

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**CHARLES LORENZINI**

**DESENVOLVIMENTO DE UM  
CONTROLADOR  
RESSONANTE-REPETITIVO  
APLICADO A FONTES  
ININTERRUPTAS DE ENERGIA**

Porto Alegre  
2015

**CHARLES LORENZINI**

**DESENVOLVIMENTO DE UM  
CONTROLADOR  
RESSONANTE-REPETITIVO  
APLICADO A FONTES  
ININTERRUPTAS DE ENERGIA**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Controle e Automação

ORIENTADOR: Prof. Dr. Jeferson Vieira Flores

CO-ORIENTADOR: Prof. Dr. Luís Fernando Alves Pereira

Porto Alegre  
2015

**CHARLES LORENZINI**

**DESENVOLVIMENTO DE UM  
CONTROLADOR  
RESSONANTE-REPETITIVO  
APLICADO A FONTES  
ININTERRUPTAS DE ENERGIA**

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Orientador: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. Jeferson Vieira Flores, UFRGS

Doutor pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul –  
Porto Alegre, Brasil

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Aurélio Tergolina Salton, PUCRS

Doutor pela The University of Newcastle – Newcastle, Austrália

Prof. Dr. João Manoel Gomes da Silva Jr., UFRGS

Doutor pela Université Paul Sabatier de Toulouse – Toulouse, França

Profa. Dra. Lucíola Campestrini, UFRGS

Doutora pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Porto Alegre, Brasil

Coordenador do PPGEE: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. Luís Fernando Alves Pereira

Porto Alegre, outubro de 2015.

## **DEDICATÓRIA**

Dedico este trabalho aos meus pais, meus exemplos de vida.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente meus pais, Antonino Lorenzini e Rosa Bernardete Lorenzini, por todo amor e apoio dedicados a mim durante toda a minha vida e também à minha irmã Rafaela Lorenzini pela ajuda e pelo companheirismo.

Aos professores Jeferson Vieira Flores e Luís Fernando Alves Pereira pela orientação, disponibilidade, conselhos e conhecimento transmitido.

Ao amigo Luciano Moreira, aluno de doutorado do PPGEE-UFRGS, pela disponibilidade e auxílio no desenvolvimento deste trabalho.

Finalmente, um grande agradecimento aos meus colegas de curso, amigos e às pessoas especiais que fizeram parte desse desafio.

## RESUMO

Este trabalho apresenta um estudo de controladores repetitivos e ressonantes-repetitivos aplicados a fontes ininterruptas de energia (*UPSs*, do termo em inglês, *Uninterruptible Power Supplies*). Primeiramente, o desempenho dos controladores repetitivos é analisado a partir das exigências e dos procedimentos de testes definidos pela norma IEC 62040-3. A partir destes resultados, são discutidas as principais causas para o erro de seguimento de um sinal de referência e é avaliado o impacto de metodologias de correção aplicadas na função de transferência do controlador repetitivo. No contexto dos controladores ressonantes-repetitivos duas topologias são analisadas: a primeira é composta por um controlador ressonante sintonizado na frequência fundamental do sinal a ser seguido em paralelo com um controlador repetitivo sintonizado na mesma frequência; a segunda topologia é composta pelo mesmo paralelo entre os controladores ressonante e repetitivo, mas um filtro complementar é adicionado em série com o controlador repetitivo visando alocar a operação de cada controlador em faixas de frequências distintas. Então uma variação do controlador ressonante-repetitivo com filtro é proposta, na qual o filtro é utilizado para corrigir a fase do laço do controlador repetitivo e consequentemente aumentar a magnitude nas frequências de interesse. A partir desta estrutura proposta, uma representação no espaço de estados do sistema em malha fechada é obtida e o projeto do controlador é realizado através da solução de um problema de otimização com restrições na forma de Desigualdades Matriciais Lineares (do inglês, *Linear Matrix Inequalities - LMIs*). Resultados de simulação utilizando Matlab/PSIM são apresentados para demonstrar a melhoria de desempenho do sistema com o controlador proposto.

**Palavras-chave:** Fontes ininterruptas de energia, seguimento de referência senoidal, rejeição de perturbações, controlador ressonante, controlador repetitivo, controlador ressonante-repetitivo.

## ABSTRACT

This work presents a study of repetitive and resonant-repetitive controllers applied to Uninterruptible Power Supplies (UPSs). First, the performance of repetitive controllers is analyzed in terms of requirements and test procedures defined in the IEC 62040-3 standard. From these results the main causes of the reference tracking error are discussed and the impact of correction methodologies applied to repetitive controller transfer function is evaluated. In the context of the resonant-repetitive controllers two topologies are analyzed: the first is composed of a resonant controller tuned to the fundamental frequency of the signal to be followed in parallel with a repetitive controller tuned to the same frequency; the second topology is composed of the same parallel connection between the resonant and the repetitive controllers but a complementary filter is added in series with the repetitive controller aiming to restrict each controller action to different frequency bands. Then a variation of the resonant-repetitive controller with a filter is proposed, in which the filter is used to correct the phase of the repetitive controller loop and consequently increase the magnitude at the frequencies of interest. From this proposed structure, a state space model representing the closed loop system is obtained and the controller design is carried out by the solution of an optimization problem based on LMI (Linear Matrix Inequality) constraints. Simulation results in Matlab/PSIM are presented to demonstrate the improvement on system performance with the proposed controller.

**Keywords:** Uninterruptible power supplies, sinusoidal reference tracking, disturbance rejection, resonant controller, repetitive controller, resonant-repetitive controller.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1:	Corrente típica das cargas não-lineares e seu conteúdo harmônico. . .	19
Figura 2:	Topologia de uma <i>UPS online</i> de dupla conversão. . . . .	20
Figura 3:	Perfil de tolerância de tensão. . . . .	21
Figura 4:	Perfil 1 - desempenho dinâmico de saída aceito para cargas críticas sensíveis. . . . .	23
Figura 5:	Perfil 2 - desempenho dinâmico de saída aceito para a maioria das cargas críticas. . . . .	23
Figura 6:	Perfil 3 - desempenho dinâmico de saída aceito para as cargas de uso geral. . . . .	23
Figura 7:	Exemplo de variação instantânea de tensão utilizando o Perfil 1 da Fig. 4. . . . .	24
Figura 8:	Carga linear de referência conectada à saída de uma <i>UPS</i> para testes. . . . .	24
Figura 9:	Carga não-linear de referência. . . . .	25
Figura 10:	Carga não-linear de referência conectada à saída de uma <i>UPS</i> para testes. . . . .	26
Figura 11:	Representação esquemática simplificada de uma <i>UPS</i> com carga. . . . .	26
Figura 12:	Exemplo de um sistema em malha fechada. . . . .	35
Figura 13:	Diagrama de Bode da função de transferência (33) com $\omega_0 = 2\pi 60$ rad/s. . . . .	36
Figura 14:	Diagrama em blocos do sistema em malha fechada utilizando o controlador ressonante. . . . .	37
Figura 15:	Diagrama em blocos da configuração básica do controlador repetitivo. . . . .	39
Figura 16:	Diagrama em blocos do controlador repetitivo com filtro $Q(s)$ . . . . .	40
Figura 17:	Diagrama de polos de $G_{rp}(s)$ com $\tau_0 = 1/60$ s. . . . .	41
Figura 18:	Diagrama de Bode de $G_{rp}(s)$ com $\tau_0 = 1/60$ s. . . . .	41
Figura 19:	Diagrama em blocos do sistema em malha fechada utilizando o controlador repetitivo. . . . .	43
Figura 20:	Diagrama de Bode de $G_{rp}(s)$ com $\tau_0 = 1/60$ s. . . . .	47
Figura 21:	Diagrama de Bode de $G_{rp}(s)$ e $G_{r\hat{p}}(s)$ com $\omega_0 = 2\pi 60$ rad/s e $\omega_c = 500$ rad/s. . . . .	49
Figura 22:	Diagrama de polos de $G_{rp}(s)$ e $G_{r\hat{p}}(s)$ com $\omega_0 = 2\pi 60$ rad/s e $\omega_c = 500$ rad/s. . . . .	50
Figura 23:	Diagrama de Bode de $G_{rp}(s)$ e $G_{r\hat{p}}(s)$ com $\omega_0 = 2\pi 60$ rad/s e $\omega_c = 200$ rad/s. . . . .	51
Figura 24:	Diagrama de Bode de $G_{rp}(s)$ e $G_{r\hat{p}}(s)$ para $\omega_0 = 2\pi 60$ rad/s e $\omega_c = 500$ rad/s. . . . .	52
Figura 25:	Diagrama de Bode de $G_{rp}(s)$ e $G_{r\hat{p}}(s)$ para $\omega_0 = 2\pi 60$ rad/s e $\omega_c = 500$ rad/s. . . . .	53



Figura 26:	Diagrama de polos de $G_{rp}(s)$ e $G_{r\hat{p}}(s)$ com $\omega_0 = 2\pi 60$ rad/s e $\omega_c = 500$ rad/s. . . . .	53
Figura 27:	Comparação dos diagramas de Bode de $G_{con}(j\omega)$ para o controlador repetitivo com $\omega_c = 500$ rad/s. . . . .	55
Figura 28:	Tensão de saída do sistema com o controlador repetitivo e 100% da carga não-linear de referência para $\omega_c = 500$ rad/s. . . . .	56
Figura 29:	Perfil de tolerância da tensão de saída do sistema com o controlador repetitivo e degrau aditivo (20% para 100%) de carga linear de referência para $\omega_c = 500$ rad/s. . . . .	57
Figura 30:	Perfil de tolerância da tensão de saída do sistema com o controlador repetitivo e degrau aditivo (25% para 100%) de carga não-linear de referência para $\omega_c = 500$ rad/s. . . . .	57
Figura 31:	Comparação dos diagramas de Bode de $G_{con}(j\omega)$ para o controlador repetitivo com $\alpha = 30$ e parâmetros descritos na Tabela 7. . . . .	58
Figura 32:	Perfil de tolerância da tensão de saída do sistema com o controlador repetitivo e degrau aditivo (20% para 100%) de carga linear de referência para $\alpha = 30$ e parâmetros descritos na Tabela 7. . . . .	60
Figura 33:	Perfil de tolerância da tensão de saída do sistema com o controlador repetitivo e degrau aditivo (25% para 100%) de carga não-linear de referência para $\alpha = 30$ e parâmetros descritos na Tabela 7. . . . .	60
Figura 34:	Diagrama em blocos do sistema em malha fechada com o controlador RR. . . . .	64
Figura 35:	Diagrama em blocos do sistema em malha fechada com o controlador RRF complementar. . . . .	65
Figura 36:	Diagramas de Bode para o controlador RRF complementar. . . . .	66
Figura 37:	Diagramas de Bode para o controlador RRF. . . . .	68
Figura 38:	Diagrama em blocos do sistema em malha fechada com o controlador RRF. . . . .	69
Figura 39:	Diagrama em blocos do sistema em malha fechada utilizando o controlador RRF apresentado na forma de associação em série. . . . .	70
Figura 40:	Comparação entre os diagramas de Bode de $G_{con}(j\omega)$ para o controlador RR sem correção no atraso e com a correção 2. . . . .	71
Figura 41:	Diagramas de Bode para o controlador RR sem correção. . . . .	72
Figura 42:	Perfil de tolerância da tensão de saída do sistema com o controlador RR e degrau aditivo (20% para 100%) de carga linear de referência. . . . .	74
Figura 43:	Perfil de tolerância da tensão de saída do sistema com o controlador RR e degrau aditivo (25% para 100%) de carga não-linear de referência. . . . .	74
Figura 44:	Comparação entre os diagramas de Bode de $G_{con}(j\omega)$ para o controlador RRF sem correção no atraso e com a correção 2. . . . .	76
Figura 45:	Diagramas de Bode do filtro e do controlador repetitivo sem correção no atraso. . . . .	76
Figura 46:	Diagramas de Bode para o controlador RRF sem correção no atraso. . . . .	77
Figura 47:	Tensão e corrente de saída do sistema com o controlador RRF com a correção 2 e 100% da carga não-linear de referência. . . . .	78
Figura 48:	Sinal de controle do sistema com o controlador RRF com a correção 2 e 100% da carga não-linear de referência. . . . .	78
Figura 49:	Perfil de tolerância da tensão de saída do sistema com o controlador RRF e degrau aditivo (20% para 100%) de carga linear de referência. . . . .	79

Figura 50:	Perfil de tolerância da tensão de saída do sistema com o controlador RRF e degrau aditivo (25% para 100%) de carga não-linear de referência. . . . .	80
Figura 51:	Perfil de tolerância da tensão de saída do sistema na comparação entre os controladores para degrau aditivo (20% para 100%) de carga linear de referência. . . . .	81
Figura 52:	Perfil de tolerância da tensão de saída do sistema na comparação entre os controladores para degrau aditivo (25% para 100%) de carga não-linear de referência. . . . .	82

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1:	Níveis de tensão admissíveis por componente harmônica em redes de baixa tensão - <i>IEC 61000-2-2</i> . . . . .	22
Tabela 2:	Parâmetros do sistema . . . . .	28
Tabela 3:	Parâmetros das cargas de referência . . . . .	28
Tabela 4:	Frequência e magnitude do maior pico de ressonância de $G_{rp}(j\omega)$ . . .	47
Tabela 5:	Parâmetros para o controlador repetitivo com $\omega_c = 500$ rad/s . . . . .	54
Tabela 6:	Resultados de simulação com o controlador repetitivo para $\omega_c = 500$ rad/s	55
Tabela 7:	Parâmetros para o controlador repetitivo com $\alpha = 30$ . . . . .	58
Tabela 8:	Resultados de simulação com o controlador repetitivo para $\alpha = 30$ . .	59
Tabela 9:	Parâmetros do controlador RRF complementar . . . . .	65
Tabela 10:	Parâmetros para o controlador RR . . . . .	71
Tabela 11:	Resultados de simulação com o controlador RR . . . . .	73
Tabela 12:	Parâmetros para o controlador RRF . . . . .	75
Tabela 13:	Resultados de simulação com o controlador RRF . . . . .	77
Tabela 14:	Comparação dos resultados de simulação com $\alpha = 30$ . . . . .	81

## LISTA DE ABREVIATURAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ANSI	<i>American National Standards Institute</i>
BIBO	<i>Bounded Input-Bounded Output</i>
CA	Corrente Alternada
CC	Corrente Contínua
IEC	<i>International Electrotechnical Commission</i>
IHD	<i>Individual Harmonic Distortion</i>
IEEE	<i>Institute of Electrical and Electronics Engineers</i>
IGBT	<i>Insulated Gate Bipolar Transistor</i>
LASCAR	Laboratório de Sistemas de Controle, Automação e Robótica
LGR	Lugar Geométrico das Raízes
LMI	<i>Linear matrix inequality</i>
PID	Proporcional-Integral-Derivativo
PMI	Princípio do Modelo interno
PWM	<i>Pulse-Width Modulation</i>
RR	Ressonante-Repetitivo
RRF	Ressonante-Repetitivo com filtro
RMS	<i>Root Mean Square</i>
THD	<i>Total Harmonic Distortion</i>
UFRGS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul
UPS	<i>Uninterruptible Power Supply</i>
VR	<i>Voltage Regulation</i>

## LISTA DE SÍMBOLOS

$V_{sc}$	tensão eficaz de saída na condição a vazio
$V_l$	tensão eficaz de saída com carga linear de referência
$VR_l$	regulação de tensão com carga linear
$V_{nl}$	tensão eficaz de saída com carga não-linear de referência
$VR_{nl}$	regulação de tensão com carga não-linear
$IHD_n$	distorção harmônica individual da enésima componente harmônica
$V_{dev}$	desvio percentual transitório da tensão de saída
$\mathbb{R}$	conjunto dos números reais
$A'$	Transposta da matriz $A$
$\dot{r}(t)$	derivada temporal da função $r(t)$
$\mathbb{R}^n$	espaço euclidiano de ordem $n$
$A > (\geq) 0$	matriz (semi)definida positiva
$\mathcal{C}$	conjunto das funções contínuas, mapeadas do intervalo $[-\tau, 0]$ em $\mathbb{R}^n$
$\mathbb{R}^{n \times m}$	espaço das matrizes reais de dimensão $n \times m$
$0_{n \times m}$	matriz de dimensão $n \times m$ com todos os elementos nulos
$\mathbb{C}$	conjunto dos números complexos
$\mathbb{R}^+$	conjunto dos números reais não-negativos
$\text{Re}(a)$	parte real do número complexo $a$
$\text{Im}(a)$	parte imaginária do número complexo $a$
$\ x(t)\ _2$	norma-2 do sinal $x(t)$ : $\ x(t)\ _2 = \left(\int_0^\infty z(t)'z(t)dt\right)^{\frac{1}{2}}$
$\otimes$	produto de Kronecker
$\mathbb{Z}$	conjunto dos números inteiros
$\text{He}\{AW\}$	bloco hermitiano $AW + W'A'$

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	15
<b>2</b>	<b>SISTEMAS UPS</b>	18
2.1	Preliminares	18
2.2	Normas aplicáveis às <i>UPSs</i>	19
2.2.1	NBR 15014 e NBR 15204	19
2.2.2	<i>ANSI/IEEE Std 944</i>	20
2.2.3	<i>IEC 62040-3</i>	20
2.2.4	Dimensionamento das cargas de referência	24
2.3	Modelagem matemática de uma <i>UPS</i>	26
2.4	Descrição dos valores numéricos	27
2.5	Procedimento de testes	28
2.6	Comentários finais	29
<b>3</b>	<b>CONCEITOS FUNDAMENTAIS</b>	30
3.1	Estabilidade de sistemas dinâmicos	30
3.1.1	Estabilidade no sentido de Lyapunov	30
3.1.2	Estabilidade de sistemas com atraso nos estados	31
3.2	Sistemas dinâmicos incertos	33
3.2.1	Modelagem politópica	33
3.2.2	Condições de estabilidade	34
3.3	Seguimento de referências e rejeição de perturbações periódicas	34
3.3.1	Princípio do Modelo Interno	34
3.3.2	Controlador Ressonante	35
3.3.3	Controlador Repetitivo	39
3.4	Comentários finais	45
<b>4</b>	<b>CONTROLADOR REPETITIVO</b>	46
4.1	Problema de erro de seguimento associado ao filtro passa-baixas	46
4.2	Correção 1	47
4.3	Correções 2 e 3	48
4.3.1	Correção 2	49
4.3.2	Correção 3	50
4.4	Exemplos numéricos	54
4.4.1	Exemplo numérico 1	54
4.4.2	Exemplo numérico 2	58
4.5	Comentários finais	61

<b>5</b>	<b>CONTROLADORES RESSONANTES-REPETITIVOS</b>	62
<b>5.1</b>	<b>Controlador Ressonante-Repetitivo</b>	62
5.1.1	Sistema em malha fechada	63
5.1.2	Projeto dos ganhos de realimentação	63
<b>5.2</b>	<b>Controlador Ressonante-Repetitivo com filtro complementar</b>	64
<b>5.3</b>	<b>Controlador Ressonante-Repetitivo com filtro</b>	66
5.3.1	Projeto do filtro	66
5.3.2	Sistema em malha fechada	67
5.3.3	Projeto dos ganhos de realimentação	70
<b>5.4</b>	<b>Exemplos numéricos</b>	70
5.4.1	Controlador Ressonante-Repetitivo	71
5.4.2	Controlador Ressonante-Repetitivo com filtro	75
<b>5.5</b>	<b>Comparações de desempenho</b>	80
5.5.1	Simulações dos ensaios de desempenho estático	80
5.5.2	Simulações dos ensaios de desempenho dinâmico	81
<b>5.6</b>	<b>Comentários finais</b>	82
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES</b>	84
	<b>REFERÊNCIAS</b>	86
<b>APÊNDICE A</b>	<b>RESULTADOS DE SIMULAÇÃO DO CONTROLADOR REPETITIVO</b>	
<b>A.1</b>	<b>Exemplo numérico 1</b>	91
A.1.1	Diagramas de Bode	91
A.1.2	Resultados de simulação	93
<b>A.2</b>	<b>Exemplo numérico 2</b>	97
A.2.1	Diagramas de Bode	97
A.2.2	Resultados de simulação	97
<b>APÊNDICE B</b>	<b>RESULTADOS DE SIMULAÇÃO DOS CONTROLADORES RESSONANTES-REPETITIVOS</b>	
<b>B.1</b>	<b>Controlador ressonante-repetitivo</b>	103
B.1.1	Diagrama de Bode	103
B.1.2	Resultados de simulação	104
<b>B.2</b>	<b>Controlador ressonante-repetitivo com filtro</b>	108
B.2.1	Diagramas de Bode	108
B.2.2	Resultados de simulação	109
<b>B.3</b>	<b>Comparações de resultados</b>	113

# 1 INTRODUÇÃO

As fontes ininterruptas de energia, também conhecidas como *UPS* (do termo em inglês *Uninterruptible Power Supply*) ou *Nobreaks* (ABNT, 2003), são equipamentos projetados para fornecer tensão e corrente controladas para cargas críticas com alta confiabilidade e qualidade. Inicialmente compostas por sistemas eletromecânicos, eram utilizados alternadores, motores de corrente contínua e bancos de baterias. Porém, com o surgimento dos conversores eletrônicos e a evolução da eletrônica de potência, as *UPSs* passaram a ser estáticas, o que as proporcionou melhor desempenho e maior rendimento (FIGUEIRA, 2005).

Normas como (ABNT, 2005), (ANSI/IEEE, 1986) e (IEC, 2011) regulamentam requisitos de desempenho em condições de regime permanente e transitórias para a tensão de saída, além de limites de emissão eletromagnética e eficiência para as *UPSs*. Do ponto de vista de sistemas de controle, estas normas determinam que, em condições de regime permanente, a tensão de saída de uma *UPS* deve ser um sinal do tipo senoidal com amplitude e frequência fixas, além de apresentar baixa taxa de distorção harmônica (em inglês, *Total Harmonic Distortion – THD*) quando submetida a distúrbios periódicos decorrentes da conexão de cargas não-lineares. Já em condições transitórias é exigida pequena variação da amplitude da tensão de saída e rápida resposta em situações de conexão ou retirada de carga.

Historicamente, pela simplicidade da estrutura e facilidade de sintonia, o controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID) ainda é o mais utilizado pelos fabricantes de *UPS* (RECH et al., 2001), (WILLMANN et al., 2007), apesar deste controlador ser adequado para seguimento de referências do tipo degrau e não ser adequado para o seguimento de referências senoidais. Para a aplicação em *UPS* foi desenvolvida uma forma modificada do controlador PID contendo dois laços de controle distintos (PEREIRA et al., 2009): um interno, com o controlador proporcional-derivativo, responsável pela dinâmica rápida e seguimento da referência senoidal; e um externo, com o controlador proporcional-integral, mantendo a regulação estática, através da comparação da tensão eficaz (em inglês, *Root Mean Square - RMS*) de saída com o valor da tensão *RMS* de referência. Mesmo assim, devido à dinâmica lenta imposta pelo sensor que realiza a medição da tensão *RMS* de saída, esta estrutura de controle não apresenta desempenho transitório satisfatório, sem considerar a incapacidade de compensar as distorções harmônicas geradas pelas cargas não-lineares.

Por estes motivos, nas últimas décadas vêm sendo desenvolvidas novas metodologias de controle visando obter melhores resultados e garantir o seguimento robusto de referências senoidais e/ou a rejeição de perturbações periódicas. Neste contexto ganham destaque os controladores baseados no Princípio do Modelo Interno (PMI) (FRANCIS; WONHAM, 1975) com os controladores ressonantes (FUKUDA; YODA, 2001), (PE-



REIRA et al., 2014) e repetitivos (ZHANG et al., 2003), (BONAN et al., 2011), (ZHANG; ZHOU; WANG, 2014), (LU et al., 2014).

Com apenas um modo de ressonância sintonizado na frequência fundamental, o controlador ressonante (FUKUDA; YODA, 2001), quando aplicado em sistemas *UPS*, resulta em seguimento de referência com erro nulo e também proporciona rápida resposta dinâmica em transitórios de carga. Por outro lado, não é capaz de rejeitar completamente os sinais de perturbação com componentes harmônicas diferentes da frequência fundamental, como pode ser observado através da *THD* da tensão de saída com carga não-linear, conforme apresentado em (PEREIRA et al., 2014). Como alternativa para a rejeição de sinais periódicos é utilizada a estrutura com múltiplos controladores ressonantes (LISERRE; TEODORESCU; BLAABJERG, 2006), (PEREIRA et al., 2014), na qual, além de ser implementado um modo na frequência fundamental, são considerados outros nas frequências harmônicas de maior contribuição do sinal de perturbação. Como exposto em (PEREIRA et al., 2014), com essa topologia são necessários cinco modos ressonantes, com doze parâmetros a serem calculados, para que a *THD* da tensão de saída atenda os limites definidos pela (IEC, 2011). Logo, o projeto sistemático deste controlador requer o uso de ferramentas de sintonia avançadas, o que contribui para a sua pouca disseminação na indústria.

Já o controlador repetitivo (INOUE; NAKANO; IWA, 1981), atende ao PMI através da introdução de um elemento de atraso correspondente ao período fundamental do sinal de interesse em um laço de realimentação positiva. Contudo, para fins de estabilização e para evitar amplificação de ruídos, um filtro passa-baixas de primeira ordem é incluído em série com o elemento de atraso (HARA et al., 1988). Uma das características desta solução é a perda de desempenho no seguimento do sinal de referência, causada pela redução na magnitude e pelo deslocamento dos picos de ressonância na resposta em frequência do controlador repetitivo. Dessa forma, quando aplicado em sistemas *UPS*, este controlador proporciona a rejeição de sinais de perturbação com componentes harmônicas diferentes da frequência fundamental (BONAN et al., 2011), mas apresenta erro de seguimento associado com a introdução do filtro passa-baixas em série com o elemento de atraso e a escolha de sua frequência de corte.

Para reduzir o erro de seguimento associado ao filtro passa-baixas, em (WEISS; HÄFELE, 1999) é proposta uma metodologia de correção no valor do elemento de atraso para deslocar os picos de ressonância do controlador repetitivo em direção às frequências desejadas. Isto resolve parte do problema, pois desloca os picos de ressonância, mas o controlador ainda apresenta ganho finito na frequência fundamental. O impacto desta correção no seguimento da referência tem sido reportado, por exemplo, em (HORNÍK; ZHONG, 2011), (SRIART et al., 2014), (MING; ZHONG, 2015). Com o mesmo propósito, em (CASTRO, 2015) são propostas duas metodologias de correções na função de transferência do controlador repetitivo: a primeira altera o valor do atraso tal que o maior pico de ressonância ocorra efetivamente na frequência fundamental; a segunda correção é complementar à primeira e modifica o ganho do filtro passa-baixas em série com o elemento de atraso, fazendo com que o pico de ressonância já posicionado na frequência fundamental tenha magnitude infinita.

Em (SALTON et al., 2012) e (SALTON et al., 2013) são propostas duas topologias híbridas que utilizam um controlador ressonante sintonizado na frequência fundamental em paralelo com um controlador repetitivo sintonizado na mesma frequência. Na primeira delas, o projeto do sistema de controle é realizado de forma empírica através de um filtro complementar em série com o controlador repetitivo. A inclusão deste filtro

complementar foi proposta com o intuito de separar a operação dos controladores ressonante e repetitivo, mas os autores não analisaram sua influência no comportamento em frequência da associação em paralelo entre os dois controladores. Na segunda estrutura, sem considerar o filtro complementar, o projeto dos controladores é realizado através da solução de um problema de otimização com restrições na forma *LMI* (do termo em inglês, *Linear Matrix Inequality - LMI*). Por meio de simulações foi demonstrado que as topologias obtidas do controlador ressonante-repetitivo (RR) unem as vantagens do controlador ressonante e repetitivo com poucos parâmetros a serem projetados.

Com base no que foi exposto, este trabalho propõe a melhoria de desempenho em regime permanente e transitório de sistemas UPS através de controladores ressonantes-repetitivos, sendo que este objetivo principal será dividido em três partes:

- Comparação das metodologias de correções na função de transferência do controlador repetitivo propostas em (WEISS; HÄFELE, 1999) e (CASTRO, 2015) e análise do desempenho destas quando aplicadas no controle do estágio de saída de uma UPS;
- Projeto robusto do controlador ressonante-repetitivo com filtro (RRF), no qual o filtro, diferentemente do proposto em (SALTON et al., 2013), será utilizado para corrigir a fase do laço do controlador repetitivo, aumentando assim, a magnitude nas frequências de interesse;
- Análise do impacto das correções na função de transferência do controlador puramente repetitivo no desempenho dos controladores RR e RRF.

Esta dissertação está dividida da seguinte forma: no Capítulo 2 são abordados os tópicos relativos às UPSs, é apresentada a modelagem matemática de uma UPS, onde é utilizado o modelo médio do inversor para a obtenção de uma representação na forma de espaço de estados do sistema, também é realizada a descrição dos valores numéricos e dos testes propostos para a avaliação do desempenho dos controladores projetados.

Já no Capítulo 3 são apresentadas as bases matemáticas e também é discutido o problema do seguimento de referências e rejeição de perturbações, onde é dado destaque à teoria do PMI e aos controladores ressonante e repetitivo aplicados às UPSs.

No Capítulo 4 são estudadas as metodologias de correções na função de transferência do controlador repetitivo e são apresentados resultados de simulação dos exemplos numéricos propostos para avaliar o desempenho do sistema utilizando o controlador repetitivo sem e com as correções.

O Capítulo 5 aborda a união dos controladores ressonante e repetitivo em uma estrutura híbrida, onde é realizado o desenvolvimento do controlador RRF e ao final deste capítulo são apresentados resultados de simulação dos exemplos numéricos envolvendo os controladores RR e RRF com e sem correção na função de transferência do controlador puramente repetitivo.

Este trabalho será finalizado com o Capítulo 6, onde são feitas conclusões e apresentadas perspectivas, seguido de dois apêndices contendo as figuras complementares aos resultados de simulação utilizados nos exemplos numéricos descritos nos Capítulos 4 e 5.

## 2 SISTEMAS UPS

Este capítulo é dedicado à apresentação dos conceitos básicos relativos às *UPSs*, nos quais os principais tópicos abordados são: normas que regulamentam o funcionamento destes equipamentos e dimensionamento das cargas de referência utilizadas em testes de operação; modelagem matemática de uma *UPS*, onde é utilizado o modelo médio do inversor para a obtenção de uma representação na forma de espaço de estados do sistema. Também é realizada a descrição dos valores numéricos e dos testes propostos para a avaliação do desempenho dos sistemas de controle estudados no decorrer deste trabalho.

### 2.1 Preliminares

As *UPSs* surgiram da necessidade do fornecimento de energia elétrica com continuidade e qualidade para cargas críticas que não podem ter seus serviços suspensos caso ocorra uma interrupção parcial ou total no abastecimento de energia. Assim, desde que respeitadas as limitações de potência, as *UPSs* devem fornecer tensão para as cargas dentro das especificações estabelecidas por normas tais como (ABNT, 2005), (ANSI/IEEE, 1986), (IEC, 2011), as quais determinam requisitos de desempenho para a tensão de saída, tanto em condições de regime permanente quanto em condições transitórias.

Conforme (ABNT, 2003), existem diversas topologias para as *UPSs*, mas estes sistemas são essencialmente compostos por: um retificador, responsável por converter a tensão alternada em contínua; um meio de armazenamento de energia, onde normalmente são utilizados um conjunto de baterias, capaz de manter a operação do equipamento por alguns minutos ou até mesmo horas quando ocorre a falta de energia da fonte primária; e um estágio de saída contendo um inversor que converte a tensão contínua em alternada, a qual é fornecida às cargas.

Com o avanço dos semicondutores e da eletrônica, a maior parte dos equipamentos elétricos conectados nas *UPSs* possuem em seu estágio de entrada uma fonte chaveada, cujo circuito pode ser simplificado por um retificador monofásico em conjunto com um filtro capacitivo. Por essa característica, esses equipamentos consomem uma grande quantidade de corrente em um curto período de tempo, resultando em sinais de tensão e corrente com elevado conteúdo harmônico. A análise de um sinal típico de corrente apresenta componentes múltiplas ímpares da frequência fundamental (60 Hz), conforme pode ser visto na Fig. 1. Por essa característica, as fontes chaveadas são denominadas cargas não-lineares.

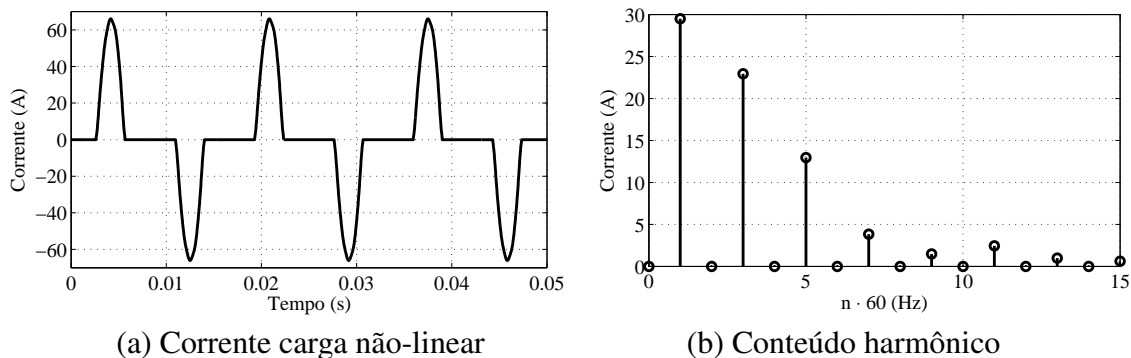


Figura 1: Corrente típica das cargas não-lineares e seu conteúdo harmônico.

## 2.2 Normas aplicáveis às UPSs

Com a intenção de avaliar e regulamentar a operação das UPSs, foram elaboradas normas nacionais e internacionais que definem os requisitos mínimos de desempenho e funcionamento desses equipamentos.

No Brasil, a Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) apresenta duas normas que são aplicadas às UPSs: a NBR 15014 (ABNT, 2003) apresenta a terminologia adotada e aborda as topologias dos chamados *nobreaks*; e a NBR 15204 (ABNT, 2005) determina as características mínimas exigíveis de segurança e desempenho para os *nobreaks* com saída em tensão monofásica alternada de até 250 V e com potência de até 3 kVA. Como neste trabalho será utilizado um inversor monofásico com potência nominal de 3,5 kVA, os requisitos estabelecidos pela NBR 15204 serão apresentados apenas para fins de comparação com as normas internacionais.

As normas internacionais *ANSI/IEEE Std 944* (ANSI/IEEE, 1986) e *IEC 62040-3* (IEC, 2011) abordam práticas recomendadas para aplicação, testes de desempenho estático e dinâmico, bem como os requisitos mínimos a serem atendidos por uma UPS. Por ser mais abrangente, a norma *IEC 62040-3* é tomada como fonte de referência principal para os testes utilizados neste trabalho.

### 2.2.1 NBR 15014 e NBR 15204

A NBR 15014 define cinco possíveis topologias utilizadas para as UPSs: *stand-by*, interativo convencional, interativo ferroressonante, interativo de simples conversão e *online* de dupla conversão. Esta última foi escolhida para o estudo neste trabalho pois fornece energia controlada e de qualidade em 100% do tempo de operação, isolando e protegendo as cargas contra quaisquer distúrbios da rede, conforme é apresentado na Fig. 2.

A NBR 15204 define que a variação da tensão de saída da UPS deve estar limitada a  $\pm 6\%$  da tensão nominal do equipamento quando conectadas cargas com 30% e 90% das cargas linear e não-linear de referência.

Também define que o tempo de acomodação deve ser de no máximo 6 semiciclos da rede, contados a partir do cruzamento por zero da senoide e considerando 50% da carga linear de referência, limitada a 300 W.

Para que a tensão de saída seja considerada um sinal senoidal, a sua *THD* deve ser inferior a 5% para topologia *online* e 10% para as demais. O ensaio deve ser realizado com 100% das cargas nominais linear e não-linear de referência. A *THD* é definida como a razão entre a tensão *RMS* do conteúdo harmônico e a tensão *RMS* da componente de

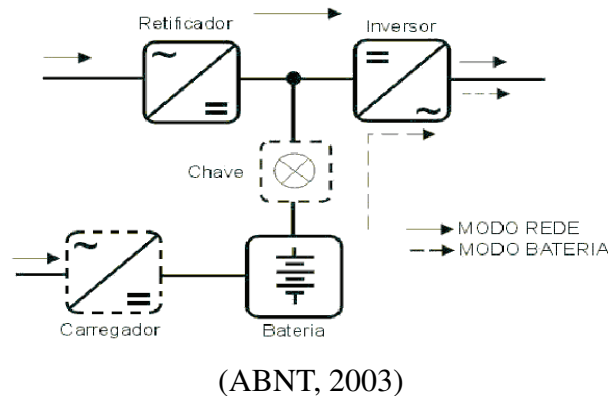


Figura 2: Topologia de uma *UPS online* de dupla conversão.

frequência fundamental ( $V_1$ ) de um sinal alternado:

$$THD = 100 \cdot \frac{\sqrt{V_{RMS}^2 - V_1^2}}{V_1} \% \quad (1)$$

onde  $V_{RMS}$  é a tensão de saída.

A carga linear nominal considerada é o produto da potência nominal declarada, em VA, pelo fator de potência nominal, que deve ser superior a 0,7; e a carga não-linear de referência deve ser dimensionada de acordo com o Anexo E da referida norma.

### 2.2.2 ANSI/IEEE Std 944

A norma *ANSI/IEEE Std 944* define os requisitos de desempenho para *UPSs* monofásicas ou trifásicas com tensão *RMS* de saída menor ou igual a 1000 V, utilizadas em estações de geração de energia elétrica que possuem sistema de conversão CA-CA (Corrente Alternada - CA) estática e capacidade de armazenamento de energia em CC (Corrente Contínua - CC). Estabelece que as *UPSs* devem garantir os requisitos de saída para qualquer carga variando entre 0% e 100% da potência nominal do equipamento, com fator de potência mínimo de 0,8 atrasado e que tenham um fator de crista<sup>1</sup> da corrente inferior a 2,0.

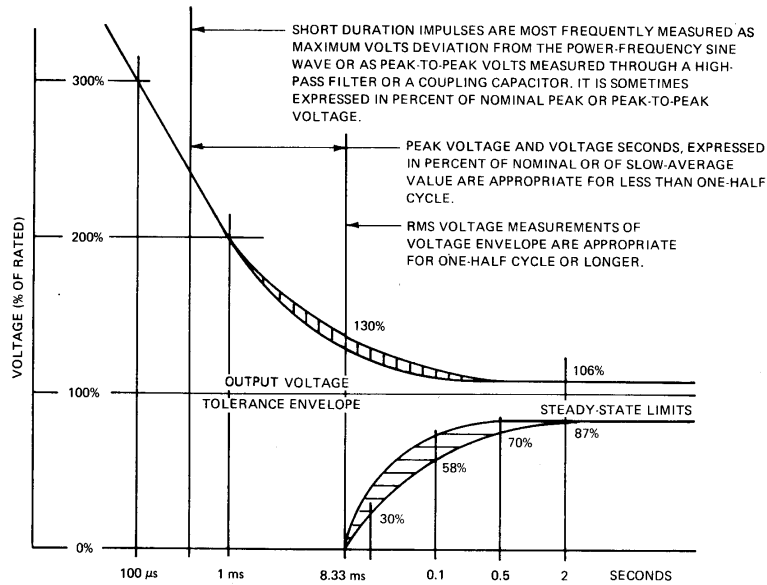
Em condições de regime permanente, a tensão de saída deve manter-se na faixa de  $\pm 2\%$  da tensão nominal com variação máxima de  $\pm 0,5\%$  da frequência nominal. O valor da *THD* deve ser inferior a 5%, com nenhuma componente harmônica excedendo 3% da magnitude da componente de frequência fundamental.

Para o desempenho dinâmico, a *Std 944* define que, para degraus de aplicação ou remoção da carga na operação sem carga até plena carga nominal, a tensão de saída deve manter-se dentro dos limites do perfil de tolerância de tensão apresentado na Fig. 3.

### 2.2.3 IEC 62040-3

A norma *IEC 62040-3* é aplicada às *UPSs* monofásicas ou trifásicas com frequência fixa e tensão de saída alternada não excedendo 1000 V, que apresentam sistema de armazenamento de energia. Após definir a terminologia aplicada, topologias existentes e condições de operação, a norma estabelece requisitos mínimos de desempenho e eficiência para as *UPSs*.

<sup>1</sup>O fator de crista  $C$  é definido pela razão entre o módulo do valor de pico  $|x_p|$  e o valor *RMS*  $x_{RMS}$  de uma forma de onda, ou seja,  $C = |x_p|/x_{RMS}$ .



Fonte (ANSI/IEEE, 1986)

Figura 3: Perfil de tolerância de tensão.

Nas condições a vazio e com 100% da carga linear de referência, em regime permanente, deve-se medir a tensão *RMS* de saída e das suas componentes fundamental e harmônicas, avaliar a regulação de tensão (*VR*, do termo em inglês *Voltage Regulation*) do vazio à plena carga linear:

$$VR_l = 100 \cdot \frac{V_{sc} - V_l}{V_{sc}} \% \quad (2)$$

onde  $VR_l$  é a regulação de tensão com carga linear,  $V_{sc}$  e  $V_l$  são as tensões *RMS* de saída para as condições a vazio e com carga de referência linear, respectivamente.

Nos testes com cargas não-lineares, é necessário o dimensionamento da carga nominal de referência conforme indicado no Anexo E da referida norma e replicado neste trabalho na Seção 2.2.4. Em regime permanente e com 100% da carga não-linear, mede-se a tensão *RMS* de saída e das suas componentes fundamental e harmônicas, avaliando a regulação de tensão do vazio à plena carga não-linear pela relação:

$$VR_{nl} = 100 \cdot \frac{V_{sc} - V_{nl}}{V_{sc}} \% \quad (3)$$

onde  $V_{nl}$  é a tensão *RMS* de saída com carga de referência não-linear.

Admite-se uma regulação de tensão dentro da faixa de  $\pm 10\%$  e da variação da frequência dentro de  $\pm 2\%$  dos valores nominais. A componente contínua da tensão de saída medida durante 10 s deve ser inferior a 0,1% do valor *RMS*.

Para ter uma forma de onda considerada senoidal, a tensão de saída, nas condições a vazio e com 100% das cargas linear e não-linear de referência, deve ter *THD* menor que 8% e distorção harmônica individual (*IHD*, do termo em inglês *Individual Harmonic Distortion*) dentro dos limites estabelecidos pela norma IEC 61000-2-2 (IEC, 2002), aqui apresentados na Tabela 1. A  $IHD_n$  é definida como a razão entre o valor *RMS* da enésima componente harmônica ( $V_n$ ) e o valor *RMS* da componente fundamental:

$$IHD_n = 100 \cdot \frac{V_n}{V_1} \% \quad (4)$$

Tabela 1: Níveis de tensão admissíveis por componente harmônica em redes de baixa tensão - IEC 61000-2-2

Harmônicas ímpares não múltiplas de 3		Harmônicas ímpares múltiplas de 3		Harmônicas pares	
Ordem da harmônica	Tensão da componente	Ordem da harmônica	Tensão da componente	Ordem da harmônica	Tensão da componente
$n$	%	$n$	%	$n$	%
5	6	3	5	2	2
7	5	9	1,5	4	1
11	3,5	15	0,3	6	0,5
13	3	21	0,2	8	0,5
$17 \leq n \leq 49$	$2,27 \cdot \frac{17}{n} - 0,27$	$21 \leq n \leq 45$	0,2	$10 \leq n \leq 50$	$0,25 \cdot \frac{10}{n} + 0,25$

Observação: Assume-se que os valores de harmônicas nesta tabela não ocorrem simultaneamente.

Fonte: adaptada de (IEC, 2002)

O desempenho dinâmico do sistema é medido por meio do teste com degraus aditivos e subtrativos de carga. No teste com cargas lineares, conecta-se uma carga referente a 20% da potência ativa de saída da *UPS* e, quando atingido o regime permanente, aplica-se um degrau com os 80% de carga restantes. Após, em regime permanente com carga referente a 100% da potência ativa de saída da *UPS*, retira-se 80% desta carga, mantendo-se os outros 20%. Nos dois casos, a aplicação ou retirada deve ocorrer quando a senoide de tensão estiver em seu valor de pico e a forma de onda da tensão de saída deve ser armazenada para que sejam computados seus desvios transitórios em relação a condição de operação a vazio.

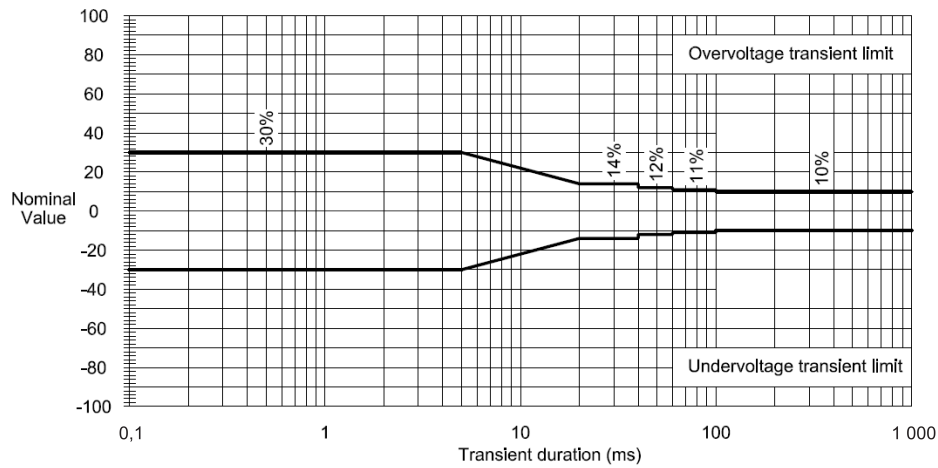
Para as cargas não-lineares, o desempenho dinâmico é avaliado de acordo com a potência nominal do equipamento submetido aos testes. Para uma *UPS* com potência nominal inferior a 4 kVA aplicam-se os mesmos procedimentos descritos anteriormente para as cargas lineares, porém com degraus de carga não-linear referentes a 25% e 75% da potência aparente de saída da *UPS*. Já para uma *UPS* com potência superior a 4 kVA, os testes são realizados com três degraus de 33% de carga.

No desempenho dinâmico, a variação instantânea de tensão é comparada por meio do desvio percentual transitório de tensão de saída ( $V_{dev}(t)$ ) com os perfis limite apresentados nas Figs. 4 a 6. A variação instantânea de tensão é interpretada como um evento único que começa no instante da condição transitória e que dura até o retorno para as condições de regime permanente, e o desvio percentual transitório de tensão é obtido através de:

$$V_{dev}(t) = 100 \cdot \frac{V_{dis}(t) - V_{sc}(t)}{V_{sc_{pico}}} \%, \quad (5)$$

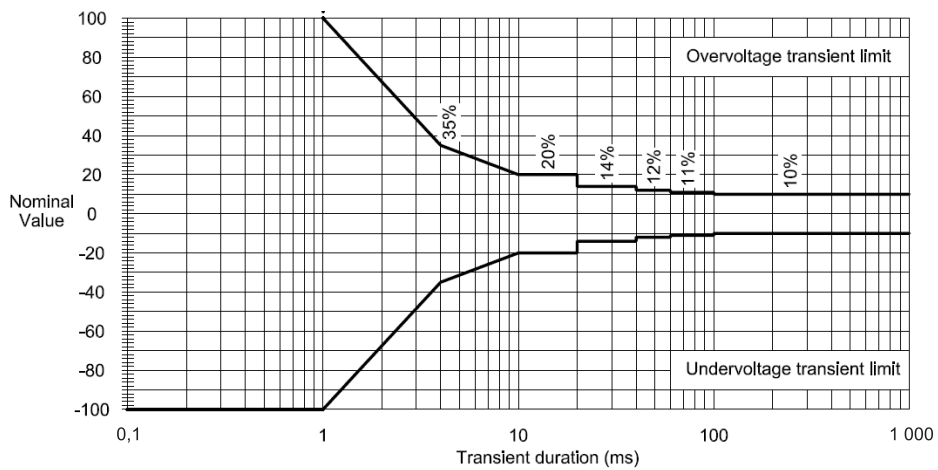
onde  $V_{dis}(t)$  e  $V_{sc}(t)$  são, respectivamente, os sinais de tensão de saída após a condição transiente e a vazio, e  $V_{sc_{pico}}$  é o valor de pico da tensão de saída na condição a vazio.

A Fig. 7 mostra um exemplo do procedimento de obtenção da variação de tensão instantânea e comparação com um perfil limite da norma. Nesta figura, no gráfico da esquerda são apresentados a curva de tensão a vazio (linha pontilhada) e a curva de tensão com uma perturbação (linha contínua), com as quais é realizada a subtração ponto a ponto utilizando (5). A curva de  $V_{dev}(t)$  obtida é então mapeada, como ilustrado no gráfico da esquerda, para dentro de algum dos perfis apresentados nas Figs. 4 a 6.



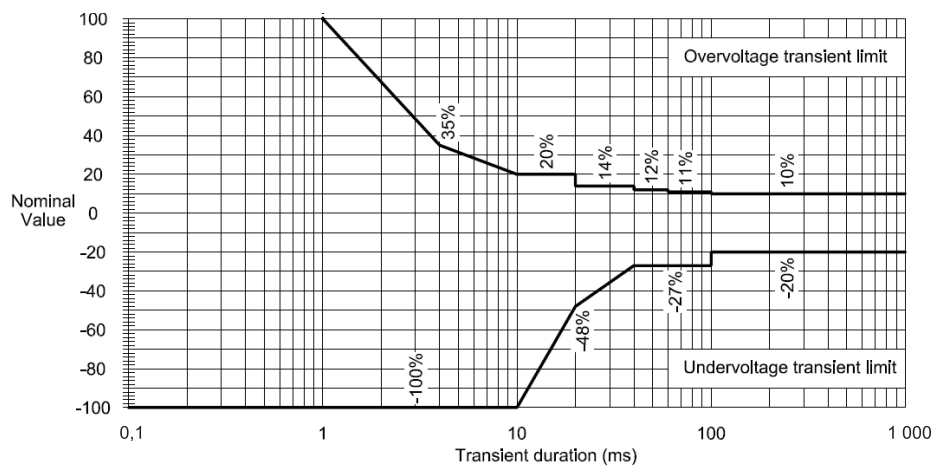
Fonte (IEC, 2011)

Figura 4: Perfil 1 - desempenho dinâmico de saída aceito para cargas críticas sensíveis.



Fonte (IEC, 2011)

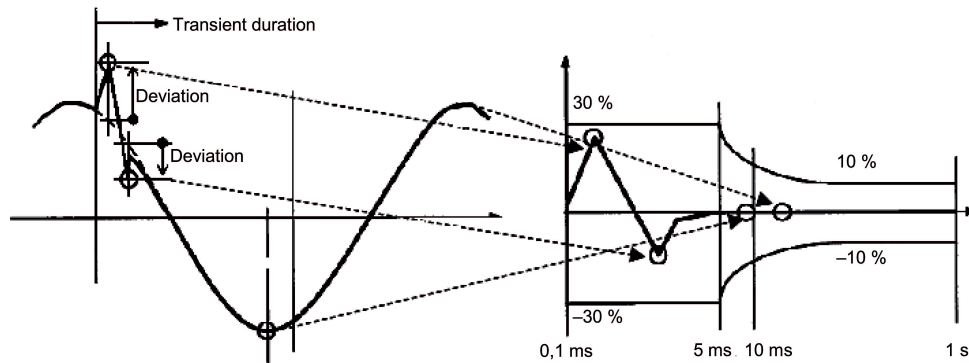
Figura 5: Perfil 2 - desempenho dinâmico de saída aceito para a maioria das cargas críticas.



Fonte (IEC, 2011)

Figura 6: Perfil 3 - desempenho dinâmico de saída aceito para as cargas de uso geral.





Fonte (IEC, 2011)

Figura 7: Exemplo de variação instantânea de tensão utilizando o Perfil 1 da Fig. 4.

## 2.2.4 Dimensionamento das cargas de referência

A norma IEC 62040-3 define que os testes de desempenho devem ser realizados com cargas linear e não-linear de referência. A carga linear trata-se de uma carga puramente resistiva dimensionada para dissipar a potência ativa nominal da UPS. Já a carga não-linear deve consumir a potência aparente nominal do equipamento e é dimensionada de acordo com o Anexo E da referida norma.

### 2.2.4.1 Carga linear de referência

Sendo definidas a tensão RMS  $V_{ORMS}$ , potência aparente  $S$  e fator de potência  $\phi$  nominais de saída da UPS, a carga linear de referência é projetada conforme a equação abaixo:

$$R_l = \frac{V_{ORMS}^2}{S \cdot \phi} \quad [\Omega] \quad (6)$$

Nos testes, para avaliar o desempenho dinâmico utilizando degraus de carga, é necessário que sejam adicionados ou retirados de forma independente degraus de carga linear referentes a 20% e 80% da potência ativa de saída da UPS, sendo representados, respectivamente, por  $R_{l1}$  e  $R_{l2}$  na Fig. 8. Estes componentes podem ser calculados como segue:

$$R_{l1} = \frac{V_{ORMS}^2}{0,2 \cdot S \cdot \phi} \quad [\Omega], \quad R_{l2} = \frac{V_{ORMS}^2}{0,8 \cdot S \cdot \phi} \quad [\Omega] \quad (7)$$

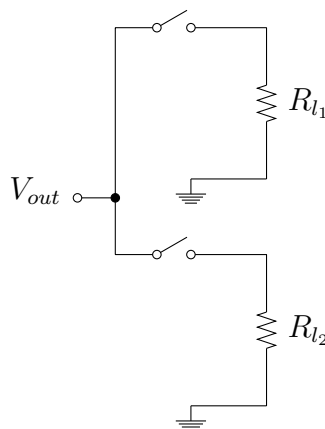


Figura 8: Carga linear de referência conectada à saída de uma UPS para testes.

### 2.2.4.2 Carga não-linear de referência

No Anexo E da norma IEC 62040-3 é definida a carga não-linear de referência apresentada na Fig. 9. Este circuito representa o estágio de entrada de fontes chaveadas e é composto por um retificador de onda completa com um filtro capacitivo.

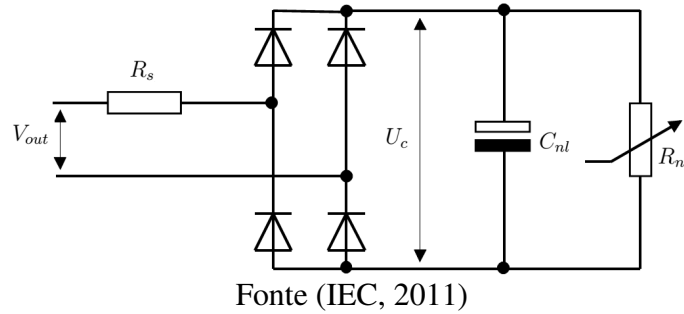


Figura 9: Carga não-linear de referência.

Nesta carga, que deve ter fator de potência 0,7 atrasado,  $R_s$  representa a resistência série dos contatos e cabos, dimensionada para dissipar 4% da potência aparente nominal;  $R_{nl}$  é calculada para dissipar os 66% restantes a fim de se obter uma carga com fator de potência igual a 0,7; e  $C_{nl}$  é projetada para gerar um *ripple* de 5% na tensão retificada  $U_c$ ,

$$U_c = \sqrt{2} \cdot 0,92 \cdot 0,96 \cdot 0,975 \cdot V_{o_{RMS}} = 1,22 \cdot V_{o_{RMS}} \text{ [V]} \quad (8)$$

Com isso, sendo conhecidos os valores nominais da tensão de saída  $V_{o_{RMS}}$ , da potência aparente  $S$  e da frequência  $f$  em Hz, o dimensionamento dos resistores  $R_s$ ,  $R_{nl}$  e  $C_{nl}$  é realizado de acordo com as equações a seguir:

$$R_s = \frac{0,04 \cdot V_{o_{RMS}}^2}{S} \text{ [\Omega]}, \quad R_{nl} = \frac{U_c^2}{0,66 \cdot S} \text{ [\Omega]}, \quad C_{nl} = \frac{7,5}{f \cdot R_{nl}} \text{ [F]} \quad (9)$$

Na implementação dos testes são admitidas tolerância de  $\pm 10\%$  na resistência de  $R_s$  e de até 25% na capacitância de  $C_{nl}$ .

Para uma UPS com potência aparente de saída inferior a 4 kVA, nos testes para avaliar o desempenho dinâmico utilizando degraus de carga não-linear, é necessário que sejam adicionados ou retirados de forma independente degraus de carga não-linear referentes a 25% e 75% da potência aparente de saída da UPS, divididos conforme a Fig. 10 e calculados de acordo com as equações a seguir:

$$\begin{aligned} R_{s1} &= \frac{0,04 \cdot V_{o_{RMS}}^2}{0,25 \cdot S} \text{ [\Omega]}, & R_{s2} &= \frac{0,04 \cdot V_{o_{RMS}}^2}{0,75 \cdot S} \text{ [\Omega]} \\ R_{nl1} &= \frac{U_c^2}{0,66 \cdot 0,25 \cdot S} \text{ [\Omega]}, & R_{nl2} &= \frac{U_c^2}{0,66 \cdot 0,75 \cdot S} \text{ [\Omega]} \\ C_{nl1} &= \frac{7,5}{f \cdot R_{nl1}} \text{ [F]}, & C_{nl2} &= \frac{7,5}{f \cdot R_{nl2}} \text{ [F]} \end{aligned} \quad (10)$$

Para uma UPS com potência nominal aparente superior a 4 kVA, deve-se redimensionar os degraus de carga para serem obtidos três circuitos independentes referentes a 1/3 da potência aparente de saída da UPS.

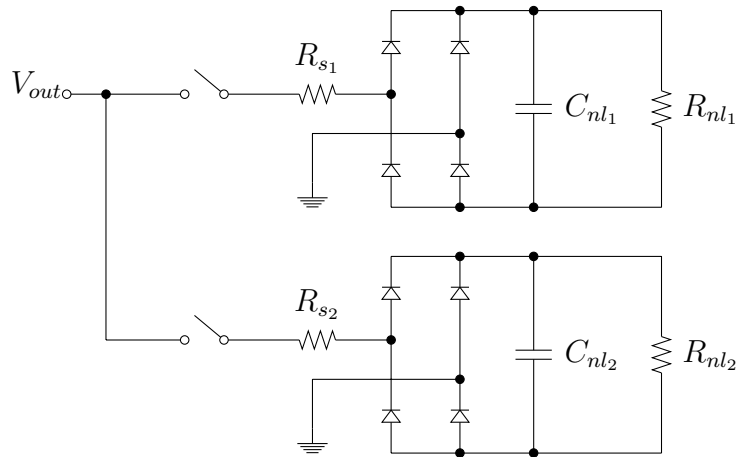


Figura 10: Carga não-linear de referência conectada à saída de uma UPS para testes.

### 2.3 Modelagem matemática de uma UPS

Na UPS escolhida para estudo a tensão contínua é convertida em senoidal através de um inversor monofásico com topologia em meia ponte em conjunto com um filtro passa-baixas LC de segunda ordem, conforme apresentado no esquemático simplificado da Fig. 11. Neste trabalho considera-se apenas as características estáticas e dinâmicas do estágio de saída da UPS, neste caso composto pelo inversor e filtro LC, e não os efeitos da retificação ou autonomia do conjunto de baterias. Com isso, o retificador, carregador, chave e bateria da UPS *on line* de dupla conversão da Fig. 2 são simplificados por uma fonte de tensão contínua  $V_{cc}$  em conjunto com dois capacitores,  $C_1$  e  $C_2$ .

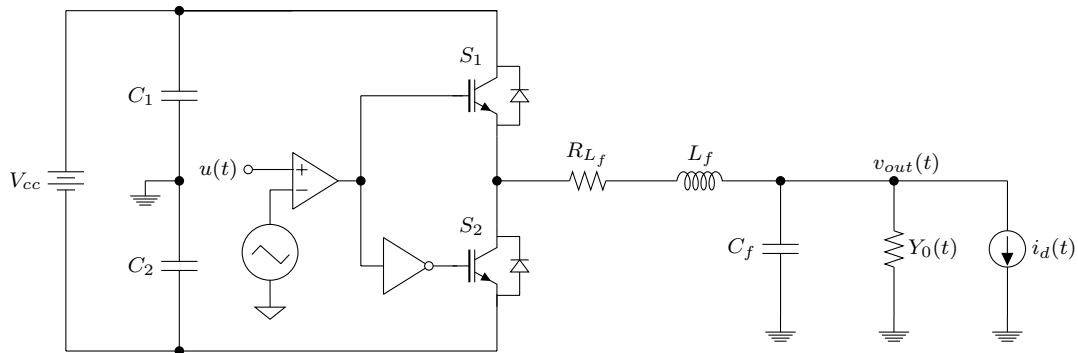


Figura 11: Representação esquemática simplificada de uma UPS com carga.

No inversor, o acionamento dos IGBTs (do termo em inglês *Insulated Gate Bipolar Transistor*)  $S_1$  e  $S_2$  é realizado pela modulação por largura de pulso (do inglês, *Pulse-Width Modulation - PWM*) do sinal de controle  $u(t)$ . O filtro passa-baixas de saída, composto pelo indutor  $L_f$  em série com sua resistência  $R_{L_f}$  e pelo capacitor  $C_f$ , tem como entrada uma tensão com forma de onda descontínua e cujos limites máximo e mínimo são definidos por  $\pm V_{cc}/2$ .

Considerando o modelo médio do inversor, os efeitos do chaveamento PWM de  $S_1$  e  $S_2$  podem ser representados por um ganho  $K_{PWM}$  multiplicando o sinal de controle  $u(t)$  (CHEN et al., 2007). Sendo  $\hat{V}_{tri}$  a amplitude de pico da portadora triangular utilizada na

geração do sinal  $PWM$ ,  $K_{PWM}$  pode ser calculado por:

$$K_{PWM} = \frac{V_{cc}}{2 \cdot \hat{V}_{tri}}. \quad (11)$$

As cargas conectadas na saída da  $UPS$  são representadas pela conexão em paralelo de uma admitância  $Y_0(t)$  e uma fonte de corrente  $i_d(t)$  (PEREIRA et al., 2014). A admitância  $Y_0(t)$  descreve o comportamento das cargas lineares, cuja corrente tem forma de onda senoidal em fase com a tensão, e é representada por um elemento variante no tempo dado por

$$Y_0(t) \in \Delta, \Delta := \{Y_0(t) \in \mathbb{R} : Y_{min} \leq Y_0(t) \leq Y_{max}\}, \quad (12)$$

onde os valores mínimo,  $Y_{min}$ , e máximo,  $Y_{max}$ , são conhecidos e dados pela carga nominal e carga mínima da operação a vazio da  $UPS$ , respectivamente. Já a fonte de corrente  $i_d(t)$  modela os distúrbios periódicos gerados pelas cargas não-lineares.

Definindo o vetor de estados do sistema, composto pela corrente no indutor  $i(t)$  e pela tensão no capacitor do filtro de saída  $v_{out}(t)$ ,  $x_p(t) = [i(t) \ v_{out}(t)]'$ , as equações que descrevem o comportamento dinâmico da  $UPS$  são apresentadas a seguir (PEREIRA et al., 2014):

$$\begin{cases} \dot{x}_p(t) = A_p(Y_0(t)) x_p(t) + B_p u(t) + B_{d_p} i_d(t) \\ y_p(t) = C_p x_p(t) \\ e(t) = r(t) - y_p(t) \end{cases} \quad (13)$$

onde  $y_p(t)$  é a tensão de saída a ser controlada,  $r(t)$  é a referência de tensão a ser seguida por  $y_p(t)$  e  $e(t)$  é o erro de seguimento. As matrizes  $A_p(Y_0(t))$ ,  $B_p$ ,  $B_{d_p}$  e  $C$  são obtidas através da teoria de circuitos e dadas por:

$$A_p(Y_0(t)) = \begin{bmatrix} -\frac{R_{L_f}}{L_f} & -\frac{1}{L_f} \\ \frac{1}{C_f} & -\frac{Y_0(t)}{C_f} \end{bmatrix}, \quad B_p = \begin{bmatrix} \frac{K_{PWM}}{L_f} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_{d_p} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{C_f} \end{bmatrix}, \quad C_p = [0 \ 1]$$

Sendo que a matriz  $A_p(Y_0(t))$  varia em função da admitância da carga inserida na saída da  $UPS$ , alterando assim, a dinâmica do sistema.

## 2.4 Descrição dos valores numéricos

Nos próximos capítulos serão apresentados exemplos de simulação envolvendo as metodologias de controle estudadas neste trabalho aplicadas no controle do estágio de saída de uma  $UPS$  definido na Fig. 11. Os parâmetros utilizados nestes exemplos estão detalhados na Tabela 2 e são baseados em uma  $UPS$  comercial de 3,5 kVA utilizada em (PEREIRA et al., 2014).

Assim como em (BONAN, 2010) e (CARVALHO, 2013), serão realizadas simulações através do processo de co-simulação Matlab/Simulink (R2010a) em conjunto com o PSIM (9.0.3.464) para a obtenção dos resultados numéricos. Neste processo de co-simulação, os recursos matemáticos do Matlab/Simulink são utilizados para a implementação do sistema de controle, comando do acionamento das cargas e para a obtenção e visualização dos resultados; já no PSIM é implementada toda parte de potência, com o inversor monofásico alimentando as cargas lineares e não-lineares das Figs. 8 e 9, respectivamente.

Estas cargas lineares e não-lineares de referência são dimensionadas considerando os dados apresentados na Tabela 2 e as equações apresentadas na Seção 2.2.4, com os quais são obtidos os parâmetros descritos na Tabela 3.

Tabela 2: Parâmetros do sistema

Parâmetro	Símbolo	Valor
Potência aparente de saída	$S$	3,5 kVA
Fator de potência de saída	$\phi$	0,7
Valor eficaz da tensão de saída	$V_{o_{RMS}}$	127 V
Frequência da tensão de saída	$f$	60 Hz
Indutância do filtro de saída	$L_f$	1,0 mH
Resistência do indutor do filtro de saída	$R_{L_f}$	15,0 m $\Omega$
Capacitância do filtro de saída	$C_f$	300,0 $\mu$ F
Admitância mínima	$Y_{min}$	0,0 S
Admitância máxima	$Y_{max}$	0,1519 S
Tensão do barramento CC	$V_{cc}$	520 V
Capacitâncias do barramento CC	$C_1, C_2$	6600 $\mu$ F
Amplitude da portadora triangular do <i>PWM</i>	$\hat{V}_{tri}$	260 V
Frequência da portadora triangular do <i>PWM</i>	$f_{tri}$	21,6 kHz

Tabela 3: Parâmetros das cargas de referência

Parâmetro	Símbolo	Valor
Resistência 20% da carga linear	$R_{l_1}$	32,92 $\Omega$
Resistência 80% da carga linear	$R_{l_2}$	8,23 $\Omega$
Resistência série 25% da carga não-linear	$R_{s_1}$	0,73 $\Omega$
Resistência série 75% da carga não-linear	$R_{s_2}$	0,25 $\Omega$
Capacitância 25% da carga não-linear	$C_{nl_1}$	3007 $\mu$ F
Capacitância 75% da carga não-linear	$C_{nl_2}$	9021 $\mu$ F
Resistência 25% da carga não-linear	$R_{nl_1}$	41,57 $\Omega$
Resistência 75% da carga não-linear	$R_{nl_2}$	13,86 $\Omega$

## 2.5 Procedimento de testes

Conforme a norma *IEC 62040-3*, os testes ou ensaios a serem realizados para a avaliação de desempenho de uma *UPS* podem ser divididos em dois:

- no ensaio de desempenho estático, onde são realizadas as medidas em regime permanente de  $V_{sc}$ ,  $V_l$  e  $V_{nl}$ , bem como a contribuição harmônica individual da tensão de saída, com as quais são calculados  $VR$ ,  $THD$  e  $IHD_n$  para 100% das cargas linear e não-linear de referência;
- o segundo ensaio avalia as características de desempenho transitório através dos degraus de carga linear e não-linear, com contabilização e comparação de  $V_{dev}(t)$  com o Perfil 1 da referida norma, por ser o mais restritivo entre os três.

Os resultados de  $THD$  e  $IHD$  que serão apresentados no decorrer deste trabalho foram obtidos com a conexão de 100% da carga não-linear de referência em regime permanente. Além disso, serão consideradas apenas as cinco primeiras harmônicas ímpares na análise

da  $IHD_n$ , pois estas são as de maior contribuição no sinal de perturbação gerado pelas cargas não-lineares, como pode ser visto na Fig. 1(b).

Deve-se ainda mencionar que o teste dinâmico com carga não-linear será realizado com o  $C_{nl_2}$  previamente carregado com a mesma tensão contínua gerada pela senoide nominal de saída da *UPS* na entrada do retificador. Essa precaução evita que em uma situação prática sejam produzidos picos de corrente com amplitudes elevadas que possam danificar os *IGBTs* caso não sejam utilizadas as proteções adequadas.

## 2.6 Comentários finais

Neste capítulo foram apresentados os conceitos básicos referentes às *UPSs*, os critérios mínimos de desempenho e os testes a serem realizados para a avaliação destes, segundo as normas aplicáveis. Visando a obtenção do modelo matemático que representa o estágio de saída de uma *UPS*, através do modelo médio do inversor, foi obtida uma representação do sistema em espaço de estados que será utilizada no projeto das metodologias de controle a serem desenvolvidas nos próximos capítulos.

## 3 CONCEITOS FUNDAMENTAIS

Neste capítulo são apresentadas as bases matemáticas relativas aos assuntos a serem estudados no decorrer deste trabalho, onde destacam-se: os conceitos relativos a estabilidade de sistemas dinâmicos, onde são utilizadas técnicas baseadas na Teoria de Lyapunov e *LMIs* para sistemas com e sem atraso e a modelagem de sistemas incertos. Numa segunda parte é abordado o problema do seguimento de referências e rejeição de perturbações, na qual é dado enfoque a partir do PMI e são apresentadas duas metodologias de controle baseadas nesse princípio aplicadas às *UPSs*.

### 3.1 Estabilidade de sistemas dinâmicos

Os sistemas de um modo geral são projetados para realizar alguma tarefa ou processar algum sinal e para que isso seja possível a estabilidade é uma característica básica a ser atendida por todo e qualquer sistema. Assim, nesta seção são apresentadas metodologias para a garantia da estabilidade de sistemas dinâmicos com e sem atraso, onde é dado enfoque para as abordagens baseadas na Teoria de Lyapunov e nas técnicas baseadas em *LMIs*.

#### 3.1.1 Estabilidade no sentido de Lyapunov

A estabilidade de um sistema dinâmico, quando analisada pela teoria de Lyapunov, está associada a um ponto de equilíbrio do sistema. Segundo (KHALIL, 2002) para um sistema autônomo  $\dot{x}(t) = f(x)$ , os pontos de equilíbrio são definidos como as raízes da equação  $f(x) = 0$ , além disso um ponto de equilíbrio pode ser considerado:

- estável, se todas as trajetórias iniciadas próximas a este ponto mantiverem-se próximas a este ponto;
- assintoticamente estável, se todas as trajetórias iniciadas próximas a este ponto tenderem para este ponto quando o tempo tender para o infinito;
- instável, caso nenhuma das duas situações anteriores ocorrer.

No método direto de Lyapunov, as conclusões sobre a estabilidade de um ponto de equilíbrio são feitas a partir de uma função escalar, chamada de função candidata de Lyapunov e denotada por  $V(x(t))$ , conforme apresenta o teorema a seguir.

**Teorema 1.** (KHALIL, 2002) *Seja  $x = 0$ , um ponto de equilíbrio para o sistema  $\dot{x} = f(x)$ , onde  $f(\cdot) : \mathbb{R}^n \rightarrow D$  e  $D \subset \mathbb{R}^n$  é um domínio contendo  $x = 0$ . Seja  $V : D \rightarrow \mathbb{R}$  uma função*

continuamente diferenciável tal que

$$V(0) = 0 \text{ e } V(x(t)) > 0 \text{ em } D - \{0\},$$

$$\dot{V}(x(t)) \leq 0 \text{ em } D.$$

Então  $x=0$  é dito um ponto de equilíbrio estável. Além disso, se

$$\dot{V}(x(t)) < 0 \text{ em } D - \{0\},$$

então  $x(t)=0$  é um ponto de equilíbrio assintoticamente estável.

Pela praticidade, a função quadrática,

$$V(x(t)) = x'(t)Px(t), \text{ com } P = P', \quad (14)$$

com  $P$  sendo uma matriz simétrica positiva definida de dimensões apropriadas a ser determinada, é uma das mais utilizadas na literatura para avaliar a estabilidade de sistemas lineares (BOYD et al., 1994).

A título de exemplo do Teorema 1, considere o sistema linear descrito no espaço de estados, dado por:

$$\dot{x}(t) = Ax(t), \quad (15)$$

onde  $x(t)$  é o vetor de estados e  $A$  é uma matriz real conhecida e com dimensões adequadas. A garantia de estabilidade segundo o método direto de Lyapunov é analisada conforme o seguinte teorema.

**Teorema 2.** (KHALIL, 2002) *O ponto de equilíbrio associado ao sistema (15) é assintoticamente estável se existir uma matriz simétrica  $P$  definida positiva tal que,*

$$A'P + PA < 0. \quad (16)$$

*Prova:* A derivada temporal da função candidata de Lyapunov, apresentada em (14), ao longo das trajetórias do sistema é dada por:

$$\dot{V}(x(t)) = \dot{x}'(t)Px(t) + x'(t)P\dot{x}(t), \quad (17)$$

onde  $\dot{x}(t)$  pode ser substituído conforme (15), resultando em:

$$\dot{V}(x(t)) = x'(t)(A'P + PA)x(t) \quad (18)$$

Assim, como por suposição  $P > 0$ , então  $V(x(t)) > 0$  e, se  $(A'P + PA) < 0$ , então  $\dot{V}(x(t)) < 0$ . ■

### 3.1.2 Estabilidade de sistemas com atraso nos estados

A análise de estabilidade da classe de sistemas com atraso nos estados pode ser realizada através do método direto de Lyapunov por meio dos funcionais de Lyapunov-Krasovskii (GU; KHARITONOV; CHEN, 2003) em condições dependentes ou independentes do valor do atraso ( $\tau$ ). Nas condições dependentes do atraso, leva-se em conta explicitamente o valor do atraso e, normalmente, garante-se a estabilidade do sistema para todos os valores de atraso contidos no intervalo  $[0, \tau]$ . Já nas condições independentes do atraso, quando satisfeitas, a estabilidade do sistema é garantida para qualquer valor positivo de atraso. Geralmente as condições de estabilidade independentes do atraso levam a resultados mais conservadores que os gerados pelas condições dependentes do atraso, porém resultando em relações mais simples. Por esse motivo, neste trabalho, apesar do valor do atraso ser perfeitamente conhecido, serão utilizadas apenas as condições independentes do atraso, por meio de um funcional de Lyapunov-Krasovskii conforme apresentado a seguir.



### 3.1.2.1 Abordagem de Lyapunov-Krasovskii

Nos sistemas lineares sem atraso nos estados, a análise de estabilidade é realizada através de uma função candidata de Lyapunov,  $V(x(t))$ , com a qual, dado um estado inicial  $x(0)$ , quantifica-se o desvio entre o estado  $x(t)$  e o ponto de equilíbrio do sistema. A análise da estabilidade de sistemas com atraso nos estados é realizada seguindo a mesma ideia. Contudo, a fim de se caracterizar a evolução dos estados do sistema, o conceito de estado inicial é substituído por uma função  $\phi(t)$  que descreve o comportamento de  $x(t)$  no intervalo de  $[-\tau, 0]$ . Assim, uma extensão da função candidata de Lyapunov para sistemas com atraso é realizada através do funcional  $V(t, \phi(t))$ , conhecido como funcional de Lyapunov-Krasovskii (GU; KHARITONOV; CHEN, 2003). A apresentação formal dessa abordagem é dada no teorema a seguir.

**Teorema 3. (Teorema de Lyapunov-Krasovskii)** (GU; KHARITONOV; CHEN, 2003) *Suponha que  $V_1, V_2$  e  $V_3$  são funções contínuas não-decrescentes tais que  $V_1(r)$  e  $V_2(r)$  são positivas para  $r > 0$  e ainda  $V_1(0) = V_2(0) = 0$ . Se existe um funcional continuamente diferenciável  $V : \mathbb{R} \times \mathcal{C} \rightarrow \mathbb{R}$  tal que*

$$\begin{aligned} V_1(\|\phi(t)\|) &\leq V(t, \phi(t)) \leq V_2(\|\phi(t)\|), \\ \dot{V}(t, \phi(t)) &\leq -V_3(\|\phi(t)\|), \end{aligned}$$

*então o ponto de equilíbrio é estável. Se  $V_3(r)$  é positiva para  $r > 0$  então o ponto de equilíbrio é assintoticamente estável.*

Neste trabalho, a garantia da estabilidade independente do atraso é realizada com base no seguinte funcional de Lyapunov-Krasovskii,

$$V(t, \phi) = x'(t)Px(t) + \int_{t-\tau}^t x'(\theta)Qx(\theta) d\theta \quad (19)$$

onde  $P$  e  $Q$  são matrizes simétricas definidas positivas a serem determinadas.

No teorema a seguir é apresentada a garantia de estabilidade independente do atraso baseada em (19) para o sistema linear com um único elemento de atraso nos estados,

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + A_d x(t - \tau) \\ x(t) = \phi(t), t \in [-\tau, 0] \end{cases}, \quad (20)$$

onde  $x(t)$  é o vetor de estados do sistema sem atraso;  $x(t - \tau)$  representa o vetor de estados com atraso de  $\tau$  segundos;  $A$  e  $A_d$  são matrizes reais conhecidas e com dimensões adequadas;  $\phi(t)$  é a função inicial que descreve o comportamento de  $x(t)$  no intervalo de  $[-\tau, 0]$ .

**Teorema 4.** (GU; KHARITONOV; CHEN, 2003), (WU; HE; SHE, 2010) *O ponto de equilíbrio do sistema (20) é assintoticamente estável se existirem matrizes simétricas  $P > 0$  e  $Q > 0$  tais que*

$$\mathcal{M} = \begin{bmatrix} PA + A'P + Q & PA_d \\ A'_d & -Q \end{bmatrix} < 0 \quad (21)$$

*Prova:* A derivada temporal de (19) ao longo das trajetórias do sistema é dada por

$$\begin{aligned} \dot{V}(x(t), \phi(t)) &= x(t)'(PA + A'P)x(t) + 2x(t)'PA_d x(t - \tau) \\ &\quad - x(t - \tau)'Qx(t - \tau) + x(t)'Qx(t). \end{aligned} \quad (22)$$

Reescrevendo  $\dot{V}(x(t), \phi(t)) = \vartheta'\mathcal{M}\vartheta$ , onde  $\vartheta = [x'(t) \ x'(t - \tau)]'$ , e sendo satisfeita a condição (21), então  $\mathcal{M} < 0$ , o que implica em  $\dot{V}(x(t), \phi(t)) < 0$ . ■

## 3.2 Sistemas dinâmicos incertos

O modelo matemático de um sistema dinâmico (processo) é uma equação ou conjunto de equações, cuja solução representa uma aproximação para o seu comportamento (BAZANELLA; GOMES DA SILVA JR., 2005). Por ser uma aproximação, um modelo matemático pode apresentar incertezas resultantes de linearizações, dinâmicas não modeladas ou provenientes de variações paramétricas dos componentes. A obtenção de um modelo matemático que considera incertezas permite um projeto sistemático do sistema de controle visando a estabilização robusta e/ou desempenho robusto.

Nesse contexto, pode-se considerar o seguinte sistema linear incerto:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(\delta(t))x(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (23)$$

onde  $x(t)$  é o vetor de estados;  $u(t)$ , o vetor de entrada;  $y(t)$ , o vetor de saída do sistema;  $B$  e  $C$  são matrizes reais conhecidas e com dimensões adequadas. Já  $A(\delta(t))$  também é uma matriz real com dimensões adequadas, mas apresenta elementos incertos e variantes no tempo, com limites máximo e mínimo conhecidos *a priori*.

### 3.2.1 Modelagem politópica

Uma das possíveis maneiras para se descrever os valores admissíveis que a matriz  $A(\delta(t))$  pode assumir é através de uma combinação convexa dos valores máximos e mínimos apresentados pelas incertezas (EL GHAOUI; NICULESCU, 2000):

$$\delta(t) \in \mathcal{B}_\delta = \{\delta_i \in \mathbb{R} : \alpha_{i_{min}} \leq \delta_i \leq \alpha_{i_{max}}, i = 1, \dots, h\} \quad (24)$$

onde  $\mathcal{B}_\delta$  representa um politopo<sup>1</sup> com  $2^h$  vértices e  $h$  é o número de incertezas consideradas. Assim, a classe de matrizes  $\mathcal{A}(\delta)$  com incertezas na forma politópica pode ser descrita pelo conjunto convexo e fechado (EL GHAOUI; NICULESCU, 2000),

$$\mathcal{A} = \left\{ A(\delta(t)) : A(\delta(t)) = \sum_{i=1}^{2^h} q_i A_i, \sum_{i=1}^{2^h} q_i = 1, q_i \geq 0 \right\}, \quad (25)$$

com as matrizes  $A_i$  sendo conhecidas.

A UPS, modelada por (13), possui um elemento incerto,  $Y_0(t)$ , definido entre  $Y_{min}$  e  $Y_{max}$ . Assim, o politopo é composto por dois vértices  $A_p(Y_{min})$  e  $A_p(Y_{max})$ , os quais são definidos por:

$$A_p(Y_{min}) = \begin{bmatrix} -\frac{R_{L_f}}{L_f} & -\frac{1}{L_f} \\ \frac{1}{C_f} & -\frac{Y_{min}}{C_f} \end{bmatrix}, \quad A_p(Y_{max}) = \begin{bmatrix} -\frac{R_{L_f}}{L_f} & -\frac{1}{L_f} \\ \frac{1}{C_f} & -\frac{Y_{max}}{C_f} \end{bmatrix},$$

o que resulta em

$$A_p(Y_0(t)) = q_1(t)A_p(Y_{min}) + q_2(t)A_p(Y_{max}) \quad \text{com} \quad q_1(t) + q_2(t) = 1.$$

<sup>1</sup>Um politopo é um conjunto convexo que pode ser representado pela soma convexa dos seus vértices.

### 3.2.2 Condições de estabilidade

A garantia de estabilidade apresentada no Teorema 2 é estendida no teorema a seguir para o caso do sistema incerto (23), no qual considera-se que as incertezas estão escritas na forma dada em (24).

**Teorema 5.** (EL GHAOUI; NICULESCU, 2000) *O ponto de equilíbrio do sistema (23) não forçado, ou seja, com  $u(t) = 0$ , é estável na região  $\mathcal{B}_\delta$  se existe uma matriz simétrica positiva definida  $P$  tal que*

$$A(\delta)'P + PA(\delta) < 0 \quad (26)$$

seja satisfeita  $\forall \delta(t) \in \mathcal{B}_\delta$ .

Note que é necessário testar a condição imposta em (26) para todos os valores de  $\delta(t) \in \mathcal{B}_\delta$ , resultando em um problema de dimensão infinita, com difícil solução. Porém, pela propriedade da convexidade, se um conjunto de restrições de igualdades e/ou desigualdades afins nas variáveis de decisão estiver satisfeito nos vértices, garante-se que o mesmo estará satisfeito no interior da região do politopo formado por estes vértices. Além disso, notando que  $A(\delta)$  é afim em  $\delta$ , então é necessário verificar a condição (26) apenas nos vértices de  $\mathcal{B}_\delta$ , conforme enuncia o teorema abaixo.

**Teorema 6.** (BOYD et al., 1994) *O ponto de equilíbrio do sistema (23) não forçado, ou seja, com  $u(t) = 0$ , é estável na região  $\mathcal{B}_\delta$  se existe uma matriz simétrica positiva definida  $P$  tal que*

$$A_i'P + PA_i < 0, \quad i = 1, \dots, h. \quad (27)$$

## 3.3 Seguimento de referências e rejeição de perturbações periódicas

Nesta seção é apresentada a ideia na qual é fundamentado o PMI e é avaliada sua aplicação no seguimento de referências e na rejeição de perturbações periódicas. Também são abordadas duas metodologias de controle baseadas no PMI e amplamente estudadas para o seguimento/rejeição de sinais periódicos. Além disso serão apresentadas metodologias de síntese destes controladores quando o problema em questão é o controle de *UPS*.

### 3.3.1 Princípio do Modelo Interno

Com o PMI (FRANCIS; WONHAM, 1975) é possível que um sistema realimentado siga um determinado sinal de entrada com erro nulo em regime permanente e rejeite perturbações caso duas condições sejam satisfeitas (FUKUDA; YODA, 2001): o sistema em malha fechada é assintoticamente estável e o controlador apresenta a mesma característica frequencial dos sinais de interesse.

Para exemplificar o PMI, seguindo a abordagem utilizada em (FLORES, 2012), toma-se como exemplo o sistema em malha fechada apresentado na Fig. 12, onde  $G_c(s)$  é a função de transferência do controlador,  $G_p(s)$  é a função de transferência da planta e  $R(s)$ ,  $D(s)$  e  $Y(s)$  representam, respectivamente, os sinais de entrada, perturbação e saída do sistema.

Para uma análise frequencial do PMI são escritas as funções de transferência da referência para a saída desse sistema,  $T_r(s)$ , e da perturbação para a saída desse sistema,  $T_d(s)$ :

$$T_r(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_c(s)G_p(s)}{1 + G_c(s)G_p(s)}, \quad T_d(s) = \frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G_p(s)}{1 + G_c(s)G_p(s)}, \quad (28)$$

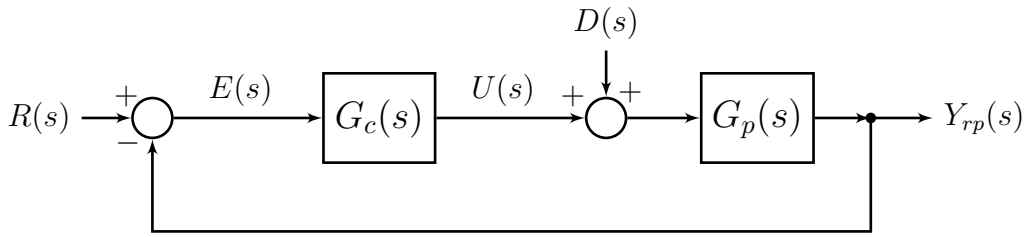


Figura 12: Exemplo de um sistema em malha fechada.

com as quais, considerando o sistema estável em malha fechada, verifica-se que somente ocorrerá o seguimento de referência com erro nulo e a completa rejeição de perturbação de um determinado sinal senoidal com frequência  $\omega_0$  se:

$$|T_r(j\omega_0)| = \left| \frac{G_c(j\omega_0)G_p(j\omega_0)}{1 + G_c(j\omega_0)G_p(j\omega_0)} \right| = 1, \quad \angle T_r(j\omega_0) = 0, \quad (29)$$

$$|T_d(j\omega_0)| = \left| \frac{G_p(j\omega_0)}{1 + G_c(j\omega_0)G_p(j\omega_0)} \right| = 0, \quad \angle T_d(j\omega_0) = 0. \quad (30)$$

Nota-se que (29) e (30) são satisfeitas apenas quando  $|G_c(j\omega_0)G_p(j\omega_0)| = \infty$ , ou seja, garante-se o seguimento com erro nulo e a completa rejeição da perturbação em uma dada frequência se a função de transferência do controlador apresentar ganho infinito na frequência do sinal a ser seguido e rejeitado. Esta condição ocorrerá quando o controlador apresentar polos complexos conjugados na frequência  $\omega_0$ .

Assumindo que o modelo matemático capaz de gerar os sinais a serem seguidos e/ou rejeitados está em  $G_c(j\omega)$ , o seguimento com erro nulo e a rejeição de perturbações são insensíveis às variações paramétricas da planta. Considerando que o sistema em malha fechada é robustamente estável e os polos de  $G_c(j\omega)$  não são cancelados com os zeros do sistema incerto,  $G_p(j\omega) = G_{p_0}(j\omega) + \Delta G_p(j\omega)$ ,  $\forall \omega \in \mathbb{R}$  verifica-se:

$$|T_r(j\omega_0)| = \left| \frac{G_c(j\omega_0)(G_{p_0}(j\omega_0) + \Delta G_p(j\omega_0))}{1 + G_c(j\omega_0)(G_{p_0}(j\omega_0) + \Delta G_p(j\omega_0))} \right| = 1, \quad \angle T_r(j\omega_0) = 0, \quad (31)$$

$$|T_d(j\omega_0)| = \left| \frac{G_{p_0}(j\omega_0) + \Delta G_p(j\omega_0)}{1 + G_c(j\omega_0)(G_{p_0}(j\omega_0) + \Delta G_p(j\omega_0))} \right| = 0, \quad \angle T_d(j\omega_0) = 0, \quad (32)$$

o que garante o seguimento com erro nulo e rejeição de perturbações de maneira robusta.

### 3.3.2 Controlador Ressonante

Pelo PMI, um sistema estável em malha fechada segue com erro nulo uma referência senoidal com frequência  $\omega_0$  e também rejeita completamente uma perturbação senoidal com essa mesma frequência se na função de transferência de malha aberta do sistema for inserido o termo

$$G_c(s) = \frac{1}{s^2 + \omega_0^2}, \quad (33)$$

cujos diagrama de Bode para  $\omega_0 = 2\pi 60$  rad/s é apresentado na Fig. 13. Neste diagrama fica clara a existência de um pico de ressonância com magnitude infinita na frequência do sinal a ser seguido/rejeitado, característica principal dos chamados controladores ressonantes (CHEN, 1995).

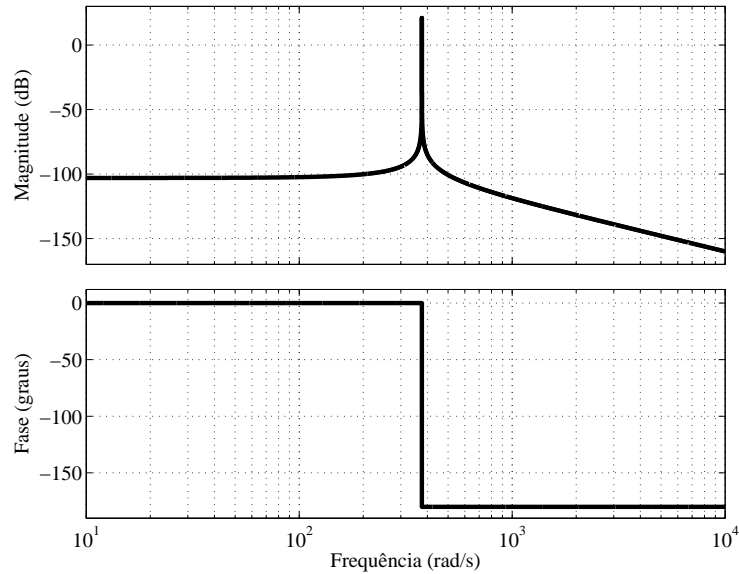


Figura 13: Diagrama de Bode da função de transferência (33) com  $\omega_0 = 2\pi 60$  rad/s.

Como a magnitude na frequência  $\omega_0$  é infinita, as condições em (29) e (30) são satisfeitas. Desse modo, por meio de um controlador ressonante em um sistema estável em malha fechada, um sinal de referência senoidal com frequência  $\omega_0$  será replicado na saída do sistema, garantindo o seguimento com erro nulo nessa frequência em regime permanente. Já o sinal de perturbação nesta mesma frequência terá magnitude nula na saída do sistema, o que garante sua completa rejeição em regime permanente.

Por apresentar dois polos marginalmente estáveis (sobre o eixo imaginário, em  $\pm j\omega_0$ ), dois zeros podem ser inseridos para que sejam evitados problemas na garantia de estabilidade do sistema em malha fechada (PEREIRA et al., 2014). Assim uma função de transferência para o controlador ressonante é dada por:

$$G_{rs}(s) = \frac{k_2(s^2 + \omega_0^2) + k_4s + k_3}{s^2 + \omega_0^2}, \quad (34)$$

com  $k_2$ ,  $k_3$  e  $k_4$  sendo parâmetros a serem determinados.

### 3.3.2.1 Sistema em malha fechada

Como considerado em (PEREIRA; CARVALHO; FLORES, 2013), uma representação em espaço de estados para a função de transferência (34) é dada por:

$$\begin{cases} \dot{x}_{rs}(t) = A_{rs} x_{rs}(t) + B_{rs} u_{rs}(t) \\ y_{rs}(t) = C_{rs} x_{rs}(t) + D_{rs} u_{rs}(t) \end{cases} \quad (35)$$

onde  $x_{rs}(t) = [x_{rs1}(t) \ x_{rs2}(t)]' \in \mathbb{R}^2$  é o vetor de estados do controlador ressonante;  $u_{rs}(t)$  e  $y_{rs}(t)$  são, respectivamente, os sinais de entrada e saída do controlador e as matrizes que completam esta representação são definidas por

$$A_{rs} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_0^2 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_{rs} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C_{rs} = [k_3 \ k_4], \quad D_{rs} = k_2,$$

para uma dada frequência  $\omega_0$  a ser seguida.



de malha fechada estejam contidos na intersecção de três regiões do plano complexo definidas por:

$$\begin{aligned} R_{CR} &= \{p_i \in \mathbb{C} : \text{Re}(p_i) \leq -\sigma, \sigma \in \mathbb{R}^+\}, \\ R_{DR} &= \{p_i \in \mathbb{C} : |p_i| \leq r, r \in \mathbb{R}^+\}, \\ R_{NF} &= \left\{ p_i \in \mathbb{C} : \text{tg}^{-1} \left( \frac{|\text{Im}(p_i)|}{|\text{Re}(p_i)|} \right) \leq \theta, \theta \in \mathbb{R}^+ \right\}, \end{aligned} \quad (38)$$

onde  $p_i$ , com  $i = 1, \dots, 4$ , são os polos do sistema em malha fechada,  $\sigma$  estabelece a taxa de convergência,  $\theta$  define o fator de amortecimento ( $\zeta = \cos(\theta)$ ) e  $r$  restringe a máxima frequência natural.

Em (PEREIRA; CARVALHO; FLORES, 2013), além do posicionamento de polos, é proposta como medida de desempenho transitório a função custo

$$J(z(t)) := \|z(t)\|_2^2 = \int_0^\infty z(t)' z(t) dt, \quad (39)$$

onde  $z(t)$  é a saída de desempenho, dada por:

$$z(t) := C_z x(t) + D_z u(t),$$

com  $C_z$  e  $D_z$  sendo matrizes a serem definidas com o intuito de penalizar os estados do sistema e/ou o sinal de controle.

Como resumo do que é apresentado em (PEREIRA; CARVALHO; FLORES, 2013) pode-se enunciar o Teorema 7, cuja prova pode ser encontrada neste mesmo artigo.

**Teorema 7.** *Considere  $\sigma$ ,  $r$  e  $\theta$  escalares reais positivos definidos a priori. Caso exista uma matriz simétrica positiva definida  $W \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ , uma matriz  $Y \in \mathbb{R}^{1 \times 4}$  e um escalar positivo  $\lambda$  satisfazendo as seguintes inequações:*

$$\begin{aligned} L_1 \otimes Q + M_1 \otimes (A(Y_{min})W + BY) + M_1' \otimes (A(Y_{min})W + BY)' &< 0, \\ L_1 \otimes Q + M_1 \otimes (A(Y_{max})W + BY) + M_1' \otimes (A(Y_{max})W + BY)' &< 0, \\ L_2 \otimes Q + M_2 \otimes (A(Y_{min})W + BY) + M_2' \otimes (A(Y_{min})W + BY)' &< 0, \\ L_2 \otimes Q + M_2 \otimes (A(Y_{max})W + BY) + M_2' \otimes (A(Y_{max})W + BY)' &< 0, \\ L_3 \otimes Q + M_3 \otimes (A(Y_{min})W + BY) + M_3' \otimes (A(Y_{min})W + BY)' &< 0, \\ L_3 \otimes Q + M_3 \otimes (A(Y_{max})W + BY) + M_3' \otimes (A(Y_{max})W + BY)' &< 0, \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \text{He}(A(Y_{min})W + BY) & WC'_z + Y'D'_z \\ C_z W + D_z Y & -\lambda I_{n_z} \end{bmatrix} &< 0, \\ \begin{bmatrix} \text{He}(A(Y_{max})W + BY) & WC'_z + Y'D'_z \\ C_z W + D_z Y & -\lambda I_{n_z} \end{bmatrix} &< 0, \end{aligned}$$

onde  $\otimes$  indica o produto de Kronecker e

$$\begin{aligned} L_1 &= 2\sigma, \quad M_1 = 1, \\ L_2 &= \begin{bmatrix} -r & 0 \\ 0 & -r \end{bmatrix}, \quad L_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ L_3 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \text{sen}(\theta) & \text{cos}(\theta) \\ -\text{cos}(\theta) & \text{sen}(\theta) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (41)$$

então o sistema (37) com  $K = YW^{-1}$  é assintoticamente estável  $\forall Y_{min} \leq Y_0(t) \leq Y_{max}$ , de tal forma que os polos em malha fechada estão confinados em (38) e a função custo (39) satisfaz  $\|z(t)\|_2^2 \leq \lambda V(0)$  com  $V(0) = x(0)' W^{-1} x(0)$ .

Com o intuito de se obter os ganhos de realimentação para o sistema com o controlador ressonante, propõe-se, para minimizar a função custo (39), o seguinte problema de otimização convexa:

$$\min_{W, Y, \lambda} \lambda \text{ sujeito à (40)} \quad (42)$$

Se existir solução para o problema acima, então pode-se determinar os ganhos de realimentação utilizando as matrizes  $W$  e  $Y$  conforme segue:

$$K = YW^{-1} = [K_1 \ K_2 \ K_3 \ K_4], \quad k_1 = K_1, \quad k_2 = -K_2, \quad k_3 = K_3, \quad k_4 = K_4.$$

O controlador ressonante apresentado nesta seção, com apenas um modo sintonizado em  $\omega_0$ , já é uma estrutura consolidada e largamente utilizada em aplicações envolvendo conversores CC-CA, como pode ser visto em (FUKUDA; YODA, 2001), (FUKUDA; IMAMURA, 2005), (LISERRE; TEODORESCU; BLAABJERG, 2006).

Em (PEREIRA et al., 2014) esta metodologia de controle é aplicada em um inversor de tensão monofásico comercial. Os resultados experimentais apresentados comprovam, através da tensão *RMS* de saída com o mesmo valor da referência, que este controlador é capaz de proporcionar o seguimento com erro nulo nas condições a vazio e com carga linear, com pequeno tempo de recuperação em transitórios de carga. Já com carga não-linear, através da *THD* da tensão de saída igual à 13,2%, verifica-se que este controlador não é capaz de rejeitar completamente os sinais de perturbação com componentes harmônicas diferentes da frequência fundamental.

Neste mesmo artigo é estudada a estrutura com múltiplos controladores ressonantes, com  $n$  modos sintonizados nas frequências harmônicas de maior contribuição do sinal de perturbação, como alternativa para a rejeição de sinais periódicos, como os gerados pelas cargas não-lineares. Utilizando uma estrutura com modos ressonantes sintonizados na frequência fundamental, 3<sup>a</sup>, 5<sup>a</sup>, 7<sup>a</sup> e 9<sup>a</sup> harmônicas, a *THD* da tensão de saída com a mesma carga não-linear é reduzida para 2,7%, ao custo de um controlador de ordem maior.

Como pode ser visto no diagrama em blocos da Fig. 14, para um modo ressonante é necessário o cálculo de quatro ganhos de realimentação. No caso de múltiplos ressonantes, para cada modo inserido é necessário o cálculo de dois parâmetros a mais, o que acaba levando ao aumento da complexidade de projeto e implementação dessa estrutura. Fato que motiva a utilização dos controladores repetitivos, como será apresentado a seguir.

### 3.3.3 Controlador Repetitivo

O controlador repetitivo foi inicialmente proposto em (INOUE; NAKANO; IWA, 1981) com o objetivo de garantir o seguimento de referências e a rejeição de perturbações periódicas. Assim como o controlador ressonante, o controlador repetitivo é baseado no PMI, mas tem seus modos sintetizados através de um elemento de atraso, correspondente ao período fundamental ( $\tau_0$ ) dos sinais de interesse, em um laço de realimentação positiva, conforme o diagrama da Fig. 15.

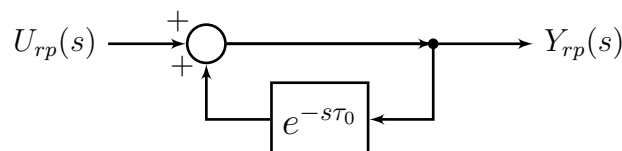


Figura 15: Diagrama em blocos da configuração básica do controlador repetitivo.



Com base nesse diagrama em blocos, a função de transferência do erro,  $U_{rp}(s)$ , para a saída do controlador repetitivo,  $Y_{rp}(s)$ , é dada pela equação,

$$G_{rp}(s) = \frac{U_{rp}(s)}{E(s)} = \frac{1}{1 - e^{-s\tau_0}}. \quad (43)$$

Utilizando a relação  $s = j\omega$  e a identidade de Euler,  $e^{jx} = \cos(x) + j \operatorname{sen}(x)$ , pode-se reescrever (43) como

$$G_{rp}(j\omega) = \frac{1}{1 - e^{-j\omega\tau_0}} = \frac{1}{1 - \cos(\omega\tau_0) + j \operatorname{sen}(\omega\tau_0)}. \quad (44)$$

Note que para  $\omega = 2k\pi/\tau_0$  rad/s, com  $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ , ou seja, nas frequências múltiplas inteiras de  $\omega_0 = 2\pi/\tau_0$ , (44) pode ser representada por:

$$G_{rp}\left(j\frac{2k\pi}{\tau_0}\right) = \frac{1}{1 - \cos\left(\frac{2k\pi}{\tau_0}\tau_0\right) + j \operatorname{sen}\left(\frac{2k\pi}{\tau_0}\tau_0\right)} = \frac{1}{1 - \cos(2k\pi) + j \operatorname{sen}(2k\pi)} \quad (45)$$

Como  $\cos(2k\pi) = 1$  e  $\operatorname{sen}(2k\pi) = 0$ ,  $\forall k \in \mathbb{Z}$ , então segue que  $|G_{rp}(j2k\pi/\tau_0)| = \infty$  nas frequências múltiplas inteiras da frequência fundamental  $\omega_0 = 2\pi/\tau_0$  rad/s. Assim, pelo PMI, supondo que o sistema seja estável em malha fechada, obtém-se erro de seguimento nulo em regime permanente e rejeição de distúrbios periódicos nessas frequências.

Porém, a partir de uma análise baseada no Lugar Geométrico das Raízes (LGR) (FLORES et al., 2011) é possível ver que o controlador repetitivo apresenta infinitos polos sobre o eixo imaginário, necessitando, assim, de um número infinito de zeros no semiplano esquerdo do plano  $s$  para a estabilização do sistema em malha fechada. Além disso, este controlador apresenta ganho infinito em altas frequências que podem amplificar ruídos ou excitar dinâmicas não modeladas, degradando desempenho ou instabilizando o sistema em malha fechada.

Com o intuito de lidar com esses problemas, um filtro passa-baixas de primeira ordem,

$$Q(s) = \frac{\omega_c}{s + \omega_c}, \quad (46)$$

foi incluído em série com o elemento de atraso na malha de realimentação positiva (HARA et al., 1988). Desse modo, a estrutura do controlador repetitivo resultante é apresentada na Fig. 16 e tem a seguinte função de transferência:

$$G_{rp}(s) = \frac{U_{rp}(s)}{E(s)} = \frac{1}{1 - Q(s)e^{-s\tau_0}} = \frac{1}{1 - \frac{\omega_c}{s + \omega_c}e^{-s\tau_0}}, \quad (47)$$

onde  $\omega_c$  é a frequência de corte do filtro passa-baixas. Assim, os polos do controlador são deslocados para o semiplano esquerdo do plano  $s$ , tornando o sistema em malha fechada com essa lei de controle estabilizável por métodos como realimentação estática de estados.

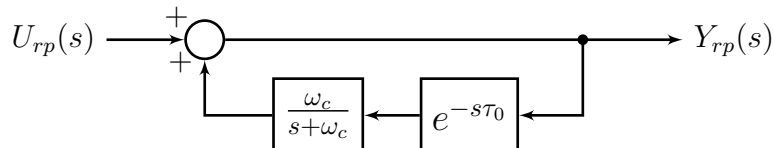


Figura 16: Diagrama em blocos do controlador repetitivo com filtro  $Q(s)$ .

Na Fig. 17 são apresentados os polos de  $G_{rp}(s)$  para três diferentes valores de  $\omega_c$ , onde o elemento de atraso foi expandido através da aproximação de Padé. Neste gráfico nota-se que quando  $\omega_c \rightarrow \infty$  os polos do controlador repetitivo estão exatamente sobre o eixo imaginário, nas frequências múltiplas inteiras de  $\omega_0$ . Também pode-se observar que quanto menor o valor de  $\omega_c$ , mais os polos se afastam do eixo imaginário, deixando de ser puramente imaginários.

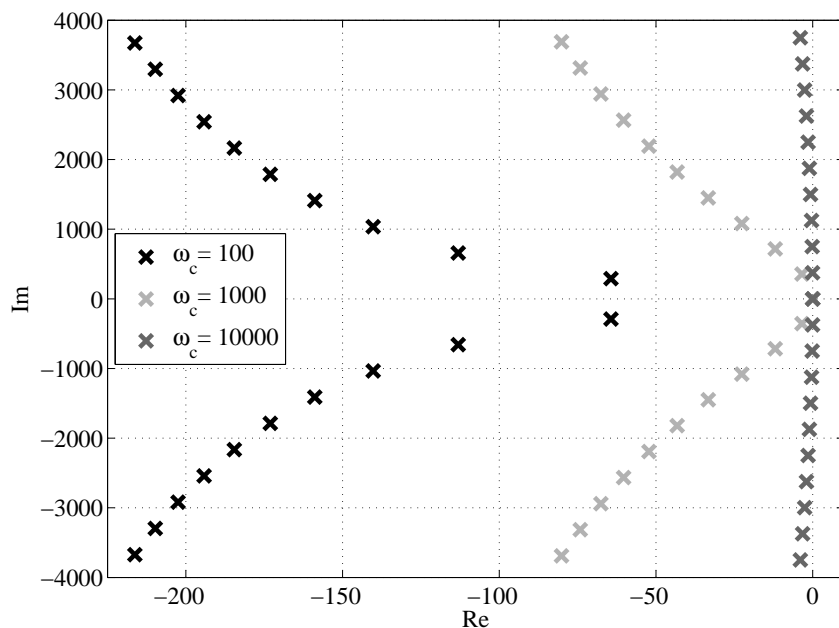


Figura 17: Diagrama de polos de  $G_{rp}(s)$  com  $\tau_0 = 1/60$  s.

Na Fig. 18 é apresentado o diagrama de Bode de  $G_{rp}(s)$  para três diferentes valores de  $\omega_c$ . Pode-se ver que o ganho nas frequências  $2\pi k/\tau_0$  rad/s é elevado mas não é infinito e que o mesmo diminui em altas frequências. Essa característica se reflete na perda de desempenho em regime permanente para o seguimento/rejeição, principalmente de sinais que contêm elevado conteúdo harmônico.

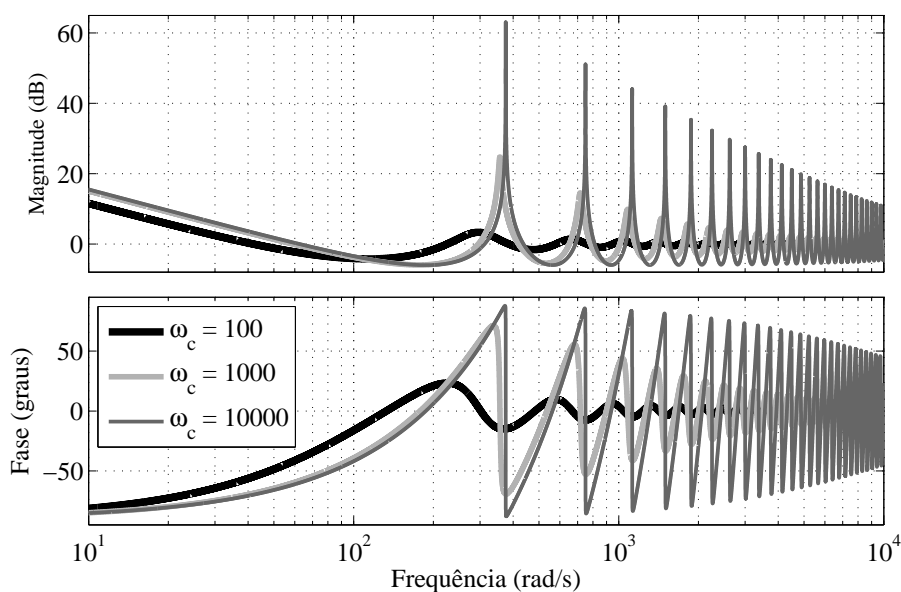


Figura 18: Diagrama de Bode de  $G_{rp}(s)$  com  $\tau_0 = 1/60$  s.

Conforme apresentado em (FLORES et al., 2011), a frequência de corte do filtro passa-baixas influi de forma significativa o desempenho do sistema com o controlador repetitivo. Quanto menor  $\omega_c$ , mais os polos se afastam do eixo imaginário, tornando o sistema mais rápido e com maior erro de seguimento. Porém, quanto maior  $\omega_c$ , mais perto do eixo imaginário estão os polos, deixando o sistema mais lento e com menor erro de seguimento. Deste modo, consegue-se ver que a escolha da frequência de corte do filtro passa-baixas desempenha um papel importante tanto no desempenho transitório quanto em regime permanente do sistema.

**Observação 1.** *Por terem magnitude elevada em uma determinada frequência mas que decai rapidamente para pequenas variações de frequência, os controladores ressonantes e repetitivos têm pouca robustez frente a variações da frequência do sinal de referência e/ou perturbação. Por esse motivo, um sistema em malha fechada com um controlador ressonante ou repetitivo perderá desempenho quando a frequência do sinal de referência ou rejeição do sinal de perturbação for diferente daquela utilizada no projeto do sistema de controle.*

Com a introdução do filtro passa-baixas uma das possíveis representações em espaço de estados para o controlador repetitivo apresentado em (47) é dada por (BONAN et al., 2011):

$$\begin{cases} \dot{x}_{rp}(t) = A_{rp} x_{rp}(t) + A_{d_{rp}} x_{rp}(t - \tau_0) + B_{d_{rp}} u_{rp}(t - \tau_0) \\ y_{rp}(t) = C_{rp} x_{rp}(t) + D_{rp} u_{rp}(t) \end{cases} \quad (48)$$

onde  $x_{rp}(t) \in \mathbb{R}$  é o estado do controlador repetitivo,  $u_{rp}(t)$  e  $y_{rp}(t)$ , são, respectivamente os sinais de entrada e saída do controlador e

$$A_{rp} = -\omega_c, \quad A_{d_{rp}} = \omega_c, \quad B_{d_{rp}} = \omega_c, \quad C_{rp} = 1, \quad D_{rp} = 1. \quad (49)$$

### 3.3.3.1 Sistema em malha fechada

Definindo o vetor de estados aumentado  $x(t) = [x'_p(t) \ x_{rp}(t)]' \in \mathbb{R}^3$  e  $u_{rp}(t) = e(t)$ , o sistema aumentado que considera a união da planta, (13), com o controlador repetitivo, (48), é dado por:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(Y_0(t)) x(t) + A_d x(t - \tau_0) + B u(t) + B_q q(t) \\ y(t) = C x(t) \end{cases} \quad (50)$$

onde  $q(t) = [r(t - \tau_0) \ i_d(t)]' \in \mathbb{R}^2$  e as matrizes que compõem o sistema aumentado são:

$$\begin{aligned} A(Y_0(t)) &= \begin{bmatrix} A_p(Y_0(t)) & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 2} & A_{rp} \end{bmatrix}, \quad A_d = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 1} & 0_{1 \times 1} \\ -B_{d_{rp}} C_p & A_{d_{rp}} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} B_p \\ 0_{1 \times 1} \end{bmatrix}, \\ B_q &= \begin{bmatrix} 0_{2 \times 2} & B_{d_p} \\ B_{d_{rp}} & 0_{1 \times 1} \end{bmatrix}, \quad C = [C_p \ 0_{1 \times 1}] \end{aligned}$$

Para que o sistema (50) seja estável em malha fechada define-se a lei de controle  $u(t) = k_1 i(t) + k_2 e(t) + k_3 y_{rp}(t)$ , que pode ser reescrita como:

$$u(t) = K x(t) + (k_2 + k_3 D_{rp}) r(t) \quad (51)$$

onde  $K = [k_1 \ -(k_2 + k_3 D_{rp}) \ k_3 C_{rp}] \in \mathbb{R}^{1 \times 3}$ .

Aplicando (51) em (50), o seguinte sistema em malha fechada é obtido:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= (A(Y_0(t)) + BK) x(t) + A_d x(t - \tau_0) + B_h h(t) \\ y(t) &= C x(t) \end{aligned} \quad (52)$$

com  $h(t) = [r(t) \ r(t - \tau_0) \ i_d(t)]' \in \mathbb{R}^3$  e

$$B_h = \begin{bmatrix} (k_2 + k_3)B_p & 0_{2 \times 1} & B_q \\ 0_{1 \times 1} & B_{drp} & 0_{1 \times 1} \end{bmatrix}$$

Na Fig. 19 é apresentado o diagrama em blocos do sistema em malha fechada utilizando o controlador repetitivo, com os quais define-se a função de transferência  $G_{con}(s)$ , dada por:

$$G_{con}(s) = \frac{U_e(s)}{E(s)} = k_2 + \frac{k_3}{1 - \frac{\omega_c}{s + \omega_c} e^{-s\tau_0}}, \quad (53)$$

onde  $E(s)$  é o sinal de erro e  $U_e(s)$ , como pode ser visto neste diagrama, é a parte do sinal de controle,  $U(s)$ .

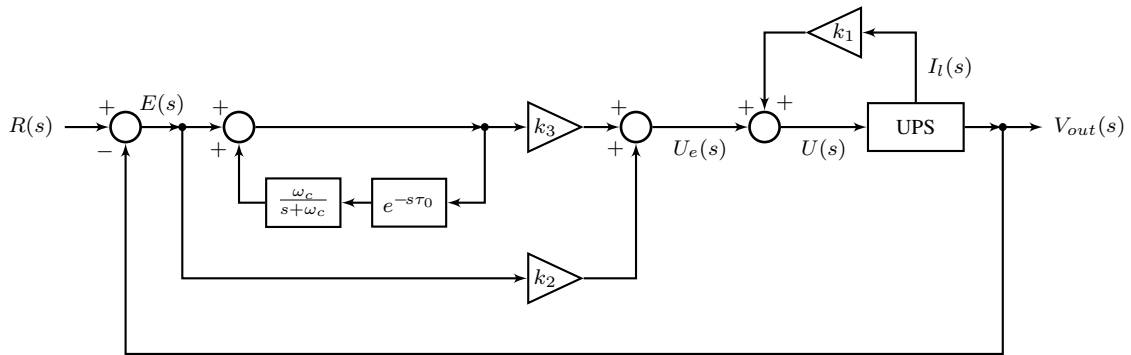


Figura 19: Diagrama em blocos do sistema em malha fechada utilizando o controlador repetitivo.

### 3.3.3.2 Projeto dos ganhos de realimentação

Em (YAMAMOTO; HARA, 1988) é demonstrado que, para sistemas de dimensão infinita, é suficiente provar a estabilidade entrada-estado do sistema em malha fechada para assegurar sua estabilidade entrada-saída. Assim, para fins de estabilização  $h(t)$  pode ser desconsiderado e (52) torna-se:

$$\dot{x}(t) = (A(Y_0(t)) + BK) x(t) + A_d x(t - \tau_0) \quad (54)$$

A descrição do sistema em espaço de estados aumentado considerando a união da planta com o controlador repetitivo normalmente é realizada através da modelagem limitada em norma, vide (BONAN et al., 2011), (DOH; CHUNG, 2003). Porém, neste trabalho será utilizada a modelagem politópica, seguindo a formulação aplicada ao controlador ressonante-repetitivo apresentada em (SALTON et al., 2013).

Para o projeto dos ganhos de realimentação, este artigo apresenta restrições em forma de *LMIs* que asseguram a estabilidade robusta entrada-estado enquanto garantem o critério de desempenho transitório dado pela taxa de decaimento exponencial  $\alpha$  para a norma da trajetória dos estados,

$$\|x(t)\| \leq \beta \|\phi\|_{\tau_0} e^{-\alpha t}, \quad (55)$$

onde  $\beta$  é uma constante positiva e

$$\|\phi\|_{\tau_0} := \sup_{t \in [-\tau_0, 0]} \|\phi(t)\|, \quad (56)$$

com  $\phi(t)$  sendo a função inicial que descreve o comportamento de  $x(t)$  no intervalo de  $[-\tau_0, 0]$ .

Além disso, (SALTON et al., 2013) utiliza a mesma métrica de desempenho transitório definida em (39) e apresenta e prova o Teorema 8, aqui adaptado para o projeto dos ganhos com o controlador repetitivo.

**Teorema 8.** *Suponha  $\omega_c$  e  $\alpha$  escalares positivos definidos a priori. Caso existam matrizes simétricas positiva definidas  $W, S \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ , uma matriz  $Y \in \mathbb{R}^{1 \times 3}$  e um escalar positivo  $\lambda$  satisfazendo as seguintes inequações:*

$$\begin{bmatrix} \text{He}(A(Y_{min})W + BY) + S + 2\alpha W & e^{\alpha\tau_0}A_dW & WC'_z + Y'D'_z \\ * & -S & 0 \\ * & * & -\lambda I_{n_z} \end{bmatrix} < 0, \quad (57)$$

$$\begin{bmatrix} \text{He}(A(Y_{max})W + BY) + S + 2\alpha W & e^{\alpha\tau_0}A_dW & WC'_z + Y'D'_z \\ * & -S & 0 \\ * & * & -\lambda I_{n_z} \end{bmatrix} < 0,$$

então o sistema em malha fechada (54) com  $K = YW^{-1}$  é assintoticamente estável  $\forall Y_{min} \leq Y_0(t) \leq Y_{max}$  e a função custo apresentada em (39) satisfaz  $\|z(t)\|_2^2 \leq \lambda V(0)$ , com

$$V(0) = x(0)'W^{-1}x(0) + \int_{-\tau_0}^0 x(\theta)'W^{-1}SW^{-1}x(\theta)d\theta.$$

Com o intuito de se obter os ganhos de realimentação para o sistema com o controlador repetitivo, propõe-se o seguinte problema de otimização convexa:

$$\min_{W, S, Y, \lambda} \lambda \text{ sujeito a (57)} \quad (58)$$

Neste caso, para dados  $\alpha$  e  $\omega_c$ , deseja-se obter um bom compromisso entre erro de seguimento, *THD* e resposta transitória da saída do sistema, com a minimização da função custo (39).

Se existir solução para este problema de otimização, então pode-se determinar os ganhos de realimentação utilizando as matrizes  $W$  e  $Y$  conforme segue:

$$K = YW^{-1} = [K_1 \ K_2 \ K_3], \quad k_1 = K_1, \quad k_2 = -K_2 - K_3 \frac{D_{rp}}{C_{rp}}, \quad k_3 = \frac{K_3}{C_{rp}},$$

lembrando que  $C_{rp}$  e  $D_{rp}$  são escalares.

A escolha dos parâmetros  $\alpha$  e  $\omega_c$  depende das características desejadas para o sistema em malha fechada. Conforme mencionado anteriormente, a taxa de decaimento exponencial  $\alpha$  define o quão rápido os estados convergem para o estado de equilíbrio, e a frequência  $\omega_c$  está diretamente ligada ao erro de regime permanente e a resposta transitória para um dado  $\tau_0$ .

Os controladores repetitivos são largamente utilizados no controle de *UPS*, como pode ser visto em (ZHANG et al., 2003), (ESCOBAR et al., 2008), (JIANG et al., 2012), (CHEN; ZHANG; QIAN, 2013), (ZHANG; ZHOU; WANG, 2014), (LU et al., 2014)

e em suas referências. Além destes trabalhos, em (ESCOBAR et al., 2007) a estrutura tradicional do controlador repetitivo é alterada de modo que apenas as harmônicas ímpares da fundamental sejam compensadas. Já em (ZHOU et al., 2009) são utilizados dois controladores repetitivos em paralelo para compensar as harmônicas pares e ímpares.

Como exemplos de aplicação dos controladores repetitivos discretos no controle de *UPS* podem ser citados entre outros trabalhos: (MICHELS; GRUNDLING, 2005); (RECH et al., 2003), onde é realizada uma comparação entre diferentes implementações digitais deste controlador; (MONTAGNER; CARATI; GRUNDLING, 2003) utiliza a combinação de um regulador quadrático linear digital com um controlador repetitivo, com a qual são garantidas boas margens de estabilidade e redução de erros gerados por perturbações periódicas.

Em (BONAN et al., 2011) um controlador repetitivo foi aplicado no controle de um inversor de tensão monofásico comercial. Como resultado experimental com carga não-linear foi obtida a *THD* da tensão de saída igual à 5,3%, o que comprova a característica do controlador repetitivo em rejeitar perturbações periódicas, ao custo de apresentar variação na tensão *RMS* de saída nas condições a vazio e com carga.

**Observação 2.** *Além do compromisso entre desempenho transitório e em regime gerado pela escolha de  $\omega_c$  no desempenho do sistema com o controlador repetitivo, em (FLORES; SALTON; CASTRO, 2015) é reportado o problema do efeito colchão d'água (waterbed effect, em inglês). Este efeito observa que o aumento de  $\omega_c$  leva ao aumento da magnitude na faixa de frequências próximas à frequência fundamental e suas múltiplas inteiras, mas também ocasiona a amplificação de perturbações ou ruídos em frequências intermediárias, o que pode degradar o desempenho do sistema.*

### 3.4 Comentários finais

Neste capítulo, inicialmente foi realizada uma pequena revisão dos conceitos matemáticos relativos ao projeto de controladores robustos. Na sequência foi abordado o problema do seguimento e rejeição de sinais periódicos através do PMI, com a apresentação dos controladores ressonante e repetitivo aplicados no controle de um inversor, o qual representa o estágio de saída de uma *UPS*. Para cada um destes controladores foram obtidas equações do sistema em malha fechada visando o projeto robusto dos ganhos de realimentação.

Além disso, foi apontado que o controlador ressonante com apenas um modo sintonizado na frequência fundamental aplicado no controle de *UPS*, nas condições a vazio e com carga linear, mantém a tensão *RMS* de saída igual ao valor da referência, mas com carga não-linear a tensão de saída apresenta alta *THD*. Já o controlador repetitivo, quando utilizado no controle de *UPS*, proporciona baixa *THD* da tensão de saída com carga não-linear, porém gera variações na tensão *RMS* de saída nas condições a vazio e com carga linear.

Com isso, no próximo capítulo serão estudadas metodologias de correções na função de transferência do controlador repetitivo com o intuito de reduzir o erro de seguimento apresentado pelo sistema com o controlador repetitivo e conseqüentemente diminuir as variações da tensão *RMS* de saída da *UPS*. Como os controladores ressonante e repetitivo possuem características complementares em (SALTON et al., 2013) é proposta a topologia híbrida que une os controladores, conforme será detalhado no Capítulo 5.

## 4 CONTROLADOR REPETITIVO

Neste capítulo serão estudadas metodologias de correções na função de transferência do controlador repetitivo com o intuito de melhorar o desempenho no seguimento de um sinal de referência. Inicialmente serão abordadas as causas do erro de seguimento quando utilizado um controlador repetitivo em um sistema em malha fechada. Após, serão apresentadas as metodologias de correções propostas na literatura para reduzir esse problema. Ao fim, resultados de simulação dos exemplos numéricos serão apresentados para avaliar o desempenho do sistema utilizando o controlador repetitivo sem e com as correções.

### 4.1 Problema de erro de seguimento associado ao filtro passa-baixas

No capítulo anterior, a análise via PMI mostrou, que para o seguimento com erro nulo de um sinal senoidal com frequência  $\omega_0$ , a função de transferência do controlador deve apresentar magnitude infinita nessa frequência. Também foi verificado que, com a inclusão do filtro passa-baixas em série com o elemento de atraso, a função de transferência do controlador repetitivo deixa de exibir magnitude infinita em  $\omega_0 = 2\pi/\tau_0$  e em suas frequências múltiplas inteiras. Fato que, quando fechada a malha de controle, ocasiona o erro de seguimento de um sinal de referência com frequência fundamental  $\omega_0$ .

Para efetuar uma análise mais clara da influência deste filtro na resposta em frequência deste controlador, na Tabela 4 são apresentadas a frequência e a magnitude do maior pico de ressonância com  $\tau_0 = 1/60$  s para diferentes valores de  $\omega_c$ . O caso ideal, maior pico de ressonância em  $\omega_0 = 2\pi 60 \approx 376,99$  rad/s possuindo magnitude infinita, acontece apenas com  $\omega_c \rightarrow \infty$ , nos demais casos o maior pico de ressonância está em uma frequência menor que a ideal e apresenta magnitude finita.

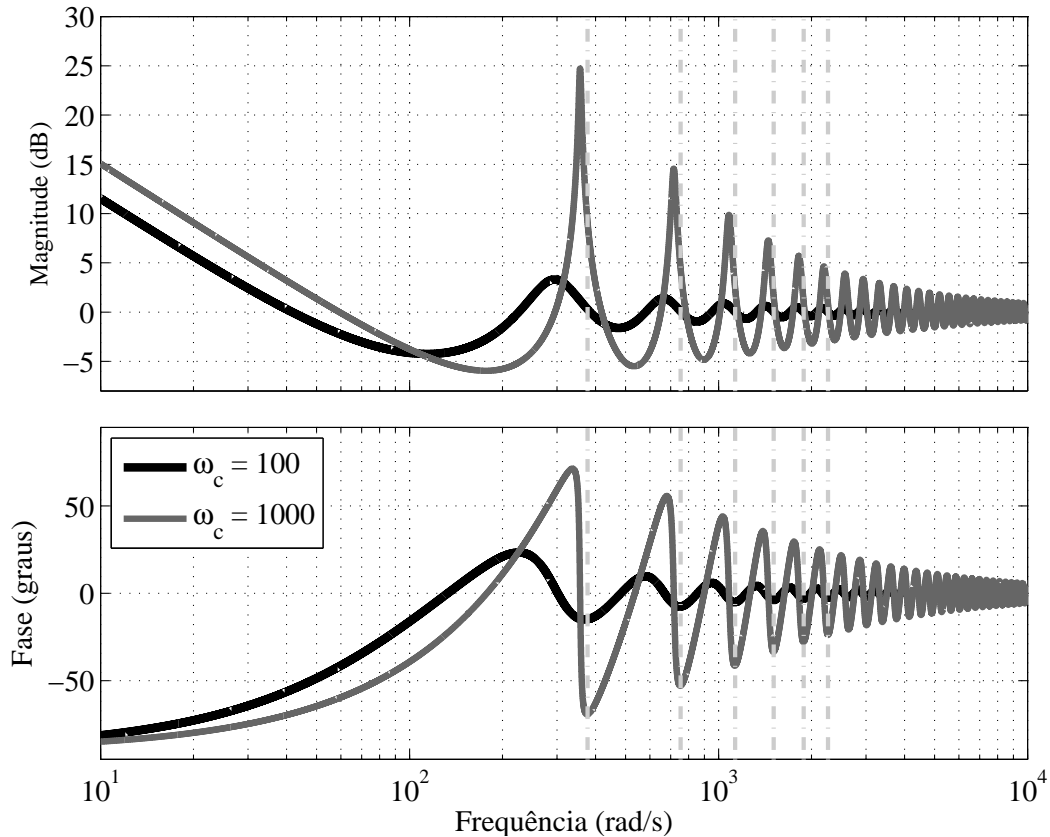
Essas duas características são exemplificadas de forma gráfica na Fig. 20, onde são apresentados dois diagramas de Bode de  $G_{rp}(j\omega)$  para dois valores diferentes de frequência de corte,  $\omega_c = 100$  e  $1000$  rad/s. Neste mesmo diagrama também são destacadas as seis primeiras frequências múltiplas inteiras de  $\omega_0 = 2\pi 60$  rad/s através de linhas cinza-claras tracejadas.

Assim, pode-se listar dois fatores que tornam finita a magnitude em  $\omega_0$ :

- todos picos de ressonância são deslocados para frequências menores à medida que diminui-se  $\omega_c$ ;
- o efeito do próprio filtro reduzir a magnitude dos picos de ressonância à medida que diminui-se  $\omega_c$ ;

Tabela 4: Frequência e magnitude do maior pico de ressonância de  $G_{rp}(j\omega)$ .

Parâmetro	$\omega_c$ [rad/s]					
	10	100	1000	10000	100000	$\infty$
$\omega_{pico}$ [rad/s]	272,52	295,38	356,39	374,74	376,76	376,99
$ G_{rp}(j\omega_{pico}) $ [dB]	0,32	3,32	24,73	63,08	102,89	$\infty$

Figura 20: Diagrama de Bode de  $G_{rp}(s)$  com  $\tau_0 = 1/60$  s.

Com isso, nas próximas seções são apresentadas as metodologias de correção encontradas na literatura para reduzir o erro de seguimento gerado por  $Q(j\omega)$ . A primeira delas foi apresentada em (WEISS; HÄFELE, 1999). Já as outras são propostas em (CASTRO, 2015) e exploram os dois fatores listados anteriormente.

## 4.2 Correção 1

Em (WEISS; HÄFELE, 1999) é proposta uma forma de calcular uma correção no atraso do controlador repetitivo com o intuito de reduzir os efeitos negativos de  $Q(j\omega)$  no desempenho do seguimento da referência. Para tal, os autores assumem que os sinais a serem seguidos e/ou rejeitados são periódicos com período  $\tau_0$ , ou seja, possuem componentes nas frequências  $k\omega_0 = 2\pi k/\tau_0, \forall k \in \mathbb{Z}$ .

Assumindo que a largura de banda desejada para o sistema em malha fechada é dada por  $\omega_u$ , a ideia deste método é posicionar os polos de (47) o mais perto possível do caso ideal,  $jk\omega_0$ , para  $|\omega| < \omega_u$ .



Com isso, são definidos o atraso corrigido,  $\hat{\tau}_0$ , e o filtro,  $Q_1(j\omega)$ , sendo determinados de modo que

$$Q(j\omega)e^{-j\omega\hat{\tau}_0} = Q_1(j\omega)e^{-j\omega\tau_0} \quad (59)$$

seja verificado para  $|Q_1(j\omega)| \approx 1$  para  $|\omega| < \omega_u$ . Note que  $Q_1(j\omega)$  pode ser reescrito em função de  $\tau_0$ ,  $\hat{\tau}_0$  e  $Q(j\omega)$  como segue,

$$Q_1(j\omega) = Q(j\omega)e^{-j\omega(\hat{\tau}_0 - \tau_0)} \quad (60)$$

Calculando a expansão de Taylor de (60) obtém-se:

$$Q_1(j\omega) = 1 - j\omega\left(\hat{\tau}_0 - \tau_0 + \frac{1}{\omega_c}\right) + \mathcal{O}(|j\omega|^2), \quad (61)$$

onde  $\mathcal{O}(|j\omega|^2)$  representa os termos de ordem elevada.

Agora considerando  $\mathcal{O}(|j\omega|^2) \approx 0$ , para assegurar  $|Q_1(j\omega)| \approx 1$  na faixa de frequência  $|\omega| < \omega_u$ , é suficiente considerar o atraso corrigido

$$\hat{\tau}_0 = \tau_0 - \frac{1}{\omega_c}. \quad (62)$$

A partir de (62) a equação original do controlador repetitivo (47) pode ser reescrita em função de um dado  $\omega_c$  e do valor calculado para  $\hat{\tau}_0$ :

$$G_{r\hat{p}}(s) = \frac{1}{1 - \frac{\omega_c}{s + \omega_c} e^{-s\hat{\tau}_0}}. \quad (63)$$

Na sequência deste trabalho (62) será denominada de correção 1, e seu impacto no desempenho do seguimento da referência tem sido reportado, por exemplo, em (HORNIK; ZHONG, 2011), (SRIART et al., 2014), (MING; ZHONG, 2015).

### 4.3 Correções 2 e 3

Com o intuito de reduzir o erro de regime permanente, em (CASTRO, 2015) são propostas duas correções na função de transferência do controlador repetitivo (47):

- de forma semelhante ao que é realizado na correção anterior, a primeira altera o valor do atraso tal que o maior pico de ressonância ocorra efetivamente em  $\omega_0$ ;
- sendo complementar a primeira, a segunda modifica o ganho do filtro  $Q(j\omega)$ , fazendo com que o pico de ressonância já posicionado em  $\omega_0$  apresente magnitude infinita.

Nessas correções considera-se o seguimento e/ou rejeição de um sinal senoidal com frequência  $\omega_0$  com a utilização de (47). Assim, pelas condições exigidas pelo PMI é necessário que

$$1 - Q(j\omega_0)e^{-j\omega_0\hat{\tau}_0} = 0, \quad (64)$$

onde  $\hat{\tau}_0$  é o atraso corrigido. Através de (64) chega-se às seguintes equações:

$$\angle Q(j\omega_0)e^{-j\omega_0\hat{\tau}_0} = -2\pi, \quad (65)$$

$$|Q(j\omega_0)e^{-j\omega_0\hat{\tau}_0}| = 1. \quad (66)$$

### 4.3.1 Correção 2

A correção no atraso, chamada de correção 2 no decorrer deste trabalho, é obtida substituindo (46) em (65) e através do cálculo do argumento nessa última equação, o que leva a obtenção de

$$-\arctg\left(\frac{\omega_0}{\omega_c}\right) - \omega_0\hat{\tau}_0 = -2\pi.$$

Rearranjando a equação anterior é obtido o atraso corrigido:

$$\hat{\tau}_0 = -\frac{1}{\omega_0}\left(\arctg\left(\frac{\omega_0}{\omega_c}\right) - 2\pi\right). \quad (67)$$

Na Fig. 21 são ilustrados os diagramas de Bode das funções de transferência do controlador repetitivo sem correção (47) (linha preta), e deste controlador com as correções 1 (linha cinza-clara) e 2 (linha cinza). Neste gráfico utilizou-se  $\omega_0 = 2\pi 60$  rad/s e  $\omega_c = 500$  rad/s, com os quais foram obtidos o atraso corrigido conforme a correção 1,  $\hat{\tau}_0 \approx 0,01467$  s, e com a correção 2,  $\hat{\tau}_0 \approx 0,01495$  s. Atrasos que são menores do que o utilizado na função de transferência do controlador repetitivo sem correção,  $\tau_0 \approx 0,01667$  s.

Para esse valor de  $\omega_c$ , as correções no atraso fornecem resultados muito próximos. Nos dois casos, os picos de ressonância foram deslocados para frequências maiores e isto fez com que aquele de maior amplitude fosse deslocado para  $\omega_0$ , aumentando a magnitude nessa frequência de aproximadamente 5 para 14 dB quando comparados com a situação sem correção.

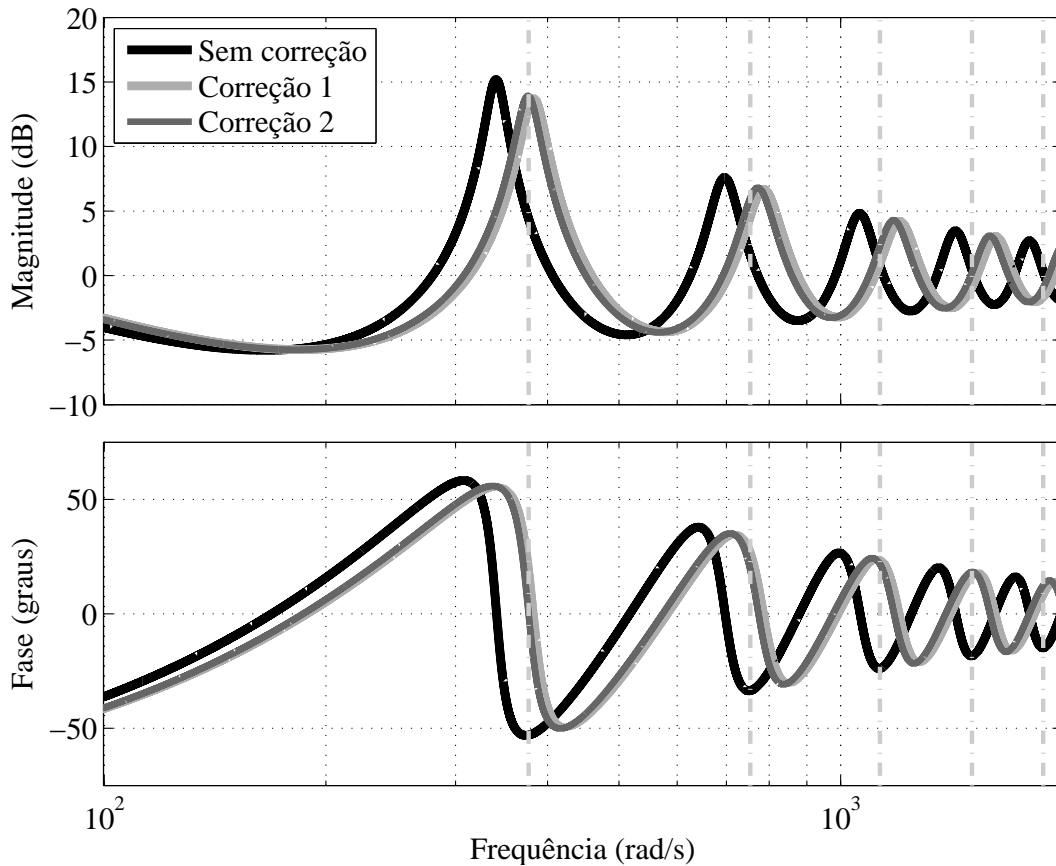


Figura 21: Diagrama de Bode de  $G_{rp}(s)$  e  $G_{rp}(s)$  com  $\omega_0 = 2\pi 60$  rad/s e  $\omega_c = 500$  rad/s.

Na Fig. 22 são apresentados os diagramas de polos da função de transferência do controlador repetitivo sem correção e com as correções no atraso para  $\omega_0 = 2\pi 60$  rad/s e  $\omega_c = 500$  rad/s. Por meio desta figura pode-se ver que o polo na origem não teve sua posição alterada e o posicionamento dos polos das duas correções tem comportamento semelhante para  $\omega \rightarrow \omega_0$  mas difere-se significativamente para  $\omega \gg \omega_0$ .

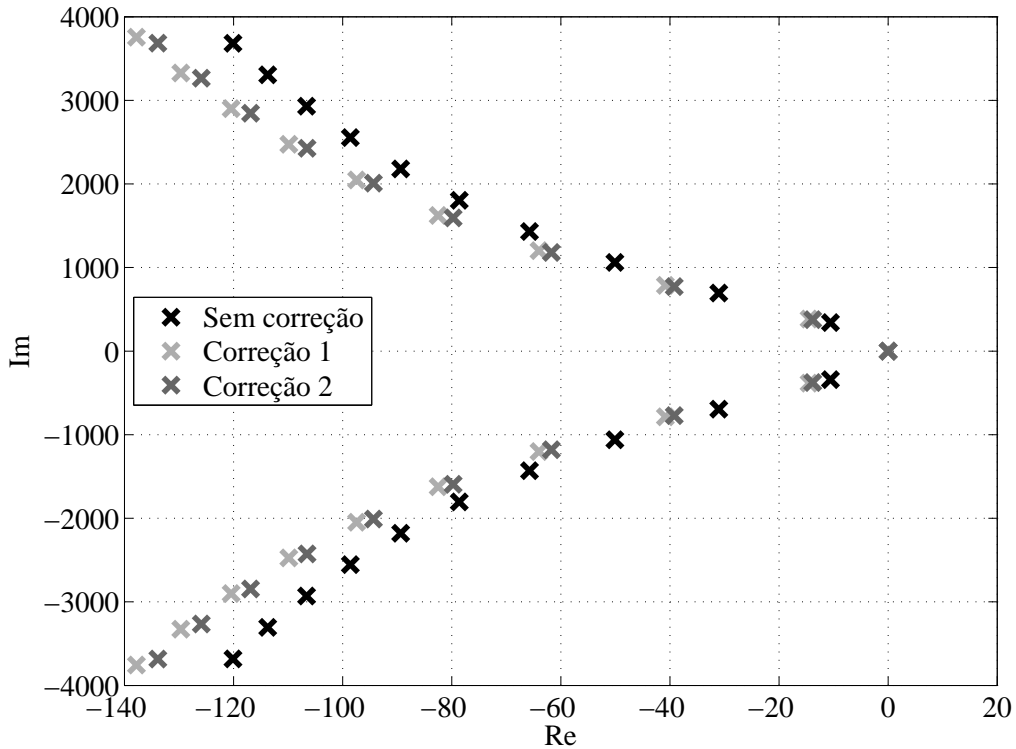


Figura 22: Diagrama de polos de  $G_{rp}(s)$  e  $G_{r\hat{p}}(s)$  com  $\omega_0 = 2\pi 60$  rad/s e  $\omega_c = 500$  rad/s.

Uma das vantagens da correção 2 é que esta mantém o pico de ressonância com a maior amplitude em  $\omega_0$ , independentemente do valor de  $\omega_c$ , ao contrário da correção 1, na qual, a medida que diminui-se o valor de  $\omega_c$  o maior pico de ressonância é deslocado para frequências maiores que  $\omega_0$ . Este fato é ilustrado na Fig. 23, onde apresenta-se os diagramas de Bode para  $\omega_0 = 2\pi 60$  rad/s e  $\omega_c = 200$  rad/s. Com esses valores, foram obtidos os atrasos e magnitudes em  $\omega_0$ :  $\hat{\tau}_0 \approx 0,01167$  s e 2,5 dB com a correção 1; e  $\hat{\tau}_0 \approx 0,01379$  s, 5,5 dB com a correção 2.

### 4.3.2 Correção 3

Como dito anteriormente, a correção na magnitude do filtro  $Q(j\omega)$  é complementar à correção 2 e é calculada de modo que o pico de ressonância já posicionado em  $\omega_0$  tenha magnitude infinita. Esta correção é realizada multiplicando o filtro  $Q(j\omega)$ , apresentado em (46), por um ganho  $k_c$ , o que resulta em

$$Q(j\omega) = \frac{k_c \omega_c}{(j\omega + \omega_c)}. \quad (68)$$

Assim, a função de transferência do controlador repetitivo (47) com a correção 2 e a correção na magnitude do filtro, chamadas de correção 3 na sequência do trabalho, pode ser reescrita como:

$$G_{r\hat{p}}(s) = \frac{1}{1 - \frac{k_c \omega_c}{s + \omega_c} e^{-s\hat{\tau}_0}}. \quad (69)$$

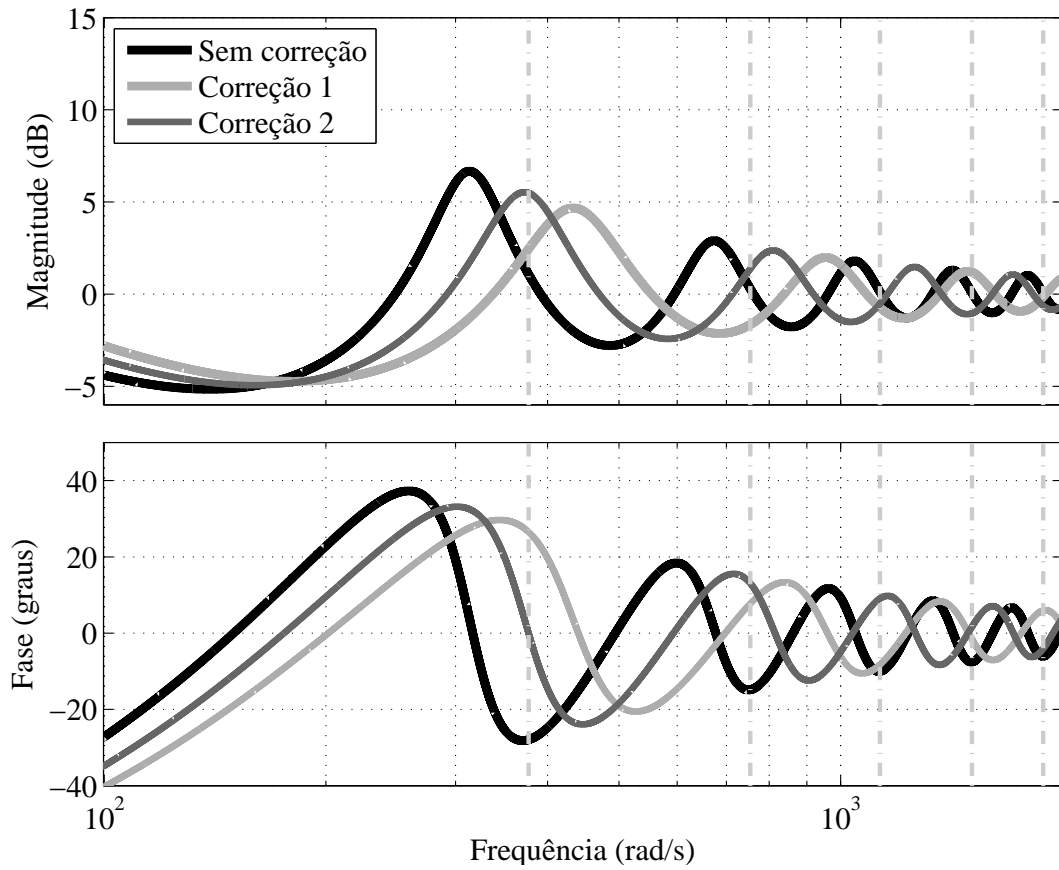


Figura 23: Diagrama de Bode de  $G_{rp}(s)$  e  $G_{r\hat{p}}(s)$  com  $\omega_0 = 2\pi 60$  rad/s e  $\omega_c = 200$  rad/s.

Para que o denominador de (69) seja zero em  $\omega_0$  deve-se ter:

$$\left| \frac{k_c \omega_c}{j\omega_0 + \omega_c} e^{-j\omega_0 \hat{\tau}_0} \right| = 1,$$

tal que,

$$\frac{k_c \omega_c}{\sqrt{\omega_0^2 + \omega_c^2}} = 1.$$

Assim, para dados  $\omega_0$  e  $\omega_c$ , o ganho da correção na magnitude,  $k_c$ , é calculado por:

$$k_c = \frac{1}{\omega_c} \sqrt{\omega_0^2 + \omega_c^2}. \quad (70)$$

**Observação 3.** *Devido ao atraso corrigido  $\hat{\tau}_0$  e à introdução do ganho  $k_c$ , uma das possíveis representações em espaço de estados para a função de transferência do controlador repetitivo com a correção 3, apresentada em (69), é dada por:*

$$\begin{cases} \dot{x}_{rp}(t) = A_{rp} x_{rp}(t) + A_{d_{rp}} x_{rp}(t - \hat{\tau}_0) + B_{d_{rp}} u_{rp}(t - \hat{\tau}_0) \\ y_{rp}(t) = C_{rp} x_{rp}(t) + D_{rp} u_{rp}(t) \end{cases}$$

onde  $x_{rp}(t) \in \mathbb{R}$  é o estado do controlador repetitivo,  $u_{rp}(t)$  e  $y_{rp}(t)$ , são, respectivamente os sinais de entrada e saída do controlador e

$$A_{rp} = -\omega_c, \quad A_{d_{rp}} = k_c \omega_c, \quad B_{d_{rp}} = k_c \omega_c, \quad C_{rp} = 1, \quad D_{rp} = 1.$$

Da mesma forma que foi realizado anteriormente, na Fig. 24 são apresentados os diagramas de Bode das funções de transferência do controlador repetitivo sem correção (47) (linha preta) e com a correção 3 (linha cinza). Neste gráfico utilizou-se  $\omega_0 = 2\pi 60$  rad/s e  $\omega_c = 500$  rad/s, com os quais foram obtidas a correção na magnitude,  $k_c \approx 1,25239$ , e o atraso corrigido  $\hat{\tau}_0 \approx 0,01495$  s, já calculado anteriormente.

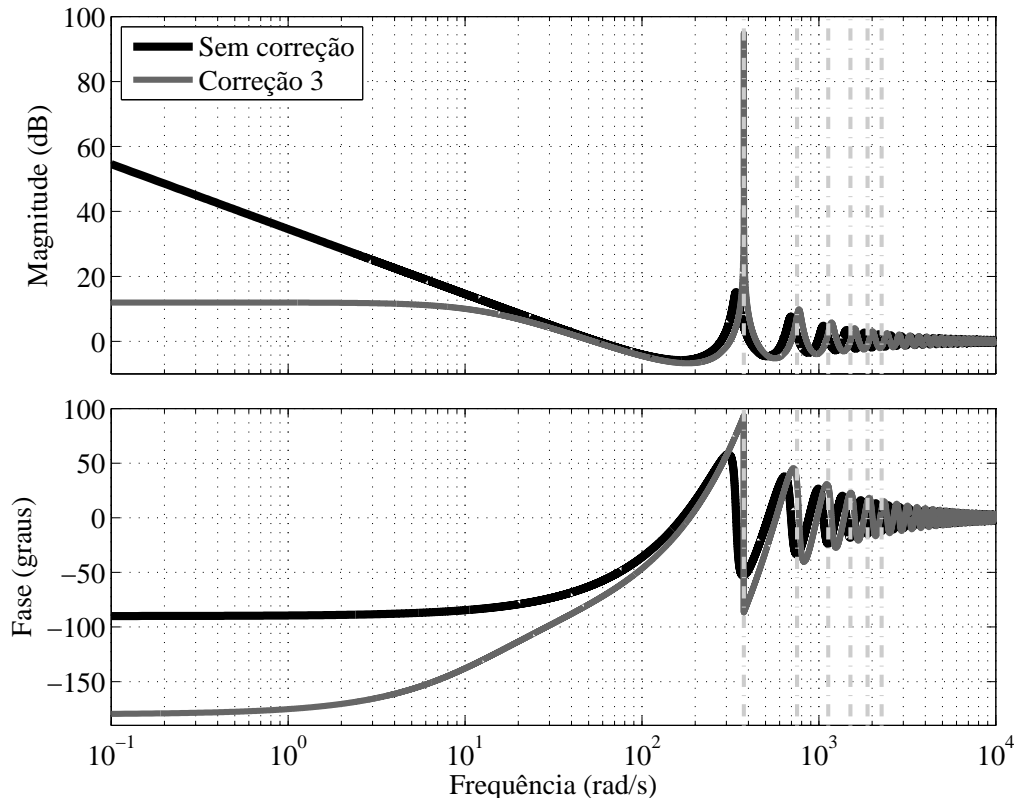


Figura 24: Diagrama de Bode de  $G_{rp}(s)$  e  $G_{r\hat{p}}(s)$  para  $\omega_0 = 2\pi 60$  rad/s e  $\omega_c = 500$  rad/s.

Na Fig. 25 é realizada a comparação entre as respostas em frequência do controlador repetitivo sem correção (linha preta), com a correção 1 (linha cinza clara) e a correção 3 (linha cinza). Fica evidente que a correção 3 corrige o ganho na frequência fundamental, fazendo com que o pico de ressonância em  $\omega_0$  tenha magnitude infinita, o que garante seguimento com erro nulo e a completa rejeição de um sinal senoidal com essa frequência em um sistema estável em malha fechada. Uma outra consequência dessa correção é que todos os outros picos de ressonância são deslocados para a direita e têm suas amplitudes aumentadas, resultando em magnitudes maiores nas frequências de interesse, quando comparado com a resposta em frequência do controlador repetitivo sem correção e com a correção 1.

Na Fig. 26 é apresentado o diagrama de polos das funções de transferência (47), (63) e (69), nas cores preto, cinza-claro e cinza, respectivamente; para os mesmos valores  $\omega_0 = 2\pi 60$  rad/s e  $\omega_c = 500$  rad/s considerados nos diagramas de Bode das Figs. 24 e 25. Pode-se ver que os polos do controlador repetitivo com a correção 3 são deslocados para a direita, fazendo com que o par de polos correspondente à frequência fundamental fiquem exatamente sobre o eixo imaginário, em  $\pm j\omega_0$ , e o polo da origem seja deslocado para o semiplano direito do plano complexo. Apesar deste polo do controlador no semiplano direito, é importante lembrar que o PMI só é verificado se o sistema em malha fechada for estável, o que acaba viabilizando a utilização deste controlador.

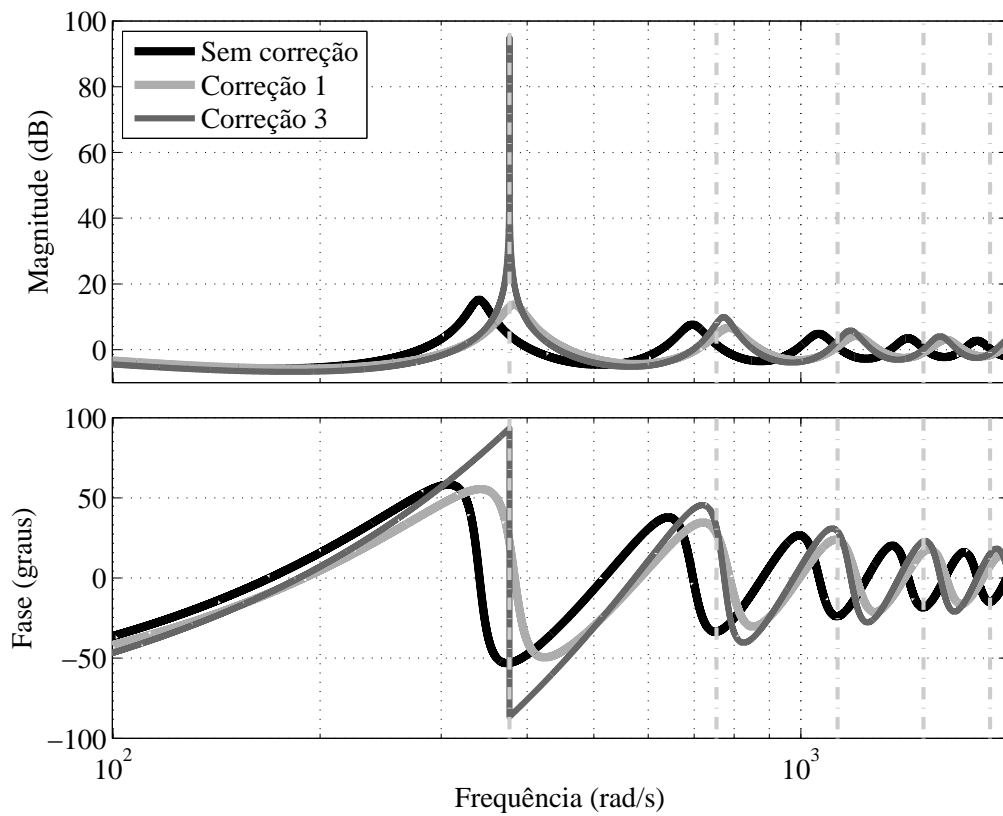


Figura 25: Diagrama de Bode de  $G_{rp}(s)$  e  $G_{r\hat{p}}(s)$  para  $\omega_0 = 2\pi 60$  rad/s e  $\omega_c = 500$  rad/s.

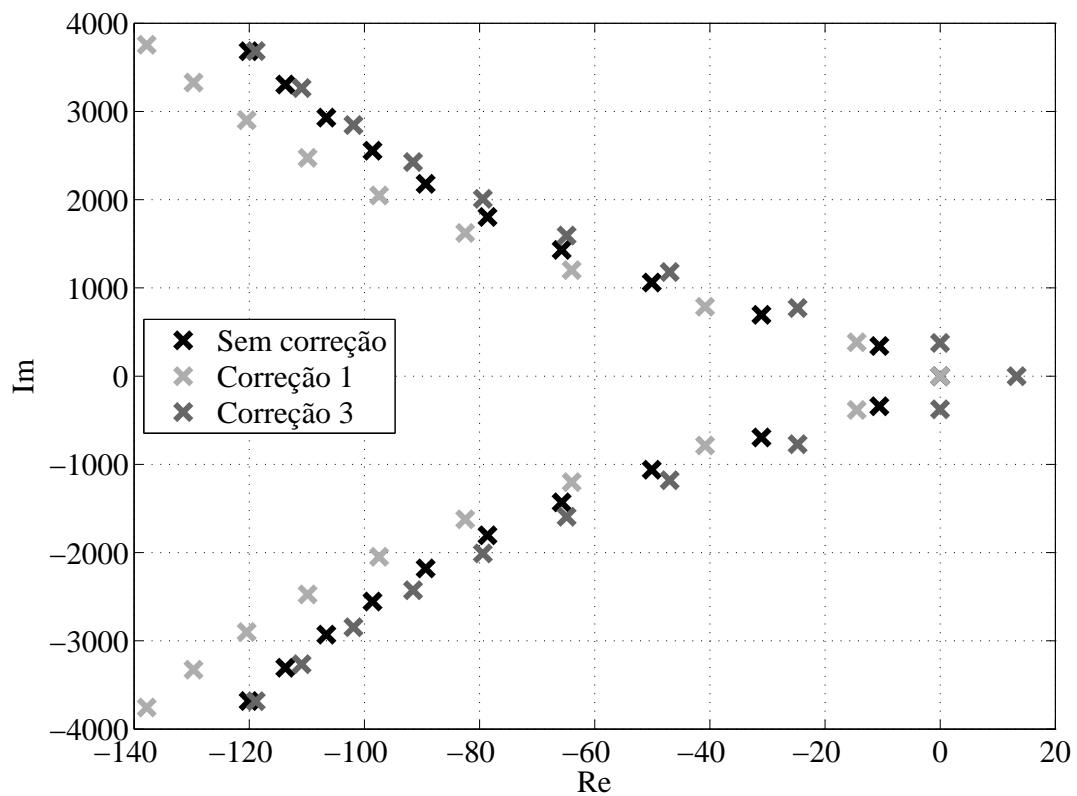


Figura 26: Diagrama de polos de  $G_{rp}(s)$  e  $G_{r\hat{p}}(s)$  com  $\omega_0 = 2\pi 60$  rad/s e  $\omega_c = 500$  rad/s.

## 4.4 Exemplos numéricos

Nesta seção serão apresentados resultados numéricos obtidos através do processo de co-simulação Matlab/Simulink-PSIM conforme descrição realizada na Seção 2.4. Nos exemplos numéricos foram utilizados os parâmetros do sistema apresentados na Tabela 2, com os quais foram obtidos os valores numéricos das matrizes da planta que complementam o espaço de estados (13) são dadas por:

$$A_p(Y_{min}) = \begin{bmatrix} -15 & -1000 \\ 3333,33 & 0,00 \end{bmatrix}, \quad A_p(Y_{max}) = \begin{bmatrix} -15 & -1000 \\ 3333,33 & -506,34 \end{bmatrix},$$

$$B_p = \begin{bmatrix} 1000 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_{d_p} = \begin{bmatrix} 0 \\ -3333,33 \end{bmatrix}, \quad C_p = [0 \quad 1].$$

Nestes exemplos foi utilizado um sinal de referência com frequência  $\omega_0 = 2\pi \cdot 60$  rad/s e com amplitude de  $127\sqrt{2}$  V, com o intuito de avaliar o desempenho do sistema em malha fechada com o controlador repetitivo sem correção e com as correções 1, 2 e 3.

Para a obtenção dos ganhos de realimentação de cada um dos controladores, as restrições (57) foram descritas no Yalmip (LÖFBERG, 2004) e o problema de otimização (58) foi resolvido através da função `solvesdp` com o *solver* LMILab. Para a solução deste problema escolheu-se penalizar tanto os estados do sistema quanto o sinal de controle de tal forma que  $C_z = [2 \ 2 \ 2]$  e  $D_z = 1$ . Os outros dois parâmetros,  $\alpha$  e  $\omega_c$  foram escolhidos de forma diferente nos dois exemplos que serão detalhados a seguir.

### 4.4.1 Exemplo numérico 1

No primeiro exemplo definiu-se  $\omega_c = 500$  rad/s e para cada um dos controladores foram realizadas várias simulações com diferentes valores de  $\alpha$ . Para que fosse possível utilizar toda a excursão do sinal de controle buscou-se o maior  $\alpha$  para cada um dos controladores sem que esse sinal em regime permanente violasse os limites de operação  $\pm V_{cc}/2$ .

Os valores numéricos de  $\alpha$ ,  $k_c$ ,  $\hat{\tau}_0$ , bem como os ganhos de realimentação obtidos a partir da solução de (58) são apresentados na Tabela 5.

Tabela 5: Parâmetros para o controlador repetitivo com  $\omega_c = 500$  rad/s

Parâmetro	Sem Correção	Correção 1	Correção 2	Correção 3
$\alpha$	90	95	92	76
$k_c$	—	—	—	1,25239
$\hat{\tau}_0$ [s]	0,01667	0,01467	0,01495	0,01495
$k_1$	-54,17658	-50,34786	-50,35630	-45,91752
$k_2$	1,41083	1,53251	1,69503	1,52028
$k_3$	152,24488	132,38567	128,72821	115,30179

Com os parâmetros descritos na Tabela 5, os diagramas de Bode de  $G_{con}(j\omega)$ , definido anteriormente em (53), são apresentados na Fig. 27 e no Apêndice A.1.1 de forma separada para cada um dos controladores. Note que o comportamento da resposta em frequência é análogo ao apresentado na Fig. 25.

#### 4.4.1.1 Simulações dos ensaios de desempenho estático

Os resultados das simulações dos ensaios de desempenho estático são apresentados de maneira resumida na Tabela 6 e são comparados na forma de figuras no Apêndice A.1.2.

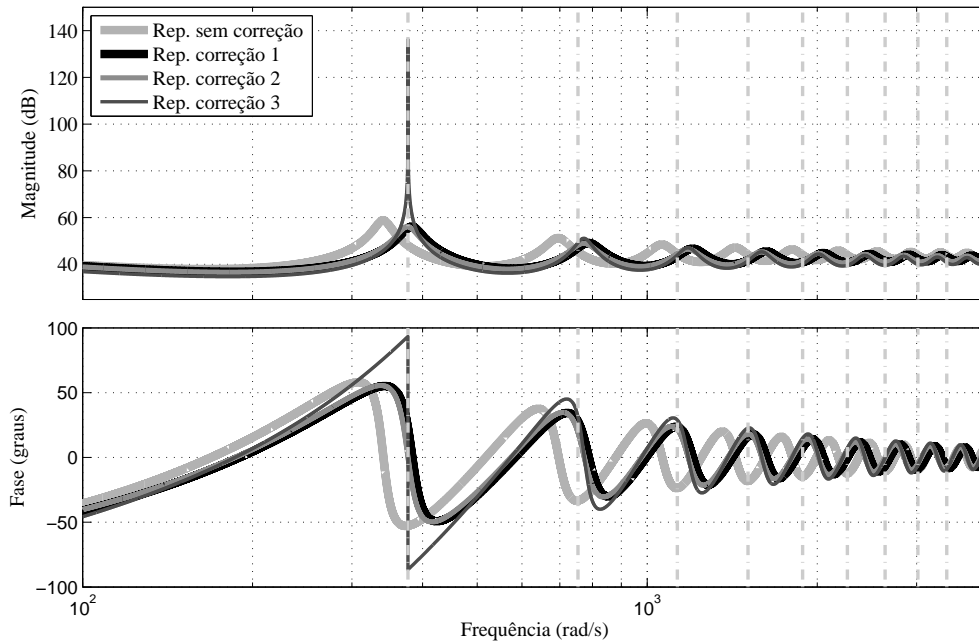


Figura 27: Comparação dos diagramas de Bode de  $G_{con}(j\omega)$  para o controlador repetitivo com  $\omega_c = 500$  rad/s.

Tabela 6: Resultados de simulação com o controlador repetitivo para  $\omega_c = 500$  rad/s

Parâmetro	Norma (IEC, 2011)	Sem correção	Correção 1	Correção 2	Correção 3
$V_{sc}$ [V <sub>RMS</sub> ]	127	129,13	126,31	126,77	127,00
$VR_l$ [%]	$\pm 10,00$	2,03	1,17	1,16	0,00
$VR_{nl}$ [%]	$\pm 10,00$	2,04	1,18	1,17	-0,09
$THD$ [%]	8,00	4,65	4,62	4,30	4,28
$IHD_3$ [%]	5,00	4,07	3,84	3,46	3,34
$IHD_5$ [%]	6,00	2,16	2,50	2,42	2,53
$IHD_7$ [%]	5,00	0,46	0,44	0,54	0,59
$IHD_9$ [%]	1,50	0,44	0,50	0,54	0,56

A consequência direta do aumento da magnitude em  $\omega_0$  gerado pelas correções no atraso pode ser vista pela redução significativa do erro de seguimento da tensão *RMS* de saída quando comparadas com o controlador repetitivo sem correção. Ainda destaca-se que a correção atraso 2 apresentou melhor desempenho que a correção 1, com menor erro de seguimento, *THD* e *IHD*<sub>3</sub> quando utilizado 100% da carga não-linear de referência.

Devido ao ganho infinito em  $\omega_0$ , o controlador repetitivo com a correção 3 garantiu seguimento com erro nulo do sinal de referência nas condições a vazio e com carga linear ( $V_{sc} = 127 V_{rms}$  e  $VR_l = 0$ ). Além disso, proporcionou as menores  $VR_{nl}$ , *THD* e *IHD*<sub>3</sub> entre os quatro controladores. Contudo, como a correção se dá apenas na magnitude da frequência fundamental, as componentes de perturbação nas outras frequências harmônicas não são completamente rejeitadas. Fato que acaba gerando deformações na forma de onda da tensão de saída, como pode ser visto na Fig. 28.

Também deve ser apontado que os quatro controladores cumpriram as exigências de desempenho estático definidas pela IEC 62040-3.



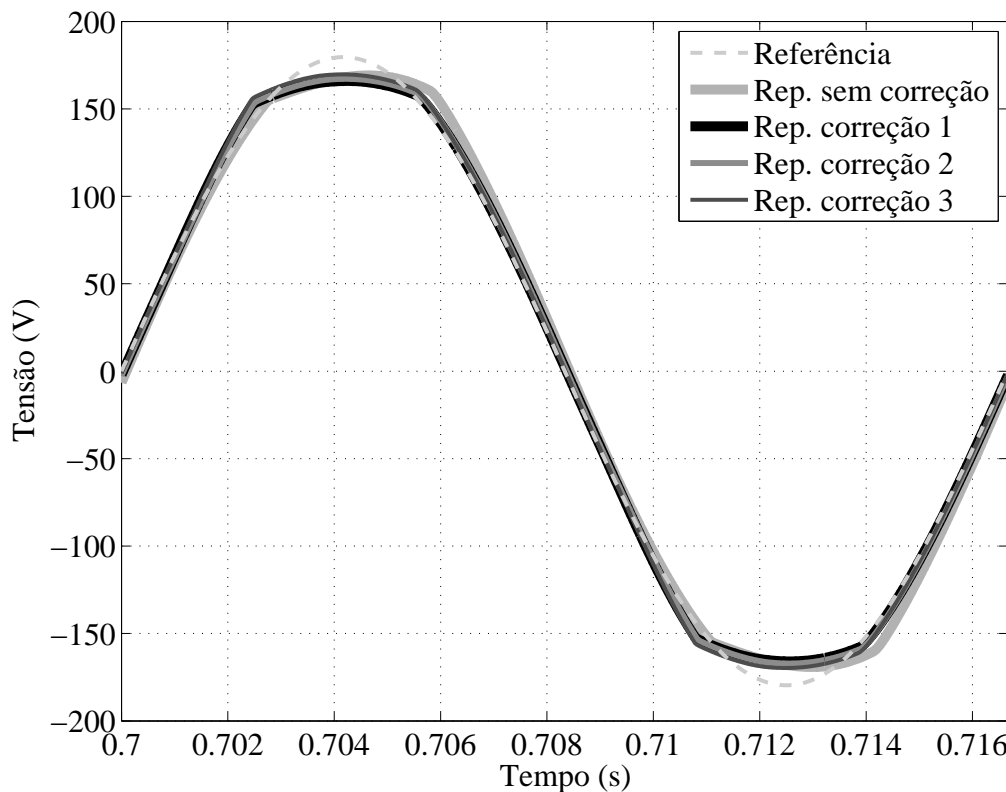


Figura 28: Tensão de saída do sistema com o controlador repetitivo e 100% da carga não-linear de referência para  $\omega_c = 500$  rad/s.

#### 4.4.1.2 Simulações dos ensaios de desempenho dinâmico

O resultado das simulações dos ensaios de desempenho dinâmico, avaliado através do desvio percentual transitório de tensão ( $V_{dev}(t)$ ), com os degraus aditivo de carga linear e não-linear são apresentados nas Fig. 29 e 30, respectivamente, enquanto os gráficos referentes às simulações dos testes com degraus subtrativos são ilustrados na Seção A.1.2.

No teste com degrau aditivo de carga linear a curva  $V_{dev}(t)$  para o controlador repetitivo com a correção 3 atinge o valor de regime em aproximadamente 35 ms, o que deve-se ao seguimento assintótico da referência e à rejeição da perturbação gerada pela carga linear. Fatos que não ocorrem nos outros três casos tal que  $V_{dev}(t)$  oscila em regime permanente.

Já no ensaio com degrau aditivo de carga não-linear, a oscilação de  $V_{dev}(t)$  em regime permanente ocorre com os quatro controladores é devida à não compensação de parte das harmônicas de perturbação geradas pela carga não-linear.

Como os desvios percentuais de tensão permaneceram dentro dos limites de transiente nos ensaios com degraus de carga linear e não-linear, o sistema com os quatro controladores também atendem as exigências de desempenho dinâmico. Dessa forma todos os requisitos definidos pela IEC 62040-3 são cumpridos com os controladores projetados.

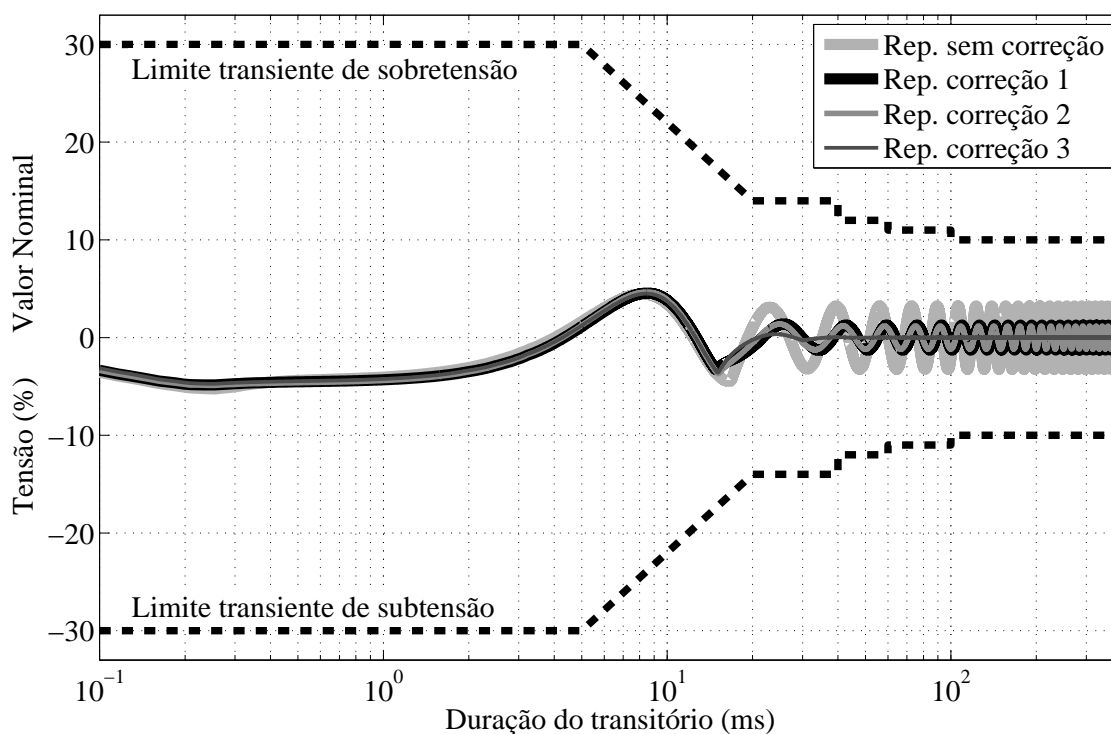


Figura 29: Perfil de tolerância da tensão de saída do sistema com o controlador repetitivo e degrau aditivo (20% para 100%) de carga linear de referência para  $\omega_c = 500$  rad/s.

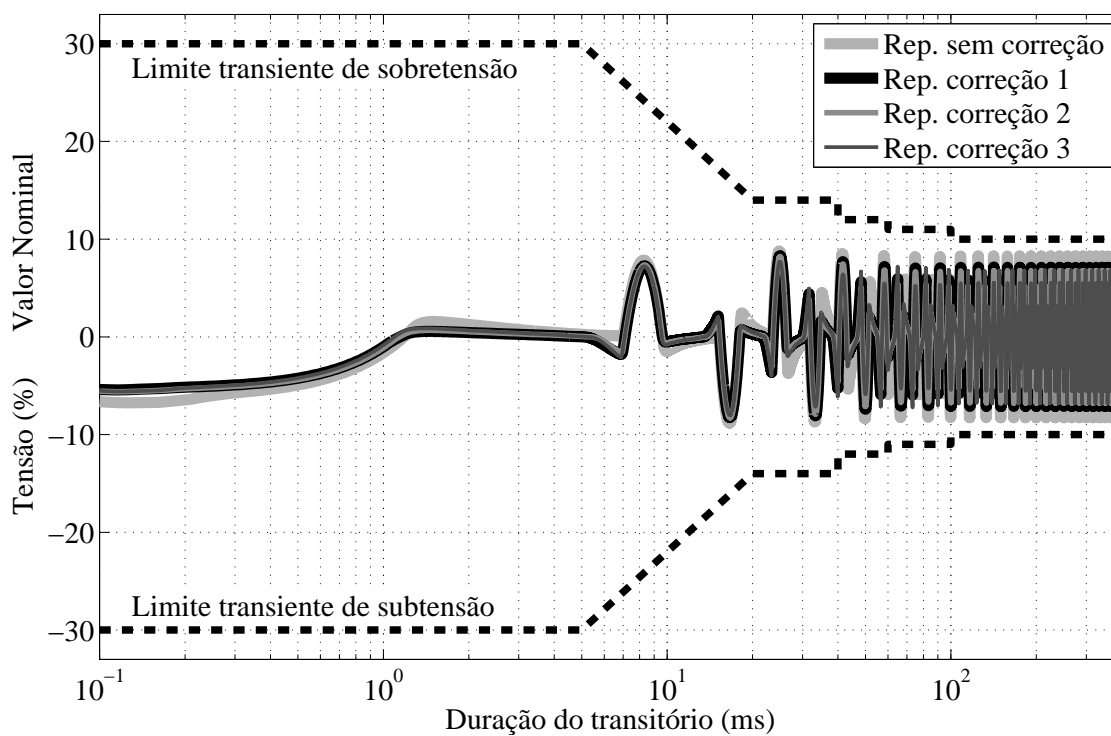


Figura 30: Perfil de tolerância da tensão de saída do sistema com o controlador repetitivo e degrau aditivo (25% para 100%) de carga não-linear de referência para  $\omega_c = 500$  rad/s.

#### 4.4.2 Exemplo numérico 2

Neste segundo exemplo fixou-se  $\alpha = 30$  e para cada um dos controladores foram realizadas várias simulações com diferentes valores de  $\omega_c$ . Da mesma forma que foi realizado anteriormente no exemplo numérico 1 buscou-se utilizar toda a excursão do sinal de controle em regime permanente para cada um dos controladores.

Os valores numéricos obtidos para  $\omega_c$ ,  $k_c$ ,  $\hat{\tau}_0$  e também para os ganhos de realimentação resultantes da solução de (58) são apresentados na Tabela 7. Nota-se que quando diminuído o valor de  $\alpha$  pode-se aumentar consideravelmente o valor de  $\omega_c$  utilizando a mesma amplitude do sinal de controle.

Tabela 7: Parâmetros para o controlador repetitivo com  $\alpha = 30$

Parâmetro	Sem Correção	Correção 1	Correção 2	Correção 3
$\omega_c$ [rad/s]	4250	3160	3150	3100
$k_c$	—	—	—	1,00737
$\hat{\tau}_0$ [s]	0,01667	0,01635	0,01635	0,01634
$k_1$	-56,09531	-31,20011	-31,13684	-30,94335
$k_2$	34,97026	14,60634	14,53470	14,23939
$k_3$	58,19815	32,64280	32,54776	32,83495

Com os parâmetros descritos na Tabela 7, os diagramas de Bode de  $G_{con}(j\omega)$  são apresentados na Fig. 31 e na Subseção A.2.1, separadamente para cada controlador. Mesmo tendo aumentado em mais de oito vezes  $\omega_c$ , a resposta em frequência do controlador repetitivo sem correção apresenta os picos de ressonância deslocados à esquerda das frequências de interesse. Já as três correções, que apresentam sobreposição dos diagramas de Bode, têm seus picos de ressonância nas frequências múltiplas inteiras fundamental.

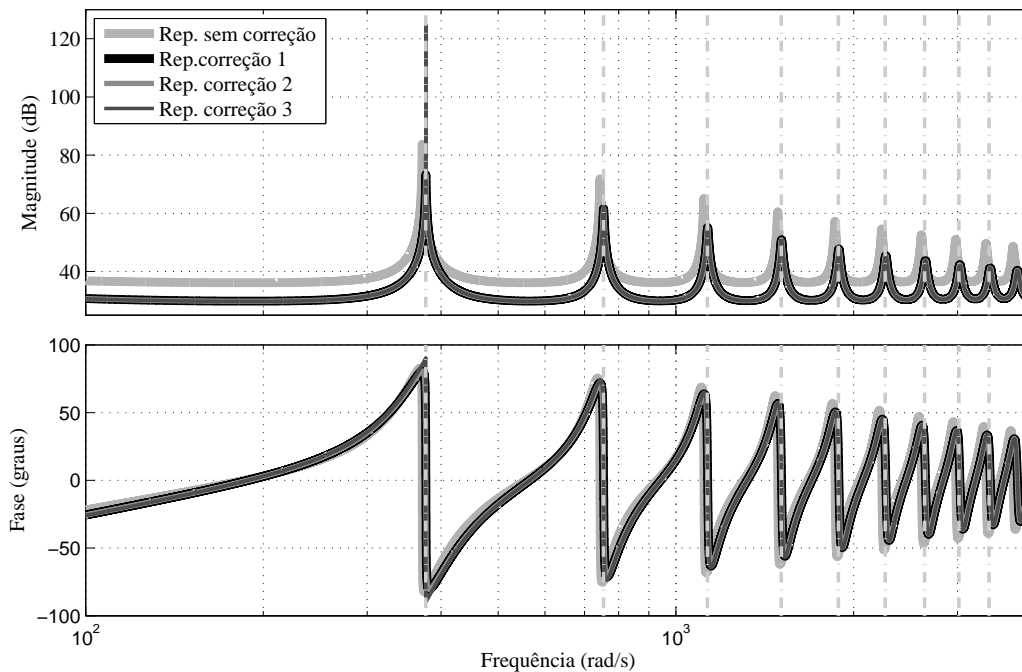


Figura 31: Comparação dos diagramas de Bode de  $G_{con}(j\omega)$  para o controlador repetitivo com  $\alpha = 30$  e parâmetros descritos na Tabela 7.

#### 4.4.2.1 Simulações dos ensaios de desempenho estático

Da mesma forma que foi realizado no exemplo numérico 1, os resultados das simulações dos ensaios de desempenho estático obtidos neste segundo exemplo são apresentados na Tabela 8 e no Apêndice A.2.2.

Tabela 8: Resultados de simulação com o controlador repetitivo para  $\alpha = 30$

Parâmetro	Norma (IEC, 2011)	Sem correção	Correção 1	Correção 2	Correção 3
$V_{sc}$ [V <sub>RMS</sub> ]	127,00	128,19	126,96	126,97	127,00
$VR_l$ [%]	$\pm 10,00$	0,19	0,10	0,10	0,00
$VR_{nl}$ [%]	$\pm 10,00$	0,20	0,09	0,09	-0,02
$THD$ [%]	8,00	4,62	1,67	1,67	1,63
$IHD_3$ [%]	5,00	3,24	0,76	0,76	0,69
$IHD_5$ [%]	6,00	2,88	1,15	1,15	1,13
$IHD_7$ [%]	5,00	1,21	0,75	0,75	0,75
$IHD_9$ [%]	1,50	0,69	0,07	0,06	0,07

Em relação ao exemplo anterior, o aumento de  $\omega_c$  resultou na redução do erro de seguimento para os três primeiros controladores. Também, no caso dos dois controladores somente com as correções no atraso, a  $THD$  e a  $IHD_n$  foram diminuídas, fato que não ocorreu com o controlador repetitivo sem correção, o qual teve o valor da  $THD$  praticamente inalterada.

O controlador repetitivo com a correção 3 novamente assegurou o seguimento assintótico da referência nas condições a vazio e com carga linear. Além disso, proporcionou as menores  $VR_{nl}$ ,  $THD$  e  $IHD_n$  das três harmônicas de maior contribuição no sinal de perturbação.

Mais uma vez os quatro controladores cumpriram as exigências de desempenho estático definidas pela IEC 62040-3.

#### 4.4.2.2 Simulações dos ensaios de desempenho dinâmico

Os resultados das simulações dos ensaios de desempenho dinâmico com os degraus aditivo de carga linear e não-linear são apresentados nas Figs. 32 e 33, respectivamente. Já os gráficos gerados a partir das simulações dos testes com degraus subtrativos são ilustrados no Apêndice A.2.2.

Quando utilizada a carga linear, a curva de  $V_{dev}(t)$  obtida com o controlador repetitivo com a correção 3 atinge o valor de regime permanente em aproximadamente 100 ms, ou seja, o tempo necessário para atingir o regime foi elevado em cerca de três vezes quando comparado com o exemplo anterior. Apesar disso a amplitude das oscilações diminuíram em relação ao exemplo anterior, visto que o erro de seguimento e  $VR_l$  foram reduzidas para as três outras configurações.

Nos testes com as cargas não-lineares em regime permanente, devido à diminuição de  $VR_{nl}$  e da  $THD$  em relação aos resultados do exemplo anterior, obteve-se redução da amplitude da oscilação de  $V_{dev}(t)$  quando utilizou-se alguma das correções.

Novamente os desvios percentuais de tensão ficaram dentro das exigências de desempenho dinâmico e mais uma vez todos os requisitos definidos pela IEC 62040-3 foram cumpridos com os quatro controladores projetados.

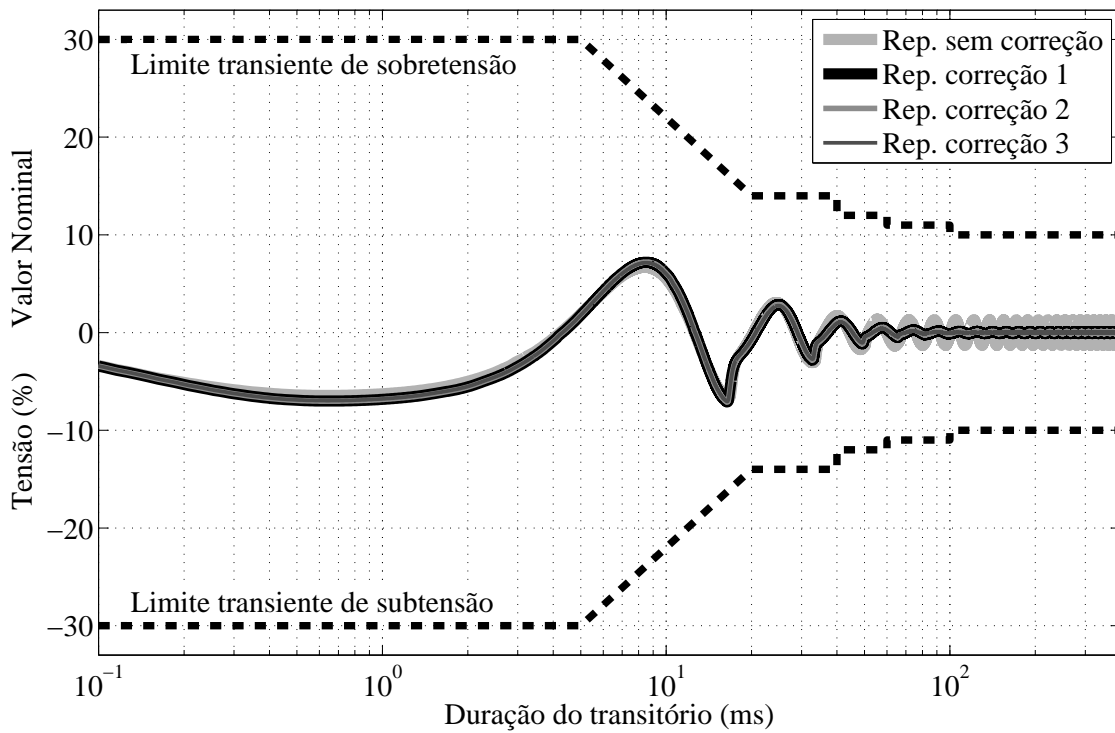


Figura 32: Perfil de tolerância da tensão de saída do sistema com o controlador repetitivo e degrau aditivo (20% para 100%) de carga linear de referência para  $\alpha = 30$  e parâmetros descritos na Tabela 7.

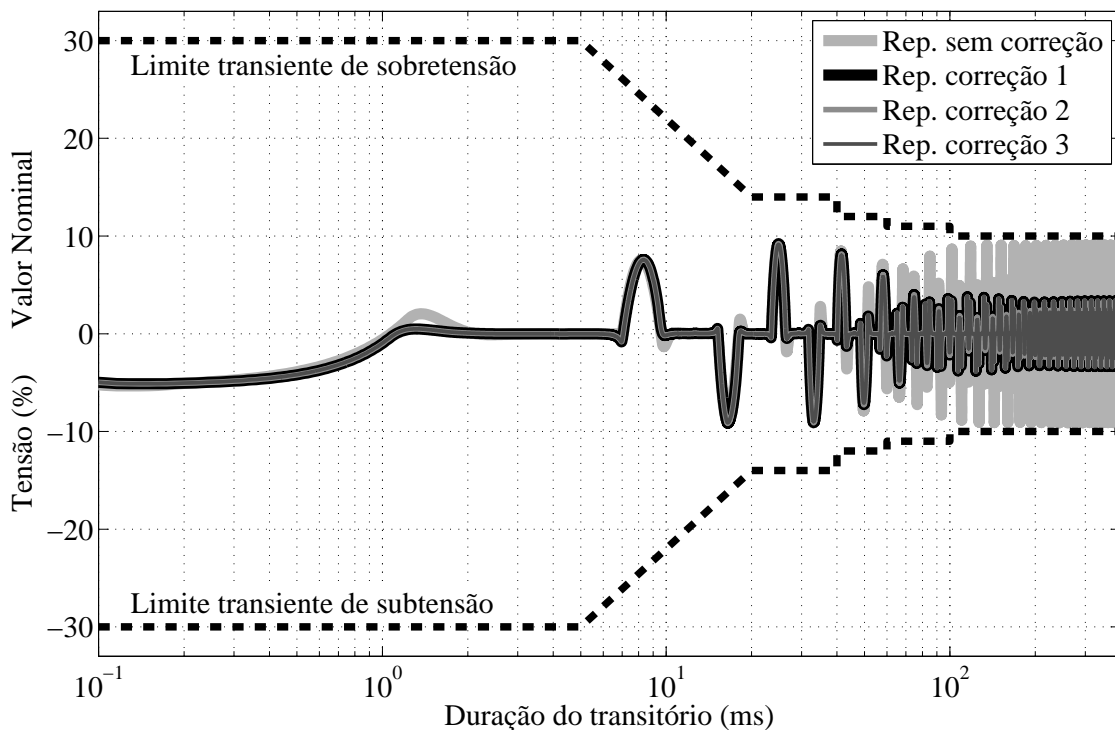


Figura 33: Perfil de tolerância da tensão de saída do sistema com o controlador repetitivo e degrau aditivo (25% para 100%) de carga não-linear de referência para  $\alpha = 30$  e parâmetros descritos na Tabela 7.

## 4.5 Comentários finais

Neste capítulo foram estudadas metodologias de correções na função de transferência do controlador repetitivo com objetivo de reduzir o erro de seguimento causado pela introdução do filtro passa-baixas neste controlador. A correção 1 se deu apenas no elemento de atraso, deslocando os picos de ressonância e fazendo com que o maior deles seja movido para próximo de  $\omega_0$ , mas verificou-se que sua posição ainda é dependente da escolha de  $\omega_c$ . A correção 2, que também é aplicada no atraso, é responsável por deslocar os picos de ressonância do controlador repetitivo de modo que o maior deles seja posicionado exatamente na frequência fundamental do sinal a ser seguido. Já a correção 3 é complementar à correção 2 e altera a magnitude do filtro, fazendo com que o pico de ressonância já posicionado nesta frequência de interesse tenha ganho infinito.

Dois exemplos numéricos de simulação mostraram a significativa redução no erro de seguimento,  $VR$ ,  $THD$  e  $IHD_n$  quando utilizadas as correções 1 e 2 em relação ao repetitivo sem correção, e além disso, com a correção 3, foi obtido o seguimento com erro nulo do sinal referência. Também foi verificado que os melhores resultados em termos de  $V_{sc}$ ,  $VR$ ,  $THD$  e  $IHD_n$  foram atingidos com o aumento de  $\omega_c$ , apesar de deixar o sistema mais lento, mas ainda dentro dos limites impostos pela norma *IEC 62040-3*. Ainda é possível afirmar que para valores elevados de  $\omega_c$ , neste caso na ordem de 3100 rad/s, as correções na função de transferência do controlador repetitivo não geram, entre elas, diferenças significativas no desempenho da *UPS*, sendo recomendado a utilização de alguma delas, não importando qual.

Ainda deve ser ressaltado que os resultados da aplicação e comparação das correções na função de transferência do controlador repetitivo em sistemas *UPS*, apresentados neste capítulo, são contribuições importantes deste trabalho e foram publicadas em (LORENZINI et al., 2015).

## 5 CONTROLADORES RESSONANTES-REPETITIVOS

Neste capítulo é abordada a união dos controladores ressonante e repetitivo em uma estrutura híbrida através de duas estratégias de controle: controlador ressonante-repetitivo (RR) e controlador ressonante-repetitivo com filtro (RRF). Inicialmente é discutida a motivação para associação dos dois controladores e, em seguida, para cada uma delas é obtido o equacionamento do sistema em malha fechada e é realizado o projeto robusto dos ganhos de realimentação. Finalmente, resultados de exemplos numéricos de simulação são apresentados com o intuito de avaliar o desempenho do sistema utilizando os controladores RR e RRF, ambos sem correção no atraso e com a correção 2, discutida no capítulo anterior.

### 5.1 Controlador Ressonante-Repetitivo

Na Seção 3.3.2 foi mostrado que um controlador ressonante sintonizado em  $\omega_0$  assegura o seguimento com erro nulo de um sinal de referência senoidal com frequência  $\omega_0$ . Mas, para se obter bom desempenho na rejeição de sinais periódicos com período  $\tau_0 = 2\pi/\omega_0$  e com elevado conteúdo harmônico, são necessários vários modos ressonantes sintonizados nas frequências múltiplas inteiras de  $\omega_0$ , o que acaba levando a uma estratégia de controle complexa e de elevada ordem. Já no Capítulo 4 foi demonstrado que o controlador repetitivo (sem correção ou apenas com correção no atraso) não garante o seguimento com erro nulo de um sinal de referência, porém, resulta na rejeição de parte dos sinais de perturbação.

Por exibirem essas características complementares, em (SALTON et al., 2013) é proposta a associação destes dois controladores através do controlador RR. Nesta referência, é empregada uma topologia híbrida composta de um controlador ressonante sintonizado na frequência fundamental do sinal a ser seguido em paralelo com um controlador repetitivo sintonizado na mesma frequência, visando a compensação das harmônicas de perturbação.

Semelhante ao controlador repetitivo com a correção 3, só que estável em malha aberta, o controlador RR possui resposta em frequência com magnitude infinita em  $\omega_0$ , devido ao controlador ressonante, e picos de ressonância nas (ou próximos das) frequências múltiplas inteiras da fundamental, gerados pelo controlador repetitivo. Dessa forma, o seguimento com erro nulo é garantido pelo controlador ressonante e a rejeição das harmônicas dos sinais de perturbação é realizada pelo controlador repetitivo.

Conforme apresentado em (SALTON et al., 2013), na sequência será obtido o sistema em malha fechada com o controlador RR que será utilizado para síntese robusta dos ganhos de realimentação.

### 5.1.1 Sistema em malha fechada

Considerando o vetor de estados aumentado  $x(t) = [x'_p(t) \ x'_{rs}(t) \ x_{rp}(t)]' \in \mathbb{R}^5$  e a partir dos espaços de estados em (13), (35) e (48), assumindo  $u_{rs}(t) = u_{rp}(t) = e(t)$ , a dinâmica do sistema aumentado que contempla a união planta-controlador é dada por:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(Y_0(t))x(t) + A_d x(t - \tau_0) + B u(t) + B_q h(t) \\ y(t) &= C x(t) \end{aligned} \quad (71)$$

onde  $h(t) = [r(t) \ r(t - \tau_0) \ i_d(t)]' \in \mathbb{R}^3$  e

$$\begin{aligned} A(Y_0(t)) &= \begin{bmatrix} A_p(Y_0(t)) & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 1} \\ -B_{rs}C_p & A_{rs} & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 2} & 0_{1 \times 2} & A_{rp} \end{bmatrix}, \quad A_d = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 1} \\ 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 1} \\ -B_{drp}C_p & 0_{1 \times 2} & A_{drp} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} B_p \\ 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 1} \end{bmatrix}, \\ B_q &= \begin{bmatrix} 0_{2 \times 1} & 0_{2 \times 1} & B_{dp} \\ B_{rs} & 0_{2 \times 1} & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 1} & B_{drp} & 0_{1 \times 1} \end{bmatrix}, \quad C = [C_p \ 0_{1 \times 2} \ 0_{1 \times 1}]. \end{aligned}$$

Para que o sistema aumentado dado em (71) seja estável em malha fechada define-se a lei de controle,  $u(t) = k_1 i(t) + k_2 e(t) + k_3 x_{rs_1}(t) + k_4 x_{rs_2}(t) + k_5 y_{rp}(t)$ , a qual é reescrita como:

$$u(t) = K x(t) + (k_2 + k_5 D_{rp}) r(t), \quad (72)$$

onde  $K = [k_1 \ -(k_2 + k_5 D_{rp}) \ k_3 \ k_4 \ k_5 C_{rp}] \in \mathbb{R}^{1 \times 5}$ .

Aplicando (72) em (71), o seguinte sistema em malha fechada é obtido:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= (A(Y_0(t)) + BK)x(t) + A_d x(t - \tau_0) + B_h h(t) \\ y(t) &= C x(t) \end{aligned} \quad (73)$$

com

$$B_h = \begin{bmatrix} (k_2 + k_5 D_{rp})B_p & 0_{2 \times 1} & B_q \\ B_{rs} & 0_{2 \times 1} & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 1} & B_{drp} & 0_{1 \times 1} \end{bmatrix}$$

Na Fig. 34 é apresentado o diagrama em blocos deste sistema em malha fechada no qual define-se  $G_{con}(s)$  como a função de transferência da associação em paralelo dos controladores ressonante e repetitivo, dada por:

$$G_{con}(s) = \frac{U_e(s)}{E(s)} = \frac{k_2(s^2 + \omega_0^2) + k_4 s + k_3}{s^2 + \omega_0^2} + \frac{k_5}{1 - \frac{\omega_c}{s + \omega_c} e^{-s\tau_0}} \quad (74)$$

onde  $E(s)$  é o sinal de erro e  $U_e(s)$  é a parte do sinal de controle  $U(s)$ .

### 5.1.2 Projeto dos ganhos de realimentação

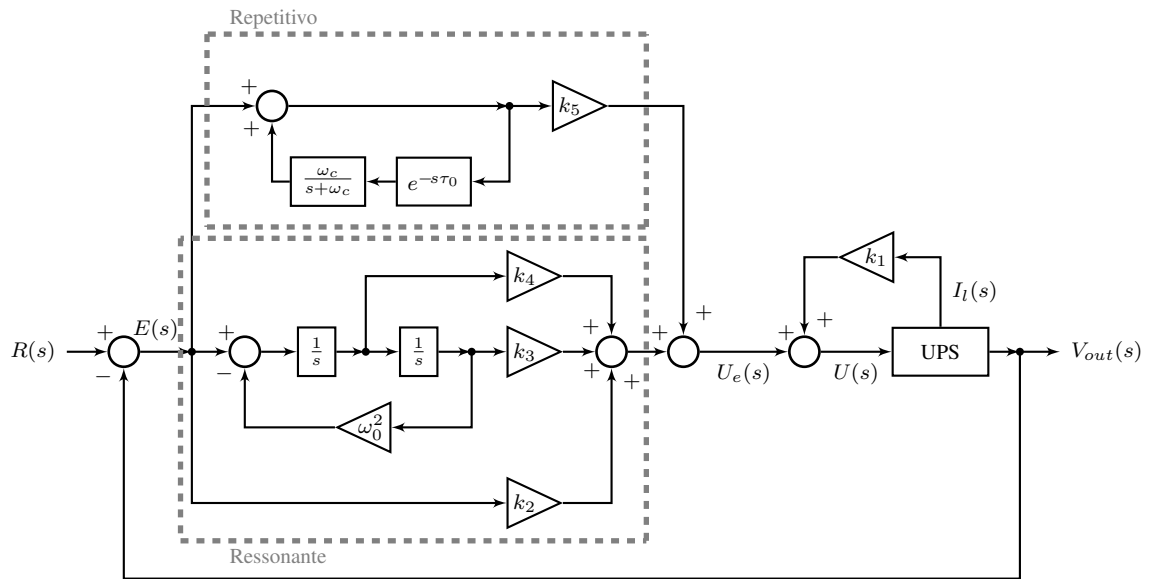
Conforme apresentado em (SALTON et al., 2013), o projeto dos ganhos de realimentação para o sistema com o controlador RR pode ser realizado através do problema de otimização (58) sujeito às restrições do Teorema 8, onde  $W, S \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$  são matrizes simétricas positivas definidas e  $Y \in \mathbb{R}^{1 \times 5}$  é uma matriz qualquer.

Se existir solução para este problema de otimização, então os ganhos de realimentação podem ser recuperados através das matrizes  $Y$  e  $W$  conforme segue:

$$\begin{aligned} K &= YW^{-1} = [K_1 \ K_2 \ K_3 \ K_4 \ K_5], \\ k_1 &= K_1, \quad k_2 = -K_2 - K_5 \frac{D_{rp}}{C_{rp}}, \quad k_3 = K_3, \quad k_4 = K_4, \quad k_5 = K_5 \frac{1}{C_{rp}}, \end{aligned}$$

lembrando que  $C_{rp}$  e  $D_{rp}$  são escalares definidos em (49).





Fonte: adaptada de (SALTON et al., 2013)

Figura 34: Diagrama em blocos do sistema em malha fechada com o controlador RR.

## 5.2 Controlador Ressonante-Repetitivo com filtro complementar

Um ponto importante da implementação em paralelo dos controladores ressonante e repetitivo é que, nas frequências múltiplas inteiras da frequência fundamental, estes controladores apresentam fases distintas, o que pode resultar em interferências destrutivas e diminuir a magnitude nessas frequências de interesse. Para contornar esse problema, em (SALTON et al., 2012) e (SALTON et al., 2013) é proposta, através da utilização de filtros complementares<sup>1</sup>, a restrição da operação de cada controlador em faixas de frequências distintas: o ressonante nas frequências próximas à frequência fundamental e o repetitivo nas demais frequências.

Para realizar esta separação e devido ao fato do modo ressonante ter características de um filtro passa-baixas, os autores adicionam na saída do controlador repetitivo o filtro complementar dado por

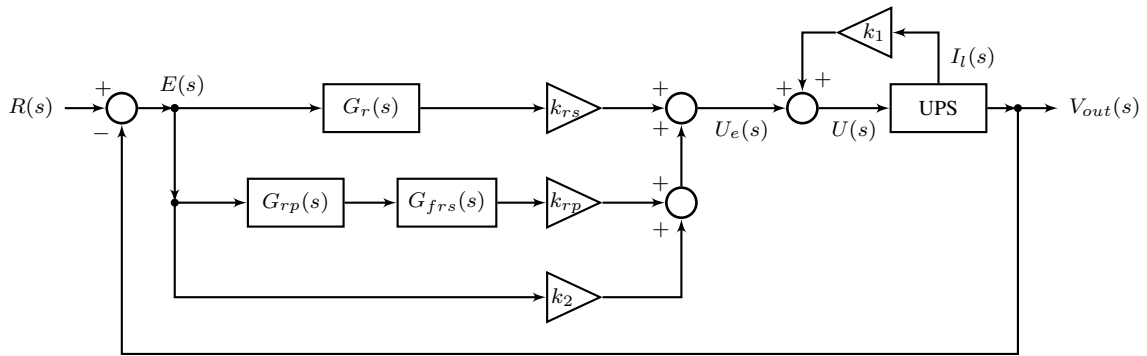
$$G_{frs}(s) = 1 - G_r(s) = 1 - \frac{k_4 s + k_3}{s^2 + \omega_0^2}.$$

Note que o filtro complementar proposto em (SALTON et al., 2013) supõe o conhecimento dos ganhos  $k_3$  e  $k_4$  do controlador ressonante. Logo, são previamente sintonizados o controlador ressonante e a realimentação de corrente, ou seja, são determinados  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  e  $k_4$  para um sistema em malha fechada com apenas um modo ressonante sintonizado na frequência fundamental, como o ilustrado na Fig. 14, através do problema de otimização apresentado em (BONAN et al., 2010). Em seguida é adicionado, em paralelo ao controlador ressonante, a estrutura do filtro complementar em série com o controlador repetitivo.

Feito isto, são adicionados ganhos escalares na saída do controlador ressonante e do filtro complementar,  $k_{rs}$  e  $k_{rp}$ , respectivamente, o que resulta no sistema em malha fechada com o controlador RRF complementar representado na Fig. 35. O projeto do sistema de controle é finalizado com a determinação dos parâmetros  $\omega_c$ ,  $k_{rs}$  e  $k_{rp}$  de forma

<sup>1</sup>O par de filtros  $\{F_{pb}(j\omega), F_{pa}(j\omega)\}$  é dito par complementar se sua soma possui ganho unitário em toda faixa de frequência, ou seja,  $F_{pb}(j\omega) + F_{pa}(j\omega) = 1 \forall \omega$ .

empírica, ou seja, sem garantia formal da estabilidade robusta do sistema completo. Os parâmetros obtidos nesta referência são apresentados na Tabela 9.



Fonte: adaptada de (SALTON et al., 2013)

Figura 35: Diagrama em blocos do sistema em malha fechada com o controlador RRF complementar.

Tabela 9: Parâmetros do controlador RRF complementar

Parâmetro	Valor
$k_1$	-10,42
$k_2$	14,60
$k_3$	7990,00
$k_4$	193,23
$k_{rs}$	250,00
$k_{rp}$	150,00
$\tau_0$ [s]	0,01667
$\omega_0$ [rad/s]	$2\pi 60$
$\omega_c$ [rad/s]	500

Através do diagrama apresentado na Fig. 35 define-se  $G_{con}(s)$ , a função de transferência do controlador ressonante em paralelo com a estrutura do controlador repetitivo em série com o filtro complementar, dada por:

$$\begin{aligned}
 G_{con}(s) &= \frac{U_e(s)}{E(s)} = (k_2 + k_{rs}G_r(s)) + k_{rp}G_{rp}(s)G_{fr_s}(s) \\
 &= \frac{k_2(s^2 + \omega_0^2) + k_{rs}(k_4s + k_3)}{s^2 + \omega_0^2} + \frac{k_{rp}}{1 - \frac{\omega_c}{s + \omega_c}e^{-s\tau_0}} \frac{(s^2 + \omega_0^2) - k_4s - k_3}{s^2 + \omega_0^2}, \quad (75)
 \end{aligned}$$

onde  $k_2 + k_{rs}G_r(s)$  e  $k_{rp}G_{rp}(s)G_{fr_s}(s)$  são, respectivamente, as funções de transferência do controlador ressonante e da estrutura do laço do controlador repetitivo com o filtro complementar em série.

Com os parâmetros descritos na Tabela 9, na Fig. 36 são apresentadas as respostas em frequência dos controladores ressonante e repetitivo, e também do laço do controlador repetitivo com o filtro complementar em série. Nesta figura observa-se que o controlador ressonante tem magnitude infinita com fase aproximadamente  $0^\circ$  em  $\omega_0$  e fase tendendo a  $0^\circ$  em baixas e altas frequências. Na faixa de frequências maiores que a frequência fundamental, o controlador repetitivo tem magnitude maior que o controlador ressonante, porém, como dito anteriormente, estes dois controladores têm resposta em frequência com fase distinta na frequência fundamental e suas múltiplas inteiras.

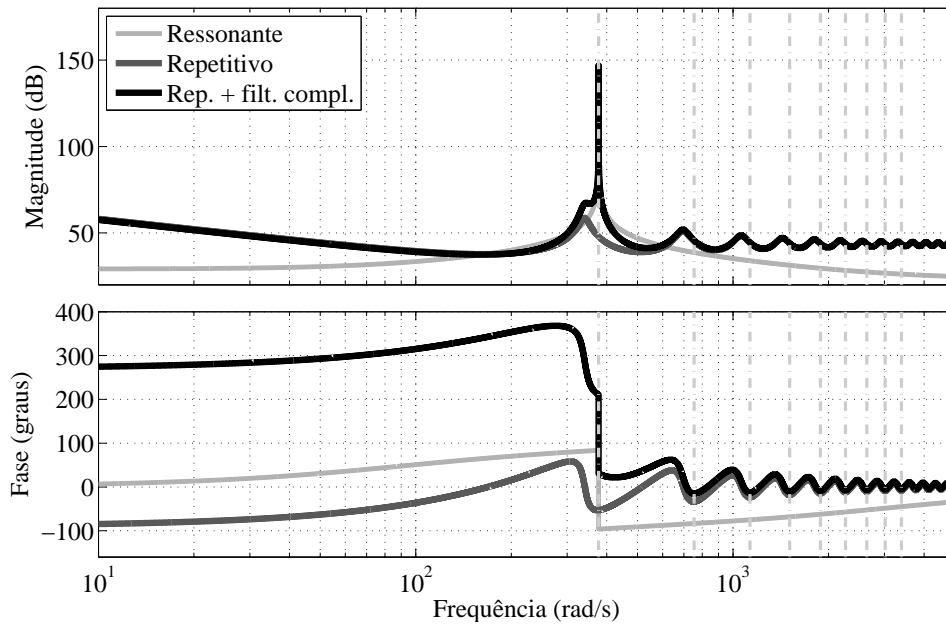


Figura 36: Diagramas de Bode para o controlador RRF complementar.

Nota-se também que o filtro complementar não restringe a operação do controlador repetitivo para as faixas de frequências diferentes da frequência fundamental, ao contrário, ele faz com que o laço do controlador repetitivo com o filtro complementar em série tenha magnitude infinita em  $\omega_0$ , além de agravar o problema da diferença de fase entre os laços dos controladores ressonante e repetitivo. Com a utilização deste filtro, a fase do laço do controlador repetitivo é deslocada em direção a valores positivos nas frequências menores que  $5\omega_0$ , aumentando assim a diferença de fase em relação ao controlador ressonante. Fato que leva ao aumento das interferências destrutivas (redução da magnitude nas frequências de interesse) na associação em paralelo entre os dois controladores.

### 5.3 Controlador Ressonante-Repetitivo com filtro

Neste trabalho propõe-se o projeto robusto do controlador RRF, no qual, para corrigir a fase do laço do controlador repetitivo, será utilizada a seguinte função de transferência para o filtro:

$$G_f(s) = f_0 + \frac{f_2 s + f_1}{s^2 + \omega_0^2}, \quad (76)$$

onde  $f_0$ ,  $f_1$  e  $f_2$  são parâmetros a serem determinados.

#### 5.3.1 Projeto do filtro

Como mencionado anteriormente, o filtro cuja função de transferência é apresentada em (76) será utilizado para corrigir a fase do laço do controlador repetitivo, ou seja, para diminuir a diferença do comportamento em fase da estrutura do controlador repetitivo em série com o filtro da fase do controlador ressonante nas frequências de interesse. Já que na associação em série de duas funções de transferência as magnitudes são multiplicadas e as fases somadas, os parâmetros  $f_0$ ,  $f_1$  e  $f_2$  de  $G_f(s)$  serão determinados de modo que o filtro tenha resposta em frequência com as características do controlador ressonante: magnitude infinita com fase  $0^\circ$  em  $\omega_0$  e fase tendendo a  $0^\circ$  em baixas e altas frequências.

Assim, substituindo a relação  $s = j\omega$  em (76) é obtido:

$$G_f(j\omega) = \frac{f_0 ((j\omega)^2 + \omega_0^2) + f_2 j\omega + f_1}{(j\omega)^2 + \omega_0^2}. \quad (77)$$

Assumindo  $f_0 = 1$  e que os zeros deste filtro são iguais e reais,  $G_f(j\omega)$  pode ser reescrita como:

$$G_f(j\omega) = \frac{(j\omega + z_0)^2}{(j\omega)^2 + \omega_0^2} = \frac{(j\omega)^2 + j\omega 2z_0 + z_0^2}{(j\omega)^2 + \omega_0^2}, \quad (78)$$

com os parâmetros  $f_1$  e  $f_2$  sendo dados por:

$$f_1 = z_0^2 - \omega_0^2, \quad f_2 = 2z_0. \quad (79)$$

Como deseja-se que  $G_f(j\omega)$  tenha fase zero em  $\omega_0$ , calcula-se o argumento de (78), igualando-o a zero, conforme a seguinte equação:

$$2 \arctg\left(\frac{\omega_0}{z_0}\right) - \frac{\pi}{2} = 0, \quad (80)$$

a partir da qual pode-se determinar:

$$z_0 = \frac{\omega_0}{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}\right)} = \omega_0. \quad (81)$$

Assim, os parâmetros do filtro, dados em função de  $\omega_0$ , são obtidos substituindo (81) em (79), o que resulta em:

$$f_0 = 1, \quad f_1 = 0, \quad f_2 = 2\omega_0. \quad (82)$$

Da mesma forma realizada na Fig. 36, com os parâmetros descritos na Tabela 9, na Fig. 37 são comparados os diagramas de Bode dos controladores ressonante e repetitivo com o diagrama de Bode da estrutura do controlador repetitivo em série com o filtro apresentado em (76). Observa-se que o filtro proposto mantém no laço do controlador repetitivo as características em magnitude obtidas com a estrutura do filtro complementar: magnitude infinita em  $\omega_0$  e picos de ressonâncias próximos das outras frequências harmônicas. Porém, como desejado, o filtro proposto faz com que a fase na faixa das frequências  $2\omega_0, 3\omega_0, \dots$  da estrutura do controlador repetitivo-série-filtro seja deslocada para valores menores aos obtidos com o controlador puramente repetitivo, diminuindo assim a diferença entre os laços de controle.

Na sequência deste trabalho será obtido o espaço de estados do laço do controlador repetitivo, o equacionamento do sistema em malha fechada com o controlador RRF e será apresentada uma forma de projeto dos ganhos de realimentação.

### 5.3.2 Sistema em malha fechada

Assim, uma das possíveis representações em espaço de estados para a função de transferência (76) é dada por:

$$\begin{cases} \dot{x}_f(t) = A_f x_f(t) + B_f u_f(t) \\ y_f(t) = C_f x_f(t) + D_f u_f(t) \end{cases}, \quad (83)$$

com

$$A_f = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_0^2 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_f = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C_f = [f_1 \quad f_2], \quad D_f = f_0.$$

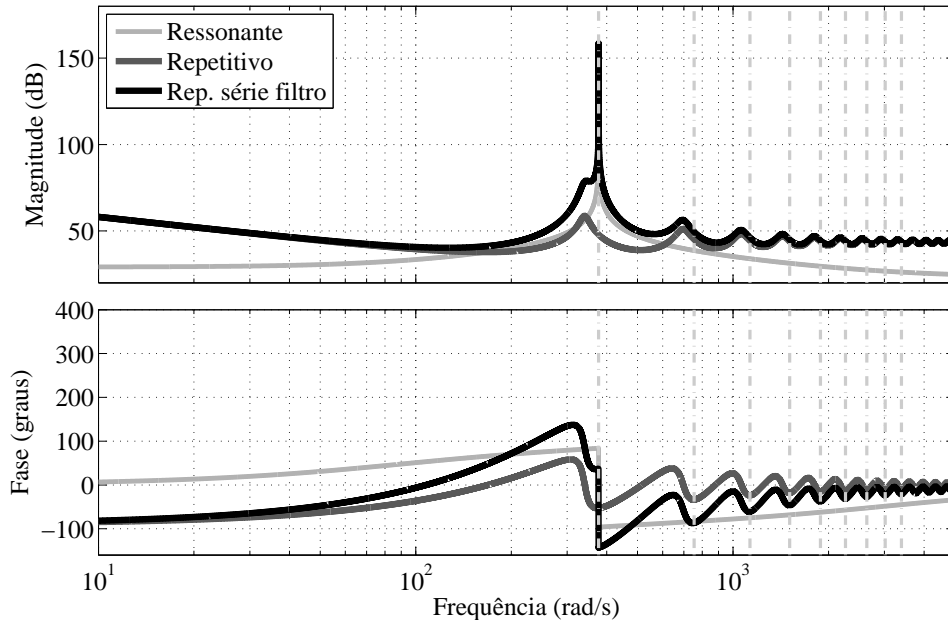


Figura 37: Diagramas de Bode para o controlador RRF.

Definindo que a entrada do filtro é igual à utilizada no controlador ressonante, ou seja,  $u_f(t) = u_{rs}(t)$ , e como  $A_f = A_{rs}$  e  $B_f = B_{rs}$ , verifica-se que  $x_f(t) = x_{rs}(t) = [x_{rs1}(t) \ x_{rs2}(t)]' \in \mathbb{R}^2$ , logo (83) resulta na seguinte representação em espaço de estados:

$$\begin{cases} \dot{x}_{rs}(t) = A_{rs} x_{rs}(t) + B_{rs} u_{rs}(t) \\ y_f(t) = C_f x_{rs}(t) + D_f u_{rs}(t) \end{cases} \quad (84)$$

Agora conectando a saída deste filtro na entrada do controlador repetitivo, isto é, fazendo  $u_{rp}(t) = y_f(t)$  em (48), a representação em espaço de estados do controlador repetitivo em série com o filtro pode ser escrita como:

$$\begin{cases} \dot{x}_{rp}(t) = A_{rp} x_{rp}(t) + A_{d_{rp}} x_{rp}(t - \tau_0) + B_{d_{rp}} (C_f x_{rs}(t - \tau_0) + D_f u_{rs}(t - \tau_0)) \\ y_{rp}(t) = C_{rp} x_{rp}(t) + D_{rp} C_f x_{rs}(t) + D_{rp} D_f u_{rs}(t) \end{cases} \quad (85)$$

Da mesma forma que para o controlador RR, utiliza-se o vetor de estados aumentado  $x(t) = [x'_p(t) \ x'_{rs}(t) \ x_{rp}(t)]' \in \mathbb{R}^5$  e com os espaços de estados apresentados em (13), (35) e (85), nos quais define-se  $u_{rs} = e(t)$ , as equações do sistema aumentado que contemplam a união planta-controlador são:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(Y_0(t)) x(t) + A_d x(t - \tau_0) + B u(t) + B_q q(t) \\ y(t) = C x(t) \end{cases}, \quad (86)$$

onde  $q(t) = [r(t) \ r(t - \tau_0) \ i_d(t)]' \in \mathbb{R}^3$  e

$$A(Y_0(t)) = \begin{bmatrix} A_p(Y_0(t)) & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 1} \\ -B_{rs} C_p & A_{rs} & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 2} & 0_{1 \times 2} & A_{rp} \end{bmatrix}, \quad A_d = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 1} \\ 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 1} \\ -B_{d_{rp}} D_f C_p & B_{d_{rp}} C_f & A_{d_{rp}} \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} B_p \\ 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 1} \end{bmatrix}, \quad B_q = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 1} & 0_{2 \times 1} & B_{d_p} \\ B_{rs} & 0_{2 \times 1} & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 1} & B_{d_{rp}} D_f & 0_{1 \times 1} \end{bmatrix}, \quad C = [C_p \ 0_{1 \times 2} \ 0_{1 \times 1}]$$

Para que o sistema (86) seja estável em malha fechada determina-se a lei de controle,  $u(t) = k_1 i(t) + k_2 e(t) + k_3 x_{rs1}(t) + k_4 x_{rs2}(t) + k_5 y_{rp}(t)$  que pode ser reescrita como:

$$u(t) = K x(t) + (k_2 + k_5 D_{rp} D_f) r(t), \quad (87)$$

onde  $K = [k_1 \quad -(k_2 + k_5 D_{rp} D_f) \quad (k_3 + k_5 D_{rp} f_1) \quad (k_4 + k_5 D_{rp} f_2) \quad k_5 C_{rp}] \in \mathbb{R}^{1 \times 5}$ .

Aplicando (87) em (86), o seguinte sistema em malha fechada é obtido:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A(Y_0(t)) + BK) x(t) + A_d x(t - \tau_0) + B_h h(t) \\ y(t) = C x(t) \end{cases}, \quad (88)$$

com  $h(t) = [r'(t) \quad r'(t - \tau_0) \quad i_d(t)]' \in \mathbb{R}^3$  e

$$B_h = \begin{bmatrix} (k_2 + k_5 D_{rp} D_f) B_p & 0_{2 \times 1} & B_q \\ B_{rs} & 0_{2 \times 1} & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 1} & B_{d_{rp}} D_f & 0_{1 \times 1} \end{bmatrix}.$$

Na Fig. 38 é apresentado o diagrama em blocos do sistema em malha fechada utilizando o controlador RRF proposto neste trabalho, a partir do qual calcula-se  $G_{con}(s)$ , a função de transferência de  $E(s)$  para  $U_e(s)$ , dada por:

$$G_{con}(s) = \frac{U_e(s)}{E(s)} = \frac{k_2(s^2 + \omega_0^2) + k_4 s + k_3}{s^2 + \omega_0^2} + \frac{s^2 + 2\omega_0 s + \omega_0^2}{s^2 + \omega_0^2} \frac{k_5}{1 - \frac{\omega_c}{s + \omega_c} e^{-s\tau_0}}, \quad (89)$$

a qual é semelhante à função de transferência do controlador RRF descrita em (75).

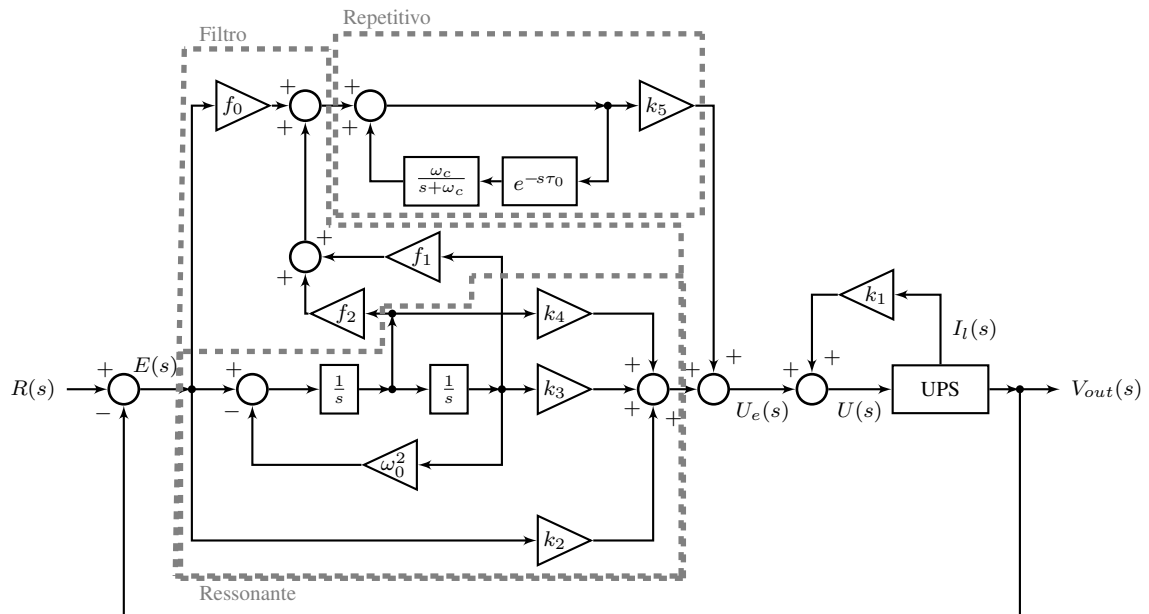


Figura 38: Diagrama em blocos do sistema em malha fechada com o controlador RRF.

Outra forma de representar o sistema em malha fechada com o controlador RRF é apresentada na Fig. 39, através da qual nota-se que a escolha de conexão entre o filtro e o controlador repetitivo leva a forma de associação em série entre os controladores ressonante e repetitivo. Lembrando que  $k_1, k_2, C_{rs} = [k_3 \quad k_4]$  e  $k_5$  são ganhos de realimentação e  $Y_f(s)$  é a saída do filtro.

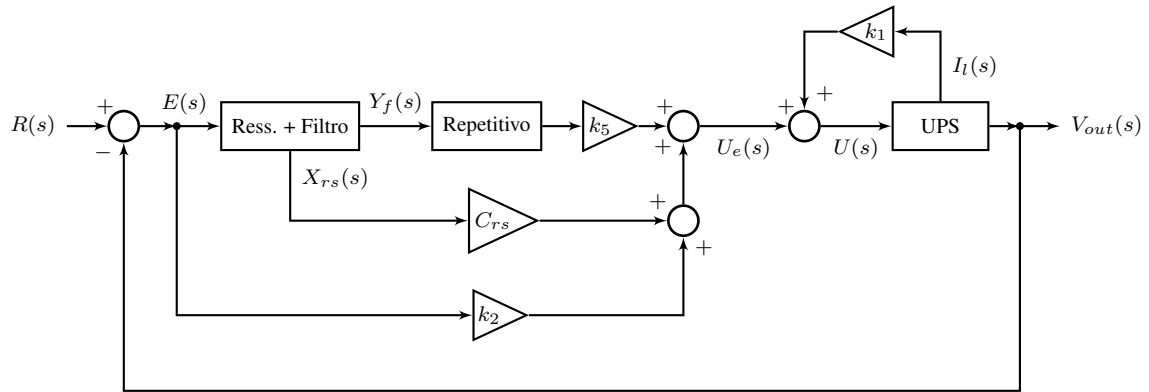


Figura 39: Diagrama em blocos do sistema em malha fechada utilizando o controlador RRF apresentado na forma de associação em série.

### 5.3.3 Projeto dos ganhos de realimentação

Da mesma forma que realizada para o controlador RR, os ganhos de realimentação para o sistema com o controlador RRF podem ser obtidos através do problema de otimização (58) sujeito às restrições do Teorema 8, onde  $W, S \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$  são matrizes simétricas positivas definidas e  $Y \in \mathbb{R}^{1 \times 5}$  é uma matriz qualquer.

Se existir solução para este problema de otimização, os ganhos de realimentação podem ser determinados utilizando as matrizes  $W$  e  $Y$  como apresentado a seguir:

$$K = YW^{-1} = [K_1 \quad K_2 \quad K_3 \quad K_4 \quad K_5],$$

$$k_1 = K_1, \quad k_2 = -K_2 - K_5 \frac{D_{rp} D_f}{C_{rp}}, \quad k_3 = K_3 - K_5 \frac{D_{rp} f_1}{C_{rp}},$$

$$k_4 = K_4 - K_5 \frac{D_{rp} f_2}{C_{rp}}, \quad k_5 = K_5 \frac{1}{C_{rp}}.$$

## 5.4 Exemplos numéricos

Nesta seção serão apresentados os resultados numéricos de simulação do sistema com os controladores RR e RRF, conforme descrição realizada na Seção 2.4. Para fins de comparação, a estrutura repetitiva destes controladores foi implementada sem correção no atraso e com a correção 2, apresentada na Seção 4.3.1. Como exposto na Seção 4.4, a correção 1 forneceu resultados piores ou iguais aos gerados com a correção 2. Já a aplicação da correção 3 não faz sentido nas topologias dos controladores RRs, visto que o modo ressonante já proporciona ganho infinito em  $\omega_0$ .

Da mesma forma que nos exemplos numéricos com o controlador repetitivo, foi utilizado um sinal de referência com frequência  $\omega_0 = 2\pi 60$  rad/s e com amplitude de  $127\sqrt{2}$  V. Para a obtenção dos ganhos de realimentação, considerando matrizes de dimensões apropriadas para o caso dos controladores RRs, as restrições (57) foram descritas no Yalmip e o problema de otimização (58) foi resolvido através da função `solvesdp` com o `solver` LMILab. Para a solução deste problema escolheu-se penalizar tanto os estados do sistema quanto o sinal de controle de tal forma que  $C_z = [2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2]$  e  $D_z = 1$ .

### 5.4.1 Controlador Ressonante-Repetitivo

No exemplo numérico com o controlador RR definiu-se  $\alpha = 30$  e foram realizadas várias simulações com diferentes valores de  $\omega_c$ . Para que fosse utilizada toda a excursão do sinal de controle sem que houvesse violação dos limites de operação  $\pm V_{cc}/2$  em regime permanente, buscou-se o maior  $\omega_c$  para cada um dos controladores. Os valores numéricos de  $\omega_c$ ,  $k_c$ ,  $\hat{\tau}_0$ , além dos ganhos de realimentação obtidos a partir da solução de (58), com matrizes de dimensões apropriadas, são apresentados na Tabela 10.

Tabela 10: Parâmetros para o controlador RR

Parâmetro	Sem correção	Correção 2
$\omega_c$ [rad/s]	243	270
$\hat{\tau}_0$ [s]	0,01667	0,01412
$k_1$	-42,00657	-35,93857
$k_2$	-326,98309	-212,78184
$k_3$	$9,4517145 \cdot 10^7$	$6,8433359 \cdot 10^7$
$k_4$	$2,0186706 \cdot 10^5$	$1,4678452 \cdot 10^5$
$k_5$	415,22189	282,53080

Com os parâmetros descritos na Tabela 10, os diagramas de Bode de  $G_{con}(j\omega)$ , definida em (74), são apresentados na Fig. 40. Já na Fig. 41 o diagrama de Bode de  $G_{con}(j\omega)$  para o controlador RR sem correção no atraso é comparado com os diagramas de Bode  $G_{rs}(j\omega)$  e  $k_5 G_{rp}(j\omega)$ , laços dos controladores ressonante e repetitivo, respectivamente. O mesmo é realizado no Apêndice B.1.1 para o controlador RR com a correção 2.

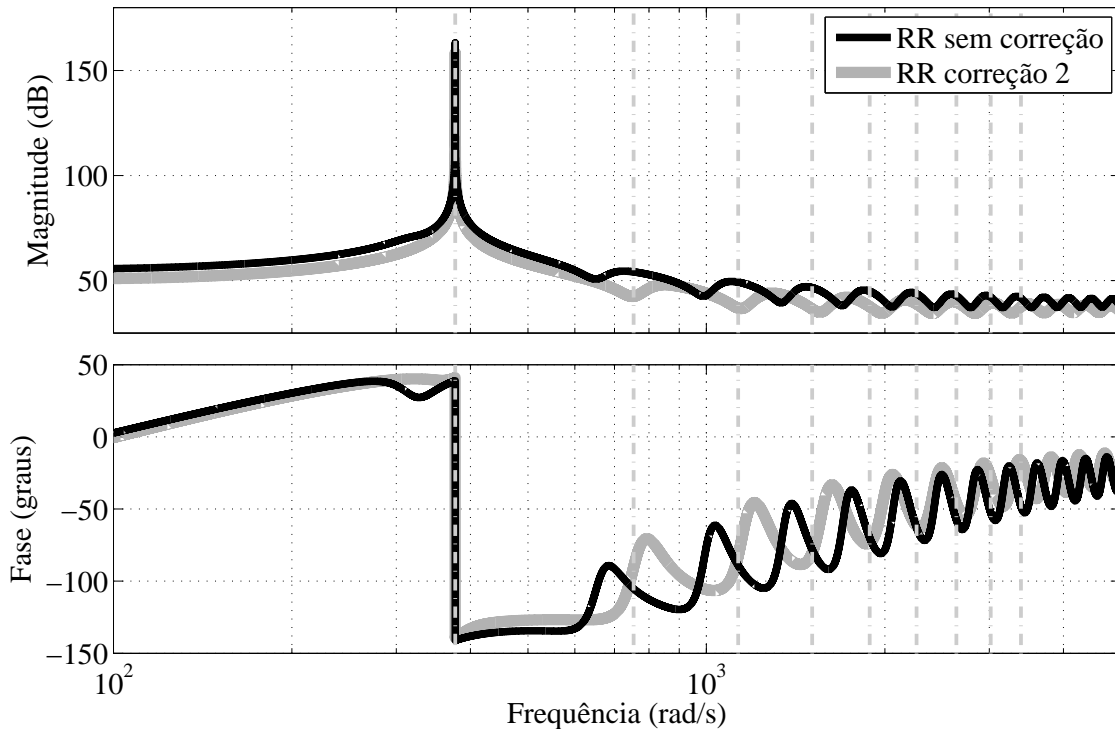


Figura 40: Comparação entre os diagramas de Bode de  $G_{con}(j\omega)$  para o controlador RR sem correção no atraso e com a correção 2.



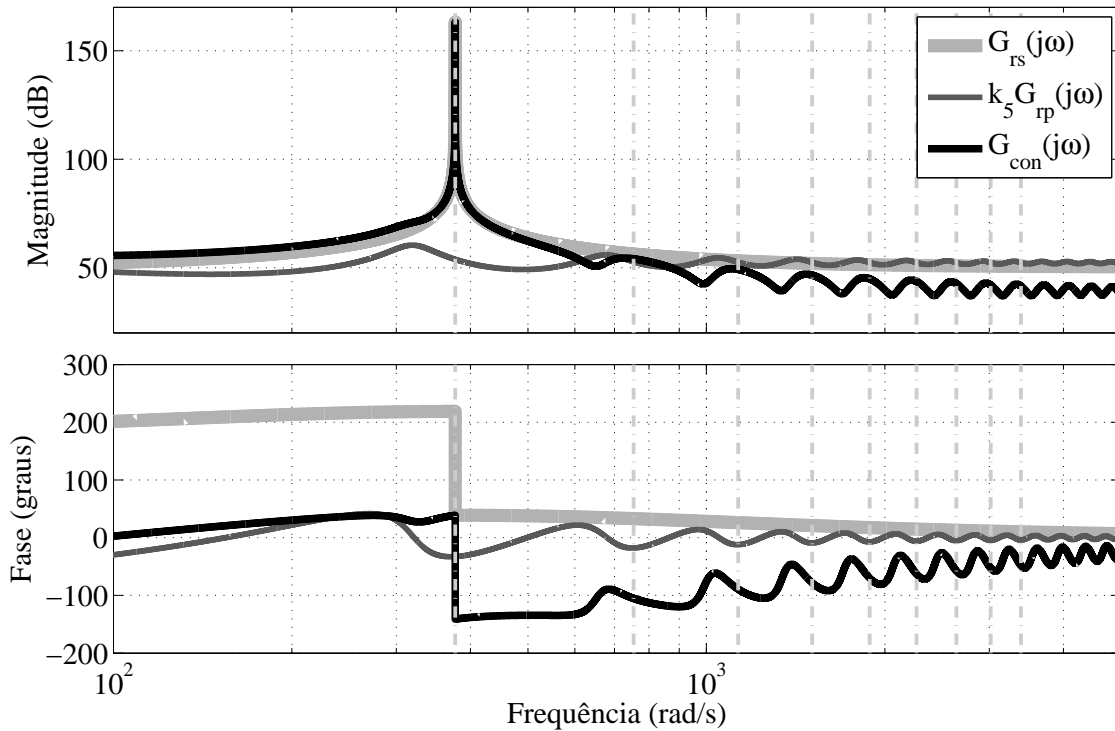


Figura 41: Diagramas de Bode para o controlador RR sem correção.

Uma das características importantes dessa topologia é a imposição de ganho infinito em  $\omega_0$  pelo controlador ressonante. Além disso, na situação sem correção no atraso, os demais picos de ressonância estão próximos das outras harmônicas de  $\omega_0$ . Ao contrário de quando utilizada a correção 2, que desloca o maior pico de ressonância do controlador repetitivo para  $\omega_0$ , mas ao mesmo tempo move os vales de  $G_{con}(j\omega)$  para as frequências próximas das outras harmônicas de  $\omega_0$ , diminuindo o ganho nessas frequências.

Ainda assim a estrutura do controlador RR tem problema na associação em paralelo dos controladores ressonante e repetitivo. Note que a diferença de fase entre as respostas em frequência de  $G_{rs}(j\omega)$  e  $k_5 G_{rp}(j\omega)$  resulta em magnitude inferior de  $G_{con}(j\omega)$  nas frequências de interesse, ou seja, a associação em paralelo dos controladores ressonante e repetitivo ocorre de forma destrutiva.

#### 5.4.1.1 Simulações dos ensaios de desempenho estático

Os resultados das simulações dos ensaios de desempenho estático são apresentados de maneira resumida na Tabela 11 e são comparados de forma gráfica no Apêndice B.1.2.

Para os dois controladores, devido ao ganho infinito em  $\omega_0$  foi garantido o seguimento com erro nulo na condição sem carga e também a rejeição da perturbação gerada pela carga linear, fatos comprovados por  $V_{sc} = 127 V_{RMS}$  e  $VR_l = 0,00\%$ . Devido a menor capacidade de rejeição das harmônicas de perturbação geradas pela carga não-linear (resposta em frequência de  $G_{con}(j\omega)$  com magnitude inferior nas frequências  $3\omega_0, 5\omega_0, 7\omega_0, \dots$ ), o controlador RR com a correção 2 obteve maiores  $THD$  e  $IHD_n$  em relação ao sem correção no atraso. Pelo mesmo motivo esta última estrutura apresentou desempenho estático inferior quando comparada ao controlador repetitivo com correção e  $\alpha = 30$ , conforme apresentado na Seção 4.4.2.

Ainda destaca-se que o sistema em malha fechada com controlador RR sem corre-

Tabela 11: Resultados de simulação com o controlador RR

Parâmetro	Norma (IEC, 2011)	Sem correção	Correção 2
$V_{sc}$ [ $V_{RMS}$ ]	127,00	127,00	127,00
$VR_l$ [%]	$\pm 10,00$	0,00	0,00
$VR_{nl}$ [%]	$\pm 10,00$	-0,06	-0,35
$THD$ [%]	8,00	3,53	8,40
$IHD_3$ [%]	5,00	2,07	7,20
$IHD_5$ [%]	6,00	2,35	4,05
$IHD_7$ [%]	5,00	1,37	1,21
$IHD_9$ [%]	1,50	0,42	0,88

ção no atraso atende os requisitos de desempenho estático definidos na *IEC 62040-3*. Enquanto o mesmo controlador com a correção 2 gera resultados de  $THD$  e  $IHD_3$  que ficam além dos limites impostos, de tal forma que as exigências de desempenho estático definidas pela *IEC 62040-3* não foram cumpridas.

#### 5.4.1.2 Simulações dos ensaios de desempenho dinâmico

Os resultados das simulações dos ensaios de desempenho dinâmico com degraus aditivos de carga linear e não-linear estão apresentados nas Figs. 42 e 43, respectivamente, enquanto os gráficos referentes aos testes com degraus subtrativos são ilustrados no Apêndice B.1.2.

Nos testes com carga linear,  $V_{dev}(t)$  atingiu o valor de regime permanente em aproximadamente 55 ms com os dois controladores. Já com carga não-linear observa-se a oscilação de  $V_{dev}(t)$  gerada pela pouca atenuação das harmônicas de perturbação. Para o controlador RR com a correção 2 este sinal ultrapassa os limites do Perfil 1, não atendendo assim as exigências de desempenho dinâmico da *IEC 62040-3*.

Ainda destaca-se que  $V_{dev}(t)$ , tanto com carga linear quanto não-linear, obtidos com o controlador RR sem correção ficaram dentro dos limites do Perfil 1.

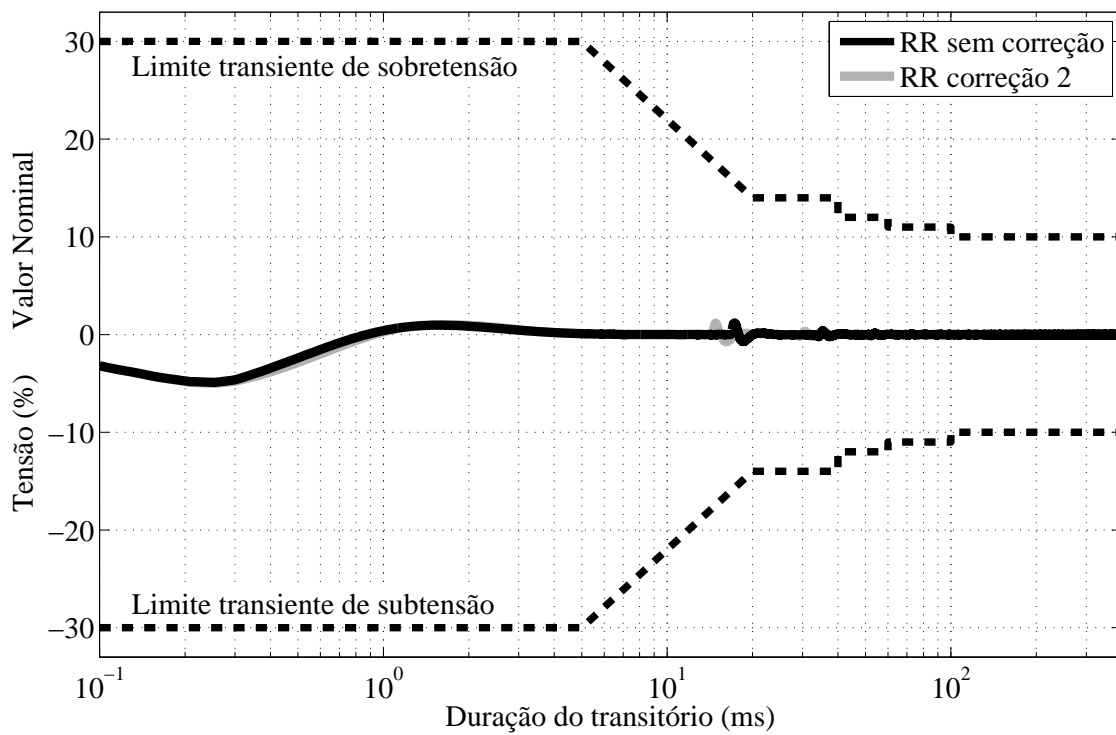


Figura 42: Perfil de tolerância da tensão de saída do sistema com o controlador RR e degrau aditivo (20% para 100%) de carga linear de referência.

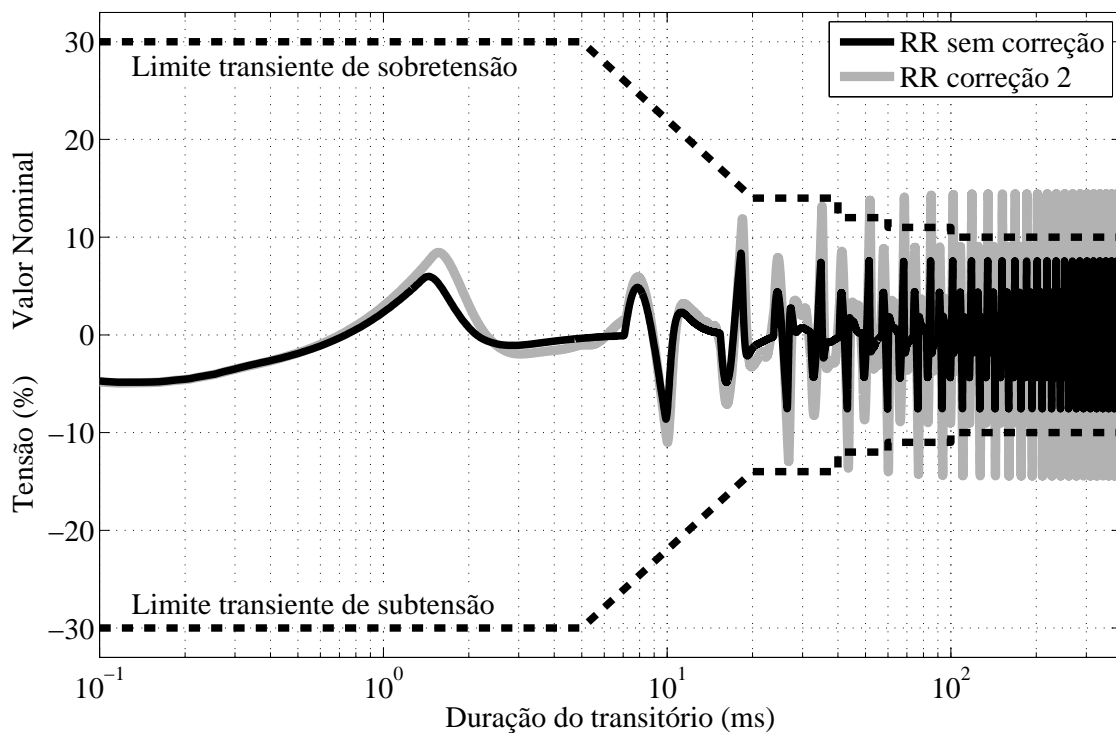


Figura 43: Perfil de tolerância da tensão de saída do sistema com o controlador RR e degrau aditivo (25% para 100%) de carga não-linear de referência.

### 5.4.2 Controlador Ressonante-Repetitivo com filtro

Nos testes com o controlador RRF sem correção no atraso e com a correção 2 fixou-se  $\alpha = 30$ . Da mesma forma adotada para os controladores anteriores, foram realizadas simulações com diferentes valores de  $\omega_c$  buscando utilizar toda excursão do sinal de controle em regime permanente.

Os valores numéricos para  $\omega_c$ ,  $\hat{\tau}_0$ , bem como os parâmetros do filtro e dos ganhos de realimentação obtidos a partir da solução de (58) são apresentados na Tabela 12. Note que com o filtro foi possível aumentar  $\omega_c$  em mais de 10 vezes em relação ao RR sem filtro.

Tabela 12: Parâmetros para o controlador RRF

Parâmetro	Sem Correção	Correção 2
$\omega_c$ [rad/s]	3850	3210
$\hat{\tau}_0$ [s]	0,01667	0,01636
$f_0$	1	1
$f_1$	0	0
$f_2$	753,98224	753,98224
$k_1$	-49,79591	-39,03300
$k_2$	41,74231	28,50451
$k_3$	$-1,5902475 \cdot 10^6$	$-1,1028717 \cdot 10^6$
$k_4$	$3,1518559 \cdot 10^4$	$2,1666540 \cdot 10^4$
$k_5$	55,40240	44,59744

Com os parâmetros descritos na Tabela 12, na Fig. 44 são apresentados os diagramas de Bode da função de transferência  $G_{con}(j\omega)$ , definida em (89). Para os dois controladores a magnitude em  $\omega_0$  é infinita, ocasionada pelo modo ressonante. Para o controlador RRF sem correção no atraso fica claro que os picos de ressonância referentes à estrutura repetitiva ficam em frequências menores que as harmônicas de  $\omega_0$ . Já para o mesmo controlador com a correção 2, no qual o maior pico de ressonância é deslocado para  $\omega_0$ , os outros picos de ressonância são movidos para as frequências harmônicas de  $\omega_0$ , aumentando a magnitude nessas frequências.

Na Fig. 45 são comparados os diagramas de Bode do controlador repetitivo sem correção no atraso ( $k_5 G_{rp}(j\omega)$ ), do filtro ressonante ( $G_f(j\omega)$ ) e do controlador repetitivo sem correção no atraso em série com o filtro ( $G_f(j\omega)k_5 G_{rp}(j\omega)$ ). Destaca-se que o filtro apresenta fase  $0^\circ$  em  $\omega_0$  e gera ganho infinito nessa frequência, além de aumentar significativamente a magnitude na faixa de frequências próximas a  $\omega_0$ .

Já na Fig. 46 nota-se que apesar da diferença de fase entre  $G_f(j\omega)k_5 G_{rp}(j\omega)$  e a resposta em frequência do controlador ressonante ( $G_{rs}(j\omega)$ ), a associação em paralelo dessas estruturas resulta em aumento ou manutenção da magnitude de  $G_{con}(j\omega)$  nas frequências de interesse. Em outras palavras, quando realizado o paralelo entre o controlador ressonante e a estrutura filtro-série-repetitivo, a soma das respostas em frequência ocorre de forma construtiva, ao contrário do observado na resposta em frequência de  $G_{con}(j\omega)$  do controlador RR sem filtro.

Na Seção B.2.1 são apresentadas figuras análogas a estas para o controlador RRF e com a correção 2.

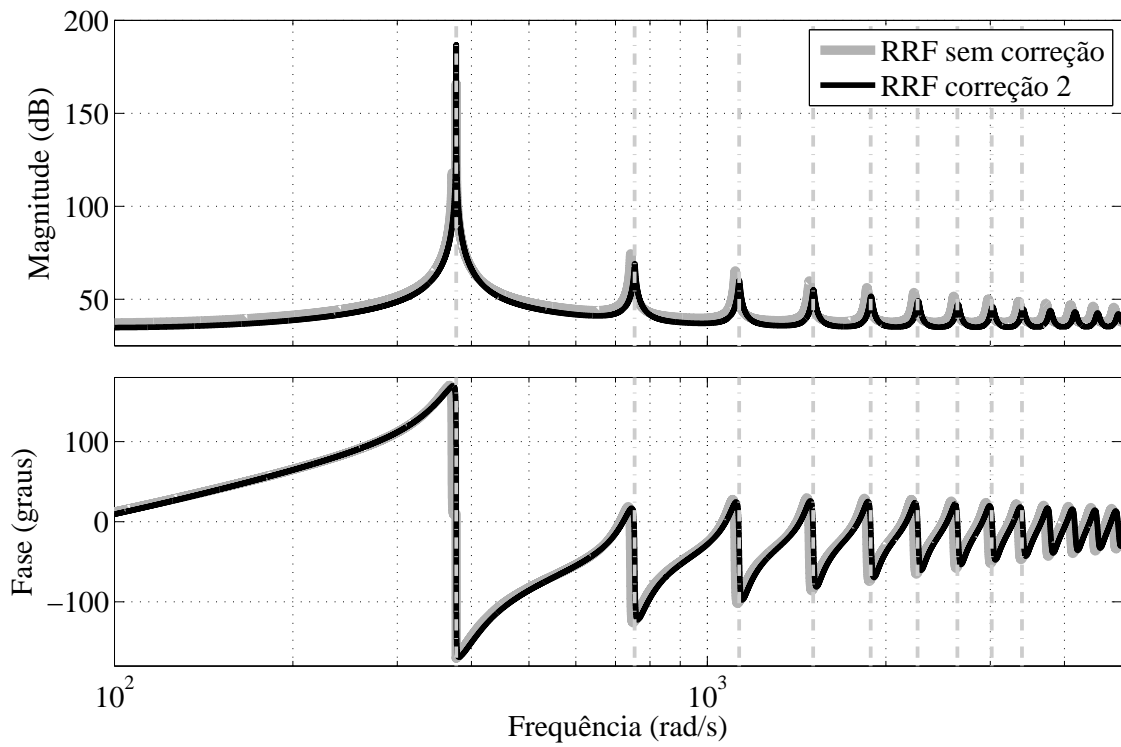


Figura 44: Comparação entre os diagramas de Bode de  $G_{con}(j\omega)$  para o controlador RRF sem correção no atraso e com a correção 2.

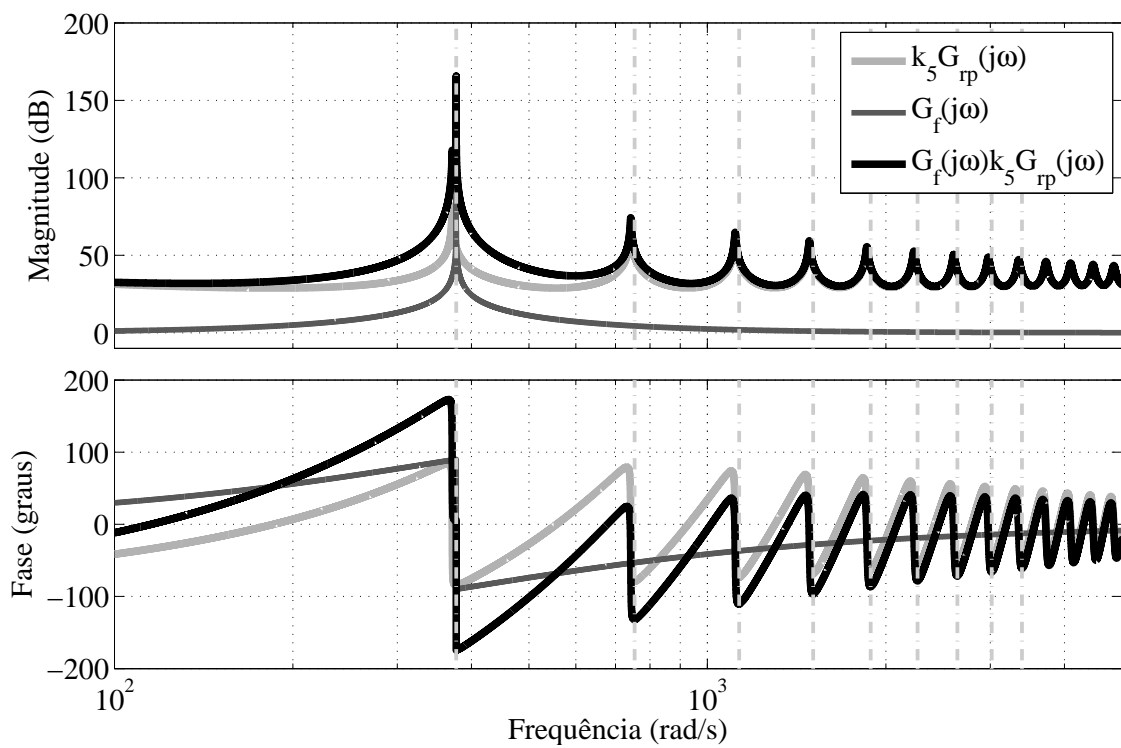


Figura 45: Diagramas de Bode do filtro e do controlador repetitivo sem correção no atraso.

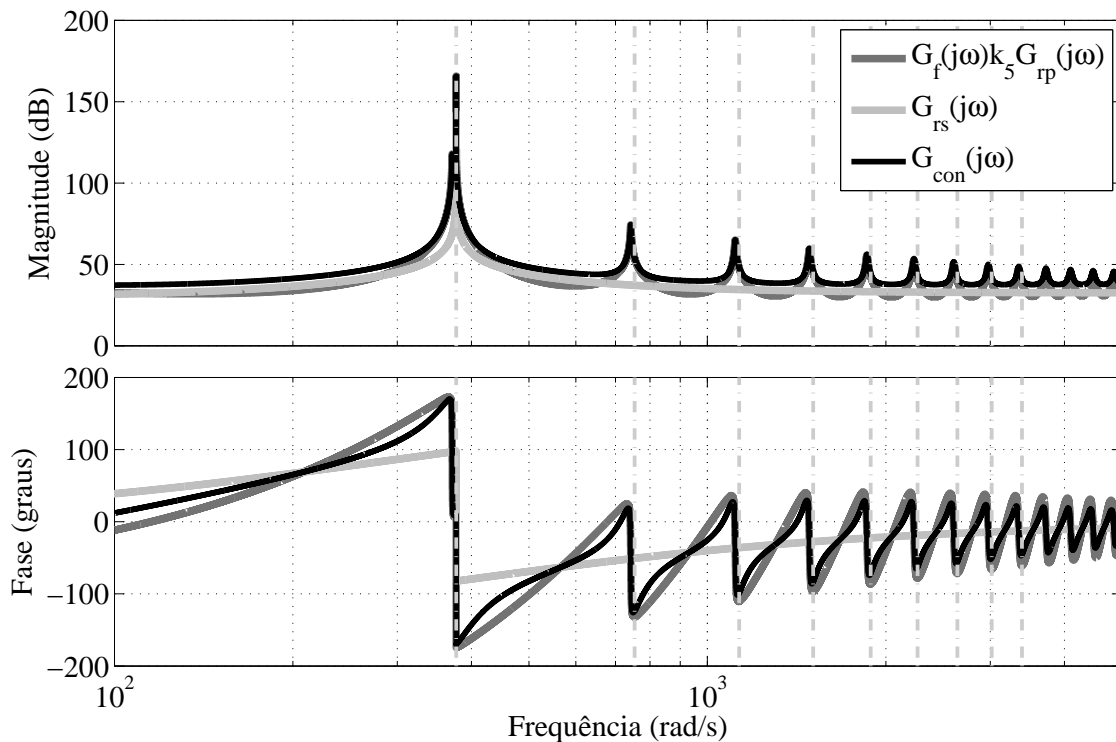


Figura 46: Diagramas de Bode para o controlador RRF sem correção no atraso.

#### 5.4.2.1 Simulações dos ensaios de desempenho estático

Seguindo o procedimento adotado nos exemplos anteriores, os resultados de simulações dos ensaios de desempenho estático obtidos com os controladores descritos na Tabela 12 são apresentados de forma resumida na Tabela 13 e também no Apêndice B.2.2.

Tabela 13: Resultados de simulação com o controlador RRF

Parâmetro	Norma (IEC, 2011)	Sem correção	Correção 2
$V_{sc}$ [ $V_{RMS}$ ]	127,00	127,00	127,00
$VR_l$ [%]	$\pm 10,00$	0,00	0,00
$VR_{nl}$ [%]	$\pm 10,00$	-0,09	-0,01
$THD$ [%]	8,00	4,49	1,43
$IHD_3$ [%]	5,00	2,70	0,54
$IHD_5$ [%]	6,00	2,97	0,97
$IHD_7$ [%]	5,00	1,62	0,72
$IHD_9$ [%]	1,50	0,61	0,11

Nota-se que devido a  $G_{con}(j\omega)$  ter como característica a magnitude infinita em  $\omega_0$ , a saída do sistema apresentou  $V_{sc} = 127 V_{RMS}$  e  $VR_l = 0,00\%$ . Como a correção 2 posicionou os picos de ressonância nas frequências múltiplas inteiras de  $\omega_0$ , o controlador nesta condição proporcionou as menores  $THD$  e  $IHD_n$ . Ainda deve ser apontado que os controladores RRF sem correção no atraso e com a correção 2 atendem às exigências de desempenho estático da IEC 62040-3.

Na Fig. 47 são ilustrados dois ciclos do sinal de tensão e corrente de saída do sistema com a conexão de 100% da carga não-linear de referência e controlado pela estrutura

do RRF com a correção 2. Devido aos baixos valores de  $VR_{nl}$  e  $THD$ , nota-se a quase sobreposição dos sinais de referência e tensão de saída. Para estas mesmas condições, na Fig. 48 é apresentado o sinal de controle, o qual está dentro dos limites de operação  $\pm V_{cc}/2$ . Destaca-se, além disto, a forma do sinal de controle gerada pela alta composição harmônica da perturbação somada ao sinal chaveamento dos IGBTs.

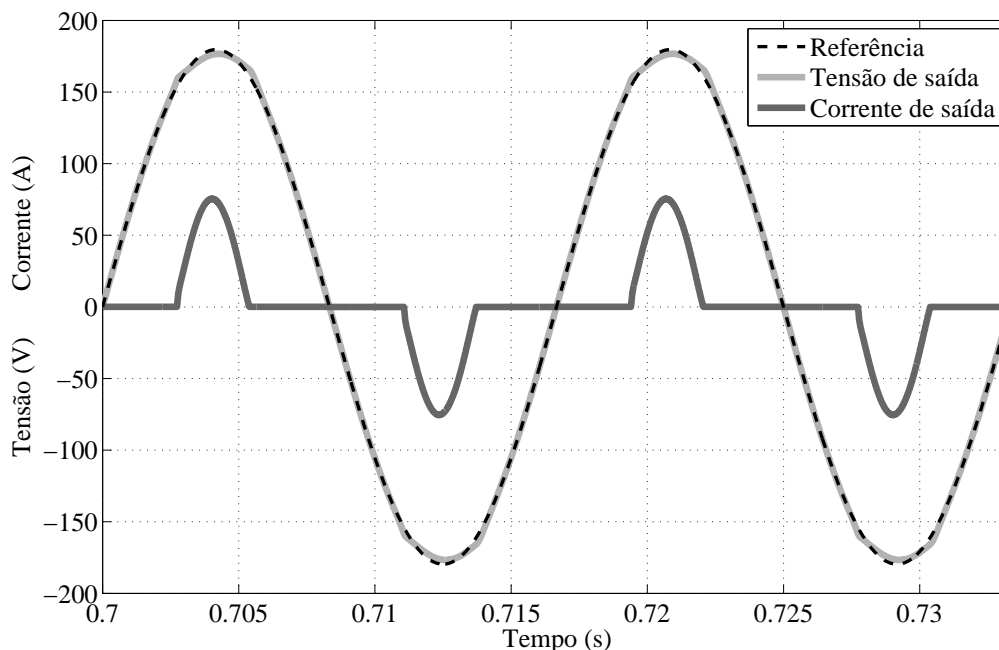


Figura 47: Tensão e corrente de saída do sistema com o controlador RRF com a correção 2 e 100% da carga não-linear de referência.

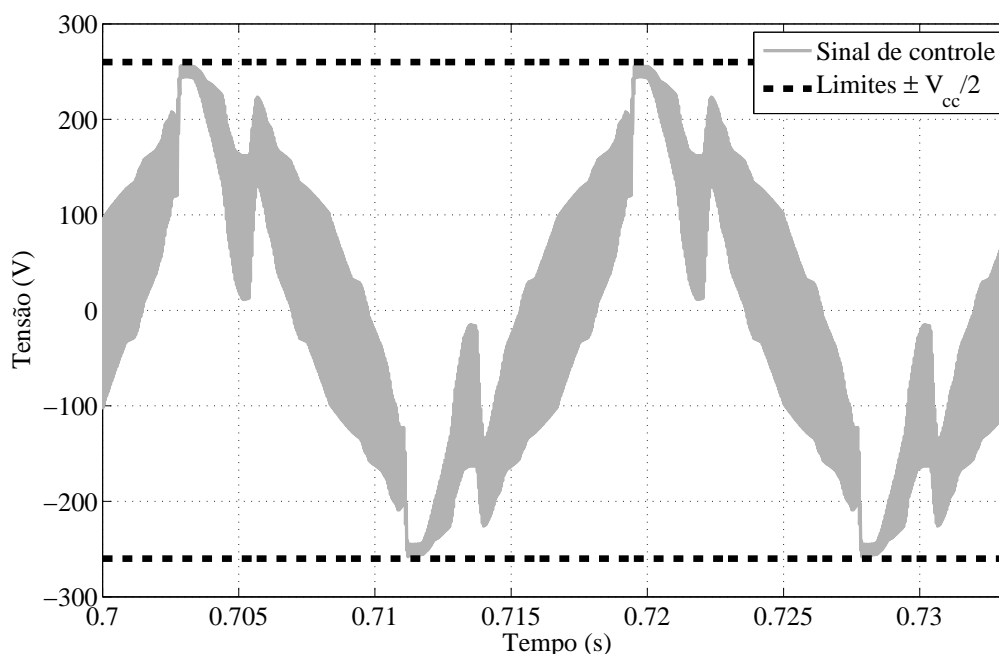


Figura 48: Sinal de controle do sistema com o controlador RRF com a correção 2 e 100% da carga não-linear de referência.

#### 5.4.2.2 Simulações dos ensaios de desempenho dinâmico

Os resultados das simulações dos ensaios de desempenho dinâmico com degraus aditivos de carga linear e não-linear são ilustrados nas Figs. 49 e 50, respectivamente. Já os gráficos referentes aos testes com degraus subtrativos são apresentados no Apêndice B.2.2.

Com os degraus de carga linear, os desvios percentuais de tensão atingem o valor de regime permanente em cerca de 70 ms após o início da condição transitória, ou seja, esta configuração eleva em aproximadamente um ciclo o tempo para atingir o regime permanente quando comparada ao exemplo anterior, com o controlador RR. Novamente é observada a oscilação em regime permanente de  $V_{dev}(t)$  com os degraus de carga não-linear.

Como  $V_{dev}(t)$  permanece dentro dos limites do Perfil 1, tanto nos degraus de carga linear quanto não-linear, o sistema com os dois controladores atendem as exigências de desempenho dinâmico, fazendo com que todos os requisitos definidos pela IEC 62040-3 sejam cumpridos.

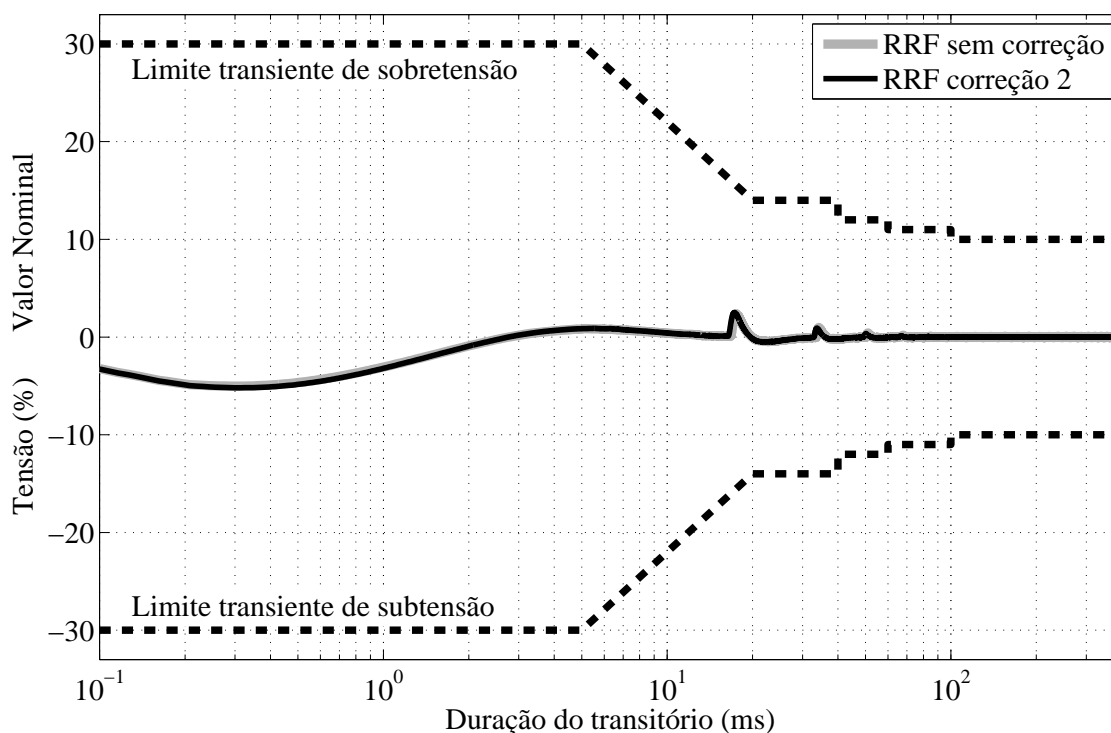


Figura 49: Perfil de tolerância da tensão de saída do sistema com o controlador RRF e degrau aditivo (20% para 100%) de carga linear de referência.



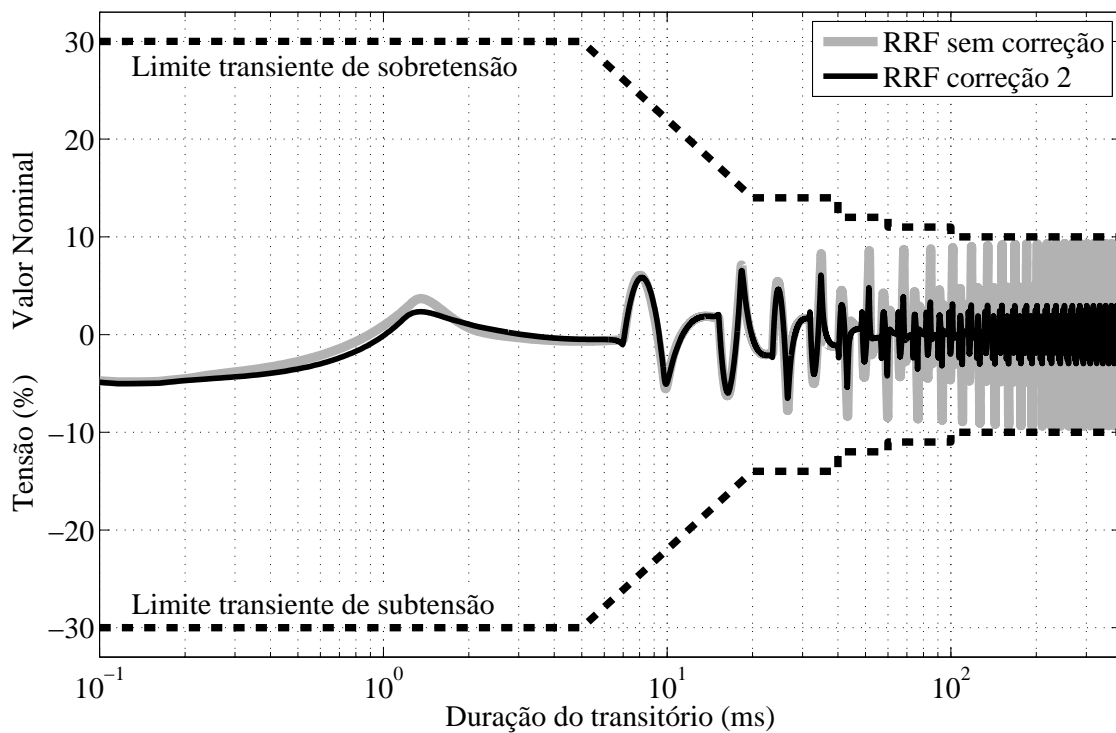


Figura 50: Perfil de tolerância da tensão de saída do sistema com o controlador RRF e degrau aditivo (25% para 100%) de carga não-linear de referência.

## 5.5 Comparações de desempenho

Nesta seção são realizadas comparações de desempenho entre o sistema com o controlador repetitivo com a correção 3, controlador RR sem correção no atraso e controlador RRF com a correção 2. Estas três estruturas de controle têm em comum a resposta em frequência com magnitude infinita em  $\omega_0$  e picos de ressonância nas (ou próximos das) frequências harmônicas de  $\omega_0$ . Além de terem sido projetados com  $\alpha = 30$  e apresentado os melhores resultados tanto para os requisitos de desempenho estático quanto para os requisitos de desempenho transitório da IEC 62040-3.

### 5.5.1 Simulações dos ensaios de desempenho estático

Na Tabela 14 foram reunidos os resultados das simulação dos ensaios de desempenho estático do sistema em malha fechada com os três controladores em questão e no Apêndice B.3 são ilustradas as figuras obtidas. Destaca-se que todos mantiveram  $V_{sc} = 127 V_{RMS}$  e  $VR_l = 0,00\%$ . Nota-se ainda que o controlador repetitivo com a correção 3 e o controlador RRF com a correção 2 têm resultados com valores na mesma ordem, sendo que o segundo controlador apresenta a menor  $THD$  e, portanto, tem o melhor desempenho estático entre os três controladores.

Tabela 14: Comparação dos resultados de simulação com  $\alpha = 30$ 

Parâmetro	Norma (IEC, 2011)	Repetitivo correção 3	RR sem correção	RRF correção 2
$V_{sc}$ [V]	127,00	127,00	127,00	127,00
$VR_l$ [%]	$\pm 10,00$	0,00	0,00	0,00
$VR_{nl}$ [%]	$\pm 10,00$	-0,02	-0,06	-0,01
$THD$ [%]	8,00	1,63	3,53	1,43
$IHD_3$ [%]	5,00	0,69	2,07	0,54
$IHD_5$ [%]	6,00	1,13	2,35	0,97
$IHD_7$ [%]	5,00	0,75	1,37	0,72
$IHD_9$ [%]	1,50	0,07	0,42	0,11

### 5.5.2 Simulações dos ensaios de desempenho dinâmico

Nas Figs. 51 e 52 são apresentados os resultados das simulações dos ensaios de desempenho dinâmico com os degraus aditivos de carga linear e não-linear e no Apêndice B.3 são retratados os testes com degraus subtrativos de carga.

Verifica-se que o controlador repetitivo com a correção 3 apresentou a resposta transitória mais lenta, visto que  $V_{dev}(t)$  atingiu o valor de regime permanente após 100 ms da aplicação do degrau de carga linear. No caso do controlador RRF com a correção 2, o tempo necessário para este sinal atingir o regime permanente foi da ordem de 70 ms e o melhor desempenho transitório entre os três foi obtido pelo controlador RR sem correção no atraso, com  $V_{dev}(t)$  atingindo o valor de regime depois de 55 ms do início da condição transitória.

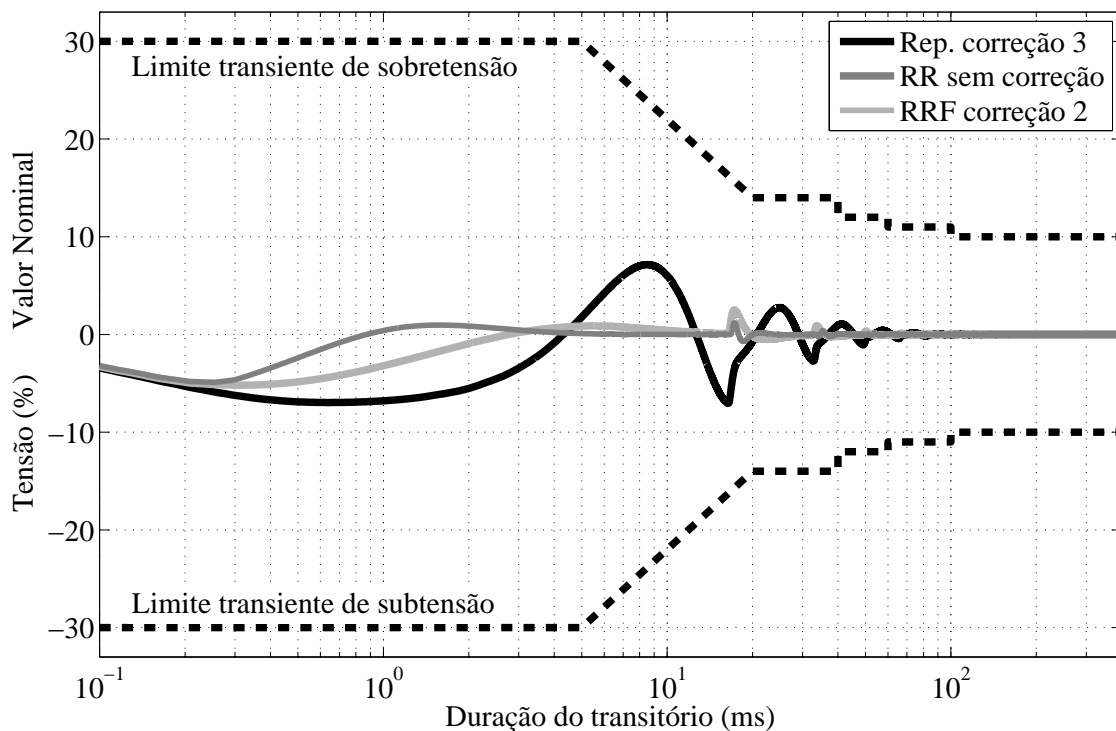


Figura 51: Perfil de tolerância da tensão de saída do sistema na comparação entre os controladores para degrau aditivo (20% para 100%) de carga linear de referência.

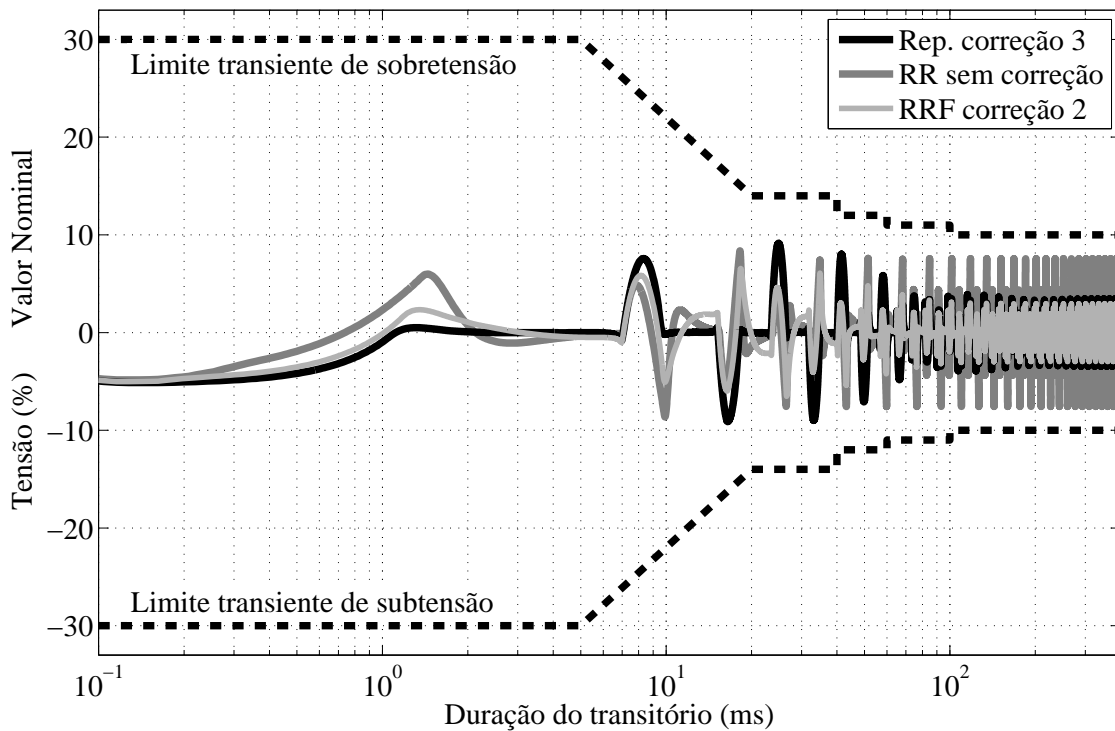


Figura 52: Perfil de tolerância da tensão de saída do sistema na comparação entre os controladores para degrau aditivo (25% para 100%) de carga não-linear de referência.

## 5.6 Comentários finais

Neste capítulo foram estudadas duas topologias híbridas que unem os controladores ressonante e repetitivo. Na primeira delas, os dois controladores foram simplesmente associados em paralelo conforme (SALTON et al., 2013). Em seguida, foi proposta uma variação da topologia do controlador RRF apresentada em (SALTON et al., 2013), na qual o filtro foi utilizado para aproximar o comportamento em fase do estrutura filtro-série-repetitivo da fase do controlador ressonante. Para as duas topologias híbridas foram obtidas equações do sistema em malha fechada visando o projeto robusto de ganhos de realimentação, além de ser proposta uma forma sistemática de projeto para o filtro.

Com o controlador RR, foi possível verificar que a diferença de fase entre as respostas em frequência dos controladores ressonante e repetitivo resultou em interferências destrutivas na associação em paralelo dos dois, além da impossibilidade de utilização de um valor de  $\omega_c$  na mesma ordem de grandeza que o empregado no caso do sistema em malha fechada com o controlador puramente repetitivo. Também é apontado que a correção 2 ocasionou a diminuição da magnitude nas frequências de interesse quando comparada com a situação sem correção no atraso. Desse modo, o controlador RR com a correção 2 não atendeu as exigências da IEC 62040-3. Já o controlador RR sem correção no atraso atendeu tanto os requisitos de desempenho estático quanto os de desempenho dinâmico desta norma.

Já no controlador RRF, as respostas em frequência dos laços dos controladores ressonante e do repetitivo, apesar da diferença de fase, uniram-se construtivamente por meio do filtro. Por esse motivo foi possível utilizar um valor de  $\omega_c$  na mesma ordem de grandeza obtido no caso do sistema em malha fechada com o controlador puramente repetitivo.

Além disso, foi verificada a influência da correção no atraso do controlador repetitivo, deslocando os picos de ressonância para as frequências de interesse. Os controladores RRF sem correção no atraso e com a correção 2 cumpriram tanto os requisitos de desempenho estático quanto os de desempenho dinâmico da *IEC 62040-3*.

Para um mesmo valor de  $\alpha$ , os controladores repetitivo com a correção 3 e RRF com a correção 2 geraram respostas estáticas equivalentes, mas com o segundo controlador apresentando desempenho dinâmico superior, além da estrutura puramente repetitiva com a correção 3 ter o problema da instabilidade em malha aberta. Portanto, a configuração mais indicada para aplicação em *UPS* é a do controlador RRF com a correção 2.

## 6 CONCLUSÕES

O objetivo principal deste trabalho foi o desenvolvimento de um controlador ressonante-repetitivo aplicado a *UPS*s. Para completar esta tarefa inicialmente foram estudadas metodologias de correção na função de transferência do controlador repetitivo, as quais são propostas para reduzir o erro de seguimento associado ao filtro passa-baixas em série com o elemento de atraso. Pela análise dos diagramas de Bode e LGR da função de transferência do controlador repetitivo sem e com correções verificou-se que as correções 1 e 2 aumentam a magnitude da resposta em frequência em  $\omega_0$ , quando comparadas ao repetitivo sem correção, e que as mesmas são equivalentes para grandes valores  $\omega_c$ . Já a correção 3 torna a magnitude infinita em  $\omega_0$ , ao custo de gerar um controlador instável em malha aberta, porém, como o sistema em malha fechada é estável, torna-se possível sua aplicação em sistemas *UPS*. A simulação do sistema em malha fechada, através da comparação do controlador repetitivo sem e com essas correções, mostrou que as correções melhoram significativamente o desempenho estático, diminuindo ou zerando o erro de seguimento e ainda reduzindo a influência da perturbação na saída do sistema. Deve-se ainda frisar estas comparações entre as metodologias de correção são contribuições importantes deste trabalho e foram publicadas em (LORENZINI et al., 2015).

No estudo dos controladores RRs, verificou-se o problema da diferença de fase entre os controladores ressonante e repetitivo em sua associação em paralelo. Foi constatado que os resultados obtidos através da solução com controlador RRF complementar, apresentada em (SALTON et al., 2013), podem ser melhorados, visto que a topologia proposta não resulta na separação das frequências de operação destes dois controladores através da utilização de um filtro complementar. No entanto, esta abordagem motivou a principal contribuição deste trabalho: o projeto robusto do sistema com o controlador RRF e utilização do filtro para diminuir a diferença de fase entre os laços dos controladores ressonante e repetitivo. Por meio da versão modificada do filtro foi possível escrever uma representação em espaço de estados do sistema em malha fechada com o controlador RRF, o que viabilizou o projeto robusto deste controlador. Outra contribuição deste trabalho foi a aplicação das correções na função de transferência do controlador puramente repetitivo nos controladores RR e RRF, o que, no caso do controlador RRF, resultou na significativa melhora do desempenho estático do sistema em malha fechada.

Pela análise dos resultados de simulação, salvo o controlador RR com a correção 2, todos os outros controladores atenderam tanto as exigências estáticas quanto as dinâmicas da *IEC 62040-3*, sendo que o controlador RRF com a correção 2 foi o que proporcionou o melhor desempenho. Esta estrutura de controle apresentou as características de rejeição à perturbação do controlador puramente repetitivo com a correção 3, porém com uma resposta dinâmica mais rápida.

Além de apresentar o melhor desempenho estático, o controlador RRF tem a vanta-

gem do seguimento com erro nulo não estar associado ao controlador repetitivo, o que possibilita a redução de  $\omega_c$  caso seja necessário diminuir a excursão do sinal de controle. Esta estrutura de controle ainda tem a vantagem de possuir resposta em frequência com ganho CC infinito e magnitude infinita em  $\omega_0$ , além de apresentar picos de ressonância nas frequências múltiplas inteiras de  $\omega_0$ , o que em aplicações que envolvam seguimento/rejeição de sinais de referências/perturbações periódicos e/ou constantes (ou constantes por partes) é uma grande vantagem.

Como extensão dos resultados apresentados nos capítulos anteriores podem ser citadas as seguintes perspectivas de continuação deste trabalho:

- Implementação e validação dos controladores projetados no controle do inversor monofásico comercial de 3,5 kVA instalado no Laboratório de Sistemas de Controle, Automação e Robótica (LASCAR) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), cujos parâmetros e cargas são os mesmos que os utilizados nas simulações de ensaios realizadas neste trabalho;
- Síntese robusta de um controlador RRF utilizando um filtro do tipo *notch* em série com o controlador repetitivo para anular a contribuição deste na faixa de frequências próximas à frequência fundamental e desta forma, efetivamente restringir a atuação dos controladores ressonante e repetitivo em faixas distintas de operação;
- No controlador RRF, verificar o desempenho do sistema ao se realizar variações na fase imposta pelo filtro em série com o controlador repetitivo na frequência fundamental e realizar o projeto deste considerando zeros complexos e não somente reais e iguais;
- Generalização das correções 2 e 3 aplicadas à função de transferência do controlador repetitivo para que o pico de ressonância referente a  $n$ ésima harmônica seja posicionado em  $n\omega_0$  e aplicação destas correções aos controladores RR e RRF visando redução da influência das perturbações na saída do sistema;
- Avaliação do impacto de pequenas variações na frequência do sinal de referência nos desempenhos estático e dinâmico do sistema com os controladores repetitivo, RR e RRF sem e com as correções no atraso;
- Avaliação do desempenho dos controladores RR e RRF sem e com as correções em outros sistemas tais como filtros ativos, UPSs trifásicas e em aplicações que envolvam seguimento/rejeição de sinais de referências/perturbações periódicos e/ou constantes ou constantes por partes;
- Projeto dos controladores repetitivo, RR e RRF utilizando realimentação do estado atrasado visando melhoria de desempenho;
- Utilização de funcionais de Lyapunov-Krasovskii dependentes do atraso para redução do conservadorismo das condições de síntese dos controladores.

## REFERÊNCIAS

AMERICAN NATIONAL STANDARDS INSTITUTE/INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONIC ENGINEERS (ANSI/IEEE). **IEEE Std 944-1986**: IEEE Recommended Practice for the Application and Testing of Uninterruptible Power Supplies for Power Generating Stations. New York, 1986. 28p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 15014**: Conversor a semicondutor - Sistema de alimentação de potência ininterrupta, com saída em corrente alternada (nobreak) - Terminologia. Rio de Janeiro, 2003. 5p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 15014**: Conversor a semicondutor - Sistema de alimentação de potência ininterrupta, com saída em corrente alternada (nobreak) - Segurança e desempenho. Rio de Janeiro, 2005. 84p.

BAZANELLA, A. S.; GOMES DA SILVA JR., J. M. **Sistemas de Controle**: princípios e métodos de projeto. Porto Alegre: UFRGS, 2005.

BONAN, G. **Projeto de controladores repetitivos aplicados a sistemas ininterruptos de energia para o seguimento assintótico de sinais de referência senoidais e rejeição de harmônicos**. 2010. 106 f. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Faculdade de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Porto Alegre, 2010.

BONAN, G. et al. Robust control design of multiple resonant controllers for sinusoidal tracking and harmonic rejection in Uninterruptible Power Supplies. In: IEEE INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON INDUSTRIAL ELECTRONICS (ISIE' 10), 19., 2010, Bari. **Proceedings...** New York: IEEE, 2010. p. 303–308.

BONAN, G. et al. Repetitive controller design for uninterruptible power supplies: An LMI approach. In: ANNUAL CONFERENCE OF THE IEEE INDUSTRIAL ELECTRONICS SOCIETY (IECON' 11), 37., 2011, Melbourne. **Proceedings...** New York: IEEE, 2011. p. 704–709.

BOYD, S. et al. **Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory**. 1.ed. Philadelphia: Society for industrial and applied mathematics, 1994. 193p.

CARVALHO, F. M. **Método alternativo para sintonia de múltiplos controladores ressonantes aplicados em sistemas ininterruptos de energia (Nobreak)**. 2013. 116 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Escola de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Porto Alegre, 2013.

- CASTRO, R. S. **Controladores ressonante e repetitivo modificados para o tratamento de sinais com período variante no tempo**. 2015. 201 f. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Faculdade de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Porto Alegre, 2015.
- CHEN, C.-T. **Linear System Theory and Design**. 2.ed. New York: Oxford University Press, 1995. 688p.
- CHEN, D.; ZHANG, J.; QIAN, Z. An Improved Repetitive Control Scheme for Grid-Connected Inverter With Frequency-Adaptive Capability. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, New York, v. 60, n. 2, p. 814–823, Feb. 2013.
- CHEN, S. et al. Optimal design of repetitive controller for harmonic elimination in PWM voltage source inverters. In: INTERNATIONAL TELECOMMUNICATIONS ENERGY CONFERENCE, 29., 2007, Rome. **Proceedings...** IEEE: New York, 2007. p. 236–241.
- CHILALI, M.; GAHINET, P.  $H_\infty$  design with pole placement constraints: an LMI approach. **IEEE Transactions on Automatic Control**, New York, v. 41, n. 3, p. 358–367, Mar. 1996.
- DOH, T.-Y.; CHUNG, M. Repetitive control design for linear systems with time-varying uncertainties. **IEE Proceedings Control Theory and Applications**, Hertford, v. 150, n. 4, p. 427–432, July 2003.
- EL GHAOU, L.; NICULESCU, S.-I. **Advances in linear matrix inequality methods in control**. Philadelphia: Society for industrial and applied mathematics, 2000. 372p.
- ESCOBAR, G. et al. Repetitive-based controller for a UPS inverter to compensate unbalance and harmonic distortion. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, New York, v. 54, n. 1, p. 504–510, Feb. 2007.
- ESCOBAR, G. et al. A Repetitive-Based Controller for the Compensation of  $6\ell \pm 1$  Harmonic Components. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, New York, v. 55, n. 8, p. 3150–3158, Aug. 2008.
- FIGUEIRA, A. **Sistemas no-breaks estáticos**. Rio de Janeiro: Antenna Edições Técnicas Ltda., 2005.
- FLORES, J. et al. Síntese de Controladores Repetitivos Chaveados: uma aplicação à fontes ininterruptas de energia (UPS). **Revista Controle & Automação**, Campinas, v. 22, n. 2, p. 184–200, Abr. 2011.
- FLORES, J. V. **Projeto de controladores para o seguimento de referências periódicas em sistemas com atuadores saturantes**. 2012. 138 f. Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Escola de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Porto Alegre, 2012.
- FLORES, J. V.; SALTON, A. T.; CASTRO, R. S. Robust State Feedback Formulation for High Order Repetitive Controllers. **Asian Journal of Control**, Richmond, v. 18, n. 5, p.1–10, Sep. 2015.



FRANCIS, B.; WONHAM, W. The internal model principle for linear multivariable regulators. **Applied Mathematics and Optimization**, Berlin, v. 2, n. 2, p. 170–194, June 1975.

FUKUDA, S.; IMAMURA, R. Application of a sinusoidal internal model to current control of three-phase utility-interface converters. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, New York, v. 52, n. 2, p. 420–426, Apr. 2005.

FUKUDA, S.; YODA, T. A novel current-tracking method for active filters based on a sinusoidal internal model [for PWM invertors]. **IEEE Transactions on Industry Applications**, New York, v. 37, n. 3, p. 888–895, May 2001.

GU, K.; KHARITONOV, V.; CHEN, J. **Stability of time-delay systems**. Boston: Birkhäuser, 2003.

HARA, S. et al. Repetitive control system: a new type servo system for periodic exogenous signals. **IEEE Transactions on Automatic Control**, New York, v. 33, n. 7, p. 659–668, July 1988.

HORNIK, T.; ZHONG, Q.-C. A Current-Control Strategy for Voltage-Source Inverters in Microgrids Based on  $H^\infty$  and Repetitive Control. **IEEE Transactions on Power Electronics**, New York, v. 26, n. 3, p. 943–952, Mar. 2011.

INOUE, T.; NAKANO, M.; IWA, S. High accuracy control of servomechanism for repeated contouring. In: ANNUAL SYMPOSIUM INCREMENTAL MOTION CONTROL SYSTEMS AND DEVICES, 10., 1981, Rosemont. **Proceedings...** Champaign: Incremental Motion Control Society, 1981. p. 258–292.

INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION (IEC). **IEC 61000-2-2**: Electromagnetic compatibility (EMC) - Part 2-2: Environment - Compatibility levels for low-frequency conducted disturbances and signalling in public low-voltage power supply systems. Geneva, 2002. 57p.

INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION (IEC). **IEC 62040-3**: Uninterruptible Power Systems (UPS) - Part 3: Method of specifying the performance and test requirements. Geneva, 2011. 214p.

JIANG, S. et al. Low-THD, Fast-Transient, and Cost-Effective Synchronous-Frame Repetitive Controller for Three-Phase UPS Inverters. **IEEE Transactions on Power Electronics**, New York, v. 27, n. 6, p. 2994–3005, June 2012.

KHALIL, H. K. **Nonlinear systems**. 3.ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2002.

LISERRE, M.; TEODORESCU, R.; BLAABJERG, F. Multiple harmonics control for three-phase grid converter systems with the use of PI-RES current controller in a rotating frame. **IEEE Transactions on Power Electronics**, New York, v. 21, n. 3, p. 836–841, May 2006.

LÖFBERG, J. YALMIP: a toolbox for modeling and optimization in MATLAB. In: IEEE INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON COMPUTER AIDED CONTROL SYSTEMS DESIGN, 13., 2004, Taipei. **Proceedings...** New York: IEEE, 2004. p. 284–289.

- LORENZINI, C. et al. Repetitive Controller with Low-Pass Filter Compensation Applied to Uninterruptible Power Supplies (UPS). In: ANNUAL CONFERENCE OF THE IEEE INDUSTRIAL ELECTRONICS SOCIETY (IECON'15), 41., 2015, Yokohama. **Proceedings...** New York: IEEE, 2015. Submetido para publicação.
- LU, W. et al. A Generic Digital  $nk \pm m$  - Order Harmonic Repetitive Control Scheme for PWM Converters. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, New York, v. 61, n. 3, p. 1516–1527, Mar. 2014.
- MICHELIS, L.; GRUNDLING, H. Procedimentode projeto de controladores repetitivos para o estágio de saída de fontes ininterruptas de energia. **Eletrônica de Potência**, Juiz de Fora, v. 10, n. 1, p. 39–50, Jun. 2005.
- MING, W.-L.; ZHONG, Q.-C. A Single-Phase Rectifier Having Two Independent Voltage Outputs With Reduced Fundamental Frequency Voltage Ripples. **IEEE Transactions on Power Electronics**, New York, v. 30, n. 7, p. 3662–3673, July 2015.
- MONTAGNER, V.; CARATI, E.; GRUNDLING, H. Design and analysis of a linear quadratic regulator with repetitive controller for AC power supplies. In: IEEE INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON INDUSTRIAL ELECTRONICS (ISIE'03), 12., 2003, Rio de Janeiro. **Proceedings...** New York: IEEE, 2003. p. 544–549.
- PEREIRA, L. F. A.; CARVALHO, F. M.; FLORES, J. V. Alternative resonant controller design for Uninterruptible Power Supplies (UPS). In: ANNUAL CONFERENCE OF THE IEEE INDUSTRIAL ELECTRONICS SOCIETY (IECON'13), 39., 2013, Vienna. **Proceedings...** New York: IEEE, 2013. p. 3311–3316.
- PEREIRA, L. F. A. et al. Robust PSC control design for sinusoidal tracking in uninterruptible power supplies. In: BRAZILIAN POWER ELECTRONICS CONFERENCE (COBEP'09), 10., 2009, Bonito. **Proceedings...** New York: IEEE, 2009. p. 389–396.
- PEREIRA, L. F. A. et al. Multiple Resonant Controllers for Uninterruptible Power Supplies - A Systematic Robust Control Design Approach. **IEEE IEEE Transactions on Industrial Electronics**, New York, v. 61, n. 3, p. 1528–1538, Mar. 2014.
- RECH, C. et al. Analysis and design of a repetitive predictive-PID controller for PWM inverters. In: IEEE ANNUAL POWER ELECTRONICS SPECIALISTS CONFERENCE (PESC'01), 32., 2001, Vancouver. **Proceedings...** New York: IEEE, 2001. p. 986–991.
- RECH, C. et al. Comparison of digital control techniques with repetitive integral action for low cost PWM inverters. **IEEE Transactions on Power Electronics**, New York, v. 18, n. 1, p. 401–410, Jan. 2003.
- SALTON, A. T. et al. Controlador paralelo ressonante-repetitivo aplicado a fontes ininterruptas de energia (UPS). In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA (CBA'12), 19., 2012, Campina Grande. **Anais...** Juiz de Fora: UFJF, 2012. p. 5391–5396.
- SALTON, A. T. et al. A resonant-repetitive control scheme applied to uninterruptible power supplies (UPS). **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, New York, v. 24, n. 3, p. 253–262, Apr. 2013.

SRIART, W. et al. Two-degree-of-freedom robust  $H_\infty$  repetitive control for grid-connected inverter. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON CONTROL AUTOMATION (ICCA), 11., 2014, Taichung. **Proceedings...** New York: IEEE, 2014. p. 791–796.

WEISS, G.; HÄFELE, M. Repetitive control of MIMO systems using  $H_\infty$  design. **Automatica**, Tarrytown, v. 35, n. 7, p. 1185–1199, July 1999.

WILLMANN, G. et al. Multiple-Loop H-Infinity Control Design for Uninterruptible Power Supplies. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, New York, v. 54, n. 3, p. 1–12, June 2007.

WU, M.; HE, Y.; SHE, J.-H. **Stability analysis and robust control of time-delay systems**. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2010.

YAMAMOTO, Y.; HARA, S. Relationships between internal and external stability for infinite-dimensional systems with applications to a servo problem. **IEEE Transactions on Automatic Control**, New York, v. 33, n. 11, p. 1044–1052, Nov. 1988.

ZHANG, B.; ZHOU, K.; WANG, D. Multirate Repetitive Control for PWM DC/AC Converters. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, New York, v. 61, n. 6, p. 2883–2890, June 2014.

ZHANG, K. et al. Direct repetitive control of SPWM inverter for UPS purpose. **IEEE Transactions on Power Electronics**, New York, v. 18, n. 3, p. 784–792, May 2003.

ZHOU, K. et al. Plug-In Dual-Mode-Structure Repetitive Controller for CVCF PWM Inverters. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, New York, v. 56, n. 3, p. 784–791, Mar. 2009.

## APÊNDICE A RESULTADOS DE SIMULAÇÃO DO CONTROLADOR REPETITIVO

Neste apêndice são apresentadas as figuras complementares aos resultados de simulação dos dois exemplos numéricos descritos na Seção 4.4.

### A.1 Exemplo numérico 1

#### A.1.1 Diagramas de Bode

Nas Figs. 53 a 56 são apresentados os diagramas de Bode obtidos para cada um dos quatro controladores cujos parâmetros são descritos na Tabela 5. Nestes gráficos destaca-se que  $k_2$  é o ganho de realimentação que multiplica o sinal de erro  $E(j\omega)$ ,  $k_3 G_{rp}(j\omega)$  é a resposta em frequência do controlador repetitivo multiplicada pelo devido ganho de realimentação e  $G_{con}(j\omega)$  é definida em (53).

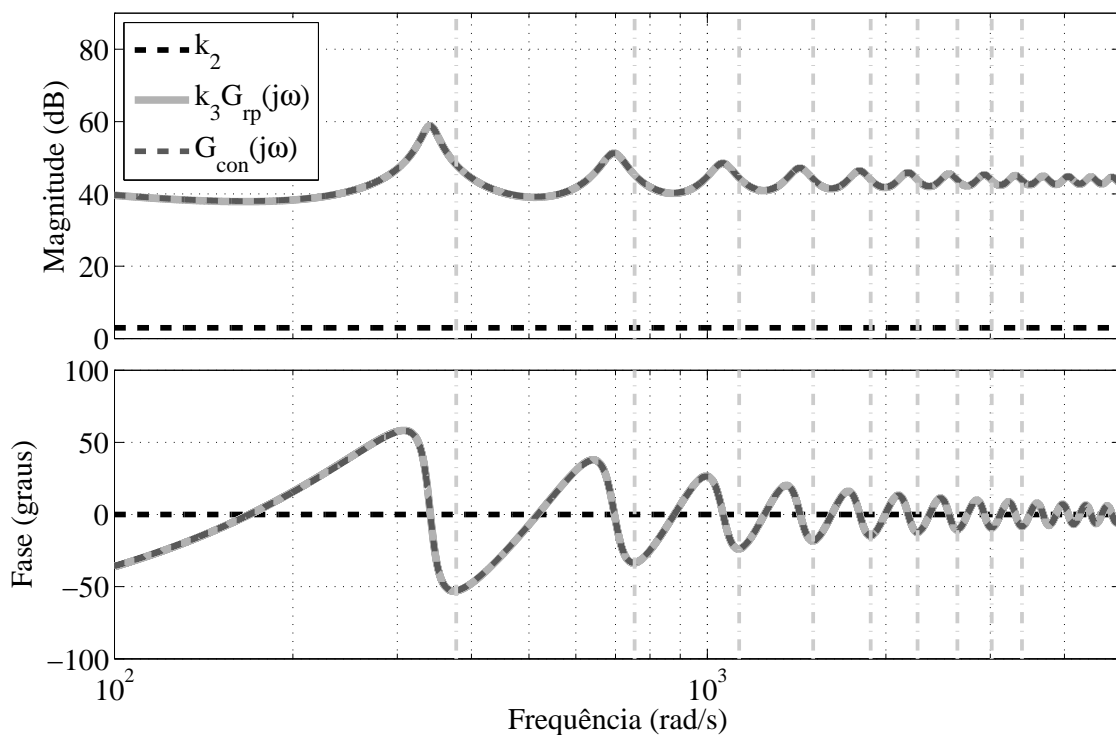


Figura 53: Diagramas de Bode para o controlador repetitivo sem correção,  $\alpha = 90$  e  $\omega_c = 500$  rad/s.

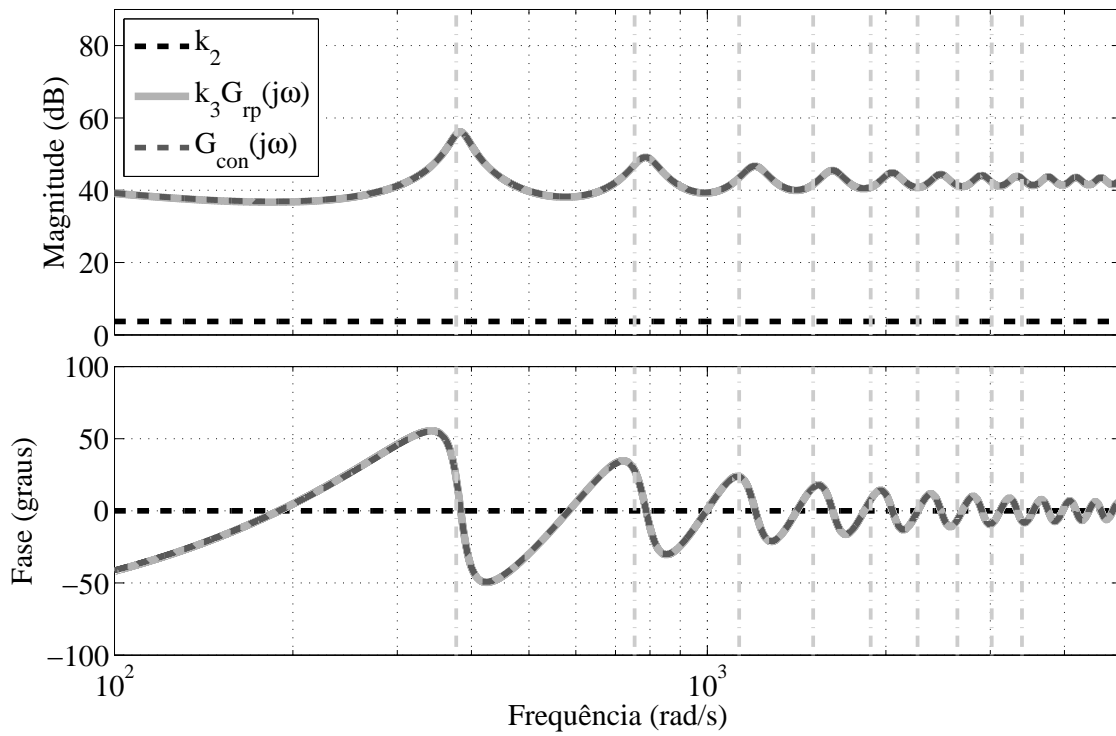


Figura 54: Diagramas de Bode para o controlador repetitivo com a correção 1,  $\alpha = 95$  e  $\omega_c = 500$  rad/s.

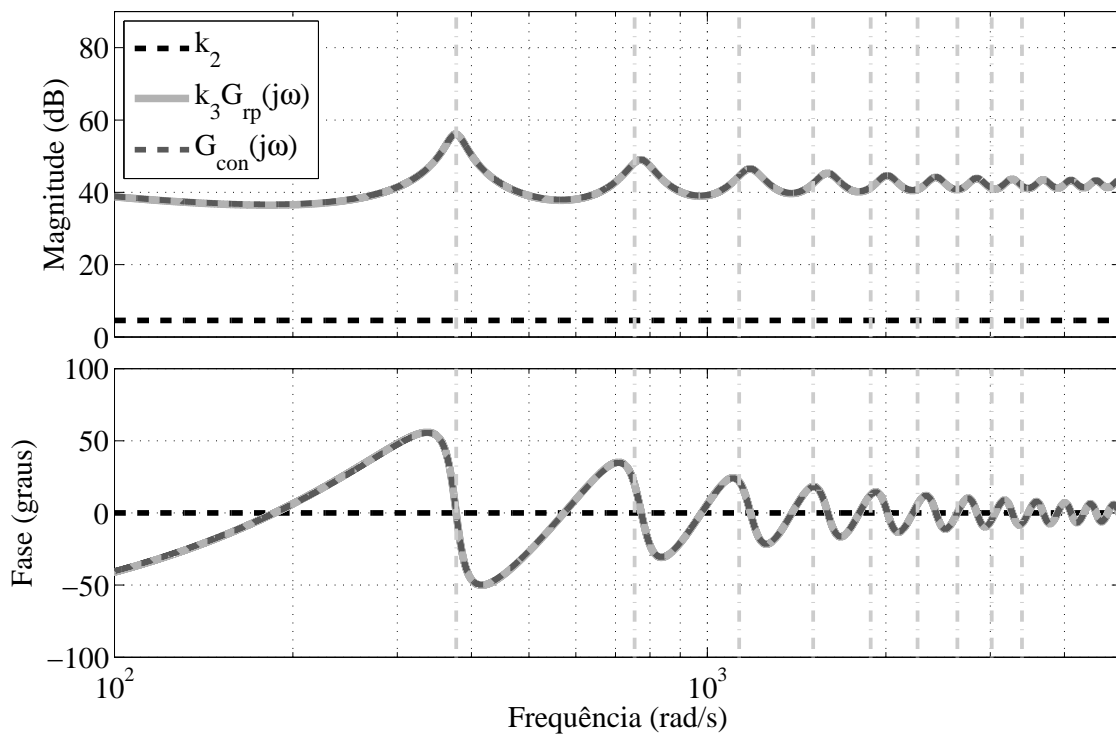


Figura 55: Diagramas de Bode para o controlador repetitivo com a correção 2,  $\alpha = 92$  e  $\omega_c = 500$  rad/s.

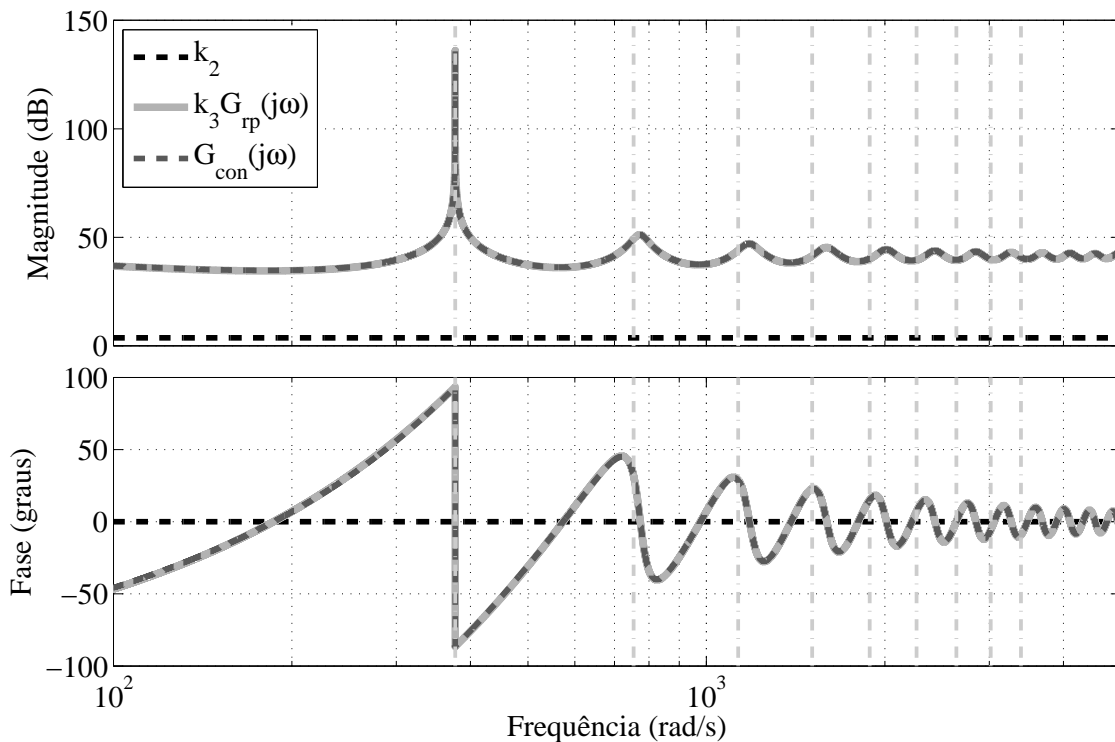


Figura 56: Diagramas de Bode para o controlador repetitivo com a correção 3,  $\alpha = 76$  e  $\omega_c = 500$  rad/s.

### A.1.2 Resultados de simulação

Nas Figs. 57 a 60 são apresentados os resultados de simulação obtidos com os quatro controladores cujos parâmetros são descritos na Tabela 5. Nos gráficos a seguir, as curvas da tensão *RMS* de saída e da *THD* da tensão de saída foram atualizadas a cada ciclo (1/60 s) e ao longo do tempo foram realizadas variações da carga conectada na saída do sistema.

Na Fig. 57 é ilustrada a curva da tensão *RMS* de saída, na qual o sistema em  $t = 0$  s está com 20% da carga linear até quando o degrau aditivo (20% para 100%) de carga linear é aplicado em  $t = 0,1042$  s, já em  $t = 0,9042$  s é aplicado o degrau subtrativo (100% para 20%) e os 20% restantes de carga linear são retirados em  $t = 1,3208$  s e deste período até o final da simulação  $t = 1,6$  s o sistema está a vazio. A Fig. 58 retrata um ciclo da tensão de saída com 100% da carga linear de referência.

As Figs. 59 e 60 mostram a curva da tensão *RMS* de saída e da *THD* da tensão de saída, respectivamente, quando realizadas variações da carga não-linear de referência. Os mesmos procedimentos descritos anteriormente para as cargas lineares foram adotados para os degraus de carga não-linear referentes a 25% e 75% da potência aparente de saída do sistema.

Os resultados das simulações de ensaios de desempenho dinâmico com os degraus subtrativos de carga linear e não-linear estão apresentados nas Figs. 61 e 62, respectivamente.

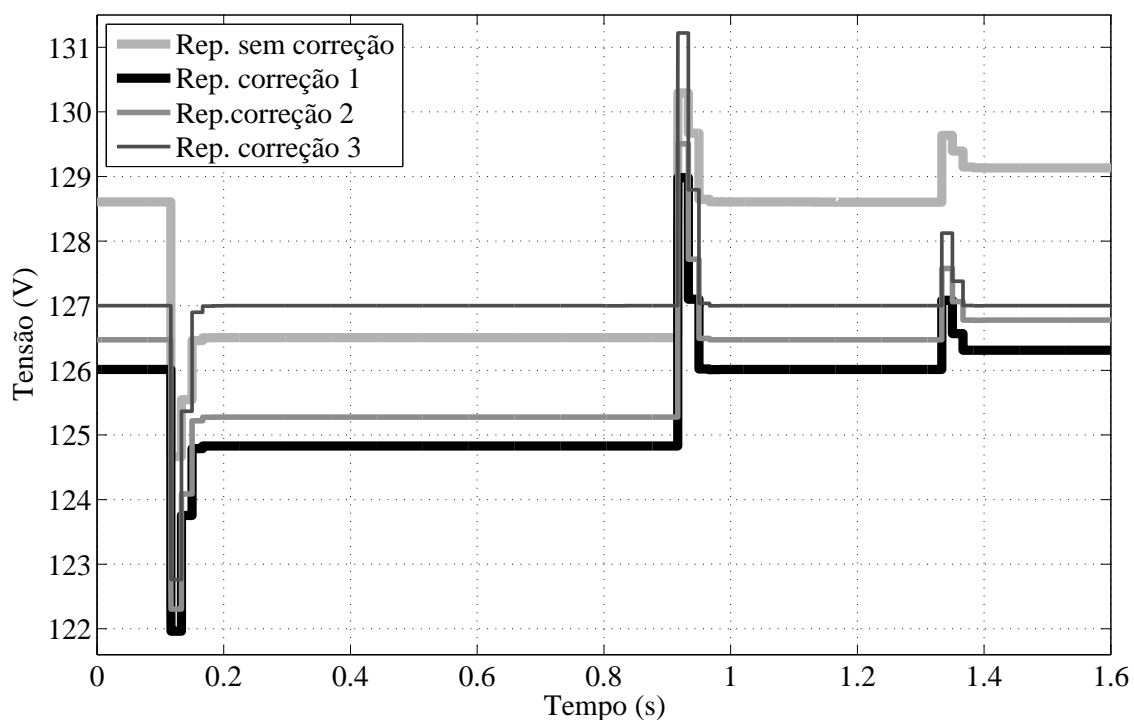


Figura 57: Tensão *RMS* de saída do sistema com o controlador repetitivo e carga linear de referência para  $\omega_c = 500$  rad/s.

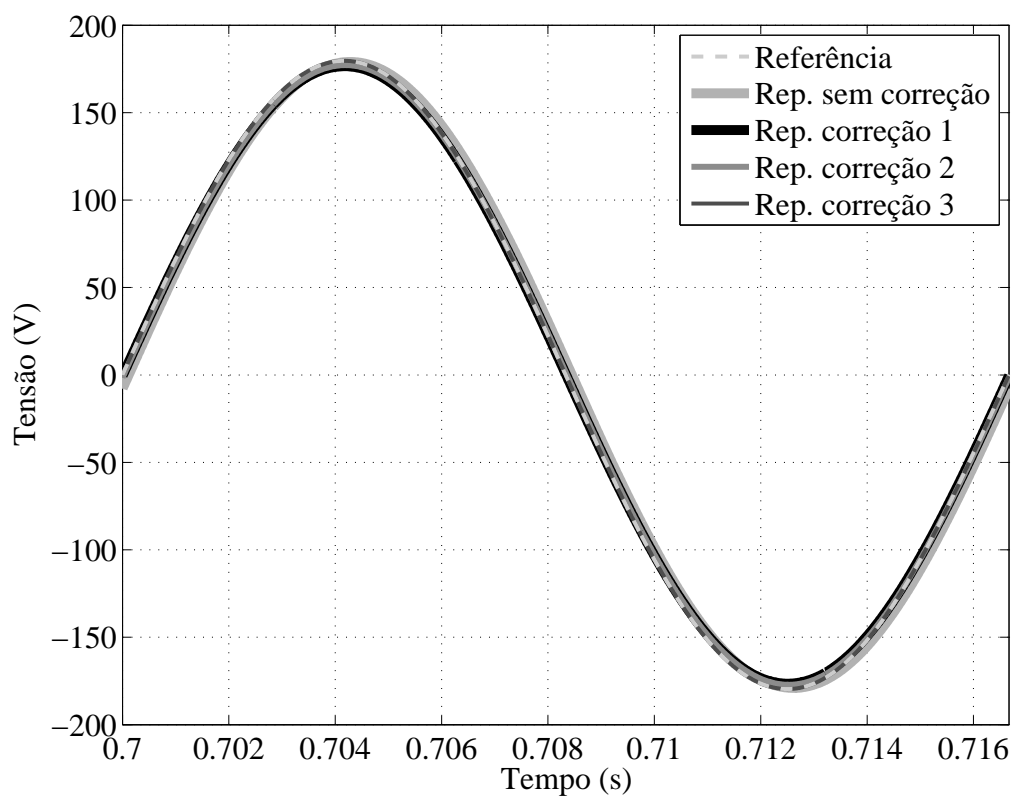


Figura 58: Tensão de saída do sistema com o controlador repetitivo e 100% da carga linear de referência para  $\omega_c = 500$  rad/s.

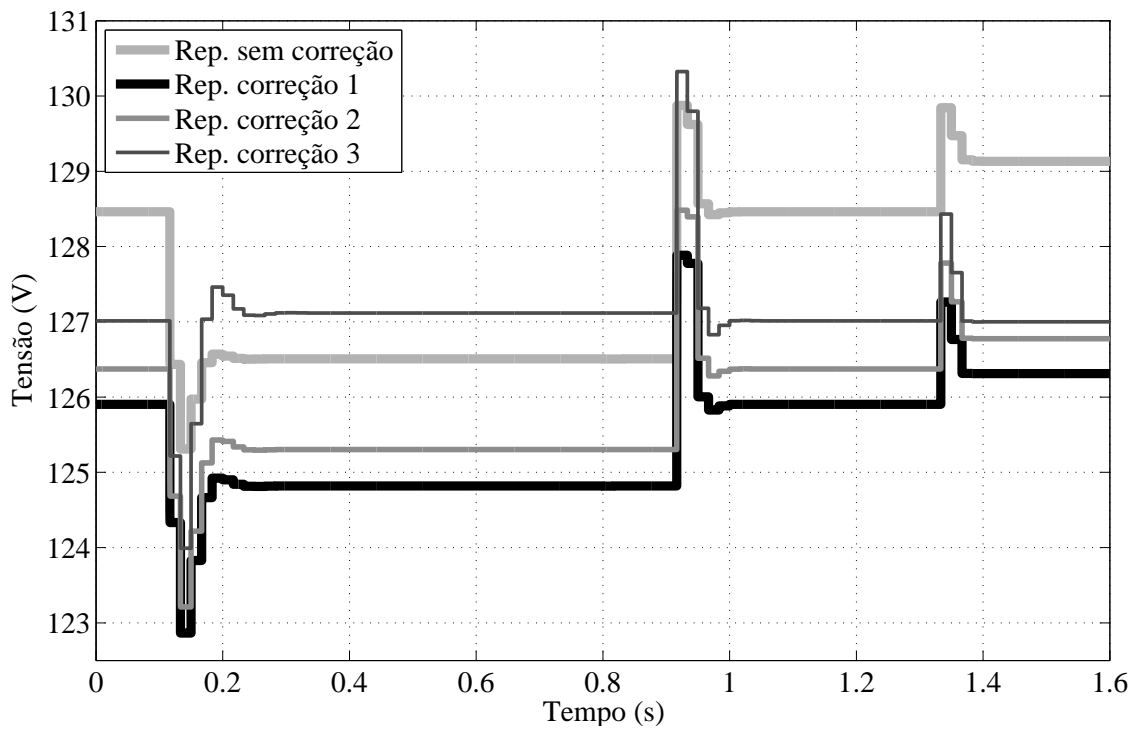


Figura 59: Tensão *RMS* de saída do sistema com o controlador repetitivo e carga não-linear de referência para  $\omega_c = 500$  rad/s.

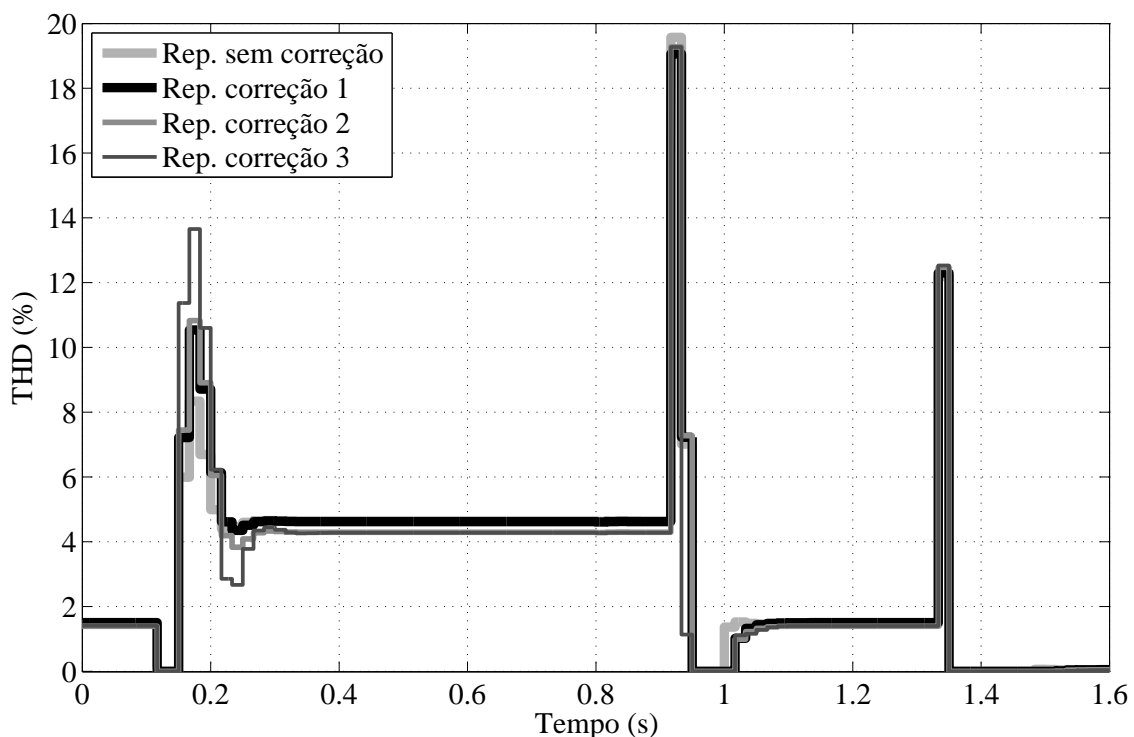


Figura 60: *THD* da tensão de saída do sistema com o controlador repetitivo e carga não-linear de referência para  $\omega_c = 500$  rad/s.



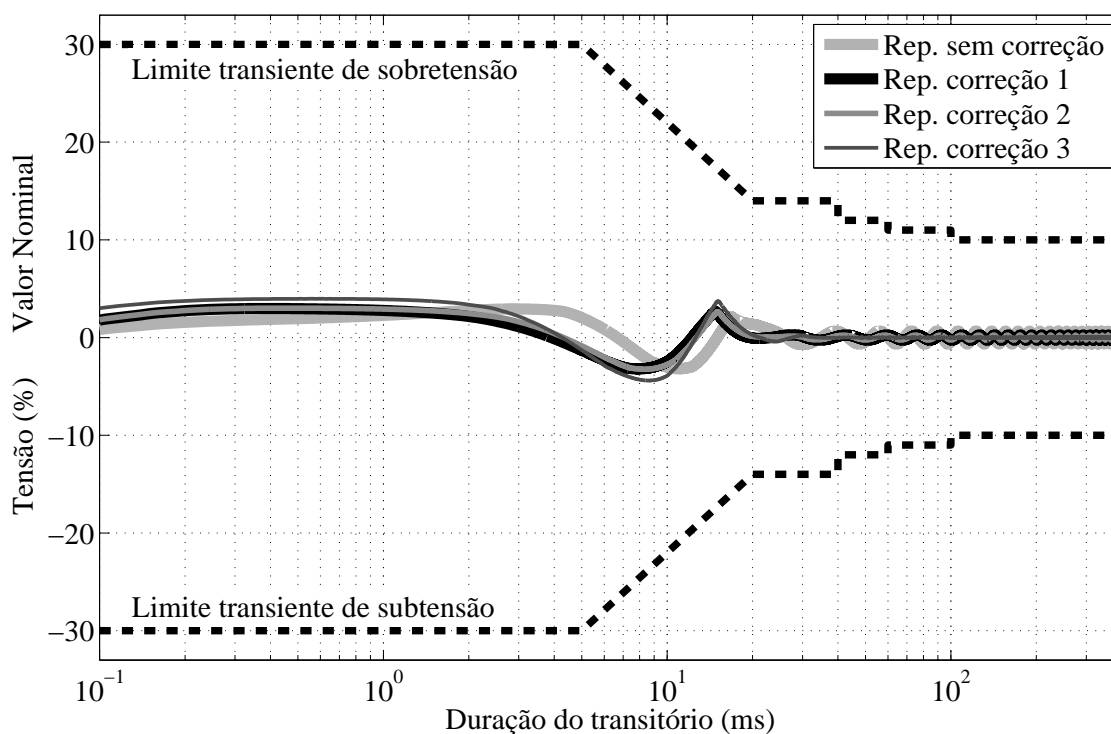


Figura 61: Perfil de tolerância da tensão de saída do sistema com o controlador repetitivo e degrau subtrativo (100% para 20%) de carga linear de referência para  $\omega_c = 500$  rad/s.

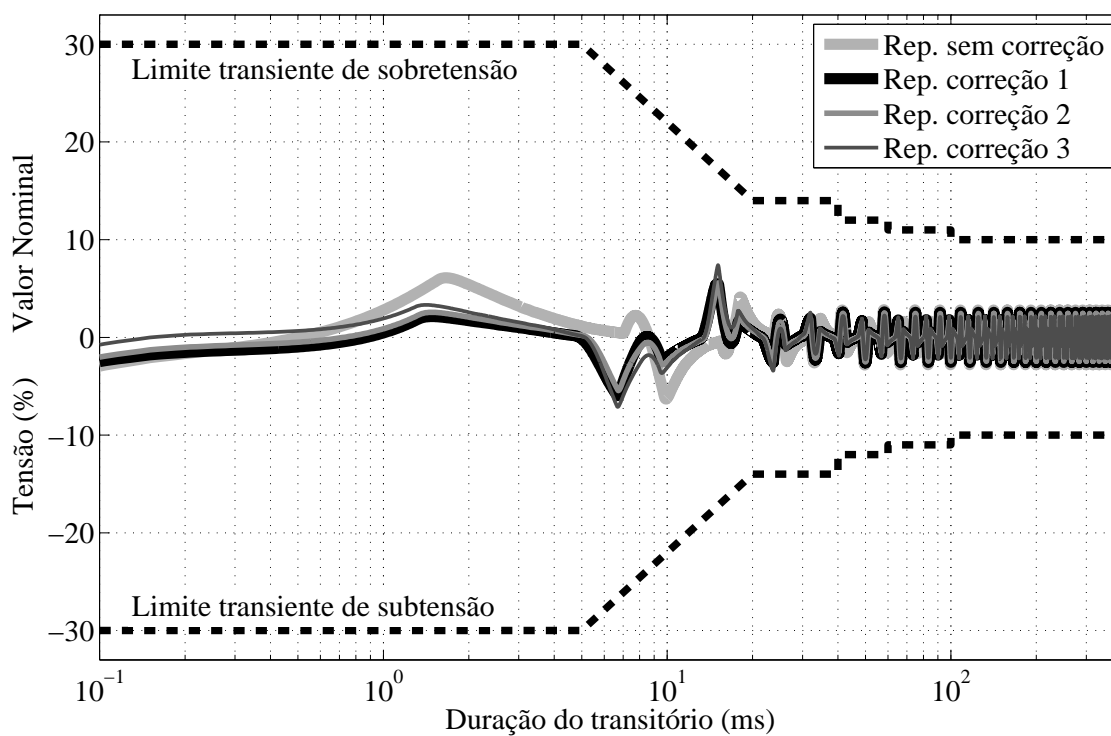


Figura 62: Perfil de tolerância da tensão de saída do sistema com o controlador repetitivo e degrau subtrativo (100% para 25%) de carga não-linear de referência para  $\omega_c = 500$  rad/s.

## A.2 Exemplo numérico 2

### A.2.1 Diagramas de Bode

Da mesma forma realizada no exemplo 1, nas Figs. 63 a 66 são apresentados os diagramas de Bode obtidos para cada um dos quatro controladores cujos parâmetros são descritos na Tabela 7.

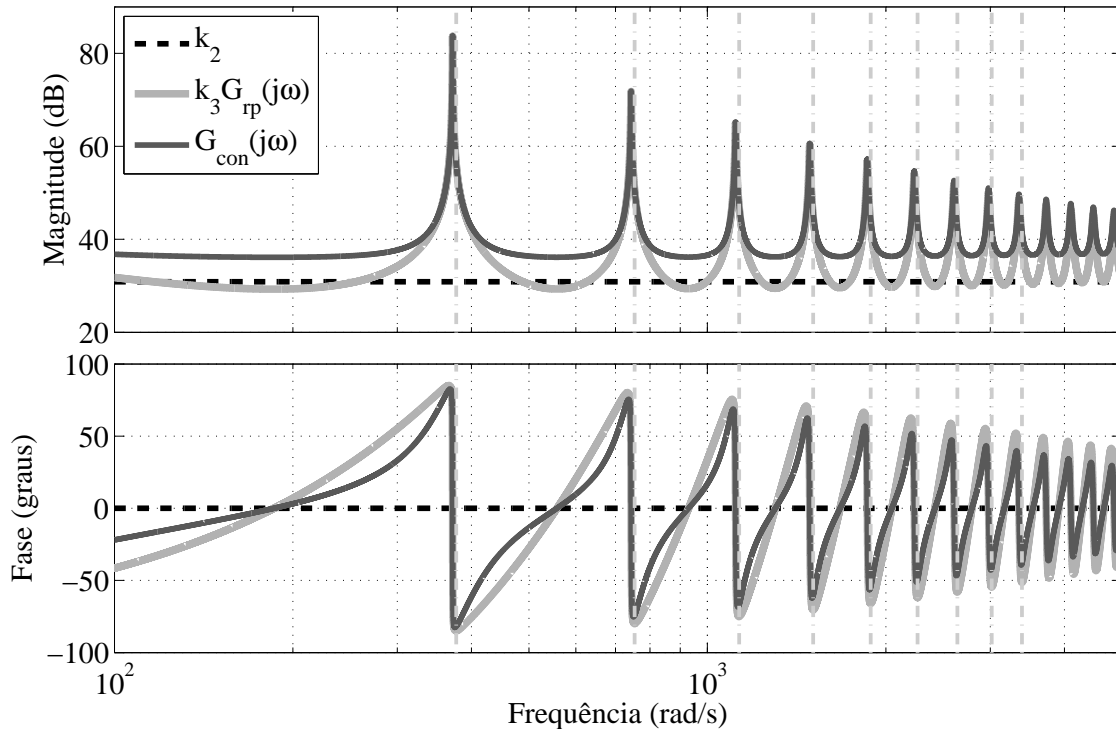


Figura 63: Diagramas de Bode para o controlador repetitivo sem correção,  $\alpha = 30$  e  $\omega_c = 4250$  rad/s.

### A.2.2 Resultados de simulação

Nas Figs. 67 a 73 são apresentados os resultados de simulação obtidos com os quatro controladores cujos parâmetros são descritos na Tabela 7. Os gráficos são análogos aos ilustrados para o exemplo 1.

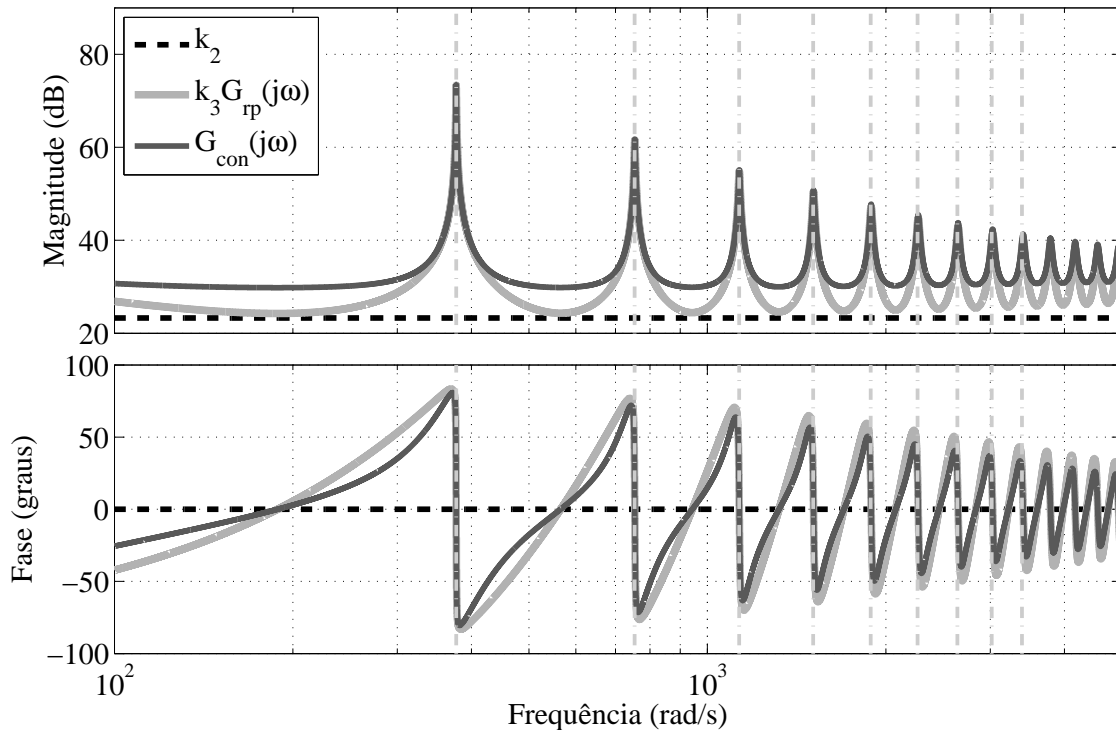


Figura 64: Diagramas de Bode para o controlador repetitivo com a correção 1,  $\alpha = 30$  e  $\omega_c = 3160$  rad/s.

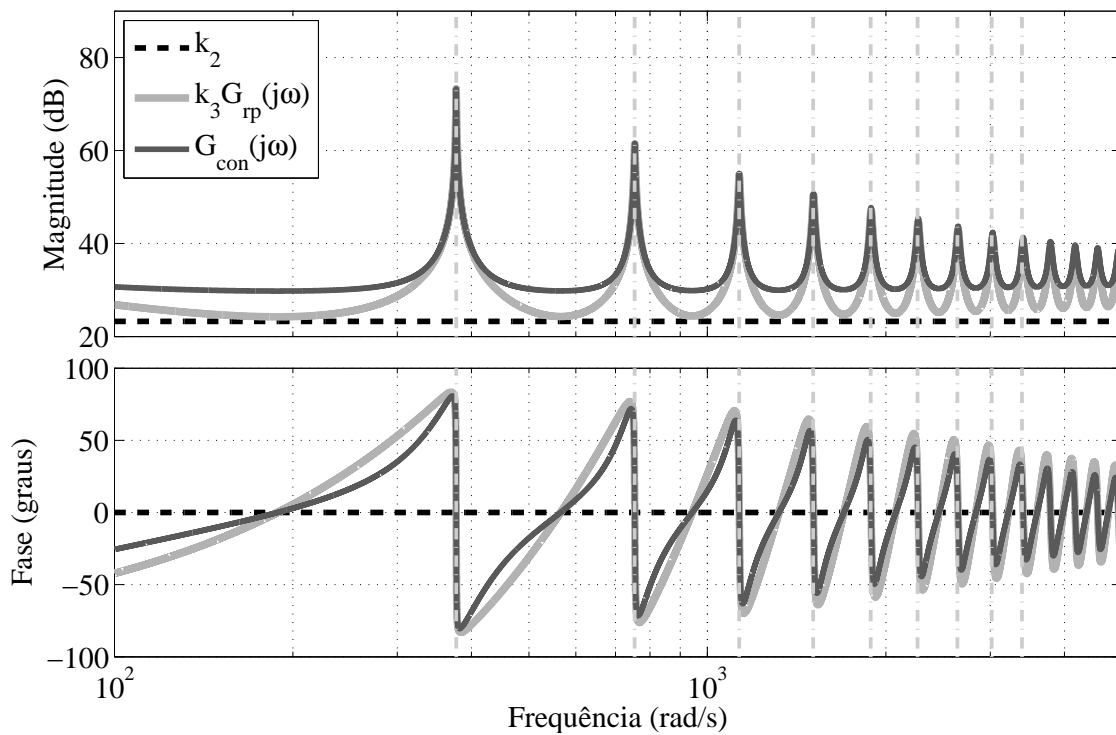


Figura 65: Diagramas de Bode para o controlador repetitivo com a correção 2,  $\alpha = 30$  e  $\omega_c = 3150$  rad/s.

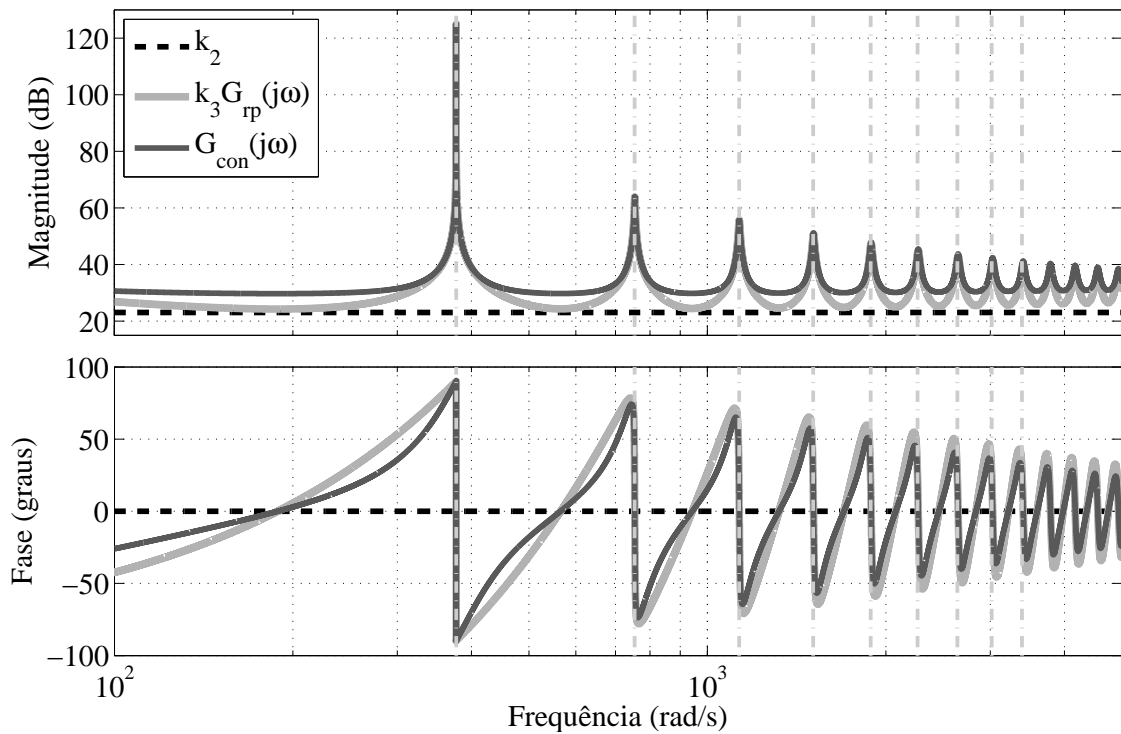


Figura 66: Diagramas de Bode para o controlador repetitivo com a correção 3,  $\alpha = 30$  e  $\omega_c = 3100$  rad/s.

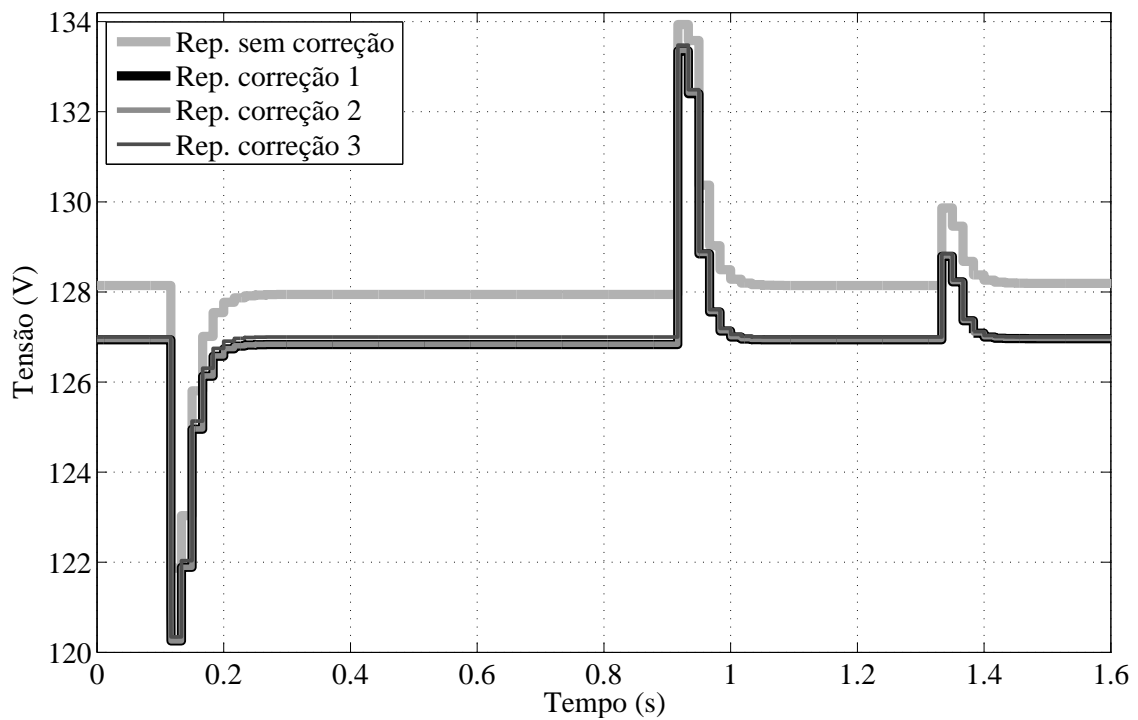


Figura 67: Tensão *RMS* de saída do sistema com o controlador repetitivo e carga linear de referência para  $\alpha = 30$ .

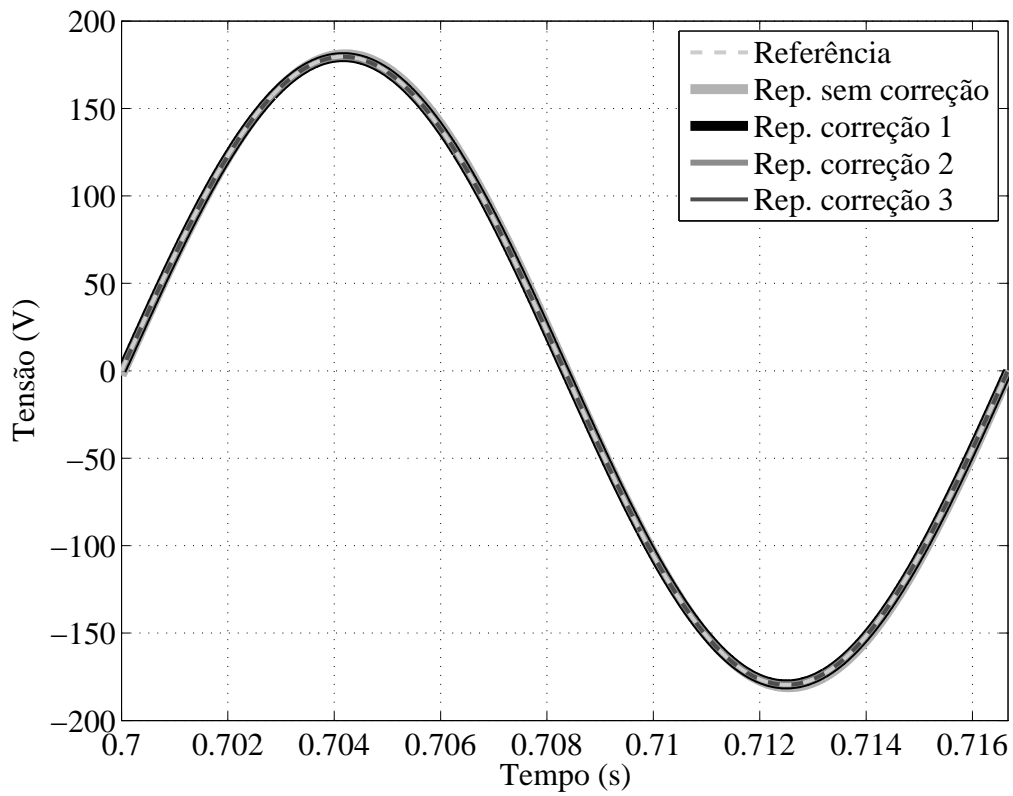


Figura 68: Tensão de saída do sistema com controlador o repetitivo e 100% da carga linear de referência para  $\alpha = 30$ .

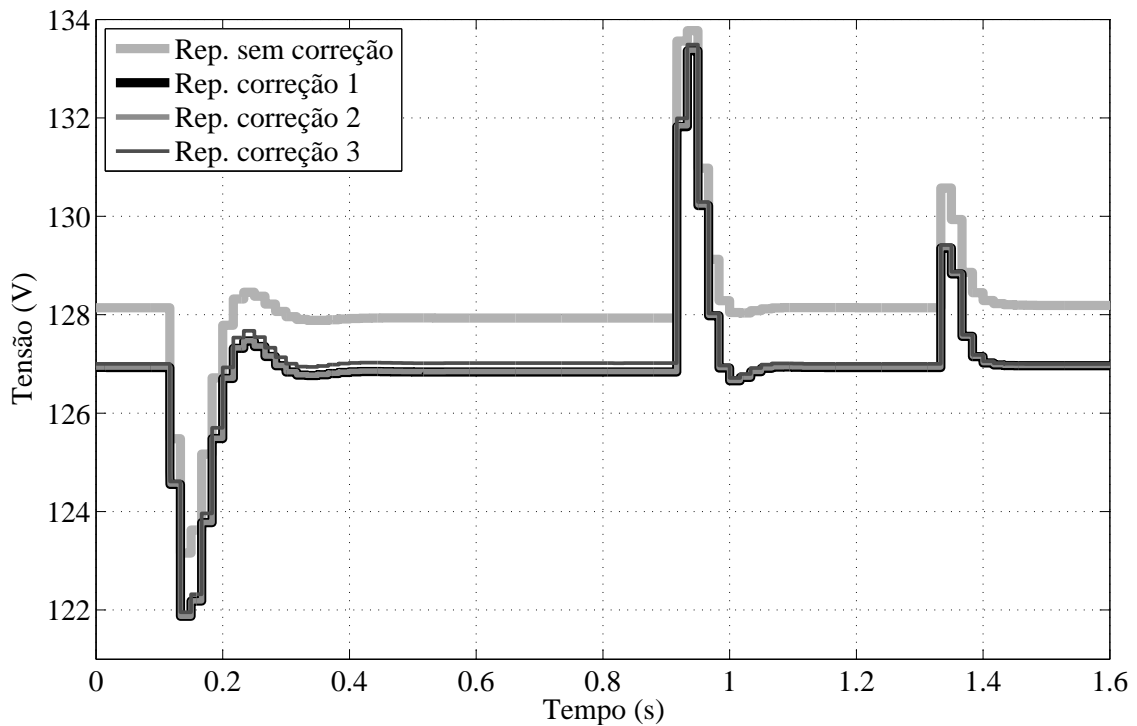


Figura 69: Tensão *RMS* de saída do sistema com o controlador repetitivo e carga não-linear de referência para  $\alpha = 30$ .

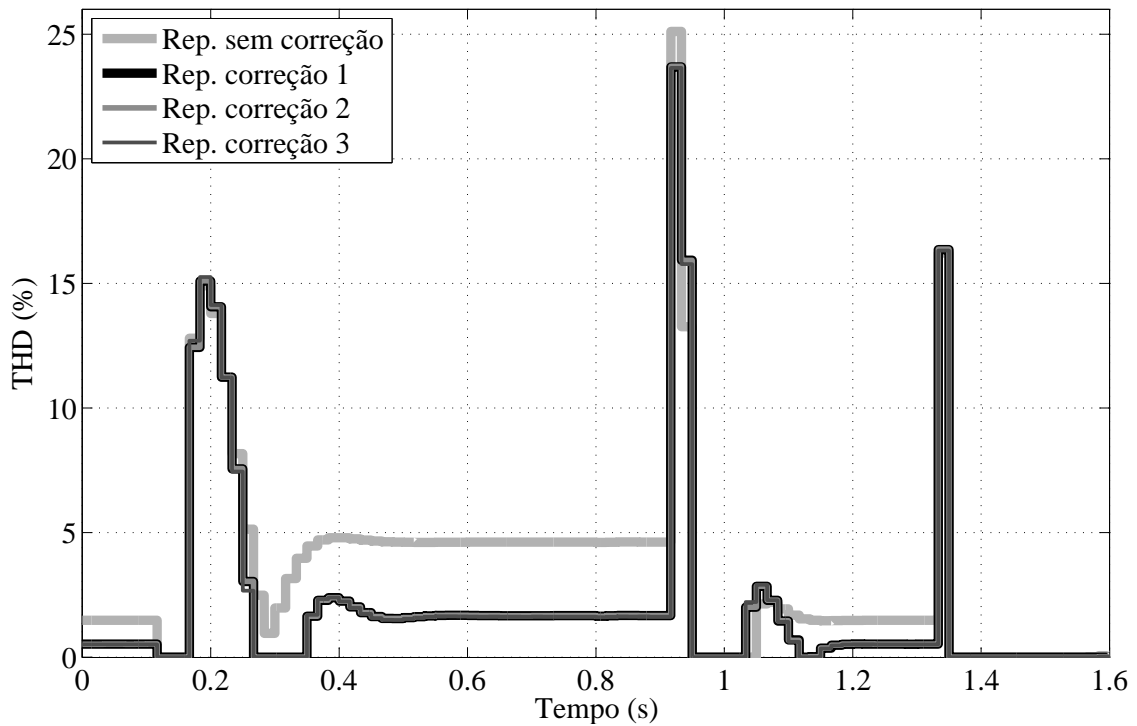


Figura 70: THD da tensão de saída do sistema com o controlador repetitivo e carga não-linear de referência para  $\alpha = 30$ .

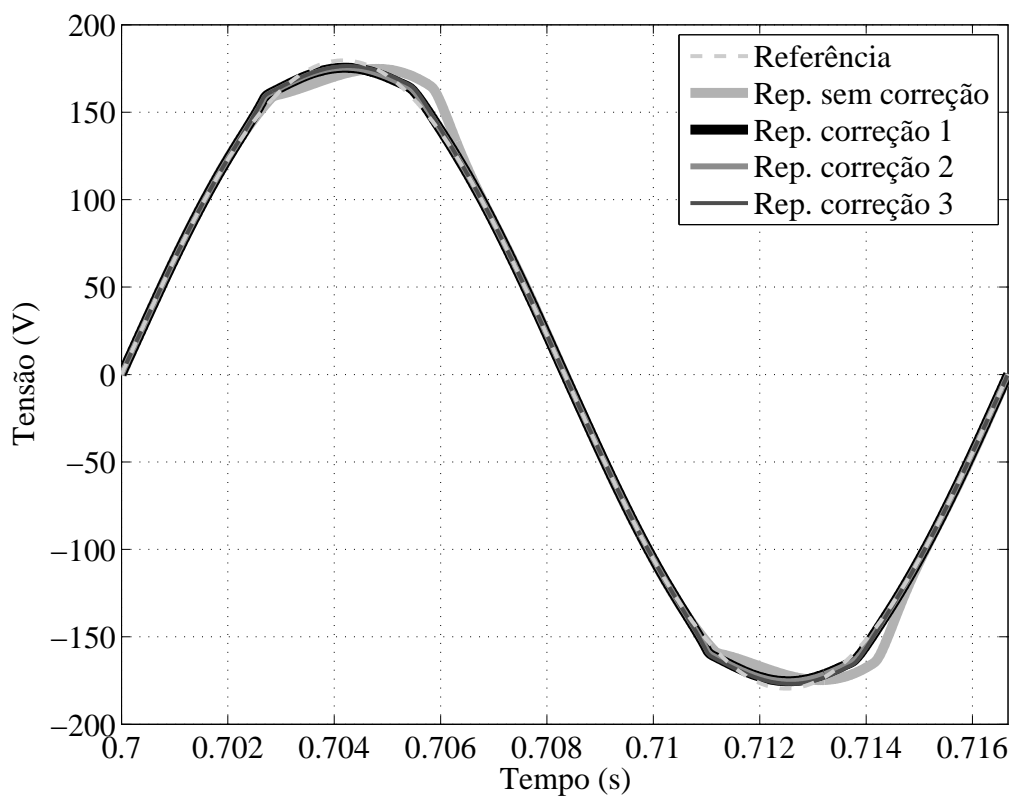


Figura 71: Tensão de saída do sistema com o controlador repetitivo e 100% da carga não-linear de referência para  $\alpha = 30$ .

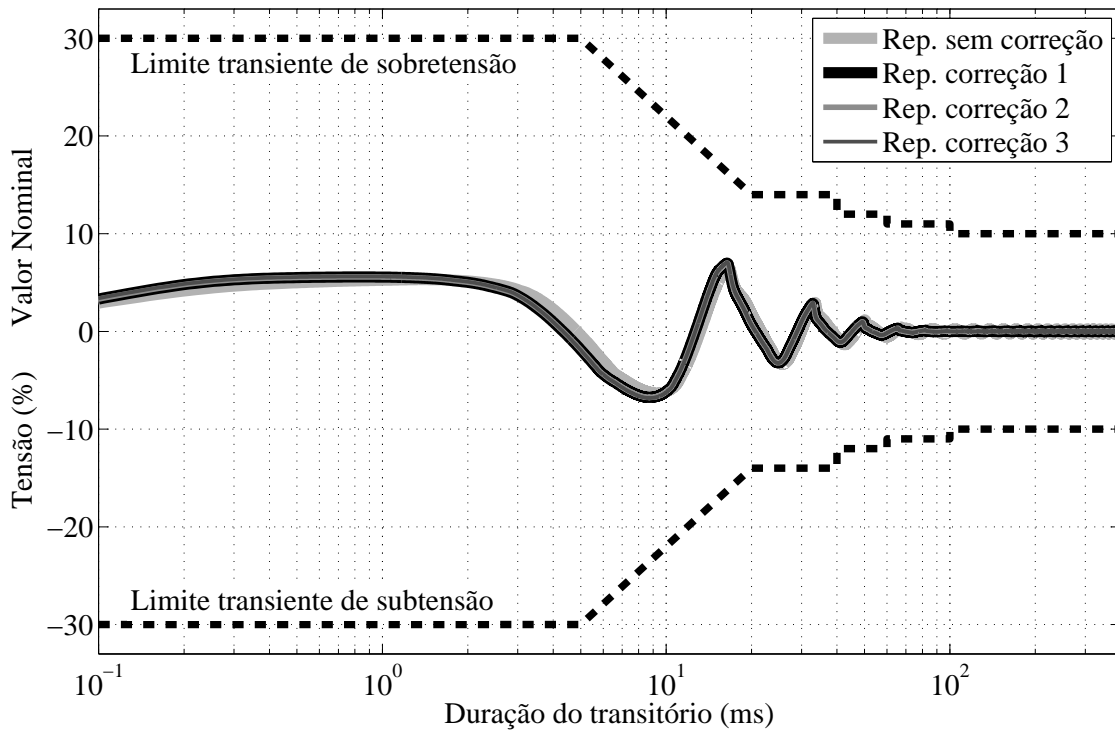


Figura 72: Perfil de tolerância da tensão de saída do sistema com o controlador repetitivo e degrau subtrativo (100% para 20%) de carga linear de referência para  $\alpha = 30$ .

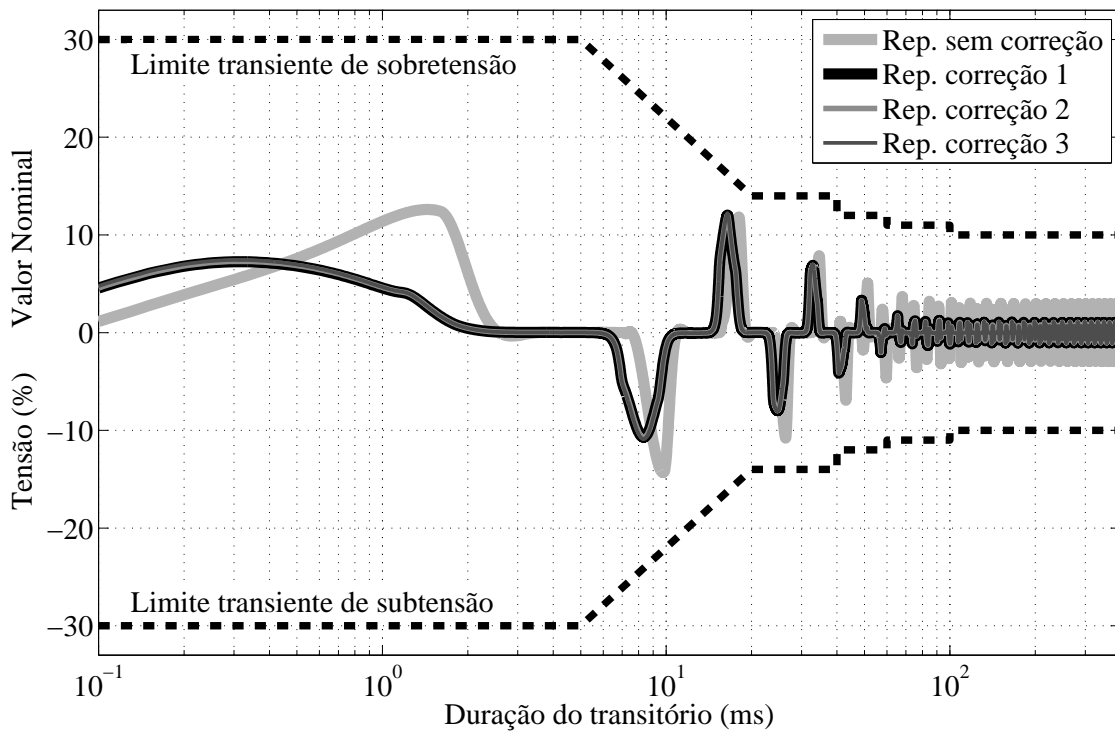


Figura 73: Perfil de tolerância da tensão de saída do sistema com o controlador repetitivo e degrau subtrativo (100% para 25%) de carga não-linear de referência para  $\alpha = 30$ .

## APÊNDICE B RESULTADOS DE SIMULAÇÃO DOS CONTROLADORES RESSONANTES-REPETITIVOS

Neste apêndice são apresentadas as figuras complementares aos resultados de simulação dos exemplos numéricos referentes aos controladores RR e RRF descritos na Seção 5.4.

### B.1 Controlador ressonante-repetitivo

#### B.1.1 Diagrama de Bode

Com os parâmetros descritos na Tabela 10, na Fig. 74, para o controlador RR com a correção 2, são comparados os diagramas as respostas em frequência do controlador ressonante ( $G_{rs}(j\omega)$ ), do controlador repetitivo multiplicado pelo respectivo ganho de realimentação ( $k_5 G_{rp}(j\omega)$ ) e de  $G_{con}(j\omega)$ , definido em (74).

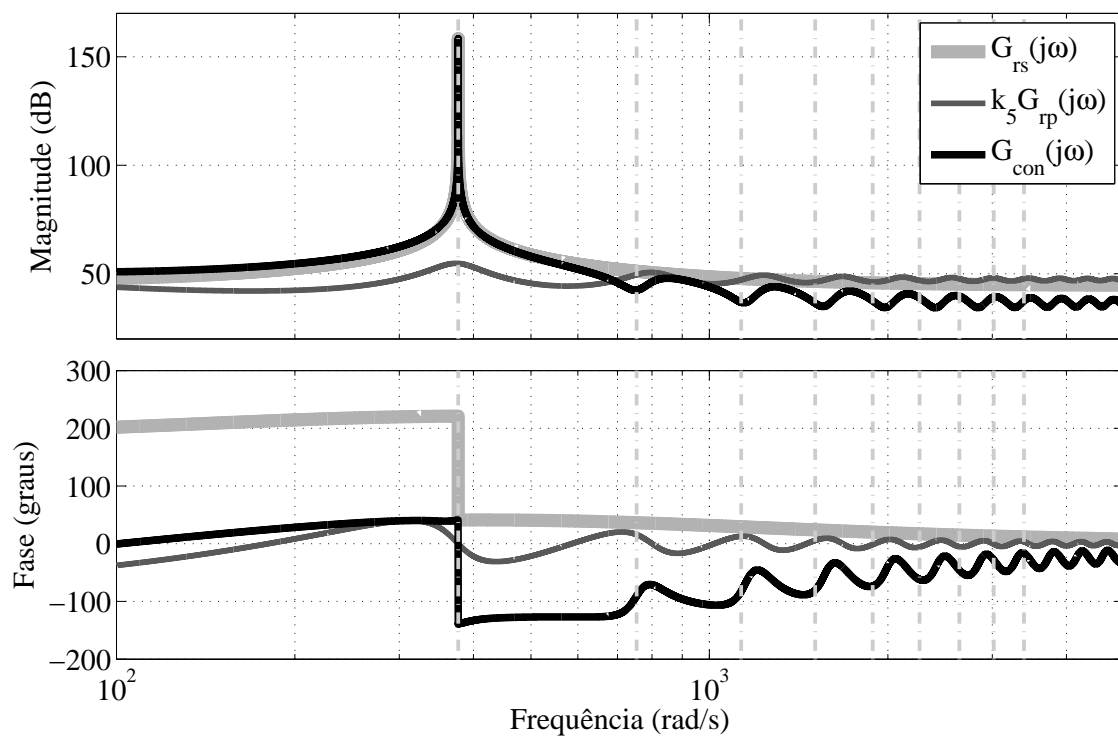


Figura 74: Diagramas de Bode para o controlador RR com a correção 2.



### B.1.2 Resultados de simulação

Seguindo o mesmo procedimento adotado nos exemplos 1 e 2 do controlador repetitivo, nas Figs. 75 a 81 são apresentados os resultados de simulação obtidos com os dois controladores RRs, cujos parâmetros são descritos na Tabela 10.

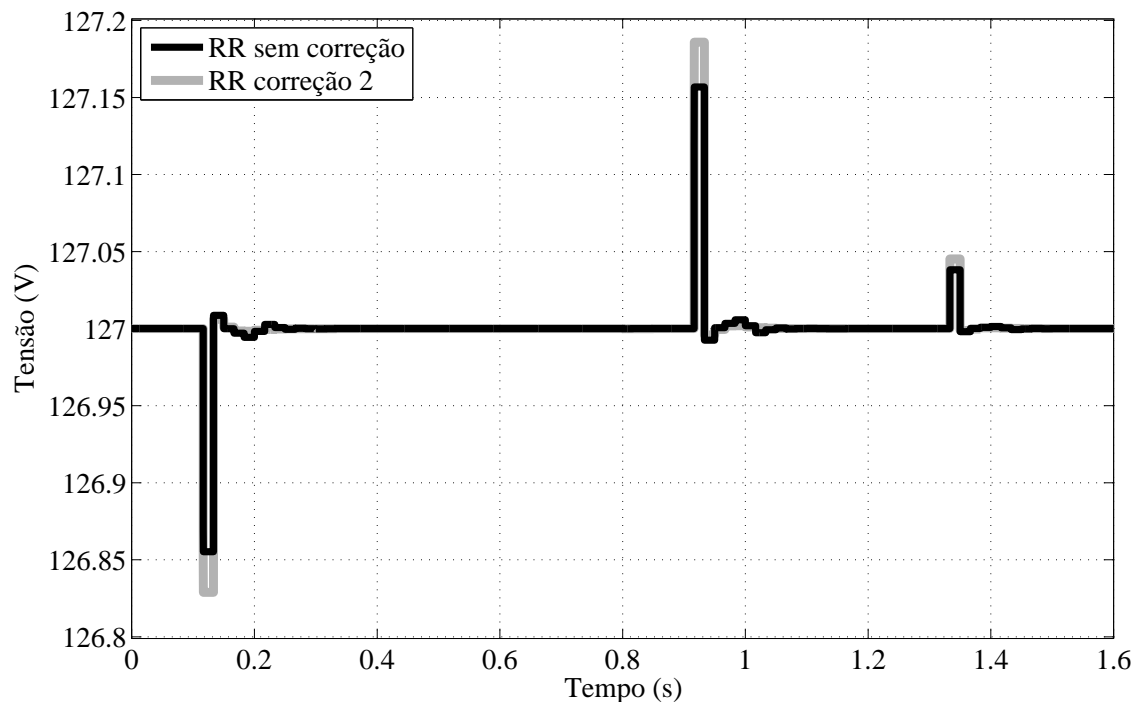


Figura 75: Tensão *RMS* de saída do sistema com o controlador RR e carga linear de referência.

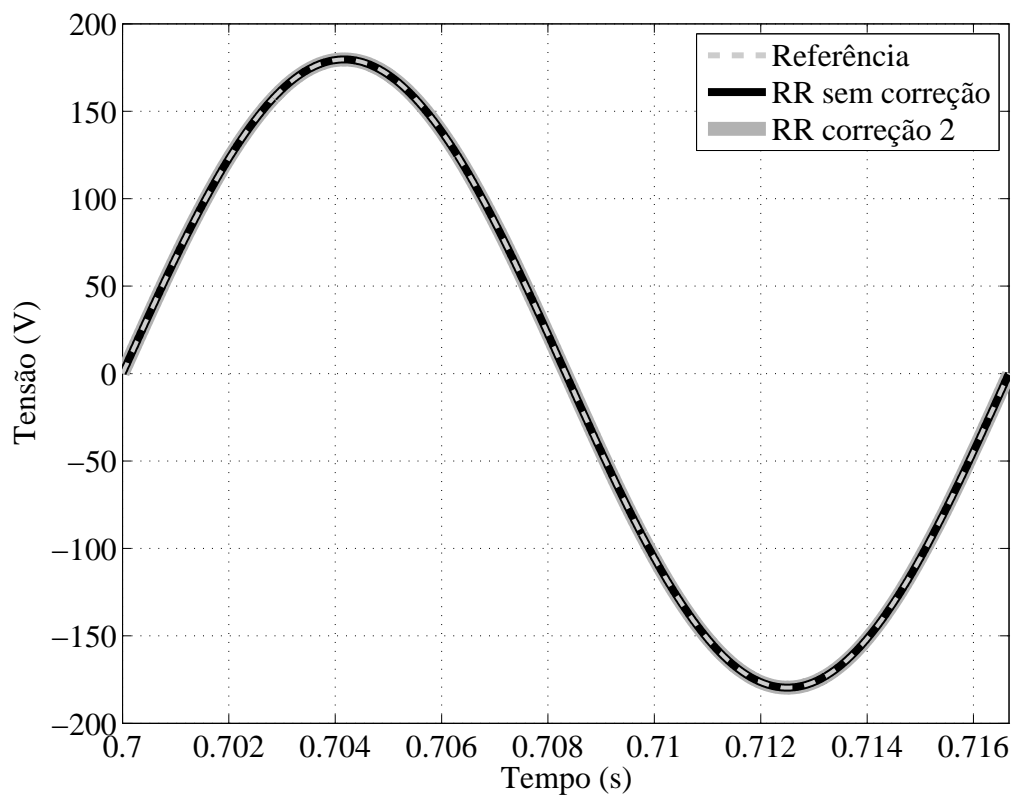


Figura 76: Tensão de saída do sistema com o controlador RR e 100% da carga linear de referência.

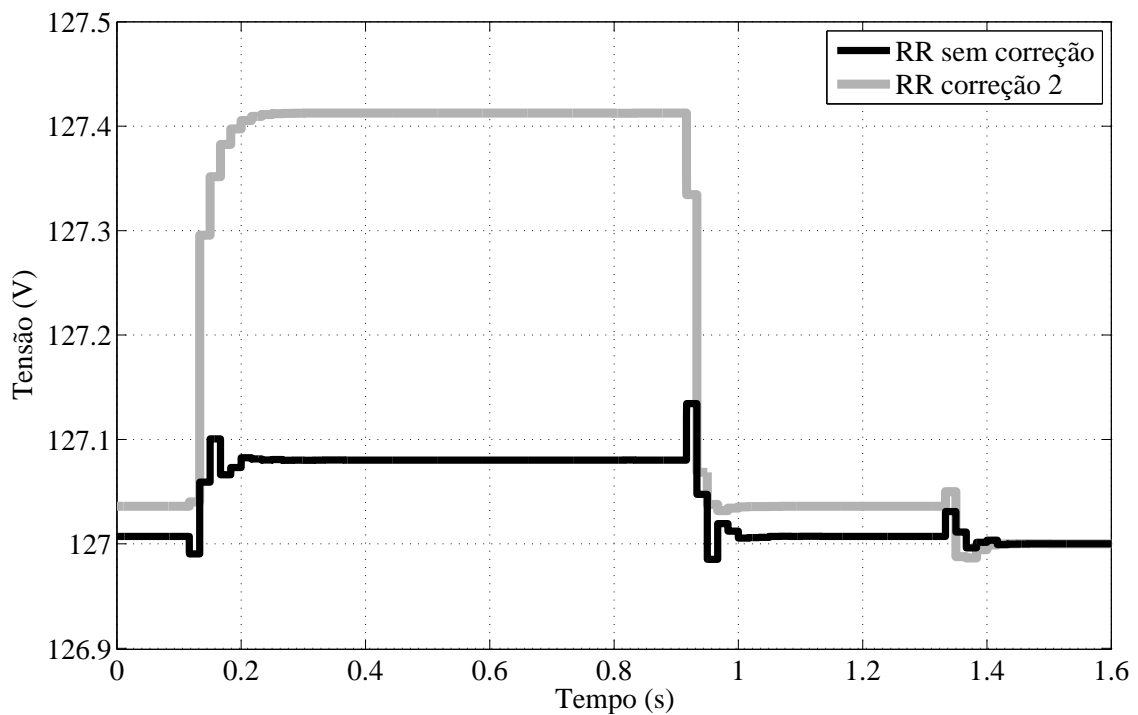


Figura 77: Tensão *RMS* de saída do sistema com o controlador RR e carga não-linear de referência.

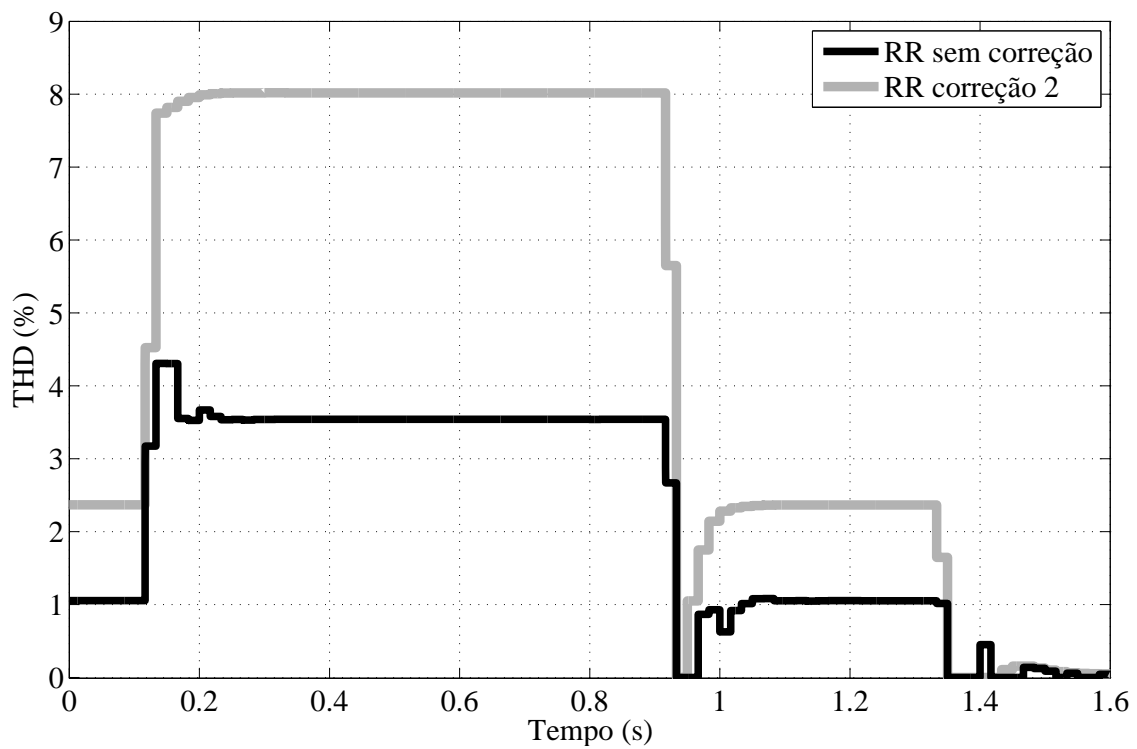


Figura 78: THD da tensão de saída do sistema com o controlador RR e carga não-linear de referência.

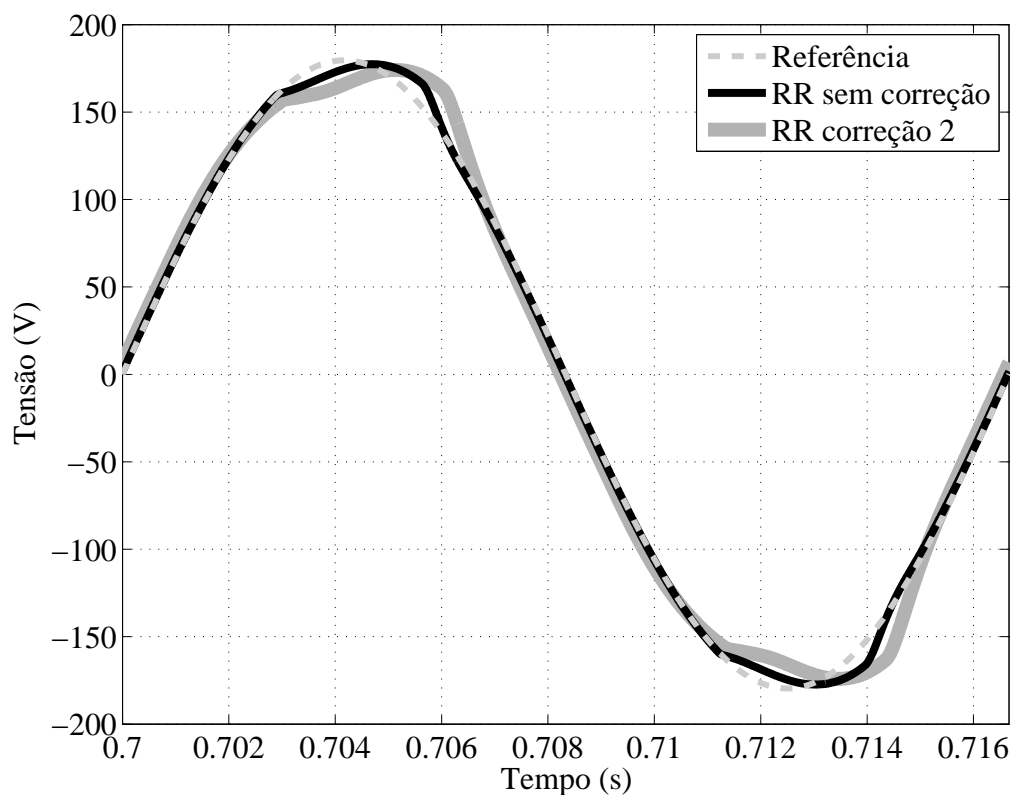


Figura 79: Tensão de saída do sistema com o controlador RR e 100% da carga não-linear de referência.

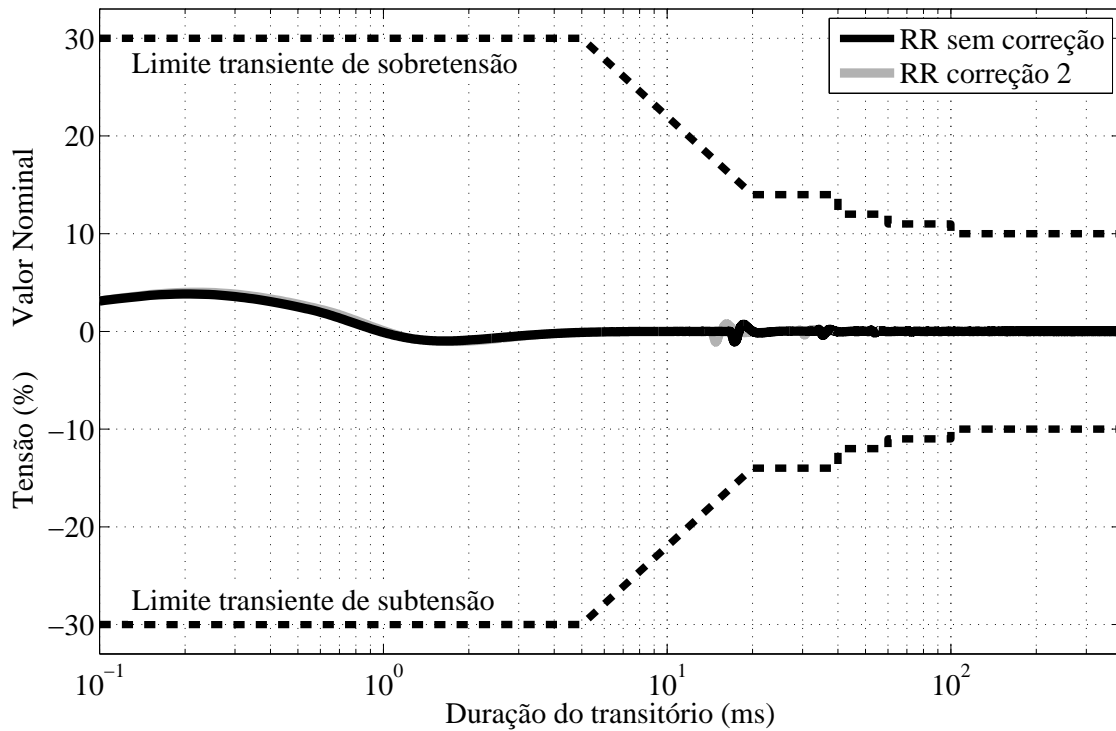


Figura 80: Perfil de tolerância da tensão de saída do sistema com o controlador RR e degrau subtrativo (100% para 20%) de carga linear de referência.

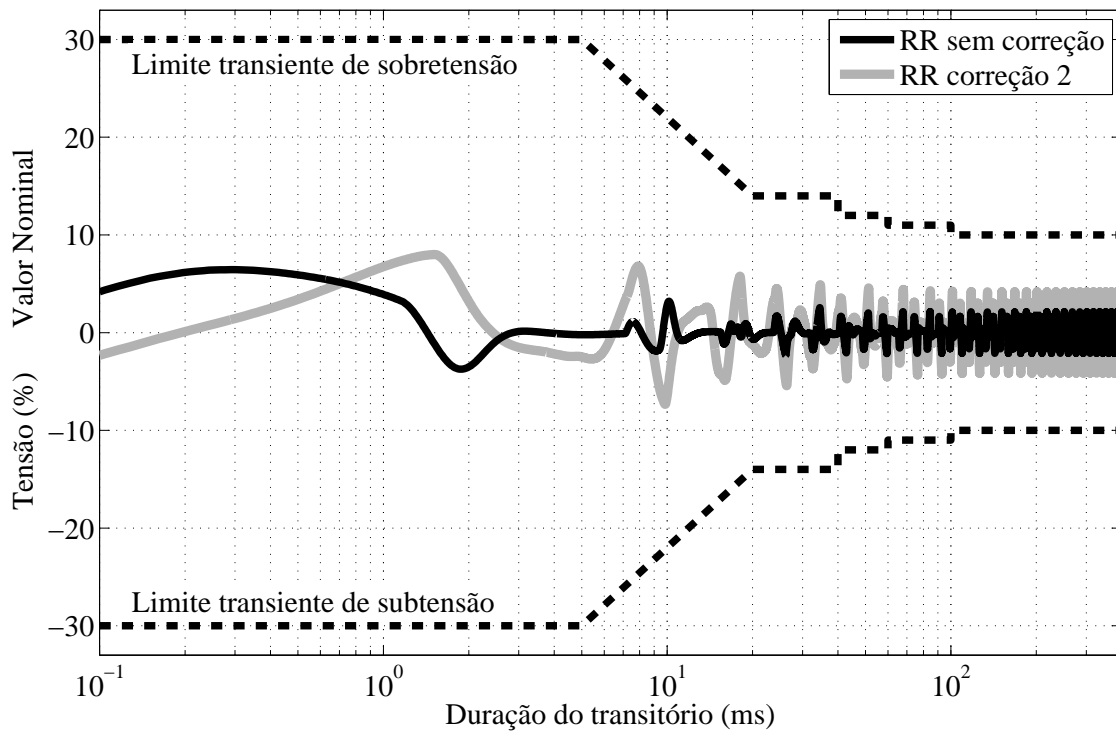


Figura 81: Perfil de tolerância da tensão de saída do sistema com o controlador RR e degrau subtrativo (100% para 25%) de carga não-linear de referência.

## B.2 Controlador ressonante-repetitivo com filtro

### B.2.1 Diagramas de Bode

Com os parâmetros descritos na Tabela 12 para o controlador RRF com a correção 2, na Fig. 82 são comparados os diagramas de Bode do controlador repetitivo com a correção 2 ( $k_5 G_{rp}(j\omega)$ ), do filtro ressonante ( $G_f(j\omega)$ ) e do controlador repetitivo com a correção 2 em série com o filtro ressonante ( $G_f(j\omega)k_5 G_{rp}(j\omega)$ ). Já na Fig. 83 são apresentadas as respostas em frequência de  $G_f(j\omega)k_5 G_{rp}(j\omega)$ , do controlador ressonante ( $G_{rs}(j\omega)$ ), e de  $G_{con}(j\omega)$ , definido em (89).

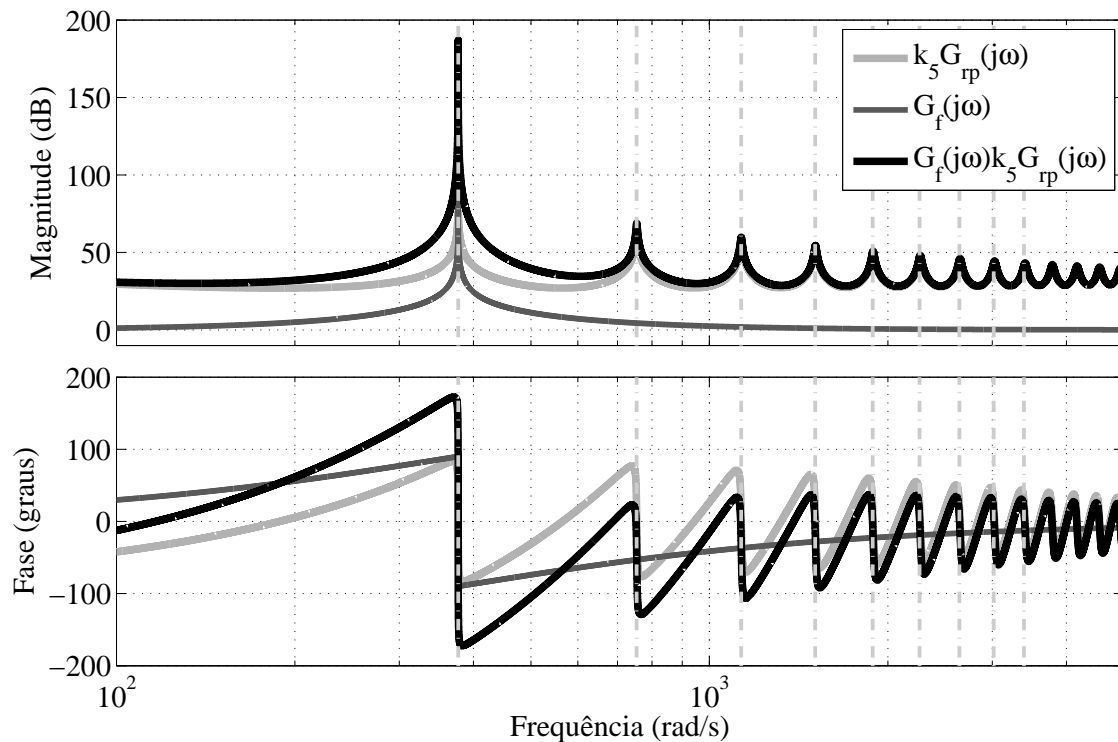


Figura 82: Diagramas de Bode do filtro e do controlador repetitivo com a correção 2.

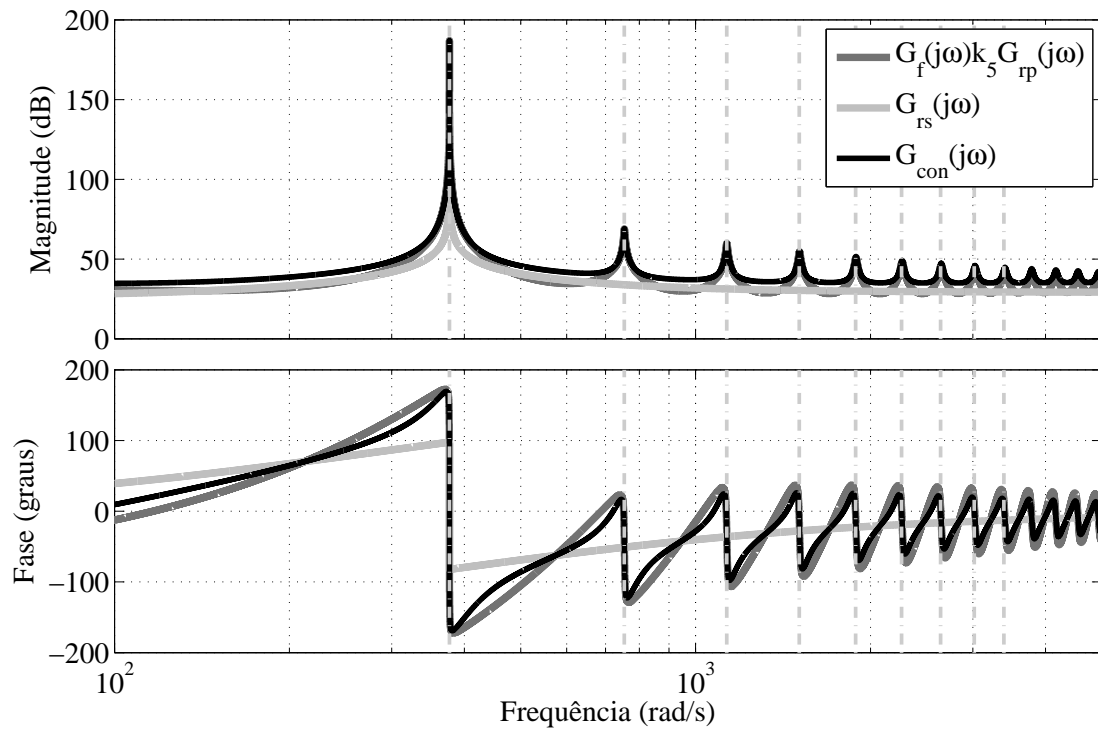


Figura 83: Diagramas de Bode para o controlador RRF com a correção 2.

### B.2.2 Resultados de simulação

Os resultados de simulação obtidos com os dois controladores RRs, cujos parâmetros são descritos na Tabela 12, são apresentados nas Figs. 84 a 90.

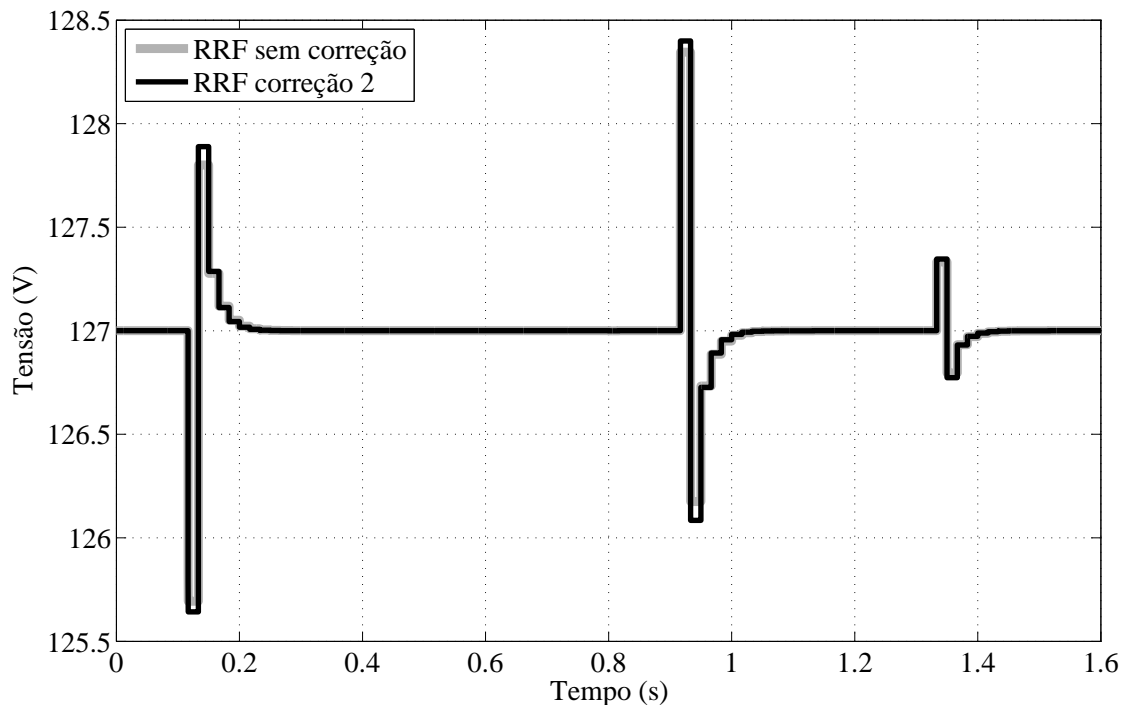


Figura 84: Tensão *RMS* de saída do sistema com o controlador RRF e carga linear de referência.

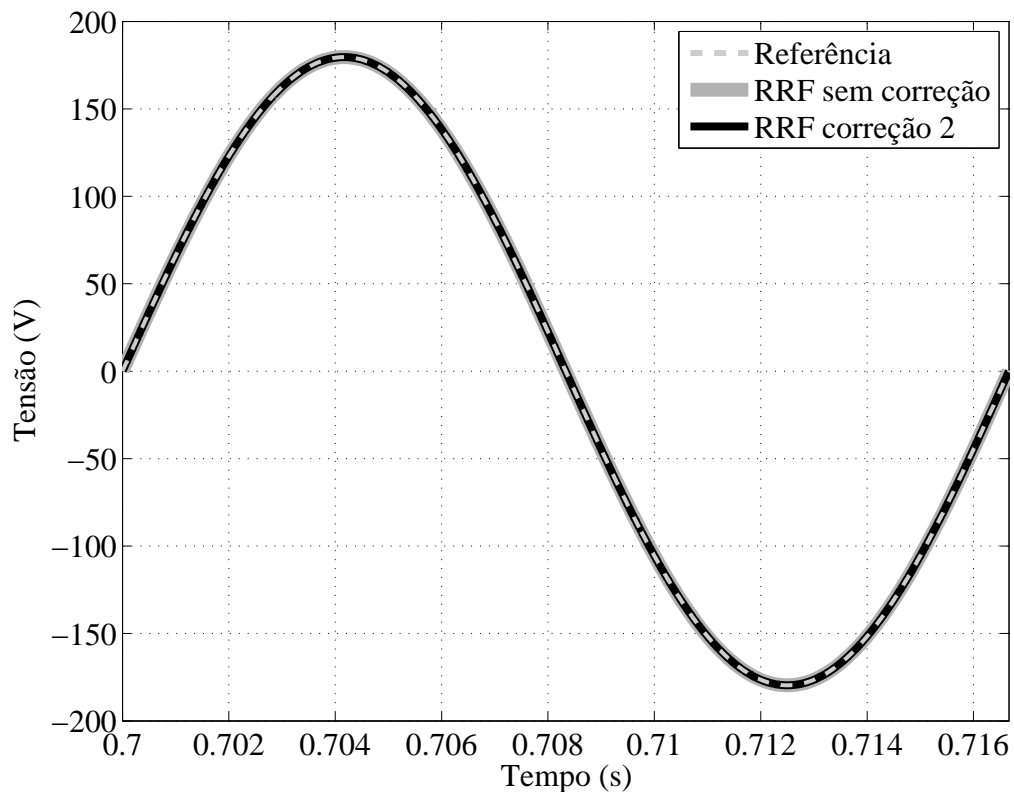


Figura 85: Tensão de saída do sistema com o controlador RRF e 100% da carga linear de referência.

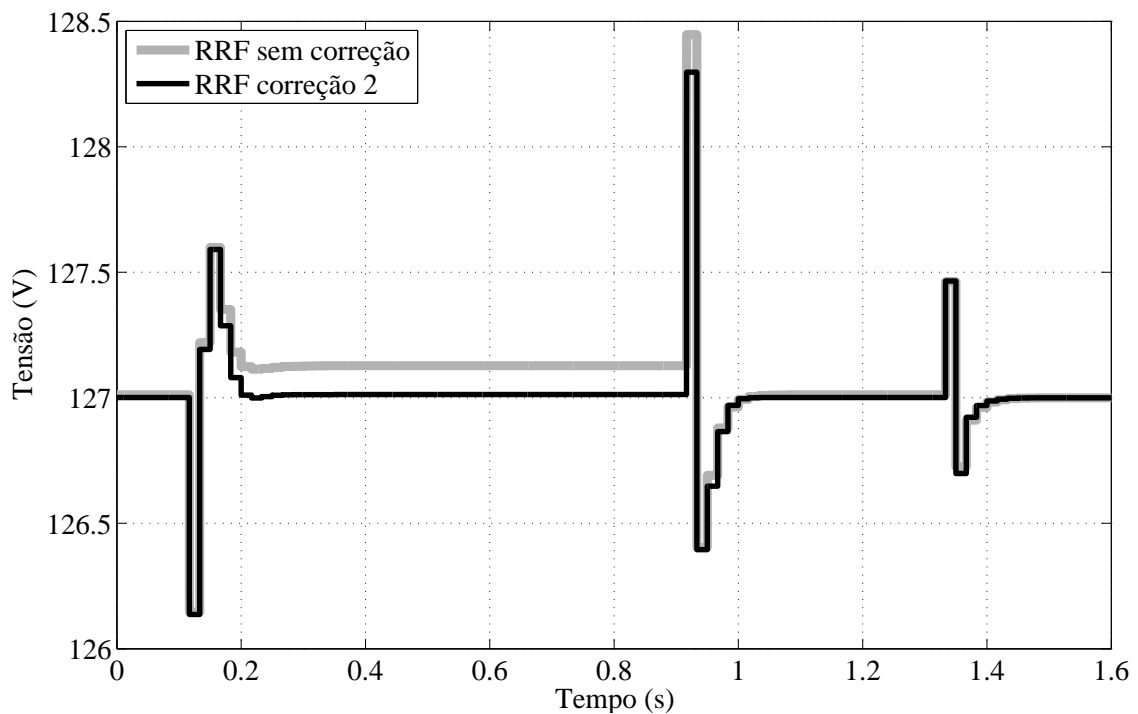


Figura 86: Tensão *RMS* de saída do sistema com o controlador RRF e carga não-linear de referência.

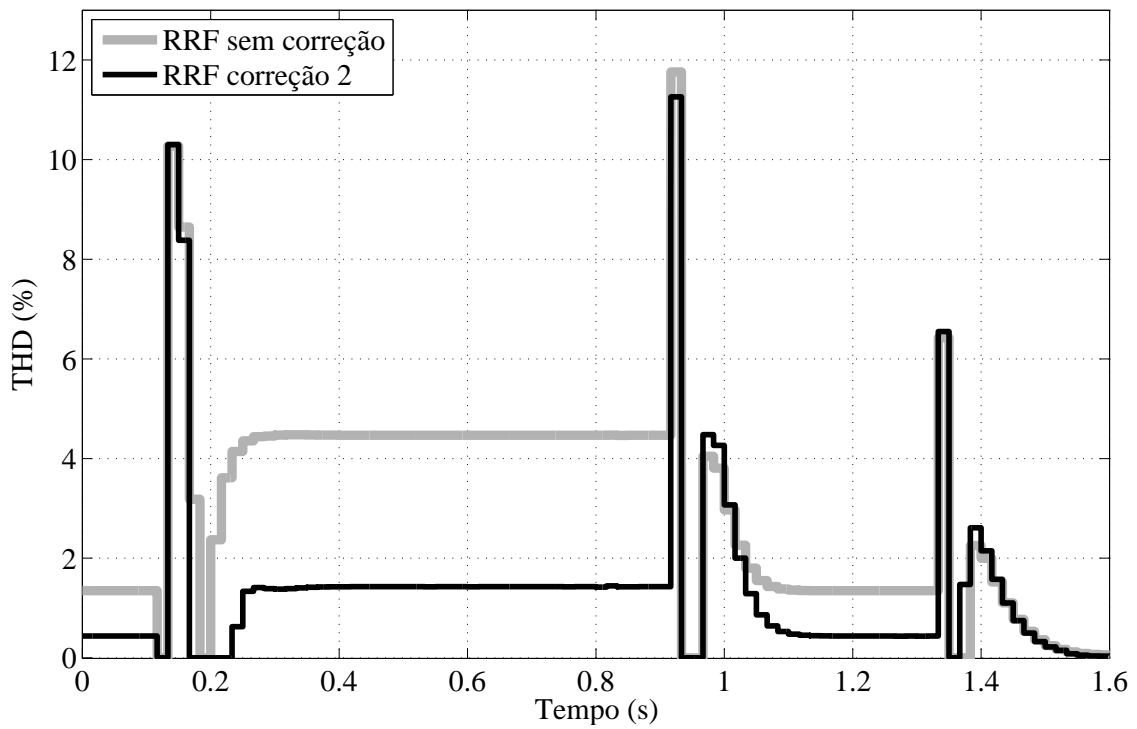


Figura 87: THD da tensão de saída do sistema com o controlador RRF e carga não-linear de referência.

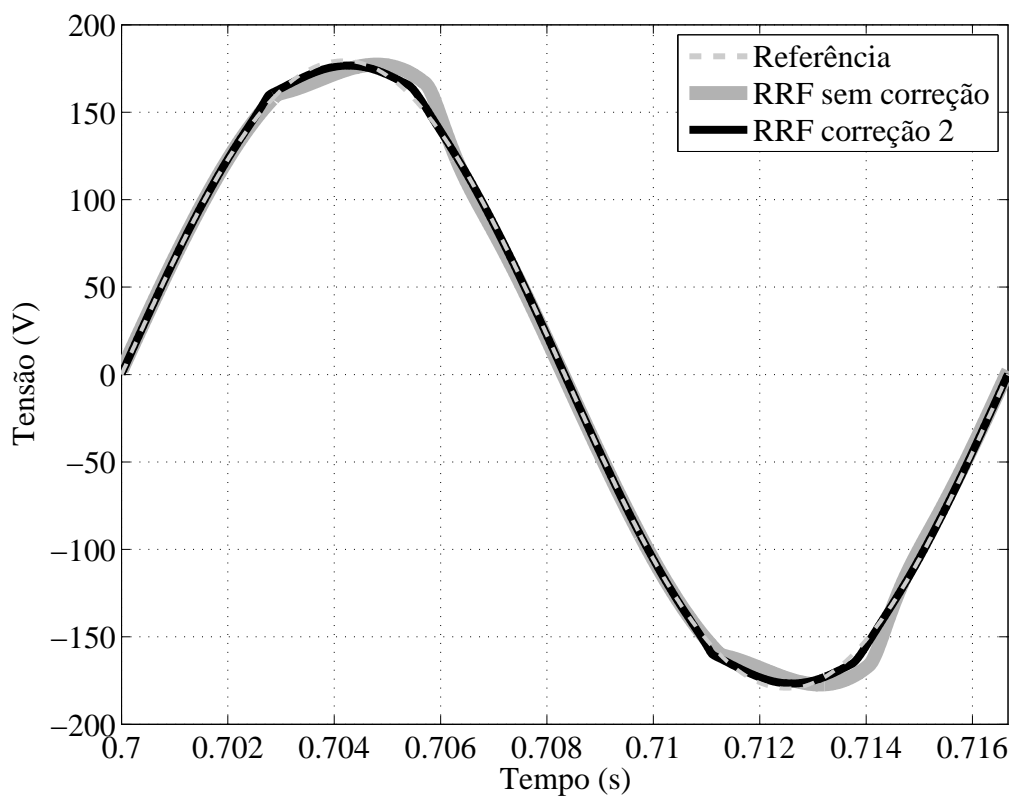


Figura 88: Tensão de saída do sistema com o controlador RRF e 100% da carga não-linear de referência.



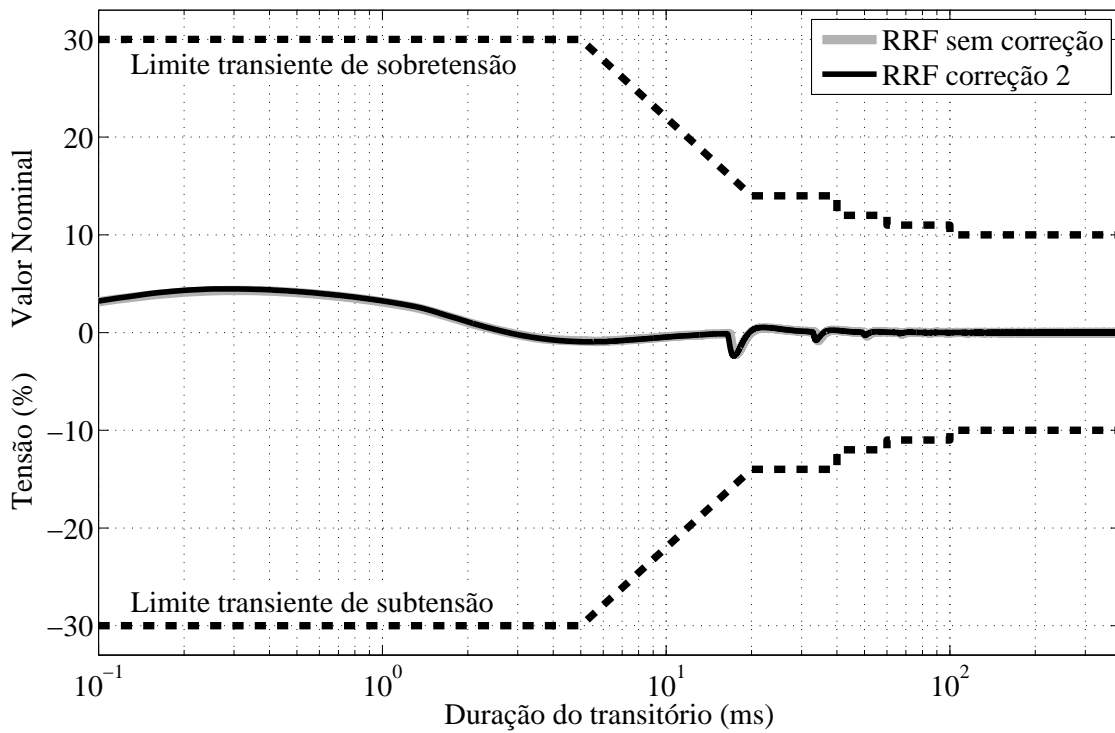


Figura 89: Perfil de tolerância da tensão de saída do sistema com o controlador RRF e degrau subtrativo (100% para 20%) de carga linear de referência.

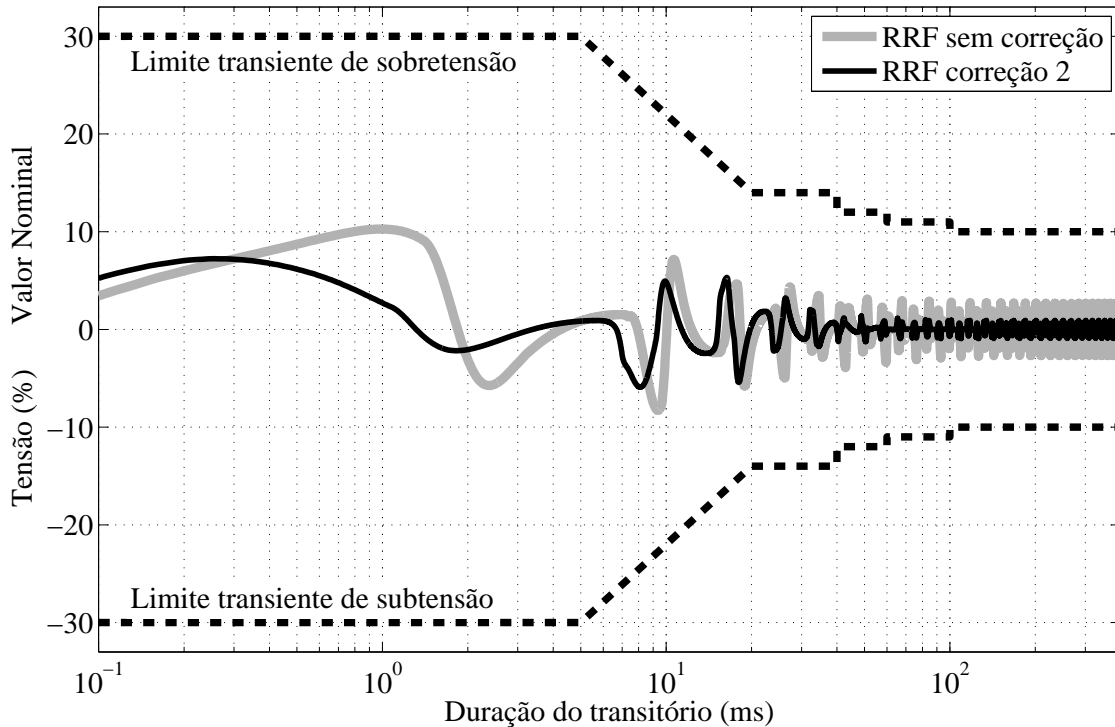


Figura 90: Perfil de tolerância da tensão de saída do sistema com o controlador RRF e degrau subtrativo (100% para 25%) de carga não-linear de referência.

### B.3 Comparações de resultados

Nas Figs. 91 a 97 são comparados os resultados obtidos através da simulação do sistema com o controlador repetitivo com a correção 3 (parâmetros descritos na Tabela 7), com o controlador RR sem correção no atraso (parâmetros descritos na Tabela 10) e com o controlador RRF com a correção 2 (parâmetros descritos na Tabela 12).

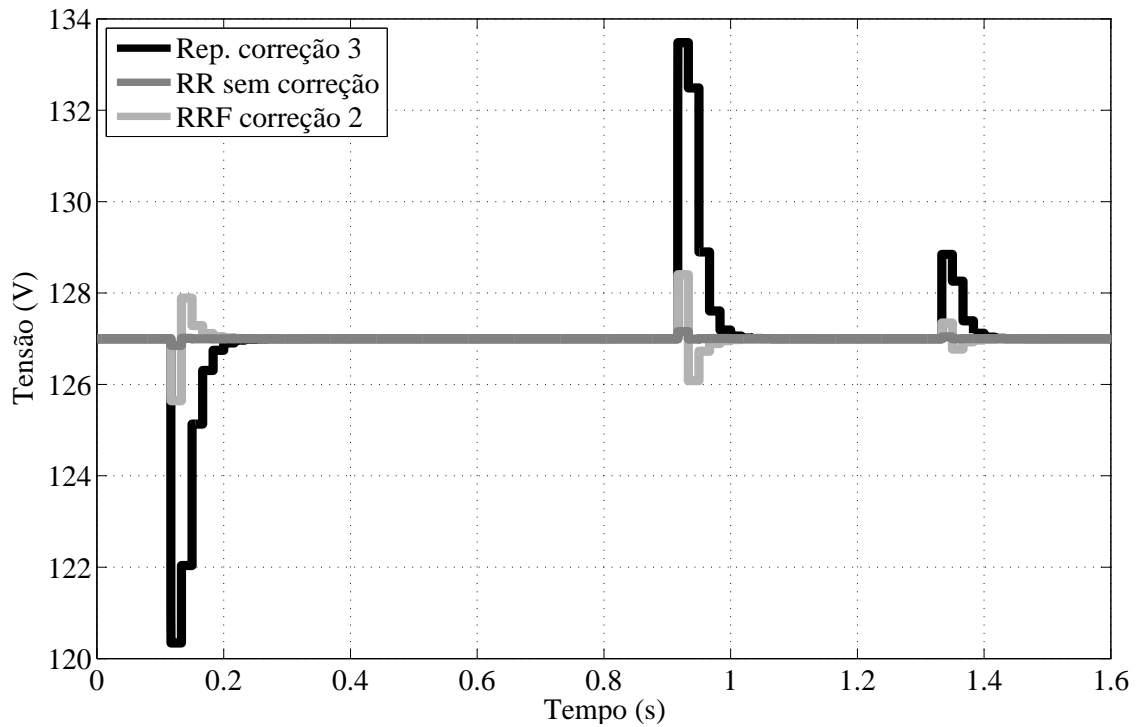


Figura 91: Tensão *RMS* de saída do sistema na comparação entre os controladores para carga linear de referência.

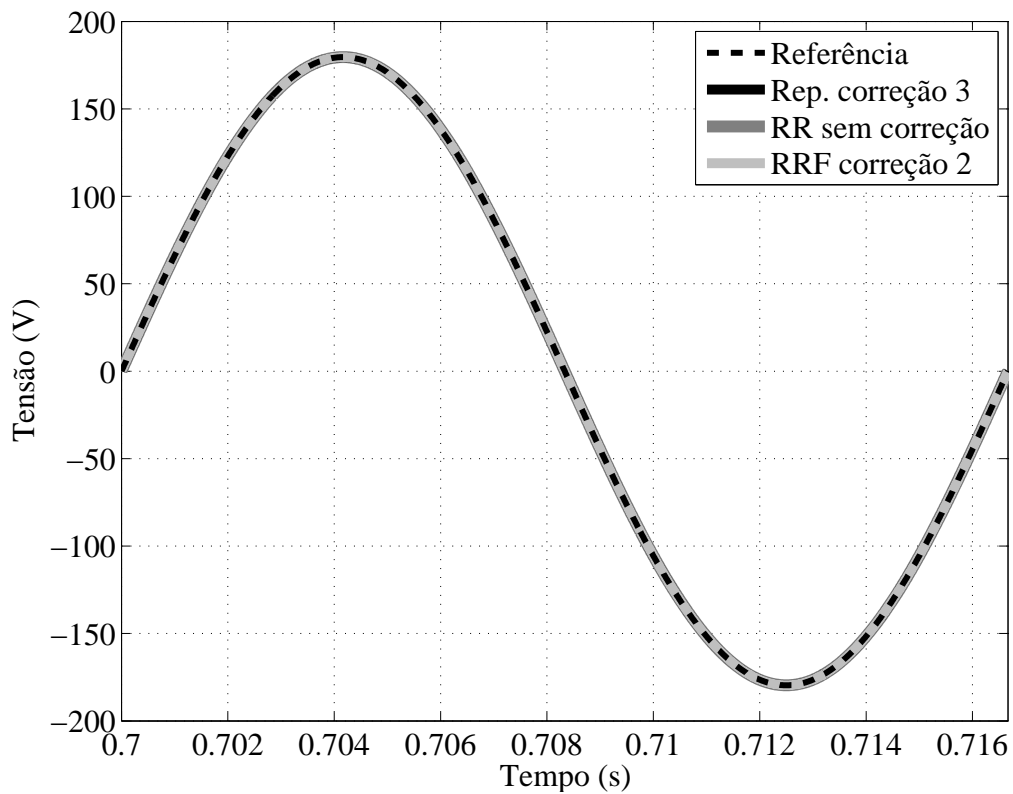


Figura 92: Tensão de saída do sistema na comparação entre os controladores para 100% da carga linear de referência.

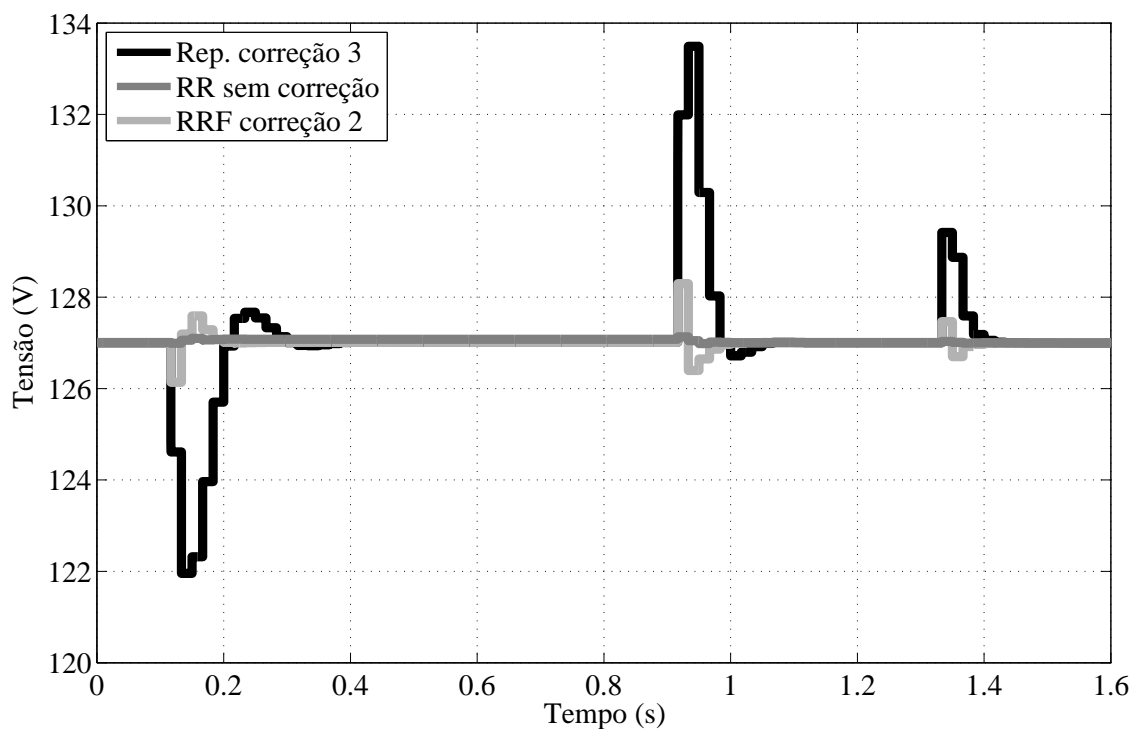


Figura 93: Tensão *RMS* de saída do sistema na comparação entre os controladores para carga não-linear de referência.

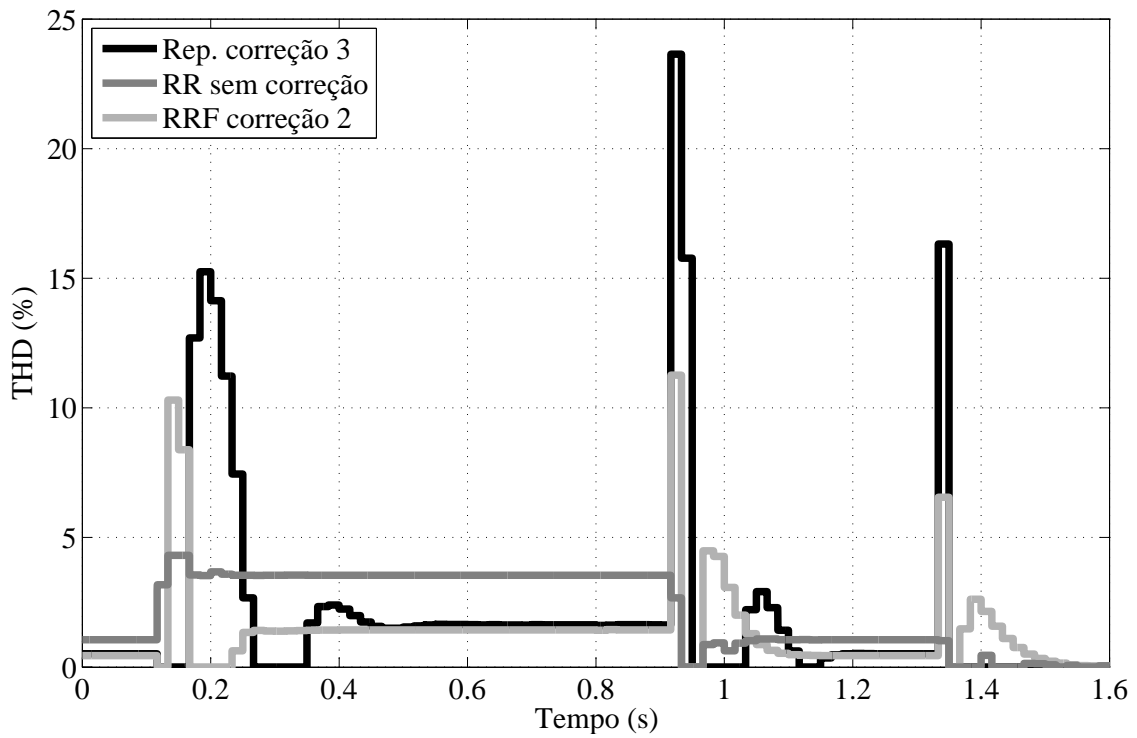


Figura 94: THD da tensão de saída do sistema na comparação entre os controladores para carga não-linear de referência.

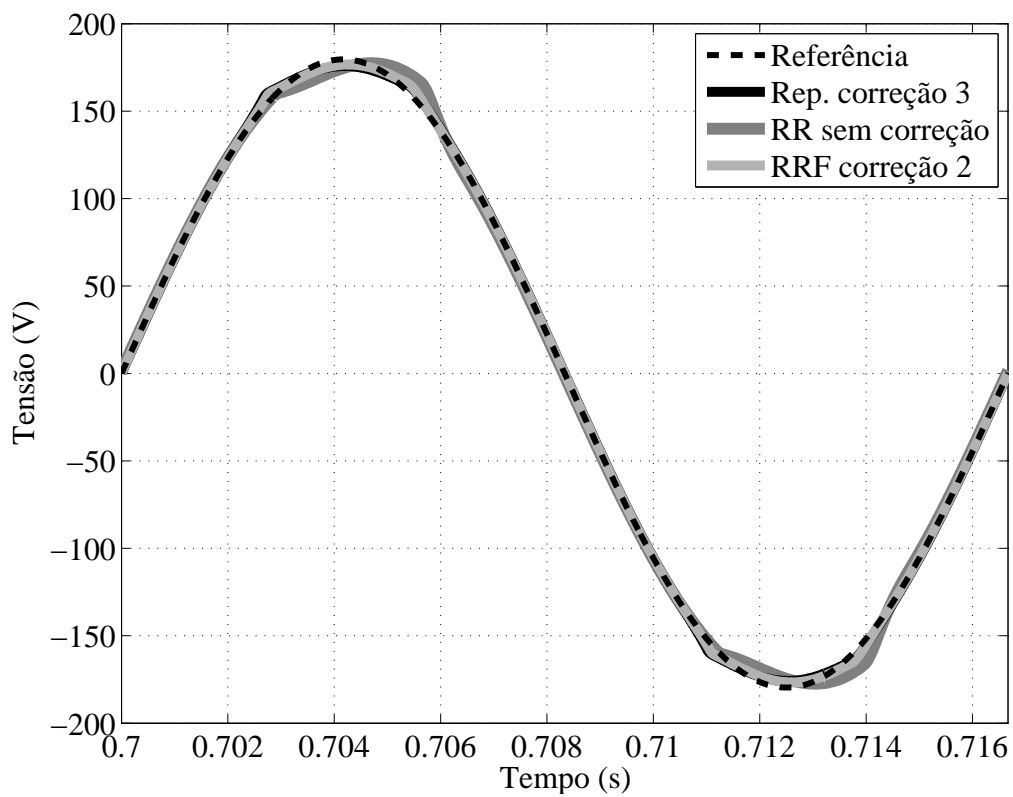


Figura 95: Tensão de saída do sistema na comparação entre os controladores para 100% da carga não-linear de referência.

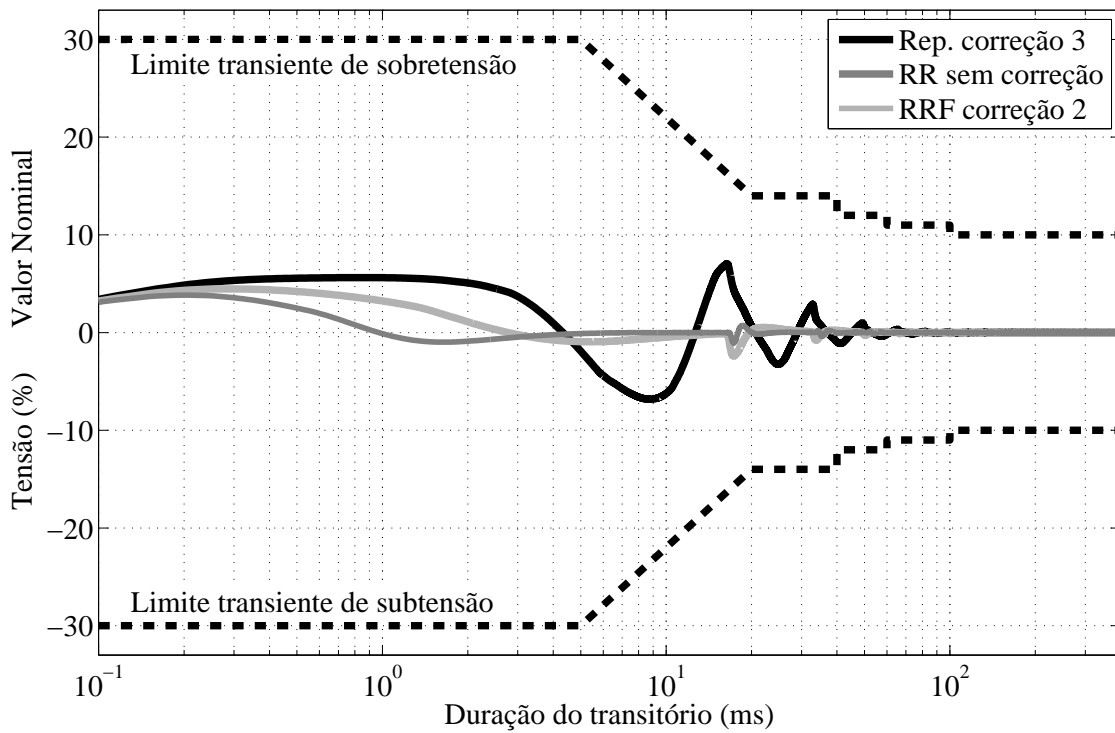


Figura 96: Perfil de tolerância da tensão de saída do sistema na comparação entre controladores para degrau subtrativo (100% para 20%) de carga linear de referência.

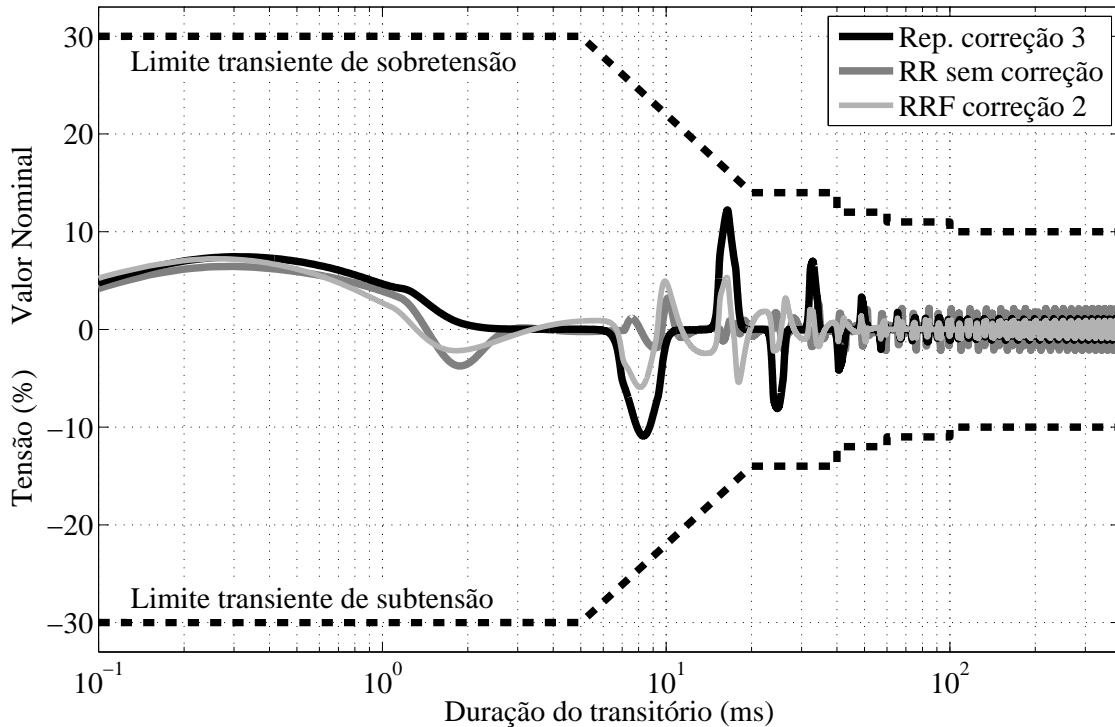


Figura 97: Perfil de tolerância da tensão de saída do sistema na comparação entre os controladores para degrau subtrativo (100% para 25%) de carga não-linear de referência.