



## ESTUDOS DE INTRODUÇÃO À TRIGONOMETRIA COM USO DE TECNOLOGIAS

Carlos Eduardo da Rosa - [profcarlosnh@yahoo.com.br](mailto:profcarlosnh@yahoo.com.br) - Polo de Novo Hamburgo  
Prof Orientador: Evandro Manica – [evandro.manica@ufrgs.br](mailto:evandro.manica@ufrgs.br) – UFRGS

### Resumo

O trabalho realizado planeja introduzir os estudos da Trigonometria com alunos de 9º ano do ensino fundamental. Inicialmente, é utilizado um aplicativo de *teodolito* (ferramenta de medição de ângulos) baixado pelos alunos em seus *smartphones*, para observarem a altura de alguns objetos. Posterior a isso - para construção de desenhos que representem com precisão a situação observada e para identificar os elementos da trigonometria presentes no contexto - é utilizado o software Geogebra. A proposta visa colocar o educando como sujeito de sua aprendizagem, pois ele inicia o estudo de um novo conteúdo com metodologia de resolução de problema. Busca-se, desse modo, uma aula de Matemática em que se utilizem tecnologias, nesse caso, aplicativo de *smartphone* e software de computador, como ferramentas para solução do problema.

**Palavras-chave:** Trigonometria; Geogebra; Teodolito.

### Introdução

Este trabalho apresenta e analisa uma sequência didática com alunos de 9º ano do Ensino Fundamental da rede Estadual. A linha de planejamento vai da apresentação de um problema para a introdução à trigonometria que explica e resolve o problema proposto, ou seja, da prática para a teoria. Nas atividades, utilizaram-se recursos tecnológicos como os *smartphones*, que representam uma ferramenta de múltiplas funções e são aliados no ensino de Matemática se explorado corretamente.

O foco central desse trabalho é a introdução à trigonometria, sendo esse um conteúdo que pode explorar os recursos do Geogebra, o software foi utilizado para a dedução das razões trigonométricas, apoiado na construção de triângulos semelhantes e análise em planilha eletrônica programada para realizar divisões.

Os estudos de Gravina (apud CARNEIRO, 2005) citam que os ambientes de geometria dinâmica são ferramentas informáticas que oferecem régua e compasso virtuais, permitindo a construção de objetos geométricos a partir das propriedades que os definem. São “micromundos” que concretizam um domínio teórico, no caso da geometria euclidiana, pela construção de seus objetos e de representações que podem ser manipuladas diretamente na tela do computador.

Em sua tese de doutorado sobre o ensino de geometria com softwares Gravina (2001) indica que os alunos sentem-se mais motivados em buscar explicações para as conjecturas formuladas em função de suas manipulações sobre os objetos geométricos dinâmicos e das evidências que daí emergem.

Então se pode observar que há vantagens no uso dos softwares matemáticos e suas características são que:

O processo de construção é feito mediante escolhas de primitivas disponibilizadas pelo programa em seus diferentes menus – pontos, retas, círculos, retas paralelas, retas perpendiculares, transformações geométricas. Através de deslocamentos aplicados aos elementos que compõem o desenho, este se transforma, mantendo as relações geométricas que o caracterizam. Os programas oferecem o recurso da “estabilidade sob a ação de movimentos”. Um objeto geométrico é representado por uma coleção de “desenhos em movimento”, uma família de figuras. Os invariantes que aí aparecem correspondem às propriedades geométricas intrínsecas ao conceito. (CARNEIRO, 2005, pg 8)

Pode-se, a partir desses conceitos, perceber que a interatividade e o dinamismo são diferenciais oferecidos aos alunos que utilizam um software como o Geogebra para estudos de Trigonometria. Posteriormente, este trabalho analisará a eficiência do uso do Geogebra nas aulas de Matemática.

## **1 Prática pedagógica e tecnologias**

As metodologias que ainda hoje são aplicadas nas escolas para o ensino da Matemática são objeto de reflexão do professor preocupado com o ensino dessa disciplina.

Nesse sentido, Shor (1986) explica que o rigor da educação formal não motiva os estudantes e que muitas vezes as fórmulas e respostas são dadas para que as memorizem, não há uma conexão com a realidade e o conhecimento é dado como um cadáver de informação.

Portanto, para que a Matemática seja significativa para os estudantes, é necessário que faça sentido. Uma maneira de observar sua aplicação é utilizar método de resolução de problemas. Tal metodologia, permite ao educando analisar o cotidiano que envolve a situação. Anteriormente, cabe ao professor averiguar se a realidade do aluno comporta essa situação, para então coloca-lo como sujeito do problema e dar subsídios para se refletir e criar solução.

Conforme Vila (apud DIOGO, p. 15, 2007), o ensino-aprendizagem através da resolução de problemas visa tirar o foco das aulas do professor e colocá-lo no aluno, em seus processos mentais, instigando a intuição, testando hipóteses, analisando soluções.

As orientações encontradas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1999) indicam o uso de problemas para o desenvolvimento do saber matemático, com o objetivo de desenvolver habilidades essenciais para a interpretação da realidade e de outras áreas do conhecimento.

Nesse sentido, é preciso que o professor oportunize momentos para que o aluno pense em estratégias de resolução. Afinal, ensinar Matemática implica ensinar a pensar, incentivar e promover esses momentos de autonomia.

Sobre isso, Vasconcellos (1993) afirma que

“[...] o professor passa a ser o mediador da relação educando-objeto de conhecimento-realidade, ajudando-o a construir a reflexão, pela organização de atividades, pela interação e problematização; os conceitos não devem ser dados prontos; podem ser construídos pelos alunos, propiciando que caminhem para a autonomia.” (VASCONCELLOS, 1993, p.70)

As ideias de Vasconcellos (1993) ressaltam que o trabalho do professor deve fazer com que os alunos se debrucem sobre a realidade para entendê-la, e não somente sobre os livros didáticos. Sendo assim o papel do professor é ajudar na mediação aluno-conhecimento-realidade.

Deve-se ressaltar que nesse tripé, na parte da realidade, está implícita a atualidade, já que se vive na era digital e este contexto exige outro comportamento do professor de

Matemática, ou seja, aliar o conhecimento às tecnologias. As ferramentas de trabalho foram atualizadas e um exemplo disso são os softwares de geometria dinâmica que desempenham um papel eficiente no ensino da Matemática. Afinal, a interação com a máquina é indispensável, já que ela é a interface para os nossos estudantes com o conhecimento.

A tecnologia informática apresenta-se como um meio de dar suporte ao pensar, possibilitando “mudar os limites entre o concreto e o formal” já que o computador permite criar um novo tipo de objeto – os objetos ‘concreto abstratos’; concretos porque existem na tela do computador e podem ser manipulados; abstratos por se tratarem de realizações feitas a partir de construções mentais” Assim a tecnologia da informática transmuta-se em tecnologia da inteligência. (GRAVINA, 2001,p.5)

No início da década passada, esses programas computacionais para ensino de Matemática ainda eram novidade, mas atualmente se fazem necessários, portanto, é crucial que os tornemos eficientes.

Ainda sobre o uso de tecnologias, foram analisados seis livros didáticos de 9º ano e observou-se como se dá a introdução aos estudos da trigonometria. Encontra-se sempre o conceito etimológico da palavra, o contexto histórico e aplicação desse conhecimento na atualidade. Em seguida, há uma comparação com triângulos semelhantes e as razões envolvendo cateto adjacente, cateto oposto e hipotenusa. A conclusão são as razões trigonométricas como fórmulas que resolvem o cálculo de um lado ou ângulo desconhecido para um triângulo retângulo. Depois disso, a maior parte do capítulo são exercícios.

Foi possível perceber que só um, dos seis livros observados, trazia práticas orientadas para o uso softwares matemáticos. Esse livro titulado como *Vontade de Saber Matemática* de SOUZA (2012) traz seções tituladas como *Acessando tecnologias* e nelas descreve construções utilizando homotetia, gráfico de funções, setores circulares com o uso do Geogebra. Cita também o *Match* da Microsoft para alguns conteúdos. Justamente o conteúdo de trigonometria não é beneficiado com um roteiro de construção no Geogebra por esse livro.

Há atraso no sistema em relação ao que seria adequado à nossa atualidade, portanto, essa organização e apresentação dos conteúdos nos livros didáticos deve se adaptar nos próximos anos às possibilidades de recursos digitais.

## 1.1 Sala de informática

A realidade de algumas escolas não permite que todos os alunos tenham acesso a softwares educacionais, o que prejudica muito o ensino, pois nessas aulas os jovens estudantes têm a oportunidade de perceber que o computador foi criado para outras tantas tarefas que só acessar redes sociais. Ainda sobre os espaços para laboratórios, foi possível detectar a precariedade dos locais, através dos relatos nas aulas da pós graduação, quando os colegas professores de Matemática descreveram a realidade das escolas em que lecionam, as quais possuem laboratórios abandonados, sucateados, ou negligenciados, principalmente na rede estadual.

Quando a sala de aula passa a ser o laboratório de informática, o professor precisa se desdobrar sobre o seu planejamento, porque surgem muitas dúvidas e todos os alunos se manifestam quase que simultaneamente. Isso gera um desgaste maior que em uma aula tradicional e faz alguns professores repensar se levar novamente os alunos para o laboratório compensa o esforço. No entanto, o profissional que vê o resultado acima dessas dificuldades não tem essa dúvida.

Um elemento que deve estar presente em uma boa aula é o roteiro de atividades – indispensável – seja ele em papel para os alunos escreverem sobre os resultados, ou no computador arquivado em uma pasta, site ou e-mail a fim de economizar papel.

O projetor ou lousa digital também são de grande valia, uma vez que muitos terão a mesma dúvida, nada como explicar pelo exemplo. Tive o prazer de fazer demonstrações na lousa com o Geogebra em algumas aulas e é um crédito enorme ao professor ver o olhar dos alunos se surpreenderem com aquelas retas e ângulos se movendo de maneira dinâmica. A percepção de propriedades é instantânea e unânime.

Nas palavras de Fernandez “*Não aprendemos de qualquer um, aprendemos daquele a quem outorgamos confiança e direito de ensinar* (1991, p.52).

Na certeza de que o ensino-aprendizagem, cada vez mais, se utiliza de recursos de tecnologias, o domínio sobre as mídias digitais é pré-requisito e ficam apenas algumas dúvidas: como usar o Geogebra de maneira eficiente para ensino de Matemática? Como utilizar o Geogebra para explicar a trigonometria? Quais benefícios uma aula em laboratório, com o Geogebra, proporciona ao aluno? Este trabalho, portanto, tem o objetivo de respondê-las.

## 1.2 Teodolito em aplicativo de Smartphone

Nos estudos de trigonometria, é muito comum que o professor desenvolva com os alunos a construção de um teodolito (ferramenta utilizada para medir ângulos) usando um transferidor, um canudinho e um peso em uma linha para medir um ângulo de observação. Uma construção interessante para se estudar os ângulos e trigonometria. Pensando em ir um pouco além, nos estudos da especialização, ocorreu a idéia de que hoje todos os *smartphones* têm câmera e sensor de nível, pois quando se vira o telefone, a imagem se adapta à tela estando o aparelho na vertical ou na horizontal. Por isso, foi feita uma pesquisa sobre o aplicativo com a busca da palavra teodolito, e encontrou-se o *Theodolite Droid*, no qual a câmera faz a função do canudinho e o sensor de nível, a função do peso na linha, assim ele demonstra na tela o objeto observado e indica a inclinação do ângulo.

Essa versão de aplicativo pode ser instalada em *smartphones* com sistema operacional Android, e é gratuito, o que tornou viável a utilização em sala de aula, pois pesquisando as marcas de telefones dos alunos da turma, concluí que aproximadamente 65% (15 dos 23 alunos) possuía aparelhos de telefone que se encaixavam no requisito. Ainda assim, alguns modelos depois de instalados o aplicativo não funcionaram plenamente, 2 dos 15 instalados abria a câmera, mas não mostrava o ângulo de inclinação. Poderíamos contar então com 13 aparelhos.

## 2 Trigonometria

A palavra *trigonometria* é de origem grega: *trigono* significa triângulo e *metria* significa medida. Tomando como referencial para a aula do 9º ano o livro didático do projeto Radix, organizado pelo autor RIBEIRO, encontra-se que:

A parte da Geometria que estuda os métodos para calcular os lados e os ângulos de um triângulo retângulo é a trigonometria. A origem da trigonometria não é certa mas existem indícios que foram os babilônios a darem início ao estudo dessa parte da Geometria. Porém, a organização da trigonometria teve seu início com o astrônomo grego Hiparco, que nasceu em Nicea por volta de 180 a.C. RIBEIRO, 2009

Também podemos observar que o mesmo livro contém a justificativa da utilidade da trigonometria na atualidade:

O uso da trigonometria não se restringe somente a cálculos de medidas envolvendo triângulos, como estudaremos a seguir, mas é aplicável em diversas áreas do conhecimento, como Astronomia, Engenharia, Música, Topografia, entre outras. (RIBEIRO, 2009,p.109)

Na abertura do capítulo, o livro didático traz a imagem de um topógrafo utilizando um teodolito.



Figura 1: Imagem retirada de livro didático - Projeto Radix, 9º ano

A proposta desta prática é que o aluno se veja como sujeito dessa imagem, explorando esse conteúdo de uma forma mais interativa, na intenção de que essa vivencia de aprendizagem seja marcante para ele.

Analisando os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1999) encontramos uma ponderação sobre o ensino de trigonometria, que enfatiza o uso da metodologia de resolução de problemas.

Outro tema que exemplifica a relação da aprendizagem de matemática com o desenvolvimento de habilidades e competências é a Trigonometria, (...) o que se deve ser assegurado são as aplicações da Trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis, e na construção de modelos que correspondem a fenômenos periódicos (BRASIL, 1999, p. 44)

A partir disso, pretende-se introduzir os estudos da trigonometria com observações de objetos usando um teodolito, construções no Geogebra para então se deduzir as três razões trigonométricas: seno, cosseno e tangente. Sendo elas da seguinte forma:

$$\text{Seno} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{Hipotenusa}} \quad \text{cosseno} = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} \quad \text{tangente} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$$

Ao término das 4 horas planejadas para a introdução a esse conteúdo, espera-se, entre outros objetivos, que o aluno reconheça as razões seno, cosseno e tangente como forma de calcular um lado ou ângulo desconhecido em um triângulo retângulo.

No objetivo de oferecer aos alunos algo mais do que essa repetição sistemática de fórmula no quadro e exercícios do livro, o caminho percorrido pelo professor colocou o estudo da trigonometria na seguinte ordem:

- Apresentação do contexto histórico, etimológico e atual da trigonometria;
- Situação problema: Como medir a altura de um objeto de difícil ou perigoso acesso;
- Utilização do aplicativo *Theodolite Droid*, prática em grupo medindo ângulos;
- Reprodução da situação no Geogebra. Uso de software matemático para resolver o problema;
- Início da análise de como se chega nesse resultado;
- Construção no Geogebra de triângulos semelhantes e cálculos das razões, para identificação de regularidades;
- Comparação dos resultados obtidos com os valores da tabela trigonométrica;
- Dedução das fórmulas, e demonstração de como utilizar as razões nomeando-as como seno, cosseno e tangente.

### **3. Primeira aula – coleta de dados e exploração dos recursos digitais**

No dia 18 de junho de 2015, estavam presentes na aula do 9º ano, 21 dos 23 alunos que compõem a turma. A aula teve início com a leitura do contexto histórico, da definição etimológica e senso comum na atualidade da trigonometria. Baseado em uma situação problema presente em um exercício do livro de Matemática da coleção Radix, RIBEIRO (2009) e em tantos outros exercícios semelhantes e hipotéticos, iniciou-se a experiência prática, colocando os alunos como protagonistas dessa situação.

Para determinar a altura de um prédio, Lúcio colocou um teodolito a uma distância de 13 m da base desse prédio.

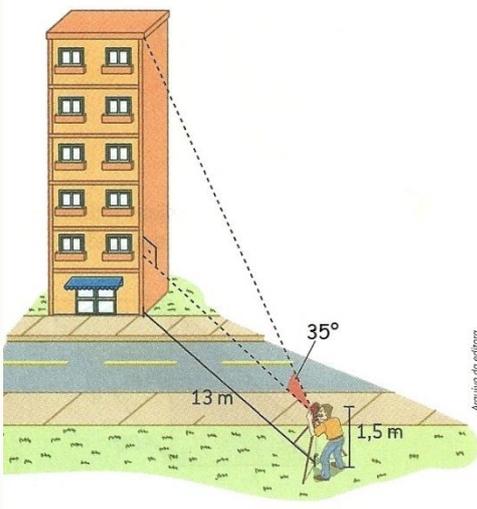


Figura 2: Imagem retirada de livro didático - Projeto Radix, 9º ano

Em duplas ou em grupos maiores, deslocaram-se pela calçada em torno da escola com os *smartphones* capturando imagens como o topo de uma árvore, um poste, um prédio, etc. Ao medir com o teodolito o ângulo de inclinação observado, mediram com trena o afastamento da base.



Figura 4: Alunos de 9º ano utilizando o aplicativo Theodolite Droid

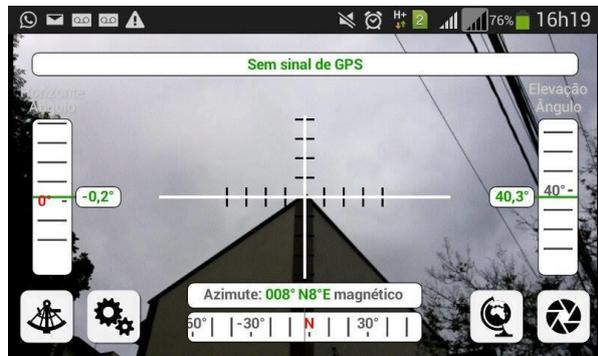


Figura 3: Imagem reproduzida pelo aplicativo na tela do smartphone

Coletadas as informações, passou-se para o laboratório de informática onde foi apresentada uma animação no Geogebra que reproduzia a situação vivenciada. A solicitação foi para reproduzirem a situação que observaram como no esboço da figura.

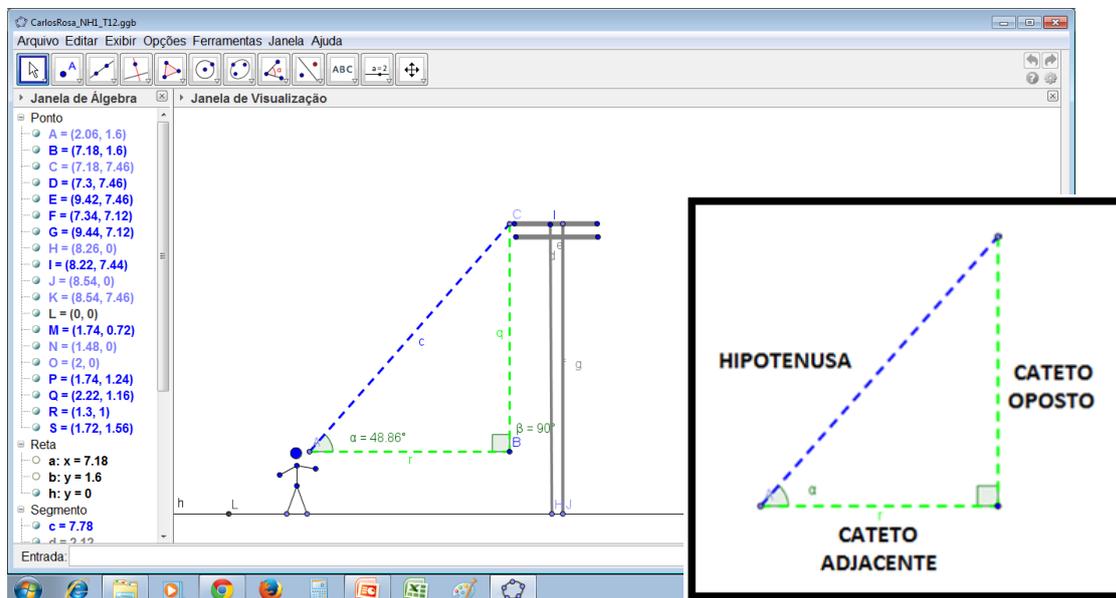


Figura 5: Construção realizada no Geogebra da situação observada

Como os alunos já conhecem o Teorema de Pitágoras, os termos cateto e hipotenusa são familiares, portanto o que se acrescenta nesse momento é a diferenciação em cateto adjacente e cateto oposto ao ângulo em questão.

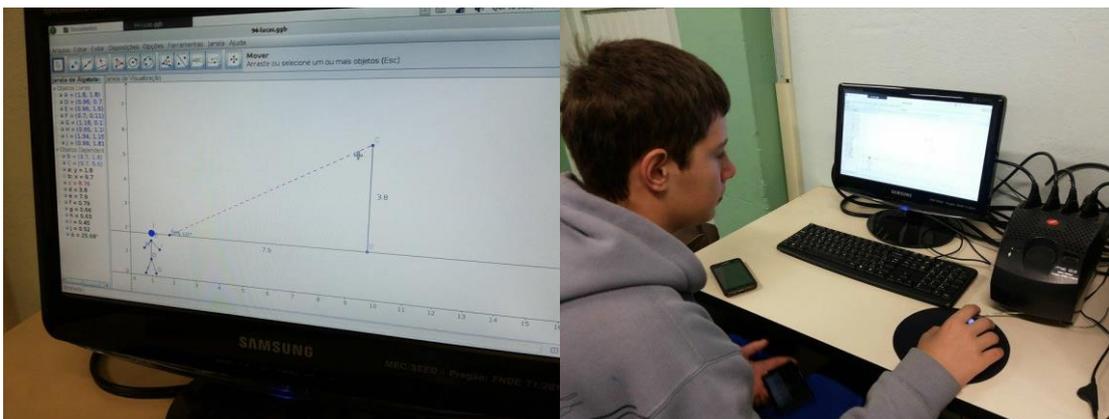
Esses alunos estavam entrando pela primeira vez em contato com o software Geogebra, por isso foi preciso apresentar as ferramentas mais básicas e demonstrar o passo a passo, procurando ressaltar os fundamentos matemáticos presentes.

Foi solicitado a eles que aumentassem a fonte, ocultassem ou exibissem os eixos, ajustassem a tela, aproximassem ou afastassem a imagem, criassem um ponto no plano, criassem uma reta, criassem uma reta perpendicular, reta paralela, bem como, segmentos de reta, observassem as informações na janela algébrica, ajustassem em propriedades as cores, entre outros.

Puderam, então, perceber diversos elementos e combinações da Matemática, especificamente da geometria, que sempre utilizávamos em sala de aula, como coordenadas do tipo (x,y) no plano cartesiano, imagina-se que perceberam o Geogebra como um plano cartesiano interativo.

Nessa prática apresentou-se um pouco das possibilidades desse software. Demonstrando no projetor, foram orientados para que, com as ferramentas básicas, reproduzissem a situação observada anteriormente.

E como o Geogebra informa o ângulo e comprimento dos segmentos quando solicitado, puderam reproduzir em escala menor a situação e determinar a altura do seu objeto.



**Figura 6: Aluno utilizando o Geogebra pra reproduzir a situação problema**

Respeitadas as proporções e utilizando uma escala aproximadamente de 1:100, tinha-se como cateto oposto ao ângulo a altura que desejávamos descobrir. O objetivo aqui é que se perceba a relevância de elementos da Matemática presentes no cotidiano, e que podemos estudar esses elementos com o uso de software, o que vai nos proporcionar construções dinâmicas e precisas. Nesse instante, espera-se que o aluno tenha percebido que a altura do seu objeto foi obtida com a representação de um triângulo semelhante em razão da situação vivenciada, portanto há um uso da proporção. Nesse momento, obteve-se a resposta para o problema, mas fica a pergunta: Como o computador calcula esse resultado? Que tipo de conhecimento matemático está presente nessa situação?

Nessa aula não foi utilizado roteiro, somente o projetor. Todos conseguiram realizar a construção de maneira satisfatória e concluíram a altura do seu objeto.

#### **4. Segunda aula – utilizando recursos digitais**

No dia 19 de junho de 2015, estavam presentes na aula 19 alunos e antes de entrar na sala de informática receberam um roteiro de construção (anexo 1) para realizarem no

Geogebra. Os alunos sentaram individualmente e todos puderam realizar a atividade. Foi combinado que o objetivo seria analisar a situação da aula passada sobre a ótica da semelhança de triângulos.

O roteiro orientava para a realização da tarefa que consistia em construir três triângulos semelhantes, compartilhando de um ângulo em comum. Posteriormente informar na planilha do Geogebra o comprimento dos catetos e hipotenusa para os três triângulos. E sob orientação do professor, programar o cálculo de algumas divisões.

A opção foi deixá-los construir primeiro, baseados no roteiro. A intervenção do professor foi feita somente quando se percebeu a dificuldade da maioria dos alunos. Então, fazia-se o processo no projetor para ilustrar.

Após a construção dos triângulos, utilizou-se a planilha (recurso encontrado no menu de ferramentas na opção *Exibir*) para calcular as razões. Os segmentos criados recebem nomes em letras minúsculas que aparecem na janela algébrica. O que se fez foi inserir nas células o comando para aparecer o comprimento dos segmentos.

Com todos os valores dos segmentos que representam os catetos e as hipotenusas para os três triângulos, programamos as razões do tipo:

$$\frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} \qquad \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} \qquad \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$$

Com as razões programadas, vão sendo calculados instantaneamente os resultados das divisões e quando variamos os tamanhos dos segmentos e o ângulo em questão pode-se observar que alguns resultados se alteram, ou não, em um comportamento padrão.

Eles puderam observar que quando o ângulo varia, todas as medidas se alteram. Mas quando fixa-se o ângulo e variam-se os segmentos, nenhum resultado de divisão se altera. A partir daí, o raciocínio foi conduzido para a conclusão de que triângulos semelhantes têm a mesma razão entre os seus segmentos.

Foi solicitado a eles que comparassem com os valores da tabela trigonométrica encontrada no livro didático Projeto Teláris (DANTE p. 215). Cada aluno escolheu um ângulo qualquer e comparou os valores calculados no Geogebra com os da tabela trigonométrica no livro. Considerando o arredondamento, todos que tinham a construção correta puderam visualizar a origem dos valores tabelados para seno, cosseno e tangente.

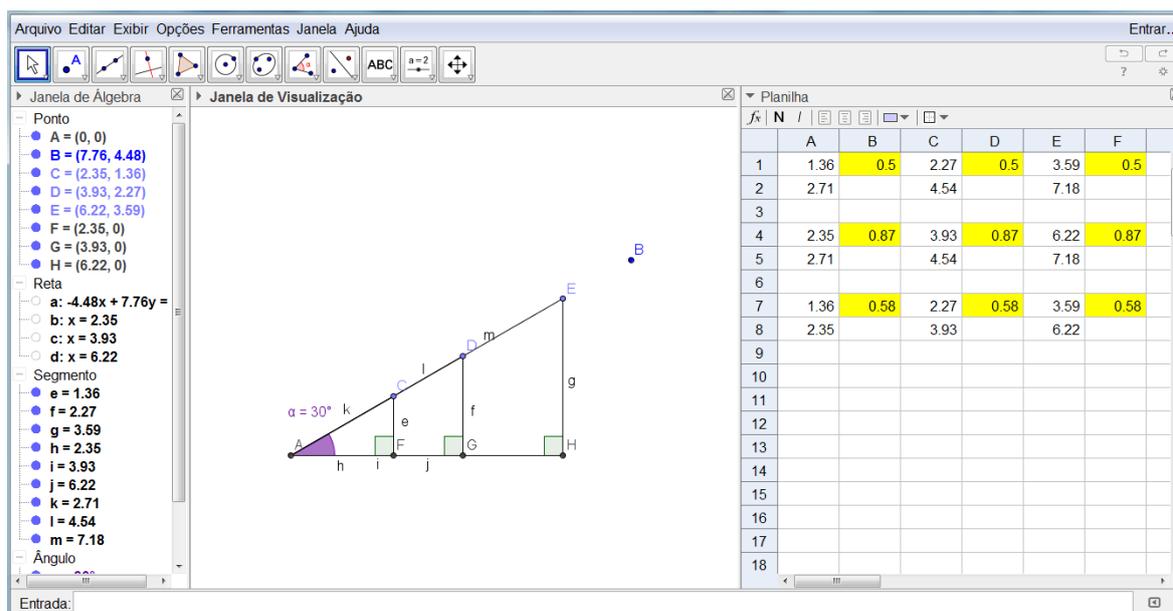


Figura 7: Construção realizada no Geogebra

Dois alunos não encontraram os resultados esperados porque construíram segmentos duplos sem perceber e alteraram a sequência dos nomes dos segmentos, como seguiram o roteiro pela digitação não aparecia o resultado esperado. A situação foi contornada, explicando então que deveriam verificar quais letras foram atribuídas aos catetos e à hipotenusa e substituir essas informações.

Com isso, a conclusão foi de que talvez, o ideal seria a demonstração de como fazer uma divisão, mostrar um exemplo de como digitar as entradas na planilha para somente a primeira razão em apenas um triângulo. Deixando então as próximas para que os alunos verifiquem quais segmentos representam os outros catetos e hipotenusas.

Um aluno não encontrou os resultados esperados, pois traçou retas simples ao invés de retas perpendiculares, então seus triângulos não eram retângulos, e se deformavam. Precisou recomeçar do zero para corrigir a situação.

O objetivo era que os alunos percebessem que triângulos semelhantes têm razões de mesmo resultado, e que esse resultado é o valor encontrado na tabela trigonométrica para o triângulo retângulo que possui o ângulo em questão. É esperado que se deem conta de que a tabela foi construída a partir de um processo semelhante ao realizado por eles e que, de posse da informação do ângulo, pode-se usar as razões já tabeladas para calcular uma medida desconhecida em qualquer triângulo retângulo.

Aparentemente, a maioria dos alunos percebeu essa ligação entre a construção que realizaram e a generalização para qualquer triângulo retângulo.

Refletindo sobre como os alunos perceberam essa utilização do aplicativo e do Geogebra no laboratório e procurando diagnosticar a eficiência da aula foram questionados (anexo 2) sobre as vantagens de se estudar Matemática dessa perspectiva. Na análise geral, a turma considerou o aplicativo interessante, e julgou como boa a iniciativa de aprender em uma aula prática, não só com teorias.

Demonstraram superadas as expectativas quanto ao Geogebra, pois alguns relataram que inicialmente pensaram ser complicado, mas depois entenderam e conseguiram manuseá-lo corretamente.

As descrições a respeito do Geogebra foram:

“Ele mostra com exatidão, por exemplo, eixos e retas, e também como os cálculos e fórmulas se aplicam(...)”, “(...) outra coisa legal é que é você quem cria as situações.”, “(...) o professor pode mostrar para nós de uma forma mais dinâmica”, “(...) acaba tornando a Matemática mais interessante para os alunos”, “(...) mostra coisas que demorariam para nós aprendermos do modo normal”, “ A vantagem é a praticidade e é mais divertido que produzir no caderno”.

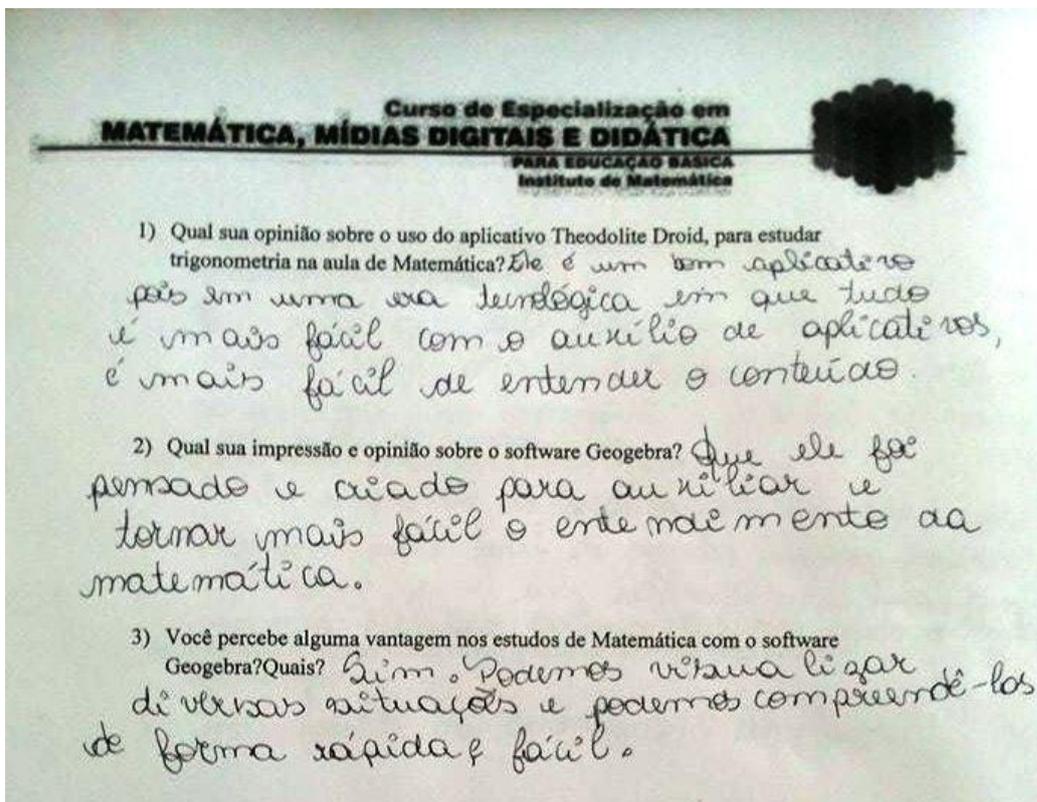


Figura 8: Avaliação de uma aluna sobre os recursos utilizados

O objetivo da aula foi parcialmente alcançado, pois a maioria conseguiu expressar corretamente o cálculo para a altura desconhecida utilizando uma razão trigonométrica. Quatorze dos dezenove alunos que responderam ao questionário, souberam identificar corretamente os catetos como adjacente e oposto, aplicaram o valor da tangente obtido da tabela ou da calculadora científica e resolveram o problema.

As imagens abaixo mostram as resoluções de alunos que compreenderam e utilizaram corretamente a fórmula da tangente, consideraram a altura do observador e calcularam a altura total do objeto observado.

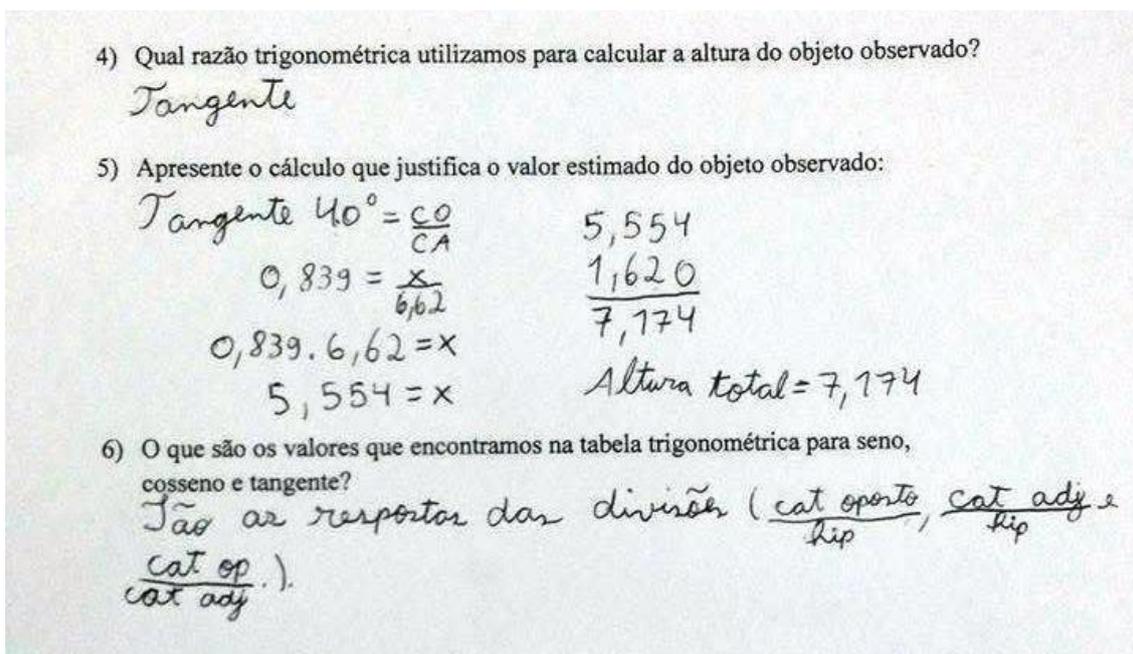


Figura 9: Resolução de um aluno

4) Qual razão trigonométrica utilizamos para calcular a altura do objeto observado?  
*Razão tangente.*

5) Apresente o cálculo que justifica o valor estimado do objeto observado:

$\text{tang } 29^\circ = \frac{\text{cat op}}{\text{cat adj}}$

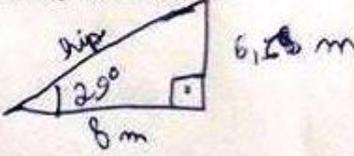
$\text{tang } 0,554 = \frac{x}{8}$

$0,554 \cdot 8 = x$

$4,43 = x$

$\frac{4,43}{0,554} = \frac{8}{x}$

$x = 6,28$



6) O que são os valores que encontramos na tabela trigonométrica para seno, cosseno e tangente?  
*Eles significam uma divisão, o resultado de de uma divisão, melhor dizendo.*

Figura 10: Resolução de um aluno

### Considerações Finais

A aula de Matemática que parte de uma situação problema mobiliza o sujeito para sua aprendizagem. Torna mais significativo o estudo, e, conseqüentemente, tem mais chances de o aluno aprender sobre esse conteúdo. A oportunidade de deduzir uma fórmula matemática também é um ganho para eles, pois se utilizam de lógicas importantes para embasamento de competências. As construções no Geogebra são fidedignas e, por serem manipuláveis, tornam o software uma ferramenta eficiente para provar as conjecturas, realizar demonstrações, explicar teoremas, exercitar conceitos, enfim um grupo grande de possibilidades.

Definitivamente toda aula de geometria, trigonometria, estudo de funções, áreas de figuras planas, ângulos entre tantos outros conteúdos podem e devem se beneficiar dessa ferramenta. As manipulações das construções realizadas contribuem para que os alunos entendam as regularidades e propriedades. Assim eles mesmos podem formar suas hipóteses, testar e tirar suas próprias conclusões.

Comparando com outros softwares como Graf-Eq e Winplot por exemplo, o Geogebra é mais completo, apresenta mais possibilidades de trabalho, isso porque foi o

que mais evoluiu em atualizações e criações de novas ferramentas. Além de representações da geometria básica, possibilita construções de geometria analítica, cálculo de derivadas e integrais, criações de polígonos em 3D, planilha eletrônica, entre tantos outros recursos que aparecem em seu menu de ferramentas.

Para o ensino de Matemática, o Geogebra é um articulador que se insere na relação professor-aluno-matemática e catalisa o processo. Se usado com planejamento adequado, só existem ganhos para ambos os lados. O professor tem um atrativo nas suas aulas, torna-as mais dinâmicas, atuais, qualificadas, precisas e de maior credibilidade. O aluno, por sua vez, tem uma ferramenta de precisão que representa com muita eficiência régua, compasso, transferidor, papel milimetrado, calculadora e outros acessórios. As vantagens aos alunos se estendem no aperfeiçoamento das habilidades de construir, manipular, observar, concluir, refazer, analisar, comprovar, deduzir, demonstrar, e outras.

Enfim, com essa prática, foi possível reafirmar a ideia de que não se pode privar o aluno que estuda Matemática de um software como o Geogebra e de software similares. Atualmente, da mesma maneira que se deve ter domínio dos conteúdos, é fundamental ter o domínio das ferramentas de tecnologias.

Exercícios práticos com os alunos deveriam ser uma constante para o aprendizado da Matemática em qualquer nível de estudo. O ensino tradicional de Matemática deve ser substituído por ferramentas mais atuais com as quais os alunos estão mais acostumados. Quadro negro já está ultrapassado. Isso contrasta com a situação da maioria das escolas que não dispõe de material humano e tecnológico para oferecer ao aluno e quem certamente perde com isso é o aluno, a escola e a sociedade.

## Referências Bibliográficas

BRASIL, Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: a ensino fundamental**, MEC/SEF, 1997.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: ensino médio**. Brasília: 1999.

CARNEIRO, Vera Clotilde Garcia. **Engenharia didática: um referencial para ação investigativa e para formação de professores de matemática**. UFRGS 2005

DIOGO, Marcelo Adriano. Problemas geradores no ensino-aprendizagem de Matemática no Ensino Médio. Porto Alegre, RS. UFRGS, 2007.

FERNÁNDEZ, Alicia. **A inteligência aprisionada: abordagem psicopedagógica da criança e sua família**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1991.

FREIRE, Paulo e Ira Shor. **Medo e ousadia – O cotidiano do professor**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1986.

GRAVINA, Maria Alice. **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo**. Tese de Doutorado em Informática na Educação. UFRGS, 2001.

RIBEIRO, Jackson da Silva. **Projeto Radix: Matemática, 9º ano**, São Paulo: Scipione, 2009.

SOUZA, Joamir Roberto de. **Vontade de saber matemática, 9º ano**. São Paulo: FTD 2012.

VASCONCELLOS, Celso dos Santos. **Construção do conhecimento em sala de aula** – São Paulo, SP. Libertad, 11ª Ed. 2000.

## Anexo 1: Roteiro de construção utilizado na aula 1

Escola Estadual de Ensino Fundamental Antônio Vieira

Aula de Matemática sobre Trigonometria - Prof. Carlos Eduardo da Rosa

### Roteiro de construção para o objeto de aprendizagem

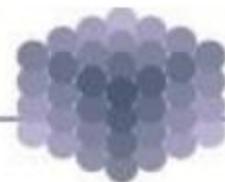
- 1) Ponto **A** de intersecção entre os eixos  $x$  e  $y$
- 2) Ponto **B** em qualquer lugar no primeiro quadrante
- 3) Reta **a** passando por **A** e **B**
- 4) Pontos **C**, **D** e **E** (entre pontos **A** e **B**) sobre a Reta **a**
- 5) Reta **b** passando por **C** e perpendicular ao eixo  $x$
- 6) Reta **c** passando por **D** e perpendicular ao eixo  $x$
- 7) Reta **d** passando por **E** e perpendicular ao eixo  $x$
- 8) Ponto **F** de intersecção da reta **b**, eixo  $X$
- 9) Ponto **G** de intersecção da reta **c**, eixo  $X$
- 10) Ponto **H** de intersecção da reta **d**, eixo  $X$
- 11) Ângulo **FAC** ( ângulo variável, comum aos três triângulos)
- 12) Ângulos **CFA**, **DGA** e **EHA** (ângulos retos de cada triângulo semelhante)
- 13) Omitir as retas **a**, **b**, **c** e **d**
- 14) Retirar eixos  $x$  e  $y$
- 15) Segmentos **CF**, **DG** e **EH** ( catetos opostos ao ângulo)
- 16) Segmentos **AF** **AG** **AH** ( catetos adjacentes ao ângulo)
- 17) Segmentos **AC** **AD** **AE** ( hipotenusas)
- 18) Observe que os segmentos foram nomeados por letras minúsculas (**e,f,g,h,i,j,k,l** e **m**) e aparecem com seus comprimentos na janela algébrica.
- 19) Em *exibir* clique em *Planilha*, reproduza a segunda planilha, com base nas informações da primeira.

## Anexo 1: Imagens contidas no roteiro de construção utilizado na aula 2

	segmentos do triângulo menor	resultados das divisões	segmentos do triângulo médio	resultados das divisões	segmentos do triângulo maior	resultados das divisões
	A	B	C	D	E	F
1	cateto oposto	razão seno	cateto oposto	razão seno	cateto oposto	razão seno
2	hipotenusa		hipotenusa		hipotenusa	
3						
4	cateto adjacente	razão cosseno	cateto adjacente	razão cosseno	cateto adjacente	razão cosseno
5	hipotenusa		hipotenusa		hipotenusa	
6						
7	cateto oposto	razão tangente	cateto oposto	razão tangente	cateto oposto	razão tangente
8	cateto adjacente		cateto adjacente		cateto adjacente	

	segmentos do triângulo menor	resultados das divisões	segmentos do triângulo médio	resultados das divisões	segmentos do triângulo maior	resultados das divisões
	A	B	C	D	E	F
1	=e	=A1/A2	=f	=C1/C2	=g	=E1/E2
2	=k		=l		=m	
3						
4	=h	=A4/A5	=i	=C4/C5	=j	=E4/E5
5	=k		=l		=m	
6						
7	=e	=A7/A8	=f	=C7/C8	=g	=E7/E8
8	=h		=i		=j	

**Anexo 2: Questionário aplicado na turma após a realização das práticas.**



- 1) Qual sua opinião sobre o uso do aplicativo Theodolite Droid, para estudar trigonometria na aula de Matemática?
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- 2) Qual sua impressão e opinião sobre o software Geogebra?
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- 3) Você percebe alguma vantagem nos estudos de Matemática com o software Geogebra? Quais?
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- 4) Qual razão trigonométrica utilizamos para calcular a altura do objeto observado?
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- 5) Apresente o cálculo que justifica o valor estimado do objeto observado:
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- 6) O que são os valores que encontramos na tabela trigonométrica para seno, cosseno e tangente?