SOFTWARE GEOGEBRA COMO FERRAMENTA NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DO TEOREMA DE TALES

Jucele Glowaki- jucele.bento@gmail.com- Pólo Picada Café
Orientador: Flávia Malta Branco - fmbranco@mat.ufrgs.br - UFRGS

Resumo: Sendo a Geometria uma importante área da Matemática e, como a partir dela os educandos podem construir outros conceitos matemáticos, este trabalho tem por objetivo relatar e analisar uma sequência didática, proposta para alunos do segundo ano do Ensino Médio, envolvendo o Teorema de Tales. Nessa proposta a utilização da geometria dinâmica é fundamental pois busca-se, através dela, tornar a aprendizagem mais significativa. Como ferramenta para o ensino-aprendizagem utilizou-se o *software* GeoGebra.

Palavras-chave: Teorema de Tales; Geometria dinâmica; GeoGebra.

Introdução

A Geometria é um ramo da Matemática que oferece inúmeras possibilidades para que o aluno desenvolva competências diante de situações-problema. Para Lorenzato (1995) ela é um dos ramos da matemática que mais propícia o desenvolvimento de capacidades e habilidades, a saber: a criatividade, a percepção espacial, o raciocínio hipotético-dedutivo, conduzindo a uma "leitura interpretativa" do mundo.

Assim, por ser uma disciplina que não contempla apenas uma capacidade ou habilidade, favorece a conexão de vários estilos de aprendizagem que possam existir na sala de aula durante o processo de apreensão de seus conteúdos por parte dos alunos.

Neste sentido, a importância da Geometria para o processo de ensino-aprendizagem justifica-se pelas competências que podem ser desenvolvidas pelos alunos, frente suas relações com as outras áreas do saber e a possibilidade de se trabalhar com as diferenças individuais dos alunos.

No entanto, ao longo dos anos, os processos de ensino e aprendizagem da geometria foram relegados a segundo plano durante muito tempo, e embora muitos pesquisadores já tenham apontado a necessidade de interferências nessa área, ainda são poucas as mudanças observadas.

A motivação para este trabalho foi a ausência do ensino da Geometria na escola em que atuo. Este fato muitas vezes acaba por privar os alunos quanto a possibilidade do desenvolvimento integral dos processos de pensamento necessários à resolução de problemas matemáticos. Segundo Pavanello:

> Existem fortes motivos para a inquietação dos professores com o abandono da Geometria e sua insistência em melhorar seus conhecimentos com relação a ela. A ausência do ensino da Geometria e a ênfase no da Álgebra pode estar prejudicando a formação dos alunos, por privá-los da possibilidade do desenvolvimento integral dos processos de pensamento necessários à resolução de problemas matemáticos. [...]
> Consequentemente, o trabalho com a álgebra pode acostumar o indivíduo a operar sem questionamento sobre as regras pré-estabelecidas, a fazer isto ou aquilo, sem questionar o que faz. O efetuado com a Geometria, por sua vez, pode proporcionar o desenvolvimento de um pensamento crítico e autônomo. (1993, p. 16).

Segundo Alarcón, o ensino da geometria, em nossas escolas, se reduz a fazer com que nossos estudantes memorizem os nomes das figuras, os mapas geométricos e as fórmulas que servem para calcular áreas e volumes (ALARCÓN, 1978 apud PANIZZA, 2006, p. 176). Diante disso busca-se um ensino através do qual o aluno, segundo os PCN's, desenvolva o raciocínio lógico, um ensino que lhe proporcione ferramentas para generalizar, projetar, interpretar e abstrair informações, que consequentemente lhe ajudarão a solucionar situações-problema, além de desenvolver um pensamento que permitirá compreender, descrever e representar o mundo em que vive.

Dentre os inúmeros *softwares* que exploram a geometria, o *software* GeoGebra é um dos programas mais completos para o ensino de matemática, pois reúne geometria, álgebra, aritmética e cálculo, podendo ser utilizado em diversos níveis de ensino. É livre e possui uma plataforma de visualização atraente com uma área de trabalho de fácil manuseio. Ou seja, o *software* é uma ferramenta que auxilia no ensino da matemática, por meio de uma combinação entre entes geométricos e algébricos permitindo a visualização e a conexão entre a fórmula algébrica e sua respectiva representação geométrica, simultaneamente.

Ao considerar que a aprendizagem da geometria necessita de diferentes situações que forneçam não só aspectos teóricos, mas que também propiciem a visualização, e a significação de determinados conceitos, o papel do professor é o de mediar e fornecer desafios que instiguem o raciocínio, zelar para que as informações sejam compatíveis ao nível intelectual dos alunos e fornecer ferramentas que auxiliem na aprendizagem.

A proposta de trabalho está relacionada com o Teorema de Tales, as atividades foram realizadas com uma turma do segundo ano do ensino médio. Neste trabalho relata-se as fases de aplicação de uma sequência utilizando o *software* GeoGebra para a construção de conceitos geométricos. Inicialmente trataremos do ensino de geometria no Brasil e as recomendações para os professores da área da Matemática, no segundo capítulo aborda-se a geometria dinâmica e suas características, em seguida, o *software* GeoGebra é apresentado. Nos capítulos quatro e cinco discorre-se sobre o Teorema de Tales e a sequência didática aplicada.

1. Ensino de geometria no Brasil

O ensino de Geometria no Brasil passou por diversas modificações, no final do século 18, segundo Bayer e Lobo, “havia no Brasil dois tipos de ensino, o ensino clássico-literário, ministrado nas escolas religiosas e o ensino nas escolas militares, onde o conhecimento era específico e as aulas de Geometria, Álgebra, Aritmética, Trigonometria e outras estruturavam os cursos para a formação de artilheiros, engenheiros, mão-de-obra especializada”.

Até a década de 50, a Geometria era ensinada na sua forma dedutiva para os alunos, mas esse sistema de ideias por ser muito complexo e abstrato, favorecia a memorização dos conceitos. Ao longo dos anos com o Movimento da Matemática Moderna alguns aspectos estruturadores do ensino de Geometria se modificaram, chegando este a ser negligenciado. Com o passar dos anos, aos poucos, a ideia de resgatar o ensino de geometria tomou força. Segundo Nunes:

> A partir da segunda metade da década de 70 e início da década de 80, educadores matemáticos buscavam esforço no sentido de recuperar o ensino da Geometria, não significando, de forma alguma, um retorno à sua abordagem euclidiana clássica. A partir daí começaram a surgir novas propostas curriculares no intuito de recuperar o ensino da Geometria. (2010,p.104)

Em 1998, foram criados pelo MEC, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de 5ª à 8ª série para ajudar o professor a preparar os seus alunos para um mundo competitivo. Dessa forma os PCN’s (BRASIL, 1998,p.51) de Matemática de 5ª à 8ª séries do ensino fundamental retomam o ensino de Geometria através de construções geométricas com régua e compasso, associando a geometria a outros conteúdos nas aulas de Matemática e garantindo a importância do ensino dos conceitos geométricos para a compreensão de outros conceitos matemáticos e para que o aluno compreenda o mundo em que vive.

> Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. (BRASIL, 1998, p. 51)

Embora em vários estudos e documentos destaca-se a importância de um ensino de geometria voltado para a realidade do aluno, que valorize a construção desse pensamento, ainda podemos observar muitas dificuldades quanto ao ensino e quanto a aprendizagem de geometria em nossas escolas, onde percebe-se que as práticas de ensino são caracterizadas pelo tratamento estereotipado dado aos objetos geométricos, a apresentação de demonstrações com argumentos ordenados e prontos. Os livros didáticos, embora no decorrer dos anos tenham passado por alterações quanto ao modo de apresentação dos conteúdos geométricos, ainda assim, iniciam com definições, nem sempre claras, acompanhadas de desenhos particulares, onde são apresentados, por exemplo, como cita Gravina (1996, p.1), “quadrados com lados paralelos às bordas da folha de papel, retângulos sempre com dois lados diferentes, alturas em triângulos sempre acutângulos, etc... Isto leva os alunos a não reconhecerem desenhos destes mesmos objetos quando em outras situações.

Assim, deve-se buscar um ensino que além de propiciar aos alunos conexões entre o saber do aluno e o saber escolar, promova a visualização, a construção dos pensamentos geométricos a fim de promover a conceitualização.

2. Geometria dinâmica

Uma das possíveis alternativas para desmistificar o ensino de geometria é a utilização de recursos tecnológicos em sala de aula, pois segundo Gravina (2012, p. 13) a tecnologia digital coloca à nossa disposição, diferentes ferramentas interativas que descortinam na tela do computador objetos dinâmicos manipuláveis. Esse aspecto das mídias digitais torna-se muito importante diante das diferentes formas de aprendizagem, permitindo assim que o maior número de alunos consiga desenvolver as habilidades necessárias para a compreensão do objeto geométrico.

Moran afirma ainda que:

> As tecnologias são pontes que abrem a sala de aula para o mundo, que representam, medeiam o nosso conhecimento do mundo. São diferentes formas de representação da realidade, de forma mais abstrata ou concreta, mais estática ou dinâmica, mais linear ou paralela, mas todas elas, combinadas, integradas, possibilitam uma melhor apreensão da realidade e o desenvolvimento de todas as potencialidades do educando, dos diferentes tipos de inteligência, habilidades e atitudes. Desse modo, é difícil negar a importância do uso das tecnologias na escola. (2008, p.164)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL,1998, p.147) já enfatizam a importância dos recursos tecnológicos para a educação, visando a melhoria da qualidade do ensino aprendizagem. Afirmam que a informática na educação "permite criar ambientes de que fazem sugerir novas formas de pensar e aprender".

Dentro das possibilidades tecnológicas surge a geometria dinâmica, cujo termo comumente é utilizado para designar programas interativos que permitem a criação e manipulação de figuras geométricas a partir de suas propriedades, ou até mesmo os chamados régua e compasso eletrônicos, constituindo-se de ferramentas importantes para o ensino da geometria euclidiana. Estes *softwares* também costumam ser usados em pesquisas e em outras áreas da geometria, como as geometrias não-euclidianas, geometria analítica e geometria descritiva.

Conforme Gravina:

> Nestes ambientes conceitos geométricos são construídos com equilíbrio conceitual e figural; a habilidade em perceber representações diferentes de uma mesma configuração se desenvolve; controle sobre configurações geométricas levam a descoberta de propriedades novas e interessantes. Quanto as atitudes dos alunos frente ao processo de aprender: experimentam; criam estratégias; fazem conjeturas; argumentam e deduzem propriedades matemáticas. A partir de manipulação concreta, "o desenho em movimento", passam para manipulação abstrata atingindo níveis mentais superiores da dedução e rigor, e desta forma entendem a natureza do raciocínio matemático. (GRAVINA, 1996.p.12)

A proposta do uso de *softwares* de geometria dinâmica no processo de ensino-aprendizagem em geometria pode contribuir em muitos fatores, especificamente no que tange à visualização geométrica. A habilidade de visualizar pode ser desenvolvida, à medida que se forneça ao aluno materiais de apoio didático baseados em elementos concretos representativos do objeto geométrico em estudo.

> "O dinamismo é obtido através de manipulação direta sobre as representações que se apresentam na tela do computador. Por exemplo: em geometria são os elementos de um desenho que são manipuláveis; no estudo de funções são objetos manipuláveis que descrevem relação de crescimento/decrescimento entre as variáveis" (GRAVINA & SANTAROSA, 1998)

3. GeoGebra

O *software* foi criado por Markus Hohenwarter. Em 2001, foi lançada sua primeira versão. É um *software* gratuito de matemática dinâmica desenvolvido para o ensino e aprendizagem nos vários níveis de ensino (do básico ao universitário). O GeoGebra reúne recursos de geometria, álgebra, tabelas, gráficos, probabilidade, estatística e cálculos simbólicos em um único ambiente. Assim, o GeoGebra tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si.

O GeoGebra foi elaborado a fim de se obter uma ferramenta para o auxílio no ensino de procedimentos algébricos e geométricos, como um meio inovador e dinâmico. Além disso, ele também oferece suporte à entrada de coordenadas e equações, associando-as. O programa recebe constantes atualizações e possui versão em português. Pode ser utilizado em sala de aula e favorece a interação entre os conteúdos fundamentais da matemática.

A possibilidade de integrar em um mesmo *software* ferramentas de geometria e álgebra dá ao GeoGebra um local de destaque no campo de *softwares* educacionais aliado ainda a condição de *software* livre e multiplataforma, justifica-se assim a escolha desse *software* como ferramenta no processo de ensino-aprendizagem de geometria.

Além das inúmeras possibilidades ofertadas pelo GeoGebra, o mesmo possui uma plataforma denominada GeoGebra Tube, na qual estão disponíveis várias construções possíveis com o *software*.

4. Teorema de Tales

Os PCNs dos terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental apontam que o estudo dos conteúdos do bloco Espaço e Forma devem ter como ponto de partida a análise das figuras pelas observações, manuseios e construções, permitindo assim a elaboração de conjecturas e a identificação de propriedades. (BRASIL, 1998, p. 86). O Teorema de Tales recebe menção quanto a verificações experimentais e aplicações (BRASIL, 1998, p.89).

Segundo Bongiovanni:

> a questão da proporcionalidade era de grande importância para os gregos, principalmente na arquitetura e agrimensura. Por isso, conjectura-se que a primeira sistematização da geometria pode ter sido em torno da questão da proporcionalidade de segmentos determinados por um feixe de retas paralelas e outro de retas transversais. Essa questão durante muitos séculos foi denominada de teorema dos segmentos proporcionais. No final do século XIX, na França, alguns autores denominaram esse resultado de teorema de Tales, denominação que persiste até hoje. (2007,p.99)

Dessa forma, enunciamos o Teorema de Tales da seguinte forma: " um feixe de retas paralelas determina, sobre duas retas transversais, segmentos proporcionais", como mostra a figura 1 abaixo.

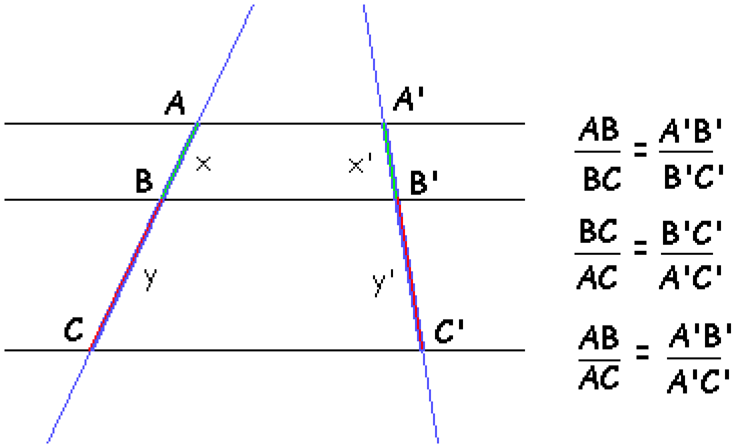

Figura 1. Teorema de Tales. Fonte:
http://penta.ufrgs.br/edu/telelab/mundo_mat/malice2/tales.htm

Além desse conceito, o Teorema de Tales proporciona o estudo de outras consequências, como a proporcionalidade em triângulos, o Teorema da Bissetriz Interna e o Teorema da Bissetriz Externa. Nas figuras 2, 3 e 4 podemos observar estas consequências.

Na figura 2 apresenta-se a proporcionalidade em segmentos de triângulos.

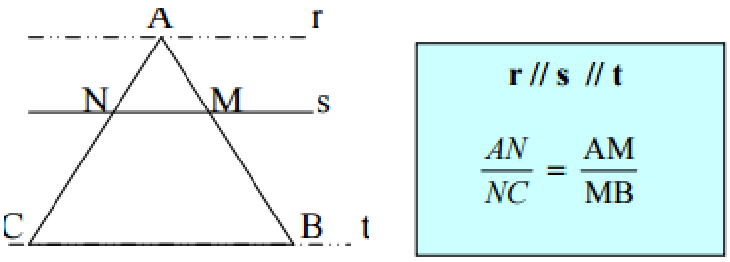

Figura 2. 1ª consequência do Teorema de Tales.

Na figura 3 apresenta-se o Teorema da Bissetriz Interna que pode ser enunciado da seguinte forma “a bissetriz interna de um triângulo divide o lado oposto em segmentos proporcionais aos lados adjacentes”.

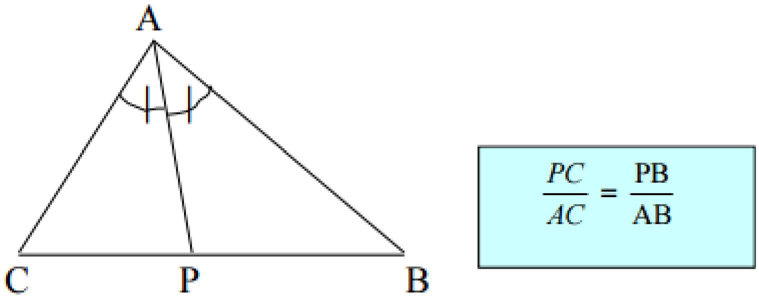

Figura 3. 2ª consequência - Teorema da Bissetriz Interna.

Já na figura 4 temos representado o Teorema da Bissetriz Externa no qual observa-se que : se bissetriz de um ângulo externo de certo triângulo interromper a reta que possui o lado oposto, ficará estabelecido nesta mesma reta dois segmentos proporcionais aos lados desse triângulo.

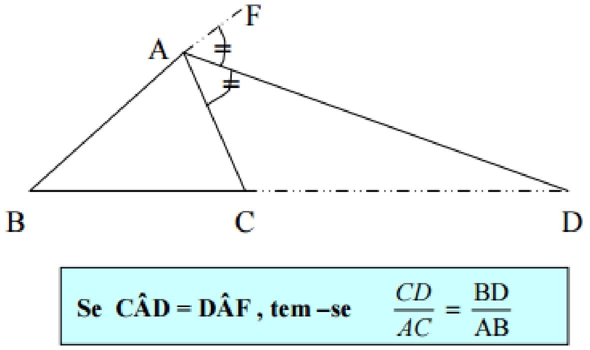

Figura 4. 3ª consequência - Teorema da Bissetriz Externa.

5. Atividades desenvolvidas

As atividades foram desenvolvidas na escola Estadual de Ensino Médio Mestre Santa Bárbara, na cidade de Bento Gonçalves. A escola possui um total de 1022 alunos, distribuídos em três turnos, atendendo desde o 6º ano do ensino fundamental até o 3º ano do ensino médio. Optou-se por trabalhar com uma turma do segundo ano do ensino médio, justifica-se a escolha desta turma pela mesma apresentar, em sua maioria, alunos que receberam sua formação inicial nesta instituição, desta forma os resultados desta pesquisa podem implicar numa mudança de postura quanto ao planejamento e quanto ao ensino de geometria na escola.

Esta turma possui 15 alunos, na faixa etária de 15 a 16 anos. As atividades foram desenvolvidas no turno da noite, na escola, para que não houvesse interrupção na sequência didática no turno da manhã.

As atividades desenvolvidas foram divididas em duas etapas. No primeiro momento os alunos realizaram um pré-teste a respeito de conceitos básicos de geometria. Explorando o *software* GeoGebra, relembraram alguns conceitos geométricos como retas paralelas, retas transversais, feixe de retas paralelas, proporcionalidade de segmentos. No segundo momento, os alunos conheceram um pouco do contexto histórico que motivou o desenvolvimento deste resultado, através de uma breve história que relatava a medição da altura de uma pirâmide. Além disso, os alunos puderam explorar possíveis aplicações no cálculo de distâncias inacessíveis, construções civis, etc. Nesse encontro foi possível verificar as consequências do Teorema de Tales a partir da resolução de problemas, utilizando o *software* GeoGebra.

5.1 Análise das atividades

Para analisar os resultados, foram selecionados os materiais dos 10 alunos que compareceram aos encontros. Os alunos participantes serão nomeados segundo a tabela a seguir:

Aluno 1	A1
Aluno 2	A2
Aluno 3	A3
Aluno 4	A4
Aluno 5	A5

Aluno 6	A6
Aluno 7	A7
Aluno 8	A8
Aluno 9	A9
Aluno 10	A10

Tabela 1- Legenda utilizada para identificar os alunos.

5.1.1 Teste de conhecimentos prévios

Inicialmente os alunos responderam a um questionário, com o objetivo de identificar os conhecimentos prévios e dessa forma poder planejar o andamento das atividades. A seguir apresentamos as perguntas feitas e as respostas obtidas.

Lembrando que, segundo a geometria euclidiana, duas retas distintas de um plano são paralelas, quando não têm um ponto comum. A primeira questão a ser respondida envolvia o conceito de retas paralelas:

Questão 1 - O que você entende por retas paralelas?

Apesar de ser um conceito simples da matemática, o conceito de retas paralelas não está bem clara para a maioria dos alunos como podemos observar nas respostas abaixo:

A8 -"retas que estão localizadas perto ou não, sem se encostar".

A5 -"retas no sentido diagonal".

A1 -"uma reta dependendo as dimensões tem fim, ou não".

Questão 2 - O que você entende por retas transversais?

Nesta questão, que envolvia o conceito de retas transversais, cinco alunos não souberam escrever sobre o tema. Apenas um aluno conseguiu de forma indutiva o conceito:

A7 - "retas que se encontram em algum ponto".

Os demais alunos responderam de forma incorreta à questão

A8 -"linhas curvas".

A4 -"linhas laterais, esquerda, direita".

Questão 3 - Faça a representação de um feixe de retas paralelas.

Nesta questão pedia-se para que os alunos fizessem uma representação de um feixe de retas paralelas, 8 alunos disseram não saber do que se tratava " feixe de retas". Apenas dois alunos responderam essa questão, mas de forma errônea, um dos alunos chegou a associar o gráfico de uma função, ver figuras 5 e 6 a seguir.

Figura 5. Representação do aluno A9 para feixe de retas paralelas.

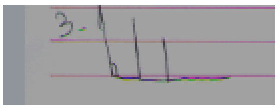

Figura 6. Representação do aluno A6 para feixe de retas paralelas.

Questão 4 - O que você entende por bissetriz de um ângulo?

A questão quatro abordava o conceito de bissetriz de um ângulo, nessa questão nenhum aluno soube responder o que seria bissetriz de um triângulo. Um aluno afirmou que a bissetriz seria o ângulo do triângulo.

A6 - " bissetriz é o ângulo do triângulo".

Questão 5 - Diante das seguintes imagens (figura 7 a e b), que conceitos matemáticos você observa? Que conteúdos matemáticos você associa a estas imagens?

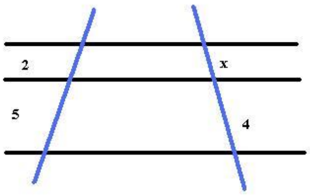

Figura 7 (a). Representação de um feixe de retas paralelas interceptando duas transversais.

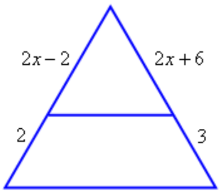

Figura 7 (b). Representação de um feixe de retas paralelas interceptando lados de um triângulo.

Cinco alunos associaram as representações ao conceito de funções que haviam estudado no 1º ano do ensino médio.

A4 - "funções".

A2 - "função f(x)".

Dois alunos responderam se tratar do Teorema de Tales, mas apenas a primeira representação.

A7 - "a primeira figura é o Teorema de Tales".

A10 - "a primeira é a aquele que divide o de cima pelo de baixo e faz igual do outro lado, mas não lembro o nome do conteúdo".

Diante das respostas obtidas, fica claro a falta de conhecimento dos alunos à cerca não só do Teorema de Tales, mas de outros conceitos básicos de geometria evidenciando a hipótese de que os alunos, em seu ensino fundamental, não tiveram uma aprendizagem significativa de conceitos geométricos.

5.1.2 Sequência didática para o Teorema de Tales

Inicialmente a proposta era trabalhar alguns conceitos necessários para o desenvolvimento do Teorema de Tales, mas devido às dificuldades que os alunos apresentaram optou-se por trabalhar conceitos fundamentais da geometria. Após realizar esse trabalho, deu-se início ao planejamento inicial.

A turma foi apresentada ao Teorema de Tales, ou seja, contou-se a história de como o matemático Tales de Mileto, chegou ao teorema a partir do cálculo da altura de uma pirâmide apresentando as duas versões citadas por EVES (1995), o qual diz que Tales anotou o comprimento da sombra no momento em que este era igual à altura da pirâmide que a projetava. A segunda versão dada por Plutarco diz que ele fincou verticalmente uma vara e usou a semelhança de triângulos. Ao relatar tal fato, os alunos foram questionados de como poderíamos calcular a altura, a distâncias inacessíveis nos dias atuais, quais artefatos tecnológicos poderíamos estar utilizando. Alguns alunos citaram o Teodolito, mas a maioria dos alunos citou os instrumentos convencionais de medida como: trena e metro.

Na sequência da oficina, o *software* GeoGebra foi apresentado aos alunos. Nenhum deles conhecia o programa, por isso no primeiro instante os alunos foram orientados a "mexer" no programa para se familiarizarem. Em seguida foram apresentados alguns pontos específicos como retas paralelas, segmentos, polígonos, ângulos, unidades de medidas.

Para iniciarmos as atividades os alunos foram desafiados a resolver algumas situações-problema, o desafio 1, a seguir descrito, tinha como proposta a representação de um feixe de retas paralelas, através de um problema envolvendo as ruas e quarteirões de uma cidade, para resolver tal problema os alunos necessitavam organizar seu pensamento geométrico, relacionando-o com conceitos do dia a dia.

DESAFIO 1

Utilizando o GeoGebra represente a situação abaixo, resolva o problema e descreva qual a estratégia utilizada para a resolução do mesmo.

O trecho do mapa de uma cidade apresenta os quarteirões I e II. Os lados que dão para a rua A medem, respectivamente, 250 m e 200 m, e o lado do quarteirão I voltado para a rua B mede 40 m a mais do que o do quarteirão II para a mesma rua. Sabendo que as ruas citadas são paralelas determine a medida, em metros, do lado do maior dos dois quarteirões para a rua B.

Nas figuras 8 e 9 abaixo podemos encontrar algumas das representações criadas pelos alunos.

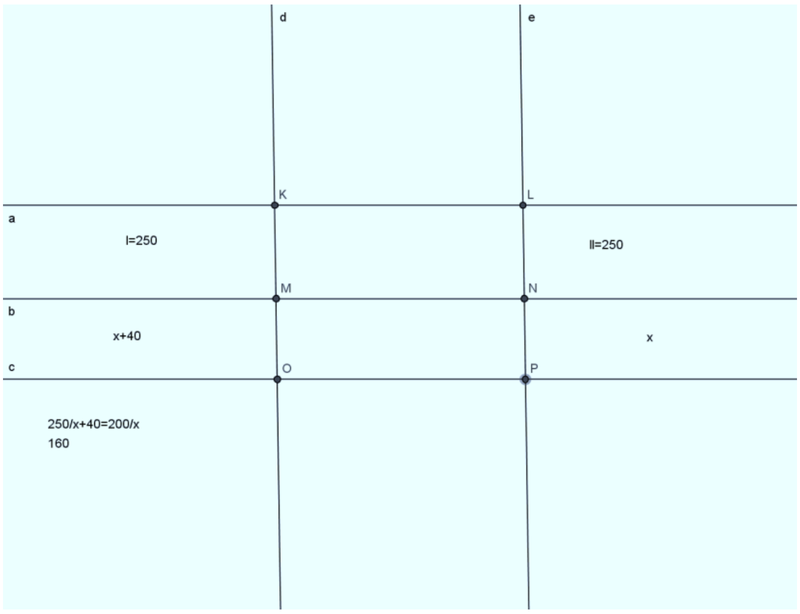

Figura 8. Representação do aluno A5 para o desafio 1 .

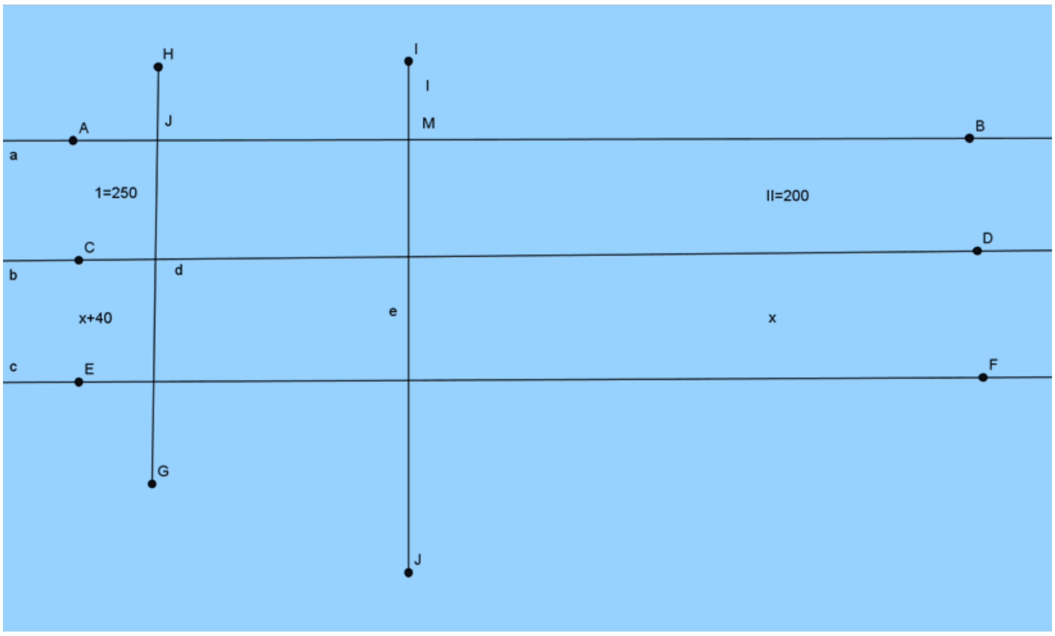

Figura 9. Representação do aluno A4 para o desafio 1.

Do total de 10 alunos que realizaram a atividade, oito conseguiram resolver o problema e relacionaram-no com retas paralelas e retas transversais. Os outros dois não conseguiram resolver, apenas fizeram a ilustração, mas a fizeram com segmentos de reta, como podemos observar na figura 9, onde o aluno A4 representa o problema. O desenvolvimento dessa atividade foi demorado, pois os alunos ainda não possuíam o domínio sobre o *software* e apresentaram dificuldades na interpretação do problema, fato este que só foi possível amenizar após sugestão do professor para que os alunos buscassem na internet imagens de mapas de cidades.

Na sequência da atividade foi proposto um segundo desafio, que tinha por objetivo verificar a proporcionalidade entre os segmentos internos e externos. As respostas apresentadas pelos alunos se encontram nas figuras 10, 11 e 12.

DESAFIO 2

Faça a representação no GeoGebra e na sequência apresente a solução para o problema bem como a descrição de sua estratégia para a resolução.

Um feixe de quatro paralelas determina, sobre uma transversal, três segmentos consecutivos que medem 4 cm, 7 cm e 8 cm. Calcule os comprimentos dos segmentos determinados pelo feixe em outra transversal, sabendo que o segmento compreendido entre a primeira e a quarta paralela mede 76 cm.

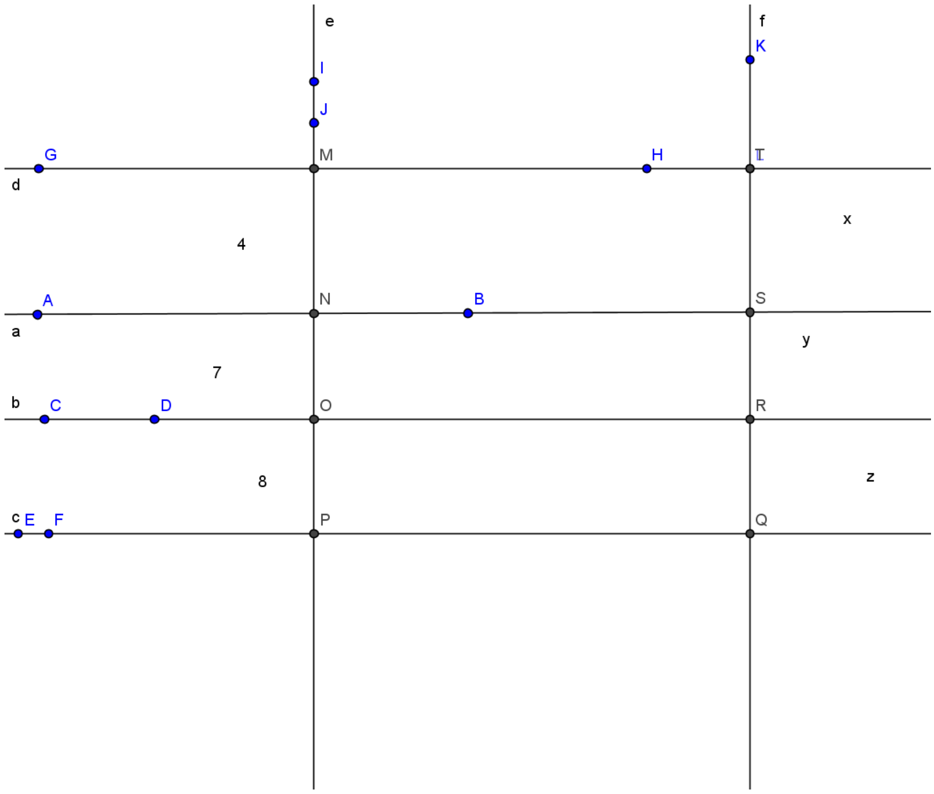

Figura 10. Representação do aluno A2 para o desafio 2.

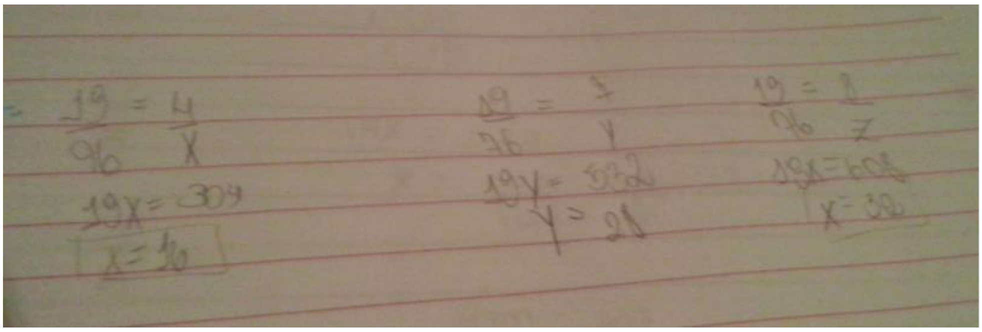

Figura 11. Solução do desafio 2 apresentada pelo aluno A2.

Novamente nessa atividade oito alunos conseguiram desenvolvê-la, chegando à conclusão correta. No entanto os mesmo dois alunos que não haviam conseguido resolver o desafio anterior também não conseguiram resolver o segundo desafio.

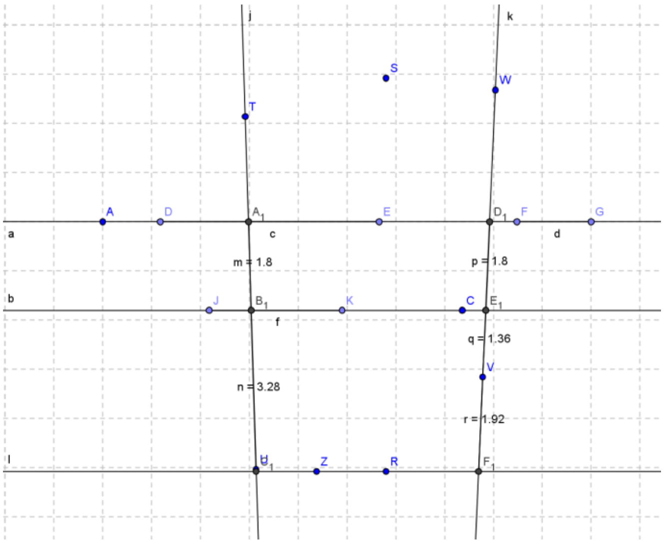

Figura 12. Representação do aluno A8 para o desafio 2.

Nesta atividade o processo de construção no GeoGebra foi mais rápido, a interpretação também. Ao mover os pontos criados por eles, os alunos conseguiram identificar a proporcionalidade entre os segmentos externos e internos.

A última atividade do encontro tinha como objetivo enunciar o Teorema de Tales e verificar se as propriedades investigadas até o momento podiam ser expressas através de uma forma geral. Foi solicitado então que os alunos usassem o GeoGebra para representar um feixe de retas paralelas e retas transversais, seguindo o roteiro abaixo.

- Construa uma reta *a*;

- Construa uma reta *b* paralela a reta *a*;

- Construa uma reta *c* paralela as retas *a* e *b*;

- Construa uma reta *r* transversal ao par de retas paralelas;

- Construa uma reta *s* transversal ao feixe de retas paralelas;

- Marque os pontos de intersecção entre as retas;

- Defina os segmentos de retas entre essas retas;

- Utilizando a ferramenta medida, determine os valores desses segmentos;

- Determine os valores das razões dos segmentos correspondentes em cada transversal.

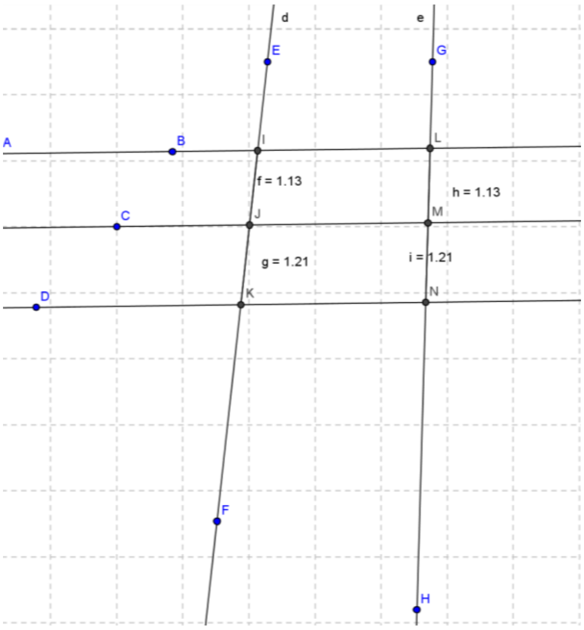

Figura 13. Construção do aluno A7.

Após a construção, foi solicitado aos alunos que movessem os pontos e respondessem as questões abaixo:

a) Qual a principal característica que você pode observar nesse teorema?

b) Como você representaria essa característica?

Todos os alunos conseguiram realizar com êxito a construção da representação do Teorema de Tales e todos os alunos responderam de forma satisfatória as questões *a* e *b*. O aluno A5 respondeu que*: "a divisão dos segmentos g e k é igual a divisão do m pelo j".* E representaria como: $\frac{JK}{KL} = \frac{MN}{NO}$. Conforme análise da figura 14 apresentada.

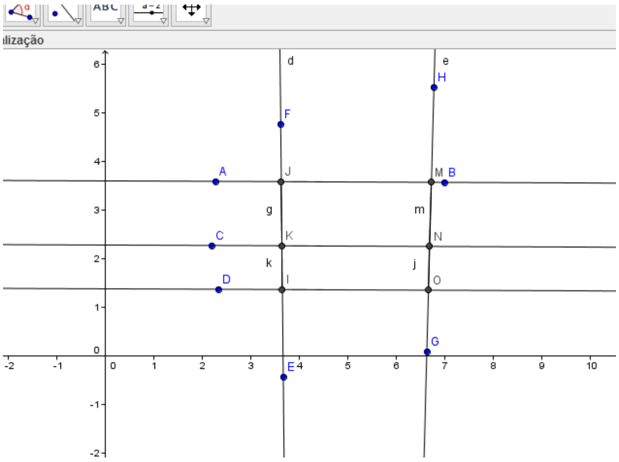

Figura 14. Representação do aluno A5 para o desafio 3.

O aluno A2 respondeu que: "*as razões entre os segmentos superior e inferior, dos dois lados, serão sempre iguais, mesmo movendo as retas".* E optou por representar da seguinte forma: $\frac{LM}{MN} = \frac{OP}{PQ}$. Conforme a figura 15.

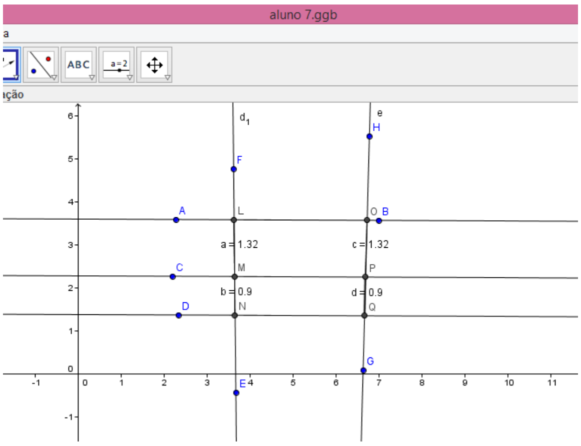

Figura 15. Representação do aluno A2 para o desafio 3.

Ao final das atividades pode-se notar que, através da interação com o *software* os alunos se mostraram motivados a aprender sobre Geometria, em especial o Teorema de Tales. Também notou-se que, apesar das dificuldades, encontradas o estudo foi válido.

Após duas semanas da aplicação da oficina os alunos participaram de uma nova oficina que dava sequência a atividade anterior, e aproveitaram o momento para responder há um questionário a respeito da oficina anterior. O questionário tinha como objetivo avaliar o *software* GeoGebra e os conceitos explorados.

A questão 1 abordava o uso do *software* na aprendizagem:

"Você considera importante as construções feitas no software GeoGebra para representar o Teorema de Tales? Justifique

Nessa questão todos os alunos aprovaram o *software* GeoGebra, argumentando que, através dele, seria mais fácil fazer e entender o Teorema de Tales.

O aluno A5 respondeu: *Sim, pois ele além de fazer o teorema nos ajuda a entender o teorema.*

A questão 2 tratava dos conceitos fundamentais para a compreensão do Teorema de Tales, conceitos estes que já haviam sido questionados no primeiro teste: *"Escreva com suas palavras, o que seriam retas paralelas, retas transversais, e feixe de retas paralelas".*

Diferente da primeira vez, nesse momento os alunos conseguiram atender as expectativas e responderam de forma correta.

O aluno A10 respondeu: "*Retas paralelas são retas que seguirão o mesmo sentido, porém não se cruzam, já as retas transversais se encontram em um ponto e feixe de retas paralelas são duas ou mais retas, paralelas entre si."*

A questão 3 explorava uma situação-problema envolvendo o Teorema de Tales. *"A figura 16 abaixo nos mostra duas avenidas que partem de um mesmo ponto A e cortam duas ruas paralelas. Na primeira avenida, os quarteirões determinados pelas ruas paralelas tem 80 m e 90 m de comprimento, respectivamente. Na segunda avenida, o primeiro quarteirão mede 60 m. Qual o comprimento do outro quarteirão?"*

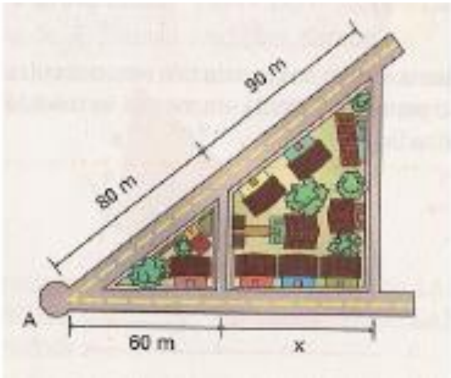

Figura 16. Questão 3.

O aluno A7 respondeu que o comprimento do quarteirão seria igual a 67,5 m e para isso ele utilizou a relação apresentada na figura 17 a seguir:

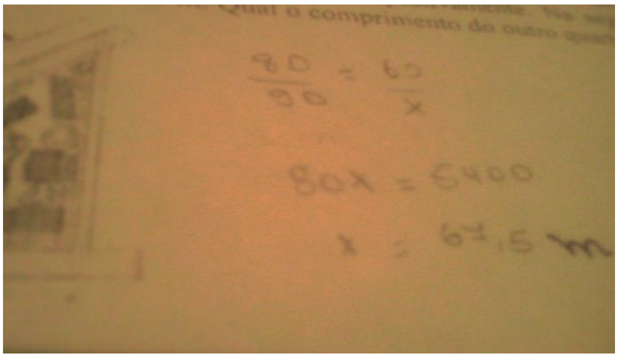

Figura 17. Resolução apresentada pelo aluno A7.

No entanto os alunos A2 e A5 não conseguiram resolver a situação proposta, deixando-a em branco.

A questão 4 solicitava aos alunos que explicassem com suas palavras o que entendiam pelo Teorema de Tales e quais suas aplicabilidades.

O aluno A3 respondeu que: *"são retas paralelas e transversais, que tem distâncias proporcionais e através dele podemos descobrir distâncias, alturas e fazer projetos".*

Já o aluno A9, respondeu que: *"são gráficos para descobrir distâncias e pontos".*

Diante das respostas dos alunos podemos observar que a compreensão dos conceitos iniciais foi satisfatória, porém no que diz respeito ao Teorema de Tales alguns alunos ainda não conseguiram assimilar a proposta, como no caso do aluno A9 citado na questão 4, que ainda relaciona o teorema com gráficos ou no caso dos alunos A2 e A5 que não conseguiram resolver a situação-problema que envolvia proporção de segmentos.

No entanto, é importante destacar que os erros observados fazem parte do processo. Cabe ao professor retomá-lo e a partir deles fornecer materiais e estratégias para que o aluno desenvolva seu pensamento geométrico.

Considerações Finais

O Teorema de Tales é apenas um dos conteúdos de geometria explorados no ensino fundamental e, de certa forma, é de fácil compreensão por parte dos professores e alunos. No entanto o que se observou ao longo da atividade é que ou o teorema não foi estudado anteriormente ou este estudo não foi feito de forma significativa ao longo da vida escolar desses alunos. Isto também ocorre com outros conceitos geométricos, comprovando o relato do início do trabalho, onde falava-se sobre a falta de sequências didáticas que contemplavam a geometria na escola em questão.

Ao utilizar a geometria dinâmica, oportuniza-se aos alunos um espaço para a visualização, criação e conceitualização, tão importantes na matemática, além de ser uma forma de diversificar o estudo de temas da matemática. No entanto o professor precisa estar atento para que este uso não se torne apenas uma repetição de exercícios ou trabalhos em sala de aula, atentando sempre para que o aluno seja agente do processo, participando de forma ativa.

Quanto às atividades desenvolvidas para uma maior compreensão, acredito que a oferta de mais situações-problema que explorassem outras consequências do Teorema de Tales seriam muito importantes, assim o aluno poderia entender o teorema não apenas da forma tradicional apresentada nos livros didáticos, mas entender que através dele outras propriedades podem ser exploradas. Da mesma forma a maior disponibilidade de carga horária para que pudéssemos trabalhar as consequências do Teorema de Tales poderia dar mais ênfase ao trabalho.

Fato importante a ser destacado é quanto a abordagem histórica do Teorema de Tales e da Geometria em si: como surgiu, como foram pensados. Ao saber que a ideia para o teorema surgiu a partir de um problema os alunos se mostraram motivados a resolver seus problemas e, é claro, compreender que a partir de um problema tantos outros podem ser resolvidos. Em particular, através do Teorema de Tales podemos determinar distâncias inacessíveis, projetos arquitetônicos, ou até mesmo a simples construção de uma escada.

Outro fator importante a ser destacado diz respeito à análise de formação de conceitos geométricos nessa escola. Diante dos fatos, fica evidente que há falhas no processo de ensino e aprendizagem de geometria e, mediante a situação relatada, são necessárias algumas interferências. Por isso, o grupo de professores da escola, ao serem confrontados com este problema, estabeleceu algumas metas para o ensino de geometria, tais como: um período semanal de cinquenta minutos de geometria em todas as séries do ensino fundamental, formação continuada entre professores, com troca de experiências, elaboração de um projeto interdisciplinar que envolvesse todas as turmas do ensino fundamental, no qual busca-se a valorização da geometria, desde aspectos históricos, construção da sociedade e aplicações cotidianas.

Referências Bibliográficas

BAYER, Arno. LOBO, Joice da Silva. **O Ensino de Geometria no Ensino Fundamental.** ACTA SCIENTIAE – v.6 – n.1 – jan./jun. 2004.

BONGIOVANNI, Vincenzo . **O Teorema De Tales: Uma Ligação Entre O Geométrico E O Numérico.** REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática. V2.5, p.94-106, UFSC: 2007.

BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino da Matemática**, Brasília, 1998.

EVES, Howard. **Geometria: Tópicos De História Da Matemática Para Uso Em Sala De Aula.** Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995.

GRAVINA, Maria Alice. **Geometria Dinâmica Uma Nova Abordagem Para O Aprendizado Da Geometria**. VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, p.1-13, Belo Horizonte, Brasil, nov 1996.

GRAVINA. Maria Alice. **Matemática, Mídias Digitais e Didática: tripé para formação do professor de Matemática**. Porto Alegre: Evangranf, 2012.

LORENZATO, S. **Por Que Não Ensinar Geometria?** Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, nº 01, p.3-13, 1995.

MORAN, José Manuel. **As Mídias Na Educação**. Disponível em: <http://www3.eca.usp.br/prof/moran/midias_educ.htm>. Acesso em 12 fev. 2015.

PANIZZA, Mabel. **Ensinar Matemática Na Educação Infantil E Nas Séries Iniciais: Análise E Propostas**. Porto Alegre: Artmed, 2006. Cap. 8, p.169 – 188.

PAVANELLO, R.M. **O abandono do Ensino da Geometria no Brasil: causas e consequências**. Revista Zetetiké, Campinas – UNICAMP, ano 1, nº 1, 1993, p.7-17.