used and an environment was provided where students felt comfortable to express their knowledge in such a way that scientifically accepted knowledge was promoted. Only a few students had a negative attitude towards the content presented and the acceptance of the majority showed that contents of Modern and Contemporary Physics seem to stimulate them for learning and to promote the update of the Physics curricula at secondary school. Also, the contents of the course were well understood both by third grade and first grade students, showing that the Modern and Contemporary Physics can be approached at any moment in this level of education.

## CAPÍTULO I

### INTRODUÇÃO

Este trabalho versa sobre uma pesquisa em Ensino realizada junto a alunos de Ensino Médio (EM) de duas escolas públicas, relativa à introdução de alguns dos conceitos e princípios mais fundamentais da Mecânica Quântica (MQ). Foram ministrados dois cursos, em épocas distintas, um em cada escola, voltados tanto para alunos de primeira como de terceira série.

#### **1. A atualização curricular no Ensino Médio brasileiro**

Até a década de 90 do século passado, pouco se ouvia falar na inserção de tópicos de Física Moderna e Contemporânea (FMC) no EM no país. Isto porque mesmo os livros utilizados neste nível de ensino não incluíam tais tópicos e muitos professores não se sentiam confortáveis em trabalhar assuntos diferentes daqueles tradicionalmente ensinados. Neste panorama, o ensino de Física era usualmente desdobrado em Mecânica, Termodinâmica, Ondas, Óptica e Eletromagnetismo, sendo esta uma das muitas possíveis divisões, conforme a apresentação dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM). Ao analisar a função social e formadora da escola atual observa-se que, na maioria dos casos, não são abordados de forma adequada os conhecimentos científicos e tecnológicos, pois os conteúdos e metodologias adotados não têm atendido as necessidades dos indivíduos, quais sejam as de capacitá-los para uma intervenção efetiva e ativa na sociedade contemporânea (Rezende Jr. e Cruz, 2009, p. 306). Para que o aluno seja um cidadão esclarecido e compreenda o mundo contemporâneo altamente tecnológico que o cerca, recai sobre a escola a responsabilidade de incluir em seu currículo assuntos relevantes para a formação do estudante.

Quinze anos após a publicação de trabalho de Terrazan (1992) sobre a inserção de Física Moderna e Contemporânea no EM, Oliveira et al. (2007) insistem que o ensino de Física não tem acompanhado os avanços tecnológicos ocorridos nas últimas décadas e que o currículo se apresenta desatualizado e descontextualizado, representando um problema tanto para os professores quanto para os estudantes. Desatualização curricular, abordagem essencialmente formalista, ênfase no ensino de cinemática, formação insuficiente dos professores e ausência de FMC nos currículos escolares são apontados como os maiores problemas para a qualidade do ensino de Física nas escolas (Ostermann e Cavalcanti, 2001, p. 13).

Nota-se, no entanto, um interesse crescente em promover a atualização curricular em disciplinas científicas do EM, pois esta é, na atualidade, uma linha de pesquisa bastante comum em programas de pós-graduação em Ensino de Ciências em todo o país, tendo a quantidade de trabalhos publicados nesta área um aumento substancial nos últimos anos.

Ainda assim, apesar dos avanços gerados por tais pesquisas em Ciências no país e no ensino decorrente, e pelo incentivo político através das mudanças nas matrizes curriculares das disciplinas de EM, a alteração dos currículos nas escolas brasileiras ainda não é satisfatória. Além disto, ainda são poucas as pesquisas que se envolvem com a investigação dos fatores que determinam a aprendizagem dos conceitos básicos de FMC pelo aluno de EM (Lino e Fusinato, 2011, p. 75).

Esta preocupação com a atualização curricular já foi manifestada por Ostermann e Moreira (2001) e Lobato et al. (2005). A inserção de tópicos de Física Moderna nos currículos, embora tida como necessária, vem ocorrendo de forma muito lenta e sem que haja uma dedicação maior aos principais conceitos da teoria. Em geral, as inclusões existentes atêm-se a alguns tópicos que acabam mais por limitar a área do que por defini-la. Aspectos da relatividade especial e a dualidade onda-partícula, por exemplo, são frequentemente inseridos nos currículos do EM em virtude da sua cobrança em processos seletivos (ENEM, vestibulares) para o ensino superior.

Além de atualizar o ensino, acredita-se que a introdução de tópicos de FMC permite que o professor consiga manter o interesse pelas Ciências que os alunos trazem inicialmente para a sala de aula (Aubrecht, 1989) ou até mesmo o faça surgir. Torna-se, então, imprescindível promover uma revisão ou reformulação dos currículos de Física do EM para tentar sanar algumas das dificuldades que o ensino desta Ciência enfrenta nos últimos anos. Não existe uma alternativa única para isto, mas mudanças devem ocorrer e a inserção de tópicos de FMC é, sem dúvida, uma das contribuições mais promissoras para tal ensino na atualidade.

## **2. O ensino de Mecânica Quântica<sup>1</sup>**

Considerando a revolução na Física causada pela MQ e suas aplicações, resulta ser importante abordar esta teoria no EM. Embora a MQ tenha se desenvolvido praticamente no primeiro quarto do século passado, o quadro em que o Ensino de Física no Brasil se encontra faz com que a inserção de tópicos desta teoria ainda deva ser objeto de estudo, dado o número relativamente pequeno (embora crescente) de publicações a respeito. A MQ traz uma nova visão de mundo, que lida com fenômenos que a Física Clássica (FC) não explica e que é responsável pelo atendimento de novas necessidades que surgem a cada dia (Pinto e Zanetic, 1999, p. 7), além de servir de base para múltiplos avanços tecnológicos, tanto em projetos como na fabricação de inúmeros dispositivos e em impressionantes desenvolvimentos nas áreas da Saúde, da Comunicação e da Informação Quântica (Piazza et al., 2015).

Analisando as pesquisas atuais sobre o ensino de Física Moderna para o EM percebe-se que princípios que decorrem dos conceitos fundamentais da MQ, tais como o Princípio da Incerteza de Heisenberg e a Dualidade Onda-Partícula, são apresentados aos estudantes como sendo o cerne desta teoria. Tais conceitos são muito importantes no contexto da Física

---

<sup>1</sup> Em geral, nos referiremos à MQ não-relativística no contexto do ensino, embora em algumas instâncias esteja implícito incluir-se a situação relativística também.

Moderna, mas podem ser considerados como decorrentes de postulados com consequências mais abrangentes, nos quais a MQ se apoia (Rocha et al., 2011). Hobson (2007, p. 96) também se mostra preocupado com os cursos introdutórios de Física Quântica, pois a maior parte deles dedica muito tempo para a apresentação da aparente contradição entre as naturezas ondulatória e corpuscular de fótons e de partículas materiais, uma abordagem às vezes confusa e desnecessária.

Estudos como o de Greca e Herscovitz (2002) e o de Greca e Freire Jr. (2003) mostram que há interesse dos alunos de cursos de graduação em elementos da MQ e que, após terem sido trabalhados em cursos introdutórios da área de Ciências Exatas, evidenciaram uma compreensão razoável dos conceitos discutidos.

Em trabalhos anteriores (Rocha, 2008; Rocha et al., 2010), foi possível averiguar que tópicos de MQ não comumente apresentados em disciplinas introdutórias de cursos de licenciatura, tais como Emaranhamento Quântico e Criptografia Quântica, estimulam os alunos para o aprendizado dos primeiros princípios desta teoria. Estes trabalhos também sugerem que, além dos acima citados, exemplos como o do experimento de dupla fenda, o do experimento de Stern-Gerlach e o da polarização da luz são ótimas situações-problema de aplicação dos conceitos apresentados nas disciplinas.

Muitos professores do EM ainda não se sentem confiantes para trabalhar tópicos de MQ, limitando-se a apresentar alguns aspectos de sistemas quânticos que conflitam fortemente com expectativas clássicas. Existem, contudo, trabalhos, como, por exemplo, o de Rocha (2008) e o de Pantoja (2011), que buscam proporcionar parte do conhecimento necessário para discutir vários tópicos junto a seus alunos. Considerando os motivos apresentados pelos professores julga-se, então, necessária a realização de pesquisas que efetivamente promovam a inserção de tópicos de MQ no EM.

### **3. Por que ensinar Mecânica Quântica no Ensino Médio?**

Tendo em vista a preocupação com o EM, cabe a pergunta: tópicos abordados em cursos introdutórios de MQ no ensino superior também podem ser abordados no EM e auxiliar na promoção da atualização curricular? Lembrando que a MQ é uma produção humana, a educação formal deve viabilizar situações para que ela possa ser estudada em diversos níveis. Apesar de certa dificuldade existente em relação à MQ, propõe-se trabalhar seus conceitos e princípios mais primitivos de uma forma acessível aos estudantes de EM. Considerando a ideia de currículo em espiral, pode-se considerar que "qualquer assunto pode ser ensinado com eficiência, de alguma forma intelectualmente honesta, a qualquer indivíduo, em qualquer estágio de desenvolvimento" (Bruner, 1978, p. 31). Assim, os tópicos selecionados devem ser apresentados com uma linguagem acessível para que os alunos possam dominar certo campo de conhecimento, mas esta linguagem não deve reduzir a teoria nem distorcê-la e sim, introduzi-la. Com base neste ponto de vista, entende-se que muitos aspectos de uma teoria podem ser ensinados com proveito, em nível indutivo ou intuitivo, muito mais cedo do que

ocorre tradicionalmente (op. cit., p. 40). É interessante salientar também que o aprendizado de tópicos da Física Moderna no EM não apresenta dificuldades tão diversas daquelas existentes no aprendizado dos conceitos clássicos (Carvalho Neto et al., 1999, p. 56), não havendo pois impedimentos *a priori* para a abordagem da MQ no EM.

Encontram-se trabalhos sobre o ensino de MQ a partir da década de 1970 e desde então se afirma que, em geral, os estudantes apresentam grandes dificuldades conceituais no estudo introdutório desta disciplina (Rüdinger, 1976, p. 144; Frederick, 1978, p. 242). A existência de tais dificuldades indica que não se deve medir esforços a fim de buscar a introdução adequada de tais tópicos em todos os níveis de ensino para que se consiga atingir um nível satisfatório de aprendizado.

Trabalhos como os de Chiarelli (2006) e Soares (2010), entre outros, corroboram a ideia de que é possível inserir temas de FMC no EM, em que especificamente se introduzam algumas noções de MQ.

Deve-se salientar também que a aplicação descontextualizada de conceitos, contudo, pode não apenas desauxiliar na percepção correta dos fenômenos quânticos, mas até provocar um obstáculo epistemológico para o aprendizado do campo de conhecimentos adequado. Com a ampla ocorrência de palestras, cursos, e até congressos e outros eventos maiores que se utilizam de fenômenos do mundo microscópico de forma inadequada, contextualizando-os em situações não descritas pela MQ, agravada pela divulgação dos mesmos na variada mídia disponível na atualidade, é preciso cada vez mais promover uma contrapartida da Ciência. É necessário, então, um grande esforço da comunidade científica para que o contato com a MQ ocorra cedo, no caso no EM, para evitar que os estudantes se apropriem de uma "versão deturpada" da MQ e para propiciar que possam absorver uma versão cientificamente adequada, ainda que introdutória, desta teoria.

Podem ser encontradas outras afirmações que reiteram a posição de que é possível trabalhar tópicos de MQ no EM, como a seguinte citação de Pinto e Zanetic após ministrarem um curso enfocando o comportamento dual da luz:

“Acreditamos que a maioria dos alunos aprendeu pouca Física Quântica, mas eles não terminaram o século sem terem pelo menos sido apresentados à Física nele desenvolvida. Aliás, quantos alunos que passam por um curso de Mecânica Clássica entendem realmente as leis de Newton? Nossa experiência mostrou que temos ainda muitas questões a responder, mas agora acreditamos ainda mais que **é possível levar a Física Quântica para o ensino médio.**” (Pinto e Zanetic, 1999, p. 21, grifo nosso).

Assim, partindo do pressuposto de que é possível ensinar MQ no EM, o foco do presente estudo é o de discutir algumas das premissas desta teoria em tal nível de ensino. A compreensão dos aspectos gerais ou fundamentais da teoria assegura que uma perda de

memória (de detalhes) não significa uma perda total, pois com o que resta (o princípio geral) é possível reconstruir pormenores, quando necessário (Bruner, 1978, p. 22).

Sabe-se que a construção de conceitos pelo ser humano se inicia quando este começa a conviver com o mundo externo, ou seja, desde que nasce. Logo, a formação de conceitos, através da construção de esquemas em interação com as situações com que o indivíduo tem contato, promove a conceitualização e, conseqüentemente, o desenvolvimento cognitivo (Vergnaud, 1996b, p. 113).

As colocações apresentadas nos conduziram a avaliar o processo de aprendizagem de alguns dos mais importantes princípios da MQ no EM. Com esta perspectiva em mente, buscamos, então, neste estudo, propiciar que tópicos fundamentais de MQ sejam trabalhados no EM para que os alunos consigam perceber de forma crítica o papel da teoria e as decorrências da mesma.

No capítulo II é apresentada uma revisão da literatura no período de 2010 a meados de 2015 com os principais artigos encontrados em revistas e periódicos da área e que tratam da inserção de conceitos de MQ no EM.

Os capítulos III e IV incluem os referenciais teóricos utilizados na tese. Optou-se por separar a fundamentação em dois referenciais distintos: um de conteúdo relacionado à MQ e outro de caráter teórico-metodológico ligado à Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) de David Ausubel e à Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Gérard Vergnaud. Estes referenciais são utilizados no trabalho para delinear tanto a metodologia da pesquisa como a análise dos dados coletados.

O capítulo V apresenta a metodologia de desenvolvimento das duas etapas da pesquisa, bem como os procedimentos adotados durante as fases de coleta e de análise de dados.

A análise e a discussão dos dados coletados nas duas etapas da pesquisa constam do capítulo VI e, no capítulo VII, encontram-se as conclusões e as sugestões para trabalhos futuros.

Após a apresentação dos resultados e das conclusões, constam a bibliografia utilizada e os apêndices com os materiais que dão suporte à pesquisa desenvolvida.



## CAPÍTULO II

### REVISÃO DA LITERATURA

#### 1. Introdução

Este capítulo tem como objetivo proporcionar uma revisão da literatura acerca das publicações envolvendo o ensino e a aprendizagem de conceitos de Mecânica Quântica (MQ) no Ensino Médio (EM). São considerados dois grupos de trabalhos relativos ao tema: trabalhos constantes de artigos de revisão já publicados e trabalhos de uma revisão adicional sobre o assunto, ora apresentada. Apesar de o foco desta Tese ser a MQ no EM, são também abordados trabalhos que incluem a Física Moderna e Contemporânea (FMC) no EM e uma extensão conceitual da MQ no ensino superior.

O primeiro grupo analisado inclui trabalhos sobre FMC e MQ apresentados aos níveis médio e superior até 2009 e o segundo grupo abarca trabalhos publicados de 2010 até meados de 2015.

#### 2. Trabalhos anteriores de revisão da literatura

Destacamos, na literatura, cinco trabalhos de revisão já publicados, relacionados ao ensino de conceitos de FMC, seja de MQ ou de outros temas, com análise de artigos publicados de 1970 a 2009.

##### 2.1. *Revisão de Ostermann e Moreira sobre tópicos de FMC*

Ostermann e Moreira (2000) apresentam uma revisão de mais de 50 artigos sobre a introdução de FMC no EM desde 1970 até o final do século passado. Os trabalhos foram classificados em seis grandes grupos, a saber: justificativas para a inserção de FMC no EM; questões metodológicas, epistemológicas e históricas referentes ao ensino de FMC; estratégias de ensino e currículos; concepções alternativas dos estudantes acerca de tópicos de FMC; temas de FMC apresentados como divulgação ou como bibliografia de consulta para professores do EM; propostas testadas em sala de aula com apresentação de resultados de aprendizagem; livros didáticos de nível médio que inserem temas de FMC. Os autores afirmam ter constatado uma maior concentração de publicações na forma de divulgação e de bibliografia de consulta para professores. Além disto dizem, também, que poucos trabalhos se referiam a pesquisas sobre concepções alternativas dos estudantes acerca de tópicos de FMC e a resultados de propostas aplicadas em sala de aula.

Nove trabalhos relativos ao ensino de MQ são citados por eles com aplicação em sala de aula e com resultados de aprendizagem, a maioria tratando de temas introduzidos junto a Velha Teoria Quântica, como o efeito fotoelétrico e a natureza quântica da luz. Somente um

trabalho, de Stefanel (1998), apresenta resultados relacionados à incorporação do princípio da superposição linear pelos alunos.

Os autores desta revisão consideram que o pequeno número de artigos relacionados a estudos sobre concepções alternativas e a propostas testadas em sala de aula deve incentivar a pesquisa nessa área. Mesmo salientando que este é um grande desafio, outro ainda é proposto: o de analisar quais tópicos sobre FMC devam ser ensinados nas escolas.

## *2.2. Revisão de Greca e Moreira sobre o ensino de MQ*

Em uma revisão específica sobre o ensino de MQ, Greca e Moreira (2001) apresentam mais de 40 artigos atingindo cursos introdutórios (em nível médio e superior) publicados de 1970 a 2000. Os artigos foram classificados em três grandes grupos: artigos sobre concepções dos estudantes a respeito de conteúdos de MQ; trabalhos com críticas aos cursos introdutórios de MQ; estudos contendo propostas de novas estratégias didáticas. Os autores observam que são poucos os artigos encontrados no primeiro grupo e que poucas propostas do terceiro grupo foram efetivamente implementadas, além de constatarem, também, um aumento no interesse por este tipo de pesquisa nos últimos anos do período analisado.

Quanto aos trabalhos que tratam da análise das concepções prévias dos estudantes sobre conteúdos de MQ, os autores salientam que tópicos importantes como a superposição de estados e o problema da medida não estão no foco de estudo de qualquer das publicações. Os principais tópicos de estudo foram: a estabilidade do átomo; o comprimento de onda de De Broglie; a Dualidade Onda-Partícula; Princípio da Incerteza; quantização; fótons e elétrons.

Uma das críticas encontradas nos trabalhos relacionados pelos autores (Rüding, 1976) diz respeito à tentativa de amarrar os conceitos quânticos aos conceitos clássicos que os estudantes já conhecem, como no caso da introdução da equação de Schrödinger em analogia com as ondas mecânicas em cordas vibrantes, o que dificultaria a compreensão da superposição de estados. A utilização exclusiva de características ondulatórias para descrever as características dos sistemas quânticos é também criticada por García-Castañeda (1985), pois isso pode passar a falsa ideia de que basta estender um pouco as ideias sobre ondas clássicas para compreender os princípios quânticos (Nussenzveig, 1996).

As propostas de novas estratégias para o EM apresentadas nesta revisão foram categorizadas em quatro abordagens: histórico-filosófica; estabelecimento de elos com a Física Clássica (FC); apresentação da MQ sem elos com os conceitos clássicos; abordagem experimental. Somente em uma das propostas de aprendizagem da MQ sem ligação com os conceitos clássicos (Niedderer e Deylitz, 1999) é utilizado o conceito de estado (entre outros) para o ensino de tópicos introdutórios de MQ, e apenas com o intuito de descrever um modelo para o átomo.

Alguns livros-texto também são apresentados como propostas de mudança na orientação dos cursos introdutórios de MQ, todos eles, contudo, voltados para a educação em nível superior. O terceiro volume de "The Feynman Lectures on Physics" (Feynman et al., 1963)

apresenta o experimento de dupla fenda como fundamental para a compreensão dos fenômenos quânticos, por conter a essência da MQ. O quarto volume de “Curso de Física Básica” (Nussenzveig, 1996) discute largamente os princípios quânticos a partir do conceito de estados de polarização dos fótons.

Em suas considerações finais, Greca e Moreira (2001) observam que os autores dos trabalhos relacionados indicam que os estudantes não compreendem satisfatoriamente os conceitos da MQ, mesmo que muitas das pesquisas realizadas não sejam conclusivas a respeito. Além disto, segundo os autores, as abordagens tradicionais da MQ têm sido severamente criticadas sob vários ângulos, recomendando-se enfatizar os aspectos conceituais desta teoria em cursos introdutórios.

### *2.3. Revisão de Pereira e Ostermann sobre tópicos de FMC*

Complementando o trabalho de Ostermann e Moreira (2000), Pereira e Ostermann (2009) revisam mais de cem artigos sobre o ensino de FMC publicados nas mais importantes revistas de ensino de ciências do país e do exterior, segundo o Qualis da CAPES, no período de 2001 a 2006. Os autores classificam os artigos em quatro grupos: propostas testadas em sala de aula que apresentam resultados de aprendizagem; levantamento de concepções acerca de tópicos de FMC; bibliografia de consulta para professores; análises de publicações relacionadas ao ensino de FMC. Mais da metade dos artigos analisados pelos autores está inserida no último grupo.

No que diz respeito a estudos sobre o ensino de conceitos da MQ realizados no EM, os autores apresentam quatro trabalhos relevantes para a análise. Destes, dois deles (Silva e Kawamura, 2001; Budde et al., 2002) tratam de temas da Velha Teoria Quântica (modelos atômicos e dualidade onda-partícula, respectivamente). Kalkanis et al. (2003) elaboraram e avaliaram uma estratégia educacional que permitiu a formação de estruturas conceituais independentes para a FC e a MQ, com resultados considerados satisfatórios. Paulo e Moreira (2004), após a apresentação de uma unidade didática envolvendo o experimento imaginário do gato de Schrödinger, obtiveram resultados indicativos de não haver diferença de aprendizagem dos conceitos quânticos entre alunos de primeiro e de segundo anos do EM maior do que as inerentes à FC. Estes últimos autores comentam, também, que o conhecimento prévio sobre física ondulatória clássica não parece influenciar criticamente os resultados da aprendizagem.

Pereira e Ostermann apresentam ainda três trabalhos que tratam do ensino de MQ, com foco na análise de currículos e de livros didáticos, dois deles para o EM.

Os autores concluem que 26 dos artigos encontrados dizem respeito ao ensino de MQ, tendo a Velha Teoria Quântica como tônica, e que 22 tratam da inserção de tópicos de FMC no EM.

Apesar do aumento, em comparação ao trabalho de Ostermann e Moreira (2000), na quantidade de publicações nesta área, os autores salientam que a maioria dos artigos ainda se refere a bibliografias de consulta para professores. Comentam eles também sobre a escassez

de estudos relativos à formação inicial e continuada de professores dado que, de todos os trabalhos analisados, somente quatro eram concernentes a este tema. A sugestão final é de que é necessário investigar os processos conduzidos em sala de aula, que estruturam e condicionam a aprendizagem, mesmo sabendo da importância no rigor e na ênfase que devem ser dados aos conceitos-chave.

#### *2.4. Revisão de Pantoja, Moreira e Herscovitz sobre pesquisa em ensino de MQ*

Pantoja et al. (2011) apresentam uma revisão sobre trabalhos de pesquisa em ensino de MQ no período de 1999 a 2009. Cinco grupos foram utilizados em sua classificação: propostas didáticas; implementação de propostas didáticas; estudos de concepções; análise curricular e críticas aos cursos introdutórios; análise teórica/epistemológica.

Onze artigos foram classificados na primeira categoria e nove propostas foram relacionadas com sugestões didáticas específicas para o EM, sendo três destes escritos elaborados pelos mesmos autores. As propostas de Michelini et al. (2000), Goff (2006) e Fanaro et al. (2007; 2009) incluem conceitos básicos de MQ. É interessante destacar que somente três trabalhos abordaram a chamada Velha Teoria Quântica, o que sugere que tais tópicos estejam sendo esgotados como fonte de estudos. Os autores, além disto, acreditam que o pequeno número de novas propostas pode significar que as anteriores estejam sendo testadas.

Efetivamente, na segunda categoria foram encontrados 25 trabalhos, a maioria (21) tratando de estudos no Ensino Superior. Somente quatro artigos abordam o ensino de MQ no EM e nenhum deles abarca conceitos fundamentais como o de estado de um sistema físico e o de superposição linear de estados. Os trabalhos de Greca et al. (2001) e Singh (2008b) envolvem a aquisição de tais conceitos, mas ambos apresentam uma abordagem para o Ensino Superior. Como a combinação de laboratório virtual e aulas expositivas é a metodologia mais utilizada nas propostas, esta conjugação se revela como um fértil campo de pesquisa.

Um dado interessante na terceira categoria é o de que o número de artigos enfatizando as concepções da Velha Teoria Quântica (quatro) é quase o mesmo dos que abordam a (Nova) Teoria Quântica (cinco). Nos trabalhos deste grupo, o maior objetivo dos autores era apresentar um questionário para detecção de concepções, narrando o processo de validação, bem como a apresentação de possíveis concepções dos alunos. Em particular, Singh (2008a) elaborou e aplicou um teste a cerca de 200 estudantes de Física de início de curso, de sete universidades diferentes, sobre conceitos e princípios fundamentais da MQ, detectando dificuldades de entendimento comuns a todos.

Três dos quatro trabalhos apresentados na quarta categoria atacam problemas relativos ao EM, seja enfocando os currículos europeus e de alguns outros países (Lobato e Greca, 2005) ou questionando a estrutura de livros didáticos e de divulgação científica (Niaz e Fernández, 2008; Velentzas et al., 2007). Os autores acreditam que a escassez de trabalhos

nessa área pode estar relacionada, em grande parte, à exigência maior de domínio de conteúdo para efetuar esta análise.

Mesmo com o pequeno número de artigos encontrados na quinta categoria, os autores consideram de grande valia a reflexão sobre a organização do conteúdo tanto no que tange ao uso de teorias de aprendizagem quanto de epistemologia. Há uma indicação de que os trabalhos apresentados possuem uma nova linha de pensamento para o Ensino de Física, seja para justificar a proposta de um dado viés para a construção de unidades didáticas em MQ, como para fundamentar epistemologicamente um texto didático a ser utilizado no EM (Brockington e Pietrocola, 2005).

Ao final desta revisão é apresentada uma análise da quantidade de publicações na área. O crescimento da pesquisa neste caso é nítido, principalmente ao se considerar que, dos 60 artigos encontrados, 27 foram publicados nos dois últimos anos da revisão. O destaque final fica para o aumento da quantidade de artigos publicados na categoria de implementação de propostas didáticas (cinco e oito trabalhos, respectivamente, nos dois últimos anos da revisão).

#### *2.5. Revisão de Silva e Almeida sobre o ensino de MQ no EM*

Silva e Almeida (2011) apresentam uma revisão da literatura sobre ensino de tópicos de MQ especificamente para o EM, entre os anos de 1997 e 2010. Os trabalhos encontrados foram separados em cinco categorias: revisão da literatura sobre o ensino de MQ/FMC; análise curricular; análise dos conteúdos em livros que abordam MQ/FMC; elaboração e/ou aplicação de propostas de ensino; concepções de professores sobre o ensino de MQ/FMC no EM.

Por se tratar de revisão que abarca um período comum ao de algumas já apresentadas, vários trabalhos já foram elencados em categorias das outras revisões. Assim, apresentamos apenas um resumo da motivação desta revisão. Os trabalhos sobre revisão da literatura, análise curricular e análise de conteúdos em livros que abordam MQ/FMC constam todos das demais revisões apresentadas neste capítulo e não serão novamente citados.

Nas propostas de ensino, tanto as elaboradas como as aplicadas, foi encontrada somente uma matéria relacionada à superposição de estados (na forma de um contraexemplo) e outra ao conceito de estado de um sistema físico.

Johansson e Milstead (2008), ali arrolados, sugerem a utilização do Princípio de Incerteza de Heisenberg para promover a compreensão de fenômenos como o da radioatividade e também as forças de troca. Estes autores consideram que seja feita apenas uma referência a  $\Delta x$  e  $\Delta p_x$  como limites impostos pela natureza ao nosso conhecimento de tais grandezas, não sendo necessário introduzir quer a expressão formal do Princípio, quer o conceito de função de onda de uma partícula e nem discutir a superposição de estados.

Carvalho Neto et al. (2009) apresentam os resultados da aplicação de uma proposta didática, relativos ao ensino de aspectos da MQ em seu caráter preditivo probabilístico, baseando-se na interpretação da complementaridade de Niels Bohr. Após realizar pré-testes, entrevistas prévias, minicurso e entrevistas finais, os autores concluem que houve

aprendizagem significativa acerca das previsões essencialmente probabilísticas da MQ. Isto porque os estudantes reconheceram que o ato de preparar e observar um dado sistema físico, em certo instante de tempo, define o fenômeno como ondulatório ou corpuscular, de acordo com a interpretação da complementaridade. Conforme os autores, os estudantes também perceberam que o elétron não é nem onda e nem partícula clássica e que há diferença entre estado quântico físico (descrito pela função de onda) e estado clássico (definido por posição e velocidade). Adicionalmente, os autores consideram que o conceito de “previsão” deve ser exigido como subsunção para a aprendizagem significativa do aspecto preditivo das teorias físicas.

Ao final da revisão, os autores apontam que a pertinência de se ensinar MQ no EM é cada vez mais consensual entre os pesquisadores da área. Especificamente, o consenso é maior na posição de que só faz sentido ensinar MQ no EM se for privilegiado o caráter qualitativo, conceitual, filosófico, cultural, em detrimento de um enfoque matemático. A constatação de inúmeras sugestões de formas de abordagem da MQ evidencia que não existe definição no que tange aos conteúdos a serem ministrados no EM. Há trabalhos que usam o Princípio de Incerteza de Heisenberg, a interpretação probabilística da MQ, o conceito de spin e a dualidade onda-partícula, sem se limitar ao efeito fotoelétrico, ao raio-X ou à quantização da energia. É ressaltada no trabalho, também, a necessidade de realização de mais pesquisas sobre o ensino de MQ no EM, para ampliar o conhecimento sobre o assunto e possibilitar que professores trabalhem tais tópicos em sala de aula.

### **3. Uma nova revisão**

Após a análise das revisões da literatura e comentários constantes da seção anterior, é apresentada uma revisão complementar com artigos publicados de 2010 até meados de 2015, de modo a atualizar as revisões na área. Um artigo de 2009, não contemplado pelas revisões anteriores, também foi considerado.

Foram arrolados artigos relacionados com o ensino de MQ e publicados principalmente em periódicos avaliados com conceitos A1, A2, B1 e B2, segundo o Qualis da CAPES. Ao todo foram examinadas oito revistas nacionais (*Caderno Brasileiro de Ensino de Física, Ciência & Educação, Ensaio – Pesquisa em Educação em Ciências, Experiências em Ensino de Ciências, Investigações em Ensino de Ciências, Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia, Revista Brasileira de Ensino de Física, Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências*) e onze estrangeiras (*American Journal of Physics, Enseñanza de las Ciencias, International Journal of Science Education, Journal of Research on Science Teaching, Latin American Journal of Physics Education, Physical Review Special Topics – Physics Education Research, Physics Education, Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias, Science Education, Science & Education e The Physics Teacher*).

Foram selecionados 39 trabalhos, assim agrupados: propostas pedagógicas; propostas didáticas implementadas; estudos sobre concepções de estudantes ou professores acerca de tópicos fundamentais de MQ; análise de material didático; estudos sobre formação continuada.

O primeiro conjunto trata de referências apresentadas como material de consulta direcionado a professores de Física, em nível médio ou superior, enquanto a segunda categoria inclui propostas pedagógicas testadas em sala de aula ou em fase de implementação. O terceiro grupo abarca trabalhos em que foram averiguadas concepções, atitudes e ideias prévias de alunos e professores sobre tópicos de MQ. A quarta categoria se refere à análise de materiais didáticos para o ensino de FMC no EM e a quinta categoria, finalmente, apresenta estudos sobre a formação continuada de docentes para análise e promoção da atualização curricular no EM.

Alguns dos trabalhos encontrados se enquadram em mais de uma categoria; optou-se, então, por situá-los naquela considerada mais próxima de seu propósito, lembrando que a classificação ora utilizada é apenas uma de muitas possíveis. Apesar de o foco desta Tese ser o ensino de MQ no EM, são incluídos também artigos voltados para o Ensino Superior, pois algumas propostas voltadas a alunos de graduação podem ser úteis para alunos de EM.

### 3.1. *Propostas pedagógicas*

Em dois trabalhos diferentes, Gordon e Gordon (2010, 2012) apresentam dois jogos, baseados nos clássicos “campo minado” e “raposa e cães de caça” (*fox and hounds*), como recursos para o ensino de conceitos de MQ de maneira divertida. O primeiro jogo introduz o “campo minado quântico”, que trabalha com os conceitos de superposição de estados, emaranhamento e não-localidade, e o segundo apresenta o “gato de Schrödinger e matilha”, que pode ser utilizado para abordar conceitos como os de superposição de estados, interferência construtiva e destrutiva, medições e emaranhamento. Neste último, é possível também tratar os conceitos de dualidade onda-partícula e descoerência, utilizando-o como um modelo. Este segundo jogo foi apresentado, de modo preliminar, para 95 estudantes de ensino secundário em uma aula de uma hora e meia e acompanhado de um questionário de múltipla escolha, aplicado antes e depois da instrução, abordando superposição de estados, interferência, medição e emaranhamento. A compreensão dos estudantes acerca dos conceitos é apresentada em gráficos que mostram que a maior parte dos alunos respondeu o pós-questionário de modo correto. Além disto, muitos estudantes consideraram a atividade interessante e não muito longa e se mostraram interessados em outros materiais de aprendizagem envolvendo jogos, além de considerarem que este recurso auxiliou na compreensão de conceitos de MQ. Tais jogos, assim como outros propostos pelos mesmos autores, são considerados bons auxiliares para a compreensão do significado da superposição de estados e do emaranhamento.

Kuttner e Rosenblum (2010) apresentam quatro variações de um experimento imaginado (*gedankenexperiment*), com foco no teorema de Bell e no emaranhamento,

experimento este que pode ser trabalhado em cursos de física em qualquer nível de ensino. Como o fenômeno do emaranhamento quântico é usado atualmente em indústrias e discutido correntemente na literatura popular, faz-se necessário abordá-lo em sala de aula visto que divulgações pseudocientíficas utilizam este conceito de forma equivocada. Os autores consideram também que o contato com uma área tão próxima da fronteira da Física pode estimular o aluno para o aprendizado.

Dada a dificuldade experimental em realizar trabalhos com a câmara de bolhas, Gagnon (2011) apresenta software computacional capaz de realizar a simulação do experimento em um nível muito próximo do real. Dados preliminares apontam para um sucesso na utilização desta simulação em aulas de mecânica, eletromagnetismo e física moderna. A simulação permite ilustrar o efeito de um campo magnético em partículas eletricamente carregadas, exemplificar a mecânica relativística e discutir conservação de energia, momento linear e números quânticos em colisões entre partículas, além de proporcionar exemplos para que os estudantes possam exercitar a habilidade de identificar partículas.

Dando sequência a um trabalho de 2007, Hobson (2011, 2012) apresenta duas abordagens diferentes para introduzir a MQ. No trabalho de 2011, o foco é o ensino do conceito de incerteza. O autor utiliza pacotes de onda para explicar os resultados do experimento de dupla fenda e mostra também que, apesar da aleatoriedade existente nos eventos quânticos individuais, a estatística para grandes números destes eventos é previsível, indicando que uma visão meramente probabilística da MQ é incorreta. O autor também argumenta que a incerteza pode ser desprezada no mundo macroscópico, fazendo recair assim na Mecânica Clássica (MC). No segundo trabalho, o experimento de Rarity-Tapster-Mandel (Rarity e Tapster, 1990) é utilizado para ilustrar e auxiliar na compreensão do conceito de não-localidade e da desigualdade de Bell.

Considerando a linguagem como fundamental para a compreensão da Ciência e a construção de conceitos científicos, Paulo e Moreira (2011) discutem a relevância da linguagem e da captação de significados da MQ para a inserção de seus conceitos fundamentais no EM. O problema da relação entre as linguagens clássica e quântica é levantado e os autores apresentam a opção da utilização da linguagem clássica para tratar os fenômenos quânticos, desde que a lógica seja modificada e torne-se condizente com a MQ. Assim, de acordo com os autores, a lógica científica subjacente à FC deve ser abandonada. A modificação na lógica presume a distinção entre diversos níveis de linguagem, em que o primeiro se refere a objetos (átomos, elétrons, etc), o segundo, a enunciados sobre objetos, o terceiro, a enunciados acerca dos enunciados sobre objetos e assim sucessivamente.

Uma seleção de mais de quarenta animações interativas e visualizações gratuitas a serem utilizadas em diversos níveis de cursos de graduação para o ensino de MQ se encontra em Kohnle et al. (2012). As animações abordam diversos tópicos, tais como o modelo atômico de Bohr para o átomo de hidrogênio, a análise probabilística de sistemas clássicos, pacotes de ondas, efeito fotoelétrico, Princípio de Incerteza de Heisenberg, poço finito, expansão em autoestados, medida e colapso da função de onda e informação quântica. Cada animação



inclui um roteiro passo-a-passo salientando os pontos-chave. Em um diagnóstico realizado com estudantes que utilizaram individualmente as animações, os autores relatam a ocorrência de ganhos substanciais na aprendizagem daqueles que trabalharam com as animações.

Recorrendo a uma abordagem fenomenológica e conceitual, Pereira et al. (2012) apresentam e discutem os postulados da MQ com auxílio de um interferômetro virtual de Mach-Zehnder. O conceito de estado do sistema é considerado como central na MQ porque expressa um conjunto de informações sobre o sistema físico. Os autores então delineiam uma abordagem operacional para o ensino de MQ, com a intenção de contornar as dificuldades decorrentes do formalismo matemático que surgem no ensino desta teoria. Tal transposição didática pode contribuir para o primeiro contato de alunos de EM com a MQ e fazer com que conceitos como os de estado, autoestados, observáveis, superposição de estados, projeção e probabilidade façam mais sentido do que uma abordagem tradicional acerca do efeito fotoelétrico, radiação de corpo negro ou modelos atômicos semiclássicos.

Rau (2012) apresenta dois exemplos de tópicos de MQ com origem na Astronomia, com vistas a alunos de cursos de graduação: átomos sob a ação de fortes campos magnéticos; íon negativo do hidrogênio. Tais exemplos são considerados pelo autor como problemas fundamentais da MQ por tratarem de princípios e técnicas básicos, apresentar interesse prático e possuir importância histórica. O autor não informa se tais tópicos foram trabalhados em sala de aula.

Um conjunto de exemplos históricos e fenomenológicos, constituindo uma contribuição didática para a divulgação e compreensão da dualidade onda-partícula em um curso introdutório de MQ, é apresentado por Segura et al. (2012). Como recurso para cursos introdutórios de MQ, sugerem a utilização do aporte histórico, desde as primeiras discussões sobre a natureza da luz no século XVII, o experimento de dupla fenda, as confirmações dos experimentos de Fresnel e Maxwell acerca da natureza ondulatória da luz e as ondas de matéria de De Broglie. Com esta apresentação, pretendem os autores introduzir quatro noções cruciais para a compreensão da MQ e que estruturam o fenômeno da dualidade onda-partícula: fusão, unificação, compatibilidade e percepção como um todo. Estas noções são consideradas fundamentais por propiciarem que problemas como o da superposição de estados e o da medição sejam abordados e tornem o mundo quântico mais compreensível.

### *3.2. Propostas didáticas implementadas*

Baily e Finkelstein (2010) relatam variações nas estratégias de ensino a respeito da interpretação da MQ em dois cursos similares de Física Moderna da Universidade de Colorado. Foram encontrados estudantes com tendência a adotar uma visão realista (ou seja, determinista e local) quando o professor abordava as ontologias dos alunos de forma branda.

Galvez (2010) apresenta um formalismo matricial para explicar experimentos com fótons correlacionados em cursos de MQ na graduação, com inúmeras variações de alguns experimentos. Uma atividade opcional de laboratório foi desenvolvida em um curso de

graduação e os resultados indicaram uma melhora na compreensão de tópicos abordados na disciplina regular de MQ pelos estudantes que realizaram esta atividade. Relatórios dos experimentos e questionários ao final do curso também ajudaram a constatar a boa compreensão de tais tópicos. O autor acredita que o formalismo matricial auxiliou na explicação dos experimentos com fótons correlacionados, conforme a linguagem utilizada na disciplina, e serviu também para introduzir alguns aspectos do emergente campo da informação quântica.

Kiouranis et al. (2010) apresentam a análise da implementação de uma sequência didática sobre o comportamento de objetos (partículas e ondas) no experimento de dupla fenda dirigida a estudantes de química quântica de um curso de Bacharelado em Química. A análise é fundamentada na teoria da transposição didática de Yves Chevallard, que possibilita a reflexão sobre o saber científico reelaborado para ser utilizado em situações de ensino, preocupando-se assim em tornar os conceitos mais compreensíveis para os alunos. Durante a verificação do saber ensinado, os autores comentam que os alunos expressaram suas ideias com interrupções, lacunas e linguagens coloquiais, influenciadas por diversos fatores, tais como o livro didático, a fala do professor e materiais de divulgação científica. Necessidades e possibilidades de aprendizagem foram identificadas e uma reorientação da prática do professor da disciplina foi promovida através de um processo dinâmico de ação e reflexão.

A viabilidade de uma proposta pedagógica de curta duração para o ensino de MQ a alunos de graduação é analisada por Rocha et al. (2010). Um minicurso visando estabelecer situações propícias para o ensino de conceitos de MQ foi elaborado e aplicado em três ocasiões para professores em formação ou em exercício. A receptividade dos tópicos abordados (experimento de dupla fenda, superposição de ondas e de vetores do plano, emaranhamento quântico e criptografia quântica) e comentários decorrentes, sugere que a ausência de discussões relativas aos conceitos fundamentais da MQ em cursos de graduação é sentida pelos alunos. Os conceitos de estado e de superposição linear de estados não foram considerados de difícil compreensão pelos alunos, face às situações apresentadas. Os autores sugerem que o ensino introdutório de MQ seja feito sem o uso de conceitos da MC e com auxílio de inúmeras situações-problema nas quais os conceitos fundamentais da MQ são utilizados.

Deslauriers e Wieman (2011) mediram a aprendizagem e a retenção de conceitos da MQ por estudantes de engenharia da Universidade de British Columbia. Dois grupos, um com 57 e outro com 63 estudantes, tiveram abordagens diferentes de ensino e um questionário previamente validado foi utilizado em ambos. Para o primeiro grupo foi oferecida uma abordagem tradicional de ensino, enquanto o segundo recebeu um curso diferenciado com leituras pré-classe, aulas interativas, questões rápidas para discussão entre os alunos e simulações computacionais, além de artigos sobre como pessoas aprendem e retêm o conhecimento. O primeiro grupo teve um desempenho 19% menor do que o segundo; a retenção de conceitos nos dois grupos, contudo, foi alta, como mostraram testes aplicados seis e dezoito meses após o término do curso. A alta retenção verificada contrasta com a

aprendizagem obtida em cursos usuais de graduação e sinaliza para a importância de uma aprendizagem conceitual de MQ.

Kapon et al. (2011) descrevem uma proposta didática delineada para examinar a aprendizagem de 14 estudantes que concluíram a escola secundária e que foram apresentados a palestras online proferidas por cientistas, sobre ideias avançadas de FMC (por exemplo, o efeito Aharonov-Bohm). Os alunos foram divididos em dois grupos, cada um recebendo instruções sobre MQ e Astrofísica de forma alternada. Uma atividade em grupo foi realizada logo após as palestras para que se pudesse categorizar a aprendizagem dos estudantes. Mesmo que as palestras fossem muito além de sua capacidade de compreensão, a análise das discussões indicou que os estudantes conseguiam inferir e progredir no domínio dos conceitos abordados nas palestras. Os grupos também foram submetidos a cinco testes (antes da primeira palestra, após a primeira palestra, após a atividade em grupo, após a segunda palestra e um teste de retenção um ano após as palestras). Os resultados indicam que a apresentação de tópicos de FMC deste modo, somada à instrução formal, pode auxiliar na incorporação desta área ao currículo e introduzir a Física de uma maneira mais relevante e útil para os alunos.

No decorrer de aulas sobre processos de transferência de calor para quinze alunos da segunda série de uma escola particular de EM, Lino e Fusinato (2011) abordaram o problema da radiação de corpo negro, inserindo conceitos de MQ, como o da quantização da energia. O curso teve a duração de oito horas-aula e mapas conceituais foram utilizados como instrumentos de avaliação. Além disto, os alunos responderam um questionário com quatro questões, cujo objetivo era verificar as noções reveladas acerca da constituição da energia radiante de corpos aquecidos. As respostas foram separadas em duas categorias: respostas que apresentam bases conceituais apenas com conceitos clássicos; respostas que apresentam bases conceituais quânticas. A análise dos questionários indicou que ocorreu alteração no conceito subsunçor de energia, havendo incorporação da ideia de quantização neste conceito, o que pode ser considerado como um primeiro indício de ocorrência de aprendizagem significativa. De acordo com os autores, a estrutura hierárquica de conceitos e as conexões presentes nos mapas conceituais também fornecem indício de ocorrência desta aprendizagem.

Pereira et al. (2011) apresentam um estudo acerca da fala privada em uma atividade realizada por um grupo de alunos de curso de Licenciatura em Física, recorrendo a um interferômetro virtual de Mach-Zehnder. O objetivo era verificar a ocorrência de fala privada em adultos e analisar como esse processo de mediação é utilizado em uma situação de resolução de problemas envolvendo conceitos de MQ. Foi constatada a ocorrência de fala privada, atribuindo-se isto às duas ferramentas culturais fornecidas pelo cenário sociocultural: roteiro e software. Os resultados encontrados destacam a importância das atividades colaborativas no âmbito da pesquisa em Educação em Ciências.

Um relato de experiência acerca da difusão do conteúdo de FMC para alunos e professores de escolas públicas de EM é apresentado por Vicentini et al. (2011). O projeto foi desenvolvido em uma disciplina de curso de graduação e, com apoio de políticas universitárias

e governamentais, os alunos fizeram apresentações em oito colégios, atingindo 850 alunos de EM, além de cursos para professores da rede pública de uma cidade paranaense. Os temas abordados foram: Corpo Negro, Efeito Fotoelétrico, Constante de Planck, Dualidade Onda-Partícula, Origem do Universo, Evidências do Big Bang, Átomo de Bohr, Polaroides e Cristais Líquidos, Fissão e Fusão Nuclear, Física das Radiações, Laser, Raios X, Relatividade, Condutores e Isolantes, Semicondutores, Fibras Ópticas, Computação Quântica e Câmaras de Ionização. Para cada tema, uma série de recursos didáticos foi elaborada: seminários de trinta minutos, oficina para professores e alunos, experimentos de baixo custo e pôster ilustrativo. Os resultados satisfatórios mostraram que o projeto contribuiu na complementação da formação escolar, na divulgação científica e no despertar do interesse dos estudantes pela área de exatas e tecnologia. Quanto aos professores, especificamente, o projeto foi bastante profícuo, em boa parte porque muitos dos que lecionavam Física no EM eram formados em Matemática e tinham dificuldades em trabalhar tópicos de FMC.

Em um estudo com 121 alunos de escola secundária da Nigéria, Adegoke (2012) examina em que grau uma abordagem de engajamento interativo (evitando a competição em sala de aula e encorajando a discussão e cooperação) pode reduzir o hiato de gênero nos resultados de aprendizagem em Física Quântica. Dois grupos foram analisados: um deles recebeu uma abordagem tradicional de ensino enquanto o outro recebeu a abordagem com engajamento interativo. Foi preparado um guia instrucional para cada grupo, e aplicado um teste escrito de desempenho ao final da instrução. Os resultados encontrados permitiram considerar que o engajamento interativo efetivamente reduziu as diferenças de aprendizagem entre os estudantes.

Através da aplicação de uma proposta didática de doze horas-aula, Pantoja et al. (2012) analisaram a aquisição de conceitos como o de sistema físico, variáveis dinâmicas, estado de um sistema físico e evolução temporal por seis estudantes de um curso de mestrado profissional. A proposta foi baseada nas teorias de aprendizagem de Ausubel e de Vergnaud e três situações-problema foram utilizadas: experimento de Stern-Gerlach, átomo de hidrogênio e molécula de amônia. Problemas de lápis e papel, mapas conceituais, entrevistas semiestruturadas e anotações de campo fizeram parte dos dados coletados. Considerou-se que foram obtidas evidências de aprendizagem significativa, tanto na forma predicativa como na operativa, porém algumas limitações na assimilação dos conceitos são mencionadas pelos autores. Dificuldades na compreensão dos conceitos de sistema físico, variáveis dinâmicas e, principalmente, de estado de um sistema físico são relatadas e para tais conceitos foi necessário ter seus significados reafirmados em diversas oportunidades. Mesmo assim, foi considerado ter ocorrido aprendizagem significativa em quatro dos seis estudantes que participaram da instrução.

Com a análise de uma atividade didática centrada no interferômetro virtual de Mach-Zehnder, Pereira, Ostermann e Cavalcanti (2012) apresentam dois exemplos de um estudo em que alunos de graduação em Física utilizam o discurso para promover a apropriação de um conceito. Na atividade, a construção de significados surgiu por meio de um processo de

interanimação de vozes, ou seja, diversas vozes se colocam em contato dentro de um mesmo enunciado, em que não é assinalado individualmente quem resolveu o problema. Isto indicou que foi o grupo, enquanto “sistema”, que desempenhou tal função no plano intermental e não apenas uma pessoa. A importância das atividades em grupo desenvolvidas em aulas de Ciências fica assim destacada, sobretudo porque em muitas ocasiões se esperaria que nem mesmo o mais capaz dos membros do grupo conseguisse resolver o problema isoladamente.

A. F. G. Silva et al. (2012) analisaram o aprendizado de alunos de terceira série do EM de escolas públicas e privadas em uma cidade cearense. Um curso de Física Moderna de quarenta horas-aula foi ministrado para duas turmas de trinta alunos voluntários cada (uma com alunos de escola pública e uma com alunos de escola privada). O conteúdo abordado no curso compreendia: o átomo e o quantum; o núcleo atômico e a radioatividade; fissão e fusão nucleares; teoria especial da relatividade; teoria geral da relatividade. Foram utilizados experimentos, vídeos e simulações computacionais ao longo do curso. Na comparação entre as duas turmas, através de um pré e um pós-teste, constatou-se que o desempenho ao final do curso foi muito semelhante, mesmo com os alunos da escola privada apresentando uma base conceitual melhor no pré-teste. Os autores indicam, também, que o conteúdo de FMC pode ser abordado tanto em escolas públicas como privadas, principalmente se utilizados experimentos, vídeos e simulações, pois em ambos os casos os alunos conseguiram acompanhar o conteúdo apresentado e entender a parte conceitual, inclusive com referências ao cotidiano.

Pantoja et al. (2014) estudaram a aquisição e retenção do conhecimento explícito e as operações de pensamento implícitas na MQ que foram feitas por cinco estudantes de graduação em Física, matriculados pela primeira vez em uma disciplina de MQ. Uma proposta didática de doze horas de duração, baseada nas teorias da aprendizagem de Ausubel e de Vergnaud, foi implementada visando a abordagem dos conceitos de sistema físico, variáveis dinâmicas, estado de um sistema físico e evolução temporal. Os autores consideram que a proposta encontrou evidências de: mudança considerável de variáveis da estrutura cognitiva; semelhanças (para os conceitos de sistema físico e de variáveis dinâmicas) e diferenças (para os conceitos de estado e de evolução temporal) na aquisição dos conceitos por parte dos estudantes; que quatro dos cinco estudantes adotaram processos mais próximos do polo significativo do que do polo mecânico da aprendizagem; inadequação do significado atribuído pelos estudantes ao conceito de probabilidade, antes, durante e depois da instrução, o que mostra uma tendência a ser um obstáculo epistemológico natural que deve ser abordado com a apresentação de situações-problema associadas à MQ; que o conhecimento prévio tem um papel crucial na aquisição, na retenção e na resolução de problemas, se levado em conta.

### 3.3. Estudos sobre concepções

Hilger et al. (2009) apresentam resultados preliminares de uma investigação com o objetivo de identificar e caracterizar possíveis representações sociais compartilhadas por um grupo de estudantes, a partir de dados obtidos com o uso de testes de associação escrita e

numérica de conceitos. Os testes foram aplicados a 236 estudantes de EM de todas as séries, na região de Porto Alegre. Os resultados sugerem que conceitos de MQ são apresentados aos alunos principalmente através da mídia, visto que este é um assunto não abordado tradicionalmente em salas de aula. Entrando em contato com essa MQ alternativa, os estudantes constroem ou começam a construir representações sociais da MQ. Os autores consideram que compreender as representações sociais pode auxiliar na aprendizagem significativa da MQ, bem como avaliar a influência dos meios de divulgação sobre as ideias dos indivíduos a respeito deste tema.

Akarsu (2010) apresenta um estudo com a intenção de esclarecer alguns dos problemas mais comuns no ensino de tópicos de MQ, a saber: dificuldades de aprendizado, estratégias de ensino insuficientes, problemas conceituais e de instrução. O estudo foi realizado em cinco universidades dos Estados Unidos e o autor utilizou um questionário com 29 questões que foi respondido por 86 estudantes de cursos de ciência e de engenharia, entre 19 e 21 anos, que participavam de cursos de MQ. Cinco professores de MQ dos departamentos de Física também foram entrevistados. Além de questionários e entrevistas, outras fontes de dados são citadas como, por exemplo, tarefas de casa, provas finais, livros-texto e atividades de laboratório. Nas entrevistas, os professores revelaram que os estudantes costumam se esforçar para compreender a base abstrata, a formulação matemática e os diversos níveis de instrução. Os questionários apontaram que 69% dos estudantes adquiriram um nível adequado de compreensão da MQ, fração considerada baixa pelo autor. Uma das sugestões apresentadas é não apresentar o modelo atômico de Bohr para que os estudantes não criem uma noção incorreta acerca das órbitas de elétrons. Com o amparo das *Guidelines for College Physics Program*, o autor sugere utilizar diferentes abordagens, como a utilização de laboratório aberto e troca de instrutores no decorrer do curso, para possibilitar uma melhor compreensão de conceitos da MQ. A oferta de cursos extracurriculares de física-matemática antes dos cursos de MQ também é apontada como algo que deve ser considerado.

McKagan et al. (2010) desenvolveram e validaram um questionário com doze questões para analisar a compreensão de aspectos conceituais da MQ utilizado para avaliar a eficácia de diferentes métodos de ensino desta teoria.

Para analisar dificuldades conceituais e matemáticas de quinze estudantes de graduação em Física na Turquia, Özcan (2010) aplicou um questionário com duas questões abertas, envolvendo propriedades básicas de MC e MQ. Os estudantes, com idades entre 21 e 23 anos, já haviam realizado um curso de MQ e levaram cerca de vinte minutos para responder o questionário. Foi possível categorizar as respostas dos alunos em três grupos para a MC (a MC apresenta um ponto de vista holístico; as previsões da MC são deterministas; a estrutura matemática da MC é diferente da utilizada na MQ) e quatro para a MQ (sistemas subatômicos são descritos pela MQ; o movimento do sistema é descrito pela equação de Schrödinger; as previsões da MQ são baseadas em probabilidades; a estrutura matemática da MQ é diferente daquela para a MC). Nove subgrupos de análise são apresentados para a MC e outros nove para a MQ. O estudo indica que os estudantes possuem dificuldades para identificar diferenças

entre MC e MQ e que as descrições apresentadas para os prováveis caminhos de aprendizagem devem servir para melhorar o currículo e desenvolver novas estratégias de ensino.

Destacando o Princípio de Incerteza e a Dualidade Onda-Partícula como fundamentais para a compreensão da MQ, Ayene et al. (2011) apresentam um trabalho que enfatiza as descrições de estudantes sobre estes conceitos. Um estudo fenomenográfico, com uma entrevista semiestruturada, foi realizado com 25 estudantes de curso de graduação em uma universidade etíope. A descrição dos estudantes sobre dualidade onda-partícula foi mapeada em três categorias: clássica, mista e semiquântica. A descrição do conceito de incerteza foi separada em quatro grupos: incerteza como propriedade extrínseca do processo de medição, princípio de incerteza como erro ou incerteza de medição, incerteza como distúrbio da medição e incerteza como o princípio de incerteza da MQ. De modo geral, os estudantes tiveram a tendência de mostrar uma visão mais clássica na interpretação da MQ; entretanto, uns poucos estudantes utilizaram fenômenos tipicamente ondulatórios como interferência e difração em sua descrição das propriedades ondulatórias de entidades quânticas. Este resultado, ainda assim, é extremamente consistente com o que havia sido encontrado em estudos anteriores pelos autores.

Considerado como elemento importante no ensino do formalismo da MQ, o experimento de Stern-Gerlach é utilizado por Zhu e Singh (2011) para a compreensão de alguns conceitos como o da preparação de um específico estado quântico a partir de um estado arbitrário, a evolução temporal da função de onda e a medição em MQ. A análise foi realizada através de entrevistas individuais com mais de duzentos estudantes de Física de várias universidades em cursos de pós-graduação e de graduação e que cursavam disciplinas de MQ. Os estudantes apresentaram dificuldades na distinção entre o espaço físico (em que o experimento é realizado) e o espaço de Hilbert (em que se situa o estado do sistema) e na preparação de um estado quântico específico em um espaço de Hilbert bidimensional. As dificuldades encontradas foram usadas como guia para a elaboração de um tutorial para auxiliar os estudantes no aprendizado de princípios fundamentais da MQ utilizando o experimento de Stern-Gerlach. Em análises preliminares, o tutorial pareceu realmente melhorar a compreensão de conceitos da MQ no contexto deste experimento.

Pereira e Ostermann (2012) analisaram o modo como recursos textuais disponíveis moldam as explicações dos futuros professores de Física sobre MQ. O estudo foi desenvolvido em uma disciplina introdutória de MQ de um curso de licenciatura, sendo este o primeiro contato formal dos estudantes com esta matéria. Os estudantes foram submetidos a um teste do tipo lápis e papel com uma questão conceitual sobre o formalismo da MQ e uma aplicação da equação de Schrödinger independente do tempo para um elétron preso em um potencial quadrado infinito. Este teste foi realizado em pequenos grupos (dois ou três alunos) e constituiu uma das avaliações do curso, podendo ser consultado o material de apoio da disciplina e acessar a internet. Microfones e gravadores de som foram instalados para registro do áudio das conversas dos alunos. A análise dos discursos mostrou que as primeiras explicações dos

alunos se basearam na dicotomia “determinismo-probabilismo”, ora em combinação com a explicação geral do Princípio de Incerteza, ora com o postulado de Born, que afirma que o quadrado do módulo da função de onda representa a densidade de probabilidade de se encontrar o objeto quântico em uma determinada região do espaço. A introdução de textos explicativos na resolução da questão permitiu que os estudantes subvertessem suas respostas, inserindo novos conceitos, e que ficassem mais próximos de uma explicação completa e adequada ao problema proposto.

Para investigar as dificuldades que estudantes possuem a respeito da MQ não-relativística de uma partícula em uma dimensão espacial, Zhu e Singh (2012) desenvolveram e aplicaram um questionário a mais de duzentos estudantes de graduação e pós-graduação de dez universidades. O questionário apresentava perguntas relacionadas a possíveis funções de onda, estados ligados e de espalhamento, processos de medição, valores esperados, papel do Hamiltoniano e dependência temporal da função de onda e de seus valores esperados. Os resultados apontam muita dificuldade dos estudantes na compreensão destes conceitos e que tutoriais e métodos de *peer-instruction* podem ajudar a reduzir significativamente tais dificuldades. Os autores também observam que cursos de graduação de MQ não têm sido efetivos em ajudar na compreensão destes tópicos, principalmente porque, em geral, o foco é mantido em avaliações quantitativas.

Hilger e Moreira (2013) apresentam alguns resultados preliminares de uma investigação sobre eventuais representações sociais da teoria quântica, possivelmente compartilhadas entre 238 estudantes do EM, todos da mesma cidade. O objetivo do trabalho era o de identificar e caracterizar possíveis representações sociais utilizando testes de associação numérica e escrita de conceitos, além de técnicas de análise multidimensional para o estudo dos dados obtidos. Segundo os autores, a compreensão dessas representações pode fornecer indícios acerca da influência dos meios de divulgação sobre as ideias dos indivíduos a respeito de conceitos científicos. Estas representações integram o conhecimento prévio do aluno e terão papel fundamental para a ocorrência de aprendizagem significativa da Física Quântica, caso possam ser caracterizadas como subsunçores. Os resultados apontam que as representações sociais dos conceitos quânticos são desenvolvidas de forma a que podem se tornar grandes obstáculos epistemológicos para a compreensão dos conceitos cientificamente aceitos.

Sinarcas e Solbes (2013) analisam o processo de ensino-aprendizagem em estudantes de segunda série do EM da Espanha e mostram as principais dificuldades enfrentadas por eles, principalmente as de cunho ontológico e epistemológico. Após a aplicação de um questionário a 78 estudantes e a análise de 10 livros didáticos, os autores consideram que os alunos possuem grandes dificuldades de compreensão da MQ, especialmente sobre o espectro descontínuo do átomo de Bohr, a diferença entre estado clássico e estado quântico de um sistema e a implicação tecnológica da MQ, e que os livros não conduzem à aprendizagem significativa dos conteúdos abordados, pois não introduzem os conceitos de forma crítica. O trabalho apresenta uma crítica razoável à prática tradicional para o ensino de MQ, visto que os



estudantes não compreendem efetivamente o papel da teoria quântica, e aponta uma nova abordagem para seu ensino. Os autores defendem que o ensino de MQ deve ser desenvolvido levando em conta o currículo oficial, os resultados da pesquisa educacional e o desenvolvimento histórico da MQ, incluindo conceitos e conteúdos procedimentais e tópicos da Natureza da Ciência e das relações Ciência-Tecnologia-Sociedade. Uma unidade de ensino obedecendo estes pontos foi desenvolvida e está sendo utilizada com alunos de EM para verificar se há superação das dificuldades e êxito nos objetivos propostos.

Didiș et al. (2014) apresentam a primeira parte de um estudo visando examinar os modelos mentais de 31 estudantes acerca da quantização de observáveis físicos, tais como luz, energia e momento angular, em um curso de Física Moderna. Os estudantes eram provenientes de curso de graduação em física ou em ensino de física. A análise qualitativa, segundo diversas entrevistas realizadas com os estudantes, revelou seis variações dos modelos mentais sobre a quantização dos observáveis físicos: modelo científico, modelo científico primitivo, modelo de retalhamento, modelo alternado, modelo integrado e modelo evolutivo. Os modelos dos estudantes foram determinados conforme o contexto e, além disso, alguns estudantes apresentavam um modelo misto, com a utilização de múltiplos modelos mentais, para explicar um fenômeno e os usavam de forma inconsistente.

#### *3.4. Análise de material didático*

Fazendo uma análise da presença de tópicos de FMC em livros didáticos de EM disponibilizados pelo Programa Nacional do Livro Didático do Ensino Médio (PNLEM), Domingui (2012) apresenta a opinião dos autores acerca da inserção destes temas no EM. Cinco livros foram analisados, todos contendo tópicos de FMC, seja em forma de capítulo, unidade ou em textos dispersos ao longo da obra. Os autores de dois livros consideram que a FMC não é um conteúdo específico de EM e deve ficar como um suplemento informativo dentro de outros capítulos, e ministrado somente se houver tempo e disponibilidade no currículo; os outros três autores defendem a inserção de FMC como essencial no EM, a ausência de tais temas sendo absurda e insustentável.

Simon et al. (2014) analisam um conjunto de livros de divulgação científica que abordam a MQ, visando sua utilização em cursos de nível superior. Dez livros foram selecionados segundo alguns critérios estabelecidos pelos autores: grau de adequação ao público-alvo, conceitos abordados, adoção de formulações matemáticas ou não e menção a experimentos ou não. Os autores consideram que os livros de divulgação científica, ao apresentarem os conceitos de forma rigorosa, podem se tornar uma opção plausível para discussões em disciplinas de mecânica quântica no ensino superior, sendo que nove dos dez livros analisados se mostraram adequados para o uso nas condições apresentadas. Salientam também que, apesar disso, a mera utilização dos livros analisados em sala de aula não fará com que o tema seja abordado de forma mais conceitual, mas pode ser um suporte para o professor. Ademais, é necessário que a didática do professor seja revista e que ele tenha um

profundo conhecimento sobre o tema, para poder trabalhar os conceitos de forma clara e motivadora sem envolver cálculos matemáticos sofisticados.

### *3.5. Estudos de formação continuada*

Considerando que a inserção de tópicos de FMC no EM é algo consensual entre pesquisadores na área de ensino de física, J. R. N. Silva et al. (2012) elaboraram um trabalho visando proporcionar a atualização das práticas de professores das redes de ensino público e privado em assuntos relacionados a conteúdos específicos de FMC. Um grupo de estudo/discussão foi formado e buscou-se investigar a presença de Necessidades Formativas para os professores de ciências, concluindo que a participação num grupo de estudo/discussão de tópicos de FMC pode suscitar nos participantes o desenvolvimento dessas características, principalmente no que se refere à possibilidade de explicarem fenômenos antes desconhecidos. As Necessidades Formativas são características consideradas necessárias para a formação de um bom professor, tais como: ruptura da visão simplista do ensino de ciências; conhecer a matéria a ser ensinada; questionar as ideias docentes do senso comum; adquirir conhecimentos teóricos sobre a aprendizagem das ciências; saber preparar atividades capazes de gerar uma aprendizagem efetiva; saber avaliar. Com base na análise individual dos professores do grupo, acreditam os autores que a metodologia de trabalho deste grupo pode servir como um modelo para grupos de formação continuada de professores de ciências.

## **4. Considerações acerca da revisão da literatura**

Apresentamos neste capítulo uma síntese de cinco artigos de revisão publicados em anos anteriores, bem como uma nova revisão até meados de 2015, em que o foco são trabalhos relacionados ao ensino de MQ. O tema inclui, pela correlação, também artigos sobre ensino de FMC.

Das cinco revisões mencionadas, três apresentam trabalhos compreendendo exclusivamente tópicos de MQ (Greca e Moreira (2001), Pantoja et al. (2011) e Silva e Almeida (2011)), enquanto as demais abordam trabalhos sobre tópicos de FMC (Ostermann e Moreira (2000) e Pereira e Ostermann (2009)). O primeiro trabalho de revisão apresentado, de Ostermann e Moreira (2000), considera que o pequeno número de artigos relacionados a estudos sobre concepções alternativas e a propostas testadas em sala de aula deve incentivar a pesquisa nessa área. O segundo artigo, de Greca e Moreira (2001), observa que os trabalhos listados indicam que os estudantes não compreendem satisfatoriamente os conceitos da MQ, mesmo que muitas das pesquisas realizadas não sejam conclusivas a respeito. Além disto, os autores criticam as abordagens tradicionais da MQ e recomendam uma ênfase nos aspectos conceituais desta teoria em cursos introdutórios. No terceiro trabalho, Pereira e Ostermann (2009) comentam que há uma escassez de estudos relativos à formação inicial e continuada de professores e sugerem investigar os processos conduzidos em sala de aula, que estruturam e

condicionam a aprendizagem, mesmo sabendo da importância no rigor e na ênfase que devem ser dados aos conceitos-chave. O quarto trabalho, de Pantoja et al. (2011), destaca o aumento da quantidade de artigos publicados na categoria de implementação de propostas didáticas (cinco e oito trabalhos, respectivamente, nos dois últimos anos da revisão) e tais implementações ocorrem, em sua maioria, no Ensino Superior (21 dos 25 trabalhos encontrados). Para a aplicação destas propostas, os autores apontam que as metodologias mais utilizadas são a aula expositiva, a instrução via laboratórios virtuais ou uma combinação destas duas. O quinto trabalho, de Silva e Almeida (2011), é específico para artigos relacionados com o EM e indica que a pertinência de se ensinar MQ no EM é cada vez mais consensual entre os pesquisadores da área, além de destacar que a existência de inúmeras sugestões de formas de abordagem da MQ evidencia a falta de definição no que tange aos conteúdos a serem ministrados no EM. Os autores ressaltam, também, a necessidade de realização de mais pesquisas sobre o ensino de MQ no EM, visando ampliar o conhecimento sobre o assunto e possibilitar que professores trabalhem tais tópicos em sala de aula.

Em seus trabalhos, Ostermann e Moreira (2000) e Greca e Moreira (2001) não indicam o número de artigos analisados em suas revisões, mas se estima que sejam mais de 50 trabalhos na primeira revisão e mais de 40 trabalhos na segunda revisão. Pereira e Ostermann (2009) apontam 102 artigos encontrados com a temática de estudo em seu trabalho, enquanto Pantoja et al. (2011) encontraram 60 trabalhos e Silva e Almeida (2011) relacionaram 23 trabalhos. Isto indica que, desde a década de 1970, cerca de 270 artigos foram analisados nestas revisões. Este número pode ser ligeiramente menor, visto que alguns artigos aparecem em mais de uma revisão.

A nova revisão, por nós organizada, relativa ao período de 2010 a 2015, encontrou 39 trabalhos relacionados ao tema de FMC, particularmente sobre tópicos de MQ, sendo dezesseis trabalhos relacionados com o EM ou com implicações para ele (sete em propostas pedagógicas, cinco em propostas didáticas implementadas, três em estudos sobre concepções e um em cada uma das demais). No período em análise, a revisão inclui o conteúdo e os temas mais atuais de MQ apresentados no Ensino de Física, segundo os periódicos analisados. As cinco revisões anteriores apontaram escassez ora na aplicação de propostas didáticas, ora nos estudos de levantamento de concepções, enquanto a presente revisão constata que os trabalhos estão bem divididos nas três primeiras categorias (onze na primeira, quatorze na segunda e onze na terceira), indicando que os estudos sobre a inserção de tópicos de MQ estão sendo realizados em diferentes abordagens de pesquisa. Alguns trabalhos encontrados no levantamento desta revisão mostram, inclusive, que algumas abordagens compreendem o ensino dos conceitos e princípios da MQ em níveis mais aprofundados, tais como em cursos de bacharelado ou de pós-graduação.

O presente trabalho visa a implementação de uma proposta didática com conceitos e princípios fundamentais da MQ para alunos de EM, algo não encontrado nos trabalhos analisados.

O desafio inerente à pesquisa neste campo de conhecimento fica explícito em praticamente todos os trabalhos encontrados, seja os relativos ao EM, ao ensino superior ou na formação continuada de professores. Isto, no entanto, não deve causar impedimentos para o desenvolvimento da pesquisa em Ensino de Física, mas sim promover uma busca por diferentes formas de apresentação da MQ, visando a atualização curricular e o interesse dos alunos nos conteúdos de Física e na carreira científica.

## CAPÍTULO III

### FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA: MECÂNICA QUÂNTICA

Este trabalho, como mencionado anteriormente, envolve uma atividade de ensino introdutório de Mecânica Quântica (MQ) para o Ensino Médio (EM), aplicada em sala de aula. Distinguindo-se da maioria das escolhas de temas ofertados ao EM, encontradas na literatura, a presente proposta enfoca alguns dos primeiros conceitos e princípios da Teoria Quântica não relativística.

Considera-se oportuno, então, incluir neste texto algum detalhamento sobre o conteúdo quântico que embasa o curso. Os postulados abordados são encontrados na obra pioneira de Dirac (1930) ou ainda, por exemplo, em Messiah (1959) e em Cohen-Tannoudji, Diu & Laloë (1973) (e edições posteriores), entre outros autores.

#### 1. Introdução

A MQ e a Teoria da Relatividade mudaram a maneira de ver e compreender o mundo físico, causando uma revolução e um avanço no conhecimento sobre a Natureza sem precedentes, no século XX.

A teoria quântica fornece um excelente modelo para a abordagem do mundo microscópico do átomo (Dicke e Wittke, 1973, p. V), bem como para a compreensão de vários fenômenos revelados por sistemas de maiores dimensões e como base para aplicações tecnológicas de grande impacto nas áreas mais diversas, algumas próximas à Física e outras bastante distantes dela. Áreas como as das Comunicações, da Saúde e da Informação se amparam fortemente na MQ e aparelhos como os de tomografias, ressonância magnética e PET Scan, além de lasers, semicondutores e supercondutores, são apenas alguns exemplos utilizados rotineiramente na atualidade.

No livro "O que é Vida?", publicado em 1944, Schrödinger (1997) afirma que "a MQ é o primeiro aspecto teórico que dá conta, a partir de princípios básicos, de todos os agregados de átomos presentes na Natureza".

Classificada como uma teoria, pois possui um número relativamente pequeno de premissas, das quais decorre toda uma gama de fenômenos observados, que a Física Clássica não descreve, a MQ nos surpreende ainda hoje com consequências novas e intrigantes. Os postulados constituem o cerne da teoria, mas são, via de regra, pouco abordados nas modalidades de ensino introdutório da MQ.

A justificativa de selecionar para cursos iniciais e de curta duração os primeiríssimos conceitos e princípios da MQ reside, para nós, em pelo menos um quarteto de considerações: explicitação das diferenças entre as premissas da FC e da MQ; baixa oferta destes tópicos em cursos introdutórios; avanço tecnológico propiciado pela pesquisa fundamentada nesta teoria;

interesse de áreas de conhecimento dantes não relacionadas à MQ, em número cada vez mais crescente.

A estudantes e profissionais de áreas não diretamente relacionadas à Física interessam mais os aspectos conceituais da Teoria Quântica e menos a resolução de problemas específicos, como os de equações de autovalores de energia de sistemas complexos, investigados pela Física Atômica, pela Física Molecular e pela Física Nuclear.

Neste contexto, são apresentados a seguir, então, alguns dos conceitos e princípios da MQ, que embasam o projeto de ensino assunto deste trabalho. O curso não utiliza a formulação dos mesmos, mas apresenta situações-problema que conduzem o aluno a compreender o que vários dos postulados estabelecem.

## 2. Postulados da Mecânica Quântica

A MQ não-relativística, enquanto teoria, se desenvolveu tanto a partir da Mecânica Ondulatória como a partir da Mecânica Matricial e, a seguir, através da Formulação Abstrata, sintetizada por Dirac (1930; d'Espagnat, 1976, p. 6). Quanto à evolução temporal em Física Quântica, uma apresentação tradicional da mesma (aqui priorizada) recorre à descrição de Schrödinger, que atribui aos estados dos sistemas quânticos a responsabilidade de evoluir no tempo, enquanto a descrição de Heisenberg, atribui aos operadores tal função.

Utiliza-se, ademais, a notação de Dirac, tal qual apresentada em Dirac (1930) e em Messiah (1959), em que o estado quântico é simbolizado por um vetor ( $|\psi\rangle$ ; ket), acrescido de uma característica interna, por exemplo,  $|\Psi(t)\rangle$  ou  $|E\rangle = |-13,6 eV\rangle$ .

Os princípios (ou postulados) referem-se a conceitos introduzidos, via de regra, com o recurso da linguagem tradicional, usada também em FC. Os primeiros conceitos introduzidos são o de sistema físico e o de grandeza física (ou observável), o sistema podendo ser elementar ou complexo, dependendo do interesse que se tenha em examinar suas propriedades.

Além disto, em algumas instâncias, são introduzidas correspondências entre elementos físicos e matemáticos, o que é explicitado em cada princípio.

Na introdução gradual dos postulados da MQ, batizamos de “postulado zero” uma correspondência entre um sistema físico e uma estrutura matemática, a saber, a assertiva: “A todo o sistema físico corresponde um espaço linear complexo<sup>2</sup>”. Tal afirmação pode ser também absorvida como: “Em MQ, vale o princípio da superposição linear”.

Como se poderá observar, este princípio vale para vetores geométricos em um espaço linear, bem como para ondas.

Então, não sendo novidade, o que há de especial nesta afirmação? De fato, trata-se aqui de um postulado de correspondência entre a Física de um sistema quântico e os construtos implícitos em um espaço vetorial. É nesta álgebra que a fenomenologia da MQ encontra guarida e, conseqüentemente, também nas propriedades associadas às operações

---

<sup>2</sup> O espaço linear complexo mencionado é, de fato, um espaço de Hilbert, mas, para cursos introdutórios, evita-se esta especificação que impõe a introdução de conceitos matemáticos mais elaborados.

com vetores e operadores. Efetivamente, espaços lineares complexos são definidos sobre o campo dos escalares complexos, e incluem vetores e operadores; os vetores podem se superpor linearmente gerando novos vetores e são transformados pela ação de operadores sobre eles.

O princípio da superposição linear estabelece que, dados dois (ou mais) vetores de um espaço linear, qualquer combinação linear destes vetores também é um vetor deste espaço linear.

### 2.1. Primeiro Postulado: Estado de um Sistema Quântico

O primeiro postulado se refere à entidade fundamental da MQ, o estado físico quântico, e pode ser enunciado como: “A todo estado de um sistema quântico, em dado instante de tempo, corresponde um vetor no espaço linear”.

O conceito de estado de um sistema quântico é basicamente o mesmo que o de estado de um sistema clássico (embora seja muito menos citado em Física Clássica) e pode ser apresentado como um conjunto de valores de grandezas físicas (compatíveis), em um determinado instante de tempo. O estado pode ser pensado, então, como um conjunto de valores de tudo a respeito de que se pode ter conhecimento concomitante sobre o sistema, em um dado instante de tempo. No caso clássico, em geral, as grandezas físicas são compatíveis, o que torna a concepção de estado quase trivial.

Por exemplo, quando se extravia um objeto e se pede ajuda a outras pessoas para encontrá-lo, é necessário informar sobre as características do objeto para obter sucesso na busca do mesmo. Não basta caracterizá-lo tal qual um fabricante detalha as informações técnicas de seu produto; é importante apresentar, também, especificações que tornem este objeto singular e pertencente a quem o procura. Muitas destas características não variam com o tempo, enquanto outras, sim. No exemplo citado, é sempre útil declarar qual a localização do objeto no momento em que foi perdido embora, em geral, o objeto, se reencontrado, estará em outro local. A relação das informações acerca do objeto constitui o estado do mesmo naquele instante de tempo.

Assim, alternativamente, pode-se enunciar o primeiro postulado da Mecânica Quântica como: “*Tudo o que se pode saber sobre o sistema físico em um dado instante de tempo  $t$  está expresso em seu estado, caracterizado pelo vetor  $|\Psi(t)\rangle$  de um espaço linear  $\mathcal{E}$* ”. A correspondência entre estado e vetor está contida neste enunciado, atribuindo ao estado do sistema quântico o papel de ente fundamental da MQ, papel este que, em espaços lineares, recai sobre o vetor.

A diferença entre o estado de um sistema elementar clássico e o de um sistema elementar quântico é, pois, que, em princípio, em FC o estado quando conhecido completamente reúne valores de todas as grandezas físicas associadas ao sistema, enquanto em Física Quântica isto ocorre apenas para os observáveis ditos compatíveis, como se verá na próxima seção.

Assim, o estado de um sistema quântico, quando conhecido completamente, contém as informações sobre valores de todos os observáveis compatíveis de um dado conjunto, em determinado instante de tempo. Isto implica em que deve ser possível acessar (medindo) estas informações e a isto se referem os quatro postulados seguintes.

Pelo primeiro postulado, então, os estados de sistemas quânticos podem ser descritos como vetores pertencentes a espaços lineares e sobre tais vetores podem ser executadas operações que, em geral, caracterizam modificações dos estados.

O princípio da superposição linear, nesta teoria, estabelece que, dados dois (ou mais) estados distintos admissíveis para um determinado sistema ou objeto quântico, então qualquer combinação linear destes dois (ou mais) estados também é um estado admissível para o sistema. Esta é uma decorrência simples do primeiro postulado que implica, no entanto, em consequências sobre situações físicas importantíssimas não previstas em Física Clássica, mas observadas em sistemas quânticos.

O princípio da superposição linear, consequência do primeiro postulado, é apresentado antes de outros postulados porque nele reside grande diferença de comportamento entre os sistemas clássicos e os sistemas quânticos, distinção básica entre a teoria clássica e a teoria quântica.

É importante salientar que este postulado não impõe a superposição linear aos objetos quânticos, mas sim aos estados dos objetos quânticos. Como exemplo, pode-se analisar a situação de um elétron submetido ao experimento de dupla fenda.

Para este elétron, consideram-se duas possibilidades (fendas) de passagem, ou seja, dois estados caracterizados classicamente por “estado de passagem pela fenda 1,  $|1\rangle$ ”, e “estado de passagem pela fenda 2,  $|2\rangle$ ”. Logo, um estado possível para este elétron, pelo princípio em questão, pode ser a superposição linear  $|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle + |2\rangle)$ , que seria lida como “estado de passagem pelas fendas 1 e 2”. Nada trivial!

## 2.2. Segundo Postulado: Grandezas Físicas e Operadores

Para conhecer completamente o estado de um sistema, em MQ, é necessário medir todas as grandezas físicas compatíveis<sup>3</sup> de um conjunto, associadas a este sistema. Medir uma dada grandeza física implica em uma operação de medida sobre o sistema. Tal operação é simbolizada no formalismo por um operador. Assim, o segundo postulado da teoria pode ser enunciado da seguinte maneira: “A cada grandeza física em MQ corresponde um operador linear hermitiano<sup>4</sup>, pertencente a um espaço linear  $\mathcal{E}$ ”. Em MQ, a medição é um processo que, via de regra, modifica o estado do sistema em análise. Assim, diferentemente da FC, o estado

<sup>3</sup> Por observáveis compatíveis entendem-se aqueles tais que, a medida dos valores de um deles, pode não alterar os valores da medida do outro. Em MQ a incompatibilidade de observáveis ocorre, por exemplo, entre os observáveis posição e momento linear (numa dada direção). Esta incompatibilidade entre posição e momento linear é comumente apresentada como o Princípio de Incerteza de Heisenberg. Pressupõe-se que os valores das medidas possam ser obtidos em um grande conjunto de sistemas, todos inicialmente nas mesmas condições.

<sup>4</sup> Operador linear hermitiano ( $\hat{A}$ ) é aquele que satisfaz, no produto escalar em que se encontra intercalado entre vetores  $|\Phi_1\rangle$  e  $|\Phi_2\rangle$ , a relação  $\langle \Phi_1 | \hat{A} | \Phi_2 \rangle = \langle \Phi_2 | \hat{A} | \Phi_1 \rangle^*$ . Tal operador possui somente autovalores reais e autovetores ortogonais para autovalores distintos.



de um sistema quântico não inclui informações sobre os valores de todas as grandezas físicas associadas ao sistema em um dado instante de tempo. Somente valores de observáveis compatíveis podem caracterizar um mesmo estado do objeto quântico, no mesmo instante de tempo. Como as grandezas físicas são passíveis de serem medidas, a cada grandeza física deverá corresponder uma operação de medida adequada e, portanto, um operador adequado.

Como exemplos, tem-se que ao observável físico posição corresponde um operador posição, ao observável energia corresponde um operador hamiltoniano em determinadas condições, ao observável projeção de spin em uma dada direção corresponde o operador de projeção de spin naquela direção, etc.

De acordo com o segundo postulado, então, medidas em MQ estão relacionadas a ações de operadores sobre estados dos sistemas.

### 2.3. Terceiro Postulado: Valores de Medidas

Enquanto os postulados anteriores podem ser considerados como postulados de correspondência entre o papel de vetores e operadores em espaços lineares e o de estados de sistemas físicos e de operações físicas – de medida ou não – sobre os estados, os demais postulados introduzem novas imposições. Apesar de relacionar grandezas físicas com operadores, o segundo postulado nada afirma sobre quais são os possíveis valores das medidas.

Em FC, o espectro de valores possíveis para as medidas de grande número de grandezas físicas está no contínuo, mas em MQ, dependendo da situação em análise, isto pode não ocorrer. Pode-se citar, como exemplo, os valores de energia (de ligação) do elétron do átomo de hidrogênio, os estados associados denominados autoestados e os valores obtidos, autovalores. Classicamente, esperar-se-ia que tais valores de energia estivessem em um contínuo, o que não ocorre. Os valores de energia de tal elétron podem ser obtidos, em MQ, a partir de uma equação (dita de autovalores) relativa ao operador hamiltoniano correspondente, concordando extremamente bem com os resultados experimentais. (Em um modelo bastante simplificado, obtêm-se autovalores  $-13,6 \text{ eV}$ ,  $-\frac{13,6}{4} \text{ eV}$ ,  $-\frac{13,6}{9} \text{ eV}$  e assim por diante, ou seja, o espectro de energias em questão é discreto.)

O que se observa, em geral, na MQ é que os resultados experimentais estão de acordo com aqueles decorrentes de cálculos de autovalores de operadores adequados, o que reforça a motivação para o segundo postulado, relativo à sua correspondência aos observáveis físicos. O terceiro postulado está, então, estritamente relacionado aos possíveis valores de medida de um observável e pode ser enunciado da seguinte forma: “*Os únicos resultados possíveis da medida de uma grandeza física são os autovalores do operador associado ao observável*”. Este postulado pode parecer estranho porque não menciona o estado do sistema, ou seja, os resultados (possíveis) de medidas parecem depender dos estados do sistema e se vincularem apenas ao operador associado à grandeza física.

Observe-se que alguns observáveis, inclusive posição e momento, possuem autovalores contínuos, embora outros apresentem autovalores discretos em número infinito ou até mesmo em número limitado (por exemplo, projeção de spin do elétron em uma dada direção).

#### 2.4. Quarto Postulado: Probabilidade de Ocorrência dos Valores de Medida

Apesar de o terceiro postulado informar sobre os possíveis valores de medida de uma grandeza física, ele não estabelece qual a obtenção, em medidas, de algum valor em particular. Pelo princípio de superposição linear, estados de sistemas quânticos podem ser expressos como (decompostos em) combinações de outros estados, em particular no conjunto de autoestados de um operador que corresponde a um observável físico. Um estado, quando decomposto em autoestados  $|\Psi(t)\rangle = \sum_n c_n(t)|a_n\rangle$  de certo operador que corresponde a um observável físico, apresenta, em situações de medida dos autovalores do referido operador, probabilidades distintas de ocorrência de cada autovalor.

O quarto postulado se refere a estas probabilidades e pode ser enunciado como segue, na situação simples de um observável que possui um conjunto de autovalores discretos e não degenerados: “Na medida da grandeza física  $A$  sobre um sistema quântico que se encontra no estado  $|\Psi(t)\rangle$ , de norma 1, com decomposição espectral em autoestados  $|a_n\rangle$  do operador  $\hat{A}$  que corresponde à grandeza  $A$  (caso discreto e não degenerado<sup>5</sup>), a probabilidade de se obter o autovalor  $a_n$  de  $\hat{A}$  é  $|c_n(t)|^2$ ”.

Por exemplo, um dado estado de projeção de spin de um elétron (supostos de norma 1), com decomposição espectral em autoestados de projeção de spin em uma dada direção ( $\hat{z}$ ), pode ser expresso como  $|\Phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}|+\hbar/2\rangle_{\hat{z}} - i\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}|-\hbar/2\rangle_{\hat{z}}$ . Neste caso, há uma probabilidade de  $\frac{1}{3}$  de se obter o autovalor  $+\hbar/2$  e uma probabilidade de  $\frac{2}{3}$  de se obter o autovalor  $-\hbar/2$ , para a projeção de spin na direção  $\hat{z}$ .

Este postulado, cuja comprovação se dá realizando um grande número de medidas sobre sistemas, todos no mesmo estado, assegura também que quando o objeto físico se encontra em um autoestado do operador que corresponde à grandeza física medida, a probabilidade de se obter o autovalor correspondente é 1 e a de se obter qualquer outro autovalor é 0.

#### 2.5. Quinto Postulado: Colapso do Estado

O que ocorre com o estado do sistema quântico após ter sido feita a medida de alguma grandeza física? Em geral, o sistema não mais se encontra no estado anterior à medida, estado este que se constitui em uma superposição de autoestados do observável em análise.

---

<sup>5</sup> Nesta tese não serão consideradas situações de casos degenerados, discretos ou contínuos, por questão de simplicidade.

Por efeito da medida, o estado “colapsa” para o autoestado referente ao autovalor obtido e, imediatamente<sup>6</sup> após, uma segunda medida confirma o valor da primeira.

Com este postulado, simplifica-se o tratamento do processo de medida. A redução do estado, ao realizar-se uma medida de uma grandeza física, presente no quinto postulado, pode ser enunciada da forma seguinte. “Se a medida de um observável  $A$  sobre o sistema físico que se encontra no estado  $|\Psi(t)\rangle = \sum_n c_n(t)|a_n\rangle$  resulta no autovalor  $a_n$  do operador  $\hat{A}$  correspondente (caso discreto e não degenerado), imediatamente após a medida o estado do sistema é o autoestado  $|a_n\rangle$ ”.

O estado  $|\Phi\rangle$  citado como exemplo na seção 2.4, após uma medida da projeção de spin na direção  $\hat{z}$  com autovalor  $+\hbar/2$ , passa a se encontrar no estado  $|+\hbar/2\rangle_z$ . Uma segunda medida em um instante posterior imediato fornecerá, com probabilidade igual a 1, o valor  $+\hbar/2$ . Um tratamento mais elaborado sobre a transformação que afeta o estado no ato da medida é feita por vários autores, mas resulta bastante complexa para o nível de ensino pretendido com este trabalho (vide, por exemplo, Gottfried (2003)).

## 2.6. Sexto Postulado: Evolução Temporal dos Estados Quânticos

Para repetir o mesmo resultado de certa medida, em MQ, foi mencionado que se deve efetuar a segunda medida imediatamente após a primeira. Isto porque o sistema quântico pode evoluir e se modificar com o transcorrer do tempo. Em MQ, apesar de não haver um determinismo como o da FC para a obtenção de resultados nas medidas de valores de observáveis físicos, existe uma lei (causal) que rege a evolução temporal dos estados de sistemas quânticos.

O sexto postulado introduz a equação de Schrödinger dependente do tempo como tal lei causal para os estados de sistemas quânticos. “A evolução temporal do estado  $|\Psi(t)\rangle$  de um sistema quântico é governada pela equação de Schrödinger  $i\hbar \frac{d}{dt} |\Psi(t)\rangle = \hat{H}(t) |\Psi(t)\rangle$ , em que  $\hat{H}(t)$  é o operador hamiltoniano associado à interação que sofre o sistema<sup>7</sup>”.

A superposição linear de estados provoca, muitas vezes, interessantes efeitos na evolução temporal dos estados de sistemas quânticos. No caso de uma partícula confinada a uma região de potencial do tipo oscilador harmônico duplo (a uma dimensão espacial, por exemplo), em uma superposição dos dois primeiros autoestados de energia, a partícula oscila, com o passar do tempo, entre as duas regiões do potencial, ocorrendo, em alguns momentos, maior probabilidade de ser encontrada de um lado do potencial e, em outros momentos, do outro lado. Tal efeito serve de base para a construção de relógios atômicos, por exemplo como no caso da molécula de amônia.

---

<sup>6</sup> Imediatamente, aqui, significa que o intervalo de tempo transcorrido entre o instante da primeira medida e o instante de uma nova observação é suficientemente pequeno para que o estado do sistema não se modifique expressivamente no tempo, ou seja, a única modificação significativa do estado seja a provocada pelo ato de medida.

<sup>7</sup> Para que o operador hamiltoniano represente a energia total do sistema, é necessário que seja independente do tempo.

### 3. Situações de aplicação dos postulados

Considerando apenas os seis postulados apresentados, na realização de um curso para alunos de EM pretende-se analisar, sobretudo, as dificuldades enfrentadas na compreensão dos conceitos de estado e de superposição linear de estados pelos estudantes. Tais conceitos permeiam algumas situações incluídas no curso cabendo aqui, então, uma breve apresentação das mesmas. Na análise e discussão de resultados, a compreensão dos alunos é averiguada com base nestas aplicações.

São apresentados experimentos de dupla fenda, o experimento de Stern-Gerlach, uma análise da polarização da luz, o emaranhamento quântico, a criptografia quântica e três outras situações de forma abreviada.

#### 3.1. Experimentos de Dupla Fenda

O aparato necessário para a execução de um experimento dito de dupla fenda consta basicamente de uma fonte que emitirá o objeto de análise, um anteparo com duas fendas<sup>8</sup> e um segundo anteparo para efeitos de registro. A figura 1 ilustra simplificada o esquema deste experimento.

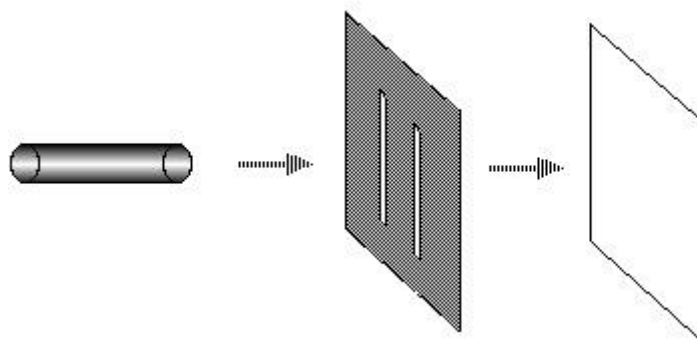


Figura 1. Esquema de um experimento de dupla fenda com fonte, anteparo dotado de duas fendas e anteparo de registro.

Três casos são comumente analisados neste tipo de experimento: experimento com ondas eletromagnéticas, experimento com partículas clássicas e experimento com partículas quânticas. O primeiro recai no conhecido experimento de Young, descrito pela Mecânica Ondulatória, como também o experimento do tanque de ondas realizado, em geral, em água. Quando de sua elaboração, o experimento de Young auxiliou no estabelecimento do caráter ondulatório da luz, reforçando o encerramento de um debate que se arrastava desde a época de Newton a respeito da dualidade da natureza da luz, como onda ou como partícula. Contudo,

<sup>8</sup> Por simplicidade, consideram-se duas fendas de mesmas dimensões e dispostas simetricamente em relação à fonte.

arranjos mais modernos deste experimento possibilitaram a verificação de que, mesmo objetos tradicionalmente descritos como partículas, manifestam propriedades de caráter ondulatório. A explicação ondulatória usual do experimento de Young se refere à chegada de uma mesma frente de onda em cada uma das fendas, com ocorrência de difração e geração de duas novas ondas. Estas duas ondas interferem de forma construtiva e destrutiva, gerando um padrão de interferência (vide figura 2).

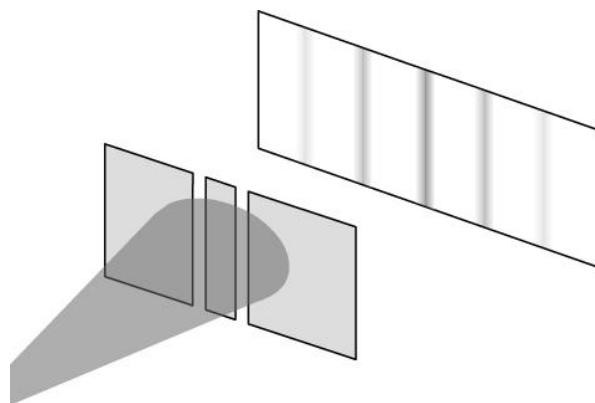


Figura 2. Padrão de interferência obtido no experimento de dupla fenda com ondas eletromagnéticas.

Se o experimento for realizado com partículas clássicas<sup>9</sup>, o padrão visualizado é completamente diferente do ondulatório. Neste caso, observa-se que as partículas passam *ou* pela fenda 1 ou pela fenda 2, pois somente aparecerá uma franja na região atrás de cada fenda no anteparo de registro, conforme apresentado na figura 3. O estado do objeto não será descrito como uma superposição de estados de passagem pelas fendas 1 e 2. A ausência de superposição linear classifica este sistema como clássico.

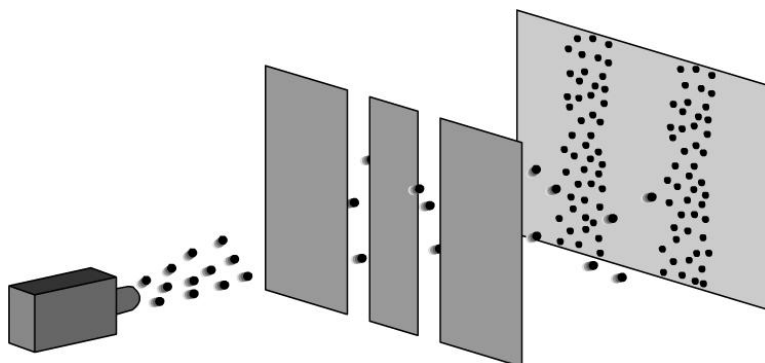


Figura 3. Experimento de dupla fenda com partículas clássicas.

Os resultados do experimento de dupla fenda com partículas quânticas, como elétrons, nêutrons ou prótons, intrigaram a comunidade científica. Poder-se-ia pensar inicialmente que seria visualizado um padrão semelhante ao das partículas clássicas, por se tratar de porções de matéria, mas o que se observa é um padrão próximo ao do experimento com ondas,

<sup>9</sup> Evita-se a utilização do termo "macroscópico", pois já são observados comportamentos ondulatórios de objetos considerados "grandes" como, por exemplo, o fulereno (Arndt et al., 1999). Aspelmeyer e Zeilinger (2008) salientam que tais situações são tipicamente quânticas.

conforme esquematizado na figura 4. A explicação para este resultado utiliza o princípio da superposição linear. Quando o experimento é realizado com as duas fendas abertas e sem qualquer dispositivo de medição capaz de interferir com o registro no anteparo final, são consideradas duas possibilidades básicas para o estado de cada partícula: o estado de passagem pela fenda 1 e o estado de passagem pela fenda 2. No entanto, o princípio de superposição linear afirma que, se temos dois estados possíveis para um sistema físico (estado pela fenda 1 e estado pela fenda 2), qualquer combinação linear desses dois estados também é um estado possível para o sistema. Observe-se que o “padrão de interferência” registrado no segundo anteparo se refere à detecção de número de partículas nas regiões indicadas e que não ocorre contagem de fração de partícula.

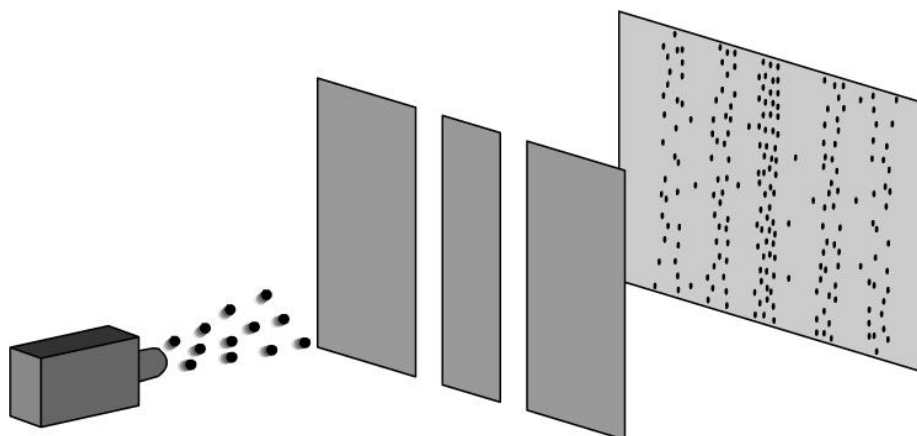


Figura 4. Experimento de dupla fenda com partículas quânticas.

Uma das variações importantes do experimento de dupla fenda com partículas quânticas é o caso de emissão de partícula por partícula pela fonte. Nos primórdios da teoria quântica, cogitou-se que o padrão de interferência observado para partículas no experimento ocorria devido à possível interação entre as partículas (de um feixe) na trajetória entre os dois anteparos. Contudo, fazendo-se com que uma segunda partícula seja emitida somente após a detecção da primeira no segundo anteparo, observa-se também padrão de interferência e evita-se que tal hipótese possa ser considerada. Este caso revela mais claramente que o estado citado anteriormente é uma superposição dos estados associados à passagem da partícula pela fenda 1 e pela fenda 2<sup>10</sup>.

A simplicidade conceitual destes experimentos sugere que a introdução e a motivação para o aprendizado de fenômenos quânticos possam ser feitas com o auxílio dos mesmos. Como ocorrem duas possibilidades em cada experimento (fenda 1 e fenda 2), o sistema pode ser pensado, de modo simplificado, como binário e se referir, então, a um espaço bastante simples para a análise dos resultados. Sistemas de superposição simples (binária) são importantes em MQ, a apresentação de alguns deles ocorrendo nas próximas seções.

<sup>10</sup> O padrão de interferência, em ambos os casos, só é obtido após a emissão de um grande número de partículas.

### 3.2. Experimento de Stern-Gerlach

Um exemplo de sistema binário ocorre com o experimento proposto por Gerlach e Stern (1922), conduzindo à introdução do conceito de spin para o elétron por Uhlenbeck e Goudsmit (1925; 1926). O arranjo experimental tradicional inclui um forno em que se aquece e vaporiza o sistema a estudar, um colimador por onde passa o material vaporizado e um campo magnético fortemente inhomogêneo em uma dada direção, ao qual é submetido o material que é, finalmente, registrado em um anteparo. Originalmente foi utilizado o metal prata no experimento, verificando-se que seus átomos se situavam em dois grupos distintos no anteparo, como representado (de forma ampliada) na figura 5.

A explicação do fenômeno advém do fato de cargas em movimento gerarem campos magnéticos (vide, por exemplo, Caruso e Oguri (2006) e Walker (2009)), conduzindo a relações entre momentos angulares de sistemas carregados e momentos magnéticos. Tais momentos magnéticos, por sua vez, interagem com campos magnéticos inhomogêneos a que eventualmente as cargas sejam submetidas. Como os átomos são sistemas de partículas carregadas, pode-se esperar a observação de efeitos desta interação.

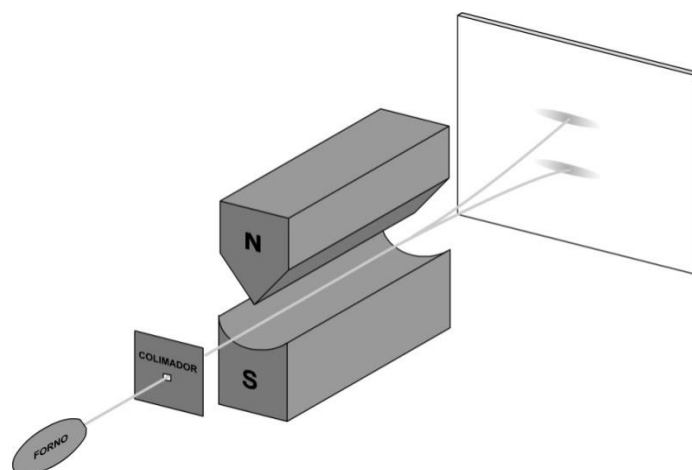


Figura 5. Esquema do experimento de Stern-Gerlach.

Na experiência realizada, a escolha do elemento químico prata (Ag) não foi arbitrária. O elemento contém 47 elétrons e a estrutura eletrônica da prata indica que, no estado fundamental, apenas um elétron (o de menor energia de ligação) sofre influência do campo magnético inhomogêneo, ou seja, o campo exerce força magnética praticamente neste único elétron. Este elétron, contudo, apresenta momento angular orbital zero, o que faria com que o resultado esperado fosse o de uma franja estreita única no anteparo, na região central entre as duas faixas indicadas na figura 5. O campo magnético inhomogêneo que atua sobre o 47º elétron do átomo de prata, exerce uma força  $\vec{F} = -\vec{\nabla}V = \vec{\nabla}(\vec{m} \cdot \vec{B})$ , em que  $V$  é o potencial escalar,  $\vec{m}$  é o momento magnético devido ao spin do elétron e  $\vec{B}$  é o campo magnético inhomogêneo que atua sobre o elétron. Não existindo momento angular orbital, foi introduzida a hipótese da existência de um momento angular intrínseco do elétron (spin) que geraria o momento magnético  $\vec{m}$ . Como ocorre um desdobramento do feixe em dois, indicam-se como

estados possíveis de projeção do spin na direção do campo os estados  $|+\rangle$  e  $|-\rangle$ , tendo-se uma superposição linear dos mesmos:  $|\Phi\rangle = c_1|+\rangle + c_2|-\rangle$  para o feixe primitivo.

### 3.3. Polarização da Luz

Outro exemplo binário de grande interesse em Física Quântica é o de estados de polarização da luz. Considere-se luz plano-polarizada com direção de polarização arbitrária  $\vec{p}$  no plano xz, que se propaga na direção  $\vec{y}$  e que incide sobre um polarizador que só permite a passagem de luz polarizada na direção  $\vec{z}$ , conforme esquematizado na figura 6(a).

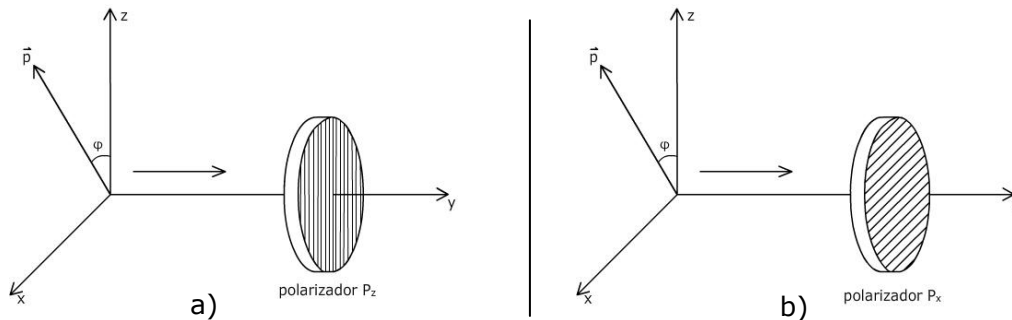


Figura 6. (a) Polarizador na direção  $\vec{z}$  (b) Polarizador na direção  $\vec{x}$ .

Em uma descrição clássica o campo elétrico correspondente, que aponta na direção  $\vec{p}$ , é  $\vec{E} = E_0 \vec{p} e^{i(ky - \omega t)}$ . A intensidade  $I$  do campo transforma-se, após a passagem pelo polarizador  $P_z$ , em  $I_z = I \cos^2 \varphi$ , com  $\varphi$  o ângulo entre os eixos  $\vec{z}$  e  $\vec{p}$ . A concepção quântica a respeito do feixe é a de que ele é constituído de fótons e que a intensidade do feixe é proporcional ao número de fótons ali existentes.

Se a fonte de luz for de intensidade muito baixa (ou seja, se a estimativa clássica não for mais adequada), de modo que se possa até pensar em um fóton a cada vez sendo registrado em um dispositivo colocado um pouco atrás do polarizador, ter-se-á que *ou um* fóton é registrado *ou nenhum*, ou seja, não ocorre registro de “fração de fóton”. Contudo, se muitos fótons forem enviados um a um, durante um intervalo de tempo convenientemente longo, ao final terá sido registrado no dispositivo um número de fótons  $N_z = N \cos^2 \varphi$ , ou seja, reproduz-se em número de contagens a lei que caracteriza a intensidade revelada classicamente.

Utilizando-se um segundo grupo de fótons, com a mesma polarização na direção  $\vec{p}$  e, se ao invés de um polarizador que permite apenas a passagem de luz polarizada na direção  $\vec{z}$ , for colocado um polarizador  $P_x$  que permite apenas a passagem de luz polarizada na direção  $\vec{x}$ , novamente não serão registradas “frações de fótons” no dispositivo obtendo-se, ao final do processo com  $N$  fótons, um número de fótons  $N_x = N \sin^2 \varphi$ . Observe-se que  $N_x + N_z = N$ , ou seja, passa pelos polarizadores a totalidade dos fótons, se somadas as passagens por  $P_x$  e  $P_z$ . Um feixe que se apresente polarizado na direção  $\vec{z}$  passará todo por  $P_z$  e um feixe polarizado na direção  $\vec{x}$ , passará todo por  $P_x$ .



### 3.4. Emaranhamento Quântico

O Emaranhamento Quântico (EQ), criticado no famoso artigo publicado por Albert Einstein, Boris Podolski e Nathan Rosen em 1935 (Einstein et al., 1935), é conhecido como paradoxo EPR. No referido trabalho, a descrição acerca da realidade física proporcionada pela MQ é colocada em discussão. A grande crítica apontada pelos autores é que, se a MQ estiver completa, ela não deve permitir situações extremamente absurdas como uma “ação fantasmagórica à distância”, aparentemente revelada no EQ. Schrödinger (apud Pinto Neto, 2010, p. 40) considera o EQ como o traço característico da MQ, aquele que impõe um total abandono das linhas clássicas de pensamento.

O argumento do famoso trabalho sobre EPR parte de duas premissas.

- 1) Uma teoria só é completa se todo elemento de realidade física tiver uma contrapartida na teoria física.
- 2) Se, sem perturbar o sistema de forma alguma, for possível prever com certeza o valor de uma quantidade física, então existe um elemento de realidade física correspondendo a esta quantidade física.

Griffiths (2005) apresenta uma versão simplificada do paradoxo EPR, introduzida por David Bohm (1979)<sup>11</sup>. Considere o decaimento de um méson  $\pi$  neutro em um elétron e um pósitron:  $\pi^0 \rightarrow e^- + e^+$ . Supondo o pión em repouso, o elétron e o pósitron viajarão em sentidos opostos (conservação de momento linear). Como o pión possui spin zero, por conservação de momento angular, o sistema elétron-pósitron se encontra em um estado de spin com a seguinte configuração:  $|\Psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|-\rangle_e - |+\rangle_{e^+} + |+\rangle_e - |-\rangle_{e^+})$ . Isto é, se o elétron estiver no estado de projeção de “spin para cima”, então o pósitron estará no estado de projeção de “spin para baixo” (denominações simplificadas para projeções de spin) e vice-versa. Embora a MQ não seja capaz de dizer em qual combinação o sistema composto pelo elétron e pelo pósitron se encontra, ainda assim se pode verificar que as projeções de spin das duas partículas estão fortemente correlacionadas e, após várias medições, encontrar-se-á, na situação deste exemplo, uma probabilidade igual de se ter cada um dos autovalores possíveis. Supondo que o elétron e o pósitron viajaram dez metros (ou dez anos-luz) cada um e que na medida da projeção de spin de uma das partículas foi encontrado, por exemplo, o valor “spin para cima”, imediatamente se saberá que a outra partícula, situada a vinte metros (ou vinte anos-luz) da primeira, estará com “spin para baixo”.

Apesar deste fato, em princípio, não parecer tão surpreendente, ele se mostra contrário à visão realista da teoria quântica, defendida no artigo EPR. A medida da projeção de spin de uma das partículas causa um colapso instantâneo no estado do sistema e “produz” o valor da projeção de spin da outra partícula. Esta consequência dos postulados da MQ foi duramente criticada por Einstein e seus colaboradores; para eles, o elétron e o pósitron deveriam ter projeções de spin bem definidas ao longo de todo o processo, mesmo que a MQ não consiga fornecer esta informação.

---

<sup>11</sup> Enquanto David Bohm argumenta com uma partícula genérica, Griffiths utiliza o méson  $\pi$ .

O EQ conduz a um conceito extremamente importante para a MQ: a não-localidade. Este conceito é considerado como um dos pilares da teoria quântica (Zeilinger, 1999). Apesar do que alguns estudiosos acreditavam inicialmente, a MQ é uma ciência em que a não-localidade, não só é permitida, como é fundamental para a explicação e o desenvolvimento de inúmeras técnicas experimentais. Vários trabalhos foram realizados utilizando o EQ como pressuposto teórico, inclusive com o prêmio Nobel sendo atribuído a alguns deles, como o recente prêmio a David Wineland e Serge Haroche em 2012. Suas descobertas permitiram pesquisas com computação quântica, relógios atômicos altamente precisos e outros (Itano et al., 1994; Haroche, 1998; Raimond et al., 2001).

Outra consequência do EQ é a existência de uma inseparabilidade quântica fundamental. As propriedades de uma partícula em um estado emaranhado dependem do que ocorre com qualquer uma das outras partículas que compõem o estado ao qual ela pertence, mesmo quando através de uma ação à distância, ocorrendo uma perda parcial da individualidade da mesma.

Alguns autores consideram o EQ tão fundamental quanto o Princípio da Incerteza, mas ainda assim esse é um tópico raramente abordado em cursos de Física, como ressalta também Hobson (2012, p. 270).

Por ser uma consequência do princípio da superposição linear e por conduzir a uma gama de situações instigantes e muito novas, o EQ é candidato a ser discutido em diversos níveis de ensino, conforme constatado por Rocha (2008) e reiterado por Kuttner e Rosenblum (2010, p. 124), além de auxiliar na introdução da MQ no EM.

### *3.5. Criptografia Quântica*

A criptografia quântica (CQ) é uma área recente de aplicação dos conceitos mais fundamentais da MQ, de extrema importância não apenas do ponto de vista científico, mas também para transações comerciais, financeiras e militares. Conceitos como o da superposição linear e o do EQ servem de ancoradouro para a CQ e mostram como a MQ pode ter implicações no mundo atual.

A segurança de um processo criptográfico consiste na codificação de mensagens, tornando-as inacessíveis ou ininteligíveis para qualquer pessoa que as intercepte e não saiba como decodificá-las. Registros de antigos processos criptográficos datam do tempo do Império Romano, mais especificamente da utilização dos mesmos pelo Imperador Julio Cesar para se comunicar com seus generais. Os processos clássicos de criptografia mais utilizados possuem segurança baseada na fatoração de números primos muito grandes (Oliveira e Vieira, 2009, p. 144), mas com o advento da computação quântica, códigos que poderiam levar dias (ou até milhares de anos) para serem descobertos com um computador clássico, podem ser revelados em tempos da ordem de poucas horas. Assim, faz-se necessária a introdução de um novo tipo de criptografia, imune à incrível velocidade da computação quântica: a criptografia quântica. Nesta forma de codificação, a segurança não está vinculada à rapidez de processamento do

computador, mas sim à capacidade de se perceber que alguém esteja tentando interceptar o código.

Em um trabalho para introduzir a CQ de forma mais acessível ao público leigo, Rigolin e Rieznik (2005) apresentaram quatro dos principais protocolos quânticos: BB84, E91, BBM92 e B92, sendo os dois últimos simplificações dos dois primeiros. Não cabe aqui uma descrição detalhada de cada um destes protocolos, mas é conveniente uma breve apresentação com o destaque do ponto mais importante de cada um. A segurança desses protocolos é baseada apenas em uma longa sequência de números aleatórios trocada entre o emissor e o receptor da mensagem (chamados usualmente na literatura de Alice e Bob, respectivamente) e que deve ser compartilhada em segredo. Essa sequência de números aleatórios é conhecida como chave criptográfica. A distribuição de chaves quânticas é uma tecnologia baseada nas leis da MQ para gerar e distribuir chaves de criptografia comprovadamente seguras em canais tidos como inseguros.

O protocolo BB84 foi o primeiro introduzido, sendo considerado até hoje o mais simples protocolo de distribuição de chaves quânticas; este protocolo foi proposto, em 1984, por Charles Bennett e Gilles Brassard no trabalho “Quantum cryptography: public key distribution and coin tossing”. O protocolo transmite fótons polarizados por um canal quântico e utiliza também um canal clássico de comunicação (por exemplo, Internet ou telefone). O canal clássico não afeta a segurança do processo porque é usado para conferência de alguns dados a serem descartados posteriormente.

Usando o exemplo tradicional, são consideradas duas pessoas bastante afastadas (Alice e Bob, no caso) desejando se comunicar. Supõe-se que Alice envie fótons e Bob os receba. Antes de iniciar o processo, Alice e Bob escolhem as bases (compostas por dois estados ortogonais de polarização) a usar na transmissão e recepção dos fótons, por exemplo, as constantes da figura 7, apresentadas por Bennett e Brassard (1984).



Figura 7. Representação das bases adotadas por Alice e Bob para a transmissão de fótons.

A base A mede *com certeza* a polarização dos fótons que apresentam polarização horizontal ou vertical, enquanto a base B mede *com certeza* a polarização dos fótons que apresentam polarizações diagonais, a 45° em relação à base A.

Alice e Bob combinam previamente, também, qual polarização representará os bits 0 e 1 (que são as menores unidades de informação) em cada base, o que pode ser feito através de um canal clássico de comunicação. Supondo que o bit 0 corresponda à polarização horizontal na base A e à polarização diagonal direita na base B ( $|0\rangle_A$  e  $|0\rangle_B$ ), então a polarização vertical na base A e a polarização diagonal esquerda na base B serão associadas ao bit 1 ( $|1\rangle_A$  e  $|1\rangle_B$ ). Classicamente, seriam esperados estados de polarização ou  $|0\rangle$  ou  $|1\rangle$ . Contudo, pelo princípio da superposição linear, podem existir estados de polarização que sejam combinações

dos estados  $|0\rangle$  e  $|1\rangle$ . Em particular, podemos representar estados de polarização de uma das bases em função dos da outra, resultando, por exemplo,  $|0\rangle_B = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_A + |1\rangle_A)$  e  $|1\rangle_B = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_A - |1\rangle_A)$ .

Todos os protocolos mencionados embasam sua segurança no fato de que a observação dos estados utilizados para transmissão das chaves quânticas por outras pessoas promoverá o colapso do estado, o que será percebido por Alice e Bob.

O protocolo **E91**, proposto por Artur K. Ekert (1991), utiliza Estados de Bell (por exemplo,  $|\Psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle|1\rangle - |1\rangle|0\rangle)$ ) para transmitir chaves quânticas, ou seja, trabalha com estados emaranhados.

Bennett, Brassard e Mermin (1992) simplificaram o protocolo E91, criando o protocolo **BBM92**, mostrando de um modo mais simples que não é possível que outra pessoa conheça as chaves sem que Alice e Bob o percebam.

Bennett (1992) criou o protocolo **B92**, em que dois estados *não-ortogonais* de polarização de fótons são utilizados na transmissão das chaves criptográficas.

### 3.6. Outros exemplos de aplicação

Além das situações-problema acima, apresentamos, de forma sucinta, outros exemplos de aplicações dos conceitos de MQ, que podem ser considerados de igual importância, mas que não foram utilizados como objetos de ensino no decorrer da pesquisa. Outras situações podem ser encontradas, por exemplo, em Oliveira (2005).

A computação quântica, mencionada na seção anterior, utiliza o q-bit (ou qubit) como unidade fundamental de processamento. Um computador (clássico) trabalha com bits 0 ou 1. Já, um q-bit, pode se apresentar em superposições de estados do tipo  $|\text{qubit}\rangle = C_0|0\rangle + C_1|1\rangle$ , possibilitando a abertura de muitos canais de processamento, fazendo com que um computador quântico efetue cálculos muito mais rapidamente que um computador clássico.

Uma situação de aplicação dos principais conceitos da MQ, conhecida como o paradoxo do gato de Schrödinger, é apresentada com a configuração abaixo (Schrödinger, 1935, p. 812).

“Um gato é colocado em uma câmara de aço, juntamente com o seguinte mecanismo diabólico (inacessível ao gato): dentro de um contador Geiger há uma pequena quantidade de um material radioativo, tão pequena que no decorrer de uma hora talvez um único átomo decaia, mas com igual probabilidade de não decair. Se o decaimento ocorrer, o contador Geiger ativará um martelo, por meio de um relé, que quebrará um frasco contendo cianureto. Deixando o sistema isolado por uma hora, pode-se afirmar que o gato estará vivo caso o átomo não tenha decaído ou morto se o decaimento tiver

ocorrido. O estado que descreve o sistema pode ser expresso como uma superposição de gato vivo e gato morto em partes iguais:  $|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\Psi_{\text{vivo}}\rangle - |\Psi_{\text{morto}}\rangle)$ .”

É fácil verificar que, quando no estado  $|\Psi\rangle$  acima, não se pode afirmar que o gato esteja vivo ou morto, pois as duas possibilidades coexistem e não podem ser descartadas, criando-se assim o paradoxo. Apesar de que, em um primeiro momento, este exemplo possa ser considerado como exclusivamente ilustrativo em MQ, inúmeros trabalhos mostram que é possível criar “estados de gatos de Schrödinger” com átomos e que são fundamentais para a Computação e Comunicação Quântica (Colavita e Hacyan, 2003; Leibfried et al., 2003; Leibfried et al., 2005).

Outro exemplo interessante de aplicação dos conceitos de MQ é a holografia quântica. Ela é considerada como uma técnica inovadora para a reconstrução da superposição linear de estados (ou pacotes de ondas). Fazendo-se uma analogia com a holografia óptica, permite-se que o estado de um objeto a ser caracterizado interfira com um conhecido estado de referência (Leichtle et al., 1998). Para criar o holograma, pulsos de dois lasers com defasagem temporal entre si são utilizados para excitar os objetos de análise e os resultados mostram que os dados contêm informação suficiente para se obter todo o estado quântico do sistema. Esta aplicação é de grande interesse para estudos de MQ em diversos níveis de ensino, pois o termo “holograma quântico” vem sendo utilizado de forma totalmente equivocada como justificativa dos efeitos medicinais de itens em circulação no mercado nacional. Alguns fabricantes, inclusive, já foram obrigados a publicar notas de esclarecimento sobre ineficácia de seus produtos<sup>12</sup>.

A teleportação quântica é um fenômeno de transmissão de informação (Bennett et al., 1993) que permite transportar o estado de um objeto quântico a outro objeto quântico (sem acompanhamento de matéria), desde que não se procure obter informações sobre tal estado durante o processo de transmissão. A teleportação utiliza o EQ para o envio de informação e necessita de três participantes em seu processo, tais como fótons com polarizações horizontal e vertical. Como o EQ já é realizável a grandes distâncias (Schmitt-Manderbach et al., 2007; Ursin et al., 2007), teoricamente é possível transferir informações via teleportação quântica em distâncias desta ordem (cerca de 150 quilômetros).

É possível verificar facilmente que, em todos os exemplos apresentados, tanto o estado de um sistema físico como a superposição linear são conceitos fundamentais no trato da MQ, sendo esta uma das razões pelas quais esta tese os coloca em um papel central para uma abordagem introdutória à teoria quântica no EM.

---

<sup>12</sup> Em janeiro de 2011, um fabricante de pulseiras com supostos hologramas quânticos foi obrigado a publicar a seguinte nota: “Em nossas propagandas, afirmamos que os braceletes Power Balance melhoram seu vigor, equilíbrio e flexibilidade. Admitimos que não há provas científicas confiáveis que sustentem nossas afirmações e, portanto, que assumimos uma conduta enganosa, em violação da s52 do Trade Practices Act 1974. Se você acredita ter sido lesado por nossa propaganda, pedimos desculpas e oferecemos reembolso integral.” Notícia divulgada em <http://gizmodo.uol.com.br/pulseiras-dapowerbalance-nao-funcionam-admite-empresa/>. Acesso em 24 de fevereiro de 2015.

#### 4. Implicações para o ensino

Este capítulo teve como objetivo a apresentação dos aspectos da MQ utilizados ao longo dos cursos oferecidos aos alunos do EM. Foram introduzidos os postulados da MQ e situações de aplicação consideradas simples para o estudo de seus principais conceitos e premissas.

Além de enfatizar os conceitos de estado e de superposição linear de estados, os postulados relacionados (à exceção do sexto) foram frequentemente abordados nas aulas e a compreensão dos mesmos foi testada em exercícios e nas avaliações.

As situações de aplicação listadas não contemplam todo o arcabouço considerado de interesse para o trato da MQ, mas serviram como um ponto de partida para a elaboração do texto de apoio que será comentado no capítulo V. As principais situações de aplicação utilizadas ao longo do trabalho foram o experimento de dupla fenda, o experimento de Stern-Gerlach, a polarização da luz, o emaranhamento quântico e a criptografia quântica. Além destes, outras situações de aplicação também foram utilizadas sempre que servissem para esclarecer algum conceito em estudo e aumentar a gama de situações que os alunos poderiam dominar durante a instrução.

Poder-se-ia comentar também sobre a filosofia subjacente à análise da teoria quântica, mas não se pretende isto neste trabalho, pois o foco está no estudo da compreensão dos alunos acerca da operacionalidade dos princípios da MQ em determinados fenômenos quânticos. Debates de cunho filosófico são considerados importantes, mas não são temas desta tese. Aos interessados por esta questão, sugere-se a leitura de Schreiber (1994), Laloë (2001), Pessoa Jr. (2003) e Pinto Neto (2010), entre outros.

## CAPÍTULO IV

### FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA: TEORIAS DE APRENDIZAGEM

#### 1. Introdução

Para nortear o desenvolvimento da pesquisa, tanto no aspecto metodológico quanto no tocante ao ensino ali desenvolvido, bem como a interpretação dos dados coletados, são apresentados neste capítulo os dois referenciais teóricos adotados no trabalho, a saber, a Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) de David Ausubel e a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Gérard Vergnaud.

Os dois autores consideram a cognição com um papel importante na aprendizagem e, conseqüentemente, no desenvolvimento do indivíduo. Segundo Martinez (2010), cognição é o conjunto de todas as habilidades mentais e dos processos relacionados ao conhecimento, tais como percepção, atenção, associação, memória, raciocínio, juízo, imaginação, pensamento e linguagem. Desta forma, os processos cognitivos utilizam o conhecimento existente e geram o novo conhecimento.

Apresenta-se, a seguir, a teoria de Ausubel e, na seqüência, a teoria de Vergnaud.

#### 2. A Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel

A teoria da aprendizagem significativa (TAS) de Ausubel é uma teoria cognitivista construtivista e voltada para a aprendizagem de corpos organizados de conhecimento, tal como ocorre na sala de aula, no cotidiano da grande maioria das escolas. Na apresentação da teoria de Ausubel nos referimos basicamente a considerações deste psicólogo encontradas no livro *Aquisição e Retenção do Conhecimento: uma perspectiva cognitiva*<sup>13</sup> (2002).

Os primeiros trabalhos de Ausubel sobre a aprendizagem significativa foram publicados no início da década de 1960 e a teoria se desenvolveu ao longo das duas décadas seguintes. Os principais conceitos desta teoria são o de aprendizagem significativa, aprendizagem mecânica, subsunção, organizadores prévios, assimilação, reconciliação integradora e diferenciação progressiva.

##### 2.1. Aprendizagem significativa

A *aprendizagem significativa* é um processo que envolve a aquisição de novos conhecimentos (com significados) a partir de algum material de aprendizagem apresentado que se relaciona com um aspecto relevante da estrutura cognitiva do indivíduo (Moreira e Masini, 2001, p. 17). Desta forma, a aprendizagem significativa exige como condições para que os aprendizes possam aprender significativamente determinados corpos de conhecimento:

---

<sup>13</sup> Versão em português para Ausubel (2000).

- um mecanismo de aprendizagem significativa, ou seja, uma disposição para relacionar o novo material a ser apreendido, de forma não arbitrária e não literal, à própria estrutura de conhecimentos;
- um material potencialmente significativo, ou seja, deve ter estrutura lógica e relacionável com aspectos relevantes da estrutura cognitiva do aprendiz, de forma não arbitrária e não literal.

O mecanismo de aprendizagem serve para relacionar aspectos não literais de novos conceitos, proposições, informações ou situações a componentes relevantes da estrutura cognitiva existente, de forma não arbitrária. Conforme a natureza da tarefa de aprendizagem, o mecanismo pode ser descobrir ou simplesmente apreender (compreender) e incorporar as relações na estrutura cognitiva.

O material é dito potencialmente significativo porque o significado não está nele, mas sim na relação entre ele e o conhecimento prévio relevante existente na estrutura cognitiva do aluno. Se o material fosse significativo, o objetivo da aprendizagem significativa já estaria completado antes de sequer ter-se tentado ou ocorrer qualquer aprendizagem.

A presença de ideias ancoradas claras, estáveis, discrimináveis e relevantes na estrutura cognitiva é o principal fator de facilitação da aprendizagem significativa, enquanto a ausência de tais ideias constitui a principal influência limitadora ou negativa sobre uma nova aprendizagem significativa. Ausubel (1968, p. IV) afirma que:

*“[...] o conhecimento prévio (a estrutura cognitiva do aprendiz) é a variável crucial para a aprendizagem significativa.”*

Ausubel denomina este conhecimento prévio do aprendiz de conceito subsunçor, ou simplesmente *subsunçor* (Moreira, 1999a, p. 11); portanto a aprendizagem significativa decorre da interação entre os subsunçores e o novo conhecimento.

A aprendizagem significativa não implica em as novas informações formarem um tipo de ligação simples com os elementos pré-existentes na estrutura cognitiva do aprendiz. A ligação de forma simples, arbitrária e não integradora somente ocorre na aprendizagem mecânica. Na aprendizagem significativa, o processo de aquisição de informações resulta em uma alteração tanto das novas informações, que ganham significados, como do aspecto especificamente relevante da estrutura cognitiva do aprendiz, que pode ficar mais estável, mais rico em significados.

## 2.2. Aprendizagem mecânica

Em contraposição à aprendizagem significativa, Ausubel (Moreira, 1999a, p. 11) apresenta o conceito de *aprendizagem mecânica*. A aprendizagem mecânica é aquela em que novas informações são apreendidas praticamente sem interagir com conhecimentos especificamente relevantes existentes na estrutura cognitiva. A nova informação é armazenada de maneira literal e arbitrária e, assim, o aprendiz não dá significados ao que aprende. Contudo, tal aprendizagem não ocorre, como é óbvio, em um vácuo cognitivo. O material pode



se associar com aspectos relevantes da estrutura cognitiva, mas sem significado, não de forma substantiva (não literal) e não arbitrária, que permitiria a incorporação significativa na estrutura cognitiva. A aprendizagem significativa, no entanto, apresenta inúmeras vantagens em relação à aprendizagem mecânica, tais como economia do esforço de aprendizagem, retenção mais estável e maior capacidade de transferência.

Por não estarem devidamente ancorados à estrutura cognitiva do aprendiz, materiais apreendidos mecanicamente são mais vulneráveis a interferências e, assim, ao esquecimento, possuindo uma capacidade de retenção muito inferior.

No entanto, a relação entre a aprendizagem significativa e a aprendizagem mecânica não é dicotômica. Em muitas situações de aprendizagem prática, pode-se colocá-las facilmente em um contínuo entre memorização e significado.

### 2.3. Organizadores prévios

Se os subsunçores relevantes adequados, próximos e especificamente relevantes, não estiverem presentes na estrutura cognitiva, o aprendiz tende a utilizar os mais relevantes e próximos disponíveis.

Visto nem sempre se poder depender da disponibilidade espontânea de conceitos subsunçores relevantes e próximos de modo adequado, uma forma de facilitar a aprendizagem significativa e a retenção é introduzir subsunçores adequados e torná-los parte da estrutura cognitiva existente antes da apresentação real da tarefa de aprendizagem.

A situação comum que causa dificuldades à aprendizagem e à retenção significativas de ideias novas e estranhas (mas potencialmente significativas) é que os subsunçores da estrutura cognitiva do aprendiz não possuem o grau necessário e desejável de relevância e de especificidade, para agirem como ideias ancoradas eficazes.

Nestas situações em que não existem subsunçores relevantes ou adequadamente próximos para a compreensão da nova informação, Ausubel sugere a utilização de *organizadores prévios*, para somente depois apresentar-se a nova informação ao aluno. Um organizador prévio é um recurso pedagógico que ajuda a suprir a deficiência de subsunçores necessários para que ocorra aprendizagem significativa, ou seja, o organizador serve de ponte entre aquilo que o aluno já sabe e aquilo que deveria saber para aprender de forma significativa. No caso da MQ, é útil, por exemplo, que os alunos tenham conhecimentos sobre vetores e ondas, bem como a respeito de suas superposições para facilitar a aprendizagem da superposição de estados dos sistemas. Tais situações podem ser facilmente conduzidas à generalização dos espaços vetoriais. Como a aprendizagem significativa decorre da interação do novo conhecimento com os aspectos especificamente relevantes da estrutura cognitiva, se não existirem estes aspectos (subsunçores), faltarão condições para a ocorrência de aprendizagem significativa.

Os organizadores prévios devem ser apresentados em um nível de abstração, generalidade e inclusividade mais alto que o novo material a ser aprendido. Observe-se que

resumos costumam apresentar o mesmo nível de abstração, generalidade e inclusividade que o próprio material, salientando alguns pontos em troca da omissão de informações menos importantes e, portanto, apesar de ser um material introdutório, o organizador prévio não deve ser visto como um resumo.

A utilização dos organizadores prévios, de acordo com Ausubel, é baseada principalmente em três pontos:

- 1) a importância de ter ideias especificamente relevantes e apropriadamente estabelecidas na estrutura cognitiva, para tornar as novas ideias, potencial e logicamente significativas, de fato em significativas;
- 2) as vantagens em utilizar ideias mais gerais e inclusivas de uma determinada disciplina, convenientemente modificadas para proporcionar maior relevância ao novo material;
- 3) identificar ideias já existentes e relevantes da estrutura cognitiva, bem como indicar explicitamente a relevância destas ideias para os organizadores prévios e para o novo material.

Os organizadores prévios são, também, dispositivos pedagógicos capazes de ajudar a implementar a diferenciação progressiva e a reconciliação integradora de novos conhecimentos.

#### 2.4. O processo de assimilação

Aprender significativamente não implica em uma ligação duradoura entre o novo conhecimento e a estrutura cognitiva do aprendiz. Na aprendizagem significativa, o processo de aquisição de conhecimento pelo aprendiz resulta em modificação tanto do conhecimento apresentado como dos aspectos relevantes existentes em sua estrutura cognitiva. Este processo é descrito pela *teoria da assimilação* (ou de ancoragem). O termo ancoragem é uma metáfora utilizada para designar a interação seletiva entre o novo material e as ideias existentes na estrutura cognitiva.

No âmago da teoria da assimilação está a suposição de que novos significados são adquiridos através da interação de novas ideias (conhecimentos) potencialmente significativas com proposições e conceitos anteriormente apreendidos. Não é apenas o novo conhecimento que sofre modificações ao ser incorporado à estrutura cognitiva, mas também os aspectos relevantes. O esquema seguinte exemplifica de modo simples o processo de assimilação de conhecimento.

$$\boxed{\mathbf{a + A} \rightarrow \mathbf{a'A'} \rightarrow \mathbf{a' + A'} \rightarrow \mathbf{A'}}$$

No processo de assimilação, um novo conhecimento **a** interage com o subsunçor adequado **A** e resulta num conhecimento formado pela interação das duas informações, denotado por **a'A'**. Note-se que, nesta interação, os dois conhecimentos sofrem alteração,

passando **a** e **A** para **a'** e **A'**, respectivamente. Esta é a fase de assimilação do novo conhecimento. A fase seguinte é denominada fase de retenção do conhecimento, que acontece quando os dois conhecimentos se dissociam e resultam em **a' + A'**. Por fim, sobrarão somente um resíduo **A'**, resultante do subsunçor **A** com as alterações sofridas por ter sido “exposto” à nova informação. A fase de retenção mais formação do resíduo é conhecida como *assimilação obliteradora*. Nesta assimilação é natural ocorrer um esquecimento do que se aprende, pois frequentemente não aparece, explicitamente no final do processo de assimilação, alguma informação sobre o recente corpo de conhecimentos apresentado ao aprendiz. Isto não significa que o aluno esqueça totalmente o que aprendeu, como fica denotado no resíduo **A'**. Apesar do esquecimento, o resíduo indica que se pode aprender novamente o conteúdo de forma mais fácil, dinâmica e sistemática do que na aprendizagem inicial. O papel do resíduo **A'** é facilitar o recesso à informação, a reaprendizagem.

A assimilação não se completa após ocorrer a aprendizagem significativa, mas continua durante certo tempo, podendo envolver novas aprendizagens e/ou retenções ou graus variáveis de retenção ou armazenamento intactos, ou ainda uma perda final da capacidade de recuperação das ideias subordinadas assimiladas. É um processo dinâmico.

Portanto, a assimilação explica também o fenômeno do esquecimento (ou perda de capacidade de recuperação em relação ao significado recentemente aprendido), colocando a hipótese de que a particularidade e especificidade únicas do último significado são afastadas (obliteradas), em vários graus, pela generalidade da(s) ideia(s) ancorada(s).

### 2.5. *Reconciliação integradora e diferenciação progressiva*

O processo de assimilação sequencial de novos significados, a partir de sucessivas exposições a novos materiais potencialmente significativos, em diferentes níveis de generalidade e complexidade, resulta na *diferenciação progressiva* de conceitos ou proposições, no consequente aperfeiçoamento dos significados e em uma melhora na ancoragem para aprendizagens significativas posteriores. Este princípio reconhece que a maior parte da aprendizagem e toda a retenção e organização das matérias é hierárquica por natureza, procedendo de cima para baixo em termos de abstração, generalidade e inclusão. Não se trata, portanto, de um processo dedutivo.

Quando conceitos ou proposições são apreendidos através de novos processos de aprendizagem, talvez se desenvolvam significados novos e diferenciados, possibilitando resolver os significados conflituosos através de um processo de *reconciliação integradora*. A reconciliação integradora tem a tarefa facilitada no ensino expositivo, se o professor e/ou os materiais de instrução anteciparem e destacarem, explicitamente, as semelhanças e diferenças confusas entre novas ideias e ideias relevantes existentes e já estabelecidas nas estruturas cognitivas dos aprendizes.

Do ponto de vista instrucional, o processo de facilitação da aprendizagem significativa pode lançar mão desses dois princípios da estrutura cognitiva como princípios programáticos

da matéria de ensino: diferenciação progressiva e reconciliação integradora (Moreira, 1999a, p. 160).

De fato, a diferenciação progressiva pressupõe que o conhecimento seja organizado em uma estrutura de tópicos, sendo possível partir de ideias gerais e chegar a aspectos mais específicos. Pretende-se, assim, que os alunos consigam compreender os pormenores de determinado conteúdo partindo de um todo mais inclusivo.

Em alguns casos, o tema precisa partir de pontos específicos de determinado campo de conhecimento para somente depois chegar a um todo mais inclusivo; necessita-se, então, utilizar a reconciliação integradora. Esta estratégia propõe que a instrução explore relações entre ideias, aponte similaridades e diferenças importantes e reconcilie discrepâncias reais ou aparentes (op. cit., p. 161). Dificilmente se encontra esta estratégia em livros-texto que, em sua maioria, seguem uma sequência linear na qual os conceitos e proposições mais importantes, mais gerais e mais inclusivos ficam para o fim. Ausubel reconhece que utilizar a reconciliação integradora não é tarefa fácil e sugere organizar o ensino “descendo e subindo” nas estruturas conceituais hierárquicas à medida que a nova informação vai sendo apresentada ao aluno (Moreira, 1999b, p. 51-52).

Estes dois princípios podem ser implementados através do uso de organizadores prévios (Ausubel, 2002, p. 151) ou, ainda, com a utilização de determinados recursos instrucionais, como os mapas conceituais (Moreira, 1999a, p. 161).

## *2.6. Recursos para promoção da aprendizagem significativa*

A frequência (repetição potencialmente significativa e prática) de apresentação do material instrucional ao aluno facilita fortemente a aprendizagem e retenção significativa. A repetição facilita a disponibilidade, a estabilidade, a clareza e a capacidade de discriminação dos conteúdos apresentados anteriormente, servindo após como subsunçores ou outras variáveis da estrutura cognitiva ao longo do processo de aprendizagem. No entanto, a frequência em si não é condição necessária e nem suficiente para promoção da aprendizagem significativa. Ausubel comenta que é possível apreender logo o conteúdo de grande parte de um material relativamente fácil e potencialmente significativo, mas em geral são necessárias várias leituras para uma aprendizagem, com boa retenção, de materiais mais difíceis.

Embora a motivação seja um fator extremamente importante e facilite muito a aprendizagem significativa, ela não é uma condição indispensável, principalmente para uma aprendizagem limitada e de curto prazo. A motivação será essencial se o tipo de aprendizagem for constante e de longo prazo, pois envolve o domínio de determinada disciplina ou currículo. Ao afirmar que a aprendizagem significativa possa ocorrer na ausência de motivação, certamente não se nega que a motivação pode facilitar (e em muito) a aprendizagem.

Frequentemente, a melhor forma de ensinar estudantes desmotivados é ignorar a falta de motivação inicial dos mesmos e concentrar-se em ensiná-los tão eficazmente quanto possível em termos cognitivos; estejam os alunos motivados ou não, deve-se almejar algum

grau de aprendizagem. Com satisfação inicial de certa aprendizagem, os estudantes inicialmente desmotivados podem desenvolver, de forma retroativa, alguma motivação para aprender mais. Por conseguinte, em algumas circunstâncias, a forma mais apropriada de se estimular a motivação para a aprendizagem é através da concentração nos aspectos cognitivos da aprendizagem, em vez daqueles de motivação, e basear-se na motivação que se desenvolve, de forma retroativa, a partir do desempenho educacional bem sucedido, para estimular mais aprendizagem.

Grande parte do efeito de facilitação da motivação é, aparentemente, mediada por um aumento da atenção. Ao direcionar a atenção dos estudantes para determinados aspectos de um conteúdo, independente da forma como se procede para isto, promove-se a aprendizagem. A atenção pode ser considerada como uma condição cognitiva geral essencial para a ocorrência de aprendizagem significativa.

Apesar de intimamente relacionados à filosofia comportamentalista, os conceitos de recompensa e punição também são citados na TAS como auxiliares para a promoção da aprendizagem significativa. A recompensa influencia a aprendizagem de três formas: servindo como incentivo para a aprendizagem; aumentando, em longo prazo, a motivação para a aprendizagem; aumentando a probabilidade de recorrência de respostas. A punição (ou não-recompensa) funciona como o inverso da recompensa, também de três formas: ajudando a estruturar um problema, fornecendo uma direção para a realização da atividade; enfraquecendo, em longo prazo, as motivações que estimulam o comportamento que se pune; diminuindo a probabilidade de recorrência de respostas que levem à não-recompensa.

Estas são colocações de Ausubel, mas é preciso não confundir motivação e intencionalidade ou recompensa com condicionamento. Mesmo sem motivação, o aprendiz tem que necessariamente ter a intenção de captar os significados que estão sendo trabalhados no processo instrucional. Sem essa intencionalidade, a aprendizagem não será significativa. Quanto à recompensa ou à não-recompensa, é claro que podem ajudar nesse processo, mas devem ser usadas na progressividade da aprendizagem significativa. Não tem sentido usar recompensas quando não há evidências de que aprendizagem significativa está ocorrendo, que a captação de significados está acontecendo.

Além disto, a recompensa e a punição possuem efeitos facilitadores indiretos. Do ponto de vista da motivação, a conscientização de uma aprendizagem bem sucedida estimula esforços subsequentes de aprendizagem, ao melhorar a autoconfiança dos aprendizes, ao encorajá-los a ser perseverantes e ao aumentar a atração subjetiva da tarefa de aprendizagem. Da mesma forma, motiva os indivíduos para praticar, ensaiar e desempenhar aquilo que já aprenderam.

### **3. A Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud**

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC), proposta por Gérard Vergnaud (1990; 1993), foi elaborada inicialmente para o campo da matemática visando explicar o processo de

conceitualização progressiva das estruturas aditivas, das estruturas multiplicativas, das relações número-espço e da álgebra. Vergnaud (1996b) enfatiza, no entanto, que a TCC não é exclusiva do campo da matemática, podendo assim ser aplicada em outras áreas. Vergnaud foi discípulo de Piaget e utiliza, em sua teoria, diversos termos piagetianos, tais como esquema, adaptação, assimilação e acomodação.

A TCC tem o objetivo de descrever o processo de desenvolvimento cognitivo. Segundo Vergnaud, para se entender o conhecimento, é útil e necessário estudar seu desenvolvimento no sujeito. Mesmo não sendo voltada diretamente para a sala de aula como a de Ausubel, esta teoria apresenta implicações imediatas às atividades de ensino e de aprendizagem.

A principal finalidade da TCC é fornecer uma estrutura que permita compreender as filiações e rupturas entre conhecimentos em crianças e adolescentes, a forma de aprendizagem dos mesmos, entendendo-se por conhecimento tanto habilidades como informações expressas (Vergnaud, 1990).

Baseada em um princípio de elaboração pragmática de conceitos, a TCC considera que não se pode teorizar sobre a aprendizagem apenas a partir do simbolismo ou das situações. Tais elementos devem ser considerados, mas o ponto crucial fica a cargo da ação do sujeito em situação e da organização do seu conhecimento (Vergnaud, 1993).

Esta abordagem é o segundo referencial teórico usado nesta tese, apresentando-se a seguir os conceitos centrais deste referencial.

### *3.1. Conceitualização*

A teoria de Vergnaud é uma teoria psicológica de conceitos que supõe a *conceitualização* como o núcleo do desenvolvimento cognitivo (Vergnaud, 1996b, p. 118), ou seja, um indivíduo se desenvolve cognitivamente na medida em que atribui significados aos conceitos, em que vai conceitualizando.

Segundo Vergnaud (2007), a conceitualização pode ser entendida como a identificação dos objetos do mundo, de suas propriedades, relações e transformações. Esta identificação pode ser direta ou semidireta, ou ainda resultante de um processo de construção de conhecimentos.

### *3.2. Esquema*

Para analisar a cognição, Vergnaud considera fundamental trabalhar com o conceito de *esquema*. Esquema é a organização invariante do comportamento para uma determinada classe de situações (Vergnaud, 1993). Note-se que não é o comportamento que é invariante, mas sua organização (Greca e Moreira, 2002). Segundo Vergnaud (1990), a automatização é uma das manifestações mais evidentes do caráter invariante da organização do comportamento. Os esquemas devem sempre ser pensados como esquemas de ação, pois,

são eles utilizados para organizar o conhecimento de uma pessoa e prover o arcabouço teórico para o aprendizado subsequente.

Este conceito é herança de Piaget, sendo adaptado por Vergnaud em sua teoria. Enquanto Piaget propõe que é a partir da interação sujeito-objeto que ocorre o desenvolvimento cognitivo, Vergnaud afirma que o mais importante é uma interação dita esquema-situação e, assim, analisa o processo de desenvolvimento cognitivo a partir do “*sujeito-em-situação*”. Deve-se, então, segundo ele, considerar a situação-problema ao trabalhar com os esquemas porque é com ela que estes lidam, não somente com objetos.

Vergnaud também sofreu uma grande influência de Vygotsky ao considerar como pontos cruciais a linguagem e os símbolos, praticamente negligenciados por Piaget. A mediação através da linguagem é um processo essencial no ensino de ciências, sendo assim um ensino insubstituível; isto, no entanto, não significa que o papel do ensino seja somente o de colocar palavras no conteúdo conceitual dos conhecimentos (Vergnaud, 2007). Outra influência da obra de Vygotsky ao trabalho de Vergnaud, que é uma consequência direta da teoria sociointeracionista daquele (também negligenciada por Piaget), é a de possibilitar uma orientação dos estudantes mediante uma escolha, a mais adequada possível, das situações apresentadas aos alunos (Vergnaud, 1996a).

O conceito de esquema é o mais importante na psicologia cognitiva se a psicologia está interessada em estudar comportamentos e atividades (Vergnaud, 1998). É nos esquemas que se deve buscar os elementos cognitivos que fazem com que a ação do sujeito seja operatória (Vergnaud, 1993) e tais elementos são denominados conhecimentos-em-ação. Esquemas são formados pelos seguintes componentes (Vergnaud, 1990; 1996b; 2012):

- *metas e antecipações* – que são os objetivos do esquema;
- *regras de ação e controle* – regras do tipo “se...então”, que servem para generalizar e regular comportamentos;
- *invariantes operatórios* – que são conceitos e conhecimentos contidos nos esquemas e que servem para categorizar a informação e inferir, a partir desta, metas e comportamentos relevantes;
- *possibilidades de inferência* – que auxiliam na construção de antecipações e regras para situações.

Saliente-se que um esquema não deve ser interpretado como um estereótipo, justamente porque este construto está apoiado nos invariantes operatórios que dão sentido e pertinência a uma variedade de situações. A definição de esquema pode ser considerada muito próxima da de algoritmo, entretanto um algoritmo é um esquema, mas nem todo esquema é um algoritmo. Algoritmos são efetivos, enquanto esquemas são frequentemente eficazes, mas não efetivos (Figuroa e Otero, 2011). Observe-se que um aprendiz tende a modificar seu esquema, caso não tenha dado conta de uma situação particular, ou seja, a sua organização da atividade é invariante, mas não a atividade.

A importância dos esquemas fica mais evidente ao lembrar que os alunos estão constantemente expostos a novas situações e que devem conseguir lidar com elas. Para isso

os estudantes recorrem aos esquemas que já construíram, combinando-os de forma que lhes permitam lidar com as situações e, conseqüentemente, conduzir à adaptação. Este processo pode não ser realizado em uma primeira tentativa e, portanto, os alunos devem continuar buscando a construção de novos esquemas, com ou sem o auxílio do professor ou de outros estudantes (Vergnaud, 1998).

Assim como Ausubel, Vergnaud (1996a) considera que a repetição significativa executa um papel importante na formação dos esquemas. A familiaridade com as situações-problema apresentadas é capaz de contribuir com mais segurança para esta formação. A repetição, no entanto, pode apresentar riscos caso não seja compensada com variações de situações-problema, porque o esquema será tanto mais flexível quanto mais variadas forem as situações-problema em que ele se desenvolve.

Os esquemas são de extrema importância na TCC assim como o são na teoria de Piaget, podendo-se dizer que estão no centro dos processos de adaptação das estruturas cognitivas, a saber, assimilação e acomodação. Assim, a educação formal deve contribuir para a construção de um repertório diversificado de esquemas, sem que estes se convertam em estereótipos (Vergnaud, 1996a).

### 3.3. Conceitos

Um conceito não pode ser reduzido à sua definição, principalmente se o interesse é no ensino e na aprendizagem do mesmo (Vergnaud, 1990; 1993). Para analisar um conceito, deve-se levar em conta sua constituição (Vergnaud, 1998). Segundo Vergnaud, um *conceito* pode ser definido como um tripé de conjuntos,  $C = (S, I, R)$ , em que:

- **S** representa o conjunto de situações que dão sentido ao conceito (o referente);
- **I** representa o conjunto de invariantes operatórios associados ao conceito (o significado);
- **R** representa o conjunto de representações simbólicas usadas para indicar e representar os invariantes e, conseqüentemente, as situações e os procedimentos para lidar com elas (o significante).

O primeiro conjunto se refere à realidade, enquanto os outros dois a representam (Moreira, 2002).

É através de situações e de problemas a resolver que um conceito adquire significado (Vergnaud, 1990). *Situação* deve ser entendida como uma tarefa ou uma combinação delas, a ser desempenhada pelo estudante, devendo a tarefa a se realizar ser considerada como um problema pelo estudante. Caso o estudante não considere a tarefa como um problema, a situação não será frutífera para o aprendizado dos conceitos trabalhados. Ao tratar o processo de conceitualização como a pedra angular da cognição, Vergnaud considera que a análise de tal processo passa pelo par esquema-situação. Além disto, este par possui uma relação dialética. Um conceito se torna significativo através de uma variedade de situações, mas o sentido não está na situação em si (Vergnaud, 1990; 1993). O sentido é uma relação entre a



situação e os esquemas e, conseqüentemente, está na relação do sujeito com situações e significantes (Vergnaud, 1990).

A descrição dos vários elementos de uma situação deve ser feita essencialmente em termos de propriedades e funções (Barais e Vergnaud, 1990). Assim, situações didáticas são consideradas ocorrências interessantes e ricas (Vergnaud, 1993, p. 17). A organização de uma situação didática supõe a análise simultânea das funções epistemológicas de um conceito, da significação social das áreas de experiência a que ele se refere, do desempenho dos atores da situação didática, dos resultados desse desempenho, do contrato e da transposição.

Vergnaud inclui nos invariantes operatórios teoremas-em-ação e conceitos-em-ação. Um *teorema-em-ação* é uma proposição tida como verdadeira sobre o real e um *conceito-em-ação* é uma categoria de pensamento tida como pertinente ou, relevante (Vergnaud, 1998). Existe uma relação dialética entre os conceitos-em-ação e os teoremas-em-ação, pois os conceitos são ingredientes dos teoremas e os teoremas são propriedades que dão aos conceitos seus conteúdos. Os conceitos-em-ação estão no coração da organização dos esquemas e os teoremas-em-ação são o meio de inferência (geralmente de modo implícito), os objetivos e as regras de interesse (Vergnaud, 2007). Um conceito-em-ação não é um conceito, assim como um teorema-em-ação não é um teorema. Na Ciência, conceitos e teoremas são explícitos e pode-se discutir acerca de sua pertinência e veracidade. Este não é necessariamente o caso dos invariantes operatórios. Utilizando a metáfora de Vergnaud (1990), os teoremas e conceitos explícitos se constituem em uma pequena parte visível do iceberg da conceitualização; sem a parte oculta formada pelos invariantes operatórios, a parte visível não faz qualquer sentido.

Para o estudo de inúmeros campos de conhecimento, *representações* simbólicas, como quadros, tabelas, gráficos e fórmulas, são uma ajuda preciosa, visto que a formulação de relações e suas representações enriquecem a conceitualização (Vergnaud, 2007). Como um conceito não é somente “o significado das palavras”, a expressão deste conceito em termos de palavras e símbolos tem papel decisivo nos processos de conceitualização. É importante, no entanto, salientar que fórmulas não são o ponto final da conceitualização, pois é necessário que se faça uma leitura adequada das mesmas, o que envolve várias operações de pensamento.

A transformação de invariantes operatórios em textos e palavras não é simples e direta (Vergnaud, 1998). Ela requer, inicialmente, o aprendizado e a prática da linguagem natural e de diversos outros meios semióticos, tais como, por exemplo, signos e representações. Além disso, os sistemas linguísticos e semióticos não são direcionados para expressar exatamente o que cada indivíduo tem em mente quando é colocado diante de uma situação, selecionando informações e processando-as, porque existe muita diferença entre o que é representado na mente de cada um e o significado usual das palavras. Ainda assim, em Física, a verificação do significado de representações simbólicas não depende somente de uma habilidade potencial de representar concretamente as entidades e relações expressas, mas também em levar em

conta os elementos conceituais, tais como sistema, estado, conservação, interação, etc. (Barais e Vergnaud, 1990).

Não se deve restringir a ideia de linguagem somente à linguagem falada, visto que a mediação ocorre com ou sem a linguagem falada; existe muita informação para o estudante nas expressões faciais, gestos e entonação de voz do professor (Vergnaud, 1998).

Vergnaud (1993) considera, também, importante tomar como objetos de pesquisa conjuntos relativamente amplos de situações e conceitos, classificando os tipos de relações, classes de problemas, esquemas de tratamento, representações linguísticas e simbólicas e os conceitos matemáticos que organizam este conjunto.

Segundo a TCC, o professor deve ser considerado como um importante mediador no processo de domínio de um campo conceitual pelo aluno (Moreira, 2002). Sua primeira ação como mediador é a escolha de situações e fórmulas que serão utilizadas, visto que uma fórmula não pode ser descoberta por um aluno, salvo em raríssimas exceções. Pode-se afirmar então que, segundo a teoria de Vergnaud, o principal papel do professor é selecionar e utilizar as situações-problema (em quantidade e nível de dificuldade adequados) de modo a dar sentido aos conceitos em uma relação dialética. Tais situações devem conduzir o aluno a um aprendizado paulatino dos conceitos envolvidos, ou seja, devem ocorrer dentro da zona de desenvolvimento proximal do aluno, conforme apontado por Vygotsky (1991). Caso situações mais complexas sejam apresentadas no início do estudo, podem acarretar um desestímulo para o aprendizado subsequente.

Considerando que novos esquemas não podem ser desenvolvidos sem novos invariantes operatórios, o professor deve auxiliar os estudantes nesse processo de construção de esquemas e representações (Vergnaud, 1998). Com isso, os alunos se tornam capazes de enfrentar situações novas e mais complexas.

Para Vergnaud, o estudo do desenvolvimento e do funcionamento de um conceito, ao longo de sua aprendizagem ou utilização, deve considerar os três conjuntos (referente, significado e significante) ao mesmo tempo; não se pode reduzir o significado ao significante e nem às situações (Vergnaud, 1990, p. 146).

#### 3.4. Campos conceituais

Um *campo conceitual* pode ser definido como um grande conjunto, informal e heterogêneo, de situações e problemas cuja análise e tratamento requerem diversas classes de conceitos, procedimentos e representações simbólicas que se conectam umas com outras e que, provavelmente, estão entrelaçadas durante todo o processo de aquisição (Moreira, 2002).

Vergnaud apresenta três argumentos para a introdução do conceito de campo conceitual:

- um conceito não é formado dentro de um só tipo de situação;
- uma situação não é analisada com um só conceito;

- a construção e a apropriação das propriedades de um conceito ou dos aspectos de uma situação é um processo de muito fôlego que se estende ao longo dos anos.

O conhecimento está, pois, organizado em campos conceituais que o aprendiz domina ao longo de um expressivo período de tempo, através da maturidade, experiência e aprendizagem (Vergnaud, 1982). Não será, em geral, em apenas algumas aulas que um aluno conseguirá captar todo o conhecimento presente em determinado conteúdo. Acreditamos, então, que um contato cedo do aluno de EM com tópicos de MQ tende a propiciar uma melhor compreensão deste campo conceitual para incursões posteriores.

Considerar a MQ não-relativística como um campo conceitual é dar a ela sua devida importância. Na estruturação deste campo aparecem ramificações que podem, de fato, transcender a teoria-base. É o caso, por exemplo, da segunda quantização, em que é abandonada a restrição não relativística e a conseqüente imposição de conservação de probabilidade (do número de partículas envolvidas nos processos). Por exemplo, a Eletrodinâmica Quântica, que descreve a interação entre partículas carregadas com a mediação de fótons e a Cromodinâmica Quântica, em que são estudadas as interações fortes, são teorias desenvolvidas após a compreensão da estrutura da MQ.

Simplificadamente, o campo conceitual é visto como um conjunto de situações que requerem o domínio de vários conceitos, procedimentos e representações de naturezas distintas. Desta forma, a Física se constitui em um imenso campo conceitual que pode ser fragmentado em inúmeros outros como, por exemplo, a Mecânica Clássica, a Termodinâmica, o Eletromagnetismo, a Mecânica Quântica, etc. O ensino dos campos conceituais não pode ser visto como o ensino de conceitos isolados nem como o de sistema de conceitos. Afinal, campo conceitual é um conjunto muito grande de situações-problema com diferentes níveis de complexidade.

#### **4. Implicações para o ensino**

É possível perceber, com o aqui descrito, que o processo de aprendizagem significativa é necessariamente complexo e exige, via de regra, extenso período de tempo para ser concluído. Ainda assim, a aprendizagem significativa é extremamente importante no processo de educação porque é o mecanismo humano por excelência para aquisição e armazenamento da vasta quantidade de ideias e de informações existentes em qualquer área de conhecimento. A eficácia da aprendizagem significativa é atribuída, em grande parte, à não-arbitrariedade e ao caráter não-literal da capacidade de relação da tarefa de aprendizagem com a estrutura cognitiva.

A natureza e as condições da aprendizagem por recepção significativa ativa exigem um tipo de ensino que reconheça os princípios da diferenciação progressiva e da reconciliação integradora nos materiais de instrução e que também caracterize a aprendizagem, a retenção e a organização do conteúdo das matérias na estrutura cognitiva do aprendiz.

Nem sempre é fácil mostrar a ocorrência de aprendizagem significativa. Ao tentar verificar a compreensão genuína de conhecimentos, solicitando aos alunos que indiquem os atributos de critérios ou de elementos essenciais de um princípio, podem ocorrer apenas verbalizações resultantes de uma aprendizagem mecânica.

Quanto à verificação da compreensão verdadeira e significativa das ideias apresentadas ao aprendiz, Ausubel considera a resolução de problemas como um método prático e válido. Quando bem sucedida, a resolução de problemas exige muitas capacidades e habilidades, tais como raciocínio, perseverança, flexibilidade, improviso, ousadia, sensibilidade aos problemas e astúcia tática, além da compreensão dos princípios subjacentes.

Outra forma de verificar a ocorrência de aprendizagem significativa é através da apresentação, ao aprendiz, de um novo conhecimento sequencialmente dependente do anterior que não pode ser dominado sem a compreensão genuína do conhecimento anterior.

Apesar de recorrer-se a várias formas de verificação da aprendizagem significativa, sempre se deve ter em conta a possibilidade da ocorrência de uma aprendizagem mecânica.

As concepções prévias dos alunos contêm teoremas-em-ação e conceitos-em-ação que podem não ser teoremas e conceitos científicos, mas que podem (e devem) evoluir para eles. Há muito de implícito nos esquemas (Vergnaud, 1990) e é papel do professor tornar explícito o conhecimento implícito do aluno para que possa se aproximar do conhecimento compartilhado pela comunidade científica. Uma proposição explícita pode ser debatida, o que é impossível para uma proposição totalmente implícita (Vergnaud, 1996a). Isto corrobora a ideia de que o conhecimento pode ser modificável se for comunicável, debatido e compartilhado.

A transformação do conhecimento implícito em explícito deve ser feita sem nunca subestimar aquilo que o aluno já sabe (Moreira, 2002).

Nota-se que, segundo a TCC, para aprender é necessário que haja mediação, quer com o professor quer com os outros alunos ou sua família (Vergnaud, 1996b). Por mais que a evolução dos conhecimentos do aluno proceda, em grande parte, de sua própria ação, de sua experiência e de sua reflexão pessoal, Vergnaud considera que esta evolução não se realizaria adequadamente sem ajuda do professor.

Em particular, no caso do ensino de MQ, deve-se também utilizar um grande número de situações nas quais os principais conceitos são aplicados para que os alunos possam compreendê-los. Os experimentos de dupla fenda e de Stern-Gerlach, o emaranhamento quântico e a criptografia quântica são situações que utilizamos para auxiliar o aluno a compreender conceitos inerentes a estados de objetos quânticos, como o da superposição e o da incompatibilidade de alguns observáveis. Situações mais comuns à FC, tais como a superposição de ondas e de vetores geométricos, servem para a formação do conceito de superposição linear a ser utilizado posteriormente na MQ. No estudo realizado, foi utilizada uma estrutura clássica para auxiliar a conceitualização de determinados conceitos da MQ, e não para explicar fenômenos quânticos utilizando conceitos e leis cronologicamente, apresentados na FC.

A MQ possui conceitos e princípios bem definidos e específicos, que são extremamente importantes, mas se vale também de princípios adotados em FC, como os de conservação de momento e de energia. No entanto, alguns conceitos clássicos podem se constituir em obstáculos epistemológicos se aparecerem no decorrer do ensino de MQ. O conceito de orbital, por exemplo, pode ser materializado pelos alunos como conceito de órbita de modo a simplificar o conteúdo, apesar de não serem análogos. Conseqüentemente, conceitos quânticos devem ser devidamente trabalhados de forma a não propiciar o aparecimento de aproximações simplistas. Isto significa que, mesmo que haja elos importantes entre a MC e a MQ, para que ocorra o aprendizado desta se faz necessário alguma ruptura com a MC (Moreira, 2002).

Em MQ, assim como, aliás, em toda a Física, a linguagem e a simbologia adotadas tornam-se instrumentos para o domínio das situações-problema e construção de esquemas adequados. O domínio de representações como, por exemplo, a notação de Dirac deve ser analisado para verificar se o aluno possui uma relativa compreensão do campo conceitual da MQ.

Além dos argumentos já citados, preocupamo-nos também com a preservação do conhecimento construído através de anos de desenvolvimento da MQ não-relativística. Fazendo com que alunos do EM entrem em contato com esta teoria através de materiais didáticos adequados, discutindo e analisando o seu conteúdo em nível introdutório, pretende-se que estes estudantes possam captar significados aceitos no contexto desta teoria, sem distorcê-los.

## CAPÍTULO V

### METODOLOGIA DO ENSINO E DA PESQUISA

#### 1. Introdução

Conforme mencionado no primeiro capítulo, foi oferecido um curso de aproximadamente 25 horas para alunos de primeira e terceira séries de Ensino Médio (EM) sobre a fundamentação quântica que alicerça a Física Moderna e Contemporânea (FMC). A expectativa é de que o conteúdo selecionado e as estratégias de ensino adotadas proporcionem condições de aprendizagem aos estudantes.

Com este trabalho pretende-se analisar os resultados da proposta desenvolvida, investigando a ocorrência de aprendizado de alguns dos primeiros conceitos e princípios da Mecânica Quântica (MQ) no EM, as principais dificuldades reveladas e o efeito das estratégias (situações-problema) utilizadas no aprendizado.

A pesquisa levada a cabo seguiu alguns procedimentos metodológicos para a realização de suas diversas etapas, procedimentos estes apresentados neste capítulo, juntamente com a metodologia de ensino adotada. Aspectos éticos não foram feridos nas etapas da pesquisa, visto que alunos, corpo docente e direção de cada escola foram informados sobre a pesquisa a desenvolver e que não haveria identificação dos sujeitos envolvidos.

#### 2. Questões de pesquisa

A FMC é um tema atual e pertinente para o ensino de Física no EM e, conseqüentemente, uma de suas fundamentações, a MQ, também. Assim, com os referenciais teóricos apresentados, este estudo tem por objetivo responder as duas questões abaixo.

- *Como ocorre o aprendizado de alguns dos primeiros conceitos e princípios da MQ no EM?*
- *Quais as principais dificuldades encontradas e quais estratégias (situações-problema), dentre as oferecidas, surtem melhores efeitos neste aprendizado?*

Estas perguntas têm o intuito de nortear a pesquisa sobre a compreensão dos primeiros conceitos e princípios da MQ, inseridos em um contexto de ensino adequado.

Realizada a intervenção em turmas de EM, são analisadas as principais dificuldades observadas na compreensão dos tópicos apresentados, bem como identificados quais tópicos mais motivaram os alunos, segundo os registros obtidos com os instrumentos adotados.

### **3. Metodologia de ensino**

A metodologia de ensino utilizada no decorrer deste trabalho contempla o público-alvo, os procedimentos em sala de aula e os materiais utilizados ao longo do curso. Os referenciais teóricos apresentados no capítulo IV foram utilizados para a elaboração dos instrumentos de coleta de dados, para as técnicas de ensino utilizadas no curso, para a confecção dos materiais distribuídos aos alunos e para a análise dos dados obtidos.

#### *3.1. Público-alvo e descrição das aulas*

Com o recurso de uma metodologia qualitativa (participação ativa e período relativamente longo de imersão no fenômeno estudado), a mesma disciplina foi oferecida em duas etapas, a grupos distintos, em épocas distintas. O público-alvo foi constituído, em ambas as etapas, por alunos de turmas de primeira e de terceira série do EM de escolas da rede pública de ensino do estado de Santa Catarina. Optou-se por trabalhar com estas duas séries, quer porque atualmente já é considerado adequado abordar conceitos de FMC ao final da terceira série do EM, quer porque existem recomendações para que tais conceitos sejam inseridos no início do EM (vide, por exemplo, Rezende Jr. e Cruz, 2009). Além disto, esta opção possibilita comparações nas relações ensino-aprendizagem entre alunos de início e de final do EM. A escolha de escolas públicas se deve tanto ao fato de que tais instituições possuem certa liberdade curricular, bem como por permitirem maior autonomia dos professores para desenvolver os conteúdos das disciplinas (Oliveira et al., 2007).

Na primeira fase do ensino foram envolvidos os alunos de duas turmas de primeira série e de uma turma de terceira série em disciplinas regulares de Física do EM, de uma escola da rede pública estadual de ensino da cidade de Joinville, SC, no primeiro semestre de 2010. As aulas de uma das turmas de primeira série (turma 101) eram oferecidas no período da manhã e as da outra turma de primeira série (turma 102), bem como as da turma de terceira série (turma 103), no período noturno. O número de alunos matriculados em cada turma é apresentado na tabela 1.

As aulas do turno matutino tinham a duração de 45 minutos cada, ocorrendo sempre duas em sequência, perfazendo 90 minutos; as aulas das turmas noturnas tinham a duração de 40 minutos cada, ocorrendo também duas em sequência, perfazendo 80 minutos de aula. Em geral, as turmas possuíam alunos da mesma faixa etária (15-18 anos), exceto pela inclusão de dois alunos com mais de 30 anos, na primeira série do noturno. O número de alunos presentes em cada aula e participantes dos instrumentos de coleta de dados não se manteve fixo, tendo ocorrido novas entradas de estudantes no decorrer do semestre letivo e também trocas de turno por alguns alunos. O número de alunos em cada atividade é apresentado na análise dos questionários e avaliações, no próximo capítulo. É importante salientar que muitos alunos do turno noturno trabalhavam durante o dia, estando cansados e até mesmo desmotivados em várias das aulas, problema frequente em cursos noturnos.

*Tabela 1.* Número de alunos matriculados nas turmas da primeira etapa de ensino.

Turma	Número de alunos
101	33
102	34
103	26

Na segunda etapa de ensino foram incluídos os alunos de duas turmas de primeira série e os alunos de três turmas de terceira série de disciplinas de Física do EM/Ensino Técnico (ET) de um Instituto Federal de Ensino, de Araquari, SC, no segundo semestre de 2012. Todas as turmas funcionavam no período diurno, com algumas aulas sendo ministradas no período da manhã e outras no da tarde. As turmas de primeira série (turmas 201 e 202) e uma de terceira série (turma 203) cursavam o EM/ET em Informática e as outras duas turmas de terceira série (turmas 204 e 205) cursavam o EM/ET em Agropecuária. As aulas tinham a duração de 45 minutos, ocorrendo sempre duas em sequência, totalizando 90 minutos. As turmas possuíam alunos na mesma faixa etária (15-18 anos), faixa etária comum e adequada para este nível de ensino, segundo o Ministério da Educação. O número de alunos matriculados em cada turma é apresentado na tabela 2.

*Tabela 2.* Número de alunos matriculados nas turmas da segunda etapa de ensino.

Turma	Número de alunos
201	35
202	35
203	36
204	20
205	21

Em cada escola, o professor que lecionava a disciplina de Física nos cedeu suas turmas para a realização do ensino e da pesquisa, possibilitando que fosse apresentado o conteúdo de MQ aos alunos e que seu desenvolvimento fosse analisado no decorrer do processo de aprendizagem. Nas duas etapas, o professor acompanhava a aplicação do projeto em sala de aula junto aos alunos.

Os alunos da primeira etapa foram acompanhados durante quatro meses e os da segunda etapa durante três meses<sup>14</sup>, possibilitando, com a coleta de dados, o recolhimento de informações visando analisar o aprendizado e responder as questões de pesquisa propostas.

O projetor multimídia foi utilizado em todas as aulas, facilitando a apresentação do conteúdo programado e otimizando, assim, a dinâmica de sala de aula<sup>15</sup>. Os alunos foram estimulados continuamente a participar das atividades de sala de aula e todo comentário feito por eles, pertinente ou não, era escutado e analisado, propiciando que os estudantes não se intimidassem ante o professor ou com o novo conteúdo. Para promover discussões e criar a pré-disposição para a aprendizagem, perguntas foram inseridas ao longo do texto de apoio utilizado no decorrer do curso (vide Apêndice I). Simulações em computador também foram

<sup>14</sup> O período de tempo maior no acompanhamento, pelo pesquisador, das turmas da primeira etapa ocorreu devido a uma interrupção das aulas na escola durante o semestre. O número de horas de aula foi o mesmo nas duas fases de ensino.

<sup>15</sup> Os arquivos com os slides apresentados em sala de aula foram disponibilizados aos alunos como material de consulta. Este material foi elaborado utilizando um texto de apoio por nós produzido como base.



utilizadas para viabilizar a compreensão dos conceitos e princípios estudados nas situações-problemas propostas. Os endereços com as simulações podem ser encontrados no texto de apoio. Testes rápidos (apresentados na seção 4.1.2. deste capítulo e constantes do Apêndice V) também foram utilizados na segunda etapa da pesquisa com o intuito de criar uma prontidão para a aprendizagem, algo também necessário para a ocorrência da aprendizagem significativa. Os instrumentos de coleta de dados utilizados nas duas etapas da pesquisa serviram como avaliação da aprendizagem e foram adotados pelo professor regular da disciplina no cálculo da média para a aprovação dos alunos, conforme previsto pelo regimento de cada instituição ou legislação em vigor.

Buscou-se evitar referências a conceitos clássicos para interpretação dos fenômenos quânticos, tendência também de alguns outros pesquisadores (vide, por exemplo, Pospiech (1999), Greca et al. (2001) e Carvalho Neto et al. (2009)). Pospiech (1999) e Greca et al. (2001), aliás, usam o termo “objeto quântico” em vez de partícula. O conhecimento-em-ação dos alunos também foi analisado, caso estes explicitassem sua compreensão em cada situação, nos exercícios e atividades propostos no decorrer das aulas.

Na nossa perspectiva, buscamos, então, propiciar que os estudantes viessem a construir, por um processo de formação de conceitos, alguns subsunçores adequados para prosseguimento no estudo sobre MQ. O conceito de superposição linear foi considerado como importante subsunçor para promover a aprendizagem significativa de outros conceitos. Estruturas utilizadas em FC como a da superposição de ondas e a da superposição de vetores geométricos foram pensadas como ancoradouros para o desenvolvimento da ideia de superposição linear de estados quânticos, na expectativa de que esta propicie um bom aproveitamento no aprendizado de tópicos da MQ. Em nenhuma instância do curso foi proposta a interpretação dos fenômenos apresentados com conceitos clássicos como os de trajetória, velocidade, etc.

### *3.2. Texto de apoio*

Antes de iniciar a atividade de ensino da primeira fase, e visando a pesquisa a ser realizada, foi redigido um Texto de Apoio envolvendo os principais conceitos inerentes à superposição linear de estados quânticos e aos princípios fundamentais da MQ a serem abordados. Parte da base deste material foi utilizada na apresentação de curso de extensão na Universidade do Vale do Rio dos Sinos e em disciplina do curso de Licenciatura da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (Rocha, 2008).

Este material foi escrito visando possibilitar uma aprendizagem significativa dos conceitos propostos, contemplando assim uma espécie de organizador prévio, bem como de situações-problema com aplicações dos conceitos abordados e verificações recorrentes da aprendizagem com auxílio de perguntas propostas ao longo do texto. Já na introdução do material se buscou criar uma condição de pré-disposição para a aprendizagem mostrando algumas das estranhezas do mundo quântico e implicações tecnológicas decorrentes do

desenvolvimento da MQ. Além disso, o conteúdo inicia com uma introdução sobre a MQ, seguida de um “pseudo-organizador prévio<sup>16</sup>”, com a superposição de ondas e de vetores. Posteriormente, são introduzidos conceitos e exemplos de estados de sistemas físicos (clássicos e quânticos) e alguns dos principais postulados da MQ, junto a situações-problema específicas. Cada aluno recebeu cópia do Texto de Apoio, entregue aos poucos, antes da aula sobre o respectivo conteúdo<sup>17</sup>. Além disso, foram enviados aos alunos, por correio eletrônico, os slides e os endereços das simulações utilizados em algumas das aulas. O Texto de Apoio, cujo conteúdo é listado no quadro 1, consta do Apêndice I. Os endereços eletrônicos das simulações utilizadas também constam do Texto de Apoio e os slides foram construídos com base no mesmo material entregue aos alunos.

As situações-problema de aplicações dos conceitos de MQ elencadas no Texto de Apoio são: experimento de dupla fenda, experimento de Stern-Gerlach, polarização da luz, emaranhamento quântico e criptografia quântica, os dois últimos, temas atualmente muito trabalhados em pesquisa em Física. O conceito de estado de um sistema físico e os princípios de superposição linear, incompatibilidade de observáveis, possíveis valores de medidas, entre outros, foram abordados nas situações-problema.

Foi, em geral, uma preocupação na redação do Texto de Apoio, introduzir o que o aluno precisaria saber para aprender de forma significativa conceitos e princípios quânticos e inserir tais conteúdos de modo a motivá-lo para o aprendizado, conforme recomendado pelos referenciais teóricos utilizados nesta pesquisa. Estes são os aspectos básicos que nortearam o desenvolvimento de um material, em princípio, potencialmente significativo e em condições de criar a situação de pré-disposição necessária para a ocorrência da aprendizagem significativa. Os resultados a obter na pesquisa podem sinalizar o alcance dos objetivos, total ou parcial, deste material.

Com o intuito de promover avaliações pontuais durante o processo de ensino-aprendizagem do curso, algumas questões foram inseridas ao longo do Texto de Apoio, visando discutir os princípios e as situações-problemas apresentados. As questões do tipo “exercício” poderiam tanto ser resolvidas pelos alunos com auxílio do pesquisador ou serem designadas como atividades extraclasse. A intenção das atividades do tipo “reflita” era promover uma situação de desconforto nos alunos para que entendessem a situação apresentada como sendo efetivamente um problema e, assim, buscar uma solução. Em ambos os tipos de questões, visou-se a externalização dos conhecimentos recém-incorporados à estrutura cognitiva dos alunos e que servissem, também, como um instrumento para a avaliação da aprendizagem.

---

<sup>16</sup> Organizadores prévios são estruturas que se destinam a facilitar a aprendizagem de um tópico específico, enquanto pseudo-organizadores prévios se destinam a facilitar a aprendizagem de uma unidade (vários tópicos) (Souza e Moreira, 1981, p. 304).

<sup>17</sup> Caso o aluno não estivesse presente na aula, o material lhe era entregue na próxima aula a que comparecesse.

### **Fundamentos de Mecânica Quântica**

#### **1. Introdução**

#### **2. Somando Ondas, Vetores e Estados**

*Somando Ondas*

*Somando Vetores do Plano Real*

*Os Experimentos de Dupla Fenda – As Primeiras Estranhezas*

*Espaços Vetoriais*

*Descrevendo Sistemas Físicos*

*Sistemas Binários*

*Bits Quânticos*

*Spin e Experimento de Stern-Gerlach*

*Sistemas Não Binários*

#### **3. Quais os Principais Fundamentos da Teoria que Explica com Sucesso os Fenômenos Quânticos?**

*Somar Estados é uma Consequência da MQ?*

*O que entendemos por estado de um objeto físico?*

*Objetos quânticos*

*Medições em MQ*

*Quais problemas podemos enfrentar ao medir grandezas físicas?*

*Limitando os Valores de Medidas*

*Superposição Linear de Estados e Emaranhamento Quântico*

*Segurança na Transmissão de Informação: a Criptografia Quântica*

#### **4. Metodologia da pesquisa**

Esta seção descreve a metodologia utilizada ao longo das etapas da pesquisa, visando responder as questões da pesquisa da segunda seção. São apresentados os instrumentos de coleta de dados e os procedimentos adotados para a análise.

##### *4.1. Instrumentos de coleta de dados*

Para avaliar a compreensão dos alunos sobre o conteúdo apresentado, lançou-se mão de diversas formas de coleta de dados<sup>18</sup>. Foram utilizados como instrumentos: questionário de conhecimentos prévios; três avaliações escritas; questionário de opiniões ao final do curso; diário de bordo com registro de manifestações dos alunos no decorrer das aulas (e até mesmo fora delas) ante os assuntos desenvolvidos. Ocorreram algumas alterações nas estratégias de avaliação, ao passar-se da primeira para a segunda etapa da pesquisa, visando a melhoria do processo. Assim, adicionalmente, na segunda etapa foram incluídos mapas mentais (aplicados

<sup>18</sup> Os instrumentos de coleta de dados e o Texto de Apoio foram avaliados e tiveram validade de conteúdo apontada por doutores na área, conforme recomendado por diversos pesquisadores como, por exemplo, Silveira (1993, p. 67).

no início e no fim do curso) e testes rápidos utilizados em seu decorrer. A forma de utilização de cada instrumento de coleta de dados e outros detalhes a respeito é descrita a seguir.

Para facilitar a análise e preservar a identidade dos envolvidos na pesquisa, os alunos foram rotulados por um número de cinco dígitos, o primeiro relativo à etapa da pesquisa, os dois seguintes referentes à turma do aluno e os dois últimos ao próprio aluno. Assim, o aluno 20122, por exemplo, é o aluno 22 da primeira turma da segunda etapa. As turmas 01 e 02 na primeira e na segunda etapa são turmas de primeira série e as demais são turmas de terceira série.

#### 4.1.1. Primeira etapa da pesquisa

Na primeira aula e antes do início da apresentação dos tópicos de MQ, foi proposto aos alunos um questionário com dez questões com a intenção de, a partir das respostas apresentadas, avaliar o conhecimento sobre alguns conceitos prévios à MQ e obter informações sobre eventual contato anterior do aluno com esta teoria. Os conceitos prévios investigados foram os de partícula, estado de um objeto e onda, além de questões sobre personagens de destaque em Física e equipamentos, experimentos, artefatos, etc. Cópia deste questionário consta do Apêndice II.

Com o intuito de verificar a aprendizagem dos alunos, foram aplicadas três avaliações escritas durante o desenvolvimento da proposta, todas elas sem consulta ao Texto de Apoio ou a outros meios. A primeira avaliação<sup>19</sup> foi realizada em duplas, enquanto as demais foram individuais. O momento de aplicação de cada avaliação é apresentado no próximo capítulo e, em todas as avaliações, o período disponibilizado para sua resolução foi de cinquenta minutos, mas os alunos acabavam por realizá-las em menos tempo do que o ofertado, conforme apresentado no próximo capítulo. Cópias das avaliações encontram-se no Apêndice III.

A primeira avaliação, relativa à superposição linear de ondas e de vetores, buscou verificar também o interesse do aluno pelo aprendizado em MQ. Esta avaliação constou de seis questões, sendo cinco dissertativas e uma de múltipla escolha, e o foco estava na compreensão dos conceitos e princípios aplicados nas situações-problema estudadas.

Na segunda avaliação, foram contemplados conteúdos sobre os principais conceitos e postulados da MQ, a saber, os relativos a sistemas físicos, estados de sistemas físicos, superposição linear de estados quânticos, resultados de medidas e probabilidades associadas, observáveis e incompatibilidade de observáveis. Esta avaliação constou de sete questões, sendo seis dissertativas e uma de múltipla escolha, e as situações-problema utilizadas foram o átomo de hidrogênio, o experimento de dupla fenda e o experimento de Stern-Gerlach.

A terceira avaliação versou sobre a aplicação dos postulados às situações-problema de Emaranhamento Quântico e Criptografia Quântica, além de outras como a polarização da

---

<sup>19</sup> Nas turmas da primeira fase da pesquisa, a primeira avaliação foi realizada em duplas. Esta estratégia foi retirada na segunda fase proporcionando verificar-se a aprendizagem de cada aluno separadamente. As demais avaliações foram realizadas de forma individual (e sem consulta ao Texto de Apoio).

luz, por exemplo. Esta avaliação constou de seis questões, sendo cinco dissertativas e uma de múltipla escolha.

Ao final desta etapa foi aplicado um questionário de opiniões (vide Apêndice IV) com a intenção de verificar o acolhimento dos alunos aos temas apresentados e sobre o propósito de um estudo introdutório de MQ no EM. O questionário constou de dez questões e os alunos foram incentivados a apresentar respostas que representassem suas opiniões verdadeiras, sem risco de comprometer os resultados (ainda não divulgados) das avaliações (já corrigidas). Adicionalmente, no mesmo dia, logo após o término do tempo de respostas concedido ao questionário de opiniões, os alunos foram reunidos para que expusessem as opiniões que, eventualmente, não conseguiram colocar no papel.

Como mencionado, elaboramos um diário de bordo com registros sobre reações e questionamentos dos alunos ante os assuntos desenvolvidos. Em particular, as manifestações apresentadas na reunião mantida com os alunos após o questionário de opiniões, foram registradas no diário de bordo. O diário foi utilizado para complementar a análise dos dados coletados na pesquisa.

#### 4.1.2. Segunda etapa da pesquisa

Nesta fase do projeto, os alunos foram inicialmente levados a elaborar um mapa mental associando a expressão “Mecânica Quântica” a menções de temas que lhes viessem à mente. Cada aluno recebeu, para tal, uma folha com a citação “Mecânica Quântica” no centro, solicitando-se silêncio para que a atividade fosse desenvolvida individualmente e sem interferências dos colegas. A denominação “mapa mental” do instrumento não foi apresentada aos alunos, não sendo o intuito do curso que os alunos se apropriassem desta nomenclatura (pelo menos não naquele momento).

Finalizada a atividade do mapa mental, foi proposto, na mesma aula, o questionário de conhecimentos prévios utilizado na primeira etapa da pesquisa.

Como forma de diagnosticar o aprendizado no decorrer do curso, lançou-se mão de quatro testes rápidos, com respostas por escrito, além das mesmas três avaliações aplicadas na primeira fase do projeto. Os testes rápidos compreenderam uma ou duas perguntas com expectativa de resposta rápida e foram realizados ao final de algumas das aulas. Os alunos tinham de cinco a dez minutos para resolver estes testes e, em geral, este tempo foi considerado suficiente. Os testes foram aplicados ao final do terceiro, sexto, sétimo e décimo encontros, respectivamente. Para as respostas aos testes, o aluno recebeu uma folha em branco somente com o número da questão, sendo esta apresentada através do projetor multimídia. A intenção de tal estratégia era a de induzir os alunos a responder rapidamente (tipicamente, em menos de três minutos) para, se possível, apresentar e discutir as respostas logo em seguida. Os quatro testes utilizados constam do Apêndice V.

As avaliações escritas foram aplicadas nos mesmos momentos do desenvolvimento do conteúdo da primeira fase.

A reapresentação do mapa mental do início do primeiro encontro, ao final do curso, visou analisar, através das diferenças entre os dois mapas, alguns aspectos da aprendizagem ocorrida. Na mesma aula, foi aplicado o questionário de opiniões introduzido na primeira etapa, com os mesmos objetivos anteriores.

Três alunos de cada turma foram escolhidos aleatoriamente para uma rápida entrevista sobre o curso apresentado. Estas entrevistas foram gravadas, sendo os alunos informados da preservação de suas identidades e da não influência das mesmas nos resultados das suas avaliações.

Assim como na etapa anterior, foi elaborado um diário de bordo, utilizado para complementar a análise dos demais dados coletados.

## **5. Análise dos dados**

Foram analisadas, de forma qualitativa, as respostas de cada aluno ao questionário de conhecimentos prévios, para verificar tipos de conhecimentos-em-ação sobre MQ que cada aluno, eventualmente, já trazia consigo para a sala de aula. Esta informação (pesquisa estimulada) permitiria uma comparação entre os pré-conhecimentos dos alunos das primeiras e terceiras séries, bem como nortearia condutas futuras no ensino planejado. As respostas mais comuns foram contabilizadas e o número de repetições em cada série permitiu essa comparação.

Os mapas mentais apresentados no início da segunda etapa e aplicados cronologicamente antes dos questionários, também analisados de forma qualitativa, visavam verificar (de modo não estimulado) que conceitos de MQ apresentavam os alunos que, via de regra, não haviam tido um contato formal com a teoria. Os mesmos mapas mentais, solicitados ao final do projeto, visavam uma comparação com aqueles montados no início do curso. Este tipo de comparação pode indicar de que forma se dá a apropriação deste campo conceitual por parte dos alunos.

Os resultados das três avaliações e dos quatro testes rápidos foram analisados de forma tanto qualitativa, como quantitativa. Com a análise qualitativa das avaliações, procurou-se estudar o teor da resposta, para verificar indícios de aprendizagem significativa dos tópicos apresentados. Na análise quantitativa foram atribuídos valores às respostas a cada questão, segundo critério de quão próximas do correto estavam. Em cada questão, os valores atribuídos variaram de 0 até 3 (inteiros), desde resposta considerada totalmente incorreta ou em branco a resposta totalmente correta. As respostas fornecidas pelos alunos possibilitaram também verificar quais das situações-problema utilizadas surtiram mais efeito positivo na compreensão dos conceitos e princípios de MQ. Alguns dos conceitos atribuídos às respostas dos alunos nas avaliações escritas e nos testes rápidos são apresentados no Apêndice VIII.

Após a atribuição de valores a cada questão respondida pelos alunos, calculou-se a média aritmética simples e o desvio padrão dos resultados de cada avaliação e teste rápido em cada uma das séries.

Com base na análise exploratória de Kendall (1977) proposta por Barbancho (1992), que calcula o coeficiente de variação<sup>20</sup> (CV) ou grau de dispersão dos dados, procurou-se verificar se as respostas fornecidas refletiam o nível de conhecimento da turma sobre cada um dos assuntos das avaliações e dos testes rápidos. O valor do CV maior que 0,30 implica em uma grande dispersão, indicando que o valor da média da turma não reflete necessariamente a realidade conceitual do grupo; trata-se, então, de uma turma não homogênea, a compreensão dos conceitos apresentados não tendo ocorrido de modo uniforme em toda a turma.

Realizou-se, igualmente, uma análise de variância utilizando o teste t de Student<sup>21</sup>, com um nível de significância a 95%, para verificar se havia diferença estatisticamente significativa entre as amostras nos seguintes casos: (1) entre as diferentes séries de uma mesma etapa da pesquisa; (2) entre as mesmas séries das duas diferentes etapas da pesquisa. As respostas deixadas em branco pelos alunos foram contabilizadas e consideradas na análise do CV e do teste t, mesmo que não haja consenso entre pesquisadores em Ensino sobre o significado de uma resposta em branco (Hora et al., 2010, p. 97).

Após a conclusão das etapas da pesquisa, foi realizada uma comparação entre os desempenhos dos alunos de primeira e terceira séries de cada etapa, visando a análise da existência de uma possível influência do aprendizado de conceitos apresentados anteriormente em FC nas terceiras séries para a aprendizagem de conceitos fundamentais da MQ. Fez-se, também, uma comparação dos resultados entre as mesmas séries das duas apresentações do curso, com o intuito de analisar se havia alguma diferença estatisticamente significativa entre elas.

As entrevistas da segunda etapa foram analisadas qualitativamente após sua transcrição, buscando elementos nas falas dos alunos que pudessem revelar indícios de ocorrência de aprendizagem significativa e os conhecimentos-em-ação utilizados.

Com tais dados assim analisados, consideramos possível responder as questões de pesquisa propostas.

No próximo capítulo, são apresentadas a análise e a discussão dos dados coletados.

---

<sup>20</sup> O coeficiente de variação é uma medida da dispersão relativa e é dado pela expressão:  $CV = \frac{S}{\bar{x}}$ , em que  $S$  é o desvio padrão e  $\bar{x}$  é a média da amostra.

<sup>21</sup> Foi possível analisar os dados obtidos com o teste t de Student por se apresentarem segundo uma distribuição normal (Winter, 2013), ou seja, pelo menos 95% dos valores obtidos estão compreendidos na faixa de  $\bar{x} \pm 2\sigma$ , em que  $\bar{x}$  é a média e  $\sigma$  é o desvio padrão da série. O cálculo do valor de t, para amostras com tamanhos e variâncias diferentes, é dado por  $t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2 + s_2^2}{n_1 + n_2}}}$ , em que  $\bar{x}_n$  é a média,  $s_n$  o desvio padrão e  $n_n$  é o número de indivíduos da n-ésima série.

## CAPÍTULO VI

### ANÁLISE DOS DADOS E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

#### 1. Introdução

Lembrando o mencionado anteriormente, a disciplina de Física oferecida aos alunos de primeira e terceira séries do Ensino Médio (EM) foi apresentada em dois momentos distintos, caracterizados como etapas (ou fases) do ensino e da pesquisa. O desenrolar da primeira fase conduziu à introdução de alguns elementos de avaliação adicionais na segunda fase. Este capítulo apresenta a análise dos dados coletados<sup>22</sup> na pesquisa, com os diversos instrumentos utilizados, bem como a discussão dos resultados encontrados, segundo os referenciais teóricos adotados.

#### 2. Primeira etapa da pesquisa

A primeira etapa da pesquisa teve como foco o desenrolar da primeira fase de ensino, realizada em 2010, e envolveu a análise de respostas dos alunos a questionário de conhecimentos prévios e a análise de resultados de três avaliações escritas, além do exame do questionário de opiniões e das entrevistas realizadas.

##### 2.1. Questionário de conhecimentos prévios

O questionário de conhecimentos prévios, constando de dez questões, foi proposto aos alunos (vide Apêndice IV) e por eles respondido (por escrito) como primeira atividade do curso<sup>23</sup>.

Não houve pressão sobre os alunos quanto ao período de tempo para finalização da tarefa, procurando-se propiciar que as respostas coletadas fossem espontâneas e individuais. Solicitou-se aos estudantes, também, que não trocassem ideias sobre o conteúdo de suas respostas. Nesta etapa do processo, 58 alunos da primeira série e 26 alunos da terceira série responderam o questionário.

As respostas à primeira e segunda perguntas são analisadas em conjunto, por serem complementares. 45 alunos da primeira série e 23 da terceira assinalaram somente respostas que se relacionam diretamente com a MQ: computação, criptografia, emaranhamento, física, mecânica, partícula. Dentre as justificativas mais utilizadas estão: “acho que deve ser isso”, “se é da aula de Física, deve ter a ver com Física”, “o professor falou algo relacionado”, “relacionei com as outras questões”, “já ouvi falar”, “já vi na internet e em alguns livros” e até mesmo “nunca ouvi falar”. Quinze alunos da primeira série e dois da terceira deixaram as justificativas em branco. Quanto aos demais alunos, treze da primeira série e três da terceira assinalaram alguma alternativa muitas vezes divulgada na mídia sem qualquer endosso científico, como relacionada à MQ (consciência, cura,

---

<sup>22</sup> Na apresentação dos dados, erros gramaticais e ortográficos cometidos por alguns alunos foram corrigidos nas transcrições, exceto quando a resposta do aluno foi escaneada.

<sup>23</sup> Uma análise preliminar dos questionários respondidos pelos alunos da primeira fase da pesquisa foi apresentada no XIX Simpósio Nacional de Ensino de Física em Manaus, AM (2011), com o trabalho “Inserindo conceitos de mecânica quântica no ensino médio: superposição linear” na forma de comunicação oral.



ginástica, música, terapia). Os alunos, dentre estes, que justificaram suas escolhas, citaram os seguintes motivos: “já ouvi falar” e “acho que é isso”.

Quanto à terceira questão, treze alunos da primeira série e sete da terceira não sabem ou não souberam apresentar um conceito de partícula. As respostas e exemplos que mais apareceram no grupo dos alunos da primeira série dizem respeito a “parte ou pedaço de uma coisa/matéria”, “coisas pequenas”, “pedaços vistos no microscópio”, “átomos”, “célula” e até “pedaço de unha”. Além de repetirem algumas dessas afirmações, os alunos da terceira série citaram que partículas são “pedaços de pedaços”, “menor parte de um átomo ou corpo”, “grão”, entre outros. A palavra elétron foi citada como exemplo de partícula na terceira série.

No que concerne à quarta questão, para os alunos de ambas as séries o termo estado esteve muito relacionado com os estados de agregação da matéria (sólido, líquido, gasoso). Não ocorreram grandes diferenças nas respostas apresentadas pelos alunos das duas séries; muitos relacionaram o estado de um sistema com “a posição em que um objeto ou pessoa está, suas condições (preservado, movimento, temperatura), como foi feito e de onde veio”. Quinze alunos da primeira série e quatro da terceira não responderam ou não souberam responder esta questão. Nenhum aluno mencionou que o estado poderia alterar-se no tempo.

Na quinta questão poucos alunos explicaram, mesmo a seu modo, o que é uma onda, mas a maioria apresentou exemplos, sendo as ondas do mar o mais citado. Alguns alunos da primeira série afirmaram que uma onda é um “impulso temporário/magnético” ou uma “oscilação”. Ondas sonoras, ondas eletromagnéticas (TV, rádio, micro-ondas) e ondas geradas por pedra jogada no meio de um lago, foram também citadas como exemplos.

A sexta questão foi a que menos respostas afirmativas apresentou. Um aluno registrou que acreditava que o experimento de dupla fenda era um experimento com “dois buracos”. Alguns relacionaram a palavra “fenda” com uma ferramenta e outros julgaram ser o experimento, um de dupla face ou duplo acontecimento, sem explicar o que queriam dizer com isso. Talvez se a pergunta se referisse à experiência de interferência de Young, algumas respostas poderiam ter sido mais relacionadas ao assunto. Isto sinaliza para o fato de que, apesar da importância do experimento de dupla fenda para a observação de um fenômeno não clássico (com elétrons, por exemplo), este tópico não foi sequer mencionado nas disciplinas de Física e Química dos alunos do EM envolvidos no curso.

Quase todos os alunos das duas séries afirmaram ter interesse, em resposta à questão número sete, em conhecer a teoria base dos equipamentos apresentados na pergunta, seja por curiosidade, desejo de aquisição de conhecimento ou para simplesmente saber como funcionam. Cinco alunos declararam não importar saber o que os aparelhos têm em seu interior, pois isto não os ajudaria em nada e acrescentaram que nunca iriam “usar isso”.

Sete alunos da primeira série afirmaram já ter ouvido falar da MQ (oitava pergunta), porém não sabiam informar a respeito de quais assuntos, sendo apenas familiar o nome; os demais declararam não ter ouvido a respeito e alguns destes manifestaram interesse em estudar esta teoria. Quanto aos alunos da terceira série, quase metade dos mesmos mencionou já ter ouvido algo a respeito da MQ, sendo os assuntos citados “onda”, “propagação de onda”, “ciência” e “tecnologia”.

Um aluno registrou já ter ouvido falar da MQ, a respeito de um objeto poder estar em dois lugares ao mesmo tempo.

Albert Einstein foi o nome mais lembrado pelos alunos na nona questão. Os estudantes comentaram já ter visto sua foto em capas de revistas, em notícias na Internet relacionadas à sua genialidade, a respeito da bomba atômica e da teoria da relatividade. Um aluno mencionou ter ouvido falar de Werner Heisenberg e outro de Max Planck, porém não souberam dizer em relação a quais assuntos. De modo equivocado, uns poucos alunos das duas séries acreditavam que Einstein teria sido o inventor da lâmpada elétrica e da eletricidade. Treze alunos da primeira série e três da terceira afirmaram não conhecer qualquer dos cientistas citados.

Relativamente à décima e última pergunta do questionário, 43 alunos (30 da primeira série e 13 da terceira) informaram já ter lido sobre Aceleradores de Partículas, Bomba Atômica, Chip, Nanotecnologia, Radiação Eletromagnética, Teletransporte ou Tunelamento em livros e na Internet, ou ter ouvido falar a respeito na própria Escola. A Bomba Atômica foi citada pelo seu poder de destruição e utilização em guerras; um aluno da terceira série afirmou que ela “possui átomos concentrados que liberam energia quando se separam”. Segundo os alunos, os Chips são “componentes eletrônicos utilizados em aparelhos celulares e para guardar informação”. Um aluno crê que o Acelerador de Partículas é utilizado para “visualizar partículas invisíveis ao microscópio”. A Nanotecnologia foi considerada por um aluno como uma “tecnologia microscópica” e o Teletransporte como algo que “permite a troca da posição de uma pessoa em instantes”, por outro aluno. Um estudante associou a palavra “tecnologia” aos termos apresentados. Trinta alunos da primeira série e treze da terceira afirmaram não ter ouvido falar a respeito dos itens apresentados ou não responderam a pergunta.

As respostas ao questionário sugerem que os alunos da primeira série tiveram pouco (ou nenhum) contato com a MQ e que alguns dos alunos da terceira série tiveram algum contato com esta teoria, em parte talvez na Internet ou pela televisão. Pode-se dizer, no entanto, que provavelmente este contato não foi através da educação formal em Física, visto que o currículo da Educação Básica não contempla a MQ ou alguns de seus elementos nesta disciplina. Contudo, na disciplina de Química isto pode ter ocorrido, pois o conteúdo de Atomística contempla alguns tópicos de MQ. Saliente-se, então, que o conhecimento apresentado pelos alunos de terceira série não advém de uma formação, mas sim de uma informação que foi obtida provavelmente pela educação em espaços não-formais e informais de ensino.

A falta de conhecimentos dos alunos de ambas as séries acerca da física quântica revelada pelo experimento de dupla fenda também nos induz a acreditar que seja possível abordar a MQ do mesmo modo para estas séries. Esta situação também ocorreu nas duas últimas questões do questionário, mostrando que os alunos das duas séries possuem informação semelhante acerca de alguns cientistas importantes no trato da MQ e também de alguns termos importantes da área.

Na análise das respostas às questões também foi possível verificar que os alunos possuem grande dificuldade em escrever o que pensam a respeito de determinado conteúdo. Alguns alunos, inclusive, salientaram em suas respostas que já tinham ouvido falar sobre o tema, mas não conseguiam apresentar explicações ou dar exemplos. No processo ensino-aprendizagem de qualquer

disciplina, torna-se extremamente complicado tentar fazer o aluno se apropriar de um campo de conhecimento sem que ele consiga externalizar o que pensa. Segundo a Teoria dos Campos Conceituais, é através desta externalização que o professor pode encontrar guarida para verificar o aprendizado dos alunos. Uma solução parcial para esta dificuldade pode ser a averiguação de algumas das concepções dos estudantes na forma oral, através de uma conversa informal ou discussão em sala de aula. Lamentavelmente, nem todos os alunos participam dessas sessões ativamente, realizando as atividades de forma rápida e sem interesse, o que pode prejudicar uma avaliação mais detalhada do aprendizado de cada aluno e dos conceitos que traz consigo para a sala de aula.

## *2.2. Avaliações escritas*

Três avaliações escritas foram realizadas para verificação de aprendizagem dos alunos e, com isso, possibilitar uma análise da qualidade das situações-problema utilizadas ao longo do curso (e da qualidade do próprio curso). As questões de cada uma das avaliações estão apresentadas no Apêndice III.

As turmas tiveram cinquenta minutos para a resolução de cada uma das avaliações, mas algumas delas utilizaram menos tempo.

### *2.2.1. Primeira avaliação*

A primeira avaliação, constando de seis questões, foi aplicada após a realização de aulas em que foi trabalhada uma introdução da MQ com seus aspectos não intuitivos, algumas de suas aplicações e uma rápida apresentação do momento histórico que conduziu à sua elaboração, além de conceituação e exemplos de superposição de ondas e superposição de vetores<sup>24</sup>. Os tópicos abordados, conforme apresentado no Texto de Apoio, foram a Introdução, Somando Ondas, Vetores e Estados (Somando Ondas e Somando Vetores do Plano Real).

Esta avaliação foi realizada por 71 alunos, sendo 49 da primeira série e 22 da terceira série, e foi realizada em duplas nesta etapa da pesquisa, mas com alguns alunos optando por resolvê-la individualmente.

#### *2.2.1.1. Análise quantitativa*

A tabela 3 apresenta a quantidade de valores atribuídos por série em cada questão da primeira avaliação, conforme a escala de valoração apresentada no capítulo anterior.

Com base na tabela, pode-se verificar que foi grande o número de alunos (64,4%) com alto número de acertos (valores 2 e 3 na escala). Assim, como os alunos, em sua maioria, responderam satisfatoriamente a maior parte das questões, infere-se que há indícios de alguma aprendizagem dos

---

<sup>24</sup> Apesar deste tópico ser tradicionalmente abordado no primeiro ano, optou-se por trabalhá-lo igualmente nas duas séries, visto que havia uma expectativa, mas não confirmação, de que seu conteúdo tivesse sido trabalhado anteriormente pela terceira série e com aprendizagem significativa.

conteúdos apresentados. Pode-se perceber também que os índices de respostas em branco são maiores nas turmas de primeira série do que na de terceira.

*Tabela 3.* Quantidade de valores outorgados às respostas às questões da primeira avaliação na primeira etapa da pesquisa.

Série	Questão	0	1	2	3	Em branco
1 <sup>a</sup>	1	2	0	25	20	2
	2	11	4	17	8	9
	3	3	6	0	40	0
	4	9	3	23	8	6
	5	10	12	5	14	8
	6	4	8	12	8	17
3 <sup>a</sup>	1	0	0	8	14	0
	2	2	2	9	8	1
	3	2	2	0	18	0
	4	0	0	11	11	0
	5	2	7	8	4	1
	6	8	6	5	2	1
<b>TOTAL</b>		53	50	123	155	51

A análise destes dados permite chegar aos valores da tabela 4 para a média e o desvio padrão de cada série.

*Tabela 4.* Média e desvio padrão das séries na primeira etapa da pesquisa para a primeira avaliação.

	1 <sup>a</sup> série	3 <sup>a</sup> série
Média	1,67	2,05
Desvio Padrão	0,64	0,54

Com estes valores de média e desvio padrão, chega-se aos valores 0,38 e 0,27 para o coeficiente de variação (CV) da primeira e da terceira série, respectivamente. Estes valores para o CV indicam que o valor da média pode refletir a realidade conceitual somente da terceira série, sinalizando que há uma compreensão homogênea dos tópicos apresentados somente nesta série.

Em um nível de confiança a 95%, obtém-se  $t = 2,50$  para o valor do teste t de Student na comparação entre as séries nesta etapa. Este resultado indica que há diferença estatisticamente significativa entre as respostas das duas séries na primeira avaliação da primeira escola da pesquisa.

#### 2.2.1.2. Análise qualitativa

Em uma análise feita questão a questão, pode-se encontrar outros indícios de alguma aprendizagem pelos alunos.

A figura 8 apresenta algumas das respostas dos alunos da primeira etapa à primeira questão da primeira avaliação, que foi enunciada da seguinte forma:

Explique, com suas palavras, qual o resultado da soma de duas ondas e apresente um exemplo.

As respostas incluídas nesta figura foram apresentadas também por outros alunos, sua repetição sendo omitida para evitar redundância de informação. Como a avaliação foi realizada em duplas nesta etapa, aparecem dois números de alunos. É interessante destacar que as situações-problema adotadas no trato da superposição de ondas foram utilizadas por alguns alunos em seus

exemplos, como o da soma de ondas em água, provocadas por goteiras (alunos 10207-10233) e o da soma de ondas sonoras (alunos 10316-10319). Isto pode ser considerado como uma apropriação do campo de conhecimento apresentado e, neste ponto, deve ser tido como um conhecimento prévio relevante para o aprendizado da superposição linear de estados estudada na sequência do conteúdo.

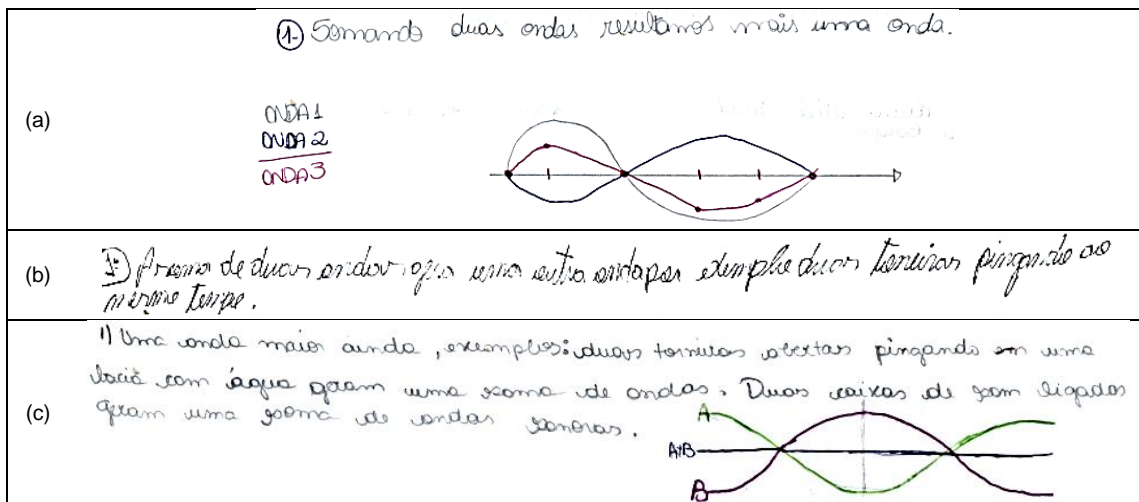


Figura 8. Respostas à primeira questão da primeira avaliação pelos alunos da primeira etapa (a) 10206-10232; (b) 10207-10233; (c) 10316-10319.

A segunda questão foi enunciada da seguinte forma:

Explique, com suas palavras, qual o resultado da multiplicação de um vetor do espaço real por um número real e apresente um exemplo.

Algumas das respostas apresentadas pelos alunos a esta questão aparecem na figura 9. As respostas levam a crer que a sistemática utilizada para criação de novos vetores a partir de outros foi incorporada pelos alunos. Um destaque pode ser dado à resposta dos alunos 10305-10309 que consideraram que a formação de um vetor do plano real pela multiplicação de um vetor do plano por um número real é idêntica àquela utilizada no caso das ondas. Isto sugere que este conteúdo não é considerado difícil pelos alunos e pode ser devidamente trabalhado no Ensino Médio (EM).

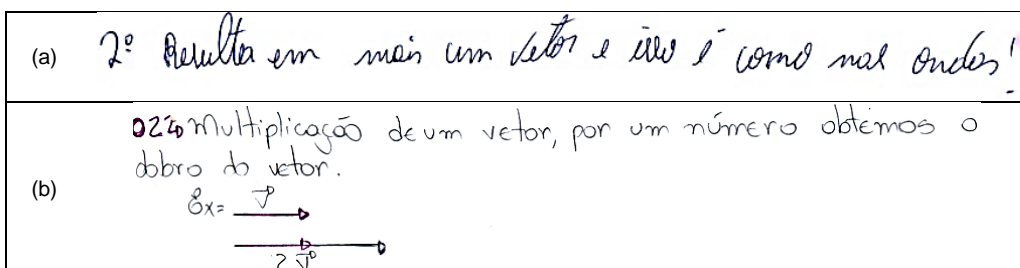


Figura 9. Respostas à segunda questão da primeira avaliação pelos alunos da primeira etapa (a) 10305-10309; (b) 10308-10324.

A terceira questão foi apresentada aos alunos com a seguinte redação:



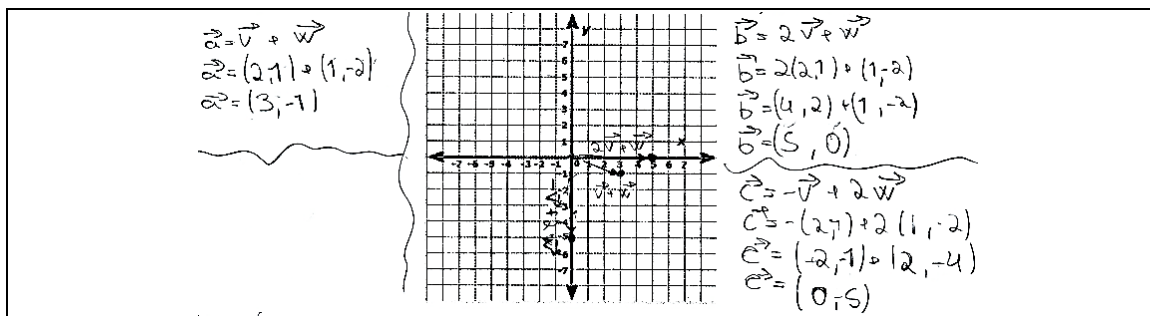


Figura 10. Respostas à quarta questão da primeira avaliação pelos alunos da primeira etapa 10225-10229.

A quinta questão da primeira avaliação visava verificar se os alunos haviam compreendido alguns dos motivos que levaram à criação da Mecânica Quântica e se conseguiam perceber algumas diferenças entre ela e a Mecânica Clássica, sendo enunciada da seguinte forma:

Que razões você citaria para justificar a introdução de uma teoria diferente da Mecânica Clássica, como é a chamada Mecânica Quântica?

Cabe destacar que a postura de alguns dos alunos perante o conteúdo apresentado foi negativa, o que se refletiu nas respostas apresentadas, conforme exposto na figura 11 (especialmente em 11b, 11c e 11e). Saliente-se que em momento algum se tentou passar uma imagem depreciativa tanto da MC como da MQ aos alunos e estas manifestações foram espontaneamente apresentadas pelos alunos. A postura relativa à MQ mencionada pode se constituir em um fator impeditivo para a ocorrência da aprendizagem significativa nestes alunos, visto que esta não é uma situação de pré-disposição para a aprendizagem. Ainda que haja exemplos de postura inadequada acerca do conteúdo apresentado, estes alunos representam apenas uma ínfima parte do público estudado; são casos particulares e seu desempenho pode mostrar se esta atitude comprometerá o aprendizado dos tópicos subsequentes. Dez alunos não responderam esta questão.

(a)	a mecânica clássica não comprovava as teorias e por isso que surgiu uma mecânica chamada mecânica quântica que tinha a teoria sobre as coisas.
(b)	A clássica é a certa, quântica é a burriceira
(c)	burrice real, quântica é burriceira
(d)	porque burrice quântica que não tinha suporte
(e)	5) Que a mecânica quântica comprovava coisas que não tem sentido

Figura 11. Respostas à quinta questão da primeira avaliação pelos alunos da primeira etapa (a) 10104-10113; (b) 10214-10222; (c) 10216-10227; (d) 10305-10309; (e) 10314-10320.

A sexta questão tinha por objetivo verificar se os alunos percebiam algumas das situações de aplicação de conceitos da MQ, seja em implicações tecnológicas, seja no campo de pesquisa, tal como enunciado a seguir:

Cite duas ou mais aplicações da Mecânica Quântica, sobre as quais tenha escutado falar ou lido algo.

Ao todo, 19 alunos deixaram esta questão em branco (ver tabela 4) e algumas das respostas podem ser vistas na figura 12. A avaliação dos alunos 10216 e 10227 novamente apresenta uma resposta que pode sugerir falta de comprometimento e postura negativa perante o conteúdo ministrado.

(a)	atravessar barreira sem quebrar e Entrar na água sem se molhar
(b)	criptografia quântica. tecnologia quântica.
(c)	Somando uma onda com outra onda formará uma outra onda, assim vale, essas ondas, para luz, som, mar. Sensores fotoelétricos que percebem movimentos Foto-célula, As cores das estrelas pelo fato de conter algum tipo de química existente nela.

Figura 12. Respostas à sexta questão da primeira avaliação pelos alunos da primeira etapa (a) 10216-10227; (b) 10230-10234; (c) 10303-10325.

### 2.2.1.3. Considerações sobre a primeira avaliação

Os resultados obtidos nesta primeira avaliação (tanto os da análise quantitativa como os da análise qualitativa) levam a crer que houve compreensão por parte dos alunos acerca da superposição linear de ondas e de vetores e mesmo, em parte, de algumas implicações da MQ, apesar de certas respostas que sugerem falta de comprometimento de alguns alunos. Há, pois, uma expectativa de se atingir uma boa compreensão dos conceitos de MQ a serem apresentados, pois a superposição linear é considerada como um subsunçor importante para o aprendizado de tais conceitos.

### 2.2.2. Segunda avaliação

A segunda avaliação contém sete questões e foi realizada após as aulas em que os conceitos de estados de sistemas físicos, superposição linear de estados e incompatibilidade de observáveis foram trabalhados, incorporando-se como situações-problema os experimentos de dupla fenda, o experimento de Stern-Gerlach e características do átomo de hidrogênio.



Nesta etapa da pesquisa, 79 alunos, desta vez individualmente, realizaram a avaliação (57 da primeira série e 22 da terceira).

### 2.2.2.1. Análise quantitativa

A tabela 5 apresenta a quantidade de valores atribuídos por série em cada questão da segunda avaliação na primeira etapa da pesquisa, conforme a escala de valoração de questões já apresentada.

Com base nesta tabela, pode-se também verificar que é relativamente grande o número de alunos (52,4%) com alto número de acertos (valores 2 e 3 na escala), mesmo que menor se comparado ao da primeira avaliação. Como na avaliação anterior, a maioria dos alunos respondeu corretamente a maior parte das questões e isto dá indícios de alguma aprendizagem dos conteúdos apresentados. Uma informação importante, contudo, diz respeito à quantidade de alunos que deixaram de responder alguma questão desta avaliação na primeira etapa da pesquisa. As questões dois, quatro (sobretudo) e seis, em especial, foram as que os alunos mais deixaram de responder e isso fez com que se proporcionasse um enfoque maior dos tópicos relacionados a elas na segunda etapa da pesquisa.

*Tabela 5.* Quantidade de valores outorgados às respostas às questões da segunda avaliação na primeira etapa da pesquisa.

Série	Questão	0	1	2	3	Em branco
1ª	1	1	1	22	32	1
	2	13	18	9	3	14
	3	3	8	14	24	8
	4	19	9	3	0	26
	5	1	5	4	44	3
	6	11	13	10	6	17
	7	14	2	19	10	12
3ª	1	0	0	17	5	0
	2	2	7	5	0	8
	3	0	4	6	10	2
	4	4	1	1	4	12
	5	1	1	2	15	3
	6	4	3	6	4	5
	7	4	0	10	5	3
<b>TOTAL</b>		77	72	128	162	114

A análise destes dados permite chegar à tabela 6 para a média e o desvio padrão de cada uma das séries.

*Tabela 6.* Média e desvio padrão das séries na primeira etapa da pesquisa para a segunda avaliação.

	1ª série	3ª série
Média	1,38	1,53
Desvio Padrão	0,53	0,61

Decorrem destes valores de média e desvio padrão, os valores 0,39 e 0,40 para o coeficiente de variação (CV) da primeira e da terceira série, respectivamente. Tais números indicam que o valor da média para as turmas de terceira série nesta etapa pode não refletir a

realidade conceitual das turmas na segunda avaliação. Há muita heterogeneidade na compreensão e o conteúdo não foi bem compreendido por todos os alunos, tendo-se alguns alunos com boa compreensão e outros com não bom entendimento sobre os tópicos estudados.

Em um nível de confiança a 95%, o valor do t de Student resultou em 0,61 na comparação entre as duas séries. Este valor indica que não há diferença estatisticamente significativa entre as duas séries nesta etapa.

#### 2.2.2.2. Análise qualitativa

Analisando as respostas dadas pelos alunos em cada questão, verifica-se existirem indícios de aprendizagem e é possível avaliar a qualidade de algumas situações-problema utilizadas.

A primeira questão da segunda avaliação visava verificar se os alunos entendiam o papel do estado de um sistema físico na descrição das características deste sistema e se sabiam utilizar a notação de Dirac para representar o estado, além de incluir informações sobre uma possível evolução temporal do estado. A questão foi apresentada aos alunos da seguinte forma:

Analise o objeto tradicionalmente descrito pela Física Clássica proposto pelo professor e caracterize o mesmo. A seguir, descreva um estado possível deste objeto.

Mesmo sendo uma questão de cunho clássico, é importante lembrar que o conceito de estado nem sempre é salientado em MC e que é praticamente o mesmo para sistemas clássicos e quânticos. A figura 13 apresenta o sistema físico investigado pelos estudantes na segunda avaliação. Um fato interessante sobre esta questão é o de que muitos alunos se aproximaram do objeto (exposto na mesa do professor) para coletar mais informações e assim promover uma descrição mais completa de seu estado, conforme recomendado ao longo das aulas.



*Figura 13.* Objeto descrito pelos alunos na primeira questão da segunda avaliação na primeira etapa da pesquisa.

A figura 14 apresenta algumas das respostas fornecidas pelos alunos à primeira questão da segunda avaliação. É possível verificar que o uso da representação pela notação de Dirac foi adotada pelos alunos. Como a representação faz parte da compreensão do

conceito, acredita-se que, ao utilizá-la, os alunos estejam revelando alguma compreensão sobre o conceito de estado de um sistema físico, sob a perspectiva da MQ. Verifica-se também que a noção de alteração do estado no tempo (um passo para a evolução temporal) está presente em algumas das descrições, como no caso das respostas dos alunos 10118, 10205, e 10212. O alto número de respostas consideradas corretas a esta questão leva a crer que ocorreu aprendizado acerca do papel do conceito de estado de um sistema físico pelos alunos e que a representação (via notação de Dirac) está sendo incorporada às suas estruturas cognitivas.

(a)	1)  garrafa> =  transparente, em forma de cilindro, tampa verde, cheia de água, 23,5 centímetros de altura, 20 cm de água, amassada, e um pedaço sujo>  Essa garrafa foi descoberta no dia 19/05/10>
(b)	1.  garrafa> =  ela tem 23,5 cm de altura, 20 cm de água, tampa verde, sem rótulo, água limpa, com 19 cm de circunferência, e no momento está cheia de água>
(c)	A - (24.05.2010) Uma garrafa de água transparente 600ml, tampa verde, cheia. B - (25.05.2010) pode estar vazia, amassada, furada, etc...
(d)	1)  garrafa, 24/05/10-21hrs> =  plástica> +  tampa verde> +  não contém mais o rótulo> +  está cheia d'água>
(e)	1) A. É uma garrafa pet, sem rótulo, com tampa verde, com capacidade de aproximadamente 500 ml, a embalagem é transparente, está cheia de água, está <sup>em</sup> dentro da minha mala de professor, na sala 24 da escola de ensino técnico de São Bernardo do Rio de Janeiro.  Pesada>

Figura 14. Respostas à primeira questão da segunda avaliação pelos alunos da primeira etapa (a) 10118; (b) 10124; (c) 10205; (d) 10212; (e) 10316.

A segunda questão da segunda avaliação foi enunciada da seguinte forma:

Considere um átomo de hidrogênio (objeto tipicamente descrito pela Física Quântica). Descreva o átomo, ou seja, o nome e número de seus elementos (elétrons, prótons, nêutrons...) e, a seguir, caracterize dois estados possíveis do mesmo.

Algumas respostas dos alunos a esta questão constam da figura 15. As respostas apresentadas sugerem que é possível haver compreensão da superposição linear de estados pelos alunos com o recurso desta situação-problema, mas a elevada proporção de alunos

(27,8%) que deixaram de responder a questão também permite considerar que se trata de um conhecimento um tanto abstrato para os alunos e que sua abordagem no EM deva ser feita com mais tempo para discussão. Conceitos (relativos ao átomo de hidrogênio) trabalhados nesta questão são usualmente abordados na disciplina de Química durante a primeira série do EM (Atomística). É possível que os alunos estejam tendo uma aprendizagem mecânica dos conceitos em Química e que não ocorra uma recuperação quando da abordagem dos mesmos em Física, tanto na primeira como na terceira série. Faz-se, assim, necessário que a forma com que este conteúdo é trabalhado seja discutida para realmente promover uma aprendizagem significativa ou, até mesmo, verificar se esta situação-problema é adequada para a compreensão dos conceitos envolvidos nesta análise.

(a)	2- O átomo de hidrogênio possui um próton e um elétron. dois estados de passagem e para ↑ e para ↓
(b)	2)  hidrogênio⟩ =  1 elétron⟩ +  1 próton⟩  Estados⟩ =  E <sub>1</sub> ⟩ +  E <sub>2</sub> ⟩ +  E <sub>3</sub> ⟩ + ...
(c)	2 sistema - 1 átomo 1 neutro <u>1 hidrogênio &gt; está parado, está localizado na água</u> <u>a água está em um copo branco com detalhes verde</u> <u>o copo tem uma rachadura pequena e é de plástico</u> <u>2 hidrogênio &gt; está em movimento e localiza no</u> <u>banco de um carro, o banco é verde e o carro é um outro preto 2007 2.0 tem um adesivo</u> <u>em um japonês que significa vida</u>
(d)	2. Atômico de Hidrogênio {1 elétron  Hidrogênio⟩ =  E <sub>1</sub> ⟩ +  E <sub>3</sub> ⟩  Hidrogênio⟩ =  E <sub>4</sub> ⟩ +  E <sub>6</sub> ⟩

Figura 15. Respostas à segunda questão da segunda avaliação pelos alunos da primeira etapa (a) 10106; (b) 10118; (c) 10129; (d) 10210.

O experimento de dupla fenda foi a situação-problema utilizada na terceira questão desta avaliação, para verificar a aprendizagem acerca dos conceitos de estado de um sistema físico e de superposição linear de estados, conforme apresentado aos alunos no enunciado a seguir:

Considere o experimento de dupla fenda com elétrons.

- a. Estando fechada uma das fendas, o que você espera encontrar registrado no segundo anteparo, quando realizar a experiência com muitos elétrons? O que você pode dizer sobre o estado do elétron submetido a este experimento?
- b. Estando abertas as duas fendas, o que você espera encontrar registrado no segundo anteparo, quando realizar a experiência com muitos elétrons? O que você pode dizer sobre o estado do elétron submetido a este experimento?

Algumas das respostas encontradas a esta questão são apresentadas na figura 16. Foram identificadas várias respostas que podem ser consideradas adequadas ao propósito da questão. Alguns alunos expressaram o estado associado a cada um dos dois itens utilizando a notação de Dirac (por exemplo, alunos 10101, 10133, 10218, e 10320) e outros descreveram o estado sem a utilização da notação (por exemplo, aluno 10202), mas aparentando uma compreensão sobre o papel da superposição linear no experimento. Face às respostas encontradas, pode-se considerar que o experimento de dupla fenda é uma situação-problema adequada para o aprendizado de conceitos de MQ e de fácil compreensão por parte dos estudantes, visto que os estados foram bem elaborados pelos alunos e a superposição linear estava presente. Pelas respostas a esta questão, é possível inferir que há um bom aprendizado dos dois conceitos-chave da MQ mais abordados nesta tese, principalmente nesta específica situação-problema.

A quarta questão foi proposta aos alunos com a seguinte redação:

Considere um par de átomos de hidrogênio. Caracterize dois estados possíveis do conjunto destes dois átomos.

Poucos alunos forneceram uma resposta satisfatória a esta questão; 48,1% deles deixaram de responder. Acredita-se que isto possa ter ocorrido pelos mesmos motivos enfrentados na segunda questão. Algumas das poucas respostas aceitas como satisfatórias são apresentadas na figura 17. Todas elas são de alunos que propuseram estados de ligação para o par de átomos de hidrogênio. Contudo, em nenhuma destas respostas é possível verificar a aplicação do conceito de superposição linear. Isto pode decorrer de dificuldades relacionadas ao manejo de situações envolvendo o átomo de hidrogênio e indica que o conceito de superposição linear (como outros) é mais claramente percebido em algumas situações-problema do que em outras.

(a)	3- a) Ele vai ter que passar pela única fenda. $ F_1\rangle$ b) Ele vai ser obrigado a passar pelas duas fendas. $ F_1\rangle +  F_2\rangle$
(b)	3- a) $ eletrom\rangle =  F_2\rangle$ . Estando numa fenda também ele vai passar pela outra. b) $ eletrom\rangle =  F\rangle =  F_1\rangle +  F_2\rangle$ . O elétron pode passar pelas duas fendas ao mesmo tempo.
(c)	3- a) Um risco registrado. Ele provavelmente irá passar pela única fenda aberta. b) Vários riscos registrados. Que se duas fendas estão abertas, provavelmente terá que passar pelas duas ao mesmo tempo.
(d)	③ $ F\rangle =  F_1\rangle +  F_2\rangle = B$ $B = \rightarrow$ a) $ F_1\rangle =  \text{Possivelmente passar pela fenda 1}\rangle$ e $ F_2\rangle =  \text{Possivelmente passar pela fenda 2}\rangle = \text{Superposição}$
(e)	3a) não aparecer no método de anteparo mesmo onde as ondas se anulam $ eletrom\rangle =  F_2\rangle$ 3b) toda o anteparo estava sendo atingido pelos elétrons mesmo onde as ondas se anulam $ eletrom\rangle =  F_1\rangle +  F_2\rangle$

Figura 16. Respostas à terceira questão da segunda avaliação pelos alunos da primeira etapa (a) 10101; (b) 10133; (c) 10202; (d) 10218; (e) 10320.

(a)	4- $ \text{átomos de hidrogênio}\rangle =  \text{podem estar juntos ou separados dependendo de onde estão}\rangle$
(b)	liga do de mãe a um átomo
(c)	④ $ \text{juntos}\rangle,  \text{separados}\rangle$
(d)	4) separados e juntos

Figura 17. Respostas à quarta questão da segunda avaliação pelos alunos da primeira etapa (a) 10207; (b) 10305; (c) 10316; (d) 10319.

O foco da quinta questão era verificar se alguma noção acerca da incompatibilidade de observáveis na descrição de estados físicos em MQ fora incorporada à estrutura cognitiva dos estudantes e teve o seguinte enunciado:



Em Mecânica Quântica existem algumas grandezas físicas (observáveis) que são ditas incompatíveis, ou seja, não podem caracterizar o mesmo estado do objeto. Assim, responda os itens a seguir.

- É possível caracterizar o estado de um elétron pela posição no espaço (coordenadas  $x$ ,  $y$  e  $z$ , por exemplo)?
- É possível caracterizar o estado de um elétron pela sua posição e sua energia?
- É possível caracterizar o estado de um elétron pela sua projeção de spin em uma direção e sua posição?

Como são convenientes conhecimentos mais avançados em matemática para se tenha uma devida compreensão deste tópico, a ideia aqui era introduzir inicialmente este conceito para mostrar uma diferença crucial na descrição de estados de sistemas clássicos e de sistemas quânticos. Buscou-se nesta questão, então, verificar se os alunos utilizam o argumento da incompatibilidade para justificar uma falta de possibilidade de descrever um estado por duas grandezas físicas dadas. A maior parte dos alunos simplesmente respondeu “sim” ou “não” nesta questão sem apresentar justificativa (intencionalmente não solicitada na questão). Duas das respostas apresentadas constam da figura 18 e indicam que alguma noção de incompatibilidade de observáveis foi adquirida pelos alunos, observada principalmente em respostas como a do aluno 10225. Outras respostas mostram alguma compreensão sobre a perda de informação ocasionada por consecutivas medidas de diferentes grandezas (aluno 10316), intimamente relacionada com o Princípio de Incerteza de Heisenberg e que decorre da incompatibilidade de observáveis.

(a) Sim  
Não, só por sua posição  
o Sim

(b) Não, porque todas as grandezas são em  
relação a posição.

(b) Não, porque a posição só vale para o momento  
enquanto em que você mede ela, assim  
também para a energia.

Figura 18. Respostas à quinta questão da segunda avaliação pelos alunos da primeira etapa (a) 10225; (b) 10316.

A compreensão da superposição linear na descrição de estados em MQ era o objeto de análise da sexta questão, conforme proposto no seguinte enunciado:

Em que a superposição linear diferencia sistemas quânticos dos sistemas clássicos? Dê exemplos.

Assim como nas questões 2 e 4, muitos alunos deixaram a sexta questão sem resposta (27,8%). A figura 19 apresenta algumas respostas dos alunos a esta questão.

É possível notar que, mesmo com muitas respostas em branco (27,8% dos alunos), ainda assim tanto alunos de primeira quanto de terceira série forneceram respostas aceitas como satisfatórias (apesar da imprecisão da linguagem) para esta questão (32,9% dos alunos),

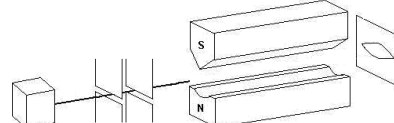
indicando alguma compreensão da presença da superposição linear na descrição de estados em MQ. Assim, por mais que os alunos tenham tido dificuldades em expor seus conhecimentos nesta questão, pode-se ainda inferir que há alguma internalização do conceito de superposição linear até aquele momento do curso. Com essa internalização, o campo de conhecimentos apresentado aos alunos está conduzindo à produção de um esquema para interpretação destes fenômenos novos e, dadas as respostas fornecidas, parece que se começa a atingir uma equilibração majorante, visto que os novos esquemas estão dando conta das situações-problema.

(a)	6. Poderão fazer dois estados ao mesmo tempo.
(b)	6 na mecânica clássica não existe superposição linear
(c)	6 que o sistema quântico é uma soma

Figura 19. Respostas à sexta questão da segunda avaliação pelos alunos da primeira etapa (a) 10105; (b) 10119; (c) 10310.

A última questão da segunda avaliação visava avaliar a compreensão de vários conceitos de MQ pelos alunos, usando o experimento de Stern-Gerlach como situação-problema. Seu enunciado foi o seguinte:

Qual dos estados a seguir pode ser atribuído a elétrons que, submetidos ao experimento de Stern-Gerlach, apresentam resultados como os indicados na figura abaixo? Justifique sua escolha.



a)  $|\Psi\rangle = |- \rangle$                       c)  $|\Psi\rangle = |+\rangle + |+\rangle$   
 b)  $|\Psi\rangle = |+\rangle$                       d)  $|\Psi\rangle = |+\rangle + |- \rangle$

Nas respostas apresentadas na figura 20, é possível identificar a presença de elementos que denotam a compreensão da superposição linear.

(a)	por causa da superposição linear $ \text{eltron}\rangle =  +\rangle +  - \rangle$ $ \text{eltron}\rangle =  - \rangle +  +\rangle$
(b)	7) <u>pois existem dois estados possíveis na direção do campo magnético que podem ser representados por <math> +\rangle</math> e <math> - \rangle</math>.</u>
(c)	7) <u><math> +\rangle +  - \rangle</math>, TEM DUAS PROJEÇÕES POSSÍVEIS, SPIN PARA CIMA E SPIN PARA BAIXO.</u>

Figura 20. Respostas à sétima questão da segunda avaliação pelos alunos da primeira etapa (a) 10119; (b) 10303; (c) 10312.

Nesta questão, 15 alunos (19,0%) apresentaram respostas consideradas totalmente corretas e 29 (36,7%), respostas consideradas parcialmente corretas. Este número elevado de



respostas corretas (mais da metade dos estudantes) parece indicar o experimento de Stern-Gerlach como uma situação-problema favorável a fácil assimilação de conceitos de MQ e que pode ser utilizada com relativo êxito na abordagem de tópicos de MQ no EM.

#### 2.2.2.3. Considerações sobre a segunda avaliação

Antes do início do curso, os alunos, em sua ampla maioria, não tinham conhecimento sobre o Princípio de Superposição Linear de Estados em MQ e também sobre as diferenças estruturais existentes entre a MQ e a MC, conforme revelado na análise das respostas ao questionário proposto.

Com os resultados da segunda avaliação, é possível perceber que já existe um razoável domínio pelos alunos, sobre o campo conceitual da MQ. Isso sugere que este primeiro contato com a teoria vem cumprindo seu papel para uma adequada alfabetização científica acerca de parte dos conceitos de MQ, frequentemente divulgados em diversos canais de informação acessíveis ao público em geral (muitas vezes sem qualquer endosso científico) e que podem conduzir a interpretações errôneas, das quais dificilmente se liberam os alunos.

Em um aspecto mais geral, as situações-problema utilizadas foram importantes para a compreensão do que é o estado de um sistema quântico e da superposição linear de tais estados. Os experimentos de dupla fenda e de Stern-Gerlach, em especial, foram os de mais fácil assimilação pelos alunos e podem ser considerados conceitualmente simples, para a aplicação dos primeiros princípios da MQ. As questões que utilizaram o átomo de hidrogênio como situação-problema tiveram pouco êxito na avaliação da aprendizagem dos alunos, o número de alunos que responderam tais questões tendo sido muito menor que o daqueles que o fizeram em questões relacionadas com as outras situações-problema. Deste modo, uma abordagem para o ensino de MQ que utilize situação envolvendo o átomo de hidrogênio deveria dar um enfoque muito mais aprofundado ao assunto, pois foi considerada de difícil compreensão pelos alunos.

#### 2.2.3. Terceira avaliação

A terceira avaliação continha seis questões e foi realizada após as aulas em que o emaranhamento quântico e a criptografia quântica foram apresentados, com o decorrente reforço dos postulados da MQ.

Nesta fase da pesquisa, 69 alunos realizaram a avaliação (48 da primeira série e 21 da terceira série).

### 2.2.3.1. Análise quantitativa

A tabela 7 apresenta a quantidade de valores atribuídos por série em cada questão da terceira avaliação na primeira etapa da pesquisa, conforme a escala de valoração já apresentada.

*Tabela 7.* Quantidade de valores outorgados às respostas às questões da terceira avaliação na primeira etapa da pesquisa.

Série	Questão	0	1	2	3	Em branco
1ª	1	7	13	15	5	8
	2	2	23	14	8	1
	3	5	12	12	17	2
	4	11	18	7	3	9
	5	11	10	7	15	5
	6	3	2	0	40	3
3ª	1	0	5	9	3	4
	2	0	8	8	5	0
	3	6	6	4	4	1
	4	3	3	6	2	7
	5	0	10	3	1	7
	6	1	1	0	14	5
<b>TOTAL</b>		49	111	85	117	52

A partir dos dados da terceira avaliação é possível chegar à tabela 8 para a média e desvio padrão de cada uma das séries.

*Tabela 8.* Média e desvio padrão das séries na primeira etapa da pesquisa para a terceira avaliação.

	1ª série	3ª série
Média	1,57	1,43
Desvio Padrão	0,69	0,68

Com tais valores de média e desvio padrão, resultam os valores 0,44 e 0,48 para o coeficiente de variação (CV) da primeira e da terceira série, respectivamente, que refletem falta de homogeneidade na compreensão pelas séries. Os valores de CV apresentados indicam a ocorrência de algumas dificuldades conceituais que devem ser analisadas e sanadas com uma abordagem diferenciada na segunda etapa da pesquisa. A próxima etapa deverá estar mais voltada às questões em que os alunos tiveram um problema maior na resolução.

Em um nível de confiança a 95%, foi obtido o valor 0,79 para o teste t de Student na comparação entre as duas séries. Isto indica que não há diferença estatisticamente significativa para os resultados da terceira avaliação entre as séries nesta etapa da pesquisa, mesmo que a compreensão não tenha sido homogênea em cada série, conforme apontado pelo coeficiente de variação.

### 2.2.3.2. Análise qualitativa

Apresenta-se agora uma análise de algumas das respostas fornecidas pelos alunos da primeira etapa às questões da terceira avaliação.

Com a apresentação de um estado de determinado sistema físico, a primeira questão tinha por objetivo verificar se os alunos conseguiam identificar as informações (ou a maior parte delas) contidas neste estado, conforme o seguinte enunciado:

Que informações podemos obter de um par de elétrons que estejam no estado  $|\Psi\rangle = |A+\rangle_1|B-\rangle_2 + |B-\rangle_1|A+\rangle_2$ , sendo “A e B” valores de posição dos elétrons e “+ e -” projeções de spin dos elétrons, denominadas “spin para cima” e “spin para baixo”, em uma mesma direção?

A figura 21 apresenta algumas das respostas a esta questão, de alunos que conseguiram identificar informações sobre emaranhamento e estados de projeção de spins presentes no estado fornecido. Isto parece sugerir certo domínio dos alunos sobre alguns dos conceitos e princípios abordados no curso como os de superposição linear de estados, spin, emaranhamento e probabilidades.

A segunda questão da terceira avaliação visava verificar se os alunos sabiam identificar um estado emaranhado e as grandezas físicas envolvidas, segundo o seguinte enunciado:

Quais dos estados a seguir são exemplos de estados emaranhados de sistemas quânticos? Justifique. As letras H e V lembram observáveis de algum objeto quântico a você?

a)  $|\Psi_1\rangle = |H\rangle_1|H\rangle_2 + |V\rangle_1|V\rangle_2$

b)  $|\Psi_2\rangle = |H\rangle_1|H\rangle_2 + |H\rangle_2|H\rangle_1$

c)  $|\Psi_3\rangle = |V\rangle_1|H\rangle_2 + |H\rangle_1|V\rangle_2$

d)  $|\Psi_4\rangle = |V\rangle_1|V\rangle_2 + |H\rangle_1|V\rangle_2$

e)  $|\Psi_5\rangle = |H\rangle_1|V\rangle_2$

f)  $|\Psi_6\rangle = |H\rangle_1 + |V\rangle_2$

(a)	São emaranhados A com spin para cima. B com o spin para baixo, + B com spin para baixo e A com spin para cima.
(b)	É o estado está separável, pois não contém a 1 está na posição 1 ou 2, e B está na posição 1 ou 2.
(c)	São emaranhados, são anticorrelacionados pois eles tem spin inversos.

Figura 21. Respostas à primeira questão da terceira avaliação pelos alunos da primeira etapa (a) 10122; (b) 10124; (c) 10320.

A figura 22 mostra algumas das respostas fornecidas pelos alunos à segunda questão. Como na sétima questão da segunda avaliação, muitos alunos simplesmente assinalaram as alternativas que julgaram adequadas sem apresentar justificativa, algo que prejudica a análise sobre a aprendizagem destes alunos acerca dos conceitos abordados nesta questão.

Apesar da dificuldade que muitos alunos apresentam na redação de suas respostas, é possível perceber alguns indícios de que sabem identificar a “separabilidade” dos estados (alunos 10230 e 10324) e a imediata informação do estado da segunda partícula obtido com a medida do estado da primeira partícula (aluno 10223). Deste modo, apesar de não ser uma questão trivial para a maior parte dos alunos, acredita-se que proporcionou uma situação-



A quarta questão, enunciada a seguir, abordava a configuração de um estado e o processo de medida da polarização de um fóton, relacionado aos processos de criptografia quântica.

Em um processo de transmissão de chave criptográfica, suponha que Alice envie um fóton polarizado na vertical para Bob e este utilize uma base inclinada a  $45^\circ$  em relação à horizontal para medir a polarização deste fóton. Você pode dizer qual será a medida realizada por Bob? Pode dizer qual o estado do fóton enviado por Alice?

Apesar de parecer simples em um primeiro momento, esta questão possuía grau de dificuldade relativamente alto, pois permitia diferentes respostas às suas duas perguntas. Os alunos poderiam responder, na primeira pergunta, que o fóton poderia passar ou não pelo polarizador ou que não havia como saber o resultado da medida e, na segunda pergunta, que o fóton enviado por Alice estaria em um autoestado de polarização na vertical ou, também, para Bob, que seria um estado de superposição dos autoestados “passar” e “não-passar”. Caso o aluno tenha fornecido qualquer destas respostas, ela foi considerada adequada.

É possível perceber novamente, nesta quarta questão, conforme ilustrado na figura 24, a utilização da notação de Dirac por alguns estudantes (10105 e 10112), indicando que esta representação está sendo incorporada à sua estrutura cognitiva e, conseqüentemente, que há aprendizagem acerca da representação do conceito de estado.

(a)	R: O fóton tem chances iguais de passar ou não passar. $ 4\rangle =  V\rangle_1$
(b)	<del><math>R1 \rightarrow  H\rangle</math> pode passar ou não pode passar?</del> <del><math>R2 \rightarrow</math> Horizontal inclinada <math>45^\circ</math> graus?</del>
(c)	O fóton pode ou não passar. não posso dizer qual seu estado.
(d)	Bob poderia medir 50% do fóton de Alice. O estado do fóton é na posição vertical

Figura 24. Respostas à quarta questão da terceira avaliação pelos alunos da primeira etapa (a) 10105; (b) 10112; (c) 10119; (d) 10316.

A quinta questão visava verificar de modo mais direto a compreensão do papel da superposição linear no emaranhamento quântico pelos alunos, conforme o enunciado a seguir:

Por que o emaranhamento quântico pode ser considerado como uma aplicação simples da superposição linear?

A figura 25 apresenta algumas das respostas dos alunos a esta questão. Pode-se notar que muitos alunos percebem que o emaranhamento quântico é uma simples decorrência (do ponto de vista conceitual) do princípio de superposição linear. Pelo número de acertos e erros nesta questão, vê-se que um número razoável de alunos (37,7%) teve respostas consideradas corretas ou parcialmente corretas. Mesmo com a grande dificuldade dos estudantes em expressar-se e com o fato de o emaranhamento quântico ser algo novo e contraintuitivo, ainda assim se pode considerar que as respostas obtidas foram satisfatórias e que estão dentro do esperado em um primeiro contato com a MQ.

(a)	Porque o emaranhamento utiliza a superposição linear para dar o segundo valor (a soma). Ex: $ 1\rangle_1 1\rangle_2 \oplus  0\rangle_1 0\rangle_2$
(b)	$ \Psi_{16}\rangle =  A\rangle_1 B\rangle_2 \oplus  B\rangle_1 A\rangle_2$ <sup>superposição linear</sup>
(c)	Porque ao emaranharmos os estados, independente de soma ou subtração entre eles, eles estão em uma superposição linear.
(d)	Porque sem a superposição linear eles não serão mais emaranhados

Figura 25. Respostas à quinta questão da terceira avaliação pelos alunos da primeira etapa (a) 10113; (b) 10119; (c) 10210; (d) 10320.

A sexta questão da terceira avaliação buscava verificar se os alunos compreendiam o processo de criação de uma chave criptográfica, conforme o seguinte enunciado:

Codifique a mensagem "superposição linear" e explique que chave criptográfica você utilizou em tal processo.

A criatividade dos alunos na construção das chaves foi interessante, conforme se observa na figura 26 e este tema parece realmente estimulá-los para o aprendizado.

<p>19 21 16 05 18 16 15 19 08 03 01 15  12 08 14 05 01 18</p> <p>Use números correspondentes ao alfabeto.</p>
---

Figura 26. Resposta à sexta questão da terceira avaliação pelo aluno da primeira etapa 10133.

Esta questão não tem o intuito de avaliar conhecimento sobre tópicos de MQ ou mesmo sobre criptografia (embora introduza o conceito), mas sim de verificar se tal tema é de interesse dos alunos. Como somente oito alunos (3,8%) deixaram a questão em branco e 78,2% dos alunos que responderam esta questão foram avaliados com conceito 2 ou 3, é difícil não acreditar que este tema levante o interesse do aluno pelo aprendizado, servindo assim como uma espécie de catalisador para a promoção da condição de pré-disposição para a aprendizagem, necessária para a ocorrência da aprendizagem significativa.

### 2.2.3.3. Considerações sobre a terceira avaliação

Foi possível verificar que as situações-problema utilizadas na terceira avaliação foram bastante úteis para promoção da condição de pré-disposição de aprendizagem e de uma consequente aprendizagem pelos alunos. A CQ, especificamente, pareceu muito estimulá-los para o aprendizado e o EQ, considerado contraintuitivo por muitos autores que abordam a MQ (por exemplo, Plenio e Vedral (1998) e Zeilinger (1998)), mostrou ser bem compreendido pelos alunos. Em especial, infere-se que os alunos conseguiram compreender o papel do estado de um sistema quântico, bem como o da superposição linear de estados de um sistema quântico, relacionando-os principalmente com o conceito de EQ. A ausência de intuição para

interpretação de fenômenos quânticos foi praticamente menosprezada, pois desde o princípio se buscou que os alunos construíssem os novos conceitos sem a utilização de conceitos próximos da MC. Assim, a construção dos novos conceitos deve fazer parte de uma aprendizagem significativa ou, pelo menos, estar muito próxima disto. Naturalmente, é preciso ter em conta que a aprendizagem significativa é progressiva e que os alunos estão dando os primeiros passos no campo conceitual da MQ cujo domínio é lento, progressivo, com rupturas e continuidades (Vergnaud, 1983).

### 2.3. Questionário de opiniões

O questionário de opiniões foi aplicado ao final do curso, sendo especificamente respondido pelos alunos no último encontro, na aula seguinte à da aplicação da terceira avaliação. Ao todo, 59 alunos estiveram presentes e participaram da atividade (46 alunos da primeira série e 13 alunos da terceira série). O questionário de opiniões, constante do Apêndice IV, indaga os alunos a respeito dos tópicos apresentados, bem como solicita sugestões e comentários sobre o curso. Um aluno deixou todas as questões em branco e seu questionário não foi computado nas respostas analisadas a seguir.

A tabela 9 apresenta o número de vezes em que cada palavra foi assinalada na primeira questão do questionário, por série, na primeira etapa da pesquisa. As palavras computação, criptografia, emaranhamento, física, mecânica e partícula foram consideradas adequadas para relacionar com a palavra quântica. A palavra medicina, no entanto, foi considerada adequada quando devidamente justificada pelos alunos, pois pode se referir a aplicações da MQ, como no caso de radiografias, radioterapia, tomografia, etc.<sup>25</sup> Cinco alunos marcaram todas as opções e optou-se por desconsiderar as respostas destes alunos nesta questão. Assim sendo, foram computadas ao todo as respostas de 53 alunos nesta questão.

*Tabela 9.* Número de vezes em que cada palavra foi assinalada na primeira questão do questionário de opiniões por série na primeira etapa da pesquisa.

Palavra	1ª série	3ª série
Computação	33	6
Consciência	6	0
Criptografia	33	11
Cura	3	0
Emaranhamento	39	12
Física	37	10
Ginástica	0	1
Mecânica	40	9
Medicina	6	1
Música	5	2
Partícula	35	10
Terapia	2	1

Trinta e nove alunos (73,6%) assinalaram somente palavras consideradas adequadas, na ótica do que foi apresentado ao longo do curso. As justificativas mais comuns, apresentadas

<sup>25</sup> A palavra medicina foi considerada inadequada, quando não justificada, porque pode estar vinculada a terapias alternativas, em desacordo com a abordagem utilizada ao longo do curso.

por 26 alunos (49,1%) para as alternativas assinaladas, indicavam que os tópicos haviam sido trabalhados, mencionados ou comentados em sala de aula ao longo do curso. Isto mostra a importância que a atualização do currículo do EM tem sobre o cotidiano dos alunos. É reprovável que a formação básica dos alunos do EM ocorra sem que tenham qualquer contato com a FMC ou talvez com uma abordagem excessivamente matemática da Física. Dezesseis alunos (30,2%) afirmaram acreditar que as palavras assinaladas tinham relação com a palavra quântica. Algumas das outras justificativas apresentadas foram: “foi o que me veio em mente”, “não existe cura, ginástica, medicina, música ou terapia quântica”, “MQ não se aplica a questões corporais ou mentais”. Nove alunos não justificaram as alternativas assinaladas e dois alunos justificaram as suas opções com “tudo é estranho e anormal” e “MQ não existe e é coisa louca”.

Os alunos que marcaram alguma alternativa considerada inadequada, afirmaram ter ouvido falar nestas opções durante o curso ou, ainda, que acreditam que estas palavras devem ter alguma relação com quântica. É importante destacar que, mesmo que não seja uma aprendizagem significativa neste momento, este primeiro contato dos alunos com a MQ cria uma postura pertinente acerca dos conteúdos abordados. Além disto, as respostas da maioria dos alunos mostram que eles parecem estar mais predispostos ao aprendizado do que com um conteúdo tradicionalmente abordado nos currículos de física do EM. Assim, vale a pena que tais conteúdos sejam trabalhados em sala de aula no EM para, adicionalmente, favorecer a condição de pré-disposição para a aprendizagem, visando a aprendizagem significativa.

Os tópicos mais citados pelos alunos como os mais importantes foram criptografia quântica (25,4%), emaranhamento quântico (20,3%) e superposição linear (20,3%). O experimento de dupla fenda (6,8%), a superposição de ondas (5,1%) e de vetores (3,4%), a computação quântica (3,4%) e o estado de um sistema físico (1,7%) também foram lembrados por alguns alunos, enquanto outros (13,6%) afirmaram que todos os tópicos são importantes e três alunos consideraram que nenhum tópico tem importância.

Dentre os conteúdos que os alunos consideraram mais fáceis, os mais citados foram a criptografia quântica (37,3%), o emaranhamento quântico (16,9%) e a soma de vetores (15,6%). A soma de ondas (13,6%), superposição linear (13,6%) e estado (10,2%) também foram apontados. Dois alunos citaram o experimento de dupla fenda e outros dois apontaram a computação quântica como sendo de fácil compreensão. Sete alunos (da primeira série) afirmaram que todos os assuntos são difíceis. É interessante notar que tópicos mais atuais e que não costumam fazer parte do currículo do EM como a criptografia quântica e o emaranhamento quântico são apontados como sendo de fácil compreensão pelos estudantes e isto mostra que aspectos básicos referentes a tais tópicos podem realmente ser aprendidos de forma significativa, visto ser algo que aparentemente interessa aos alunos. Estes tópicos ainda são colocados pelos alunos ao lado de outros mais tradicionais do ensino de Física, como a superposição de ondas e a de vetores.



Uma questão que pode ser levantada é: por que não abordar o conteúdo de Física do EM mesclando tópicos atuais com os mais tradicionais e tentar, desta forma, cativar o aluno para o aprendizado?

Ao mesmo tempo em que foram apontados como tópicos mais fáceis por vários alunos, o emaranhamento quântico (42,4%) e a criptografia quântica (10,2%), o experimento de dupla fenda (5,1%) e a superposição linear (8,5%) também foram citados por outros como tópicos mais difíceis. Sete alunos responderam que não consideraram difícil tópico algum e, em contraponto, outros sete consideraram que todos eram difíceis, embora alguns tenham afirmado que, ainda assim, gostaram de estudá-los. O experimento de Stern-Gerlach, a soma de ondas e a de vetores e o conceito de spin também foram citados como tópicos difíceis por alguns poucos alunos (duas menções, no máximo).

A maior proporção de alunos (47,4%) considerou que não é difícil compreender o conceito de estado de um sistema físico, enquanto outra expressiva parte (35,6%) considerou difícil. Outros estudantes (11,9%) consideraram que o conceito é um pouco difícil de compreender.

Quanto ao conceito de superposição linear, os alunos estiveram divididos entre os que consideraram o conceito de fácil compreensão e de acreditar (35,6%) e outros (32,2%) que consideravam somente ser de difícil compreensão ou somente de se acreditar. Houve ainda outros alunos (11,9%) que afirmaram acreditar no conceito e alguns (6,8%) que o consideraram de difícil compreensão.

Boa parte dos alunos (45,8%) considerou que a MQ consegue descrever “elementos de realidade”, enquanto outros (28,3%) afirmaram que a MQ é pura ficção científica, com as respostas igualmente divididas entre os alunos da primeira e da terceira série.

A visão que os alunos possuem acerca da MQ ficou dividida entre opiniões negativas (30,5%) e positivas (20,3%). Quatro alunos veem a MQ como uma teoria ainda inacabada, como uma ciência do futuro ou com implicações futuras. Os posicionamentos positivos envolveram afirmações do tipo “parece difícil, mas tem seus encantos”, “poderia ter este assunto com mais frequência, pois nos deixa curiosos”, “assunto interessante de se aprender”, “superior à Mecânica Clássica”, “agora consigo entender um pouco mais sobre o assunto” e “um alerta para as pessoas devido à utilização enganosa de empresas”. As opiniões negativas trouxeram respostas como “algo difícil de se aprender”, “estranho e muito chato”, “algo que nunca vou usar em minha vida”, “algo que não gostei e não consegui entender”, “pouco usada em nosso dia-a-dia”, “uma coisa irreal, ficção científica” e “teoria no papel”.

As opiniões finais trouxeram afirmações que sugerem que a proposta de ensino é válida e atinge certos objetivos. Um bom número de alunos (37,3%) afirmou que a proposta foi boa/interessante/legal e que gostaram de como o curso foi ministrado. Alguns alunos (8,5%) acharam o curso difícil e que poderia ter sido abordado de alguma forma mais fácil. Outras opiniões emitidas por um ou dois alunos sobre o curso foram: “assunto chato”, “deveria haver mais interação com os alunos” e “deveria haver mais exercícios”.

#### *2.4. Entrevistas com as turmas*

As entrevistas com as turmas nesta etapa da pesquisa foram realizadas após a aplicação do questionário de opiniões e visaram colher dados que os alunos não tivessem devidamente expressado em seus questionários e que pudessem contribuir para uma melhor compreensão acerca de seu aprendizado.

Ao serem indagados sobre a dificuldade do curso, os alunos das duas turmas de primeira série se apresentaram divididos entre os que gostaram da proposta e os que acharam a proposta difícil de compreender. Mesmo os alunos que consideraram difícil o curso afirmaram que o assunto abordado era “legal” e interessante. Quanto aos alunos da terceira série, a maioria afirmou ter gostado de trabalhar com a MQ e não a achou difícil, mas sim complexa, exigindo mais atenção do que a usualmente dispensada a outros conteúdos e outras disciplinas.

Quando perguntados se perceberam a importância de se estudar a MQ, os alunos de uma das primeiras séries afirmaram não perceber a necessidade de conhecer esta teoria, enquanto os alunos das outras turmas consideraram importante compreender como funcionam os dispositivos que utilizam em seu cotidiano e que têm a MQ como base para sua concepção. A alfabetização científica de forma correta também fez com que alguns alunos afirmassem que agora sabem como é a MQ e que, por isso “não comprariam produtos como colchões quânticos”.

Na turma cujos alunos disseram não compreender o papel da MQ no cotidiano, ainda assim houve um comentário que mostrou boa receptividade do aluno ao curso apresentado. Este aluno comentou que estudar a MQ “é legal e que o professor pode voltar com mais conteúdos como este”. Isto mostra que, mesmo com as dificuldades que alguns alunos afirmaram ter, ainda assim o conteúdo pareceu ter estimulado os estudantes a se interessarem pela disciplina de Física e, em especial, pela MQ.

#### *2.5. Síntese da aplicação na primeira etapa*

A análise dos instrumentos utilizados na primeira etapa da pesquisa sugere que houve boa compreensão dos conteúdos trabalhados por razoável parcela dos alunos, mesmo que com alguma resistência de alguns deles. As dificuldades enfrentadas fazem com que se recorra a uma abordagem diferenciada e com mais ênfase em alguns tópicos na segunda etapa, como no caso da situação-problema do átomo de hidrogênio.

Saliente-se que, ainda assim, a receptividade dos alunos aos conteúdos apresentados foi relativamente positiva e que poucos alunos tiveram uma postura negativa em relação à MQ, conforme resultados das avaliações e dos questionários de opiniões.

A experiência da primeira etapa recomenda a inserção de novos instrumentos de coleta de dados na segunda etapa para averiguar melhor o aprendizado dos alunos ao longo do

processo de apropriação do campo conceitual da MQ. Acredita-se que mapas mentais e testes rápidos possam ser utilizados para este intuito.

### **3. Segunda etapa da pesquisa**

A segunda etapa da pesquisa enfocou o desenrolar da segunda fase de ensino, realizada em 2012 e envolveu a análise de respostas dos alunos a mapas mentais iniciais, questionário de conhecimentos prévios, testes rápidos e a análise de resultados de três avaliações escritas, além da análise de mapas mentais reaplicados, questionário de opiniões, entrevistas com os alunos e registros de diário de bordo.

Os novos instrumentos de avaliação introduzidos decorreram de considerações sobre os resultados obtidos na primeira etapa da pesquisa e se ajustam a algumas alterações efetuadas na segunda fase de ensino. Cinco turmas de alunos, das quais três de primeira série e duas de terceira série estiveram envolvidas nesta etapa.

#### *3.1. Mapas mentais iniciais*

Os mapas mentais, não utilizados na primeira etapa da pesquisa, foram confeccionados pelos alunos das cinco turmas da segunda fase no primeiro encontro do curso “Fundamentos da Mecânica Quântica”. A atividade não foi apresentada aos alunos como “mapa mental” para evitar a introdução de denominações novas, visto que isto não era um ponto central da avaliação. Instruiu-se apenas os alunos para que escrevessem todas as palavras, expressões e ideias que lhes viessem à mente ao ler a expressão “Mecânica Quântica” destacada no centro da folha entregue. Não houve pressão sobre os alunos durante a realização da atividade, dando-lhes liberdade de tempo para preencherem seus mapas. Solicitou-se, também, aos alunos que não se comunicassem a respeito do conteúdo a ser registrado no mapa.

Os alunos apresentaram inúmeros questionamentos e fizeram afirmações durante a realização da atividade, sobre o próprio mapa e até sobre assuntos mais específicos do curso, tais como: “não sei o que responder”, “não me vem nada na cabeça”, “esta atividade vale nota?”, “tem tempo para responder?”, “acelerador de partículas é o LHC?”, “LHC pode criar antimatéria?”, “como é feito o enriquecimento do combustível da bomba atômica?”, “o que é o gato de Schrödinger?”, “o que é o bóson de Higgs?”. Procurou-se deixá-los livres para efetuarem estes questionamentos, porém os mesmos só foram discutidos após a conclusão das atividades do mapa mental e do questionário de conhecimentos prévios.

Ao todo, 138 mapas foram elaborados pelos alunos, sendo 68 nas turmas de primeira série e 70 nas turmas de terceira série. A palavra que mais constou dos mapas foi “física” (59 vezes), provavelmente devido à denominação “física quântica” já fazer parte do vocabulário de alguns alunos e por ser Física a disciplina em estudo no momento de confecção do mapa.

Outros termos bastante registrados nos mapas das cinco turmas foram: difícil, cálculos, números, matemática, equações, tecnologia, força, movimento e energia.

A palavra “Mecânica” fez com que muitos alunos associassem termos relacionados à mecânica automotiva, tais como: carro, motor, oficina, conserto e peças. Visto que a mecânica automotiva é algo próximo ao cotidiano dos alunos, pode-se considerar que tais respostas poderiam ser esperadas nos mapas mentais, mesmo que não tenham relação com a MQ.

A proximidade fonética fez com que palavras como quantidade, mecanismos e aquática também estivessem presentes em alguns mapas mentais, tanto por alunos de primeira como de terceira série. Para cada uma dessas palavras, foram respectivamente 41, 14 e 2 menções.

Alguns dos mapas construídos pelos alunos, com grifos destacando as palavras que estão mais relacionadas com a MQ, podem ser encontrados no Apêndice VI. Tais mapas apresentam termos com algum grau de proximidade com a MQ e com um conteúdo relativamente diferente dos citados anteriormente. Em especial, os mapas dos alunos 20316 e 20417, apresentados na figura 27, são dignos de nota, pois indicam que estes alunos já tiveram um contato maior com a MQ e incorporaram alguns conceitos em seu vocabulário e, possivelmente, em sua estrutura cognitiva. O conhecimento prévio de alguns conceitos de MQ por estes dois alunos pode ser considerado como um fator auxiliar na ocorrência de aprendizagem significativa, acreditando-se também que não deva provocar prejuízo no processo de ensino e aprendizagem.

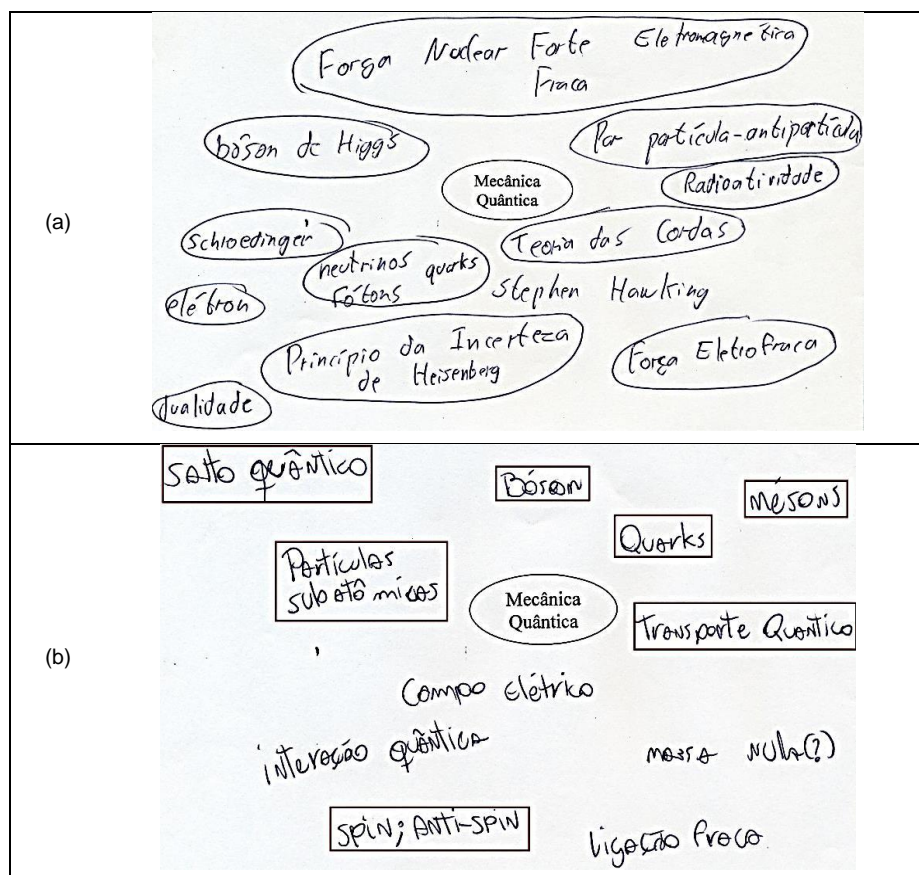


Figura 27. Mapas mentais iniciais dos alunos (a) 20316 e (b) 20417.

É necessário destacar que alguns alunos utilizaram palavras de desânimo e, até mesmo, de desgosto no mapa. Expressões como “assunto chato e difícil”, “coisa chata”, “alguém gosta disso?”, “dor de cabeça”, “não é assunto de ensino médio”, “nota baixa”, palavras como loucura, preguiça e até palavras de baixo calão foram registradas nos mapas de três alunos da primeira série. Foram, ao todo, 32 menções de palavras ou expressões deste tipo, sendo que 23 foram registradas na primeira série. Saliente-se que, por vezes, mesmo utilizando tais palavras, ainda assim os alunos mencionavam outras expressões semelhantes às apresentadas anteriormente.

Acredita-se que os alunos que utilizaram estas expressões não dispõem, neste momento, da condição de pré-disposição para a aprendizagem, necessária para a ocorrência da aprendizagem significativa. Buscou-se assim, no início do curso, apresentar a MQ como algo ao alcance do aluno e com implicações em seu cotidiano, na tentativa de fazer com que crie a condição de pré-disposição para a aprendizagem e possa vir a aprender de forma significativa.

### *3.2. Questionário de conhecimentos prévios*

Logo após a elaboração do mapa mental, foi entregue aos alunos o questionário de conhecimentos prévios, o mesmo utilizado na primeira etapa da pesquisa. Também nesta atividade não houve pressão para finalização da tarefa e propiciou-se que as respostas coletadas fossem espontâneas e individuais, solicitando aos alunos que não trocassem informações sobre o conteúdo a ser escrito. Nesta segunda etapa da pesquisa, 67 alunos da primeira série e 70 alunos da terceira série responderam ao questionário.

Como na primeira etapa, a primeira e a segunda perguntas foram analisadas em conjunto, com 50 alunos da primeira série e 52 da terceira assinalando somente respostas que se relacionam com a MQ. As palavras mais marcadas pelos alunos foram mecânica, física e partícula. A marcação destas palavras se deve, muito provavelmente, a uma conduta conservadora dos alunos, visível em suas justificativas: “partícula é estudada na física”, “é a matéria que estamos estudando”, “física é a matéria que estuda a mecânica quântica” e “as opções marcadas estão diretamente ou indiretamente ligadas”. Os outros alunos apresentaram como justificativas as expressões “já ouvi algo relacionado a estes termos”, “chutei”, “primeiras coisas que vieram em mente”, “são palavras que me dão ideia de dificuldade”, “não sei justificar, mas imagino que tenha a ver”, “os nomes ficam legais juntos”, “é o que faz mais sentido”, “quântica lembra quantidade e leva a partículas”.

A palavra computação foi assinalada por 46 alunos e as palavras emaranhamento e criptografia foram assinaladas por, respectivamente, onze e dez alunos. Uma das justificativas apresentadas para a marcação das palavras computação e criptografia foi: “parece algo de computador e computador criptografa as coisas”. As justificativas para a marcação da palavra emaranhamento foram: “emaranhamento lembra partícula (força forte, força fraca)”, “li sobre emaranhamento em um artigo”, “porque quântica parece ser difícil de estudar e partícula e

emaranhamento não é muito fácil”. Quanto ao aluno que afirmou que já leu sobre emaranhamento em um artigo, acredita-se que possa já dispor da condição de pré-disposição para a aprendizagem, visto que parece existir nele um interesse pelo aprendizado de assuntos relacionados a esta temática.

35 alunos, 17 das primeiras séries e 18 das terceiras, assinalaram alguma palavra que não diz respeito à MQ. Nas turmas de primeira série, a palavra consciência foi marcada quatro vezes, cura foi assinalada uma vez, ginástica duas vezes e medicina onze vezes. Nenhum aluno das primeiras séries assinalou música ou terapia. Nas turmas de terceira série, a palavra consciência foi marcada três vezes, cura quatro vezes, ginástica três vezes, medicina oito vezes, música sete vezes e terapia três vezes. As justificativas apresentadas pelos alunos foram: “nanorobôs e aparelhos em medicina”, “já ouvi falar em cura por energia dos medicamentos”, além de outras justificativas já apresentadas (“foi o que me veio em mente”, etc.). Somente dois alunos não justificaram suas respostas.

Sete alunos fizeram referência ao mapa mental como motivador para a marcação da palavra “mecânica” no questionário ou, ainda, dizendo respeito ao próprio questionário, o de este incentivar o aluno nas respostas, visto que possui expressões inerentes à MQ.

As respostas apresentadas pelos alunos das cinco turmas à terceira pergunta foram semelhantes àquelas dadas pelos alunos da primeira fase da pesquisa. As respostas mais comuns foram: “algo pequeno”, “pequeno pedaço”, “pequeno pedaço de átomo ou matéria”, “menor unidade da matéria”, “uma parte”, “porção da matéria que se pode modificar”, “pequeno pedaço ou parte de algo”, “menor parte da matéria”, “partes do átomo”, “algo minúsculo que precisa de microscópio”. Os exemplos mais citados foram: partículas de água, partículas de poeira, átomo, elétron, próton, nêutron, molécula e grão de areia. Além destes, alguns exemplos relacionados à Física de Partículas também foram apresentados pelos alunos, tais como partícula alfa, bóson, quark e bóson de Higgs. Apenas oito alunos das cinco turmas não responderam esta pergunta.

Destacam-se aqui duas respostas fornecidas para esta questão: “algo que deforma o plano do espaço”, “é uma ‘perturbação’ no espaço-tempo”. Estas duas respostas estão próximas da definição de massa utilizada na teoria da relatividade geral e, caso se fosse traçar um perfil epistemológico (Bachelard, 1984) destes alunos, a parte relacionada ao racionalismo completo apareceria com certo destaque nestes perfis, diferentemente do que ocorreria com outros alunos. O objetivo deste questionário não era o de construir o perfil epistemológico dos alunos, mas as respostas apresentadas puderam trazer este fato à tona.

Como na primeira fase da pesquisa, grande parte dos alunos relacionou o conceito de estado com os estados de agregação de matéria na quarta questão, sendo o principal exemplo citado os estados sólido, líquido e gasoso de algum material. Outras respostas apresentadas foram: “a forma e o jeito em que um objeto é encontrado”, “estado emocional”, “é como você está no momento”, “comportamento”, “estado de espírito”, “modo que ele está no ambiente”, “ação e interação com os planos dimensionais”, “uma propriedade física do objeto”, “modo de estar”, “aparência do objeto”, “estado de agitação molecular” e “classificação da aparência”.

Exemplos indicados foram: sólido, líquido, gasoso, plasma, quente, frio, parado, em movimento, inércia, sentado, estado de paralisia, objeto em mau estado (mal cuidado), macio, duro, feliz, triste, seco, molhado, sujo, bom, ruim, uma roupa em mau estado, “estou acordado agora”. Somente cinco alunos não responderam esta questão.

É interessante destacar que mesmo que a maioria dos alunos nunca tenha tido contato formal com a definição de estado físico de um objeto, os exemplos arrolados revelam que o conhecimento prévio apresentado por eles é muito próximo daquele que será estudado ao longo do curso. Até mesmo a questão da variação temporal dos estados de sistemas físicos pode ser percebida em alguns dos exemplos. Assim, esta estrutura conceitual pode servir como ancoradouro para uma definição mais formal sobre o conceito de estado de um sistema físico a ser apresentado no curso.

Os alunos desta etapa da pesquisa tiveram menos dificuldade em explicitar sua compreensão sobre o conceito de onda do que os da fase anterior, visto que somente nove alunos (oito da primeira série e um da terceira) não responderam a quinta questão. Isto não significa que todos tenham uma compreensão adequada a respeito. Algumas das respostas apresentadas foram: “algo que se propaga”, “algo com curvas, não é uma linha reta”, “é uma frequência”, “uma vibração”, “tipo de frequência usado para se comunicar”, “perturbação (normalmente periódica) de algo”, “reflexo e movimento feito pela luz e pelo som”, “estado onde não tem massa”, “algo que não seja reto, que tenha ondulações”, “um emaranhado de partículas”, “movimentos que nos fazem ouvir rádio, TV”, “uma pulsação eletromagnética como as micro-ondas”, “uma ondulação”, “oscilação de energia”, “algo que transmite energia”, “vibrações transmitidas por meio de encontros entre duas coisas”, “variação da eletricidade ou magnetismo”, “variação de uma frequência”, “transmissão de energia que movimenta partículas de maneira frequente”, “tipos de propagação”, “algo que sofre oscilações”, “movimento de energia sem movimento de massa”, “algo curvado”, “forma de transmissão podendo ser magnética e até radioativa”, “aquilo que se propaga no espaço ou na água sem movimentar nenhum objeto”, “junção de força e movimento”, “transmissão de alguma coisa”. A palavra frequência também foi utilizada por alguns alunos em suas respostas. Os exemplos mais citados foram ondas no mar, som ou ondas sonoras, ondas eletromagnéticas, ondas de rádio, micro-ondas e movimento de uma corda.

A variedade de explicações e de exemplos mostra que os alunos possuem certo domínio do conceito de onda. Mesmo que a verbalização do conceito não seja correta, os exemplos dados indicam que os alunos possam ter conhecimento do que vem a ser uma onda. Frente a esta questão, acredita-se que os alunos devam utilizar seus esquemas para respondê-la e, conseqüentemente, explicitar seus conhecimentos-em-ação. Neste caso, o conhecimento-em-ação utilizado aparenta estar correto e no caminho ideal para a compreensão dos conteúdos abordados no restante da disciplina. Vale lembrar que o conceito é um conjunto formado por situações, invariantes operatórios (internalizados na estrutura cognitiva de cada aluno) e representações e, desta forma, as respostas apresentadas sugerem que este conceito é conhecido dos alunos.

Quanto à sexta pergunta, 121 alunos (88,3%) afirmaram não conhecer o experimento de dupla fenda. Um aluno da primeira série escreveu que se “trata de um experimento com duas fendas”. Três alunos da terceira série apresentaram respostas próximas do que vem a ser o experimento: “ao se arremessar elétrons através de duas fendas, estes se interferem entre si formando vários pontos de luz, como se fossem ondas”, “vi em um vídeo algo que envolvia feixes de luz e ondas na água que, após passarem por duas placas formavam algo em um quadro”. Outro aluno afirmou tratar-se de “experimento para definir a natureza da luz (onda ou partícula), mas o experimento é inconclusivo, pois ela se comporta como ambos”. Alguns alunos relacionaram a palavra fenda com uma ferramenta ou com alguma espécie de experimento com duas formas de terminar, duas teorias ou dois modos de ocorrência, assim como na primeira fase da pesquisa. Um aluno questionou se isto não teria a ver com duas dimensões e outro perguntou se teria alguma relação com o DNA, por causa da dupla hélice. Um aluno afirmou que já ouviu falar no experimento, mas não soube explicar o que seria. Fato interessante ocorreu nas turmas do curso Técnico em Agropecuária, pois a dupla fenda foi apontada como um método de enxertia para propagação assexuada em plantas, o que realmente é verdadeiro. Os alunos, neste caso, trouxeram conhecimento de outra área para a sala de aula e isto evidenciou um problema possível de ocorrer ao se utilizar termos de uma área em outra.

Na sétima questão, 113 alunos (82,5%) responderam que consideram importante conhecer uma teoria com tantas implicações como é a MQ. As justificativas apresentadas foram: “porque é interessante”, “precisamos conhecer a tecnologia”, “são objetos usados no dia a dia”, “para entender como funcionam as coisas”, “é sempre bom aprender”, “para saber se isso é (ou não) um mal para a saúde humana”, “posso precisar desse conhecimento um dia”, “para exercitar o pensamento”, “porque me interessa pelo assunto”, “parece ser interessante”, “só pela curiosidade”, “devemos ter mente aberta para novos conhecimentos”. Seis alunos que consideraram importante conhecer a teoria colocaram ressalvas: um afirmou que “mesmo sendo importante ter esse contato, ainda assim o assunto é chato” e outro que “só se deve conhecer o básico da teoria, pois muitos nunca mais a utilizarão em suas vidas”. Quatorze alunos não consideraram importante aprender MQ e apresentaram as seguintes justificativas: “não é importante”, “não é interessante”, “o importante é saber mexer com a tecnologia e não como ela funciona”, “não se interessam pelo assunto”, “não quero lembrar de física ao usar esses aparelhos”, “não trabalho com isso”, “é muito complexo para mim”, “deve ser deixado para quem trabalha com isso” e “não tenho necessidade de saber isso”. Seis alunos deixaram a questão em branco.

Levando em conta uma das condições necessárias para a ocorrência de aprendizagem significativa, pode-se considerar que os alunos que acreditam ser importante aprender MQ têm a pré-disposição para aprendizagem. Este fator pode auxiliá-los na compreensão dos tópicos a abordar ao longo do curso, dada sua postura perante este novo conhecimento. É importante verificar também como será o aprendizado dos quatorze alunos que não mostraram interesse pelo aprendizado, pois a pré-disposição para a aprendizagem pode mudar. O conhecimento



prévio relevante presente na estrutura cognitiva do aluno e o material de apoio potencialmente significativo podem ser analisados conforme o aprendizado destes alunos.

Mesmo com interesse pelo aprendizado da teoria, 63 alunos (46%) afirmaram na oitava questão nunca ter ouvido falar em MQ até então. A maior parte dos alunos que afirmaram já ter ouvido falar sobre a MQ, disseram que não lembram onde, quais os assuntos e nem do que ela trata. Outras justificativas apresentadas foram: “para construção de robôs”, “estudo dos átomos”, “algo relacionado à nanotecnologia e aos processadores quânticos”, “computação quântica com computadores ultrapotentes”, “vi em um filme, mas não lembro o assunto”, “tenho vaga noção”, “deve ser uma ciência que cuida de microtecnologias”, “energia e comprimento de onda de Planck e seu prêmio Nobel”, “força forte, força fraca, partícula de Deus”, “princípio de incerteza, antipartículas, dualidade onda-partícula, teoria de cordas”, “li sobre emaranhamento em um artigo”, “acelerador de partículas”, “robótica, computação, mecânica, eletromecânica”, “as contas, partículas e só porque a mecânica quântica me confunde demais”. Dez alunos não responderam esta pergunta.

Pelas respostas induz-se que alguns alunos devem ter tido contato com algum material mais aprofundado sobre a MQ, além daqueles que a divulgam com uma interpretação incorreta. A menção de assuntos como a computação quântica, emaranhamento quântico e acelerador de partículas pode se dever ao momento de aplicação do questionário. A esta época, fervilhavam notícias sobre a descoberta do bóson de Higgs no LHC, na Suíça, e muitas palavras inerentes à MQ acabaram adentrando ao vocabulário dos alunos, que as utilizaram em suas respostas, mesmo que não tivessem qualquer domínio do conteúdo. Neste caso, fica explícito o papel da educação científica que é o de promover a aprendizagem de concepções científicas atualizadas do mundo físico e natural e o desenvolvimento de estratégias de trabalho centradas na solução de problemas, conforme apontado nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio.

Conforme esperado, o nome mais lembrado na nona questão foi o de Albert Einstein, citado por 63 alunos. Os alunos mencionaram que Einstein era um físico alemão muito inteligente, um famoso cientista, detentor de um QI elevado e que desenvolveu a teoria da relatividade, a equação  $E=mc^2$  e a teoria das cordas, além de citar sua famosa foto. Planck foi citado por dois alunos, por seus trabalhos na física quântica, com a constante de Planck e “pelas descobertas de inúmeras fórmulas para desvendar contas antes intermináveis”. Quatro alunos afirmaram conhecer o nome de Werner Heisenberg, mas apenas um deles relacionou seu nome ao Princípio de Incerteza. Cesar Lattes foi lembrado por três alunos, por ter seu nome ligado ao Currículo Lattes, pela descoberta do méson  $\pi$ , fótons, áreas teóricas sobre energias e forças primordiais como a gravidade. Muitos alunos não citaram explicitamente o nome de algum cientista, mas afirmaram já ter ouvido falar deles. As justificativas foram: “grandes físicos ou matemáticos”, “exemplos de pessoas inteligentes”, “importantes para o desenvolvimento da tecnologia”, “compreensão do universo, velocidade da luz”, “invenções que auxiliaram no desenvolvimento da ciência”, “bombas atômicas, velocidade da luz”, “em documentários de ciência”, “células, moléculas, átomos, partículas”, “nas matérias do colégio”,

“gênios da física”, “algo sobre nuclear e sobre computadores”. Quatro já ouviram falar de alguns deles, mas não lembravam onde ou sobre quais assuntos. Apenas dois nunca ouviram falar sobre qualquer um dos cientistas listados e somente um deixou a questão em branco.

Por estar em voga à época, o acelerador de partículas foi lembrado na décima questão por alguns como sendo uma máquina que “acelera partículas e colide-as”, “foi criada para simular o Big Bang” e “para encontrar o bóson de Higgs”, além de citarem o CERN e o LHC<sup>26</sup> como exemplos. Dos itens apresentados nesta questão, a bomba atômica foi o mais lembrado. Os alunos mencionaram já ter ouvido falar sobre ela em “estudos sobre 2ª guerra mundial”, que “é feita de plutônio e urânio enriquecidos e que 10 kg destes materiais equivale a uma tonelada de TNT” e que “é uma bomba produzida por átomos, quebra o núcleo de um átomo, explodindo-o”. O chip foi considerado por alguns dos alunos como um dispositivo que “armazena informações ou dados”, “uma unidade de processamento”, “um rastreador”, um tipo de “circuito elétrico” e “um processador”. A nanotecnologia foi tida como provedora de “recursos tecnológicos para aparelhos menores”, uma eventual “utilização na área robótica” e também no “desenvolvimento de minipartículas para ajudar contra doenças”. Alguns alunos consideraram a radiação eletromagnética como uma “radiação através dos elétrons”, podendo vir “quando há espalhamento de radiação devido a algum acidente” e alguns citaram o ultravioleta e o infravermelho como exemplos. O teletransporte foi apontado como já visto em filmes e desenhos animados e que consiste em “desaparecer e aparecer em outro lugar” ou “transportar coisas para outra dimensão”. Um dos alunos afirmou já ter ouvido falar que é possível teletransportar um fóton. Somente dois alunos da terceira série afirmaram já ter ouvido falar em tunelamento. Os assuntos apontados foram o estudo de “worm holes” e a “criação de túneis”. Ainda 51 alunos citaram já ter ouvido falar de algum dos itens apresentados, mas não souberam explicar seu significado e nem onde ouviram tais termos. Doze alunos não souberam responder ou disseram não ter ouvido falar de qualquer dos itens listados.

O conhecimento apresentado sobre alguns cientistas na nona questão e os termos da décima questão parecem indicar que estes assuntos fazem parte do cotidiano de alguns alunos e é papel da educação formal apresentar as teorias ou os conceitos de forma correta para que os alunos compreendam os fenômenos envolvidos e estejam devidamente alfabetizados cientificamente. Diferentemente dos alunos da primeira etapa da pesquisa, os da segunda fase apresentam menos dificuldade em expressar (externalizar) suas ideias, o que proporcionou uma maior quantidade e qualidade dos dados coletados, podendo-se inferir as observações apresentadas.

As pequenas diferenças entre as respostas assinaladas pela maioria dos alunos leva a crer que todos estão, praticamente, em um mesmo patamar de conhecimentos acerca da MQ: superficial e repleto de associações espontâneas oriundas do contato com abordagens provavelmente incorretas de interpretações dos fenômenos da MQ. Este nível de conhecimento da MQ pelos alunos leva a crer que a abordagem utilizada para construir o curso seja

---

<sup>26</sup> CERN é a sigla para o Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire, localizado em Genebra, na Suíça, e LHC para o Large Hadron Collider, o experimento situado no CERN e considerado como o maior já construído pelo ser humano.

adequada para as duas séries, mesmo havendo uma pequena diferença na média de idade entre elas e estando a terceira série mais exposta ao ensino formal.

### 3.3. Testes rápidos

Os testes rápidos foram, como indica o nome, rápidas avaliações para diagnosticar uma aprendizagem imediata relacionada ao conteúdo de determinada aula e que, em geral, foram respondidas em menos de três minutos pelos alunos. Os testes foram aplicados, respectivamente, no terceiro, sexto, sétimo e nono encontro. Os quatro testes (vide Apêndice V) foram utilizados somente na segunda etapa da pesquisa e os seguintes conteúdos foram abordados:

- Teste rápido 1: Superposição de ondas e de vetores
- Teste rápido 2: Estado de um sistema quântico e projeção do vetor de estado
- Teste rápido 3: Incompatibilidade de observáveis
- Teste rápido 4: Emaranhamento quântico e probabilidades de ocorrência dos valores de medida

A análise do coeficiente de variação (CV) e o teste t de Student mostram dois lados diferentes e interessantes acerca do conhecimento dos alunos sobre os tópicos dos testes aplicados ao final das aulas. (Pode-se observar, porém, que o número de alunos envolvidos não é grande.) Os valores do CV de cada um dos testes para cada série constam da tabela 10.

*Tabela 10. Coeficiente de variação de cada série nos testes rápidos.*

	Teste rápido 1	Teste rápido 2	Teste rápido 3	Teste rápido 4
1ª série	0,22	0,38	0,60	0,22
3ª série	0,17	0,49	0,70	0,23

Os valores para o CV, no primeiro teste rápido, indicam que há homogeneidade na compreensão dos conceitos envolvidos no teste nas duas séries. Comparando, contudo, as duas séries em um nível de significância a 95%, encontra-se o valor de 3,14 para o teste t de Student, indicando que as duas séries possuem diferença estatisticamente significativa. Neste teste rápido, apenas um aluno da primeira série deixou a primeira questão em branco. A figura 28 apresenta algumas respostas dos alunos às duas questões do primeiro teste rápido.

(a)	<p>1) (2,3) (6,6)</p> <p>2) Sim, A soma de 2 ondas sempre será <u>OUTRA ONDA</u>, Seu valor máximo é <math>\sqrt{2}</math></p>
(b)	<p>1) <math>\vec{R} = \vec{v} + \vec{w}</math> <math>\vec{R} = (2,0) + (0,3)</math> <math>\vec{R} = (2,3)</math></p> <p>2) Sim é uma onda. Não.</p> <p><math>\vec{R} = 3\vec{v} + 2\vec{w}</math> <math>\vec{R} = 3(2,0) + 2(0,3)</math> <math>\vec{R} = (6,0) + (0,6)</math> <math>\vec{R} = (6,6)</math></p>
(c)	<p>1) <math>\vec{v} + \vec{w} = \vec{R} = (2,3)</math> <math>3\vec{v} + 2\vec{w} = \vec{R} = (6,6)</math></p> <p>2) As somas de ondas sempre resultam em uma outra onda com o valor máximo de <math>\sqrt{2}</math>.</p>
(d)	<p>1) <math>\vec{v} = (2,0) \quad \vec{w} = (0,3) \quad \vec{v} + \vec{w} = (2,3)</math> <math>3\vec{v} = (6,0) \quad 2\vec{w} = (0,6) \quad 3\vec{v} + 2\vec{w} = (6,6)</math></p> <p>2) Sim é também igual a uma onda e é igual a <math>\sqrt{2}</math>.</p>
(e)	<p>1) (2,3) / (6,6)</p> <p>2) Sim, não.</p>
(f)	<p>1) <math>\vec{v} + \vec{w} = (2,3)</math> <math>(2,0) + (0,3)</math> <math>(2,3)</math></p> <p><math>3\vec{v} + 2\vec{w} = (6,6)</math> <math>3(2,0) + 2(0,3)</math> <math>(6,0) + (0,6) = (6,6)</math></p> <p>2) Sim, a soma das ondas também é uma onda, porém seu valor máximo é igual a <math>\sqrt{2}</math>.</p>
(g)	<p>1) (2,3) (6,6)</p> <p>2) Sim. Não.</p>
(h)	<p>1) <math>\vec{v} = (2,3) \quad \vec{w} = (6,6)</math></p> <p>2) Sim, seu valor máximo é superior a 1, igual a <math>\sqrt{2}</math>.</p>

Figura 28. Respostas ao primeiro teste rápido pelos alunos (a) 20101; (b) 20133; (c) 20226; (d) 20234; (e) 20301; (f) 20321; (g) 20406; (h) 20514.

No segundo teste rápido, não há homogeneidade na compreensão dos conceitos envolvidos nas questões, dados os valores obtidos para o CV em cada série. Na comparação entre as duas séries em um nível de significância a 95%, encontra-se o valor de 1,56 para o teste t de Student, indicando que as duas séries não possuem diferença estatisticamente significativa, mesmo não sendo homogêneas internamente. Neste segundo teste, dois alunos das primeiras séries deixaram a primeira questão em branco e dois da primeira série e dois da terceira deixaram a segunda questão em branco. Algumas das respostas fornecidas pelos alunos constam da figura 29.

(a)	<p>1) Três faixas de energia   superposição   probabilidades iguais</p> <p>2) spin-para-cima <math> +\rangle</math></p>
(b)	<p>• está medindo a grandeza física "energia"</p> <p>1) possui três energias</p> <p>• elas estão em superposição</p> <p>• têm a mesma probabilidade</p> <p>2) spin para cima <math> +\rangle</math></p>
(c)	<p>1)   Três faixas de energia (1, 2, ou 3), superposição de energias (mas não de energia), probabilidades de serem iguais (<math> E_1 </math>, assim que <math> E_2 </math>) (quantos, não).</p> <p>2)   spin para cima <math> +\rangle</math></p>
(d)	<p>1) Que ele tem 3 estados, chamados <math>E_1</math>, <math>E_2</math> e <math>E_3</math>, superposição linear de estados, grandeza física</p> <p>2)   spin-para-cima <math> +\rangle</math></p>
(e)	<p>1) Soma dos três estados possíveis de energia mesma probabilidade.</p> <p>2) spin para cima</p>
(f)	<p>1) Ele está em três estados com a mesma probabilidade e ao mesmo tempo <math> E_1\rangle +  E_2\rangle +  E_3\rangle</math></p> <p>2) Podemos dizer que esse elétron está na estado positivo para cima</p>
(g)	<p>1) que a energia pode estar em um dos três, indefinida</p> <p>2) definido, por que só vai ficar em cima</p>
(h)	<p>1) A energia está passando nos três estados, ele é indefinido.</p> <p>2) Ele está em um estado definido.</p>

Figura 29. Respostas ao segundo teste rápido pelos alunos (a) 20102; (b) 20111; (c) 20211; (d) 20214; (e) 20329; (f) 20336; (g) 20413; (h) 20507.

Os valores de CV para o terceiro teste rápido também indicam que não há homogeneidade na compreensão dos conceitos envolvidos nas questões pelos alunos das duas séries. Ainda assim, comparando as duas séries em um nível de significância a 95%, encontra-se o valor de 1,59 para o teste t de Student, sinalizando que as duas séries não possuem diferença estatisticamente significativa. Nenhum aluno deixou a questão deste teste em branco.

Alguns alunos da turma 205 reclamaram da redação da questão deste teste por não conseguirem entender o que estava sendo perguntado. Algumas das respostas dos alunos são apresentadas na figura 30.

(a)	1) não, porque nem todas as grandezas são compatíveis.
(b)	1) Não. Porque nem todas grandezas são compatíveis. As vezes você acaba perdendo informações depois de medir outras.
(c)	1) Não, podemos considerar isso quando as grandezas são compatíveis, por exemplo posição e velocidade são são compatíveis, já spin e posição sim.
(d)	1) Não, porque possui sistema quântico que são incompatíveis. Por exemplo: não podemos medir ao mesmo tempo a velocidade e a quantidade, já no sistema clássico são compatíveis.
(e)	1) Não, pois existem grandezas que são incompatíveis e não podem ser medidas ao mesmo tempo no mesmo conjunto.
(f)	1) Compatibilidade de observáveis - nem todas as grandezas físicas de um sistema podem descrever um estado em um mesmo instante de tempo.
(g)	1) Não, porque algumas coisas não podem ser medidas como uma e algumas não são compatíveis.
(h)	1) Não pois nem todas as grandezas são compatíveis

Figura 30. Respostas ao terceiro teste rápido pelos alunos (a) 20116; (b) 20125; (c) 20215; (d) 20231; (e) 20316; (f) 20331; (g) 20416; h) 20517.

Os valores para o CV no quarto teste rápido foram muito próximos e indicam que há homogeneidade na compreensão dos conceitos envolvidos nas questões por parte dos alunos das duas séries. Comparando as duas séries em um nível de significância a 95%, encontra-se um valor de 0,06 para o teste t de Student, sinalizando que não há diferença estatisticamente significativa entre as séries. Assim, no quarto teste, além de não diferirem dentro de suas séries, os alunos também não revelam compreensão diferente na comparação entre as duas séries. Neste quarto teste rápido, nenhum aluno deixou questões em branco. Algumas das respostas fornecidas pelos alunos constam da figura 31.

### 3.4. Avaliações escritas

Assim como na primeira etapa de ensino, três avaliações escritas foram realizadas para verificação de evidências de aprendizagem dos alunos e, com isso, possibilitar uma análise da qualidade das situações-problema utilizadas ao longo do curso.

Cada turma teve, pelo menos, cinquenta minutos para a realização de cada uma das avaliações, sendo que algumas utilizaram menos tempo. Em particular nesta etapa duas turmas de terceira série, na segunda e na terceira avaliações, usaram pouquíssimo tempo (menos de vinte minutos) para rapidamente sair de sala de aula. Isto, no entanto, não prejudicou a avaliação, conforme será mostrado a seguir.

(a)	<p>1) <math> \psi\rangle =  V_1\rangle V_2\rangle +  V_1\rangle H_2\rangle</math></p> <p>2) As chances são de 50% de eles passarem, pois são medidas em bases diferentes</p>
(b)	<p>1) <math> H_1\rangle V_2\rangle +  V_1\rangle V_2\rangle \times</math> <math> H_1\rangle V_2\rangle +  H_1\rangle V_2\rangle \times</math>  <math> H_1\rangle V_2\rangle +  V_1\rangle H_2\rangle \times</math> <math> H_1\rangle V_2\rangle +  H_1\rangle V_2\rangle \times</math>  <math> H_1\rangle H_2\rangle +  V_1\rangle H_2\rangle \times</math> <b>B</b></p> <p>2) 50% de chance / 500 passam e 500 não passam.</p>
(c)	<p>1) b) <math> \psi\rangle =  H_1\rangle V_2\rangle +  V_1\rangle H_2\rangle</math></p> <p>2) A probabilidade é de 50% passar e 50% não passar, portanto, pode-se dizer que 50% passou e 50% não passou (500 sim e 500 não)</p>
(d)	<p>1) <input type="radio"/> A Falso <input type="radio"/> C Falso  <input checked="" type="radio"/> B Verdadeira <input type="radio"/> D Falso</p> <p>2) 50% chance de passar.</p>
(e)	<p>1) b) <math> \psi\rangle =  H_1\rangle V_2\rangle +  V_1\rangle H_2\rangle</math></p> <p>2) 50% ele passa e a outra não passa;</p>
(f)	<p>1) B é a única alternativa <del>em teste</del> <del>emaranhada</del> <math>\neq</math> (fica estranha a resposta)</p> <p>2) Há 50% de chances de passar e 50% de não passar.</p>
(g)	<p>1) b) <math> \psi\rangle =  H_1\rangle V_2\rangle +  V_1\rangle H_2\rangle</math></p> <p>2) <math>50\% \cdot \frac{\sqrt{2}^2}{2} = \frac{1}{2} = 50\%</math></p>
(h)	<p>1) b)</p> <p>2) o resultado é de 50% de chance de dar 0 e 50% de chance de dar 1 para cada um dos 1000 fótons.</p>

Figura 31. Respostas ao quarto teste rápido pelos alunos (a) 20101; (b) 20125; (c) 20202; (d) 20229; (e) 20308; (f) 20315; (g) 20418; (h) 20521.

### 3.4.1. Primeira avaliação

A primeira avaliação é a mesma da primeira etapa da pesquisa e foi aplicada nas mesmas condições, tendo sido realizada por 144 alunos (68 da primeira série e 76 da terceira série).

#### 3.4.1.1. Análise quantitativa

A tabela 11 apresenta a quantidade de valores atribuídos por série em cada questão da primeira avaliação na segunda etapa da pesquisa.

Com base nesta tabela, pode-se verificar que foi grande o número de alunos (89,7%) com alto número de acertos (valores 2 e 3 na escala). Assim, como os alunos, em sua grande maioria, responderam corretamente a maior parte das questões, infere-se que há indícios de

alguma aprendizagem dos conteúdos apresentados. Pode-se perceber também que os índices de acertos são maiores nas turmas da segunda etapa do que nas da primeira etapa da pesquisa.

*Tabela 11.* Quantidade de valores outorgados às respostas às questões da primeira avaliação na segunda etapa da pesquisa.

Série	Questão	0	1	2	3	Branco
1 <sup>a</sup>	1	0	0	25	43	0
	2	0	1	29	35	3
	3	1	0	8	59	0
	4	0	10	39	19	0
	5	1	4	2	58	3
	6	5	8	6	48	1
3 <sup>a</sup>	1	0	2	8	66	0
	2	3	3	16	51	3
	3	3	0	3	70	0
	4	0	11	43	22	0
	5	2	8	7	54	5
	6	1	8	7	57	3
<b>TOTAL</b>		16	55	193	582	18

A análise destes dados permite chegar à tabela 12 para a média e o desvio padrão de cada uma das turmas.

*Tabela 12.* Média e desvio padrão das séries na segunda etapa da pesquisa para a primeira avaliação.

	1 <sup>a</sup> série	3 <sup>a</sup> série
Média	2,51	2,54
Desvio Padrão	0,38	0,36

Com estes valores de média e desvio padrão, os valores obtidos para o CV foram 0,15 e 0,14 para a primeira e para a terceira série, respectivamente. Estes números indicam que o valor da média pode refletir a realidade conceitual das turmas, tratando-se, assim, de turmas homogêneas. Saliente-se o fato de que as turmas da primeira etapa possuem um valor mais alto para o CV, em relação ao desta etapa, mas que ainda pode ser caracterizado como homogêneo.

Em um nível de confiança a 95%, na comparação entre as duas séries desta etapa, o valor de t foi de 0,83, indicando que não houve diferença estatisticamente significativa entre as séries analisadas.

#### 3.4.1.2. Análise qualitativa

A figura 32 apresenta algumas das respostas dos alunos à primeira questão da primeira avaliação. É possível verificar a utilização da soma de ondas em água provocadas por goteiras ou no mar (como o aluno 20207) e ondas triangulares, quadradas e dentes-de-serra (aluno 20231). Assim como na primeira etapa, ocorre uma aparente apropriação da noção de superposição linear de ondas e este campo de conhecimento pode ser considerado como conhecimento prévio relevante (subsunçor) para o aprendizado da superposição linear de estados, estudada na sequência do conteúdo.



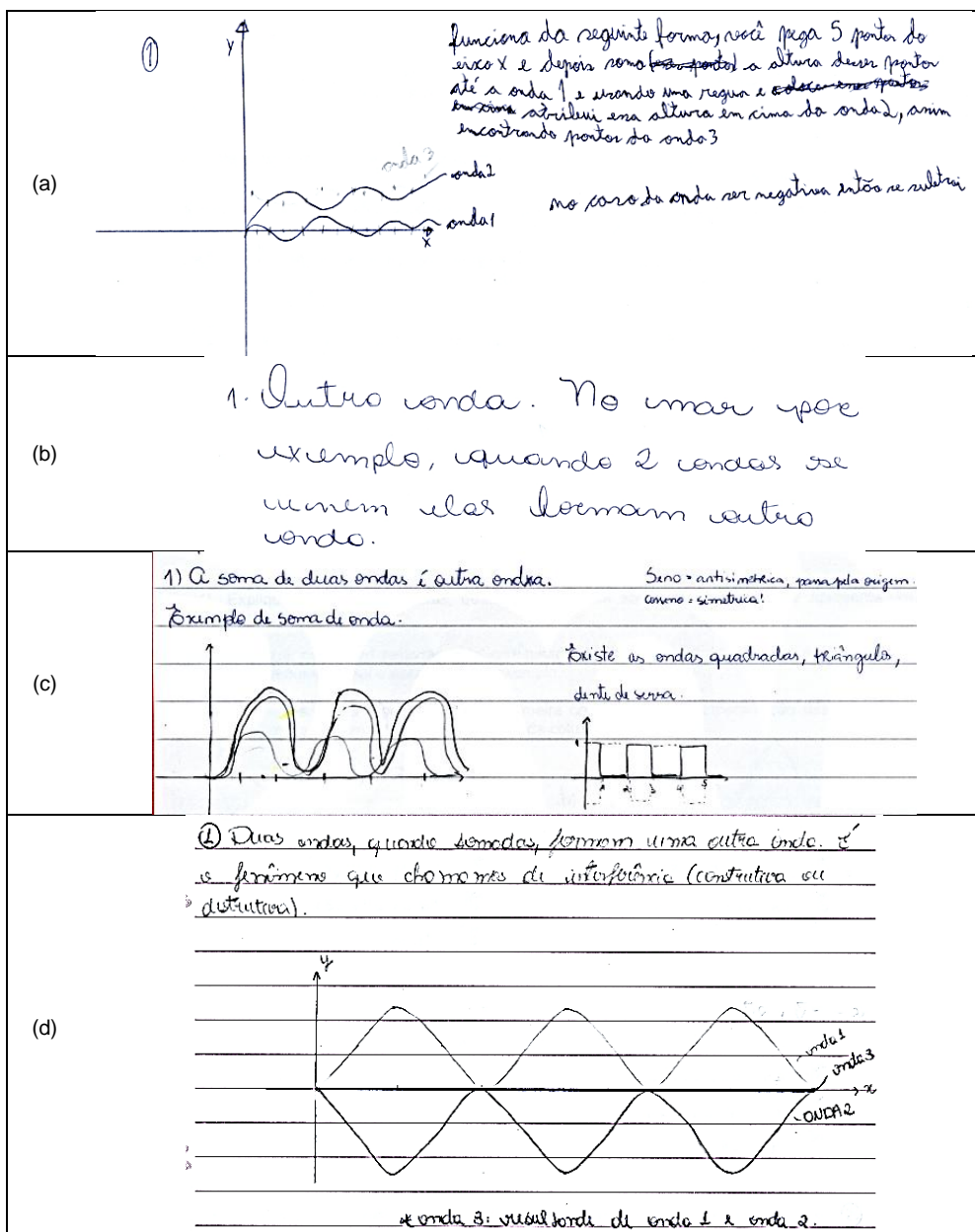


Figura 32. Respostas à primeira questão da primeira avaliação pelos alunos da segunda etapa (a) 20122; (b) 20207; (c) 20231; (d) 20321.

Algumas das respostas apresentadas pelos alunos à segunda questão aparecem na figura 33. Estas respostas, bem como na etapa anterior, sugerem que a sistemática utilizada para criação de novos vetores foi devidamente compreendida pelos alunos. Assim como na primeira etapa, um aluno (20122) considerou a atividade como algo “simples” de se fazer, mostrando que este conteúdo não é tido como difícil e que pode ser devidamente trabalhado no EM.

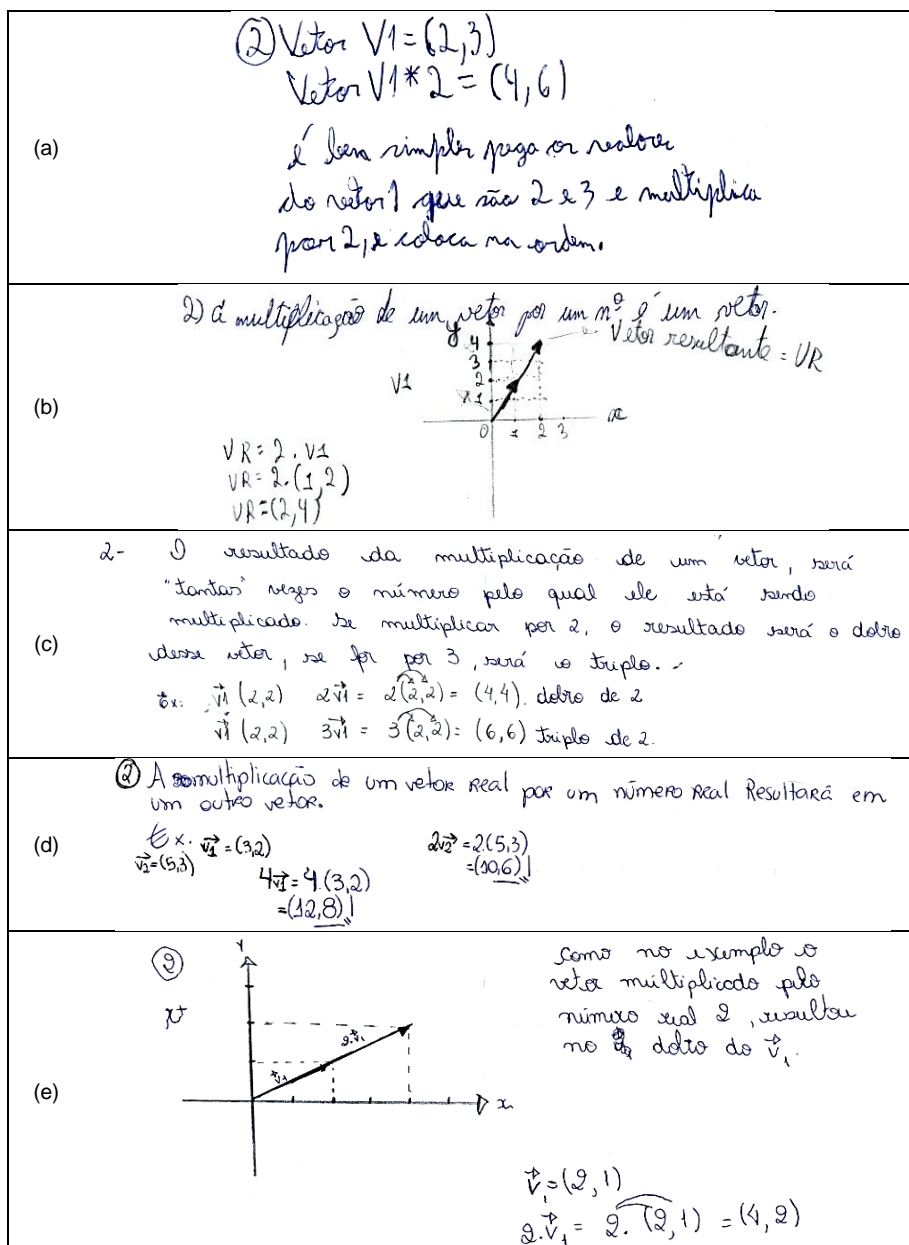


Figura 33. Respostas à segunda questão da primeira avaliação pelos alunos da segunda etapa (a) 20122; (b) 20128; (c) 20209; (d) 20418; (e) 20512.

Dos 144 alunos que realizaram esta avaliação, nenhum deixou a terceira questão em branco e 129 (89,6%) relacionaram corretamente as colunas apresentadas, o que indica que a forma procedimental de superposição de ondas foi bem compreendida. Apesar de alguns alunos somente terem relacionado as colunas sem apresentar como chegaram a certa conclusão, outros explicitaram seus invariantes operatórios (conhecimentos-em-ação) para inferir e resolver a questão. Algumas destas respostas são encontradas na figura 34.

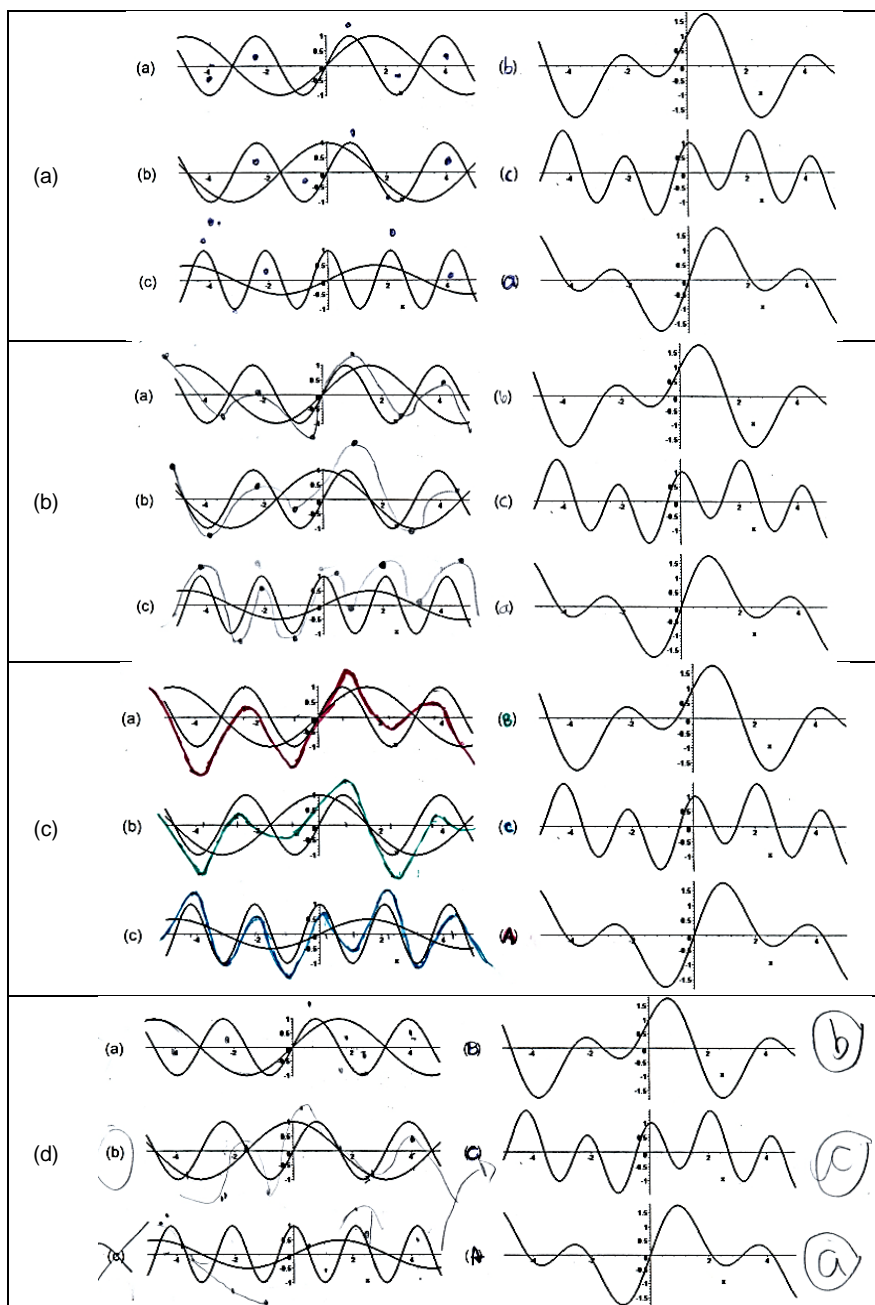


Figura 34. Respostas à terceira questão da primeira avaliação pelos alunos da segunda etapa (a) 20215; (b) 20219; (c) 20220; (d) 20335.

Na quarta questão, 81,5% dos alunos tiveram as respostas avaliadas como corretas ou parcialmente corretas. A figura 35 apresenta as respostas de alguns dos alunos a esta questão. Este alto índice de acertos leva a crer que parte essencial do conceito de superposição linear de vetores, a representação, está devidamente compreendida pelos alunos e, assim como a superposição linear de ondas, pode servir de subsunçor para a compreensão do conceito de superposição linear de estados.

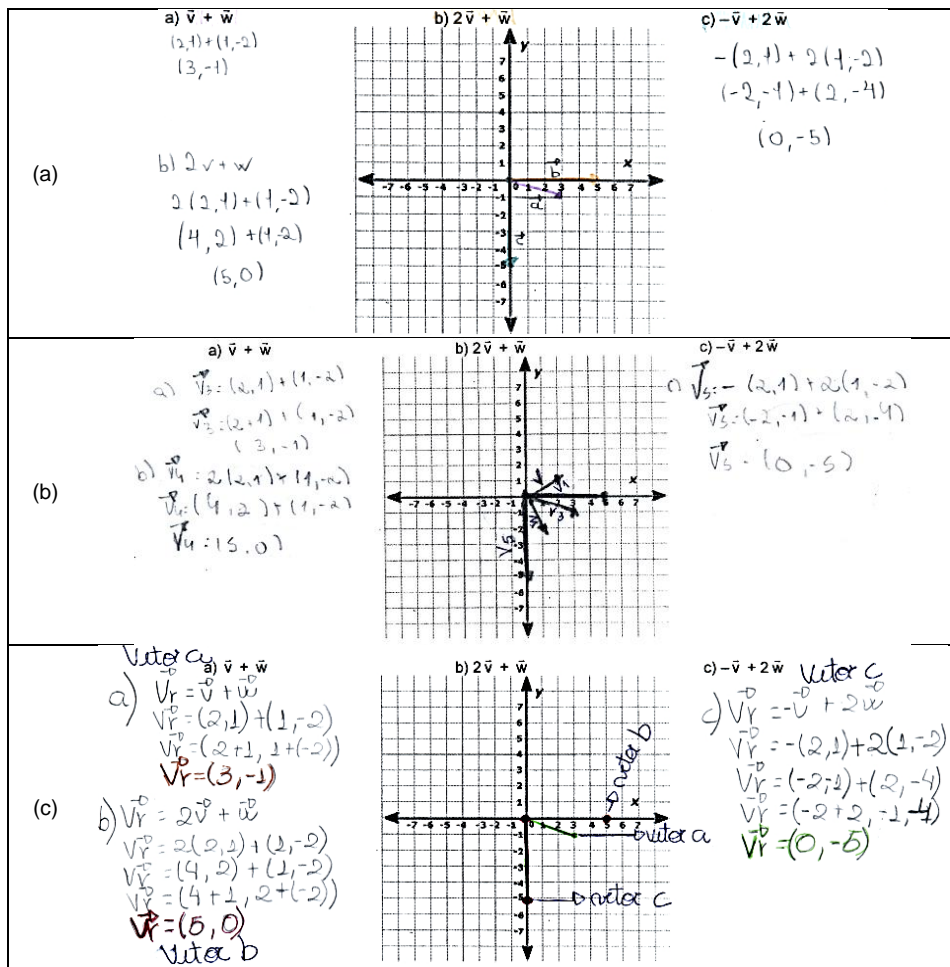


Figura 35. Respostas à quarta questão da primeira avaliação pelos alunos da segunda etapa (a) 20117; (b) 20125; (c) 20223.

Respostas à quinta questão da primeira avaliação constam da figura 36 e somente oito alunos não a responderam. É possível verificar que algumas respostas, como a do aluno 20111 e a do aluno 20308, são sucintas, mas ainda assim estão de acordo com o propósito da questão. Outras respostas como as dos alunos 20316 e 20505 apresentam os motivos que levaram à criação da MQ e respostas como a do aluno 20224 citam o momento histórico em que a MQ está inserida. Uma resposta com uma visão peculiar é a do aluno 20220 que afirma que as duas teorias não são tão diferentes e que coloca a MQ como “auxiliar” à Mecânica Clássica. Saliente-se, no entanto, que a maioria das respostas foi considerada boa, conforme apresentado na tabela 11.

A figura 37 inclui algumas das respostas dos alunos à sexta questão da primeira avaliação. Apenas quatro alunos deixaram esta questão em branco, conforme se vê na tabela 11.

(a)	Explicar problemas que a mecânica clássica não era capaz de explicar.
(b)	5) A mecânica clássica era limitada e existiam coisas que ela não podia explicar. A mecânica quântica surgiu para explicar essas coisas e ainda explicou o que a mecânica clássica já explicava.
(c)	a mecânica clássica não é capaz de responder perguntas sobre o mundo subatômico
(d)	A mecânica quântica surgiu para auxiliar a mecânica clássica, o que não significa que sejam tão diferentes.
(e)	5R- A mecânica foi criada no século XX para explicar fenômenos, problemas que a física clássica não foi capaz de explicar, uma teoria nova, um novo mundo. Não existe melhor teoria no mundo, mais capaz que a mecânica quântica.
(f)	Para solucionar 3 problemas na época
(g)	como a radiação de corpo negro, o espectro do hidrogênio e o foto da luz branca eletrons <sup>R- A Física Clássica não explica fenômenos</sup> <sup>sem falar que a</sup> luz era onda e partícula ao mesmo tempo. Como a física clássica não explicou, foi criada a Mecânica Quântica.
(h)	5) Explicaria da seguinte maneira: muitos estudiosos como Einstein, Breglie e Planck, começaram observar fenômenos que a mecânica clássica não tinha explicação, como a existência de fótons, partículas que conseguiram atravessar a parede, elas se movem no mesmo instante e outros fenômenos, assim criamos uma nova forma de estudos, teoria chamado de Mecânica Quântica.
(i)	5) Apesar de a mecânica clássica ser muito útil no nosso dia-a-dia, ela ainda não explica todos os fenômenos que ocorrem, então é necessário a utilização dos conhecimentos Quânticos que dão argumentos sobre o não-provado pela clássica.

Figura 36. Respostas à quinta questão da primeira avaliação pelos alunos da segunda etapa (a) 20111; (b) 20120; (c) 20122; (d) 20220; (e) 20224; (f) 20308; (g) 20316; (h) 20505; (i) 20513.

A variedade de situações listadas pelos alunos leva a crer que as situações de aplicação apresentadas aos alunos no início do curso podem fazer parte do seu cotidiano e que os mesmos são capazes de reconhecê-las como objeto de estudo. Mesmo em respostas consideradas fracas, como a do aluno 20212, se pode identificar a utilização de uma palavra não comum que está relacionada aos princípios da MQ. É interessante destacar a resposta do aluno 20414 que diz ter lido algo sobre a MQ em revistas dedicadas ao público leigo. Isto enfatiza o que foi dito anteriormente sobre tais conteúdos atuais serem apresentados em diversas mídias aos estudantes e a necessidade de se oferecer uma contrapartida do sistema educacional para que estes conceitos sejam trabalhados corretamente em sala de aula, evitando assim a ocorrência de uma compreensão incorreta, pois se uma concepção

alternativa for aprendida significativamente, ela se constituirá em um grande obstáculo epistemológico no futuro.

(a)	Na computação (pen drives, cartões de memória, etc.) e na medicina (tomográficos entre tantas outras aplicações).
(b)	06- Quase sempre em tecnologia, como formas de armazenamento de dados, como pen-drives e cartões de memória. e o computador quântico, muito pouco conhecido.
(c)	R- criptografia, redes de informática, criação de novas tecnologias
(d)	Emaranhados, física.
(e)	Aplicação na área da medicina, na área da informática, Lasers. <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>↓</p> <p>Aparelho de Tomografia</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>↓</p> <p>Microchips</p> </div> </div>
(f)	6- <del>Na</del> Na medicina em tomografia raio X em computadores criptografia quântica. O cartão de memória minúsculo como grandes capacidade de armazenamento.
(g)	R- Laser e Criptografia quântica.
(h)	⑥ A dualidade onda-partícula, o experimento dupla fenda, o fenômeno da difração, a velocidade da luz, entre outros.
(i)	6) Já no universo mundo astronômico, sobre a utilização da mecânica em robôs que estejam sendo mandados para e lua, e nada mais, o resto estivei em sala de aula, como o chips de celular, lasers e etc...

Figura 37. Respostas à sexta questão da primeira avaliação pelos alunos da segunda etapa (a) 20116; (b) 20118; (c) 20122; (d) 20212; (e) 20219; (f) 20233; (g) 20316; (h) 20321; (i) 20414.

### 3.4.1.3. Considerações sobre a aplicação da primeira avaliação

Acompanhando a primeira etapa da pesquisa, os resultados obtidos na primeira avaliação da segunda etapa levam a crer que houve boa compreensão por parte dos alunos acerca da superposição linear de ondas e de vetores, bem como de algumas implicações da MQ e de sua origem, além de verificar-se um comprometimento maior destes alunos do que dos da primeira etapa. Estes resultados levam a acreditar que pode haver uma melhor compreensão dos conceitos de MQ a serem apresentados, visto que estes alunos parecem



apresentar pré-disposição para o aprendizado do conteúdo de MQ e aparentam possuir a superposição linear como um subsunçor para o aprendizado dos novos conceitos. A ausência de respostas em tom jocoso na avaliação desta etapa corrobora essa visão, visto que respostas deste tipo apareceram somente em algumas avaliações na primeira etapa.

A média de cada uma das duas séries nesta avaliação foi muito próxima e, considerando ainda o desvio padrão e o coeficiente de variação obtidos, podemos dizer que a compreensão desses alunos parece ter sido satisfatória e sugere que os subsunçores foram devidamente incorporados às suas estruturas cognitivas e que há uma boa indicação de que o aprendizado dos próximos tópicos possa ir na direção de uma aprendizagem significativa.

### 3.4.2. Segunda avaliação

A segunda avaliação é a mesma da primeira etapa da pesquisa e foi aplicada nas mesmas condições, ou seja, após as aulas em que os conceitos de superposição linear de estados, estados de sistemas físicos e incompatibilidade de observáveis foram trabalhados, incorporando-se como situações-problema os experimentos de dupla fenda, o experimento de Stern-Gerlach e características do átomo de hidrogênio. Esta avaliação foi realizada por 147 alunos (70 da primeira série e 77 da terceira série).

#### 3.4.2.1. Análise quantitativa

A tabela 13 apresenta a quantidade de valores atribuídos por série em cada questão da segunda avaliação.

*Tabela 13.* Quantidade de valores outorgados às respostas às questões da segunda avaliação na segunda etapa da pesquisa.

Série	Questão	0	1	2	3	Branco
1 <sup>a</sup>	1	0	0	1	69	0
	2	2	43	8	16	1
	3	2	7	24	36	1
	4	27	11	7	21	4
	5	0	16	5	49	0
	6	9	17	7	29	8
	7	5	0	33	32	0
3 <sup>a</sup>	1	1	0	2	74	0
	2	3	26	23	21	4
	3	1	12	39	23	2
	4	12	24	18	20	3
	5	0	4	7	66	0
	6	7	20	11	32	7
	7	8	0	32	37	0
<b>TOTAL</b>		77	180	217	525	30

Com base na tabela 13, pode-se verificar que foi grande o número de alunos (72,1%) com alto número de acertos (valores 2 e 3 na escala), mesmo que menor se comparado ao da primeira avaliação. A maioria dos alunos respondeu corretamente a maior parte das questões e isto aponta indícios de alguma aprendizagem dos conteúdos apresentados. O elevado número

de respostas em branco em algumas questões desta avaliação na primeira etapa da pesquisa fez com que ocorresse um enfoque maior dos tópicos relacionados a estes conteúdos na segunda etapa de ensino. Com isto, o número de respostas em branco teve uma queda apreciável nesta etapa, embora a sexta questão ainda domine neste aspecto e a quarta questão no desempenho negativo.

A análise destes dados permite chegar à tabela 14 para a média e o desvio padrão de cada uma das turmas.

Tabela 14. Média e desvio padrão das séries na segunda etapa da pesquisa para a segunda avaliação.

	1ª série	3ª série
Média	2,10	2,19
Desvio Padrão	0,44	0,42

Com estes valores de média e desvio padrão, tem-se o valor de 0,21 e 0,19 para o CV da primeira e da terceira série, respectivamente. Estes números indicam que o valor da média das séries estudadas nesta etapa pode refletir a realidade conceitual das turmas nesta segunda avaliação; trata-se, assim, de turmas homogêneas.

Em um nível de confiança a 95%, na comparação entre as duas séries, o valor de t foi 1,37 para o teste t de Student, indicando que não há diferença estatisticamente significativa entre as séries na segunda avaliação.

#### 3.4.2.2. Análise qualitativa

A figura 38 apresenta o sistema físico descrito pelos estudantes na primeira questão da segunda avaliação. Assim como na primeira etapa da pesquisa, muitos alunos se aproximaram do objeto para coletar mais informações visando uma descrição mais completa de seu estado.



Figura 38. Objeto descrito pelos alunos na primeira questão da segunda avaliação na segunda etapa da pesquisa.

A figura 39 apresenta algumas das respostas fornecidas pelos alunos à primeira questão da segunda avaliação. É possível verificar a utilização da representação pela notação de Dirac por alguns dos alunos. A utilização desta representação sugere que os alunos estejam atingindo alguma compreensão sobre o conceito de estado de um sistema físico, visto que a representação é um dos conjuntos a serem dominados na compreensão de um conceito. Ideias relacionadas à variação temporal também estão presentes em alguns dos estados descritos,



como no caso das respostas dos alunos 20107, 20115 e 20232. O alto número de respostas consideradas corretas para esta questão (ver tabela 11) corrobora a ideia de que há alguma internalização do conceito de estado de um sistema físico pelos alunos em sua estrutura cognitiva, com a representação (notação de Dirac) sendo devidamente incorporada.

(a)	1)  garrafa d'água> = é transparente, com tampa azul, está sobre uma carteira, na sala 13 do IFCCampus Bräaquari, no dia 08/11/12 > Pode estar cheia ou vazia.
(b)	1)  Garrafa de água> =  Garrafa de plástico, transparente, tampa azul, preenchida & totalmente por água, sobre uma carteira, dentro do IFCC, na sala 13, às 14:18 hrs, na parte da frente da sala, ao lado direito da mesa do professor.>
(c)	<p>①  GARRAFA DE ÁGUA&gt; =   está no meio da mesa do professor, 19/11/12, 13:46, está verticalmente, cheia de água, tem um tampa azul, é transparente, está fechada.&gt;</p> <p> Estado da GARRAFA&gt; =  Dentro da GARRAFA tem água, está fechada, em cima da mesa, 19/11/12, 13:50, em pé.&gt;</p> <p>OUTRO estado&gt; =  Pode estar sem tampa, sem água, pode estar deitada, a água pode ser miniera ou gelada.&gt;</p>

Figura 39. Respostas à primeira questão da segunda avaliação pelos alunos da segunda etapa (a) 20107; (b) 20115; (c) 20232.

A resposta do aluno 20403 à segunda questão da segunda avaliação consta da figura 40. Respostas como a deste aluno mostram que é possível revelar compreensão da superposição linear pelos alunos recorrendo a esta situação-problema (átomo de hidrogênio) e que a ênfase dada a ela na segunda etapa de ensino fez com que a quantidade de alunos que deixaram de responder esta questão fosse bastante reduzida de uma etapa para outra (de 27,8% para 3,4% dos alunos).

② Normalmente tem 1 elétron e 1 próton e podem estar nos Estados de ligação quando estão ligados com outro e em Estado separado quando a ligação está rompida

Figura 40. Resposta à segunda questão da segunda avaliação da segunda etapa pelo aluno 20403.

Algumas das respostas à terceira questão são apresentadas na figura 41. A notação de Dirac foi utilizada por alguns estudantes (alunos 20202 e 20418) para descrever o estado associado a cada um dos dois itens, enquanto outros descreveram o estado sem a notação (alunos 20107 e 20205), mas ainda assim aparentando uma compreensão sobre o papel da superposição linear no experimento. As respostas encontradas nesta etapa reafirmam a suposição de que o experimento de dupla fenda é uma situação-problema adequada para o aprendizado de conceitos de MQ e de fácil compreensão pelos estudantes, pois os estados

foram bem elaborados pelos alunos e a superposição linear estava ali presente. Assim, esta questão aparenta ser uma via eficaz de verificação da aprendizagem acerca dos dois principais conceitos abordados nesta pesquisa.

3) Os elétrons passaram pela parte de cima então terá registros apenas na parte de cima.

(a) b) Os elétrons se dividiram em passar pelas duas fendas e então haverá registros que ficam mais fortes no meio do anteparo.

3-a) Os elétrons se comportam como se fossem ~~uma~~ objetos da Mecânica Clássica.  $|\Psi\rangle = |F_1\rangle + |F_2\rangle$  ou  $|\Psi\rangle = |F_2\rangle$

(b) Os elétrons se comportam como objetos da Mecânica Quântica.  $|\Psi\rangle = |F_1\rangle + |F_2\rangle$  (As probabilidades de passar pelas duas fendas são iguais)

3-a) Ficará uma marca forte e mais concentrada dos elétrons no segundo anteparo. É uma difração.

(c) b) Ficaram partes divididas e teve marcas espalhadas como feixes no segundo anteparo. São franjas de interferência

③ a) Os elétrons acumulados na região da segunda fenda, pois esta bloqueada uma das fendas, assim os elétrons serão obrigados a passar pela outra. Mas na região da fenda bloqueada também terá elétrons, mais em menores quantidades.  $|\Psi_1\rangle = |F_1\rangle$

(d) b) Os elétrons estarão bem divididos e representados na região das duas fendas.  $|\Psi_2\rangle = |F_1\rangle + |F_2\rangle$

Figura 41. Respostas à terceira questão da segunda avaliação pelos alunos da segunda etapa (a) 20107; (b) 20202; (c) 20205; (d) 20418.

Como na segunda questão, também foram enfatizados os tópicos relacionados à quarta questão, verificando-se uma grande redução na ausência de respostas (de 48,1% para 4,8%) dos alunos. Apesar da melhora ocorrida entre as duas etapas da pesquisa devido à ênfase maior dada a esta situação-problema na etapa de ensino, ainda assim a situação utilizada (par de átomos de hidrogênio) não aparenta ser uma boa situação para verificação de aprendizagem dos conceitos de MQ neste caso. Duas das respostas dos alunos constam da figura 42. Em particular, o aluno 20333 teve uma das melhores respostas ao colocar o par de átomos de hidrogênio em duas distintas combinações moleculares (H<sub>2</sub> e H<sub>2</sub>O). O aluno 20231 atribuiu estados de agregação da matéria para supostos conjuntos de pares de átomos de hidrogênio, o que não está incorreto. Contudo, em nenhuma destas respostas é possível verificar-se a aplicação do conceito de superposição linear, indicando que não se revelou (ou houve pouca) aprendizagem deste conceito nesta situação-problema.

④ -  $H_2O$  → |estado 1> = |gelo, frio, geladeira, sólido>. No par de hidrog  $H_2O$ , ele pode estar na forma líquida, precisa para podermos beber, ou na sólida na forma de gelo! 2 estados físicos diferentes, mas o mesmo elemento!

(a)

4) |par de átomos de hidrogênio> = |formação do gás hidrogênio>

(b) |par de átomos de hidrogênio> = |junto com o oxigênio forma a água, representando 2/3 do planeta terra, forma líquida>

Figura 42. Respostas à quarta questão da segunda avaliação pelos alunos da segunda etapa (a) 20231; (b) 20333.

Boa parte dos alunos, como na primeira etapa, simplesmente respondeu “sim” ou “não” na quinta questão, sem apresentar justificativa, mas foi possível verificar que os alunos da segunda etapa tiveram mais dedicação para a resolução desta questão, visto que foi possível encontrar facilmente mais justificativas nesta etapa. Algumas das respostas a esta questão constam da figura 43 e sugerem haver alguma compreensão da noção de incompatibilidade de observáveis, principalmente as respostas dos alunos 20203, 20211 e 20305. Outras respostas, como a do aluno 20121, mostram alguma compreensão sobre a perda de informação ocasionada por consecutivas medidas de diferentes grandezas, decorrente da incompatibilidade de observáveis.

(a) a. Sim, mas somente a sua posição, não se pode obter por exemplo, sua energia depois disso.  
b. Não, pois se caracteriza a posição, não se pode saber sua energia.  
c. Não;

(b) 5- a) Sim.  
b) Não, se formos medir a posição e depois a energia, a posição mudará e se tentarmos, calculá-la de novo, a energia mudará, portanto não há como caracterizar o estado do elétron.  
c) Depende. Se eu colocar outro experimento de Stern-Gerlach com uma posição diferente, seu spin mudará.

(c) a) Sim.  
b) Sim.  
c) Não, pois não são compatíveis.

(d) A) Não, pois são ~~as~~ grandezas físicas incompatíveis.  
B) Sim, pois são grandezas físicas compatíveis  
C) Não, pois são grandezas físicas incompatíveis

(e) 5- a) não, pois ele só pode ter 1 característica por vez.  
b) não, pois são grandezas incompatíveis.  
c) não, pois são grandezas incompatíveis

Figura 43. Respostas à quinta questão da segunda avaliação pelos alunos da segunda etapa (a) 20121; (b) 20202; (c) 20203; (d) 20211; (e) 20305.

Como nas segunda e quarta questões, houve diminuição do número de alunos que deixou a sexta questão sem resposta frente à primeira etapa da pesquisa (de 27,8% para 10,2%). A figura 44 apresenta algumas respostas dos alunos a esta questão.

(a)	6) Na superposição de estados, ex: eu posso responder eletronicamente mas não posso responder por gravador.
(b)	6) Nos sistemas clássicos é possível obter mais de uma característica para os estados, por exemplo: um jogador que encontra-se com equipe A, mas que ao mesmo tempo está com outra equipe por outro motivo qualquer. Pode-se extrair mais de uma informação sem perder a outra. Já nos sistemas quânticos, em poucas situações podemos obter mais de uma informação sem perder a anterior, em quase nenhum caso.
(c)	6 - Superposição de estados só existe na mec. quântica
(d)	6 - A superposição linear diferencia sistemas quânticos dos sistemas clássicos como por exemplo: na experiência de Stern-Gerlach, ele soma as duas grandezas físicas, 2 sistemas. Na física quântica o material em movimento pode passar por 2 lugares ao mesmo tempo (impossível na física clássica). A superposição linear é usada também na computação (sistema binários, na computação clássica existe apenas 2 estados possíveis 0 ou 1, na computação quântica além de 0 e 1, suas misturas). Usado também no caso do spin que também possui apenas 2 estados possíveis $ \text{spin} - \text{para-cima}\rangle$ e $ \text{spin} - \text{para-baixo}\rangle$ .
(e)	6) $ \uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}( \uparrow\rangle +  \downarrow\rangle)$ é na quântica isso sempre vale sempre tem superposições

Figura 44. Respostas à sexta questão da segunda avaliação pelos alunos da segunda etapa (a) 20106; (b) 20109; (c) 20120; (d) 20231; (e) 20411.

Nota-se que tanto alunos de primeira quanto de terceira séries forneceram boas respostas para esta questão, indicando compreensão do papel da superposição linear na descrição de estados em MQ em ambas as séries. Mesmo com dificuldades dos estudantes para expor seu conhecimento, ainda assim se pode inferir alguma internalização dos conceitos apresentados. Essa internalização leva a acreditar que o campo de conhecimentos apresentado aos alunos está promovendo a construção de um esquema para interpretação dos novos fenômenos e as respostas fornecidas sugerem a ocorrência de uma equilibração majorante, com os novos esquemas dando conta das situações-problema.

Nas respostas à última questão apresentadas na figura 45, ocorrem expressões que possibilitam identificar a compreensão da superposição linear, como nas respostas dos alunos 20115, 20125 e 20515.

(d)	$ \psi\rangle =  +\rangle +  -\rangle$
(a)	→ Porque alguns átomos iam para cima e outros para baixo, fazendo assim uma soma de estados.
(b)	7) Quando se forma esse "bico" quer dizer que a ns 50% de chance de ir pro baixo e 50% de chance de ir pro cima. Sendo assim, teremos a superposição linear de spin-pro-cima e spin-pro-baixo. letra D
(c)	7 - Opção d) $ \psi\rangle =  +\rangle +  -\rangle$ , porque possui a mesma probabilidade de ir para cima e ir para baixo, portanto o resultado que aparece no anteparo é $\diamond$
(d)	7 - Devemos considerar os dois spins positivos por causa da superposição linear.

Figura 45. Respostas à sétima questão da segunda avaliação pelos alunos da segunda etapa (a) 20115; (b) 20125; (c) 20231; (d) 20515.

Nesta questão, 69 alunos (46,9%) tiveram respostas consideradas totalmente corretas e 67 (44,2%) respostas consideradas parcialmente corretas. Este número elevado de respostas corretas e parcialmente corretas (91,1%) indica que o experimento de Stern-Gerlach é uma situação-problema de fácil assimilação dos conceitos de MQ e que pode ser utilizada com êxito na abordagem de tópicos de MQ no EM, além de ter sido muito bem compreendida pelos alunos da segunda etapa.

### 3.4.2.3. Considerações sobre a aplicação da segunda avaliação

Viu-se nos questionários e mapas mentais iniciais que, antes do curso, os alunos não tinham conhecimento sobre o princípio de superposição linear (embora talvez alguns soubessem somar vetores geométricos) e também não sobre as diferenças existentes entre a MQ e a MC.

Os resultados desta avaliação mostram que há um razoável domínio por parte dos alunos das situações-problema abordadas e, conseqüentemente, do campo conceitual da MQ. Em um aspecto mais geral, as situações-problema utilizadas foram importantes para a compreensão do que é o estado de um sistema quântico e da superposição linear de estados. Os experimentos de dupla fenda e de Stern-Gerlach, em especial, foram os de mais fácil assimilação pelos alunos e podem ser considerados como situações-problema simples para aplicação dos primeiros princípios da MQ, conforme mostrado também em Rocha et al. (2014).

Mesmo que ainda apresentando alguns problemas quanto a sua plena compreensão, as questões que abordaram o átomo de hidrogênio como situação-problema tiveram mais êxito na avaliação da aprendizagem dos alunos nesta etapa do que na anterior, provavelmente devido à ênfase dada neste momento em decorrência das constatações da etapa anterior. Assim, a abordagem ao ensino de MQ que utilize esta situação-problema deve ser feita de modo mais aprofundado, pois ainda aparenta ser de difícil compreensão pelos alunos.

### 3.4.3. Terceira avaliação

A terceira avaliação é a mesma da primeira etapa da pesquisa e foi aplicada nas mesmas condições, ou seja, após as aulas em que o emaranhamento quântico e a criptografia quântica foram apresentados. Esta avaliação foi realizada por 142 alunos (70 da primeira série e 72 da terceira série).

#### 3.4.3.1. Análise quantitativa

A tabela 15 apresenta a quantidade de valores atribuídos por série em cada questão da terceira avaliação.

*Tabela 15.* Quantidade de valores outorgados às respostas às questões da terceira avaliação na segunda etapa da pesquisa.

Série	Questão	0	1	2	3	Branco
1 <sup>a</sup>	1	2	14	18	36	0
	2	0	12	34	24	0
	3	2	1	9	58	0
	4	4	10	33	22	1
	5	15	11	21	14	9
	6	0	3	1	66	0
3 <sup>a</sup>	1	5	9	26	32	0
	2	0	12	28	32	0
	3	4	4	15	49	0
	4	3	7	28	33	1
	5	7	14	23	25	3
	6	0	0	1	71	0
<b>TOTAL</b>		42	97	237	462	14

Com base na tabela 15, pode-se verificar que foi grande o número de alunos (82,0%) com alto número de acertos (valores 2 e 3 na escala), mais alto que na segunda avaliação e menor que na primeira. Os alunos, em sua maioria, responderam corretamente a maior parte das questões e isto leva a crer que há algum indício de aprendizagem dos conteúdos apresentados, inclusive porque repete o padrão positivo de acertos das avaliações anteriores. Percebe-se também que os índices de acertos são maiores nas turmas da segunda etapa do que nas da primeira etapa da pesquisa, o que indica uma melhor compreensão dos tópicos apresentados pelas turmas da segunda etapa da pesquisa.

A partir dos dados da terceira avaliação é possível obter a tabela 16 para a média e o desvio padrão de cada uma das turmas.

*Tabela 16.* Média e desvio padrão das séries na segunda etapa da pesquisa para a terceira avaliação.

	1 <sup>a</sup> série	3 <sup>a</sup> série
Média	2,22	2,35
Desvio Padrão	0,42	0,45

Com estes valores de média e desvio padrão, têm-se os valores 0,19 e 0,19 para o CV para a primeira e para a terceira séries, respectivamente. Estes números indicam que o valor



da média pode refletir a realidade conceitual das turmas analisadas nesta etapa da pesquisa; tratando-se, assim, de turmas homogêneas. Algumas das dificuldades conceituais encontradas na primeira etapa parecem ter sido sanadas (ou ao menos minoradas) com uma abordagem diferenciada na segunda etapa de ensino, voltando-se mais aos conteúdos das questões em que os alunos apresentaram um problema maior de resolução na etapa inicial.

Em um nível de confiança a 95%, o resultado do teste t de Student apresenta um valor  $t = 1,10$ , indicando que não há diferença entre as séries nesta etapa da pesquisa.

### 3.4.3.2. Análise qualitativa

A figura 46 apresenta algumas das respostas fornecidas pelos alunos à primeira questão. Verifica-se que eles conseguiram identificar um grande número de informações presentes no estado fornecido, o que sugere algum domínio acerca dos conceitos abordados, tais como superposição linear, spin, emaranhamento quântico e probabilidades de obtenção dos valores de medida.

(a)	<p>① → Existem 2 partículas;  → As grandezas são spin e posição;  → Os valores das grandezas são spin-pra-cima, spin-pra-baixo, A e B;  → Estão em superposição linear;  → Estão emaranhados;  → Probabilidade é de 50% pra cada das duas partículas  ex: A: 50% de chance de ser ↑ e 50% de ser ↓  A: 50% de chance de ser posição A e 50% de ser B</p>
(b)	<p>que está em superposição;  Está emaranhado;  2 partículas;</p> <p>Grandezas Físicas = spin;  Valor Grandezas Físicas = ↑ cima, ↓ baixo;  Probabilidade = 50% em cada A e 50% em cada B</p>
(c)	<p>as informações são as seguintes: se os elétrons estão emaranhados, se há superposição linear, a grandeza que está sendo medida, quanto partículas tem, quais as variáveis da grandeza e a probabilidade de ocorrer um estado ou outro.  no caso tem emaranhamento e superposição linear com duas partículas com posição "A" ou "B", spin "+" ou "-".</p>

Figura 46. Respostas à primeira questão da terceira avaliação pelos alunos da segunda etapa (a) 20125; (b) 20219; (c) 20521.

A figura 47 mostra algumas das respostas fornecidas pelos alunos para a segunda questão. Alguns alunos simplesmente assinalaram as alternativas que julgaram adequadas sem apresentar qualquer justificativa, dificultando uma análise mais aprofundada sobre a aprendizagem acerca dos conceitos abordados nesta questão.

É possível encontrar indícios nesta questão de que os alunos sabem identificar a superposição linear por meio do emaranhamento quântico (alunos 20224 e 20327). A questão da imediata informação sobre o estado da segunda partícula obtida com a medida do estado da primeira também foi apresentada pelos alunos (e.g., aluno 20215). Apesar de o

emaranhamento quântico não ser trivial para a maior parte dos alunos, acredita-se que esta situação-problema possa ser adequada para verificação de aprendizagem dos novos conceitos, inclusive mostrando razoável domínio neste primeiro contato.

<p>2+ a e c estão emaranhadas, pois o estado das partículas não é definido.          (a) As letras H e V representam a polarização de fótons.</p>
<p><del>a) <math> \Psi_1\rangle =  H\rangle_1 H\rangle_2 -  V\rangle_1 V\rangle_2</math></del> <del>b) <math> \Psi_3\rangle =  V\rangle_1 H\rangle_2 +  H\rangle_1 V\rangle_2</math></del> e) <math> \Psi_5\rangle =  H\rangle_1 V\rangle_2</math>          b) <math> \Psi_2\rangle =  H\rangle_1 H\rangle_2 +  H\rangle_2 H\rangle_1</math> d) <math> \Psi_4\rangle =  V\rangle_1 V\rangle_2 +  H\rangle_1 V\rangle_2</math> f) <math> \Psi_6\rangle =  H\rangle_1 +  V\rangle_2</math>          (b) R: A "A" e "C" pois se medirmos um deles achamos o outro.          H e V é a polarização.</p>
<p>sim, fóton.          (c) a) <math> \Psi_1\rangle =  H\rangle_1 H\rangle_2 -  V\rangle_1 V\rangle_2</math> Emaranhado simétrico          b) <math> \Psi_2\rangle =  H\rangle_1 H\rangle_2 +  H\rangle_2 H\rangle_1</math>          c) <math> \Psi_3\rangle =  V\rangle_1 H\rangle_2 +  H\rangle_1 V\rangle_2</math> Emaranhado anti-simétrico          d) <math> \Psi_4\rangle =  V\rangle_1 V\rangle_2 +  H\rangle_1 V\rangle_2</math>          e) <math> \Psi_5\rangle =  H\rangle_1 V\rangle_2</math>          f) <math> \Psi_6\rangle =  H\rangle_1 +  V\rangle_2</math>          - Porque o fóton pode tanto na polarização H como na polarização V, esta em superposição linear</p>
<p>a) <del>b) c) d) e) f)</del> estão emaranhadas e em superposição e) não é superposição          b) é bem definido          d) não é emaranhado, pois <math>V_2</math> quer 2 vezes f) não está em superposição          - H e V também polarização</p>
<p>alc          (e) c e a) <math>H_2</math> é diferente de <math>H_1</math> a mesma molécula          b) <math> H\rangle_1 =  H\rangle_2</math>          d) existem dois <math> V\rangle_2</math>.          e) uma molécula apenas, sem superposições.          f) Não há moléculas</p>

Figura 47. Respostas à segunda questão da terceira avaliação pelos alunos da segunda etapa (a) 20111; (b) 20215; (c) 20224; (d) 20236; (e) 20327.

As respostas à terceira questão (vide figura 48) evidenciam novamente algum domínio da notação de Dirac pelos alunos no processo de construção de estados emaranhados, como foi visto na primeira etapa da pesquisa. O domínio desta representação é importante para a compreensão do conceito de estado de um sistema quântico e as respostas fornecidas pelos alunos permitem inferir que o aprendizado deste conceito está sendo adequado.

<p>(a) <math> \Psi_1\rangle =  +\rangle_1  -\rangle_2 +  -\rangle_1  +\rangle_2</math>  <math> \Psi_2\rangle = 2 -\rangle_2  +\rangle_1 -  -\rangle_1  +\rangle_2</math></p>
<p>(b) * <math> +\rangle_1  +\rangle_2 +  -\rangle_1  -\rangle_2</math> * <math> +\rangle_1  -\rangle_2 -  -\rangle_1  +\rangle_2</math>          * <math> +\rangle_1  -\rangle_2 +  -\rangle_1  +\rangle_2</math></p>

Figura 48. Respostas à terceira questão da terceira avaliação pelos alunos da segunda etapa (a) 20116; (b) 20310.

Conforme ilustrado na figura 49, ocorre novamente na quarta questão a utilização (pelo aluno 20511) da notação de Dirac, o que indica que esta representação está sendo incorporada à estrutura cognitiva e que, conseqüentemente, há aprendizagem acerca da



representação do conceito de estado. A superposição linear fica visível nos exemplos apresentados pelos alunos 20202, 20209 e 20511. A incerteza na medição decorrente da probabilidade de obtenção dos valores de medida também aparece nas respostas dos alunos.

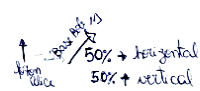
(a)	<p>Li medida não, mas o estado do fóton é o vertical.</p>
(b)	<p>R: Não Também não, mas sabe-se que a probabilidade dele passar pela base é de 50% passar e 50% não passar.</p>
(c)	<p>              Não tem como dizer qual vai ser a medida realizada por Bob. Já que tem 50% de chance de passar na horizontal e 50% de chance de passar na vertical.         </p>
(d)	<p>não é possível dizer a medida realizada por Bob.            O estado do fóton de Alice é vertical igual a 1.</p>
(e)	<p>           Alice: ↑            Bob: ↗            FV = fóton vertical.           <ul style="list-style-type: none"> <li>• A medida do fóton, poderá ou não ocorrer numa proporção de 50%</li> <li>• <math> \text{fóton Alice}\rangle =  FV\rangle_1 +  FV\rangle_1</math> ou</li> <li>• <math> \text{fóton Alice}\rangle =  \text{vertical}\rangle</math>, enviado a Bob que recebeu na diagonal</li> </ul> </p>

Figura 49. Respostas à quarta questão da terceira avaliação pelos alunos da segunda etapa (a) 20119; (b) 20202; (c) 20209; (d) 20312; (e) 20511.

A figura 50 apresenta algumas respostas à quinta questão. Apesar de esta ter sido a questão com maior número de respostas em branco na terceira avaliação (6,3%), ainda assim muitos alunos associaram o emaranhamento quântico a uma simples decorrência do princípio de superposição linear. Analisando o número de acertos nesta questão, vê-se que pouco mais da metade dos alunos (58,5%) obtiveram conceitos considerados parcialmente corretos ou corretos, ocorrendo então uma melhora apreciável em relação aos alunos da primeira etapa.

(a)	<p>Por que se trata de uma soma, e a superposição linear nada mais é que uma soma.</p>
(b)	<p>5-R: Porque o princípio da superposição linear, <del>gera</del> com estados, gera também um possível estado, só que emaranhado, porque ele gera um resultado onde há forte correlação <sup>(a qualquer distância)</sup> entre as partículas, onde não é possível separar os estados, por em evidência.</p>
(c)	<p>Porque para que ocorra um emaranhamento quântico é preciso uma superposição linear. A superposição linear ocorre apenas na física quântica! Portanto <math> \psi\rangle =  A\rangle +  B\rangle</math> não está emaranhado porque não possui uma superposição</p>
(d)	<p>Porque o emaranhamento é um caso da superposição que diz que, se dois estados são possíveis, qualquer combinação entre eles é possível.</p>

Figura 50. Respostas à quinta questão da terceira avaliação pelos alunos da segunda etapa (a) 20203; (b) 20224; (c) 20231; (d) 20316.

Assim como na primeira etapa, a criatividade dos alunos na sexta questão para a construção de chaves foi interessante, conforme mostrado na figura 51; este tópico parece mesmo estimular para o aprendizado da MQ. Destaque-se aqui a resposta do aluno 20202,

que afirmou estar lendo um dos livros mencionados pelo pesquisador informalmente no decorrer de uma das aulas e que aborda a criptografia quântica.

(a)	<p>10011-10101-10000-101-10010-10000-1111-10011-          1001-11-1-1111 1100-1001-1110-101-1-          10010</p> <p>CHAVE: O Número correspondente A Letra DO ALFABETO foi TRANSFORMADO EM BINÁRIO.</p>
(b)	<p>cVjX54321V#*#01012+-8#C0#0\$OVXE567          WILVE75LI732101#LV01#*#8813R73VX01          01700PXOX4RLL#ataque transformado \$ # CV1R1JMN0          XL MN0# A0L01# 0101264666# 72 km # chave grande          01236# ta muito pra corrigir imo 0101262# V0101#*#88          131# 0X101# LCV01#</p> <p>ignora todos os símbolos exceto os que tem um 1, por exemplo:          \$ W R E Q Q S T Q T Q W X N E A A</p> <p>no caso do "1" o símbolo na vertical "X"</p>
(c)	<p>R: XZUJWUTXNDET QNSJFW, Utilizando esse          alfabeto: A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N,          O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z, e, A". Pode-se          perceber que só se aumentou cinco letras a letra          original, portanto, a chave é diminuir cinco letras          a cada uma delas, sim, estou lendo Fonteira Digital... kkk...</p>
(d)	<p>976197075347435719030743 311941070153</p> <p>-Cada letra foi transformada em seu número primo correspondente, com 2 dígitos.</p>

Figura 51. Respostas à sexta questão da terceira avaliação pelos alunos da segunda etapa (a) 20101; (b) 20122; (c) 20202; (d) 20316.

Como nenhum aluno desta etapa deixou a questão em branco e 96,5% das respostas foram avaliadas como corretas, sugere-se que este tema é efetivamente capaz de despertar o interesse do aluno pelo aprendizado, promovendo pré-disposição para a aprendizagem, condição necessária para a ocorrência da aprendizagem significativa.

### 3.4.3.3. Considerações sobre a aplicação da terceira avaliação

As situações-problema utilizadas nesta avaliação efetivamente serviram para criar a condição de pré-disposição de aprendizagem, além de promover uma aprendizagem nos alunos. Os alunos desta etapa tiveram um desempenho muito melhor (média subiu de 1,53 para 2,28) nesta avaliação do que os da primeira etapa, tendo sido dada certa ênfase nos pontos deficitários da primeira aplicação do curso. Novamente a criptografia quântica e o emaranhamento quântico pareceram estimular os alunos para o aprendizado, além de serem bem compreendidos. O estado de um sistema quântico e a superposição linear de estados pareceram também ser bem compreendidos pelos alunos, visto que conseguiram relacioná-los com o emaranhamento quântico e a criptografia quântica. A intuição para interpretação de fenômenos quânticos parece ter sido criada ao longo curso, observando-se que os alunos não

a possuíam anteriormente e que a aprendizagem dos novos conceitos deu indícios de ocorrer de maneira significativa.

Assim como nas duas avaliações anteriores, as médias das duas séries tiveram valores bem próximos e, com o valor do desvio padrão obtido, podemos verificar que há uma compreensão semelhante dos conteúdos apresentados nestas séries. Isso corrobora a visão apresentada no início da tese de que conteúdos de Mecânica Quântica e de Física Moderna e Contemporânea podem ser apresentados de uma forma intelectualmente honesta aos alunos de Ensino Médio, levando em conta os subsunçores necessários para a compreensão dos conceitos trabalhados.

### *3.5. Mapas mentais finais*

Os mapas mentais finais foram confeccionados, de forma individual, pelos alunos da segunda etapa da pesquisa no último encontro do curso, na aula seguinte à da aplicação da terceira avaliação. No total, 134 alunos realizaram esta atividade (69 alunos da primeira série e 65 da terceira). Assim como na aplicação do mapa no início do curso, os alunos tiveram total liberdade para escrever quaisquer palavras que desejassem relacionar com a expressão central “Mecânica Quântica”. Esta liberdade objetivava que a externalização dos conhecimentos presentes na estrutura cognitiva dos estudantes pudesse ser mais espontânea e com potencial de traduzir melhor o conhecimento dos alunos.

Em alguns poucos casos (11 nas turmas de primeira série e 13 nas de terceira série), no entanto, ainda ocorreu uma associação de palavras consideradas sem qualquer conexão com o conteúdo apresentado, podendo estar relacionada com a liberdade de resposta dos alunos, com o caráter não avaliativo da tarefa e até com um descaso dos alunos em relação à atividade. Nas turmas de primeira série, as expressões “loucura”, “creme dental”, “chato”, “o impossível se tornando possível”, “anormal”, “de volta para o futuro”, “coisas estranhas”, “outro mundo”, “nonsense”, “LOL”, “mind explosion”, “Fernandona”, “Claudia Raia”, “Claudia Ohanna”, “pokémon”, “Dercy”, “nota baixa”, “coisas absurdas”, “complicado” foram relacionadas. Os alunos das terceiras séries incluíram as expressões “estratégia de marketing”, “não é colchão”, “prêmio”, “carrasco bonito”, “uma parada muito louca”, “quantidade”, “Alf, o ETeimoso”, “colchões”, “Aquaman”, “doidera”, “vestibular”, “pouco desenvolvida”, “foge da clássica”, “respostas: não sei”, “futuro”, “complexidade”, “coisas absurdas”, “surreais na física comum”, “paranormal”, “incrível”, “o desconhecido”, “teorias impossíveis possíveis”, “pesquisa futurística improvável”, “loucura kkk”. É importante salientar que, mesmo apresentando tais expressões, todos os alunos ainda escreveram outras que, aí sim, condiziam com os tópicos apresentados ao longo do curso como: criptografia, computação quântica, elétrons, emaranhamento, estado, experimento de dupla fenda, fótons, objeto quântico, ondas, partículas, prótons, spin, superposição e tunelamento, pelos alunos de primeira série; átomos, compatibilidade, computador quântico, criptografia, elétron, emaranhamento, estado, experimento de dupla fenda, experimento de Stern-Gerlach, fóton, nanotecnologia, objetos quânticos, ondas,

partícula, polarização, spin, superposição, teletransporte, tunelamento e vetores, pelos alunos de terceira série.

É interessante destacar que, mesmo que pareçam sem justificativa, algumas das expressões apresentadas pelos alunos têm algum fundamento. É o caso das expressões “creme dental”, “estratégia de marketing”, “não é colchão”, “colchões” e “vestibular”. Um caso contado em sala de aula por um aluno no decorrer do curso foi o de uma periodontista que havia recomendado o uso de certo creme dental para tratamento de problemas gengivais. Tal produto era descrito pelo fabricante como um “modulador frequencial do peróxido de hidrogênio”, utilizando algo chamado de Oxigenoterapia como fundamentação científica para seu funcionamento. Assim, o comentário deste episódio em sala de aula foi o que provavelmente fez com que o aluno escrevesse esta expressão em seu mapa mental. A expressão “estratégia de marketing” pode ter sido mencionada porque foi levantado ao longo do curso que muitos fabricantes se apropriam da palavra “quântica” por ser uma palavra da moda e a utilizam de forma inconsequente, sem a preocupação de significado técnico ou científico. A presença das expressões “não é colchão” e “colchões” pode ser atribuída à existência de um estabelecimento na cidade de Joinville que comercializa “colchões bioquânticos”. A página da internet do fabricante dos colchões contendo uma suposta explicação para o funcionamento do princípio bioquântico do colchão está em manutenção desde 2008. Já a expressão “vestibular” pode ter sido mencionada por um aluno porque houve uma questão sobre o experimento de dupla fenda em um concurso vestibular prestado por ele. Este fato, aliás, fez com que vários alunos perguntassem, na ocasião, se o pesquisador era o responsável pela elaboração da questão, algo prontamente negado.

As expressões mais mencionadas pelos alunos nos mapas mentais finais foram<sup>27</sup> dupla fenda (30 e 38), emaranhamento (59 e 58), criptografia (57 e 51), estado (39 e 38), superposição (42 e 42), elétron (41 e 36), ondas (38 e 47), vetores (41 e 43) e spin (45 e 42). Estes números indicam que mais de 50% dos respondentes mencionaram tais termos em seus mapas. Especificamente no caso das palavras emaranhamento e criptografia, ocorreram mais de 80% de aparições nos mapas, o que indica que tais temas foram de interesse dos alunos, podendo ter ocorrido alguma internalização inicial destes termos. O mesmo pode ser dito das palavras estado e superposição, mencionadas nos mapas de mais de 60% dos alunos. Isto é digno de nota, visto que nesta resposta espontânea dos alunos se pode verificar a presença dos principais conceitos da MQ, conforme abordado neste trabalho.

Apesar de se poder considerar, também, que os alunos tenham apresentado os termos criptografia e emaranhamento porque ‘estavam mais frescos em sua memória’, pois foram os últimos assuntos trabalhados, a presença dos termos vetores e ondas em mais de 60% dos mapas mentais induz a invalidar esta hipótese. As aulas sobre superposição de ondas e de vetores ocorreram no início do curso, aproximadamente três meses antes da confecção dos mapas, e ainda assim vetores e ondas tiveram uma massiva presença nas respostas dos alunos. A hipótese a ser levantada neste caso é a de que a aprendizagem dos conteúdos

---

<sup>27</sup> Os números entre parênteses indicam o número de aparições das expressões nos mapas nas turmas de primeira série e de terceira série, respectivamente.

relativos à superposição tanto de ondas como de vetores pelos alunos ocorreu de forma significativa e com boa retenção, com base nestes dados.

Outra palavra bastante presente nos mapas mentais finais foi spin. O mais interessante da presença desta expressão é que era praticamente desconhecida dos alunos no começo do curso, pois os professores de Química deixaram de trabalhar este conceito no EM por conta de dificuldades de compreensão e aprendizagem e de sua alta abstração<sup>28</sup>. Ainda assim, mesmo com estas supostas dificuldades apontadas por professores de Física e de Química e com uma possível dificuldade natural devido à abstração do conceito, mais de 60% dos alunos mencionaram a palavra, mostrando que muitos a incorporaram em sua estrutura cognitiva, mecânica ou significativamente, e que ela pode vir a se tornar efetivamente significativa em um futuro curso em que os conceitos de MQ sejam trabalhados. Acredita-se, com isto, que o aprendizado e retenção deste conceito até o presente momento pode ser considerado satisfatório.

Outras palavras e expressões importantes foram apresentadas pelos alunos nos mapas. Estas palavras e o número de vezes em que foram mencionadas em cada série constam da tabela 17.

*Tabela 17. Palavras presentes nos mapas mentais finais dos alunos da segunda etapa da pesquisa.*

	1ª série	3ª série		1ª série	3ª série
Alice, Bob e Eva	18	7	Partícula	19	14
átomo	7	11	Polarização	10	16
experimento de Stern-Gerlach	3	20	posição	7	5
física	17	6	probabilidade	11	5
(in)compatibilidade	5	4	tunelamento	4	16

Além das palavras e expressões já citadas, outras foram mencionadas pelos alunos em seus mapas mentais, porém em menor número, e só serão apontadas a título de curiosidade: anteparo, bits, ciência, colapso, difração, ket, mundo subatômico, objeto quântico, observáveis, PhET, q-bits, teleporte. Mesmo que em menor número, estas expressões ainda mostram aspectos importantes abordados no decorrer do curso e que foram marcantes para alguns dos alunos, causando possivelmente uma pré-disposição para a aprendizagem.

Em dois mapas de uma das turmas de primeira série os alunos escreveram comentários elogiosos acerca da proposta aplicada e da metodologia utilizada no curso, agradecendo o ambiente amigável de sala de aula e a postura do professor permitindo inúmeras possibilidades de intervenção (perguntas, comentários, etc.) dos alunos durante as aulas.

O Apêndice VII apresenta os mapas mentais dos mesmos alunos apresentados no Apêndice VI, excetuando os que não estiveram presentes no dia de realização desta atividade.

<sup>28</sup> Em uma busca por artigos sobre o ensino do conceito de spin em aulas de Química no EM nos mesmos periódicos da revisão da literatura e em outras revistas de Ensino de Química, nenhum trabalho foi encontrado. Esta afirmação é proveniente de conversas realizadas com professores de Química das instituições em que o curso foi ministrado e da vivência do pesquisador no meio educacional. Segundo Gomes e Pietrocola (2011), o conceito de spin aparece no universo escolar na disciplina de química no EM, quando do estudo da distribuição eletrônica nos átomos, mas somente no ensino superior ele é estudado de modo um pouco mais aprofundado.

O mapa do aluno 20316, destacado neste capítulo, também é apresentado no Apêndice VII. Já o mapa do aluno 20417 não é apresentado, pois não esteve presente em aula no dia da atividade.

Os mapas mentais finais mostraram uma clara evolução dos alunos acerca dos conceitos de MQ após o curso ter sido ministrado. Nitidamente, alguns alunos tiveram um desempenho melhor nas avaliações, assim como alguns conseguiram expressar melhor nos mapas mentais os conceitos que se relacionam com a MQ. Isto revela a importância de promover a avaliação como um processo que lança mão de vários meios de verificação e que é possível verificar diferentes formas de aprendizagem conforme o meio de avaliação utilizado.

### 3.6. Questionário de opiniões

Nesta etapa, o questionário de opiniões foi respondido por 133 alunos (69 da primeira série e 64 da terceira série) após terem confeccionado o mapa mental final.

A tabela 18 apresenta o número de vezes que cada palavra foi assinalada na primeira questão do questionário de opiniões por série na segunda etapa da pesquisa. A palavra medicina somente foi considerada adequada se devidamente justificada pelos alunos, pois pode se referir às aplicações da MQ na medicina. Apenas um aluno de uma das primeiras séries marcou todas as opções e, assim como na primeira etapa, optou-se por desconsiderar suas respostas nesta questão.

*Tabela 18.* Número de vezes em que cada palavra foi assinalada na primeira questão do questionário de opiniões por série na segunda etapa da pesquisa.

Palavra	1ª série	3ª série
Computação	65	62
Consciência	1	0
Criptografia	66	63
Cura	1	2
Emaranhamento	67	63
Física	66	62
Ginástica	0	1
Mecânica	62	59
Medicina	3	13
Música	6	2
Partícula	66	62
Terapia	0	7

As palavras consideradas adequadas, sem quaisquer questionamentos, foram marcadas por mais de 85% dos alunos. Ao todo, 105 alunos (78,9%) assinalaram somente palavras consideradas adequadas, conforme a apresentação no curso. As justificativas mais comuns para as alternativas assinaladas citavam que os tópicos haviam sido trabalhados, mencionados ou comentados em sala de aula e foram apresentadas por 55 alunos (41,4%). Isto mostra novamente a importância que a atualização do currículo do EM tem sobre o cotidiano dos alunos, sendo assim esperado que os alunos tenham contato com conteúdos atuais da FMC no ensino formal. Houve, ainda, 21 alunos (20,2%) que afirmaram acreditar que as palavras assinaladas tinham relação com a palavra quântica. Outras justificativas

apresentadas foram: “foi o que me veio em mente”, “não existe cura, ginástica, medicina, música ou terapia quântica”, “MQ não se aplica a questões corporais ou mentais”. Somente dois alunos não se manifestaram sobre as alternativas assinaladas.

Entre os alunos que marcaram alguma alternativa considerada inadequada conforme a apresentação do curso, quinze afirmaram ter ouvido falar nestas opções durante o curso e onze justificaram que acreditam que estas palavras devem ter alguma relação com quântica. Um destaque interessante é o de uma das turmas de terceira série em que um grande número de alunos (doze) assinalou a opção medicina. A justificativa de oito deles foi o assunto ter sido visto ao longo do curso. Um aluno da primeira série assinalou a opção música e justificou afirmando que as ondas sonoras estavam relacionadas com a soma de ondas analisada no começo do curso. A melhora significativa nas respostas dos questionários em relação à primeira etapa leva a crer que, mesmo que não seja uma aprendizagem significativa neste momento, este contato com a MQ promoveu uma postura pertinente acerca dos conteúdos abordados nos alunos e eles pareceram estar mais predispostos ao aprendizado do que com um conteúdo tradicional. Assim, a necessidade de se abordar tais conteúdos no EM é citada novamente, para que realmente se busque a condição de pré-disposição para a aprendizagem, com vistas à aprendizagem significativa.

Os tópicos mais citados pelos alunos como mais importantes foram criptografia quântica (54,9%), emaranhamento quântico (33,9%) e superposição linear (21,8%). Superposição de ondas (17,3%) e de vetores (14,3%), experimento de dupla fenda (8,8%), estado de um sistema físico (8,8%) e computação quântica (7,5%) também foram lembrados por alguns alunos, enquanto outros quatro afirmaram que todos os tópicos são importantes e um aluno considerou que nenhum tópico tem importância.

Dentre os conteúdos considerados mais fáceis, os mais citados foram a criptografia quântica (53,4%), o emaranhamento quântico (40,6%) e a soma de ondas (28,6%). A soma de vetores (18,8%), superposição linear (18,0%) e estado (12,0%) também foram apontados em menor número. Doze alunos citaram o experimento de dupla fenda e outros quatro apontaram a computação quântica como sendo de fácil compreensão. Dois alunos consideraram todos os assuntos fáceis e outros dois afirmaram que todos os assuntos são difíceis. Nota-se, assim como na primeira etapa, que tópicos mais atuais e que não costumam fazer parte do currículo do EM como a criptografia quântica e o emaranhamento quântico são apontados como sendo de fácil compreensão pelos estudantes, podendo realmente ser aprendidos de forma significativa, por serem aparentemente interessantes para os alunos. Tais tópicos são colocados pelos alunos no mesmo patamar de dificuldade de outros mais tradicionais no ensino de Física, como a soma de ondas e de vetores.

Ao mesmo tempo em que foram apontados como tópicos mais fáceis por cerca da metade dos alunos, os conceitos de emaranhamento quântico (21,8%) e a criptografia quântica (18,1%), o experimento de dupla fenda (18,8%) e a soma de ondas (15,8%) também foram citados como tópicos mais difíceis, juntamente com a superposição linear (14,3%) e a soma de vetores (9,0%). Um razoável número de alunos (12,8%) respondeu que não considerava

qualquer tópico difícil e nenhum aluno nesta etapa considerou que todos eram difíceis. O experimento de Stern-Gerlach, o conceito de spin e o de estado também foram citados como tópicos difíceis por alguns alunos.

É interessante notar que os mesmos tópicos foram considerados de fácil compreensão (ou de difícil compreensão) nas duas etapas da pesquisa. Isto leva a crer que os tópicos foram abordados em um mesmo grau de dificuldade para os estudantes das duas etapas e as diferenças presentes nas respostas apresentadas se devem mais à estrutura cognitiva dos alunos do que ao método de instrução utilizado. Possivelmente, conseguiu-se criar, no início de ambos os cursos, a condição de pré-disposição para a aprendizagem, que conduziu ao bom aprendizado apresentado nas duas etapas.

A ampla maioria dos alunos (82,7%) considerou que não é difícil compreender o conceito de estado de um sistema físico, enquanto apenas cinco alunos consideraram isto difícil. Dezesete alunos (12,8%) declararam que o conceito é um pouco difícil de compreender.

Quanto ao conceito de superposição linear, 41,4% dos alunos afirmaram ser fácil de compreender, 30,0% que era de se acreditar e 20,3% que era de difícil compreensão e de se acreditar, além de outros 8,3% que só o consideraram de difícil compreensão.

A maioria dos alunos (61,7%) afirmou que a MQ consegue descrever “elementos de realidade”, enquanto 27,1% se mostraram divididos em considerá-la como “ficção científica” ou “elementos de realidade” e outros 9,8% afirmaram que a MQ é pura ficção científica. Dentre os alunos que se mostraram divididos, 75% eram de uma mesma turma de terceira série, sugerindo que a MQ pode não ter sido bem interpretada por estes estudantes, mesmo que estivessem interessados e tivessem respondido corretamente as perguntas propostas nas avaliações e testes rápidos. Ainda assim, a proporção de alunos que tiveram uma percepção da MQ como sendo algo irreal sofreu uma grande redução da primeira para a segunda etapa da pesquisa (respectivamente, 38,6% e 9,8% dos respondentes em cada etapa).

A visão que os alunos possuem acerca da MQ se concentrou nas opiniões positivas (72,9%), enquanto 8,3% deles apresentaram opiniões negativas. Sete alunos (5,3%) percebem a MQ como uma teoria ainda inacabada, como uma ciência do futuro ou com implicações futuras. Quatro alunos a visualizam como uma teoria que descreve um mundo diferente do mundo em que eles vivem e um aluno afirmou que não tem opinião formada ainda sobre a MQ. Os posicionamentos positivos envolveram afirmações do tipo “matéria importante que deveria ser ensinada antes”, “parece difícil, mas tem seus encantos”, “mais legal do que a Física Clássica”, “parte mais fácil da Física”, “poderia ter este assunto com mais frequência, pois nos deixa curiosos”, “assunto interessante de se aprender”, “usamos no dia-a-dia sem nem percebermos”, “algo que faz parte de nossa realidade e que deve ser estudado no EM”, “mais fácil e mais lógica do que a Física Clássica”. As opiniões negativas trouxeram respostas como “loucura”, “difícil”, “sem muita aplicação prática”, “mais doido do que via antes”, “algo distante da realidade”. Destaque-se aqui a redução, da primeira para a segunda etapa, no número de alunos com opiniões negativas em relação à MQ (de 30,0% para 8,3%) e também o grande



aumento no número de opiniões positivas (de 20,0% para 72,9%). Isto reforça a ideia de que os alunos da segunda etapa estavam mais pré-dispostos para a aprendizagem dos conteúdos de MQ e se reflete nos melhores resultados de seus testes rápidos e de suas avaliações.

As opiniões finais corroboram as afirmações anteriores e indicam que a proposta de ensino atingiu seus objetivos. Boa parte dos alunos (61,6%) afirmou que a proposta foi boa/interessante/legal e que gostaram de como o curso foi ministrado e apenas sete alunos acharam que o curso foi difícil. Nove alunos de uma mesma turma de terceira série pediram que as aulas não utilizassem tanto o projetor multimídia, pois, segundo eles, isto deixava as aulas monótonas. Sete alunos solicitaram que houvesse aulas práticas em laboratório e seis de uma mesma turma reclamaram do horário do curso, ministrado logo após seu horário de almoço. Cinco alunos consideraram o tempo do curso curto, quatro pediram mais exercícios e outros quatro mais exemplos de aplicações dos conceitos de MQ abordados. Outras opiniões emitidas por um ou dois alunos sobre o curso foram: “mais pessoas deveriam conhecer a teoria”, “deveria ter o curso mais vezes”, “deveria ter mais aulas sobre criptografia”, “perdemos muita matéria dos outros conteúdos de Física”, “melhor conteúdo que já aprendi em Física”, “todas as turmas deveriam ter este curso”, “assunto pode ser trabalhado no Ensino Médio com certeza”, “a Física Clássica deveria ser ministrada antes do curso para se ter uma base”, “os testes rápidos poderiam ser excluídos do curso” e “há um bom nível das provas escritas”. Muitas destas respostas mostram que a abordagem de um conteúdo novo e diferente pode promover a atualização curricular e ainda despertar o interesse dos alunos para o aprendizado em Física.

### 3.7. Entrevistas com alunos

As entrevistas foram realizadas na segunda etapa da pesquisa logo após o término do curso e três alunos de cada turma foram escolhidos aleatoriamente para manifestar-se sobre alguns pontos que complementassem as informações fornecidas no questionário de opiniões.

Buscou-se perguntar aos alunos o que acharam do curso, se se sentiram motivados ou pré-dispostos para aprender MQ com a introdução apresentada, se estudaram para o curso fora do ambiente de sala de aula, se tentaram resolver os exercícios propostos no texto de apoio, o que poderia ter sido diferente no curso, se já tinham ouvido falar de MQ antes do curso e o que levavam de conhecimentos de MQ após o curso.

Sobre sua opinião a respeito do curso, os alunos responderam que acharam o curso interessante e teceram os seguintes comentários:

*Achei legal. Tava preocupado no começo com relação à Física tradicional do primeiro ano que a gente não ia ter... e apesar de não gostar de Física. [20108]*

*Eu gostei também e... tava com medo... achei que ia atrapalhar, mas acho que vai adiantar bastante no terceiro ano. [20109]*

*Legal. É meio surreal... coisa que a gente nunca viu... a gente só vê mesmo o clássico da Física... e quando começa a estudar uma coisa que nem pode existir neste mundo, o negócio fica meio... [20203]*

*Foi diferente. Uma coisa que a gente não tem muita noção... ninguém toca muito nesse assunto. Foi um jeito diferente de aprender Física. A gente não tá acostumado a fazer as coisas assim... e a gente tá acostumado que tudo tem que ter uma explicação correta... [20204]*

*Na verdade a gente não tava nem acostumado com Física... eu sempre me dei mal. Aí eu consegui melhorar a nota. Foi bem interessante. [20233]*

*Eu gostei das aulas, mas eu fiquei com sono algumas vezes. Mas eu aprendi bastante com relação às coisas de MQ porque eu só ficava ouvindo esse nome “quântico, quântico, quântico”, mas nunca sabia a que se referia e que tinha tantas aplicações inclusive no nosso curso: criptografia e outras coisas. [20301]*

*Acho interessante porque são coisas que a gente não aprende no EM e que podem muito bem ser ensinadas. Não são tão difíceis, apesar de um pouco estranhas, mas bem aplicáveis ao EM e muito interessante para que os alunos porque caso a pessoa queira seguir nessa área, ela já terá uma base bem legal. [20315]*

*Achei bem legal, porque é um assunto que eu tinha bastante curiosidade. Eu sabia que Planck tinha começado com a Física Quântica (foi o que eu soube), aí eu sempre tive curiosidade em saber o que era. Já tinha ouvido falar em emaranhamento e coisas assim, só que não tinha a menor ideia de como funcionava e achei bem interessante, bem legal. [20329]*

*Útil pra aprender outras coisas da Física, não só a Física Clássica. Antes as pessoas falavam e a gente nem sabia o que era. A gente comprava “coisas quânticas” porque era leigo no assunto. [20410]*

*Legal que vai dar pra usar no futuro, que nem os métodos de segurança que o professor falou ali (criptografia). [20415]*

*Eu nem tinha ideia do que era antes... [20416]*

*Uma coisa nova, né? [20506]*

*Muito interessante porque contribuiu... além do conteúdo normal do terceiro ano, a gente teve um extra que foi muito importante para o vestibular ou concurso. [20519]*

Seis alunos, três de uma das turmas de primeira série e três de uma das turmas de terceira série, afirmaram que não se sentiram estimulados ou pré-dispostos para o aprendizado dos conceitos de MQ abordados no curso. Os demais afirmaram que acharam o conteúdo do curso interessante e se sentiram pré-dispostos para aprender MQ. A seguir alguns dos comentários feitos pelos alunos:

*No começo não, mas com as aulas do professor foi mais motivado. Acho que se fosse outra pessoa não seria igual. [20108]*

*Olha, eu não sou muito chegada em Física em geral, mas só que eu achei bem interessante, como eu já falei. Então algumas coisas e pegava e ia... a parte de emaranhamento e tudo que eu comecei a... o que eu começava a entender mais, eu ficava mais motivada... queria saber mais. A parte da criptografia também, que é algo que se aplica ao nosso curso. Achei umas coisas que eu não entendia então me cansava um pouco. E também a parte das simulações foi bem interessante pra poder visualizar o que estava se passando [20301]*

*Concordo com ela um pouco, porque eu não gosto muito de Física, mas algumas coisas surpreenderam porque foram legais e foram bem interessantes. [20315]*

*Eu gosto muito de Física e o curso me fez gostar mais ainda. Eu realmente quero fazer um curso de Física [...]. Eu gostei bastante e me senti muito motivada. As dormidas em aula que foram só uma, foi pelo cansaço físico e por ser logo depois do almoço e não pela aula. Acho que foi o mais legal porque a gente percebia a aplicação. Se não tivesse simulação, ficaria até complicada de entender aquela parte do elétron que se comporta como onda e como partícula... ficaria bem complicado. [20329]*

*Eu não vi muito sentido nas coisas apresentadas, nenhuma aplicação. Por isso eu tive um pouco de dificuldade. [20410]*

*É como foi dito, MQ o cara não entende: um elétron passar por dois lugares ao mesmo tempo... não entra muito na cabeça isso! Não se consegue acreditar. [20415]*

*Me senti mais motivado do que para a física normal. [20520]*

Somente cinco alunos, todos de duas turmas de terceira série (204 e 205), disseram que não estudaram fora de sala de aula em momento algum. Todos os demais afirmaram que leram o texto de apoio ou os slides apresentados nas aulas, alguns em casa e outros na própria escola.

Quando perguntados sobre o que poderia ter sido diferente no curso, oito alunos afirmaram que consideraram bom o curso e que não fariam qualquer mudança. Algumas das afirmações dos alunos neste questionamento são apresentadas a seguir:

*O curso poderia ter sido desde o começo do ano. [20204]*

*Poderia ter mais tempo, pois ficou muito apertado pra explicar as coisas. [20233]*

*Em qualquer escola deveria ter mais aula prática de Física. Porque eu acho que o aluno grava as coisas mais mexendo do que só ouvindo. [20315]*

*Talvez se, no caso daquelas simulações, a gente pudesse mexer com eles, porque como a gente tem laboratório aqui... de repente pode ser uma ideia... a gente poder regular lá, interagir com a simulação... e se a aula não fosse depois do almoço também. [20329]*

*Acho que não mudaria nada. Aqueles testes feitos no final da aula faziam, pelo menos comigo, eu ter que prestar atenção durante a aula porque eu sabia que podia ter um teste depois. Então eu me sentia motivada a prestar atenção. [20410]*

*Tá legal assim. A gente se empolgou bastante. Bom material. [20415]*

Quando perguntados se já tinham ouvido falar em MQ antes do curso, onze alunos disseram nunca ter tido contato com a teoria, enquanto quatro, os alunos 20301, 20315, 20329 e 20415 afirmaram já ter ouvido falar a respeito em alguns produtos, filmes e reportagens, mas nunca souberam o que significava.

À pergunta sobre que conhecimentos de MQ os alunos levam após o curso, todos responderam que jamais comprariam algum produto anunciado como colchão ou pulseira quântica face às explicações dadas em sala de aula. Algumas das respostas dos alunos são apresentadas a seguir.

*Um pouco menos estranho e desconhecido. Assim, a gente aprendeu que tem muitas aplicações, muitas coisas que usam MQ. [20301]*

*Pra mim, vai ser menos desconhecido, mas vai continuar sendo um pouco estranho e vai continuar sendo importante como eu sempre pensei que fosse a coisa. Aprendemos também a não ser enganados pelas empresas e pelo capitalismo. [20315]*

*A MQ deixou de ser só o nome pra alguma aplicação. É bom saber que nós fazemos coisas que envolve MQ, quer dizer... não nós, mas nós utilizamos coisas que tem MQ. Saímos da ignorância e a gente agora não vai ficar acreditando que existem colchões quânticos, lojas quânticas, pulseiras quânticas. [20329]*

*Se alguém falar, aí a gente já tem uma ideia do que é. Não vai acontecer de não saber nada. [20416]*

*A MQ é importante porque explica muitas coisas que a física clássica não consegue explicar. [20520]*

Verifica-se que as manifestações dos alunos nesta entrevista são complementares e corroboram as informações retiradas dos questionários de opiniões. De forma geral, os alunos aparentam ter adquirido algum conhecimento de MQ, o que parece ter ocorrido de forma crítica e significativa.

### *3.8. Síntese da aplicação na segunda etapa*

Assim como na primeira etapa da pesquisa, os resultados da aplicação nesta etapa podem ser considerados satisfatórios, inclusive com um grau maior de aprendizagem dos alunos, observado nos mapas mentais, testes rápidos, avaliações e questionários de opinião. As dificuldades encontradas na primeira etapa em relação ao trato do átomo de hidrogênio como uma situação-problema para a aprendizagem dos conceitos de estado e de superposição linear de estados foram reduzidas na segunda aplicação e muitos dos problemas iniciais não surgiram novamente.

A receptividade dos alunos aos conteúdos apresentados, nesta etapa, aparentou ser mais alta que a da etapa anterior e pouquíssimos alunos tiveram uma postura de enfrentamento em relação aos tópicos trabalhados.

Pode-se afirmar também que a inserção dos novos instrumentos de coleta de dados para averiguar o aprendizado dos alunos ao longo do processo de apropriação do campo conceitual da MQ possibilitou uma melhor análise do aprendizado dos alunos, o que virá a corroborar as conclusões a serem apresentadas no próximo capítulo.

## **4. Diário de bordo**

O diário de bordo é um registro dos acontecimentos da disciplina, sobretudo em sala de aula. Os comentários a respeito atingirão as duas etapas da investigação.

No diário de bordo constam informações sobre o comportamento das turmas nas duas etapas de ensino, que podem auxiliar na compreensão de alguns dos resultados apresentados anteriormente.

Uma das reclamações mais repetidas nas duas etapas foi quanto à dificuldade dos alunos em efetuar a soma de duas ondas, tanto em turmas de primeira como de terceira série. A ausência de conhecimentos sobre funções trigonométricas pelos alunos de primeira série mostra que este é, possivelmente, um subsunçor que deva ser considerado em uma abordagem mais aprofundada de conceitos de MQ. Esta ausência não se caracterizou, contudo, como grande entrave para o aprendizado de conceitos de MQ porque os alunos possuíam conhecimentos espontâneos e corretos sobre a soma de ondas, advindos de seu cotidiano e que puderam ser usados ao longo do curso. Isto fica mais evidente ao se analisar as boas notas obtidas pelos alunos na primeira avaliação em ambas as etapas da pesquisa.

Os alunos de terceira série tiveram mais facilidade em compreender a soma de vetores do que os de primeira série, possivelmente por este ser um conteúdo tradicionalmente abordado na primeira série do EM. Assim, o ensino deste conteúdo acabou por fazer ressurgir na estrutura cognitiva dos alunos um conhecimento que já havia sido internalizado, aprendido de forma significativa e possivelmente passado pelo estágio da assimilação obliteradora. Esta diferença de aprendizado, entretanto, não foi tão grande a ponto de se poder concluir que os alunos de terceira série tiveram melhor desempenho que os alunos de primeira série.

Pela reação inicial dos alunos, o experimento de Stern-Gerlach foi tido como de difícil compreensão em todas as séries. Os alunos de primeira série apresentaram dificuldades em usar o conceito de spin, pois a maior parte deles não estudara este conteúdo ainda na disciplina de Química. Nas turmas de terceira série, os alunos relataram que não lembravam de ter tido esse conteúdo na primeira série, o que pode indicar uma aprendizagem mecânica, no caso de o assunto realmente ter sido ministrado.

Alguns alunos apresentaram dificuldades de compreensão do conceito de incompatibilidade de observáveis, tema que foge da intuição clássica usada em seu cotidiano.

O conceito de estado de um sistema físico foi um dos conteúdos que os alunos tiveram maior facilidade para compreender. A questão da variação temporal do estado de um sistema físico, mesmo não sendo o foco deste estudo, também pareceu compreendida pelos alunos. Foi fácil perceber situações em que alunos ofereciam exemplos da modificação do estado com a alteração temporal. Em um dos exemplos, um aluno descreveu o estado de uma de suas canetas e constatou que a mesma não estava funcionando. Passado algum tempo, o mesmo aluno interrompeu a aula para informar uma modificação no estado de sua caneta, que havia voltado a escrever. Este tipo de exemplo se repetiu em praticamente todas as turmas.

As perguntas apresentadas ao longo das aulas mostram que muitos alunos têm interesse neste conteúdo e que se faz necessária a inclusão destes tópicos no ensino de Física no EM. Como ilustração, algumas das perguntas que os alunos fizeram ao longo do curso foram: “fotoelétrico é a mesma coisa que fotovoltaico?”, “mas por que o elétron se comporta assim no experimento de dupla fenda?”, “por que a figura no experimento de Stern-Gerlach é essa?”, “por que o computador quântico é mais rápido?”, “o que são bits quânticos?”, “por que a superposição é importante?”, “qual a diferença entre  $|+\rangle + |-\rangle$  e  $|+\rangle - |-\rangle$ ?”, “computação quântica não pode quebrar a criptografia quântica?”, “qual a diferença entre monitoramento passivo e monitoramento ativo?”, “pode haver superposição de mais de uma grandeza física?”.

Destaque-se que, mesmo que alguns conceitos tenham sido considerados de difícil compreensão ao longo do processo de ensino-aprendizagem, isto não significa que não foram devidamente compreendidos pelos alunos. Sempre que as dificuldades eram levantadas pelos alunos, o professor buscava retornar ao conceito e abordá-lo novamente utilizando a mesma ou outras técnicas até que houvesse uma melhor compreensão.

De forma mais geral, os alunos da primeira etapa da pesquisa pareceram estar menos envolvidos com o curso do que os da segunda etapa. Isto talvez se deva ao fato de que muitos

alunos sabem que, independente do resultado da avaliação escrita, eles serão aprovados ao final do ano letivo, pois esta é a conduta adotada na educação no país neste momento<sup>29</sup>.

Outro fato importante a ser citado é o de que o professor da instituição em que a segunda etapa da pesquisa foi realizada e que cedeu as aulas para execução da pesquisa incorporou o assunto ao seu conteúdo anual e incluiu perguntas sobre MQ no exame final dos alunos. Portanto este tema foi adotado pelo professor e não foi somente algo trabalhado durante a pesquisa e esquecido logo após o término do curso.

## **5. Discussão acerca da aplicação do curso nas duas etapas da pesquisa**

Com relação ao questionário de conhecimentos prévios proposto nas duas fases da pesquisa, não há diferenças quanto ao contato anterior dos alunos com a Física Moderna e, em especial, com a MQ. Alguma diferença existente entre a primeira e a terceira séries residiu no fato de que muitos alunos da terceira série afirmaram já ter ouvido falar da MQ, por mais que não soubessem do que ela trata. Mesmo assim, esta ligeira diferença não pareceu ser considerável para caracterizar os alunos da primeira série como tendo menor capacidade de aprendizado para os conceitos de MQ.

Considerando, então, as respostas apresentadas para o questionário inferiu-se que seria possível trabalhar a MQ em nível similar acessível para alunos de Ensino Médio de todas as séries, de forma que houvesse interesse e compreensão sobre os princípios fundamentais da teoria. Considerou-se, também, que a apresentação de alguns tópicos de MQ para estes alunos é de grande importância para a promoção da atualização curricular da disciplina de Física do Ensino Médio e para uma adequada alfabetização científica. Não foi objetivo da proposta, no entanto, instrumentar os alunos para trabalhar tópicos em MQ, mas sim proporcionar um ambiente em que os estudantes tenham contato com a teoria de modo que quando, e se, vierem a se defrontar com ela novamente, dentro ou fora da sala de aula, saibam a que a mesma se propõe e do que trata.

Quanto às avaliações escritas, é importante destacar, de início, que se considera que não são o único (e nem isoladamente o melhor) método para verificação da aprendizagem dos alunos, devendo-se assim mesclar esta forma de avaliação com outros métodos. Portanto, apesar de ter um peso grande na análise desta tese, as avaliações escritas foram complementadas com as análises de questionários, mapas mentais, testes rápidos e entrevistas para, enfim, se ter um panorama sobre a real aprendizagem dos alunos acerca dos tópicos de MQ.

Em um primeiro momento, é possível perceber que os estudantes tiveram boa compreensão da superposição linear de ondas e de vetores do plano, possibilitando a construção deste subsunçor para uma melhor aprendizagem dos conceitos de MQ utilizados na

---

<sup>29</sup> Atualmente, o sistema educacional das escolas públicas, principalmente, faz com que o professor precise provar que o aluno merece ser reprovado e não que o aluno mostre que merece ser aprovado. Como muitos professores estão sobrecarregados e não querem mais um fator de estresse, acabam aprovando a maioria dos alunos, mesmo aqueles que apresentam um conhecimento muito abaixo do que deveria ser recomendado para aprovação. Em último caso, a situação do aluno pode ser decidida pelo conselho de classe no final do ano e o aluno pode ser aprovado, mesmo que o professor diga que ele merece ser reprovado. A decisão do conselho é superior ao "desejo" do professor.

segunda e na terceira avaliação. Isto porque o número de acertos dos alunos na primeira avaliação foi maior do que nas demais, fato este que pode estar relacionado aos aspectos clássicos de algumas questões da primeira avaliação e que já haviam sido aprendidos de forma significativa anteriormente.

A segunda avaliação mostrou que situações-problema conceitualmente simples em MQ, como o experimento de dupla fenda e o de Stern-Gerlach, não apresentam grande dificuldade de compreensão pelos alunos. Assim, estes experimentos podem (e devem) ser utilizados como recursos auxiliares para promoção da atualização curricular no ensino de Física no EM e como tópicos que permitam a criação de uma “nova” consciência capaz de interpretar fenômenos quânticos, estranhos ao mundo cotidiano do aluno.

O emaranhamento quântico também se apresentou como uma situação-problema adequada para o ensino de tópicos de MQ, visto que os alunos pareceram ter compreendido os conceitos de estado de um sistema quântico e de superposição linear de estados nas avaliações propostas.

De mesma forma, uma situação-problema mais usual como o átomo de hidrogênio não foi de fácil assimilação pelos alunos, quando abordado da ótica da MQ, mesmo que este exemplo esteja normalmente presente nos cursos de Química do EM. A utilização desta situação-problema, (e de qualquer outra), não deve ser descartada somente por conta de um resultado negativo, mas certamente sua abordagem deve ser revista para que os conceitos sejam devidamente compreendidos pelos alunos. Uma revisão acerca da apresentação na primeira etapa, aliada à pré-disposição para a aprendizagem verificada nos alunos da segunda etapa, fez com que essa situação-problema produzisse um resultado melhor. A efetiva compreensão do campo conceitual da MQ, no entanto, só será atingida quando ocorrer o domínio desta situação, entre outras não abordadas neste trabalho.

O curto período do curso, conforme inclusive apontado por alguns alunos, impede uma conclusão definitiva sobre a aprendizagem dos alunos acerca dos conteúdos abordados, embora os indícios sejam animadores e nos tentem a fazer alguma afirmação maior. Isto, porém, estaria indo contra o referencial teórico utilizado nesta pesquisa. Efetivamente, segundo a teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o domínio de um campo conceitual, a MQ neste caso, ocorre ao longo de um expressivo período de tempo (Vergnaud, 1982, p. 40). Espera-se, contudo, que este primeiro contato dos alunos com a MQ tenha servido para a criação de subsunçores que auxiliem no aprendizado de novas situações-problema em MQ, para os alunos que venham a realizar cursos que necessitem de tais conhecimentos e, também, não menos importante, que este conhecimento sirva como uma alfabetização científica, necessária para criar uma criticidade quando os alunos forem apresentados a algo que desconheçam e que possa ser utilizado para propagar ideias sem um embasamento adequado.

Nem todas as respostas dos alunos aos mapas, testes, avaliações e questionários puderam ser aqui transcritas, dado o volume de dados coletados. Para que a análise não ficasse muito densa e redundante, apenas algumas respostas foram incluídas no texto, visto que outros alunos tiveram respostas semelhantes àquelas apresentadas. Ainda assim, espera-

se que as informações apresentadas tenham sido suficientes para elucidar e ilustrar o ponto de vista defendido na pesquisa. Declara-se que as informações não apresentadas em nada prejudicam as conclusões ora apresentadas.

As conclusões sobre os resultados aqui apresentados, bem como as respostas às perguntas de pesquisa lançadas no capítulo V encontram-se a seguir.



## CAPÍTULO VII

### CONCLUSÕES

Com os resultados apresentados no capítulo anterior, é oportuno voltar-se agora às duas perguntas apresentadas no quinto capítulo e ao referencial teórico utilizado, para buscar uma resposta adequada ao contexto da pesquisa. As duas perguntas serão respondidas em conjunto, pois suas respostas são complementares. Identificando as estratégias e as dificuldades presentes no processo de ensino-aprendizagem dos conceitos de MQ, acredita-se que também será possível verificar como ocorre o aprendizado dos principais conceitos pelos alunos. As perguntas centrais desta tese, que se referem ao projeto específico desenvolvido, são apresentadas novamente a seguir:

- *Como ocorre o aprendizado de alguns dos primeiros princípios da MQ no EM?*
- *Quais as principais dificuldades e que estratégias (situações-problema) surtem o melhor efeito neste aprendizado?*

Buscou-se, nesta pesquisa, centrar-se na compreensão pelos alunos dos conceitos de estado de um sistema físico e de superposição linear de estados, sem, contudo, deixar de introduzir e aplicar os princípios da Mecânica Quântica apresentados no capítulo III. Além dos dois conceitos priorizados, conforme estes tópicos foram sendo abordados no curso implementado com alunos do EM, outros conceitos e os postulados relacionados foram naturalmente discutidos como, por exemplo, a (in)compatibilidade de observáveis, o colapso do vetor de estado, os autovalores como possíveis valores de medida e a probabilidade de obtenção dos valores de medida. As situações-problema utilizadas serviram para tentar criar uma gama de opções que propiciasse uma melhor compreensão destes conceitos pelos alunos. As seguintes situações, principalmente, foram utilizadas: experimentos de dupla fenda, experimento de Stern-Gerlach, polarização da luz, emaranhamento quântico e criptografia quântica. Com menor ênfase, a computação quântica e o átomo de hidrogênio também foram utilizados para apresentar algumas aplicações dos principais conceitos da MQ.

A utilização da superposição de ondas e de vetores antes da apresentação dos conceitos de MQ fez com que este pseudo-organizador prévio conseguisse criar, na maior parte dos alunos, o conceito de superposição linear e auxiliasse na compreensão da superposição linear de estados e demais conceitos. Nesta ótica, o conceito de superposição linear é considerado como o subsunçor que se buscou criar com este pseudo-organizador prévio e que serviu para utilização no restante do curso. A noção intuitiva de onda e de soma de ondas que os alunos utilizam em seus cotidianos foi suficiente para suprir a falta de conhecimentos acerca de funções trigonométricas apresentadas por algumas turmas, especialmente as de primeira série. Os resultados da primeira avaliação (e do primeiro teste rápido, na segunda etapa da pesquisa) e a facilidade de interpretação das somas de ondas e de vetores que os alunos apresentaram no decorrer das aulas, mostram que a inserção do conceito de superposição linear foi relativamente bem compreendida nestas situações-

problema, podendo assim ser utilizado tal conceito com frequência para interpretação dos fenômenos estudados na MQ. De fato, os alunos terminaram por incorporar propriedades de espaços lineares sem que houvesse necessidade de que isto fosse explicitado. Pode-se considerar que esta abordagem teve um resultado adequado no aprendizado dos alunos, visto que em nenhuma ocasião utilizaram conceitos da Mecânica Clássica para interpretar os fenômenos apresentados. As respostas dos alunos foram apresentadas, mesmo que algumas incorretamente, utilizando a linguagem inerente à MQ. A importância que deve ser dada à linguagem e à simbolização no progressivo domínio de um campo conceitual pelos alunos na Teoria dos Campos Conceituais (Moreira, 2002, p. 8) faz com que se acredite que os resultados encontrados sinalizam que o aprendizado dos alunos nas duas etapas do curso seguiu o caminho desejado para a ocorrência de uma aprendizagem significativa, caso não tenha ocorrido efetivamente.

Os experimentos de dupla fenda podem ser considerados como novidade para praticamente todos os alunos e o fato de algumas de suas configurações fugirem totalmente da intuição clássica também conseguiu instigá-los para o aprendizado dos conceitos abordados. De início, como esperado, houve um estranhamento com os resultados obtidos no experimento com elétrons e os alunos fizeram uma série de perguntas para tentar compreendê-los, mas as explicações apresentadas e a forma como a MQ lida com este experimento pareceu plausível para os alunos. Por mais que alguns alunos insistissem que os resultados pareciam malucos ou irreais, esta opinião acabou mudando para a maioria, e a teoria aparentou ter sido devidamente compreendida por eles.

As respostas dos alunos às questões sobre o experimento de Stern-Gerlach, na avaliação e no teste rápido, mostraram boa aprendizagem dos conceitos trabalhados com esta situação-problema, sugerindo que ela é adequada para uma abordagem no EM, mesmo que atualmente o conceito de spin esteja sendo deixado de lado por boa parte dos professores de Química e Física. A abstração de vários conceitos, somada à desmotivação de alguns professores pode culminar na supressão de conteúdos tidos como mais difíceis de trabalhar e parece ser este um caminho seguido no EM, visto que praticamente todos os alunos afirmaram, no decorrer das aulas, que não tinham ouvido falar ou não se lembravam de ter estudado algo sobre o conceito de spin. Se ocorreu algum estudo deste conceito, um eventual aprendizado, deve ter sido de forma mecânica. Por ser algo complexo para alunos de EM, certamente não se espera uma compreensão correta deste conceito, mas o primeiro contato oferecido no curso proposto para o EM pode fazer com que uma aprendizagem subsequente ocorra de um modo mais fácil e de forma significativa. É extremamente importante que alunos de EM tenham contato com conteúdos de FMC, pois, dependendo da escolha futura de cada um, esta pode ser a última vez em que o aluno estudará Física em sua vida (Oliveira et al., 2007, p. 448).

A aceitação dos alunos aos tópicos sobre o emaranhamento quântico e a criptografia quântica mostra que temas recentes estimulam o aluno para o aprendizado de FMC e podem ser usados no ensino de Física como elementos capazes de criar a condição de pré-disposição

para o aprendizado. É interessante lembrar que, sob uma visão epistemológica contemporânea, a Ciência está em constante construção (Forato et al., 2011, p. 30) e, deste modo, sempre surgirá algum assunto que pode ser incorporado no ensino de Física. Isso significa que não somente a Ciência está em constante construção, mas que o ensino de Física precisa ser repensado frequentemente para acompanhar as mudanças que a Ciência promove. Apesar de serem tópicos não usuais no ensino de Física, o emaranhamento quântico é um fenômeno examinado por Einstein et al. (1935) na década de 30 do século passado e a criptografia quântica teve seus desenvolvimentos tecnológicos a partir da década de 80 do mesmo século.

Mesmo sem serem situações-problema centrais neste estudo, alguns comentários podem ser tecidos acerca da computação quântica e do átomo de hidrogênio. A computação quântica pareceu interessar aos estudantes, principalmente se discutida com a criptografia quântica. A rapidíssima velocidade de processamento em que um computador quântico é capaz de operar (teoricamente) faz com que os alunos queiram saber detalhes das dificuldades no processo de construção deste equipamento. Com tal interesse, é possível tratar temas que não são tradicionalmente abordados em cursos de MQ, como a descoerência e o próprio emaranhamento quântico. A abstração do modelo do átomo de hidrogênio, aliada a grandezas físicas não tão usuais aos alunos, como spin, momento linear e até mesmo energia, fez com que esta situação-problema não fosse tão proveitosa quanto as demais. Os alunos da primeira etapa da pesquisa não tiveram bom desempenho nas duas questões da segunda avaliação que trabalharam com esta situação-problema. Estas questões, inclusive, foram as principais responsáveis por baixar a média em quase todas as séries. O impacto negativo desta situação-problema foi menor nas turmas da segunda etapa porque se atentou a este aspecto na análise de dados da primeira etapa e buscou-se dar mais atenção ao átomo de hidrogênio na segunda etapa para uma melhor compreensão. A recomendação, neste momento, é que seja dado um enfoque central a esta situação-problema no caso de pretender utilizá-la para o aprendizado de conceitos de MQ.

No caso dos quatorze alunos da segunda etapa que apresentaram uma postura de negação no questionário de conhecimentos prévios frente ao conteúdo a ser apresentado, podemos verificar que o desempenho destes alunos foi muito próximo do dos demais, ainda que inferior, mas ainda assim com uma diferença muito pequena. A média desses alunos foi 2,4%, 0,9% e 5,7% abaixo da dos demais alunos na primeira, segunda e terceira avaliação, respectivamente. Isso sugere que a diferença de aprendizagem destes alunos em relação aos demais é pequena, que a abordagem utilizada em sala de aula pareceu estimulá-los em parte para a aprendizagem e que o conteúdo apresentado é capaz de promover interesse pela FMC, bem como promover a atualização dos currículos do EM.

Acredita-se que, com os dados coletados e a análise feita no capítulo anterior, possa se considerar que a aprendizagem dos alunos foi satisfatória e está no caminho certo para promover a aprendizagem significativa, caso os alunos continuem seus estudos nesta área. O incentivo dado aos alunos, desde o começo do curso, também auxiliou no processo de

apropriação dos conceitos trabalhados. Este estímulo pode ter sido fundamental para a criação de uma autoeficácia do estudante acerca do estudo da MQ o que, por muitas vezes, não se vê em sala de aula. Além disto, criou-se nos alunos a percepção de que existe um respaldo científico para a descrição de fenômenos quânticos (e fora da FC). Ainda assim, seria muita pretensão afirmar, neste momento, que ocorreu aprendizagem significativa em todos os alunos em um curso de curta duração como este (aproximadamente 25 horas-aula). Os referenciais utilizados, a Teoria da Aprendizagem Significativa e a Teoria dos Campos Conceituais, podem ser considerados adequados para este estudo porque possibilitaram a elaboração de uma proposta de ensino preocupada com a maneira com que os alunos deveriam aprender o conteúdo e em como lidar com problemas de compreensão de certos conceitos e princípios enfrentados no decorrer do curso. Ainda de acordo com as teorias utilizadas, a aprendizagem significativa do campo conceitual da MQ só será efetivada no caso da exposição do aluno a este campo por um expressivo período de tempo, através da maturidade, experiência e aprendizagem (Vergnaud, 1982, p. 40), aliada à frequência (repetição e prática) de apresentação do material instrucional ao aluno, de forma invariável e inequívoca (Ausubel, 2002, p. 185). Mesmo com todo o empenho e dedicação para que houvesse uma aprendizagem adequada dos conceitos e princípios da MQ, ainda assim foi possível verificar que as visões de alguns (não muitos) alunos não se modificam por conta de uma insistência em resistir à apresentação de um novo conteúdo e de interpretá-lo de forma correta, já que cada indivíduo possui uma forma idiossincrática de explicação dos fenômenos. Barais e Vergnaud (1990, p. 74) afirmavam que isto poderia acontecer ao considerar que concepções intuitivas tendem a persistir, mesmo após a apresentação de um novo conceito aos alunos.

Em todos os aspectos considerados, os resultados apresentados sugerem estar de acordo com o exposto no primeiro capítulo desta tese, a saber, que é possível ensinar MQ no EM. Apesar de parecer redundante, esta afirmação ainda é constantemente posta em discussão, devido aos inúmeros problemas que o ensino de FMC enfrenta neste nível de formação, seja pela falta de preparo dos professores, pela falta de material didático disponível, pela carga horária insuficiente para a inserção de mais conteúdo, pela necessidade de conhecimento prévio ou pela dificuldade matemática (Morais e Guerra, 2013).

Os problemas apontados por Terrazan (1992) há mais de vinte anos são totalmente atuais frente ao vigente currículo de Física no EM e uma de suas frases soa como uma espécie de profecia concretizada (op. cit., p. 211):

“O que não podemos é esperar a entrada do século XXI para iniciarmos a discussão nas escolas da Física do século XX. Utilizando uma frase de um colega pesquisador em ensino de física, Prof. João Zanetic da USP, é fundamental que ‘ensinemos a física do século XX antes que ele acabe’”.

A única forma de promover a inserção da FMC nos currículos do EM parece ser através de tentativas devidamente fundamentadas e com muita coragem do corpo docente das

escolas envolvidas neste desafio. Os livros didáticos evoluíram desde a publicação do trabalho de Terrazan, mas muitos professores ainda insistem em trabalhar os “temas clássicos”, seguindo uma lógica de ensinar somente o que lhes foi ensinado, sem qualquer mudança nos conteúdos, nas metodologias de aplicação e de avaliação e no currículo.

O que se defende nesta tese é que é possível fazer divulgação científica de qualidade no EM e com razoável compreensão dos estudantes. A apresentação da MQ foi capaz de levantar uma série de discussões dos alunos e instigá-los para a aprendizagem. Isto, principalmente, porque ao trabalhar uma teoria como esta, ocorre a abordagem de princípios totalmente incomuns ao cotidiano da grande maioria e uma nova teoria, como é o caso da MQ, nasce de novos princípios.

Outro ponto de questionamento é apontado por Monteiro et al. (2009, p. 157):

“[...] questionamos até que ponto os demais cursos de formação de professores de Física estão trabalhando a FMC em uma perspectiva que possibilite ao futuro professor introduzir aquela na educação básica, em uma perspectiva crítica em relação à ciência, à tecnologia, bem como quais as consequências sociais delas. Até que ponto as universidades, enquanto espaços de formação e difusão do saber, estão possibilitando que os professores de Física em exercício reelaborem seus saberes acerca do ensino da FMC e conduzam suas práticas em uma perspectiva dialógica?”

Assim, a discussão sobre a inserção da FMC no EM deve partir dos cursos de formação de professores e este debate deve estimular o professor a lecionar e discutir tais tópicos de forma clara e concisa para os alunos. Não se deve menosprezar a capacidade dos alunos em compreender conteúdos de FMC. A grande questão aqui é a forma de abordagem dos tópicos selecionados, em sala de aula (Ostermann e Moreira, 2001, p. 11). Não há uma solução única para esta situação e a forma de tentar mudar é ir para a sala de aula e experimentar diferentes técnicas para motivar os alunos e fazer com que se interessem pelo aprendizado dos tópicos. Acredita-se que este debate deve estar presente nas disciplinas de FMC em cursos de formação de professores, pois este é, possivelmente, o momento em que o futuro professor irá refletir sobre a forma de trabalhar tais conteúdos no EM. A forma expressivamente matemática e a abordagem conceitual quase inexistente com que este conteúdo é seguidamente trabalhado em cursos de graduação impede uma formação mais crítica deste profissional e pode torná-lo temeroso ou até incapaz para lecionar a FMC no EM. Um professor deve idealmente estar apto a abordar conteúdos trazidos pelo aluno à sala de aula e qualquer demonstração de interesse do aluno pela disciplina deve ser percebida como uma situação de pré-disposição para aprendizagem, para que se busque a aprendizagem significativa.

Foi possível perceber neste estudo que os alunos têm interesse em aprender tópicos de FMC e trazem inúmeras perguntas e informações que escutam na televisão ou recebem

pela Internet. Os estudantes sofrem um bombardeio de informações em todos os ambientes e, na maioria das vezes, não possuem uma bagagem conceitual adequada para analisar de forma crítica o que lhes chega. É neste momento que a educação formal deve entrar em cena. Alguns desses conhecimentos prévios, no entanto, podem ser considerados como subsunçores e ser usados pelo professor para conduzir uma aprendizagem correta dos conceitos cientificamente aceitos. Enquanto o EM tiver um currículo “engessado” e professores não aceitarem as sugestões de conteúdo oriundas dos questionamentos dos alunos, dificilmente haverá alguma mudança relevante na forma como o ensino de Física é visto pela sociedade. Há uma necessidade imediata de mudança de postura nos cursos de Física do EM (Oliveira et al., 2007), sempre lembrando que jamais se deve subestimar ou desvalorizar aquilo que o aluno já sabe (Moreira, 2002, p. 21).

Outro ponto relevante percebido na pesquisa é que os alunos já estão condicionados nas aulas de Física a memorizar fórmulas para usá-las ao resolver os exercícios e não há qualquer tipo de questionamento conceitual ou, até mesmo, matemático para interpretação dos fenômenos de interesse. Há certa matematização descontextualizada nas aulas de Física, fazendo com que os alunos sejam pouco incentivados a escrever. Não se defende que a matemática seja retirada das aulas de Física de EM, pois ela é a linguagem que permite ao cientista estruturar seu pensamento para apreender o mundo, mas o ensino da ciência deve propiciar meios para que os estudantes adquiram esta habilidade (Pietrocola, 2002, p. 105). O que deve ser discutido é a atual ênfase na matematização, de modo a que se evolua para uma relação dialógica entre discussões conceituais e exercícios matemáticos.

O material de apoio produzido neste trabalho, bem como as avaliações, testes rápidos, questionários e mapas mentais, podem ser considerados adequados e foram bem aproveitados pelos alunos no curso, podendo ter contribuído para a ocorrência de aprendizagem significativa. A utilização destes materiais, no entanto, não tem o poder de promover a aprendizagem significativa por si só, visto que eles são somente potencialmente significativos. Há, ainda, a necessidade de se buscar outras condições para ocorrência de aprendizagem significativa. Além disto, nos ambientes formais de ensino, a criação de um ambiente propício para que os alunos se sintam confortáveis para questionar e levantar discussões sobre o conteúdo apresentado é fundamental para sucesso em qualquer disciplina de EM. Sem esse retorno dos alunos, o professor fica refém de sua confiança no aprendizado dos alunos e isto pode nem sempre ocorrer. O professor, então, tem o papel de avaliar o aprendizado dos alunos ao longo do processo educacional e deve lançar mão de diversas formas de avaliação para que possa realmente verificar se os alunos estão compreendendo o conteúdo e de que forma ocorre esta compreensão.

Há uma necessidade real, também, de se ter uma compreensão empática do professor em relação aos alunos. Esta é uma característica que não se encontra na maioria das salas de aula e é apresentada por Rogers (1977) como algo inerente ao facilitador da aprendizagem, termo que ele utiliza para definir o professor. É importante que o professor assuma a condição

de se colocar no lugar do aprendiz, reconhecendo suas inseguranças e medos. Quando isto acontece, o professor consegue ver meios de atingir a aprendizagem significativa.

Em todas as etapas da pesquisa, tentou-se utilizar a compreensão empática e isto pode ter auxiliado os alunos a aprender alguns dos conceitos apresentados, bem como a se sentirem confortáveis ao externalizar o conteúdo e serem avaliados.

As soluções para o ensino de FMC no EM estão longe de ter uma proposta comum e definitiva e os desafios parecem ser cada vez maiores, devido à quantidade de descobertas científicas e de conceitos a que os alunos estão sendo expostos constantemente. É preciso, para isso, que primeiramente se reconheça o problema. A MQ é uma teoria recente, mas que foi construída e fundamentada há quase cem anos, não cabendo mais evitá-la no Ensino. Outras teorias e outros conceitos como, por exemplo, os relacionados ao Big Bang e ao bóson de Higgs, são temas presentes na atualidade e é preciso buscar essa contextualização para que a Física não seja relegada a um segundo plano como disciplina no EM. Os alunos, certamente, possuem curiosidade sobre estes assuntos, mesmo que de forma velada. Cabe à comunidade científica e aos professores de Ciências trabalharem de forma a que se desperte a curiosidade dos alunos desde as primeiras séries (Hamburger, 2007, p. 104) seguindo as recomendações dos Parâmetros Curriculares Nacionais.

Resumindo, para que dificuldades de aprendizagem possam ser minimizadas em uma proposta de ensino, faz-se necessário a consideração de pelo menos três fatores preponderantes: a compreensão empática, o interesse dos alunos pelo conteúdo ministrado e a diversidade de instrumentos de avaliação. Esses fatores não levam a uma solução infalível, mas conduzem a resultados interessantes e que promovem uma alfabetização científica satisfatória.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Adegoke, B. A. (2012). Impact of interactive engagement on reducing the gender gap in quantum physics learning outcomes among senior secondary school students. *Physics Education*, 47(4): 462-470.
- Akarsu, B. (2010). Einstein's redundant triumph "quantum physics": an extensive study of teaching/learning quantum mechanics in college. *Latin American Journal of Physics Education*, 4(2): 273-285.
- Arndt, M.; Nairz, O.; Vos-Andreae, J.; Keller, C.; van der Zouw, G.; Zeilinger, A. (1999). Wave-particle duality of  $C_{60}$ . *Nature*, 401(6754): 680-682.
- Aspelmeyer, M.; Zeilinger, A. (2008). A quantum renaissance. *Physics World*, 21(7): 22-28.
- Aubrecht, G. J. (1989). Redesigning courses and textbooks for the twenty-first century. *American Journal of Physics*, 57(4): 352-359.
- Ausubel, D. P. (1968). *Educational psychology: a cognitive view*. New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Ausubel, D. P. (2000). *Acquisition and retention of knowledge: a cognitive view*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Ausubel, D. P. (2002). *Aquisição e retenção do conhecimento: uma perspectiva cognitiva*. Lisboa: Plátano Edições Técnicas.
- Ayene, M.; Kriek, J.; Damtie, B. (2011). Wave-particle duality and uncertainty principle: phenomenographic categories of description of tertiary physics students' depictions. *Physical Review Special Topics – Physics Education Research*, 7(2): 020113.
- Bachelard, G. (1984). A filosofia do não. In: Os pensadores. São Paulo: Abril Cultural.
- Baily, C.; Finkelstein, N. D. (2010). Teaching and understanding of quantum interpretations in modern physics courses. *Physical Review Special Topics – Physics Education Research*, 6(1): 010101.
- Barais A. W.; Vergnaud, G. (1990). Students' conceptions in physics and mathematics: biases and helps. In: Caverni, J. P.; Fabre, J. M.; Gonzalez, M. (Eds.). (1990). *Cognitive Biases*. North Holland: Elsevier Science Publishers. pp. 69-84.
- Barbancho, A. G. (1992). *Estadística elemental moderna*. Barcelona: Ariel.
- Bennett, C. H. (1992). Quantum cryptography using any two nonorthogonal states. *Physical Review Letters*, 68(21): 3121-3124.
- Bennett, C. H.; Brassard, G. (1984). Quantum cryptography: public key distribution and coin tossing. *Proceedings of IEEE International Conference on Computers Systems and Signal Processing*. Bangalore – India.
- Bennett, C. H.; Brassard, G.; Mermin, N. D. (1992). Quantum cryptography without Bell's theorem. *Physical Review Letters*, 68(5): 557-559.
- Bennett, C. H.; Brassard, G.; Crepeau, C.; Jozsa, R.; Peres, A.; Wootters, W. K. (1993). Teleporting an unknown quantum state via dual classical and EPR channels. *Physical Review Letters*, 70(13): 1895-1899.
- Bohm, D. (1979). *Quantum Theory*. New York: Dover.



- Brockington, G.; Pietrocola, M. (2005). Serão as regras da transposição didática aplicáveis aos conceitos de física moderna? *Investigações em Ensino de Ciências*, 10(3):387-404.
- Bruner, J.S. (1978). *O processo da educação*. São Paulo: Ed. Nacional.
- Budde, M.; Niedderer, H.; Scott, P.; Leach, J. (2002). The quantum atomic model 'Electronium': a successful teaching tool. *Physics Education*, (37)3: 204-210.
- Caruso, F.; Oguri, V. (2006). *Física moderna: origens clássicas e fundamentos quânticos*. Rio de Janeiro: Elsevier.
- Carvalho Neto, R. A.; Freire Jr., O.; Rocha, J. F. M. (1999). Revelando o caráter determinístico da mecânica newtoniana – uma ponte para o ensino da física moderna no ensino médio. *Ideação*, 3(1): 51-68.
- Carvalho Neto, R. A.; Freire Jr., O.; Silva, J. L. P. B. (2009). Improving students' meaningful learning on the predictive nature of quantum mechanics. *Investigações em Ensino de Ciências*, 14(1): 65-81.
- Chiarelli, R. A. (2006). *Física moderna e contemporânea no ensino médio: é possível abordar conceitos de mecânica quântica?* (Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul).
- Cohen-Tannoudji, C., Diu, B., & Laloë, F. (1973). *Mécanique Quantique*, vol. 1. Paris: Hermann.
- Colavita, E.; Hacyan, S. (2003). Wigner functions of free "Schrödinger cat" states. *Revista Mexicana de Física*, 49(10): 45-52.
- d'Espagnat, D. (1976). *Conceptual foundations of quantum mechanics*. Reading: W. A. Benjamin.
- Deslauriers, L.; Wieman, C. (2011). Learning and retention of quantum concepts with different teaching methods. *Physical Review Special Topics – Physics Education Research*, 10(1): 020127.
- Dicke, R. H.; Wittke, J. P. (1973). *Introduction to quantum mechanics*. Reading: Addison-Wesley Publishing Company.
- Didiç, N.; Eryılmaz, A.; Erkoç, Ş. (2014). Investigating students' mental models about the quantization of light, energy, and angular momentum. *Physical Review Special Topics – Physics Education Research*, 7(2): 020128.
- Dirac, P. A. M. (1930). *The principles of quantum mechanics*. London: Oxford University Press.
- Dominguini, L. (2012). Física moderna no Ensino Médio: com a palavra os autores dos livros didáticos do PNLEM. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 34(2): 2502.
- Einstein, A.; Podolski, B.; Rosen, N. (1935). Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? *Physical Review*, 47(10): 777-780.
- Ekert, A. K. (1991). Quantum cryptography based on Bell's theorem. *Physical Review Letters*, 67(6): 661-663.
- Fanaro, M. A.; Arlego, M.; Otero, M. R. (2007). El método de caminos múltiples de Feynman como referencia para introducir los conceptos fundamentales de la mecánica cuántica en la escuela secundaria. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, 24(2), 233-260.

- Fanaro, M. A., Arlego, M.; Otero, M. R. (2009). Teaching the foundations of quantum mechanics in secondary school: a proposed conceptual structure. *Investigações em Ensino de Ciências*, 14(1), 37-64.
- Feynman, R. P.; Leighton, R.; Sands, M. L. (1963). *The Feynman Lectures on Physics – volume 3*. Massachusetts: Addison Wesley.
- Figueroa, P. S.; Otero, M. R. (2011). Nociones fundamentales de la teoría de los campos conceptuales. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*, 6(2): 124-138.
- Forato, T. C. M.; Pietrocola, M.; Martins, R. A. (2011). Historiografia e natureza da ciência na sala de aula. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, 28(1): 27-59.
- Frederick, C. (1978). A mechanical model for teaching quantum mechanics. *American Journal of Physics*, 46(3): 242-243.
- Gagnon, M. (2011). A bubble chamber simulator: a new tool for the physics classroom. *Physics Education*, 46(4): 443-450.
- Galvez, E. J. (2010). Qubit quantum mechanics with correlated-photon experiments. *American Journal of Physics*, 78(5): 510-519.
- García-Castañeda, M. (1985). An abuse with the wave properties of matter. *American Journal of Physics*, 53(4): 373-374.
- Gerlach, W.; Stern, O. (1922). Der experimentelle Nachweis des magnetischen Moments des Silberatoms. *Zeitschrift für Physik*, 8(1): 110-111.
- Goff, A. (2006). Quantum tic-tac-toe: a teaching metaphor for superposition in quantum mechanics. *American Journal of Physics*, 74(11), 962-973.
- Gomes, G. G.; Pietrocola, M. (2011). O experimento de Stern-Gerlach e o spin do elétron: um exemplo de quasi-história. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 33(2).
- Gordon, M.; Gordon, G. (2010). Quantum computer games: quantum minesweeper. *Physics Education*, 45(4): 372-377.
- Gordon, M.; Gordon, G. (2012). Quantum computer games: Schrödinger cat and hounds. *Physics Education*, 47(3): 346-354.
- Gottfried, K. (2003). *Quantum Mechanics: Fundamentals*. New York: Springer-Verlag.
- Greca, I. M.; Freire Jr., O. (2003). Does an emphasis on the concept of quantum states enhance students' understanding of quantum mechanics? *Science & Education*, 12(5-6): 541-557.
- Greca, I. M.; Herscovitz, V. E. (2002). Construindo significados en mecánica cuántica: fundamentación e resultados de una propuesta innovadora para su introducción en el nivel universitario. *Enseñanza de las Ciencias*, 20(2): 327-338.
- Greca, I. M.; Moreira, M. A. (2001). Uma revisão da literatura sobre estudos relativos ao ensino da mecânica quântica introdutória. *Investigações em Ensino de Ciências*, 6(1): 29-56.
- Greca, I. M.; Moreira, M. A. (2002). Além da detecção de modelos mentais dos estudantes: uma proposta representacional integradora. *Investigações em Ensino de Ciências*, 7(1): 31-53.
- Greca, I. M.; Moreira, M. A.; Herscovitz. (2001). Uma proposta para o ensino de mecânica quântica. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 23(4): 444-457.
- Griffiths, D. J. (2005). *Introduction to Quantum Mechanics*. New Jersey: Pearson Prentice Hall.

- Hamburger, E. W. (2007). Apontamentos sobre o ensino de Ciências nas séries escolares iniciais. *Estudos Avançados*, 21(60): 93-104.
- Haroche, S. (1998). Entanglement, decoherence and the quantum/classical boundary. *Physics Today*, 51(7): 36-42.
- Hilger, T. R.; Moreira, M. A. (2013). A study of social representations of quantum physics held by high school students through numerical and written word association tests. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*, 8(1): 52-61.
- Hilger, T. R.; Moreira, M. A.; Silveira, F. L. (2009). Estudo de representações sociais sobre Física Quântica. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, 2(2): 1-16.
- Hobson, A. (2007). Teaching quantum physics without paradoxes. *The Physics Teacher*, 45(2): 96-99.
- Hobson, A. (2011). Teaching quantum uncertainty. *The Physics Teacher*, 49(7): 434-437.
- Hobson, A. (2012). Teaching quantum nonlocality. *The Physics Teacher*, 50(5): 270-273.
- Hora, H. R. M.; Monteiro, G. T. R.; Arica, J. (2010). Confiabilidade em questionários para qualidade: um estudo com o coeficiente alfa de cronbach. *Produção & Produção*, 11(2): 85-103.
- Itano, W. M.; Bergquist, J. C.; Bollinger, J. J.; Wineland, D. J. (1994). Quantum mechanics with one, two, and many atoms. *Proceedings of the 20th International Colloquium on Group Theoretical Methods in Physics*. Toyonala, Japan.
- Johansson, K. E.; Milstead, D. (2008). Uncertainty in the classroom – teaching quantum physics. *Physics Education*, 43(2): 173-179.
- Kalkanis, G.; Hadzidaki, P.; Stavrou, D. (2003). An instructional model for a radical conceptual change towards quantum mechanics concept. *Science Education*, (87)2: 257-279.
- Kapon, S.; Ganiel, U.; Eylon, B. S. (2011). Utilizing public scientific web lectures to teach contemporary physics at the high school level: A case study of learning. *Physical Review Special Topics – Physics Education Research*, 7(2): 020108.
- Kendall, M. G. (1977). *The advanced theory of statistics*. London: Griffin.
- Kiouranis, N. M. M.; Sousa, A. R.; Santin Filho, O. (2010). Alguns aspectos da transposição de uma sequência didática sobre o comportamento de partículas e ondas. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, 9(1): 199-224.
- Kohnle, A.; Cassettari, D.; Edwards, T. J.; Ferguson, C.; Gillies, A. D.; Hooley, C. A.; Korolkova, N.; Llama, J.; Sinclair, B. D. (2012). A new multimedia resource for teaching quantum mechanics concepts. *American Journal of Physics*, 80(2): 148-153.
- Kuttner, F.; Rosenblum, B. (2010). Bell's theorem and Einstein's 'spooky actions' from a simple thought experiment. *The Physics Teacher*, 48(2): 124-130.
- Laloë, F. (2001). Do we really understand quantum mechanics? Strange correlations, paradoxes, and theorems. *American Journal of Physics*, 69(6): 655-701.
- Leibfried, D.; DeMarco, B.; Meyer, V.; Lucas, D.; Barrett, M.; Britton, J.; Itano, W. M.; Jelenkovic, B.; Langer, C.; Rosenband, T.; Wineland, D. J. (2003). Experimental demonstration of a robust, high-fidelity geometric two ion-qubit phase gate. *Nature*, 422(6932): 412-415.

- Leibfried, D.; Knill, E.; Seidelin, S.; Britton, J.; Blakestad, R. B.; Chiaverini, J.; Hume, D. B.; Itano, W. M.; Jost, J. D.; Langer, C.; Ozeri, R.; Reichle, R.; Wineland, D. J. (2005). Creation of a six-atom 'Schrödinger cat' state. *Nature*, 438(7068): 639-642.
- Leichtle, C.; Schleich, W. P.; Averbukh, I. S.; Shapiro, M. (1998). Quantum state holography. *Physical Review Letters*, 80(7): 1418-1421.
- Lino, A.; Fusinato, P. A. (2011). A influência do conhecimento prévio no ensino de física moderna e contemporânea: um relato da mudança conceitual como processo de aprendizagem significativa. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, 4(3): 73-100.
- Lobato, T.; Caldeira, H.; Greca, I. M. (2005). Mecânica quântica no secundário? *Gazeta de Física*, 28(1): 30-37.
- Lobato, T.; Greca, I. M. (2005). Análise da inserção de conteúdos de teoria quântica nos currículos de física do ensino médio. *Ciência e Educação*, 11(1): 119-132.
- Martinez, M.E. (2010). *Learning and cognition: the design of the mind*. Columbus: Merrill/Pearson Education. 382p.
- Mckagan, S. B.; Perkis, K. K.; Wieman, C. E. (2010). Design and validation of the quantum mechanics conceptual survey. *Physical Review Special Topics – Physics Education Research*, 6(2): 020121.
- Messiah, A. (1959). *Mécanique quantique*. Paris: Dunod.
- Michellini, M.; Ragazzon, R.; Santi, L.; Stefanel, A. (2000). Proposal for quantum physics in secondary school. *Physics Education*, 35(6): 406-410.
- Monteiro, M. A.; Nardi, R.; Filho, J. B. B. (2009). Dificuldades dos professores em introduzir a física moderna no ensino médio: a necessidade de superação da racionalidade técnica nos processos formativos. In: Nardi, R. (org.) *Ensino de ciências e matemática, I: temas sobre a formação de professores* [online]. São Paulo: Editora UNESP.
- Morais, A.; Guerra, A. (2013). História e a filosofia da ciência: caminhos para a inserção de temas de física moderna no estudo de energia na primeira série do Ensino Médio. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 35(1).
- Moreira, M. A. (1999a). *Teorias de aprendizagem*. São Paulo: EPU.
- Moreira, M. A. (1999b). *Aprendizagem significativa*. Brasília: Editora Universidade de Brasília.
- Moreira, M. A. (2002). A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. *Investigações em Ensino de Ciências*, 7(1): 7-29.
- Moreira, M. A.; Masini, E. F. S. (2001). *Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel*. São Paulo: Centauro.
- Niaz, M.; Fernández, R. (2008). Understanding quantum numbers in general chemistry textbooks. *International Journal of Science Education*, 30(7): 869-901.
- Niedderer, H., Deylitz, S. (1999). Evaluation of a new approach in quantum atomic physics in high school. Paper presented at the Annual Meeting National Association For Research In Science Teaching, Boston, MA.
- Nussenzveig, H. M. (1996). *Curso de Física Básica – Volume 4*. São Paulo: Edgard Blücher.
- Oliveira, F. F.; Vianna, D. M.; Gerbassi, R. S. (2007). Física moderna no ensino médio: o que dizem os professores. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 29(3): 447-454.

- Oliveira, I. S. (2005). *Física Moderna: para iniciados, interessados e aficionados – 2 volumes*. São Paulo: Editoria Livraria da Física.
- Oliveira, I. S.; Vieira, C. L. (2009). *A revolução dos Q-bits*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor.
- Ostermann, F.; Cavalcanti, C. J. H. (2001). Um pôster para ensinar física de partículas. *Física na Escola*, 2(1): 13-18.
- Ostermann, F.; Moreira, M. A. (2000). Uma revisão bibliográfica sobre a área de pesquisa “física moderna e contemporânea no ensino médio”. *Investigações em Ensino de Ciências*, 5(1): 23-48.
- Ostermann, F.; Moreira, M. A. (2001). Atualização do currículo de física na escola de nível médio: um estudo dessa problemática na perspectiva de uma experiência em sala de aula e da formação inicial de professores. *Caderno Catarinense de Ensino de Física*, 16(2): 135-151.
- Özcan, Ö. (2010). How do the students describe the quantum mechanics and classical mechanics? *Latin American Journal of Physics Education*, 4(1): 22-26.
- Pantoja, G. C. F. (2011). *Sobre o ensino do conceito de evolução temporal em mecânica quântica* (Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul).
- Pantoja, G. F.; Moreira, M. A.; Herscovitz, V. E. (2011). Uma revisão da literatura sobre a pesquisa em ensino de Mecânica Quântica no período de 1999 a 2009. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, 4(3): 1-34.
- Pantoja, G. F.; Moreira, M. A.; Herscovitz, V. E. (2012). Implementation of a didactic proposal on fundamental concepts of quantum mechanics with students of a professional master's degree in physics teaching. *Latin American Journal of Physics Education*, 6(4): 519-529.
- Pantoja, G. F.; Moreira, M. A.; Herscovitz, V. E. (2014). La enseñanza de conceptos fundamentales de Mecánica Cuántica a alumnos de graduación en Física. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*, 9(1): 22-39.
- Paulo, I. J. C.; Moreira, M. A. (2004). Abordando conceitos fundamentais da mecânica quântica no nível médio. *Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências*, (4)2: 63-73.
- Paulo, I. J. C.; Moreira, M. A. (2011). O problema da linguagem e o ensino da mecânica quântica no nível médio. *Ciência & Educação*, (17)2: 421-434.
- Pereira, A. P.; Ostermann, F. (2009). Sobre o ensino de física moderna e contemporânea: uma revisão da produção acadêmica recente. *Investigações em Ensino de Ciências*, 14(3): 393-420.
- Pereira, A. P.; Ostermann, F. (2012). Recursos e restrições nas explicações de futuros professores de física sobre mecânica quântica. *Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências*, 12(2): 9-28.
- Pereira, A. P.; Ostermann, F.; Cavalcanti, C. J. H. (2011). A ocorrência de ‘fala privada’ entre adultos: uma estratégia analítica para o estudo das funções intrapsicológicas no ensino de ciências. *Ensaio: Pesquisa em Educação em Ciências*, 13(1): 105-120.
- Pereira, A. P.; Ostermann, F.; Cavalcanti, C. J. H. (2012). Um exemplo de “distribuição social da mente” em uma aula de física quântica. *Ciência & Educação*, 18(2): 257-270.
- Pereira, A. P.; Pessoa Jr., O.; Cavalcanti, C. J. H.; Ostermann, F. (2012). Uma abordagem conceitual e fenomenológica dos postulados da física quântica. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, 29(2): 831-863.

- Pessoa Jr., O. (2003). *Conceitos de Física Quântica – 2 volumes*. São Paulo: Editora Livraria da Física.
- Piazza, L.; Lummen, T. T. A.; Quiñonez, E.; Murooka, Y.; Reed, B. W.; Barwick, B.; Carbone, F. (2015). Simultaneous observation of the quantization and the interference pattern of a plasmonic near-field. *Nature Communications*, 6(6407).
- Pietrocola, M. (2002). A matemática como estruturante do conhecimento físico. *Caderno Catarinense de Ensino de Física*, 19(1): 89-109.
- Pinto, A. C.; Zanetic, J. (1999). É possível levar a física quântica para o ensino médio? *Caderno Catarinense de Ensino de Física*, 16(1): 7-34.
- Pinto Neto, N. (2010). *Teorias e interpretações da mecânica quântica*. São Paulo: Editora Livraria da Física.
- Plenio, M. B.; Vedral, V. (1998). Teleportation, entanglement and thermodynamics in the quantum world. *Contemporary Physics*, 39(6): 431-446.
- Pospiech, G. (1999). Teaching the EPR paradox at high school? *Physics Education*, 34(5): 311-316.
- Raimond, J. M.; Brune, M.; Haroche, S. (2001). Colloquium: manipulating quantum entanglement with atoms and photons in a cavity. *Reviews of Modern Physics*, 73(3): 565-582.
- Rarity, J. G.; Tapster, P. R. (1990). Experimental violation of Bell's inequality based on phase and momentum. *Physical Review Letters*, 64(21): 2495-2498.
- Rau, A. R. P. (2012). Topics in quantum physics with origins in astronomy: two examples. *American Journal of Physics*, 80(5): 406-416.
- Rezende Jr., M. F.; Cruz, F. F. de S. (2009). Física moderna e contemporânea na formação de licenciandos em física: necessidades, conflitos e perspectivas. *Ciência & Educação*, 15(2): 305-321.
- Rigolin, G.; Rieznik, A. A. (2005). Introdução à criptografia quântica. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 27(4): 517-526.
- Rocha, C. R. (2008). *Sobre o ensino do conceito de estado em cursos introdutórios de mecânica quântica* (Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul).
- Rocha, C. R.; Herscovitz, V. E.; Moreira, M. A. (2010). Introdução à Mecânica Quântica: uma proposta de minicurso para o ensino de conceitos e postulados fundamentais. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, 3(1): 1-15.
- Rocha, C. R.; Herscovitz, V. E.; Moreira, M. A. (2011). Inserindo conceitos de mecânica quântica no ensino médio: superposição linear. In *XIX Simpósio Nacional de Ensino de Física*. Manaus: Sociedade Brasileira de Física.
- Rocha, C. R.; Herscovitz, V. E.; Moreira, M. A. (2014). The Stern-Gerlach experiment as a problem-situation to the learning of concepts and principles of quantum mechanics in secondary school. *Latin American Journal of Physics Education*, 8(4): 4401.
- Rogers, C. R. (1977). *Liberdade para aprender*. Belo Horizonte: Interlivros.
- Rüdinger, E. (1976). On the teaching of introductory quantum mechanics. *American Journal of Physics*, 44(2): 144-148.

Schmitt-Manderbach, T.; Weier, H.; Fürst, M.; Ursin, R.; Tiefenbacher, F.; Scheidl, T.; Perdigués, J.; Sodnik, Z.; Rarity, J. G.; Zeilinger, A.; Weinfurter, H. (2007). Experimental demonstration of free-space decoy-state quantum key distribution over 144 km. *Physical Review Letters*, 98(1).

Schreiber, Z. (1994). *The nine lives of Schrödinger's cat: on the interpretation of non-relativistic quantum mechanics*. Master Thesis. Imperial College of Science – University of London.

Schrödinger, E. (1935). Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik. *Naturwissenschaften*, 23(48): 807-812.

Schrödinger, E. (1997). *O que é vida? O aspecto físico da célula viva*. São Paulo: Fundação Editora da UNESP.

Segura, A.; Nieto, V.; Segura, E. (2012). Un análisis profundo del fenómeno dualidad onda partícula para la comprensión del mundo cuántico. *Latin American Journal of Physics Education*, 6(1): 137-142.

Silva, A. C.; Almeida, M. J. P. M. (2011). Física quântica no ensino médio: o que dizem as pesquisas. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, 26(3): 624-652.

Silva, A. F. G.; Andrade Jr., J. A.; Nobre, F. A. S. (2012). Ensino de física moderna: um estudo de caso com ensino público e privado. *Experiências em ensino de ciências*, 7(1): 1-10.

Silva, J. A.; Kawamura, M. R. D. (2001). A natureza da luz: uma atividade com textos de divulgação científica em sala de aula. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, (18)3: 317-340.

Silva, J. R. N.; Fusinato, P. A.; Lino, A.; Araya, A. M. O. (2012). Avaliação de um grupo de formação continuada de professores de Física na perspectiva da investigação de necessidades formativas. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, 5(1): 1-15.

Silveira, F. L. (1993). Validação de instrumentos de medida aplicados à pesquisa em ensino de Física. In: Moreira, M. A.; Silveira, F. L. *Instrumentos de pesquisa em ensino e aprendizagem*. Porto Alegre: EDIPUCRS.

Simon, F. O.; Nogueira, R. N.; Vicentin, F. C. (2014). Avaliação de livros de divulgação científica acerca da Mecânica Quântica. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência & Tecnologia*, 7(2): 40-53.

Sinarcas, V.; Solbes, S. (2013). Dificultades en el aprendizaje y la enseñanza de la física cuántica en el bachillerato. *Enseñanza de las Ciencias*, 31(3): 9-25.

Singh, C. (2008a). Interactive learning on quantum mechanics. *American Journal of Physics*, 75(4-5): 400-405.

Singh, C. (2008b). Student understanding of quantum mechanics at the beginning of graduate instruction. *American Journal of Physics*, 76(3): 277-287.

Soares, S. S. (2010). *Um curso de mecânica quântica para professores de física do ensino médio* (Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul).

Souza, C. M. S. G.; Moreira, M. A. (1981). Pseudo-organizadores prévios como elementos facilitadores da aprendizagem em física. *Revista Brasileira de Física*, 11(1): 303-315.

Stefanel, A. (1998). Una experiencia en el marco de la introducción de la física cuántica en la escuela secundaria. *Revista de Enseñanza de la Física*, 11(2): 35-44

Terrazan, E. A. (1992). A inserção da física moderna e contemporânea no ensino de física na escola de 2º grau. *Caderno Catarinense de Ensino de Física*, 9(3): 209-214.

Uhlenbeck, G. E.; Goudsmit, S. (1925). Ersetzung der Hypothese vom unmechanischen Zwang durch eine Forderung bezüglich des inneren Verhaltens jedes einzelnen Elektrons. *Naturwissenschaften*, 13(47): 953-954.

Uhlenbeck, G. E.; Goudsmit, S. (1926). Spinning electrons and the structure of spectra. *Nature*, 117(2938): 264-265.

Ursin, R.; Tiefenbacher, F.; Schmitt-Manderbach, T.; Weier, H.; Scheidl, T.; Lindenthal, M.; Blauensteiner, B.; Jennewein, T.; Perdigues, J.; Trojek, P.; Ömer, B.; Fürst, M.; Meyenburg, M.; Rarity, J. G.; Sodnik, Z.; Barbieri, C.; Weinfurter, H.; Zeilinger, A. (2007). Entanglement based quantum communication over 144 km. *Nature Physics*, 3(7): 481-486.

Velentzas, A.; Halkia, K.; Skordoulis, C. (2007). Thought experiments in the theory of relativity and quantum mechanics: their presence in textbooks and in popular science books. *Science and Education*, 16(3-5): 353-370.

Vergnaud, G. (1982). A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In: Carpenter, T., Moser, J. & Romberg, T. *Addition and subtraction. A cognitive perspective*. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum. pp. 39-59.

Vergnaud, G. (1983). Multiplicative structures. In Lesh, R. and Landau, M. (Eds.) *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*. New York: Academic Press Inc. pp. 127-174.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10(2-3): 133-170.

Vergnaud, G. (1993). Teoria dos campos conceituais. In: Nasser, L. (Ed.). *Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro*. p. 1-26.

Vergnaud, G. (1996a). Algunas ideas fundamentales de Piaget en torno de la didáctica. *Perspectivas*, 26(1): 195-207.

Vergnaud, G. (1996b). Education: the best part of Piaget's heritage. *Swiss Journal of Psychology*. 55(2/3): 112-118.

Vergnaud, G. (1998). A comprehensive theory of representation for mathematics education. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2): 167-181.

Vergnaud, G. (2007). ¿En qué sentido la teoría de los campos conceptuales puede ayudarnos para facilitar aprendizaje significativo? *Investigações em Ensino de Ciências*, 12(2): 285-302.

Vergnaud, G. (2012). Forme opératoire et forme predicative de la connaissance. *Investigações em Ensino de Ciências*, 17(2): 287-304.

Vicentini, A.; Melquiades, F. L.; Miyahara, R. Y.; Borrero, P. P. G.; Vicentini, E.; Bastos, R. O.; Santos, S. A. (2011). Instrumentação para o ensino de física moderna e sua inserção em escolas de ensino médio - relato de experiência. *Experiências em Ensino de Ciências*, 6(3): 38-44.

Vygotsky, L. S. (1991). *A formação social da mente*. São Paulo: Martins Fontes.

Walker, J. (2009). *Fundamentos de Física – volume 4*. Rio de Janeiro: LTC.

Winter, J. C. F. (2013). Using the Student's t-test with extremely small sample sizes. *Practical Assessment, Research & Evaluation*, 18(10): 1-12.

Zeilinger, A. (1998). Quantum entanglement: a fundamental concept finding its applications. *Physica Scripta*, T76(29): 203-209.



Zeilinger, A. (1999). A foundational principle for quantum mechanics. *Foundations of Physics*, 29(4): 631-643.

Zhu, G.; Singh, C. (2011). Improving students' understanding of quantum mechanics via the Stern–Gerlach experiment. *American Journal of Physics*, 79(5): 499-507.

Zhu, G.; Singh, C. (2012). Surveying students' understanding of quantum mechanics in one spatial dimension. *American Journal of Physics*, 80(3): 252-259.

## **APÊNDICES**

## APÊNDICE I

### TEXTO DE APOIO

#### Fundamentos de Mecânica Quântica

##### 1. Introdução

Uma nova Física, um novo mundo, fenômenos nunca antes observados, os fenômenos quânticos, começaram a surgir aos nossos olhos no início do século XX. Primeiro foi a noção de pacotes de energia (Max Planck, 1900), que resultaram no que hoje é chamado de fótons, dando à luz um caráter corpuscular (Albert Einstein, 1905). Depois, foi a conscientização de que as ondas eletromagnéticas em geral (não só a luz) apresentavam aspectos tanto corpusculares como ondulatórios e a sugestão de que também a matéria, elétrons por exemplo (Louis De Broglie, 1924), apresentasse as duas características, o chamado caráter dual da matéria. Para explicar estes e outros aspectos estranhos que objetos de pequenas dimensões apresentavam, como é o caso de níveis de energia discretos dos átomos, foi necessário estabelecer-se uma nova Teoria (Werner Heisenberg, Erwin Schrödinger, 1925), porque a Física Clássica com suas leis, até então consideradas de validade ampla e (quase) irrestrita, mostrou-se incapaz de fazê-lo. A Teoria que vem explicando com sucesso os fenômenos do mundo microscópico e que vem, até, predizendo consequências surpreendentes comprovadas por experimentos, é a Mecânica Quântica (MQ) (no caso, não relativística).

Imagine, então, um mundo onde os objetos apresentam uma probabilidade de estar em mais de um lugar ao mesmo tempo, mesmo encontrando obstáculos energéticos para atravessar, como se fantasmas fossem, onde dois objetos podem estar fortemente correlacionados, mesmo se um deles estiver aqui e o outro em outra galáxia, entre outros aspectos fantásticos. Estes fenômenos poderiam ser considerados como absolutamente absurdos, pelo que observamos no nosso cotidiano, mas não o são se incorporarmos a este o mundo dos átomos, elétrons e de muitas outras partículas pequeníssimas, enfim, o mundo das partículas quânticas, regido pela MQ.

Inúmeros fenômenos que jamais imaginaríamos ocorrer, constituem-se em previsões da MQ, teoria que se desenvolveu na primeira metade do século XX e que ainda hoje conduz a importantes implicações tecnológicas, tais como a Criptografia, a Computação e o Emaranhamento Quânticos, além de possibilitar, por exemplo, a construção de dispositivos de pequenas dimensões capazes de armazenar muita informação.

Pela falta de familiaridade com os eventos que a MQ descreve, torna-se muito importante analisar os seus primeiros princípios e obter uma boa compreensão do significado de seus conceitos fundamentais, para que não sejam interpretados e utilizados erroneamente.

A dimensão da importância da MQ supera o que normalmente se esperaria de uma Teoria Física, pois abre caminhos verdadeiramente revolucionários para o conhecimento científico e modifica a nossa visão sobre o mundo e o universo em geral.

Alguns dos assuntos aqui abordados serão apresentados com auxílio de simulações, que se encontram disponíveis para acesso via computadores conectados à Internet.

##### 2. Somando Ondas, Vetores e Estados

Antes de penetrar no mundo da MQ, vamos nos ater à discussão de algumas propriedades de sistemas a serem utilizadas para um proveitoso aprendizado dos conteúdos apresentados. Assim, para a discussão dos experimentos de dupla fenda, que muito revelam sobre o comportamento das partículas quânticas, é importante analisar alguns aspectos relacionados a ondas e a vetores geométricos.

###### *Somando Ondas*

Em Física, ondas são perturbações que se propagam em geral em meios (água, sólidos) e até no vácuo e que são de naturezas variadas.

Ao somar ondas, resultam fenômenos de interferência, podendo esta ser construtiva ou destrutiva. Quando duas ou mais ondas se somam o resultado é, também, uma onda, que é uma *superposição linear* das ondas iniciais.

Em Matemática, temos duas funções que são utilizadas com bastante frequência e que se apresentam como representação gráfica de uma onda: a função seno e a função cosseno. A figura 1 mostra o gráfico das funções  $\text{sen}(x)$  e  $\text{cos}(x)$ , com  $x$  variável real.

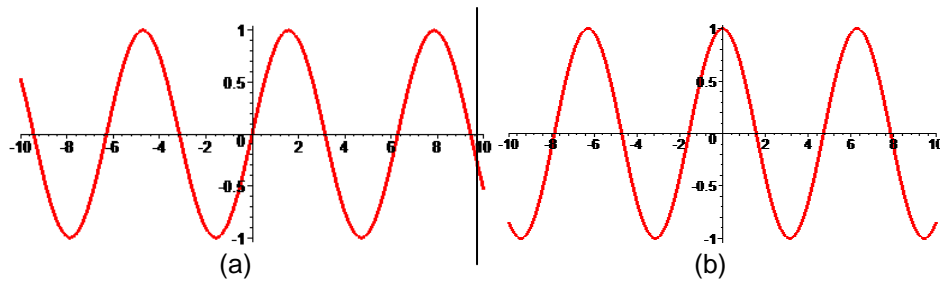


Figura 1. (a)  $\text{sen}(x)$ ; (b)  $\text{cos}(x)$ .

Em geral, ondas são representadas por certas funções. As funções seno e cosseno, assim como as que representam outras ondas, podem ser somadas gerando novas funções (ondas) ou, em certos casos, até anulando-se completamente. Desta forma, podemos construir determinadas ondas convenientemente, através de superposição linear (soma) de outras. Alguns exemplos são ondas triangulares, ondas quadradas e ondas dente-de-serra, muito utilizadas em Eletrônica e mostradas na figura 2. Estas ondas são construídas a partir de somas específicas de outras ondas.

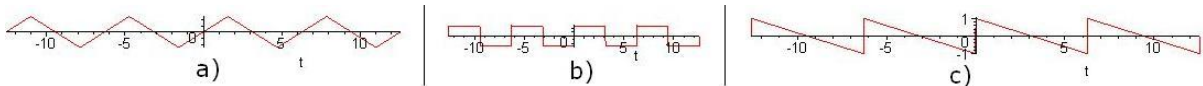


Figura 2. (a) onda triangular; (b) onda quadrada; (c) onda dente-de-serra.

As ondas dente-de-serra, por exemplo, são obtidas de:

$$f(x) = \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\text{sen}(kx)}{k}.$$

Se somarmos apenas os primeiros cinco termos da função  $f(x)$  considerada poderemos perceber a tendência da figura em se aproximar da onda dente-de-serra (figura 3).

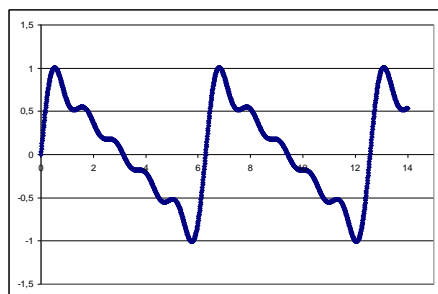


Figura 3. Representação gráfica dos cinco primeiros termos da onda dente-de-serra

**Exercício:** Procure reproduzir alguns dos pontos mais significativos da figura acima.

**Exercício:** Trace os gráficos das funções ondulatórias

- i)  $\text{sen}(x)$ ,                      ii)  $\text{cos}(x)$ ,                      iii)  $\text{sen}(x+\pi)$ ,                      iv)  $\text{cos}(x+\pi)$ ,  
 no intervalo  $-2\pi \leq x \leq 2\pi$  e construa as superposições  
 a) i + ii,                      b) i + iii,                      c) i + iv,                      d) ii + iii,                      e) iii + iv.

Outro exemplo de soma de ondas bastante observado é o das ondas do mar. Por inúmeras vezes, as ondas do mar se superpõem formando ondas maiores ou, dependendo da situação, até anulando-se.

Para “manipular” a superposição de ondas podemos, por exemplo, trabalhar com uma simulação em computador do “Física 2000”, denominada “Somando Ondas”<sup>1</sup>.

**Exercício:** Faça um gráfico da função  $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } 0 \leq x < 1, 2 \leq x < 3, 4 \leq x < 5 \\ 0, & \text{se } 1 \leq x < 2, 3 \leq x < 4, 5 \leq x < 6 \end{cases}$ .

**Refleta:** A função  $f(x)$  acima pode ser encarada como uma superposição linear de ondas?

Da mesma maneira podemos pensar que funções (ondas) mais simples podem resultar da decomposição de funções mais complicadas (ondas mais distorcidas).

Verificamos, assim, que as ondas (funções) consideradas são dotadas de uma operação de soma – tal que a soma de duas ondas (funções) é uma onda (função) – e de uma operação de multiplicação por número – tal que a multiplicação de uma onda (função) por um número é uma onda (função).

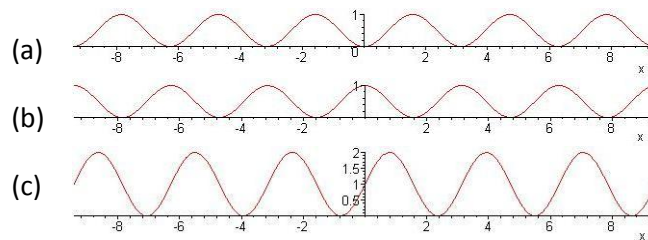


Figura 4. Intensidade das funções (a)  $\text{sen}(x)$ ; (b)  $\text{cos}(x)$ ; e (c)  $\text{sen}(x) + \text{cos}(x)$ .

Nas ondas da figura 1 podemos destacar o comprimento de onda ( $\lambda$ ) e a amplitude ( $A$ ). As intensidades destas ondas ( $I_s = |\text{sen}(x)|^2$  e  $I_c = |\text{cos}(x)|^2$ ) estão representadas nas figuras 4a e 4b, respectivamente, e a intensidade da soma das duas ondas ( $I = |\text{sen}(x) + \text{cos}(x)|^2$ ) na figura 4c.

**Refleta:** Por que o valor máximo da intensidade na figura 4c é igual a 2?

**Refleta:** Qual a relação da intensidade da soma das funções seno e cosseno ( $I$ ) com a soma das intensidades das funções seno e cosseno?

**Exercício:** Determine um valor de  $x$  para o qual a intensidade da figura 4c se anula e um valor de  $x$  em que seja máxima.

#### Somando Vetores do Plano Real

Outro exemplo de superposição linear muito encontrado, tanto em Matemática, como em Física, refere-se a conjuntos de grandezas vetoriais. Assim, em Física, podemos citar velocidades, acelerações e forças, entre tantas outras grandezas vetoriais conhecidas.

Para exemplificar algumas propriedades importantes destes conjuntos, podemos recorrer a vetores do plano real ( $\mathbb{R}^2$ ) – vetores expressos em duas dimensões, sendo módulo (comprimento), direção e sentido, informações a respeito dos mesmos.

<sup>1</sup> Física 2000: <http://www.maloka.org/fisica2000/>

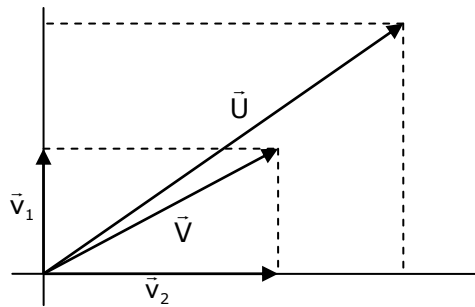


Figura 5. Representação de vetores do plano.

A figura 5 mostra que podemos expressar um vetor  $\vec{V}$  como soma<sup>1</sup> de dois outros,  $\vec{V} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$  e também um vetor  $\vec{U}$  como combinação linear mais geral dos vetores,  $\vec{U} = c_1\vec{v}_1 + c_2\vec{v}_2$ , em que  $c_1$  e  $c_2$  são números reais.

Verificamos, assim, que os vetores representados possuem uma operação de soma – tal que a soma de dois vetores do plano é um vetor do plano – e uma operação de multiplicação por número – tal que a multiplicação de um vetor do plano por um número é um vetor do plano.

Além destas propriedades (necessárias), verificamos que os vetores satisfazem também as seguintes propriedades.

1.  $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 = \vec{v}_2 + \vec{v}_1$  (comutativa);
2.  $\vec{v}_1 + (\vec{v}_2 + \vec{v}_3) = (\vec{v}_1 + \vec{v}_2) + \vec{v}_3$  (associativa);
3.  $c(\vec{v}_1 + \vec{v}_2) = c\vec{v}_1 + c\vec{v}_2$  (distributiva), sendo  $c$  um escalar;
4.  $(c_1 + c_2)\vec{v} = c_1\vec{v} + c_2\vec{v}$  (distributiva);
5.  $(c_1c_2)\vec{v} = c_1(c_2\vec{v})$  (associativa);
6. Existe e é único o vetor nulo  $\vec{v}_0$ , que satisfaz  $\vec{v}_0 + \vec{v} = \vec{v} + \vec{v}_0 = \vec{v}$ ;
7.  $1 \cdot \vec{v} = \vec{v}$ ;
8.  $0 \cdot \vec{v} = \vec{v}_0$ .

Estas propriedades são também satisfeitas pelas ondas que se superpõem linearmente, embora vetores do plano e ondas sejam entidades muito diferentes.

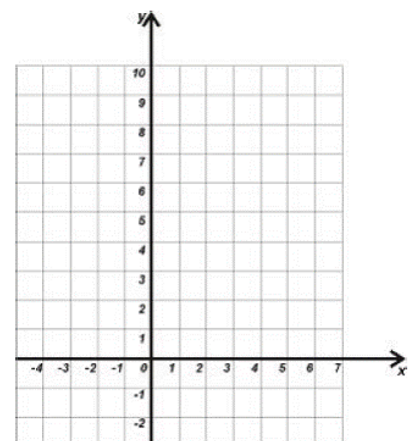
**Refleta:** O que há de comum entre ondas e vetores do plano?

**Exercício:** Considerando os vetores  $\vec{v}_1$  e  $\vec{v}_2$  abaixo

$$\vec{v}_1 = (2,0) \quad \vec{v}_2 = (2,3)$$

represente no gráfico ao lado :

- a)  $\vec{v}_1 + \vec{v}_2$     b)  $2\vec{v}_1 + 3\vec{v}_2$     c)  $-\vec{v}_1 + \vec{v}_2$ .



*Os Experimentos de Dupla Fenda – As Primeiras Estranhezas*

Nossa viagem pelo mundo quântico começa com os experimentos de dupla fenda.

Estes experimentos estão entre os exemplos mais claros e simples de visualização de fenômenos quânticos. Utiliza-se para fazê-los, em geral, uma fonte de ondas ou partículas, um anteparo com duas fendas e um segundo anteparo para efeitos de registro. Quando o experimento é realizado com uma fonte que emite ondas eletromagnéticas (luz, por exemplo) – Experimento de

<sup>1</sup> A soma de dois vetores segue uma regra bem definida, a saber, a regra do paralelogramo.

Young –, obtém-se um padrão com franjas de interferência, como o da figura 6. Similares são os padrões encontrados com ondas de água e de som. (Ver simulações em PhET<sup>1</sup>.) As manchas escuras no segundo anteparo se referem às regiões em que ocorre interferência construtiva (onde a intensidade da onda resultante é grande) e as manchas claras às regiões de interferência destrutiva (onde a intensidade da onda resultante é pequena ou nula). (Ver simulação em “Física 2000”.)

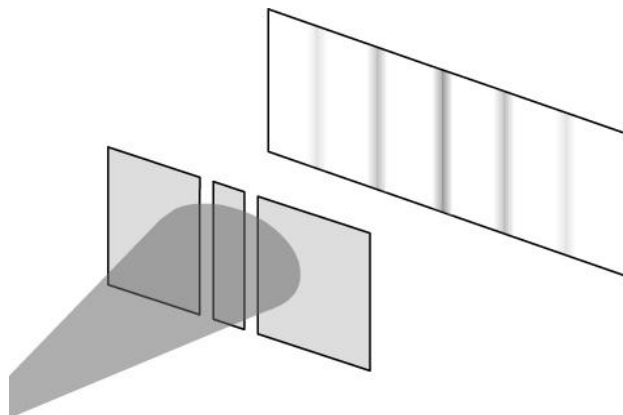


Figura 6. Padrão de interferência obtido no experimento de dupla fenda com luz.

**Reflita 1:** Qual a ligação entre a superposição de ondas e o resultado do experimento de dupla fenda com ondas eletromagnéticas?

**Reflita 2:** O que se origina na superposição de cristas de ondas? E na de vales de ondas? E na de crista e vale?

Se a fonte do experimento emitir partículas macroscópicas (como projéteis atirados por uma metralhadora, por exemplo), observaremos um padrão bem diferente do das ondas. Veremos duas franjas bem destacadas no segundo anteparo, conforme apresentado na figura 7. Os pontos escuros se referem às regiões atingidas pelos projéteis.

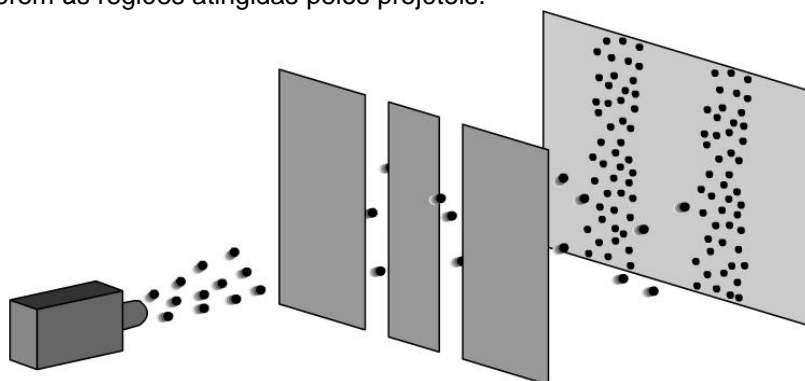


Figura 7. Experimento de dupla fenda com partículas macroscópicas.

**Reflita 1:** O que são os pontos escuros no segundo anteparo?

**Reflita 2:** Os resultados apresentados na figura 6 lhe parecem razoáveis? Por quê?

Os experimentos acima utilizam ondas e partículas clássicas. O que acontece, porém, se usarmos no experimento uma fonte de elétrons, por exemplo? Intuitivamente, poderíamos crer na ocorrência de um padrão como o da figura 6. Afinal os elétrons são porções de matéria assim como as balas da metralhadora. Mas os elétrons são muito menores que as balas de metralhadora. De fato, são objetos quânticos e, por isso, não é seguro confiar em nossa “intuição clássica” para prever os resultados. A figura 8 mostra o *padrão de contagens* obtido neste caso. Vê-se que ele é muito parecido com o padrão de interferência das ondas, embora represente o *número de elétrons* que chegam ao segundo anteparo. Mas se os elétrons são partículas, como isso é possível? Estará ocorrendo interferência de uns com outros, a exemplo do que ocorre com ondas?

<sup>1</sup> Physics Education Technology: <http://phet.colorado.edu/new/simulations/>

Para entender este fenômeno, que a Física Clássica *não* explica, foi necessário desenvolver uma nova teoria: a MQ. A explicação do experimento exige alguns conceitos (e termos) não comuns a partículas clássicas, como superposição linear de estados, amplitude de probabilidade e função de onda. O padrão da figura 8 é, em geral, obtido com uma fonte de alta intensidade que emite muitas partículas de uma só vez. (Ver simulações em “Física 2000” e em “PhET”.)

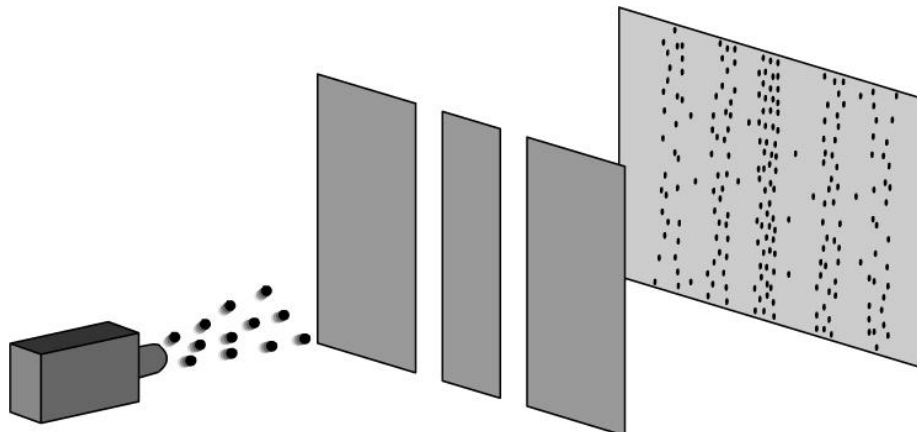


Figura 8. Experimento de dupla fenda com partículas quânticas.

**Refleta 1:** O que significa a faixa central ser mais densa que as laterais, no segundo anteparo?

**Refleta 2:** O que são os pontos escuros no segundo anteparo?

**Refleta 3:** O que você esperaria obter no segundo anteparo depois de a fonte enviar dez elétrons?

Contudo, imagine agora que a fonte está emitindo um único elétron a cada vez, ou seja, um novo elétron só é emitido após o registro da contagem do elétron anterior no segundo anteparo. Que padrão de contagens aparece, após um tempo muito longo? O da figura 7 ou o da figura 8? Por estranho que possa parecer, a resposta é: ainda o da figura 8. O fenômeno quântico desafia novamente nossa expectativa! Como é possível gerar padrão de interferência sem ocorrer interação entre os elétrons?

Para responder a estas (e outras) perguntas sobre o comportamento de objetos quânticos, a MQ nos apresenta um conjunto de princípios diferentes dos da Física Clássica.

Aliás, não apenas elétrons, mas também prótons, nêutrons, átomos e mesmo moléculas de grande porte (como o fulereno, que é composto por 60 átomos de carbono) mostram este comportamento.

**Refleta:** Como você justificaria os padrões de interferência no experimento de dupla fenda com objetos microscópicos?

### *Espaços Vetoriais*

Os conjuntos de ondas e também os conjuntos de vetores apresentados, que se superpõem linearmente, formam o que chamamos de *espaços vetoriais*.

Como o experimento de dupla fenda (entre outros) nos mostra, também para sistemas quânticos temos consequências explicadas pelas regras de soma e de multiplicação por número. Considera-se, então, que valem aí propriedades de espaços vetoriais.

Isto conduz, então, a que conceitos típicos de espaços vetoriais, como os de vetores, operadores, autovetores e autovalores, estejam na base do formalismo da MQ. Não se assuste, tais conceitos serão abordados adiante.

### *Descrevendo Sistemas Físicos*

Qual a diferença entre um projétil quando está em repouso dentro de uma caixa e quando é atirado por uma metralhadora? E qual a diferença entre uma criança com 36,5°C de temperatura e a mesma criança com 40°C? Que consequências podem estas diferenças trazer?



Podemos simplesmente dizer que nos dois exemplos temos *estados diferentes de um mesmo objeto*, corpo, sistema. Contudo, como percebemos, as consequências das diferenças de estado podem ser bastante diversas. É importante, então, conhecer o estado dos sistemas físicos.

**Refleta:** Como descrever o estado de um objeto clássico?

**Exercício:** Escolha um objeto clássico e caracterize um estado possível do mesmo.

Assim como para objetos clássicos, é importante conhecer os estados dos objetos quânticos.

**Exercício:** Caracterize dois estados possíveis de um elétron.

Podemos entender o estado de um sistema físico como o conjunto de (informações sobre os) valores das grandezas físicas associadas ao sistema.

Analisemos a experiência de dupla fenda para elétrons quando a modificamos fechando alternadamente uma ou a outra das fendas e comparemos seus resultados com os da situação em que as duas fendas estão abertas. (Ver simulações em Falstad<sup>2</sup>). Observamos que *a soma das intensidades dos dois primeiros casos não é igual à intensidade da soma das duas situações de uma fenda cada*. Ver figura 9.

A experiência de dupla fenda para elétrons indica que estados dos elétrons (sistemas quânticos) se superpõem linearmente (como ondas e vetores geométricos, lembram?). Este é um dos principais pilares da MQ. (Muitos autores, inclusive, denominam os estados de *vetores de estado*.)

A teoria quântica afirma que, se temos dois estados possíveis para um sistema quântico, uma soma dos dois estados é também um possível estado do sistema. Essa soma é a chamada *superposição linear de estados*.

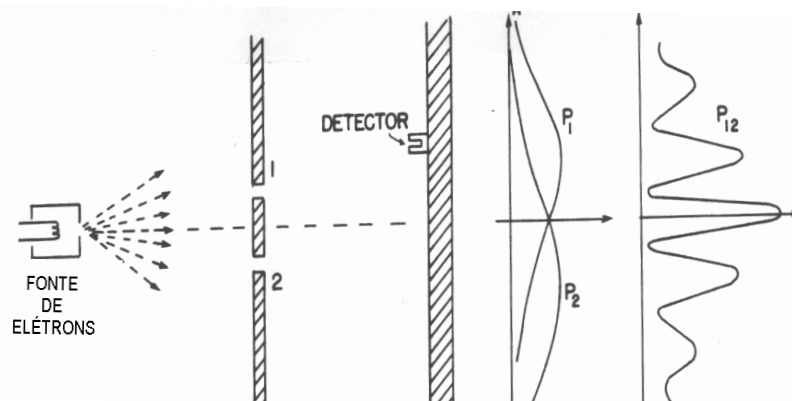


Figura 9. Gráficos de intensidade para experimentos de fendas simples e dupla para elétrons.<sup>3</sup>

**Refleta:** Por que podemos dizer que quando as duas fendas estão abertas temos uma soma dos estados dos casos de uma fenda?

Sistemas quânticos são aqueles que satisfazem as leis da MQ, que são *diferentes* das da Mecânica Clássica. Já o conceito de *estado quântico*, tido como fundamental na nova Mecânica – e apesar do termo estado possuir diferentes concepções – é, em princípio, basicamente o mesmo que na Física Clássica, embora apresente características peculiares.

Assim, por exemplo, um elétron pode estar ligado a um átomo ou estar livre. Temos aí dois estados diferentes possíveis para o elétron. Para conhecer o estado de um sistema quântico, devemos conhecer o valor das grandezas físicas associadas a ele. Ainda no exemplo do elétron, se ele estiver livre, pode ter uma energia pequena ou muito alta (aceleradores de partículas). Neste caso, o estado do elétron deve estar caracterizado pelo menos pela grandeza física energia.

Então, existem ou não diferenças entre as caracterizações de estados de objetos clássicos e estados de objetos quânticos (além do objeto ser diferente)? Sim, como detalharemos

<sup>2</sup> Falstad: <http://www.falstad.com/mathphysics.html>

<sup>3</sup> Greca, I. M., Herscovitz, V. E. Introdução à Mecânica Quântica. Notas de Curso. *Texto de apoio*, v. 13.

depois, existem. Os estados dos objetos clássicos são caracterizados, *em princípio*, pelos valores de todas as grandezas físicas relacionadas aos objetos. Já para caracterizar os estados dos objetos quânticos podemos relacionar apenas os valores de certas grandezas físicas (observáveis), aquelas que são ditas *compatíveis*.

O *observável* é a grandeza física cujos valores são passíveis de determinação (energia, posição, momento linear, spin, etc.). Quando dois observáveis são *compatíveis*, é possível obter informação sobre valores de um deles sem alterar a determinação de valores do outro. O estado de um sistema quântico pode, então, ser caracterizado pelos valores de ambos.

Uma maneira de simbolizar o estado de um objeto quântico é a que recorre à notação de Dirac. Nesta notação, o estado é usualmente simbolizado por  $|\ \rangle$  (ket)\*, acrescido de uma característica interna (por exemplo,  $|\text{Energia}\rangle$ ).

Tal notação pode também ser usada para descrever estados de objetos clássicos, embora ali seja menos útil. Um exemplo pode ser o de um paciente internado em um hospital. Suponhamos que em seu primeiro boletim médico, quando foi internado, conste que sua temperatura é 38°C e seja constatado um estado gripal. O segundo boletim médico, um dia depois, informa que sua temperatura é de 39°C e foi diagnosticada gripe A. No décimo dia (após o tratamento), o paciente está com 36,5°C e obtém alta hospitalar. Utilizando a notação de Dirac, podemos descrever os estados do paciente conforme cada boletim médico. O primeiro estado informa  $|\text{paciente } 1^{\circ} \text{ dia}\rangle = |38^{\circ}\text{C, gripe}\rangle$ , o segundo diz  $|\text{paciente } 2^{\circ} \text{ dia}\rangle = |39^{\circ}\text{C, gripe A}\rangle$  e o terceiro,  $|\text{paciente } 10^{\circ} \text{ dia}\rangle = |36,5^{\circ}\text{C, recuperado}\rangle$ . (Contudo observe-se que não ocorre (não existe) neste caso um estado  $(|\dots, \text{Gripe A}\rangle + |\dots, \text{recuperado}\rangle)$  do paciente, em um dado instante de tempo.

Tal notação pode ser usada para denotar estados de outros sistemas. Assim, para os vetores do plano apresentados na figura 5 teremos, além de estados  $|v_1\rangle$ ,  $|v_2\rangle$ , inúmeras combinações lineares  $|U\rangle = c_1|v_1\rangle + c_2|v_2\rangle$ . Também para ondas, os estados  $|\text{sen}(x)\rangle$  e  $|\text{cos}(x)\rangle$  geram inúmeros estados possíveis de ondas  $(a|\text{sen}(x)\rangle + b|\text{cos}(x)\rangle)$ .

Analogamente, se estivermos tratando de sistemas quânticos, podemos introduzir as características de cada estado do sistema no vetor de estado (ket) correspondente. Assim,  $|F_1\rangle = |\text{Possível passagem pela fenda 1}\rangle$  e  $|F_2\rangle = |\text{Possível passagem pela fenda 2}\rangle$  podem gerar, no caso dos experimentos de dupla fenda, estados  $|F\rangle = |F_1\rangle + |F_2\rangle$ , para elétrons registrados no segundo anteparo.

### Sistemas Binários

A dupla fenda do experimento com elétrons exemplifica de forma simples, um sistema binário.

Sistemas binários podem ser descritos em espaços (complexos) de dimensão dois, em que são necessários (e suficientes) dois estados (vetores) linearmente independentes (não proporcionais um ao outro) para construir qualquer estado.

Outros sistemas de mesma dimensão, frequentemente considerados em física quântica e de grande importância devido às suas aplicações, são encontrados em Computação Quântica (para os bits quânticos) e no estudo e descrição do spin do elétron (e do próton e do nêutron, entre outros sistemas).

### Bits Quânticos

Em um computador clássico, por exemplo, a informação é processada em um sistema binário, representando-se seus elementos por 0 e 1. Em tal computador o bit clássico, que é a menor unidade de informação, se apresenta **ou** no estado  $|0\rangle$  **ou** no estado  $|1\rangle$ . Já em um computador quântico, em princípio, *além* dos estados  $|0\rangle$  e  $|1\rangle$ , existem estados que são

---

\* A denominação “ket” e a notação  $|\ \rangle$  decorrem de “partir ao meio” o símbolo de produto escalar entre dois vetores,  $\langle\Phi|\Psi\rangle$  (bracket em inglês).

superposições lineares desses abrindo, assim, para uma unidade de informação *simultaneamente* dois canais de processamento, uma vez que o bit quântico (qubit) pode estar também em estados  $|\Psi\rangle = (c_1|0\rangle + c_2|1\rangle)$ , com  $0 \leq |c_1| \leq 1$ ,  $0 \leq |c_2| \leq 1$  e  $|c_1|^2 + |c_2|^2 = 1$ .

**Exercício:** O que significa  $|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$  para bits quânticos?

### Spin e Experimento de Stern-Gerlach

Outro importante exemplo de um sistema binário pode ser fornecido pelo spin do elétron. O *spin* é uma propriedade dos sistemas físicos (uma grandeza física), cuja existência e importância foram reveladas em análises de sistemas quânticos. Seus efeitos, contudo, aparecem também em sistemas macroscópicos como, por exemplo, nos materiais ferromagnéticos.

Uma das experiências mais importantes relativas a este observável, que possibilita a observação de consequências dos diversos postulados da MQ, é o experimento cujo esboço é apresentado na figura 10.

O arranjo do experimento de Stern-Gerlach (Otto Stern e Walther Gerlach, 1921), conforme esquematizado na figura 10, inclui um forno em que se aquece e vaporiza o material a estudar, um colimador por onde passa o material vaporizado e um campo magnético fortemente inhomogêneo em uma dada direção, ao qual é submetido o material que é, finalmente, registrado em um anteparo. Stern e Gerlach recorreram ao metal prata, verificando que os átomos se situam em dois grupos distintos no anteparo, como mostrado (de forma ampliada) na figura. O efeito pode ser entendido, ao menos qualitativamente, se o sistema possuir momento angular. Como de fato no átomo de prata somente um elétron contribui para tal, e este elétron tem momentum angular orbital nulo, foi necessário pensar-se na existência de momento angular de outra natureza, isto é, não orbital.

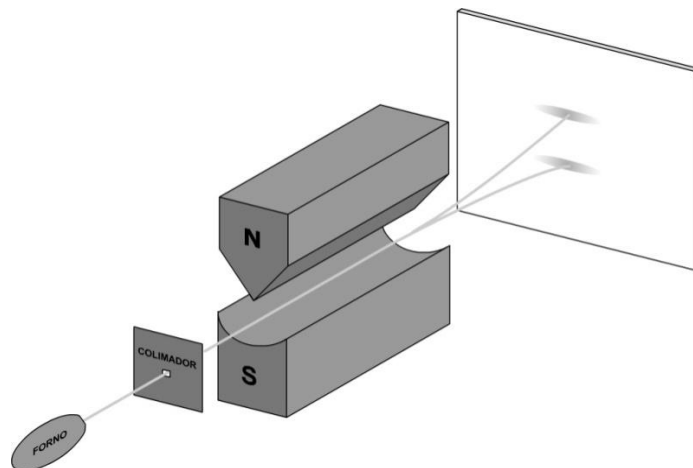


Figura 10. Experimento de Stern-Gerlach.

Surgiu, então, um observável novo na teoria quântica, o *momento angular intrínseco* (do elétron) ou, simplesmente, *spin* (do elétron).

O resultado do experimento de Stern-Gerlach mostra que existem somente dois estados possíveis na direção do campo magnético (que chamaremos de direção z, por ora) para a projeção do spin do elétron. Podemos associar, então, a cada projeção do spin do elétron, um estado correspondente. Cálculos do momento magnético gerado pelo momento angular intrínseco ( $\vec{s}$ ) do elétron mostram que o spin só tem duas projeções possíveis na direção do campo magnético ( $+\hbar/2$  e  $-\hbar/2$ ) que denominamos simplesmente de “spin-para-cima” e “spin-para-baixo”. Diz-se, então, que o spin do elétron é  $1/2$ . Os estados associados às mencionadas projeções do spin podem ser representados por  $|+\rangle$  e  $|-\rangle$ .

### Sistemas Não Binários

Existem sistemas quânticos de grande interesse que não são binários. Assim, quando estudamos os valores das energias emitidas por átomos que foram aquecidos ou sofreram colisões, verificamos a existência de espectros discretos de energia. A figura 11 apresenta as linhas do espectro de emissão do átomo de hidrogênio na parte do visível. Este é o átomo mais simples existente, que é constituído por um elétron e um próton.



Figura 11. Parte visível do espectro de emissão do átomo de hidrogênio.

### 3. Quais os Principais Fundamentos da Teoria que Explica com Sucesso os Fenômenos Quânticos?

Toda teoria física possui um conjunto de postulados, isto é, afirmações sem demonstração que são supostas verdadeiras, de que decorrem consequências que devem estar de acordo com fenômenos naturais observados e com resultados experimentais determinados. Para a MQ não relativística não é diferente podendo-se dizer, *no mínimo*, em favor desta teoria, que ela apresenta um pequeno número de suposições e conduz, com enorme sucesso, a resultados observados – a maioria dos quais surpreendentes – para sistemas microscópicos (e alguns nem tanto). É, portanto, uma excelente teoria física no seu domínio de validade.

#### *Somar Estados é uma Consequência da MQ?*

Podemos *verificar* (como no caso do experimento de dupla fenda com elétrons) que a superposição de estados quânticos resulta em um novo estado quântico, mas esta verificação não constitui uma prova de tal propriedade. Por isto, na origem da MQ se encontra (sem demonstração) a afirmação: **os estados de um sistema quântico satisfazem o princípio da superposição linear**. É importante salientar que esta propriedade permite a construção de inúmeros estados para o mesmo sistema ou objeto, a partir da existência de apenas alguns. Na prática esta propriedade gera várias situações físicas interessantíssimas e, ao mesmo tempo, intrigantes. Como exemplo, temos o efeito não-local do Emaranhamento Quântico, que pode conectar sistemas separados por distâncias muito grandes.

No experimento de dupla fenda, como vimos, o estado  $|F\rangle = |F_1\rangle + |F_2\rangle$  é o responsável pelo padrão de interferência no segundo anteparo da figura 8. Observemos que tanto  $|F_1\rangle$  como  $2|F_1\rangle$  ou  $c|F_1\rangle$  ( $c$ , um número qualquer real ou complexo), descrevem o *mesmo* estado do elétron, qual seja o da localização no segundo anteparo, do objeto caracterizado pela passagem pela fenda superior. Por isto, em MQ é usual denotar os estados por vetores unitários, isto é, vetores de módulo (ou comprimento) igual a 1 (um). Neste caso, se  $|F_1\rangle$  e  $|F_2\rangle$  são vetores unitários,  $|F\rangle$  não é unitário e por isto costumamos representar a superposição da situação da experiência de dupla fenda para objetos quânticos, quando a fonte está disposta simetricamente em relação às fendas, por  $|\Phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|F_1\rangle + |F_2\rangle)$ . Na superposição de estados, cada conjunto de coeficientes (chamados amplitudes de probabilidade) gera um estado particular.

**Refleta 1:** Por que  $2|F_1\rangle$  descreve o mesmo estado que  $|F_1\rangle$ ?

**Refleta 2:** A superposição de estados é uma consequência ou uma imposição na Teoria Quântica?

No caso do experimento de Stern-Gerlach descrito anteriormente, todos os átomos de prata são preparados do mesmo modo mas, ainda assim, após passar pelo campo magnético inhomogêneo, os átomos se agrupam em duas faixas. Como o estado inicial resultou em estados associados às duas faixas, ( $|+\rangle$  e  $|-\rangle$ ), a consequência lógica é que o estado inicial do elétron visado dos átomos de prata usados no experimento é, na verdade, uma superposição dos estados

$|+\rangle$  e  $|-\rangle$ . Um tal elétron deste experimento pode estar, por exemplo, no estado  $|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle + |-\rangle)$ .

*O que entendemos por estado de um objeto físico?*

Consideremos um cubo de gelo do congelador do refrigerador. Ele é, em geral, um objeto de forma quase regular, semitransparente, de temperatura abaixo de zero centígrado e sólido. Se a temperatura do congelador for mantida constante, o cubo será um objeto razoavelmente estável. Se, contudo, o cubo for retirado do congelador e colocado em um copo à temperatura ambiente, digamos 22°C, ele "derreterá" tornando-se, após algum tempo, um objeto com características diferentes. O objeto agora será líquido, quase transparente, com temperatura próxima à do meio em que se encontra e tomando a forma do recipiente em que se encontra. O objeto é o mesmo, mas seu *estado de agregação* mudou. Se o líquido, agora denominado água e não mais gelo, for aquecido convenientemente, o objeto passará a *outro estado* de agregação, o estado gasoso. Teremos o chamado vapor d'água, estado que, por um abaixamento da temperatura se transformará em estado líquido.

As características destes três conjuntos são diferentes, embora se trate basicamente do mesmo objeto; a diferença está no estado de agregação (devido à temperatura) do objeto. O que têm em comum o gelo, a água e o vapor d'água? Todos são conjuntos de moléculas de H<sub>2</sub>O. Então o objeto é um conjunto de moléculas do mesmo tipo, mas em três estados diferentes, porque se agregam diferentemente, em função da temperatura. E estas moléculas, quase desagregadas no estado de vapor podem, por sua vez, ser estados de algum conjunto de objetos mais elementares? A resposta é sim. Estas moléculas são conjuntos de dois átomos de hidrogênio (H) com um átomo de oxigênio (O<sup>16</sup>), em um estado em que os átomos se encontram juntos, como um pacote. Existem meios para separar estes átomos e quando estão separados ter-se-á um outro estado do que antes era a molécula H<sub>2</sub>O. Podemos seguir adiante com este raciocínio e separar por processos adequados os átomos de hidrogênio em elétrons e prótons, e os átomos de oxigênio dezesseis, em elétrons, prótons e nêutrons, (oito elétrons, oito prótons e oito nêutrons cada átomo). Este conjunto agora não é mais um átomo. O conjunto está em outro estado.

O conceito de estado não é usado apenas para caracterizar distintos estados de agregação da matéria. De fato, usamos tal conceito em situações bastante distintas desta. Por exemplo, quando uma mãe diz ao filho que saiu de casa limpinho, bem penteado, com roupa impecável e que voltou sujo de barro, com a roupa amassada e talvez até rasgada e despenteado: "Que horror, olha só em que estado te encontras!"

De fato o "objeto" é o garoto, mas as características do mesmo mudaram.

O que podemos então entender por estado de um objeto, em Física (e no nosso senso comum)? Talvez se possa dizer que o estado de um objeto (ou de um sistema ou um conjunto de objetos) é um particular conjunto de valores de propriedades que podem ser determinadas, associadas ao objeto.

Em nosso cotidiano, podemos observar diretamente a maioria destes valores. Podemos ver que o menino que usava uma camiseta limpa está depois com a camiseta suja, que estava inicialmente penteado e agora está com o cabelo desarranjado, ou seja, muitas vezes não determinamos quantitativamente a diferença entre os estados do mesmo objeto, mas qualitativamente. Em outras ocasiões, utilizamos instrumentos para verificar se houve ou não mudança nos valores das grandezas físicas. Assim, para saber se a temperatura de uma pessoa doente está alterada, recorreremos a um termômetro para medir o valor desta característica. Há também observações mais difíceis de fazer, que exigem equipamentos mais sofisticados (e caros). Para determinar se uma pessoa está com alterações no estado de um dos pulmões, pode-se recorrer a exame radiográfico, ou tomografia, ou punção, ou até cirurgia.

**Exercício 1:** Agora que entendemos o que significa "estado de um objeto ou sistema", apresente dois exemplos de sua livre escolha de objeto (ou sistema) e de três estados diferentes de cada um.

**Exercício 2:** Examine uma caneta que você possui. Descreva um estado desta caneta, da maneira mais completa que conseguir. Escreva e traga a descrição e a caneta para a aula. Vamos fotografar a caneta e verificar quão cuidadoso (minucioso) você foi ao descrever o estado da caneta.

## Objetos quânticos

Nos exemplos citados, consideramos objetos grandes – macroscópicos - (caneta, camiseta, menino) e pequenos – microscópicos - (moléculas, átomos, elétrons). Em geral os objetos grandes satisfazem as leis da física clássica enquanto os pequenos, não satisfazem tais leis, mas seguem as leis da física quântica. O tamanho do sistema não é um indicativo absoluto de quais leis eles seguem, mas em um primeiro momento serve como guia, para colocarmos o objeto ou no cesto da Mecânica Clássica ou no cesto da MQ.

A MQ estuda os estados dos sistemas quânticos (em geral muito pequenos, muito menores do que um grão de areia, por exemplo). Então em MQ se quer conhecer o estado de um sistema quântico e a partir daí responder a várias perguntas sobre o sistema. Pelo menos esta é a pretensão desta teoria.

Do que vimos acima é válido concluir que em MQ podemos impor que: **a cada estado de um sistema quântico corresponde um vetor de estado.**

## Medições em MQ

Como se pode, então, conhecer o estado de um sistema quântico? Tanto para objetos clássicos, como para quânticos, conhecer o seu estado implica em *medir* as grandezas físicas que caracterizam o objeto em uma dada instância. A medida inclui a observação feita ou simplesmente por uma pessoa ou com o auxílio de algum equipamento. Ocorre, porém, aí, uma grande diferença entre a consideração de estados de sistemas clássicos e estados de sistemas quânticos. Enquanto para sistemas clássicos, medidas das grandezas físicas realizadas com instrumentos e de modo adequados não mudam o estado do sistema, no caso quântico isto não ocorre na maioria das vezes e não por defeitos de projeto ou uso inadequado de medidores.

De fato, as medidas de grandezas físicas que caracterizam o estado de um objeto, em geral *modificam* o estado do objeto quântico.

Veja-se, por exemplo, o que ocorre na experiência de dupla fenda para elétrons, em que se tem um padrão de contagens no segundo anteparo muito parecido ao padrão de interferência do experimento com ondas. A figura de interferência é obtida ao se manter as duas fendas do primeiro anteparo abertas simultaneamente; se nos perguntarmos por qual fenda os elétrons passaram não saberemos responder, pois se fechada alternadamente cada uma das fendas, o padrão de interferência *não ocorre*.

Quem sabe, então, se mantendo as duas fendas abertas, mas observando a região *entre* os dois anteparos (ou seja, a região atrás do primeiro anteparo), seria possível verificar por qual das duas fendas o elétron passou? Poderíamos, por exemplo, usar uma fonte luminosa para isto? Essa ideia foi usada, mas novamente a figura de interferência *não se formou* (figura 12). É como se o elétron soubesse que estava sendo observado e, por isso, resolveu comportar-se de forma diferente.

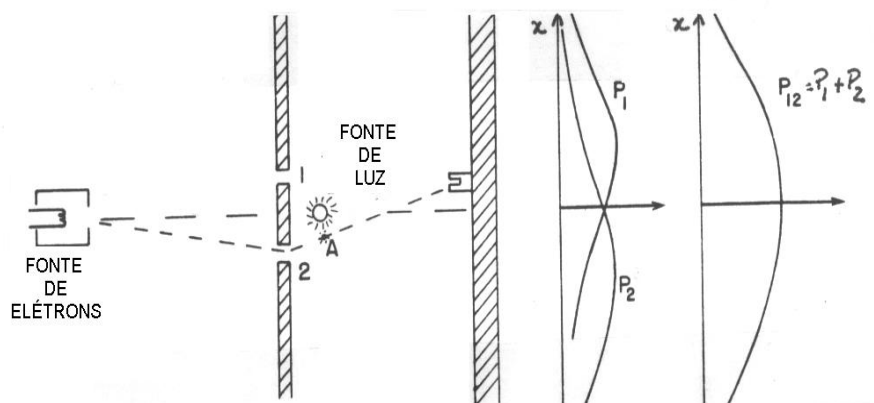


Figura 12. Padrão de contagens no experimento de dupla fenda para elétrons com fonte de luz.

Na verdade, isto não tem qualquer relação com uma possível capacidade racional do elétron de perceber que o observam. O mais correto é considerar que *a medida é uma operação*

que, quase sempre, muda o estado do objeto quântico. No exemplo acima, o clarão indica que o elétron colidiu com um fóton do feixe luminoso, sofrendo espalhamento, ou seja, mudando seu estado. (Ver simulação em “PhET”).

**Refleta:** Por que a presença da fonte luminosa atrás das fendas provocou um resultado diferente no segundo anteparo?

**Exercício:** Procure algum (outro) exemplo de medida de uma propriedade de sistemas quânticos que modifique o estado do sistema.

Algumas medidas, contudo, podem não mudar o estado do sistema quântico. Retomando o experimento de Stern-Gerlach sabe-se que (após passar pelo campo magnético inhomogêneo) ao serem registrados no anteparo, os átomos de prata estarão ou no estado de “spin-para-cima” ou no estado de “spin-para-baixo”. Se submetemos logo após a primeira medida o feixe caracterizado pelo estado de “spin-para-cima” a um segundo campo magnético, idêntico ao primeiro, apontando na mesma direção, todos os átomos do feixe permanecerão no estado de “spin-para-cima”. Neste caso, *a medida não modificou o estado do sistema*. Ou seja, após passar pelo primeiro campo magnético inhomogêneo, os átomos daquele feixe estarão no estado de “spin-para-cima” e uma segunda medida (imediatamente após a primeira) não alterará tal estado, repetindo simplesmente o resultado da primeira.

Como trabalhar todos estes aspectos das operações sobre os objetos quânticos?

Examinemos uma situação clássica de operações sobre vetores do plano. Uma rotação de 90°, no sentido anti-horário, de  $|v_2\rangle$  da figura 5, por exemplo, transforma-o em  $|v_1\rangle$ . A operação de rotação realizada pode ser simbolizada por um *operador* de rotação. Outro exemplo de operação de interesse é aquele em que se projeta  $|V\rangle$  sobre o eixo horizontal, transformando-o em  $|v_2\rangle$ .

**Exercício:** Descreva uma operação que transforme  $|v_1\rangle$  em  $-|v_2\rangle$ .

As operações acima modificam os vetores sobre os quais atuam. Note-se que as operações (e, portanto, os operadores) só adquirem significado se agindo sobre os vetores.

Também para os estados dos sistemas quânticos, operações como as de rotação do sistema transformam tais estados em outros. Isto ocorre, *além disto*, na maioria dos casos de estados de sistemas quânticos, para as operações de medida de valores de grandezas físicas.

Algumas operações, entretanto, não modificam estados particulares do sistema, como vimos. No caso dos vetores da figura 5, a operação de projeção sobre o eixo horizontal não modifica o vetor  $|v_2\rangle$  (já situado sobre o eixo).

Da mesma maneira, existem operações (de medida de grandezas físicas, entre outras) sobre um sistema quântico que *não* transformam o estado do sistema.

Como citado, então, existem operações que transformam os estados de sistemas quânticos e operações que não transformam algum estado. Podemos simbolizar estas duas situações (matematicamente) por:

$$\hat{A}|\Phi\rangle = |\Psi\rangle \quad \text{e} \quad \hat{B}|\Phi\rangle = b|\Phi\rangle,$$

ou seja, no primeiro caso o operador  $\hat{A}$  transforma o vetor  $|\Phi\rangle$  no vetor  $|\Psi\rangle$  (a operação representada por  $\hat{A}$  transforma o estado  $|\Phi\rangle$  do sistema quântico no estado  $|\Psi\rangle$ ), enquanto no segundo caso (*equação de autovalores*) o operador  $\hat{B}$  não modifica o vetor  $|\Phi\rangle$  (*autovetor*) e ao ser aplicado gera o número  $b$  (a operação representada por  $\hat{B}$  não modifica o estado do sistema quântico e registra o valor  $b$ , denominado *autovalor*).

**Exercício 1:** Em Computação, conhece-se uma chave denominada NOT que transforma um dos bits no outro. Represente isto por meio de operadores e vetores (kets).

**Exercício 2:** O que significa, em Computação Quântica,  $\hat{A}|0\rangle = |0\rangle + |1\rangle$ ?

Sendo a operação de medida das grandezas físicas uma operação simbolizada por operadores, estabelece-se uma correspondência entre grandezas físicas e operadores. Como exemplos de grandezas físicas frequentemente determinadas para uma partícula quântica, podemos citar a posição, o momento linear, a energia, o momento angular orbital e o momento angular intrínseco (spin). Assim, **a cada grandeza física corresponde um operador**. Teremos, então, operadores posição, energia, etc..

Na MQ, a operação de medição dos valores de uma grandeza física de um objeto é representada com a atuação de um operador sobre o vetor de estado do objeto. Os operadores em questão não são quaisquer; eles satisfazem a certas condições.

É importante saber que cada um dos operadores que representam grandezas físicas satisfaz alguma equação do tipo  $\hat{B}|\Phi\rangle = b|\Phi\rangle$ , com  $b$  real (ou seja, que existem vetores que satisfazem a equação de autovalores) e que podemos, em princípio, determinar os diversos valores (reais) de  $b$  e os vetores  $|\Phi\rangle$  correspondentes.

**Refleta 1:** Como você obtém uma informação a respeito de um estado de um objeto quântico?

**Refleta 2:** Considerando o que foi exposto sobre a caracterização do estado de um objeto quântico, parece-lhe aceitável salientar que o estado é o depositário dos valores das grandezas físicas inerentes ao sistema?

**Refleta:** O que significa “valores contínuos” de uma grandeza física? E “valores discretos”?

**Exercício 1:** Apresente um exemplo de observável físico cujos autovalores são contínuos.

**Exercício 2:** Apresente um exemplo de observável físico cujos autovalores são discretos.

Sabemos como “manipular” estados, somando-os para obter outros estados, ou operando sobre eles, estas ações resultando, em geral, em novos estados; ou, ainda, submetendo-os a ações que não os modificam.

**Exercício 1:** Que informações você consegue obter dos estados de spin de um elétron que é submetido a um experimento de Stern-Gerlach?

**Exercício 2:** Apresente dois estados de spin de um elétron diferentes, em que o primeiro estado representa predominância de situações de spin-para-cima e o segundo, de situações de spin-para-baixo.

Simbolicamente, sendo  $\hat{B}$  o operador que corresponde ao observável físico, devem existir estados  $|\Phi\rangle$  para os quais  $\hat{B}|\Phi\rangle = b|\Phi\rangle$ . O vetor de estado  $|\Phi\rangle$ , então, não é modificado pela medida da grandeza física correspondente. Além disto,  $b$  simboliza o valor obtido na medida da grandeza. Temos aí a equação de autovalores, sendo  $|\Phi\rangle$  o autoestado ou autovetor do operador  $\hat{B}$  e  $b$  o autovalor associado. Leia-se ainda: a operação representada por  $\hat{B}$  (medida do valor da grandeza física em estudo), realizada sobre o sistema quântico quando este se encontra no estado  $|\Phi\rangle$ , dá como resultado o número  $b$  e não altera o estado do sistema, ou seja, reproduz o sistema no mesmo estado anterior à medida. Como uma mesma grandeza física pode ter vários (mesmo infinitos, em número) valores diferentes, podemos indexar os autovalores e autovetores  $\hat{B}|\Phi_\beta\rangle = b_\beta|\Phi_\beta\rangle$ , com  $\beta$  simbolizando a variedade de autovetores possíveis. Os autovalores podem ser discretos e/ou contínuos.

Passa a ter sentido, então, dizer que  $b$  é o valor da grandeza física para aquele estado do sistema.

Por exemplo:  $-13,6$  eV é (aproximadamente) o valor da energia do elétron do átomo de hidrogênio no estado fundamental.

Há, contudo, outros fatos surpreendentes, ainda não mencionados, que os sistemas microscópicos revelam e que são incorporados aos postulados da MQ. Tomemos como exemplo o espectro de energia do átomo de hidrogênio, que em uma primeira aproximação pode ser obtido pelo modelo de Bohr. As linhas espectrais determinadas evidenciam a existência de vários estados de energia possíveis para o elétron do átomo, quando ele está “ligado” ao núcleo.

A descrição quântica dessa diversidade espectroscópica, mesmo em um modelo bastante simples, é surpreendentemente satisfatória e constitui-se em um dos grandes sucessos da MQ, desde seus primórdios. Esta descrição, basicamente, consiste em estabelecer as soluções e os



autovalores de uma equação de autovalores de um operador ( $\hat{H}$ ) associado à energia total do elétron do átomo.  $\hat{H}$ , neste modelo simples, nada mais é do que a soma de um operador associado à energia cinética do elétron e de um operador associado à energia potencial do elétron, supondo o núcleo praticamente inerte, o que é aceitável face à grande razão entre a ordem de grandeza da massa do núcleo e a da massa do elétron ( $\sim 10^3$ ).

Este modelo, embora muito simples, reproduz com concordância mais do que razoável vários dos valores obtidos experimentalmente e que evidenciaram:

- i) a existência de valores *discretos* de energia para o elétron do átomo (e portanto, para alguns sistemas quânticos);
- ii) o fato, surpreendente, de os resultados de medida sempre resultarem em algum dos autovalores do operador correspondente.

Este último aspecto, que é verificado não apenas para resultados de medidas da energia do átomo de hidrogênio, mas para medidas das mais diversas grandezas físicas conhecidas, qualquer que seja o estado em que se encontrem, conduz a um dos principais postulados da MQ, como veremos adiante e não encontra paralelo no trato dos sistemas clássicos, até porque se torna trivial para valores contínuos dos observáveis. O que se desprende de tais resultados é que **os únicos valores possíveis resultantes da medida de alguma grandeza física são os autovalores do operador que corresponde à referida grandeza.**

*Quais problemas podemos enfrentar ao medir grandezas físicas?*

Vamos considerar agora estados de um objeto quântico que são caracterizados por valores de duas grandezas físicas. Isto significa que a equação de autovalores deve ser satisfeita com os dois operadores correspondentes às grandezas, ou seja  $\hat{B}|\Phi\rangle = b|\Phi\rangle$ , mas também  $C|\Phi\rangle = c|\Phi\rangle$ . Então o estado é autoestado dos dois operadores e as grandezas físicas correspondentes serão ditas *compatíveis*.

A *compatibilidade de dois observáveis* nos leva a dizer que algumas informações relativas ao estado do sistema podem ser fornecidas “simultaneamente”. Isto significa que o estado do objeto pode ser caracterizado por valores das duas grandezas físicas, por exemplo, a energia cinética e a projeção de spin de um elétron. Quando dois observáveis são *incompatíveis*, a medida dos valores de um deles em geral afeta a determinação dos valores do outro. Logo, não existe estado que possa ser caracterizado pelos valores das duas grandezas. (Não existe estado que seja autoestado comum aos dois operadores que representam tais grandezas físicas.) Por exemplo, posição e momento linear na mesma direção.

Quando utilizamos a notação de Dirac indicamos, em geral, no ket, os valores de todas as grandezas físicas compatíveis de um dado conjunto. Assim, o estado do elétron do átomo de hidrogênio que tem a maior energia de ligação e cuja projeção de spin na direção de um campo magnético inhomogêneo (direção  $\bar{z}$ ) é máxima, é caracterizado por  $|E_1 = -13,6 \text{ eV}, s_z = +\frac{\hbar}{2}\rangle$ .

Contudo, se nos perguntarmos a que distancia do núcleo está o elétron, veremos que o ket em questão não apresenta esta informação. A razão para isto não é medição incompleta das propriedades físicas do elétron, ou seja, não é que simplesmente tenhamos deixado de medir a posição do elétron. Esta “ausência de informação” deriva do fato de a energia e a posição do elétron do átomo de hidrogênio serem observáveis incompatíveis. Isto implica em que, medir primeiro a posição do elétron e depois sua energia de ligação, não resulta em geral nos mesmos valores obtidos quando se mede primeiro a energia de ligação e depois a posição do elétron. Costumamos, neste caso, dizer que há uma relação de incerteza entre tais observáveis (Princípio de Incerteza de Heisenberg).

Em resumo, pode-se dizer que *o estado de um sistema quântico é o conjunto das informações sobre os valores das grandezas físicas compatíveis* (em um determinado instante de tempo, segundo Schrödinger). O estado será *completamente* conhecido em determinado instante de tempo, se *todos* os observáveis compatíveis (independentes) do sistema forem arrolados e seus valores no dado instante de tempo forem determinados.

*Superposição Linear de Estados e Emaranhamento Quântico*

Já vimos como são diferentes do que esperaríamos alguns dos comportamentos dos objetos quânticos, como os átomos, os elétrons e os fótons. Vimos também que, pela combinação linear de estados de tais objetos, podemos formar novos estados destes objetos. Esta não é uma propriedade incorporada à Física Clássica e, a partir dela, muitos resultados não considerados classicamente começam a surgir. Uma das consequências mais surpreendentes da propriedade de superposição de estados em Mecânica Quântica é a da possibilidade de existirem Estados Emaranhados, possibilidade esta *comprovada* já experimentalmente.

O que são, então, estes Estados Emaranhados? Estados emaranhados são estados de dois ou mais objetos (quânticos), que implicam em uma relação muito significativa entre os estados individuais dos objetos, de tal modo que não conseguimos separar uns dos outros.

Vamos apresentar um exemplo para que fique bem claro o que são tais estados.

Se tivermos dois átomos em posições conhecidas, A e B, podemos ter o átomo 1 na posição A e o átomo 2 na posição B (estado  $|A\rangle_1|B\rangle_2$ ), mas podemos também ter o átomo 1 na posição B e o átomo 2 na posição A (estado  $|B\rangle_1|A\rangle_2$ ). Logo, pela propriedade de combinação linear é possível encontrar os átomos no estado  $|\Psi\rangle = |A\rangle_1|B\rangle_2 + |B\rangle_1|A\rangle_2$ , ou no estado  $|\Phi\rangle = |A\rangle_1|B\rangle_2 - |B\rangle_1|A\rangle_2$ , entre muitas outras possibilidades.

Repare que, para estes estados combinados, não podemos mais dizer que o átomo 1 está no estado A e o átomo 2 está no estado B (ou vice-versa). Há uma possibilidade finita (de cinquenta por cento nos exemplos dados) de o átomo 1 estar no estado A e também de estar no estado B. Mas se medirmos a posição do átomo 1 e o encontrarmos em A, saberemos que o átomo 2 estará em B *mesmo sem medirmos* a posição do átomo 2. Os estados dos átomos 1 e 2 estão então relacionados, emaranhados. **Determinar o estado de um deles (na medida) nos informa sobre o estado do outro, sem necessidade de medição sobre este último.**

Repare que o estado do conjunto dos dois átomos foi expresso como soma de estados em que os átomos estão separados (um deles em A e o outro em B), mas o estado do conjunto não é separável (tanto o átomo 1 como o átomo 2 podem estar em A e em B). O estado do conjunto não é separável, é emaranhado.

**Exercício:** Quais dos estados a seguir estão emaranhados? Justifique suas respostas.

- $|\Psi_1\rangle = |A\rangle_1|A\rangle_2 + |B\rangle_1|A\rangle_2$
- $|\Psi\rangle = |B\rangle_1|B\rangle_2 + |A\rangle_1|A\rangle_2$
- $|\Psi\rangle = |B\rangle_1|B\rangle_2 - |B\rangle_1|A\rangle_2$
- $|\Psi\rangle = |B\rangle_1|A\rangle_2 - |A\rangle_1|B\rangle_2$

Esta propriedade parece interessante, mas o exemplo dado ainda não trouxe grande surpresa para vocês, na verdade, porque já se acostumaram com objetos quânticos que podem estar tanto na posição A como na B. Vejamos então um exemplo mais dramático.

Consideremos agora dois elétrons. Sabemos que os elétrons têm spin  $\frac{1}{2}$  e que a projeção do spin em uma dada direção apresenta dois valores que podem ser usados para caracterizar os estados como  $|+\rangle$  e  $|-\rangle$ .

Parecido ao exemplo dos átomos acima, podemos pensar que o sistema dos dois elétrons pode estar no estado  $|+\rangle_1|+\rangle_2$ , ou no estado  $|+\rangle_1|-\rangle_2$ , ou ainda no estado  $|-\rangle_1|+\rangle_2$  ou até no estado  $|-\rangle_1|-\rangle_2$ . Todos estes estados são separáveis.

Mas não paramos por aí. Podemos ter várias combinações dos estados acima, como é o caso da combinação  $|C\rangle = |+\rangle_1|-\rangle_2 - |-\rangle_1|+\rangle_2$ . Agora, pensemos que, além da projeção de spin, possamos informar que o elétron 1 está na posição A e o elétron 2 na posição B. Teremos, então, um estado possível  $|D\rangle = |A+\rangle_1|B-\rangle_2 - |A-\rangle_1|B+\rangle_2$ .

Se os elétrons estiverem próximos um do outro, este estado talvez não nos cause surpresa, mas se os elétrons estiverem muito afastados (por exemplo, a 300 quilômetros de distância um do outro) quando medirmos a projeção de spin do elétron que está em A e obtivermos "+", saberemos que o elétron que está a 300 km dali, em B, tem projeção de spin "-", **sem ter medido esta projeção!**

Mesmo separados por uma distância tão grande os elétrons continuam correlacionados.

Um grupo liderado pelo físico austríaco Anton Zeilinger realizou um experimento que mostrou que isto é possível. Eles trabalharam com pares de fótons emaranhados. Vários outros grupos têm realizado com sucesso experimentos com estados emaranhados de dois objetos quânticos.

Conforme o experimento do grupo de Zeilinger mostra, os estados emaranhados também podem ser realizados com fótons polarizados. Imagine a situação em que um par de fótons possui polarização emaranhada tal que sempre que um deles apresentar polarização vertical, o outro apresentará polarização horizontal. O estado de polarização do sistema quântico pode ser, por exemplo,  $|\Psi\rangle = |H\rangle_A |V\rangle_B + |V\rangle_A |H\rangle_B$ , onde H e V denotam, respectivamente, as polarizações

horizontal e vertical dos fótons e A e B denotam cada um dos fótons. Agora imagine que tenhamos dois observadores, Alice e Bob, cada um observando um dos fótons. Há uma probabilidade de 50% de Alice obter uma ou a outra das polarizações, assim como Bob. Porém, quando Alice efetuar a medida da polarização de um dos fótons, qualquer que seja o valor encontrado na medida, o fóton que está aos cuidados de Bob apresentará a polarização contrária. Como o estado do sistema é composto pela superposição linear de estados de dois fótons, cada qual com probabilidade finita de “existir”, ou seja, como o estado do sistema abrange as duas possibilidades, a medida da polarização retilínea dos fótons resultará obrigatoriamente em um dos autoestados de polarização retilínea que compõem o estado do sistema. Isso ajuda a evidenciar que a informação não viajou mais rápido do que a luz, porque os estados já estavam “pré-definidos”.

**Exercício:** Que informações podemos obter de um estado de um sistema quântico considerado emaranhado?

Na década atual, vários experimentos relacionados a estados emaranhados foram produzidos. Fótons e elétrons foram utilizados em projetos em que o emaranhamento de estados de polarizações ou estados de projeções de spin ou estados de momento linear foi testado a grandes distâncias.

Como se pode observar, uma utilização simples e sutil do princípio de superposição linear de estados conduz a estados emaranhados. Tais estados são de extrema importância nos processos de comunicação atualmente utilizados e em desenvolvimento, e isso faz com que os profissionais de áreas muito mais amplas da ciência (tais como engenharia, informática e telecomunicação) necessitem ser informados sobre os primeiros princípios da MQ.

**Pense:** Por que o emaranhamento pode ser considerado uma simples aplicação do princípio de superposição linear?

**Exercício 1:** Crie um estado emaranhado com estados de projeção de spin para elétrons.

**Exercício 2:** Crie um estado emaranhado com estados de polarização retilínea para fótons.

O emaranhamento quântico é um fenômeno que não possui análogo na Física Clássica e *que decorre do princípio da superposição linear de estados, um dos primeiros fundamentos da Mecânica Quântica*. Como podemos perceber, apesar de simples consequência da superposição de estados, o emaranhamento conduz a novas e surpreendentes perspectivas de desenvolvimento de tecnologias, interessando inclusive a Agências Espaciais, para o estabelecimento de estados vinculando objetos quânticos localizados na Terra com objetos situados em satélites.

A superposição de estados é uma propriedade já realizada para objetos quânticos e que tem consequências importantes para a criptografia quântica, a computação quântica e a teletransportação, entre outras aplicações.

A previsão teórica da correlação do emaranhamento quântico gerou grandes discussões na segunda metade do século passado, por levar alguns cientistas a pensar que uma informação pudesse ser transmitida em velocidade maior do que a da luz, violando a teoria da relatividade. Albert Einstein e outros dois colaboradores, inclusive, foram alguns dos maiores críticos desse princípio que, em sua opinião, evidenciava possíveis falhas da teoria quântica. Einstein chamava o emaranhamento quântico de *ação fantasmagórica à distância*.

**Pense:** Por que Einstein considerou estranho o efeito do emaranhamento quântico?

## Segurança na Transmissão de Informação: a Criptografia Quântica

Outro importante exemplo de aplicação de alguns princípios da MQ, desenvolvido e utilizado a partir da década de 70, é a Criptografia Quântica. A área da *Criptografia* abrange os processos de proteção da transmissão de informação, buscando restringir o acesso ao conteúdo transmitido apenas para aqueles que de direito. A criptografia consiste, via de regra, na codificação de uma mensagem com o auxílio de uma *chave* (secreta ou pública) e o destinatário somente conseguirá decodificar e ler a mensagem, se possuir a chave ou se souber como a construir. O objetivo do processo é a segurança da informação, de tal modo que, se e quando a mensagem for interceptada, não seja possível acessar e identificar seu conteúdo original de forma inteligível.

Conforme a figura 14, por exemplo, temos uma mensagem a ser enviada: “Mecânica Quântica”. Após passar por um processo de criptografia, seu conteúdo fica alterado e somente quem possuir a chave de decodificação correta poderá acessar seu real conteúdo.



Figura 14. Apresentação simplificada de um processo criptográfico.

Com o avanço da tecnologia os mecanismos de transmissão de informação progrediram de forma espetacular, sendo a Internet a principal responsável pelo vertiginoso aumento de comunicação escrita entre dois ou mais sistemas ou entes. Aumentando o número de usuários destes meios e melhorando a qualidade e rapidez da transmissão, tornou-se também absolutamente necessário melhorar os sistemas de proteção associados ao processo de transmissão.

Os algoritmos de criptografia usados atualmente para preservação do sigilo na transmissão de mensagens via computadores utilizam sequências aleatórias dos dígitos 0 e 1, como chaves, cujo conteúdo pretende ser de conhecimento exclusivo do emissor (Alice) e do receptor (Bob). As chaves são veiculadas pelos canais clássicos de comunicação, sendo passíveis de quebra de sigilo.

As chaves usuais dividem-se em chaves *privadas* e chaves *públicas*. Chaves privadas são aquelas partilhadas por Alice e Bob e estabelecidas previamente ao envio de mensagens. Evidentemente este tipo de chave não se adapta a comunicações entre empresas e (individualmente) seus clientes. Além disto, para que a chave seja segura, deve usar um grande conjunto de dígitos, mas em geral o tamanho do conjunto que caracteriza a mensagem é muito maior, o que significa que parte da mensagem é enviada sem criptografia, favorecendo a violação de sigilo, sem que Alice e Bob a percebam de imediato.

Empresas e seus clientes recorrem a algoritmos de chave pública, em que a chave usada para codificar a mensagem é diferente da usada para decifrá-la. Neste caso, o uso de fatoração de números muito grandes é frequente.

Nos dois casos citados, a segurança do processo está relacionada à complexidade da sequência de números usada e o conseqüente intervalo de tempo necessário para a descoberta da mesma. Contudo tais códigos podem ser desvendados em intervalos de tempo viáveis, se a velocidade de processamento da informação aumentar. No caso de um computador quântico, por exemplo, que utiliza princípios como o da superposição linear de estados, poder-se-ia reduzir um intervalo de tempo de bilhões de anos para fatorar certo número em um computador comum, a um período de tempo de alguns minutos. Na tabela a seguir podemos comparar algumas previsões para o tempo de fatoração de números em computadores clássicos e em computadores quânticos<sup>4</sup>.

Há, porém, uma nova possibilidade de evitar-se a quebra de sigilo do algoritmo criptográfico, que surge da utilização dos primeiros princípios da MQ. Este novo método de criptografia é denominado de *Criptografia Quântica*. Os processos de criptografia quântica são incondicionalmente seguros contra ataques de monitoramento passivo<sup>5</sup>, porque sua segurança está baseada nas distribuições probabilísticas de resultados de medidas e no colapso do vetor de estado pelo ato de medida.

<sup>4</sup> Extraído de Vieira, C. L.; Oliveira, I. S. *A revolução dos q-bits*. Jorge Zahar, 2009.

<sup>5</sup> Monitoramento passivo é aquele em que alguém não pretende ser descoberto ao tentar interceptar a mensagem.

Tamanho do número (em bits)	Tempo de fatoração (computador clássico)	Tempo de fatoração (computador quântico)
512	4 dias	34 segundos
1024	10 mil anos	4,5 minutos
2048	10 mil bilhões de anos	36 minutos
4096	$10^{26}$ anos	4,8 horas

Tabela 1: Previsão para o tempo de fatoração de números por computadores clássicos e por computadores quânticos.

Os protocolos de criptografia quântica recorrem, principalmente, a fótons polarizados. Mesmo com computadores poderosíssimos, fica impossível a decodificação total dos dados. As tentativas de interceptação da mensagem são detectadas, não existindo previamente (antes da medida) um dado resultado.

Existem diversas propostas de protocolos de criptografia quântica. É comum adotar as iniciais do(s) nome(s) do(s) autor(es) e o ano em que foram propostos, para a nomenclatura dos protocolos. Dentre os protocolos encontrados na literatura, podemos citar o *BB84*, o *E91*, o *BBM92* e o *B92*.

**Refleta:** Por que a criptografia quântica possui segurança incondicional contra ataques de monitoramento passivo?

**Exercício:** Tente descobrir qual a mensagem escondida nas sentenças criptografadas abaixo.

- a) Bubbbsfnpt bp bnboifdfs.      b) moB aid, slunoa ed QM.      c) 01-20-01-03-01-18.

#### O Protocolo BB84

Dos protocolos citados, o mais simples é o protocolo **BB84**, proposto por C. H. Bennett e G. Brassard, o primeiro dos protocolos quânticos a ser implementado.

O protocolo transmite fótons polarizados por um canal quântico e utiliza também um canal clássico de comunicação (por exemplo, Internet ou telefone). O canal clássico não afeta a segurança incondicional do processo porque é usado para conferência de alguns dados a serem descartados posteriormente.

Suponhamos que Alice envie os fótons e Bob os receba. Antes de iniciar o processo, Alice e Bob escolhem as bases (compostas por dois estados ortogonais de polarização) a usar na transmissão e recepção dos fótons, p. ex., as da figura 15, apresentadas por Bennett e Brassard.

A base A (retilínea) mede *com certeza* a polarização dos fótons que apresentam polarização horizontal ou vertical, enquanto a base B mede *com certeza* a polarização dos fótons que apresentam polarizações diagonais, a 45° em relação à base A.

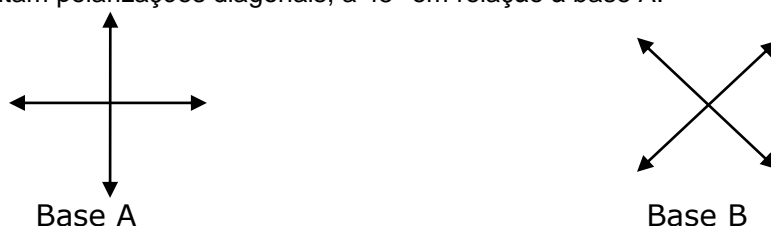


Figura 15. Representação das bases adotadas por Alice e Bob para a transmissão dos fótons.

Alice e Bob combinam previamente, também, qual polarização representará os bits 0 e 1 em cada base, o que pode ser feito através de um canal clássico de comunicação. Supomos que o bit 0 corresponde à polarização horizontal na base A e à polarização diagonal direita na base B ( $|0\rangle_A$  e  $|0\rangle_B$ ). Assim, a polarização vertical na base A e a diagonal esquerda na base B são associadas ao bit 1 ( $|1\rangle_A$  e  $|1\rangle_B$ ). Observe-se que, pelo princípio da superposição linear, podemos representar estados de polarização de uma das bases em função dos da outra, resultando, por exemplo,  $|0\rangle_B = |0\rangle_A + |1\rangle_A$  e  $|1\rangle_B = |0\rangle_A - |1\rangle_A$ .

Combinadas as bases e a representação dos bits em cada base, Alice pode enviar os fótons para Bob. Supomos que Alice decida enviar os bits 011010100111 para Bob. Decididos os bits, Alice escolhe *aleatoriamente* as bases em que vai enviar cada bit para Bob, que escolhe

também *aleatoriamente* as bases para a leitura das polarizações. Bob só pode executar a medida uma vez para cada fóton, tendo em vista o colapso do estado e a impossibilidade de clonar um fóton isolado.

Sequência de bits enviada por Alice.	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1
Bases escolhidas por Alice para enviar cada fóton.	A	B	B	B	A	A	B	A	B	A	B	B
Bases escolhidas por Bob para medir a polarização dos fótons.	A	B	A	B	B	A	B	B	A	A	B	A
Medição da polarização por Bob.	0		0	0	0	0	1	1			1	1
<b>FIM DA TRANSMISSÃO PELO CANAL QUÂNTICO</b>												
Bob informa as bases utilizadas para detectar os fótons.	A		A	B	B	A	B	B			B	A
Alice informa as bases corretas.	OK			OK		OK	OK				OK	
Relação (secreta) dos bits de bases coincidentes.	0			0		0	1				1	
Bob revela alguns bits da chave.				0							1	
Alice confirma os bits de Bob.				OK							OK	
Bits corretos restantes compõem a chave.	0					0	1					

Tabela 2. Transmissão de bits de Alice para Bob utilizando fótons polarizados.

A tabela 2 exemplifica o processo de transmissão de uma chave criptográfica entre Alice e Bob. Nas quatro primeiras linhas estão registradas as etapas relativas à transmissão dos fótons polarizados, enquanto nas demais ocorre a discussão pública entre Alice e Bob, finalizando com a seleção (implícita) da chave a ser compartilhada. Se Bob escolher a base errada para medir a polarização, obterá resultado aleatório. Em algumas ocasiões, Bob utiliza a mesma base que Alice, mas não consegue medir a polarização dos fótons, o que ocorre em situações reais por perda de fótons dentro do canal quântico de comunicação.

Para analisar a segurança do processo, vejamos agora o que acontece quando outra pessoa (Eva) decide espionar (e conseqüentemente interceptar) os fótons enviados por Alice a Bob.

**Refleta:** Por que Eva tem que interceptar estes fótons?

Eva sabe, inicialmente, que os fótons estão sendo enviados com polarização dada pelas bases A ou B. Assim como Bob, ela escolhe aleatoriamente seus polarizadores ao interceptar os fótons. Estatisticamente, há uma probabilidade de Eva acertar, no máximo, 75% dos bits enviados. Os fótons interceptados devem ser reenviados e no reenvio há a probabilidade mínima de 25% dos fótons estarem com a polarização errada devido à sua medição. Assim, Bob receberá uma chave em que os dados diferem pelo menos em 25% dos da chave original enviada por Alice, embora ele não saiba isso ainda. Contudo, ao conferir seus dados com os de Alice, ele percebe que, devido a uma alta taxa de erros, alguém está tentando espionar os dados transmitidos. Em geral, os erros de transmissão são baixos (inferiores a 3%) e são devidos a ruídos no canal quântico ou a desalinhamento dos polarizadores. Por que Eva não consegue interceptar o envio de Alice e reenviá-lo corretamente para Bob, sem que percebam sua interferência no processo? Como não é possível clonar um quantum individual, Eva não pode duplicar o estado quântico do fóton recebido, medir sobre um dos fótons e reenviar o outro para Bob.

**Refleta 1:** Por que tal processo de criptografia só é seguro contra ataques de monitoramento passivo?

**Refleta 2:** Por que só é possível enviar um bit por fóton?

### *A Utilização da Criptografia Quântica*

Embora seja recente, a criptografia quântica já mostrou sua viabilidade.

Inicialmente, nos laboratórios da IBM, as chaves eram transmitidas a pequenas distâncias (aprox. 30 cm), mas atualmente a empresa NEC realiza a transmissão de chaves criptográficas quânticas a distâncias de 150 km. Uma equipe da IBM já utiliza a criptografia quântica a distâncias de 60 km usando fibra ótica de alta pureza (material de custo ainda muito elevado). Em distâncias maiores, as perdas são muito grandes, devido a impurezas da fibra, inviabilizando o sistema.

A empresa MagiQ Technologies comercializa sistemas que transferem chaves por até 100 km e que custam cerca de cem mil dólares. A empresa id Quantique também comercializa produtos que transferem chaves quanticamente codificadas.

A empresa QinetiQ consegue transferir chaves quânticas pelo ar por 23 km em topos de montanhas, regiões de baixa turbulência atmosférica. A Agência Espacial Europeia está investindo para criar um satélite de baixa órbita que possibilite a comunicação por 1.000 km. Os EUA financiam um projeto de US\$ 4 milhões para interligar as Universidades de Harvard e Boston e a BBN Technologies, em Massachusetts.

Estima-se que em breve seja possível utilizar tais protocolos em escala industrial.

**Refleta:** Você considera possível utilizar átomos ao invés de fótons em Criptografia Quântica? Que aplicações isso poderia trazer?

## APÊNDICE II

### Questionário de conhecimentos prévios

- 1) Com qual(is) da(s) palavra(s) abaixo você ligaria a palavra quântica?  

<input type="checkbox"/> Computação	<input type="checkbox"/> Emaranhamento	<input type="checkbox"/> Medicina
<input type="checkbox"/> Consciência	<input type="checkbox"/> Física	<input type="checkbox"/> Música
<input type="checkbox"/> Criptografia	<input type="checkbox"/> Ginástica	<input type="checkbox"/> Partícula
<input type="checkbox"/> Cura	<input type="checkbox"/> Mecânica	<input type="checkbox"/> Terapia
- 2) Explique (justifique) suas escolhas na questão acima.
- 3) O que é uma partícula, no seu entender? Dê um exemplo.
- 4) O que você entende por estado de um objeto (de um ser)? Dê um exemplo.
- 5) O que é uma onda, no seu entender? Dê um exemplo.
- 6) Em vários campos da Física fala-se em um Experimento de Dupla Fenda. Será que você já ouviu falar alguma coisa a respeito? Se já ouviu, conte o que sabe sobre isto.
- 7) Você considera importante conhecer uma teoria que possui inúmeras implicações tecnológicas, algumas delas em equipamentos e aparelhos muito em voga, tais como células fotoelétricas, mp3 player, cartões de memória, entre outros? Por quê?
- 8) Se você já ouviu falar em Mecânica Quântica, quais assuntos dela você citaria?
- 9) Você já ouviu falar em (Albert) Einstein, (Max) Planck, (Werner) Heisenberg ou (César) Lattes? A respeito de quais assuntos?
- 10) Você já ouviu falar em Acelerador de Partículas, Bomba Atômica, Chip, Nanotecnologia, Radiação Eletromagnética, Teletransporte ou Tunelamento? Sabe informar o que significam estas denominações?

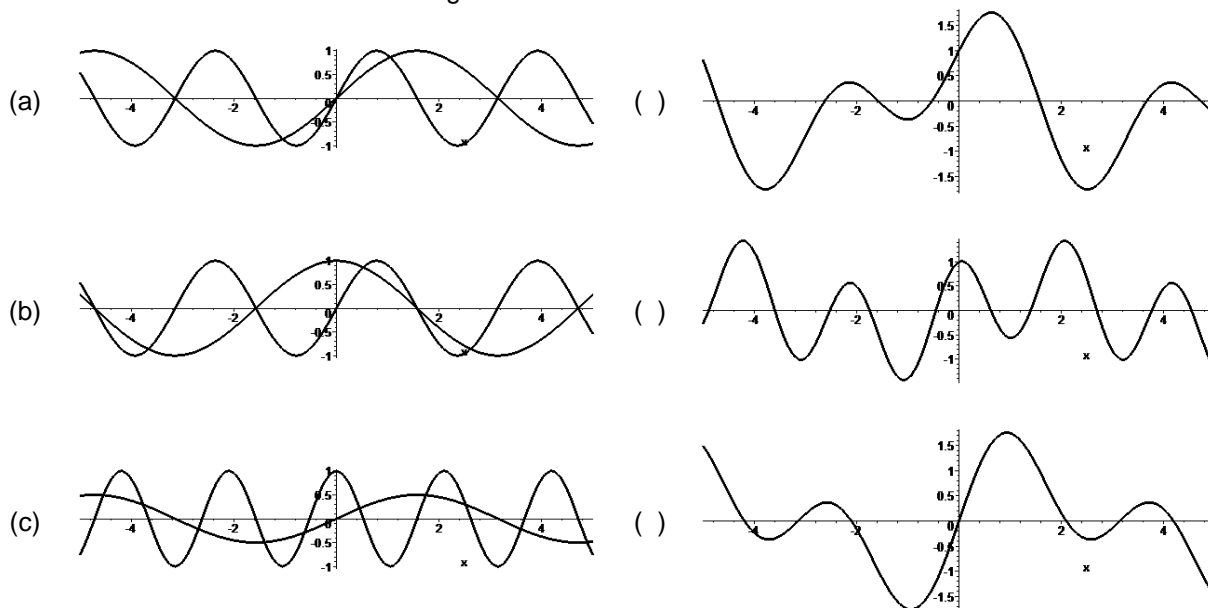


### APÊNDICE III

#### Avaliações escritas

##### Primeira avaliação

- 1) Explique, com suas palavras, qual o resultado da soma de duas ondas e apresente um exemplo.
- 2) Explique, com suas palavras, qual o resultado da multiplicação de um vetor do espaço real por um número real e apresente um exemplo.
- 3) Analise as ondas representadas na primeira coluna, efetue a superposição das mesmas e relacione corretamente com as da segunda coluna.



- 4) Efetue e represente, no plano cartesiano, as operações indicadas a seguir, para os vetores do plano  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$ .

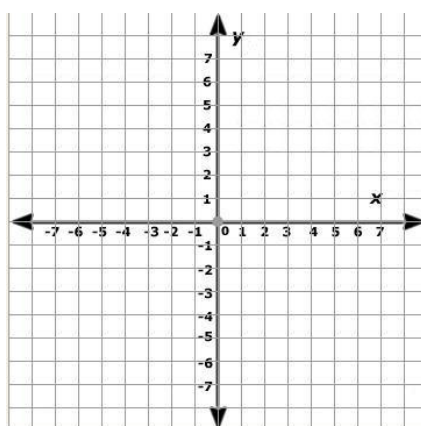
$$\vec{v} = (2, 1)$$

$$\vec{w} = (1, -2)$$

a)  $\vec{v} + \vec{w}$

b)  $2\vec{v} + \vec{w}$

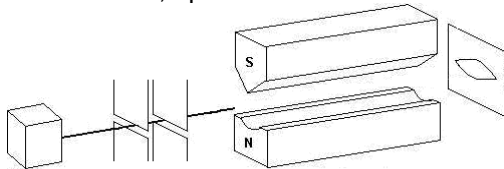
c)  $-\vec{v} + 2\vec{w}$



- 5) Que razões você citaria para justificar a introdução de uma teoria diferente da Mecânica Clássica, como é a chamada Mecânica Quântica?
- 6) Cite duas ou mais aplicações da Mecânica Quântica, sobre as quais tenha escutado falar ou lido algo.

## Segunda avaliação

- 1) Analise o objeto tradicionalmente descrito pela Física Clássica proposto pelo professor e caracterize o mesmo. A seguir, descreva um estado possível deste objeto.
- 2) Considere um átomo de hidrogênio (objeto tipicamente descrito pela Física Quântica). Descreva o átomo, ou seja, o nome e número de seus elementos (elétrons, prótons, nêutrons...) e, a seguir, caracterize dois estados possíveis do mesmo.
- 3) Considere o experimento de dupla fenda com elétrons.
  - a. Estando fechada uma das fendas, o que você espera encontrar registrado no segundo anteparo, quando realizar a experiência com muitos elétrons? O que você pode dizer sobre o estado do elétron submetido a este experimento?
  - b. Estando abertas as duas fendas, o que você espera encontrar registrado no segundo anteparo, quando realizar a experiência com muitos elétrons? O que você pode dizer sobre o estado do elétron submetido a este experimento?
- 4) Considere um par de átomos de hidrogênio. Caracterize dois estados possíveis do conjunto destes dois átomos.
- 5) Em Mecânica Quântica, existem algumas grandezas físicas (observáveis) que são ditas incompatíveis, ou seja, não podem caracterizar o mesmo estado do objeto. Assim, responda os itens a seguir.
  - a. É possível caracterizar o estado de um elétron pela posição no espaço (coordenadas x, y e z, por exemplo)?
  - b. É possível caracterizar o estado de um elétron pela sua posição e sua energia?
  - c. É possível caracterizar o estado de um elétron pela sua projeção de spin em uma direção e sua posição?
- 6) Em que a superposição linear diferencia sistemas quânticos dos sistemas clássicos? Dê exemplos.
- 7) Qual dos estados a seguir pode ser atribuído a elétrons que, submetidos ao experimento de Stern-Gerlach, apresentam resultados como os indicados na figura abaixo? Justifique sua escolha.



- a)  $|\Psi\rangle = |-\rangle$
- b)  $|\Psi\rangle = |+\rangle$
- c)  $|\Psi\rangle = |+\rangle + |+\rangle$
- d)  $|\Psi\rangle = |+\rangle + |-\rangle$

### Terceira avaliação

- 1) Que informações podemos obter de um par de elétrons que estejam no estado  $|\Psi\rangle = |A+\rangle_1|B-\rangle_2 + |B-\rangle_1|A+\rangle_2$ , sendo “A e B” valores de posição dos elétrons e “+ e -” projeções de spin dos elétrons, denominadas “spin para cima” e “spin para baixo”, em uma mesma direção?
- 2) Quais dos estados a seguir são exemplos de estados emaranhados de sistemas quânticos? Justifique. As letras H e V lembram observáveis de algum objeto quântico a você?
  - a)  $|\Psi_1\rangle = |H\rangle_1|H\rangle_2 - |V\rangle_1|V\rangle_2$
  - c)  $|\Psi_3\rangle = |V\rangle_1|H\rangle_2 + |H\rangle_1|V\rangle_2$
  - e)  $|\Psi_5\rangle = |H\rangle_1|V\rangle_2$
  - b)  $|\Psi_2\rangle = |H\rangle_1|H\rangle_2 + |H\rangle_2|H\rangle_1$
  - d)  $|\Psi_4\rangle = |V\rangle_1|V\rangle_2 + |H\rangle_1|V\rangle_2$
  - f)  $|\Psi_6\rangle = |H\rangle_1 + |V\rangle_2$
- 3) Escreva dois estados distintos de um par de elétrons emaranhados com projeções de spin  $|+\rangle$  e  $|-\rangle$ .
- 4) Em um processo de transmissão de chave criptográfica, suponhamos que Alice envie um fóton polarizado na vertical para Bob e este utilize uma base inclinada a  $45^\circ$  em relação à horizontal para medir a polarização deste fóton. Você pode dizer qual será a medida realizada por Bob? Pode dizer qual o estado do fóton enviado por Alice?
- 5) Por que o emaranhamento quântico pode ser considerado como uma aplicação simples da superposição linear?
- 6) Codifique a mensagem “superposição linear” e explique que chave criptográfica você utilizou em tal processo.

## APÊNDICE IV

### Questionário de opiniões

- 1) Com qual(is) da(s) palavra(s) abaixo você ligaria a palavra quântica?  

<input type="checkbox"/> Computação	<input type="checkbox"/> Emaranhamento	<input type="checkbox"/> Medicina
<input type="checkbox"/> Consciência	<input type="checkbox"/> Física	<input type="checkbox"/> Música
<input type="checkbox"/> Criptografia	<input type="checkbox"/> Ginástica	<input type="checkbox"/> Partícula
<input type="checkbox"/> Cura	<input type="checkbox"/> Mecânica	<input type="checkbox"/> Terapia
- 2) Explique (justifique) suas escolhas na questão acima.
- 3) Quais conceitos dentre os trabalhados no curso você considera mais importantes?
- 4) Que tópicos do curso você considerou mais fáceis? De quais mais gostou?
- 5) Que tópicos do curso você considerou mais difíceis? De quais menos gostou?
- 6) Você considera o conceito de estado de um sistema físico difícil de compreender?
- 7) Você considera a superposição linear de estados difícil de compreender? De acreditar?
- 8) Você considera a Mecânica Quântica uma teoria tipo “ficção científica”, “nada a ver com a realidade física”, ou considera que ela consegue descrever “elementos de realidade” que a Física Clássica não consegue?
- 9) Como você enxerga a Mecânica Quântica neste momento?
- 10) Apresente suas opiniões, sugestões e críticas sobre o curso apresentado.

## APÊNDICE V

### Testes rápidos

Primeiro teste rápido

- 1) O que resulta da soma dos vetores  $\vec{v} = (2,0)$  e  $\vec{w} = (0,3)$ ? E da soma de  $3\vec{v}$  com  $2\vec{w}$ ?
- 2) A soma das ondas representadas pelas funções  $\cos(x)$  e  $\sin(x)$  é também uma onda? Seu valor máximo é igual a 1?

Segundo teste rápido

- 1) Que informações podemos obter a respeito da energia de um elétron do átomo de hidrogênio que está no estado  $|\Psi\rangle = |E_1\rangle + |E_2\rangle + |E_3\rangle$ ?
- 2) Um elétron que foi sujeito ao experimento de Stern-Gerlach (campo na direção vertical) é registrado no grupo que está na parte de cima do anteparo. Em que estado podemos dizer que se encontra este elétron?

Terceiro teste rápido

- 1) É possível caracterizar o estado de um sistema quântico por qualquer conjunto de grandezas físicas conhecidas? Por quê?

Quarto teste rápido

- 1) Qual dos estados a seguir é um estado emaranhado para pares de fótons?
  - a)  $|\Psi\rangle = |H\rangle_1|V\rangle_2 + |V\rangle_1|V\rangle_2$
  - b)  $|\Psi\rangle = |H\rangle_1|V\rangle_2 + |V\rangle_1|H\rangle_2$
  - c)  $|\Psi\rangle = |H\rangle_1|H\rangle_2 + |V\rangle_1|H\rangle_2$
  - d)  $|\Psi\rangle = |H\rangle_1|V\rangle_2 + |H\rangle_1|V\rangle_2$
- 2) Mil fótons polarizados na horizontal ( $|H\rangle$ ) são submetidos a um polarizador a  $45^\circ$  em relação a sua orientação. Qual o resultado da passagem desses fótons pelo polarizador?



20214	<p style="text-align: center;">Mecânica Quântica</p> <p>Alojei livros como a física aplicada os universos. Com o desenvolvimento de máquinas, e equipamentos como o LHC que estão a fazer os minutos? Já é uma disciplina que está a progredir muito. É, como de sempre.</p>
20223	<p style="text-align: center;">Mecânica Quântica</p> <p style="text-align: center;">Cálculo de movimento mecânico</p> <p style="text-align: center;">conceito de movimento</p> <p>invenções de melhoria</p> <p>parafuso</p>
20237	<p style="text-align: center;">Mecânica Quântica</p> <p>Processos Quânticos</p> <p>Super-computador</p> <p>WTF?</p> <p>Bóson</p> <p>LHC</p> <p>Magia Negra</p> <p>Quarks</p> <p>Física Quântica</p> <p>Velocidade de Debris</p>

Turmas de terceira série

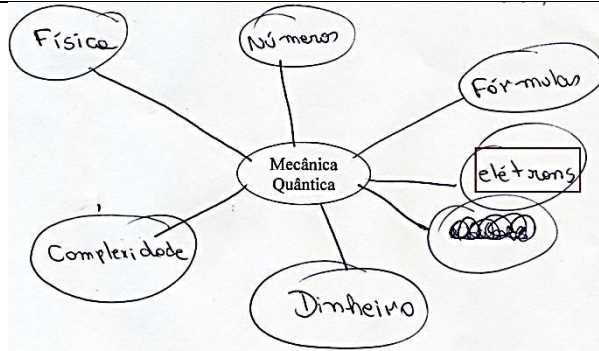
Aluno	Mapa
20301	
20302	
20305	
20312	
20314	



<p>20315</p>	
<p>20319</p>	
<p>20321</p>	
<p>20322</p>	
<p>20324</p>	

20332	
20404	
20415	
20416	
20511	
20516	

20517



## APÊNDICE VII

### Mapas mentais finais

#### Turmas de primeira série

Aluno	Mapa
20112	<p>Mental map for student 20112. Central node: Mecânica Quântica. Branches: Vetor, Ondas, Fótons, emaranhamento, Criptografia, Spin, estado, Duas fendas, <math> \psi\rangle</math>.</p>
20119	<p>Mental map for student 20119. Central node: Mecânica Quântica. Branches: experimentos de dupla fenda, computadores quânticos, estados, emaranhamento, <math> \psi\rangle</math>, átomos, criptografia, spin para cima, spin para baixo, ondas e raios.</p>
20122	<p>Mental map for student 20122. Central node: Mecânica Quântica. Branches: decodificação, física clássica, spin, vetor, estado, emaranhamento, computação, stoma golon, experiência da dupla fenda, Albert Einstein, superposição, elétrons, túnelamento, átomos, teleporte.</p>
20128	<p>Mental map for student 20128. Central node: Mecânica Quântica. Branches: qu bits, FHE, fatorar o nº 152, difícil, computadores quânticos, INTEL, UDE SC, tecnologia do futuro, emaranhamento, criptografia, física, elétrons, relatividade, estados, spin, quântico, quanto chegaram a 100 e emaranhados.</p>

<p>20132</p>	<p>ESTUDO DOS EVELOS SUJEITOS E SUAS APLICAÇÕES</p> <p>Mecânica Quântica</p>
<p>20211</p>	<p>Criptografia quântica</p> <p>Partículas</p> <p>superposição linear</p> <p>Matemática</p> <p>Mecânica Quântica</p> <p>superposição de estados</p> <p>Mecânica Clássica</p> <p>Alie e Bob</p> <p>Vetores</p> <p>Emaranhamento Quântico</p>
<p>20214</p>	<p>monta barra</p> <p>+ ou -</p> <p>Mecânica Quântica</p> <p>física</p> <p>facilitou...</p> <p>Criptografia</p> <p>Estados</p>
<p>20223</p>	<p>Está um dois lugares ao mesmo tempo</p> <p>Probabilidade</p> <p>Emaranhamento</p> <p>Fótons</p> <p>Soma de Vetores</p> <p>Mecânica Quântica</p> <p>Soma Ondas</p> <p>Elétrons</p> <p>Superposição</p> <p>Núcleons</p> <p>Estado</p> <p>Uma maneira maneira de responder questões que a física clássica não consegue</p> <p>Criptografia</p> <p>Grandeza Física</p> <p>Spin</p>
<p>20237</p>	<p>Mecânica Quântica</p> <p>mind Exploration</p> <p>LOL!</p> <p>Comunicação segura</p> <p>Criptografia</p> <p>Emaranhamento</p> <p>Comunicação mais segura</p> <p>Nonense</p> <p>Elétrons agindo como ondas</p> <p>Partículas</p> <p>Comunicação</p> <p>obtemos sempre</p> <p>Passamento de dados instantaneamente Remoto</p>

Turmas de terceira série

Aluno	Mapa
20301	
20302	
20312	
20314	
20315	



20316	<p>Mecânica Quântica</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Grandezas Incompatíveis</li> <li>estados emaranhados</li> <li>Polarização da luz</li> <li>Experimento da Dupla Fenda</li> <li>probabilidades</li> <li>Elétrons</li> <li>Princípio da Incerteza</li> <li>experimento de Stern-Gerlach</li> <li>spin do elétron</li> <li><math>\langle \Psi  </math></li> <li>Partículas</li> <li>Suposição de Estados</li> <li>Criptografia Quântica</li> </ul>
20319	<p>Mecânica Quântica</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>(emaranhamento quântico)</li> <li>(estados)</li> <li>(superposição)</li> <li>(spin)</li> <li>(grandeza física)</li> <li>(pariões)</li> <li>(dupla fenda)</li> <li>(elétrons)</li> </ul>
20321	<p>Mecânica Quântica</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Grandeza física</li> <li>Emaranhamento</li> <li>Dualidade onda-partícula</li> <li>Albert Einstein</li> <li>Uter</li> <li>Probabilidade</li> <li>Difração</li> <li>Estado quântico</li> <li>Incompatibilidade de observação</li> <li>Criptografia quântica</li> <li>Superposição</li> <li>Efeito dupla-fenda</li> <li>Spin do elétron</li> </ul>
20322	<p>Mecânica Quântica</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Emaranhamento</li> <li>spin do elétron</li> <li>Superposição de ondas</li> <li>Criptografia</li> <li>Dualidade onda/partícula</li> <li>Einstein</li> <li>Experimento Dupla fenda</li> <li>"Partícula de Deus"</li> <li>Uter</li> <li>Incompatibilidade de observação</li> </ul>

<p>20324</p>	
<p>20332</p>	
<p>20404</p>	
<p>20415</p>	



20416	
20511	
20516	<p><math> 4\rangle =  +\rangle +  -\rangle</math></p>
20517	

## APÊNDICE VIII

Alguns conceitos atribuídos às questões das avaliações escritas e dos testes rápidos

### 1ª avaliação escrita

Aluno	Questão					
	1	2	3	4	5	6
10104	2	3	3	2	3	2
10206	3	3	3	2	1	1
10303	3	2	3	3	2	3
20125	3	2	3	3	3	2
20209	3	3	3	2	3	3
20335	3	2	3	3	2	2

### 2ª avaliação escrita

Aluno	Questão						
	1	2	3	4	5	6	7
10118	3	3	3	2	3	3	3
10305	2	1	3	3	3	3	3
10316	3	2	3	3	3	3	0
20121	3	1	3	0	2	1	1
20211	3	1	2	3	3	3	3
20403	0	3	2	3	3	3	2

### 3ª avaliação escrita

Aluno	Questão					
	1	2	3	4	5	6
10133	0	1	3	1	1	3
10202	1	3	3	1	3	3
10316	3	2	3	3	1	3
20116	1	2	3	3	0	3
20209	2	3	3	3	2	3
20316	3	2	2	2	3	3

### Testes rápidos

Aluno	Teste 1		Teste 2		Teste 3	Teste 4	
	1	2	1	2	1	1	2
20125	1	3	3	3	3	3	3
20226	3	3	0	3	3	3	3
20329	3	3	3	3	3	3	1

