



GEOGEBRA NO ENSINO DAS TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS: UMA INVESTIGAÇÃO BASEADA NA TEORIA DA NEGOCIAÇÃO DE SIGNIFICADOS

Janini Marschall – janini.marschall@terra.com.br – Pólo NH
Profª Dra. Leandra Anversa Fioreze – leandra.fioreze@gmail.com –
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Resumo: O presente trabalho tem por objetivo analisar o estudo da simetria e das simetrias de reflexão e de rotação no Ensino Fundamental, por meio de uma proposta pedagógica participativa e ativa no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Esta proposta consiste na elaboração de uma sequência didática com atividades que exploram e utilizam as ferramentas do software GeoGebra visando auxiliar na aprendizagem e visualização destes conteúdos. As atividades foram aplicadas no laboratório de informática de uma escola da rede pública estadual com uma turma de sétimo ano amparada na Teoria da Negociação de Significados, cujo objetivo foi estudar os diálogos e as falas dos alunos, na interação aluno-aluno e aluno-professor para a condução e realização das tarefas propostas em aula. Em relação à experiência, podemos afirmar que o uso do software GeoGebra possibilitou auxiliar no ensino de simetria e, também, que o diálogo com os alunos contribuíram para as aprendizagens dos conteúdos abordados na sequência de atividades.

Palavras-chaves: Educação Matemática; simetria; GeoGebra; Teoria da Negociação de Significados.

1 INTRODUÇÃO

O presente trabalho trata de uma investigação, na área da Educação Matemática, sobre o ensino da geometria e de alguns de seus movimentos e transformações com foco na simetria, na simetria de reflexão e na simetria de rotação, no Ensino Fundamental, com o uso do software GeoGebra e com base na Teoria da Negociação de Significados.

A escolha deste conteúdo foi apoiada na reflexão pessoal da autora, que é docente, e que observou e analisou as dificuldades apresentadas com o ensino na lousa baseado em desenhos e esquemas. Com base nesta análise observativa a pesquisadora, concluiu que esta metodologia é insuficiente para identificar, entender e diferenciar os movimentos de reflexão e rotação.

Para tentar diminuir as dificuldades apresentadas pelos alunos, uma alternativa é a utilização do software GeoGebra, que é uma ferramenta interativa e dinâmica que possibilita ao aluno manipular elementos geométricos, algébricos e de cálculo, na sua representação e visualização, com possibilidades de alterá-los e transformá-los.

Um ponto a se destacar é o papel do professor na sala de aula, que deixa de ser o detentor único do saber e passa a ser o mediador, cuja função é desenvolver e ampliar conhecimentos, instigar novas aprendizagens, ouvir e interagir com alunos para entendê-los e auxiliá-los no processo de ensino-aprendizagem. Pensando neste sentido é que a Teoria da Negociação de Significados possibilita uma prática pedagógica ativa e participativa.

A Teoria da Negociação de Significados estuda e investiga o significado das falas e dos diálogos que ocorrem em sala de aula, entre aluno-aluno e entre professor-aluno, com o objetivo de uma prática pedagógica participativa e ativa no processo de ensino-aprendizagem (FIORENTINI, MIORIM, 2010).

A utilização das tecnologias digitais de informação e computadores, que junto com uma proposta de trabalho elaborada visando às possibilidades de interação e de debate, tornam-se alternativas para superar dificuldades de aprendizagem relacionadas ao tema proposto.

E é por tudo isso, que a presente proposta tem por objetivo verificar a contribuição da Teoria da Negociação de Significados no processo de ensino-aprendizagem da Geometria, mais precisamente nos conteúdos de simetria, simetria de reflexão e simetria de rotação, desenvolvidos no Ensino Fundamental. Além disso, procura-se validar (ou não) a utilização do software GeoGebra no ensino da Geometria, nos âmbitos da identificação e compreensão das transformações e dos movimentos de reflexão e rotação e de suas propriedades.

2 SOBRE O ENSINO E APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA

Percebe-se que os conteúdos de Geometria não recebem a devida atenção e importância na hora de serem abordados em sala de aula, pois os mesmos são deixados para serem trabalhados no último trimestre do ano letivo, sendo que isso somente se efetiva se houver tempo, caso contrário, eles deixam de ser desenvolvidos.

Nesta seção, trataremos da origem e da importância do ensino da Geometria e as transformações geométricas conforme descrevem os Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (PCN), além disso, abordaremos alguns conceitos pertinentes e, finalmente, exemplificaremos como se dá a abordagem e a demonstração do referido conteúdo em alguns livros didáticos.

2.1 DESCOBERTAS E INDÍCIOS

Costa (2012) descreve que as transformações geométricas fazem parte da história da humanidade há muito tempo, antes mesmo do que se possa imaginar. Por exemplo, a cerâmica chinesa remonta ao período Neolítico (3000 a. C.), e, nela se pode notar a presença do uso de transformações geométricas na sua decoração. Outro exemplo encontra-se na Sibéria, na ornamentação do tapete Pazyryk, datado do século V a. C., no qual se observou padrões geométricos e simetrias.

No Brasil, a cerâmica marajoara, ilustrada na figura 1, é considerada uma das mais antigas artes cerâmicas do continente Americano, sendo produzida pelos indígenas da Ilha de Marajó, localizada no estado do Pará. Na atualidade, a cerâmica marajoara é considerada um dos maiores patrimônios culturais do Brasil.

Figura 1



As cerâmicas marajoaras são refinadas e sofisticadas, compostas por traços gráficos harmoniosos e simétricos, cortes e aplicações, além de serem altamente elaboradas, possuindo variadas técnicas de ornamentação. Usualmente, a decoração das peças é elaborada com símbolos geométricos e padrões simétricos.

2.2 PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS: MATEMÁTICA (PCN)

A Geometria é a parte da Matemática que estuda formas. A sua aprendizagem torna-se imprescindível para desenvolver o raciocínio visual e relacionar a Matemática com o mundo real. Tem por objetivo auxiliar o aluno na construção de conceitos e na percepção de regularidades conforme recomendações dos PCNs (Parâmetros Curriculares Nacionais) da Matemática (BRASIL, 1998).

Os PCNs descrevem, no item Espaço e Forma, a importância do ensino da Geometria no Ensino Fundamental:

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. A Geometria é um campo fértil para se trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa (BRASIL, 1998, p. 39).

O estudo da simetria nos possibilita relacioná-la a outras situações, como, por exemplo, na natureza, na arte, na arquitetura, na biologia, etc., onde são encontradas sob as mais diversas formas e em diferentes locais e por todo o mundo, fazendo parte do nosso cotidiano, tanto que ela é encontrada em coisas simples como no nosso corpo, na imagem refletida no espelho, numa tesoura, nas asas da borboleta (figura 2) e tantas outras situações.

Figura 2



O enfoque do ensino das simetrias tem como objetivo levar o aluno a: “identificar características das figuras geométricas, percebendo semelhanças e diferenças entre elas, por meio de composição e decomposição, simetrias, ampliações e reduções” (BRASIL, 1998, p. 56).

O desenvolvimento da capacidade de visualização e o raciocínio visual é um conjunto de habilidades que podem ser mais enfatizadas na educação básica, porém os alunos precisam ser apresentados a situações variadas, que proporcionem o desenvolvimento de algumas destrezas relacionadas à criação, manipulação, imaginação, entre outras, e estas exigem aprendizagem para serem utilizadas em qualquer contexto. Para que sejam adquiridas as referidas destrezas, as mesmas devem ser sistematicamente construídas e exercitadas (GOLDENBERG, 1998).

Goldenberg (1998), em sua coleção de livros, descreve alguns modos de pensar em matemática e aborda os tipos de visualização que os alunos precisam desenvolver e apropriar-se no processo de aprendizagem, não só na disciplina de matemática, mas nas outras áreas de conhecimento.

Os tipos de visualização que os alunos precisam, tanto em contextos matemáticos como noutros, dizem respeito à capacidade de: criar, manipular e "ler" imagens mentais de aspectos comuns da realidade; visualizar informação espacial e quantitativa, e interpretar visualmente informação que lhe seja apresentada; *rever* e analisar passos anteriormente dados com objectos que podiam tocar e desenhar; e interpretar ou fazer aparecer, como por magia imagens de objectos ou ideias que nunca foram vistos. Vem a propósito dizer que a habilidade para imaginar o que nunca foi visto é importante não apenas para abstrações matemáticas como pontos. Não podemos cortar o tecido para coser uma manga, ou desenhar os planos de uma estante, sem "ver" primeiro, na nossa cabeça, o que ainda não pôde ser visto com os próprios olhos. (GOLDENBERG, 1998).

Logo, o raciocínio visual, no ensino da geometria, proporciona imaginar a figura em nossa cabeça para após fazer a sua representação.

Além do raciocínio visual, o ensino da geometria promove o desenvolvimento do pensamento de forma organizada a compreender, descrever e representar situações da Matemática que fazem parte do mundo que nos rodeia.

2.3 ASPECTOS CONCEITUAIS

Neste trabalho tratamos e desenvolvemos conceitos sobre transformações geométricas e algumas de suas características nas simetrias de reflexão e rotação, abordados no Ensino Fundamental.

Transformação geométrica é a mudança de um objeto qualquer de um lugar para outro local, ou seja, é o movimento da antiga posição para a nova posição. Em Matemática transformações são as leis de associação que transformam pontos do plano em outros pontos do plano (MEDEIROS, 2012). A reflexão, a rotação, a translação, a dilatação, a homotetia são alguns exemplos de transformações geométricas.

No plano, uma figura é simétrica se podemos dividi-la em partes, e, as partes resultantes da divisão, coincidam perfeitamente, quando sobrepostas. Os principais tipos de simetria são a axial ou reflexão, a de rotação e a central.

Centurión (2012) em seu livro didático do 7º ano do Ensino Fundamental conceituou a palavra axial ao que se refere ao eixo e, na simetria axial há um eixo de simetria e sua imagem é refletida. A simetria axial é chamada também de reflexão (figura 3).

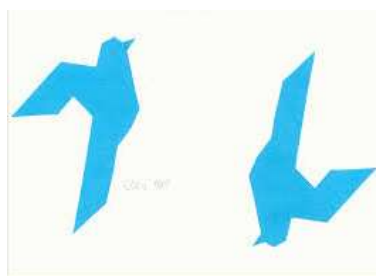
Figura 3



No livro didático do 7º ano do Ensino Fundamental de Centurión (2012) uma figura tem simetria de rotação se, após girar certo ângulo, ela aparentemente não muda de posição, embora seus pontos tenham mudado de lugar, conforme a figura 4.

Figura 4

Centurión (2012) no livro didático do 7º ano do Ensino Fundamental aborda a simetria de rotação de 180° como um caso especial. A simetria de rotação também é chamada de simetria central. Ela aparece representada na figura 5.

Figura 5

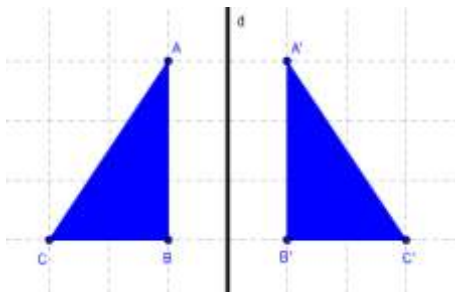
Os conceitos de simetrias de reflexão, de rotação e central apresentados no livro didático do 7º ano do Ensino Fundamental de Centurión (2012) aparecem de forma sucinta e reduzida, sem destacar suas propriedades.

Para ampliar os conceitos abordados por Centurión (2012) em seu livro didático, podemos citar Medeiros (2012), que afirma que a transformação geométrica é uma aplicação objetiva entre duas figuras geométricas, no mesmo plano ou em planos diferentes, de modo que, a partir de uma figura geométrica original se forma outra geometricamente igual ou semelhante à primeira.

Para Medeiros (2012), uma reflexão, no plano, de eixo 'd' é uma transformação geométrica que a cada ponto A, B e C corresponde um ponto A', B' e C' respectivamente, tal que AA', BB' e CC' são perpendiculares ao eixo. As distâncias de A e de A', de B e de B' e de C e de C' ao eixo 'd' são iguais. Uma figura e a sua

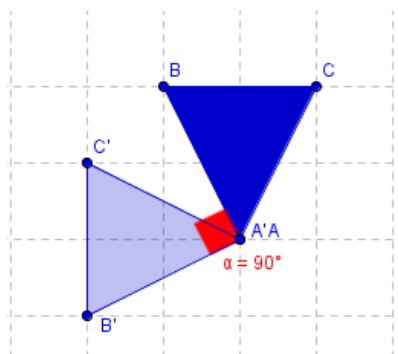
imagem por reflexão sobre um eixo são congruentes e a reflexão muda o sentido dos ângulos, mantendo a sua amplitude (observar figura 6).

Figura 6



A simetria de rotação no plano de centro A e amplitude α , para Medeiros (2012) é uma transformação geométrica que a cada ponto A, B e C faz corresponder um ponto A', B' e C' respectivamente e as distâncias de B e de B' e de C e de C' ao ponto A e A' são iguais. A amplitude $\alpha = 90^\circ$, conforme a figura 7 é a mesma de $\widehat{B\hat{A}B'}$ e $\widehat{C\hat{A}C'}$.

Figura 7

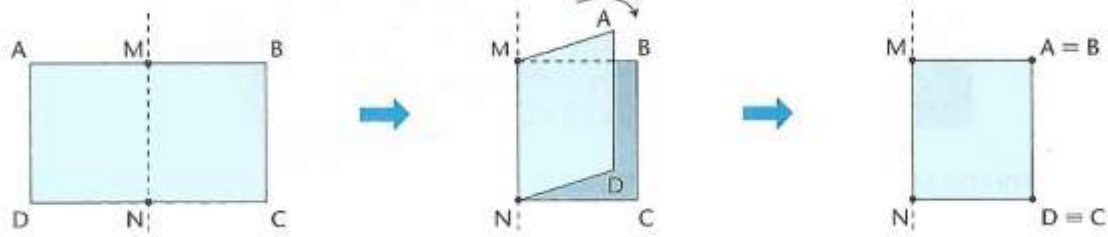


Os conceitos de reflexão e de rotação e suas características foram trabalhados a partir do software GeoGebra com os alunos.

2.4 ABORDAGENS NOS LIVROS DIDÁTICOS

Para dar sequência a nossa pesquisa, achamos interessante verificar e analisar como os conteúdos relacionados ao tema simetria são abordados no material didático utilizado nas escolas. Para isso, examinaram-se três coleções de livros didáticos, mais especificamente os livros de 6º ano/5ª série e 7º ano/6ª série do Ensino Fundamental.

Centurión (2012) em seu livro didático do 6º ano do Ensino Fundamental trata a simetria axial e do eixo de simetria por meio de dobraduras, conforme a figura 8.

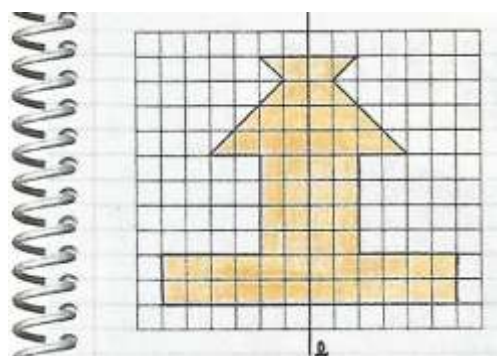
Figura 8

O livro didático de Centurión (2012) contém atividades variadas com o objetivo de identificar eixos de simetria na vertical e na horizontal e, também de fazer o reconhecimento da reflexão em algumas figuras geométricas.

No livro didático do 7º ano do Ensino Fundamental de Centurión (2012), a autora amplia o tema das simetrias: em axial, de rotação e central com exemplos e atividades diversas de identificação de simetrias.

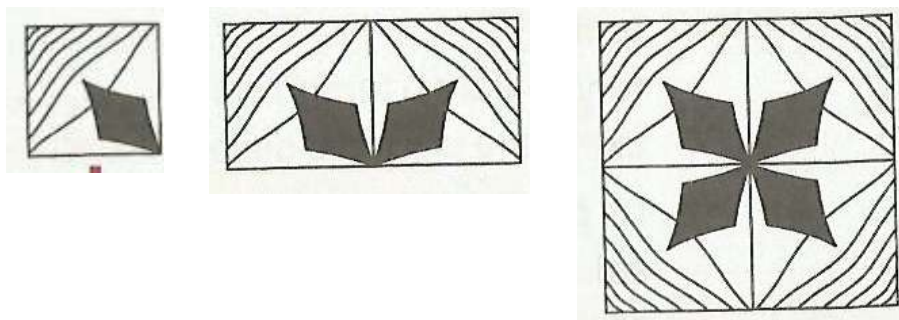
Ribeiro (2009) em seu livro didático do 6º ano do Ensino Fundamental, capítulo 8, módulo 3, trata a simetria destacando o eixo de simetria com vários exemplos e atividades. Após demonstrar a simetria em relação ao eixo em uma folha de papel transparente, o autor dá sequência à abordagem com várias atividades.

Em seu livro didático do 7º ano do Ensino Fundamental, Ribeiro (2009), no capítulo 15, aborda e demonstra a simetria axial e a simetria de rotação com ilustrações e representações, conforme a figura 9. Após, ele segue com atividades variadas objetivando explorar, identificar e reconhecer as simetrias e, também de relacioná-las com contextos do cotidiano.

Figura 9

Para encerrar o capítulo, Ribeiro (2009), em seu livro didático do 6º ano, destaca a presença de simetria na arte das mulheres do povo sotho, em Lesoto, e regiões vizinhas na África do Sul. Para isso, ele faz uma breve descrição da localização e da caracterização da arte dessas mulheres, apresentando ainda, a ilustração do local e a representação de um molde e das simetrias envolvidas, conforme ilustrado na figura 10.

Figura 10



Já no livro didático do 7º ano, o autor Ribeiro (2009) ressalta a arte e a simetria nas obras do artista gráfico M. C. Escher com um breve relato sobre a arte simétrica com a apresentação de obras de Escher, conforme a figura 11.

Figura 11

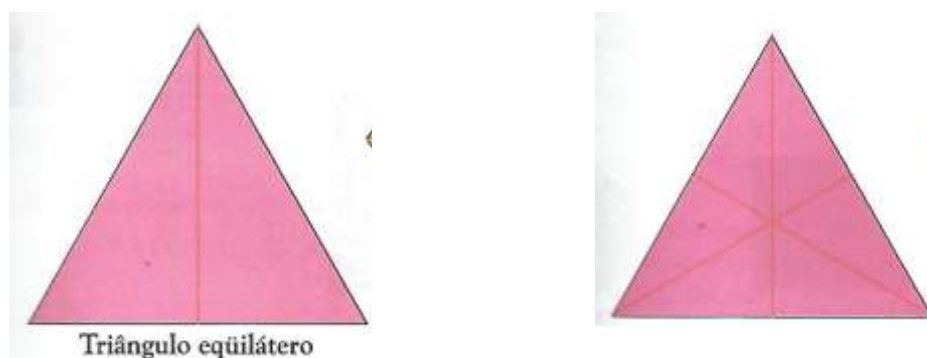


Cavalcante (2006), em seu livro didático da 5ª série do Ensino Fundamental, aborda no capítulo 17, o eixo de simetria e figuras simétricas na malha quadriculada e com diversas atividades de identificação.

No livro didático da 6ª série do Ensino Fundamental, Cavalcante (2006) trata, no capítulo 12, das transformações de figuras, dos conteúdos de simetria de reflexão e

rotação que se dá através de exemplos com figuras geométricas demonstrando suas representações, conforme a figura 12.

Figura 12



Neste livro há ainda a sugestão de um trabalho em grupo com uma das ilustrações do artista holandês Maurits Cornelis Escher (1898 – 1972) para que os alunos encontrem todos os eixos de simetria da obra. Outra proposta de atividade, apresentada pelo autor é uma pesquisa e desenho de bandeiras de cinco países que possuam eixo de simetria.

As três coleções descritas aqui, abordam e tratam do conteúdo das simetrias de reflexão e rotação.

Os livros didáticos de Centurión (2012) apresentaram os conteúdos prontos e acabados e a função do aluno é imaginar, perceber e entender através de exemplos e das várias atividades de reconhecimento e fixação as características das simetrias: axial e de rotação. O tema simetria é abordado como se fosse um manual e o aluno vai dobrando a folha conforme as instruções apresentadas nos dois livros para no final identificar o eixo de simetria e a simetria nas partes dobradas, tudo mecânico, sem debate.

Ribeiro (2009) em seus livros didáticos aborda o conteúdo das simetrias axial e de rotação muito resumidamente não oportunizando ao aluno fazer descobertas e realizar comparações e relações, tudo pronto e estático, porém para a aprendizagem o referido autor proporciona muitas e variadas atividades de compreensão e fixação. Também relaciona o tema simetria com arte, história e geografia.

Os livros didáticos de Cavalcante (2006) abordam o conteúdo das simetrias axial e de rotação, porém percebe-se a apresentação do conteúdo pronto com algumas

ilustrações e conceitos, não oportunizando ao aluno a descoberta, a reflexão, o fazer relações e comparações. Para que o aluno compreenda o conteúdo, o referido autor propõe muitas e variadas atividades, inclusive atividades em grupo para relacionar a arte com a simetria.

3 A IMPORTÂNCIA DO USO DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS DE INFORMAÇÃO E COMPUTADORES

Gravina (2012) descreve que, no século XIX, com o advento da Revolução Industrial, o giz e o quadro-negro se tornariam uma tecnologia de impacto no processo educativo e, com a necessidade de educação em massa, essa ideia consolidou-se com a organização da sala de aula em grandes grupos com a atenção voltada para a “fala do professor”.

Na atualidade, as tecnologias do giz, do quadro-negro e também do livro didático com a função de guardar informações são importantes, e continuam sendo utilizadas em sala de aula, portanto, não está se defendendo sua exclusão, mas a inclusão de novas e diferentes tecnologias.

Com o surgimento de novas e diferentes tecnologias percebe-se que o ritmo de vida também acompanhou estas transformações. Para exemplificar, temos o telefone celular que proporciona contato e comunicação instantânea; o uso do computador e o acesso à internet que propiciam proximidade virtual, armazenamento e circulação de informações, entre outras potencialidades. Enfim, tudo muito rápido e dinâmico. Porém, verifica-se que estas inovações tecnológicas são pouco ou quase nada aproveitadas ou muitas vezes não entram e não fazem parte dos ambientes de ensino-aprendizagem.

Em relação à importância do uso das tecnologias digitais de informação e computadores, salienta-se que a geração atual de alunos possuem mais contatos e acessos a celulares, computadores, tablets, ipods e outros equipamentos, do que as gerações passadas. Os estudantes estão sempre conectados na rede ou em rede, acessando jogos, filmes, vídeos, baixando aplicativos, executando download, ou seja, interagindo com a máquina e suas inovações.

Allevato (2007) descreve em sua investigação, relacionando-a a outras pesquisas afins realizadas, a importância do uso das tecnologias na aprendizagem, o modo de pensar e o desenvolvimento de raciocínios matemáticos favorável aos estudantes mais familiarizados com o ambiente informático.

Em linhas gerais, essas pesquisas trazem evidências de que a utilização dos computadores nos ambientes de ensino de Matemática conduz os estudantes a modos de pensar e de construir conhecimento que são típicos do ambiente informático e, por vezes, favoráveis à aprendizagem de conteúdos ou à compreensão de conceitos matemáticos. Tais pesquisas destacam aspectos como o uso regular de representações múltiplas, a manifestação de concepções acerca da Matemática e dos conteúdos matemáticos, a ênfase na visualização, entre outros. (ALLEVATO, 2007, p. 133).

Os resultados das pesquisas confirmam que, alunos mais familiarizados com ferramentas tecnológicas se favorecem nas aprendizagens de conteúdos ou conceitos matemáticos.

A inserção da escola na cultura virtual e a incorporação de ferramenta no processo de aprendizagem são discussões atuais conforme Gravina (2012) e que avançam em função da variedade de recursos disponíveis para os alunos.

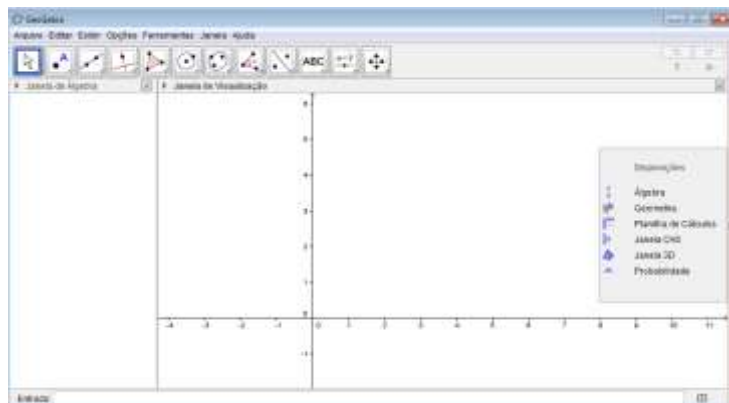
Em função da variedade de recursos disponíveis, o software GeoGebra é uma ferramenta dinâmica que proporciona representações múltiplas que ocorrem na Matemática com possibilidades de visualização, manipulação, criação, alteração e experimentação com a Geometria.

3.1 SOFTWARE GEOGEBRA

A origem da palavra GeoGebra é a união das palavras geometria e álgebra. O GeoGebra é um software gratuito de matemática dinâmica que reúne recursos de geometria, álgebra e cálculos, tendo sido criado por Markus Hohenwarter, da Universidade de Salzburg, com o intuito de dinamizar o estudo da Matemática nas escolas.

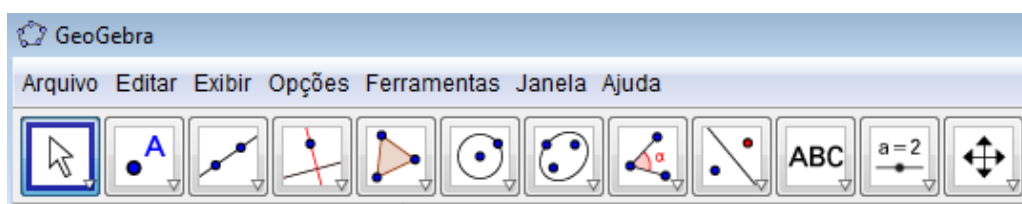
Ao acessar o software GeoGebra dispomos de uma tela de trabalho, conforme a figura 13, com vários recursos para a construção das representações geométricas a partir das propriedades que as definem.

Figura 13



Os recursos disponíveis encontram-se na barra de ferramentas que é composta por doze caixas de ferramentas ou ícones conforme demonstrado na figura 14.

Figura 14



Em cada caixa de ferramenta, de acordo com o interesse, encontram-se disponíveis comandos para a elaboração e construção do que se quer representar, usufruindo-se da tecnologia para abordar os conteúdos matemáticos, criando-se, assim, oportunidades de dinamizar o ensino.

O software GeoGebra é um recurso dinâmico na construção da aprendizagem da Geometria, pois o aluno na elaboração e desenvolvimento de atividades poderá ampliar seus conhecimentos, aplicando e aprendendo propriedades, sendo que o mais interessante é que ele poderá visualizar sua representação e, se, por ventura, houver erros, poderá tentar detectá-los e arrumá-los.

Um aspecto importante a ser destacado sobre o software GeoGebra é que mediante o deslocamento da figura na tela do computador ou a alteração de seu tamanho, sendo observadas suas propriedades em sua elaboração e construção, a representação da figura não se modifica, ou seja, não se deforma permanecendo com as propriedades iniciais da sua construção, conforme ilustrado nas figuras 15 e 16.

Figura 15

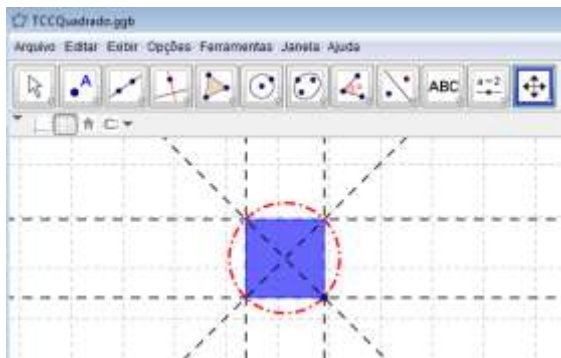
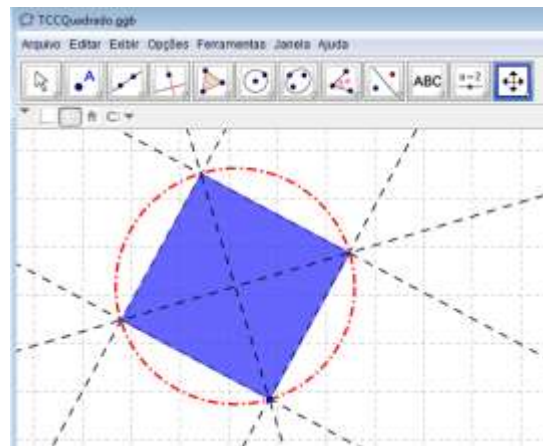


Figura 16



O software GeoGebra é um meio que possibilita construções e elaborações de aprendizagens através dos recursos disponibilizados, como pontos, retas, polígonos, círculos, ângulos, vetor, transformações geométricas, por exemplo. Aliar a ferramenta tecnológica com conhecimentos matemáticos despertando no aluno interesse, curiosidade e motivação são os objetivos almejados para a sua utilização.

4 A TEORIA DA NEGOCIAÇÃO DE SIGNIFICADOS

A busca por uma prática pedagógica participativa e ativa no processo de ensino-aprendizagem será o fio condutor desta investigação e fundamentar-se-á na Teoria da Negociação de Significados. Esta teoria se propõe a estudar e investigar o significado das falas e dos diálogos que ocorrem em sala de aula entre aluno-aluno e entre professor-aluno (FIORENTINI, MIORIM, 2010).

Interpretar e compreender as falas e os diálogos dos alunos se torna imprescindível para o professor, pois as palavras ditas e as falas transmitidas produzem sentidos e representações sobre os conhecimentos prévios e significados para as novas relações, descobertas e aprendizagens. Citamos Guerreiro e Menezes que descrevem a importância das formas de comunicação e a função social na transmissão matemática,

As formas de comunicação matemática, caracterizadas pelo uso da linguagem oral e escrita e também da leitura, são reveladora da maneira como os estudantes constroem e partilham o seu conhecimento matemático. Neste sentido, a linguagem uma função social, operacionalizando a comunicação matemática, através da qual o professor e os alunos procuram expressar o seu

entendimento acerca desta área de conhecimento (BAUERSFELD, 1988; SIERPINSKA, 1998 apud GUERREIRO e MENEZES, 2010, p. 139).

Propor aos alunos momentos de conversas e reflexões sobre as práticas e experiências vivenciadas em sala de aula na elaboração de novos conceitos e a resignificação de conceitos obtidos e assimilados anteriormente fazem parte da base para a construção e desenvolvimento do pensamento matemático.

Portanto, propõe-se para a construção e desenvolvimento do pensamento matemático inovar na prática pedagógica abandonando o ensino tradicional em que o professor transmitia o conhecimento aos alunos e os estudantes eram meros ouvintes e expectadores, com a função de memorização e reprodução de processos mecânicos.

A inovação se dará aliada às novas tecnologias, com a utilização do software GeoGebra, se valendo de uma prática interativa e reflexiva que leve a negociação de significados e a interação entre aluno-aluno e aluno-professor, sendo este o objetivo desejado.

5 ASPECTOS METODOLÓGICOS

A investigação foi realizada em uma Escola da rede Pública Estadual da cidade de Novo Hamburgo, RS. O trabalho foi desenvolvido em uma turma de 7º ano do Ensino Fundamental composta por 28 alunos do turno da manhã em quatro períodos de 50 minutos cada.

No laboratório de informática da escola foram abordados os conteúdos de uma parte da Geometria que trata da reflexão e rotação de figuras com a utilização do software GeoGebra na aquisição do conhecimento através de anotações e diálogos, durante o processo de aprendizagem baseado na Teoria da Negociação de Significados.

Nesse sentido, as atividades foram elaboradas com os objetivos de possibilitar a discussão e a negociação de conceitos e significados.

O estudo da simetria de reflexão e de rotação, com o software GeoGebra, tem por finalidade, que os alunos compreendam o conceito de simetria, identifiquem

simetria de reflexão e de rotação e percebam os movimentos e as transformações nas figuras representadas.

5.1 DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES E OBJETIVOS PEDAGÓGICOS

Por meio da elaboração de atividades variadas, buscou-se uma prática pedagógica participativa e ativa no processo de ensino-aprendizagem.

As atividades foram realizadas no software GeoGebra e, também, foram observadas e analisadas as falas e os diálogos que ocorreram em sala de aula, durante o processo de desenvolvimento da pesquisa, entre aluno-aluno e entre professor-aluno.

As atividades foram realizadas em duplas de alunos, na sala de informática, com o software GeoGebra instalado nos computadores.

Antes do início das atividades, houve uma breve explicação sobre o funcionamento e as características do software GeoGebra. Em seguida, os alunos em duplas, em um computador, exploraram a construção da representação do quadrado de várias formas, porém as construções se deformavam quando se movimentava seus vértices.

A partir das tentativas de construção do quadrado, foi discutido com os alunos se existia a possibilidade de construir o quadrado com suas propriedades no software GeoGebra. Com ajuda da autora do presente estudo, os alunos construíram o quadrado utilizando os comandos: pontos, círculo, reta passando por dois pontos, retas perpendiculares e paralelas, intersecções de retas e círculo, polígono. Com o objetivo de que os alunos observassem as propriedades aplicadas e que mediante deslocamento ou alteração de tamanho, a figura não se deformava. Após, salvaram a figura com os nomes dos componentes da dupla em um arquivo e criaram uma pasta para colocar as atividades realizadas.

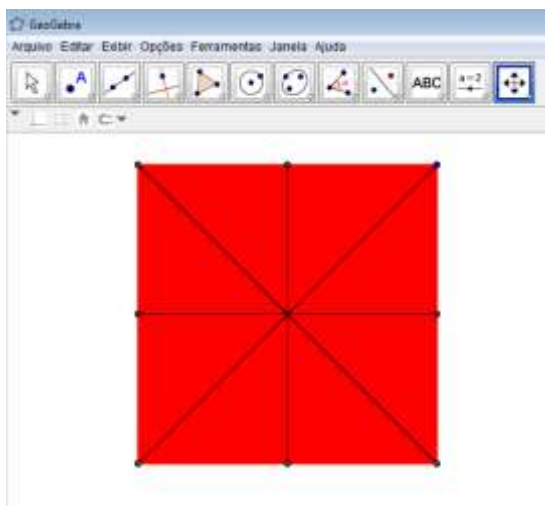
As atividades foram elaboradas para ocorrerem em quatro momentos nos quatro períodos. O primeiro momento foi voltado para o estudo do eixo de simetria, simetria de reflexão em relação a um eixo e simetria de reflexão em relação a dois eixos. No segundo momento, a continuação do estudo da simetria de reflexão em relação a um ponto. Após, no terceiro momento, o estudo da simetria de rotação em relação a um

ponto (vértice). E no quarto momento a construção e a elaboração de uma figura qualquer utilizando a simetria de reflexão ou rotação.

1º momento – Estudo do eixo de simetria, simetria de reflexão em relação a um eixo e simetria de reflexão em relação a dois eixos.

Após a breve explicação e a construção da representação do quadrado no software GeoGebra, os alunos utilizaram um computador para cada dupla e marcaram todos os eixos de simetria da figura do quadrado, conforme representado na figura 17. Após, salvaram a figura com os nomes dos componentes da dupla e acrescentaram a palavra eixo.

Figura 17



Depois de identificarem os eixos de simetria existentes na figura do quadrado, os alunos buscaram o arquivo da figura inicial do quadrado gravado no início da atividade e inseriram um triângulo (ícone polígono) dentro do quadrado e alteraram a cor em propriedades. A inclusão do triângulo teve como objetivo a visualização e a percepção da simetria de reflexão e seus movimentos, pois neste sentido a representação do quadrado não a proporcionaria.

Em seguida, representaram um eixo na vertical (reta passando por dois pontos) fora do quadrado e clicaram no ícone reflexão em relação a uma reta, conforme a figura 18. Logo após, realizaram o mesmo procedimento, porém com a representação de um eixo na horizontal (reta passando por dois pontos) ilustrada na figura 19. Na sequência,

salvaram a figura com os nomes dos componentes da dupla e acrescentaram as palavras reflexão e reta.

Figura 18

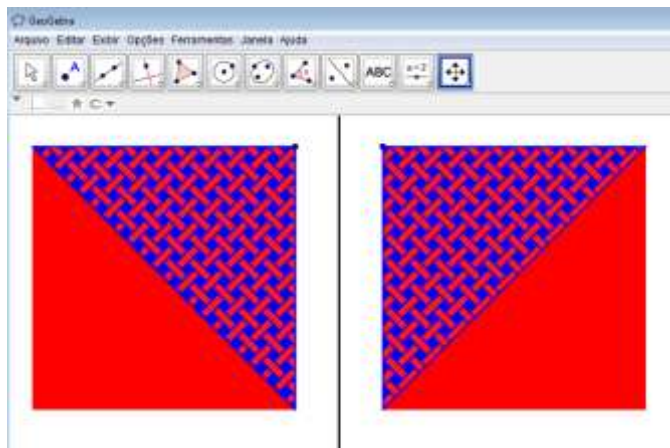
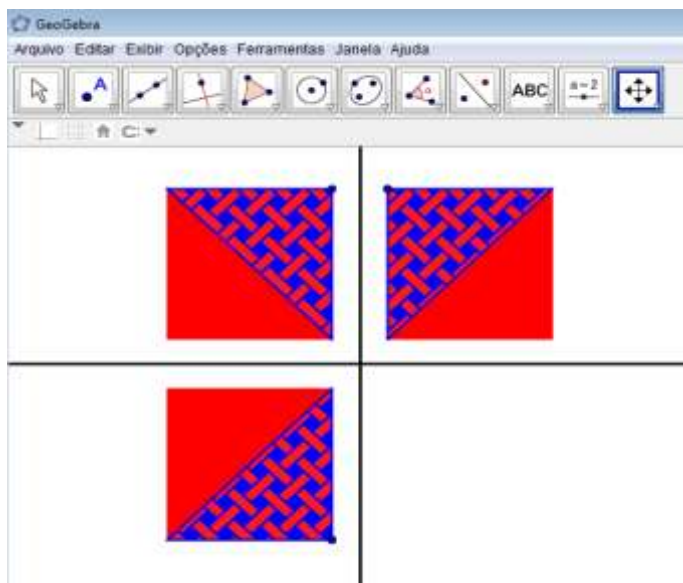


Figura 19

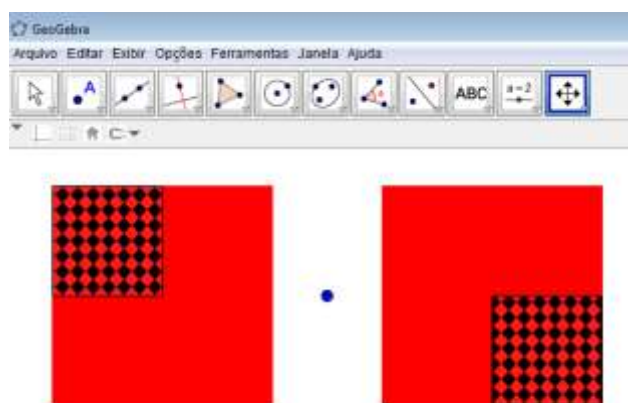


Em seguida, os alunos movimentaram os eixos vertical e horizontal e o vértice (ponto azul), observando o que ocorria com a figura durante a movimentação, e concomitantemente respondendo as seguintes perguntas: a) O que foi observado ao clicar no ícone reflexão em relação a uma reta? b) Ao movimentar os eixos: vertical e horizontal o que aconteceu com a figura? c) Ao movimentar um dos vértices da figura o que acontece com as outras representações?

2º momento – Estudo de simetria em relação a um ponto.

Para a atividade do segundo momento os alunos buscaram a figura inicial do quadrado gravado em um arquivo no início da atividade e inseriram outro quadrado (ícone polígono) dentro do quadrado e alteraram a cor em propriedades. A inclusão do novo quadrado teve como função auxiliar a visualização e a percepção da simetria de reflexão e seus movimentos. Em seguida, clicaram nos ícones ponto e reflexão em relação a um ponto com o objetivo de visualizar e identificar as simetrias e as transformações que ocorreram nesta atividade, conforme mostra a figura 20. Por último, salvaram a figura com os nomes dos componentes da dupla e acrescentaram as palavras reflexão e ponto.

Figura 20



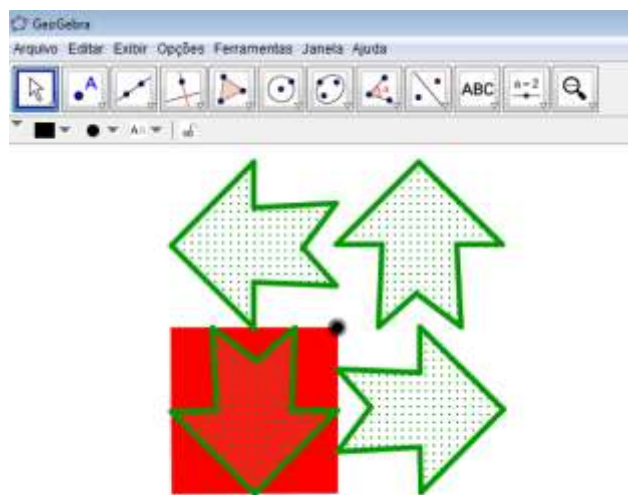
Após, os alunos movimentaram o ponto externo e um dos vértices do quadrado, observando e respondendo os seguintes questionamentos: a) O que foi observado ao clicar no ícone Reflexão em relação a um ponto? b) Ao movimentar o ponto o que aconteceu com a figura? c) Ao movimentar um dos vértices da figura o que acontece com a outra representação?

3º momento – Estudo da simetria de rotação em relação a um ponto (vértice).

Para a realização da atividade do terceiro momento, os alunos buscaram a figura inicial do quadrado gravado em um arquivo no início da proposta e representaram uma seta (ícone polígono) dentro do quadrado e alteraram a cor em propriedades. Após, escolheram um dos quatro vértices (o ponto) do quadrado para acontecer o giro das setas. O objetivo deste exercício é fazer com que os alunos percebam o movimento de rotação, ou seja, o giro das setas.

Depois, clicaram várias vezes no ícone rotação em torno de um ponto (vértice) para a realização da tarefa ilustrada na figura 21. A rotação da figura foi de 90° no sentido anti-horário em torno de um dos vértices do quadrado. A representação da rotação foi gravada com os nomes dos componentes da dupla e, também do acréscimo da palavra rotação.

Figura 21



Após a obtenção das figuras em torno do vértice (ponto preto), os alunos movimentaram-no, observando o que ocorria a partir disso e, simultaneamente respondendo as seguintes perguntas: a) O que foi observado ao clicar no ícone Rotação em torno de um ponto? b) Quantas vezes vocês precisaram fazer o processo para completar o giro? c) Quantos graus somaram no total? d) Ao movimentar o ponto (o vértice) o que aconteceu com a figura? e) Ao movimentar um dos outros vértices da figura o que acontece com as outras representações?

4º momento – Construção livre utilizando a simetria de reflexão ou de rotação.

No quarto momento os alunos construíram e representaram no software GeoGebra uma figura livre onde utilizaram a simetria de reflexão ou rotação no desenvolvimento da atividade.

A avaliação ocorreu pela participação e envolvimento dos alunos na resolução das atividades propostas.

5.2 ANÁLISE DA PRÁTICA

Neste tópico apresentamos o relato das atividades realizadas no laboratório de informática com ênfase na aprendizagem, nos diálogos, nas descobertas e nas dúvidas que surgiram durante o processo. A realização das atividades ocorreu com a utilização de um computador por dupla, onde o software GeoGebra fora instalado. Os alunos foram nomeados por numerais de 1 a 28 para preservar sua identificação.

No laboratório de informática, após a construção da representação do quadrado, no primeiro momento, a atividade consistia em que os alunos traçassem eixos de simetria utilizando as ferramentas do software GeoGebra. Porém, antes que os alunos começassem a resolver a tarefa perguntou-se, conforme segue:

Professora: O que é eixo de simetria?

Aluno 1: É linha que serve para dividir o desenho no meio.

No desenvolvimento da atividade, verificamos que dez duplas traçaram retas que passam por dois pontos. As retas foram traçadas passando por dois vértices não consecutivos (diagonais) e no cruzamento das diagonais foram traçadas mais duas retas sobre a interseção, porém nos sentidos vertical e horizontal. Três duplas realizaram o mesmo procedimento, porém utilizando o segmento de reta. Uma dupla traçou retas que passaram por dois pontos e retas perpendiculares. Nesta, os alunos traçaram as retas passando por dois vértices não consecutivos (diagonais) e na interseção das diagonais foram traçadas retas perpendiculares nos dois sentidos vertical e horizontal.

Após a conclusão da tarefa houve um instante de reflexão e debate sobre a realização da atividade, momento em que alguns alunos explicaram como tinham realizado a tarefa, enquanto que outros comentaram que tinham feito do mesmo jeito. Ao final das conversas, os alunos perceberam que todos haviam traçado os quatro eixos de simetria, porém algumas duplas com comandos diferentes.

Em seguida houve a sugestão de movimentar um dos vértices e verificar o que aconteceu com a representação do quadrado.

Ao circular pela sala, a pesquisadora/professora verificou que os alunos perceberam que ao movimentar o vértice do quadrado ocorreu que a figura e os eixos de

simetria traçados aumentavam ou diminuían de tamanho na mesma proporção, conforme representado nas figuras 22 e 23.

Figura 22

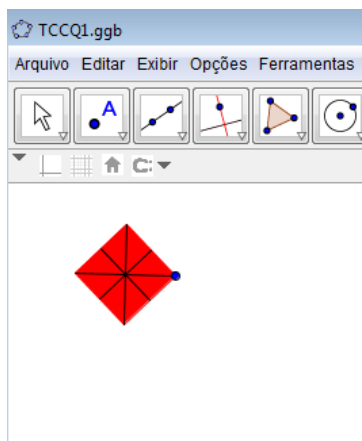
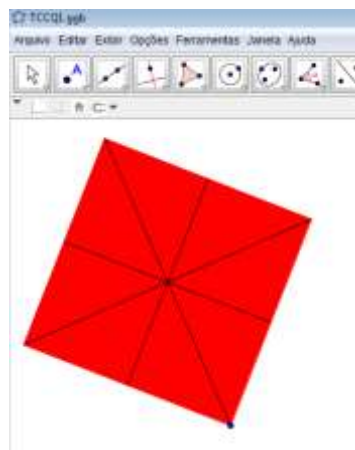


Figura 23



Nesta atividade percebeu-se que os alunos identificaram a função da simetria e dos eixos de simetria, pois, segundo os alunos, o eixo representava a divisão da figura ao meio de quatro maneiras.

A próxima atividade, realizada dentro do primeiro momento, consistia em identificar o movimento de simetria na representação do triângulo dentro da figura do quadrado, além de verificar o que ocorre quando se clica na caixa de ferramentas reflexão em relação a uma reta. Para isso, os alunos clicaram na figura e na reta e responderam a seguinte pergunta: O que aconteceu?

Todas as duplas realizaram os procedimentos e visualizaram o aparecimento da representação da figura do triângulo inserido no quadrado do outro lado do eixo, porém, ao responderem a questão supracitada, houve divergência quanto à posição das imagens, o que gerou o seguinte diálogo:

Aluno 2: Apareceu a mesma figura do outro lado da reta.

O aluno 3 respondeu ao aluno 2: As figuras parecem ser iguais, mas os triângulos não estão na mesma posição, estão um de frente para o outro.

Professora: Alunos! Movimentem os eixos e coloquem o quadrado em cima do outro quadrado. Os desenhos dos quadrados e dos triângulos ficaram um em cima do outro?

Aluno 2: O quadrado ficou um em cima do outro, mas o triângulo não.
(conforme figura 24).

Aluno 5: Agora dá para ver que o triângulo ficou um em frente do outro.
(ilustrado na figura 25).

Figura 24

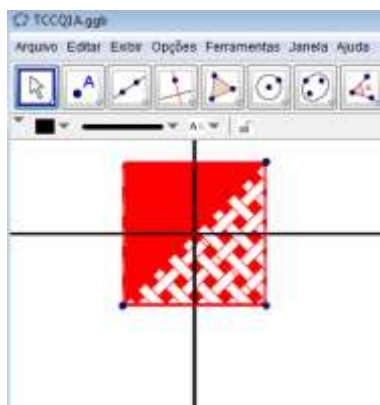
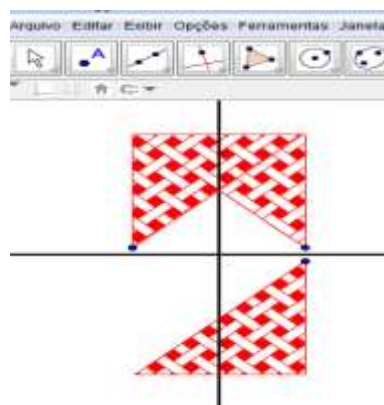


Figura 25



Com a solicitação de movimentar os eixos e colocar uma figura sobre a outra os alunos perceberam que um triângulo em frente ao outro era como a imagem refletida num espelho. Neste momento, a pesquisadora/professora questionou sobre o que é reflexão? Este questionamento gerou um momento de conversas entre os alunos, onde alguns estudantes conceituaram reflexão como espelho, outros complementaram como sendo a mesma figura do outro lado do eixo, porém uma figura ficava de frente para a outra. Nestas falas, observou-se a troca de ideias, a negociação de conceitos e a construção de significados com a ajuda do professor, mas com a elaboração dos alunos.

Ao movimentar os eixos os alunos perceberam que as figuras refletidas se afastavam ou se aproximavam com a mesma distância sem alterar o tamanho da figura. Ao mexer no vértice, ocorreu que a figura e as figuras refletidas aumentavam ou diminuía de tamanho na mesma proporção.

Percebeu-se que a visualização do movimento de reflexão na realização da tarefa foi essencial para a compreensão dos alunos em relação ao conteúdo proposto.

Após o conteúdo de reflexão em relação a uma reta, já no segundo momento, abordamos o tema reflexão em relação a um ponto com uma atividade que possibilitou a visualização do movimento de reflexão no software GeoGebra. Nesta atividade,

observamos que os alunos não tiveram grandes dificuldades em realizá-la. A seguir, transcrevemos algumas das conversas que ocorreram durante o processo de ensino e aprendizagem.

Aluno 4: Quando mexemos o ponto os quadrados que nós desenhamos primeiro fica parado, não se mexe, só se mexe os quadrados que apareceram depois de ter clicado na reflexão em relação a um ponto.

Aluno 8: Quando fazemos a volta com o ponto o outro desenho também faz volta.

Percebemos que nesta atividade os alunos identificaram o movimento de reflexão, pois falaram que ao colocar o quadrado maior (vermelho) sobre o outro quadrado maior (vermelho) o quadrado menor (xadrez) ficava de frente para o outro quadrado menor (xadrez), conforme as figuras 26 e 27.

Figura 26

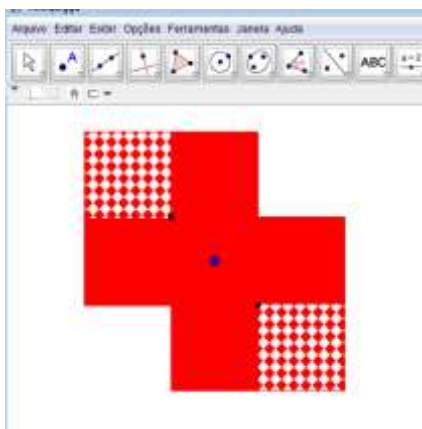
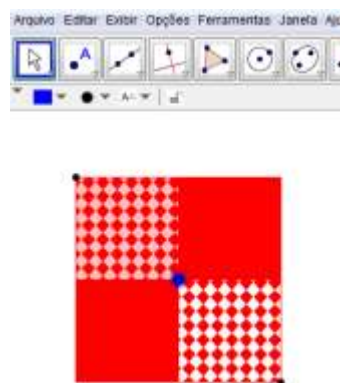


Figura 27



Na realização da tarefa do segundo momento, percebeu-se que a visualização do movimento de reflexão em relação a um ponto foi essencial e reforçou a compreensão dos alunos em relação ao conteúdo proposto.

A atividade do terceiro momento foi idealizada para que os alunos visualizassem e percebessem o movimento de rotação, ou seja, o giro das setas.

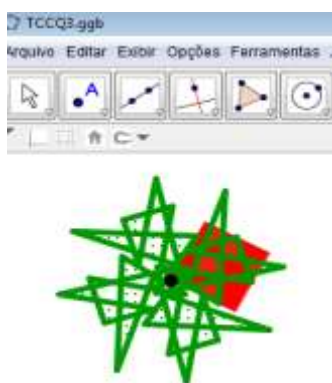
Nesta atividade os alunos foram instruídos a clicarem no ícone rotação em relação a um ponto até fazer uma volta ao redor do quadrado. Para fazer a figura girar,

os alunos clicaram na seta anterior e após no ponto. Alguns alunos tiveram dificuldades em realizar o giro e foram auxiliados pelos colegas.

No momento de reflexão e debates, as duplas foram induzidas a responder algumas questões para o entendimento sobre rotação, ângulos e sentido.

Nesta atividade percebeu-se que não houve entendimento total do movimento de rotação, embora os alunos tenham girado a figura. Porém, o interesse foi nos novos desenhos que apareceram durante o movimento do vértice, conforme a figura 28. Em aplicações futuras, a atividade do terceiro momento deverá ser reformulada ou a representação da seta não deverá se deformar. Nesta situação a seta foi construída utilizando a ferramenta polígono, que proporciona movimentar seus vértices modificando a sua forma, no caso, alterando a configuração da seta inicial.

Figura 28



Ao movimentar o vértice os alunos constataram que as representações ou aumentavam ou diminuam de tamanho ou giravam. Porém, no giro, os desenhos das setas se desconfiguraram, e estas alterações os alunos acharam muito legais, pois como eles comentaram, “dava para fazer desenhos muito legais”.

Percebeu-se que, para a compreensão total do conteúdo de rotação em relação a um ponto, pela maioria dos alunos, haveria a necessidade da realização de mais atividades abordando o tema com outras medidas de ângulos, mudança de sentido e representações, com os objetivos de possibilitar novas visualizações e reconhecer o movimento de rotação através de comparações e análises.

No quarto momento, a atividade dos alunos foi de criação e construção livre de uma figura qualquer utilizando o movimento de reflexão ou rotação no software GeoGebra.

Nesta atividade, perceberam-se construções livres, criativas e interessantes. Nas ilustrações das figuras 29 e 30 o aluno representou a metade de uma borboleta sem utilizar a ferramenta reflexão, e, a outra metade, construiu clicando no ícone reflexão em relação a uma reta.

Figura 29

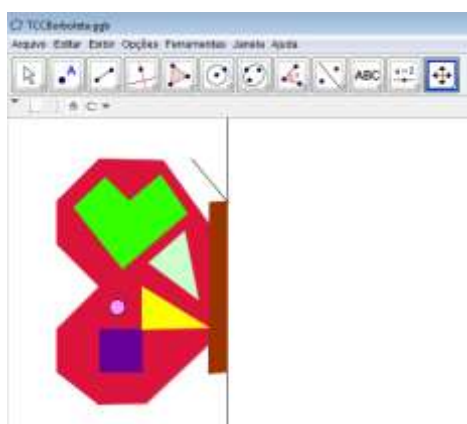
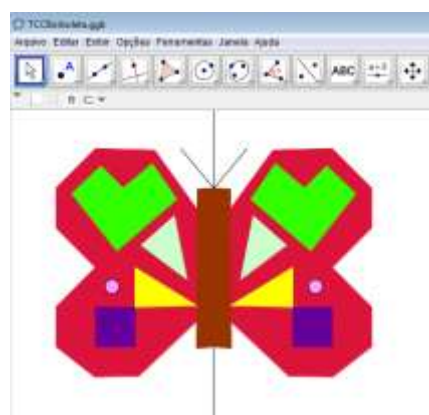
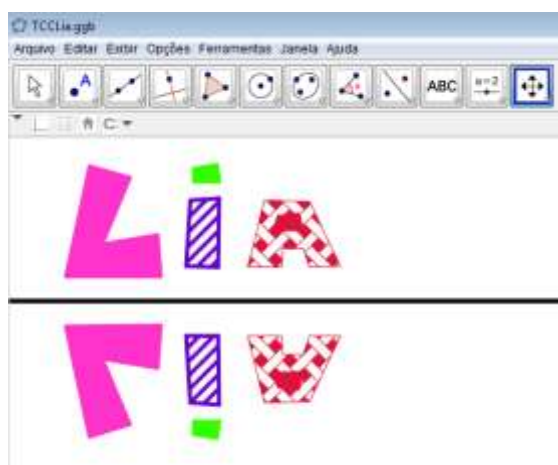


Figura 30



Na ilustração da figura 31, a aluna 15 escreveu o seu nome e refletiu sobre um eixo na horizontal.

Figura 31



Nas ilustrações 32 e 33, a aluna representou um triângulo e um ponto e rotacionou o triângulo em relação a este ponto no sentido anti-horário a 45° . Após, movimentou o ponto e redesenhou uma estrela.

Figura 32

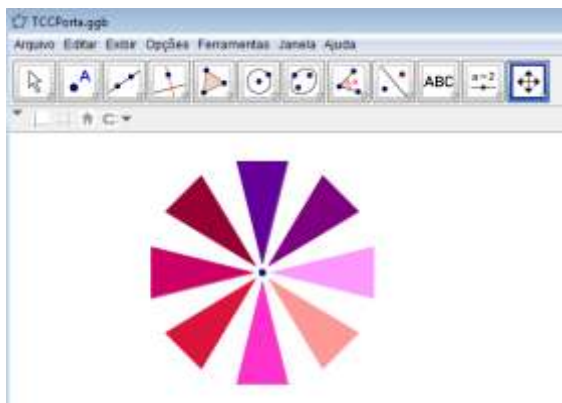
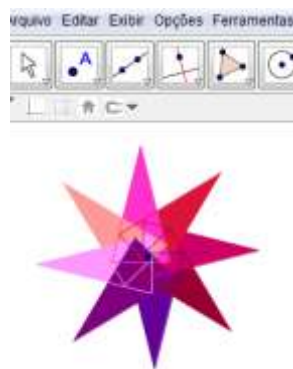


Figura 33



As atividades dos trabalhos livres permitiram aos alunos explorar e contribuir para a aprendizagem sobre as simetrias de reflexão e rotação e as suas relações. Destacando que não houve abordagem para a construção das definições pelos alunos, porém, o foco foi na criação e na identificação dos movimentos de reflexão e rotação que ocorreram na construção das figuras.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir das investigações realizadas com a turma do sétimo ano e a realização das atividades propostas pode-se dizer que os alunos trabalharam e estudaram vários conteúdos matemáticos, como, por exemplo, o ponto, a reta, o segmento de reta, o vértice, o lado, os ângulos, o quadrado, o triângulo, dentre outros.

Na aplicação da sequência das atividades, os alunos reviram conteúdos conforme foi exemplificado anteriormente e também produziram e negociaram novos conceitos matemáticos no qual se destaca simetria, simetria de reflexão e a simetria de rotação. Contudo, percebemos que faltou a sistematização dos conceitos por escrito, o que possibilitaria verificar o que os alunos compreenderam sobre os significados de simetrias de reflexão e rotação, por isso, cremos que seria interessante modificar alguns pontos das atividades e acrescentar alguns outros.

Verificou-se também que houve contribuição da Teoria da Negociação de Significados no processo ensino-aprendizagem da Geometria, que ocorreu pelo envolvimento dos alunos através de diálogos, questionamentos, reflexões e experiências vivenciadas em aula, para a realização das atividades propostas, com a elaboração e a assimilação de novos conceitos, que fazem parte da base para a construção e o desenvolvimento do pensamento matemático.

Outro aspecto positivo para o envolvimento dos alunos no processo ensino-aprendizagem foi o uso do computador, sendo que a utilização do software GeoGebra foi fundamental no processo do ensino da Geometria, pois ele possibilitou a visualização dos movimentos e das transformações, e, também a identificação e a compreensão dos conceitos de reflexão e rotação, mesmo que parcialmente, pois o tempo destinado as atividades e suas resoluções foi curto e para um melhor desenvolvimento destes conceitos se necessitaria de mais períodos para que se pudesse dar maiores esclarecimentos.

Acredita-se que houve o desenvolvimento de uma aula diferente da aula tradicional com a utilização do software GeoGebra, já que ele possibilitou aos alunos a visualização, a manipulação, a criação, a alteração e a experimentação da Geometria e de suas múltiplas representações. As tecnologias estão presentes no dia a dia das pessoas, especialmente dos nossos alunos, por isso, destaca-se que quando bem utilizadas, podem contribuir no aprendizado tornando-o mais atrativo e interessante.

Respondendo ao que foi proposto na introdução em relação à Teoria da Negociação de Significados, houve contribuição para as aprendizagens dos conteúdos abordados na sequência de atividades referentes à simetria, a simetria de reflexão e a simetria de rotação e pode-se afirmar que a utilização do software GeoGebra pode auxiliar no processo de ensino e aprendizagem destes conteúdos.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, Norma Suely Gomes. *As Concepções dos Alunos sobre Resolução de Problemas ao utilizarem o Computador no Estudo de Funções*. Paradigma, Vol. 28, Nº 1, jun 2007. P. 131-156.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: matemática*. Brasília, DF, 1998.

CAVALCANTE, Luiz G.; SOSSO, Juliana; VIEIRA, Fábio; POLI, Ednéia. *Para saber Matemática*, 6ª e 7ª séries. São Paulo: Saraiva. 2006. (Coleção Para saber Matemática).

CENTURIÓN, Marília; JAKUBOVIC, José. *Matemática: teoria e contexto*. 6º e 7º anos. São Paulo: Saraiva, 2012. (Coleção Matemática teoria e contexto).

COSTA, Belmiro; RODRIGUES, Ermelinda. *Novo Espaço: Matemática*. 8.º ano. Porto: Editora, 2012.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela. Pesquisar & escrever também é preciso: a trajetória de um grupo de professores de Matemática. In: FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela (Org.); MARCHESI, Armando; [et al.]. *Por trás da porta, que matemática acontece?* Campinas: Ílion, 2010. P. 17-47.

GOLDENBERG, E. Paul. - *Education Development Center, Inc*. Revista Educação & Matemática, n. 48, mai./jun., 1998. Disponível em: <<http://www.apm.pt/apm/revista/educ48/educ48.htm>>. Acesso em: 04/06/ 2015.

GRAVINA, Maria Alice; BASSO, Marcus Vinicius de Azevedo. Mídias digitais na educação matemática. In: GRAVINA, Maria Alice; BÚRIGO, Elisabete Zardo; BASSO, Marcus Vinicius de Azevedo; GARCIA, Vera Clotilde Vanzetto (Org.). *Matemática, Mídias Digitais e Didática: tripé para formação do professor de Matemática*. Porto Alegre: Evangraf, 2012. P. 11-35.

GUERREIRO, Antônio; MENEZES, Luís. *Comunicação Matemática: na busca de um entendimento comum*. Em H. Gomes, L. Menezes e I. Cabrita (Eds). XXI SIEM (p. 137-143). Lisboa: APM, 2010.

MEDEIROS, Lígia Giesta Ferreira de. *Dando movimento à forma: As transformações geométricas no plano na formação continuada a distância de professores de matemática*. 2012. Dissertação (mestrado) – Universidade Severino Sombra, Vassouras. 2012. Disponível em: <http://www.uss.br/arquivos/posgraduacao/strictosensu/educacaoMatematica/dissertacoes/2012/Dissertacao_LICIA_GIESTA_FERREIRA_DE_MEDEIROS.pdf>. Acesso em: 04/06/2015.

RIBEIRO, Jackson da Silva. *Projeto Radix: matemática*. 6º e 7º anos. São Paulo: Scipione, 2009. (Coleção projeto radix).



APÊNDICE

TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Eu, _____, R.G. _____, responsável pelo(a) aluno(a) _____, da turma _____, declaro, por meio deste termo, que concordei em que o(a) aluno(a) participe da pesquisa intitulada **GEOGEBRA NO ENSINO DAS TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS: UMA INVESTIGAÇÃO BASEADA NA TEORIA DA NEGOCIAÇÃO DE SIGNIFICADOS**, desenvolvida pela pesquisadora Janini Marschall. Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é parte das atividades exigidas pelo Trabalho de Conclusão de Curso, do Curso de Especialização em Matemática – Mídias Digitais – Didática: Tripé para Formação do professor de Matemática, coordenado por Márcia Rodrigues Notare Meneghetti, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, através e-mail marcia.notare@ufrgs.br.

Tenho ciência de que a participação do(a) aluno(a) não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Fui informado(a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais, consistem da concepção, implementação e análise de uma experiência de ensino que: trate de conteúdo de matemática bem específico e utilize recursos digitais.

Fui também esclarecido(a) de que os usos das informações oferecidas pelo(a) aluno(a) será apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas pela inicial de seu nome e pela idade.

A colaboração do(a) aluno(a) se fará por meio da participação em aula, em que ele(ela) será observado(a) e sua produção analisada, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas. No caso de fotos, obtidas durante a participação do(a) aluno(a), autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc, sem identificação. A colaboração do(a) aluno(a) se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por mim assinado.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, ou me sinta prejudicado(a), poderei contatar a pesquisadora responsável no endereço da rua Ivo Afonso, 125, bairro Fião, São Leopoldo, RS., telefone 51 98441939, e-mail janini.marschall@terra.com.br. Fui ainda informado(a) de que o(a) aluno(a) pode se retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Novo Hamburgo, _____ de _____ de 2015.

Assinatura do Responsável:

Assinatura da pesquisadora:

Assinatura do Orientador da pesquisa: