O ENSINO DE FUNÇÕES EM UMA ESCOLA DO CAMPO A PARTIR DA PRODUÇÃO DE *APPLETS* NO SOFTWARE GEOGEBRA

Priscila Arcego – priarcego@gmail.com - Pólo Camargo/RS
Profº Dr. Mauricio Rosa - mauriciomatematica@gmail.com - UFRGS

Resumo: A utilização dos recursos tecnológicos pode contribuir com os processos de ensino e de aprendizagem à medida que ocorra uma interação consciente do estudante com esses recursos. Nesse sentido, a Teoria de Aprendizagem denominada Construcionismo, proposta por Seymour Papert, considera esses pressupostos e propõe que o computador, como um destes recursos, seja considerado um meio para a construção do conhecimento. Assim, o aprendiz constrói o seu conhecimento por meio do desenvolvimento de um produto. Dessa forma, nossa pesquisa foi composta por uma experiência didática, baseada nos princípios do Construcionismo, na qual cada aprendiz desenvolveu um *applet*[1] com o software Geogebra sobre função afim, o qual pôde ser mostrado/apresentado aos colegas. Nessa perspectiva, o professor agiu como o mediador do processo instigando os estudantes a explorar os recursos disponibilizados e estabelecer as relações matemáticas fundamentais. A experiência teve como principal objetivo investigar e analisar as contribuições do uso do software Geogebra e da geometria dinâmica no ensino de funções afins, com foco no último ano do ensino fundamental. A proposta buscou relacionar conceitos matemáticos aparentemente abstratos com situações do cotidiano, utilizando como recurso um software dinâmico e interativo. O estudo das funções por meio da interação com o ambiente de aprendizagem do Geogebra abordou diversos elementos geométricos, os quais estavam sujeitos à movimentos e posicionamentos variados a partir das possibilidades da Geometria Dinâmica.

Palavras-chave: Construcionismo; Funções; Geogebra.

Introdução

Diante das transformações que estamos vivenciando atualmente, não podemos deixar de mencionar a disseminação do uso do computador e também de diversas outras mídias digitais. Os recursos digitais estão sendo utilizados em praticamente todos os setores da sociedade e ocasionam mudanças significativas na prestação destes serviços.

---

[1] É um programa escrito na linguagem de programação Java que pode ser incluído em uma página da Internet, do mesmo modo que uma imagem é incluída (OLIVEIRA, et.al., 2010).

Nesse sentido, o Sistema Educacional não pode ficar isolado neste processo, e nós como professores precisamos utilizar essas tecnologias como meios para a produção do conhecimento.

De acordo com Santos (2010, p.33), "[...] o computador deve ser usado como um recurso didático que, através da visualização, experimentação e simulação, tem a função de levar o aluno a pensar, a interrogar e agir sobre as questões que lhe são apresentadas [...]". Por isso, o computador é um recurso pelo qual o estudante é responsável pela sua aprendizagem à medida que interage e supera suas próprias limitações. Nesse sentido, no desenvolvimento dessa pesquisa foram utilizados recursos tecnológicos, como o software Geogebra, além de diferentes situações problemas propostas no decorrer das aulas.

Nesse ínterim, é importante repensar a prática educativa com base nas necessidades atuais dos estudantes deve ser componente fundamental para que haja progresso cognitivo no processo educativo. Nesse sentido, frente à relevância do estudo de Funções no ambiente escolar e, principalmente, sua aplicação em situações do dia-a-dia, este trabalho foi desenvolvido a fim de viabilizar o primeiro contato com tais representações matemáticas ainda no Ensino Fundamental. Essa abordagem também considerou as principais dificuldades apresentadas por muitos estudantes ao ingressarem no Ensino Médio.

Diante disso, o principal objetivo foi investigar e analisar as contribuições do uso do software educativo Geogebra no ensino de funções afins com base nos princípios da Teoria Construcionista. No decorrer da pesquisa buscamos solucionar a seguinte questão: **Como a utilização do Software Educativo Geogebra pode contribuir no Ensino de Funções Afins a partir da exploração e criação de *applets*?**. Para tal, fizemos uso de uma metodologia que utiliza a pesquisa qualitativa para analisar os possíveis avanços durante o desenvolvimento das atividades propostas. Utilizamos o Software matemático Geogebra que possibilitou a abordagem das diferentes representações de uma função matemática.

Aspectos Teóricos

O estudo de Funções vem sendo abordado com ênfase por diversos autores ao longo das últimas décadas. Santos (2010) relata em sua pesquisa considerações importantes que possibilitaram a construção do conceito de Função e que utilizamos atualmente. De acordo com a autora, desde o século XVI, Galileu-Galilei dizia que a noção de função estava relacionada a fenômenos naturais, pelos quais representava a relação entre grandezas físicas, na qual uma variável dependia da outra.

No entanto, ainda de acordo com Santos (2010), as primeiras definições formais de função surgiram com Leibniz e Newton no século XVII. Newton se aproxima da definição atual de função, com a utilização de termos que indicam que uma quantidade é obtida em função da outra. Nessa mesma perspectiva, Salin (2014) reforça que Newton foi o primeiro matemático a mostrar que uma função poderia ser escrita como uma série de potências. Ainda segundo o autor, Newton também criou o método dos fluxos, no qual gerava uma curva por meio do movimento contínuo de um ponto.

No final do século XVII, Leibniz introduz o termo função, na qual incialmente refere-se a segmentos de retas e curvas e após, a quantidades dependentes entre si. Ainda, de acordo com Santos (2010) esse período da história conduziu à conceitos importantes em que, "Função é uma correspondência entre quantidades associadas e uma curva da Geometria" (SANTOS, 2010, p.25).

Os estudos desenvolvidos por Santos (2010) relatam também que no século XVIII João Bernoulli destacou função como uma equação, uma fórmula, na qual a variável é um símbolo, um elemento de linguagem. Também argumenta que em 1837, Dirichlet elaborou um conceito de função que não estava baseado na representação analítica, pois para ele função era uma correspondência entre duas variáveis, sendo uma dependente e outra independente. No entanto, neste caso o termo variável utilizado por Dirichlet não estava relacionado a grandezas físicas ou fenômenos naturais. Da mesma forma, afirma que com o desenvolvimento da Teoria dos Conjuntos, no século XX, o conceito de função se distanciou de suas origens e recebeu uma definição excessivamente formal, utilizada para denominar associações entre conjuntos numéricos ou não. Santos (2010) ainda ressalta que em 1939 o Grupo Bourbaki elaborou uma definição para função: função f é um conjunto de pares ordenados de elementos, sujeitos à condição de que, se (a, b) e (a, c) são elementos de f então $b=c$.

Nesse sentido, Stewart (2001 apud SCHÖNARDIE, 2011, p.48) também apresenta uma definição para função: "Uma função f é uma lei a qual para cada elemento x em um conjunto faz a corresponder exatamente um elemento chamado $f(x)$, em um conjunto B."

Nesta definição, também podemos observar a relação existente entre um conjunto de pares ordenados que conduza por fim ao conceito de função.

Zuffi e Pacca (2002 apud SANTOS, 2010, p. 28) afirmam que “[...] o conceito de função, em Matemática, localiza-se num patamar que vai além da compreensão dos fenômenos a que se aplica, pois pode generalizá-los e resolver vários problemas fora do mundo tangível, num mundo de abstrações muito próprias da Matemática.” Nesse sentido, estudar funções e suas possíveis representações vai muito além daquilo que observamos, podem ser utilizadas para descrever fenômenos que anteriormente não poderiam ser definidos com clareza e sem possibilidade de uma análise posterior.

Contiero e Gravina (2011) ressaltam que, o estudo de funções, na escola, geralmente é associado unicamente à classificação dos diferentes tipos de funções: função afim, função quadrática, funções trigonométricas, função exponencial e logarítmica. Isso demonstra as dificuldades de interpretação e contextualização apresentadas por muitos estudantes quando este mesmo conteúdo está inserido em situações do dia-a-dia. Por isso, os autores consideram ainda que:

> [...] o conceito de função deveria ser transversal no programa de matemática escolar, tal a sua importância na sistematização de diferentes conteúdos: retas da geometria analítica são gráficos de funções que modelam fenômenos em que a proporcionalidade se faz presente; progressões são funções de variável discreta e modelam crescimentos populacionais; construções geométricas são funções que tem como leis ‘procedimentos com régua e compasso’[...] (CONTIERO; GRAVINA, 2011, p.3).

Ao desenvolver esse projeto, com foco no último ano do Ensino Fundamental, enfatizamos a importância de abordar situações matemáticas desafiadoras pelas quais os estudantes puderam descobrir a função que modela o problema. A Função afim é, normalmente, a primeira situação matemática a ser apresentada aos estudantes em que ocorre a relação de dependência entre duas variáveis. Por isso, a necessidade de se utilizar uma metodologia que venha a contribuir na ressignificação do estudo das funções, o qual se inicia, nos currículos padrões, ainda no Ensino Fundamental, o que empiricamente podemos observar a partir da nossa prática docente.

Diante da necessidade de ressignificar o ensino de funções, surge como alternativa a utilização de softwares de Geometria Dinâmica que possibilitam ao estudante experimentar, criar estratégias, fazer conjecturas, argumentar e deduzir propriedades matemáticas. Esses recursos computacionais podem ser muito úteis no ensino das funções.

Entretanto, é preciso ressaltar que utilizar as tecnologias simplesmente para estar de acordo com as tendências atuais do campo educacional e usar os mesmos métodos de aprendizagem pode levar o ensino ao fracasso. Conforme relata Scherer (2015), essa preocupação já era alvo de estudo há muitos anos. Ainda conforme a autora, Seymour Papert fundamentado na teoria de Jean Piaget há trinta anos já dizia, que as práticas educacionais que vinham sendo desenvolvidas e que utilizavam as novas tecnologias faziam parte de um conjunto de velhos métodos instrucionistas com novas tecnologias.

Dessa forma, as atividades que abordaram o uso das tecnologias e o ensino de funções foram elaboradas e desenvolvidas com base nos ideais do Construcionismo proposto por Seymour Papert, criador do Logo Gráfico (MALTEMPI, 2004).

Maltempi (2004), explica que no ambiente do Logo Gráfico, o aprendiz interage com uma tartaruguinha, por meio do cursor na tela do computador, utilizando comandos simples relacionados à geometria. Ainda de acordo com o autor, "[...] o aprendiz assume uma postura ativa frente ao seu aprendizado e ao computador e vai, através do desenvolvimento de projetos pessoais, explorando novos conceitos e progredindo em seu próprio ritmo" (MALTEMPI, 2004, p.266).

Papert (2008) denominou de Construcionismo a abordagem pela qual o aprendiz constrói o seu conhecimento por meio do desenvolvimento de um produto. Nessa abordagem o computador é considerado um meio para a construção do conhecimento e para o desenvolvimento do aluno.

De acordo com a teoria do Construcionismo, Papert (2008) não defende a ideia de que, é necessário o aperfeiçoamento da instrução para que assim ocorra uma aprendizagem mais significativa. Porém, o autor enfatiza que o Construcionismo

> "[..] não põe em dúvida o valor da instrução como tal, pois isso seria uma tolice: mesmo a afirmativa (endossada, quando não originada, por Piaget) de que cada ato de ensino priva a criança de uma oportunidade para a descoberta, não é um imperativo categórico contra ensinar, mas um lembrete expresso em uma maneira paradoxal para manter o ensino sob controle." (PAPERT, 2008, p.134)

Na abordagem construcionista, Papert alerta que "[...] a meta é ensinar de forma a produzir a maior aprendizagem a partir do mínimo de ensino." (PAPERT, 2008, p.135).

Assim, não se elimina a instrução, se transforma o tempo de aprendizagem em espaços de descobertas e vivências, tendo o professor como mediador desse processo. Além disso, Papert (2008, p.134) também utiliza um provérbio africano, para melhor exemplificar sua teoria, que diz: “Se um homem tem fome, você pode dar-lhe um peixe, mas é melhor dar-lhe uma vara e ensiná-lo a pescar.” O autor demonstra com isso que o Construcionismo é formulado sobre a hipótese de que as crianças farão melhor descobrindo por si mesmas o conhecimento do qual necessitam, ou seja, farão descobertas mais valiosas e significativas ‘aprendendo a pescar’.

Maltempi (2004) alerta que educar consiste em dar condições para que os estudantes construam o conhecimento, porém não pode ficar restrito a isso. Por isso, segundo ele, no Construcionismo “[...] o aprendizado ocorre especialmente quando o aprendiz está engajado em construir um *produto* de significado pessoal (por exemplo, um poema, uma maquete ou um *website*), que possa ser mostrado a outras pessoas.” (MALTEMPI, 2005, p.3). O autor ainda complementa utilizando um dito popular, ‘que se aprende melhor fazendo’, para exemplificar que no Construcionismo aprende-se ainda melhor quando se gosta daquilo que se faz, pensa e conversa sobre tal.

Nesse sentido, com base nos estudos realizados com o ambiente Logo e nos ideias construcionistas desenvolvidos por Papert, foram estabelecidas cinco dimensões que formam a base desse pensamento e que são importantes de serem incorporadas na criação de ambientes propícios à aprendizagem.

Na primeira dimensão, denominada **Dimensão Pragmática**, o aprendiz percebe que está aprendendo algo que pode ser imediatamente utilizado e que realmente possui utilidade. Segundo Maltempi (2004), quando o aprendiz percebe que aquilo que está sendo proposto lhe é útil, automaticamente aprende novos conceitos. O domínio desses conceitos possibilitam uma sensação de praticidade e poder, incentivando cada vez mais a busca pelo conhecimento.

Na **Dimensão Sintônica** a aprendizagem está associada ao contexto cotidiano, considerando aquilo que é relevante ao aprendiz, através da escolha dos temas que irão perpassar os projetos a serem desenvolvidos. Dessa forma, de acordo com Maltempi (2004, p.267), “O computador, muitas vezes, viabiliza projetos que seriam impossíveis no ambiente real devido a limitações físicas de materiais e do meio”.

A **Dimensão Sintática**, terceira dentre as cinco, se refere ao aprendiz facilmente manipular os elementos que constituem o ambiente de aprendizagem e assim, progredir na exploração destes elementos conforme sua necessidade e desenvolvimento cognitivo. Segundo Rosa (2004, p. 60), "No caso de um *software,* a interface deve ser de fácil manipulação".

Na quarta dimensão que constitui a base do princípio construcionista, **Dimensão Semântica**, enfatiza a importância da manipulação de elementos que tenham significado e que façam sentido para o aprendiz. Rosa (2004) ressalta ainda que, além de dar significado ao que está sendo construído, é importante que o ambiente de aprendizagem possibilite a descoberta de novas hipóteses e não apenas formalismos e abstrações que não estabelecem relações com a realidade.

Na última dimensão, a **Dimensão Social**, há o envolvimento das relações pessoais e da cultura do ambiente no qual se encontra durante o desenvolvimento das propostas de aprendizagem, sendo que, o ideal é que estes ambientes utilizem materiais valorizados culturalmente. Com relação a utilização dos computadores, Maltempi (2004, p.268) afirma que "[...] a programação de computadores e o domínio da tecnologia em geral representam bons materiais a serem aproveitados, uma vez que são bem valorizados na sociedade atual".

Também com relação à exploração dos ambientes de aprendizagem e os princípios construcionistas, Scherer (2015, p.170) afirma ainda que "Na abordagem construcionista parte-se da ação mental do aluno sobre o objeto do conhecimento para, com ele, chegar à conceituação, e não o movimento contrário [...]". Neste caso, primeiramente o aluno manipula os recursos sugeridos, muitas vezes, pelo professor e constrói a ideia intuitiva do conteúdo a ser estudado. Além disso, o professor como mediador do processo educativo formaliza esses conceitos ou complementa aquilo que for necessário.

Papert (2008, p.137) faz uma ressalva importante sobre a relação de interdependência da construção mental com aquilo que acontece 'no mundo' do aluno:

> Assim, o construcionismo, minha reconstrução pessoal do construtivismo, apresenta como principal característica o fato de examinar mais de perto do que outros *ismos* educacionais a ideia da construção mental. Ele atribui especial importância ao papel das construções no mundo como um apoio para o que ocorre na cabeça, tornando-se assim uma concepção menos mentalista.

Nesse sentido, podemos propor um estudo das Funções pautado na construção mental do aluno por meio da experimentação e da descoberta, envolvendo métodos e materiais diferenciados. De forma particular, o software Geogebra pode se apresentar como um recurso para o estudo do comportamento das funções reais sob uma visão construcionista do ensino de matemática. Sob uma interface dinâmica, o software Geogebra envolve os sistemas algébrico e geométrico de representações, sendo uma das diversas opções de softwares matemáticos, nesta mesma perspectiva, e que estão disponíveis na rede gratuitamente. Segundo Basso e Gravina (2012, p.24), a tela de trabalho do software Geogebra "[...] disponibiliza, em linguagem clássica de geometria, recursos para construção de figuras a partir das propriedades que as definem." Ainda, conforme os autores, a construção de figuras é feita a partir da escolha de uma das diversas ferramentas disponibilizadas na interface do software, tais como: pontos, retas, círculos, retas paralelas, retas perpendiculares, transformações geométricas, entre outras opções.

Além disso, com o Geogebra conseguimos inserir equações e coordenadas diretamente, encontrar derivadas e integrais de funções, que se destinam a um ensino de diferentes tópicos matemáticos. Dentre os diferentes softwares disponíveis na rede, com o Geogebra podemos visualizar expressões algébricas e sua respectiva representação geométrica ao mesmo tempo, alterar parâmetros, porém sem modificar as propriedades estabelecidas no início da construção (BASSO; GRAVINA, 2012).

Contiero e Gravina (2011, p.3) afirmam que, por apresentar tais características o Geogebra é considerado um software de geometria dinâmica, pois "[...] tem o interessante recurso de 'estabilidade sob ação de movimento'[...]". Ainda, os autores justificam esta possibilidade dizendo que as figuras construídas, quando movimentadas, preservam as propriedades definidas no início da construção, ou seja, movendo os pontos que geram estas construções observamos apenas alterações no tamanho e na posição, sem deformações.

Com esse software os estudantes podem transformar uma construção geométrica, aparentemente simples, como por exemplo, a construção de um triângulo, em objetos geométricos que podem se tornar elementos de análise na construção do conceito de função e relação entre as variáveis envolvidas. Assim, Contiero e Gravina (2011, p.9) destacam que "[...] esta transformação dos objetos requer uma sutileza de olhar, requer o domínio de procedimentos geométricos e analíticos para identificar relações entre variáveis, e desta forma os alunos estão desenvolvendo habilidades e atitudes que são características do pensamento matemático – observar, conjeturar, relacionar, refinar suposições, desdobrar um problema em pequenos problemas".

Metodologia

Primeiramente, retomamos a questão que desejávamos solucionar ao longo desta pesquisa (Como a utilização do Software Educativo Geogebra pode contribuir no Ensino de Funções Afins a partir da exploração e criação de *applets*?), a fim de visualizar com mais nitidez a metodologia mais adequada, capaz de contemplar os aspectos verdadeiramente relevantes.

Nesse sentido, a metodologia utilizada foi a de pesquisa qualitativa, a qual possibilita coletar dados, analisar e avaliar a prática pedagógica com enfoque educativo dentro da perspectiva construcionista. Assim como Rosa (2004, p.103) ressalta em sua pesquisa, "[...] a maneira mais eficaz para solucionar a problemática apresentada foi analisar a interação do estudante em sala de aula [...]". O autor ainda destaca em seu capítulo metodológico os recursos utilizados nesta interação, e que nesse trabalho de forma particular, contemplou a análise e construção de figuras geométricas que conduziram ao conceito de função e dependência das variáveis.

Essa metodologia permitiu avaliar os dados produzidos sem a preocupação de quantificá-los, podendo estes, serem resultados favoráveis ou não aquilo que foi inicialmente proposto. Sob este mesmo ponto de vista Garnica (2001, p.8) também afirma a utilidade dessa metodologia:

> A pesquisa qualitativa, concordamos, é um meio fluido, vibrante, vivo e, portanto, impossível de prender-se por parâmetros fixos, similares à legislação, às normas, às ações formalmente pré-fixadas. Em abordagens qualitativas de pesquisa, não há modelos fixos, não há normatização absoluta, não há a segurança estática dos tratamentos numéricos, do suporte rigidamente exato. É investigação que interage e, interagindo, altera-se. É alteração que se aprofunda nas malhas do fazer e forma-se em-ação (GARNICA, 2001, p.8).

Diante das características da pesquisa qualitativa, ressaltamos a importância de selecionar e coletar amostras que posteriormente auxiliem no processo de análise e reflexão dos resultados. Por isso, Rosa (2004, p.104) afirma que "[...] as amostras de pesquisa qualitativa são em geral descritas com o uso de termos como o intencional [...]".

De acordo com o autor, isso significa que as amostras da pesquisa qualitativa são de ordem não probabilística, selecionadas a fim de aumentar as possibilidades de cobertura de uma série de assuntos, fenômenos, tipos de indivíduos entre outros aspectos, desde que sejam de interesse do pesquisador.

Nesta perspectiva da pesquisa qualitativa, realizamos dois encontros, sendo duas horas/aula em cada momento, com um grupo de três estudantes do nono ano do Ensino Fundamental, com faixa etária entre 14 e 15 anos, provenientes das comunidades rurais localizadas próximas à escola. A turma escolhida para a realização da pesquisa compõe uma classe multisseriada, formada por estudantes do 8º e 9º, porém a pesquisa se restringiu ao 9º ano devido ao conteúdo abordado na proposta de ensino. Diante do número pequeno de estudantes em cada turma, a participação constante das famílias e uma condição econômica favorável, os estudantes demonstram um bom desempenho nas avaliações externas, assim como, em sua maioria atendem as expectativas avaliativas propostas no decorrer dos processos de ensino e de aprendizagem.

A instituição de Ensino se localiza na zona rural do Município de Erechim e foi escolhida por ser a escola que a professora pesquisadora atua. A escola está inserida em uma comunidade de nível socioeconômico médio, sendo que muitas famílias trabalham na agricultura, pecuária e nas agroindústrias da agricultura familiar e a maioria dos estudantes auxiliam seus pais nos afazeres da propriedade. A turma em que a pesquisa foi desenvolvida também preserva na sua íntegra as principais características da escola.

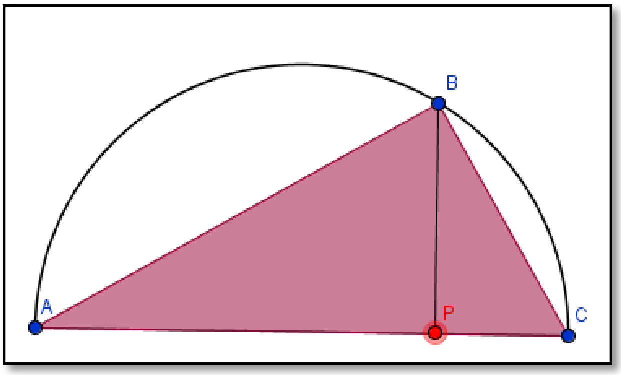
Nesta escola, assim como nas demais escolas de Ensino Fundamental do Município de Erechim, foi implantado o PROUCA (Programa Um Computador Por Aluno), pelo qual cada estudante dispõe de um netbook. Por isso, as atividades foram desenvolvidas no netbook, apesar da escola também dispor de um laboratório de informática.

Nesses encontros tínhamos como objetivo desenvolver atividades que possibilitassem encontrar respostas para o nosso questionamento inicial. Durante a aplicação da proposta didática, os estudantes desenvolveram atividades que posteriormente foram utilizadas na análise de dados da pesquisa qualitativa. Além disso, para que os detalhes fossem fielmente conservados em sua essência, os encontros foram registrados por meio de fotos e também gravações de áudio e vídeo, preservando a escola e a identidade dos estudantes envolvidos nessa pesquisa.

Diante dos princípios metodológicos estabelecidos pela pesquisa qualitativa e os ideais propostos pelo Construcionismo, desenvolvemos com os estudantes uma proposta para o ensino de funções, a fim de pesquisar e analisar suas contribuições no processo de aprendizagem.

No **primeiro encontro** a pesquisadora solicitou aos estudantes que explorassem livremente o arquivo do Geogebra, no qual estava representado um triângulo inscrito em um semicírculo (Figura 1):

Figura 1 – Triângulo inscrito em um semicírculo



Fonte: A Pesquisa

Após a exploração seguiram alguns questionamentos:

- Quais figuras estavam representadas nesta construção?
- Por que o triângulo se encontrava inscrito no semicírculo?
- Quais segmentos representavam os lados do triângulo? E qual representava a altura?
- Quais pontos da construção vocês puderam movimentar? E o que aconteceu?
- Em particular, o que aconteceu quando vocês movimentaram o ponto P (destacado em vermelho)?
- Observando o Protocolo de Construção do Geogebra, vocês puderam localizar as medidas da altura e da área do triângulo correspondentes. Nesse sentido, verificaram o que acontece com a área do triângulo quando estava sendo reduzida? E o que ocorreu no processo inverso?
- A partir das constatações realizadas até o momento, foi possível observar que havia uma relação de dependência entre a medida da altura do triângulo e a sua área? Por que isso acontecia?

- Como podemos aplicar o conceito de função diante da relação existente entre a altura do triângulo, ou seja, do segmento BP, e a área dessa figura?
- Foi possível estabelecer relações matemáticas a partir de duas variáveis? Quais são estas variáveis?

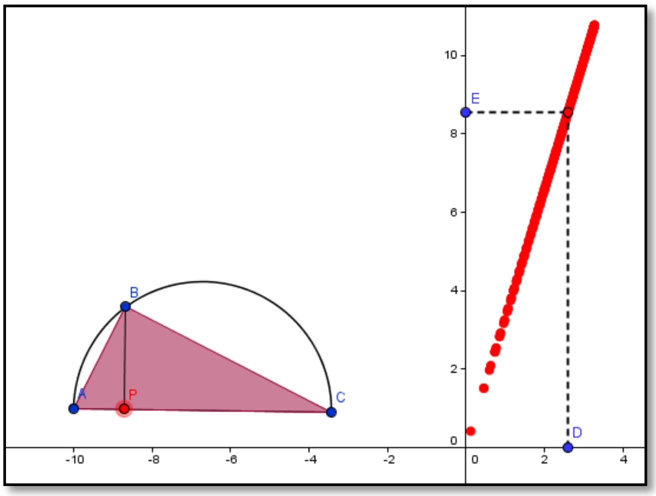
Com base nas conclusões apresentadas, a pesquisadora auxiliou os estudantes a entenderem que tínhamos nesta situação uma relação matemática que expressava uma função e que, especificamente na função afim que constituía nosso objeto de estudo, haviam duas variáveis envolvidas, as variáveis x e y, sendo y a variável que depende de x.

- Sabendo que a altura e área são as variáveis que representavam essa função, como poderíamos relacionar às variáveis da função afim (x e y)? Qual é a variável dependente? E a variável independente? Justificar a resposta.

Após os questionamentos iniciais esperávamos que os estudantes percebessem que só é possível determinar a área de um triângulo de forma genérica se atentarmos para o valor de sua altura e que o valor da área dependia desse valor (altura), sendo que a base não sofreria alteração em sua medida. Portanto, a variável x representando a altura era independente, já a variável y que representava a área era dependente.

Na sequência, a pesquisadora apresentou aos estudantes a segunda parte da construção também feita no Geogebra, na qual aparecia a representação gráfica, como mostra a Figura 2, na qual ocorre a relação de dependência entre as variáveis em estudo e como essa relação se dava no plano cartesiano.

Figura 2 – Gráfico da área em função da altura



Fonte: A Pesquisa

Os estudantes movimentaram o ponto P da construção inicial, verificando o que acontecia no gráfico (Figura 2) quando variava a altura e também a área do triângulo. Além disso, a pesquisadora indicou que os pontos D e E que estavam localizados sobre os eixos do plano cartesiano representavam as grandezas definidas anteriormente, *altura* e *área*. Porém, antes de concluir esse pensamento, foram propostos alguns questionamentos:

- O segmento que passava pelo ponto D, estava representando qual variável?
- O segmento que passava pelo ponto E, estava representando qual variável?
- O ponto de intersecção destes segmentos estava indicando _______________.
- Qual é o ponto que comandava os movimentos do gráfico?
- O gráfico construído representava __________________.
- A função representada pelo gráfico era uma função____________________________ ( ) crescente ou ( ) decrescente. Por quê?

Em seguida, a pesquisadora havia proposto a exploração da seguinte situação problema:

1- Luiz Fernando precisa preparar um terreno em sua propriedade para que possa servir de pastagem para o gado. No entanto, ele já definiu o comprimento do terreno que terá 150 metros. Porém, a largura será definida no momento da plantação. Sabendo que o terreno deverá ter um formato retangular, represente no software Geogebra essa figura e o gráfico que indica as grandezas envolvidas nesta função.

A construção foi mediada pelas seguintes perguntas:

- Qual a figura que precisamos representar no Geogebra?
- Quais os passos para a construção da figura, a fim de que ao final preserve as propriedades de uma figura retangular?
- Qual grandeza deverá ser fixa? E qual deve ser variável?
- Qual será a variável independente? E qual será a variável independente?
- Como será o gráfico representado por esta função?

Para formalizar o conceito de função, a pesquisadora sugeriu aos estudantes que construíssem um quadro (Quadro1), e registrassem as explicações no caderno:

Quadro 1: Relação de dados

Largura (x)	**Área (y)**
30 m	150.30= 4500
50 m	150.50= 7500
75 m	150.75= 11250
100 m	150.100= 15000
120 m	150.120= 18000

Fonte: A Pesquisa

Portanto, $y = 150.x$ é uma função.

A área y de pastagem é dada em função da largura x do terreno:

x → variável independente.

y → variável dependente de x.

Chama-se **função do 1º grau** ou **função afim** a expressão matemática definida por $y = \boldsymbol{a}x + \boldsymbol{b}$**,** na qual $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$ são números reais e diferentes de zero.

Ex: $y = 2x + 1$

$y = -x + 5$

No **segundo encontro**, a pesquisadora propôs ao grupo que desenvolvessem a seguinte tarefa:

Com base nas situações discutidas no primeiro encontro, criar uma situação problema de um contexto cotidiano e representar um gráfico que demonstre com o uso do controle deslizante (ferramenta disponível no Geogebra) uma função e as variáveis envolvidas nesta construção.

Nesse sentido, foi sugerido que os estudantes desenvolvessem a proposta em conjunto, primeiramente pesquisando um tema para ser explorado na situação problema e em seguida construindo um *applet* que demonstre o conceito de função presente em situações do dia-a-dia. A criação de *applets* caracteriza um dos princípios construcionistas, na qual o estudante cria um objeto para a sua própria aprendizagem, utilizando o computador para desenvolver o produto.

Investigação da Proposta Didática: Produção e Análise dos Dados

No primeiro encontro com os estudantes do nono ano do Ensino Fundamental, fizemos a exploração da Figura 1 no Software Geogebra. Apresentamos aos estudantes brevemente o software que seria utilizado em nossos encontros e o conteúdo a ser estudado, sem maiores detalhes, tendo em vista que um dos objetivos dos encontros era construir o conceito de Função. Todos relataram que não conheciam o programa e nenhum outro software de Geometria Dinâmica, assim como não sabiam o que era uma Função. Inicialmente cada estudante explorou a figura de forma individual e demonstraram insegurança até mesmo para movimentar a construção, por isso, foi necessário incentivá-los a explorar todas as possibilidades de movimento e a partir disso encaminhar os questionamentos.

Depois desta breve exploração, feita unicamente pelos estudantes, iniciamos alguns questionamentos, conforme foram apresentados na metodologia. Os estudantes conseguiram descrever a figura e utilizaram a expressão "meia circunferência" para denominar o semicírculo. Neste momento, interferi auxiliando o grupo a nomear corretamente a figura. Quando questionados sobre os lados do triângulo e em especial sobre a altura, todos demonstraram dificuldade:

Mediador: Quais os segmentos que representam os lados do triângulo?

Aluno 1: Estes aqui (indicava na tela sem nomeá-los).

Mediador: Ok! E como podemos nomeá-los matematicamente?

Aluno 2: Como traço, risco...

Aluno 3: Uma reta.

Este momento foi muito importante para refletirmos sobre alguns conceitos matemáticos que estavam "adormecidos". Relembramos a denominação de segmento, reta, semirreta e, assim, continuamos os questionamentos:

Mediador: Localizamos os lados do triângulo, mas precisamos identificar também a altura. Qual é o segmento que representa a altura?

Aluno 1: Acho que é este aqui (indicava na tela)...

Mediador: O segmento $\overline{BP}$*?*

Todos: Sim.

Mediador: Ok! Mas porque este segmento seria a altura?

Nenhum dos estudantes respondeu a pergunta, por isso dei exemplos práticos de como poderíamos definir a altura da sala onde estávamos trabalhando, por exemplo. Facilmente eles explicaram, o que auxiliou na retomada do conceito de perpendicularidade e ângulos. Prosseguimos nossa análise, agora munidos dos conceitos necessários:

Mediador: A altura, assim como os lados do triângulo, mantem alguma relação matemática com outro elemento da figura?

(ninguém respondeu)

Mediador: Podemos estabelecer uma relação entre a altura e a área, por exemplo?

Aluno 1: Acho que sim...

Mediador: Como?

Aluno 3: Quando a altura é maior a área também fica maior.

Mediador: O inverso também é válido?

Todos: Sim

Mediador: Então podemos dizer que há uma relação de dependência nesta construção?

Aluno 1: Sim...

Mediador: Expliquem porque isso acontece.

Aluno 3: Porque quando mexe a altura a área também muda e acho que assim uma depende da outra.

Percebemos que os estudantes conseguiram compreender que há uma relação de dependência estabelecida na construção, mas não sabiam como poderíamos conceituar esta relação. Por isso, introduzi o conceito de função, na qual uma grandeza é dada em função da outra. Relatamos brevemente alguns exemplos em que essa relação está presente, como nas compras do supermercado, no gasto mensal de uma família, no crescimento populacional, entre outros.

Na sequência, apresentamos o gráfico que demonstrava essa relação de dependência entre as grandezas envolvidas. A ideia inicial era apresentar a construção e pedir que o grupo explorasse o gráfico a partir dos questionamentos definidos na metodologia. Porém, percebemos que os estudantes não estavam compreendendo aquilo que estava sendo proposto, o que nos levou a construir o gráfico com eles e refletir cada passo da construção e porque estávamos fazendo tal representação. A construção do gráfico foi feita a partir da figura anterior. Primeiramente solicitamos que nomeassem as grandezas que demonstram a relação de dependência que são a altura e a área e pensassem numa maneira de colocá-las no plano cartesiano por meio de pontos. No entanto, todos os estudantes demonstraram dificuldade nesta etapa, como podemos constatar no diálogo a seguir:

Mediador: Então, queremos localizar no plano cartesiano um ponto que represente a largura e outro que represente a área. Como fazer isto?

(ninguém respondeu)

Mediador: Vamos lembrar....o que são coordenadas de um ponto?

Aluno 3: Números?

Mediador: Sim, mas estes números representam os valores dos eixos x e y.

Aluno 2: Sim, lembrei...vimos num ano.

Mediador: Isso mesmo.

Nesse momento, precisávamos ter clareza na definição da variável independente e da variável dependente, ou seja, qual das grandezas envolvidas na construção poderia ser classificada como dependente e como independente. Nesse sentido, orientamos os estudantes que a grandeza independente em uma função deve ser representada pela variável x e a grandeza que depende desta última deve ser indicada pela variável y.

Mediador: Então, a partir destas definições, se a variável x é independente, com qual das grandezas podemos relacioná-la?

Aluno 1: Acho que pode ser com a altura.

Mediador: Isso mesmo, e a variável y, que é dependente numa função, deve ser relacionada com quem?

Aluno 3: Então precisa ser com a área.

Mediador: Ok...muito bom.

Percebemos que os estudantes conseguiram conceituar inicialmente o que é uma grandeza independente e o que é uma grandeza dependente. Apesar disso, auxiliamos a localizar os pontos, a substituir a variável x pela "Altura" e a variável y pela "Área", nomeadas anteriormente. Os estudantes, sem auxílio do mediador, conseguiram concluir que, se desejamos que um ponto permaneça sobre o eixo x, o valor da coordenada y precisa ser zero e vice-versa. Por isso, concluímos a localização dos pontos com facilidade, porém, os estudantes não compreendiam como poderíamos relacionar os dois pontos, de forma que esta relação pudesse representar um gráfico. Auxiliamos os estudantes a traçar as retas perpendiculares e identificar o ponto de intersecção. Pedimos que ativassem a opção “Rastro” do ponto de intersecção para verificar o que acontece com a movimentação desse ponto.

Mediador: O que indica a movimentação do ponto de intersecção?

Aluno 3: Um traço?

Mediador: Matematicamente, como nomeamos este “traço”?

Aluno 1: Sim, uma reta.

Constatamos que os estudantes compreenderam a definição de função, a relação de dependência entre as grandezas, porém ainda demonstram dificuldade ao utilizar nomenclaturas específicas da geometria e sentem-se pouco seguros em expressar suas conclusões.

Apesar de termos ocupado dois períodos para realizar este momento inicial, acreditamos que foi uma discussão muito proveitosa e indispensável para darmos continuidade ao desenvolvimento da proposta. Por isso, as demais atividades que estavam programadas para este primeiro momento, acabaram sendo desenvolvidas no segundo encontro.

No segundo encontro, iniciamos os trabalhos com uma situação problema, descrita na metodologia. Nesse sentido, fizemos algumas perguntas a fim de mediar a construção:

Mediador: O que precisamos representar no Geogebra?

Aluno 2: Um retângulo.

Mediador: Mas o que é um retângulo?

Aluno 2: Tem quatro lados, quatro ângulos iguais...

Mediador: Lados iguais?

Aluno 1: Não, os lados opostos são iguais.

Mediador: Ok! Representem essa figura no software.

Inicialmente todos os estudantes pensaram em iniciar a construção pelos quatro pontos que posteriormente seriam os vértices do retângulo e em seguida utilizavam a opção “segmento” ou “reta” para unir estes pontos. Um deles utilizou os eixos do plano cartesiano com a intensão de que os ângulos permanecessem iguais a 90º. Neste momento, o Aluno 2 apagou sua construção e usou a expressão *“perde os lados”* para dizer que o retângulo não obedecia as propriedades definidas inicialmente, ou seja, sofria deformações.

Então, pedimos que pensassem numa outra forma de construir o retângulo, de forma que não se deformasse, conservando as propriedades necessárias.

Os estudantes estavam buscando uma ferramenta que automaticamente construísse a figura que desejavam, por isso, relembrei que não haveria nenhuma opção no programa que apresentasse essa figura pronta.

Mesmo com as dicas, foi necessário mostrar ao grupo como construir duas retas perpendiculares e que estas poderiam ser o ponto de partida para o restante da construção. Então, a partir disso um dos estudantes concluiu que agora era preciso fazer outros dois segmentos para completar o retângulo. Apesar disso, novamente eles esqueceram que estes também deveriam ser segmentos que conservassem as propriedades iniciais. Depois de algumas tentativas, todos conseguiram concluir a construção do retângulo.

Mediador: Observando a figura construída, quais as grandezas que nos interessam?

Aluno 3: Área?

Aluno 1: Também a altura.

Mediador: Vocês estão certos, porém agora não estamos utilizando a altura, vejam no problema e na construção.

Aluno 2: É a largura agora.

Mediador: Isso aí! E tem alguma grandeza que é fixa?

Aluno 3: Sim, o comprimento que é 150 metros.

Mediador: Muito bem, então façam movimentos de forma que não altere o comprimento.

Aluno 2: Não dá.

Mediador: Vocês podem usar a opção "Fixar objeto" que então esse ponto que indica o comprimento não mexe.

Mediador: Além disso, quais grandezas que vocês precisam nomear para em seguida construir o gráfico?

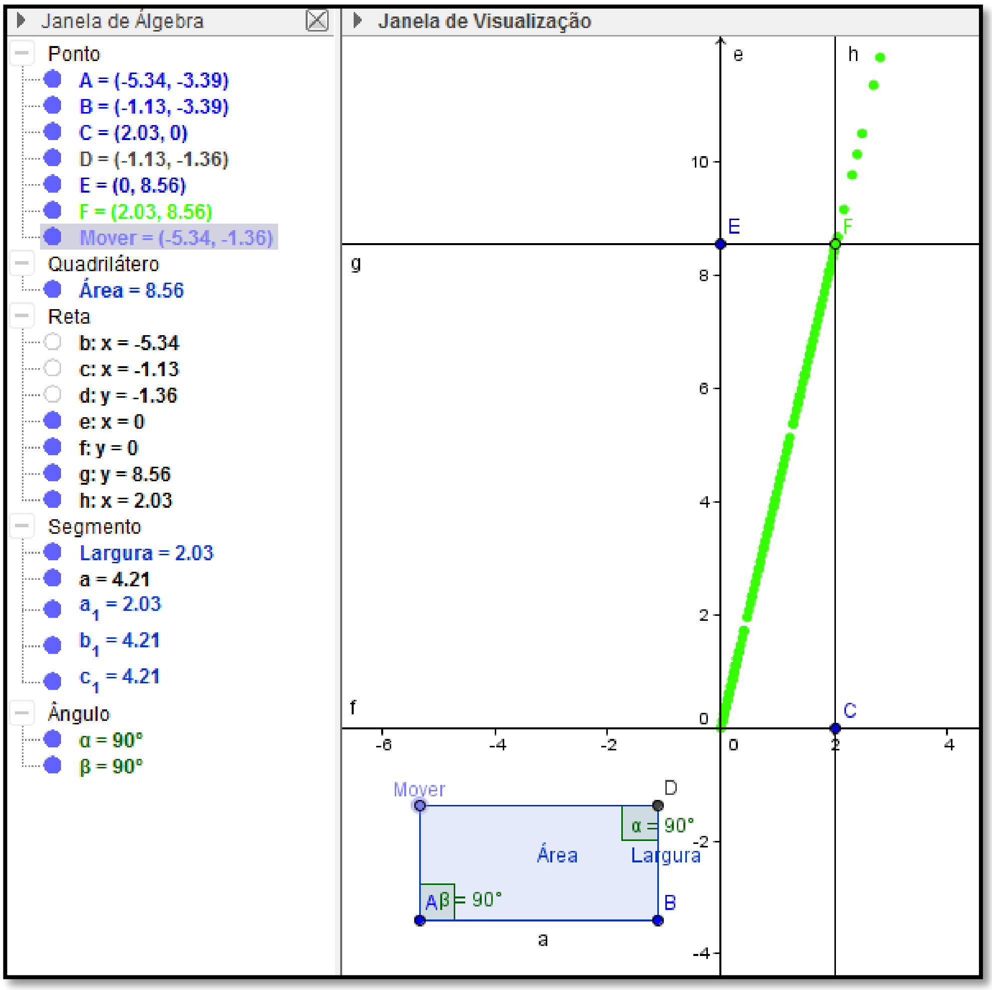
Aluno 3: Área e comprimento?

Aluno 1: não é o comprimento, é a largura.

A partir destas constatações, os estudantes construíram o gráfico que relacionava as duas grandezas mencionadas acima, de maneira semelhante à construção do outro gráfico realizada no primeiro encontro. Porém, desta vez os estudantes estavam mais inteirados com o funcionamento do software e também conheciam os procedimentos para a construção do gráfico. Foram necessárias pequenas intervenções, principalmente nas coordenadas dos pares ordenados, pois um dos estudantes havia nomeado as grandezas de forma errada o que refletiu no desenho do gráfico. Apesar disso, os estudantes compreenderam a representação e conseguiram estabelecer as conexões necessárias.

Um aspecto interessante que podemos observar na Figura 3, que representa a construção feita por um dos estudantes, é a marcação ângulo na construção do quadrilátero, tendo em vista que, as características do retângulo precisavam ser preservadas, independente do movimento realizado. Mais uma vez percebemos que houve a compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos e que os estudantes buscaram formas de comprovar suas representações, utilizando recursos que o software disponibiliza.

Figura 3 – Gráfico da área do terreno em função da largura



Fonte: Aluno 3

Após concluir a construção, os estudantes fizeram um breve registro no caderno, construíram a tabela de valores relacionando as duas variáveis envolvidas e em seguida, formalizamos o conceito de função e sua representação algébrica, conforme foi indicado na metodologia. Ainda neste encontro, apresentamos ao grupo a última proposta de trabalho, que consistia na elaboração de uma situação problema, envolvendo um tema do cotidiano e na criação de um *applet* que representasse essa situação no Geogebra. Os estudantes fizeram a pesquisa e o levantamento de dados em casa e nos horários de intervalo das atividades da escola, utilizando materiais disponíveis em livros didáticos e na internet.

As situações problema foram apresentadas somente no terceiro encontro, pois os dois encontros previstos inicialmente não foram suficientes para a conclusão das atividades. Nesse sentido, os estudantes apresentaram duas situações que poderíamos aplicar o conceito de função:

1- *Um casaco de couro custa R$ 30,00. Ao comprar um número de casacos, a quantia y que um comerciante paga depende do número x de casacos que ele compra. Quanto ele gastará se comprar 50 casacos? E 120 casacos?*
2- *José comprou tijolos com formato de retângulo com 50 cm de comprimento para construir sua parede que tem 40 m². Quantos tijolos ele deverá usar para fazer sua parede?*

Percebemos que as duas situações poderiam ser representadas através de funções matemáticas. Assim, os estudantes facilmente identificaram as grandezas envolvidas no problema 1, porém não sabiam como poderíamos representar no plano essa relação. Utilizamos como ponto de partida as construções feitas na aula anterior e as grandezas já identificadas. Assim, relatamos oralmente como seria tal representação, a medida que os estudantes sugeriram utilizar a figura do retângulo como base para esta construção. Após refletir sobre a primeira situação problema conduzi o grupo a pensar na segunda situação problema, que aparentemente havia sido criada por eles, ao contrário da situação 1, que parecia copiada de um material pesquisado. Dessa forma, iniciamos uma discussão muito interessante sobre a situação 2 :

Mediador: E na segunda situação problema, também temos grandezas envolvidas?

Aluno 1: Sim, a área da parede e a medida do tijolo.

Mediador: Ok! A área já é dada no problema e as medidas do tijolo?

Aluno 3: Sim.

Mediador: Muito bem. Imaginem que vocês queiram construir esta parede, como fariam para saber a quantidade de tijolos necessários?

Aluno 1: Precisa calcular a área de cada tijolo?

Aluno 2: Eu também acho, mas não dá pra saber a área assim...

Mediador: E então, que informações precisamos?

Aluno 1: A medida que falta do tijolo?

Mediador: Sim, e qual é?

Aluno 2: A altura?

Mediador: Isso mesmo. E então, o problema contem todas as informações necessárias? Leiam o problema novamente e vejam se está faltando alguma coisa.

Assim, os estudantes perceberam que estava faltando a medida da altura do tijolo, pois sem ela não seria possível calcular a área. Reformulando o problema, o resultado foi o seguinte:

Situação 2 (reformulada): José comprou tijolos com formato de retângulo com 50cm de comprimento e 25cm de altura para construir sua parede que tem 40 m². Quantos tijolos ele deverá usar para fazer sua parede?

Mediador: Para resolver o problema, o que precisamos fazer?

Aluno 3: Achar a área do tijolo?

Mediador: Sim, e quanto dá?

Aluno 3: (faz o cálculo e logo responde) 1250cm².

Mediador: As unidades de medida correspondem?

Aluno 3: Não, porque a parede é dada em metros. (faz o cálculo de transformação). Tem que ser 0,125m².

Mediador: Ok! Seu resultado está muito correto. Mas ainda pergunto: sabendo a área que cada tijolo vai ocupar na parede, me digam quantos tijolos vamos precisar?

Aluno 1: Tem que dividir.

Mediador: Então tentem encontrar a quantidade.

Aluno 3: 320?

Mediador: Ótimo, está bem certo.

Diante da discussão gerada pela segunda situação problema, optamos por representá-la no Geogebra e fazer o gráfico desta função. Entretanto, antes de fazer a representação gráfica, pedimos aos estudantes que mostrem qual é a expressão algébrica que representa essa situação matemática.

Mediador: Quais são as grandezas envolvidas nesta situação?

Aluno 3: A área da casa e a quantidade de tijolos.

Mediador: Lembrem-se que as variáveis envolvidas não são fixas. Por isso, a área pode ser uma dessas variáveis?

Aluno 1: Não, então acho que deve ser a quantidade de tijolos e o comprimento.

Mediador: somente com o comprimento você consegue determinar a quantidade?

Aluno 1: Não, precisa do comprimento e a altura.

Mediador: Então, essas duas medidas constituem...

Aluno 1: A área do tijolo.

Mediador: Isso mesmo. Agora sabemos quem são as duas grandezas envolvidas: área do tijolo e quantidade. Mas continuo meu questionamento: quem seria a variável independente e a variável dependente?

Aluno 3: Acho que a quantidade depende do tamanho do tijolo.

Mediador: Certo! Então me digam como fica a expressão matemática que relaciona isto.

Aluno 1: É $y = \frac{40}{0,125}$.

Mediador: E a variável x*?*

Aluno 3: A tá...então fica $y = 40.x$.

Mediador: Mas foi esta operação que vocês haviam feito para calcular a ? Uma multiplicação.

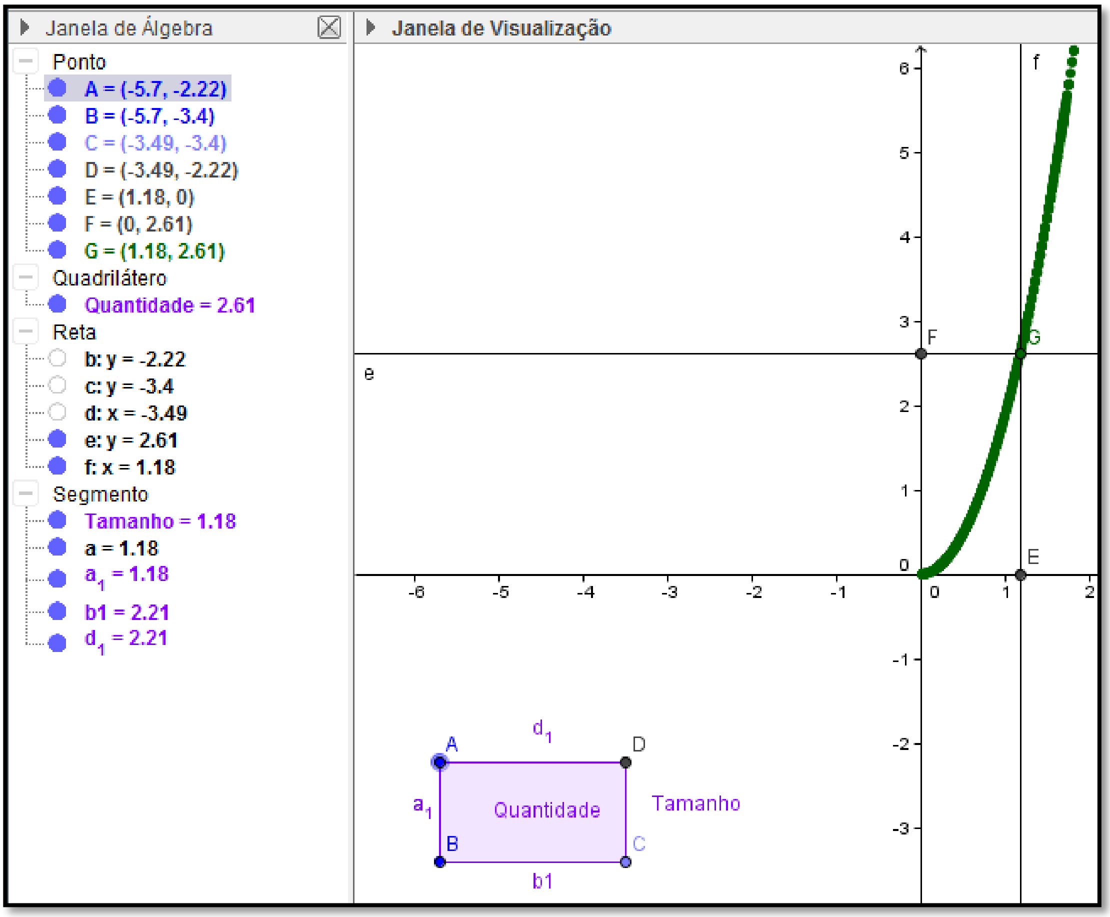
Aluno 3: Mas pode ser uma divisão? Se pode, acho que fica $y = \frac{40}{x}$.

Mediador: Claro que é possível, o que vocês fizeram está bem correto.

O próximo passo seria construir um *applet* no Geogebra, porém os estudantes não conseguiam compreender como representar esse problema a partir de uma figura geométrica. Por isso, pedimos que observassem as construções anteriores e utilizassem como base o retângulo para indicar as grandezas envolvidas no problema.

Nesse sentido, o grupo optou por representar o tamanho do tijolo a partir da largura do retângulo e a quantidade sendo a área do retângulo. Em seguida, construíram o gráfico (Figura 4) da situação problema, conforme observamos a seguir:

Figura 4 – Gráfico da Quantidade em função do tamanho do tijolo



Fonte: Grupo

Ao final da construção os estudantes concluíram facilmente que quanto maior o tamanho do tijolo, maior será a parede a ser construída. No entanto, pedimos que analisassem a situação problema novamente:

Mediador: Olhando para a construção no Geogebra, temos a área da parede fixa?

Aluno 1: Sim.

Mediador: Será? Pensem comigo: se o tijolo escolhido para construir a mesma parede tivesse o dobro da área deste que utilizamos no problema, a quantidade seria a mesma?

Aluno 3: Não, acho que precisaria da metade.

Mediador: Pois é...então precisamos rever nossa conclusão. A figura representada não considera a relação existente entre a quantidade e o tamanho do tijolo, considerando a construção da mesma parede.

Aluno 2: Então nossa construção tá errada?

Mediador: Não totalmente, porque ela não considera a parede a ser construída e por isso não está errada. Poderíamos renomear a construção como "Gráfico da área da parede em função do tamanho dos tijolos", considerando uma parede fixa. Mas se desejássemos representar fielmente o problema precisaríamos rever a construção.

Esse impasse foi muito interessante, pois essa possibilidade de termos grandezas inversamente proporcionais ainda não havia surgido. Ou seja, quanto maior o tijolo a ser utilizado na construção da parede, menor será a quantidade necessária. Enquanto a variável que representa o tamanho do tijolo aumenta, a outra variável que indica a quantidade a ser utilizada diminui. Assim, explicamos aos estudantes como definimos isso matematicamente, mas que a relação entre estas grandezas continuam caracterizando uma função, pois conservam a relação de dependência.

Aluno 1: Porque esse gráfico não é igual aos outros? Parece uma curva...

Mediador: Por favor, movimentem a construção. O que acontece com a construção quando vocês movimentam os pontos A e B do retângulo?

Aluno 3: Ele muda de tamanho.

Mediador: Certo! Comparando com as outras construções, existe alguma diferença?

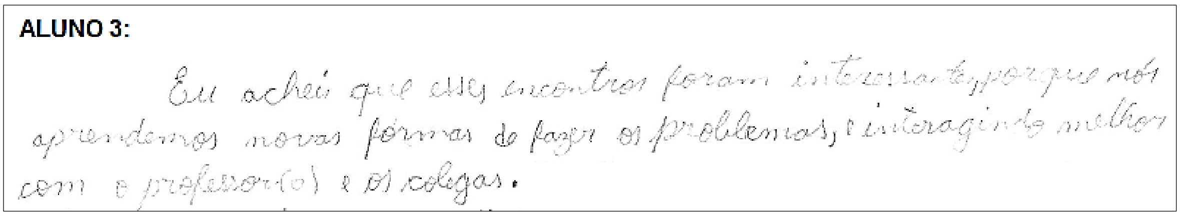
Aluno 1: Sim, nas outras a gente aumenta só um lado, tipo a largura e agora aumentam os dois lados.

Mediador: As duas grandezas envolvidas aumentam e o retângulo se movimenta livremente, o que não acontecia nas construções anteriores. Porém, essas grandezas não aumentam uniformemente produzindo um crescimento linear, por isso forma uma curva e não uma reta. Apesar de não produzir a reta esperada de um função do 1º grau, não deixa de ser uma função, pois o gráfico representa a relação de dependência entre as variáveis envolvidas, o que já caracteriza uma função.

O estudo deste problema desencadeou muitas dúvidas e curiosidades, que poderão ser o ponto de partida para estudos posteriores. Situações como esta desafiam os estudantes a buscar novos caminhos para a resolução dos problemas. Diante disso, Borba e Penteado (2007) ressaltam que muitos professores procuram caminhar numa zona de conforto, em que todas as situações são conhecidas e controláveis. Os autores ainda destacam que a mudança da prática docente diante do uso das novas tecnologias caracteriza o avanço para uma zona de risco, o que exige uma avaliação constante das ações propostas. A partir dessa situação foram feitas observações fundamentais para chegar ao conceito desejado, apesar de não terem sido previstas no planejamento inicial, o que torna o planejamento flexível e acessível às necessidades dos estudantes.

Por fim, pedimos ao grupo de estudantes que relatassem brevemente pontos positivos e negativos dos encontros realizados e se estes foram válidos para a sua aprendizagem. Vejamos alguns relatos:

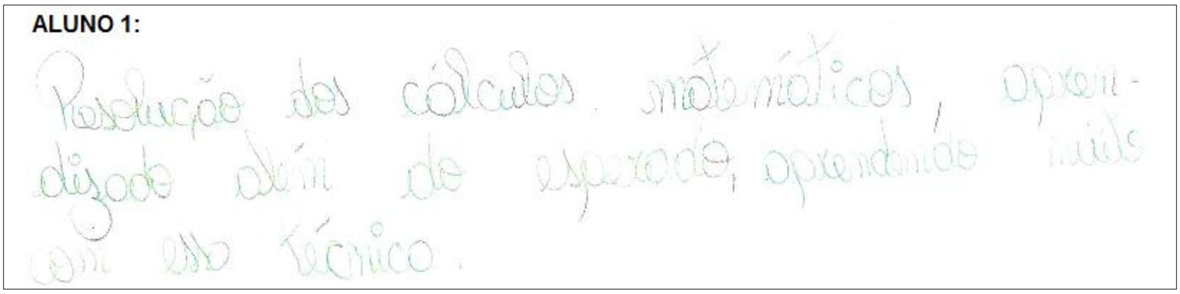
Figura 5 – Avaliação da experiência


ALUNO 3:

Eu achei que esses encontros foram interessante, porque nós aprendemos novas formas de fazer os problemas, e interagindo melhor com o professor(a) e os colegas.

Fonte: Aluno 3

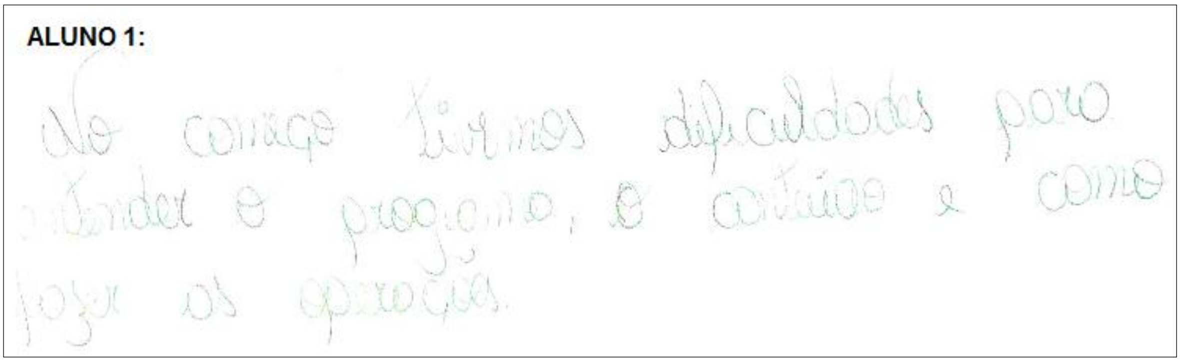
Figura 6 – Avaliação da experiência


ALUNO 1:

Resolução dos cálculos matemáticos, aprendizado além do esperado, aprendendo muito com esse técnico.

Fonte: Aluno 1

Figura 7 – Avaliação da experiência


ALUNO 1:

No começo tivemos dificuldades para entender o programa, o conteúdo e como fazer as operações.

Fonte: Aluno 1

Considerações Finais

Durante o desenvolvimento desta pesquisa buscamos aspectos teóricos e metodológicos que amparassem nossa visão como educadores, a fim de qualificar a prática pedagógica. Nesse sentido, cabe relembrar a questão que norteou nossa pesquisa: **Como a utilização do Software Educativo Geogebra pode contribuir no Ensino de Funções Afins a partir da exploração e criação de *applets*?**. Buscamos responder a esta questão a medida que consideramos a importância do estudo das funções no contexto escolar, propondo a exploração de ambientes de aprendizagem que auxiliaram na construção desses conceitos.

A experiência didática foi desenvolvida a partir dos princípios do Construcionismo, propostos por Papert (2008). Esses princípios consideram que o computador é um meio para a construção do conhecimento e consequentemente colabora para o desenvolvimento do aluno. Por isso, a partir da exploração proposta no ambiente de aprendizagem, que era o Geogebra, podemos identificar a presença das cinco dimensões que compõem o pensamento construcionista.

Na primeira dimensão, chamada **Dimensão Pragmática**, o aluno conseguiu perceber a praticidade e a utilidade dos conceitos abordados, como parte integrante da realidade e aplicados em diferentes situações. A associação do conteúdo de funções com o contexto do aluno e a possibilidade de criar situações problema conforme a necessidade do grupo foram contempladas na **Dimensão Sintônica** da teoria construcionista. Ao considerar a **Dimensão Sintática**, o aluno pôde manipular com facilidade o objeto de aprendizagem e avançou no processo conforme sua própria necessidade. Por isso, o software Geogebra, com interface dinâmica e simples possibilitou que os alunos o manipulassem livremente, evoluindo gradativamente na exploração das ferramentas do programa. Além disso, durante a construção do *applet* os estudantes conseguiram aplicar as propriedades que já haviam sido estudadas, na situação problema escolhida pelo grupo e conforme as necessidades que iriam surgindo. Conforme relatado pelos próprios alunos, a interação com o software proporcionou novas formas de resolver os problemas e possibilitou um aprendizado além do esperado. A manipulação deste recurso foi o fio condutor para a construção do conceito de função e foi muito significativo para o grupo, conforme propõe a **Dimensão Semântica**. A proposta também contemplou a última dimensão, que é a **Dimensão Social**, a medida que os problemas desenvolvidos no ambiente de aprendizagem envolveram aspectos da cultura local. Além disso, os recursos tecnológicos, presentes na rotina de grande parte dos estudantes e indispensáveis à sociedade, auxiliaram significativamente na construção dos conceitos desejados.

O software Geogebra, como ambiente de aprendizagem dinâmico e interativo, possibilitou uma abordagem potencializada do conteúdo de Funções, em específico da Função Afim. Dessa forma, o trabalho com o Geogebra propôs uma visão construtiva desses conceitos por meio da Geometria Dinâmica, na qual envolvemos diversos elementos geométricos, sujeitos a movimentos e posicionamentos variados. Ao finalizar a pesquisa, concluímos que os principais objetivos foram atingidos e a utilização do software foi essencial, possibilitando aos estudantes, no desenvolvimento das atividades, a produção do conhecimento matemático, envolvendo outras funções, em diferentes contextos.

Referências Bibliográficas

BASSO, M. V.A.; GRAVINA, M. A. Mídias Digitais na Educação Matemática. In: GRAVINA, M. A. et al (Org). **Matemática, Mídias Digitais e Didática: tripé para a formação do professor de Matemática**. Porto Alegre: Evangraf, 2012. p. 11-35.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

CONTIERO, L. O.; GRAVINA, M. **A. Modelagem com o GeoGebra: uma possibilidade para a educação interdisciplinar?** Disponível em: http://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/21917/12717>. Acesso em: 17 fev. 2015.

GARNICA, A. V. M. Pesquisa qualitativa e Educação (Matemática): de regulações, regulamentos, tempos e depoimentos. **Mimesis**, Bauru, SP, v. 22, n. 1, p. 35- 48, 2001. Disponível em: <file:///C:/Users/user/Desktop/Artigos%20TCC/Pesquisa%20qualitativa.pdf>. Acesso em: 05 jun. 2015.

MALTEMPI, M.V. Novas Tecnologias e Construção de Conhecimento: Reflexões e Perspectivas. In: V CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (CIBEM), 2005, Porto, Portugal, 17 a 22 de julho, 2005. p. 1-11. Disponível em: < http://www.rc.unesp.br/igce/demac/maltempi/Publicacao/Maltempi-cibem.pdf>. Acesso em: 05 jun 2015.

MALTEMPI, M.V. Construcionismo: pano de fundo para pesquisas em informática aplicada à Educação Matemática. In: BICUDO, M.A.V.; BORBA, M.C. (Org). **Educação matemática**: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004. p. 264-282.

OLIVEIRA, C.E. et al. **Investigação e construção de conceitos geométricos possibilitadas pelo Geogebra**. Salvador, 2010. Disponível em: http://www.gente.eti.br/lematec/CDS/ENEM10/artigos/MC/T15_MC1983.pdf. Acesso em: 08 jul. 2015.

PAPERT, S. Instrucionismo *versus* construcinismo. In: PAPERT, S. **A máquina das crianças:** repensando a escola na era da informática. Tradução Sandra Costa. ed. rev. Porto Alegre: Artmed, 2008, p. 133-148.

ROSA, M. ***Role Playing Game* Eletrônico:** uma tecnologia lúdica para aprender e ensinar matemática. 2004. 170 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro(SP), 2004.

SALIN, E. B. **Matemática Dinâmica:** uma abordagem para o ensino de funções afim e quadrática a partir de situações geométricas. Porto Alegre, 2014. Disponível em: <http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/108425/000948600.pdf?sequence=1>. Acesso em: 31 jul. 2015.

SANTOS, D. **Gráficos e animações:** uma estratégia lúdica para o ensino-aprendizagem de funções. Porto Alegre, 2010. Disponível em:< http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/29993>. Acesso em: 23 set. 2014.

SCHERER, S. Integração de Laptops Educacionais às Aulas de Matemática: perspectivas em uma abordagem construcionista. In: ROSA, M.; BAIRRAL, M.A.; AMARAL, R.B. (Org). **Educação matemática, tecnologias digitais e educação a distância:** pesquisas contemporâneas. São Paulo: Livraria da Física, 2015. p. 163-186.