



ENSINO DE FRAÇÕES UTILIZANDO O GEGEBRA

Cristina Back Weber – tinabackweber@hotmail.com – Três Passos

Maria Paula G Fachin - mpfachin@mat.ufrgs.br– UFRGS

RESUMO: Neste trabalho, relatamos o desenvolvimento, a aplicação e a análise de uma proposta didática cujo objetivo é tentar sanar dificuldades dos alunos referentes à soma e subtração de frações através do uso do software Geogebra. Esta proposta didática foi desenvolvida com alunos do 8º e 9º anos de uma escola no interior de Crissiumal–RS e traz uma forma diversificada de ensino/aprendizagem através do software Geogebra. Com esse trabalho chegamos à conclusão que os alunos, quando manipulam objetos geométricos, conseguem perceber as propriedades e, no caso, a interpretação geométrica da soma de frações. Através desse trabalho percebeu-se um crescimento relativo de um aluno, já os demais necessitavam de maior tempo para a manipulação em objetos do Geogebra para desencadear o ensino-aprendizagem de forma concreta.

PALAVRAS-CHAVE: Mídias digitais; Frações; Geogebra.

1. INTRODUÇÃO:

A sociedade globalizada aumenta a procura pela aplicação de mídias digitais em diversos setores. Na escola, não é diferente. Percebe-se, perante os comentários dos alunos, a importância dessas mídias, principalmente para a população mais jovem. Nesse contexto deu-se o desenvolvimento desta proposta de ensino, que foca no ensino-aprendizagem de frações através de mídias digitais.

O uso de mídias digitais está cada vez mais presente na área das ciências exatas, com diversas abordagens. Na Matemática, essa utilização ocorre, principalmente através de softwares educativos. Nesse trabalho é relatado um experiência de ensino que utiliza o software Geogebra no ensino-aprendizagem de frações, como uma tentativa de sanar as dificuldades de alunos.

O foco principal se dá na abordagem da soma e subtração de frações, com alunos das séries finais do Ensino Fundamental. A escolha por essas operações com frações vem do fato da dificuldade dos alunos em perceber a necessidade de se ter os mesmos denominadores para efetuá-las, pois os alunos efetuam igualmente a operação tanto no denominador como no numerador. A proposta de ensino foi aplicada em um grupo de alunos do 8º e 9º anos de uma escola do interior de Crissiumal-RS. A turma é multisseriada e enfrenta dificuldade em Matemática. Esta proposta didática tem uma construção e manipulação no software Geogebra como principal componente. O diferencial deste trabalho é o conteúdo abordado através da manipulação, para que os alunos possam desenvolver competências e habilidades movimentando o objeto, além de, por si só, formular conjecturas e perceber propriedades.

Nos últimos dois anos, tenho atuado como regente de turmas do Curso Normal. Com essa experiência percebi a dificuldade e medo que os alunos têm quando se trata de frações. Também tive a percepção de que não havia um aprendizado efetivo, pois a grande maioria deles não compreendia bem esse conteúdo. O que mais me preocupou nesse fato é que eles serão os próximos professores da educação infantil e séries iniciais e que essa dificuldade será passada de geração para geração. Veio então o questionamento, o que fazer para mudar essa realidade?

Surgiu, assim, a ideia de trabalhar com os alunos das séries finais do Ensino Fundamental, que já apresentam dificuldades com esse conteúdo, na tentativa de saná-las para que essa realidade seja modificada.

Para o planejamento das atividades de ensino foi realizada uma análise dos dados de questionários aplicados para professores atuantes e fora da sala de aula no momento, e alunos de diversas faixas etárias e educacionais. Além disso, foi analisada a didática adotada em dois livros. Na avaliação da proposta de ensino foram analisados dados coletados das atividades realizadas pelos alunos, incluindo construções feitas no Geogebra e fotos retiradas das telas dos computadores com as movimentações feitas por eles.

O trabalho se estrutura em sete seções:

Na seção 1 é apresentada a motivação para a escolha do tema.

A seção 2 trata da importância das mídias digitais e sua crescente utilização em sala de aula.

Na seção 3, é abordada a utilização do Geogebra como um recurso educacional e sua função algébrica e geométrica concomitantes.

A seção 4 trata sobre a potencialidade e dificuldade do ensino-aprendizagem de frações, apresentando o resultado dos questionários realizados e da análise de livros didáticos.

Já a seção 5, trata sobre o desenvolvimento do projeto. Sua análise é descrita na seção 6.

A seção 7 apresenta as considerações finais.

2. MÍDIAS DIGITAIS COMO UM RECURSO PARA AS AULAS DE MATEMÁTICA

Atualmente percebe-se a crescente necessidade de se introduzir novas abordagens para o ensino-aprendizagem de Matemática. Vários recursos têm sido expostos aos professores desta área. Destes, podemos destacar as tecnologias da informação e comunicação – TICs, as quais são vistas com grande relevância para a aprendizagem, pois além de modificar a forma tradicional de comunicação, também aproximam professor de aluno, já que cada vez mais as tecnologias atingem a sociedade moderna.

Geralmente os alunos possuem uma grande facilidade de manuseio de computadores e celulares, o que os motiva a aprenderem através destes. Desta forma, as áreas educacionais possuem um grande desafio: a inserção de atividades voltadas a essa necessidade estudantil, explorando o fato de que estas tecnologias permitem uma adaptação aos diferentes ritmos de aprendizagem.

Ao levar em conta a facilidade dos alunos com a tecnologia, tem-se que analisar o que acontece com os professores, pois segundo Bernat (2010, p.13):

[...] geralmente não são utilizadas mídias digitais como ferramenta de trabalho. Esta é a realidade das escolas onde foram realizadas as propostas planejadas nesse trabalho. Mas, sabe-se que existem escolas onde as tecnologias são

bastante exploradas em sala de aula, onde o mais importante nessa realidade é a qualificação ou instrumentação dos docentes envolvidos. [...]

Ao analisar a citação de Bernat percebe-se que um grande empecilho para a utilização de recursos tecnológicos em sala de aula à falta de qualificação e atualização dos professores.

Conforme Battro (1997) apud Hoffmann (2006), além da atualização dos docentes, também é relevante observar que os alunos mostram pouco interesse pelas tarefas que possuem pouca aplicabilidade na sua vida cotidiana. Esta falta de envolvimento acarreta posteriormente dificuldades nos setores de trabalho, pois supõe-se que houve uma formação escolar básica ruim. Este fato pode ser comparado pelas avaliações escolares que investigam as habilidades e competências adquiridas pelos alunos¹, e as avaliações administradas pelo governo. Estas últimas mostram índices que demonstram a necessidade de rever o ensino/aprendizagem, buscando-se atingir níveis mais altos.

Visando a melhoria dos parâmetros educacionais e da aprendizagem dos alunos, existem diversos recursos pedagógicos que foram adquiridos pelas escolas a disposição dos educadores.

Nesse contexto, Hoffmann (2006) aborda que esses materiais educativos são produzidos para os mais diversos planejamentos pedagógicos, mas por causa da enorme quantidade de fatos e teorias inovadoras, alguns se tornam desatualizados, quando nem mesmo foram apresentados à sociedade. Isso ocorre com as mídias educacionais, onde se possui um aparato de informações enorme, que nem sempre são usadas, ou se tem mídias de má qualidade. Por outro lado, estas informações podem estar na “ponta do dedo”, principalmente para alunos que têm acesso diário a celulares, computadores, tablets, entre outros. Ao usar estes novos recursos, o professor perderia a importância de especialista em sua disciplina, mas ganharia prestígio como orientador no processo de aprender a aprender. Ou seja, utilizando conceitos já adquiridos, o papel do professor será transformar esses conceitos em aprendizagem para seus alunos.

¹ Atualmente temos a prova SAEB aplicada no 5º e 9º anos do Ensino Fundamental e no 3º ano do ensino médio, investiga, através de amostragem, áreas da Matemática como conhecimento geométrico, análise de gráficos, funções, entre outros.

Percebe-se, assim, a grande relevância que o professor possui para seus alunos, não com a mesma função de antigamente, mas como mediador de um processo contínuo de transmissão de informações, devido ao constante aumento das mídias na sociedade globalizada. A educação deve ser parte integrante dessa evolução tecnológica. Para isso, na área da Matemática, tem-se como subsídio diversos softwares, alguns dos quais já faziam parte da educação desde 1988, conforme Gravina e Basso (2012, p.14). Nessa época, Parpet explorava um ambiente de programação com alunos, chamado de tartaruga (ambiente/linguagem LOGO), o qual desenvolvia importantes conceitos de geometria. Portanto, vemos que a tecnologia na sala de aula de Matemática não é tão recente. Nos últimos anos surgiram vários outros softwares, como Winplot, Tangran Virtual, Árvores Algébricas e Geogebra, entre outros.

3. GEOGEBRA: ÁLGEBRA E GEOMETRIA JUNTAS

Para o desenvolvimento deste trabalho foi escolhido o software Geogebra² por explorar a geometria e a álgebra juntas e por ser um ambiente manipulável, ou seja, de *Geometria Dinâmica*.

Gravina (2001) apud Pedroso (2012) salientam sobre a Geometria Dinâmica: “Os ambientes de Geometria Dinâmica são ferramentas informáticas que oferecem régua e compasso virtuais, permitindo a construção de objetos geométricos a partir das propriedades que os definem” (p.50), ou seja, são ferramentas que os alunos podem manipular, não é um desenho que está fixo em um papel, com o qual pode ser difícil a compreensão das propriedades quando ocorre uma mudança de medidas.

A mesma autora complementa que os ambientes ajudam os estudantes a transpor barreiras de raciocínio empírico, para os dedutivos, pois com essas deduções fazem a demonstração de teoremas, compreendendo-os através da observação e experimentação. Com essa ideia foi feita a escolha do software: para que os alunos através da manipulação conseguissem perceber e compreender o significado de cada parte de uma fração.

² Software livre disponível em: <<http://www.geogebra.org>>

Segundo Pedroso (2012), Gravina (2001), em sua tese de doutorado, usou o software Cabri-Geometry II, e comentou

O “desenho em movimento” torna-se revelador dos invariantes que são decorrências implícitas da construção feita. De imediato percebe-se parte da potencialidade do ambiente: ao permitir a construção e manipulação de objetos concreto-abstratos, ele desencadeia algumas das primeiras ações mentais características do pensar matemático – o estabelecer relações e conjecturar – e o faz de forma contundente, se comparado às possibilidades apresentadas pelo desenho estático em papel. (Gravina, 2001, apud Pedroso, 2012, p. 51).

Da mesma forma que o Cabri-Geometry II, pode-se avaliar o Geogebra, pois com este tem-se a funcionalidade de construir, manipular e conjecturar³ de forma visualmente compreensível.

Além de todas essas características positivas desse software, também há a vantagem de não ser necessário pagamento pela sua licença, por ser um software livre e estar disponível para dois sistemas operacionais (Linux e Windows).

4. ENSINO DE FRAÇÕES: POTENCIALIDADES E DIFICULDADES

A Matemática, por ser considerada exata, dificulta as habilidades dos alunos em “enrolar” nas respostas, Pois os problemas possuem em geral uma única resposta correta. Podemos perceber isso na escrita de Hoffmann (2006)

A Matemática – tanto como ciência quanto como disciplina escolar – é considerada uma teoria difícil, por vezes, de compreensão inalcançável. Assim, criou-se, ao redor da Matemática um estigma de dificuldade que a caracteriza como a “vilã” da Escola: a matéria mais complicada e a que mais reprova. (Hoffmann, 2006, p. 54).

A partir desse fato e com a minha experiência de professora percebe-se que os alunos desde muito cedo são levados a aprenderem facilmente algum(ns) componente(s) curricular(es) e rejeitam os demais de forma que os mesmos “bloqueiam seu cérebro”. Dizem por anos “professora eu não consigo aprender isso”. Com a Matemática não é diferente, pois há um enorme contingente de alunos que não escondem seu desafeto com a mesma desde os anos iniciais.

³ O que ocorreu na proposta didática desse trabalho.

Dessa forma, ao pensar nesse contingente percebe-se o bloqueio que os próprios formam para com essa ciência, o que dificulta a aprendizagem e a retrata como a matéria que mais reprova. Como afirma Papert (1980) apud Hoffmann (2006) além de a matemática ser uma matofobia⁴ para os alunos, esse medo é introduzido na escola, quando a educação vigente oferece poucos recursos para que os alunos entendam o que estão aprendendo, ressaltando a decoreba como principal forma de estudo e um modelo que descontextualiza da realidade o que é trabalhado em sala de aula. Ou seja, o modelo atual de ensino, que ainda está baseado no tradicionalismo, não prima por qualidade, mas sim por quantidade, o que gera uma série de alunos sem condições de pensar, somente de aplicar o que está pronto.

A fobia relatada acima não é vista apenas em componentes curriculares como, por exemplo, a Matemática, mas principalmente em conceitos relacionados a essas disciplinas. Uma das maiores dificuldades na área da matemática é o estudo de **frações**. Os alunos se formam no Ensino Médio muitas vezes sem operar frações corretamente, principalmente quando se trata de soma e subtração.

Conforme o planejamento deste trabalho, foi realizado um questionário com alunos e professores, onde os mesmos deveriam responder cinco perguntas, a fim de investigar a dificuldade que está exposta acima. Esse grupo era composto por um acadêmico de Engenharia Mecânica, formado em 2011 na educação básica; uma normalista formada em 2014 e cursando Letras e uma aluna que ainda está cursando o Ensino Básico, com especialização em Normal, no 1º ano. Já o grupo de professores era composto por duas professoras de Matemática (uma atuante, outra não), uma pedagoga, e uma professora de Ciências com habilitação e atuante no Ensino Fundamental em Matemática. Ambos os grupos responderam as mesmas questões, porém os professores, além de falar deles próprios deveriam fazer uma abordagem de como percebiam os seus alunos quanto ao questionado.

A primeira questão tratava da afinidade com a Matemática, a fim de investigar se a dificuldade não estava aí, pois para Piaget (2002) apud Hoffmann (2006), a capacidade de adaptação dos alunos depende de seu interesse perante o que é ensinado. Com respeito às respostas do grupo de alunos investigados percebeu-se uma afinidade com a Matemática,

⁴Matofobia significa o medo de aprender. Segundo Hoffmann (2006), Papert (1980) usou do grego Mathe – aprender e fobia – medo, o que gerou o significado para a palavra.

mas dependendo do conteúdo envolvido, por se tratar de alunos formados e normalistas, há uma preocupação perante a continuidade dos estudos ou até mesmo no desdobramento de uma aula de matemática para as séries iniciais.

Já para os professores percebe-se respostas semelhantes. Todos possuem afinidade com a Matemática pelos mais diversos motivos: por ser prática (pedagoga), por gostar tanto que levou a ser professora da disciplina e, na grande maioria, por ter facilidade. Pelas respostas dos professores, há uma percepção de que o gosto pela matéria e seu bom entendimento vem da forma em que cada conteúdo é trabalhado.

A segunda questão tratou sobre o conteúdo em que houve maior dificuldade até o momento. Para minha surpresa, as frações não estão na listagem nem de professores e nem de alunos. Apareceram conteúdos como: integrais, intervalos, logaritmos e geometria. A professora de Matemática justifica que essa dificuldade com os conteúdos acima expostos, deve-se a não abordagem dos mesmos nem na faculdade, nem na escola. Já a pedagoga coloca não haver dificuldades, pois encarava como um novo desafio.

A terceira questão abordou a capacidade de resolver questões sobre frações. Os alunos reconhecem a dificuldade no entendimento das mesmas, pois conforme uma aluna coloca “Quando bem focada consigo resolver, porém por vezes tenho dificuldades, pois em minha formação demorei a compreender o conteúdo” (aluna normalista). Deste fato advém um percalço como uma futura professora de séries iniciais. De que forma vai trabalhar frações com seus alunos, se nem ela possui total firmeza em desenvolvê-lo? Já a pedagoga, aborda: “Quando estava estudando tinha facilidade, mas no momento preciso praticar”, o que pode se considerar normal, já que se perde a prática de trabalhar com o que não é usado.

Vemos, porém, duas respostas que chamaram a atenção. São das duas professoras de Matemática, uma delas diz: “Sempre gostei de frações, compreendo bem, associado com as coisas práticas da vida. Uso no dia-a-dia. Emprego frações na linguagem diária. Estão sempre junto comigo”. A outra professora fala um pouco sobre a dificuldade na aprendizagem das frações: “Eu consigo resolver, mas acredito que as pessoas (alunos) se negam a aprender frações”. Essa negação é um verdadeiro mistério para os professores, pois não sabem onde se encontra a falha e o porquê dos alunos já demonstrarem isso nos primeiros anos do Ensino Fundamental, como afirma Assumpção (2013, p.17): “[...] os

alunos ao chegarem ao 6º ano, apresentam dificuldades conceituais, em especial no que se refere a frações”.

Nesse contexto já entra a questão quatro que aborda sobre a soma e a subtração de frações. O grupo coloca que consegue calcular, porém a resposta que me intriga é a da aluna normalista: “Normalmente tenho que estudar e rever o conteúdo antes de resolvê-lo”. A aluna disserta sobre suas dificuldades, conforme já tinha abordado na questão anterior, assim como a pedagoga que necessita de exemplos para conseguir resolvê-los. As demais professoras colocam da dificuldade, principalmente dos alunos em resolver esse tipo de questão. Uma delas diz: “a grande maioria dos alunos não entende que está adicionando pratos diferentes e acha que é como uma adição normal que se soma numerador com numerador e denominador com denominador”. Com minha experiência como professora percebo a mesma dificuldade em meus alunos, que aumenta com o passar do tempo, pois as frações estão envolvidas nos mais diversos conteúdos.

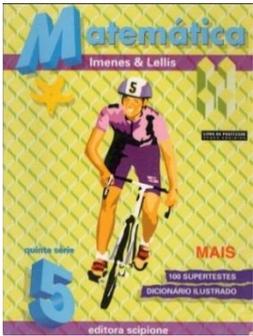
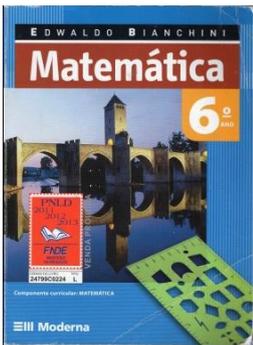
Para finalizar o questionário, a última questão pede uma explicação do uso do mínimo múltiplo comum nas operações com frações (soma e subtração). Essa questão foi bem complexa entre o grupo de alunos, pois houve duas respostas idênticas e uma distinta “Porque para você conseguir resolver o cálculo com mais facilidade” (aluna, a da normalista se assemelha a esta). Já o aluno de engenharia coloca: “Para estabelecer uma base comum e assim tornar possível a resolução”. Através das respostas dadas pelos alunos, não parecem ter noção da interpretação geométrica das operações com frações que envolvem o múltiplo comum, ou seja, a compreensão dos mesmos é apenas do cálculo pelo cálculo.

Ao fazer uma comparação com as respostas advindas dos professores percebe-se a mesma falta de associação, pois para quase todos, o cálculo do mínimo múltiplo comum se justifica pela equivalência de frações, o que não deixa de ser, mas como já abordado acima, para os alunos essa identificação torna-se difícil, pois não é visível, é apenas um cálculo, uma regra a ser seguida. Segundo Papert (1980) apud Hoffmann (2006),

O resultado dessa contingência histórica é uma Matemática não significativa, não divertida e nem mesmo útil aos estudantes. Assim, o ensino de Matemática, tradicionalmente feito nas instituições escolares, é um processo que faz a criança ‘esquecer a experiência natural da matemática a fim de aprender um novo conjunto de regras’.” (Papert, 1980 apud Hoffmann, 2006, p. 57)

A autora reforça a ideia de este aprender um conjunto de regras, que torna a matemática não significativa nem útil aos estudantes. Podemos perceber nas respostas dos alunos que é dessa forma que eles têm visto a fração, pois não entendem e então passam a não gostar.

Além da análise dos questionários, foi realizada uma pesquisa em livros didáticos, a fim de caracterizar a maneira com que os mesmos abordam as frações. Os livros a que nos referimos são do 6º ano/ 5ª série do Ensino Fundamental - séries finais⁵ e são oferecidos para as escolas pelo PNLD⁶, plano criado pelo MEC⁷. A análise considerou os livros didáticos listados a seguir no quadro 1:

	<p>Livro 1</p> <p>Matemática</p> <p>Luiz Márcio Imenes & Marcelo Lellis</p> <p>Editora Scipione</p> <p>1999</p>
	<p>Livro 2</p> <p>Matemática</p> <p>Edwaldo Bianchini</p> <p>Moderna</p> <p>2006</p>

Quadro 1: Livros Didáticos do Ensino Fundamental – Séries Finais

Para a análise levei em conta o objetivo deste artigo, que tem foco na soma e subtração com frações, mas analisando também as especificidades necessárias para esse estudo, como representação das frações, mínimo múltiplo comum, entre outras.

⁵Foram escolhidos livros correspondentes a estes anos, pois os PCN - Parâmetros curriculares Nacionais e Referenciais Curriculares/RS, documentos que orientam os planos de cursos das escola, definem essa série para o estudo da frações.

⁶PNLD – Plano Nacional do Livro Didático.

⁷MEC – Ministério da Educação.

Sobre a introdução do conteúdo de frações nas bibliografias indicadas, os mesmos tratam inicialmente sobre a representação de frações, uma das especificidades abordadas acima. Nesse contexto, percebe-se que os dois livros trabalham através de situações problemas contextualizadas. O que difere o livro 2 do primeiro, é a associação, já no 6º ano/5ª série, da fração com o conjunto dos números racionais, conforme veremos nas figuras 1 e 2, que mostram as páginas iniciais, dos capítulos sobre frações, dos livros 1 e 2 respectivamente.

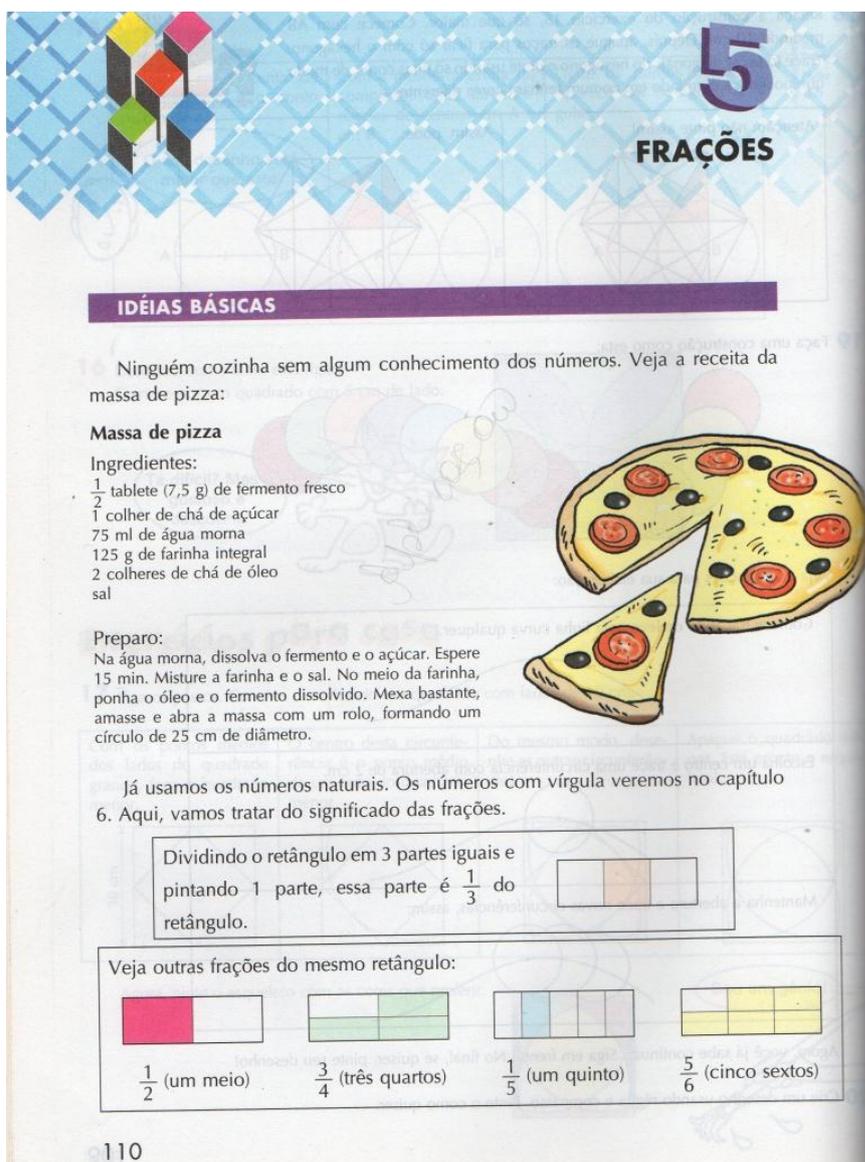


Figura 1: Página inicial do Livro Didático 1.

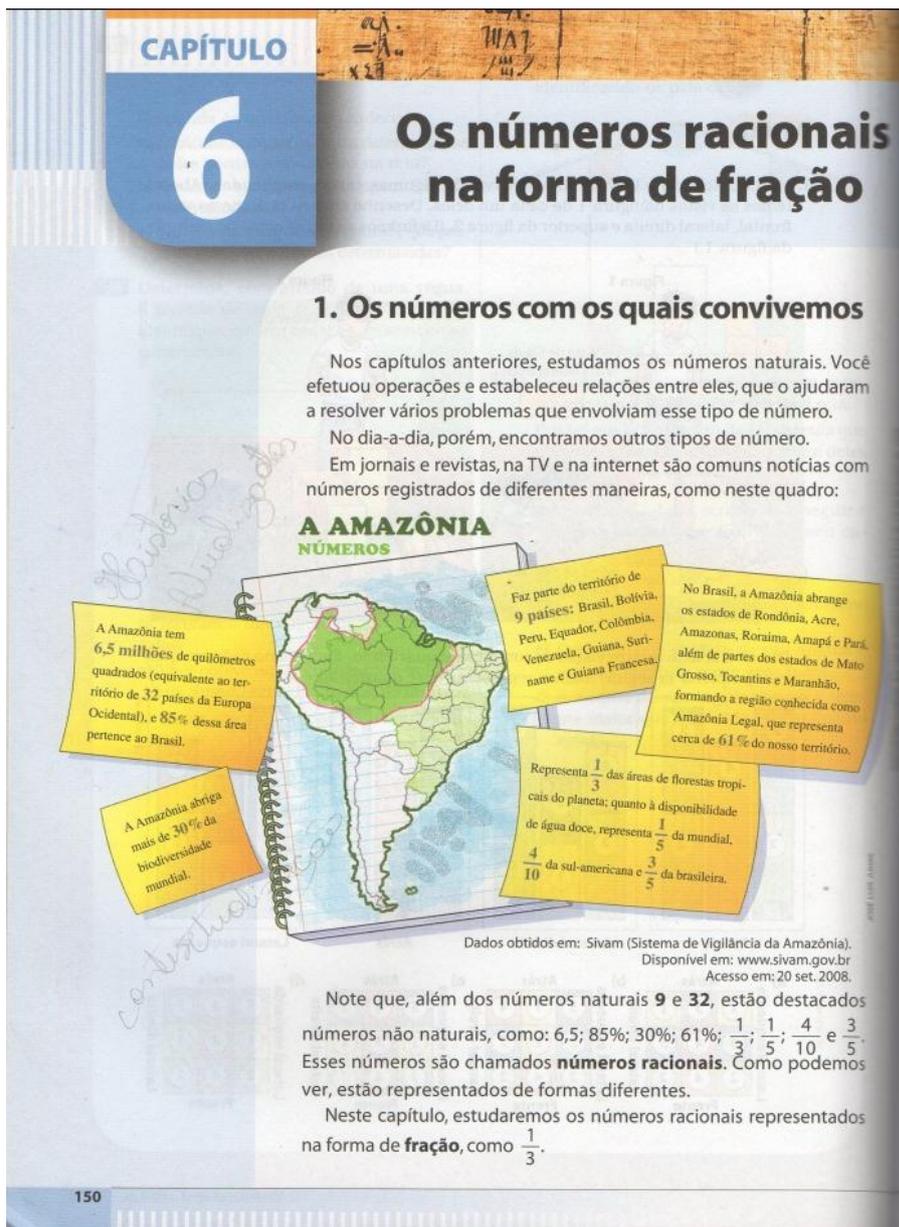


Figura 2: Página inicial do Livro Didático 2.

Na análise percebemos que os alunos podem associar as frações, nos dois livros, com a realidade que os cerca. Além disso, os exercícios para os alunos desenvolverem, também são de forma contextualizada nos livros investigados, o que tem um bom desempenho na aprendizagem. Mesmo assim, percebo em minha experiência, que muitas vezes não ocorre esse ensino/aprendizagem. Por que isso acontece?

Já ao analisar a soma e subtração com frações, foco principal do trabalho, percebe-se que não muda a abordagem contextualizada e prática com o foco em situação-problema, conforme a figuras abaixo.

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Leia. Esta é a primeira história.

Dessa história se conclui que: $\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$

Contando a história de trás para diante, a conclusão é esta: $\frac{3}{5} - \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$

Poderíamos ter um caso parecido e concluir, por exemplo, que:

$$\frac{2}{9} + \frac{5}{9} = \frac{7}{9} \quad \text{e} \quad \frac{7}{9} - \frac{2}{9} = \frac{5}{9}$$

Agora, veja a segunda história:

E agora, qual é a conclusão? Quanto é $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$?

Estamos vendo que, quando os copos estão divididos igualmente, isto é, quando as frações têm mesmo denominador, é fácil obter a soma das duas. Mas quando os denominadores são diferentes, o resultado não é imediato.

E COMO SE FAZ, ENTÃO?

O JEITO É O SEGUINTE: LEMBRA-SE DAS FRAÇÕES EQUIVALENTES? UMA MESMA FRAÇÃO PODE SER ESCRITA DE VÁRIOS MODO.

SIM, E DAÍ?

VEJA.

Como $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \dots$ e $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \dots$

Como $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ e $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$, podemos fazer a soma:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

Confira essa adição nas figuras:

Logo, para somar frações de denominadores diferentes devemos trocar essas frações por outras, iguais a elas, que tenham um mesmo denominador.

A subtração pode ser feita de forma semelhante:

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$$

Figura3: Montagem com páginas do livro 1 que introduzem adição e subtração.

2. Adição e subtração com frações de denominadores diferentes

Considere a seguinte situação:

Para fazer uma vitamina, Hugo encheu $\frac{1}{2}$ copo com suco e $\frac{1}{3}$ de um outro copo, igual ao primeiro, com iogurte. Em um terceiro copo, igual aos demais, ele despejou o suco e o iogurte dos outros dois copos.

A parte do terceiro copo que foi preenchida com a mistura pode ser representada por $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$.

Observe o que acontece se dividirmos o copo em 6 partes iguais, em que cada uma delas será $\frac{1}{6}$ do copo:

- $\frac{1}{6}$ cabe 3 vezes em $\frac{1}{2}$; então, $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$;
- $\frac{1}{6}$ cabe 2 vezes em $\frac{1}{3}$; então, $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$.

Repare que $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{6}$ são frações equivalentes, assim como $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{6}$.

Já sabemos que $\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$. Logo:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

Parte do 3º copo preenchida com a mistura

Considere agora outra situação:

Mônica resolveu gastar seu 13º salário nas compras de Natal. Com $\frac{2}{5}$ do 13º salário ela comprou uma televisão, com $\frac{1}{4}$ do 13º salário comprou um aparelho de som e com $\frac{1}{5}$ do 13º salário comprou roupas. Verificou, então, que ainda lhe restavam 150 reais. Nessas condições, qual é o valor do 13º salário de Mônica?

Inicialmente, vamos calcular a fração do 13º salário que representa o total gasto por Mônica.

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{8}{20} + \frac{5}{20} + \frac{4}{20} = \frac{17}{20}$$

Gasto com a televisão Gasto com o aparelho de som Gasto com roupas Gasto total

Agora, observe esta figura, que representa o 13º salário de Mônica:

Os 150 reais que sobraram podem ser representados pela fração $\frac{3}{20}$, que foi obtida pela subtração $\frac{20}{20} - \frac{17}{20}$.

Então:

- $\frac{3}{20}$ do 13º salário → 150 reais
- $\frac{1}{20}$ do 13º salário → 50 reais (150 : 3)
- $\frac{20}{20}$ do 13º salário → 1.000 reais (20 × 50)

Portanto, Mônica recebeu 1.000 reais de 13º salário.

Agora que já vimos como efetuar a adição com frações de denominadores diferentes, vamos voltar à situação proposta no início deste capítulo e responder à seguinte questão:

A quantidade de espécies de aves e de mamíferos ameaçadas de extinção no Cerrado representa que fração das espécies animais ameaçadas de extinção nesse bioma?

Ao analisar o gráfico, obtemos as seguintes informações:

Em relação às espécies animais ameaçadas de extinção no Cerrado, as espécies de aves representam $\frac{22}{65}$ e as de mamíferos, $\frac{4}{13}$.

Então, para responder à questão, devemos efetuar a seguinte adição:

$$\frac{22}{65} + \frac{4}{13} = \frac{22}{65} + \frac{20}{65} = \frac{42}{65}$$

Portanto, espécies de aves e de mamíferos ameaçadas de extinção no Cerrado representam $\frac{42}{65}$ das espécies animais ameaçadas de extinção nesse bioma.

Para somar ou subtrair números representados por frações de denominadores diferentes, primeiro devemos substituí-las por frações equivalentes com denominadores iguais (múltiplo dos denominadores das frações dadas). Em seguida, somamos ou subtraímos essas frações equivalentes.

Figura 4: Montagem com páginas do livro 2 que introduzem adição e subtração.

Portanto, conforme já abordado, a didática utilizada nestes livros, não é algo mecânico, faz os alunos refletirem sobre cada situação-problema e, dependendo da metodologia adotada pelo professor, há a possibilidade de atividades práticas levando em consideração os problemas transcritos.

No entanto, percebi que há diversos recursos que podem ser utilizados, sendo que os livros analisados somente fizeram a abordagem através da resolução de problemas. Como uma forma diversificada de trabalhar com frações, esse trabalho traz o uso de um software para a aprendizagem dos alunos, conforme será descrito, sendo esse um caminho interessante para a motivação dos alunos e para a diversificação de metodologias a serem utilizadas no trabalho em sala de aula.

5. O CAMINHO PARA CONSOLIDAÇÃO DA PROPOSTA

Esse projeto veio como um trabalho de conclusão do Curso de Especialização em Matemática - Mídias Digitais - Didática: Tripé para Formação do Professor de Matemática, da UFRGS - Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Eu, como aluna matriculada no referido curso, me desafiei a investigar formas diferenciadas de trabalhar frações com alunos do 8º e 9º anos de uma escola do campo, situada no interior do município de Crissiumal – RS. Vale lembrar que ganhamos apenas de 2 a 4 períodos para desenvolver o trabalho.

Como em tantas outras escolas, nessa não é diferente. Os alunos aprendem, ou deveriam aprender, frações no 6º e 7º anos, mas como professora regente da turma, percebi as dificuldades dos mesmos para realizar cálculos, principalmente de soma e subtração, com frações. Isso me intrigou e me motivou a escolher a turma e o tema para o trabalho.

Para desenvolver o mesmo, foi inicialmente feita uma atividade avaliativa, na qual os alunos deveriam, através de seu aprendizado anterior desenvolver as mais diversas representações e cálculos envolvendo soma e subtração de frações. No quadro abaixo está representada essa atividade.

Atividade Avaliativa

Nome: _____ Data: _____

1- Faça a representação através de desenho de cada uma das frações abaixo:

a) $\frac{7}{8}$

b) $\frac{2}{5}$

c) $\frac{6}{10}$

d) $\frac{4}{6}$

e) $\frac{5}{8}$

f) $\frac{7}{20}$

g) $\frac{3}{9}$

h) $\frac{8}{12}$

i) $\frac{2}{14}$

j) $\frac{1}{3}$

2- Resolva as operações abaixo com muita atenção:

a) $\frac{1}{2} + \frac{3}{2} =$

b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} =$

c) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} =$

d) $\frac{3}{4} - \frac{2}{3} =$

e) $\frac{2}{5} - \frac{1}{3} =$

f) $-\frac{3}{8} + 2 =$

g) $-\frac{4}{3} - \frac{2}{6} =$

h) $\frac{4}{7} - 1 + \frac{7}{9} =$

Quadro 2: Atividade avaliativa realizada pelos alunos.

O objetivo dessa atividade é perceber o crescimento dos alunos, pois os mesmos deveriam realizá-la no início da proposta didática e também no final. Entre essas duas

atividades avaliativas, foi proposto para os alunos a construção da representação das frações⁸ através do **Geogebra**, conforme mostra a figura abaixo:

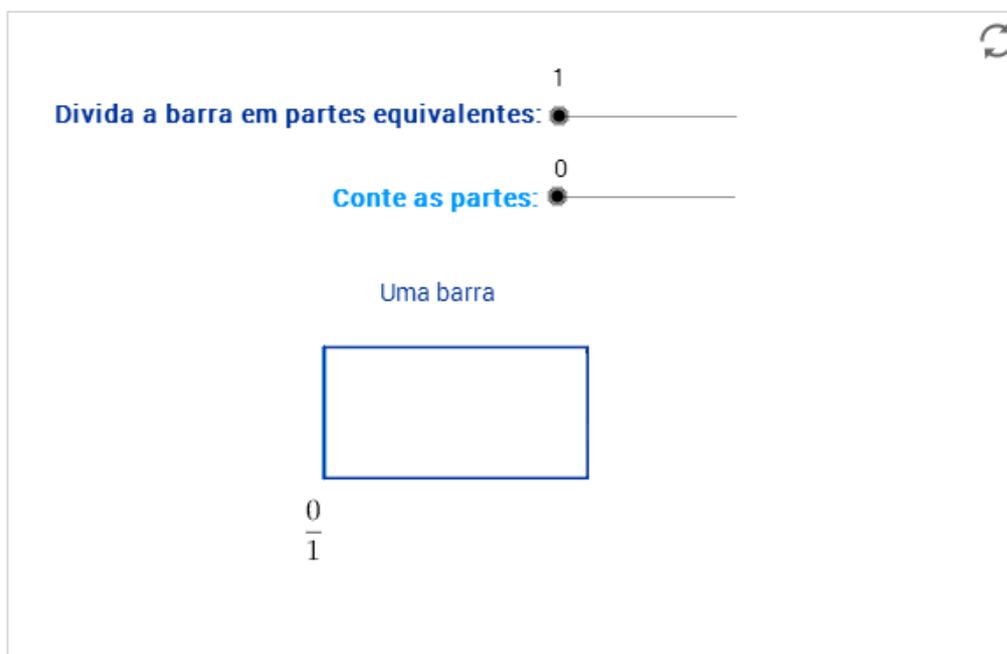


Figura 4: Representação das frações, através do Geogebra.

A construção baseia-se na movimentação dos controles deslizantes⁹. Com essa movimentação ocorre a mudança do denominador¹⁰ e do numerador¹¹, sendo esse numerador a parte que se toma da fração, conforme a figura 5, e o denominador a “divisão da barra em partes equivalentes”. Essa construção teve como objetivo sanar dúvidas dos alunos em relação a representação de frações, considerando a mesma como parte de um todo, e a manipulação para melhor compreensão, além de ser de extrema importância para as operações com frações.

⁸ Retirada dos materiais postados no tube geogebra, desenvolvido por Ion, postado dia 13 de novembro de 2014. Está disponível em <<https://tube.geogebra.org/material/show/id/282961>>.

⁹ Pontos pretos, na parte superior da figura 4

¹⁰ Parte equivalente da fração.

¹¹ Partes a serem contadas.

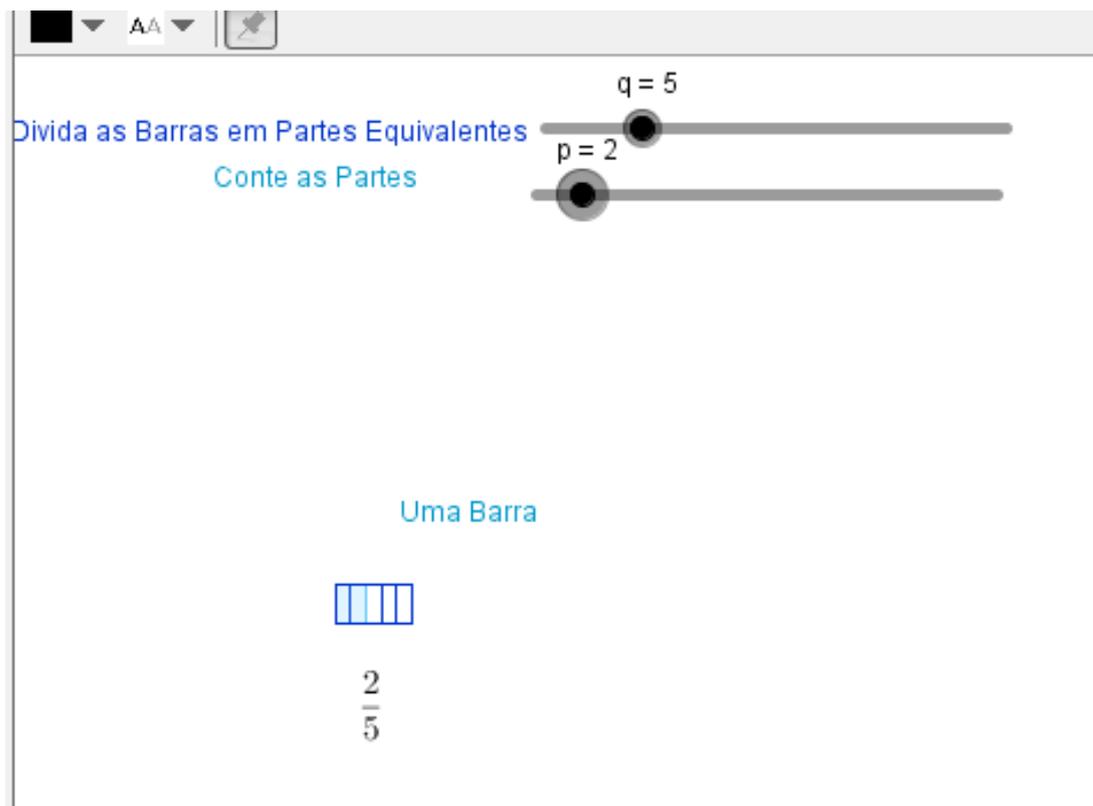


Figura 5: representação da fração com numerador diferente de zero

Em continuidade ao trabalho há a proposição de atividades para desenvolver na construção, conforme o quadro 3.

Construa todas as frações através do geogebra e tire um print. Cole no word para entregar para a professora.

- a) $\frac{1}{2}$
- b) $\frac{1}{3}$
- c) $\frac{2}{4}$
- d) $\frac{3}{7}$
- e) $\frac{2}{5}$
- f) $\frac{4}{8}$
- g) $\frac{5}{5}$
- h) $\frac{1}{7}$
- i) $\frac{5}{20}$
- j) $\frac{20}{5}$

Quadro 3: Atividades desenvolvidas na construção do Geogebra (figura 4)

Em função do tempo, não solicitei a construção da representação da adição de frações próprias (como na figura 6) aos alunos. Eles deveriam apenas manipular uma construção já pronta, a qual tratava sobre as operações de soma e subtração com as referidas frações, objetivo principal do trabalho e principal dificuldade dos alunos.

A construção sobre adição de frações próprias¹² (figura 6) também foi retirada do tube geogebra, os alunos já haviam visto esse conteúdo antes, portanto também incluí a subtração, a qual exigia raciocínio mais elaborado dos mesmos. O objeto Adição de Frações Próprias consiste na movimentação dos controles deslizantes¹³ para inicialmente formar as frações. Feito isso, o aluno pode clicar no caixinha “Para Somar marque aqui” e o programa vai calcular a soma, bem como fazer a representação geométrica nos quadrados apresentados no objeto. A maneira como está soma é efetuada pelo objeto é mostrada na próxima seção.

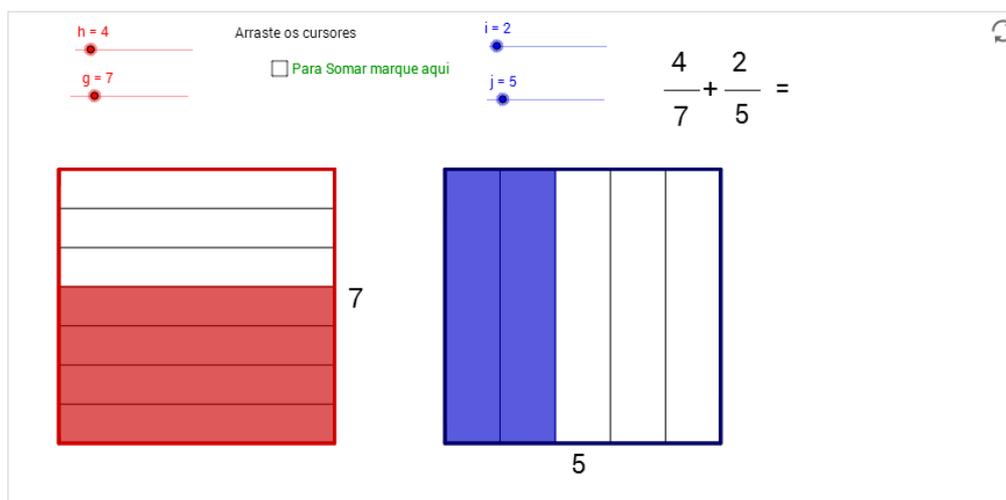


Figura 6: Adição de frações próprias, através do Geogebra

Para concluir essa parte do trabalho no geogebra, há a proposição de atividades (Quadro 4) para manipulação da construção acima exposta. O objetivo é de os alunos concluírem o porquê do Múltiplo Comum nessas operações, além de perceberem a demonstração geométrica da soma das frações.

¹² Desenvolvido por MCesar1, postado dia 16 de junho de 2013. Está disponível em <<https://tube.geogebra.org/material/show/id/41513>>.

¹³ Pontos vermelhos e azuis, na parte superior da figura 5.

Resolva as operações abaixo através dos programas apresentados. Quando tiver concluído tire um print e cole no word.

a) $\frac{5}{6} + \frac{2}{6} =$

b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} =$

c) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} =$

d) $\frac{3}{9} + \frac{9}{9} =$

e) $\frac{2}{5} + \frac{3}{8} =$

f) $\frac{3}{4} - \frac{2}{3} =$

g) $\frac{9}{11} - \frac{2}{3} =$

h) $\frac{18}{20} - \frac{7}{9} =$

Quadro 4: Atividades desenvolvidas na construção do Geogebra (figura 5)

Após essa experimentação, os alunos novamente responderão a atividade avaliativa (Quadro 2), proposta inicialmente. E assim conclui-se o trabalho.

6. A FRAÇÃO POR CAMINHOS DIFERENTES: SUAS CONCLUSÕES

A atividade acima descrita foi desenvolvida pelos alunos no mês de maio. Foram usados oito períodos de cinquenta minutos, os quais foram desenvolvidos no decorrer das aulas de matemática. O que aumentou o número de períodos necessários, pois os alunos não podiam dar uma sequência direta ao trabalho. Desta forma, tinham que salvar o que haviam feito em cada aula e a cada nova aula, abrir novamente o programa, o que tomou tempo.

A classe é multisseriada¹⁴, composta por um grupo de cinco alunos¹⁵. Os alunos não se interessam muito pelas aulas, pois na sua grande maioria querem permanecer na roça e acreditam que não precisam disso para seu trabalho ali. Os alunos serão denominados por letras (A, B, C, D e E).

Começamos com dois períodos, os quais foram utilizados para fazer a atividade avaliativa. Inicialmente expliquei que os mesmos deveriam resolver o que sabiam e não requisitar ajuda de ninguém. Conforme o quadro 2, a primeira atividade foi sobre a

¹⁴ Mais de um ano em uma mesma sala de aula.

¹⁵ Em sua grande maioria com dificuldade de atenção.

representação de frações. Nessa atividade os alunos representaram corretamente quase todos os itens sem nenhuma intervenção, conforme as figuras 7 e 8 que mostram as respostas dos alunos A e B respectivamente.

1- Faça a representação através de desenho de cada uma das frações abaixo:

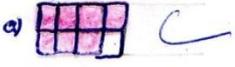
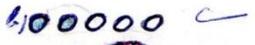
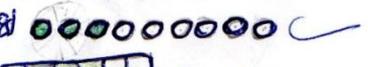
- a) $\frac{7}{8}$ 
- b) $\frac{2}{5}$ 
- c) $\frac{6}{10}$ 
- d) $\frac{4}{6}$ 
- e) $\frac{5}{8}$ 
- f) $\frac{7}{20}$ 
- g) $\frac{3}{9}$ 
- h) $\frac{8}{12}$ 
- i) $\frac{2}{14}$ 
- j) $\frac{1}{3}$ 

Figura 7: respostas da atividade 1 do aluno A

Figura 8: Respostas da atividade 1 do aluno B

Ao se tratar da segunda questão que envolvia soma e subtração de frações (quadro 2), os alunos, questionaram, pois não sabiam fazer. Como colocado no início eles deveriam resolver sozinhos através dos seus conhecimentos prévios, foi o que lembrava a eles a todo instante. Percebi que os alunos A, C, D e E se desmotivaram com a atividade, pois não conseguiam resolver, já o aluno B tentou fazer da forma que imaginava ser correta.

Com essa percepção, temos a diferença entre alunos, sendo esse aluno B, o mais dedicado da classe como podemos perceber na passagem. Mas mesmo assim, percebi através de suas respostas que algumas não estavam corretas. Percebi também que esse aluno desenvolveu os mínimos múltiplos comuns de forma correta, o que errou foi na hora de operar o numerador. Já os demais se restringiram em colocar que não sabiam. Na figura abaixo está apresentada a forma de resolução do aluno B.

2- Resolva as operações abaixo com muita atenção:

$\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{4}{2} = 2$ a) $2, 2 \mid 2$ b) $2, 3 \mid 3 \times 6$ c) $2, 4 \mid 4$
 $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$ $1, 1 \mid 1$ $1, 3 \mid 3$ $1, 3 \mid 3$
 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ $1, 1 \mid 1$ $1, 3 \mid 3$
 $\frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{9}{12} - \frac{8}{12} = \frac{1}{12}$ d) $4, 3 \mid 3 \times 12$ e) $5, 3 \mid 3 \times 15$ g) $3, 6 \mid 3 \times 9$ p)
 $\frac{2}{5} - \frac{1}{3} = \frac{6}{15} - \frac{5}{15} = \frac{1}{15}$ $4, 1 \mid 4$ $5, 1 \mid 5$ $1, 3 \mid 3$
 $-\frac{3}{8} + 2 = -\frac{3}{8} + \frac{16}{8} = \frac{13}{8}$ $1, 1 \mid 1$ $1, 1 \mid 1$ $1, 1 \mid 1$
 $-\frac{4}{3} - \frac{2}{6} = -\frac{8}{6} - \frac{2}{6} = -\frac{10}{6} = -\frac{5}{3}$?
h) $\frac{4}{7} - 1 + \frac{7}{9} = \frac{4}{9} - \frac{9}{9} + \frac{7}{9} = \frac{2}{9}$ h) $7, 1, 9 \mid 7 \times 63$ $1, 1, 9 \mid 9 \times 63$

Figura 9: Respostas da atividade 2 do aluno B

Através dessa atividade avaliativa diagnóstica percebi que os alunos não têm noção de como fazer a operação de soma e subtração de frações, que estão moldados a fazer os cálculos sem sequer saber o porquê. Sabe-se que o fato de calcularem mecanicamente não os torna capacitados a resolver as atividades, pois facilmente esquecem como resolve, o que aconteceu acima.

Os alunos precisam de uma aprendizagem efetiva, que lhes dê possibilidade de aplicação e manipulação. Foi o que aconteceu nos próximos períodos dessa intervenção.

No terceiro e quarto períodos, tive apenas três alunos. Mesmo assim começamos a desenvolver a construção da representação das frações. Os alunos deveriam construir no geogebra através dos passos dados pela professora. Na escola temos cinco computadores com Linux, mas não consegui instalar o geogebra nos mesmos, então nos restaram três computadores com Windows.

Inicialmente distribuí os alunos em seus referidos computadores, juntamente com seus companheiros de trabalho. As duplas ficaram assim compostas: alunos A e C, alunos D e E, e aluno B. A justificativa para esses grupos é a possibilidade de manusear mais facilmente os computadores, pois em cada dupla há alguém que possui computador em casa.

Comecei colocando para os mesmos, que deveriam mexer no geogebra livremente. O que me impressionou, pois apenas falei onde estavam as ferramentas, e mesmo os alunos com mais dificuldades conseguiram construir os mais diversos objetos, polígonos, retas paralelas, entre outros. Para quem nunca havia manuseado o software concluí que foi um bom começo.

Após este experimento inicial, entreguei os passos para eles e então começaram a tentar segui-los. No início foi um pouco difícil, mas, quando percebi, estavam quase prontos com o objeto de representação das frações, em apenas dois períodos. Percebi que os alunos se identificaram com a construção, estavam entusiasmados para acabar e manusear o objeto. Houve um fato que para mim foi de grande valia, eles nem queriam ir para o intervalo, aquilo era mais empolgante do que jogar bola ou qualquer outra atividade.

No quinto e sexto períodos ocorreu, já com todos os alunos, a conclusão da construção de representação. Em geral os alunos não tiveram tantos questionamentos quanto esperava, mas percebi também que em duplas eles se dispersam mais e em consequência, muitas vezes, não conseguiram desenvolver os passos propostos. Como ocorreu na dupla formada por A e C, na qual tive que chamar a atenção dos mesmos, pois não se concentravam para concluir.

O desenvolvimento da atividade do quadro 3 foi bem tranquila, pois os alunos tinham uma noção de representação como pude perceber na atividade avaliativa. O papel do denominador e numerador ficou mais claro, como podemos perceber na explicação do aluno B, quanto à questão 1 “O denominador é o número de baixo, ele manda dividir o de cima conforme sua quantidade. O numerador é o número de cima, ele faz aumentar as barrinhas”.

Este aluno, com um vocabulário particular, foi capaz de explicitar no que cada componente influencia a barra dinâmica¹⁶. Dessa forma, podemos perceber que a manipulação, a dinamicidade de um objeto é importante para o aprendizado, pois quando o aluno visualiza, o conhecimento se torna real e compreensível.

Na sequência da pesquisa, os alunos ganharam o segundo objeto manipulativo (figura 6), com o qual apenas ocorreu a manipulação. Com esse objeto, os alunos tiveram que desenvolver a atividade exposta no quadro 4, que trata sobre soma e subtração de frações.

Inicialmente nenhum grupo conseguiu, apesar de terem o objeto, para tanto fui de grupo em grupo explicando quais as potencialidades do referido objeto.

Então fiz os alunos repararem nos quadrados da tela, conforme a figura 10, para após pedir aos mesmos que clicassem na caixinha com a inscrição “Para Somar marque aqui” Como mostra a figura abaixo, a caixinha com o comando está sendo mostrada através da seta, assim como o resultado da operação.

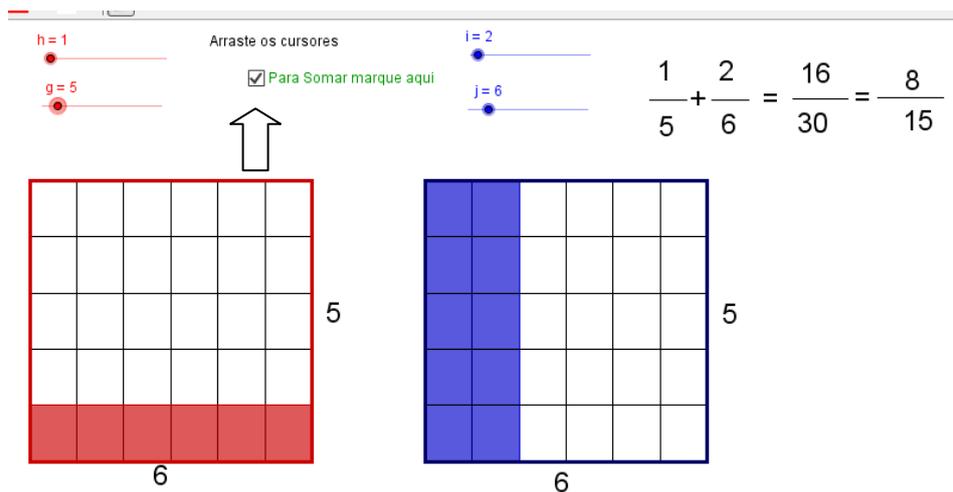


Figura 10: Representação geométrica da soma de duas frações

Após instigui os alunos a encontrarem na figura os valores dados no cálculo, também demonstrado pelo objeto. Inicialmente os alunos não sabiam de onde veio, e faziam perguntas como “Tá, mas professora, o que eu faço?” ou até ficavam olhando como quem pede a resposta, mas fui instigando até que fiz os mesmos encontrarem as frações em cada um dos quadrados, já quadriculados.

¹⁶ Barra essa que está na construção feita, a qual representa uma parte da fração, conforme a figura 4.

Sugeri que contassem o número de quadradinhos do primeiro quadrado. Após fazerem esta contagem, fizeram o mesmo com o segundo quadrado e perceberam que o número de quadradinhos em cada quadrado era igual. Este número, por sua vez, era o valor do múltiplo comum. Nesse momento, o aluno B disse: *“Mas professora eu posso multiplicar os dois lados para saber o mínimo”*. Concordei com ele, explicando que se multiplicar os dois lados sempre terá um múltiplo comum, mas nem sempre esse múltiplo será o mínimo. Ele então questionou se a resposta estará errada ao fazer assim. Expliquei novamente que não iria estar errada, mas ao chegar ao final da soma, teria que simplificá-la, para assim encontrar o menor valor possível, ele concluiu, *“Ah! Mas isso é mais fácil”*.

A explicação e a contagem serviram para que os alunos conseguissem desenvolver os exercícios até o item *e*, sendo que a partir daí as contas se mesclavam em soma e subtração. Os alunos não conseguiam perceber que a contagem dos quadradinhos poderia ajudar no resultado.

No grupo composto por A e C, tive que explicar toda a parte inicial novamente, pois até aí os cálculos estavam prontos no geogebra, mas agora teriam que desenvolvê-los, ou seja, calcular na folha das atividades. Então fiz os mesmos contarem novamente os quadradinhos pintados, afinal o denominador comum já haviam conseguido com a multiplicação dos lados do quadrado. Então, após a contagem instiguei os alunos a perceberem qual a operação a ser feita. Os mesmos chegaram à conclusão quando questionei *“O que fizeram antes para descobrir o valor do numerador das frações?”*. Após um tempo pensando o aluno A falou

“Contamos os vermelhos mais os azuis”,

Professora: *“Certo, e agora o que vocês precisam fazer?”*

Aluno A: *“Ah! Contar esses menos aqueles”* (mostrando no computador para o quadrado vermelho e após o azul).

Professora: *“Correto. Aluno C entendeu?”*.

Aluno C: *“Não”*

Aluno A: *“Deixa que eu explico professora”*.

Nessa passagem podemos perceber que os próprios alunos quando manipulam o material conseguem identificar maneiras de resolução, como no exemplo quando efetuar soma e subtração. Algo de grande valia na atividade em grupo é essa parceria de explicar uns para os outros, o que aumenta a dinamicidade do trabalho e ajuda na compreensão de todos.

Os alunos não conseguiram concluir todos os itens nesses dois períodos, mas restou muito pouco para a próxima aula.

Na conclusão das atividades, faltou o aluno C. No entanto, as atividades do geogebra foram concluídas pelo seu companheiro de dupla. Já a avaliação, o mesmo fez em uma aula posterior. Nesse último período os alunos concluíram a manipulação no geogebra e fizeram a avaliação. O aluno A não quis resolver a atividade avaliativa novamente, por isso a fez rapidamente, não desenvolvendo qualquer forma de cálculo ou identificação dos resultados da questão número 2, já os demais alunos, se dedicaram na forma de desenhos ou através do cálculo, como mostram as figuras abaixo.

1- Faça a representação através de desenho de cada uma das frações abaixo:

- a) $\frac{7}{8}$ 
- b) $\frac{2}{5}$ 
- c) $\frac{6}{10}$ 
- d) $\frac{4}{6}$ 
- e) $\frac{5}{8}$ 
- f) $\frac{7}{20}$ 
- g) $\frac{3}{9}$ 
- h) $\frac{8}{12}$ 
- i) $\frac{2}{14}$ 
- j) $\frac{1}{3}$ 

2- Resolva as operações abaixo com muita atenção:

- a) $\frac{1}{2} + \frac{3}{2} =$  +  =
- b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} =$  +  ?
- c) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} =$  +  ?
- d) $\frac{3}{4} - \frac{2}{3} =$  -  ?
- e) $\frac{2}{5} - \frac{1}{3} =$  -  ?
- f) $-\frac{3}{8} + 2 = ?$
- g) $-\frac{4}{3} - \frac{2}{6} =$  -  ?
- h) $\frac{4}{7} - 1 + \frac{7}{9} = ?$

Não realiza corretamente os desenhos.

Figura 11: Atividade avaliativa aluno D

1- Faça a representação através de desenho de cada uma das frações abaixo:

a) $\frac{7}{8}$  C

b) $\frac{2}{5}$  C

c) $\frac{6}{10}$  C

d) $\frac{4}{6}$  ?

e) $\frac{5}{8}$  C

f) $\frac{7}{20}$  C

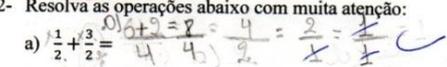
g) $\frac{3}{9}$  ?

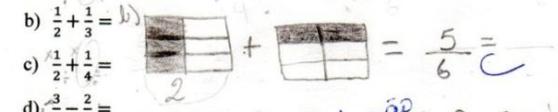
h) $\frac{8}{12}$  C

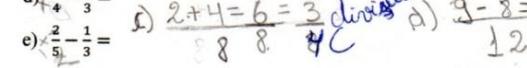
i) $\frac{2}{14}$  C

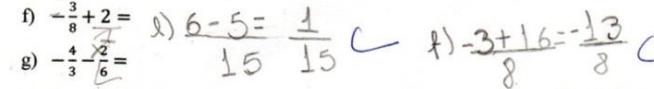
j) $\frac{1}{3}$  C

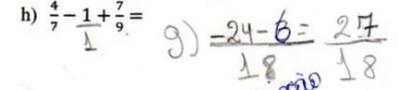
2- Resolva as operações abaixo com muita atenção:

a) $\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{4}{2} = 2$  C

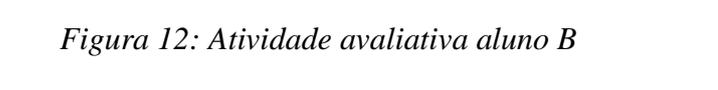
b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$  C

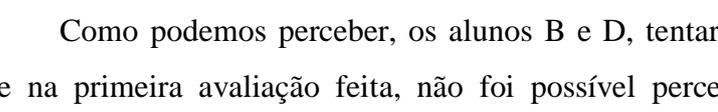
c) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$  C

d) $\frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{9-8}{12} = \frac{1}{12}$  C

e) $\frac{2}{5} - \frac{1}{3} = \frac{6-5}{15} = \frac{1}{15}$  C

f) $-\frac{3}{8} + 2 = \frac{-3+16}{8} = \frac{13}{8}$  C

g) $-\frac{4}{3} - \frac{2}{6} = \frac{-24-4}{6} = \frac{-28}{6}$  C

h) $\frac{4}{7} - \frac{1}{1} + \frac{2}{9} = \frac{36-63+49}{63} = \frac{22}{63}$  C

Handwritten notes: 'multiplicação' and 'divisão' are written in blue ink near the calculations.

Figura 12: Atividade avaliativa aluno B

Como podemos perceber, os alunos B e D, tentaram desenvolver as atividades, o que na primeira avaliação feita, não foi possível perceber. O aluno D desenvolveu a questão 2 através de desenhos, alguns incorretos, mas associou a questão 1 com o objeto do Geogebra. O aluno B, já havia tentado resolver na primeira avaliação, mas agora é significativa a melhora no desempenho, pois além de associar o desenho do Geogebra, conseguiu transferir esse conhecimento também ao cálculo, conforme a figura acima.

Com a segunda avaliação concluída pude perceber que, por causa das dificuldades enfrentadas pelos alunos, deveria ter um tempo maior para a manipulação no geogebra, mas houve um crescimento relativo do aluno B, principalmente perante a soma e subtração. Em relação aos demais alunos não percebemos o mesmo resultado, pois acredito que faltou tempo de manipulação já que, conforme a figura 10, não conseguiram associar o objeto com o cálculo.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao buscar um tema para o este trabalho, pensei em minhas vivências como professora de Matemática e nas dificuldades enfrentadas pelos alunos em relação a essa disciplina. Como professora, percebo que são muitas essas dificuldades, e que elas acompanham desde muito cedo os alunos. Uma das mais relevantes, é o estudo das frações que, apesar de serem trabalhadas desde muito cedo, mesmo assim são o “bicho de sete cabeças” dos alunos.

Além disso, através do convívio na sala dos professores, que pude observar professores das séries iniciais têm dificuldade em Matemática, principalmente com frações. Isto ficou mais presente quando comecei a dar aula para o curso normal e percebi o “medo” que os “futuros professores” têm desse conteúdo.

Neste trabalho desenvolvi uma proposta didática para o ensino das operações com frações, na qual está incluída uma construção no Geogebra sobre representação de frações, e a manipulação de um objeto sobre adição de frações próprias. Na execução da proposta os alunos desenvolveram atividades utilizando esses materiais, que resultaram em um certo crescimento para eles.

Levando em consideração, os objetos do geogebra, percebe-se que em relação a representação de frações, foi eficiente, já ao relacionar o objeto “Adição de frações próprias” percebo que poderia haver uma mudança, não aparecer na tela o cálculo, isso faria com que os alunos desenvolvessem o raciocínio geométrico, para uma futura associação ao cálculo. Da forma que é apresentado percebo que os alunos manipulam o objeto apenas ao colocar as frações nos controles deslizantes, pois o restante da resolução está pronta.

Ao analisar os recursos utilizados e a proposta realizada, considero que os objetivos foram alcançados com um crescimento relativo em relação ao ensino/aprendizagem dos alunos. Este trabalho também pode contribuir como uma ideia de material didático para os demais professores que terão acesso a esse artigo.

Para finalizar, percebo que este curso de especialização foi de grande valia para a minha aprendizagem de novas mídias digitais e novas formas de didática envolvendo as

mesmas, como a apresentada neste trabalho. Sem dúvida há um aumento na produção das aulas e no interesse e aprendizagem dos alunos quando são utilizados recursos diversos, incluindo as mídias digitais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSUMPÇÃO, S. D. USO DE ELEMENTOS DA CULTURA INFANTO-JUVENIL NA INTRODUÇÃO DO CONCEITO DE FRAÇÃO. 137 f. Dissertação (Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

BERNAT, A. M. MÍDIAS DIGITAIS: UM DIFERENCIAL NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA. 64 f. Monografia (Especialização em Matemática, Mídias Digitais e Didática) – Departamento de Matemática Pura e Aplicada, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

BIANCHINI, E. MATEMÁTICA 6º ANO. São Paulo, Moderna, 2006.

GRAVINA, M. A. Búrigo, E. Z. Basso, M. V. de A. Garcia, V. C. V. MATEMÁTICA, MÍDIAS DIGITAIS E DIDÁTICA: TRIPÉ PARA A FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA. Porto Alegre, Evangraf, 2012.

HOFFMANN, D. S. APRENDER MATEMÁTICA: TORNA-SE SUJEITO DA SOCIEDADE EM REDE. 199 f. Dissertação (Psicologia Social e Institucional)- Instituto de Psicologia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006.

IMENES, L. M. Lellis, M. MATEMÁTICA, 5ª SÉRIE. São Paulo, Scipione, 1997.

PEDROSO, L. W. UMA PROPOSTA DE ENSINO DA TRIGONOMETRIA COM USO DO *SOFTWARE* GEOGEBRA. 233 f. Dissertação (Ensino de Matemática)-Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.