



**TEOREMA DE PITÁGORAS:  
APLICAÇÕES**

Márcia Indrusiak Vinhaes Guariente - [marciaguariante@hotmail.com](mailto:marciaguariante@hotmail.com) -

Pólo Picada Café (Faxinal do Soturno)

Andreia Dalcin - [andreia.dalcin@ufrgs.br](mailto:andreia.dalcin@ufrgs.br)

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

São Leopoldo

2015

**Resumo:**

Esse artigo apresenta o Trabalho de Conclusão do Curso à Especialização: Matemática, Mídias Digitais e didática. O trabalho apresenta uma pesquisa qualitativa que objetivou investigar as potencialidades de uma prática pedagógica que visa introduzir os conceitos de Geometria, em especial, o Teorema de Pitágoras aos alunos do 9º ano do ensino fundamental. Os alunos participantes são de uma escola do município de São Leopoldo. O trabalho foi desenvolvido durante as aulas regulares de Matemática em seu próprio período. O Teorema de Pitágoras foi escolhido não só por ser parte integrante do conteúdo do 9º ano do ensino fundamental, como também por sua importância histórica para o desenvolvimento da Matemática e por ser útil e necessário para os conteúdos futuros, tais como em Geometria Analítica, Geometria Plana e Trigonometria, utilizadas principalmente no Ensino Médio. A introdução do conteúdo será feita com a exibição e debate de dois vídeos sobre a biografia de Pitágoras. Para as demonstrações e resolução de problemas, utilizaremos os recursos do software de geometria dinâmica Geogebra. Com o avanço tecnológico faz-se necessário que a escola se adapte às tecnologias e as leve para sala de aula com intuito de favorecer o processo de aprendizagem dos alunos.

**Palavras-chave:** Teorema de Pitágoras, Resolução de Problemas, Geogebra.

## **Introdução:**

Este artigo sintetiza o Trabalho de Conclusão do Curso à Especialização: *Matemática, Mídias Digitais e didática*. O trabalho apresenta uma pesquisa qualitativa que objetivou investigar as potencialidades de uma prática pedagógica elaborada e aplicada com os alunos do 9º ano (turma 92) da Escola Estadual de Ensino Fundamental Visconde de São Leopoldo, no município de São Leopoldo/RS. Tal prática teve por finalidade aproximar a teoria matemática, no caso o Teorema de Pitágoras, das atividades as quais fazem parte do cotidiano do aluno, de modo que seja possível compreender o significado do Teorema e promover um ensino de matemática que seja significativo ao estudante.

Trabalho no magistério há oito anos com o ensino de matemática para alunos do ensino fundamental e, durante esse tempo, tenho verificado tanto nas atividades que os alunos produzem em sala de aula como em atividades avaliativas, dificuldades em compreender determinados conteúdos por serem muito abstratos, ou seja, sem uma relação com situações cotidianas, principalmente no que diz respeito aos conteúdos de geometria. Apesar de utilizarmos figuras geométricas simples, no caso do Teorema de Pitágoras, triângulo retângulo quando a figura foge um pouco do padrão usual utilizado pelos livros didáticos ou quando estão inscritas em outras figuras, os alunos não conseguem mais identificar as propriedades.

Outro aspecto observado a partir desta minha experiência em sala de aula é a dificuldade no processo de interpretação de texto. Os alunos não entendem o enunciado dos problemas e, por conseqüência, não conseguem elaborar uma resolução com coerência. Soma-se a estes obstáculos o fato de que os alunos, muitas vezes, não conseguem estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e as demais áreas do conhecimento.

Muitas são as aplicações do Teorema de Pitágoras dentre as quais destaco sua utilização em contextos de Geometria Analítica, Trigonometria e em Geometria Plana.

Tendo em vista estas percepções, este estudo tem como objetivo utilizar os recursos de mídias digitais sem práticas pedagógicas para o ensino de Geometria, focando no conceito e na resolução de atividades que abordem o Teorema de Pitágoras nos anos finais do ensino Fundamental. Quando nos propomos ao estudo destes recursos, vamos ao encontro do previsto nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL,1997), o qual nos coloca a necessidade pela buscar por um ensino mais

adequado às novas demandas sociais e científicas e não apenas voltado à preparação dos alunos para estudos posteriores, conforme o próprio documento enfatiza:

(...) A Matemática é componente importante na construção da cidadania, na medida em que a sociedade utiliza, cada vez mais, de conhecimentos científicos e recursos tecnológicos, dos quais os cidadãos devem se apropriar. A aprendizagem em Matemática está ligada à compreensão, isto é, à apreensão do significado; aprender o significado de um objeto ou acontecimento pressupõe vê-lo em suas relações com outros objetos e acontecimentos. Recursos didáticos como jogos, livros, vídeos, calculadora, computadores e outros materiais têm um papel importante no processo de ensino aprendizagem. Contudo, eles precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão, em última instância, a base da atividade matemática (BRASIL, 1997,p.24).

Considerando tais concepções de ensino e aprendizagem propostas pelos PCN, encontramos nos softwares de geometria dinâmica, dentre eles o Geogebra<sup>1</sup>, subsídios para tornar a geometria interessante e próxima do aluno.

O Geogebra foi escolhido, já que possui uma abordagem de geometria euclidiana simples e de fácil acesso por meio de seus recursos e, também, por ser um software gratuito, que não depende de licenças, e pode ser instalado no laboratório da escola e em computadores pessoais. Além disso, os softwares de geometria dinâmica favorecem a agilidade na investigação, pois construções geométricas que tomariam certo tempo para serem realizadas no papel são obtidas em segundos na tela do computador. A interatividade oferecida por esses softwares torna real a possibilidade de privilegiar as propriedades geométricas de uma figura.

De acordo com Gravina (1998), a geometria dinâmica evidência uma nova abordagem ao aprendizado geométrico, no qual conjecturas são feitas a partir de experimentação e criação de objetos geométricos. Desse modo, pode-se introduzir o conceito matemático dos objetos a partir da resposta gráfica oferecida pelo programa Geogebra, surgindo naturalmente os questionamentos, a argumentação e, por fim, a dedução.

O material empírico utilizado para esta pesquisa foi constituído a partir de uma seqüência didática, desenvolvida nos meses de maio e junho de 2015 com os alunos do 9º ano do ensino fundamental de uma escola da rede pública de ensino no município de São Leopoldo/RS.

---

<sup>1</sup> Disponível em: <https://www.geogebra.org/>

A concepção de sequência didática está fundamentada na teoria da Engenharia Didática, uma teoria desenvolvida por autores franceses Brousseau (1996) e Artigue (1996) da área Didática da Matemática, que pode ser entendida como uma metodologia de pesquisa baseada em experiências em sala de aula. Constitui-se, assim, como uma junção entre o conhecimento prático e o conhecimento teórico, ou seja, prática com reflexão sobre a prática. Nesta perspectiva, o professor torna-se pesquisador e reflete a partir de sua prática de ensino:

[...] “professor pesquisador” como aquele que explica as inquietudes que emergem da sua prática, e as toma como problema de pesquisa, procurando soluções, bem fundamentadas, com o objetivo de propor e programar mudanças concretas na sala de aula. O Professor pesquisador é um professor reflexivo: reflete sua própria prática pedagógica, passando a buscar subsídios que ajudem a compreender e a enfrentar os problemas e os desafios do trabalho docente; a reflexão reveste-se de caráter sistemático e vale-se de contribuições teóricas que permitem ultrapassar as interpretações e soluções baseadas exclusivamente no senso comum (GARCIA, 2011, p.20).

O texto que sintetiza a sequência didática desenvolvida está organizado em 3 momentos:

1. Pressupostos Teóricos que nortearam o desenvolvimento do trabalho.
2. Descrição da Sequência Didática.
3. Experimentação e Análise dos Resultados

### **1. Pressupostos Teóricos que nortearam o desenvolvimento do trabalho.**

Este trabalho aborda o ensino de geometria, especificamente o Teorema de Pitágoras, por meio da elaboração, aplicação e análise de uma proposta de abordagem do teorema usando recursos digitais.

Ao longo dos anos que leciono para alunos do 9º ano, inicio o conteúdo do Teorema de Pitágoras com uma demonstração simples no quadro negro, o que nem sempre é de fácil compreensão por parte do aluno, que acaba, muitas vezes, decorando a fórmula. Constatei durante as aulas, e também nas avaliações, que quando chamados a aplicar esta teoria na resolução de problemas, os alunos têm dificuldade ao interpretar o enunciado, e, se o exercício não estiver acompanhado de desenho, torna-se mais improvável o sucesso na resolução.

Outra dificuldade que os anos de prática docente me permitiram identificar foi que o aluno se apropria da imagem de triângulos sempre na mesma posição, como na

Figura 1, o que geralmente é reforçado pelos livros didáticos, ao se deparar com um triângulo retângulo em outras posições, conforme a Figura 2, dificulta consideravelmente a identificação dos catetos e a hipotenusa.

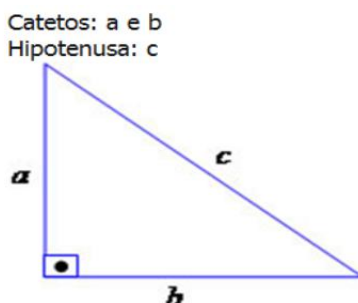


Figura 1: Triângulo Retângulo posição convencional

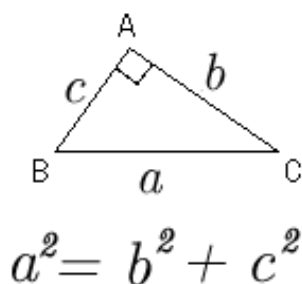


Figura 2: Triângulo Retângulo – Vértice de 90° para cima

Analisando essas dificuldades encontradas e pesquisando sobre o ensino de matemática em nosso país encontramos práticas de ensino muito baseadas em aulas tipicamente expositivas, segundo D’Ambrosio (1989):

[...] o professor passa para o quadro negro aquilo que ele julga importante. O aluno, por sua vez, copia para o seu caderno e, em seguida, procura fazer exercícios de aplicação, que nada mais são do que repetição do modelo apresentado pelo professor. Essa prática revela a concepção de que é possível aprender matemática através de um processo de transmissão de conhecimento. Mais ainda, de que a resolução de problemas reduz-se a procedimentos determinados pelo professor (D’AMBROSIO, 1989, p. 15-19).

A sequência didática desenvolvida com os alunos traz uma proposta de atividades em que utilizaremos o termo Demonstração, considerando que para o ensino de Matemática, fazer uma demonstração é utilizar de uma “Sequência de argumentos lógicos que partem de fatos conhecidos e provam que outro fato é verdadeiro” (IMENES; LELLIS, 2007, p. 301).

No sentido literal da palavra o termo *demonstrações*, segundo o dicionário de língua portuguesa Houaiss online, encontramos os seguintes significados e rubricas:

Demonstração: ato ou efeito de demonstrar. 1 qualquer recurso capaz de atestar a veracidade ou a autenticidade de alguma coisa; prova. 1.1 raciocínio que torna evidente o caráter verídico de uma proposição, idéia ou teoria Ex.: d. matemática.

No caso da proposta didática que será apresentada, a formalidade que uma Demonstração requer não foi utilizada por razão do pouco tempo destinados as atividades e também os alunos possuem pouca teoria em geometria. Faremos somente algumas construções baseadas em duas demonstrações formais do Teorema de Pitágoras.

Há muitas demonstrações do Teorema de Pitágoras, Barbosa (1993) cita que um professor de Matemática, Elisha Sctt Loomis nos Estados Unidos reuniu 230 demonstrações do Teorema em um livro publicado em 1927, e em 1940 na sua segunda edição, o número de demonstrações foi ampliado para 370.

O Teorema de Pitágoras foi descrito na sua origem como “A área do quadrado cujo lado é a hipotenusa de um triangulo retângulo é igual à soma das áreas dos quadrados que tem como lado cada um dos catetos” (LIMA, 1991, p52).

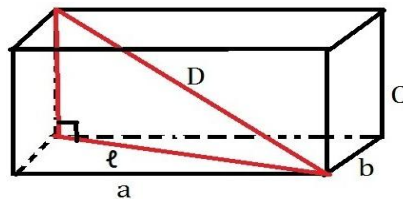
Pesquisas realizadas no campo da História da Matemática indicam que o Teorema já era conhecido pelos egípcios e babilônios por mais de um milênio antes de sua demonstração, por meio de “receitas” que passavam de geração a geração, mas sem a preocupação do porquê. Foram os pitagóricos (escola fundada por Pitágoras) os primeiros a demonstrá-la por isso o teorema ficou conhecido por este nome. Para eles o importante era conhecer os números, as suas relações e não somente utilizá-lo.

### **1.1. Aplicações do Teorema de Pitágoras**

O Teorema de Pitágoras é utilizado por diversos campos da Matemática e também por outras áreas como em Biologia e Física, por isto é de grande importância que o aluno do nono ano do ensino fundamental e ensino médio saiba utilizar esta ferramenta em diferentes contextos como:

- Em geometria plana, o teorema pode ser usado para calcular a diagonal de um cubo, de um paralelepípedo, uma pirâmide e prisma (Figura 3).

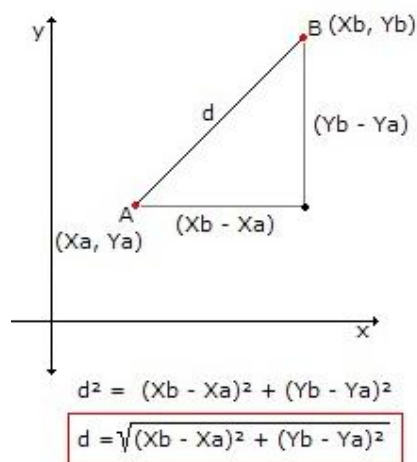
Figura 3: Calculo da Diagonal



Fonte: Imagem da web<sup>2</sup>

- Em geometria analítica, para identificar a distância de um ponto a outro ponto, de um ponto a reta (Figura 4).

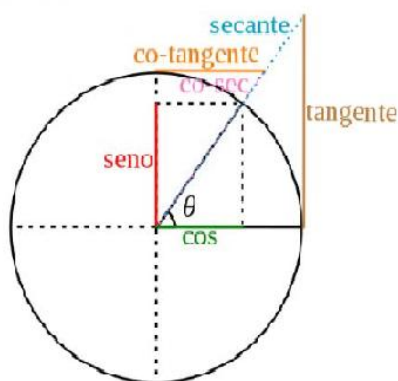
Figura 4: Distância entre dois pontos



Fonte: Imagem da Web<sup>3</sup>

- Em trigonometria, para definir o eixo do seno, do cosseno e da tangente (Figura 5).

Figura 5: Definições das razões trigonométricas



Fonte: Imagens da web<sup>4</sup>

<sup>2</sup> Disponível em : <http://informatemtica.webnode.com.br/blog/>

<sup>3</sup> Disponível em: <http://www.infoescola.com/matematica/introducao-a-geometria-analitica-bissetriz-plano-cartesiano/>

<sup>4</sup> Disponível em: <http://www.todamateria.com.br/trigonometria-no-triangulo-retangulo/>



## 1.2. O Ensino de geometria e a utilização das Tecnologias de Informação e Comunicação

A tecnologia oferece para a sala de aula possibilidades para o ensino e para aprendizagem de matemática e a opção por softwares de Geometria Dinâmica transforma este ambiente, no qual todo dinamismo oferecido facilita a exploração de conjecturas e manipulações de construções geométricas. Como enfatizam Ponte et.al.(2006):

Começamos pela utilização de programas de Geometria Dinâmica, uma opção curricular atualmente bastante enfatizada. Esse suporte tecnológico permite o desenho, a manipulação e a construção de objetos geométricos, facilita a exploração de conjecturas e a investigação de relações que precedem o uso do raciocínio formal. Vários estudos empíricos destacam também que, na realização de investigações, a utilização dessas ferramentas facilita a recolha de dados e o teste de conjecturas, apoiando, desse modo, explorações mais organizadas e completas e permitindo que os alunos se concentrem nas decisões em termos do processo (PONTE et al, 2006, p.83).

Como já citado na introdução deste texto, o software de geometria dinâmica escolhido foi o Geogebra por várias razões, porém dentre ela destaco os recursos de geometria, álgebra e cálculo contidos em uma mesma tela e que serão úteis na forma interativa que desejamos trabalhar o conteúdo abordado.

O Geogebra, conforme apresentado na Figura 6, é composto por duas representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si, que são a *janela geométrica* e a *janela algébrica*

A janela de geometria é o local destinado aos objetos construídos utilizando os ícones destinados na barra de ferramenta, na qual é possível modificar e colorir um objeto, alterar a espessura de linhas, medir ângulos, medir distância, exibir cálculos (áreas e perímetro), traçar circunferências, etc.

A janela algébrica exibe a representação algébrica de todo objeto construído, onde é possível observar alterações em uma figura e ao mesmo tempo e o que acontece em sua representação algébrica.

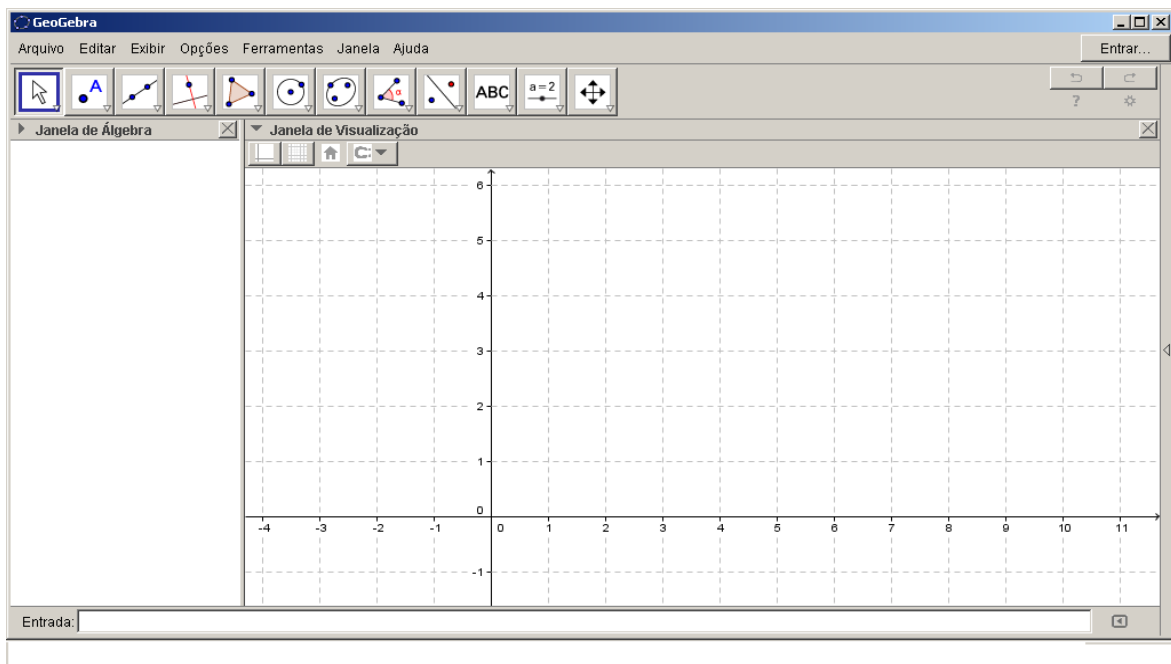


Figura 6: Tela inicial do Geogebra

## 2. Descrição da Sequência Didática

A sequência didática foi planejada para acontecer em 4 períodos no laboratório de informática e 1 período na sala de vídeo. Os alunos que realizaram as atividades são do 9º ano, turma 92, da qual sou regente. A pesquisa ocorreu na Escola Estadual de Ensino Fundamental Visconde de São Leopoldo no município de São Leopoldo. A escola possui um pequeno laboratório de informática, com equipamentos em bom estado, com o software Geogebra instalado em 13 equipamentos. Com isso, os alunos foram organizados em duplas (20 alunos) e em trios (6 alunos).

O objetivo mais amplo da sequência consiste em abordar o Teorema de Pitágoras a partir da utilização de um recurso digital que possibilite a construção de demonstrações e, posteriormente, a generalização do teorema

O primeiro momento ocorreu em 1 período de 50 minutos na sala de vídeo da escola, (Figura 7), utilizamos o equipamento de multimídia (data show), através do qual os alunos assistiram uma parte do vídeo<sup>5</sup> da coleção TV Escola com o título “O Barato

<sup>5</sup> O vídeo “O Barato de Pitágoras” faz parte de uma coleção de CDs produzidos pela TV Escola-Secretaria de Educação a Distância e distribuído para a rede pública de ensino.

de Pitágoras” e um trecho do vídeo<sup>66</sup> de um canal da internet com o título “O Legado de Pitágoras” 2ª parte.

A ideia de inserir a História da Matemática não se baseia somente em contar biografias, mas em apresentar relações entre a História e a aprendizagem por meio de atividades contextualizadas, com significados para o aluno. De acordo com Vailati e Pacheco (2012) a História da Matemática como metodologia de ensino, leva para a sala de aula questões relativas às necessidades humanas que deram origem a conceitos matemáticos e as produções teóricas das abstrações e generalizações obtidas.

Durante a apresentação do segundo vídeo, foi possível fazer algumas observações, porque o conteúdo sobre o Teorema de Tales já havia sido trabalhado e, com isso, pudemos conhecer a aplicação desse teorema na proporção áurea.

Durante um pequeno debate que se estendeu por outro período sobre os vídeos assistidos, os alunos se surpreenderam com a importância que o Teorema de Pitágoras teve para matemática, as ideias defendidas pelos “discípulos” de Pitágoras, a respeito da descoberta do número irracional e a relação dos pitagóricos com religião e ciência.

O debate foi bem interessante, pois todos queriam dar a sua opinião e também fazer perguntas. Foi preciso fazer algumas interferências, já que os assuntos às vezes se desviavam para a religião ou para filmes de ficção científica. Este trecho do 2º vídeo, assistido pelos alunos, faz parte de um documentário constituído de três partes, em momento posterior, muitos alunos relataram ter assistido as demais partes em casa.

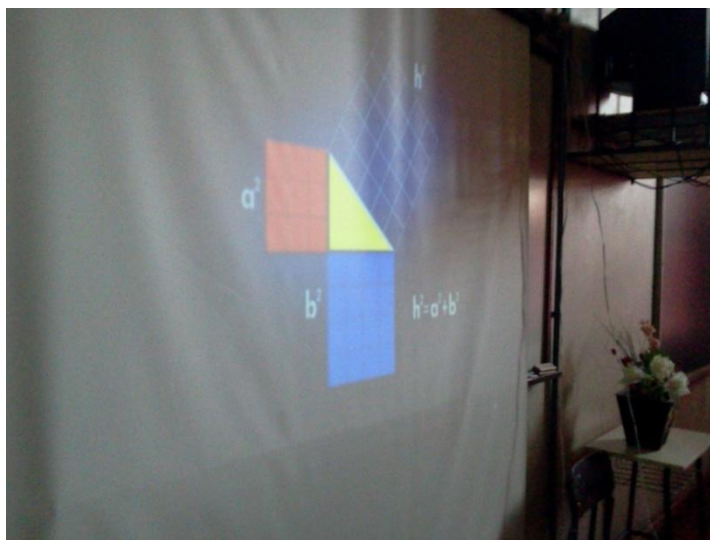


Figura 7: Exibição do vídeo “O Barato de Pitágoras” e “O Legado de Pitágoras”

<sup>66</sup> O Vídeo “O Legado de Pitágoras” é um documentário retirado de um canal da internet [https://www.youtube.com/watch?v=aeiJtsCh\\_QU](https://www.youtube.com/watch?v=aeiJtsCh_QU). Produzido pela rede EBS inglesa.

O segundo momento ocorreu em 2 períodos (50 minutos cada) no Laboratório de informática da escola, onde os alunos foram agrupados em duplas e trios em função da quantidade de equipamentos disponíveis.

Antes de aplicar a atividade, foi necessária uma apresentação do software Geogebra, pois muitos alunos não conheciam este software. Durante a primeira metade do tempo, foram realizadas algumas construções com o intuito de explorarem os ícones e aplicações de algumas propriedades das ferramentas.

Seguindo um roteiro elaborado (anexo 1), fizemos a primeira construção demonstrando o Teorema de Pitágoras que consta nos livros didáticos, resultando no exposto da Figura 8.

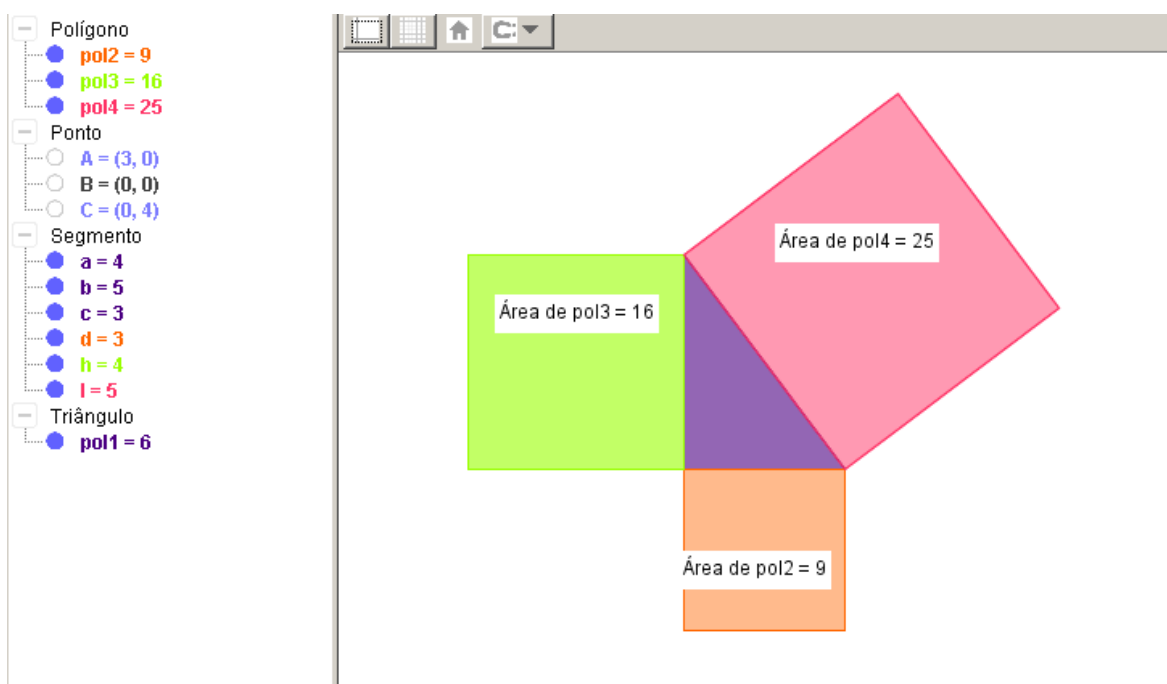


Figura 8: 1º Construção do Teorema de Pitágoras - Equivalência de áreas.

Após a construção foi discutido:

- características dos triângulos e dos quadrados (ângulos e lados)
- a relação entre as áreas de cada polígono
- a interpretação dos alunos sobre as construções

Vários alunos associaram o que foi assistido no vídeo com sua construção. Também questionaram sobre colocar outros pontos no eixo (x, y), além do que foi sugerido pelo roteiro. Muitos grupos fizeram estas construções e, também, construções usando circunferências e triângulos.

### Atividades Realizadas pelos alunos do 9º ano turma 92

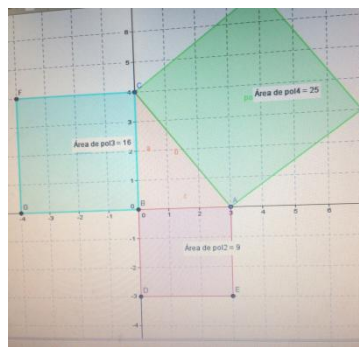


Figura 9: Construção da Demonstração 1 feita no Geogebra

A segunda construção, como a Figura 11 a seguir, foi mais elaborada e, novamente, fora conduzida por um roteiro (anexo 2). Esta construção será, também, por equivalência de área.

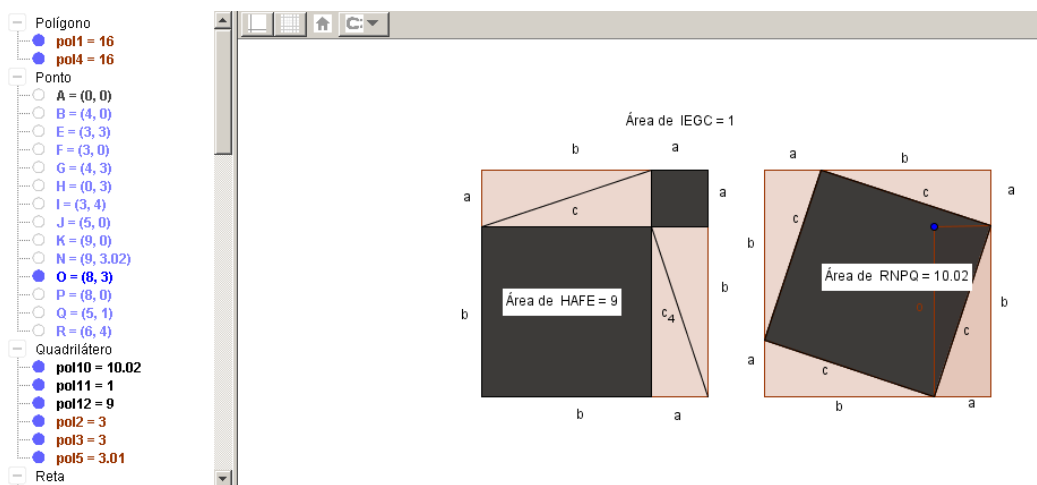


Figura 11: 2ª Construção do Teorema de Pitágoras

As atividades do 2º momento foram bem positivas, visto que muitos alunos não tinham familiaridade com o Geogebra. Por este motivo, a realização das atividades demorou mais do que o previsto. Algumas duplas realizaram mais atividades do que outras, fazendo as construções sugeridas com circunferências e triângulos.

Foi necessário fazer uma retomada no conteúdo de área de figuras planas (circunferência e triângulos) visto que a área do quadrado foi construída usando o ícone *Área* da 8ª janela. Os conceitos de retas, segmentos congruente, ponto médio e polígonos foram retomados. Não foram definidos os conceitos de catetos e hipotenusa o que será realizado juntamente com a apresentação do Teorema em sua linguagem formal, por enquanto os alunos se referem como “lados do triângulo”.

No terceiro momento, com duração de mais 2 períodos, que também aconteceu no laboratório de informática da escola, os alunos resolveram problemas do livro didático “Praticando Matemática”<sup>7</sup>, utilizando os recursos do software Geogebra.

Os exercícios escolhidos foram os que não possuíam figuras ilustrativas do problema, somente o enunciado, como exemplo da Figura 12 que se constitui no 1º problema proposto.

### 1º problema

- 11** (Fuvest-SP) Um trapézio retângulo tem bases 5 cm e 2 cm e altura 4 cm. O perímetro desse trapézio é:
- a) 14 cm
  - b) 15 cm
  - c) 16 cm
  - d) 17 cm

Figura 12: Problema retirado do livro didático adotado pela escola

Quando foi lido o problema, muitos alunos não conseguiram entender. Então, foi sugerida a construção de um trapézio no Geogebra. Para esta imagem, foi solicitado desabilitassem os eixos (x, y) e usassem somente a malha quadriculada como unidade de medida. Na construção do trapézio retângulo, Figura 13, surgiram muitos erros, principalmente com a construção do ângulo reto. Foi proposto que a figura não deveria

<sup>7</sup> Andrini, A.Vasconcelos M.J. Praticando Matemática. Edição renovada. São Paulo 2012. P.190, 191.

sofrer alterações ao movimentar os pontos e também que não fosse uma figura construída, somente ligando os pontos como nas construções do primeiro momento. Alguns conteúdos precisaram ser revistos para o desenvolvimento desta atividade, como retas perpendiculares e paralelas.

Após a construção do trapézio a resolução do problema foi muito fácil, pois os alunos identificaram de imediato o triângulo retângulo com base 3, altura 4 e lado 5. O perímetro foi calculado quase que de imediato. A maior dificuldade encontrada foi quanto à confecção da figura.

Esta construção também poderia ser feita com o auxílio de régua em sala de aula, mas como o uso do Geogebra foi mais rápida a construção e puderam ser observados alguns conceitos como: altura do trapézio, área e perímetro das figuras construídas.

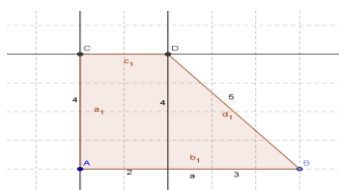
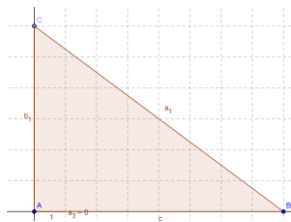


Figura 13: Trapézio construído pelos alunos para resolução do problema 1

### O 2º Problema teve como enunciado

Calcule a metragem de arame farpado utilizado para cercar um terreno triangular com as medidas perpendiculares de 60 e 80 metros, considerando que a cerca de arame terá 2 fios.



Para esta atividade, foi pedido aos alunos que não utilizassem o recurso “distância entre os pontos” BC. Alguns sugeriram construir os quadrados nos segmentos AB e AC, então tive que intervir e lembrá-los que, ao construir o quadrado nos lados do triângulo para encontrar a área, seria o mesmo que elevar seu lado ao quadrado:

$$\text{Área do quadrado} = l^2$$

A construção da figura foi realizada sem muita dificuldade, pois eles estabeleceram a relação de reta perpendicular e ângulo reto. Após a construção e os cálculos realizados no caderno, foi solicitado que verificassem suas respostas, utilizando o recurso do Geogebra “*perímetro*”

O terceiro e o quarto problema, foram resolvidos sem a intervenção da professora, já que no livro didático havia a ilustração do enunciado que são as Figuras 14 e 15. Muitos reproduziram a situação no Geogebra criando os triângulos e encontrando as áreas correspondentes. Uma pequena parte, cerca de 4 duplas, resolveu os problemas de forma direta, olhando a figura, completando no desenho os valores citados no problema e fazendo os cálculos.



### 3º Problema

**6** A figura mostra uma antena retransmissora de rádio de 72 m de altura. Ela é sustentada por 3 cabos de aço que ligam o topo da antena ao solo, em pontos que estão a 30 m do pé da antena. Qual é a quantidade aproximada de cabo, em metros, que será gasta para sustentar a antena?

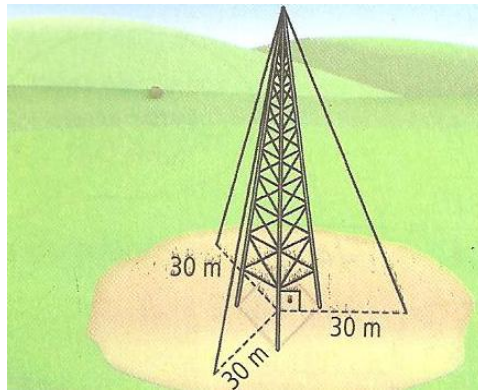


Figura 14: Problema retirado do livro didático do aluno

### 4º Problema

**2** A figura mostra um edifício que tem 15 m de altura. Qual é o comprimento da escada que está encostada na parte superior do prédio?

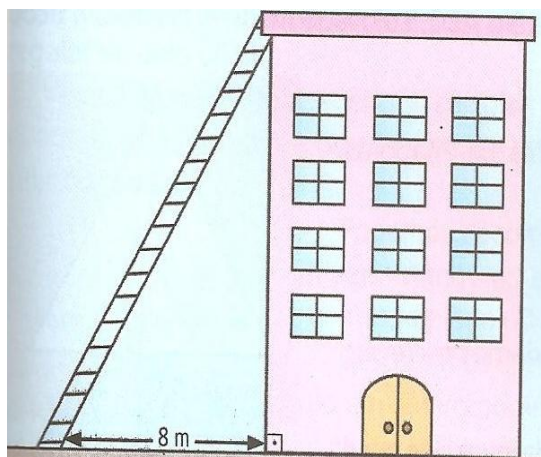


Figura 15: Problema retirado do livro didáticos dos alunos

### 3. Experimentação e Análise dos Resultados

A sequência didática ocorreu de maneira satisfatória, apesar dos contratempos com relação ao calendário escolar. No primeiro momento, a exibição do vídeo e do documentário foi uma grata surpresa, porque os alunos se mostraram muito interessados com o conteúdo, principalmente, do documentário “O Legado de Pitágoras”, visto que não é comum este tipo de abordagem e linguagem mais formal, que foi apresentada no vídeo. Houve a participação de uma boa parte dos alunos com opiniões e questionamentos sobre o vídeo, principalmente a respeito da biografia de Pitágoras e dos números irracionais



Figura 16: Auditório da escola Estadual Visconde de São Leopoldo

O segundo momento, referente às construções das duas demonstrações do Teorema de Pitágoras utilizando o Geogebra, foi o momento em que eles encontraram mais dificuldade devido à pouca experiência em manusear o computador. Apesar de estarem no 9º ano do Ensino Fundamental, os estudantes nunca tiveram aulas no laboratório de informática, isto porque a escola, apesar de ser uma das mais antigas do município de São Leopoldo, não possuía um espaço destinado à informática. Foi

somente após uma reforma do prédio, ocorrida em 2014, tornou-se possível adequar um espaço físico e instalar os equipamentos.

Basicamente, utilizamos o 1º período fazendo explorações sobre os ícones e ferramentas do Geogebra. As construções do Geogebra (figuras 9 e 10) ocorreram com uma certa facilidade, pois os alunos seguiram os anexos 1 e 2. Após a 1ª construção, realizei um questionamento oral a respeito da construção realizada:

1-O que aconteceria com a área dos polígonos 1 e 2 caso fosse alterado o ponto A para as coordenadas (4,0) e o ponto C para as coordenadas (0,5) lados BC do triângulo?

Todos responderam que a área iria aumentar porque os lados também aumentaria. Duas duplas responderam que a área do polígono 2 passaria a ter 16 unidades e a área do polígono 3 teria 25 unidades, então o polígono 4 passaria a ter uma área de 41 unidades.

Algumas duplas fizeram as alterações para encontrar o resultado e também retomamos os conteúdos de razão e semelhança de polígonos.

2- Esta relação de área de quadriláteros e lados do triângulos também seria possível utilizando circunferências e triângulos?

Para responderem a esta pergunta, todos fizeram as construções utilizando os triângulos (Figura 17) que foram relativamente fáceis. Ao propor o trabalho com as circunferências (Figura 18) precisei auxiliá-los, pois eles não sabiam como construir uma circunferência passando pelos dois pontos, visto que seria necessário encontrar o raio obtido pelo ponto médio dos segmentos AB e BC

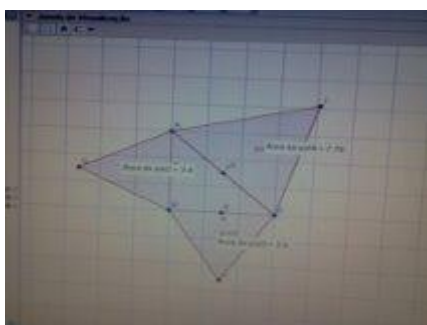


Figura 17: Construção do Teorema utilizando triângulos equiláteros

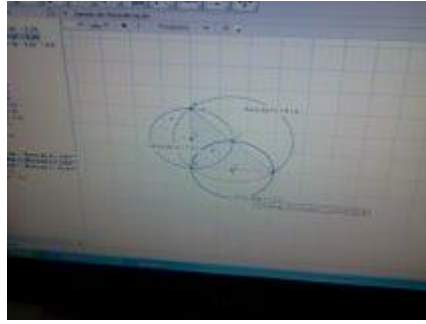


Figura 18: Construção do Teorema utilizando circunferências

No terceiro e último momento, resolvemos 4 problemas do livro didático adotado pela escola. Para a resolução do primeiro problema, era necessária a construção de um trapézio retângulo, como citado durante a sequência didática, tornando, assim, um problema para eles, pois, o conhecimento a respeito das figuras planas é muito limitado. Todos os alunos construíram inicialmente trapézios como na Figura 19.

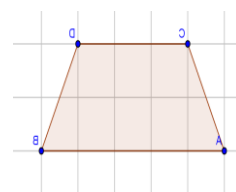


Figura 19 Trapézio construído pelos alunos erroneamente

Diante destas distorções de conceitos, propus a eles que fizessem uma pesquisa rápida na internet sobre tipos de Trapézio e suas propriedades. Depois de solucionado estas distorções, a resolução do problema ocorreu com uma certa facilidade..

No terceiro e quarto problemas, as dúvidas e erros que ocorreram envolveram conceitos de altura do triângulo. O 3º problema tratava da altura de uma torre de

antena. Cinco duplas indicaram a altura errôneamente, como na figura 20 (lado do triângulo referente à hipotenusa).

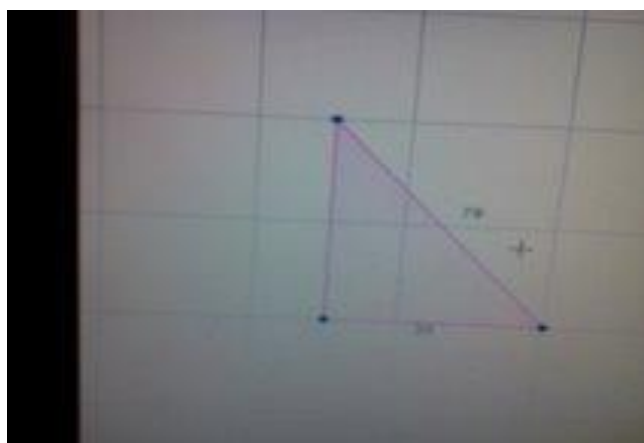


Figura 20: Construção no geogebra com a altura errada

Este erro aconteceu tanto com as duplas que resolveram no caderno quanto com os que utilizaram o Geogebra. A partir de uma nova interferência, fizemos construções simples de tipos de triângulos e a posição das alturas, conforme a figura 21.

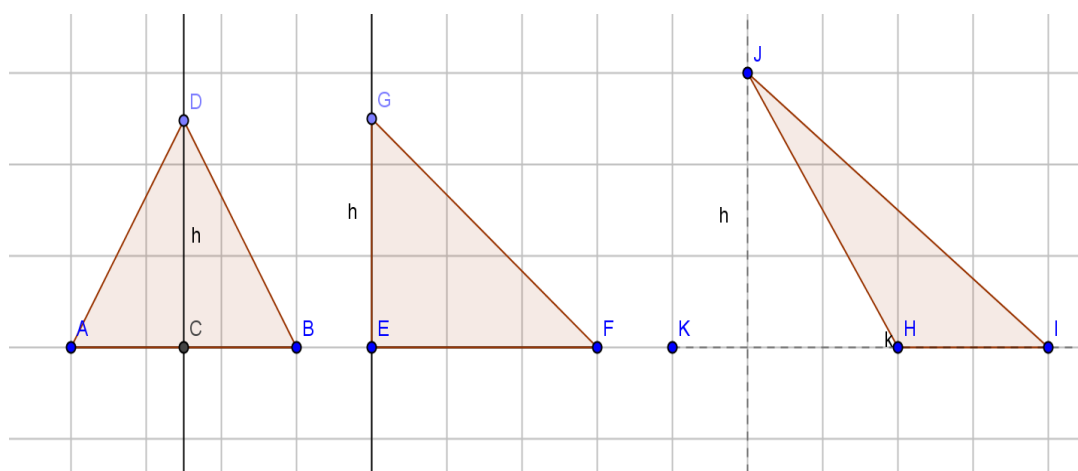


Figura 21: Exemplos de alturas em triângulos

Foram feitas apenas estes exemplos para que pudéssemos prosseguir com as atividades e, posteriormente, voltar a esta questão das alturas.

Muitos erros apresentados nas atividades proposta da Sequência Didática são referentes a conceitos geométricos equivocados ou total falta desse conhecimento de geometria visto que estes alunos não tiveram o conteúdo de geometria em anos anteriores (7º e 8º).

Pesquisas baseadas resultados das avaliações do ENEM, SAEB e INAF, nas quais a geometria está presente como um dos componentes específicos da área de matemática, verifica-se um rendimento muito abaixo do esperado

Isto vem ocorrendo já há algumas décadas, e em sua pesquisa, Pavanello (1989) aborda o abandono do ensino de geometria e uma visão histórica sobre como e por que isso veio acontecer. O objetivo de seu trabalho foi verificar porque, quando e como o ensino de geometria foi renegado a segundo plano e quais prejuízos isso pode acarretar à formação do aluno.

Esperamos com o auxílio dos recursos digitais, os softwares de geometria dinâmica e outros recursos, poder corrigir essas distorções.

## **Conclusão**

O objetivo inicial deste trabalho era introduzir o conteúdo do Teorema de Pitágoras aos alunos do 9º ano do ensino fundamental de uma maneira diferente da habitual que estamos acostumados a trabalhar os demais conteúdos em sala de aula, utilizando-se os recursos digitais e desenvolver a construção do conhecimento do estudante sobre o conteúdo que foi proposto.

Durante a seqüência didática, os alunos fizeram construções de diferentes tipos de triângulos e até de outras figuras planas utilizando o software Geogebra e assim, compreendendo o significado do Teorema de Pitágoras e suas aplicações, isto ficou evidenciado no momento em que foram feitas as atividades de resolução dos problemas.

O vídeo contribuiu para dar ao conteúdo uma visão histórica enfocando o legado do Teorema de Pitágoras para o ensino de Matemática, também foi possível identificar a sua utilização no cotidiano.

Nas atividades propostas com resolução de problemas, a utilização dos recursos digitais proporcionaram um debate entre o grupo, pois os erros nas construções serviram de tema para abordar outros conteúdos tais como: -a altura do triângulo, posição entre retas, tipos de trapézios, área das figuras planas e perímetro.

A resolução de problemas, a modelagem matemática, o uso da tecnologia, a história da Matemática, o uso de jogos matemáticos e até as aulas expositivas, são estratégias metodológicas que enfatizam a construção de conceitos matemáticos pelo aluno, as quais eles se tornam ativos na sua aprendizagem, e o professor agente ativo que faz a mediação e orienta essa construção.

## **Bibliografia**

ANDRINE, Álvaro; VASCONCELLOS, Maria Jose. **Praticando Matemática: Edição Renovada**. São Paulo: Ed. do Brasil, 2012.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Introdução**. Brasília: MEC, 1997.

D'AMBROSIO, Beatriz S. **Como ensinar matemática hoje?** Temas e Debates. SBEM. Ano II. N2. Brasília. 1989. P. 15-19

GARCIA, Vera Clotilde Vanzetto. **Reflexões e Pesquisa na Formação de Professores de Matemática**. Porto Alegre: Evangraf UFRGS, 2011.

GRAVINA, Maria Alice; SANTAROSA, Lucila Maria. **A Aprendizagem da Matemática em Ambientes Informatizado**. In: IV Congresso RIBIE. Brasília, 1998.

LIMA, Elon Lages. **Meu Professor de Matemática e outras Histórias**. Rio de Janeiro: SBM, 1991.

PAVANELLO, Regina Maria. **O Abandono de Ensino de Geometria: uma visão histórica**. Dissertação (Mestrado em Educação: Metodologia do Ensino) Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas/SP. 201p. 1989.

PONTE, João Pedro da BROCARD, Joana, OLIVEIRA, Hélia. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. Belo Horizonte: Autentica 2006.

**Barato de Pitágoras, O**. TV Escola- Ministério da Educação. Vol.21

TVESCOLA – Secretária de Educação à Distância. Ministério da Educação. Vol. 19.

**LEGADO de Pitágoras, O**. Documentário. Ep.2. 2010. Disponível em: [https://www.youtube.com/watch?v=aeiJtsCh\\_QU](https://www.youtube.com/watch?v=aeiJtsCh_QU)

## Anexo 1

### Construção da Demonstração 1 do Teorema de Pitágoras com o auxílio do Geogebra

Roteiro de Construção:

**Passo 1:** No menu **Janela de Visualização** habilitar os ícones **Eixos** e a **Malha**.

**Passo 2:** Selecione o ícone **Ponto** e clique sobre os eixos sobre as coordenadas (0,0) criando o ponto A, coordenadas (0,3) criando o ponto B e coordenadas (4,0) criando o ponto C.

**Passo 3:** Selecione o ícone **Polígono** e clique sobre os pontos A, B e C e construa um triângulo reto BAC.

**Passo 4:** Selecione o ícone **Polígono Regular** e clique sobre os pontos A e B, o Geogebra irá pedir para definir a quantidade de vértices, escreverem o valor 4, criando assim o Polígono 2

**Passo 5:** Repetir o passo 4 nos pontos B e C criando o Polígono 3 e depois nos pontos A e C, criando o Polígono 4.

**Passo 6:** Na oitava janela selecionar o ícone **Área** e clique sobre os Polígonos 2, 3 e 4.



## Anexo 2

Roteiro de Construção:

**Passo 1:** No Menu **Exibir** selecione a opção **Malha** desabilite os **Eixos**.

**Passo 2:** Selecione o ícone **Polígono** e clique sobre a malha quadriculada para construir um polígono de 4 lados A, B, C e D de 5 unidades de medida (POLIGONO 1).

**Passo 3:** Selecione o ícone **Reta** para traçar uma diagonal passando pelos pontos B e D do quadrado.

**Passo 4:** Selecionar novamente o ícone **Polígono** para construir um retângulo usando os lados do quadrado BC e CD e um ponto sobre a reta diagonal (POLIGONO 2).

**Passo 5:** Selecione o ícone **Polígono** para construir um retângulo usando os lados do quadrado AB e AD e um ponto da reta diagonal (POLIGONO 3).

**Passo 6:** Construir um novo polígono com as mesma medidas do POLIGONO 1.

**Passo 7:** Com base nas unidades da malha quadriculada construir um retângulo (POLIGONO 4) idêntico ao POLIGONO 2.

**Passo 8:** Selecione o ícone **Segmento** e trace um diagonal no retângulo (POLIGONO 4).

**Passo 9:** Selecione o ícone **Polígono** e selecione os pontos do (POLIGONO 4) e a diagonal e construa um triangulo retângulo.

**Passo 10:** Utilizando 2 unidades em cada lado do quadrado, construa outros 3 triângulos retângulos.

**Passo 11:** Selecione novamente o ícone **Polígono** e selecione os pontos N, P, Q, R.

Assim construiremos um novo quadrado (QUADRILATERO 1) que tem como lados os mesmos lados os triangulo 1, 2, 3, 4

**Passo 12:** Volte à primeira construção e selecione o ícone **Polígono** e selecione os pontos A, F, E, H construindo o QUADRILATERO 2 e os pontos I, E, G, C e construir o QUADRILATERO 3.

**Passo 13:** Selecione a 8ª janela e selecione o ícone **Área**, clique sobre os quadriláteros 1,2 e 3.

**Passo 14:** Faça a relação entre as áreas encontradas.