



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA



Comparação de métodos de estimação de componentes de erro de mensuração: repetibilidade, reprodutibilidade e variação de um sistema de medida - abordagem por análise de variância e pelo método descritivo

Autor: Jonathan Farinela da Silva
Orientadora: Professora Dra. Stela Castro
Co-orientador: Professor Dr. Alvaro Vigo

Porto Alegre, 09 de dezembro de 2015.
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Instituto de Matemática
Departamento de Estatística

Comparação de métodos de estimação de
componentes de erro de mensuração:
repetibilidade, reprodutibilidade e variação
de um sistema de medida - abordagem por
análise de variância e pelo método descritivo

Autor: Jonathan Farinela da Silva

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado para obtenção
do grau de Bacharel em Estatística.

Banca Examinadora:
Professora Dra. Stela Maris de Jesus Castro (orientador)
Professor Dr. Álvaro Vigo (co-orientador)
Professor Dr. Danilo Marcondes Filho

Porto Alegre, 09 de dezembro de 2015.

*“Você pode até achar que não,
mas eu tenho certeza que talvez”*
(Nicolas Christ)

Agradecimentos

Agradeço a minha família, principalmente aos meus pais que sempre me apoiaram e incentivaram, a minha mãe pelo seu carinho e dedicação, ao meu pai por estar sempre ao meu lado e aos meus irmãos por me aguentarem.

A todos os professores que tive nessa caminhada e que contribuíram de alguma forma para minha formação, em especial a professora Stela Maris de Jezus Castro e ao professor Álvaro Vigo que, além de contribuírem com diversas disciplinas do curso, estiveram disponíveis e me auxiliaram muito para a confecção deste trabalho.

Aos meus colegas de trabalho, em especial a Flaviane Brevi e ao Fernando Rosa que contribuíram imensamente não só para meu crescimento pessoal e profissional como também com o enriquecimento do meu conhecimento estatístico.

A todos os colegas que tive durante a graduação, inclusive os que acabaram optando por diferentes caminhos ao longo do curso, e que me apoiaram nas horas boas e ruins, em especial ao colega e amigo Gabriel Fumagalli.

A família Frasson que me acompanhou e me acolheu por boa parte desta caminhada também sempre me apoiando da melhor forma.

A Deus pela dádiva que é estar vivo, pelos caminhos e oportunidades percorridos até então e por aqueles que ainda estão por vir.

Resumo

O estudo de índices de repetibilidade e reprodutibilidade, presente nos mais diversos campos de pesquisa é empregado como uma ferramenta de controle estatístico de processo (CEP), servindo de referência para estimativas de variabilidade associadas aos sistemas de medição.

Uma forma de contextualizar estes índices é através dos conceitos de exatidão e precisão, exatidão é a diferença entre a média observada de várias medidas na mesma peça e o valor verdadeiro da grandeza medida e precisão representa o desvio padrão de valores medidos na mesma peça, várias vezes, sob as mesmas condições. Repetibilidade é a variação obtida quando um mesmo operador utilizando um mesmo instrumento mede a mesma característica da mesma peça várias vezes. Sendo assim pode-se observar que existe relação direta entre repetibilidade e reprodutibilidade e precisão uma vez que ambos representam conceitos associados a dispersão. Reprodutibilidade é a capacidade de um sistema de medição reproduzir uma medida numa mesma peça de um mesmo material em diferentes condições de medição (diferentes equipamentos, diferentes operadores, etc)

Em CEP, entre os diversos métodos para se obter estimativas de repetibilidade e reprodutibilidade utiliza-se o método descritivo, em experimentos que envolvem diferentes números de operadores realizando um determinado número de medições em diferentes peças, obtém-se estimativas de média e amplitude para cada operador em cada peça e, através de funções definidas obtém-se então o resultado para cada um dos índices.

Em planejamento de experimentos, modelos de análises de variância (ANOVA) com efeitos aleatórios, nos quais as inferências são obtidas para a população de tratamentos e não propriamente para os tratamentos envolvidos no estudo, podem ser utilizados para obtenção das estimativas de repetibilidade e reprodutibilidade através dos componentes de variância.

Este trabalho apresenta a comparação de dois métodos para o cálculo das estimativas de repetibilidade, reprodutibilidade e variação do sistema de medida, o método da análise de variância com efeitos aleatórios e método descritivo. Através desta comparação foi possível identificar diferenças entre os métodos quanto a precisão, sendo que o método da análise de variância se mostrou mais preciso nos cenários estudados, além disso no cenário onde a variação do sistema de medida é próxima de zero o método descritivo apresentou estimativas viesadas.

Sumário

1. Introdução.....	7
2. Metodologia.....	10
2.1. Método baseado na análise de variância.....	12
2.1.1. Método GRR.....	13
2.2. Método descritivo.....	14
2.3. Simulação.....	15
3. Resultados e discussão.....	17
4. Considerações finais.....	20
5. Quadros e Figuras.....	21
5.1. Estimativas e boxplots para o cenário 1 com 2 repetições - Repetibilidade.....	21
5.2. Estimativas e boxplots para o cenário 1 com 2 repetições - Reprodutibilidade.....	22
5.3. Estimativas e boxplots para o cenário 1 com 2 repetições - Gama M.....	23
5.4. Estimativas e boxplots para o cenário 1 com 3 repetições - Repetibilidade.....	24
5.5. Estimativas e boxplots para o cenário 1 com 3 repetições - Reprodutibilidade.....	25
5.6. Estimativas e boxplots para o cenário 1 com 3 repetições - Gama M.....	26
5.7. Estimativas e boxplots para o cenário 1 com 5 repetições - Repetibilidade.....	27
5.8. Estimativas e boxplots para o cenário 1 com 5 repetições - Reprodutibilidade.....	28
5.9. Estimativas e boxplots para o cenário 1 com 5 repetições - Gama M.....	29
5.10. Estimativas e boxplots para o cenário 2 com 2 repetições - Repetibilidade.....	30
5.11. Estimativas e boxplots para o cenário 2 com 2 repetições - Reprodutibilidade.....	31
5.12. Estimativas e boxplots para o cenário 2 com 2 repetições - Gama M.....	32
5.13. Estimativas e boxplots para o cenário 2 com 3 repetições - Repetibilidade.....	33
5.14. Estimativas e boxplots para o cenário 2 com 3 repetições - Reprodutibilidade.....	34
5.15. Estimativas e boxplots para o cenário 2 com 3 repetições - Gama M.....	35
5.16. Estimativas e boxplots para o cenário 2 com 3 repetições - Repetibilidade.....	36
5.17. Estimativas e boxplots para o cenário 2 com 3 repetições - Reprodutibilidade.....	37
5.18. Estimativas e boxplots para o cenário 2 com 3 repetições - Gama M.....	38
Referências Bibliográficas.....	39

1. Introdução

Medição é o processo de determinar experimentalmente um valor de magnitude numérico para uma característica que possa ser atribuída a um objeto ou evento, no contexto de um quadro ou referência que permita fazer comparações com outros objetos ou eventos.

O ato de medir, além de envolver as unidades de medida, envolve a existência de instrumentos de medição, que graduados de acordo com a unidade de medida em questão, fornecem com variados graus de precisão a medida desejada. Além disso, todos os instrumentos de medição estão sujeitos a diferentes graus de erro do instrumento e à incerteza de medição, uma vez que diferentes fatores contribuem para a precisão do resultado obtido, e até mesmo a repetição do ensaio sem variação dos fatores apresenta um grau de precisão mensurável.

A variação de medida está em toda a parte no mundo. A fim de melhorar qualquer produto ou processo, a variação dos principais parâmetros críticos para a qualidade precisa ser medida com precisão e exatidão. De acordo com Victor Baeza[1], engenheiro de campo SQA Services, Inc., empresa líder na prestação de serviços de gestão de qualidade do fornecedor para indústrias altamente regulamentadas, “é incrível como ainda existem muitas organizações que não consideram o aspecto da variação de medida como um projeto de melhoria de processo”. Entre os campos de aplicação estão indústrias farmacêuticas, dispositivos médicos, indústria automotiva e aeroespacial, alta tecnologia.

A manutenção e acompanhamento adequado de todo processo de medida demanda uma estrutura de avaliação do sistema e confiabilidade metrológica adequados. Para tanto, entre os diversos requisitos a serem alcançados, estão: precisão analítica, avaliação da incerteza de medição, estudos de variabilidade, participação em programas interlaboratoriais, etc. Além disso, o procedimento analítico deve estar sob controle estatístico e ser executado sob um sistema de gestão de qualidade bem estabelecido.

No que diz respeito ao Controle Estatístico do Processo (CEP) e à avaliação da capacidade de um medidor, existem diversas ferramentas disponíveis aplicáveis para avaliação de um sistema de medição. As principais delas são: folha de verificação, estratificação, diagrama de causa e efeito, diagrama de pareto, histograma, diagrama de dispersão e gráficos de controle.

A análise e o controle de um processo só podem ser significativos se os instrumentos de medição utilizados forem o mais exatos possível, pois eles estão sujeitos a variações. Se eles não estiverem calibrados, produz-se, como consequência, um desvio ou uma variação sistemática. Por outro lado, a existência de desvios sistemáticos também poderá ser devida a diferentes pessoas utilizarem o mesmo instrumento para realizarem as medições similares.

Uma variação sistemática (ao longo do tempo) das leituras do instrumento pode ocorrer pelo seu desgaste ou uma alteração das condições ambientais, como mudanças de temperatura ou umidade durante as medições, afetando a estabilidade dos seus resultados.

Outro tipo de variação, denominada variação aleatória, deve-se geralmente a condições geradas pelo próprio instrumento (atritos internos), que provocam variação nos resultados de medições repetidas.

Um estudo de capacidade do medidor busca avaliar estas variações através de gráficos de controle e outros métodos estatísticos que avaliam o poder discriminativo do instrumento de medida e a capacidade do medidor propriamente dita pela magnitude do erro de medida. Também é possível planejar estudos de capacidade de um medidor para investigar dois componentes do erro de mensuração, comumente chamados repetibilidade e reprodutibilidade (R&R) do medidor[2].

Ao lidarmos com os conceitos de repetibilidade e reprodutibilidade é importante conhecermos também os conceitos de exatidão e precisão, uma vez que estes expressam e contextualizam de forma direta em relação aos índices R&R.

Exatidão: É uma medida de posição. Representa a diferença entre a média observada das medições efetuadas e o valor verdadeiro da grandeza medida, ou seja, é a aptidão do instrumento para dar indicações próximas do verdadeiro valor da grandeza medida. O valor verdadeiro da grandeza medida pode ser obtido através da medição de um padrão ou especificação de produção/fornecedor. A exatidão de um instrumento de medida é conhecida através de uma operação que se denomina de calibração, que consiste num conjunto de operações que estabelecem a relação entre os valores indicados por um instrumento de medida e os correspondentes valores conhecidos da grandeza a medir.

Precisão: Representa a aptidão de um instrumento de medição fornecer indicações muito próximas, quando se mede o mesmo mensurando, sob as mesmas condições. Define o quanto um instrumento é capaz de reproduzir um valor obtido numa medição, mesmo que ele não esteja correto. A precisão é definida pelo desvio padrão de uma série de medidas de uma mesma amostra ou um mesmo ponto. Quanto maior o desvio padrão, menor é a precisão. Pode-se observar que existe relação direta entre repetibilidade e precisão, pois ambos representam conceitos associados com a dispersão dos resultados.

Para melhor compreender os conceitos de exatidão e precisão, é usual fazer analogia entre o processo de medição e um exercício de tiro ao alvo. Na base dessa analogia está a ideia de que, assim como o objetivo de um atirador é atingir o centro do alvo, o objetivo da medição é determinar o valor verdadeiro do mensurando.

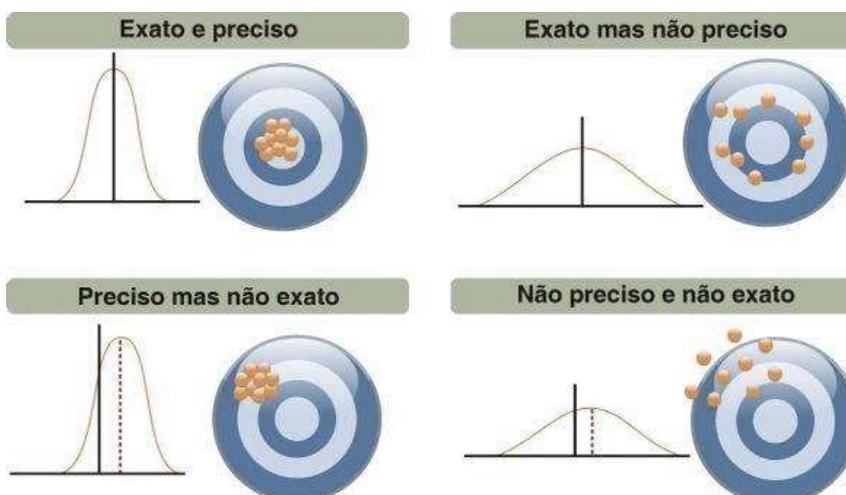


Figura 1: Ilustração dos conceitos de precisão e exatidão

Um dos aspectos do estudo da capacidade de um medidor, são os chamados componentes do erro de mensuração, ou índices R&R, também chamados índices de repetibilidade (r) e reprodutibilidade (R).

Repetibilidade: É a capacidade do instrumento de medição para dar, em condições de utilização definidas, as respostas muito próximas quando se aplica repetidamente o mesmo sinal de entrada. Estas condições incluem: redução ao mínimo das alterações; mesmo procedimento de medição; o mesmo observador; o mesmo equipamento, utilizado nas mesmas condições; o mesmo local; e repetições durante um curto intervalo de tempo. A repetibilidade pode ser expressa quantitativamente através das características da dispersão das indicações.

Reprodutibilidade: Aproximação entre resultados das medições de uma mesma grandeza, quando as medições individuais são afetadas fazendo variar condições tais como: métodos de medição; operador; instrumento de medida; local; condições de utilização; tempo. A reprodutibilidade pode exprimir-se quantitativamente em termos de características da dispersão dos resultados.

A soma da repetibilidade e da reprodutibilidade, ou ainda, a soma das variações devida ao erro e aos diferentes operadores, pode ser entendida como erro de medição, erro do sistema de medida ou variação do sistema de medida, que é toda a variação do sistema que não é devida às diferentes peças ou unidades experimentais.

Entre os diferentes métodos de estimação dos índices R&R estão métodos descritivos e métodos baseados em modelos de análise de variância. Os métodos descritivos, também chamados de método da média e amplitude, método tabular ou método longo, possuem diversas variações, e sua aplicação baseia-se principalmente na utilização de estatísticas descritivas e valores tabelados para a obtenção das estimativas de repetibilidade e reprodutibilidade. O método baseado em modelos de análise de variância é representado por um modelo onde os efeitos das diferentes peças e diferentes operadores em estudo são considerados como aleatórios.

Em seu trabalho, publicado em maio de 2013, Scott Stamm [9] apresentou uma comparação entre três diferentes métodos de estimação de repetibilidade e reprodutibilidade do medidor, utilizando em sua abordagem diferentes hipóteses para avaliá-los. Os métodos foram: método baseado na análise de variância, método da média e amplitude e método *Evaluating the Measurement Process III* (EMP III). As hipóteses testadas envolveram diversos cenários, avaliando tanto o comportamento das estimativas como a relação entre os métodos de estimação. Neste artigo observou-se que os três métodos diferem quanto às estimativas do erro total de precisão e quanto às estimativas dos índices de repetibilidade e reprodutibilidade, sugerindo ainda que existe alta correlação entre os diferentes métodos abordados para a estimativa do erro total.

Uma aplicação constante de utilização dos índices é em estudos interlaboratoriais, sugerindo um critério de crítica com as estimativas obtidas. O índice r (repetibilidade) indica a diferença máxima aceitável entre pelo menos dois resultados. Esses resultados referem-se a medidas obtidas em medições “quase iguais”, dentro de um mesmo laboratório. Por sua vez, R (reprodutibilidade) indica a diferença máxima aceitável entre pelo menos dois resultados de laboratórios diferentes. [7]

Valores de repetibilidade e reprodutibilidade têm ampla aplicação metrológica e industrial, principalmente em estudos envolvendo diferentes laboratórios, através de programas interlaboratoriais e utilizando os índices de repetibilidade e reprodutibilidade, os laboratórios usufruem de um mecanismo para garantir a estabilidade de seus processos de medição. [8]

O presente trabalho tem por objetivo apresentar e comparar o desempenho de dois métodos de estimação de repetibilidade, reprodutibilidade e erro do sistema de medida, chamados de método descritivo e método GRR, através de dados simulados a partir de estudos reais.

2. Metodologia

Um experimento típico de R&R de um medidor consiste em um estudo envolvendo diferentes peças selecionadas aleatoriamente e diferentes operadores também selecionados aleatoriamente, onde cada operador mede a variável de interesse em cada uma das peças m vezes. A Tabela 1 apresenta a representação dos dados obtidos pelo estudo com p peças, o operadores e m medições da variável de interesse em cada peça por cada operador.

Tabela 1: Exemplo de dados para o estudo de repetibilidade e reprodutibilidade [2] [3]

Nº da peça	Operador 1		...	Operador o	
	Medida		...	Medida	
	1	m	...	1	m
1	$Y_{1,1,1}$	$Y_{m,1,1}$...	$Y_{1,1,o}$	$Y_{m,1,o}$
2	$Y_{1,2,1}$	$Y_{m,2,1}$...	$Y_{1,2,o}$	$Y_{m,2,o}$
3	$Y_{1,3,1}$	$Y_{m,3,1}$...	$Y_{1,3,o}$	$Y_{m,3,o}$
...
p	$Y_{1,p,1}$	$Y_{m,p,1}$...	$Y_{1,p,o}$	$Y_{m,p,o}$

Um estudo de R&R permite investigar[4]:

- Se a variação do sistema de medida é pequena em comparação com a variação do processo (esta última envolve a variação devida a peças);
- Quanto da variação do sistema de medida é causada pelos diferentes operadores;
- Se o seu sistema de medida é capaz de discriminar entre as diferentes partes.

Para comparar os dois diferentes métodos de estimação, foram simulados dados de experimentos típicos R&R, utilizando como parâmetros para as variâncias dos efeitos de peça, operador e a interação destes últimos, valores retirados de 2 estudos reais. Foram geradas 10000 amostras em três situações: duas, três ou cinco repetições por operador.

O foco do estudo está na comparação dos dois métodos de estimação dos três índices:

- Repetibilidade (estimativa da variância residual)

- Reprodutibilidade (soma das estimativas da variância do operador e variância da interação peça*operador)
- Gamma M (variância do sistema de medida)

Os índices obtidos para cada método em cada cenário e cada situação foram avaliados quanto a sua assertividade frente ao seu verdadeiro valor e quanto a sua precisão baseado no intervalo de confiança 95% obtido pelos quantis 2.5% e 97.5% das 10000 amostras geradas.

Para mensurar a assertividade de cada índice obtido em cada método foram utilizadas as seguintes medidas de eficiência:

- Viés da estimativa ou erro médio (repetibilidade amostral menos repetibilidade verdadeira)

$$\hat{\sigma}_e^2 - \sigma^2$$

- Erro quadrático médio (viés da estimativa ao quadrado)

$$(\hat{\sigma}_e^2 - \sigma^2)^2$$

- Variação percentual da estimativa

$$\left(\frac{(\hat{\sigma}_e^2 - \sigma^2)}{\sigma^2} \right) * 100$$

Para todas as estimativas pontuais dos índices de repetibilidade e reprodutibilidade obtidos em cada método e cada cenário, e também para as medidas de eficiência de cada índice, foram calculadas as estatísticas descritivas de média e desvio padrão, bem como apresentados os valores mínimo e máximo obtidos em cada situação. Além disso, foram construídos gráficos *boxplot* comparativos, de forma que fosse possível visualizar a distribuição dos resultados em cada caso.

Para montar as tabelas descritivas utilizou-se o software JMP versão 11.0, para gerar os gráficos utilizou-se o software R versão 2.15.1 com os recursos gráficos do pacote *ggplot2*.

Conforme mencionado anteriormente, uma avaliação sugerida para os índices de repetibilidade e reprodutibilidade é a soma destes índices, que correspondem à variação do sistema de medida, ou o quanto da variação total que não é explicada pelas diferentes peças.

De forma geral, o percentual da variação do processo é obtida pela razão da variação do sistema de medida sobre a variação total, isto é:

$$Rho M = \frac{Gamma M}{Variância Total}$$

De acordo com orientações da AIAG (Automotive Industry Action Group), associação sem fins lucrativos onde diversos profissionais de áreas interessadas trabalham em colaboração para dinamizar os processos da indústria através do desenvolvimento de padrões globais e harmonização de práticas do negócio, a variação do sistema de medida pode ser avaliada através do percentual de variação do processo [6]:

Percentual da variação do sistema de medida	Aceitabilidade
menor que 10%	o sistema de medida é aceitável
entre 10% e 30%	o sistema de medição é aceitável dependendo da aplicação, custo, dispositivo de medição e outros fatores
maior que 30%	o sistema de medida é não aceitável e deve ser melhorado

2.1 Método baseado na análise de variância

Se a peças selecionadas aleatoriamente e b operadores também selecionados aleatoriamente, e se cada operador mede cada peça n vezes, então as medidas da variável de interesse podem ser representadas pelo modelo:

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk} \quad (2.1)$$

$$\begin{cases} i = 1, 2, \dots, a \\ j = 1, 2, \dots, b \\ k = 1, 2, \dots, n \end{cases}$$

onde os parâmetros do modelo τ_i , β_j , $(\tau\beta)_{ij}$ e ε_{ijk} são todos eles, efeitos aleatórios independentes que representam os efeitos das peças, operadores, e sua interação ou efeitos conjuntos de peças e operadores, e o erro aleatório. . Supomos que os efeitos aleatórios:

$$\tau_i, \beta_j, (\tau\beta)_{ij} \text{ e } \varepsilon_{ijk}$$

sejam distribuídos normalmente com média zero e variâncias dadas por:

$$V(\tau_i) = \sigma_\tau^2, V(\beta_j) = \sigma_\beta^2, V[(\tau\beta)_{ij}] = \sigma_{\tau\beta}^2 \text{ e } V(\varepsilon_{ijk}) = \sigma^2.$$

Portanto a variância de uma observação qualquer é:

$$V(y_{ijk}) = \sigma_\tau^2 + \sigma_\beta^2 + \sigma_{\tau\beta}^2 + \sigma^2$$

e σ_τ^2 , σ_β^2 , $\sigma_{\tau\beta}^2$ e σ^2 são conhecidos como componentes de variância.

Para se obter as estimativas de repetibilidade e reprodutibilidade a partir dos componentes de variância usa-se a relação direta onde σ^2 é o componente associado a repetibilidade e a soma dos componentes de variância do operador e da interação peça e operador, isto é $\sigma_\beta^2 + \sigma_{\tau\beta}^2$ é o componente da reprodutibilidade. A variabilidade devida ao medidor pode ser medida portanto como a soma destas estimativas, isto é:

$$\sigma_{medidor}^2 = \sigma_{repetibilidade}^2 + \sigma_{reprodutibilidade}^2$$

Uma situação desejável, de modo geral, é aquela quando a variabilidade no medidor seja relativamente pequena em relação a variabilidade no produto, implicando que o medidor é capaz de distinguir entre diferentes graus do produto.

2.1.1 Método GRR

Um procedimento baseado na análise de variância está implementado no software estatístico SAS e pode ser executado através do comando para estimação de componentes de variância chamado PROC VARCOMP selecionando-se METHOD=GRR (*gauge repeatability and reproducibility*).

Este procedimento estima as componentes de variância do modelo (2.1) através do método MVUE (Minimum Variance Unbiased Estimators) [5].

A sintaxe correspondente, via código de programação SAS versão 9.4, é a seguinte:

```
PROC VARCOMP METHOD=GRR;
  CLASS P O;
  MODEL Y = P|O;
RUN;
```

As saídas para o respectivo comando estão apresentadas nas Tabelas 2 e 3.

Tabela 2: Tabela da análise de variância para a saída do PROC VARCOMP utilizando o método GRR

Fonte de Variação	Graus de Liberdade	Quadrado Médio	Quadrado Médio Esperado
Peças(P)	$p - 1$	S_P^2	$\text{Var}(E) + r\text{Var}(PO) + or\text{Var}(P)$
Operadores(O)	$o - 1$	S_O^2	$\text{Var}(E) + r\text{Var}(PO) + pr\text{Var}(O)$
Interação (P×O)	$(p - 1)(o - 1)$	S_{PO}^2	$\text{Var}(E) + r\text{Var}(PO)$
Erro(E)	$po(r - 1)$	S_E^2	$\text{Var}(E)$

Tabela 3: Tabela com os parâmetros de interesse para a saída do PROC VARCOMP utilizando o método GRR

Parâmetro	Fórmula
Média para a variável resposta	$\mu_y = \bar{y} \dots = \Sigma_{ijk} y_{ijk} / POR$
Variância das peças (P)	$\gamma_P = \text{Var}(P)$
Variância do sistema de medida	$\gamma_M = \text{Var}(O) + \text{Var}(PO) + \text{Var}(E)$
Variância total para a variável resposta	$\gamma_y = \text{Var}(y) = \gamma_P + \gamma_M$
Proporção da variância no produto sobre o sistema	$\gamma_R = \gamma_P / \gamma_M$
Proporção da variância total devida a variação no produto	$\rho_P = \gamma_P / \gamma_y = \frac{\gamma_R}{1 + \gamma_R}$
Proporção da variância total devida ao sistema de medida	$\rho_M = \gamma_M / \gamma_y = 1 - \rho_P$
Relação sinal-ruído	$\text{SNR} = \sqrt{2} \times \gamma_R$
Razão de discriminação	$\text{DR} = 1 + 2\gamma_R$

Além das estimativas pontuais, o procedimento também fornece estimativas por intervalo de confiança para cada parâmetro.

No presente estudo, trabalharemos apenas com alguns dos parâmetros gerados pelo procedimento, que são: $\text{Var}(\text{Operador}) + \text{Var}(\text{Peça} * \text{Operador})$ que será nossa estimativa para o índice de reprodutibilidade, $\text{Var}(\text{Erro})$ que será nossa estimativa para o índice de repetibilidade e $\text{Gamma}(M)$ que será a variância do sistema de medida.

2.2 Método descritivo

O método descritivo, baseado na média e amplitude e também chamado de método longo ou, como mencionado por Montgomery, abordagem tabular, é um método descritivo, onde através da extensão de um experimento típico de R&R, a partir de estatísticas descritivas para as medidas obtidas, obtêm-se os valores para as estimativas de repetibilidade e reprodutibilidade [2].

$$\hat{\sigma}_{\text{repetibilidade}} = \frac{\bar{R}}{d_2}$$

onde:

\bar{R} média das amplitudes médias de cada operador

d_2 valor tabelado, conforme número de medidas sobre a mesma peça

$$\hat{\sigma}_{\text{reprodutibilidade}} = \frac{R_{\bar{y}}}{d_2}$$

onde:

$R_{\bar{x}}$ amplitude das médias obtidas pelos diferentes operadores

d_2 valor tabelado, conforme número de operadores

Na tabela 4 está apresentada a extensão da tabela 1 (exemplo de dados para o estudo de repetibilidade e reprodutibilidade [2] [3]) com estatísticas descritivas para cada observação, através destas estatísticas e dos valores tabelados mencionados anteriormente obtém-se as estimativas de repetibilidade e reprodutibilidade.

Tabela 4: Dados para estudo da repetibilidade e reprodutibilidade pelo método da média e amplitude [2] [3]

Nº da peça	Operador 1				...	Operador o			
	Medida		\bar{y}	R		Medida		\bar{y}	R
1	m								
1	$Y_{1,1,1}$	$Y_{m,1,1}$	$\bar{y}_{1,1}$	$R_{1,1}$...	$Y_{1,1,o}$	$Y_{m,1,o}$	$\bar{y}_{o,1}$	$R_{o,1}$
2	$Y_{1,2,1}$	$Y_{m,2,1}$	$\bar{y}_{1,2}$	$R_{1,2}$...	$Y_{1,2,o}$	$Y_{m,2,o}$	$\bar{y}_{o,2}$	$R_{o,2}$
3	$Y_{1,3,1}$	$Y_{m,3,1}$	$\bar{y}_{1,3}$	$R_{1,3}$...	$Y_{1,3,o}$	$Y_{m,3,o}$	$\bar{y}_{o,3}$	$R_{o,3}$
...
p	$Y_{1,p,1}$	$Y_{m,p,1}$	$\bar{y}_{1,p}$	$R_{1,p}$...	$Y_{1,p,o}$	$Y_{m,p,o}$	$\bar{y}_{o,p}$	$R_{o,p}$
			\bar{y}_1	\bar{R}_1				\bar{y}_o	\bar{R}_o

2.3 Simulação

Considerando o modelo para estimação pelo método GRR e pelo método descritivo, baseado nas informações dos dados obtidos em estudos anteriores foram construídos dois cenários para os parâmetros de interesse. Dentro de cada um desses cenários, ainda, com o objetivo de verificar o impacto no número de repetições sobre as estimativas de repetibilidade e reprodutibilidade, foram simuladas situações com duas, três e cinco repetições de ensaio por operador.

As etapas de simulação foram:

1. Criou-se as matrizes de efeitos fixos e aleatórios correspondentes ao delineamento que gera os dados através do comando PROC GLIMMIX.
2. Criou-se a matriz diagonal que contém os componentes de variância para os efeitos de operador, peça e operador*peça.
3. Criou-se a matriz $R = \text{Sigma}2 * I$, em que $\text{Sigma}2$ é a variância do termo do erro.
4. Para cada observação simulada calculou-se a medida como a soma dos termos.
 - a) O preditor linear de efeitos fixos $\eta = X * \text{Beta}$ (no caso, temos somente o intercepto como efeito fixo, assim x é um vetor $(n \times 1)$ de "uns" e Beta é o valor (ou estimativa) do intercepto.
 - b) Efeitos aleatórios $Z * \text{Gama}$, em que $\text{Gama} \sim \text{MVN}(0, G)$, ou seja, Gama tem distribuição normal multivariada com médias $\text{Mu} = (0, 0, 0)$ e matriz de variâncias e covariâncias G .
 - c) O erro aleatório $\text{Epsilon} \sim \text{MVN}(0, R)$. Ou seja, como $R = \text{Sigma}2 * I$, então $\text{Epsilon}_i \sim N(0, \text{Sigma}2)$.

Sendo assim, os dois métodos em estudo serão comparados em seis diferentes abordagens, de acordo com a Tabela 5.

Tabela 5: Diferentes cenários e verdadeiros valores dos parâmetros

Cenário	Peças	Operadores	Repetições	Verdadeiro valor do parâmetro		
				Repet.	Reprod.	Gama M
1**	10	3	2	0.78889	0.62592	1.41481
			3*			
			5			
2***	10	3	2*	0.0012917	0.00315	0.0044375
			3			
			5			

* Número de repetições utilizado no estudo referência.

** Estudo R&R sobre a medida de um diâmetro do eixo de Hoguet (1994), envolvendo 10 eixos (partes), 3 operadores e 3 medidas de diâmetro de cada eixo por cada operador.

*** Estudos sobre a espessura de vedação (Gasket thicknesses) - ASQC Automotive Industry Action Group (1990), Measurement Systems Analysis Reference Manual, ASQC Automotive Industry Action Group. Foram utilizadas 10 partes, 3 operadores e 2 medidas de espessura.

3 Resultados e discussão

Os resultados obtidos para as simulações em cada um dos diferentes cenários encontram-se no capítulo 5 Quadros e figuras, dispostos em tabelas e gráficos com estatísticas descritivas para as estimativas obtidas em cada método, bem como para as três medidas de eficiência utilizadas.

Para o método GRR, a componente de variância associada ao operador ou a interação peça*operador pode apresentar estimativas negativas devido ao método de estimação. Nestes casos os resultados da simulação foram eliminados das análises posteriores. Na Tabela 8 encontra-se a frequência de ocorrência deste fenômeno.

Tabela 8: Frequência de amostras simuladas nas quais ocorreram estimativas de componentes de variância negativas no método GRR

Cenário	Peças	Operadores	Repetições	$\hat{\sigma}_{operador} < 0$	$\hat{\sigma}_{peça*operador} < 0$
1	10	3	2	1046	2344
			3	795	1440
			5	580	490
2	10	3	2	2164	5
			3	2002	3
			5	1939	0

De onde podemos observar que, na medida em que se aumentou o número de repetições diminui a quantidade de componentes de variância negativa. Além disso, para o segundo cenário onde as medidas verdadeiras de repetibilidade e reprodutibilidade são próximas de zero, a componente de variância associada à interação peça*operador quase não apresenta estimativas negativas.

O número de casos válidos e utilizado nas comparações dos métodos de estimação consequentemente é maior conforme aumenta o número de repetições (Tabela 8).

Tabela 9: Número de casos válidos utilizados

Cenário	Peças	Operadores	Repetições	N
1	10	3	2	6749
			3	7823
			5	8945
2	10	3	2	7831
			3	7995
			5	8061

Cenário 1 - Repetibilidade

No primeiro cenário, para o índice de repetibilidade, o método descritivo apresentou estimativa média mais próxima do verdadeiro valor nas 3 situações de repetição em estudo, porém a dispersão dos resultados, medida pelo desvio padrão das estimativas, é maior neste método.

As medidas de erro da estimativa, erro quadrático médio e variação percentual da estimativa, apresentaram resultados médios menores no método descritivo, confirmando que a estimativa média neste método está realmente mais próxima do verdadeiro valor. Quanto a variação destas medidas observa-se novamente uma maior dispersão para o método descritivo.

Cenário 1 - Reprodutibilidade

Para o índice de reprodutibilidade no primeiro cenário observa-se que, com 2 repetições o método descritivo apresenta resultados médios mais próximos do verdadeiro valor, porém nas situações com 3 e 5 repetições, onde há também um aumento significativo do número de simulações válidas, o método GRR apresentou resultados médios mais próximos do verdadeiro valor.

Da mesma forma, as medidas de erro apresentam-se maiores no método GRR quando com 2 repetições e no método descritivo com 3 e 5 repetições.

A variação de todas as estimativas apresentou-se maior no método descritivo.

Cenário 1 - Gamma M

No índice que mede a variação do sistema de medida, no primeiro cenário, em todas as situações de repetição, o método GRR apresentou resultados médios mais próximos do verdadeiro valor e medidas de erro menores que o método descritivo.

O desvio padrão das estimativas é maior no método descritivo em todas as situações.

Cenário 2 - Repetibilidade

Para o segundo cenário, em termos médios, os métodos GRR e descritivo não apresentaram grandes diferenças em nenhuma das situações de repetição.

A medida de erro que mede a variação percentual da estimativa apresenta diferenças mais perceptíveis neste caso, sendo que o método GRR apresenta menor variação em todos os cenários e conforme aumenta o número de repetições menor é a variação percentual para ambos os métodos.

Cenário 2 - Reprodutibilidade

No segundo cenário para as estimativas de reprodutibilidade o método GRR apresentou estimativa média mais próxima do verdadeiro valor. Destaca-se ainda que o método descritivo neste caso apresentou grande discrepância frente ao método GRR e ao próprio verdadeiro valor com estimativas viesadas consideravelmente menores, como pode

ser visto nas tabelas e gráficos 5.11, 5.14 e 5.17, para os cenários com 2, 3 ou 5 repetições, respectivamente.

Consequentemente as medidas de erro apresentaram-se muito maiores no método descritivo. Não houve grandes diferenças entre a dispersão das estimativas obtidas nos dois métodos.

Cenário 2 - Gamma M

Quanto a variação do sistema de medida para o segundo cenário observa-se que o método GRR tende a apresentar resultados médios mais próximos do verdadeiro valor para as três situações de repetição. Além disso o método descritivo novamente apresenta considerável viés frente ao verdadeiro valor, como pode ser visto nas tabelas e gráficos 5.12, 5.15 e 5.18, para os cenários com 2, 3 ou 5 repetições, respectivamente.

Não houve grandes diferenças entre a dispersão das estimativas obtidas nos dois métodos.

No que diz respeito aos resultados para as estimativas por intervalo de confiança observa-se que: para o primeiro cenário, em todos os casos o método descritivo apresentou intervalos de maior amplitude, com limites inferiores menores e limites superiores maiores. Para o segundo cenário, em geral, ambos os limites do intervalo no método descritivo ficaram abaixo dos limites do intervalo do método GRR, demonstrando um deslocamento das estimativas obtidas neste método e confirmando o viés já mencionado anteriormente (Tabela 10).

Tabela 10: Intervalo de confiança baseado nos quantis (2.5% e 97.5%) para os parâmetros estimados.

Cenário	Repetições	Método	Repetibilidade		Reprodutibilidade		Gamma M	
			LI	LS	LI	LS	LI	LS
1	2	GRR	0.42613	1.13761	0.10130	2.20661	0.76519	2.96252
		Descritivo	0.42489	1.19499	0.08872	2.59777	0.66761	3.35378
	3	GRR	0.52429	1.06135	0.09700	2.13138	0.80565	2.92833
		Descritivo	0.51646	1.08576	0.06829	2.50406	0.72365	3.31300
	5	GRR	0.60195	0.99713	0.09925	1.99059	0.84853	2.76612
		Descritivo	0.59436	1.01172	0.05694	2.40059	0.76620	3.18766
2	2	GRR	0.00073	0.00204	0.00109	0.00708	0.00238	0.00837
		Descritivo	0.00072	0.00214	0.00034	0.00624	0.00140	0.00756
	3	GRR	0.00087	0.00179	0.00121	0.00694	0.00251	0.00824
		Descritivo	0.00086	0.00183	0.00032	0.00598	0.00145	0.00734
	5	GRR	0.00099	0.00164	0.00127	0.00671	0.00255	0.00802
		Descritivo	0.00097	0.00167	0.00030	0.00586	0.00151	0.00723

4 Considerações finais

Após os resultados obtidos nas simulações nos dois diferentes métodos concluímos que os métodos de estimação GRR e descritivo diferem quanto as estimativas de repetibilidade, reprodutibilidade e variação do sistema de medida.

Uma vantagem do método descritivo frente ao método GRR é a não ocorrência de estimativas negativas (para as componentes de variância), porém, talvez este problema do método GRR possa ser minimizado utilizando-se um outro método de estimação para estas componentes. Além disso, o número de repetições parece também influenciar na precisão das estimativas, na medida em que os menores desvios padrão e as menores variações percentuais destas ocorreram com o maior número de repetições.

De forma geral, o método GRR é mais preciso que o método descritivo e, na maioria dos casos também menos viesado, principalmente para o cenário com variação do sistema de medida próxima de zero. Além disso, o método descritivo apresentou grande viés de estimativa para reprodutibilidade e para variação do sistema de medida neste cenário.

Para o cenário onde se trabalha com uma variação do sistema de medida maior, o método descritivo é mais apropriado para estimar apenas a repetibilidade, visto que a reprodutibilidade apresenta resultados com menor vício no método GRR acima de 3 repetições, e a variação do sistema de medida é mais exata para qualquer número de repetições neste método.

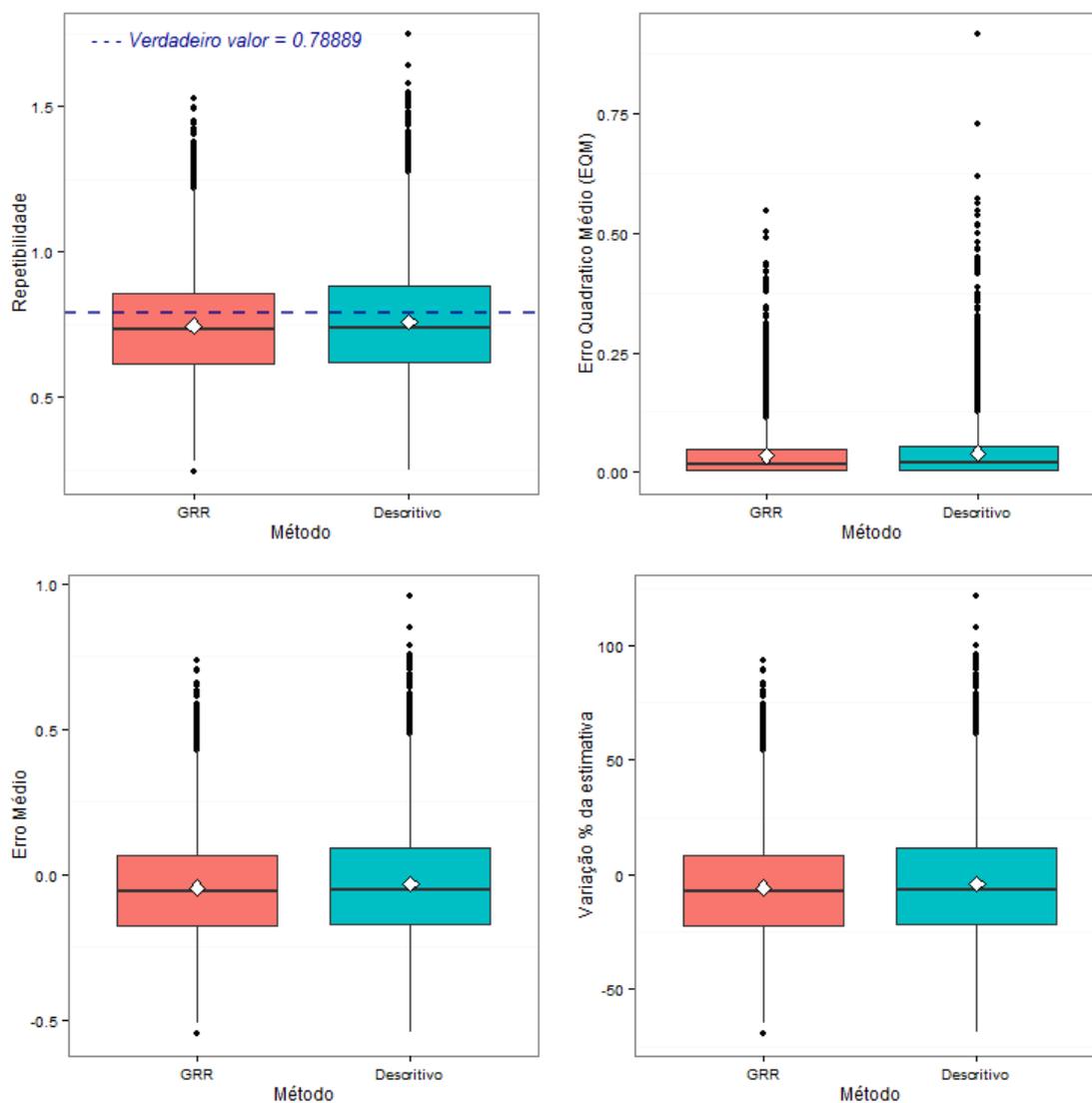
Para os resultados encontrados no cenário 2, nas estimativas de Reprodutibilidade e Gamma M, podemos citar que o estudo de Scott Stam [9] já havia mencionado diferença entre os métodos de estimação, neste caso ele sugeriu que, para as hipóteses estudadas em seu estudo os métodos descritivo e método da análise de variância tiveram diferenças significativas que não tinham sido mencionadas anteriormente na literatura.

Por fim, podemos observar que em geral o método pela análise de variância pode ser mais preciso para as estimativas de repetibilidade e reprodutibilidade, vimos também que existe um certo viés no método descritivo para as estimativas de reprodutibilidade e da variação do sistema de medida para cenários onde se trabalha com variações do sistema significativamente maiores que zero. Para confirmar estas observações, poderiam ser explorados novos cenários para verificar se o viés observado no método descritivo é pontual, aumentar o número de repetições verificando se a precisão das estimativas segue aumentando, além de aumentar o número de peças e operadores para avaliar o comportamento das estimativas.

5 Quadros e Figuras

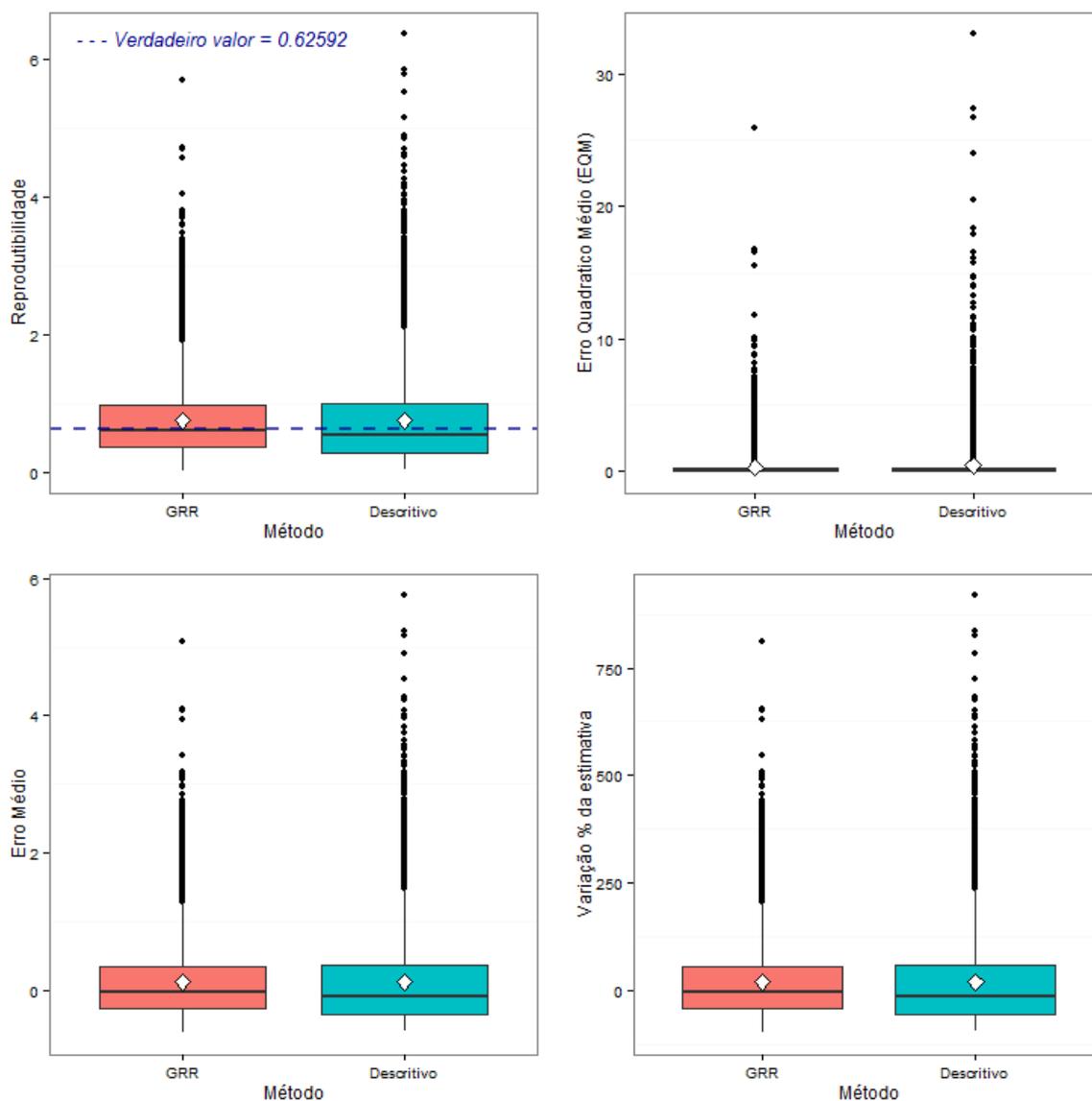
5.1 Estimativas e boxplots para o cenário 1 com 2 repetições Repetibilidade

Método	Estimativa	N	Mínimo	Média	Máximo	Desvio Padrão
GRR	Repetibilidade	6749	0.2401	0.7435	1.5280	0.1818
	Erro Médio	6749	-0.5488	-0.0454	0.7391	0.1818
	Erro Quadrático Médio	6749	0.0000	0.0351	0.5462	0.0485
	Varição % da estimativa	6749	-69.5605	-5.7590	93.6866	23.0486
Descritivo	Repetibilidade	6749	0.2493	0.7579	1.7450	0.1984
	Erro Médio	6749	-0.5396	-0.0310	0.9561	0.1984
	Erro Quadrático Médio	6749	0.0000	0.0403	0.9141	0.0585
	Varição % da estimativa	6749	-68.4027	-3.9285	121.1913	25.1536



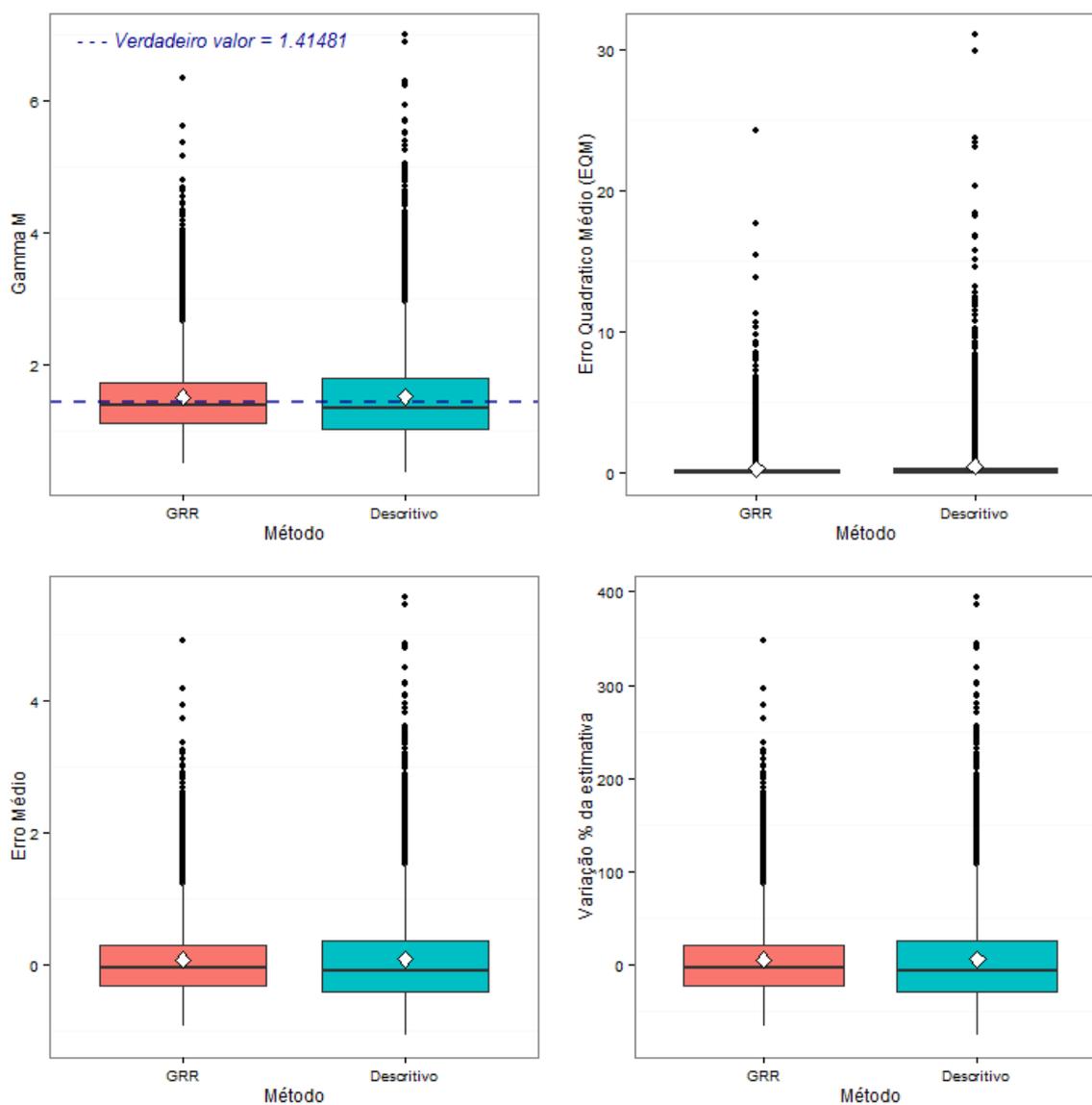
5.2 Estimativas e boxplots para o cenário 1 com 2 repetições Reprodutibilidade

Método	Estimativa	N	Mínimo	Média	MáYimo	DesvioPadrão
GRR	Reprodutibilidade	6749	0.0036	0.7503	5.7141	0.5560
	Erro Médio	6749	-0.6223	0.1244	5.0882	0.5560
	Erro QuadráticoMédio	6749	0.0000	0.3245	25.8893	0.9239
	Variação % da estimativa	6749	-99.4231	19.8761	812.8952	88.8228
Descritivo	Reprodutibilidade	6749	0.0370	0.7465	6.3692	0.6791
	Erro Médio	6749	-0.5890	0.1205	5.7433	0.6791
	Erro QuadráticoMédio	6749	0.0000	0.4756	32.9856	1.4387
	Variação % da estimativa	6749	-94.0947	19.2551	917.5645	108.4894



5.3 Estimativas e boxplots para o cenário 1 com 2 repetições Gamma M

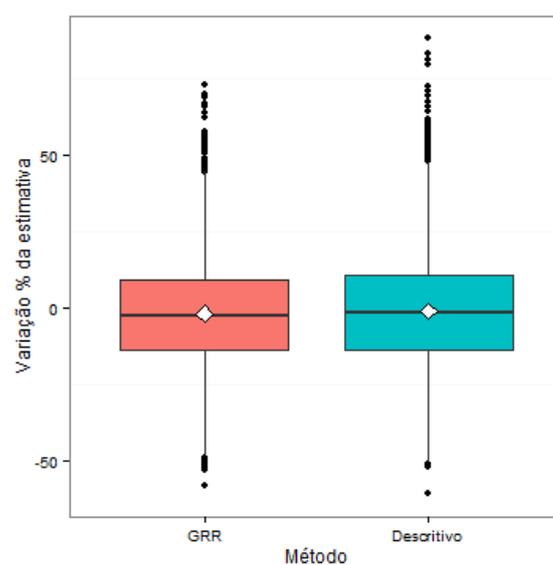
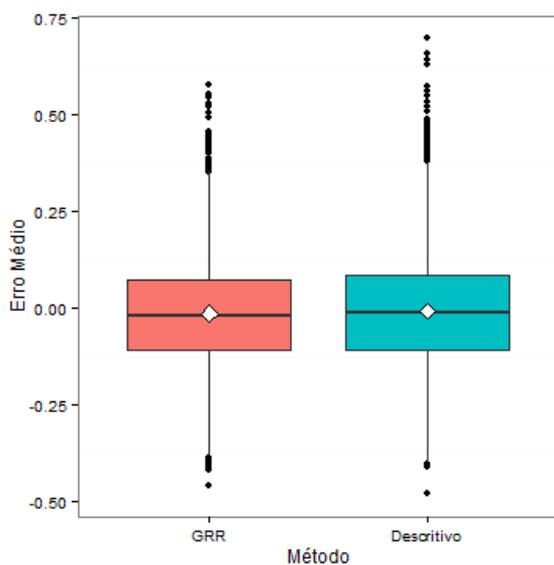
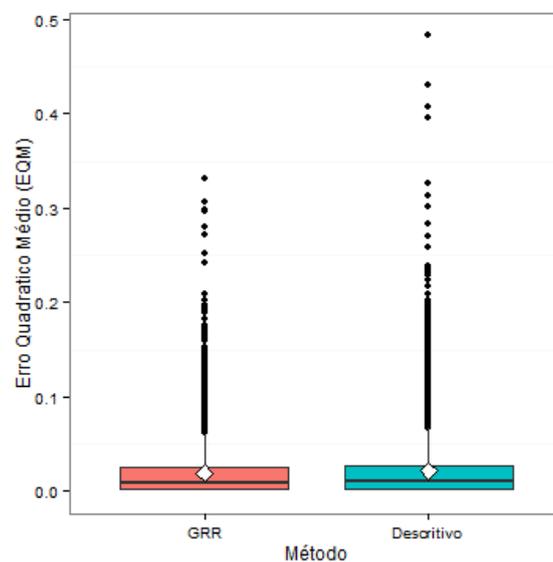
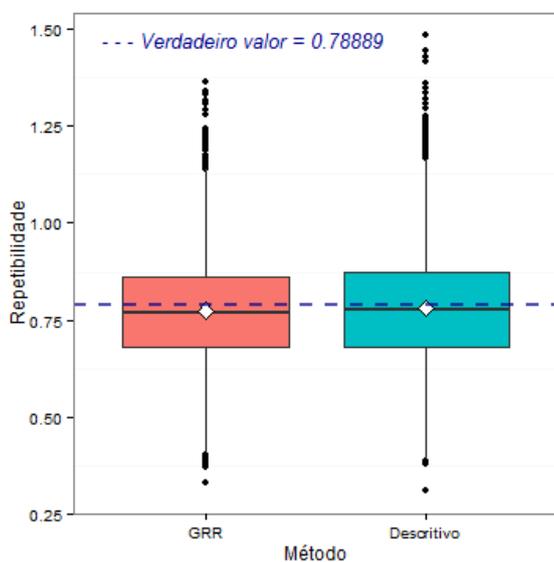
Método	Estimativa	N	Mínimo	Média	Máximo	Desvio Padrão
GRR	Gamma M	6749	0.4852	1.4938	6.3347	0.5678
	Erro Médio	6749	-0.9296	0.0790	4.9199	0.5678
	Erro Quadrático Médio	6749	0.0000	0.3286	24.2050	0.8886
	Variação % da estimativa	6749	-65.7072	5.5823	347.7373	40.1310
Descritivo	Gamma M	6749	0.3425	1.5044	6.9806	0.7061
	Erro Médio	6749	-1.0723	0.0895	5.5658	0.7061
	Erro Quadrático Médio	6749	0.0000	0.5066	30.9776	1.4331
	Variação % da estimativa	6749	-75.7932	6.3281	393.3895	49.9109



5.4 Estimativas e boxplots para o cenário 1 com 3 repetições

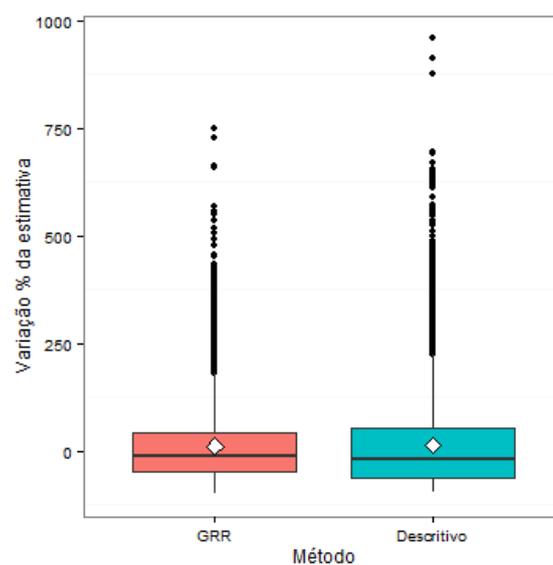
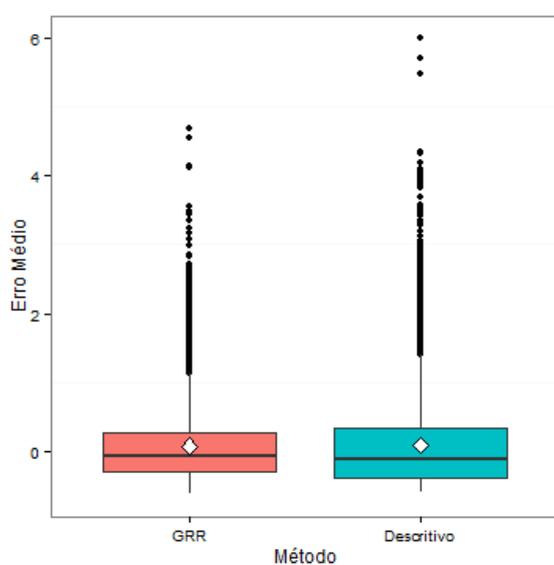
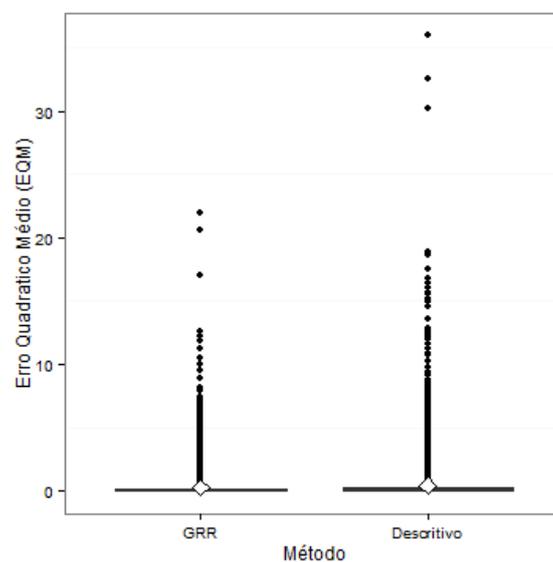
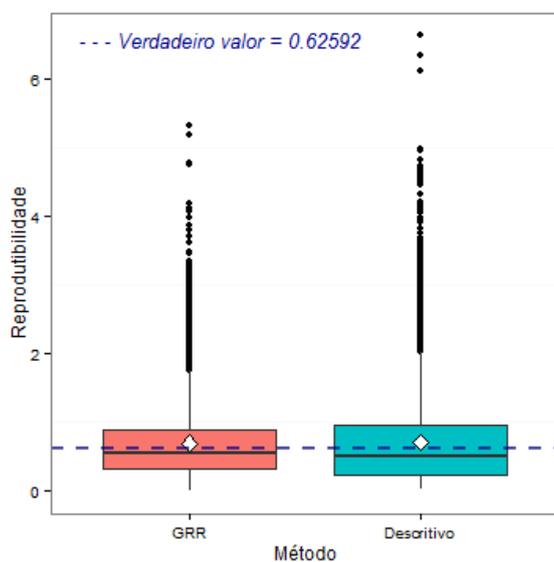
Repetibilidade

Método	Estimativa	N	Mínimo	Média	MáYimo	DesvioPadrão
GRR	Repetibilidade	7823	0.3310	0.7740	1.3643	0.1380
	Erro Médio	7823	-0.4579	-0.0149	0.5754	0.1380
	Erro QuadráticoMédio	7823	0.0000	0.0193	0.3311	0.0275
	Variação % da estimativa	7823	-58.0378	-1.8887	72.9397	17.4959
Descritivo	Repetibilidade	7823	0.3075	0.7810	1.4833	0.1459
	Erro Médio	7823	-0.4814	-0.0079	0.6944	0.1459
	Erro QuadráticoMédio	7823	0.0000	0.0213	0.4822	0.0315
	Variação % da estimativa	7823	-61.0200	-0.9976	88.0254	18.4927



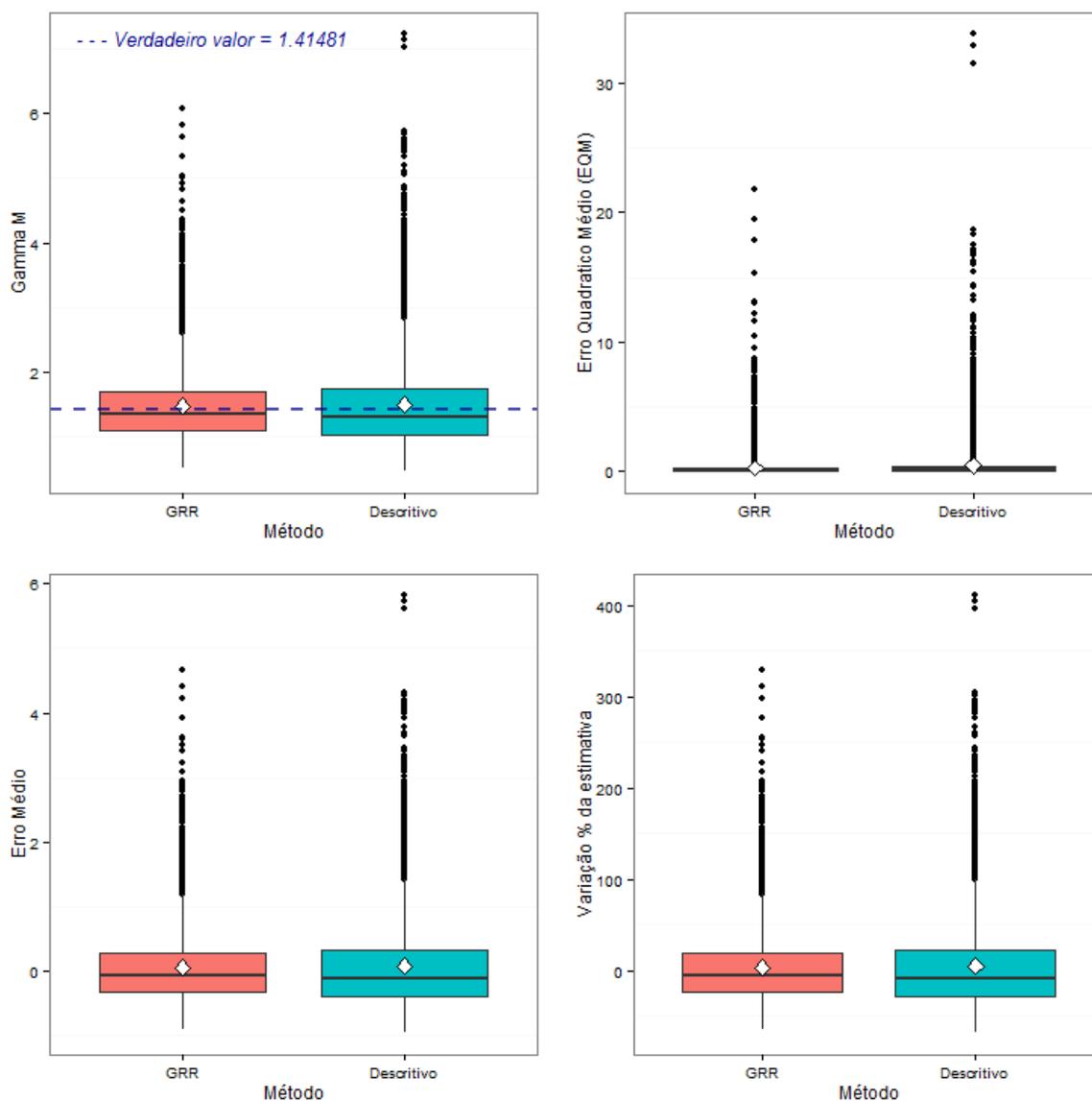
5.5 Estimativas e boxplots para o cenário 1 com 3 repetições Reprodutibilidade

Método	Estimativa	N	Mínimo	Média	MáYimo	DesvioPadrão
GRR	Reprodutibilidade	7823	0.0003	0.6962	5.3125	0.5335
	Erro Médio	7823	-0.6256	0.0703	4.6865	0.5335
	Erro QuadráticoMédio	7823	0.0000	0.2895	21.9636	0.8611
	Variação % da estimativa	7823	-99.9503	11.2318	748.7305	85.2301
Descritivo	Reprodutibilidade	7823	0.0272	0.7102	6.6183	0.6650
	Erro Médio	7823	-0.5988	0.0843	5.9924	0.6650
	Erro QuadráticoMédio	7823	0.0000	0.4492	35.9084	1.3893
	Variação % da estimativa	7823	-95.6595	13.4697	957.3533	106.2381



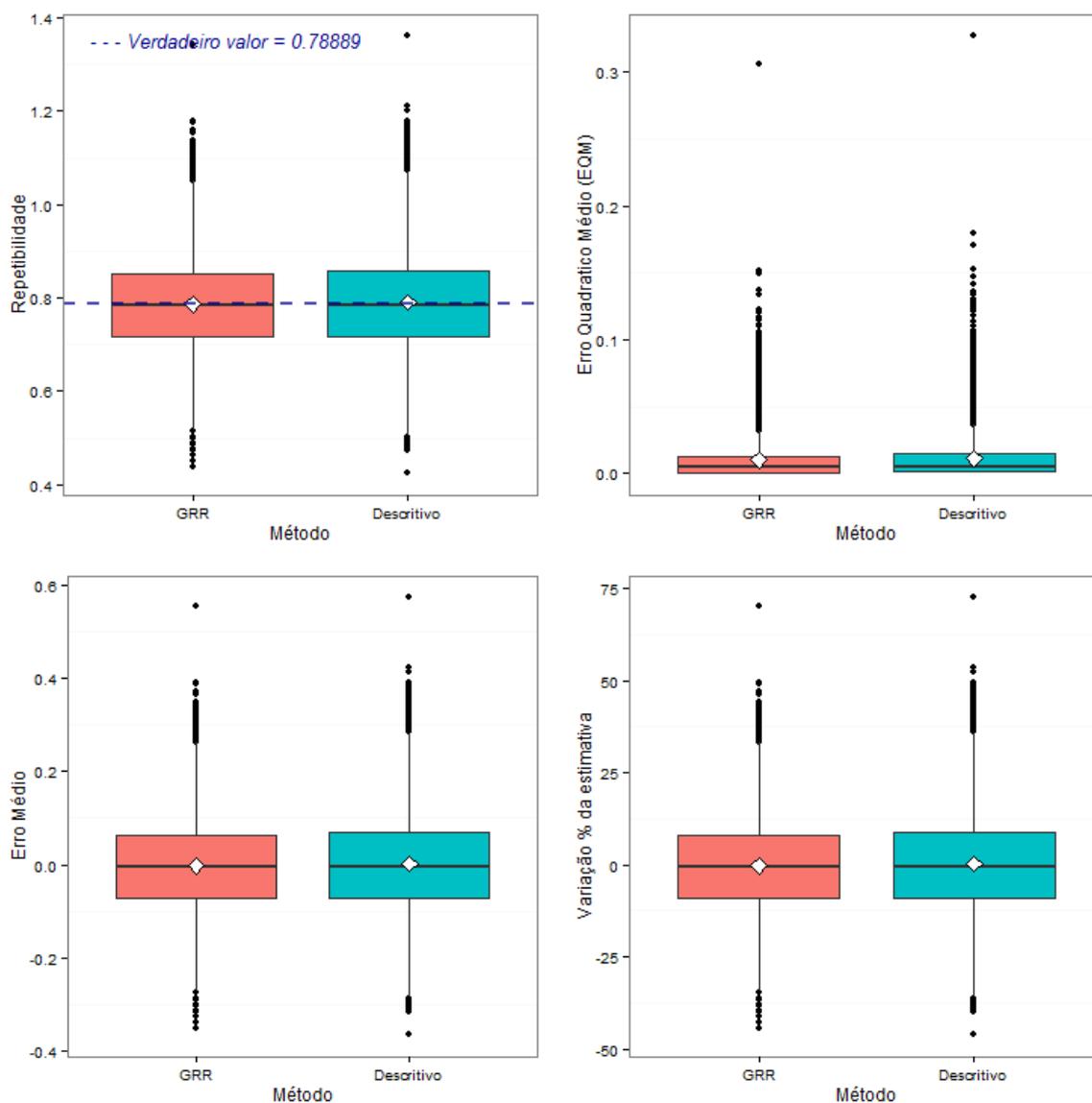
5.6 Estimativas e boxplots para o cenário 1 com 3 repetições Gamma M

Método	Estimativa	N	Mínimo	Média	Máximo	Desvio Padrão
GRR	Gamma M	7823	0.5060	1.4702	6.0814	0.5430
	Erro Médio	7823	-0.9088	0.0554	4.6666	0.5430
	Erro Quadrático Médio	7823	0.0000	0.2979	21.7769	0.8551
	Variação % da estimativa	7823	-64.2346	3.9159	329.8350	38.3808
Descritivo	Gamma M	7823	0.4539	1.4913	7.2248	0.6798
	Erro Médio	7823	-0.9609	0.0764	5.8100	0.6798
	Erro Quadrático Médio	7823	0.0000	0.4679	33.7564	1.3933
	Variação % da estimativa	7823	-67.9157	5.4029	410.6545	48.0489



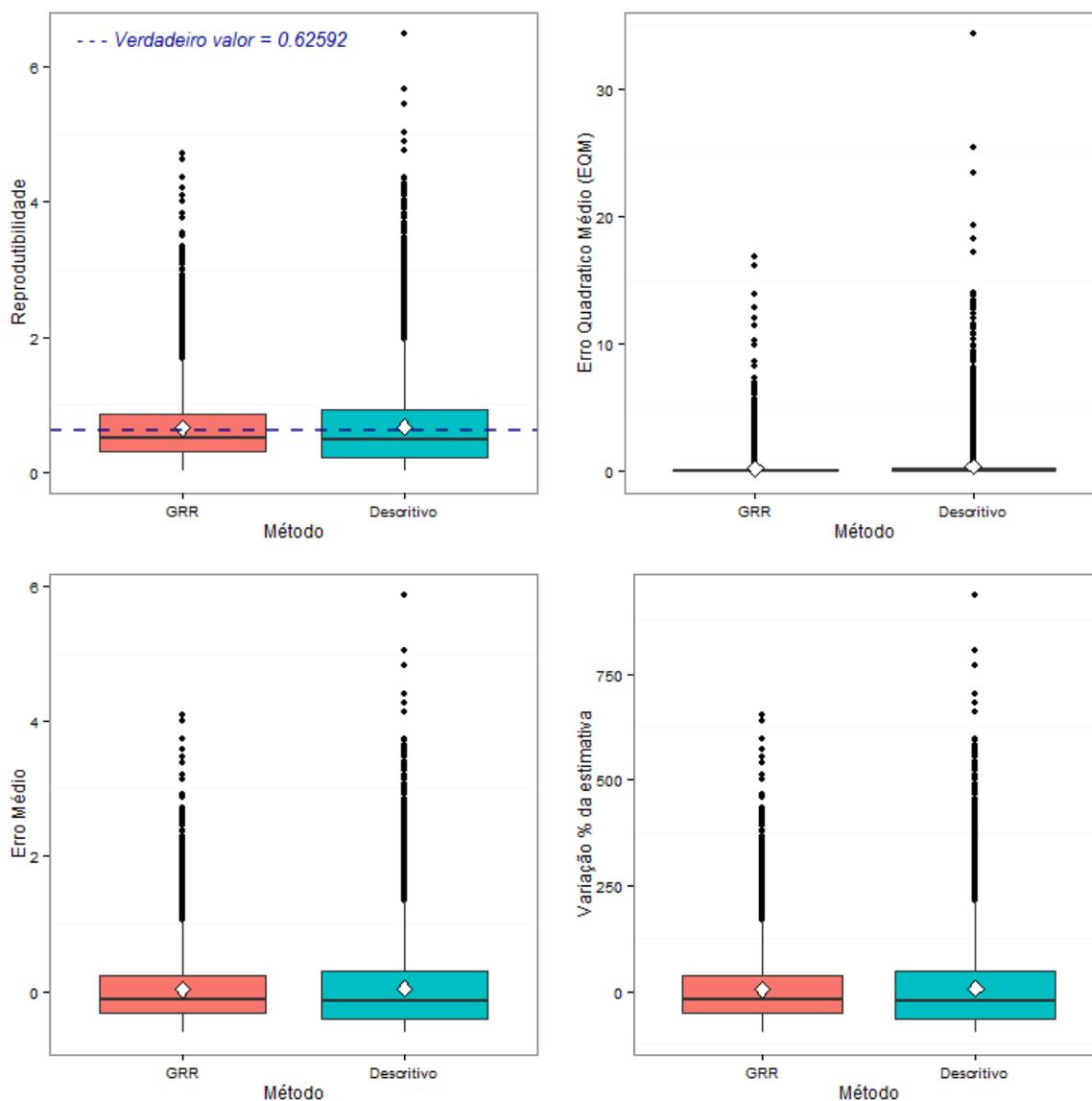
5.7 Estimativas e boxplots para o cenário 1 com 5 repetições Repetibilidade

Método	Estimativa	N	Mínimo	Média	Máximo	Desvio Padrão
GRR	Repetibilidade	8945	0.4392	0.7869	1.3422	0.1002
	Erro Médio	8945	-0.3497	-0.0020	0.5533	0.1002
	Erro Quadrático Médio	8945	0.0000	0.0101	0.3062	0.0149
	Variação % da estimativa	8945	-44.3276	-0.2523	70.1421	12.7071
Descritivo	Repetibilidade	8945	0.4237	0.7904	1.3601	0.1065
	Erro Médio	8945	-0.3651	0.0015	0.5712	0.1065
	Erro Quadrático Médio	8945	0.0000	0.0113	0.3263	0.0167
	Variação % da estimativa	8945	-46.2858	0.1942	72.4114	13.4992



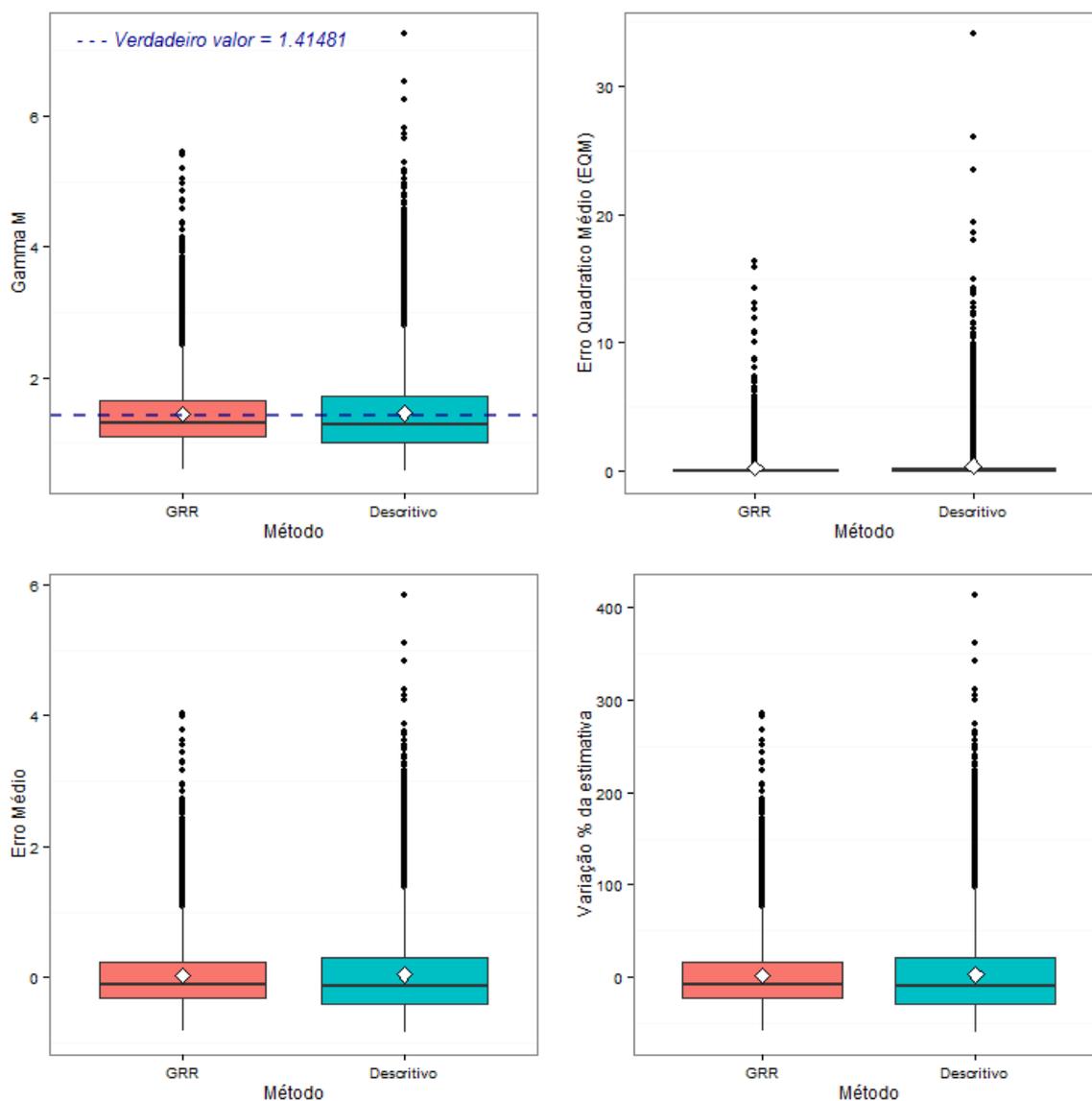
5.8 Estimativas e boxplots para o cenário 1 com 5 repetições Reprodutibilidade

Método	Estimativa	N	Mínimo	Média	Máximo	Desvio Padrão
GRR	Reprodutibilidade	8945	0.0119	0.6580	4.7224	0.5050
	Erro Médio	8945	-0.6140	0.0321	4.0965	0.5050
	Erro Quadrático Médio	8945	<0.0001	0.2560	16.7810	0.7249
	Varição % da estimativa	8945	-98.0999	5.1283	654.4610	80.6798
Descritivo	Reprodutibilidade	8945	0.0242	0.6742	6.4793	0.6366
	Erro Médio	8945	-0.6017	0.0483	5.8534	0.6366
	Erro Quadrático Médio	8945	<0.0001	0.4075	34.2625	1.1906
	Varição % da estimativa	8945	-96.1273	7.7097	935.1552	101.6977



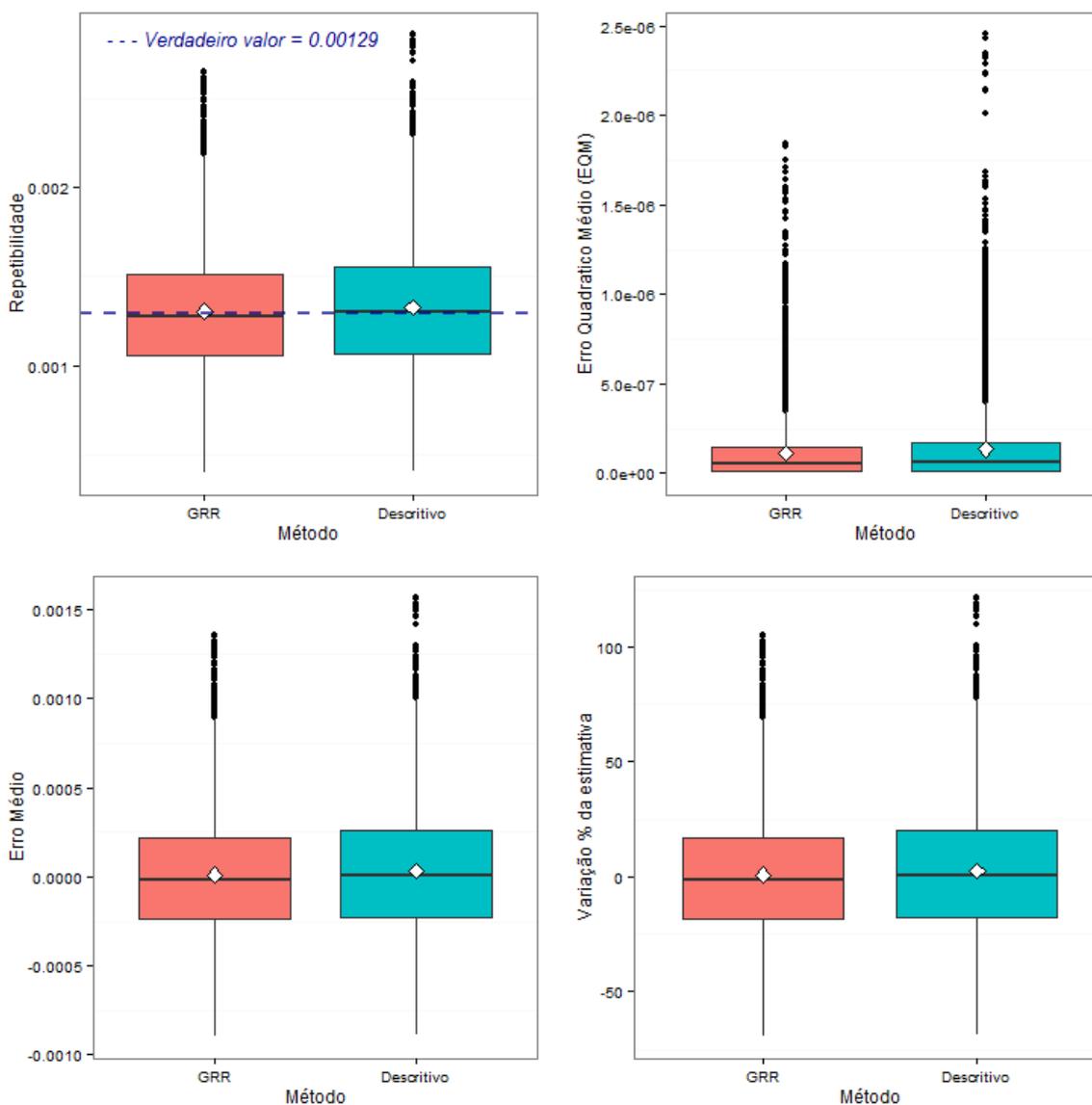
5.9 Estimativas e boxplots para o cenário 1 com 5 repetições Gamma M

Método	Estimativa	N	Mínimo	Média	Máximo	Desvio Padrão
GRR	Gamma M	8945	0.6090	1.4449	5.4562	0.5123
	Erro Médio	8945	-0.8059	0.0301	4.0413	0.5123
	Erro Quadrático Médio	8945	<0.0001	0.2633	16.3324	0.7316
	Variação % da estimativa	8945	-56.9589	2.1281	285.6435	36.2107
Descritivo	Gamma M	8945	0.5671	1.4646	7.2434	0.6463
	Erro Médio	8945	-0.8478	0.0498	5.8286	0.6463
	Erro Quadrático Médio	8945	0.0000	0.4201	33.9723	1.2093
	Variação % da estimativa	8945	-59.9203	3.5191	411.9662	45.6793



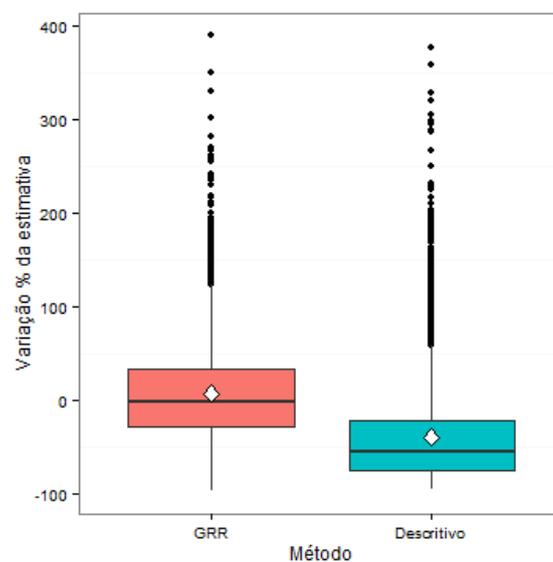
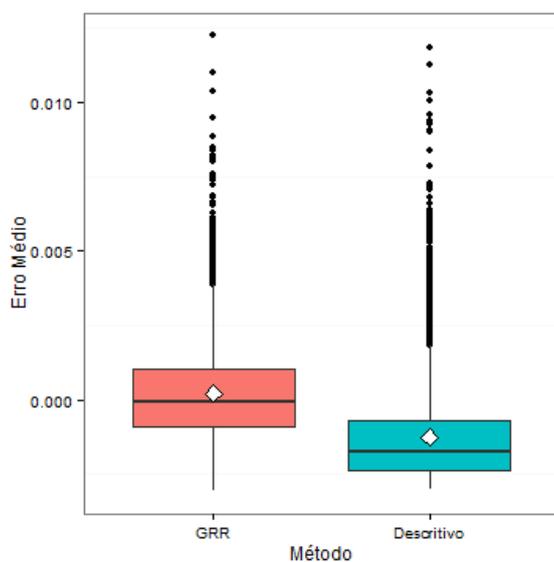
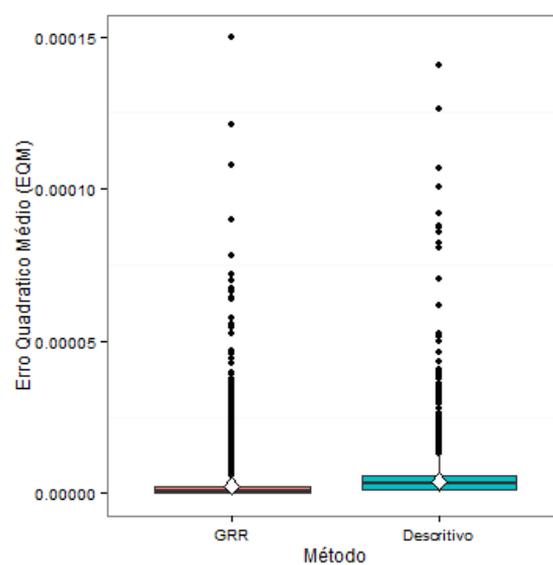
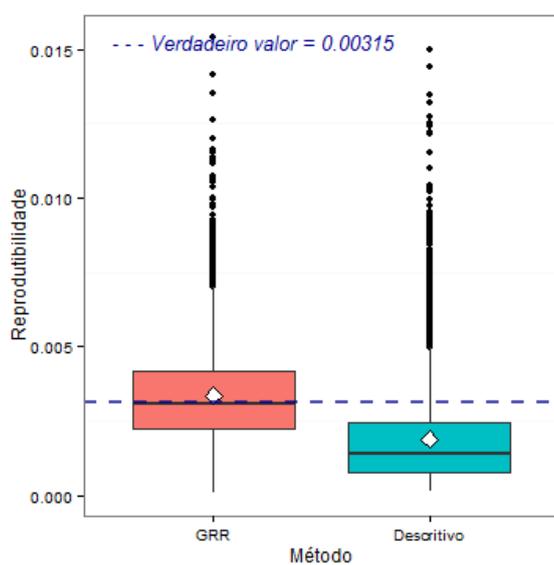
5.10 Estimativas e boxplots para o cenário 2 com 2 repetições Repetibilidade

Método	Estimativa	N	Mínimo	Média	Máximo	Desvio Padrão
GRR	Repetibilidade	7831	0.0004	0.0013	0.0027	0.0003
	Erro Médio	7831	-0.0009	<0.0001	0.0014	0.0003
	Erro Quadrático Médio	7831	<0.0001	<0.0001	<0.0001	<0.0001
	Variação % da estimativa	7831	-69.5605	0.7458	105.1694	26.0267
Descritivo	Repetibilidade	7831	0.0004	0.0013	0.0029	0.0004
	Erro Médio	7831	-0.0009	<0.0001	0.0016	0.0004
	Erro Quadrático Médio	7831	<0.0001	<0.0001	<0.0001	<0.0001
	Variação % da estimativa	7831	-68.4027	2.6428	121.1913	28.2523



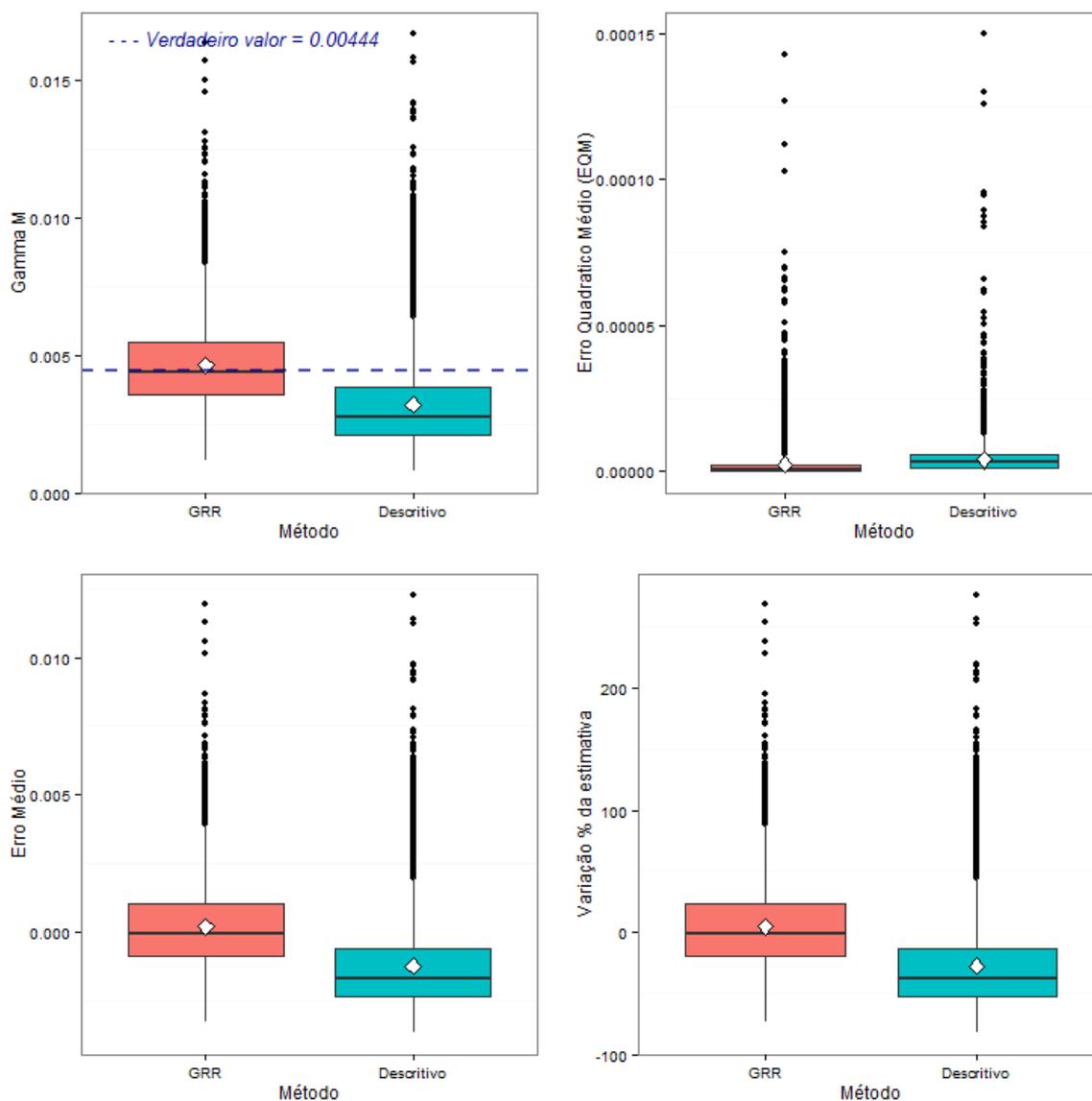
5.11 Estimativas e boxplots para o cenário 2 com 2 repetições Reprodutibilidade

Método	Estimativa	N	Mínimo	Média	Máximo	DesvioPadrão
GRR	Reprodutibilidade	7831	0.0001	0.0034	0.0154	0.0015
	Erro Médio	7831	-0.0031	0.0002	0.0122	0.0015
	Erro QuadráticoMédio	7831	0.0000	0.0000	0.0001	0.0000
	Variação % da estimativa	7831	-97.7093	6.5898	388.7228	49.1300
Descritivo	Reprodutibilidade	7831	0.0001	0.0019	0.0150	0.0016
	Erro Médio	7831	-0.0030	-0.0013	0.0119	0.0016
	Erro QuadráticoMédio	7831	0.0000	0.0000	0.0001	0.0000
	Variação % da estimativa	7831	-95.6536	-39.8883	376.7547	49.9521



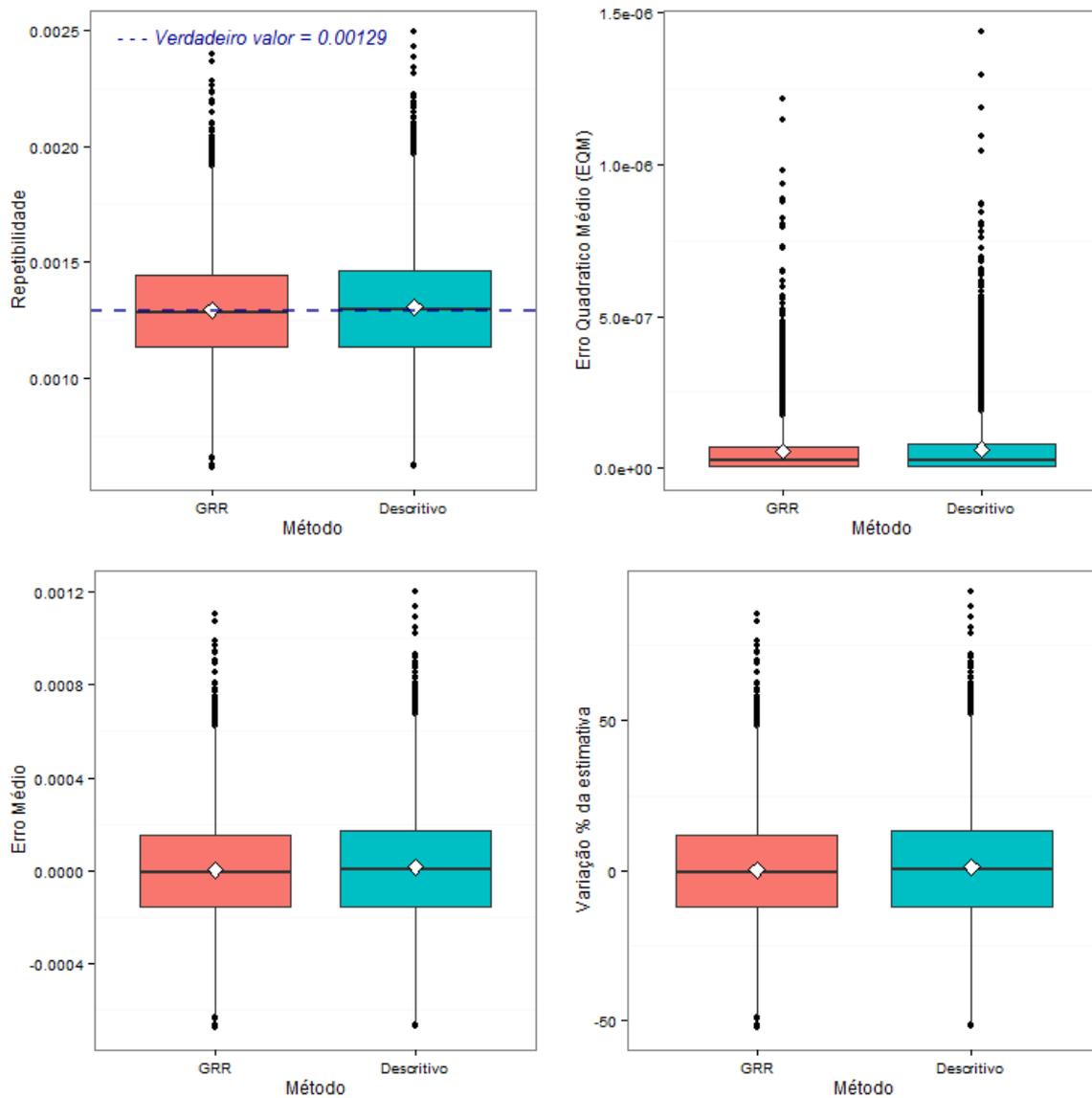
5.12 Estimativas e boxplots para o cenário 2 com 2 repetições Gamma M

Método	Estimativa	N	Mínimo	Média	Máximo	Desvio Padrão
GRR	Gamma M	7831	0.0012	0.0047	0.0164	0.0015
	Erro Médio	7831	-0.0033	0.0002	0.0120	0.0015
	Erro Quadrático Médio	7831	<0.0001	<0.0001	0.0001	<0.0001
	Variação % da estimativa	7831	-73.6430	4.8887	269.3606	34.7736
Descritivo	Gamma M	7831	0.0008	0.0032	0.0167	0.0016
	Erro Médio	7831	-0.0037	-0.0012	0.0122	0.0016
	Erro Quadrático Médio	7831	<0.0001	<0.0001	0.0001	<0.0001
	Variação % da estimativa	7831	-82.4924	-27.5080	275.7544	36.2988



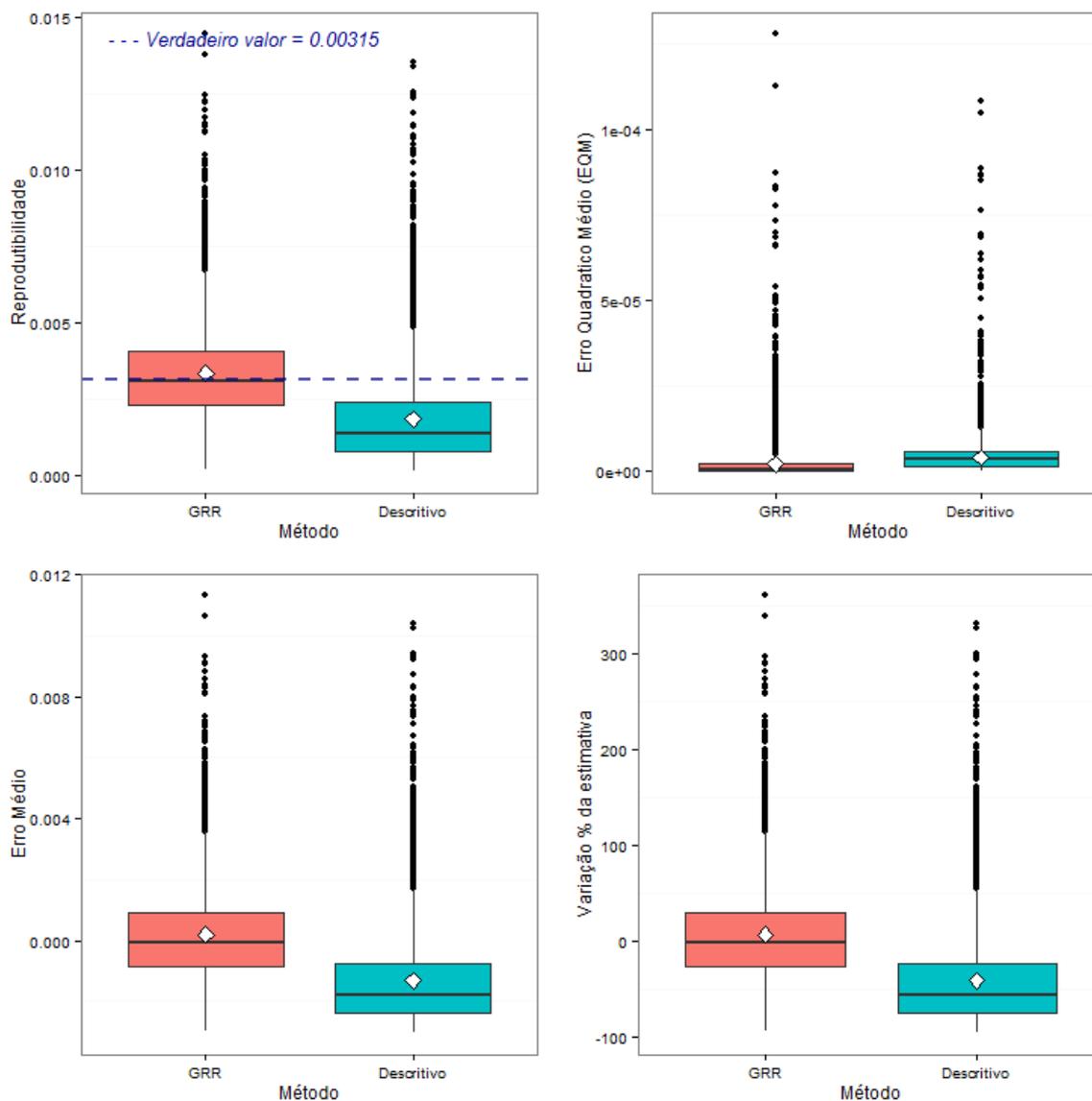
5.13 Estimativas e boxplots para o cenário 2 com 3 repetições Repetibilidade

Método	Estimativa	N	Mínimo	Média	Máximo	DesvioPadrão
GRR	Repetibilidade	7995	0.0006	0.0013	0.0024	0.0002
	Erro Médio	7995	-0.0007	<0.0001	0.0011	0.0002
	Erro QuadráticoMédio	7995	<0.0001	<0.0001	<0.0001	<0.0001
	Variação % da estimativa	7995	-52.5136	0.3177	85.3057	18.2295
Descritivo	Repetibilidade	7995	0.0006	0.0013	0.0025	0.0002
	Erro Médio	7995	-0.0007	<0.0001	0.0012	0.0002
	Erro QuadráticoMédio	7995	<0.0001	<0.0001	<0.0001	<0.0001
	Variação % da estimativa	7995	-51.7523	1.2261	92.6537	19.2260



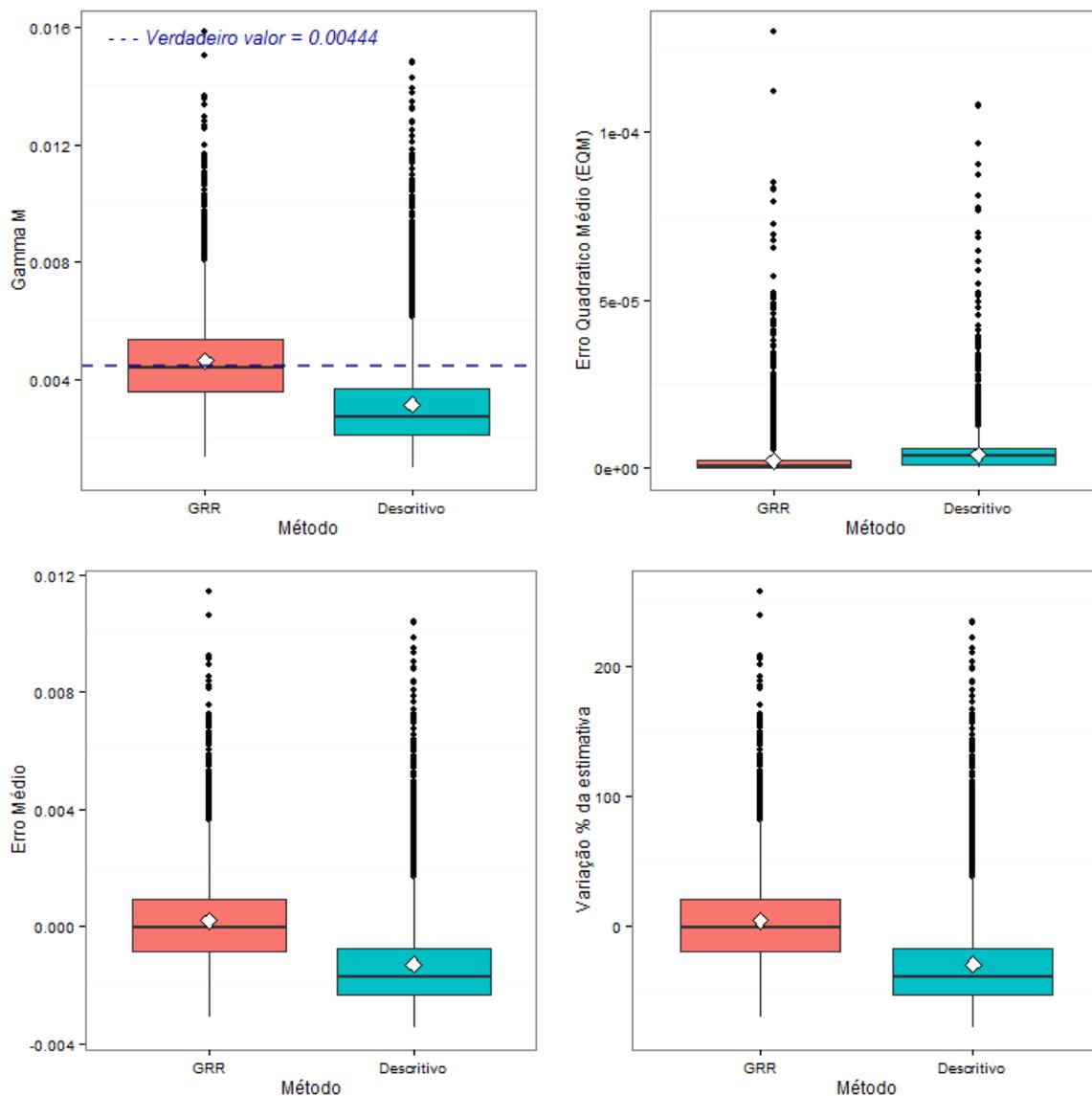
5.14 Estimativas e boxplots para o cenário 2 com 3 repetições Reprodutibilidade

Método	Estimativa	N	Mínimo	Média	Máximo	Desvio Padrão
GRR	Reprodutibilidade	7995	0.0002	0.0033	0.0145	0.0015
	Erro Médio	7995	-0.0030	0.0002	0.0113	0.0015
	Erro Quadrático Médio	7995	<0.0001	<0.0001	0.0001	<0.0001
	Varição % da estimativa	7995	-94.7412	6.0535	359.3911	46.9355
Descritivo	Reprodutibilidade	7995	0.0001	0.0018	0.0136	0.0015
	Erro Médio	7995	-0.0030	-0.0013	0.0104	0.0015
	Erro Quadrático Médio	7995	<0.0001	<0.0001	0.0001	<0.0001
	Varição % da estimativa	7995	-96.5299	-41.9324	330.8318	48.7851



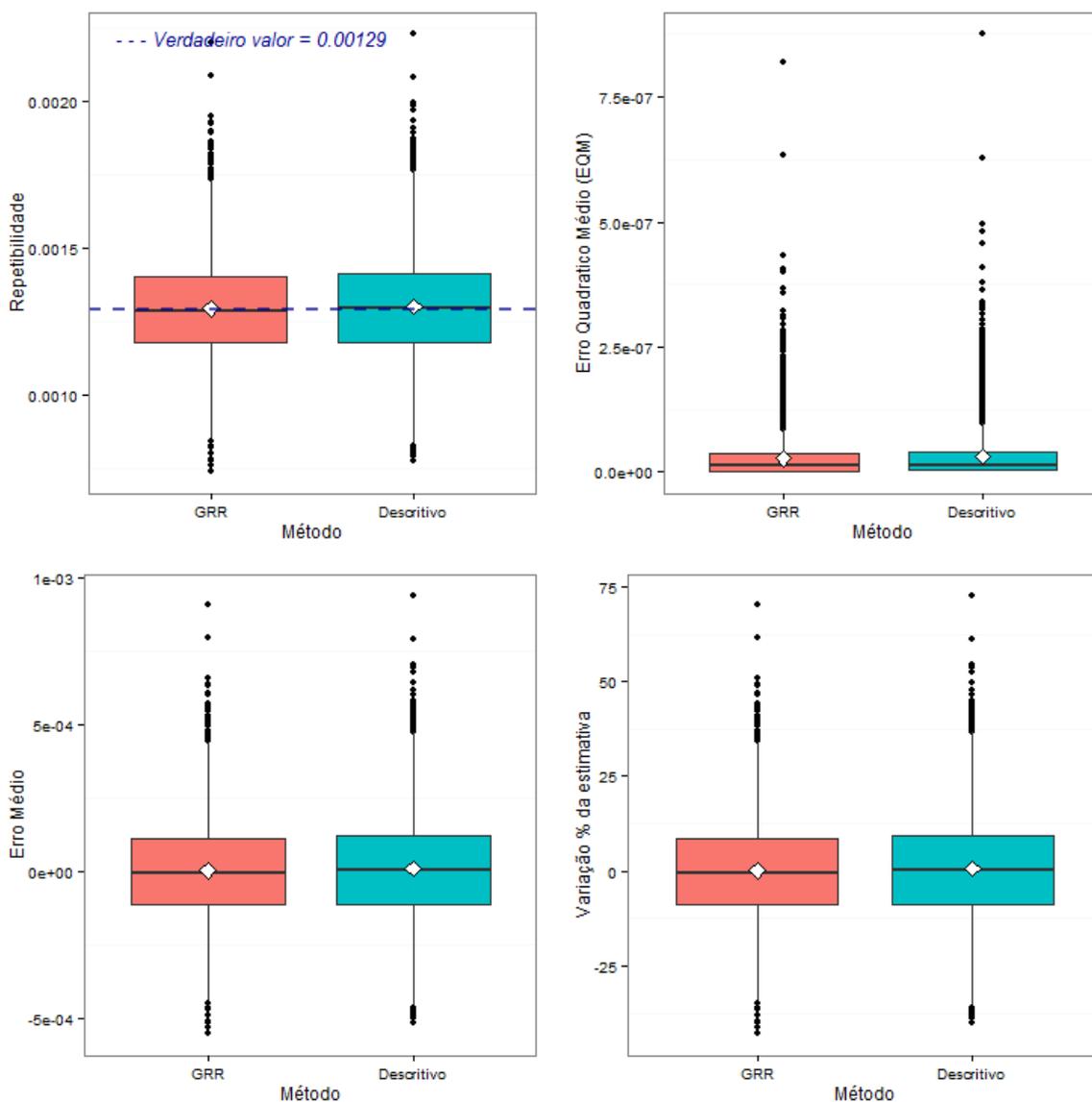
5.15 Estimativas e boxplots para o cenário 2 com 3 repetições Gamma M

Método	Estimativa	N	Mínimo	Média	Máximo	Desvio Padrão
GRR	Gamma M	7995	0.0014	0.0046	0.0158	0.0015
	Erro Médio	7995	-0.0031	0.0002	0.0114	0.0015
	Erro Quadrático Médio	7995	<0.0001	<0.0001	0.0001	<0.0001
	Variação % da estimativa	7995	-69.3758	4.3839	256.6602	33.3349
Descritivo	Gamma M	7995	0.0010	0.0031	0.0148	0.0016
	Erro Médio	7995	-0.0035	-0.0013	0.0104	0.0016
	Erro Quadrático Médio	7995	<0.0001	<0.0001	0.0001	<0.0001
	Variação % da estimativa	7995	-78.3059	-29.3695	234.5922	34.9821



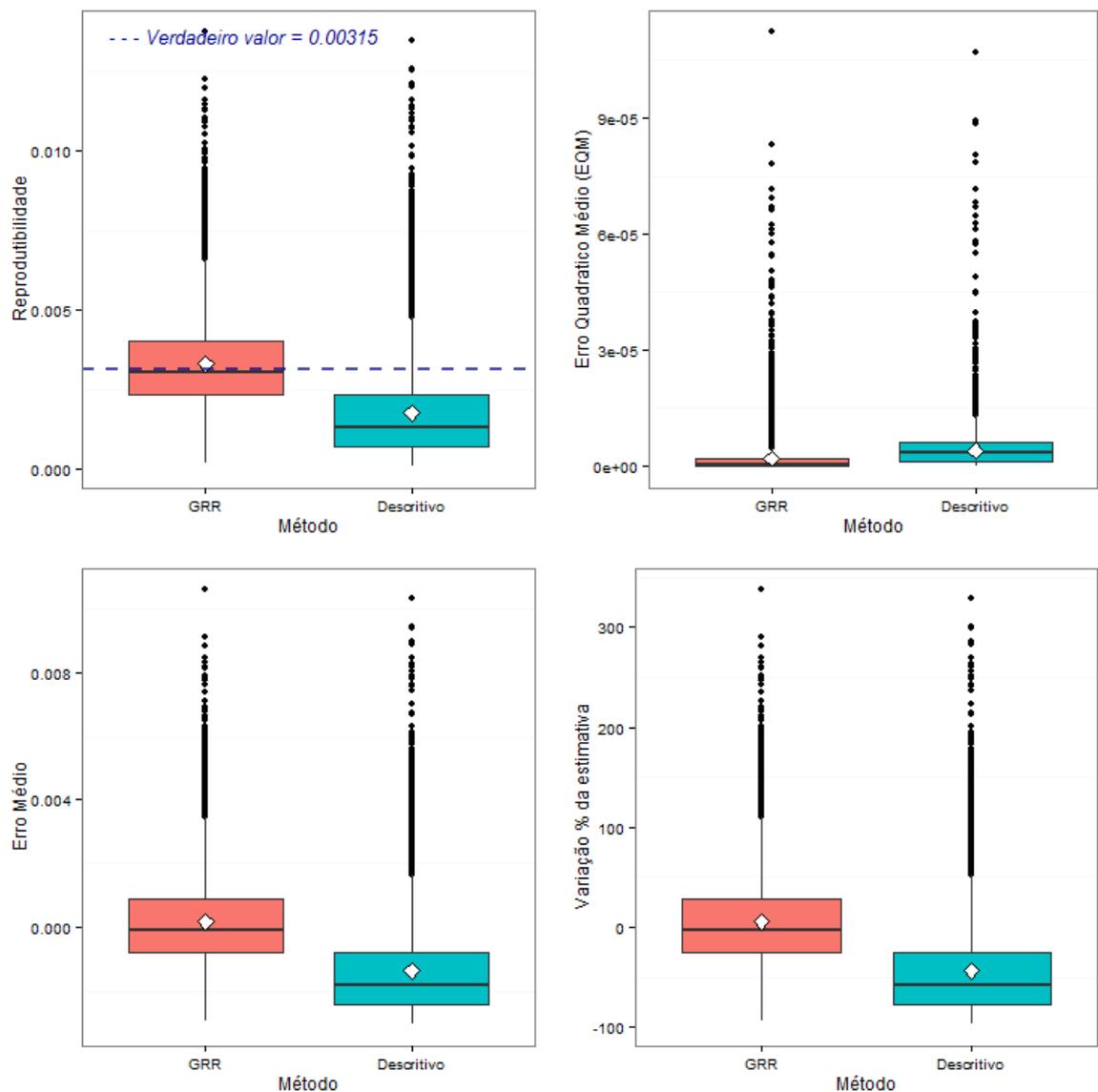
5.16 Estimativas e boxplots para o cenário 2 com 5 repetições Repetibilidade

Método	Estimativa	N	Mínimo	Média	MáYimo	DesvioPadrão
GRR	Repetibilidade	8061	0.0007	0.0013	0.0022	0.0002
	Erro Médio	8061	-0.0006	<0.0001	0.0009	0.0002
	Erro QuadráticoMédio	8061	<0.0001	<0.0001	<0.0001	<0.0001
	Variação % da estimativa	8061	-42.9445	0.1843	70.1421	12.8490
Descritivo	Repetibilidade	8061	0.0008	0.0013	0.0022	0.0002
	Erro Médio	8061	-0.0005	<0.0001	0.0009	0.0002
	Erro QuadráticoMédio	8061	<0.0001	<0.0001	<0.0001	<0.0001
	Variação % da estimativa	8061	-40.1117	0.6445	72.4114	13.6268



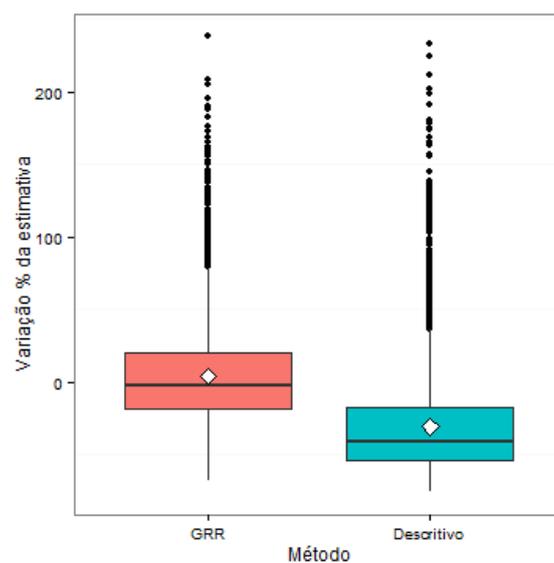
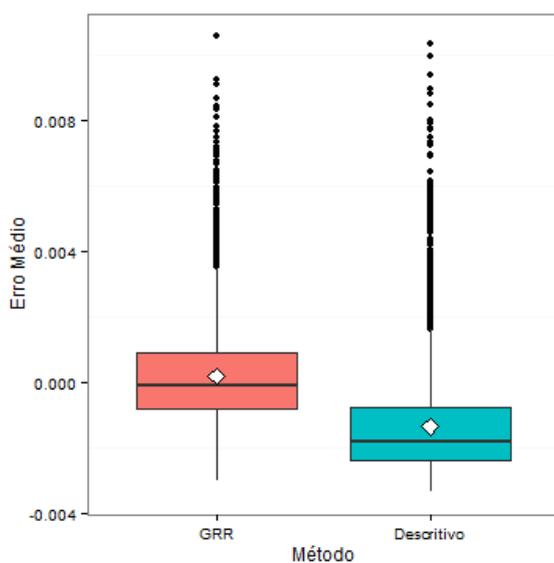
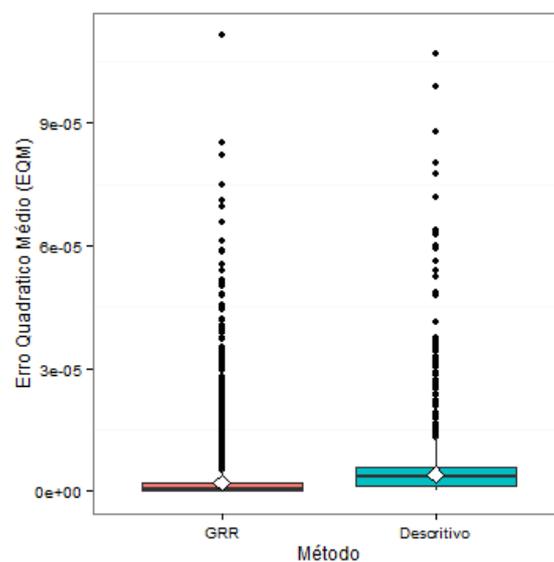
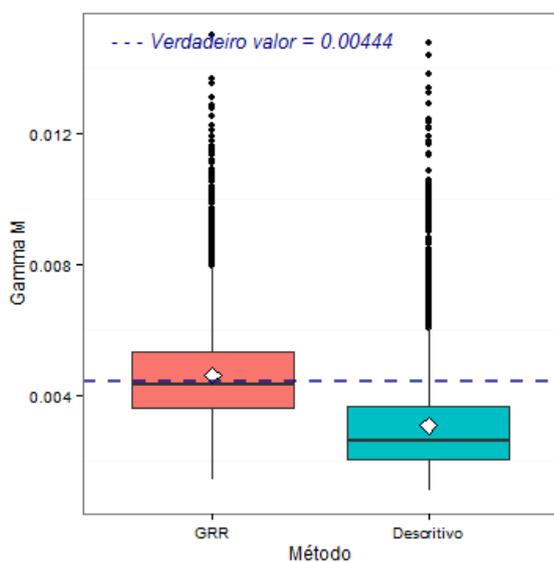
5.17 Estimativas e boxplots para o cenário 2 com 5 repetições Reprodutibilidade

Método	Estimativa	N	Mínimo	Média	Máximo	Desvio Padrão
GRR	Reprodutibilidade	8061	0.0002	0.0033	0.0137	0.0014
	Erro Médio	8061	-0.0030	0.0002	0.0106	0.0014
	Erro Quadrático Médio	8061	<0.0001	<0.0001	0.0001	<0.0001
	Varição % da estimativa	8061	-94.1267	5.4914	336.8670	45.0306
Descritivo	Reprodutibilidade	8061	0.0001	0.0018	0.0135	0.0015
	Erro Médio	8061	-0.0031	-0.0014	0.0103	0.0015
	Erro Quadrático Médio	8061	<0.0001	<0.0001	0.0001	<0.0001
	Varição % da estimativa	8061	-97.3325	-43.4461	328.9568	47.6061



5.18 Estimativas e boxplots para o cenário 2 com 5 repetições Gamma M

Método	Estimativa	N	Mínimo	Média	Máximo	Desvio Padrão
GRR	Gamma M	8061	0.0014	0.0046	0.0150	0.0014
	Erro Médio	8061	-0.0030	0.0002	0.0105	0.0014
	Erro Quadrático Médio	8061	<0.0001	<0.0001	0.0001	<0.0001
	Variação % da estimativa	8061	-68.2934	3.9465	237.6218	32.0993
Descritivo	Gamma M	8061	0.0011	0.0031	0.0148	0.0015
	Erro Médio	8061	-0.0034	-0.0014	0.0103	0.0015
	Erro Quadrático Médio	8061	<0.0001	<0.0001	0.0001	<0.0001
	Variação % da estimativa	8061	-75.8220	-30.6119	232.8487	34.0111



Referências Bibliográficas

- [1]“The Importance of a Correct Gauge R&R Study”, By: Victor Baeza, SQA Field Engineer - <https://theqword.wordpress.com/tag/gauge-rr/> - <http://www.sqaservices.com/>
- [2]Montgomery, D. C. (2001). *Introdução ao Controle Estatístico de Qualidade*, Quarta Edição, Wiley, Nova York.
- [3] Montgomery D. C. (2009). *Design and Analysis of EYperiments*, 7th ed., Wiley, New York.
- [4] Montgomery D. C. (2009). *Introduction to Statistical Quality Control*, 7th ed., Wiley, New York.
- [5] SAS Institute Inc. 2011. Base SAS® 9.4 Procedures Guide. Cary, NC: SAS Institute Inc. Help / The VARCOMP Procedure / Details / Computational Methods
- [6]“More on How to Interpret Gage R&R Output” - <http://blog.minitab.com/blog/quality-data-analysis-and-statistics/how-to-interpret-gage-output-part-2> - <http://www.aiag.org/>
- [7] Utilização de índices r e R obtidos em programas interlaboratoriais para o controle de precisão de método analítico: determinação de água por Karl Fischer. Divulgação. Chui Q. S. H., Antonoff H. B., Olivieri J. C. Quim. Nova, Vol. 25, No 4, 2002
- [8] Parâmetros r e R obtidos de programa interlaboratorial - Como usá-los. Nota Técnica. Chui Q. S. H., Barros C. B., Silva T. D., Quim. Nova, Vol. 32, No 8, 2009
- [9] Scott Stam, May 2013 - *A comparison of gauge repeatability and reproducibility methos*. A dissertation presented to The College of Graduate and Professionals Studies, College of Technology, Indiana State University