

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DESIGN CONSTRUTAL DE CAMINHOS CONDUTIVOS COM GEOMETRIAS EM
FORMA DE "I" E "T" PARA RESFRIAMENTO DE CORPOS GERADORES DE CALOR
CONSIDERANDO A RESISTÊNCIA TÉRMICA DE CONTATO

por

Eduardo Xavier Barreto

Tese para obtenção do Título de
Doutor em Engenharia

Porto Alegre, 17 de dezembro de 2015.

DESIGN CONSTRUTAL DE CAMINHOS CONDUTIVOS COM GEOMETRIAS EM
FORMA DE "I" E "T" PARA RESFRIAMENTO DE CORPOS GERADORES DE CALOR
CONSIDERANDO A RESISTÊNCIA TÉRMICA DE CONTATO

por

Eduardo Xavier Barreto
Mestre em Engenharia

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de

Doutor em Engenharia

Área de Concentração: Fenômenos de Transporte

Orientador: Prof. Dr Luiz Alberto Oliveira Rocha

Aprovada por:

Profa. Dra. Flávia Zinani, UNISINOS

Prof. Dr. Elizaldo Domingues dos Santos, PPGMC/FURG

Prof. Dr. Paulo Smith Schneider, PROMEC/UFRGS

Profa. PhD. Sylvie Lorente, INSA, FRANÇA

Prof. Dr. Luiz Alberto Oliveira Rocha
Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 17 de dezembro de 2015.

*“Felicidade é ter algo o que fazer, ter algo
o que amar e algo que esperar...”*
(Aristóteles)

AGRADECIMENTOS

Ao CNPq agradeço o suporte financeiro através da bolsa de doutorado que me foi concedida.

À minha esposa, Grazielle, pelo amor, apoio e companheirismo em todas as horas. Aos meus pais que, da mesma forma, sempre estiveram presentes em pensamentos e sentimentos ainda que separados pela distância. À minha irmã Marcia a quem considero um exemplo como irmã, mãe e profissional. À minha madrinha, Suely Xavier (*in memoriam*), por tudo o que foste em vida.

Ao meu sogro, Crebes e minha sogra, Ana, que acompanharam minha rotina desde o início do doutorado. Ao meu enteado Matheus pela sua torcida em favor do Sport Club Internacional.

Aos meus colegas de doutorado em especial a Cássia Cris Beckel e Emanuel Estrada por tantas vezes me ajudarem nas mais variadas tarefas referentes ao trabalho. Serei eternamente agradecido.

Ao José Salvadorette pela amizade e colaboração nas inúmeras questões relacionadas à computadores e sobre tudo o que gira em torno do universo da informática.

Ao meu amigo e colega Fábbyo pela oportunidade de reencontrá-lo na UFRGS e celebrar uma parceria de estudos que ocorreu na época do mestrado.

Aos membros da banca, professores Paulo Schneider, Elizaldo dos Santos, Sylvie Lorente e Flávia Zinani.

Um especial agradecimento ao professor Luiz Alberto Oliveira Rocha, meu orientador, que me prestou todo o suporte necessário para o desenvolvimento desse trabalho. Sou eternamente grato e faço votos que nossa parceria profissional continue rendendo frutos para o futuro.

RESUMO

Este trabalho trata da aplicação do método Design Construtal para investigar a transferência de calor através de caminhos de alta condutividade térmica com geometrias definidas. O objetivo é obter a configuração que reduz a temperatura máxima em excesso do sistema considerando que as áreas ocupadas pelos materiais de alta e baixa condutividade são tratadas como constantes. Assim, o objeto de estudo é um volume de área finita onde ocorre a geração de calor. O escoamento da energia térmica para fora do volume é feito através de um caminho condutor de alta condutividade térmica. O trabalho considerou a resistência térmica de contato entre o elemento condutivo e o corpo gerador de calor, onde um terceiro material com resistência térmica equivalente à resistência de contato é interposto entre os dois primeiros. Na solução da equação da difusão do calor, foi realizado um tratamento numérico através de um código baseado em elementos finitos e utilizando o toolbox PDETool, *Partial Differential Equations Tool™*, que pertence ao aplicativo comercial MatLab®. O tratamento numérico foi realizado considerando-se caminhos condutivos com geometrias em forma de "I" e em forma de "T", mantendo-se as frações de área constantes e variando-se os comprimentos dos materiais de alta condutividade e os da resistência térmica de contato. A otimização geométrica foi feita considerando-se os graus de liberdade existentes para cada geometria, onde os valores otimizados para a situação ideal, ou de acoplamento térmico perfeito, foram comparados para os resultados envolvendo a resistência térmica de contato (RTC). Os resultados indicam que a RTC pode aumentar a temperatura máxima em excesso, assim como tem efeito significativo sobre as ótimas configurações calculadas quando a resistência de contato é levada em consideração para ambas as configurações "I" e "T" estudadas.

Palavras-chave: transferência de calor; Design Construtal; resistência térmica de contato, acoplamento térmico ideal, otimização geométrica.

ABSTRACT

This work applies Constructal Design to investigate the heat transfer through high conductive pathways with defined geometries. The objective is to find the configuration which reduces the maximal excess of temperature considering the areas with high and low thermal conductivity are constants. Thus, the object studied here is a volume with a finite area and heat generation. The outside heat flux is conducted through a high thermal conductive pathway. Here, special attention is given to the thermal contact resistance between the high conductive pathway and the solid body, where a third material with a thermal resistance equivalent to the thermal contact resistance is inserted between them. A numerical treatment was given in order to solve the heat diffusive equation. It was used a numerical code based on finite elements and the toolbox – PDETool, *Partial Differential Equations Tool™*, which is part of the MatLab® applicative. The numerical treatment was achieved considering "I" and "T" geometries for the high conductive pathways keeping the areas fraction constants and varying the lengths of both high conductive and the equivalent thermal contact layer materials. The optimization was performed considering the degrees of freedom of each geometry, where the optimized values for the ideal situation, i.e., perfect thermal contact were compared with the results considering the thermal contact resistance. The results indicate that the thermal contact resistance can increase the excess of temperature, as well as it has a significant effect on the optimal configurations when using perfect thermal contact or taking into account the thermal contact resistance for "I" and "T" shaped geometries.

Keywords: heat transfer; Constructal Design, thermal contact resistance, perfect thermal contact, thermal contact resistance, geometry optimization.

ÍNDICE

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Motivação	1
1.2	Objetivos	3
1.2.1	Objetivos Gerais	3
1.2.2	Objetivos Específicos	3
1.3	Organização do Trabalho	4
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	5
2.1	Teoria Construtal	5
2.1.1	Design Construtal aplicado aos Problemas Térmicos	8
2.2	Resistência Térmica de Contato - RTC	21
3	METODOLOGIA	27
3.1	Influência da RTC	27
3.2	Modelo Matemático para a Geometria "I"	29
3.2.1	Domínio Matemático para a Geometria "I"	29
3.2.2	Equações e Adimensionalizações para a Geometria "I"	30
3.2.3	Condições de Contorno e Graus de Liberdade para a Geometria "I"	32
3.2.4	Método Numérico para a Geometria "I"	33
3.2.5	Obtenção da Malha Independente para a Geometria "I"	37
3.3	Modelo Matemático para a Geometria "T" com Condutividade Térmica Uniforme	38
3.3.1	Domínio Matemático, para a Geometria "T".com Condutividade Térmica Uniforme	38
3.3.2	Equações e Adimensionalizações para a Geometria "T". com Condutividade Térmica Uniforme	39
3.3.3	Condições de Contorno e Graus de Liberdade para a Geometria "T". com Condutividade Térmica Uniforme	40
3.3.4	Método Numérico para a Geometria "T". com Condutividade Térmica Uniforme ..	41

3.3.5	Obtenção da Malha Independente para a Geometria "T" com Condutividade Térmica Uniforme	43
3.4	Modelo Matemático para a Geometria "T" com Condutividade Térmica Variável.	44
3.4.1	Domínio Matemático. para a Geometria "T" com Condutividade Térmica Variável	45
3.4.2	Equações e Adimensionalizações para a Geometria "T" com Condutividade Térmica Variável.	46
3.4.3	Condições de Contorno e Graus de Liberdade para a Geometria "T" com Condutividade Térmica Variável.	47
3.4.4	Método Numérico para a Geometria "T" com Condutividade Térmica Variável. . .	48
3.4.5	Obtenção da Malha Independente para a Geometria "T" com Condutividade Térmica Variável.	50
4	RESULTADOS	52
4.1	Otimizações para a Geometria "I"	52
4.2	Otimizações para a geometria "T" com Condutividade Térmica Uniforme. . .	60
4.3	Otimizações para a geometria "T" com Condutividade Térmica Variável. . . .	70
5	CONCLUSÕES	81
5.1	Conclusões para a Geometria "I"	81
5.2	Conclusões para a geometria "T" com Condutividade Térmica Uniforme. . . .	82
5.3	Conclusões para a geometria "T" com Condutividade Térmica Variável.	82
5.4	Comparações entre as Performances das Geometrias Testadas.	83
5.5	Sugestões para Trabalhos Futuros.	84
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	86
	APÊNDICE A – Geometria e Código Numérico para o Caminho Condutivo em forma de "I" considerando a RTC	91

APÊNDICE B – Geometria e Código Numérico para o Caminho Condutivo em forma de "T" com Condutividade Térmica Uniforme e Variável considerando a RTC.....	95
APÊNDICE C – Refinamentos Sucessivos para Independência da Malha	105

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1.	Sistemas de fluxo cujas correntes se deslocam de um ponto à uma área ou vice-versa, adaptado de http://alexsquest.com/texts/complexity-in-software-3-the-constructal-law	6
Figura 2.2.	A teoria constructal, que relaciona um princípio à forma e a estrutura dos sistemas, prossegue no tempo no sentido contrário ao empirismo. Adaptado de Bejan et al., 2000.	7
Figura 2.3.	Um grande número de volumes elementares conectados a um caminho central de alta condutividade térmica, adaptado de Bejan, 1996	9
Figura 2.4.	Configurações geométricas de caminhos condutivos de calor com diferentes números, n_1 , de extremidades, adaptado de Almogbel et al., 1999	10
Figura 2.5.	Evolução da forma do primeiro passo até o 300, adaptado de Boichot et al., 2009.	11
Figura 2.6.	Volume com baixa condutividade térmica e geração de calor com um caminho condutivo em forma de um "X" não uniforme, adaptado de Lorenzini, et al., 2013.	11
Figura 2.7.	Volume gerador de calor com caminho condutivo: (a) simétrico, (b) assimétrico, adaptado de Cetkin e Oliani, 2015	12
Figura 2.8.	Montagem de aletas em forma de "T": (a) configuração padrão, (b) aletas em forma de " τ ", adaptado de Bejan e Almogbel, 2000.	13
Figura 2.9.	Análise de arranjo de aletas em forma de "T-Y", adaptado de Lorenzini et al., 2009a.	14
Figura 2.10.	Análise de arranjo de aletas em forma de "Y", adaptado de Lorenzini et al., 2006.	15
Figura 2.11.	Cavidades retangulares, isotérmicas e bidimensionais inseridas em um corpo cilíndrico, adaptado de Lorenzini et al., 2012	16
Figura 2.12.	Cavidade lateral isotérmica em um corpo condutivo bidimensional com geração de calor, adaptado de Biserni et al., 2004.	17
Figura 2.13.	Intrusão lateral isotérmica em um corpo trapezoidal bidimensional com geração de calor, adaptado de Rocha et al., 2005.	18

Figura 2.14.	Cavidade em forma de "T-Y", adaptado de Lorenzini et al., 2012.	19
Figura 2.15.	Intrusão isotérmica em forma de "H" em um corpo condutivo bidimensional com geração de calor uniforme, adaptado de Biserni et al., 2007	20
Figura 2.16.	Cavidades isotérmicas em um sólido bidimensional e gerador de calor com formato: (a) triangular, (b) elíptico, (c) trapezoidal e (d) em "Y", adaptado de Pouzesh et al., 2015	21
Figura 2.17.	(a) Película de lubrificante bidimensional comprimida por duas superfícies planas pressionadas uma sobre a outra, (b) gráfico relacionando altura da película do lubrificante e a variação de temperatura na interface entre os corpos, adaptado de Bejan e Morega, 1993.	22
Figura 2.18.	Modelo de superfície esférica considerado no estudo da rugosidade da superfície de contato, adaptado de Bahrami et al., 2004a.	23
Figura 3.1.	Domínio do problema: (a) elemento condutivo em forma de "I" e corpo gerador de calor, (b) rugosidade entre as superfícies, (c) camada de material com resistividade equivalente à resistência de contato, (d) configuração usada na modelagem numérica	28
Figura 3.2.	Caminho condutivo em forma de "I" e volume com geração de calor, considerando a RTC	30
Figura 3.3.	Caminho condutivo em forma de "T" e volume com geração de calor, considerando a RTC	39
Figura 3.4.	Caminho condutivo em forma de "T" com condutividade térmica variável (k_{p1} e k_{p2}) e volume com geração de calor, considerando a RTC.	46
Figura 4.1.	Temperatura máxima em excesso adimensional, θ_{max} , para uma faixa de valores de H_0/L_0 considerando CTP e diferentes valores de \tilde{k}_L para o caso da RTC.	52
Figura 4.2.	Temperatura máxima em excesso adimensional uma vez minimizada, $(\theta_{max})_m$, para uma faixa de \tilde{k}_p considerando CTP e diferentes valores de \tilde{k}_L para o caso da RTC	53
Figura 4.3.	Razão de aspecto uma vez otimizada, $(H_0/L_0)_o$, para uma faixa de valores de \tilde{k}_p considerando CTP e diferentes valores de \tilde{k}_L para o caso da RTC	54

Figura 4.4.	Temperatura máxima em excesso adimensional uma vez minimizada $(\theta_{\max})_m$ para diferentes valores de \tilde{k}_L considerando $\tilde{k}_p = 20, 40, 100$ e 400	56
Figura 4.5.	Razão de aspecto uma vez otimizada $(H_0/L_0)_o$ para diferentes valores de \tilde{k}_L considerando $\tilde{k}_p = 20, 40, 100$ e 400	56
Figura 4.6.	Geometrias otimizadas para diferentes valores de \tilde{k}_p e \tilde{k}_L , considerando CTP e a presença da RTC	57
Figura 4.7.	Temperatura máxima em excesso adimensional minimizada uma vez, $(\theta_{\max})_m$ para uma faixa de valores H/L , considerando CTP e $\tilde{k}_L = 0,1$ para o caso com RTC.	58
Figura 4.8.	Razão de aspecto otimizada $(H_0/L_0)_o$ para uma faixa de valores de H/L considerando CTP e $\tilde{k}_L = 0,1$ para o caso da RTC.	59
Figura 4.9.	Diagrama representativo das simulações realizadas com a presença da resistência de contato e o contato térmico perfeito considerando os valores fixos $H/L = 1$, $\tilde{D}_0 = 0,1$ e $D_1/D_0 = 0,3$ para um intervalo de valores de L_1/L_0	60
Figura 4.10.	Curva de (θ_{\max}) para valores fixos de H/L , \tilde{D}_0 e (D_1/D_0) para um intervalo de valores de (L_1/L_0) , considerando simulações com e sem resistência de contato	61
Figura 4.11.	Geometrias otimizadas: (a) modelo incluindo a resistência de contato, (b) modelo considerando contato térmico perfeito.	62
Figura 4.12.	Diagrama representativo das simulações realizadas na presença da RTC e para o caso de CTP, considerando $H/L = 1$ e $\tilde{D}_0 = 0,1$, para uma faixa de valores de (D_1/D_0) e (L_1/L_0)	63
Figura 4.13.	Curvas de $(\theta_{\max})_m$ para $H/L = 1$ e $\tilde{D}_0 = 0,1$ e um intervalo de valores de (L_1/L_0) e (D_1/D_0) , considerando os modelos com e sem resistência de contato	64
Figura 4.14.	Curvas de $(L_1/L_0)_o$ para $H/L = 1$ e $\tilde{D}_0 = 0,1$ e um intervalo de valores de (D_1/D_0) , considerando as simulações com e sem a RTC	65
Figura 4.15.	Geometrias duplamente otimizadas: (a) modelo incluindo a RTC, (b) modelo considerando contato térmico perfeito	65

Figura 4.16.	Diagrama representativo das simulações realizadas com a presença da RTC e CTP, para o valor de $H/L = 1$ e um intervalo de valores para (\tilde{D}_0) , (D_1/D_0) e (L_1/L_0)	66
Figura 4.17.	Curvas de $(\theta_{\max})_{\text{mm}}$ e temperatura máxima em excesso adimensional três vezes minimizada, $(\theta_{\max})_{\text{mmm}}$, para $H/L = 1$, $(L_1/L_0)_{\text{oo}}$ e $(D_1/D_0)_o$, considerando simulações com e sem a resistência de contato.	67
Figura 4.18.	Curvas de $(L_1/L_0)_{\text{oo}}$ e geometria três vezes otimizada, $(L_1/L_0)_{\text{ooo}}$ para $H/L = 1$ e $(D_1/D_0)_o$, considerando simulações com e sem resistência de contato.	68
Figura 4.19.	Curvas de $(D_1/D_0)_o$ e razão de aspecto duas vezes otimizada $(D_1/D_0)_{\text{oo}}$ para um valor de $H/L = 1$ como função de \tilde{D}_0 considerando as simulações com e sem resistência de contato	69
Figura 4.20.	Geometria três vezes otimizada: (a) modelo incluindo a resistência de contato, (b) modelo considerando CTP	70
Figura 4.21.	Diagrama das simulações com variação de um único grau de liberdade (L_1/L_0)	71
Figura 4.22.	Temperatura máxima em excesso, θ_{\max} , para um intervalo de L_1/L_0 considerando CTP e $k_L = 0,05$ para o caso da presença da RTC	71
Figura 4.23.	Geometrias otimizadas para $\phi_1 = 0,07$ e $D_0/L_0 = 0,06$: (a) modelo considerando CTP, (b) modelo onde se incluiu a RTC.	72
Figura 4.24.	Diagrama das simulações envolvendo a variação de dois graus de Liberdade: (D_0/L_0) e (L_1/L_0) simultaneamente	73
Figura 4.25.	Curvas de $(\theta_{\max})_m$ e temperatura máxima em excesso adimensional duplamente minimizada, $(\theta_{\max})_{\text{mm}}$, para valores fixos de (H/L) e ϕ_1 e um intervalo de valores de (L_1/L_0) e (D_0/L_0) , considerando simulações com e sem RTC.	73
Figura 4.26.	Curvas de $(L_1/L_0)_o$ e razão adimensional duplamente otimizada, $(L_1/L_0)_{\text{oo}}$, para valores fixos de (H/L) e ϕ_1 para um intervalo de valores de (D_0/L_0) , considerando simulações com e sem RTC	74
Figura 4.27.	Geometrias duplamente otimizadas para $\phi_1 = 0,07$ e $(D_0/L_0)_o = 0,075$: (a) modelo considerando CTP, (b) modelo onde se incluiu a RTC	75
Figura 4.28.	Diagrama das simulações com relação aos três graus de liberdade do problema	76

Figura 4.29.	Curvas de $(\theta_{\max})_{\text{mm}}$ e temperatura máxima em excesso três vezes minimizada $(\theta_{\max})_{\text{mmm}}$, para valores fixos de (H/L) e um intervalo de valores de (ϕ_1) , considerando simulações com e sem RTC	77
Figura 4.30.	Curvas de $(L_1/L_0)_{\text{oo}}$ e razão três vezes otimizada $(L_1/L_0)_{\text{oo}}$, para valores fixos de (H/L) e um intervalo de valores de (ϕ_1) , considerando simulações com e sem RTC.	77
Figura 4.31.	Curvas de $(\theta_{\max})_{\text{mm}}$ e a temperatura máxima em excesso adimensional três vezes minimizada $(\theta_{\max})_{\text{mmm}}$ para valores fixos de (H/L) e um intervalo de valores de $(D_0/L_0)_o$, considerando simulações com e sem RTC.	78
Figura 4.32.	Geometria três vezes otimizada para $(\phi_1)_o = 0,02$ e $(D_0/L_0)_{\text{oo}} = 0,175$: (a) modelo considerando CTP, (b) modelo considerando a presença da RTC.	79
Figura 4.33.	Curvas de $(D_0/L_0)_o$ e razão duas vezes otimizada $(D_0/L_0)_{\text{oo}}$, para valores fixos de (H/L) e um intervalo de valores de (ϕ_1) , considerando simulações com e sem RTC.	80
Figura A.1.	Pontos que compõe a geometria do caminho condutivo em forma de "I"	91
Figura B.1.	Pontos que compõe a geometria do caminho condutivo em forma de "T" com condutividade térmica uniforme considerando a RTC.	96
Figura B.2.	Pontos que compõe a geometria do caminho condutivo em forma de "T" com condutividade térmica variável considerando a RTC	101
Figura C.1.	Representação gráfica do número de elementos triangulares da malha atual com três refinamentos sucessivos para a situação envolvendo a RTC	105
Figura C.2.	Representação gráfica do número de elementos triangulares da malha atual com três refinamentos sucessivos para a situação envolvendo a RTC	106
Figura C.3.	Representação gráfica do número de elementos triangulares da malha atual com três refinamentos sucessivos para a situação envolvendo a CTP	107

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1.	Faixa de valores assumidos por H_0/L_0 e θ_{\max} para as simulações envolvendo CTP e RTC, considerando valores da condutividade térmica do elemento condutivo iguais a $\tilde{k}_p = 20, 40, 100$ e $400, H/L = 0.6$ e valor de $\tilde{k}_L = 10 \dots 35$
Tabela 3.2.	Faixa de valores assumidos por H_0/L_0 e θ_{\max} para as simulações envolvendo CTP e RTC, considerando valores da condutividade térmica do elemento condutivo iguais a $\tilde{k}_p = 20, 40, 100$ e $400, H/L = 0.6$ e valor de $\tilde{k}_L = 0.1 \dots 35$
Tabela 3.3.	Faixa de valores assumidos por H_0/L_0 e θ_{\max} para as simulações envolvendo CTP e RTC, considerando valores da condutividade térmica do elemento condutivo iguais a $\tilde{k}_p = 20, 40, 100$ e $400, H/L = 0.6$ e valor de $\tilde{k}_L = 0.01 \dots 36$
Tabela 3.4.	Faixa de valores assumidos por $H/L, (H_0/L_0)_o$ e $(\theta_{\max})_m$ para as simulações envolvendo CTP e RTC, considerando valores da condutividade térmica do elemento condutivo iguais a $\tilde{k}_p = 100$ e valor de $\tilde{k}_L = 0.1 \dots \dots \dots 36$
Tabela 3.5.	Tabela 3.1 – Refinamentos da malha para obtenção de resultados independentes do número de elementos, considerando $H_0/L_0 = 0,066, H/L = 0,6, \tilde{k}_p = 400, \tilde{t} = 0,005, \tilde{k}_L = 0,01$ e a RTC. $\dots \dots \dots 37$
Tabela 3.6.	Tabela 3.2 – Refinamentos da malha para obtenção de resultados independentes do número de elementos, considerando $H_0/L_0 = 0,066, H/L = 0,6, \tilde{k}_p = 400$ e CTP. $\dots \dots \dots 38$
Tabela 3.7.	Faixa de valores assumidos por L_1/L_0 e θ_{\max} para as simulações envolvendo CTP e RTC, considerando $\tilde{D}_0 = 0.1, D_1/D_0 = 0,3$ e valor da condutividade térmica do elemento condutivo igual a $\tilde{k}_p = 400$ e valor de $\tilde{k}_L = 0.1 \dots \dots 42$
Tabela 3.8.	Faixa de valores assumidos por $D_1/D_0, (L_1/L_0)_o$ e $(\theta_{\max})_m$ para as simulações envolvendo CTP e RTC, considerando $\tilde{D}_0 = 0.1,$ valor da condutividade térmica do elemento condutivo igual a $\tilde{k}_p = 400$ e valor de $\tilde{k}_L = 0.1 \dots \dots 43$

Tabela 3.9.	Faixa de valores assumidos por \tilde{D}_0 , $(D_1/D_0)_o$, $(L_1/L_0)_{oo}$ e $(\theta_{max})_{mm}$ para as simulações envolvendo CTP e RTC, considerando o valor da condutividade térmica do elemento condutivo igual a $\tilde{k}_p = 400$ e valor de $\tilde{k}_L = 0.1$	43
Tabela 3.10.	Refinamentos da malha para obtenção de resultados independentes do número de elementos considerando $\tilde{D}_0 = 0,12$, $(D_1/D_0)_o = 0,3$, $(L_1/L_0)_o = 0,6$ e a RTC	44
Tabela 3.11.	Refinamentos da malha para obtenção de resultados independentes do número de elementos considerando $\tilde{D}_0 = 0,12$, $(D_1/D_0)_o = 0,3$, $(L_1/L_0)_o = 0,6$ e CTP.	44
Tabela 3.12.	Faixa de valores assumidos por L_1/L_0 e θ_{max} para as simulações envolvendo CTP e RTC, considerando $\phi_1 = 0,07$, $D_0/L_0 = 0,06$ e valores de condutividade térmica do elemento condutivo iguais a $\tilde{k}_{p1} = 50$, $\tilde{k}_{p2} = 100$ e valor de $\tilde{k}_L = 0.05$	49
Tabela 3.13.	Faixa de valores assumidos por D_0/L_0 , $(L_1/L_0)_o$ e $(\theta_{max})_m$ para as simulações envolvendo CTP e RTC, considerando $\phi_1 = 0,07$ e valores de condutividade térmica do elemento condutivo iguais a $\tilde{k}_{p1} = 50$, $\tilde{k}_{p2} = 100$ e valor de $\tilde{k}_L = 0.05$	49
Tabela 3.14.	Faixa de valores assumidos por ϕ_1 , $(D_0/L_0)_o$, $(L_1/L_0)_{oo}$ e $(\theta_{max})_{mm}$ para as simulações envolvendo CTP e RTC, considerando valores de condutividade térmica do elemento condutivo iguais a $\tilde{k}_{p1} = 50$, $\tilde{k}_{p2} = 100$ e valor de $\tilde{k}_L = 0.05$	49
Tabela 3.15.	Refinamentos da malha para obtenção de resultados independentes do número de elementos considerando $(D_0/L_0)_o = 0.075$, $(L_1/L_0)_{oo} = 0,776$ e a RTC.	51
Tabela 3.16.	Refinamentos da malha para obtenção de resultados independentes do número de elementos considerando $(D_0/L_0)_o = 0.075$, $(L_1/L_0)_{oo} = 0,704$ e CTP	51
Tabela A.1.	Coordenadas dos pontos que compõe o caminho condutivo em forma de "I"	91

Tabela B.1.	Coordenadas dos pontos que compõe o caminho condutivo em forma de "T" com condutividade térmica uniforme considerando a RTC.	95
Tabela B.2.	Coordenadas dos pontos que compõe o caminho condutivo em forma de "T" com condutividade térmica variável considerando a RTC.	100

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

PROMECC	Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica
UFRGS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul
PDEtool	<i>Partial Differential Equations Tool</i>
RTC	Resistência térmica de contato
CTP	Contato térmico perfeito

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Romanas

<i>A</i>	Área, m^2
<i>D</i>	Espessura, m
<i>h</i>	Condutância térmica de contato, $W m^{-2} K^{-1}$
<i>H</i>	Altura, m
<i>k</i>	Condutividade térmica, $W m^{-1} K^{-1}$
<i>L</i>	Largura, m
<i>W</i>	Profundidade, m
<i>q</i>	Taxa de transferência de calor, W
q'''	Taxa de geração volumétrica de calor, $W m^{-3}$
<i>R</i>	Resistência térmica, K/W
<i>RMS</i>	Raiz média quadrática
<i>t</i>	Espessura do material com resistência térmica equivalente à RTC, m
<i>T</i>	Temperatura, K
<i>x, y</i>	Coordenadas espaciais, m

Símbolos Gregos

ϕ	Fração de área
θ	Temperatura adimensional

Subscritos

<i>c</i>	Relativo ao contato entre duas superfícies
<i>cond</i>	Relativo à condução do calor
<i>conv</i>	Relativo à convecção do calor
<i>i</i>	Relativo ao CTP
<i>int</i>	Relativo à interface dos materiais
<i>L</i>	Relativo ao material com resistência equivalente à resistência de contato
<i>max</i>	Máximo
<i>min</i>	Mínimo
<i>m</i>	Uma vez minimizado
<i>mm</i>	Duas vezes minimizado
<i>mmm</i>	Três vezes minimizado
<i>o</i>	Uma vez otimizado
<i>oo</i>	Duas vezes otimizado
<i>ooo</i>	Três vezes otimizado
<i>p</i>	Relativo ao material de alta condutividade térmica
<i>r</i>	Relativo à RTC
0	Relativo ao ramo inferior do "T"
1	Relativo ao ramo superior do "T"

Sobrescrito

~ Variáveis adimensionalizadas

1 INTRODUÇÃO

1.1 Motivação

Considerando as demandas do desenvolvimento tecnológico atual, a necessidade de aperfeiçoamento das técnicas de maximização da transferência de calor tornou-se maior que em qualquer outra época. Se por um lado o desenvolvimento industrial direciona a fabricação de produtos cada vez menores, a forma como remover o calor gerado torna-se um verdadeiro desafio para os engenheiros e pesquisadores da área térmica.

Segundo Rocha et al., 2006, o desenvolvimento de dispositivos eletrônicos em escala reduzida assim como o desenvolvimento das respectivas arquiteturas de resfriamento acabam por encarecer a questão do espaço disponível entre os componentes. Isto significa que em escalas suficientemente pequenas a convecção deixa de ser uma solução viável para o resfriamento: o espaço que os canais convectivos ocupariam são valiosos demais para não serem alocados por elementos eletrônicos. No limite, a forma de remover o calor gerado em cada pequeno volume trata-se da inserção de materiais altamente condutivos com formatos apropriados. A inserção de elementos condutivos é arquitetonicamente análoga às clássicas aletas usadas na convecção. Eles podem ser vistos como superfícies estendidas (agulhas ou lâminas) que invadem o meio e conduzem as correntes de calor gerado para o meio externo.

Da mesma forma como no projeto de aletas, onde a compactação conduziu à montagem de estruturas aletadas, a maximização da densidade de transferência de calor por condução conduziu à inserções condutivas com formato de “árvores”.

Nesse sentido, Bejan e Errera, 2000, investigaram uma rede de canais de fluxo em forma de árvore com a seguinte finalidade: a minimização da resistência global de fluxo que parte de um ponto (fonte ou sumidouro) e um volume de tamanho finito, sujeito à restrições globais e locais. A minimização da resistência é realizada para cada escala volumétrica e sujeita às restrições do volume total fixo, das frações fixas dos canais alocados e das temperaturas locais que não podem exceder o limite dos pontos quentes.

Teoria Construtal é a visão que a geração das configurações de sistemas de fluxo é um fenômeno físico que pode ser baseado em um princípio (A Lei Construtal) [Bejan, 1997, Bejan, 2000, Bejan e Lorente, 2008]. A Lei Construtal estabelece que para um sistema de fluxo com volume finito persistir no tempo sua configuração deve evoluir de forma que

promova o acesso mais fácil às correntes internas através do sistema [Rocha et al., 2005, Xie et al., 2010, Marques et al., 2009, Lorenzini et al., 2011, Lorenzini et al., 2014].

Design Construtal é o método de aplicação da Lei Construtal para obter a configuração que facilite o acesso às correntes de fluxo. O método aplica o princípio do objetivo e das restrições, i.e., a geometria pode variar livremente à medida que são variados os graus de liberdade, sujeitos às restrições do problema. A aplicabilidade deste método para sistemas de engenharia envolvendo escoamentos tem sido amplamente discutida na literatura recente, e.g., no resfriamento de sistemas com geração de calor [Ledezma et al., 1997; Almogbel et al., 1999; Rocha et al., 2002] e na otimização de cavidades e aletas.

Nessa mesma direção, o presente trabalho aplica o método Design Construtal no estudo numérico de um volume elementar de área que gera calor uniformemente por unidade de volume. O corpo sólido é arrefecido por um sumidouro de calor, que está numa temperatura inferior àquela do sistema, posicionado numa face do sólido. O objetivo consiste em minimizar o máximo excesso de temperatura entre o sistema e o sumidouro, sendo que a importância deste trabalho reside no fato que atualmente inúmeros dispositivos geradores de calor como o caso de eletrônicos e micro-eletrônicos dependem de estruturas condutivas para remoção do calor já que a tecnologia caminha no sentido de minimizar as dimensões de tais aparelhos. Caminhos condutivos com geometrias variadas surgem como soluções para remoção do calor de placas eletrônicas onde o excesso de calor proveniente dos processadores não deve ultrapassar um valor máximo garantindo, dessa forma, o seu pleno funcionamento.

Assim, com a finalidade de facilitar o acesso às correntes de calor do volume elementar, é inserido um caminho condutivo de materiais com alta condutividade térmica. Primeiramente esse caminho contou com uma geometria em forma de "I" e logo após verificou-se a geometria em forma de "T". Paralelamente, foi analisada a presença de um terceiro material, com condutividade térmica intermediária, representando a resistência térmica de contato entre o caminho condutivo e o volume elementar que até o momento não havia sido considerado. Por questões de simplicidade, assume-se o problema como sendo bidimensional. A razão entre a condutividade térmica do caminho condutivo e a condutividade térmica do corpo, assim como a fração de área são parâmetros fundamentais de projeto.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivos Gerais

O objetivo principal do trabalho é encontrar a geometria que minimiza a máxima temperatura em excesso dos corpos geradores de calor que são resfriados utilizando um sumidouro com baixa temperatura localizado em uma de suas faces. Para tanto, caminhos condutivos de alta condutividade térmica em forma de "I" e "T" são inseridos fazendo a ligação entre o corpo gerador de calor e seu sumidouro permitindo seu resfriamento. Design Construtal é aplicado para encontrar a geometria do elemento condutivo que minimiza a resistência térmica global do sistema. A busca pela geometria ótima é realizada pela variação exaustiva dos graus de liberdade do problema respeitando-se suas restrições e considerando a resistência térmica de contato existente entre o elemento condutivo e o volume gerador de calor. Parâmetros como a fração de área entre o material de alta condutividade térmica e o volume elementar assim como a espessura do material com resistência térmica equivalente à resistência térmica de contato são considerados constantes.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Verificar se o modelo numérico elaborado apresenta resultados consistentes com a física do problema;
- Realizar um número suficiente de simulações numéricas e assim classificar aquelas geometrias que, através da variação exaustiva de seus graus de liberdade (2 graus de liberdade para a geometria "I" e 3 graus de liberdade para a geometria "T"), apresentem os melhores resultados, ou seja, identificar as geometrias que forneçam os menores valores para a temperatura máxima em excesso.
- Comparar os resultados obtidos para os modelos com e sem RTC no que se refere aos valores da temperatura máxima em excesso, assim como as geometrias otimizadas de ambos modelos;
- Verificar o efeito dos graus de liberdade sobre θ_{\max} , assim como o efeito de determinados graus de liberdade sobre os outros.

1.3 Organização do Trabalho

O trabalho é estruturado como segue: no capítulo 2 é feita a revisão bibliográfica onde são apresentados os fundamentos da Teoria Construtal e sua relação com aplicações existentes na literatura. São listados ainda, nesse capítulo, aplicações de Design Construtal na otimização de problemas térmicos. Por fim, uma subseção apresenta a influência da resistência térmica de contato na modelagem de problemas envolvendo a condução de calor.

No capítulo 3 é apresentada a metodologia usada na resolução do problema térmico proposto, abordando a presença da resistência térmica de contato e sua modelagem numérica, assim como um modelo matemático para cada uma das geometrias testadas, incluindo as equações governantes do fenômeno físico, suas condições de contorno e graus de liberdade, o método numérico usado a partir do código em elementos finitos e a obtenção da malha independente para os resultados numéricos obtidos.

No capítulo 4 são apresentados os resultados das simulações e a classificação das melhores geometrias no que se diz respeito à transferência do calor para fora do sistema. Aqui é feita a comparação dos modelos em que se considerou contato térmico perfeito (CTP), e os modelos onde a RTC se faz presente. Os resultados das otimizações são analisados e comentados com conclusões gerais para cada geometria do elemento condutivo.

O capítulo 5 apresenta as conclusões finais sobre as simulações realizadas e peculiaridades sobre as geometrias otimizadas.

O trabalho ainda conta com três apêndices (A, B e C) onde constam as coordenadas e códigos numéricos dos domínios analisados – geometrias em forma de "I" e "T", assim como os refinamentos sucessivos das malhas usadas nas simulações numéricas.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Teoria Construtal

Entende-se por Teoria Construtal a teoria que relaciona o design das estruturas naturais, animadas e inanimadas, com um princípio físico que o governa – a Lei Construtal. Esta lei foi enunciada por Bejan, 1996, da seguinte forma: “para que um sistema de fluxo aberto de tamanho finito persista no tempo (mantenha-se vivo) este deve evoluir de tal forma que forneça o mais fácil acesso às suas correntes de fluxo”. Assim, tudo o que se move pode ser definido como um sistema de fluxo que evolui no tempo: animais, plantas, rios e tudo o que se move encarregam-se de desenvolver formas e estruturas que facilitem o acesso às vias de fluxo [Bejan e Zane, 2012].

Partindo do conhecimento sobre a Teoria Construtal é possível aplicá-la em áreas como biofísica, geofísica e sistemas naturais nas quais as geometrias se modificam a fim de alcançar um objetivo que é a minimização da resistência global para suas correntes [Bejan, 2000 e Bejan e Lorente, 2008].

Vinculado à ideia da Teoria Construtal está o conceito de design. Design é um fenômeno evolutivo que aparece espontaneamente nos sistemas onde há fluxo. Segundo Bejan e Zane, 2012, a grande variedade de “designs” na natureza e até mesmo suas semelhanças quanto à forma e estrutura revelam que o mesmo não pode acontecer por ordem do acaso.

A partir da Lei Construtal é possível, por exemplo, verificar a evolução do “design” considerando três sistemas de fluxo que parecem ter algo em comum: o primeiro é o sistema de resfriamento elaborado pelo homem e projetado para remover calor de dispositivos eletrônicos; o segundo é a bacia hidrográfica que representa sistemas inanimados e não-biológicos e o terceiro é o sistema de vasos sanguíneos que carregam oxigênio e energia através dos corpos [Bejan e Zane, 2012]. A Lei Construtal revela que esses sistemas de fluxo geram designs extremamente semelhantes objetivando facilitar o seu próprio movimento. Esses três exemplos de sistema de fluxo apresentam um objetivo comum na natureza – mover uma corrente de um ponto até uma área ou de uma área até um ponto conforme visto na Figura 2.1.

Exemplos físicos e simulações computacionais, como uma bacia hidrográfica ou a evolução da erosão no solo, assumem padrões que se repetem e que fazem comprovar que estes designs não podem ser criados por uma questão de chance e oportunidade, mas sim de uma forma determinística, ou seja, tais sistemas evoluem seus designs para prover fluxo de forma mais fácil e eficiente.

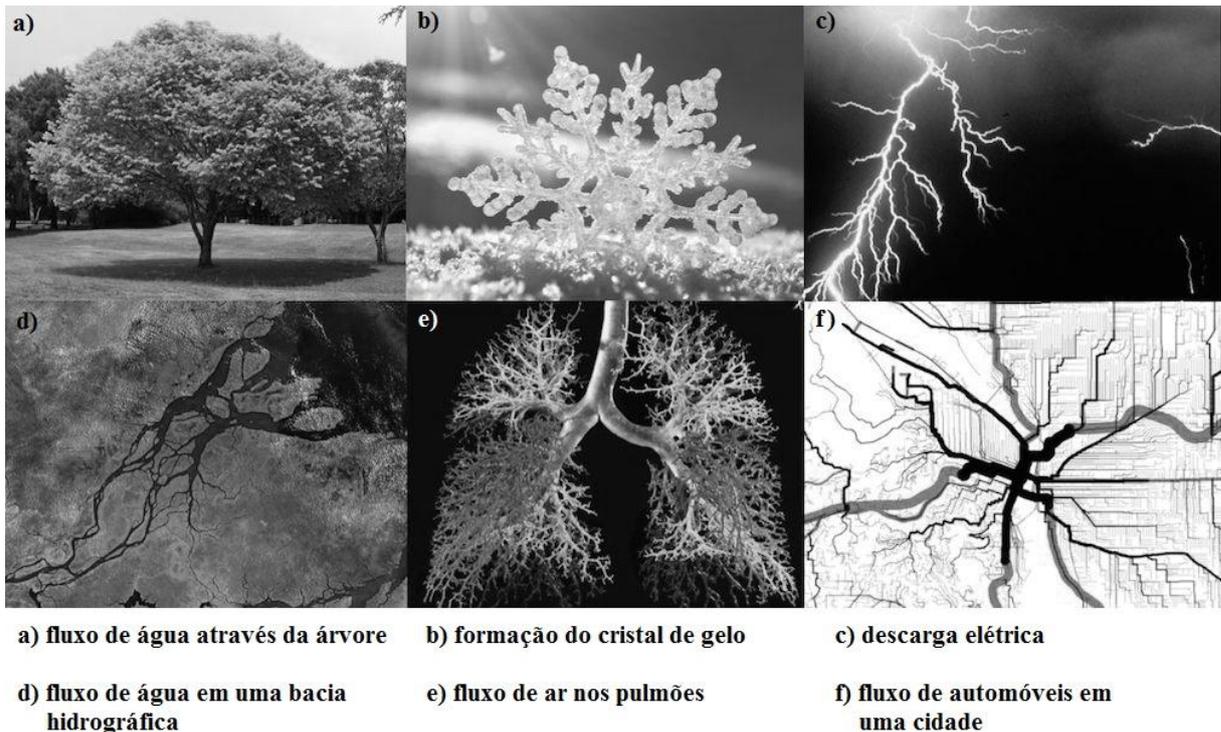


Figura 2.1. Sistemas de fluxo cujas correntes se deslocam de um ponto à uma área ou vice-versa, adaptado de <http://alexsquest.com/texts/complexity-in-software-3-the-constructal-law>.

Segundo Bejan e Lorente, 2008, pode se perceber a tendência dos rios atingirem o oceano, das veias atingirem o coração e das pessoas se deslocando para seus locais de trabalho gastando a menor energia. Assim, todo sistema que escoar acaba por se modificar. Em tais sistemas de escoamento existem também resistências e seu movimento se dá para aperfeiçoar o fluxo, de maneira a evitar as resistências. Os sistemas, portanto, firmam seu desenho e seu ritmo e passam pelos anos se modificando de forma natural. Essa dinâmica não acontece de forma isolada, pois os sistemas interagem com o meio ao redor, evoluindo no tempo de forma a minimizar as resistências ao escoamento e, assim, equilibrando-se com seu entorno.

Vários aspectos da evolução dos sistemas podem ser atestados pela simples observação. Pode-se ver a semelhança entre o design de sistemas animados como o caso do tubarão e do golfinho, ou, ainda, sistemas animados e inanimados como os pássaros e os aviões. Em nenhum dos casos um está copiando o outro. A evolução do design de tais sistemas de fluxo, sejam eles aquáticos ou aéreos, culmina com uma aparência semelhante. Isso comprova que a Lei Construtal não se trata de uma lei da biologia, mas, fundamentalmente, uma lei da física. Assim, sistemas naturais refletem em seus designs o processo de evolução e seleção natural de muitos anos, o que acaba por ser um bom ponto de partida na criação ou melhoria do design de projetos elaborados pelo homem. A Figura 2.2 revela semelhanças entre projetos naturais e inanimados e prova que a Lei Construtal prossegue na direção de maior acesso de fluxo global em sistemas que podem variar livremente sua geometria [Bejan, 2000, Bejan e Lorente, 2008].

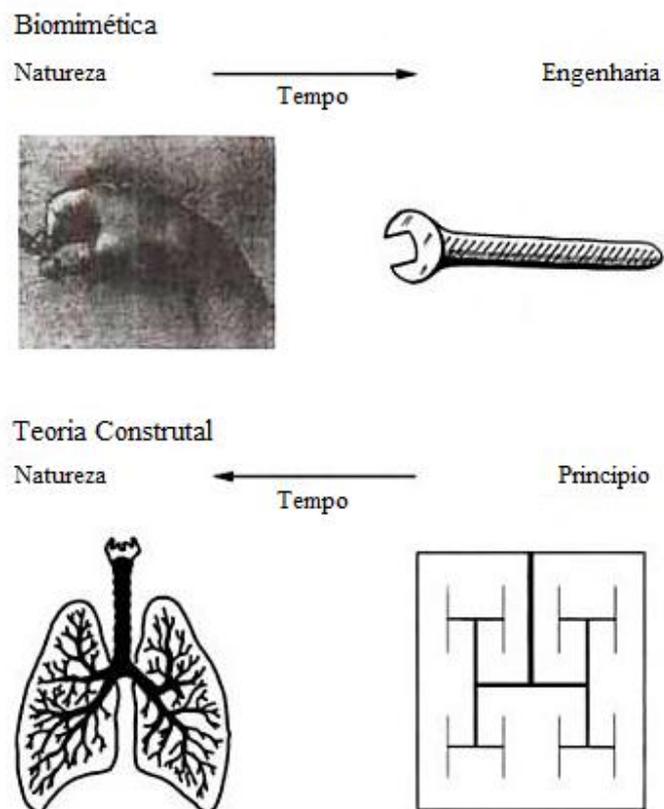


Figura 2.2. A teoria constructal, que relaciona um princípio à forma e a estrutura dos sistemas, prossegue no tempo no sentido contrário ao empirismo, adaptado de Bejan et al., 1996.

A Teoria Construtal aplica-se em todo e qualquer tipo de sistema de fluxo, abrangendo as mais diferentes áreas, desde a engenharia, sistemas biológicos, sistemas sociais e econômicos, onde o fluxo de interesse acaba por evoluir no tempo de forma a minimizar suas resistências internas. Em Bejan e Zane, 2012, o autor cita que: “a rota mais fácil para os fluxos consiste no balanço das imperfeições no sistema. Todos os componentes do sistema colaboram, trabalhando juntos para criar um todo que é menos e menos imperfeito no tempo”.

Atualmente, a Teoria Construtal vem sendo amplamente aplicada na solução de problemas de engenharia onde o mais fácil acesso ao fluxo se torna o objeto de estudo. Nessa área, destaca-se a pesquisa direcionada à sistemas térmicos onde o foco está na busca do melhor design para o escoamento de massa, fluido e ou energia

2.1.1 Design Construtal aplicado aos Problemas Térmicos

Um problema fundamental que ganhou importância com o avanço tecnológico trata-se do arrefecimento de eletrônicos, onde o objetivo é a instalação da máxima quantidade de componentes (geradores de calor) em um volume fixo de tal forma que a máxima temperatura não exceda um determinado valor.

Uma vez que a tecnologia evolui no sentido da miniaturização dos componentes geradores de calor, os tradicionais métodos de arrefecimento baseados na convecção ou convecção conjugada com condução acabam por se tornarem inviáveis, sendo que a única forma de remover o calor para fora dos sistemas compactos dá-se pela condução do calor. Em tais situações um volume fixo gerador de calor é arrefecido através de um sumidouro de calor localizado em uma de suas faces. O calor é direcionado para fora do volume elementar por meio de um caminho constituído de determinado material com alta condutividade térmica, k_p . O problema reside, portanto, na melhor distribuição do material de alta condutividade térmica, k_p , ao longo do volume elementar de forma a minimizar sua máxima temperatura.

Bejan, 1996, resolveu o problema de otimização de um volume elementar gerador de calor. Assim, vários volumes otimizados foram alinhados em ambos lados de um novo caminho de alta condutividade térmica com largura D_1 de tal forma que as correntes de calor escoem para este novo caminho. Conforme mostrado na Figura 2.3, o problema reside em dimensionar a melhor distribuição de volumes elementares de forma a definir a configuração

ótima $H_1 \times L_1$ onde se verificou que, assim como o volume elementar, a geometria ótima vale $(H_1/L_1)_{\text{opt}} = 2$

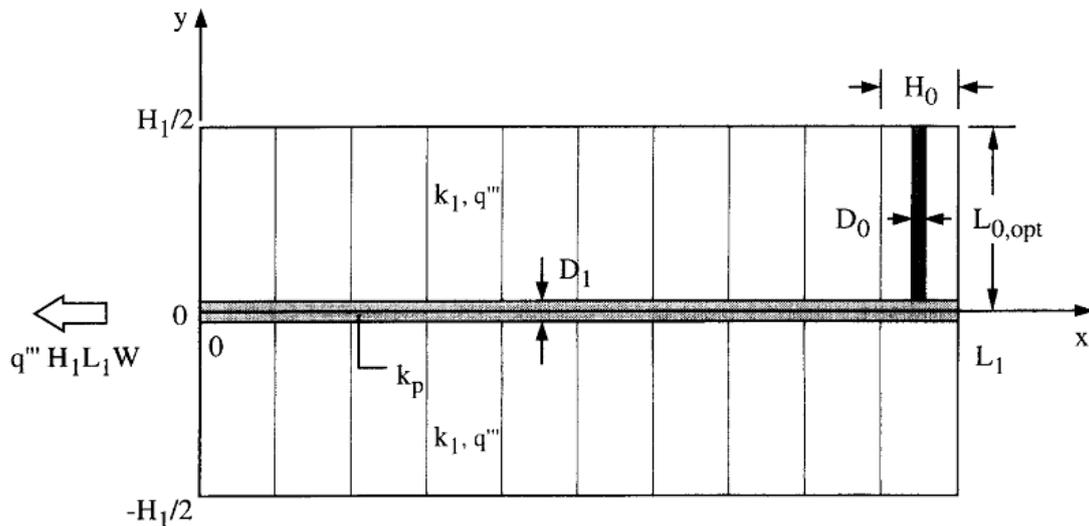


Figura 2.3. Um grande número de volumes elementares conectados a um caminho central de alta condutividade térmica, adaptado de Bejan, 1996.

Almogbel e Bejan, 1999, também investigaram o mesmo princípio: a minimização da resistência volume-ponto sujeita a restrições materiais e volumétricas de caminhos em forma de árvore com número de extremidades (tips) variável. Verificou que, para uma mesma relação de áreas, ϕ_1 , entre a área do elemento condutivo e a área total do volume elementar, uma maior quantidade de extremidades melhora a otimização geométrica relativa à diminuição da máxima temperatura do volume elementar conforme apresentado na Figura 2.4. Vale destacar que nem sempre o aumento da complexidade geométrica conduz a um aumento do desempenho térmico dos sistemas de fluxo. Ainda em Almogbel e Bejan, 2001, são apresentados os resultados para a distribuição de temperatura em estruturas condutivas não uniformes.

Os estudos no campo da transferência de calor têm demonstrado por muitos anos como o princípio de geração da geometria do sistema de fluxo funciona. As mais conhecidas ilustrações são as otimizações das superfícies estendidas, também conhecidas como aletas.

Atualmente, o projeto de aletas não conta com sua otimização de forma individual mas sim com a otimização da arquitetura do conjunto de aletas, e.g., aletas como sumidouros de calor. Sua aplicação é ampla, considerando o crescente volume de técnicas para arrefecimento de placas compactas e micro-eletrônicos.

Assim, grande atenção tem sido devotada ao aumento do desempenho, por meio de Design Construtal, aos arranjos de aletas, devido a sua importância na melhoria da transferência de calor em várias aplicações de engenharia.

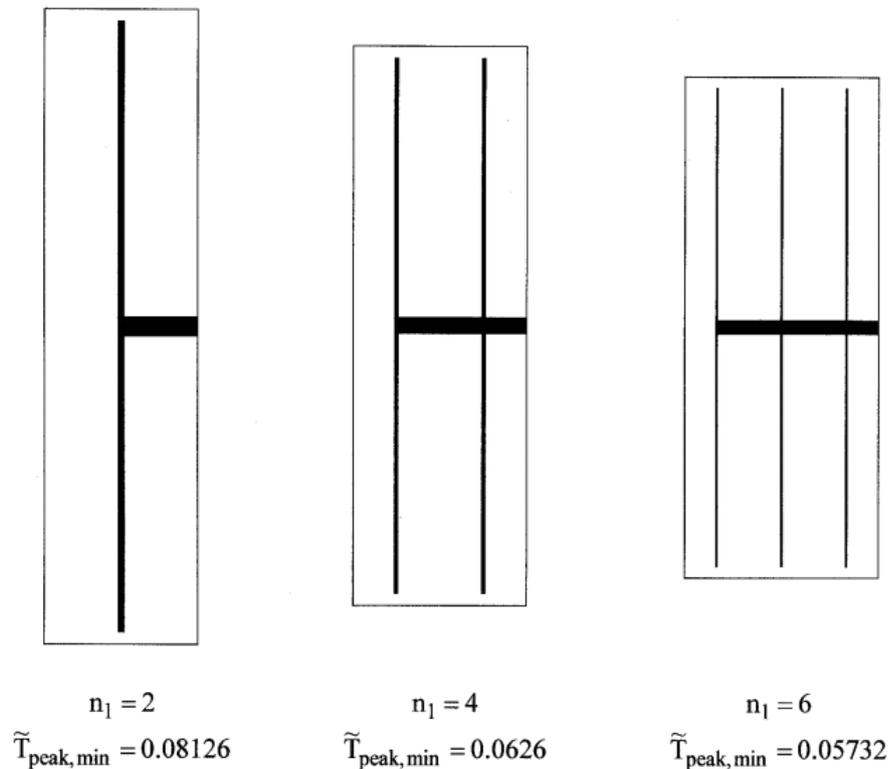


Figura 2.4. Configurações geométricas de caminhos condutivos de calor com diferentes números, n_1 , de extremidades, adaptado de Almogbel et al., 1999.

Em Boichot, et al., 2009, um estudo envolvendo autómatos celulares e a minimização do excesso de temperatura em cada célula pela inserção de materiais altamente condutivos ligados à um sumidouro de calor salienta a ideia de sistema “área-ponto” previsto por Bejan, conforme ilustrado na Figura 2.5

Lorenzini et al., 2013, aplicaram Design Construtal no estudo de configurações de um caminho com alta condutividade térmica na forma de um "X" (Figura 2.6) por onde escoo o calor gerado em um volume finito de área com baixa condutividade térmica. Assim como em outros problemas de mesma classe, o volume do material de alta condutividade térmica foi considerado fixo, assim como o volume total, variando-se, por sua vez, os comprimentos e os ângulos dos caminhos condutivos.

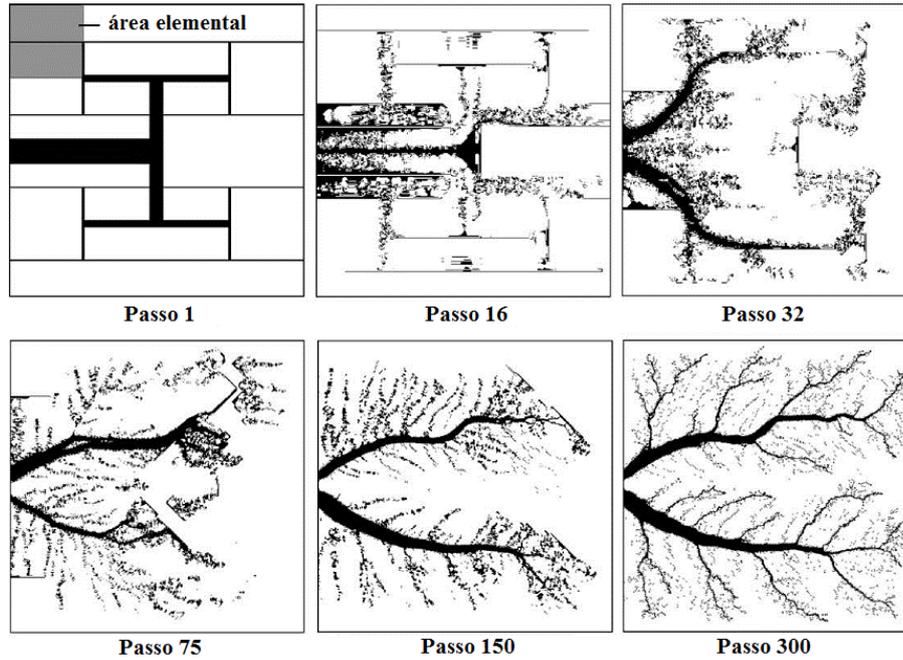


Figura 2.5. Evolução da forma do primeiro passo até o 300, adaptado de Boichot et al., 2009.

Verificou-se que o desempenho dos caminhos condutivos na forma de "X" não uniformes foi superior a 10% com relação a caminhos condutivos em forma de "X" uniformes e 56% superior à simples configuração do caminho condutivo em forma de "I".

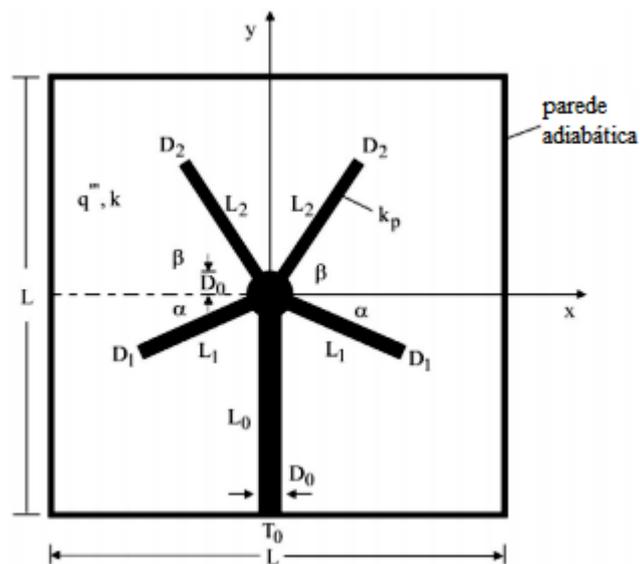


Figura 2.6. Volume com baixa condutividade térmica e geração de calor com um caminho condutivo em forma de um "X" não uniforme, adaptado de Lorenzini, et al., 2013.

Cetkin e Oliani, 2015, aplicaram Design Construtal a fim de reduzir a temperatura máxima em excesso de um volume que gera calor de maneira não uniforme com a inserção de caminhos condutivos em forma de “árvore” ligados a um sumidouro de calor mantido a baixa temperatura localizado em uma das faces do volume, conforme mostra a Figura 2.7. A variação dos graus de liberdade do problema, na busca da geometria otimizada visando o aumento da condutância térmica global do sistema, contou com a variação simétrica e assimétrica do elemento condutivo. O modelo matemático contou com uma série de graus de liberdade e verificou que, o aumento do número de hastes para uma dada fração entre o elemento condutivo e o volume total diminui a máxima temperatura em excesso. Verificou-se ainda que a posição geométrica dos elementos condutivos diminuem a resistência térmica global quando estes são colocados o mais próximo possível dos pontos geradores de calor. Para as simulações realizadas um aumento no número de hastes maior do que três para cada bifurcação não apresentou diminuições relevantes para os picos máximos de temperatura.

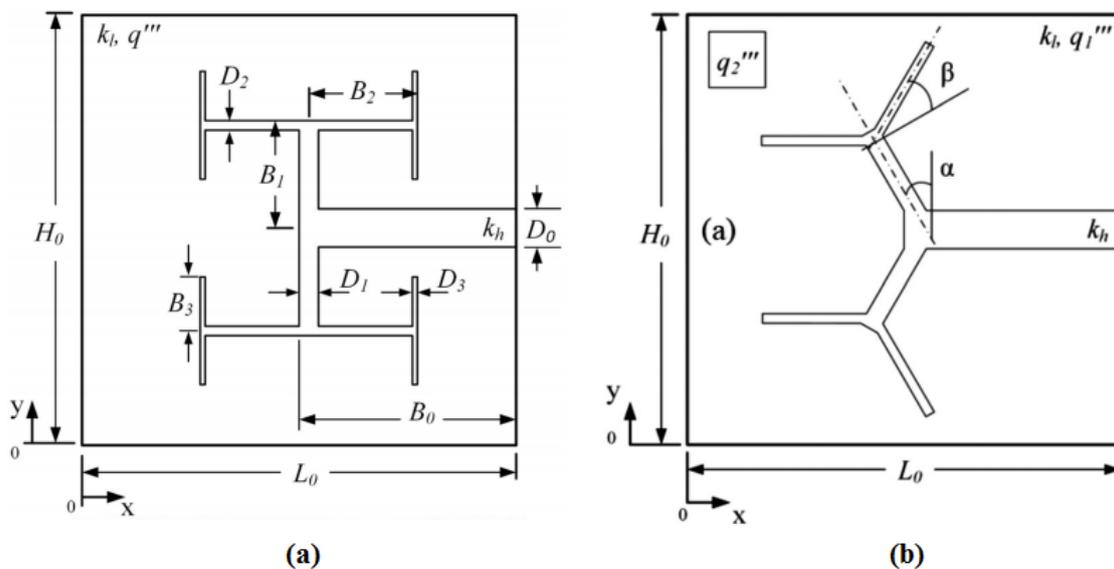


Figura 2.7. Volume gerador de calor com caminho condutivo: (a) simétrico, (b) assimétrico, adaptado de Cetkin e Oliani, 2015.

Em Bejan e Almogbel, 2000, Design Construtal foi aplicada na otimização geométrica de aletas em forma de "T", objetivando a maximização da condutância térmica global do sistema sujeito às restrições de volume e quantidade de materiais das aletas. Foram obtidos resultados para versões mais elaboradas com relação à geometria do "T", como o caso de aletas em forma de tau – " τ ". Através da aplicação do Design Construtal foi possível obter

ganhos substanciais com relação a condutância térmica global do sistema. Verificou-se que a geometria em forma de "τ", conforme apresentada na Figura 2.8b, apresentou uma melhor distribuição dos espaços alocados, ainda que apresentasse uma leve diminuição da condutância térmica global, quando comparada à geometria "T" convencional descrita na Figura 2.8a.

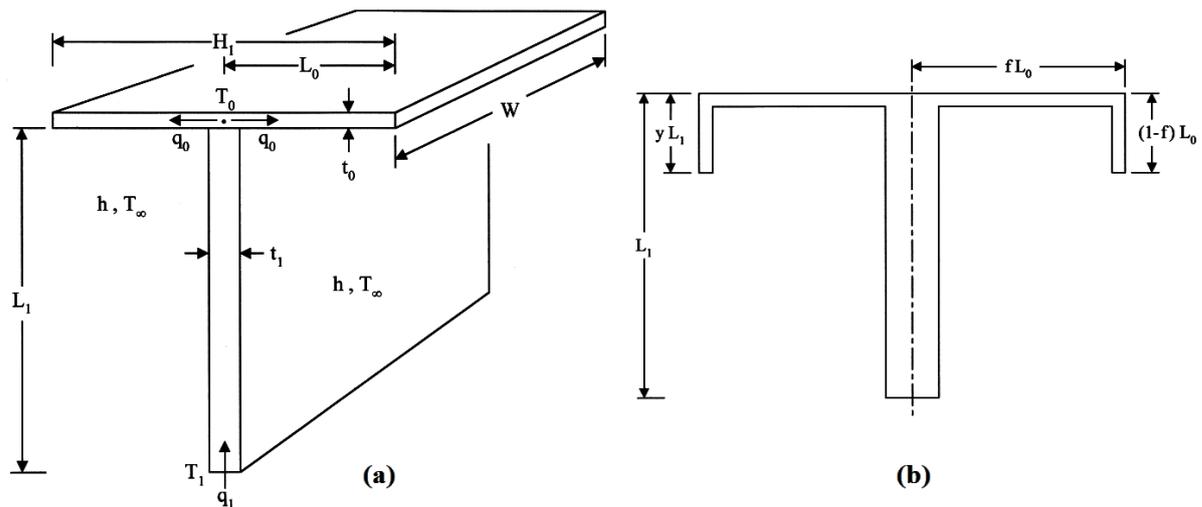


Figura 2.8. Montagem de aletas em forma de "T": (a) configuração padrão, (b) aletas em forma de "τ", adaptado de Bejan e Almogbel, 2000.

Bonjour et al., 2004, estudaram analiticamente e numericamente a otimização geométrica de aletas radiais e "ramificadas" para trocadores de calor com dois fluxos coaxiais, explorando a relação entre a performance e a arquitetura das aletas. Matos et al., 2004 conduziram um estudo tridimensional para otimizar arranjos escalonados de trocadores de calor com tubos circulares e elípticos.

Lorenzini et al., 2009a, propuseram a otimização geométrica de aletas em forma de "T-Y", i.e., uma configuração onde existe uma cavidade entre os dois ramos das aletas. Novamente, o objetivo é a minimização da resistência térmica global do sistema em relação ao volume total e suas restrições conforme a Figura 2.9. Nesse caso as restrições são o volume total, o volume das aletas e o volume da cavidade e a busca pela melhor arquitetura de aletas foi realizada variando seus graus de liberdade representados pelas razões H_0/L_0 e H_1/L_1 . Os resultados mostraram que a cavidade com menor volume e aletas com maior volume

umentam o desempenho da configuração de aletas. Também verificou-se que a distância ótima entre a base da cavidade e sua parede diminui quando a razão de aspecto H_0/L_0 aumenta e seu valor ótimo ocorre quando a cavidade penetra quase que totalmente a aleta.

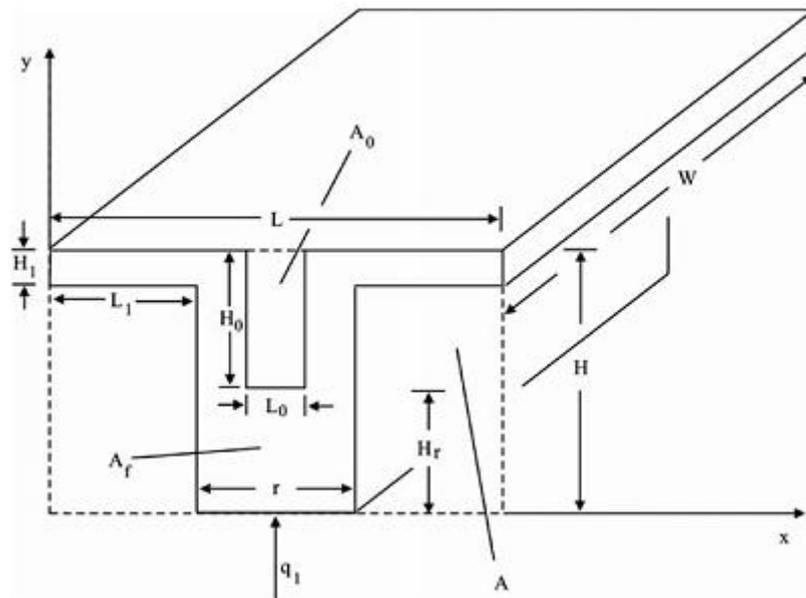


Figura 2.9. Análise de arranjo de aletas em forma de "T-Y", adaptado de Lorenzini et al., 2009a.

Lorenzini e Rocha, 2006, minimizaram a resistência térmica global sujeitas ao volume total e restrições dos materiais da aleta para otimizar uma montagem de aletas em forma de "Y" (Figura 2.10). A aplicação de Design Construtal para encontrar a geometria ótima que minimiza a máxima temperatura em excesso mostrou que a geometria triplamente otimizada contou com a otimização da razão de aspecto $(L_1/L_0)_o$, da razão de aspecto envolvendo as espessuras $(t_1/t_0)_o$ e do ângulo triplamente otimizado α_{ooo} , que minimizam a resistência térmica global do sistema quando os parâmetros (a, ϕ) são mantidos fixos. Esta foi uma completa otimização a partir da busca exaustiva, i.e., todos os graus de liberdade foram otimizados e a resistência térmica global otimizada e as geometrias ótimas foram correlacionadas através de leis de potência.

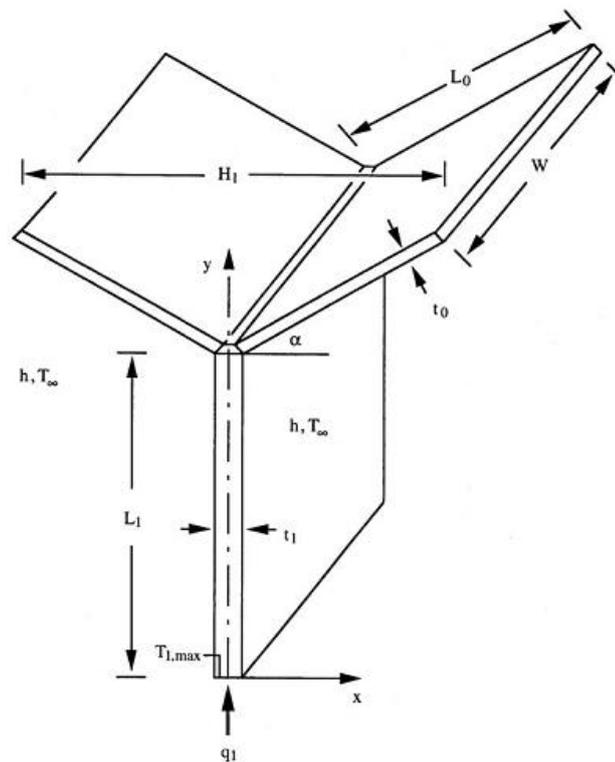


Figura 2.10. Análise de arranjo de aletas em forma de "Y", adaptado de Lorenzini et al., 2006.

Se por um lado a otimização geométrica das aletas individuais é uma questão importante, então certamente a geometria dos interstícios deve também ser importante. Nesse raciocínio, cavidades são regiões formadas entre aletas adjacentes e seu design tem importância para o aumento da taxa de transferência de calor.

Nesse sentido, Design Construtal tem sido, também, empregado no estudo de várias formas geométricas de cavidades. Xie et al., 2010, consideraram a otimização de uma cavidade em forma de "T" que adentra um corpo sólido condutor em forma de trapézio com geração interna de calor (corpo sólido adiabático nas superfícies). Marques et al., 2009, e Lorenzini et al., 2011, estudaram a otimização geométrica de uma cavidade em forma de "Y" que adentra uma parede sólida condutiva com geração uniforme de calor e Lorenzini e Rocha, 2009b, discutiram sobre cavidades em forma de "T" e "Y" que adentram um corpo sólido. Cavidades em forma de "H" embutidas em um meio condutivo são otimizadas em Biserni et al., 2007.

Lorenzini, et al., 2012a, investigaram por meio do Design Construtal, a otimização geométrica da forma de cavidades retangulares que adentram em um corpo sólido cilíndrico

com geração interna de calor. As cavidades são isotérmicas, enquanto que o corpo sólido apresenta condições de contorno adiabáticas nas superfícies externas. A proposta é minimizar a resistência térmica global entre o corpo sólido e as cavidades. A razão entre a altura e o comprimento da cavidade (H_0/L_0) é otimizada para vários valores da razão entre o volume das cavidades, ϕ_0 , e o número de cavidades, N . A Figura 2.11 ilustra a disposição das cavidades. Os resultados mostraram que a resistência térmica global minimizada $\theta_{\max,\min}$ diminuíram quando ambos – o número de cavidades inseridas no sólido N e a fração de área das cavidades, ϕ_0 , aumentaram. Verificou-se também que $\theta_{\max,\min}$ tende a estabilizar-se conforme o aumento do número de cavidades, N .

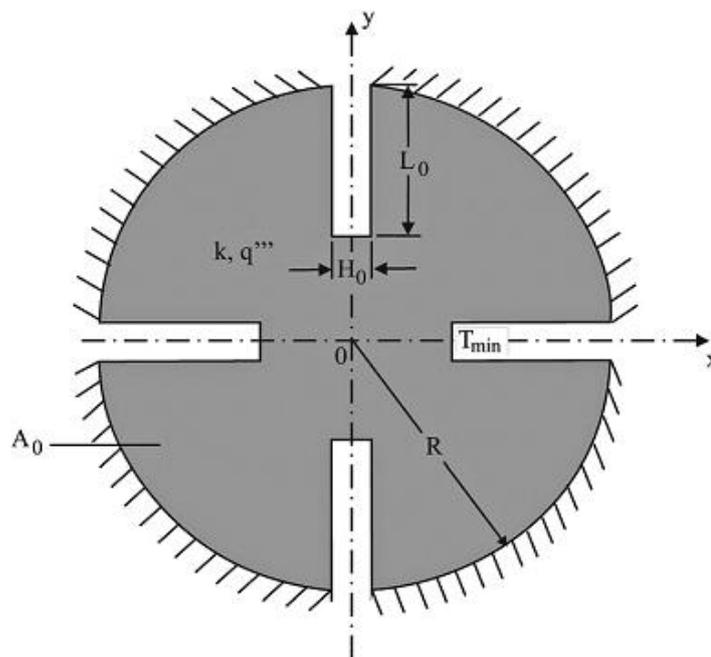


Figura 2.11. Cavidades retangulares, isotérmicas e bidimensionais inseridas em um corpo cilíndrico, adaptado de Lorenzini et al.,2012.

Biserni et al., 2004, consideraram a otimização da forma da cavidade no sentido mais fundamental, sem a aplicação a um campo ou dispositivo particular, conforme o Design Construtal: a forma da cavidade é livre para variar sujeita as restrições volumétricas, e buscando a máxima performance global. O indicador do máximo desempenho global é resistência térmica total entre o volume e todo o sistema (cavidade e sólido) e o meio ao redor. Por simplicidade e clareza, é considerada uma geometria bidimensional onde o volume

total e o volume da cavidade são retângulos com razões de aspecto variáveis. A Figura 2.12 ilustra a cavidade lateral isotérmica em um corpo sólido bidimensional e retangular.

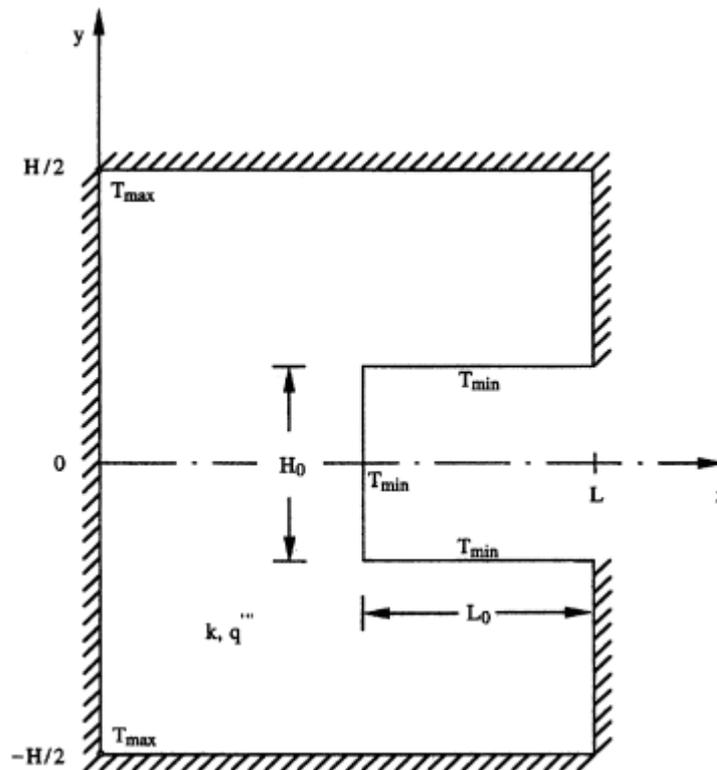


Figura 2.12. Cavidade lateral isotérmica em um corpo condutivo bidimensional com geração de calor, adaptado de Biserni et al., 2004.

Em Rocha et al., 2005, considerou-se o Design Construtal de uma cavidade retangular adentrando em um sólido condutivo trapezoidal como mostrado na Figura. 2.13. O sólido externo apresenta geração de calor uniforme e condições de contorno adiabáticas nas superfícies externas, enquanto que as paredes da cavidade são isotérmicas. Este problema pode ser associado a uma grande classe de exemplos onde o aumento e compactação (alta densidade de transferência de calor) são requeridos, como no resfriamento de componentes eletrônicos de pequena escala, [Bejan et al., 2004, Kim e Lee, 1995, Bar-Cohen et al., 1998]. A forma externa da cavidade é livre para mudar sujeita às restrições de volume, e na busca do máximo desempenho global. O indicador do desempenho global é a resistência térmica global entre o volume de todo o sistema (cavidade e sólido) e seus arredores. Por simplicidade e clareza, considera-se geometria bidimensional onde o volume total do corpo trapezoidal e o

volume da cavidade apresenta forma retangular. O corpo trapezoidal e a cavidade retangular apresentam razões de aspecto geométricas variáveis.

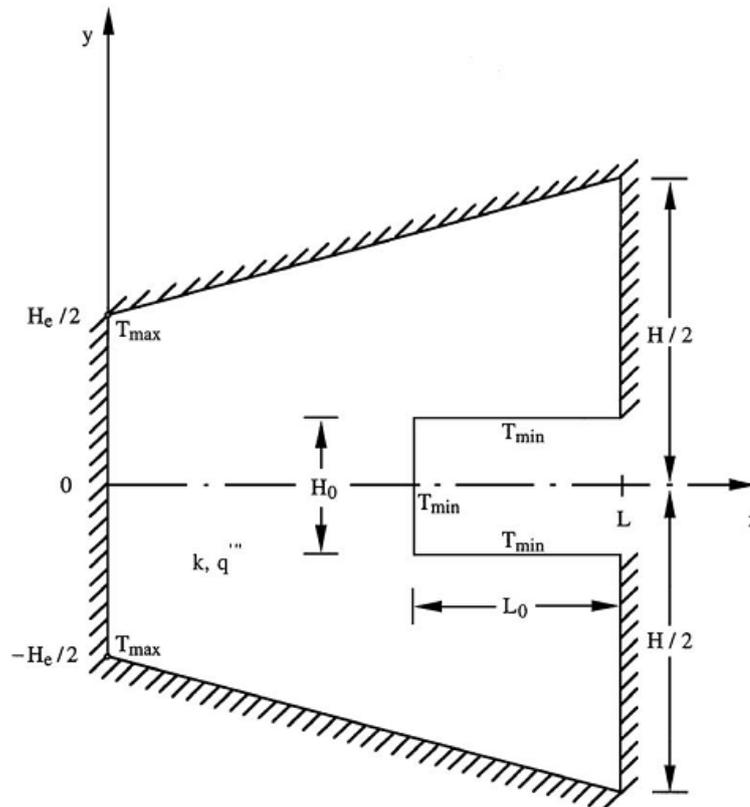


Figura 2.13. Intrusão lateral isotérmica em um corpo trapezoidal bidimensional com geração de calor, adaptado de Rocha et al.,2005.

Lorenzini et al., 2012b, realizaram um estudo numérico sobre otimização da performance global de uma cavidade em forma de "T-Y" que adentra em uma parede sólida e condutiva. O estudo é conduzido aplicando Design Construtal. Considera-se um corpo bidimensional e a área do sólido e a forma "T-Y" da cavidade com comprimentos geométricos variáveis, conforme consta na Figura 2.14. O sólido gera calor uniformemente e é isolado no seu perímetro externo. Todas as superfícies da cavidade são resfriadas por uma corrente convectiva em regime permanente. A proposta é minimizar o máximo excesso de temperatura entre o sólido e a complexa configuração das cavidades.

A análise demonstrou que nem todos os graus de liberdade desempenham o mesmo papel com relação ao desempenho das cavidades, por exemplo, uma melhoria de 45% foi

observada com a otimização da razão H_3/L_3 enquanto as otimizações dos parâmetros H_1/L_1 e H_2/L_2 conduziram a um ganho de 1%.

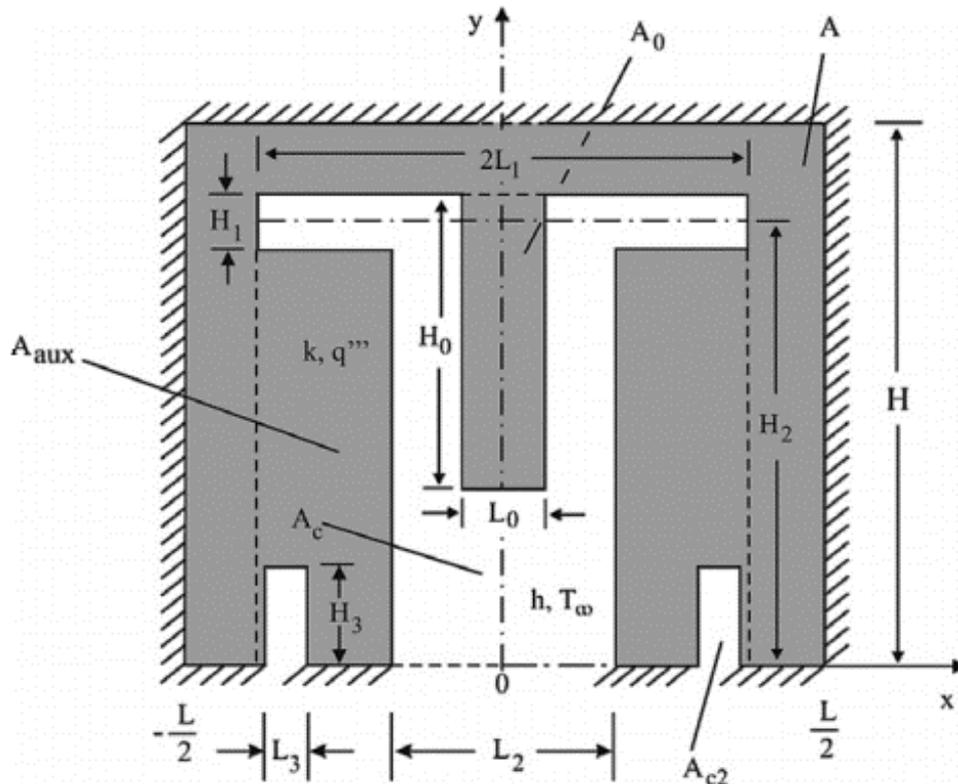


Figura 2.14. Cavidade em forma de "T-Y", adaptado de Lorenzini et al., 2012.

Biserni et al., 2007, analisaram numericamente a relação fundamental entre a maximização da performance global e a mudança da arquitetura de um sistema de fluxo. A configuração é uma cavidade em forma de "H" que adentra em uma parede sólida e condutiva, conforme visto na Figura 2.15. O objetivo é reduzir a resistência térmica global entre o sólido e a cavidade, a geração de calor interna é distribuída uniformemente através do sólido. Assumiu-se a cavidade como sendo isotérmica enquanto que as superfícies externas foram consideradas adiabáticas. Resultados numéricos mostraram que o desempenho da cavidade em forma de "H" foi superior ao da cavidade em forma de "T" (aproximadamente 3 vezes superior), assim como superior às performances das cavidades em forma de "C" (quatro vezes superior) e cavidades retangulares. As comparações foram realizadas considerando-se as mesmas condições térmicas, isto é, geração uniforme de calor e mesma fração volumétrica ocupada pela cavidade.

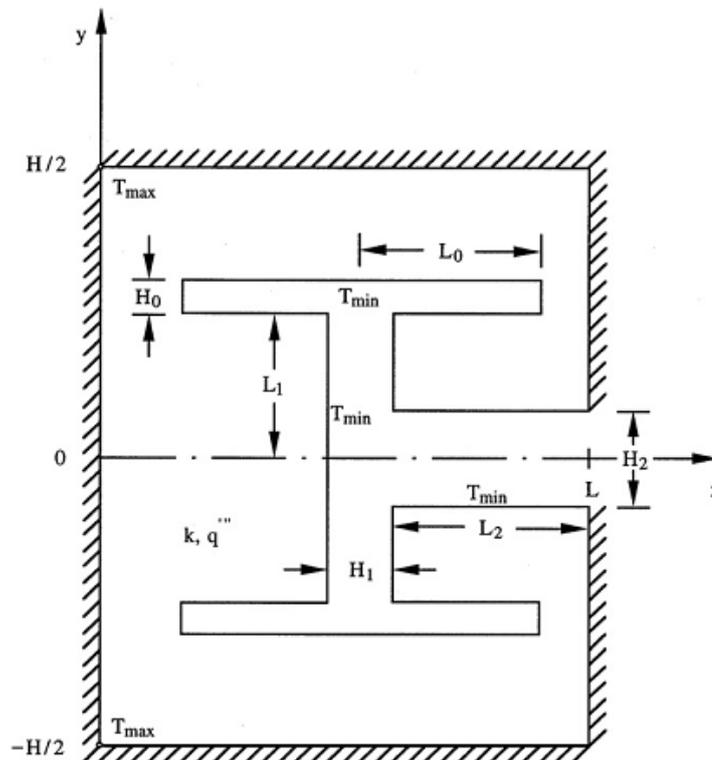


Figura 2.15. Intrusão isotérmica em forma de "H" em um corpo condutivo bidimensional com geração de calor uniforme, adaptado de Biserni et al., 2007.

Pouzesh et al., 2015, investigaram a influência da forma interna de cavidades que adentram corpos trapezoidais com geração de calor no que se relaciona à temperatura máxima do sistema. Design Construtal foi empregado, para cada configuração, objetivando a minimização das resistências térmicas de cada configuração, respeitando as restrições impostas e variando exaustivamente os graus de liberdade para encontrar as geometrias otimizadas. O trabalho contou com cavidades em formato triangular, elíptico, trapezoidal e uma última cavidade em forma de "Y", conforme constam na Figura 2.16. Na busca pela geometria otimizada valores uma vez e duas vezes otimizados foram encontrados para as razões de aspecto H/L e H_c/H . Comprovou-se que a performance térmica aumenta conforme o formato das cavidades tornam-se mais “delgados”, i.e., ($H_0 \ll L_0$). As simulações realizadas provaram a influência majoritária da razão de aspecto H_0/L_0 principalmente quando esta relação assume valores maiores que 0.7. Os resultados mais relevantes deste trabalho apontam que as cavidades triangulares e em forma de "Y" representam as opções mais confiáveis na

escolha de uma geometria capaz de reduzir efetivamente a resistência térmica global do sistema.

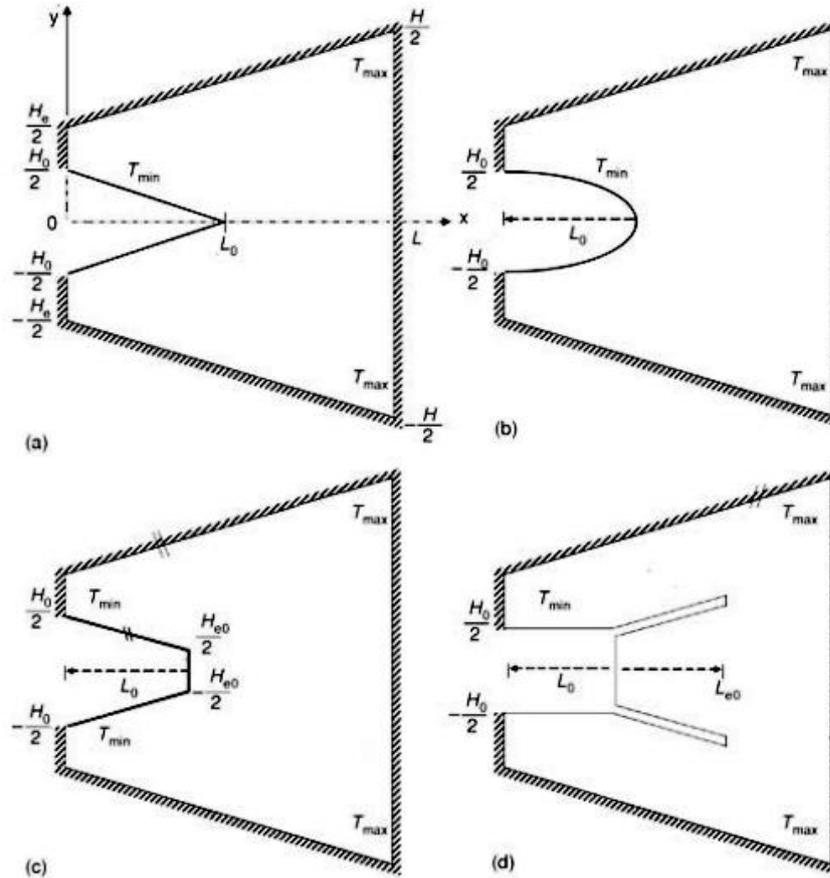


Figura 2.16. Cavidades isotérmicas em um sólido bidimensional e gerador de calor com formato: (a) triangular, (b) elíptico, (c) trapezoidal e (d) em "Y", adaptado de Pouzesh et al., 2015.

2.2 Resistência Térmica de Contato - RTC

Um aspecto importante, quando considerada a condução de calor através da interface formada por duas ou mais camadas de sólidos colocados em contato térmico, é a resistência térmica de contato - RTC, sua presença pode apresentar grande relevância nos projetos de engenharia, influenciando diretamente na transferência de calor ou, por vezes, ser considerada irrelevante a ponto de ser desprezada.

De fato, a RTC é um assunto de ampla discussão e incertezas considerando a literatura existente. Por outro lado, sabe-se que a resistência de contato depende de fatores físicos como pressão, grau de rugosidade entre as superfícies em contato e o tipo de fluido que se interpõe às superfícies estando, portanto, diretamente relacionados à sua magnitude.

Em Bejan e Morega, 1993, foi investigado a transferência de calor através de dois corpos (placas) em contato através de uma fina camada de lubrificante. As placas são mantidas à temperatura constante, i.e., isotérmicas com diferentes temperaturas. O fluido é gradativamente injetado para fora da região de contato com o aumento da pressão na interface das placas (Figura 2.17).

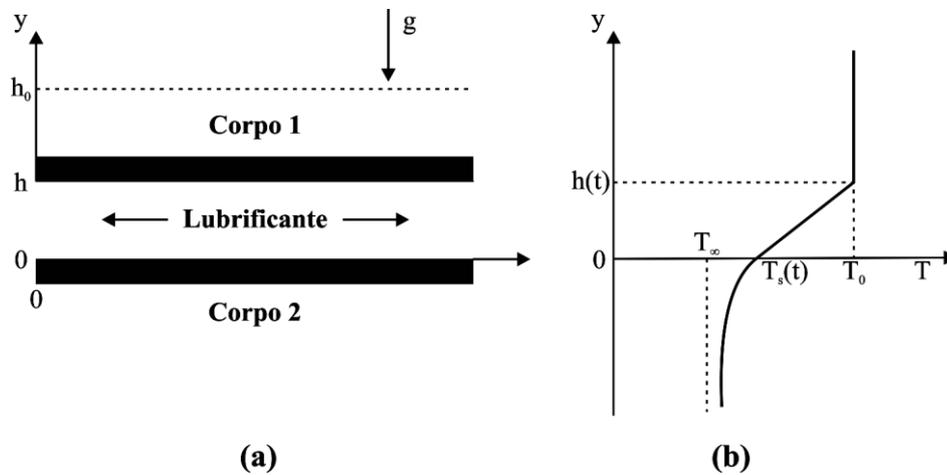


Figura 2.17. (a) Película de lubrificante bidimensional comprimida por duas superfícies planas pressionadas uma sobre a outra, (b) gráfico relacionando altura da película do lubrificante e a variação de temperatura na interface entre as placas, adaptado de Bejan e Morega, 1993.

À medida que a placa superior desce, pela força constante da gravidade, ocorre como mostra a Figura 2.17b uma variação de temperatura nas interfaces. Foram considerados quatro aspectos fundamentais envolvidos na transferência de calor entre as placas e o fluido – (i) a inércia térmica entre os materiais, (ii) a convecção longitudinal (e radial), (iii) a condução radial e (iv) a condução transversal, sendo que esta última domina a transferência de calor para situações onde a espessura do filme líquido é suficientemente pequena. A partir de correlações considerando propriedades termo físicas do fluido, assim como a condutividade térmica dos corpos considerados e ainda a altura, h , do lubrificante, Bejan e Morega, 1993,

chegaram a uma expressão definida como fator instantâneo de isolamento, $\varphi = \varphi(\tau, G, b)$, onde τ é definido como sendo um tempo adimensional enquanto G e b são parâmetros adimensionais obtidos a partir das propriedades do fluido. Baixos valores de φ indicam RTC elevada ao passo que valores de φ próximos de 1 indicam presença inexistente do filme lubrificante e baixos valores de RTC.

Bahrami et al., 2004a, verificaram a distribuição de pressões entre duas superfícies rugosas com formato esférico conforme apresentado na Figura 2.18. Nesse caso a rugosidade apresenta um papel fundamental, tanto a nível macroscópico como microscópico o que prova que o contato entre as superfícies é realizado por uma quantidade discreta de pontos microscópicos, i.e., os pontos de contato representam uma pequena fração considerando a área nominal das superfícies.

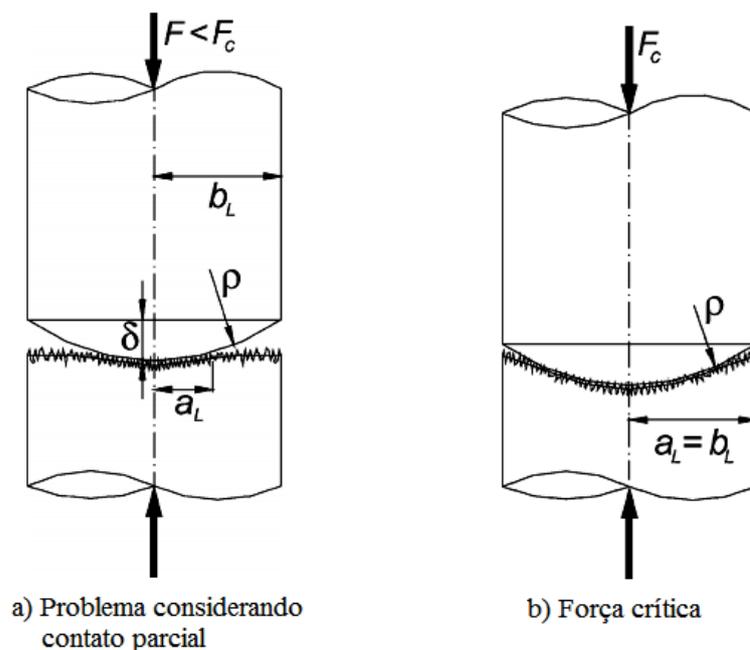


Figura 2.18. Modelo de superfície esférica considerado no estudo da rugosidade da superfície de contato, adaptado de Bahrami et al., 2004a.

Considerando que a distribuição da rugosidade nas superfícies se dá de forma aleatória, um modelo numérico foi elaborado considerando a distribuição da rugosidade como seguindo uma distribuição Gaussiana. O modelo desenvolvido assumiu a rugosidade entre as superfícies como que sendo plásticas, i.e., superfícies rugosas quando consideradas plásticas

tornam-se planas quando colocadas em contato sob pressão. A partir de então foi possível estimar a distribuição das pressões e os raios entre os macro contatos através de simples correlações que envolvem parâmetros adimensionais como o módulo de elasticidade efetiva, a micro dureza das superfícies e máxima pressão de contato. Objetivando encontrar os números adimensionais que regem o fenômeno físico, foi aplicado o teorema Π de Buckingham que relaciona n parâmetros dimensionais do respectivo problema com $n - m$ parâmetros adimensionais, onde m nesse caso são os parâmetros dimensionais repetentes em cada grupo adimensional encontrado.

Uma vez determinadas as variáveis de interesse foi elaborado um modelo numérico para estimar o contato mecânico entre as superfícies rugosas. Simulações foram realizadas para um intervalo de rugosidades entre 0,02 e 14,4 μm considerando as propriedades físicas do aço inoxidável. O modelo numérico contou como parâmetro fundamental para a avaliação da distribuição de pressões ao longo de toda a área como sendo o próprio valor da máxima pressão de contato da qual é possível chegar a correlações que associam o valor de pressão em cada ponto considerado. Os resultados obtidos por Bahrami et al., 2004a foram usados, posteriormente, como parâmetros para a implementação em um modelo onde se avaliou a RTC.

Em Bahrami et al., 2004b um experimento foi conduzido onde verificou-se que a RTC corresponde à soma das resistências decorrentes dos micro e macro contatos entre as superfícies. Foram investigados os principais parâmetros de contato, que são a rugosidade, a pressão as quais as superfícies são submetidas e o raio de curvatura entre os pontos de contato. A análise revelou que existe um valor para a rugosidade entre as superfícies que minimiza a RTC. Além disso, constatou-se que sob elevadas pressões de contato os efeitos da RTC tornam-se desprezíveis. Um modelo numérico elaborado neste trabalho provou que os micro contatos entre as superfícies são independentes com relação às suas curvaturas e quanto ao perfil da distribuição de pressão entre elas.

Considerando que a RTC está associada a presença de uma rugosidade a nível micro e macroscópico, Cui et al., 2014, conduziram um estudo multi-escalar sobre a resistência de contato em pacotes de eletrônicos. Assim, um estudo numérico foi realizado com os conhecidos métodos de diferenças finitas e lattice Boltzmann, cujos resultados obtidos foram comparados com os resultados proveniente de um aparato experimental. A análise mostra que

a RTC está intimamente relacionada à uma série de fatores como a rugosidade, o nivelamento entre as superfícies, pressão, micro dureza e condutividade térmica.

Cui et al., 2014, verificaram que vários fatores afetam diretamente a resistência de contato. Os resultados mostraram que a condutância térmica através das lacunas entre as interfaces de contato foi o fator predominante na determinação da RTC, e condutância considerando a razão entre os vazios (lacunas) e os pontos de contato aumentaram a medida que o ângulo do cone das rugosidades diminui, já que nesse caso a espessura dos espaços vazios foi reduzida. Valores baixos de pressão entre as superfícies aumentam significativamente os valores da resistência de contato e a rugosidade das superfícies, assim como a condutividade térmica dos materiais envolvidos, são variáveis de destaque em sua avaliação.

Segundo Çengel e Ghajar, 2002, na análise da condução do calor envolvendo múltiplas camadas de sólidos, assume-se “contato perfeito” na interface entre duas camadas, e assim nenhuma queda de temperatura na interface. Este poderia ser o caso para superfícies perfeitamente lisas (sem rugosidade) e, assim, produzindo um contato perfeito em cada ponto. Na realidade, por outro lado, mesmo superfícies planas que aparentam ser lisas ao olho humano são na verdade rugosas sob o ponto de vista microscópico com numerosos picos e vales.

Portanto, toda superfície é microscopicamente rugosa, não importa o quanto lisa possa parecer. Quando duas superfícies são pressionadas uma contra a outra, os picos de rugosidade irão formar pontos de contato e os vales irão formar vazios comumente preenchidos por ar. O resultado é, portanto, uma interface com numerosas lacunas de diferentes tamanhos que atuam como elementos isolantes devido à baixa condutividade térmica do ar. Logo, a interface oferece uma resistência à transferência de calor e esta resistência por unidade de área da interface é chamada RTC, R_c .

O valor da R_c depende da rugosidade da superfície, das propriedades dos materiais assim como da temperatura, pressão e o tipo de fluido interposto nas lacunas da interface. Fatores empíricos revelam que a R_c diminui com a diminuição da rugosidade das superfícies e com o aumento da pressão na interface. Segundo Çengel e Ghajar, 2002, inúmeros experimentos foram realizados onde os valores obtidos abrangeram a faixa entre 5×10^{-6} e 5×10^{-4} ($m^2 K/W$), a correspondente faixa de condutância térmica de contato é entre 2×10^3 a 2×10^5 (W/m^2K).

Em configurações envolvendo múltiplas camadas de materiais bons condutores termicamente como é o caso dos metais, a R_c pode ter grande relevância e interferir significativamente na resistência térmica global do sistema.

No sentido de minimizar a R_c , são aplicados líquidos condutores (graxas) nas interfaces com o objetivo de substituir o ar que se aloca por entre as lacunas aumentando assim a condutância térmica das interfaces. Esta prática é comumente usada em componentes eletrônicos como transistores ligados à sumidouros de calor (heat sinks). Existe uma considerável incerteza na literatura acerca da R_c , portanto deve-se ter cautela quanto a seu uso.

3 METODOLOGIA

Neste capítulo são apresentados os procedimentos usados para a otimização geométrica dos caminhos condutivos em forma de "I" e "T" usados para arrefecimento de um volume com baixa condutividade térmica e geração de calor uniforme. Primeiramente, apresenta-se um detalhamento sobre a influência da RTC entre o elemento condutivo e o volume gerador de calor. A seguir, é feita a modelagem de cada geometria do elemento condutivo usada neste trabalho, com a apresentação do domínio do problema de condução de calor, seguido da modelagem matemática, incluindo as restrições e os graus de liberdade. Por último, apresenta-se o modelo numérico utilizado.

3.1 Influência da RTC

No presente trabalho, especial atenção foi dada a questão do contato térmico entre o elemento de alta condutividade e o volume gerador de calor.

O elemento condutivo aqui considerado assume duas formas geométricas básicas, ou seja, primeiramente é realizada a análise para otimização de uma geometria em forma de "I" e, após, é feita a análise com a geometria em forma de "T", conforme detalhada nas subseções a seguir.

Considerando o presente problema, a transferência de calor através do material de alta condutividade térmica e o volume gerador de calor, ambos com seção transversal de área, A , cujas superfícies são comprimidas uma contra a outra, é o somatório da transferência de calor através da condução de calor por meio dos pontos de contato e a transferência de calor por convecção do ar através das lacunas, conforme pode ser visto na Figura 3.1.

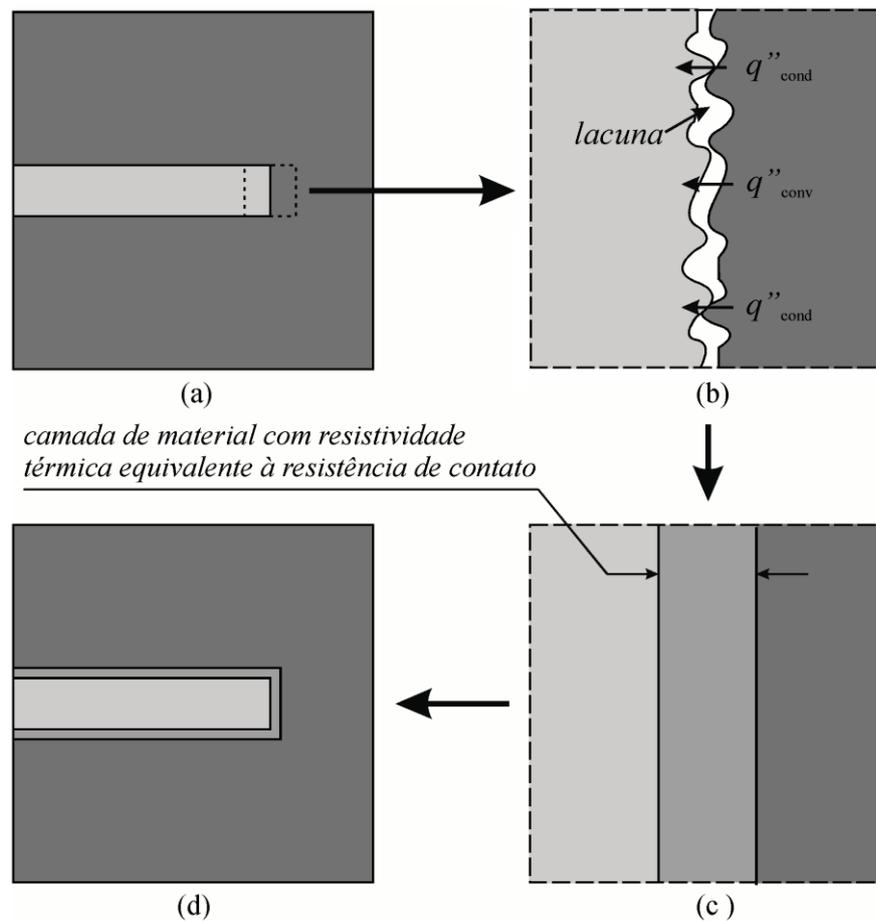


Figura 3.1. Domínio do problema: (a) elemento condutivo em forma de "I" e corpo gerador de calor, (b) rugosidade entre as superfícies, (c) camada de material com resistividade equivalente à resistência de contato, (d) configuração usada na modelagem numérica.

A Equação 3.1 representa a transferência de calor total mostrada na Figura 3.1b,

$$q = q_{cond} + q_{convec} \quad (3.1)$$

ou expressa analogamente pela lei de resfriamento de Newton

$$q = h_c A \Delta T_{int} \quad (3.2)$$

onde A é a área aparente da interface e ΔT_{int} é a diferença de temperatura efetiva na interface. A quantidade h_c que corresponde ao coeficiente de transferência de calor é chamado a condutância térmica de contato e se relaciona com a RTC por

$$R_c = 1/h_c \quad (3.3)$$

Assim a RTC é o inverso da condutância térmica de contato. Note que R_c representa a RTC por unidade de área. Logo, a RTC de toda a interface é então obtida dividindo R_c pela área total.

Objetivando determinar a temperatura máxima em excesso de todo o sistema considerando a RTC, R_c , é conveniente estimar uma camada de material interposta entre o elemento de alta condutividade térmica e o volume gerador de calor com uma espessura, t , e uma condutividade térmica k_L , cuja resistência térmica seja equivalente à RTC.

3.2 Modelo Matemático para a Geometria "I"

3.2.1 Domínio Matemático para a Geometria "I"

Considere o corpo mostrado na Figura 3.2 que representa o domínio a ser analisado e suas dimensões. A configuração é bidimensional com a terceira dimensão, W , suficientemente maior que a altura, H e Largura, L . O volume consta de um caminho condutor em forma de "I" de alta condutividade térmica, k_p , com comprimento L_0 e altura H_0 , envolvido por um corpo com baixa condutividade térmica, k , e um terceiro material com espessura t e condutividade térmica, k_L , que representa a resistência de contato.

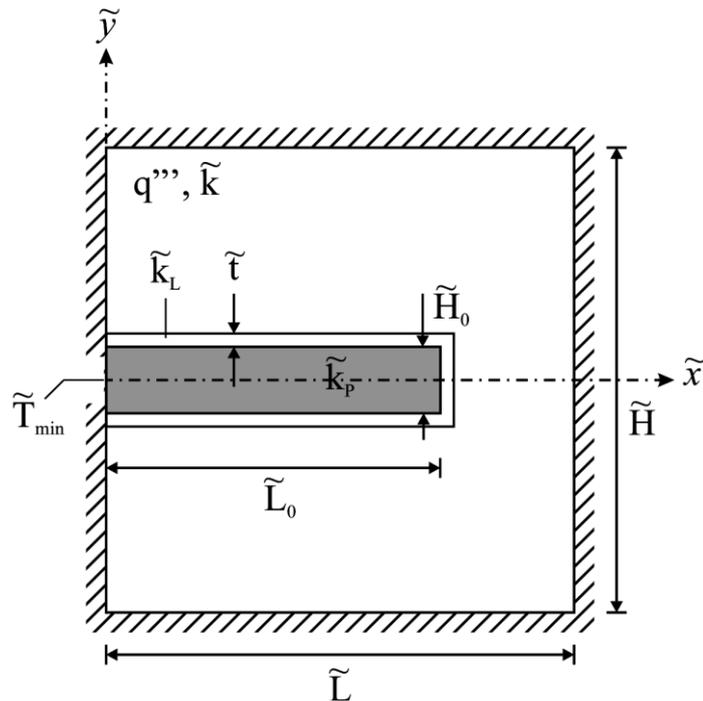


Figura 3.2. Caminho condutivo em forma de "I" e volume com geração de calor considerando a RTC.

O corpo sólido gera calor uniformemente sob a taxa volumétrica q''' (W/m^3). A superfície externa do corpo é perfeitamente adiabática e a corrente de calor gerada ($q''' AW$) é removida por um sumidouro de calor localizado em uma das faces do corpo sob uma temperatura T_{\min} .

3.2.2 Equações e Adimensionalizações para a Geometria "I"

A análise a seguir visa determinar a geometria ótima (H/L , H_0/L_0) que é calculada pela minimização do máximo excesso de temperatura adimensional. Este é um problema de transferência de calor considerando regime permanente e geração uniforme de calor, a condutividade térmica também é considerada constante. A equação da energia para o corpo gerador de calor é apresentada abaixo.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{q'''}{k} = 0 \quad (3.4)$$

Os grupos adimensionais utilizados neste trabalho são definidos por

$$\theta = \frac{T - T_{\min}}{q''' A / k} \quad \tilde{k}_p, \tilde{k}_L = \frac{k_p, k_L}{k} \quad \tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{H}_0, \tilde{L}_0, \tilde{H}, \tilde{L} = \frac{x, y, H_0, L_0, H, L}{A^{1/2}} \quad (3.5)$$

onde A na Equação 3.5 é a área total. A equação adimensional para o corpo gerador de calor é dada por

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{y}^2} + 1 = 0 \quad (3.6)$$

Assumindo que não existe geração de calor no material de alta condutividade térmica assim como na camada equivalente à RTC, a equação de condução de calor adimensional para estas áreas é dada por

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{y}^2} = 0 \quad (3.7)$$

Note que a máxima temperatura adimensional é

$$\theta_{\max} = \frac{T_{\max} - T_{\min}}{q''' A / k} \quad (3.8)$$

a resistência térmica entre o sistema e o meio ambiente.

Para o cálculo da espessura, t , da camada com resistência térmica equivalente à RTC entre o caminho condutivo e o volume gerador de calor, usa-se uma aproximação unidimensional conforme mostrado na Figura 3.1c. Considerando a necessidade de uma delgada espessura, t , da camada com resistividade equivalente à RTC, para com isso gerar resultados computacionais mais próximos da física do problema, arbitrou-se um valor de condutância térmica na interface dos elementos, $h_c = 2000$ ($W/m^2 K$) e valores de condutividade térmica, $k_L = 0,01, 0,1$ e 10 ($W/m K$).

A espessura, t , de forma adimensional onde a resistência térmica, R_c , é obtida a partir da Equação 3.3. Dessa forma

$$\tilde{t} = \tilde{R}_c \tilde{k}_L \quad (3.9)$$

onde estima-se que o valor de \tilde{t} , a partir dos parâmetros arbitrados vale, $\tilde{t} = 0,005$.

3.2.3 Condições de Contorno e Graus de Liberdade para a Geometria "I"

Para calcular a resistência térmica, as Equações 3.6 e 3.7 são resolvidas usando condições de contorno considerando todo corpo isolado (condições de Neumann) exceto no sumidouro de calor onde o valor da temperatura prescrita (condições de Dirichlet) é T_{\min} , conforme visualizado na Figura 3.2.

Assim, a condição de contorno adimensional das paredes do volume elementar à exceção do sumidouro de calor são representadas pela equação abaixo.

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tilde{n}} = 0 \quad (3.10)$$

sendo H_0 a altura do elemento condutivo e considerando que o eixo x é posicionado na linha de simetria do volume elementar como mostra a Figura 3.2, tem-se a condição de temperatura prescrita no intervalo abaixo

$$\text{Para } x = 0 \quad \text{e} \quad -\frac{H_0}{2} \leq y \leq \frac{H_0}{2}, \quad \text{tem-se: } T = T_{\min} \quad (3.11)$$

que pode ser expressa em termos adimensionais como

$$\text{Para } \tilde{x} = 0 \quad \text{e} \quad -\frac{\tilde{H}_0}{2} \leq \tilde{y} \leq \frac{\tilde{H}_0}{2}, \quad \text{tem-se: } \theta = 0 \quad (3.12)$$

Uma vez que as equações estão definidas, o próximo passo é chegar a otimização, i.e., a minimização da resistência térmica dada pela Equação 3.9 quando a área total e a espessura do material de alta condutividade são constantes.

Para a otimização desse problema existem quatro dimensões que representam seu domínio: H , L , H_0 e L_0 . O problema tem duas constantes, A e A_0 , logo existem dois graus de liberdade.

Graus de liberdade referentes a uma geometria são valores atribuídos às dimensões da geometria ou ainda por razões destas dimensões, por exemplo, H_0/L_0 . A variação dos graus de liberdade de um problema pode conduzir à sua otimização geométrica.

Escolhe-se dois padrões adimensionais, H/L e H_0/L_0 como graus de liberdade que variam para obter a geometria que apresente a menor resistência térmica. De fato, a geometria total será obtida considerando os dois graus de liberdade que fornecerão o domínio para resolver as Equações 3.6 e 3.7.

3.2.4 Método Numérico para a Geometria "I"

A função definida na Equação 3.8 foi determinada numericamente resolvendo as Equações 3.6 e 3.7 para o campo de temperaturas em cada configuração assumida (H/L , H_0/L_0) e calculando θ_{\max} verificando se θ_{\max} pode ser minimizada pela variação da configuração. Dessa forma, as Equações 3.6 e 3.7 foram resolvidas usando um código em elementos finitos, desenvolvido em ambiente MatLab[®], mais precisamente usando o PDETool - *Partial Differential Equations Tool*[™], que pertence ao aplicativo comercial.

Abaixo segue o equacionamento algébrico usado na elaboração do código numérico. A área do volume elementar apresenta valor constante com relação às suas dimensões e é representada pela Equação 3.13

$$A = HL \quad (3.13)$$

ou em termos adimensionais

$$\tilde{H}\tilde{L} = 1 \quad (3.14)$$

A área ocupada pelo material de alta condutividade térmica é dada por

$$A_p = H_0 L_0 \quad (3.15)$$

Assim, a razão entre as áreas é

$$\phi = \frac{A_p}{A} = \tilde{H}_0 \tilde{L}_0 \quad (3.16)$$

Usando as Equações 3.14 e 3.16 e mais os graus de liberdade H/L e H_0/L_0 , tem-se:

$$\tilde{L} = \sqrt{1/(H/L)} \quad (3.17)$$

$$\tilde{H} = 1/\tilde{L} \quad (3.18)$$

$$\tilde{L}_0 = \sqrt{\phi/(H_0/L_0)} \quad (3.19)$$

$$\tilde{H}_0 = \phi/\tilde{L}_0 \quad (3.20)$$

Assim, com o equacionamento apresentado acima, é possível variar computacionalmente os parâmetros adimensionais e dessa forma verificar as geometrias que melhor facilitem o escoamento do calor para fora do volume elementar. Nesse contexto, para cada grau de liberdade, é possível encontrar uma relação ótima, $(\theta_{\max})_m$, conforme são realizadas as simulações. Variando simultaneamente dois graus de liberdade, encontra-se uma configuração duplamente ótima, $(\theta_{\max})_{mm}$.

No presente trabalho, primeiramente fixou-se uma faixa de valores para a relação H/L e, para cada valor fixado, encontrou-se um valor ótimo para a relação H_0/L_0 , ou seja, um valor ótimo, $(H_0/L_0)_o$ que representa a relação ótima para $(\theta_{\max})_m$. Na sequência, foram encontrados os valores duplamente otimizados, $(H_0/L_0)_{oo}$ e $(\theta_{\max})_{mm}$. Esse tratamento foi dado aos modelos com RTC assim como a situação ideal onde se assume CTP.

As Tabelas 3.1 – 3.4 apresentam os graus de liberdade envolvidos nas simulações para o elemento condutivo com geometria "I" assim como as faixas de valores por eles assumidos

Tabela 3.1. Faixa de valores assumidos por H_0/L_0 e θ_{\max} para as simulações envolvendo CTP e RTC, considerando valores da condutividade térmica do elemento condutivo iguais a

$$\tilde{k}_p = 20, 40, 100 \text{ e } 400, H/L = 0.6 \text{ e valor de } \tilde{k}_L = 10.$$

	$\tilde{k}_p = 20$		$\tilde{k}_p = 40$	
H_0/L_0	CTP	RTC	CTP	RTC
	θ_{\max}	θ_{\max}	θ_{\max}	θ_{\max}
0,061 – 5	0,3271 – 0,6708	0,3415 – 0,6712	0,2109 – 0,6663	0,2248 – 0,6669
	$\tilde{k}_p = 100$		$\tilde{k}_p = 400$	
H_0/L_0	CTP	RTC	CTP	RTC
	θ_{\max}	θ_{\max}	θ_{\max}	θ_{\max}
0,061 – 5	0,1259 – 0,6636	0,1340 – 0,6642	0,0777 – 0,6622	0,0803 – 0,6629

Tabela 3.2. Faixa de valores assumidos por H_0/L_0 e θ_{\max} para as simulações envolvendo CTP e RTC, considerando valores da condutividade térmica do elemento condutivo iguais a

$$\tilde{k}_p = 20, 40, 100 \text{ e } 400, H/L = 0.6 \text{ e valor de } \tilde{k}_L = 0.1.$$

	$\tilde{k}_p = 20$		$\tilde{k}_p = 40$	
H_0/L_0	CTP	RTC	CTP	RTC
	θ_{\max}	θ_{\max}	θ_{\max}	θ_{\max}
0,061 – 5	0,3271 – 0,6708	0,3766 – 0,7272	0,2109 – 0,6663	0,2465 – 0,7230
	$\tilde{k}_p = 100$		$\tilde{k}_p = 400$	
H_0/L_0	CTP	RTC	CTP	RTC
	θ_{\max}	θ_{\max}	θ_{\max}	θ_{\max}
0,061 – 5	0,1259 – 0,6636	0,1512 – 0,7204	0,0777 – 0,6622	0,0971 – 0,7192

Tabela 3.3. Faixa de valores assumidos por H_0/L_0 e θ_{\max} para as simulações envolvendo CTP e RTC, considerando valores da condutividade térmica do elemento condutivo iguais a

$$\tilde{k}_p = 20, 40, 100 \text{ e } 400, H/L = 0.6 \text{ e valor de } \tilde{k}_L = 0.01.$$

	$\tilde{k}_p = 20$		$\tilde{k}_p = 40$	
H_0/L_0	CTP	RTC	CTP	RTC
	θ_{\max}	θ_{\max}	θ_{\max}	θ_{\max}
0,061 – 5	0,3271 – 0,6708	0,5320 – 1,1767	0,2109 – 0,6663	0,3924 – 1,1729
	$\tilde{k}_p = 100$		$\tilde{k}_p = 400$	
H_0/L_0	CTP	RTC	CTP	RTC
	θ_{\max}	θ_{\max}	θ_{\max}	θ_{\max}
0,061 – 5	0,1259 – 0,6636	0,2983 – 1,1706	0,0777 – 0,6622	0,2483 – 1,1694

Tabela 3.4. Faixa de valores assumidos por H/L , $(H_0/L_0)_o$ e $(\theta_{\max})_m$ para as simulações envolvendo CTP e RTC, considerando valores da condutividade térmica do elemento

$$\text{condutivo iguais a } \tilde{k}_p = 100 \text{ e valor de } \tilde{k}_L = 0.1.$$

	CTP		RTC	
H/L	$(H_0/L_0)_o$	$(\theta_{\max})_m$	$(H_0/L_0)_o$	$(\theta_{\max})_m$
0,1 – 10	0,0101 – 98	0,1194 – 0,0405	0,0110 – 99	0,1709 – 0,0406

Durante o processo de otimização a raiz média quadrática, *root mean square* – (*RMS*) foi usada como parâmetro de comparação com relação ao elemento condutivo entre as duas configurações analisadas, com e sem RTC.

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_i^n \left(\frac{\theta_i - \theta_r}{\theta_r} \right)^2} \times 100 \quad (3.21)$$

onde θ corresponde à temperatura adimensional e os sub-índices “*i*” e “*r*” se referem as configurações de CTP e com RTC.

3.2.5 Obtenção da Malha Independente para a Geometria "I"

Para uma total confiabilidade dos resultados obtidos através das simulações, é necessário a escolha de uma malha apropriada de maneira que, os valores numéricos obtidos a partir das simulações sejam independentes do número de elementos que a compõe.

Assim, a obtenção da independência da malha faz-se a partir de valores arbitrados para o erro referente aos resultados das simulações considerando refinamentos sucessivos da malha. Estes valores arbitrados para o erro devem ser ponderados de maneira que os resultados numéricos sejam coerentes com a física do problema.

A malha apropriada foi determinada a partir de refinamentos sucessivos sendo que a cada refino da malha o número de elementos da mesma foi aumentado em quantidade quatro vezes maior com relação a seu valor original. A Figura C.1 do APÊNDICE C apresenta a malha triangular usada para a condição envolvendo a presença da RTC e os refinamentos realizados.

Foi arbitrado para o presente problema que os refinamentos da malha ocorreriam até que o critério $\left| \left(\theta_{\max}^j - \theta_{\max}^{j+1} \right) / \theta_{\max}^j \right| \leq 5 \times 10^{-4}$, estivesse satisfeito. Aqui θ_{\max}^j representa a temperatura máxima em excesso calculada a partir do tamanho de malha atual e θ_{\max}^{j+1} representa a temperatura máxima em excesso calculada usando um tamanho de malha sucessivo.

As Tabelas 3.5 e 3.6 apresentam testes elaborados para a obtenção da independência da malha nos modelos considerando a presença da RTC e CTP.

Tabela 3.5. Refinamentos da malha para obtenção de resultados independentes do número de elementos, considerando $H_0/L_0 = 0,066$, $H/L = 0,6$, $\tilde{k}_p = 400$, $\tilde{\tau} = 0,005$, $\tilde{k}_L = 0,01$ e a RTC.

Número de nós	Número de elementos triangulares	θ_{\max}^j	θ_{\max}^{j+1}	$\left \left(\theta_{\max}^j - \theta_{\max}^{j+1} \right) / \theta_{\max}^j \right \leq 10^{-3}$
2921	5764	0,26040	0,26068	$1,08 \times 10^{-3}$
11605 ⁽¹⁾	23056	0,26068	0,26076	$3,08 \times 10^{-4}$
46265	92224	0,26076	-	-

⁽¹⁾malha independente

Tabela 3.6. Refinamentos da malha para obtenção de resultados independentes do número de elementos, considerando $H_0/L_0 = 0,066$, $H/L = 0,6$, $\tilde{k}_p = 400$ e CTP.

Número de nós	Número de elementos triangulares	θ_{\max}^j	θ_{\max}^{j+1}	$\left \frac{\theta_{\max}^j - \theta_{\max}^{j+1}}{\theta_{\max}^j} \right \leq 10^{-3}$
131	221	0,07742	0,07773	$4,06 \times 10^{-3}$
482	884	0,07773	0,07784	$1,37 \times 10^{-3}$
1847 ⁽¹⁾	3536	0,07784	0,07787	$3,94 \times 10^{-4}$
7229	14144	0,07787	-	-

⁽¹⁾malha independente

3.3 Modelo Matemático para a Geometria "T" com Condutividade Térmica Uniforme

3.3.1 Domínio Matemático para a Geometria "T" com Condutividade Térmica Uniforme

A mesma modelagem matemática usada no elemento condutivo com geometria em forma de "I" é dada na análise da geometria em forma de "T" com condutividade térmica uniforme. O domínio matemático e suas dimensões são representados na Figura 3.3 abaixo

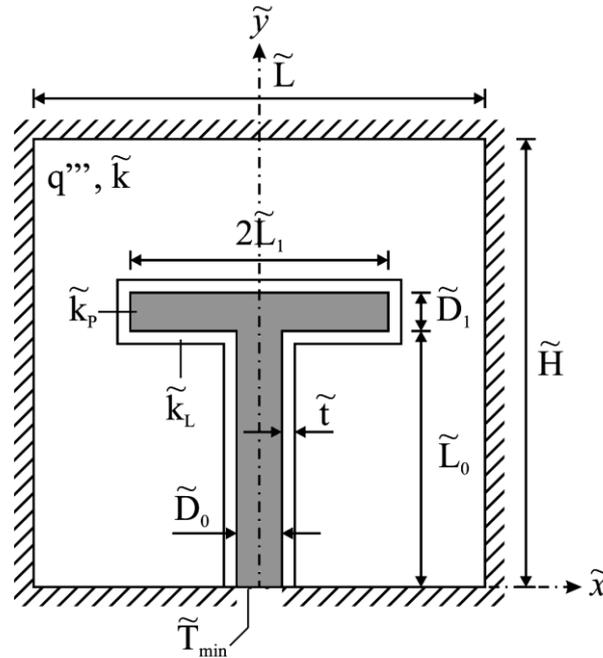


Figura 3.3. Caminho condutivo em forma de "T" com condutividade térmica uniforme e volume com geração de calor, considerando a RTC.

As hipóteses usadas para o modelo da configuração em forma de "I" permaneceram na elaboração do modelo para a geometria em forma de "T" como o domínio matemático bidimensional, altura H e largura L do volume elementar, condutividades térmicas constantes para o caminho condutivo, k_p , corpo gerador de calor, k e camada de material com resistência térmica equivalente à RTC, k_L . Nesse caso o comprimento da haste do "T" é representado por L_0 e sua largura é representada por D_0 . O ramo superior do "T" conta com comprimento $2L_1$ e largura D_1 . As superfícies são adiabáticas à exceção de um sumidouro de calor localizado na face inferior do sólido sob temperatura T_{\min} por onde é removida a corrente de calor gerada, (q''' AW). A geração de calor é uniforme no interior do corpo com taxa volumétrica q''' (W/m^3).

3.3.2 Equações e Adimensionalizações para a Geometria "T" com Condutividade Térmica Uniforme

As equações governantes do fenômeno físico para a situação do elemento condutivo em forma de "T" são as mesmas utilizadas na formulação da geometria em forma de "I" e

correspondem as Equações 3.4, 3.6, 3.7, 3.8 e 3.9. As diferenças da formulação matemática estarão presentes nos graus de liberdade usados e no equacionamento usado no código numérico para variar as dimensões e, assim, encontrar as geometrias ótimas. A Equação 3.5 é reescrita para incluir os novos comprimentos \tilde{D}_1 e \tilde{L}_1 .

$$\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{D}_0, \tilde{L}_0, \tilde{D}_1, \tilde{L}_1, \tilde{H}, \tilde{L} = \frac{x, y, D_0, L_0, D_1, L_1, H, L}{A^{1/2}} \quad (3.22)$$

3.3.3 Condições de Contorno e Graus de Liberdade para a Geometria "T" com Condutividade Térmica Uniforme

Na resolução da equação da condução do calor tanto para o meio gerador de calor como para o elemento de alta condutividade térmica e a camada de material que representa a RTC (Equações 3.6 e 3.7) é necessária a aplicação das condições de contorno sobre o domínio matemático representado graficamente na Figura 3.4.

Da mesma forma que a situação descrita na seção 3.2.3, o corpo sólido é adiabático nas superfícies laterais configurando uma condição de fluxo prescrito (Equação 3.10) e apresentando um sumidouro de calor mantido à baixa temperatura, T_{\min} , (condição de Dirichelet) por onde o fluxo de calor é removido para fora do volume gerador de calor.

Considerando que o eixo y da Figura 3.5 divide simetricamente o domínio matemático é possível estabelecer a região de temperatura prescrita da seguinte forma

$$\text{Para } y = 0 \quad \text{e} \quad -\frac{D_0}{2} \leq x \leq \frac{D_0}{2}, \quad \text{tem-se: } T = T_{\min} \quad (3.23)$$

também expressa em termos adimensionais como

$$\text{Para } \tilde{y} = 0 \quad \text{e} \quad -\frac{\tilde{D}_0}{2} \leq \tilde{x} \leq \frac{\tilde{D}_0}{2}, \quad \text{tem-se: } \theta = 0 \quad (3.24)$$

Para a otimização deste problema, atribuiu-se o valor $H/L = 1$ e foi fixado um valor para \tilde{D}_0 . Dessa forma passam a existir quatro dimensões que representam o domínio do problema: L_0 , D_0 , L_1 e D_1 . Na sequência foram escolhidos dois padrões adimensionais L_1/L_0 e D_1/D_0 como graus de liberdade que variam para obter a geometria que apresente a menor resistência térmica.

3.3.4 Método Numérico para a Geometria "T" com Condutividade Térmica Uniforme

Assim como na seção 3.2.4, a equação referente à temperatura adimensional, θ , (Equação 3.8) foi resolvida numericamente a partir das Equações 3.6 e 3.7 para o campo de temperaturas de cada configuração assumida considerando os valores atribuídos a seus graus de liberdade (D_0 , D_1/D_0 e L_1/L_0) e assim verificando se θ_{\max} pode ser minimizada estimando novos valores para as variáveis do problema. Novamente foi elaborado um código implementado em MatLab[®] utilizando o PDE toolbox.

As Equações 3.13 e 3.14 valem também para a geometria em forma de "T". Para esta situação a área ocupada pelo material de alta condutividade térmica pode ser representada por

$$A_p = 2L_1D_1 + L_0D_0 \quad (3.25)$$

sendo ϕ a razão entre a área do elemento condutivo e a área do corpo gerador de calor

$$\phi = 2\left(\frac{L_1}{L_0}\right)\tilde{L}_0\left(\frac{D_1}{D_0}\right)\tilde{D}_0 + \tilde{L}_0\tilde{D}_0 \quad (3.26)$$

A partir da Equação. 3.26, obtêm-se o seguinte conjunto de equações

$$\tilde{L}_0 = \phi / \tilde{D}_0 \left(2 \frac{L_1}{L_0} \frac{D_1}{D_0} + 1 \right) \quad (3.27)$$

$$\tilde{L}_1 = \tilde{L}_0 \left(\frac{L_1}{L_0} \right) \quad (3.28)$$

$$\tilde{D}_1 = \tilde{D}_0 \left(\frac{D_1}{D_0} \right) \quad (3.29)$$

As simulações aqui realizadas contaram com os seguintes procedimentos: inicialmente atribui-se um valor para \tilde{D}_0 e (D_1/D_0) variando (L_1/L_0) e assim encontrando um valor ótimo $(L_1/L_0)_o$. Considerando a dupla variação dos graus de liberdade (D_1/D_0) e (L_1/L_0) é possível encontrar uma geometria duas vezes otimizada $(L_1/L_0)_{oo}$, $(\theta_{\max})_{mm}$ e $(D_1/D_0)_o$. Por fim variando \tilde{D}_0 conjuntamente com a variação de (D_1/D_0) e (L_1/L_0) chega-se aos valores três vezes otimizados $(L_1/L_0)_{ooo}$, $(\theta_{\max})_{mmm}$ além de $(D_1/D_0)_{oo}$ e $(\tilde{D}_0)_o$. Esses procedimentos numéricos foram aplicados aos modelos envolvendo a RTC e a situação onde se considerou acoplamento térmico perfeito. A Equação 3.21 foi usada como parâmetro de comparação entre os modelos.

As Tabelas 3.7 – 3.9 apresentam os graus de liberdade envolvidos nas simulações para o elemento condutivo com geometria "T" e condutividade térmica uniforme assim como as faixas de valores por eles assumidos

Tabela 3.7. Faixa de valores assumidos por L_1/L_0 e θ_{\max} para as simulações envolvendo CTP e

RTC, considerando $\tilde{D}_0 = 0.1$, $D_1/D_0 = 0,3$ e valor da condutividade térmica do elemento

condutivo igual a $\tilde{k}_p = 400$ e valor de $\tilde{k}_L = 0.1$.

L_1/L_0	CTP	RTC
	θ_{\max}	θ_{\max}
0,1 – 0,71	0,1074 – 0,0900	0,1303 – 0,1080

Tabela 3.8. Faixa de valores assumidos por D_1/D_0 , $(L_1/L_0)_o$ e $(\theta_{\max})_m$ para as simulações envolvendo CTP e RTC, considerando $\tilde{D}_0 = 0.1$, valor da condutividade térmica do elemento condutivo igual a $\tilde{k}_p = 400$ e valor de $\tilde{k}_L = 0.1$.

D_1/D_0	CTP		RTC	
	$(L_1/L_0)_o$	$(\theta_{\max})_m$	$(L_1/L_0)_o$	$(\theta_{\max})_m$
0,3 – 0,5	0,71 – 0,83	0,0821 – 0,0900	0,7 – 0,83	0,1080 – 0,0995

Tabela 3.9. Faixa de valores assumidos por \tilde{D}_0 , $(D_1/D_0)_o$, $(L_1/L_0)_{oo}$ e $(\theta_{\max})_{mm}$ para as simulações envolvendo CTP e RTC, considerando o valor da condutividade térmica do elemento condutivo igual a $\tilde{k}_p = 400$ e valor de $\tilde{k}_L = 0.1$.

\tilde{D}_0	CTP		
	$(D_1/D_0)_o$	$(L_1/L_0)_{oo}$	$(\theta_{\max})_{mm}$
0,1 – 0,3	0,3 – 0,5	0,1 – 0,83	0,0821 – 0,2704
\tilde{D}_0	RTC		
	$(D_1/D_0)_o$	$(L_1/L_0)_{oo}$	$(\theta_{\max})_{mm}$
0,1 – 0,3	0,3 – 0,4	0,6 – 0,9	0,0995 – 0,3602

3.3.5 Obtenção da Malha Independente para a Geometria "T" com Condutividade Térmica Uniforme

Usando a mesma metodologia da seção 3.2.5, a malha sobre o domínio matemático do problema envolvendo a geometria "T" precisou ser submetida a testes para garantir a confiabilidade dos resultados numéricos.

Refinamentos sucessivos de malha foram realizados até que os resultados de máximo excesso de temperatura adimensional entre malhas sucessivas apresentassem um erro menor que 5×10^{-4} . A Figura C.2 do APÊNDICE C mostra graficamente os sucessivos refinamentos os quais a malha foi submetida considerando as simulações envolvendo a presença da resistência de contato.

Escolhido $\left|(\theta_{\max}^j - \theta_{\max}^{j+1})/\theta_{\max}^j\right| \leq 5 \times 10^{-4}$ como critério para suspender os refinamentos sucessivos da malha, foram realizados testes para a geometria "T" tanto para as situações envolvendo a RTC como para a situação onde se considerou CTP

As Tabelas 3.10 e 3.11 apresentam testes elaborados para a obtenção da independência da malha.

Tabela 3.10. Refinamentos da malha para obtenção de resultados independentes do número de elementos considerando $\tilde{D}_0 = 0,12$, $(D_1/D_0)_o = 0,3$, $(L_1/L_0)_o = 0,6$ e a RTC

Número de nós	Número de elementos triangulares	θ_{\max}^j	θ_{\max}^{j+1}	$\left (\theta_{\max}^j - \theta_{\max}^{j+1})/\theta_{\max}^j\right \leq 5 \times 10^{-4}$
3426	6770	0,109877	0,110074	$1,79 \times 10^{-3}$
13621 ⁽¹⁾	27080	0,110074	0,110124	$4,55 \times 10^{-4}$
54321	108320	0,110124	-	-

⁽¹⁾malha independente

Tabela 3.11. Refinamentos da malha para obtenção de resultados independentes do número de elementos considerando $\tilde{D}_0 = 0,12$, $(D_1/D_0)_o = 0,3$, $(L_1/L_0)_o = 0,6$ e CTP.

Número de nós	Número de elementos triangulares	θ_{\max}^j	θ_{\max}^{j+1}	$\left (\theta_{\max}^j - \theta_{\max}^{j+1})/\theta_{\max}^j\right \leq 5 \times 10^{-4}$
13801	27264	0,105034	0,105095	$5,79 \times 10^{-4}$
54865 ⁽¹⁾	109056	0,105095	0,105119	$2,26 \times 10^{-4}$
218785	436224	0,105119	-	-

⁽¹⁾malha independente

3.4 Modelo Matemático para a Geometria "T" com Condutividade Térmica Variável

Aqui é apresentada uma segunda abordagem do problema envolvendo a condução do calor gerado por um volume de baixa condutividade térmica com isolamento térmico através de um sumidouro mantido à baixa temperatura. A geometria escolhida para o caminho condutivo é novamente o "T" cuja diferença com relação ao modelo apresentado na seção anterior reside, fundamentalmente, que nesse caso as hastes superior e inferior do "T"

apresentam valores diferentes no que concerne às condutividades térmicas dos materiais envolvidos.

Justifica-se a inclusão de materiais com condutividades térmicas diferentes considerando que materiais com alta condutividade térmica apresentam, muitas vezes, elevados valores de custo o que pode acabar inviabilizando um projeto. Assim, Design Construtal é aplicado para minimizar a máxima temperatura em excesso de um volume gerador de calor com elementos condutivos com condutividades térmicas diferentes.

3.4.1 Domínio Matemático para a Geometria "T" com Condutividade Térmica Variável

Considere o corpo mostrado na Figura 3.4. A configuração é bidimensional com a terceira dimensão (W) suficientemente longa comparada à sua altura (H) e ao comprimento (L) do volume total. A haste horizontal do "T" apresenta uma condutividade térmica k_{p1} e a haste vertical apresenta uma condutividade térmica k_{p2} . Ambas as hastes estão inseridas em um corpo com baixa condutividade térmica, k , separado por uma camada com alta resistividade térmica equivalente à RTC, k_L . Da mesma forma que nas configurações anteriormente estudadas, o sólido gera calor uniformemente sob a taxa q''' (W/m^3). As faces externas do volume elementar são isoladas termicamente e a corrente de calor gerada q''' (W/m^3) é removida por um sumidouro de calor mantido à temperatura constante, T_{\min} , e localizado em uma de suas faces.

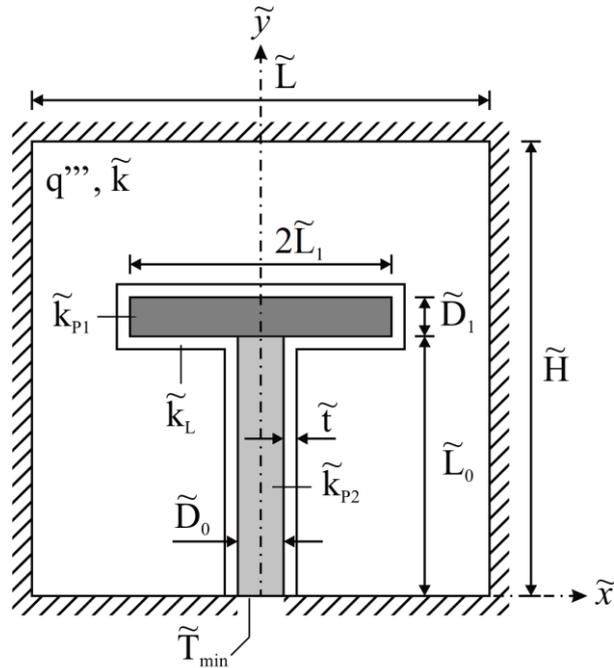


Figura 3.4. Caminho condutivo em forma de "T" com condutividade térmica variável (k_{p1} e k_{p2}) e volume com geração de calor, considerando a RTC.

O trabalho consiste em calcular a temperatura máxima em adimensional $(T_{\max} - T_{\min})/(q''' A/k)$ e observar qual geometria (L_1/L_0 , D_0/L_0 , ϕ_1) facilita a remoção do calor, nesse caso ϕ_1 representa a fração de área entre a área da haste superior, ou horizontal, do "T" e a área total do volume elementar. Novamente foi devotada uma atenção especial à questão da RTC entre os elementos condutivos e o corpo gerador de calor. A RTC entre as duas hastes do elemento condutivo foi desconsiderada nesse trabalho por questões de simplicidade.

3.4.2 Equações e Adimensionalizações para a Geometria "T" com Condutividade Térmica Variável

Para o caso do elemento condutivo em forma de "T" com condutividade térmica variável de as equações governantes do fenômeno físico são as mesmas utilizadas na formulação da geometria em forma de "I" e da geometria em forma de "T" com condutividade térmica constante correspondendo às Equações 3.4, 3.6, 3.7, 3.8, 3.9 e 3.22. As diferenças da formulação matemática estarão presentes nos graus de liberdade usados e no equacionamento

usado no código numérico para variar as dimensões e, assim, encontrar as geometrias otimizadas.

3.4.3 Condições de Contorno e Graus de Liberdade para a Geometria "T" com Condutividade Térmica Variável

A fim de resolver a equação de condução do calor para o meio gerador de calor assim como para os elementos de elevada condutividade térmica e a camada de material que representa a RTC (Equações 3.6 e 3.7) é necessária a aplicação das condições de contorno sobre o domínio matemático representado pela Figura 3.4.

Aqui as condições de contorno são idênticas àquelas apresentadas na seção 3.3.3 para a geometria em forma de "T" com condutividade térmica constante, ou seja, o volume gerador de calor é adiabático nas superfícies laterais configurando uma condição de fluxo prescrito (Equação 3.10) e apresenta um sumidouro de calor mantido à baixa temperatura, T_{\min} , (condição de Dirichlet) por onde o fluxo de calor é removido para fora do volume gerador de calor.

O domínio matemático da Figura 3.4 é geometricamente análogo ao da Figura 3.3, apresentando simetria com relação ao eixo y sendo que a região de temperatura prescrita é igualmente descrita conforme as Equações (3.23 e 3.24) da seção anterior.

A aplicação de Design Constructal nesse problema com o intuito de otimizar a geometria para uma máxima performance global do sistema contou com o valor fixo da razão $H/L = 1$ e foi fixado um valor para $\phi = 0.1$. Dessa forma passam a existir quatro dimensões que representam o domínio do problema: L_0 , D_0 , L_1 e D_1 . Assim dois parâmetros adimensionais são escolhidos, L_1/L_0 e D_0/L_0 como graus de liberdade que variam em busca da geometria que forneça a menor resistência térmica. Diferenciando-se dos exemplos anteriormente estudados um terceiro grau de liberdade usado aqui vem a ser a fração de área ϕ_1 que corresponde à fração de área do elemento condutivo da haste horizontal do "T". Portanto as simulações aqui contaram com a variação de L_1/L_0 , D_0/L_0 e ϕ_1 para obter a geometria otimizada que apresente a menor resistência térmica.

3.4.4 Método Numérico para a Geometria "T" com Condutividade Térmica Variável

Igualmente como na seção 3.2.4 e 3.3.4, a equação referente à temperatura adimensional, θ , (Equação 3.8) foi resolvida numericamente a partir das Equações 3.6 e 3.7 para o campo de temperaturas de cada configuração assumida considerando os valores atribuídos a seus graus de liberdade (L_1/L_0 , D_0/L_0 e ϕ_1) e assim verificando se θ_{\max} pode ser minimizada estimando novos valores para as variáveis do problema. Novamente foi elaborado um código implementado em MatLab[®] a partir do PDE toolbox.

A área ocupada pelos materiais de alta condutividade térmica pode ser representada por

$$A_p = A_{p1} + A_{p2} \quad (3.30)$$

onde A_{p1} e A_{p2} correspondem às duas áreas das hastes que compõe o elemento condutivo em forma de "T". Dividindo a Equação (3.30) pela área total resulta

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 \quad (3.31)$$

sendo ϕ a razão entre a área dos dois elementos condutivos e a área do corpo gerador de calor. A partir da Equação 3.31 é possível obter-se o seguinte conjunto de equações.

$$\tilde{L}_0 = \sqrt{(\phi - \phi_1)/(\tilde{D}_0 / \tilde{L}_0)} \quad (3.32)$$

$$\tilde{D}_0 = \tilde{L}_0 (D_0 / L_0) \quad (3.33)$$

$$\tilde{D}_1 = (\phi - \tilde{D}_0 \tilde{L}_0) / [2\tilde{L}_0 (L_1 / L_0)] \quad (3.34)$$

$$\tilde{L}_1 = \phi_1 / (2\tilde{D}_1) \quad (3.35)$$

Assim, com as equações acima, é possível variar computacionalmente os parâmetros adimensionais e, portanto, verificar a geometria que facilita o fluxo de calor para fora do volume elementar. Logo, para cada grau de liberdade é possível encontrar uma relação ótima correspondendo a um valor minimizado para a temperatura máxima em excesso, $(\theta_{\max})_m$, conforme as simulações são realizadas. Variando simultaneamente dois graus de liberdade é encontrada uma configuração duplamente otimizada que resulta um valor para a temperatura máxima em excesso duplamente minimizado, $(\theta_{\max})_{mm}$. Portanto, é possível gerar configurações tantas vezes otimizadas conforme o número de graus de liberdade envolvidos nas simulações. Novamente cabe destacar que todas as simulações envolveram os modelos com e sem a RTC.

As Tabelas 3.12 – 3.14 apresentam os graus de liberdade envolvidos nas simulações para o elemento condutivo com geometria "T" e condutividade térmica variável assim como as faixas de valores por eles assumidos

Tabela 3.12. Faixa de valores assumidos por L_1/L_0 e θ_{\max} para as simulações envolvendo CTP e RTC, considerando $\phi_1 = 0,07$, $D_0/L_0 = 0,06$ e valores de condutividade térmica do elemento condutivo iguais a $\tilde{k}_{p1} = 50$, $\tilde{k}_{p2} = 100$ e valor de $\tilde{k}_L = 0,05$.

CTP		RTC	
L_1/L_0	θ_{\max}	L_1/L_0	θ_{\max}
0,2 – 0,65	0,1644 – 0,1472	0,2 – 0,68	0,2033 – 0,1834

Tabela 3.13. Faixa de valores assumidos por D_0/L_0 , $(L_1/L_0)_o$ e $(\theta_{\max})_m$ para as simulações envolvendo CTP e RTC, considerando $\phi_1 = 0,07$ e valores de condutividade térmica do elemento condutivo iguais a $\tilde{k}_{p1} = 50$, $\tilde{k}_{p2} = 100$ e valor de $\tilde{k}_L = 0,05$.

D_0/L_0	CTP		RTC	
	$(L_1/L_0)_o$	$(\theta_{\max})_m$	$(L_1/L_0)_o$	$(\theta_{\max})_m$
0,05 – 0,1	0,616 – 0,687	0,1367 – 0,1566	0,626 – 0,776	0,1706 – 0,1937

Tabela 3.14. Faixa de valores assumidos por ϕ_1 , $(D_0/L_0)_o$, $(L_1/L_0)_{oo}$ e $(\theta_{\max})_{mm}$ para as simulações envolvendo CTP e RTC, considerando valores de condutividade térmica do elemento condutivo iguais a $\tilde{k}_{p1} = 50$, $\tilde{k}_{p2} = 100$ e valor de $\tilde{k}_L = 0.05$.

ϕ_1	CTP		
	$(D_0/L_0)_o$	$(L_1/L_0)_{oo}$	$(\theta_{\max})_{mm}$
0,01 – 0,09	0,03 – 0,175	0,526 – 0,738	0,1082 – 0,2441
ϕ_1	RTC		
	$(D_0/L_0)_o$	$(L_1/L_0)_{oo}$	$(\theta_{\max})_{mm}$
0,01 – 0,09	0,03 – 0,175	0,602 – 0,776	0,1392 – 0,2885

3.4.5 Obtenção da Malha Independente para a Geometria "T" com Condutividade Térmica Variável

Para a obtenção da malha adequada para o respectivo problema numérico os procedimentos usados na seção 3.2.5 e 3.3.5 foram novamente executados. A malha usada é determinada a partir de refinamentos sucessivos aumentando o número de elementos até que o critério $\left| \frac{\theta_{\max}^j - \theta_{\max}^{j+1}}{\theta_{\max}^j} \right| \leq 5 \times 10^{-4}$ seja atingido, onde θ_{\max}^j representa a temperatura máxima em excesso calculada usando o tamanho de malha atual e θ_{\max}^{j+1} representa a temperatura máxima em excesso calculada usando o tamanho de malha após ser submetida a um refinamento onde o número de elementos aumento em quatro vezes com relação ao tamanho anterior. Os parâmetros usados para as simulações foram $\phi = 0.1$, $\tilde{k}_{p1} = 50$, $\tilde{k}_{p2} = 100$, $\tilde{k}_L = 0.05$ e $\tilde{k} = 1$. A geometria foi otimizada considerando seus graus de liberdade e os resultados foram comparados com os valores obtidos por uma situação ideal, i.e., a situação onde se considera CTP. As Tabelas 3.15 e 3.16 apresentam os testes realizados para se obter a independência da malha com relação ao número de elementos considerando os casos com e sem RTC. A Figura C.3 do APÊNDICE C apresenta o resultado visual da malha utilizada para o modelo onde se considerou CTP e os refinamentos sucessivos.

Tabela 3.15. Refinamentos da malha para obtenção de resultados independentes do número de elementos considerando $\phi_1 = 0.07$, $(D_0/L_0)_0 = 0.075$, $(L_1/L_0)_{oo} = 0,776$ e a RTC

Número de nós	Número de elementos triangulares	θ_{\max}^j	θ_{\max}^{j+1}	$\left \frac{(\theta_{\max}^j - \theta_{\max}^{j+1})}{\theta_{\max}^j} \right \leq 5 \times 10^{-4}$
5906	11669	0,170818	0,170619	$1,17 \times 10^{-3}$
23480 ⁽¹⁾	46676	0,170619	0,170544	$4,36 \times 10^{-4}$
93635	186704	0,170544	-	-

⁽¹⁾malha independente

Tabela 3.16. Refinamentos da malha para obtenção de resultados independentes do número de elementos considerando $\phi_1 = 0.07$, $(D_0/L_0)_0 = 0.075$, $(L_1/L_0)_{oo} = 0,704$ e CTP.

Número de nós	Número de elementos triangulares	θ_{\max}^j	θ_{\max}^{j+1}	$\left \frac{(\theta_{\max}^j - \theta_{\max}^{j+1})}{\theta_{\max}^j} \right \leq 5 \times 10^{-4}$
235	419	0,135976	0,136468	$3,62 \times 10^{-3}$
888	1676	0,136468	0,136639	$1,26 \times 10^{-3}$
3451 ⁽¹⁾	6704	0,136639	0,136703	$4,62 \times 10^{-4}$
13605	26816	0,136703	-	-

⁽¹⁾malha independente

A malha ideal, considerando o critério de independência proposto, consiste de 46676 elementos triangulares para o caso com RTC e 6704 elementos triangulares para o caso de CTP.

4 RESULTADOS

4.1 Resultados para a Geometria "I"

O trabalho numérico consiste na determinação do campo de temperaturas para um grande número de configurações do tipo mostrado na Figura 3.2. Inicialmente o grau de liberdade H_0/L_0 foi investigado para inúmeros valores de condutividade térmica da área que representa a RTC. ($\tilde{k}_L = 0,01, 0,1$ e 10). A Figura 4.1 mostra que existe uma relação ótima $(H_0/L_0)_o$ que minimiza a temperatura máxima em excesso para os valores fixos de $\phi = 0,1$, $\tilde{k} = 1$ e $\tilde{k}_p = 20$ assim como o grau de liberdade $H/L = 0,6$.

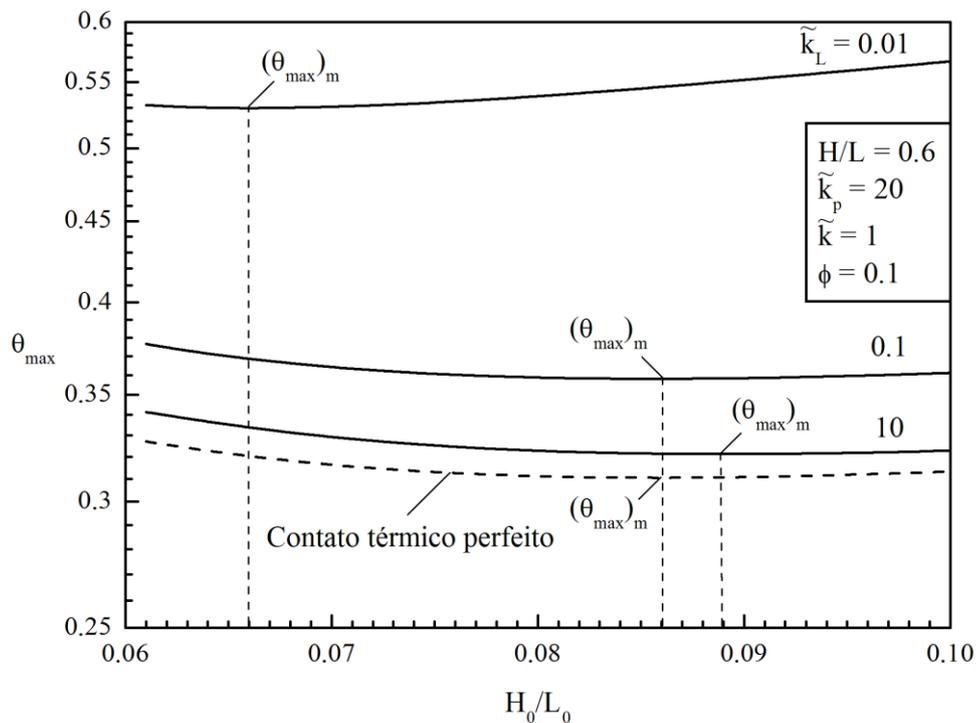


Figura 4.1. Temperatura máxima em excesso adimensional, θ_{max} , para uma faixa de valores de H_0/L_0 considerando CTP e diferentes valores de \tilde{k}_L para o caso da RTC.

A análise da Figura 4.1 apresenta o comportamento da temperatura máxima em excesso para a situação onde se considera CTP e mostra que $(H_0/L_0)_o$ depende do valor de \tilde{k}_L . Verificou-se que o valor mínimo da temperatura máxima em excesso, $(\theta_{max})_m$, e a razão de aspecto otimizada $(H_0/L_0)_o$ considerando CTP foram respectivamente 71% e 37% menores

que os valores calculados para o caso considerando as simulações envolvendo a presença da RTC com $\tilde{k}_L = 0,01$, sendo portanto valores consideráveis que justificam a presença da RTC nas simulações.

O procedimento usado para minimizar a temperatura máxima em excesso $(\theta_{\max})_m$ e a razão de aspecto otimizada $(H_0/L_0)_o$ para $\tilde{k}_p = 20$ na Figura 4.1 foi repetido na Figura 4.2 para vários valores de \tilde{k}_p e \tilde{k}_L . De fato, esta figura mostra o efeito da alta condutividade térmica adimensional, \tilde{k}_p , na determinação da temperatura máxima em excesso uma vez minimizada, $(\theta_{\max})_m$, considerando vários valores da RTC assim como a situação envolvendo CTP.

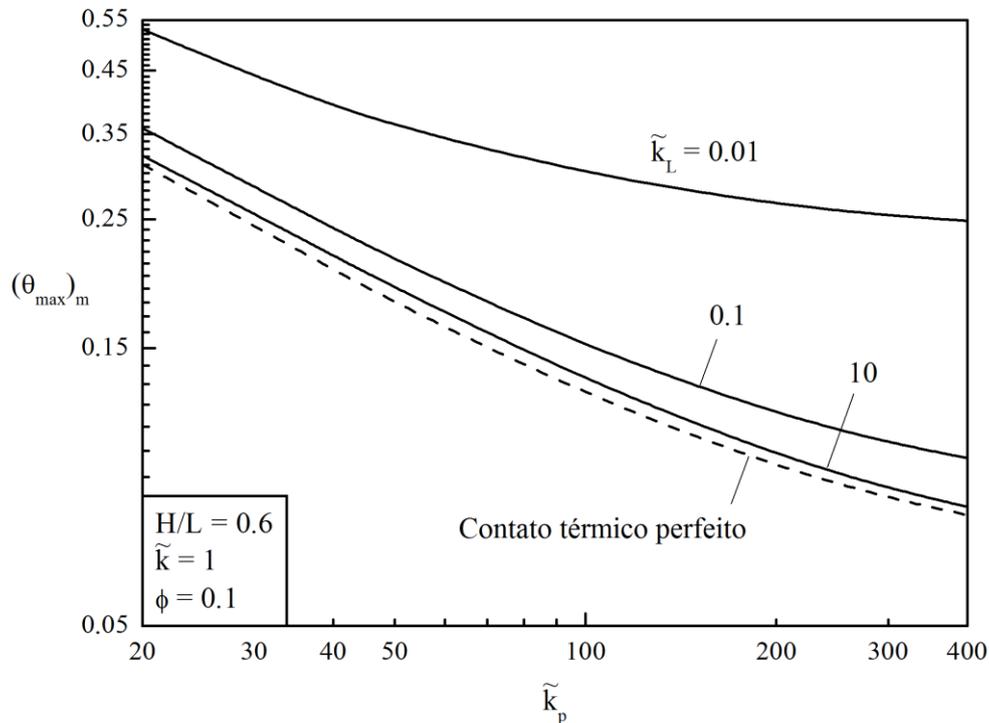


Figura 4.2. Temperatura máxima em excesso adimensional uma vez minimizada, $(\theta_{\max})_m$, para uma faixa de \tilde{k}_p considerando CTP e diferentes valores de \tilde{k}_L para o caso da RTC.

Os resultados apresentados na Figura 4.2 claramente mostram a influência da RTC como sendo fundamental no aumento da temperatura máxima em excesso adimensional, $(\theta_{\max})_m$, quando comparada aos valores obtidos para os modelos onde se considerou CTP e para todos os valores de \tilde{k}_p estudados. A temperatura máxima em excesso diminui

conforme \tilde{k}_p aumenta para todos os casos estudados. Para as simulações envolvendo RTC com $\tilde{k}_L = 10$ as flutuações com relação ao modelo de contato térmico perfeito obteve valores de RMS menores que 4,63%. Flutuações com respeito à temperatura máxima em excesso envolvendo modelos com e sem RTC são significativas conforme a RTC aumenta apresentando valores de RMS iguais a 17% para $\tilde{k}_L = 0,1$ e 56,32% para $\tilde{k}_L = 0,01$. Simulações envolvendo $\tilde{k}_L = 0,01$ apresentaram as maiores diferenças em relação à temperatura máxima em excesso adimensional quando comparadas ao modelo sem RTC. Esta diferença aumenta consideravelmente com o aumento de \tilde{k}_p sendo de 70% para $\tilde{k}_p = 20$ e 220,2% para $\tilde{k}_p = 400$.

A razão de aspecto otimizada, $(H_0/L_0)_o$, que minimiza uma vez a temperatura máxima em excesso adimensional, apresentada na Figura 4.2 para vários valores de \tilde{k}_p é mostrada na Figura 4.3 para todas as curvas estudadas e descritas na Figura 4.2.

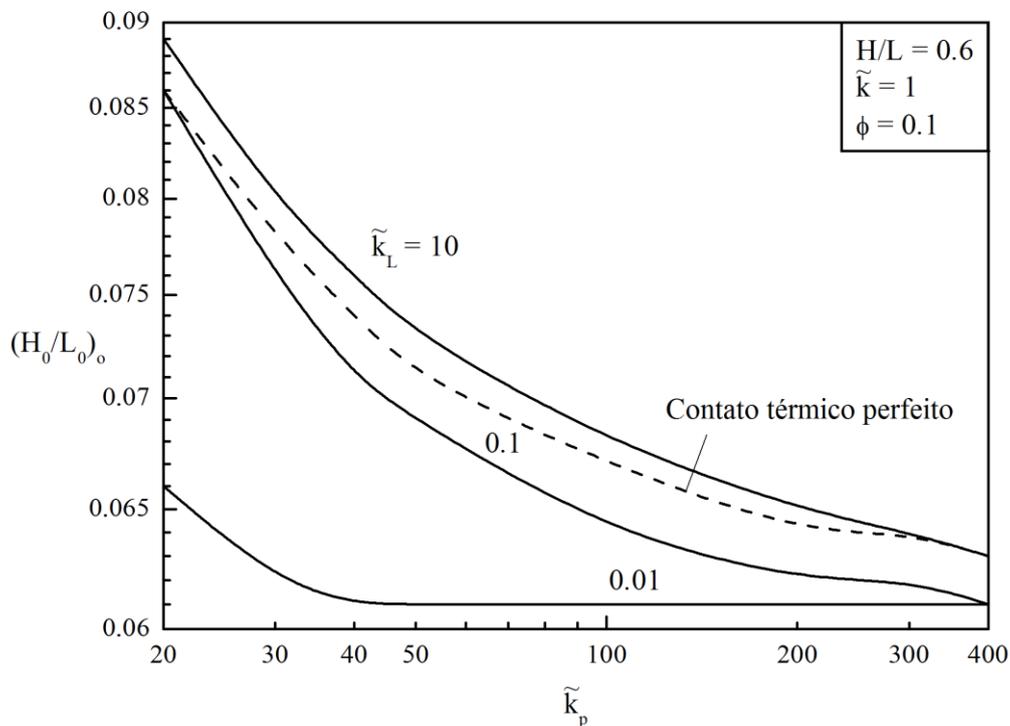


Figura 4.3. Razão de aspecto uma vez otimizada, $(H_0/L_0)_o$, para uma faixa de valores de \tilde{k}_p considerando CTP e diferentes valores de \tilde{k}_L para o caso com RTC.

Os resultados mostram que a razão de aspecto otimizada $(H_0/L_0)_o$ para a curva com baixos valores de RTC ($\tilde{k}_L = 10$), é maior que o correspondente valor para o modelo de contato térmico perfeito em quase toda faixa de \tilde{k}_p testada. Entretanto, flutuações entre a razão de aspecto otimizada $(H_0/L_0)_o$ calculada para a curva com baixos valores de RTC, ($\tilde{k}_L = 10$), e a curva com contato térmico perfeito diminuem conforme o valor de \tilde{k}_p aumenta e a razão de aspecto otimizada para ambas curvas torna-se igual quando \tilde{k}_p é igual ou menor que 300. O comportamento das curvas de razão de aspecto otimizadas, $(H_0/L_0)_o$, para baixos valores de \tilde{k}_L (0,1 e 0,01) é diferente: seus valores são menores que aqueles apresentados na curva de contato térmico perfeito e suas flutuações aumentam conforme \tilde{k}_p aumenta.

As flutuações entre as curvas com \tilde{k}_L (0,1 e 0,01) e CTP correspondem a valores de RMS de 3,29% para $\tilde{k}_L = 0,1$ e 17,54% para $\tilde{k}_L = 0,01$. Deve-se notar que a curva com $\tilde{k}_L = 0,01$ apresenta valor da razão de aspecto otimizada constante e igual a $(H_0/L_0)_o = 0,07$ quando \tilde{k}_p é igual ou maior que 40 e as flutuações entre esta curva e a curva com CTP diminuem conforme o valor de \tilde{k}_p aumenta.

A Figura 4.4 mostra o comportamento de $(\theta_{\max})_m$ para diferentes valores de \tilde{k}_L considerando configurações com $\tilde{k}_p = 20, 40, 100$ e 400. As curvas revelam que $(\theta_{\max})_m$ diminuem conforme os valores de \tilde{k}_p e \tilde{k}_L aumentam, porém o efeito da RTC é maior para maiores valores de \tilde{k}_p e menores valores de \tilde{k}_L .

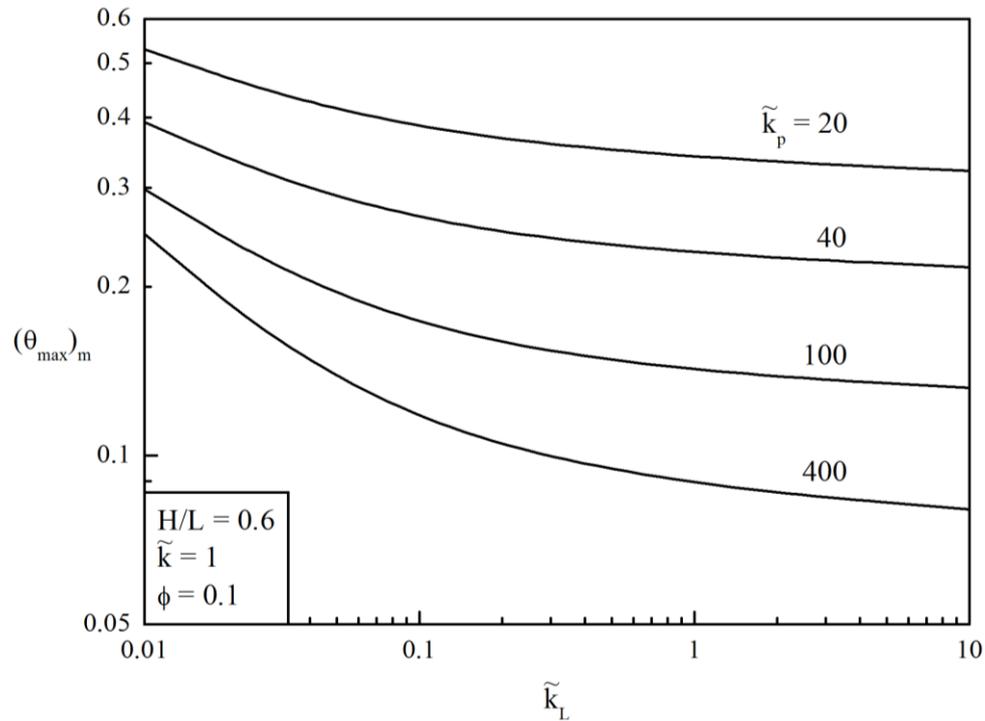


Figura 4.4. Temperatura máxima em excesso adimensional uma vez minimizada $(\theta_{\max})_m$ para diferentes valores de \tilde{k}_L considerando $\tilde{k}_p = 20, 40, 100$ e 400 .

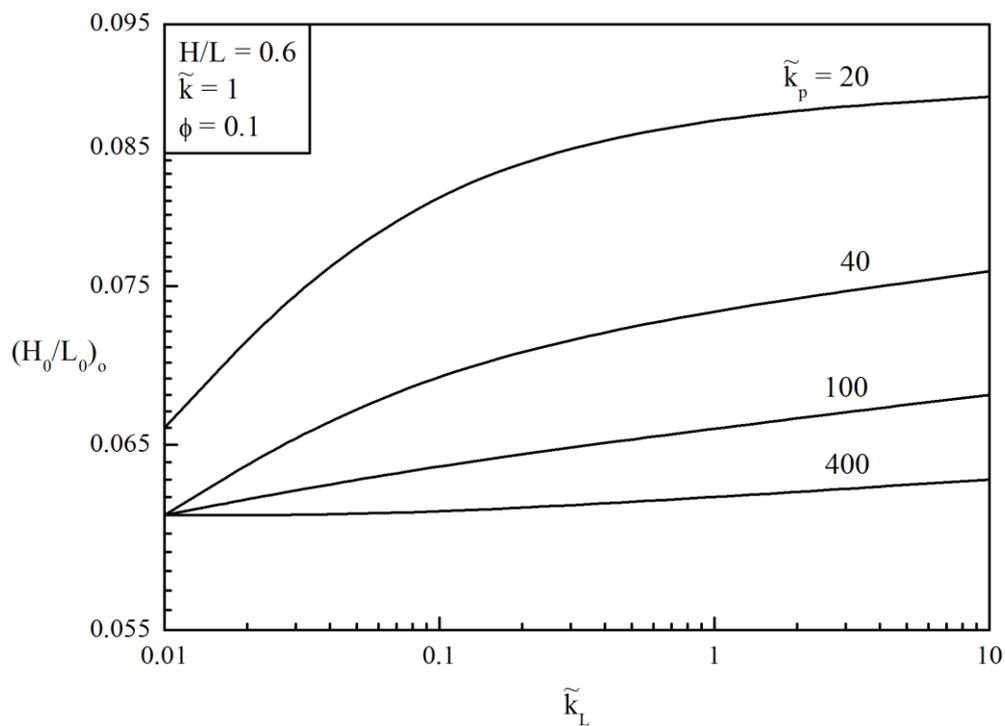


Figura 4.5. Razão de aspecto uma vez otimizada $(H_0/L_0)_o$ para diferentes valores de \tilde{k}_L considerando $\tilde{k}_p = 20, 40, 100$ e 400 .

O efeito de \tilde{k}_L na curva de $(H_0/L_0)_o$ é demonstrado na Figura 4.5. Os resultados indicam que $(H_0/L_0)_o$ é quase insensível ao valor de \tilde{k}_L para altos valores de \tilde{k}_p . Entretanto, $(H_0/L_0)_o$ aumenta conforme \tilde{k}_p e \tilde{k}_L aumentam. É interessante notar que para $\tilde{k}_L = 0,01$ o valor de $(H_0/L_0)_o$ encontrado para as configurações com $\tilde{k}_p = 40, 100$ e 400 foram constantes e iguais a $0,061$. Conforme o valor de \tilde{k}_L aumenta, ocorre um aumento nas flutuações da razão de aspecto $(H_0/L_0)_o$ para diferentes valores de \tilde{k}_p atingindo 29% para $\tilde{k}_L = 10$.

As configurações otimizadas e a temperatura máxima em excesso para vários valores de \tilde{k}_p e \tilde{k}_L , assim como para o caso envolvendo CTP são mostradas a seguir na Figura 4.6.

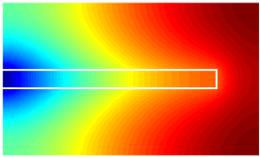
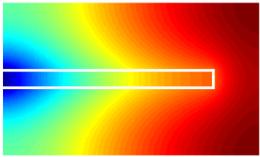
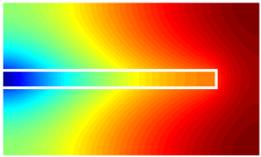
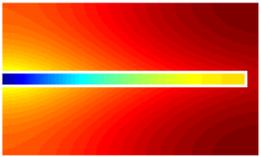
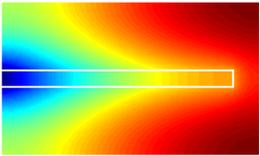
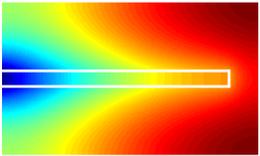
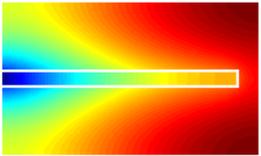
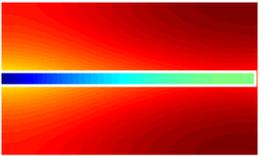
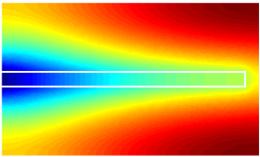
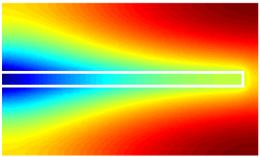
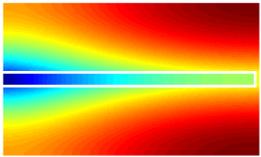
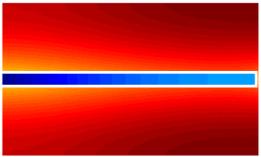
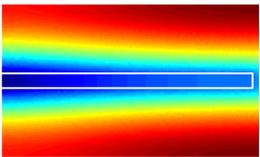
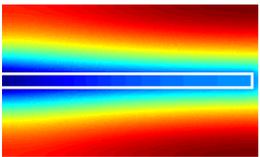
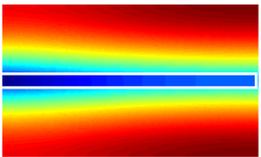
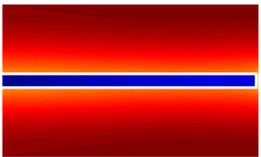
	Perfect thermal contact	$\tilde{k}_L = 10$	$\tilde{k}_L = 0.1$	$\tilde{k}_L = 0.01$
$\tilde{k}_p = 20$	 $\theta_{\max} = 0.31, (H_0/L_0)_o = 0.086$	 $\theta_{\max} = 0.32, (H_0/L_0)_o = 0.089$	 $\theta_{\max} = 0.35, (H_0/L_0)_o = 0.086$	 $\theta_{\max} = 0.53, (H_0/L_0)_o = 0.066$
$\tilde{k}_p = 40$	 $\theta_{\max} = 0.20, (H_0/L_0)_o = 0.074$	 $\theta_{\max} = 0.22, (H_0/L_0)_o = 0.076$	 $\theta_{\max} = 0.24, (H_0/L_0)_o = 0.071$	 $\theta_{\max} = 0.39, (H_0/L_0)_o = 0.061$
$\tilde{k}_p = 100$	 $\theta_{\max} = 0.12, (H_0/L_0)_o = 0.067$	 $\theta_{\max} = 0.13, (H_0/L_0)_o = 0.068$	 $\theta_{\max} = 0.15, (H_0/L_0)_o = 0.064$	 $\theta_{\max} = 0.30, (H_0/L_0)_o = 0.061$
$\tilde{k}_p = 400$	 $\theta_{\max} = 0.07, (H_0/L_0)_o = 0.063$	 $\theta_{\max} = 0.08, (H_0/L_0)_o = 0.063$	 $\theta_{\max} = 0.10, (H_0/L_0)_o = 0.061$	 $\theta_{\max} = 0.25, (H_0/L_0)_o = 0.061$

Figura 4.6. Geometrias otimizadas para diferentes valores de \tilde{k}_p e \tilde{k}_L , considerando CTP e a presença da RTC.

As representações gráficas da Figura 4.6 reforçam a ideia que o efeito da RTC nas configurações é maior quando \tilde{k}_p é pequeno e \tilde{k}_L é elevado. Cabe destacar que os pontos quentes são melhores distribuídos quando \tilde{k}_p aumenta e \tilde{k}_L diminui. É visível a influência da RTC na performance térmica do sistema já que a configuração com $\tilde{k}_p = 400$ e $\tilde{k}_L = 0,01$ apresentou performance inferior à maioria das configurações com $\tilde{k}_p = 40$ apresentando desempenho semelhante, porém inferior, à configuração com $\tilde{k}_p = 20$ e considerando CTP.

As Figuras 4.7 e 4.8 mostram o efeito da razão de aspecto H/L sobre os valores da temperatura máxima em excesso uma vez minimizada, $(\theta_{\max})_m$ e a razão de aspecto otimizada, $(H_0/L_0)_o$ para configurações sem resistência de contato e a curva para $\tilde{k}_L = 0,1$ quando $\tilde{k}_p = 100$.

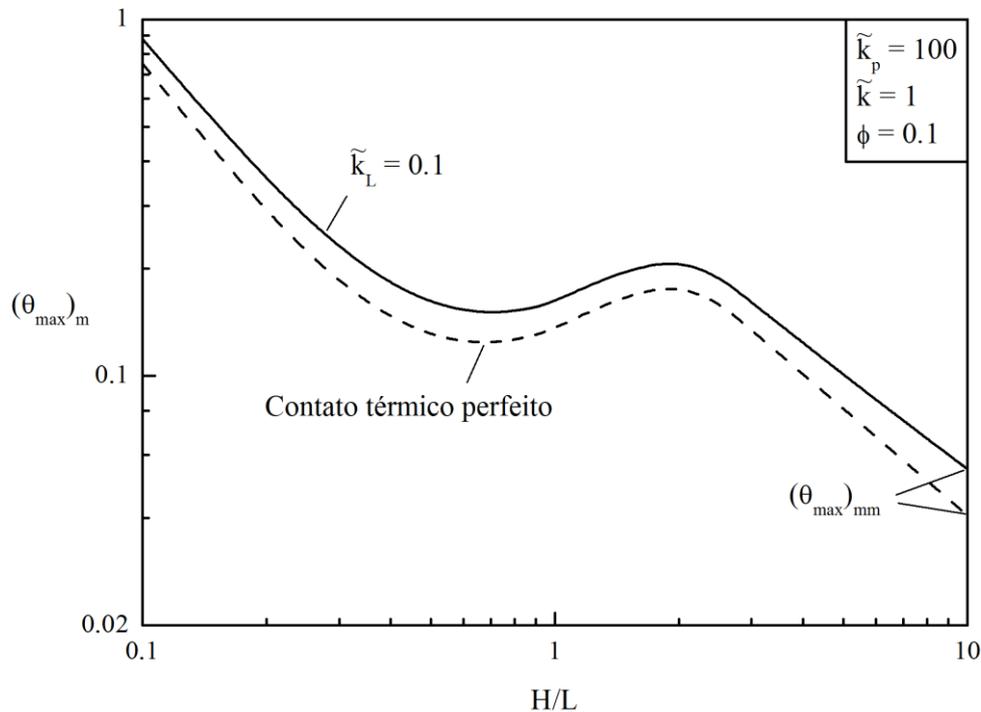


Figura 4.7. Temperatura máxima em excesso adimensional uma vez minimizada, $(\theta_{\max})_m$ para uma faixa de valores H/L , considerando CTP e $\tilde{k}_L = 0,1$ para o caso com RTC.

A análise visual da Figura 4.7 mostra que a curva da temperatura máxima em excesso adimensional uma vez minimizada, $(\theta_{\max})_m$, para o caso com RTC é plotada imediatamente acima da curva onde se considera CTP. Os valores de RMS calculados entre as duas curvas foram 19,5%. Os resultados também mostraram que existe um mínimo local quando H/L é aproximadamente 0,6 e um mínimo global no ponto extremo do intervalo $(H/L)_o = 10$ para ambas as curvas.

A Figura 4.8 mostra o efeito de H/L na razão de aspecto otimizada $(H_0/L_0)_o$, que praticamente não depende da presença da RTC porque H/L tem pouca influência na geometria quando ambas curvas foram comparadas, i.e., ambas curvas praticamente coincidem com valores de RMS iguais a 5,4%.

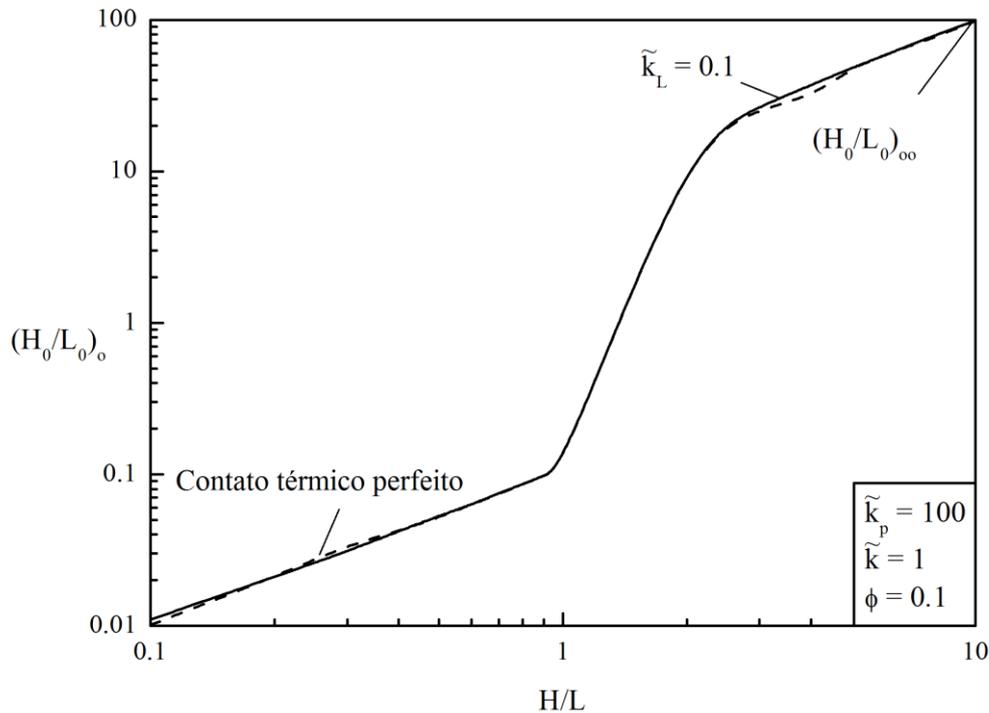


Figura 4.8. Razão de aspecto otimizada $(H_0/L_0)_o$ para uma faixa de valores de H/L considerando CTP e $\tilde{k}_L = 0,1$ para o caso com RTC.

4.2 Resultados para a Geometria "T" com Condutividade Térmica Uniforme

Da mesma forma como foi modelada a geometria "I", a geometria "T" trata-se de uma configuração que considera três componentes: um caminho de alta condutividade térmica em forma de "T", um volume gerador de calor com baixa condutividade térmica e um terceiro material com alta resistividade térmica que, neste caso, desempenha o papel da RTC entre os dois primeiros mencionados.

Primeiramente a análise contou com a otimização geométrica baseada somente na variação da razão de aspecto (L_1/L_0) como pode ser visualizado no diagrama da Figura 4.9.

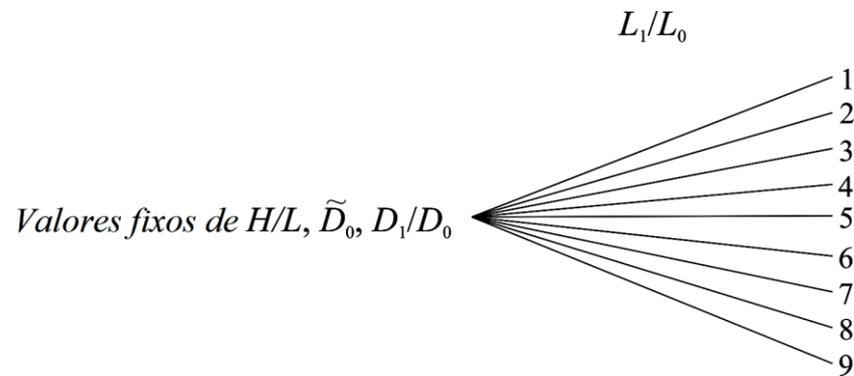


Figura 4.9. Diagrama representativo das simulações realizadas com a presença da resistência de contato e o contato térmico perfeito considerando os valores fixos $H/L = 1$, $\tilde{D}_0 = 0,1$ e $D_1/D_0 = 0,3$ para um intervalo de valores de L_1/L_0 .

Assim, foram realizadas simulações para um valor fixo de $H/L = 1$, $\tilde{D}_0 = 0,1$ e $D_1/D_0 = 0,45$ considerando diferentes valores de (L_1/L_0) nos casos onde se considerou CTP ou envolvendo a presença da RTC.

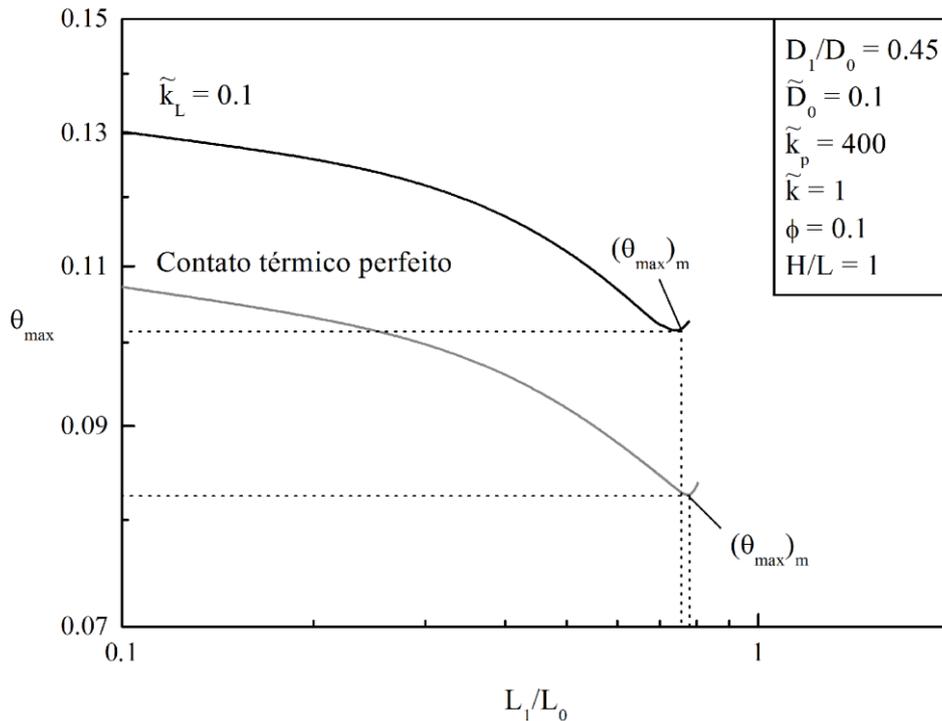


Figura 4.10. Curva de (θ_{\max}) para valores fixos de H/L , \tilde{D}_0 e (D_1/D_0) para um intervalo de valores de (L_1/L_0) , considerando simulações com e sem RTC.

Os valores de θ_{\max} obtidos na primeira análise são plotados na Figura 4.10, onde a curva superior se refere às simulações envolvendo a presença da RTC e a curva abaixo se refere ao caso de CTP. O ponto de inflexão da curva onde a geometria foi otimizada para a razão de aspecto (L_1/L_0) corresponde ao valor $L_1/L_0 = 0,75$ para a situação com RTC e $L_1/L_0 = 0,79$ para o caso de CTP sendo as respectivas temperaturas máximas em excesso iguais a $(\theta_{\max})_m = 0,1011$ e $(\theta_{\max})_m = 0,0822$ para ambos modelos. Verificou-se que a presença do material interposto entre o elemento condutivo e o volume gerador de calor aumentou significativamente a temperatura máxima em excesso apresentando valores de RMS iguais a 17,70% entre as duas curvas.

A Figura 4.11 abaixo apresenta as duas configurações, com e sem RTC, otimizadas com respeito a (L_1/L_0) .

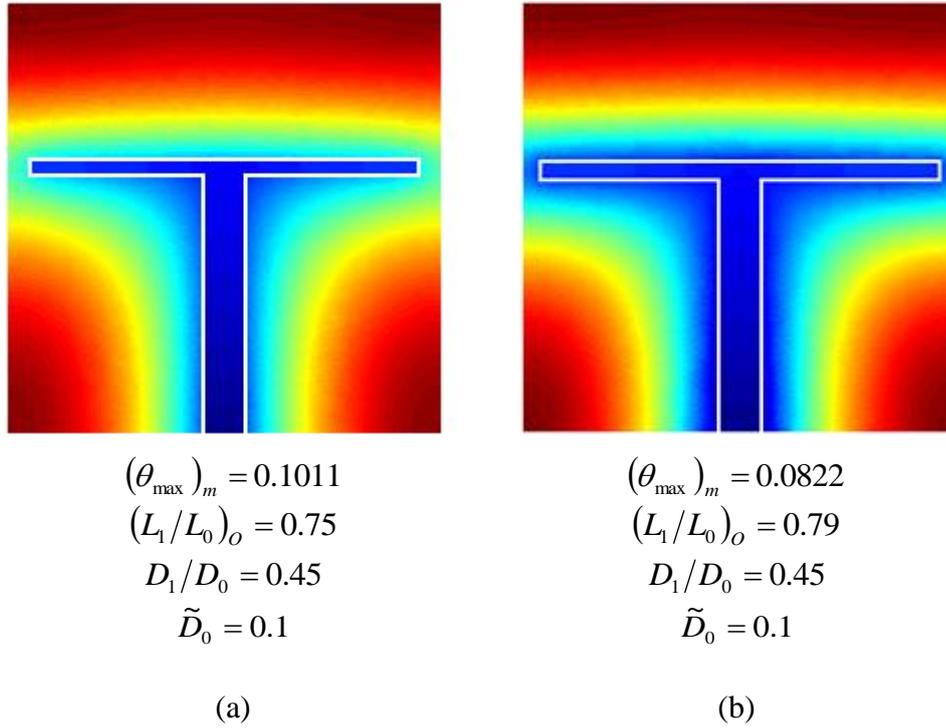


Figura 4.11. Geometrias otimizadas: (a) modelo incluindo a RTC,
 (b) modelo considerando CTP.

A próxima análise incluiu a otimização da geometria, desta vez considerando as duas razões de aspecto (D_1/D_0) e (L_1/L_0) simultaneamente, portanto gerando uma geometria duplamente otimizada que gera uma temperatura máxima em excesso duas vezes minimizada, $(\theta_{\max})_{mm}$.

O diagrama da Figura 4.12 mostra esquematicamente as combinações realizadas entre os graus de liberdade e as simulações geradas. Assim, foram realizadas nove simulações de (L_1/L_0) para cada um dos nove valores envolvendo (D_1/D_0) , portanto totalizando 81 simulações para cada modelo – com e sem RTC.

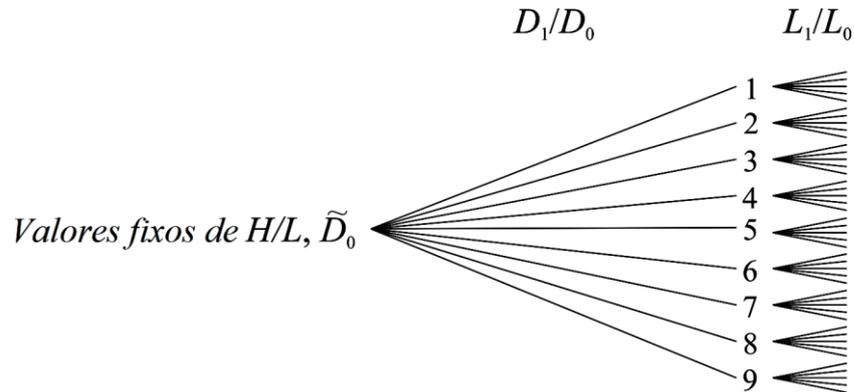


Figura 4.12. Diagrama representativo das simulações realizadas na presença da RTC e para o caso de CTP, considerando $H/L = 1$ e $\tilde{D}_0 = 0,1$, para uma faixa de valores de (D_1/D_0) e (L_1/L_0) .

Novamente, considerando os valores de $H/L = 1$ e $\tilde{D}_0 = 0,1$, foi possível determinar as curvas de $(\theta_{\max})_m$ como função de (D_1/D_0) como mostrado na Figura 4.13 e finalmente encontrando um excesso de temperatura adimensional duas vezes minimizado, $(\theta_{\max})_{mm}$, para cada modelo considerado. Nesse caso, o valor encontrado foi $(\theta_{\max})_{mm} = 0,0995$ e $(\theta_{\max})_{mm} = 0,0821$ para modelos com e sem RTC, onde $(D_1/D_0)_o = 0,4$ e $(D_1/D_0)_o = 0,425$ correspondente aos respectivos graus de liberdade considerados. Os valores de RMS para as flutuações da máxima temperatura em excesso considerando os dois modelos foram iguais a 21,87%.

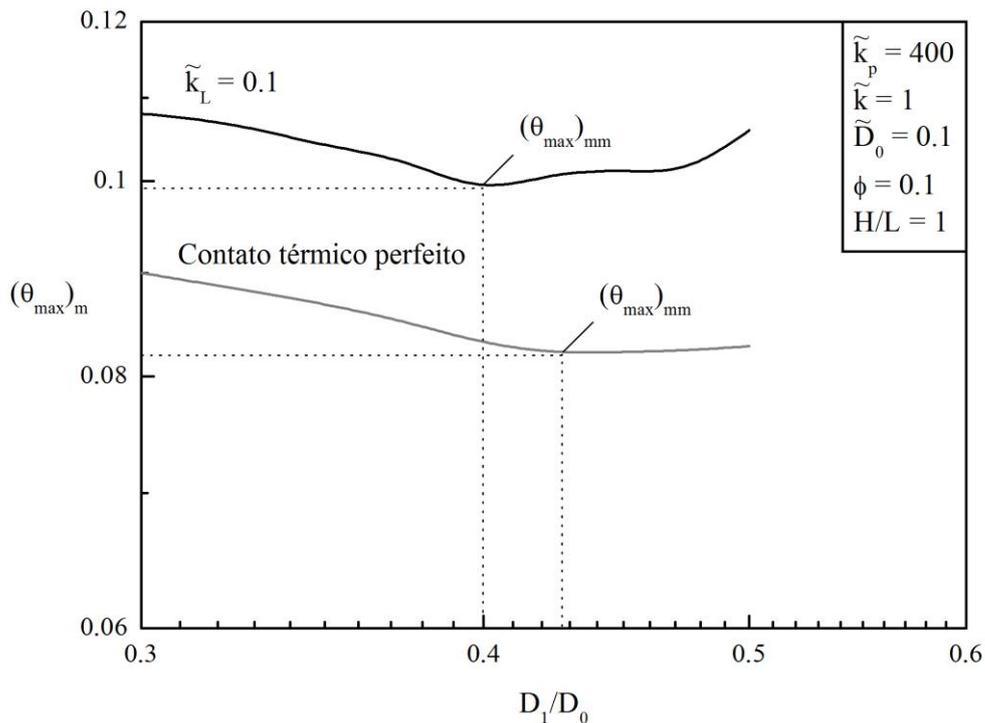


Figura 4.13. Curvas de $(\theta_{\max})_m$ para $H/L = 1$ e $\tilde{D}_0 = 0,1$ e um intervalo de valores de (L_1/L_0) e (D_1/D_0) , considerando os modelos com e sem resistência de contato.

A seguir, a Figura 4.14 apresenta o efeito de D_1/D_0 sobre as curvas de $(L_1/L_0)_o$ e os valores duplamente otimizados $(L_1/L_0)_{oo}$ para os modelos com RTC e CTP. O valor encontrado para ambas as curvas foi $(L_1/L_0)_{oo} = 0,83$ com pequenas flutuações de RMS equivalente a 2,63% entre os modelos considerados. A Figura 4.15 apresenta as geometrias duas vezes otimizadas para os respectivos graus de liberdade.

A última análise conduzida com relação a otimização geométrica do caminho condutivo com geometria em forma de "T" contou com o valor fixo de $H/L = 1$ e simultaneamente a variação dos três graus de liberdade (L_1/L_0) , (D_1/D_0) e (\tilde{D}_0) .

Neste caso 9 simulações foram realizadas para a razão de aspecto (L_1/L_0) considerando 9 valores assumidos pela razão de aspecto (D_1/D_0) que por sua vez são multiplicados por 10 valores assumidos pelo grau de liberdade (\tilde{D}_0) , provendo, portanto, um total de 810 simulações. O diagrama esquemático das simulações realizadas nessa última análise é apresentado na Figura 4.16.

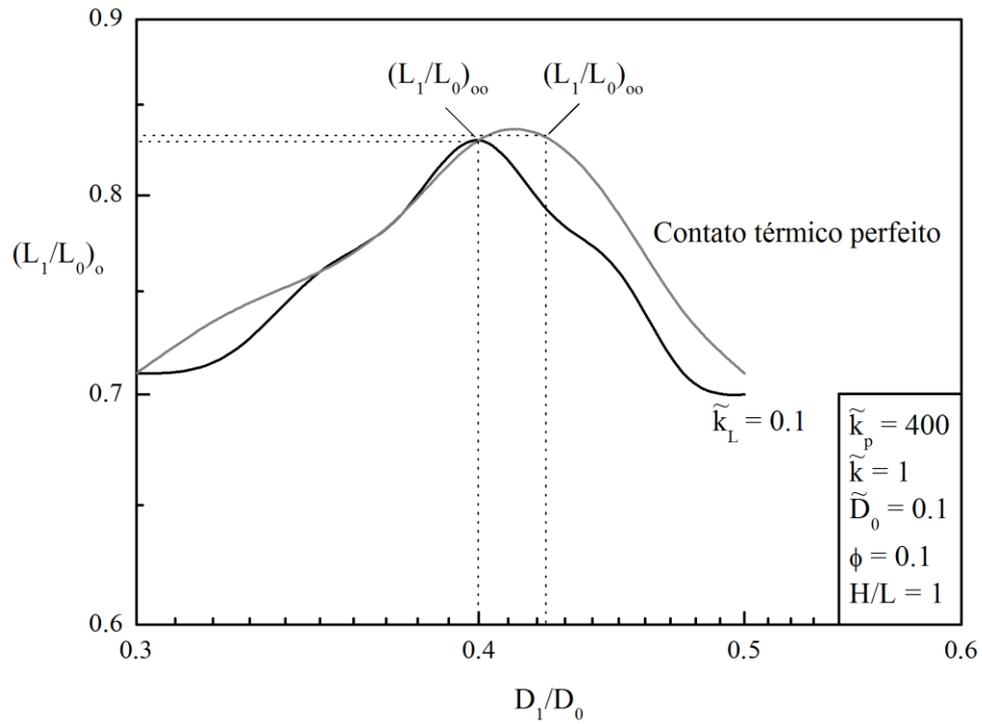


Figura 4.14. Curvas de $(L_1/L_0)_o$ para $H/L = 1$ e $\tilde{D}_0 = 0,1$ e um intervalo de valores de (D_1/D_0) , considerando as simulações com e sem a RTC.

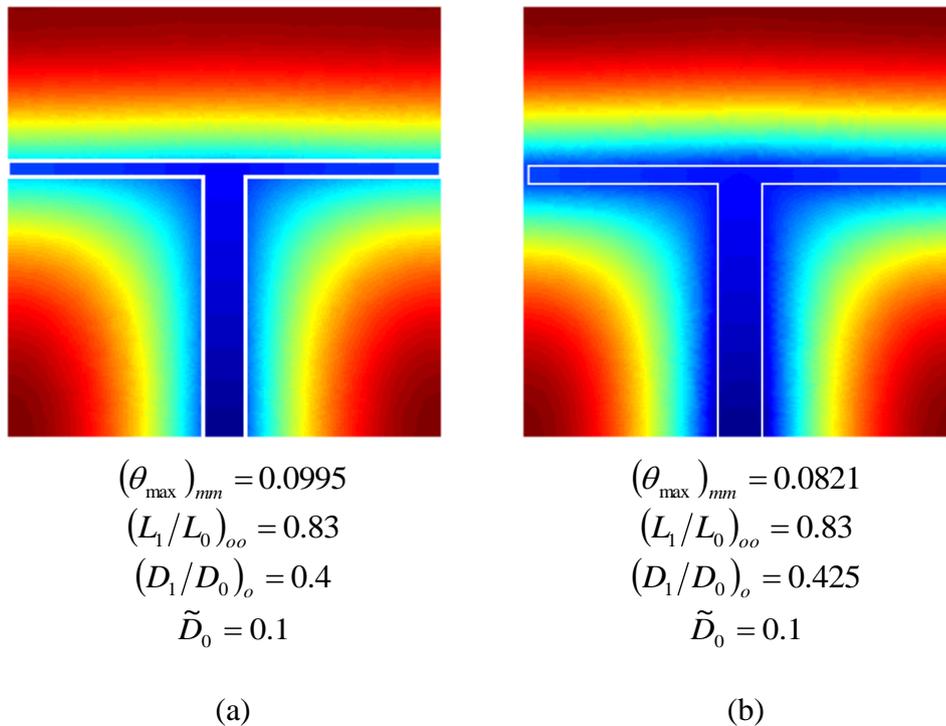


Figura 4.15. Geometrias duplamente otimizadas: (a) modelo incluindo a RTC, (b) modelo considerando CTP.

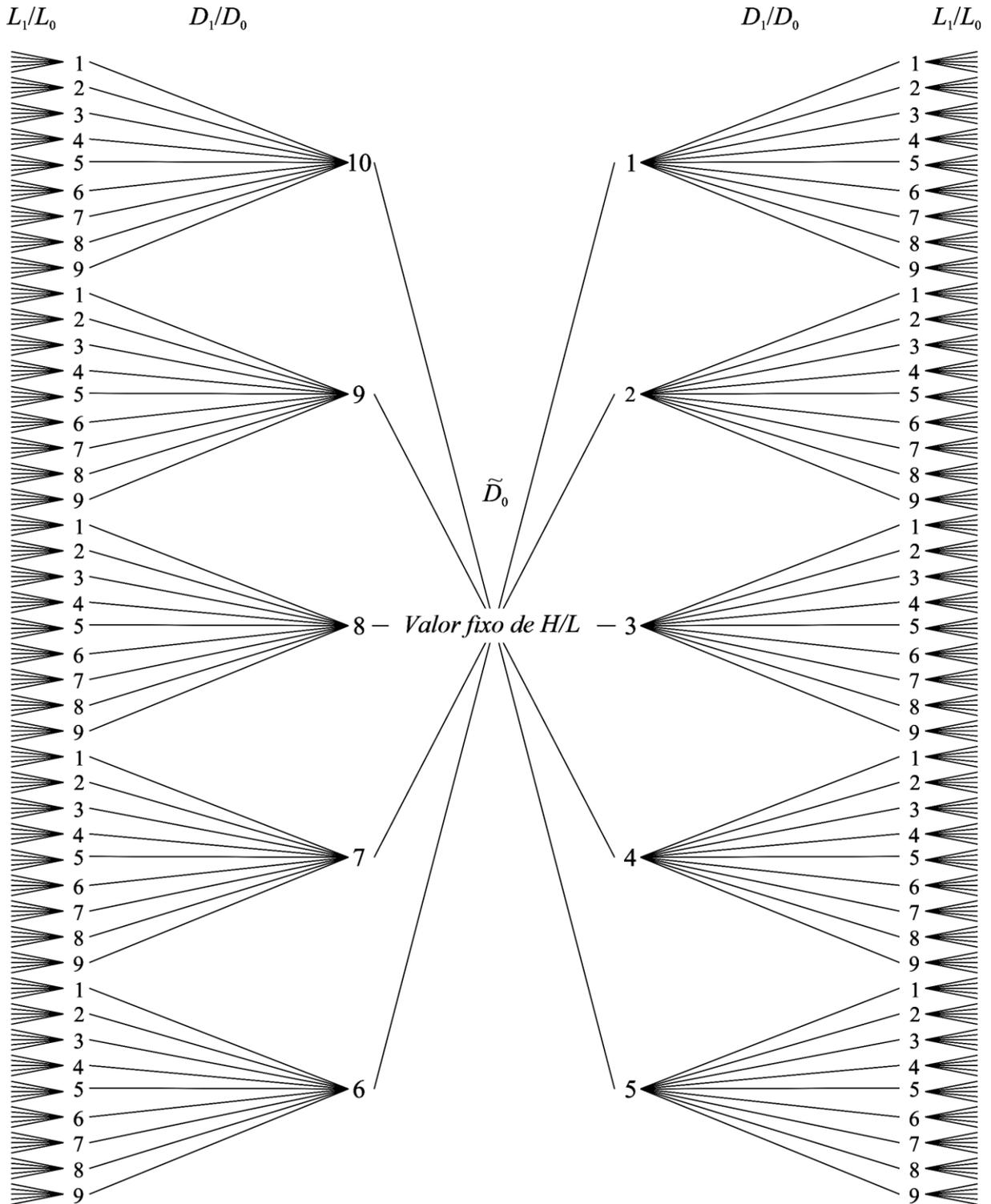


Figura 4.16. Diagrama representativo das simulações realizadas com a presença da RTC e CTP, para o valor de $H/L = 1$ e um intervalo de valores para (\tilde{D}_0) , (D_1/D_0) e (L_1/L_0) .

Os resultados para as curvas da temperatura máxima em excesso otimizadas duas vezes, $(\theta_{\max})_{\text{mm}}$, assim como a razão de aspecto duas vezes otimizada $(L_1/L_0)_{\text{oo}}$ e a razão de aspecto uma vez otimizada $(D_1/D_0)_o$ como uma função da variação de comprimento \tilde{D}_0 são mostradas nas Figuras 4.17 – 4.19, assim como os campos de temperatura (Figura 4.20).

Na Figura 4.17, são apresentadas as curvas de temperatura para os dois modelos estudados. A análise gráfica indica que o valor duas vezes minimizado para a temperatura máxima em excesso diminui com a diminuição de \tilde{D}_0 , apresentando valores ótimos iguais a $(\theta_{\max})_{\text{mmm}} = 0,0821$ e $(\theta_{\max})_{\text{mmm}} = 0,0991$ para modelos com e sem RTC. Flutuações nas curvas de temperatura entre os dois modelos apresentaram valores de RMS iguais a 25,60%.

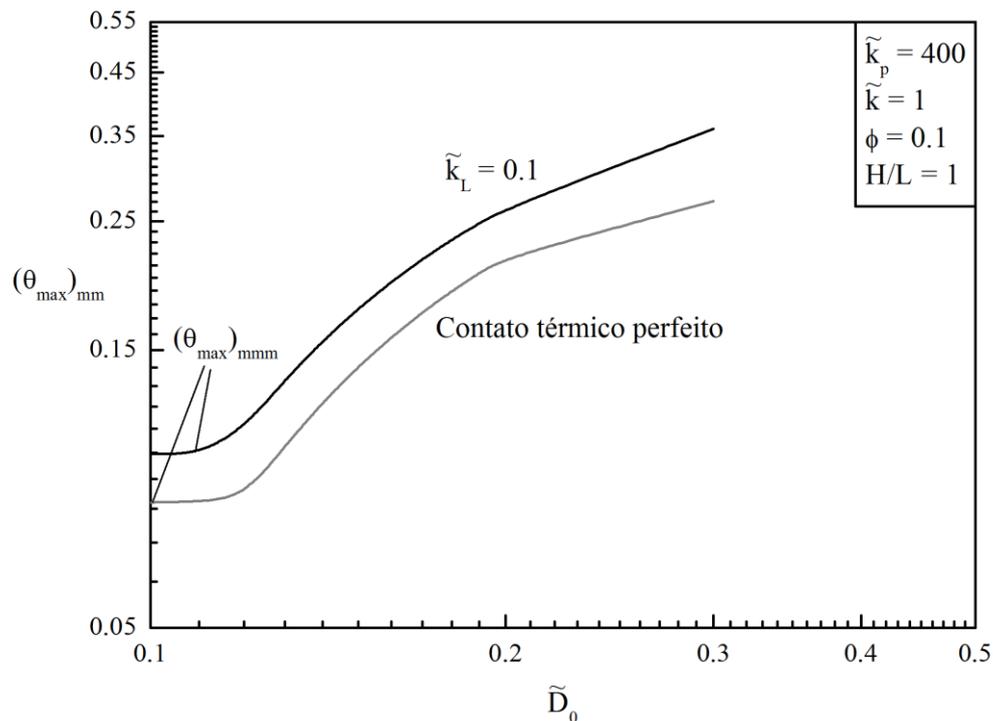


Figura 4.17. Curvas de $(\theta_{\max})_{\text{mm}}$ e valores da temperatura máxima em excesso três vezes minimizada, $(\theta_{\max})_{\text{mmm}}$, para $H/L = 1$, $(L_1/L_0)_{\text{oo}}$ e $(D_1/D_0)_o$, como função de (\tilde{D}_0) considerando simulações com e sem a RTC.

Seguindo a análise das curvas mostradas na Figura 4.18, os valores da geometria três vezes otimizada correspondem a $(L_1/L_0)_{\text{ooo}} = 0,8$ e $(L_1/L_0)_{\text{ooo}} = 0,83$ para os modelos com e sem RTC.

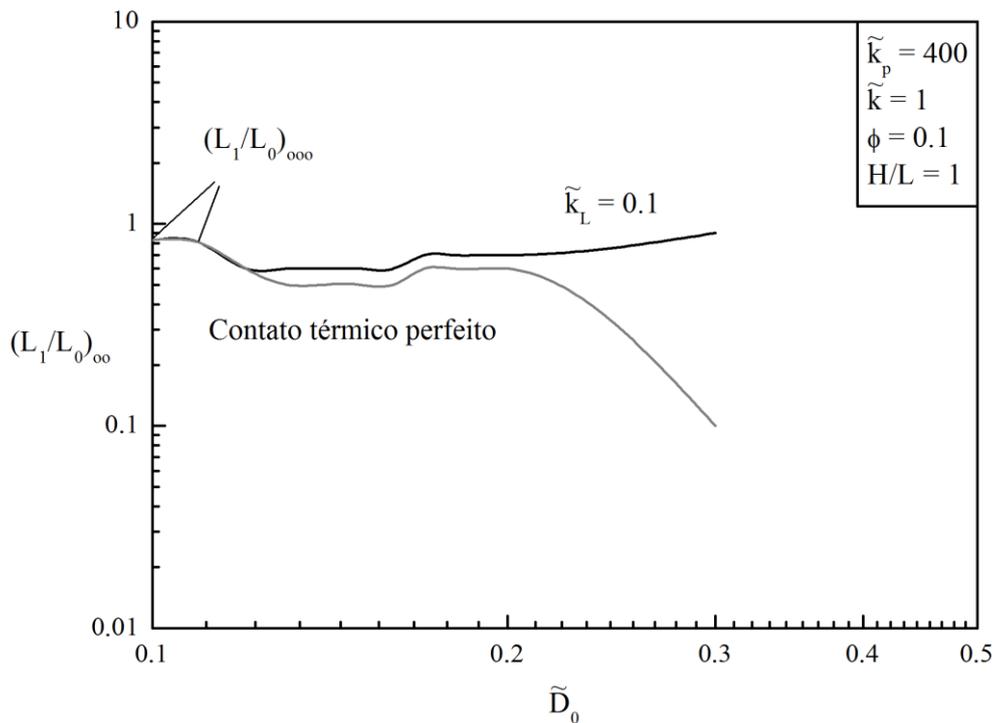


Figura 4.18. Curvas de $(L_1/L_0)_{oo}$ e geometria três vezes otimizada, $(L_1/L_0)_{ooo}$ para $H/L = 1$ e $(D_1/D_0)_o$ como função de $(\tilde{D}_0)_o$, considerando simulações com e sem RTC.

As flutuações entre as curvas de ambos modelos foram pequenas, com valores de RMS iguais a 15,68%.

Encerrando a análise gráfica da geometria otimizada $(D_1/D_0)_o$, os valores otimizados encontrados na Figura 4.19 correspondem a $(D_1/D_0)_{oo} = 0,3$ e $(D_1/D_0)_{ooo} = 0,425$ para as configurações com e sem RTC com valores iguais a $(\tilde{D}_0)_o = 0,11$ e $(\tilde{D}_0)_o = 0,1$ para os respectivos modelos. As duas curvas são quase coincidentes exceto para valores de $(\tilde{D}_0)_o$ menores que 0,11 e maiores que 0,2. Os valores de RMS entre as curvas foram de 11,67%. Cabe destacar, tanto na Figura 4.18 como na Figura 4.19, que os valores das curvas de $(L_1/L_0)_{oo}$ e $(D_1/D_0)_o$ para ambos os modelos apresentam valores próximos conforme aumentam os valores de \tilde{D}_0 passando a divergir significativamente para valores de \tilde{D}_0 maiores que 0,2.

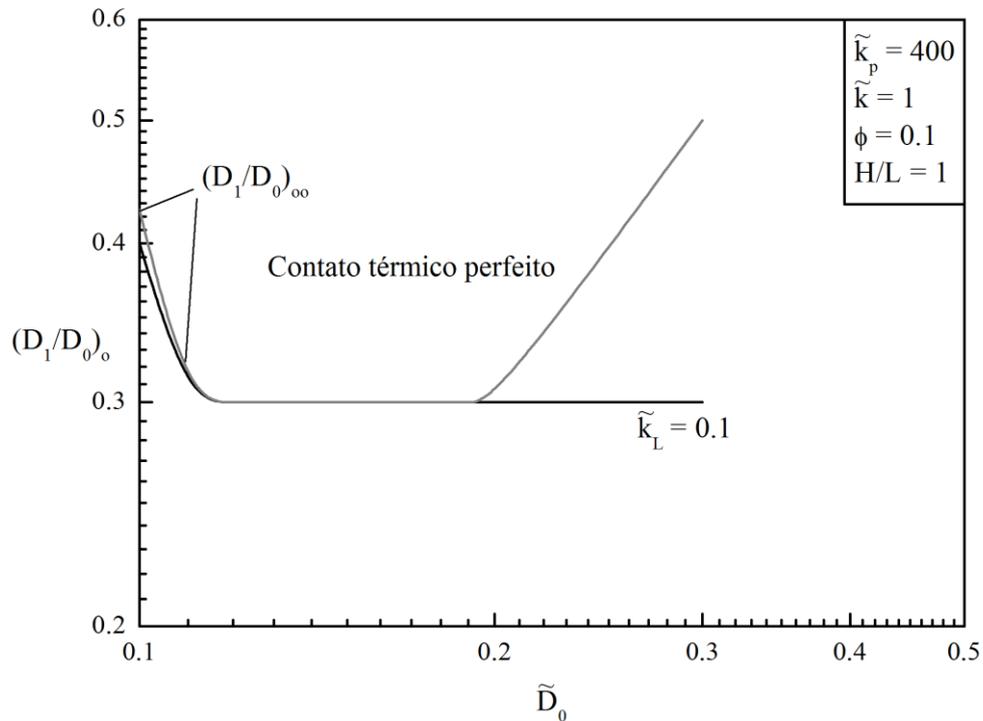


Figura 4.19. Curvas de $(D_1/D_0)_o$ e razão de aspecto duas vezes otimizada $(D_1/D_0)_{oo}$ para um valor de $H/L = 1$, como função de \tilde{D}_0 , considerando as simulações com e sem RTC.

A análise da geometria três vezes otimizada com respeito aos graus de liberdade (\tilde{D}_0), (L_1/L_0) e (D_1/D_0) é apresentada na Figura 4.20. A geometria otimizada obtida pela aproximação numérica tem uma fina espessura do ramo do "T" com um grande comprimento quase tocando as paredes do volume elementar. Como esperado, os pontos quentes são melhor distribuídos na configuração ótima, i.e., a geometria otimizada apresenta uma distribuição dos pontos quentes não somente na região superior do volume elementar, mas também nos extremos inferiores.

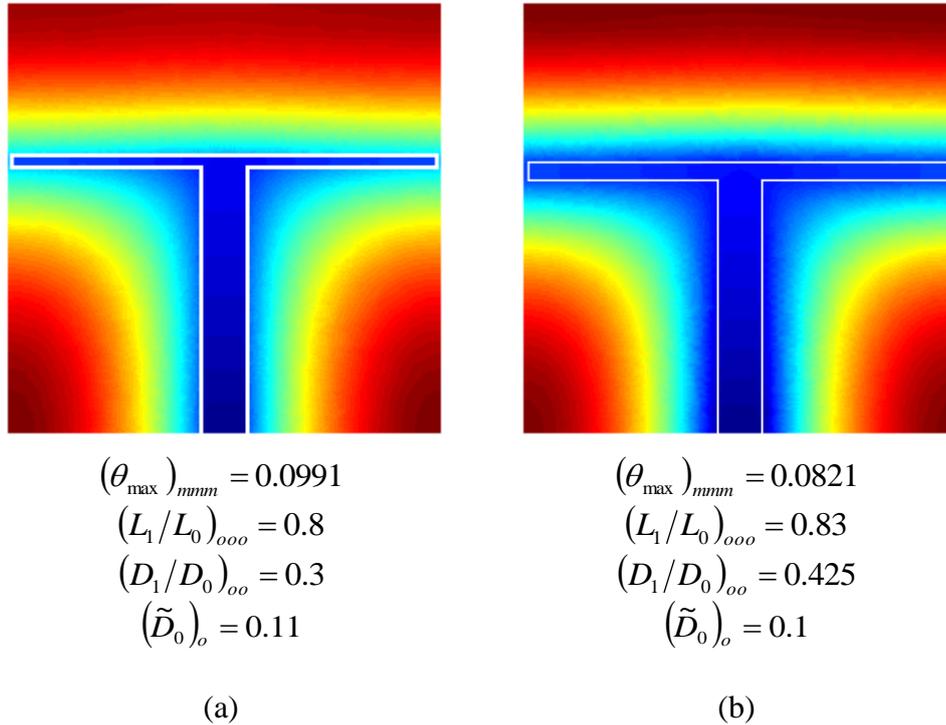


Figura 4.20. Geometria três vezes otimizada: (a) modelo incluindo a RTC, (b) modelo considerando CTP.

4.3 Resultados para a Geometria "T" com Condutividade Térmica Variável

Em um primeiro momento verificou-se a temperatura máxima em excesso do corpo gerador de calor considerando um intervalo de valores de L_1/L_0 . Para essa primeira etapa das simulações foi escolhida a configuração que segue: $\phi_1 = 0.07$, $0,2 \leq L_1/L_0 \leq 0,7$ e $(D_0/L_0) = 0.06$, conforme mostra o diagrama da Figura 4.21. A Figura 4.22 a seguir, apresenta graficamente os resultados dessa primeira análise considerando ambos os modelos: com e sem RTC.

A otimização para um único grau de liberdade como mostrada na Figura 4.22 parece manter o mesmo perfil para ambos modelos: conforme a haste horizontal do "T" se aproxima da parede do volume elementar (valores elevados para a razão L_1/L_0) a temperatura máxima em excesso adimensional assume valores menores.

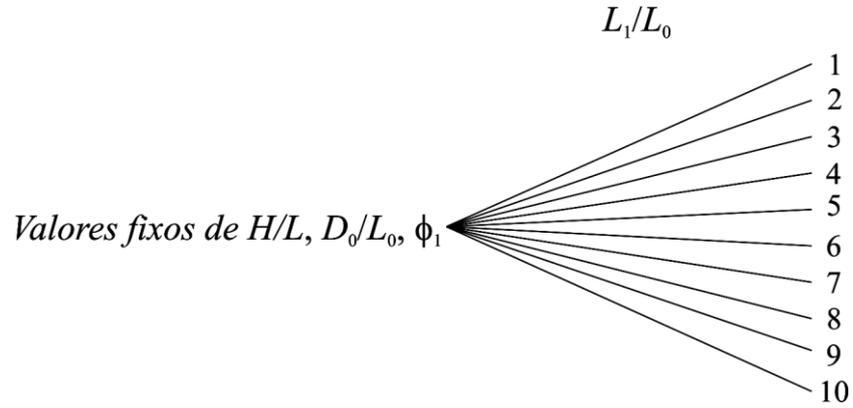


Figura 4.21. Diagrama das simulações com variação de um único grau de liberdade (L_1/L_0).

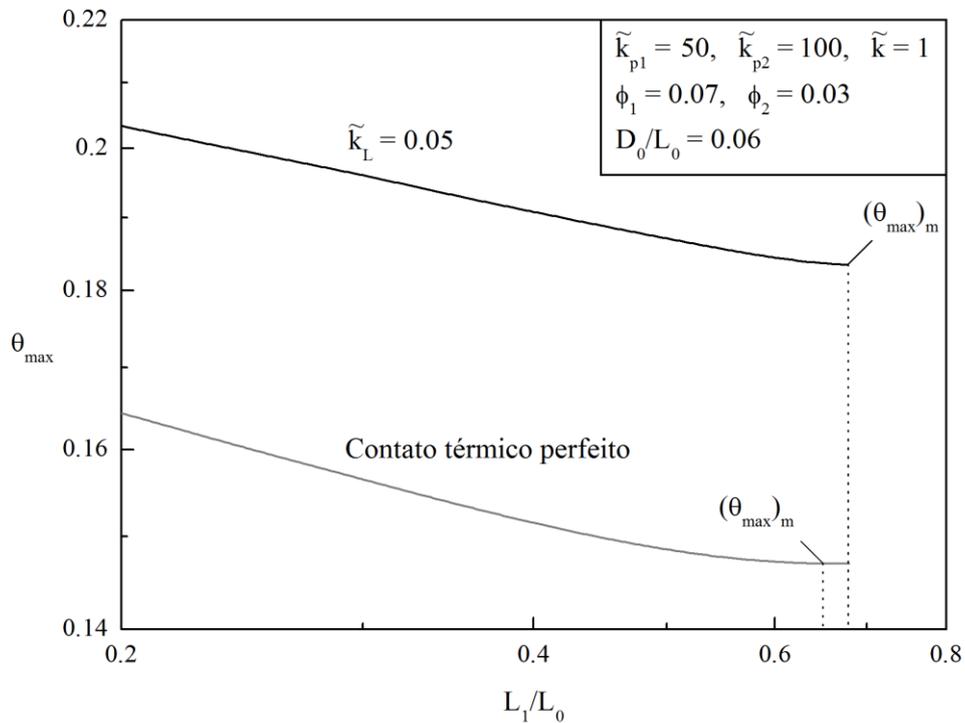


Figura 4.22. Temperatura máxima em excesso, θ_{\max} , para um intervalo de L_1/L_0 considerando CTP e $k_L = 0,05$ para o caso da presença da RTC.

De fato os menores valores calculados para a temperatura máxima em excesso para ambos modelos foi $(\theta_{\max})_m = 0,1469$ considerando CTP e $(\theta_{\max})_m = 0,1834$ na presença da RTC. A curva da RTC na Figura 4.22 parece ser quase igual à curva de CTP plotada acima desta última. As flutuações de temperatura entre ambas as curvas foi de 20,17% e as

flutuações entre os valores mínimos para a temperatura máxima em excesso adimensional, considerando ambos modelos, foi de 19,87%. A Figura 4.23 apresenta uma visualização das duas melhores configurações obtidas a partir dessa primeira análise.

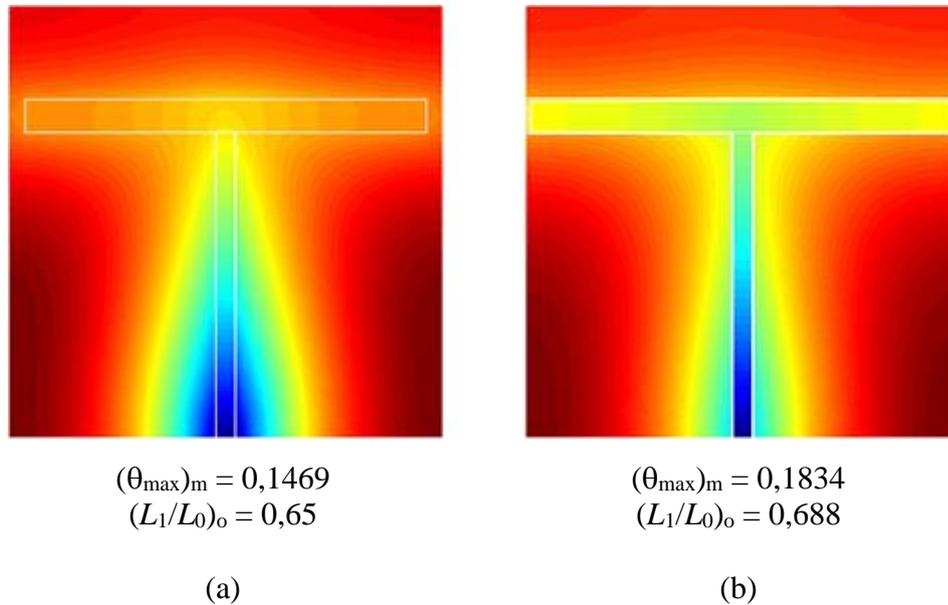


Figura 4.23. Geometrias otimizadas para $\phi_1 = 0.07$ e $D_0/L_0 = 0.06$: (a) modelo considerando CTP, (b) modelo onde se incluiu a RTC.

A próxima análise conta com a otimização simultânea de dois graus de liberdade. Desta vez a geometria foi duplamente otimizada com relação às razões L_1/L_0 e D_0/L_0 . As frações de área ϕ_1 e ϕ_2 mantiveram os mesmos valores usados na primeira otimização, da mesma forma as outras propriedades térmicas foram mantidas constantes. Assim, o mesmo tratamento dado à otimização de um único grau de liberdade foi aqui realizado porém não para um único valor de D_0/L_0 mas para uma faixa de valores conforme mostra o diagrama da Figura 4.24. As Figuras 4.25 e 4.26 apresentam a análise da dupla otimização quando a razão D_0/L_0 variou de 0,05 até 0,1.

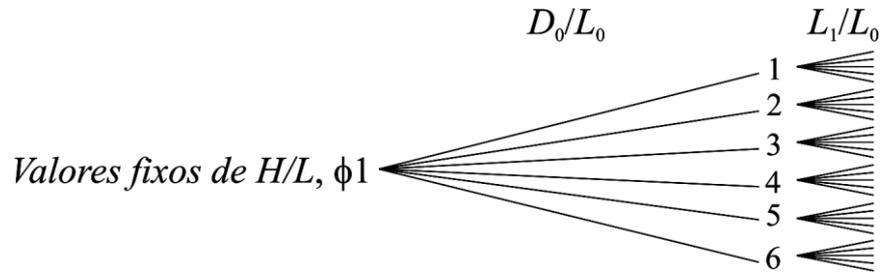


Figura 4.24. Diagrama das simulações envolvendo a variação de dois graus de Liberdade: (D_0/L_0) e (L_1/L_0) simultaneamente.

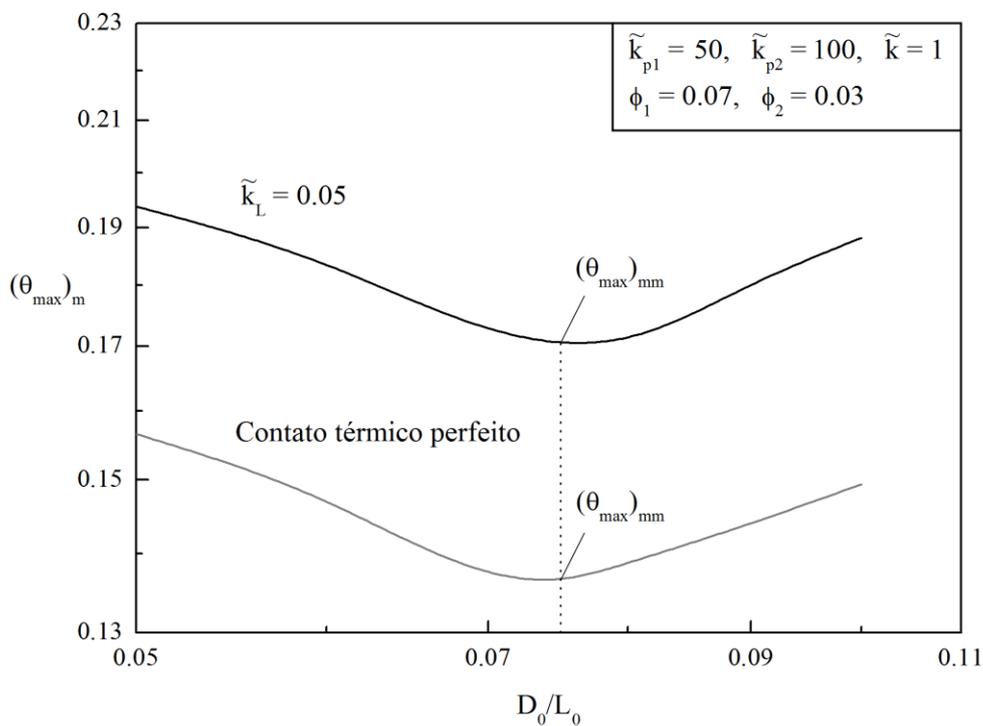


Figura 4.25. Curvas de $(\theta_{\max})_m$ e temperatura máxima em excesso adimensional duplamente minimizada, $(\theta_{\max})_{mm}$, para valores fixos de (H/L) e ϕ_1 e um intervalo de valores de (L_1/L_0) e (D_0/L_0) , considerando simulações com e sem RTC.

A análise da Figura 4.24 mostra que as curvas de $(\theta_{\max})_m$ para ambos modelos apresentam o mesmo perfil estando a curva referente à RTC plotada acima da curva onde se considera CTP. As flutuações obtidas entre ambas as curvas foram 19,17% quando $D_0/L_0 = 0,05$ até 20,62% quando $D_0/L_0 = 0,1$. Os valores de RMS obtidos para ambas as curvas foram 19,77%. A mínima temperatura máxima em excesso foi $(\theta_{\max})_{mm} = 0,1367$ para a situação de CTP e $(\theta_{\max})_{mm} = 0,1706$ para o caso da presença da RTC, ambas temperaturas obtidas para a

razão $D_0/L_0 = 0,075$. Estes valores mostram a influência da RTC no que se refere ao aumento da temperatura máxima em excesso quando esta resistência é considerada nas simulações. Entretanto, as demais flutuações de temperatura entre ambos os modelos foram praticamente iguais com relação a todo o intervalo de D_0/L_0 considerado.

Análise semelhante é realizada na Figura 4.26, quando foi comparada a variação de L_1/L_0 com o aumento da razão D_0/L_0 para ambos os modelos.

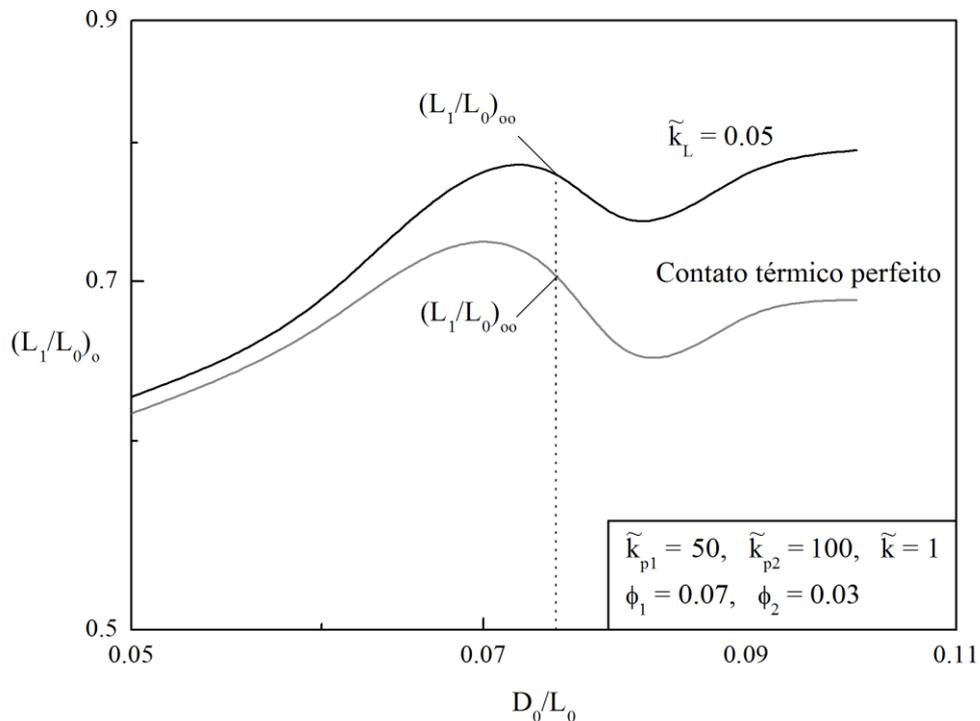


Figura 4.26. Curvas de $(L_1/L_0)_o$ e razão adimensional duplamente otimizada, $(L_1/L_0)_{oo}$, para valores fixos de (H/L) e ϕ_1 para um intervalo de valores de (D_0/L_0) , considerando simulações com e sem RTC.

Verifica-se a importante influência da relação D_0/L_0 no que se diz respeito às flutuações de $(L_1/L_0)_o$ para ambos os modelos. Flutuações de $(L_1/L_0)_o$ são menores para pequenos valores de D_0/L_0 , em torno de 1,6% para $D_0/L_0 = 0,05$ e tornam-se maiores com o aumento de D_0/L_0 atingindo 13,48% para $D_0/L_0 = 0,1$. Os valores de RMS calculados através de todo intervalo D_0/L_0 correspondem a 9,85%. A Figura 4.25 apresentou as temperaturas máximas em excesso adimensionais duplamente minimizadas para ambos os modelos sendo o valor otimizado encontrado para a razão $(D_0/L_0)_o$ equivalente a 0,075, a razão duplamente

otimizada $(L_1/L_0)_{oo}$ encontrada para os modelos com e sem RTC foi $(L_1/L_0)_{oo} = 0,776$ e $(L_1/L_0)_{oo} = 0,704$ respectivamente.

As Figuras 4.25 e 4.26 mostram que a variação de D_0/L_0 tem pouca importância na variação das flutuações entre as temperaturas adimensionais dos modelos estudados mas tem influência direta nas variações das flutuações de (L_1/L_0) considerando o modelo com RTC e o modelo onde se considerou CTP. A Figura 4.27 apresenta a análise visual das geometrias duplamente otimizadas.

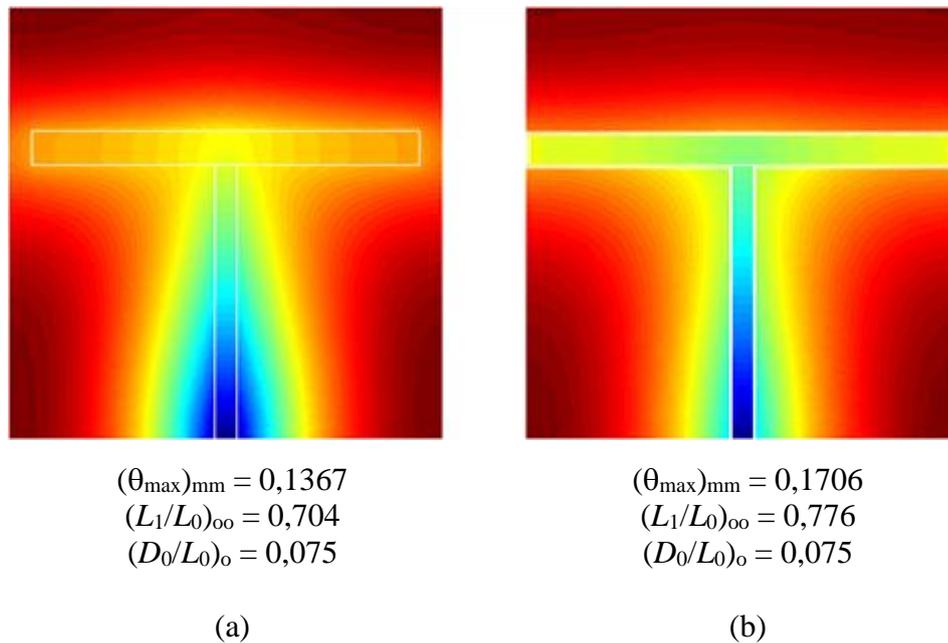


Figura 4.27. Geometrias duplamente otimizadas para $\phi_1 = 0,07$ e $(D_0/L_0)_o = 0,075$: (a) modelo considerando CTP, (b) modelo onde se incluiu a RTC.

A última análise acerca da geometria em forma de "T" com condutividade térmica variável caracteriza-se por considerar a otimização total de cada grau de liberdade do problema. Todos os procedimentos executados anteriormente para um valor fixo de ϕ_1 (foi considerado $\phi_1 = 0,07$) são realizados aqui para um intervalo de ϕ_1 de 0,01 até 0,09. O resultado é uma geometria otimizada considerando os dois graus de liberdade, i.e., uma geometria otimizada com relação a (L_1/L_0) e (D_0/L_0) considerando a variação do parâmetro ϕ_1 , conforme consta no diagrama da Figura 4.28.

No processo de otimização é considerado para cada valor de ϕ_1 um total de 6 simulações para a razão (D_0/L_0) e 10 simulações incluindo (L_1/L_0) para cada valor de (D_0/L_0)

realizando 60 simulações. Como ϕ_1 assumiu 9 valores entre 0,01 até 0,09 tem-se, portanto, um total de 540 simulações. Os resultados numéricos mostram que a geometria otimizada do caminho em forma de "T" tende a apresentar uma haste horizontal com pequena espessura (delgada), i.e., o processo de otimização direciona-se para pequenos valores de ϕ_1 já que este representa a fração de área do elemento condutivo com menor condutividade térmica ($k_{p1} = 50$), uma vez que para uma melhor transferência de calor é desejável uma maior fração de área (ϕ_2) com um elemento de maior condutividade térmica ($k_{p2} = 100$). As Figuras 4.29 e 4.30 apresentam as curvas de $(\theta_{\max})_{\text{mm}}$ e $(L_1/L_0)_{\text{oo}}$ obtidas com a variação de ϕ_1 .

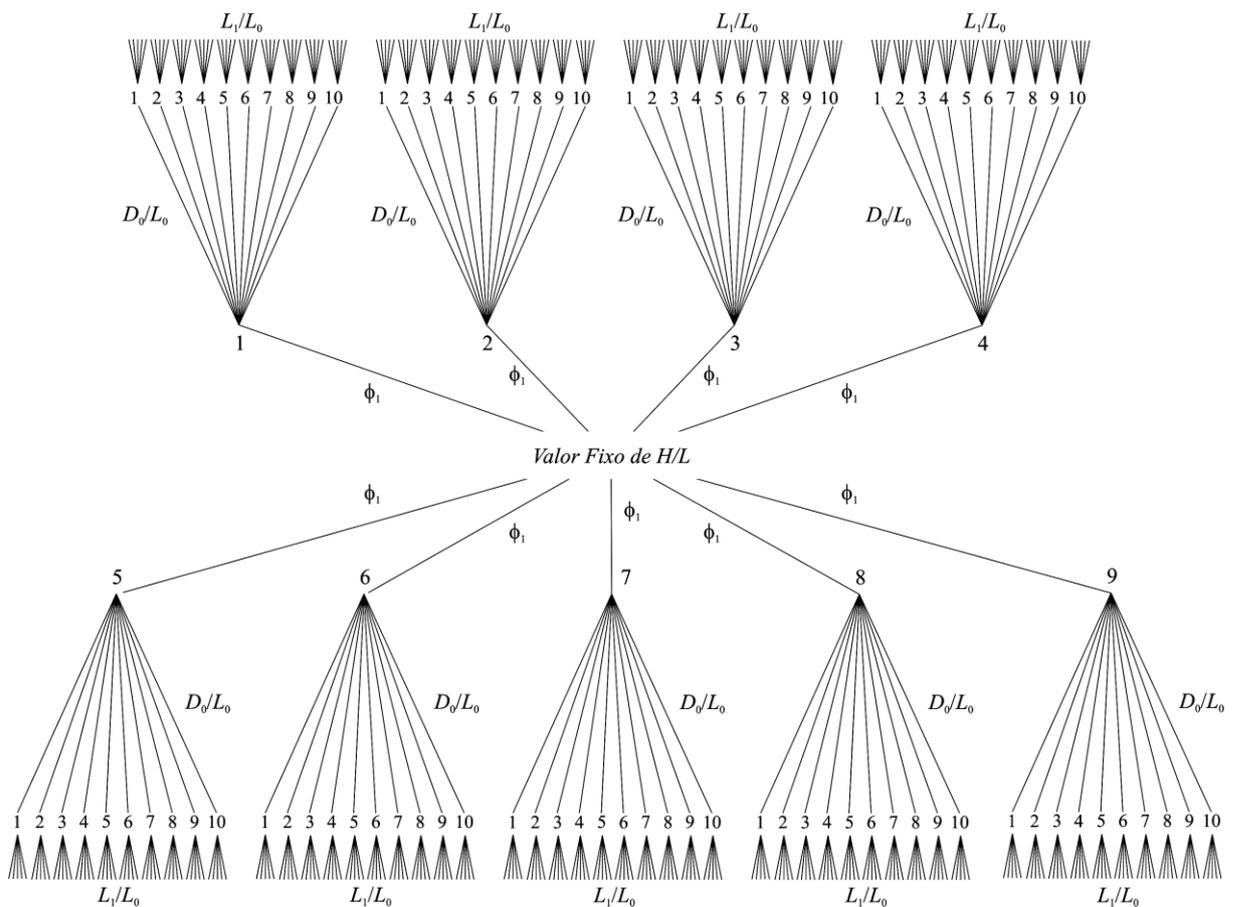


Figura 4.28. Diagrama das simulações com relação aos graus de liberdade (L_1/L_0) e (D_0/L_0) do problema e os valores assumidos pelo parâmetro ϕ_1 .

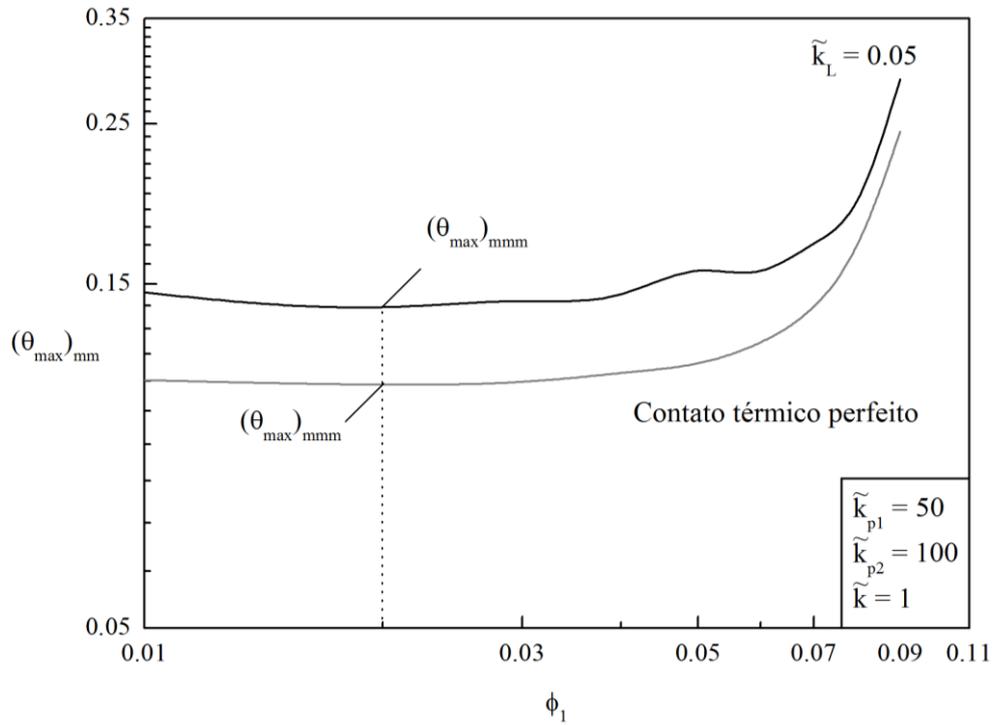


Figura 4.29. Curvas de $(\theta_{\max})_{\text{mm}}$ e temperatura máxima em excesso três vezes minimizada $(\theta_{\max})_{\text{mmm}}$, para valores fixos de (H/L) e um intervalo de valores de (ϕ_1) , considerando simulações com e sem RTC.

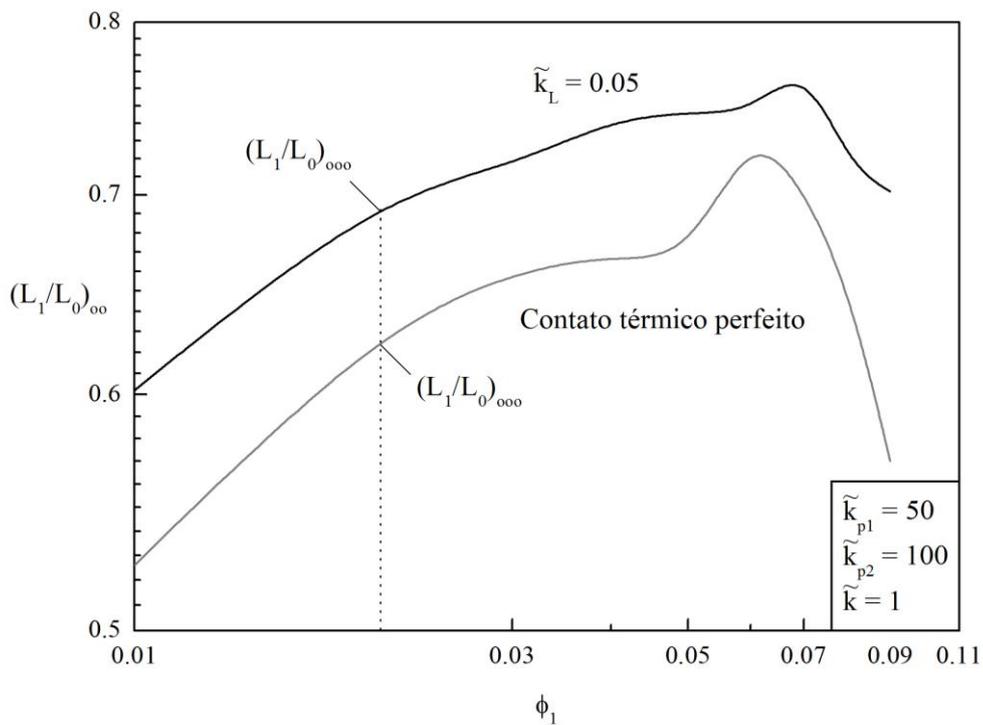


Figura 4.30. Curvas de $(L_1/L_0)_{\text{oo}}$ e razão três vezes otimizada $(L_1/L_0)_{\text{ooo}}$, para valores fixos de (H/L) e um intervalo de valores de (ϕ_1) , considerando simulações com e sem RTC.

Conforme mostrado nas Figuras 4.29 e 4.30, o valor ótimo para ϕ_1 encontrado foi de $(\phi_1)_o = 0,02$ para ambos os modelos, i.e., com e sem RTC. O mínimo valor para a temperatura máxima em excesso adimensional encontrado na aproximação numérica foi de $(\theta_{\max})_{\text{mmm}} = 0,1082$ para o modelo onde considera-se CTP e $(\theta_{\max})_{\text{mmm}} = 0,1392$ para o caso da presença da RTC, portanto, apresentando uma variação de 22,22% entre os dois modelos. A presença da RTC tem influência direta na determinação da razão $(L_1/L_0)_{\text{ooo}}$, conforme mostra a Figura 4.30. Ambos os modelos apresentaram flutuações de 9,89% com relação à razão $(L_1/L_0)_{\text{ooo}}$ sendo $(L_1/L_0)_{\text{ooo}} = 0,629$ o valor encontrado para o modelo com CTP e $(L_1/L_0)_{\text{ooo}} = 0,698$ o valor encontrado para o modelo com RTC.

Uma última análise é mostrada na Figura 4.31, onde as curvas de $(\theta_{\max})_{\text{mm}}$ de ambos os modelos são apresentadas com relação à razão $(D_0/L_0)_o$ usando o valor otimizado $(\phi_1)_o = 0,02$.

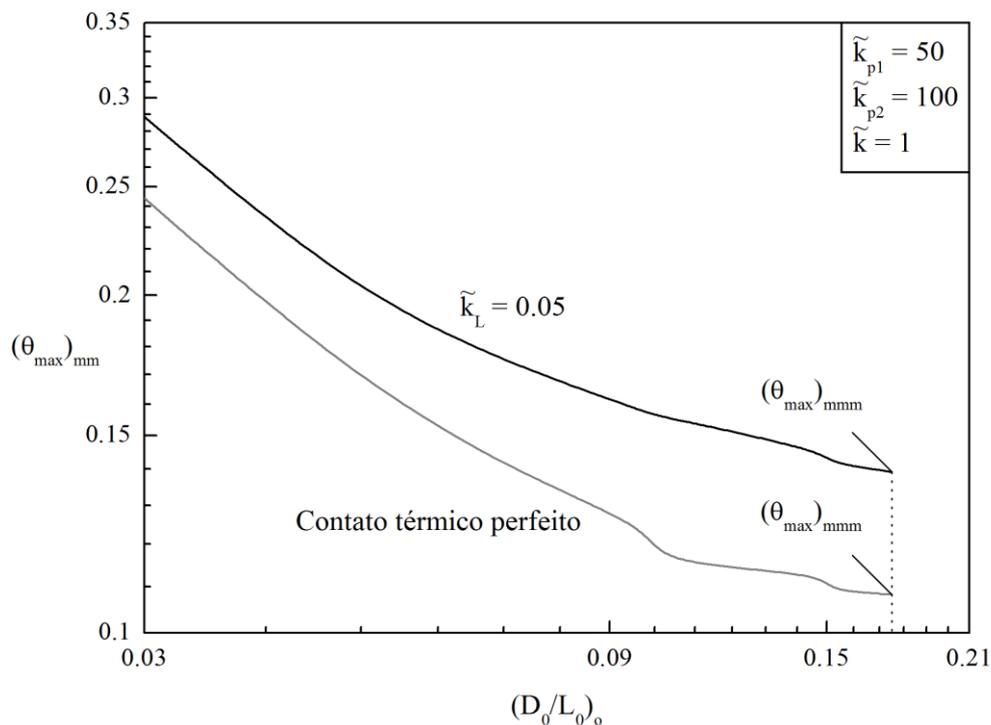


Figura 4.31. Curvas de $(\theta_{\max})_{\text{mm}}$ e a temperatura máxima em excesso adimensional três vezes minimizada $(\theta_{\max})_{\text{mmm}}$ para valores fixos de (H/L) e um intervalo de valores de $(D_0/L_0)_o$, considerando simulações com e sem RTC.

A geometria ótima foi atingida para altos valores de $(D_0/L_0)_o$. Em ambos os casos o valor ótimo de $(D_0/L_0)_o$ foi $(D_0/L_0)_{\text{oo}} = 0,175$ que mostra que a geometria ótima direciona-se

mais para cima (próximo da parede superior do volume elementar) objetivando com isso prover uma melhor distribuição de temperaturas. A geometria otimizada para ambos os modelos considerando a variação simultânea de (L_1/L_0) , (D_0/L_0) e ϕ_1 é visualizada na Figura 4.32 abaixo.

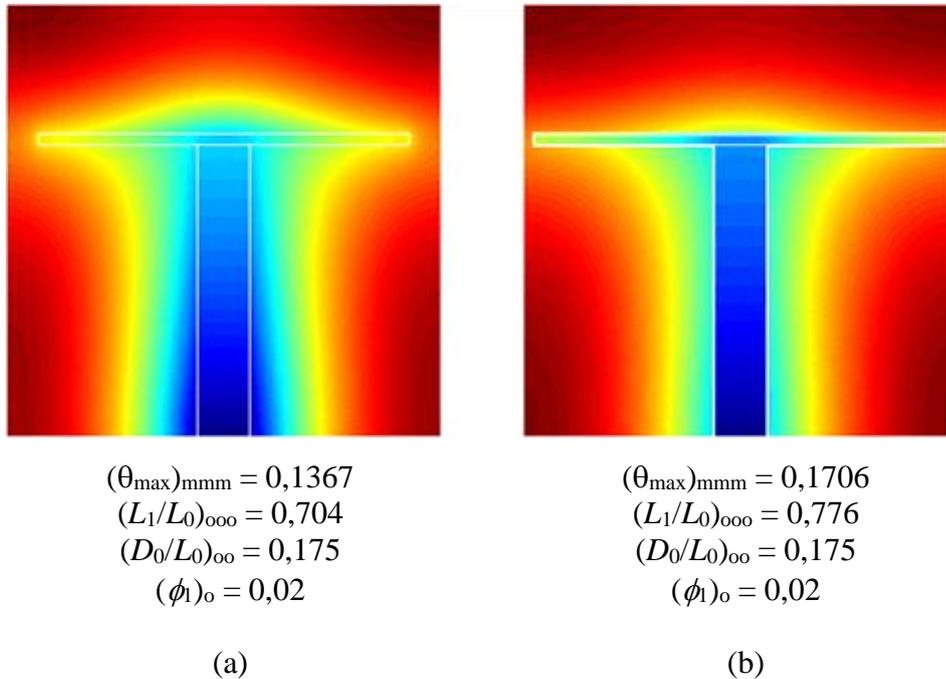


Figura 4.32. Geometria três vezes otimizada para $(\phi_1)_o = 0,02$ e $(D_0/L_0)_{\text{oo}} = 0,175$: (a) modelo considerando CTP, (b) modelo considerando a presença da RTC.

Finalizando a análise, o gráfico da Figura 4.33 apresenta os resultados para ambos os modelos com respeito à geometria ótima $(D_0/L_0)_o$ em função da variação de ϕ_1 . Nesse caso ambas as curvas são idênticas, inclusive apresentando a mesma relação ótima $(\phi_1)_o = 0.02$, o que leva a concluir que nesse caso a presença da RTC não apresentou relevância na otimização deste grau de liberdade. Uma possível explicação sobre a igualdade dos valores de $(D_0/L_0)_o$ entre os modelos testados deve-se ao fato que essa relação está vinculada à haste vertical do "T" que para este caso apresenta o maior valor de condutividade térmica sendo independente, portanto, da presença ou não da RTC.

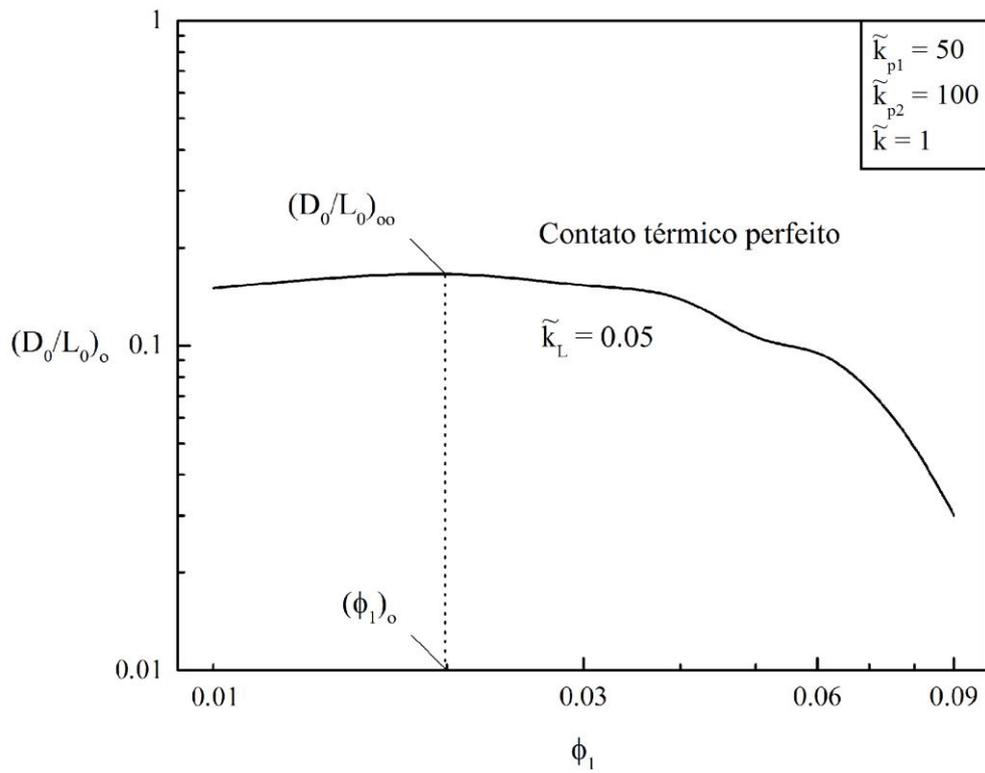


Figura 4.33. Curvas de $(D_0/L_0)_o$ e razão duas vezes otimizada $(D_0/L_0)_{oo}$, para valores fixos de (H/L) e um intervalo de valores de (ϕ_1) , considerando simulações com e sem RTC.

5 CONCLUSÕES

5.1 Conclusões sobre a Geometria "I"

Design Construtal foi aplicado para descobrir as configurações que facilitem o fluxo de calor sobre um volume gerador de calor. Um caminho altamente condutivo em forma de "I" foi inserido e refrigerado por um sumidouro isotérmico localizado em uma das faces do corpo. Considerou-se a presença da RTC na interface entre o corpo gerador de calor e o material de alta condutividade térmica.

Os resultados mostraram que a RTC pode ter um importante efeito sobre a temperatura máxima em excesso nos casos estudados. Por exemplo, no caso onde $\tilde{k}_L = 10$ as flutuações com relação ao modelo onde se considerou CTP foram pequenas e os valores de RMS foram aproximadamente 5%. As flutuações tornam-se maiores com o aumento da RTC, apresentando valores de RMS próximos de 17% para $\tilde{k}_L = 0,1$ e 56,32% para $\tilde{k}_L = 0,01$.

A RTC também teve um efeito sobre a razão de aspecto otimizada, $(H_0/L_0)_o$. Para pequenos valores de \tilde{k}_L (0,1 e 0,01), os valores de $(H_0/L_0)_o$ foram menores que aqueles apresentados na curva onde se considerou CTP e as flutuações aumentaram conforme \tilde{k}_p cresceu. As flutuações entre as curvas com \tilde{k}_L (0,1 e 0,01) e a curva de CTP correspondem a valores de RMS iguais a 3,29% para $\tilde{k}_L = 0,1$ e 17,54% para $\tilde{k}_L = 0,01$.

Os resultados também mostraram que a razão de aspecto externa, H/L , teve um significativo efeito nos valores da máxima temperatura em excesso adimensional $(\theta_{\max})_m$. Os valores de RMS calculados entre as curvas com e sem RTC como função de H/L atingiram quase 20%. Entretanto, a razão de aspecto externa otimizada foi aproximadamente a mesma para os casos de CTP e com RTC $\tilde{k}_L = 0,1$.

Finalmente, pode ser observado através desse estudo que a geometria otimizada para todas as configurações analisadas foi aquela que melhor distribui as imperfeições, i.e., os pontos quentes (pontos de máxima temperatura), então os resultados obtidos foram consistentes com o Princípio Construtal da distribuição otimizada das imperfeições.

5.2 Conclusões sobre a Geometria "T" com Condutividade Térmica Uniforme

Foi realizado um estudo aplicando o método Design Construtal para obter a configuração que facilita o acesso do fluxo de calor através de um caminho condutivo em forma de "T". Na otimização geométrica, foram considerados um volume gerador de calor, com baixa condutividade térmica e um elemento em forma de "T", com elevada condutividade térmica, sendo portanto responsável pelo escoamento do calor gerado para fora do volume elementar.

Um terceiro elemento, com espessura t e condutividade k_L foi usado nas simulações desempenhando o papel da RTC. O arrefecimento do sistema proposto ocorre pelo contato do elemento de elevada condutividade térmica com uma das bordas do volume elementar mantida à temperatura constante sendo as outras superfícies perfeitamente adiabáticas.

De acordo com Çengel e Ghajar, 2002, a RTC tem pequena influência quando considerando a condução de calor através de materiais com baixa condutividade térmica. Foi comprovado no presente trabalho a influência da RTC na determinação da resistência térmica total com variações próximas de 25% quando comparada ao modelo onde se considerou CTP.

Pode-se verificar que tão importante quanto a variação da máxima temperatura, foi a variação dos graus de liberdade (L_1/L_0) e (D_1/D_0) onde as variações entre os dois modelos considerados variaram de 15,68 a 11,67% para o caso da geometria três vezes otimizada. Dessa forma, justifica-se a presença do material com resistência térmica equivalente à RTC durante as simulações para determinar o melhor design.

Finalmente, este estudo numérico mostrou que a geometria otimizada para o caminho condutivo é aquela que melhor distribui as imperfeições, i.e., os pontos quentes, o que está em acordo com o Princípio Construtal que estabelece a distribuição otimizada das imperfeições, seja considerando ou não a presença da resistência de contato.

5.3 Conclusões sobre a Geometria "T" com Condutividade Térmica Variável

Aqui uma última abordagem considerando Design Construtal foi realizada com respeito à geometria em forma de "T" porém desta vez considerando condutividades térmicas diferentes para suas hastes (vertical e horizontal). Assim Design Construtal foi aplicado

visando reduzir a resistência térmica global do sistema considerando a presença dos graus de liberdade: L_1/L_0 e D_0/L_0 e do parâmetro ϕ_1 . O processo de otimização foi dividido na otimização de um único grau de liberdade, seguido da otimização simultânea de dois graus de liberdade e finalizando com a otimização simultânea dos três graus de liberdade do respectivo problema.

Neste processo notou-se que a presença da RTC teve influência direta no aumento da temperatura máxima em excesso adimensional do volume gerador de calor, com flutuações iguais a 21,46% nos valores de RMS dos modelos estudados.

Ainda que os valores otimizados de $(\phi_1)_o$ e $(D_0/L_0)_{oo}$ apresentaram nenhuma diferença entre os modelos com e sem RTC, flutuações próximas de 10% foram verificadas com respeito à razão $(L_1/L_0)_{oo}$ de ambos os modelos.

É importante destacar que a performance das configurações testadas é semelhante para a faixa de $0,01 < \phi_1 < 0,04$ de acordo com a Figura 4.29. Portanto, para reduzir os elementos de alta condutividade térmica, i.e., reduzir custos, é recomendado usar um valor $(\phi_1)_o = 0,04$ e suas correspondentes razões otimizadas.

Assim, as diferenças de temperaturas adicionadas às diferenças entre as razões $(L_1/L_0)_{oo}$ de ambos os modelos são argumentos suficientes que tornam a presença da RTC um aspecto importante a ser considerado na otimização de sistemas térmicos.

5.4 Comparações entre as Performances das Geometrias Testadas

Ainda que os parâmetros e graus de liberdade utilizados na busca pela geometria ótima sejam diferentes, considerando as geometrias em forma de "I" ou "T", é possível realizar algumas comparações entre as geometrias otimizadas dos modelos estudados no presente trabalho.

No caso da geometria em forma de "I", com $\tilde{k}_p = 400$ e $\tilde{k}_L = 0.1$ a geometria otimizada com respeito ao grau de liberdade H_0/L_0 encontrada foi $(H_0/L_0)_o = 0,061$. Para esse caso a mínima temperatura máxima em excesso encontrada foi $(\theta_{\max})_m = 0,0971$ ao passo que para o caso onde se considerou $\tilde{k}_p = 400$, $\tilde{k}_L = 0.1$ e a geometria em forma de "T" com condutividade térmica uniforme, a geometria triplamente otimizada considerando $(L_1/L_0)_{ooo} = 0.8$, $(D_1/D_0)_{oo} = 0.3$, $(\tilde{D}_0)_o = 0.11$, apresentou valores para a temperatura máxima em excesso

triplamente minimizada igual a $(\theta_{\max})_{\text{mmm}} = 0,0991$, ou seja, um pequeno aumento na performance do sistema onde se utilizou geometria em forma de "I". Uma razão que pode explicar esse aumento de performance da geometria em forma de "I" seria o fato que a razão H/L usada nas simulações dessa geometria foram iguais a $H/L = 0.6$ enquanto que as simulações envolvendo a geometria em forma de "T" contaram com uma razão $H/L = 1.0$.

Para as geometrias otimizadas em forma de "I" com respeito ao grau de liberdade H_0/L_0 o mínimo valor encontrados para a máxima temperatura adimensional considerando $\tilde{k}_p = 100$ e $\tilde{k}_L = 0.1$ foi igual a $(\theta_{\max})_m = 0.1497$ ao passo que os valores obtidos para a geometria em forma de "T" triplamente otimizada considerando $\tilde{k}_{p1} = 50$, $\tilde{k}_{p2} = 100$ e $\tilde{k}_L = 0.05$ foram iguais a $(\theta_{\max})_{\text{mmm}} = 0,1706$. Nesse caso, ainda que apresentando um maior valor para a mínima temperatura adimensional a geometria em forma de "T" considerou uma resistência de contato mais elevada (50%) e uma condutividade térmica menor que a da configuração em forma de "I" já que no caso $\phi_1 = 0.01$ e $\phi_2 = 0.09$. Essa última comparação é relevante no aspecto econômico já que nesse caso é possível obter desempenhos semelhantes utilizando-se elementos condutivos com menor condutividade térmica e portanto, menor custo.

5.5 Sugestões para Trabalhos Futuros

Após a realização deste estudo envolvendo a remoção do excesso de temperatura de corpos geradores de calor por condução através da inserção de caminhos com geometrias em forma de "I" e "T" considerando a presença da RTC, podemos estender este trabalho para outras configurações dos caminhos condutivos, assim como para situações onde a parcela de calor removido por convecção ganha destaque. Métodos como algoritmos genéticos e outros métodos numéricos podem ser incorporados ao Design Construtal como forma de agilizar a busca por geometrias ótimas dos caminhos condutivos onde a presença da RTC se faz presente.

Abaixo seguem algumas sugestões para a continuidade e enriquecimento do presente trabalho:

- Continuar as simulações com a geometria em forma de "T" considerando outros valores de \tilde{k}_{p1} e \tilde{k}_{p2} , assim como outros valores de ϕ .

- Considerar a presença da RTC para elementos condutivos com outras geometrias e comparar os resultados numéricos obtidos com os valores com CTP.

- Estudar configurações tridimensionais utilizando códigos próprios ou comerciais.

- Explorar outras condições de contorno (remoção de calor por convecção).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Almogbel, M.; Bejan, A. Conduction Trees with Spacing at the Tips, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 42, p. 3739-3756, 1999.

Almogbel, M.; Bejan, A. Constructal Optimization of Nonuniformly Distributed Tree-Shaped Flow Structures for Conduction, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 44(22), p. 4185-4194, 2001.

Bahrami, M.; Culham, J. R.; Yovanovich, M. M.; Schneider, G. E. Thermal Contact Resistance of Nonconforming Rough Surfaces, Part 1: Contact Mechanics Model, **Journal of Thermophysics and Heat Transfer**, v. 18, p. 209-217, 2004a.

Bahrami, M.; Culham, J. R.; Yovanovich, M. M.; Schneider, G. E. Thermal Contact Resistance of Nonconforming Rough Surfaces, Part 2: Thermal Model, **Journal of Thermophysics and Heat Transfer**, v. 18, p. 218-227, 2004b.

Bar-Cohen, A.; Kraus, A. D. Advances in Thermal Modeling of Electronic Components and Systems, v. 4, **ASME Press Series**, 1998.

Bejan, A.; Morega, A. M. Thermal Contact Resistance Between Two Flat Surfaces that squeeze a Film of Lubricant, **Journal of Heat Transfer**, v. 115, p. 763-767, 1993.

Bejan, A. Constructal-theory network of conducting paths for cooling a heat generating volume, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 40, p. 799-816, 1996a.

Bejan, A. **Advanced Engineering Thermodynamics**, 2nd ed., Wiley, New York, 1997.

Bejan, A. **Shape and Structure from Engineering to Nature**, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2000.

Bejan, A.; Almogbel, M. Constructal T-shaped Fins, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 43(12-15), p.2101-2115, 2000.

Bejan, A.; Dincer, I.; Lorente, S.; Miguel, A. F.; Reis, A. H. Porous and Complex Flow Structures in Modern Technologies, **Springer-Verlag**, New York, 2004.

Bejan, A.; Lorente, S. **Design with Constructal Theory**, Wiley, Hoboken, 2008.

Bejan, A.; Zane, J. P. **Design in Nature: How the Constructal Law Governs Evolution in Biology, Physics, Technology, and Social Organization**, Randon House LLC - Doubleday, New York, 2012.

Bejan, A., Errera, M. R. Convective trees of fluid channels for volumetric cooling, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 43, p.3105-3118, 2000.

Biserni, C.; Rocha, L. A. O.; Bejan, A. Inverted Fins: Geometric Optimization of the Intrusion into a Conducting Wall, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 47, p. 2577-2586, 2004.

Biserni, C.; Rocha, L. A. O.; Stanescu, G.; Lorenzini, E. Constructal H-Shaped Cavities According to Bejan's Theory, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 50, p. 2132-2138, 2007.

Boichot, R.; Luo, L.; Fan, Y. Tree-Network Structure Generation for Heat Conduction by Cellular Automaton, **Energy Conversion and Management**, v. 50, p. 376-386, 2009.

Bonjour, J.; Rocha, L. A. O.; Bejan, A.; Meunier, F. Dendritic Fins Optimization for a Coaxial Two-Stream Heat Exchanger, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 47 (1) p. 111-124, 2004.

Çengel, Y. A.; Ghajar, A. J.; **Heat & Mass Transfer: A Practical Approach**, MC Graw-Hill Education , New York, 2012.

Cetkin, E., Oliani, A. The Natural Emergence of Asymmetric Tree-Shaped Pathways for Cooling of a Non-Uniformly Heated Domain, **Journal of Applied Physics**, 118, 024902, 2015.

Cui, T.; Li, Q.; Xuan, Y.; Zhang, P. Multiscale Simulation of Thermal Contact Resistance in Electronic Packaging, **International Journal of Thermal Sciences**, v. 83, p. 16-24, 2014.

<http://alexsquest.com/texts/complexity-in-software-3-the-constructal-law>

Kim, S. J.; Lee, S. W. **Air Cooling Technology for Electronic Equipment**, CRC Press, Boca Raton, FL, 1995.

Ledezma, G.A.; Bejan, A.; Errera, M. R. Constructal Tree Network for Heat Transfer, **Journal of Applied Physics**, v.82 (1), p. 89-100, 1997.

Lorenzini, G.; Rocha, L. A. O. Constructal Design of Y Assembly of Fins, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 49, p. 4552-4557, 2006.

Lorenzini, G.; Rocha, L. A. O. Constructal Design of T-Y Assembly of Fins for an Optimized Heat Removal, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 52, p. 1458-1463, 2009a.

Lorenzini, G.; Rocha, L. A. O. Geometric Optimization of T-Y-Shaped Cavity According to Bejan's Theory, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 52, p. 4683-4688, 2009b.

Lorenzini, G.; Biserni, C.; Rocha, L. A. O. Geometric Optimization of Isothermal Cavities According to Bejan's Theory. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 54, p. 3868-3873, 2011.

Lorenzini, G.; Rocha, L. A. O.; Biserni, C.; Santos, E. D.; Isoldi, L. A. Constructural Design of Cavities Inserted Into a Cylindrical Solid Body, **Journal of Heat Transfer**, v. 134, 2012a.

Lorenzini, G.; Garcia, F. L.; Santos, E. D.; Biserni, C.; Rocha, L. A. O. Constructural Design Applied to the Optimization of Complex Geometries: T-Y Shaped Cavities with Two Additional Lateral Intrusions Cooled by Convection, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 55, p. 1505 - 1512, 2012b.

Lorenzini, G.; Biserni, C.; Rocha, L. A. O. Constructural Design of Non-Uniform X-Shaped Conductive Pathways for Cooling, **Journal of Thermal Sciences**, v. 71, p. 140-147, 2013.

Marques, C. H.; Rocha, L. A. O.; Santos, E. D. Constructural Design Applied to the Optimization of Heat Transfer in a Solid Conducting Wall, 3rd Southern Conference on Computational Modelling, IEEE Computer Society, Rio Grande, p. 7-11, 2009.

MatLab®, MATLAB & Simulink Release Notes for R2012b, version 8.0.0.783, The MathWorks Inc., 2012.

Matos, R.S.; Laursen, T.A.; Vargas, J.V.C.; Bejan, A. Three-Dimensional Optimization of Staggered Finned Circular and Elliptic Tubes in Forced Convection, **International Journal of Thermal Sciences**, v. 43 p. 477-487, 2004.

Pouzesh, A., Hajmohammadi, M. R., Poozesh, S. Investigations on the Internal Shape of Constructural Cavities Intruding a Heat Generating Body, **Thermal Science**, v. 19, p. 609 - 618, 2015.

Rocha, L. A. O.; Lorente, S.; Bejan, A. Constructural Design for Cooling a Disc-Shaped Area by Conduction, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 45, p. 1643-1652, 2002.

Rocha, L. A. O.; Lorenzini, E.; Biserni, C. Geometric Optimization of Shapes on the Basis of Bejan's Constructal Theory, **International Communication in Heat and Mass Transfer**, v. 32, p. 1281-1288, 2005.

Rocha, L. A. O., Lorente, S., Bejan, A. Conduction tree networks with loops for cooling a heat generating volume, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 49, p. 2626-2635, 2006.

Xie, Z.; Chen, L.; Sun, F. Geometry Optimization of T-shaped Cavities According to Constructal Theory, **Mathematical and Computer Modelling**, v. 52, p. 1538-1546, 2010

APÊNDICE A – Geometria e Código Numérico para o Caminho Condutivo em forma de "I" considerando a RTC

Tabela A.1. Coordenadas dos pontos que compõe o caminho condutivo em forma de "I".

Ponto	Coordenada x	Coordenada y
1	0	$-H/2$
2	L	$-H/2$
3	L	$H/2$
4	0	$H/2$
5	0	$-H_0/2$
6	L_0	$-H_0/2$
7	L_0	$H_0/2$
8	0	$H_0/2$
9	0	$-H_0/2+t$
10	L_0-t	$-H_0/2+t$
11	L_0-t	$H_0/2-t$
12	0	$H_0/2-t$

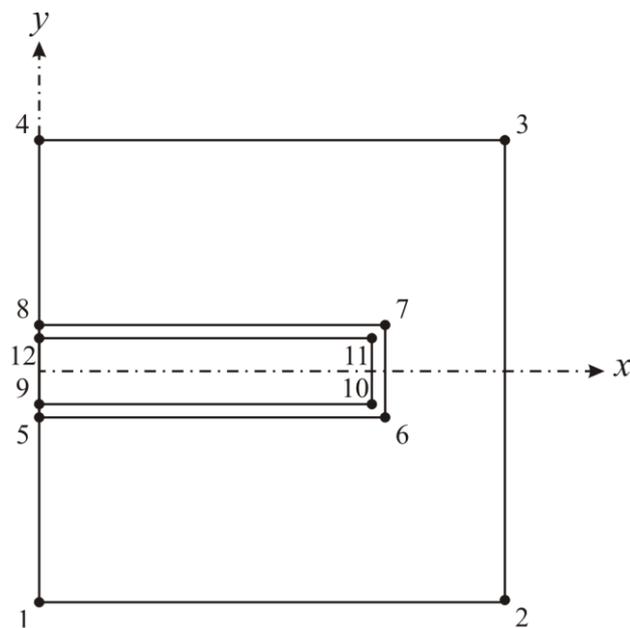


Figura A.1. Pontos que compõe a geometria do caminho condutivo em forma de "I".


```

set(ax,'XTickMode','auto');
set(ax,'YTickMode','auto');

% Geometry description:
pdepoly([x1,x2,x3,x4],[y1,y2,y3,y4],'P1');
pdepoly([x5,x6,x7,x8],[y5,y6,y7,y8],'P2');
pdepoly([x9,x10,x11,x12],[y9,y10,y11,y12],'P3');
set(findobj(get(pde_fig,'Children'),'Tag','PDEEval'),'String','P1+P2+P3'
)

% Boundary conditions:
pdetool('changemode',0)
pdesetbd(14,'neu',1,'0','0')
pdesetbd(13,'neu',1,'0','0')
pdesetbd(12,'dir',1,'1','0')
pdesetbd(11,'neu',1,'0','0')
pdesetbd(10,'neu',1,'0','0')
pdesetbd(3,'neu',1,'0','0')
pdesetbd(2,'neu',1,'0','0')
pdesetbd(1,'neu',1,'0','0')

% Mesh generation:
setappdata(pde_fig,'Hgrad',1.3);
setappdata(pde_fig,'refinemethod','regular');
setappdata(pde_fig,'jiggle',char('on','mean',''));
pdetool('initmesh')
pdetool('refine')
pdetool('refine')
pdetool('refine')

% PDE coefficients:
pdeseteq(1,'1.0!10!100','0!0!0','(1.0)+(0).*(0.0)!(0)+(0).*(0.0)!(0)+(0)
.*(0.0)','(1.0).*(1.0)!(1.0).*(1.0)!(1.0).*(1.0)',
'0:10','0.0','0.0','[0 100]')
setappdata(pde_fig,'currparam',...
['1.0!1.0!1.0';'1.0!1.0!1.0';'1.0!10!100';'1.0!0!0';'0!0!0';
'0.0!0.0!0.0'])

% Solve parameters:

```

```
setappdata(pde_fig,'solveparam',...
str2mat('0','24384','10','pdeadworst',...
'0.5','longest','0','1E-4','','fixed','Inf'))

% Plotflags and user data strings:
setappdata(pde_fig,'plotflags',[1 1 1 1 1 1 7 1 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1]);
setappdata(pde_fig,'colstring','');
setappdata(pde_fig,'arrowstring','');
setappdata(pde_fig,'deformstring','');
setappdata(pde_fig,'heightstring','');

% Solve PDE:
pdetool('solve')
T=get(findobj(get(pde_fig,'Children'),'flat','Tag','PDEPlotMenu'),...
      'UserData');
y = max(T)
closereq
```

APÊNDICE B – Geometria e Código Numérico para o Caminho Condutivo em forma de "T" com Condutividade Térmica Uniforme e Variável considerando a RTC

Tabela B.1. Coordenadas dos pontos que compõe o caminho condutivo em forma de "T" com condutividade térmica uniforme considerando a RTC.

Ponto	Coordenada x	Coordenada y
1	$-L/2$	0
2	$L/2$	0
3	$L/2$	H
4	$-L/2$	H
5	$-D_0/2$	0
6	$D_0/2$	0
7	$D_0/2$	L_0
8	L_1	L_0
9	L_1	$L_0 + D_1$
10	$-L_1$	$L_0 + D_1$
11	$-L_1$	L_0
12	$-D_0/2$	L_0
13	$-D_0/2 - t$	0
14	$D_0/2 + t$	0
15	$D_0/2 + t$	$L_0 - t$
16	$L_1 + t$	$L_0 - t$
17	$L_1 + t$	$L_0 + D_1 + t$
18	$-L_1 - t$	$L_0 + D_1 + t$
19	$-L_1 - t$	$L_0 - t$
20	$-D_0/2 - t$	$L_0 - t$

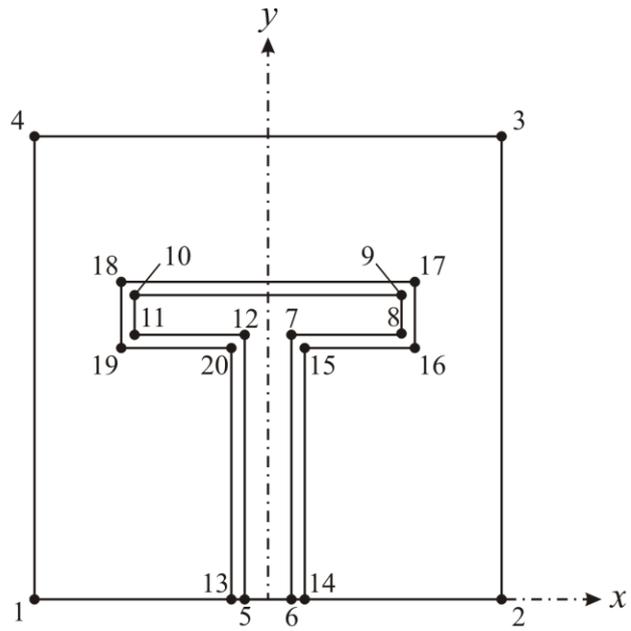


Figura B.1. Pontos que compõe a geometria do caminho condutivo em forma de "T" com condutividade térmica uniforme considerando a RTC.

Abaixo é apresentado o código numérico do caminho condutivo em forma de "T" com condutividade térmica uniforme considerando a RTC.

```

function resist_T_400 (L1dL0)

format long

HdL = 1;
L = sqrt(1/HdL);
H = 1/L;
Ld2 = L/2;
fi = 0.1;
D0 = 0.12;
D0d2 = D0/2;
D1dD0 = 0.3;
L1dL0 = 0.6;
L0 = fi/(D0*((2*L1dL0*D1dD0)+1));
L1 = L0*L1dL0;
D1 = D0*D1dD0;
t = 0.005;

x1 = -Ld2;      y1 = 0;
x2 = Ld2;       y2 = 0;
x3 = Ld2;       y3 = H;
x4 = -Ld2;      y4 = H;
x5 = -D0d2;     y5 = 0;
x6 = D0d2;      y6 = 0;
x7 = D0d2;      y7 = L0;
x8 = L1;        y8 = L0;
x9 = L1;        y9 = L0+D1;
x10 = -L1;      y10 = L0+D1;
x11 = -L1;      y11 = L0;
x12 = -D0d2;    y12 = L0;
x13 = -D0d2-t;  y13 = 0;
x14 = D0d2+t;   y14 = 0;
x15 = D0d2+t;   y15 = L0-t;
x16 = L1+t;     y16 = L0-t;
x17 = L1+t;     y17 = L0+D1+t;

```

```

x18 = -L1-t;    y18 = L0+D1+t;
x19 = -L1-t;    y19 = L0-t;
x20 = -D0d2-t;  y20 = L0-t;

[pde_fig,ax]=pdeinit;
pdetool('appl_cb',9);
set(ax,'DataAspectRatio',[1 1 1]);
set(ax,'PlotBoxAspectRatio',[1.5 1 1]);
set(ax,'XLim',[-1.5 1.5]);
set(ax,'YLim',[-1 1]);
set(ax,'XTickMode','auto');
set(ax,'YTickMode','auto');

% Geometry description:
pdepoly([x1,x2,x3,x4],[y1,y2,y3,y4],'P1');
pdepoly([x5,x6,x7,x8,x9,x10,x11,x12],[y5,y6,y7,y8,y9,y10,y11,y12],'P2'
);
pdepoly([x13,x14,x15,x16,x17,x18,x19,x20],[y13,y14,y15,y16,y17,y18,...
y19,y20],'P3');
set(findobj(get(pde_fig,'Children'),'Tag','PDEEval'),'String','P1+P2+P3'
)

% Boundary conditions:
pdetool('changemode',0)
pdesetbd(20,'neu',1,'0','0')
pdesetbd(19,'neu',1,'0','0')
pdesetbd(18,'dir',1,'1','0')
pdesetbd(17,'neu',1,'0','0')
pdesetbd(16,'neu',1,'0','0')
pdesetbd(3,'neu',1,'0','0')
pdesetbd(2,'neu',1,'0','0')
pdesetbd(1,'neu',1,'0','0')

% Mesh generation:
setappdata(pde_fig,'Hgrad',1.3);
setappdata(pde_fig,'refinemethod','regular');
setappdata(pde_fig,'jiggle',char('on','mean',''));
pdetool('initmesh')
pdetool('refine')

```

```

pdetool('refine')

% PDE coefficients:
pdeseteq(1,...
'1.0!10!400',...
'0!0!0',...
'(1.0)+(0).* (0.0)! (0)+(0).* (0.0)! (0)+(0).* (0.0)',...
'(1.0).* (1.0)! (1.0).* (1.0)! (1.0).* (1.0)',...
'0:10',...
'0.0',...
'0.0',...
'[0 100]')
setappdata(pde_fig,'currparam',...
['1.0!1.0!1.0';...
'1.0!1.0!1.0';...
'1.0!10!400 ';...
'1.0!0!0      ';...
'0!0!0        ';...
'0.0!0.0!0.0'])

% Solve parameters:
setappdata(pde_fig,'solveparam',...
str2mat('0','16032','10','pdeadworst',...
'0.5','longest','0','1E-4','','fixed','Inf'))

% Plotflags and user data strings:
setappdata(pde_fig,'plotflags',[1 1 1 1 1 1 7 1 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1]);
setappdata(pde_fig,'colstring','');
setappdata(pde_fig,'arrowstring','');
setappdata(pde_fig,'deformstring','');
setappdata(pde_fig,'heightstring','');

% Solve PDE:
pdetool('solve')
T=get(findobj(get(pde_fig,'Children'),'flat','Tag','PDEPlotMenu'),...
      'UserData');
y = max(T)
closereq

```

Tabela B.2. Coordenadas dos pontos que compõe o caminho condutivo em forma de "T" com condutividade térmica variável considerando a RTC.

Ponto	Coordenada x	Coordenada y
1	$-L/2$	0
2	$L/2$	0
3	$L/2$	H
4	$-L/2$	H
5	$-(D_0/2+t)$	0
6	$D_0/2+t$	0
7	$D_0/2+t$	$L_0 - t$
8	$L_1 + t$	$L_0 - t$
9	$L_1 + t$	$L_0 + D_1 + t$
10	$-(L_1 + t)$	$L_0 + D_1 + t$
11	$-(L_1 + t)$	$L_0 - t$
12	$-(D_0/2+t)$	$L_0 - t$
13	$-D_0/2$	0
14	$D_0/2$	0
15	$D_0/2$	L_0
16	$-D_0/2$	L_0
17	$-L_1$	L_0
18	L_1	L_0
19	L_1	$L_0 + D_1$
20	$-L_1$	$L_0 + D_1$

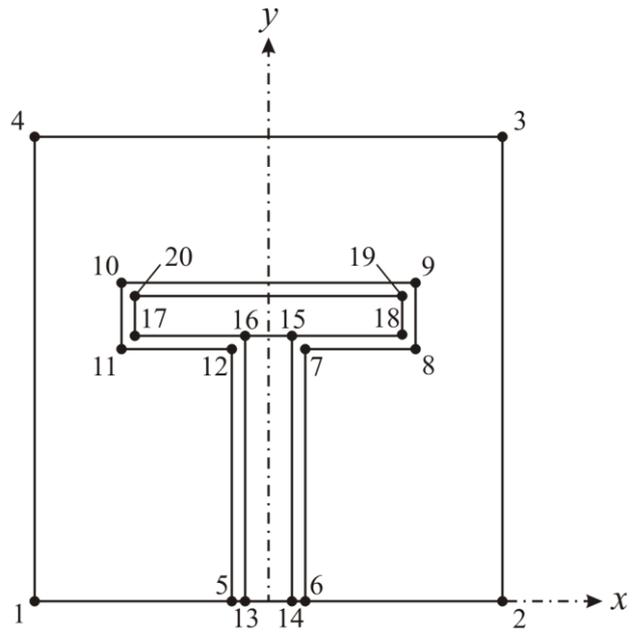


Figura B.2. Pontos que compõe a geometria do caminho condutivo em forma de "T" com condutividade térmica variável considerando a RTC.

Abaixo é apresentado o código numérico do caminho condutivo em forma de "T" com condutividade térmica variável considerando a RTC.

```

function resist (L1dL0)

format long

HdL = 1;
L = sqrt(1/HdL);
H = 1/L;
Ld2 = L/2;
fi = 0.1;
fi1 = 0.02;      %Parâmetro
D0dL0 = 0.175;   %Parâmetro
L0 = sqrt((fi-fi1)/D0dL0);
D0 = L0 * D0dL0;
D0d2 = D0/2;
L1dL0 = 0.698;   %Parâmetro
D1 = (fi-(D0*L0))/(2*L1dL0*L0);
L1 = fi1/(2*D1);
t = 0.005;

x1 = -Ld2;      y1 = 0;
x2 = Ld2;       y2 = 0;
x3 = Ld2;       y3 = H;
x4 = -Ld2;      y4 = H;
x5 = -(D0d2+t); y5 = 0;
x6 = D0d2+t;    y6 = 0;
x7 = D0d2+t;    y7 = L0-t;
x8 = L1+t;      y8 = L0-t;
x9 = L1+t;      y9 = L0+D1+t;
x10 = -(L1+t);  y10 = L0+D1+t;
x11 = -(L1+t);  y11 = L0-t;
x12 = -(D0d2+t); y12 = L0-t;
x13 = -D0d2;    y13 = 0;
x14 = D0d2;     y14 = 0;
x15 = D0d2;     y15 = L0;
x16 = -D0d2;    y16 = L0;

```

```

x17 = -L1;      y17 = L0;
x18 = L1;      y18 = L0;
x19 = L1;      y19 = L0+D1;
x20 = -L1;     y20 = L0+D1;

[pde_fig,ax]=pdeinit;
pdetool('appl_cb',9);
set(ax,'DataAspectRatio',[1 1 1]);
set(ax,'PlotBoxAspectRatio',[1.5 1 1]);
set(ax,'XLim',[-1.5 1.5]);
set(ax,'YLim',[-0.20000000000000001 1.8]);
set(ax,'XTickMode','auto');
set(ax,'YTickMode','auto');

% Geometry description:
pdepoly([x1,x2,x3,x4],[y1,y2,y3,y4],'P1');
pdepoly([x5,x6,x7,x8,x9,x10,x11,x12],[y5,y6,y7,y8,y9,y10,y11,y12],'P
2');
pdepoly([x13,x14,x15,x16],[y13,y14,y15,y16],'P3');
pdepoly([x17,x18,x19,x20],[y17,y18,y19,y20],'P4');
set(findobj(get(pde_fig,'Children'),'Tag','PDEEval'),'String','P1+P2+P
3+P4')

% Boundary conditions:
pdetool('changemode',0)
pdesetbd(20,'neu',1,'0','0')
pdesetbd(19,'neu',1,'0','0')
pdesetbd(18,'dir',1,'1','0')
pdesetbd(17,'neu',1,'0','0')
pdesetbd(16,'neu',1,'0','0')
pdesetbd(3,'neu',1,'0','0')
pdesetbd(2,'neu',1,'0','0')
pdesetbd(1,'neu',1,'0','0')

% Mesh generation:
setappdata(pde_fig,'Hgrad',1.3);
setappdata(pde_fig,'refinemethod','regular');
setappdata(pde_fig,'jiggle',char('on','mean',''));
pdetool('initmesh')

```

```

pdetool('refine')

% PDE coefficients:
pdeseteq(1,...
'1.0!0.05!100!50',...
'0!0!0!0',...
'(1.0)+(0).* (0.0)! (0)+(0).* (0.0)! (0)+(0).* (0.0)! (0)+(0).* (0.0)',...
'(1.0).* (1.0)! (1.0).* (1.0)! (1.0).* (1.0)! (1.0).* (1.0)',...
'0:10',...
'0.0',...
'0.0',...
'[0 100]')
setappdata(pde_fig,'currparam',...
['1.0!1.0!1.0!1.0 ';...
'1.0!1.0!1.0!1.0 ';...
'1.0!0.05!100!50 ';...
'1.0!0!0!0      ';...
'0!0!0!0      ';...
'0.0!0.0!0.0!0.0 '])

% Solve parameters:
setappdata(pde_fig,'solveparam',...
str2mat('0','6036','10','pdeadworst',...
'0.5','longest','0','1E-4','','fixed','Inf'))

% Plotflags and user data strings:
setappdata(pde_fig,'plotflags',[1 1 1 1 1 1 7 1 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1]);
setappdata(pde_fig,'colstring','');
setappdata(pde_fig,'arrowstring','');
setappdata(pde_fig,'deformstring','');
setappdata(pde_fig,'heightstring','');

% Solve PDE:
pdetool('solve')
T=get(findobj(get(pde_fig,'Children'),'flat','Tag','PDEPlotMenu'),...
      'UserData');
y = max(T)
%closereq

```

APÊNDICE C – Refinamentos Sucessivos para Independência da Malha

Abaixo consta uma representação gráfica da malha utilizada e os sucessivos refinamentos realizados até que o critério de independência de malha fosse alcançado. As Figuras C.1, C.2 e C.3 ilustram as malhas usadas nos modelos com geometria em forma de "I", "T" com condutividade térmica uniforme e "T" com condutividade térmica variável.

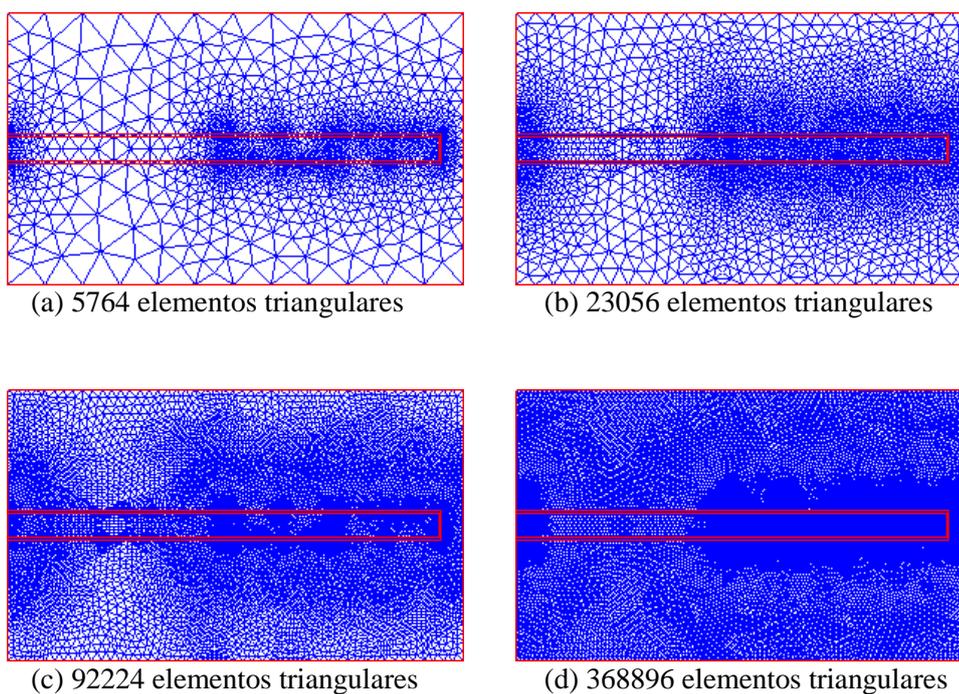


Figura C.1. Representação gráfica do número de elementos triangulares da malha atual com três refinamentos sucessivos para a situação envolvendo a RTC.

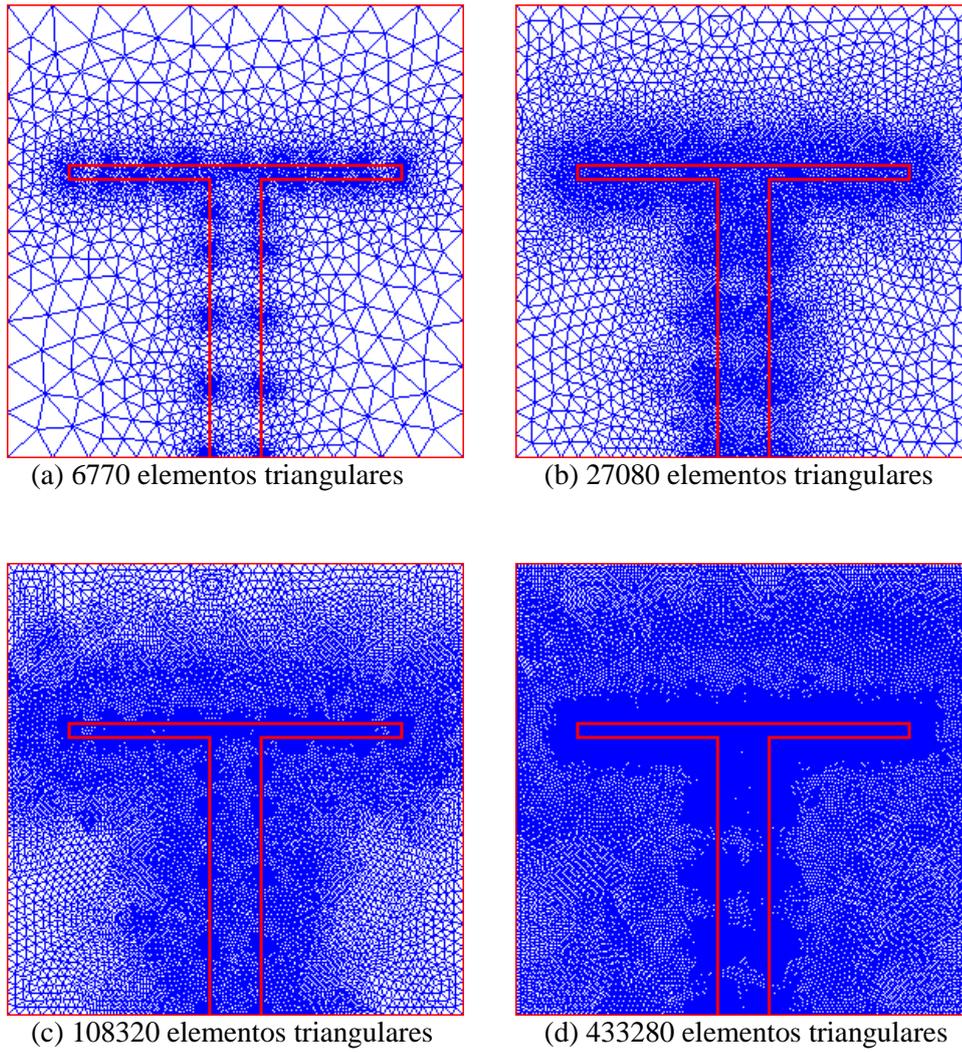
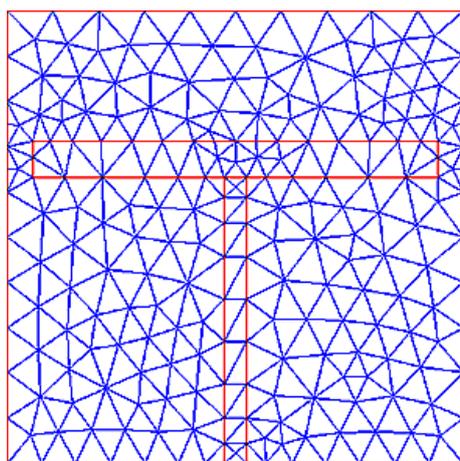
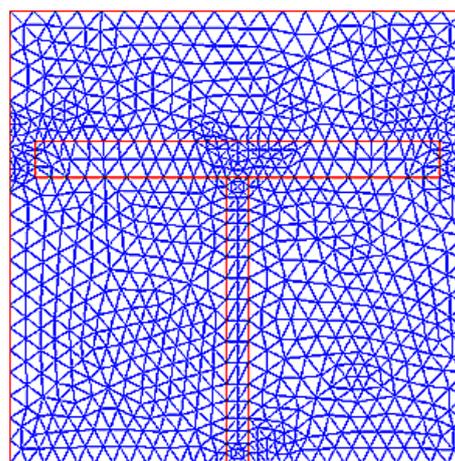


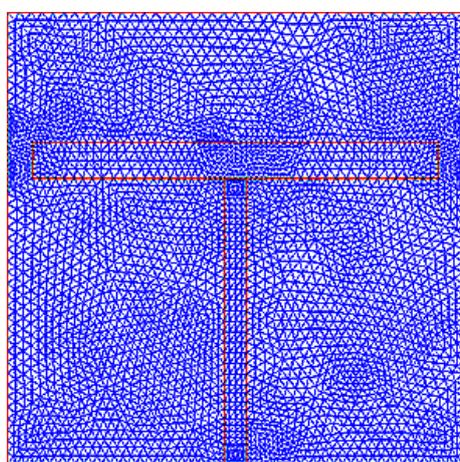
Figura C.2. Representação gráfica do número de elementos triangulares da malha atual com três refinamentos sucessivos para a situação envolvendo a RTC.



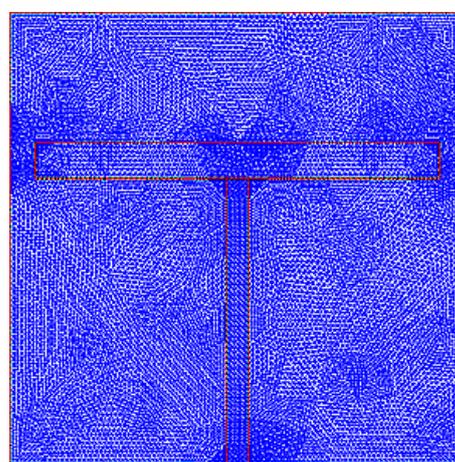
(a) 419 elementos triangulares



(b) 1676 elementos triangulares



(c) 6704 elementos triangulares



(d) 28816 elementos triangulares

Figura C.3. Representação gráfica do número de elementos triangulares da malha atual com três refinamentos sucessivos para a situação envolvendo a CTP.