



CALCULANDO ALTURAS INACESSÍVEIS COM O USO DO GEOGEBRA

Daniele Klein – danieletdsul@hotmail.com – Pólo Três Passos

Evandro Manica – evandro.manica@ufrgs.br – Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Resumo: Este trabalho de conclusão de curso tem por finalidade trazer um embasamento teórico sobre o uso das mídias digitais no ensino da Matemática e as suas potencialidades como ferramenta de ensino. Também traz uma proposta de ensino de trigonometria, através da problemática “Calculando alturas inacessíveis”, com o uso do Software GeoGebra para a construção deste conceito. Em seguida há uma descrição e reflexão sobre a atividade realizada com uma turma de 2º ano do Ensino Médio da Escola Estadual de Educação Básica Tiradentes.

Palavras-chave: Matemática, Trigonometria, Geogebra

Introdução

Este trabalho se refere a conclusão do curso de especialização em Mídias na Educação Matemática, ele aborda um referencial teórico sobre o uso das mídias para o ensino da Matemática na educação básica.

Entre os estudos e pesquisas realizadas durante o curso de especialização e as práticas pedagógicas realizados no decorrer do processo, pude perceber que ao falarmos em educação escolar estamos automaticamente nos envolvendo com um assunto sério e de grande responsabilidade por parte de todos os profissionais que promovem e facilitam o processo de ensino aprendizagem. Nunca foi tão complexo e desafiante trabalhar neste campo onde se constituem pessoas que futuramente serão transformadoras da sociedade.

É importante que os professores estejam em contínuo processo de formação profissional, principalmente quando se trata das metodologias de ensino, nas quais será feita a transposição didática. Cada geração de alunos possui uma forma de aprender e de interagir

com o mundo que os rodeia, nos exigindo novos métodos para que consigam compreender conteúdos historicamente construídos.

Uma proposta de ensino que envolva um *software* como o GeoGebra, descrita neste artigo, requer planejamento prévio e um roteiro de atividades ou momentos a serem desenvolvidos durante as aulas. Primeiramente se faz o levantamento de uma problemática relacionada com a realidade dos alunos, onde os mesmos se sintam motivados para aprender. Em seguida são coletados dados a partir do espaço real, para uma posterior explanação gráfica no programa GeoGebra, utilizando os elementos geométricos necessários, a partir das ferramentas disponíveis. Após são feitas intervenções interativas com o que construíram para construir o conceito de seno, cosseno e tangente.

Após a atividade realizada é possível fazer uma reflexão da mesma, pois é através das experiências de sala de aula e leituras realizadas e reflexões que fazemos, que nos constituímos como professores.

1. O uso das mídias digitais como ferramenta de ensino nas aulas de Matemática

Ensinar Matemática nunca foi tão dinâmico como em tempos atuais. Novos estudos e teorias mostram que o uso das mídias digitais surgiram como ferramenta de apoio para o professor criar situações de aprendizagem, capazes de desenvolver o pensamento matemático e construir conceitos importantes.

O papel fundamental da educação no desenvolvimento das pessoas e das sociedades amplia-se ainda mais no despertar do novo milênio e aponta para a necessidade de se construir uma escola voltada para a formação de cidadãos. Vivemos numa era marcada pela competição e pela excelência, onde progressos científicos e avanços tecnológicos definem exigências novas para os jovens que ingressarão no mundo do trabalho. (PCNs, 1998, p.5).

A citação acima nos traz uma visão geral do papel da educação em nosso país. A escola é um espaço e instituição que deve ser reinventada e repensada na questão de sua metodologia e espaços físicos. Os laboratórios de informática são imprescindíveis em tempos atuais dentro do espaço escolar. Eles podem ser considerados uma sala de aula que deve ser usada por todas as áreas do conhecimento e em especial pela área da Matemática.

Segundo os Referenciais Curriculares do Estado do Rio Grande do Sul: “Para uma educação de qualidade é necessário levar às escolas a tecnologia da informação” (p.6). E também traz que:

Não adianta instalar laboratórios de informática nas escolas se, nas salas de aula, o ensino continuar a ser desenvolvido apenas com quadro negro, giz e livro didático. E o laboratório for um espaço utilizado uma ou duas vezes por semana para aprender informática ou bater papo na internet, em geral com o atendimento de um professor específico, enquanto os professores do currículo continuam a não utilizar *softwares* educacionais. (p.7)

Gravina, 2012, em seu livro: Matemática, Mídias Digitais e Didática: tripé para formação do professor de Matemática, faz uma análise de como era o processo da troca de informações no século passado, antes da era digital, e como está agora com a crescente evolução da tecnologia: a distância não mais impede a comunicação entre as pessoas, uso de email, telefones, rádio, televisão entre outros.

Neste mesmo sentido Medeiros (ano, p. 52) afirma que:

Juntamente com o desenvolvimento do homem, houve o desenvolvimento da tecnologia, que hoje está por toda parte. Com estes avanços houve a invenção dos computadores, aparelhos multimídias capazes de incorporar e combinar todas as formas de mídias (textos, imagens, animação, som).

Gravina, 2012 também faz uma retrospectiva de como era a educação Matemática e faz um paralelo de como deve ser agora, evidenciando o uso de softwares, programas matemáticos, os quais chamados pelos autores de “ferramentasparapensamento”, como uma nova linguagem para os processos de construção do pensamento matemático e construção de conceitos.

E hoje, através das mídias digitais, temos à nossa disposição versáteis sistemas de armazenamento e circulação de informação, de simulação e modelagem, o que estaria sinalizando, segundo os mesmos autores, nossa entrada na *cultura virtual*. (GRAVINA, 2012, P.13)

Acredito que aulas com utilização de computadores e outros objetos digitais contribuem para a construção de conhecimentos e conceitos, e acrescento que elas devem

ser bem planejadas e orientadas pelo professor, sendo que ele deve ter um conhecimento da realidade de seus alunos, pois o aluno muitas vezes precisa de certos conhecimentos prévios para utilizar um determinado programa ou *software*, de forma que não se torne somente uma interação sem sentido.

Medeiros (2012, p. 54) concorda com Gravina dizendo que o uso de ambientes informatizados modificam a forma de ensinar Matemática tanto como as suas estratégias, por isso o conhecimento profissional do professor também deve ser modificado, deve buscar cursos de aperfeiçoamento nesta área. Ainda Medeiros diz que:

É preciso considerar qual é o objetivo da atividade que se quer realizar e saber se ela pode ser desenvolvida com maior qualidade pelo uso, por exemplo, de um *software* específico. Não significa que o professor deve abandonar as outras mídias, mas ele precisa refletir sobre a sua adequação. (p. 54)

Gravina também discute a questão da importância das conexões de pensamento para a compreensão de conceitos importantes na matemática, defende a ideia de que o uso de softwares possibilita os “ experimentos de pensamento” (p.13) onde o aluno irá interagir com as imagens e textos, possibilitando “a exteriorização, a diversificação e a ampliação de pensamento”(p.13). Isso quer dizer que ele poderá manipular os objetos, como por exemplo em um triângulo retângulo, onde poderá rotacionar, transladar, refletir, aumentar e diminuir os lados. Estas possibilidades permitem visualizar as imagens de diferentes modos, porém não perdendo as suas características.

Ainda Gravina diz que:

Hoje, a variedade de recursos que temos à nossa disposição permite o avanço na discussão que trata de inserir a escola na cultura do virtual. A tecnologia digital coloca à nossa disposição ferramentas interativas que incorporam sistemas dinâmicos de representação na forma de objetos concreto-abstratos. São concretos porque existem na tela do computador e podem ser manipulados e são abstratos porque respondem às nossas elaborações e construções mentais.

Esta citação afirma que, para muitos dos conteúdos, que antes precisávamos de materiais concretos para ensiná-los, hoje podemos utilizar os softwares que representam e simulam este material concreto, sendo possível movimentá-los e ao mesmo tempo desenvolver o pensamento abstrato. O aluno interage com o objeto e ao mesmo tempo pensa

em como movimentá-lo, de tal forma que precise usar seu raciocínio para definir a posição que deseja que o objeto esteja localizado.

Correa (2014, p.14) explica que: “Temos o *software* como um facilitador, que, através de sua interface e ferramentas, pode auxiliar em possíveis relações de conceitos matemáticos”. Isso quer dizer que através das interações que o aluno faz com as ferramentas do objeto educacional, ele vai descobrindo as relações existentes entre os elementos observados, pois utiliza as representações: numérica, simbólica e gráfica.

Medeiros (2012) explica que os softwares que possuem ambiente de geometria dinâmica são caracterizados por possuir visor gráfico onde os alunos podem desenhar objetos geométricos utilizando elementos da geometria primitiva, tais como, ponto, reta, segmento, reta perpendicular, polígono, e outros, a partir de uma característica pré definida. Assim, estas construções podem ser movimentadas sem que percam a característica desejada.

Tanto a Matemática como outras áreas, segundo Bicudo (2010, p.9) para ensinar “são necessárias três coisas: em primeiro lugar, conhecer as próprias disciplinas; em segundo, interessar-se pelos problemas pedagógicos; e, em terceiro, adequar os processos pedagógicos à capacidade de aprendizagem dos estudantes”.

Esta citação quer dizer que o professor além de ter conhecimento de sua disciplina deve aprimorar as suas metodologias de acordo com as necessidades dos alunos. Não podendo esquecer que utilizar meios da sua realidade como: computadores, celulares, vídeos e multimídia traz um encantamento, pela disciplina e pelas aulas. Os alunos sentem-se incluídos no processo de aprendizagem pois, percebem que o professor está aliado aos aparatos modernos presentes no cotidiano desses jovens.

As novas tecnologias de comunicação (TICs), sobretudo a televisão e o computador, movimentaram a educação e provocaram novas mediações entre a abordagem do professor, a compreensão do aluno e o conteúdo veiculado. A imagem, o som e o movimento oferecem informações mais realistas em relação ao que está sendo ensinado. Quando bem utilizadas provocam a alteração dos comportamentos de professores e alunos, levando-os ao melhor conhecimento e maior aprofundamento do conteúdo estudado. (MEDEIROS 2012, p,53 apud KENSKI, 2007, p.45)

A citação acima nos traz que o uso das mídias em educação surgem como uma nova possibilidade de se fazer educação escolar. Elas proporcionam situações de aprendizagens diferentes das tradicionais, são mais dinâmicas e interativas, propiciando ao aluno ser o agente na construção dos conceitos trabalhados, além de aprimorar o seu cognitivo. Com o uso delas os alunos estarão mais envolvidos nas atividades propostas.

Segundo Medeiros apud Gravina (2012, p.53): “O suporte dos ambientes informatizados à pesquisa em Matemática favorece a exploração, a elaboração de conjecturas e o refinamento destas, e a gradativa construção de uma teoria Matemática.”

Isso quer dizer que o aluno, ao trabalhar com *softwares*, pode experimentar diferentes modos de pensar e associar o que sabe com o que está interagindo, elaborar hipóteses baseado no que consegue observar, para uma posterior construção e formalização de um novo conceito.

Segundo Sousa (2011):

Desse modo, é de se esperar que a escola, tenha que “se reinventar”, se desejar sobreviver como instituição educacional. É essencial que o professor se aproprie de gama de saberes advindos com a presença das tecnologias digitais da informação e da comunicação para que estes possam ser sistematizadas em sua prática pedagógica. A aplicação e mediação que o docente faz em sua prática pedagógica do computador e das ferramentas multimídia em sala de aula, depende, em parte, de como ele entende esse processo de transformação e de como ele se sente em relação a isso, se ele vê todo esse processo como algo benéfico, que pode ser favorável ao seu trabalho, ou se ele se sente ameaçado e acuado por essas mudanças.(p.20)

A citação acima afirma que o professor deve estar bem preparado para propor situações de aprendizagens com o uso das tecnologias. Deve conhecer e entender a sua forma de funcionamento para poder unir o funcionamento dos softwares com construção do conhecimento e propiciar o entendimento de conceitos.

Ele também diz que:

Acrescenta-se que as teorias e práticas associadas à informática na educação vêm repercutindo em nível mundial, justamente porque as ferramentas e mídias digitais oferecem à didática, objetos, espaços e instrumentos capazes de renovar as situações de interação, expressão, criação, comunicação, informação, e

colaboração, tornando-a muito diferente daquela tradicionalmente fundamentada na escrita e nos meios impressos. (SOUSA, 2011, p.22)

Ele quer dizer que através do uso das mídias, em especial do computador, propicia novas possibilidades didáticas, o aluno ao trabalhar com ele pode desenvolver uma atividade em um *software* indicado, navegar na internet se surgir alguma dúvida, pode comunicar-se com outros colegas sem precisamente usar a fala e pode seguir um roteiro de atividades, postada pelo professor, caso tenha algum blog. Então são inúmeras as possibilidades de interação com o uso desta ferramenta.

Ainda sobre Correa (2014, p.16 apud Valente, 1993, p. 40):

Hoje, nós vivemos num mundo dominado pela informação e por processos que ocorrem de maneira muito rápida e imperceptível. Os fatos e alguns processos que ocorrem específicos que a escola ensina rapidamente se tornam obsoletos e inúteis. Portanto, ao invés de memorizar informações, os estudantes devem ser ensinados a buscar e a usar a informação. Estas mudanças podem ser introduzidas com a presença do computador que deve propiciar as condições para os estudantes exercitarem a capacidade de procurar e selecionar informação, resolver problemas e aprender independente.

Interessante ressaltar que esta citação defende a ideia de que o aluno precisa de autonomia para buscar informações e aprender, que ele chegue a suas conclusões através de um roteiro pré-determinado pelo professor.

Souto (2015) diz que a escola ainda encontra uma resistência no uso das tecnologias:

Sendo assim, a escola muitas vezes tem dificuldade para entrar em harmonia com os alunos, os quais, imersos na metamorfose cultural da sociedade utilizam as diferentes formas de expressão do pensamento e, conseqüentemente, de produção do conhecimento que surge com as tecnologias digitais, em particular com a internet. (p.7)

Este autor diz que a escola precisa urgentemente ser reinventada, ainda há muitas instituições que usam do ensino tradicional como metodologia de ensino. A forma de esquematizar e enxergar graficamente as formas geométricas e analíticas podem ser substituídas por *softwares* que permitem o movimento destas formas.

Ainda Souto nos fala que:

Na escola, os professores reconhecem que o modelo dito tradicional de educação já não funciona. No entanto, sentem-se inseguros, preocupados, angustiados e muitas vezes tem receio de tomar qualquer iniciativa em busca de mudanças. Isso porque qualquer atitude nessa direção pressupõe o enfrentamento de tensões, de riscos. Afinal, mudar requer, no mínimo, uma reconstrução que demanda ousadia, criatividade, coragem e, mais, exige romper com práticas muitas vezes já enraizadas. (p.8)

Segundo Sousa (2011):

A escola, para fazer cumprir sua responsabilidade social de educar e formar os novos cidadãos precisa contar com professores que estejam dispostos a captar, a entender e a utilizar as novas linguagens dos meios de informação e comunicação a serviço de sua prática pedagógica que deve ser compreendida como uma forma específica de práxis, portanto, prática social que envolve teoria e prática, própria da prática educativa. Como afirmou Freire (1991, p. 109) “praticar implica programar e avaliar a prática. E a prática de programar que se alonga na de avaliar a prática, é uma prática teórica”.(p.26)

Assim entende-se que a escola possui a responsabilidade de trabalhar com as novas formas de comunicação e expressão, o aluno como cidadão tem o direito de aprender e utilizar os aparatos tecnológicos do mundo atual.

O vídeo também é uma ferramenta muito interessante para se trabalhar em sala de aula segundo Sousa (2011, p.30):

O vídeo é sensorial, visual, linguagem falada, linguagem musical e escrita. Linguagens que interagem superpostas, interligadas, somadas, não separadas. Daí a sua força. Somos atingidos por todos os sentidos e de todas as maneiras. O vídeo nos seduz, informa, entretém, projeta em outras realidades (no imaginário), em outros tempos e espaços (SOUSA apud MORAN, 1995, p. 27)

Existem vários vídeos disponíveis no *Youtube*, videoteca da TV escola e outros *sites* onde o professor pode estar usando-os para introduzir, fixar ou complementar um conteúdo. O vídeo abre as portas da sala de aula para construção do conhecimento a partir de imagens

e sons. Os adolescentes se identificam muito com esta tecnologia por ser altamente motivacional.

O vídeo não é considerado interativo no sentido do aluno interagir com hipertextos, porém possui natureza sequencial e pode ser usado para motivar a expressão e a comunicação.

2 Aprendendo trigonometria com o uso do GeoGebra

O conteúdo abordado nesta prática de ensino se trata das razões trigonométricas no triângulo retângulo: seno, cosseno e tangente. Escolhi este pelo fato de ser um dos pré requisitos para o estudo das funções trigonométricas e, como os nossos alunos do ensino médio são oriundos de diferentes escolas de ensino fundamental, nem todos possuem o conhecimento das razões trigonométricas.

Nos PCNs do Ensino Médio a trigonometria aparece como unidade temática “utilizar e interpretar modelos para resolução de situações-problema que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis, e para construir modelos que correspondem a fenômenos periódicos.” (p.123)

Também escolhi este conteúdo por poder unir em um mesmo estudo a resolução de problemas, a atividade prática e as mídias digitais. Esta situação didática possui como ponto de partida a questão da altura de um objeto onde é inacessível a sua medição. É um problema que parte da realidade dos alunos e por isso os instiga a resolvê-lo.

Outro fato importante é a construção do material concreto, o teodolito, para a medição do ângulo da situação em questão. E para completar a atividade será utilizado o software GeoGebra a fim de construir o conceito das razões trigonométricas.

O recurso digital utilizado é o programa GeoGebra. Escolhi este por ser dinâmico e ser uma ferramenta de pensamento capaz de possibilitar a interação de modificar o tamanho do triângulo retângulo, sem alterar o ângulo, podendo assim o aluno verificar que o valor das razões trigonométricas seno, cosseno e tangente estão em função do ângulo. Sendo que em anos anteriores, quando não conhecia o GeoGebra, este estudo era feito através de um desenho no caderno de três triângulos retângulos porém, demandava tempo e os alunos tinham que usar régua e transferidor. Hoje com o uso do *software* GeoGebra, tornou a atividade mais dinâmica e interessante pois, o próprio programa possui as ferramentas que permite fazer reta perpendicular, segmento, ângulo fixo e polígono.

Medeiros (2012, p. 59) diz que: “O GeoGebra combina a Álgebra e a Geometria com mesmo grau de importância, pois disponibiliza simultaneamente janelas para trabalhar nestas duas áreas.”

Segundo Gravina (2012, p.24) para trabalhar com geometria e seus elementos existe o software *GeoGebra*. Onde a sua tela de trabalho disponibiliza recursos para construção de figuras a partir das propriedades que as definem, como no triângulo retângulo, por exemplo, necessita-se de retas perpendiculares. O processo de construção é feito mediante escolhas que são disponibilizadas nos diferentes *menus*, como: pontos, retas, círculos, retas paralelas, retas perpendiculares e transformações geométricas, por exemplo. Mediante movimentos, a figura permanece com suas características impostas.

2.1 Proposta de trabalho desenvolvida

TEMA

Medindo alturas inacessíveis a partir do GeoGebra

OBJETIVOS

Desenvolver uma situação de aprendizagem prática para que os alunos possam:

- Interpretar, levantar hipóteses e resolver problemas;
- Relacionar e aplicar conteúdos escolares em eventos da sua realidade;
- Utilizar o GeoGebra como ferramenta para entender elementos da geometria;
- Utilizar o conhecimento sobre razões trigonométricas para resolver uma situação real.

JUSTIFICATIVA

Considerando que fomos desafiados a elaborar uma proposta de ensino, que envolva o uso de uma mídia digital, propus uma atividade que contemple a resolução de problemas, que é uma metodologia que deve estar presente na proposta de ensino da Matemática, e o uso da mídia para que os alunos possam compreender os conceitos estudados.

A proposta de uma atividade prática, que envolve medição de um dado objeto, posterior uso do software complementado pela verificação dos cálculos à mão, sugere que a atividade seja envolvente porque faz uso de diferentes recursos, colocando os alunos no centro do processo de aprendizagem.

Além disto, os conteúdos foram propostos de forma que o aluno consiga perceber que há aplicabilidade em alguma situação problema, conseguindo desta forma, dar sentido ao que está fazendo e conseguindo relacionar com um leque de outros assuntos que estão relacionados ao tema.

PÚBLICO ALVO

2º ano do Ensino Médio

METODOLOGIA

A metodologia utilizada será a Resolução de Problemas e o uso das mídias digitais: o GeoGebra, onde será abordada uma situação da realidade dos alunos. Para desenvolver a presente atividade, no entanto, utilizamos dados fictícios.

MATERIAIS UTILIZADOS

Os materiais utilizados serão o computador, caderno, calculadora, transferidor, barbante, fita adesiva, fita métrica.

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO

A avaliação se dará no decorrer da aplicação das atividades, será observado o envolvimento na atividade prática (medições de comprimento e ângulo), a construção feita no GeoGebra e a resolução do problema.

DESENVOLVIMENTO

Momento 1: Considerando que os alunos vem do ensino fundamental com conhecimentos básicos sobre as razões trigonométricas, propor uma situação problema em que se possa calcular a altura de um objeto (poste, árvore, escola, torre, algo que faça parte

da realidade dos alunos, que esteja na escola e possa ser problematizado) utilizando as razões trigonométricas.

Momento 2: Levar os alunos até o local do objeto e fazer os seguintes questionamentos:

- a) **Vocês conseguem visualizar mentalmente um triângulo retângulo formado pela altura do objeto e distância entre um ponto fixo e o pé do objeto?**

Pedir para que os alunos expliquem como, onde “enxergam” o triângulo retângulo. Utilizar fita adesiva ou giz para ressaltar o ângulo formado entre o solo e o pé do objeto a ser medido (poste, árvore, caixa d’água)

- b) **Considerando que o ângulo de referência se encontra no ponto fixo, onde se localiza o cateto oposto, cateto adjacente e a hipotenusa?**

Possível resposta: altura (cateto oposto), distância entre o ponto fixo e o pé do objeto (cateto adjacente), distância entre o ponto fixo e o topo do objeto (hipotenusa).

Momento 3: Usando um medidor de ângulos, como mostra a figura, fabricado pelos próprios alunos, medir o ângulo de referência e usando a fita métrica, medir a distância entre o ponto fixo e o pé do objeto.

Figura 1: Ferramenta para medir ângulo

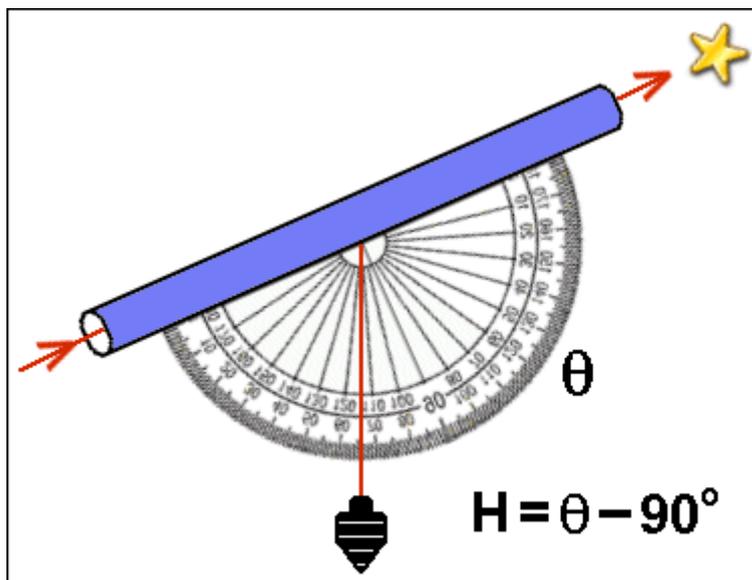
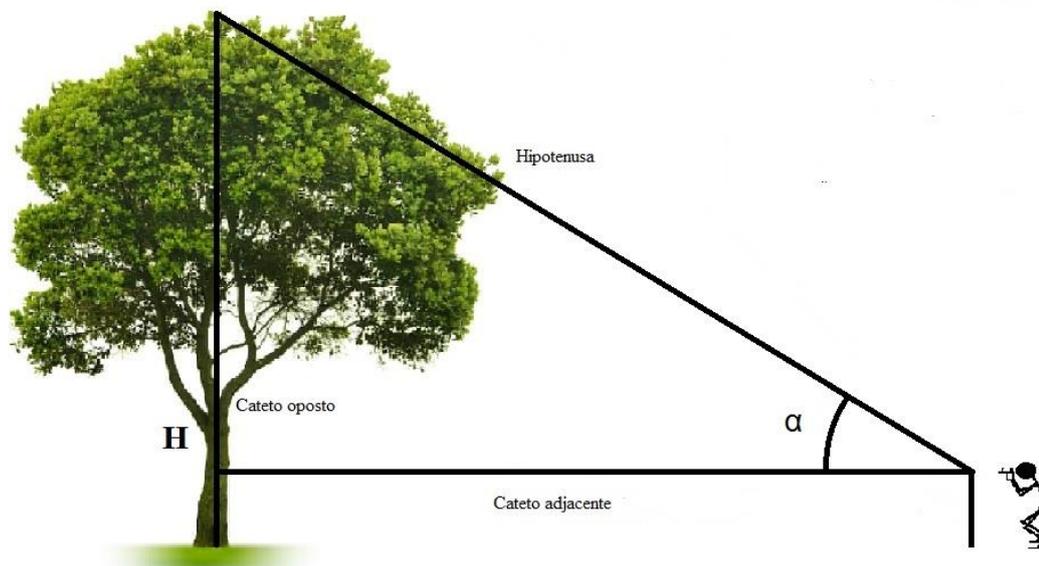


Figura 2: Como obter as medidas



Momento 4: Ir à sala de informática, pedir para que abram a página do meu blog “Se ligue na Matemática” onde diz “Calculando alturas inacessíveis” e fazer o desenho do triângulo retângulo no *software* Geogebra seguindo os seguintes passos:

1. Faça o ponto A sobre o plano;
2. Faça o ponto B sobre o plano;
3. Faça um segmento AB
4. Faça uma reta perpendicular ao segmento AB passando pelo ponto B;
5. Faça um ângulo com amplitude fixa (com abertura de acordo com a medição na atividade prática) no vértice A;
6. Faça uma reta saindo de A e passando por B’;
7. Faça um ponto de interseção C entre a reta perpendicular e o segmento AB’;
8. Faça um triângulo ABC;
9. Em distância, no ícone ângulo, coloque o comprimento dos três lados do triângulo.

Pedir para que respondam os seguintes questionamentos:

- 1) Mova o ponto B e calculem três vezes a razão entre cateto oposto e cateto adjacente e escreva o que acontece com esta razão.

- 2) A razão anterior é chamada de tangente, escreva uma fórmula para calcular seno de um ângulo qualquer.

Possível resposta: $tg \alpha = \frac{\textit{cateto_oposto}}{\textit{cateto_adjacente}}$

- 3) Mova o ponto B e calculem três vezes a razão entre cateto oposto e hipotenusa e escreva o que acontece com esta razão.
- 4) A razão anterior é chamada de seno, escreva uma fórmula para calcular cosseno de um ângulo qualquer.

Possível resposta: $sen \alpha = \frac{\textit{cateto_oposto}}{\textit{hipotenusa}}$

- 5) Mova o ponto B e calculem três vezes a razão entre cateto adjacente e hipotenusa e escreva o que acontece com esta razão.
- 6) A razão anterior é chamada de cosseno, escreva uma fórmula para calcular tangente de um ângulo qualquer.

Possível resposta: $cos \alpha = \frac{\textit{cateto_adjacente}}{\textit{hipotenusa}}$

- 7) Quem depende de quem, seno depende do ângulo ou o ângulo depende do seno?

Possível resposta: O valor depende do ângulo

Concluir que as razões seno, cosseno e tangente são funções que dependem do ângulo de abertura.

- 8) Agora utilizando uma das três fórmulas calcule a altura do objeto escolhido, não esquecendo de adicionar a altura do pé ao olho.

Momento 5: Desafiar os alunos a calcular o valor da altura do poste, não esquecendo que no final devemos somar o comprimento do cateto oposto com a altura da pessoa.

Momento 6: Socialização da atividade

Para $\alpha=30^\circ$ cateto adjacente= 9m

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$$

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{x}{9}$$

$$0,57 = \frac{x}{9}$$

$$0,57 \cdot 9 = x$$

$$x = 5,13$$

Resposta: Altura do poste= 5,13 + altura da pessoa

Momento 7: Problemas sobre trigonometria 2º ano Ensino Médio Politécnico

1. Do ponto O situado no chão avista-se o topo de um prédio sob um ângulo de 60° . Calcule a altura do prédio sabendo que a distância que o separa do ponto O é de 22m.

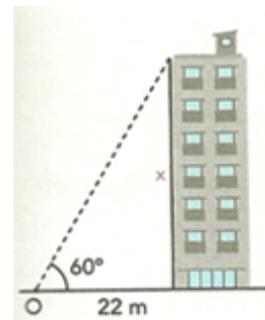
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$$

$$\operatorname{tg} 60^\circ = \frac{x}{22}$$

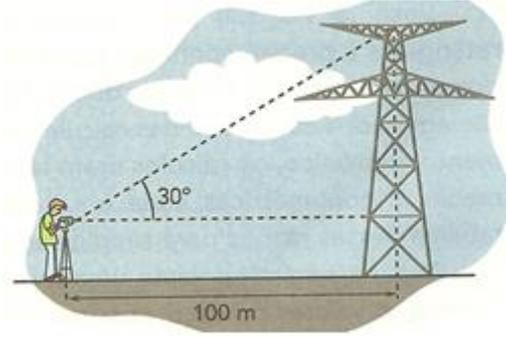
$$1,7320 = \frac{x}{22}$$

$$1,7320 \cdot 22 = x$$

$$x = 38,10$$



2. Para determinar a altura de uma torre, um topógrafo colocou o teodolito (aparelho de medir ângulos) a 100m da base e obteve um ângulo de 30° , conforme a figura. Sabendo que a luneta do teodolito estava a 1,70m do solo, qual era aproximadamente a altura da torre?



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\text{catetooposto}}{\text{catetoadjacente}}$$

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{x}{100}$$

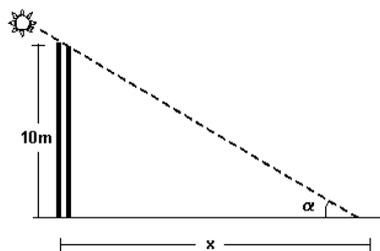
$$0,5773 = \frac{x}{100}$$

$$0,5773 \cdot 100 = x$$

$$x = 57,73$$

$$57,73 + 1,70 = 59,43$$

3. Diante do desenho representada abaixo, calcular o comprimento da sombra x do poste, sabendo que o $\operatorname{sen} \alpha = 0,6$ e que o poste tem 10m de altura.



Como $\operatorname{sen} \alpha = 0,6$ então $\alpha = 36,87^\circ$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\text{catetooposto}}{\text{catetoadjacente}}$$

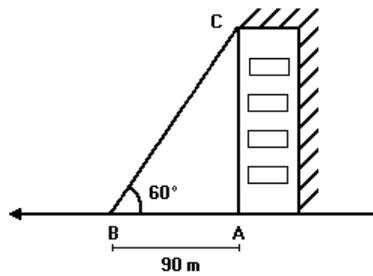
$$\operatorname{tg} 36,87^\circ = \frac{10}{x}$$

$$0,8057 = \frac{10}{x}$$

$$x = \frac{10}{0,8057}$$

$$x = 12,41$$

4. Calcule a altura do prédio da figura abaixo:



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$$

$$\operatorname{tg} 60^\circ = \frac{x}{90}$$

$$\operatorname{tg} 1,7320 = \frac{x}{90}$$

$$1,7320 \cdot 90 = x$$

$$x = 155,88$$

5. Uma escada de 4 m de comprimento esta encostada a uma parede. O ângulo que ela forma com o chão mede 30° . Calcule a distância que vai do pé da escada a parede.

R:

$$\cos \alpha = \frac{\text{cateto _ adjacente}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{x}{4}$$

$$0,8660 = \frac{x}{4}$$

$$0,8660 \cdot 4 = x$$

$$x = 3,46$$

6. Uma pessoa de 1,50 m de altura, situada a 100 m de uma torre, avista o topo da torre sobre um ângulo de 60° . Calcule a altura da torre. R:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\text{catetooposto}}{\text{catetoadjacente}}$$

$$\operatorname{tg} 60^\circ = \frac{x}{100}$$

$$1,7320 = \frac{x}{100}$$

$$1,7320 \cdot 100 = x$$

$$x = 173,20$$

$$173,20 + 1,50 = 174,70$$

7. Do alto de um farol, cuja altura é de 35 m, avista-se um navio sob o ângulo de depressão de 60° . A que distancia (aproximadamente) do farol se acha o navio?
24,5m

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\text{catetooposto}}{\text{catetoadjacente}}$$

$$\operatorname{tg} 60^\circ = \frac{x}{35}$$

$$1,7320 = \frac{x}{35}$$

$$1,7320 \cdot 35 = x$$

$$x = 60,62$$

8. Invente um problema sobre as razões trigonométricas (seno), escreva-o e resolva-o.

REFERÊNCIAS

Figura 1: <http://physika.info/physika/index.php/improteo.html>

Figura 2: <http://www.paulotrentin.com.br/electronica/medindo-altura-de-objetos-com-trigonometria-e-arduino/>

2.2 O contexto em que a experiência foi realizada

A atividade foi realizada com uma turma de 23 alunos do 2º ano, turma 203, do Enisno Médio da Escola Estadual de Educação Básica Tiradentes no município de Tiradentes do sul – RS. A escola possui um total de aproximadamente 380 alunos sendo que destes aproximadamente 180 são do ensino médio.

A turma que participou da atividade é composta por uma maioria de alunos provenientes do interior do município. A maioria deles são dedicados e dão grande importância aos conteúdos escolares. Questionam as suas dúvidas e participam da construção dos conceitos. Esta turma é muito compreensiva e gosta de ser desafiada para novas atividades, sendo que não teve problema em relação aos combinados da atividade prática e computacional.

O laboratório de informática possui 15 computadores em funcionamento, todos com o sistema operacional *Windows* e com o programa GeoGebra instalado. A internet é via rádio porém, é um pouco lenta para abrir *sites* mais pesados de carregar.

2.3 Descrição e análise da experiência

A atividade foi realizada durante o período previsto, quatro aulas, e mais uma aula para a realização dos problemas, nos dias 17/06 (2 aulas) e 19/06 (2 aulas) e 24/06 (1 aula). Primeiramente apresentei a proposta da atividade para os alunos, explicando que seria utilizada para escrever o meu Trabalho de Conclusão de Curso de pós graduação que estava cursando. Os alunos concordaram em realizar a mesma.

Com projetor multimídia, mostrei a proposta da atividade para a turma, a qual está publicada no meu blog “Se ligue na Matemática”, para situá-los sobre o que estaríamos realizando nas próximas aulas, os objetivos, justificativa, metodologia e materiais que iríamos utilizar.

Fabricamos o teodolito (medidor de ângulos) caseiro com barbante, pegamos a fita métrica e máquina fotográfica da escola e em seguida saímos para fora da escola, em direção à praça central da cidade, que fica ao lado da escola. Chegando lá pedi que observassem objetos mais altos, com mais de dois metros de altura, e estimassem estas alturas. Pedi para que formassem grupos de três para realizar a atividade.

Fiz o primeiro questionamento sobre a altura do objeto: Vocês conseguem visualizar mentalmente um triângulo retângulo formado pela altura do objeto e distância entre um ponto fixo e o pé do objeto? Os alunos não tiveram dificuldade em responder esta questão, logo conseguiram definir o triângulo retângulo.

No segundo questionamento sobre o ângulo de referência se encontrar no ponto fixo, onde se localizaria o cateto oposto, cateto adjacente e a hipotenusa, os alunos tiveram mais dificuldade em responder, apenas alguns que tiveram a introdução deste conteúdo no nono ano conseguiram dizer onde se localizava os catetos e a hipotenusa.

Após esclarecer os elementos do triângulo retângulo, pedi então que fizessem as medições necessárias (ângulo, cateto adjacente e altura da pessoa até o olho). Como só tínhamos um teodolito e uma fita métrica, cada grupo esperou até chegar a sua vez para fazer as medições. Isso possibilitou que eu conseguisse tirar uma foto de cada grupo. Veja as imagens a seguir:

Imagem 3: Calculando o ângulo



Imagem 4: Medindo a distância entre o poste e o pé



Imagem 5: Medindo a distância entre o poste e o pé (cateto adjacente)



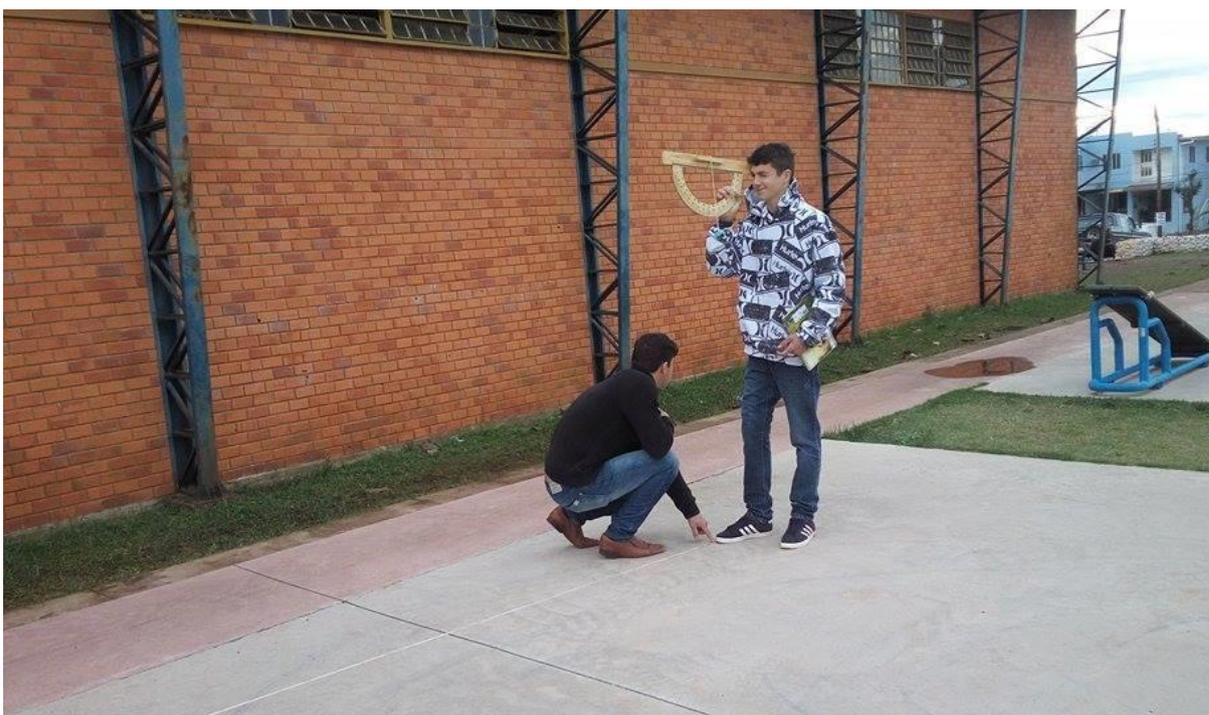
Imagem 6: Medindo o ângulo



Imagem 7: Medindo a altura até o olho



Imagem 8: Medindo o ângulo e a distância entre o pé e o objeto (cateto adjacente)



Quando terminamos as medições retornamos à escola e fomos ao laboratório de informática. Pedi para que cada grupo ocupasse um computador, já que haviam sete grupos. Pedi para que abrissem a página do meu blog e olhassem lá as orientações de como construir o triângulo retângulo. E após a construção, responder o roteiro de perguntas que eu havia lá.

Os grupos não tiveram dificuldade para iniciar a construção, porém, quando queriam fazer o segmento AB alguns não compreenderam que haviam de clicar no ponto A e depois no ponto B. Para construir a reta perpendicular tive que explicar que primeiro deveriam clicar na reta e depois no ponto B. Outra dificuldade foi em fazer o ângulo fixo, eles encontraram a ferramenta mas não conseguiam fazer pois não sabiam onde clicar, daí então tive que intervir explicando. Na hora de fazer o polígono final ABC eles clicavam também no ponto C', isso dificultou para pôr as medidas dos lados pois, o programa dava a medida do segmento AC' e não AC, então pedi para que voltassem e fizessem de novo o polígono sem clicar em C'.

Todos os grupos conseguiram chegar na construção final e quando terminaram a mesma, fiz alguns questionamentos a eles:

- 1) Movendo o ponto B o que acontece com o triângulo retângulo?

Resposta dos alunos: ele permanece com o mesmo ângulo.

- 2) Que ferramenta usada na construção permite isto?

Resposta dos alunos: eles tiveram dificuldade em responder esta questão, aí então perguntei como era chamada a ferramenta que usaram para construir o ângulo, daí então lembraram do ângulo fixo.

- 3) Que ferramenta permite o triângulo retângulo não se deformar, ficar sempre retângulo?

Resposta dos alunos: a reta perpendicular.

Após partiram para as perguntas do blog, a primeira pergunta sobre a razão entre cateto oposto e hipotenusa, em três tamanhos diferentes para o triângulo foi respondida com facilidade. A segunda pergunta que se tratava da fórmula para calcular a tangente de um ângulo qualquer teve mais questionamentos, alguns conseguiram escrever:

$$\tan gente = \frac{\text{cateto}_{\text{oposto}}}{\text{cateto}_{\text{adjacente}}}$$

Aí eu questionei sobre o ângulo, que o mesmo deveria estar em algum lugar na fórmula, aí chegamos à conclusão de que deveria estar junto com a tangente.

Após conseguir responder a duas primeiras perguntas, eles responderam com facilidade as outras próximas quatro perguntas. Apenas a pergunta número sete abriu um espaço de questionamentos, eles não compreenderam o que eu queria perguntar, aí então

expliquei que deveriam responder: Se o valor da tangente, seno e cosseno muda de acordo com o ângulo? Eles responderam que sim, então o valor depende do ângulo de abertura ou seja, está em função do ângulo.

Após responderem todas as questões retornamos para a sala de aula para resolver a questão número oito, que se tratava de calcular a altura do objeto escolhido, através de uma das três fórmulas. Os alunos não tiveram dificuldades em dizer que a fórmula era a da tangente, então pedi para que calculassem a altura do objeto nos grupos que trabalharam.

Quando calcularam a altura, pedi que pegassem as suas calculadoras científicas e teclassem o valor do ângulo e após a tecla *tan*(tangente) para ver o que aconteceria. Aqueles que nunca tinham usado esta função da calculadora se impressionaram que deu exatamente o mesmo valor da razão que haviam calculado. E assim testaram o mesmo ângulo para as teclas *sin*(seno) e *cos*(cosseno).

Cada grupo conseguiu calcular a altura do objeto escolhido, eles perguntaram se era o valor exato, eu disse que era aproximado porque os nossos aparelhos de medição não eram precisos.

Em seguida continuaram resolvendo os problemas propostos, o problema número um e dois não teve questionamentos porém, o problema três teve, eles perguntaram por que não havia valor do ângulo. Aí então respondi que havia o valor do seno do ângulo, e com a segunda função da calculadora poderíamos calcular o ângulo daquele valor, basta teclar: *shift* (segunda função), *sin* (seno) e em seguida o valor dado. Os outros problemas foram tranquilos, sem muitos questionamentos.

No problema número oito dei a sugestão de fazerem sobre seno, já que nenhum dos problemas que propus eram sobre esta razão.

2.4 Análise da experiência realizada

A experiência realizada por mim, nesta turma de 2º ano do ensino médio, com o uso das mídias digitais, para cálculo de altura inacessível, foi muito importante para meu crescimento como profissional. Este curso de especialização me oportunizou modificar as minhas práticas pedagógicas pois, é através das experiências realizadas no dia a dia que nos constitui como professores.

Acredito que no curso de especialização, o estudo de teorias e o que os autores dizem, foi parte importante e fundamental, mas sem a verdadeira prática em sala de aula é impossível conseguir assimilar o mundo do ensinar e aprender. Através das disciplinas práticas tive a oportunidade de vivenciar situações e aplicar diferentes metodologias de ensino, usando as mídias digitais, todas àquelas estudadas e discutidas durante o curso.

Considerações finais

Acredito ser relevante que o professor esteja em contínua formação, que tenha o hábito de ler sobre o que ensina e para que ensina. As mídias digitais são ferramentas importantes para conseguirmos envolver os alunos nas situações de aprendizagem, pois, além de estarem trabalhando com uma ferramenta atual, podem aprender conceitos matemáticos.

É importante salientar que as atividades de laboratório de informática devem ser bem planejadas e orientadas senão, esta interação fica sem sentido. Os alunos devem seguir um roteiro indicado previamente pelo professor, que oriente um caminho a ser seguido, afim de que cheguem no objetivo proposto.

Os conceitos desenvolvidos na interação com os *softwares* devem ser fechados ou socializados posteriormente no grande grupo, afim de que todos tenham o mesmo aproveitamento.

Para mudar algo estanque, que não vem mais rendendo os mesmos resultados que em tempos anteriores, em nossa jornada como professor, vale a pena enfrentarmos novos desafios e aproveitar novas oportunidades. Os cursos de formação de professores estão a nossa disposição e quem realmente acredita na educação é que faz a diferença.

Referências bibliográficas

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). **Filosofia da Educação Matemática: Fenomenologia, concepções, possibilidades didático-pedagógicas**. São Paulo: Editora Unesp, 2010. 243p.

CORREA, Bruno Silveira. Contribuições do software winplot nos processos de ensino e de aprendizagem de funções afins e quadráticas utilizando superfícies de revolução. Porto Alegre, 2014 109 p. Trabalho de conclusão de curso (Licenciatura em Matemática) – Instituto de Matemática - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2014.

MEDEIROS, Margarete Farias. **Geometria dinâmica no ensino de transformações no plano – uma experiência com professores da Educação Básica.** Porto Alegre, 2012. 172 p. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática) – Programa de Pós-Graduação em ensino de Matemática – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2012.

SOUSA, Robson P. de. MOITA, Filomena M. C. S. C. CARVALHO, Ana B. G. **Tecnologias Digitais na Educação.** Campina Grande:EDUEPB, 2011. Disponível em <<http://static.scielo.org/scielobooks/6pdyn/pdf/sousa-9788578791247.pdf>> Acesso em 15 de jun. 2015.

SANTOS, Grisela Dalmolin dos Santos. SOUZA, José Ricardo. **Educação matemática e mídias tecnológica: uma possibilidade para a ação educativa?** Disponível em <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1955-8.pdf> Acesso em 23 de jun. 2015. p.36

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. **Parâmetros Curriculares Nacionais.** Brasília: MEC/SEF,1998.

SOUTO, Deise Lago Pereira. **Transformações expansivas na produção matemática on-line.** São Paulo: Cultura Acadêmica, 2014. Disponível em <http://www.rc.unesp.br/gpimem/> Acesso em 15 de jun. 2015.