



INTERPRETAÇÃO DE GRÁFICOS DA FUNÇÃO QUADRÁTICA COM USO DO GRAPHER

Luís Lopes da Silva – soudecharqueadas@bol.com.br – BP4 - Pinhal
Maria Paula Gonçalves Fachin – mpfachin@mat.ufrgs.br – UFRGS

Resumo

Neste trabalho, será abordado o ensino e a aprendizagem do gráfico da função quadrática. Os alunos em geral apresentam dificuldades para interpretar gráficos de funções esboçadas no plano cartesiano. Para tentar sanar estas dificuldades ou auxiliá-los nesta interpretação, desenvolvi uma experiência de ensino utilizando o software Grapher. Usando este programa, os alunos construíram gráficos que primeiramente foram esboçados em papel quadriculado, mas com maior facilidade, o que permitiu que verificassem o que acontece quando são feitas algumas modificações nos coeficientes da função quadrática.

Palavras-chave: Gráfico; Função Quadrática; Grapher

1 Introdução

Partindo do pressuposto que o aluno deve sair do nono ano do Ensino Fundamental com noções sobre construção e interpretação de gráficos no plano cartesiano, desenvolvi o conteúdo da função quadrática para a construção de gráficos utilizando o software Grapher, um programa gratuito. Minha ideia inicial era utilizar o software Geogebra e a geometria dinâmica, mas devido ao fato de a escola não possuir um laboratório de informática, resolvi repensar a minha proposta e optei por tablets e smartphones, já que boa parte dos alunos possui estes tipos de aparelhos. Não pude usar o Geogebra, pois muitos alunos não conseguiram fazer o download do software, desta forma

optei pelo Grapher por ser um programa destinado à criação de gráficos e cujo acesso foi possível. Quando verifiquei as dificuldades que os alunos têm em analisar gráficos construídos no papel ou no quadro da sala de aula, resolvi utilizar um software buscando sanar estas dificuldades e lhes mostrar uma ferramenta para construção de gráficos através de um aplicativo para tablet e smartphone.

Primeiramente, solicitei que baixassem o software na PlayStore (loja de aplicativos do sistema operacional Android) para instalá-lo nos seus aparelhos. Depois, demonstrei as diferenças do software Geogebra na versão para computadores e notebooks em relação ao Grapher desenvolvido para ser utilizado em outros dispositivos, como smartphones e tablets.

Como era o primeiro contato por parte dos alunos, expliquei os menus e como reproduzir o que foi aprendido em sala de aula, transportando este conhecimento para os meios digitais disponíveis ao nosso alcance.

Depois de apresentá-los ao software e mostrar suas funcionalidades, construímos os gráficos de algumas funções para comparar os resultados obtidos de forma tradicional com a ferramenta apresentada a eles. Com isto puderam ver o que erraram e o que acertaram na hora de esboçar o gráfico.

Através do Grapher, os alunos puderam ter uma visão mais abrangente do gráfico da função quadrática e identificar mais facilmente o que acontece com a parábola se mudarmos, por exemplo, o sinal de um coeficiente na lei da função. Cada vez que se altera um dos coeficientes, se torna muito cansativo reproduzir vários gráficos com poucas diferenças entre si. Com o software se torna mais dinâmica a aula e podemos fazer relações entre um gráfico e outro sem precisar fazer vários esboços.

Na experiência de ensino deste trabalho, primeiro desenvolvi o estudo da forma tradicional, quando os alunos construíram os gráficos em papel quadriculado com o auxílio de régua. Observei que os alunos apresentaram certa dificuldade na hora de esboçar o gráfico propriamente dito, ficando o mesmo disforme, pois ao esboçar um gráfico deve-se ter cuidado com o uso de uma unidade de medida uniforme para poder desenhá-lo corretamente e esse cuidado não foi observado por todos. Ao utilizarem o Grapher, puderam verificar como fica uma parábola corretamente construída e desenhada. A partir daí, podemos explorar o que o desenho do gráfico nos mostra. No caso da função quadrática, podemos verificar se a concavidade é para cima ou para baixo, em qual (is) quadrante (s) do plano cartesiano está situada a parábola, qual o ponto de máximo ou de

mínimo da função, qual(is) o(s) zero(s) da função e tantos outros dados que o gráfico nos permite observar.

Como já mencionei acima, tive certo receio em desenvolver a atividade de ensino descrita neste trabalho, pois necessitaria de computadores com o software instalado na máquina. No entanto, como a maioria dos alunos possui smartphones ou tablets que possuem o sistema Android e o software Grapher pode ser executado neste sistema operacional, pensei que o uso destes aparelhos seria uma boa alternativa ao uso de computadores e solicitei que eles trouxessem seus dispositivos para a sala de aula. Isto não foi problema, pois nossos alunos estão o tempo todo com seus aparelhos. Além da falta de um laboratório, a escola também não dispõe de uma boa rede Wi-Fi para disponibilizar um sinal para a realização do download. Desta forma, aproveitei o meu sinal de Internet e transformei o meu smartphone em um roteador Wi-Fi para que os alunos pudessem baixar o aplicativo em seus dispositivos. Assim, tornou-se viável o desenvolvimento das atividades da maneira planejada.

Além do desenvolvimento da atividade com o Grapher, os alunos e eu criamos um grupo de estudos através do aplicativo Whatsapp. Nesta sala de bate-papo virtual, os alunos foram me enviando as atividades criadas em sala de aula, principalmente os gráficos esboçados com o software.

2 Desenvolvimento

2.1 Referencial Teórico

Alguns conteúdos de matemática não são de fácil apresentação e aprendizagem por parte dos alunos utilizando somente quadro e giz. O uso de diferentes recursos no ensino da Matemática pode ser um facilitador no processo de ensino-aprendizagem. No entanto, ainda é um desafio para os professores introduzirem novas abordagens.

Para Gravina e Santarosa (1998, p. 6), “na educação a preocupação principal deveria ser a construção de esquemas para o entendimento de conceitos”, mas somente alguns professores utilizam os recursos digitais. Um dos motivos é o fato destes recursos não estarem disponíveis para os professores prepararem e desenvolverem suas atividades. Outra razão é não saberem como obter um bom aproveitamento das ferramentas.

Gravina e Santarosa também defendem que:

[...] recursos dão suporte às ações do sujeito e conseqüentemente favorecem a construção do conhecimento matemático. Na aprendizagem da Matemática este suporte é a possibilidade do “fazer matemática”: experimentar, visualizar múltiplas facetas, generalizar, conjecturar e enfim demonstrar. (GRAVINA; SANTAROSA, 1998, p. 1)

Nas práticas de ensino da Matemática, se faz necessário algo mais do que simples cálculos e resolução de problemas numéricos. Uma das vantagens do software Grapher se dá por ele permitir que os alunos possam observar as características dos gráficos ao inserir a função no campo de entrada do aplicativo e o software fazer o esboço. No caso da função quadrática, o gráfico pode ser redesenhado facilmente várias vezes, e com isto, pode-se verificar o que ocorre quando mudamos os coeficientes focando somente na figura apresentada sem preocupação em como desenhá-la.

Moran nos diz que:

[...] é importante na aprendizagem integrar todas as tecnologias: as telemáticas, as audiovisuais, as lúdicas, as textuais, as musicais. Passamos muito rapidamente do livro, para a televisão e o vídeo e destes para a Internet sem saber explorar todas as possibilidades de cada meio. O docente deve encontrar a forma mais adequada de integrar as várias tecnologias e os procedimentos metodológicos. (MORAN, 2000, p. 1)

Em nosso meio, estamos o tempo todo conectados com tecnologias que fazem parte do nosso dia-a-dia. Devemos aproveitar os recursos tecnológicos que estão à nossa disposição e utilizá-los para nos auxiliar na prática de ensino-aprendizagem de nossos alunos.

Segundo Hoepers (2007), a tecnologia está presente em todos os setores de nossas vidas. O impacto desse fenômeno faz com que nossos jovens convivam cercados de tecnologias das mais variadas, possibilitando outra via para o aprendizado além de propiciar outra forma de ver a vida. O jovem de hoje interage com todo o processo social, não mais ficando ouvindo, falando e lendo apenas. Isso nos faz repensar nossa forma de expor os conteúdos, que muitas vezes se restringe somente à apresentação verbal ou escrita, não causando motivação aos nossos alunos.

Desta forma, Hoepers ainda nos diz que “nem sempre a construção de um gráfico é simples quando feito manualmente”. Assim, o uso de um programa para a construção de gráficos “faz com que possamos construir os gráficos de forma rápida e interessante, deixando mais tempo ao professor para investigar as propriedades do mesmo ou à descoberta das informações necessárias à sua interpretação.”

Podemos, assim, levar os alunos a compreender o conteúdo, não somente construir gráficos, mas fazer uma contextualização e leitura do mesmo em diversos momentos.

Segundo Neves (2008),

“A evolução das tecnologias e sua introdução em todas as áreas de desenvolvimento humano, coloca novos desafios à educação, pois, para acompanhar a evolução há que promover o uso das tecnologias no ensino. A referida evolução cria novos paradigmas da educação, em que o professor deixa de ter um papel de depositador de informação e passa a ser um orientador, um facilitador e um gestor de aprendizagens, como as tecnologias já fornecem as informações, portanto, é preciso saber encontrá-las e transformá-las em conhecimento.”

Quando trabalhamos o tema funções os alunos apresentam dificuldades, principalmente na visualização e interpretação de gráficos. O Grapher pode auxiliar o aluno a interagir mais com a matemática que lhes é ensinada e tornar-se crítico em relação aos resultados obtidos.

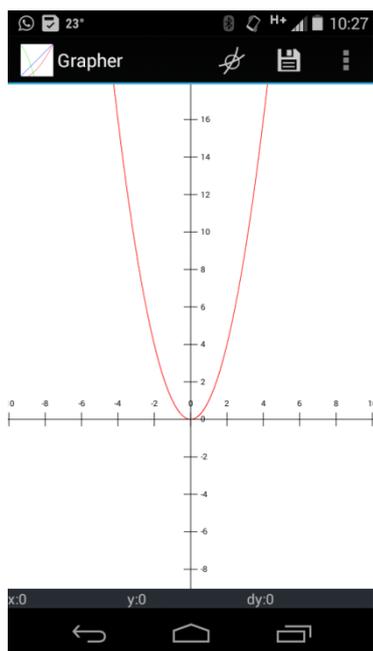
O desafio de mudar o ensino, de fazer uso de tecnologias digitais para melhorar o aprendizado de nossos alunos se faz presente no instante em que disponibilizamos estes recursos como meio didático no ambiente escolar.

2.2 Proposta de utilização de mídias

Em um primeiro momento, os alunos resolveram determinadas equações de 2º grau de maneira a encontrar a(s) sua(s) raiz(ízes). O professor serviu como orientador para que o aluno encontrasse o(s) valor(es) corretamente. O objetivo de encontrar essas raízes era para ser um auxiliar no esboço dos gráficos no papel e a sua visualização no desenho obtido através do programa. Após esta etapa, iniciou-se a construção de gráficos com o uso do software Grapher.

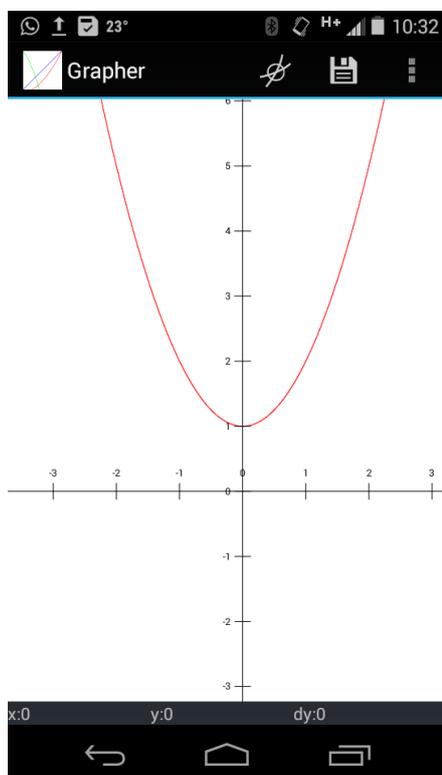
Iniciamos o estudo com a função $f(x) = x^2$.

Após encontrar a raiz ($x=0$), os alunos desenharam o gráfico desta função através do software Grapher, obtendo



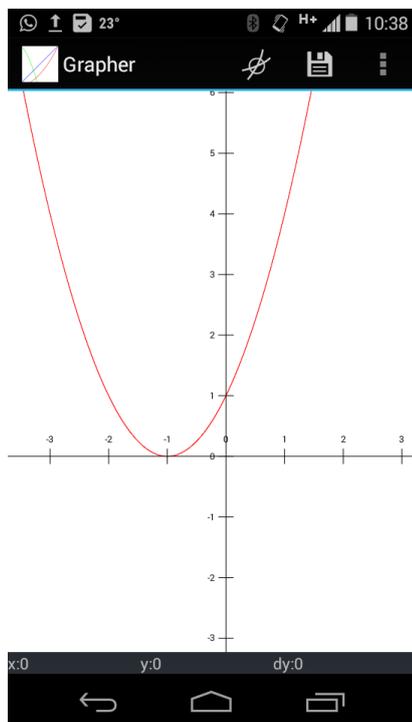
Os alunos puderam notar que o ponto de mínimo da função é o $(0, 0)$. Também fica fácil visualizar que ponto de mínimo é também x , neste caso, o ponto de intersecção do gráfico com o eixo x e que a raiz da equação $x^2 = 0$ é $x = 0$.

Depois do esboço deste gráfico, sugeri que os alunos fizessem alterações na lei da função, utilizando, a função $f(x) = x^2 + 1$. Novamente, fizeram o esboço do gráfico desta função no software Grapher, obtendo



O objetivo aqui foi que os alunos observassem que o gráfico se deslocou em uma unidade positiva em relação ao eixo y e agora não apresenta intersecções com o eixo x e, portanto a equação $x^2 + 1 = 0$ não possui raiz real.

Em um terceiro momento, os alunos foram orientados a construir o gráfico da função $f(x) = x^2 + 2x + 1$, representado abaixo.



Com o esboço deste gráfico, os alunos observaram que a parábola se deslocou em uma unidade para a esquerda (em relação à primeira parábola desenhada) e voltou a apresentar intersecção com o eixo x.

O professor mediou de modo que os alunos fizessem as construções de forma correta e que pudessem confirmar, após a construção, todos os conhecimentos previamente trabalhados, assim como chegar a novas conclusões.

2.3 Atividades desenvolvidas pelos alunos

O plano de ensino teve como enfoque o desenho do gráfico de funções quadráticas com o software Grapher e foi realizado com o nono ano do ensino fundamental em uma escola da rede municipal de Viamão, com 17 alunos, no dia 07 de agosto de 2015, em um total de 2 horas-aula.

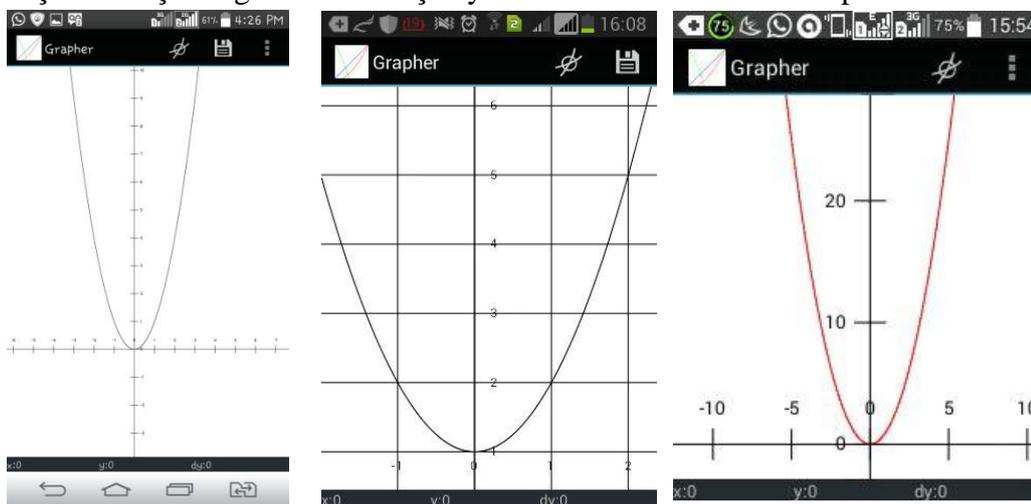
Os alunos apresentaram um pouco de dificuldade em entender algumas ferramentas do software. Na utilização de smartphones e tablets, os recursos puderam ser explorados de maneira satisfatória. Foram dadas orientações de como digitar uma função quadrática no campo entrada e posteriormente, foram verificadas as modificações que ocorrem nos gráficos quando se altera determinado valor dos coeficientes. Neste período de manipulação do software, os alunos foram instruídos como deveriam criar os gráficos a partir de uma função quadrática dada. Após, as funções foram inseridas no software para que criassem os gráficos e visualizassem os desenhos.

O objetivo da atividade é fazer com que os alunos desenvolvam inicialmente o gráficos de funções quadráticas com o Grapher e observem as características dos mesmos, comparando entre si..

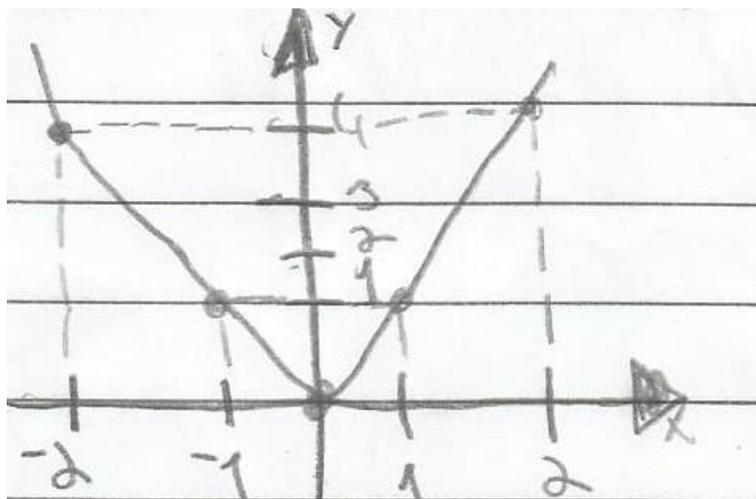
Para realizarem as tarefas, os alunos utilizaram o software Grapher já instalado em seu smartphone ou tablet, tendo em vista que a escola não possui um laboratório de informática em condições para realizar a tarefa.

A seguir apresento o roteiro desenvolvido na aula juntamente com alguns exemplos de respostas dadas pelos alunos.

- 1) Faça o esboço do gráfico da função $y = x^2$ usando o software Grapher



Gráficos criados por três alunos e enviados via Whatsapp.



Este gráfico é de um aluno que não possuía o software e desenhou em uma folha.

2) Observe o gráfico desenhado e responda:

a) O gráfico intercepta eixo dos x? Em que ponto(s)?

NÃO "0"

Sim	y	x
	↓	↓
	(0, 0)	

b) O gráfico é côncavo para cima ou para baixo?

Para cima

PARA CIMA

c) Identifique o eixo de simetria da curva obtida.

O PROPRIO EIXO "y"

0

3) a) Calcule a(s) raízes da equação $x^2 = 0$.

É ZERO

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{0}$$

$$\underline{x = 0}$$

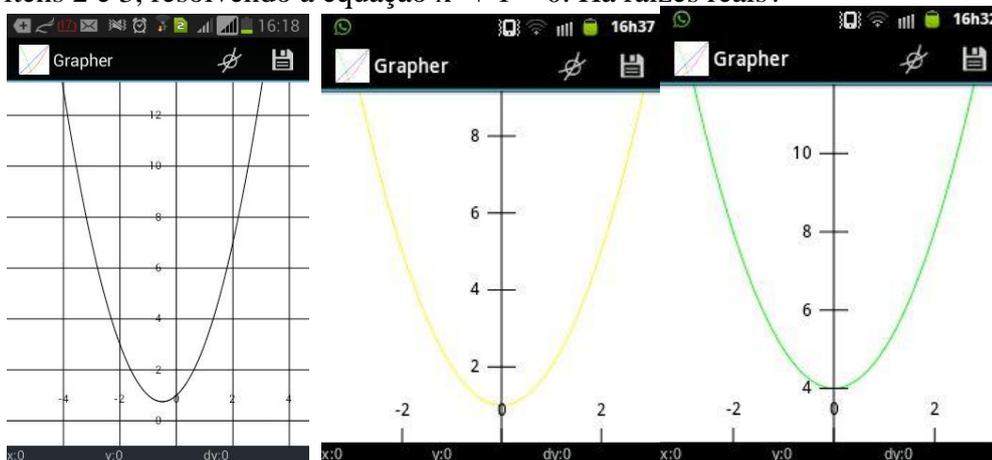
b) Pode-se obter esta informação a partir do gráfico esboçado?

Sim.

Sim

As respostas dos alunos foram todas indicando “Sim”.

- 4) Esboce agora o gráfico da função $y = x^2 + 1$ e responda novamente os itens 2 e 3, resolvendo a equação $x^2 + 1 = 0$. Há raízes reais?

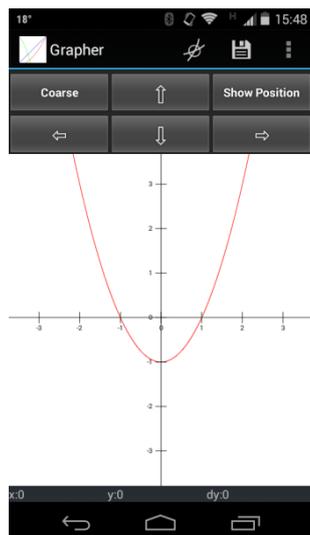


Gráficos construídos por três alunos com o Grapher. No último gráfico desta série, o aluno se equivocou e colocou $f(x) = x^2 + 4$.

Vou para cima. O "y" não tem raiz. Sim.
NÃO TEM RAÍZ.

Resposta de alunos à pergunta 4. Todos obtiveram a mesma conclusão sobre esta atividade.

- 5) Repita os itens de 1 a 3 para a função $y = x^2 - 1$ (calculando no item 3 as raízes de $x^2 - 1 = 0$).

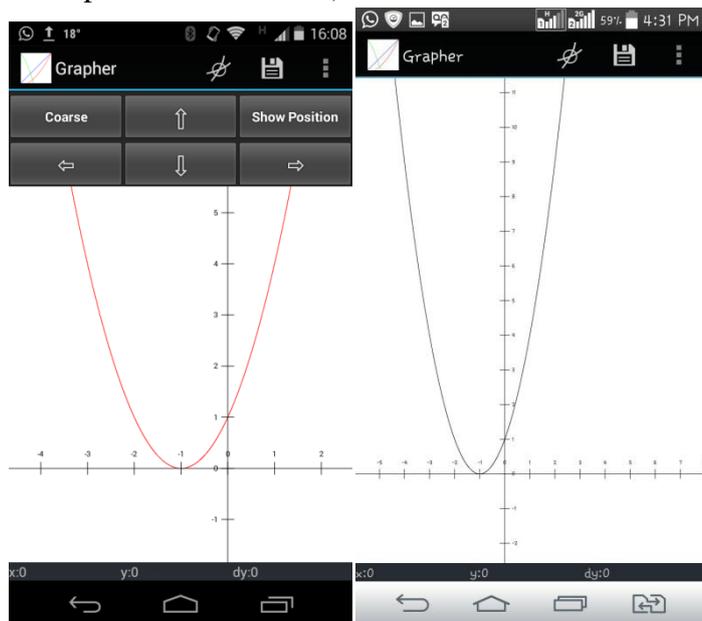


Sim, no ponto -1 e 1

Sim, $(0, -1)$ e $(0, 1)$

O gráfico foi desenhado de forma correta, porém a primeira resposta está equivocada, pois o aluno citou o valor das raízes e não os pontos solicitados. Já o segundo aluno, acabou invertendo os pontos: o correto seria responder $(-1, 0)$ e $(1, 0)$.

- 6) Repita os itens de 1 a 3 para a função $y = x^2 + 2x + 1$ (resolvendo e equação correspondente no item 3).



$$5 - \sqrt{\quad} = x^2 + 2x + 1 = 0 \quad \left| \quad x = -2 \pm \sqrt{0} \right.$$

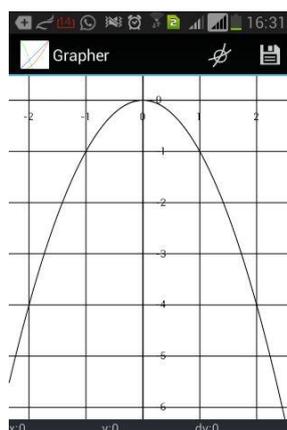
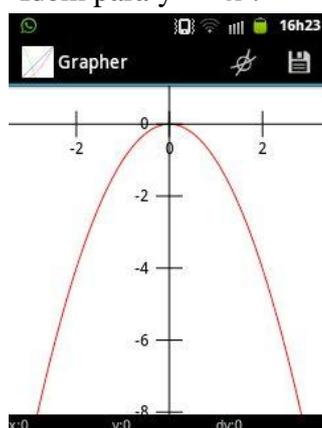
$$A=1 \quad B=2 \quad C=1 \quad \left| \quad y = \Rightarrow 2 \right.$$

$$x = -2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}$$

$$x = -2 \pm \sqrt{4 - 4}$$

Os gráficos foram construídos corretamente. Um dos alunos respondeu a questão 6 indicando o número da questão como 5.

7) Idem para $y = -x^2$.



Gráficos criados por alunos no Grapher.

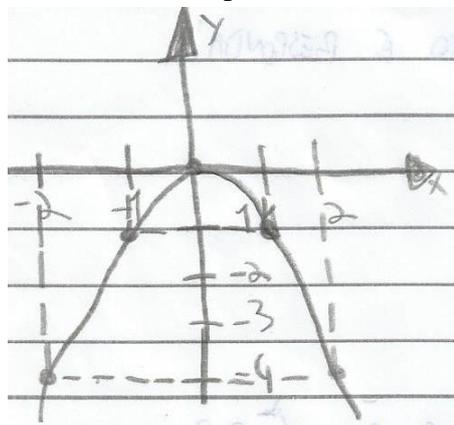


Gráfico construído no papel.

NO ZERO. Para baixo: NO "X". E ZERO. Sim

Os itens 8, 9, 10 e 11 expostos abaixo não puderam ser respondidos por faltar tempo hábil para concluir a tarefa. Quando percebi que não haveria tempo para responderem estas questões, solicitei que respondessem às perguntas da questão 12.

- 8) Esboçar os gráficos da função $y = -x^2 - 1$ e $y = -x^2 + 1$.
- 9) Compare estes três gráficos entre si e com os esboçados anteriormente (itens 1, 4 e 5). Que diferenças podem ser observadas entre os últimos e os três primeiros?
- 10) Esboçar o gráfico da função $y = -x^2 - 2x - 1$ e observar suas características.

11) Que conclusões podem ser tiradas a partir dos esboços acima? Faça observações a respeito da concavidade, zeros da função, intersecção com eixo x, e com o eixo y, o que ocorre com o gráfico quando se altera o coeficiente c (na função $f(x) = ax^2 + bx + c$) e outros aspectos.

12) Perguntas complementares:

a) Quais as dificuldades encontradas para utilizar o Grapher?

Não tinha o app.

b) Quais as dificuldades encontradas em construir um gráfico com o Grapher?

Sei lá!

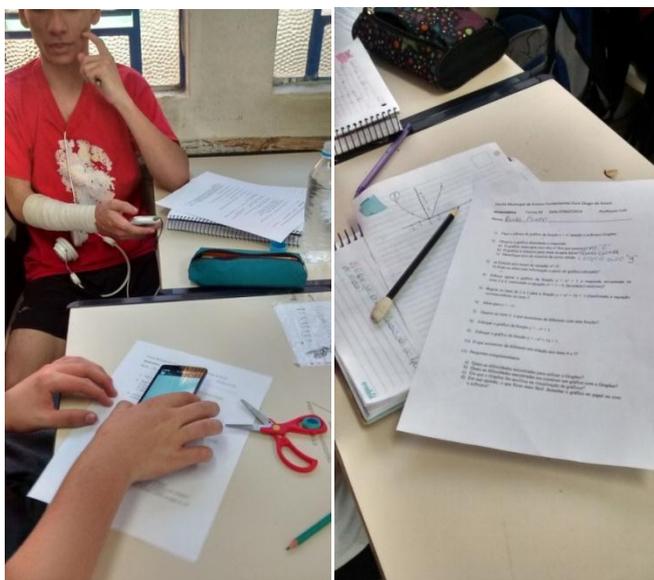
c) Em que o Grapher lhe auxiliou na visualização de gráficos?

Em tudo.

d) Em sua opinião, o que ficou mais fácil: desenhar o gráfico no papel ou com o software?

No software

Ao final das atividades, pude perceber uma evolução dos alunos em relação aos conteúdos desenvolvidos. Isto é, os alunos puderam perceber nitidamente que através do software, pode-se visualizar alguns aspectos dos gráficos que não ficam bem definidos no desenho feito no papel, como a simetria representada de forma perfeita e as medidas uniformes. Houve alunos que não resolveram a contento todas as atividades planejadas não me mostrando os gráficos para avaliação e não mostrando muito interesse em desenvolver a atividade. As últimas questões não foram resolvidas por ter esgotado o tempo das duas horas-aula destinadas para esta atividade.





Fotos de alunos realizando as atividades propostas.

2.4 Análises dos dados coletados

A partir da realização desta prática de ensino, tive a oportunidade de reconhecer o que os alunos sabem realmente sobre tecnologia e o que eles podem desenvolver a partir de um estímulo. Algumas limitações são percebidas desde o instante em que eles se organizam para realizar determinada atividade. Sempre perguntam como começar, o que

deve ser feito etc. Levando em consideração que todos são jovens e a tecnologia está presente em cada atividade que estes alunos executam, imaginava que seria fácil trabalhar o conteúdo desenvolvido. Porém, à medida que eles executavam as atividades propostas, pude notar que lhes faltam orientações de como manusear os meios tecnológicos para um melhor aprendizado de uma forma diferenciada, saindo um pouco do quadro, papel e caneta.

Durante a prática de ensino, o educador deve participar como estimulador de outros meios de aprendizagem. O manuseio das mídias tecnológicas se faz necessário para manipular, construir objetos e criar mecanismos de forma a compreender melhor a Matemática.

Através deste software, pude trabalhar o conteúdo da função quadrática de forma a apresentar outra maneira de construir gráficos sem precisar usar papel milimetrado e sendo mais prática a construção e mudança de seus coeficientes.

Um dos motivos que me levaram a desenvolver esta prática foi o fato de os alunos apresentarem dificuldades em construir o gráfico de uma função. Muitas vezes se perdem em localizar os pontos no plano cartesiano. Em folha de papel, a parábola fica desproporcional. No papel quadriculado, os alunos desenhavam os esboços do gráfico de maneira que não se tem a nítida visualização da função que se quer representar. Através do Grapher, os alunos puderam enxergar como é o desenho de uma parábola no plano cartesiano. Com isto, puderam também modificar os coeficientes e verificar o que ocorre no gráfico após esta alteração. O aluno B. relatou que, no papel, o desenho fica limitado não podendo ser ampliado, o que pode ser feito com o Grapher. O aluno V. relatou que pode observar as mudanças na representação gráfica quando é alterado o valor de algum coeficiente. O aluno A. não possui nenhuma das ferramentas digitais e preferiu fazer no papel as atividades. Relatou também que não se sente à vontade utilizando programas de computador e prefere utilizar estes mecanismos mais manuais.

Estes relatos ilustram que a ferramenta digital se apresenta como uma forma a mais de trabalhar os conteúdos matemáticos tornando mais aprazível a realização das tarefas. Embora nem todos os alunos sintam desta forma, a experiência foi muito válida e estou desenvolvendo novos planejamentos que utilizem os recursos digitais. Houve alguns contratempos, como falta de recursos digitais e falta de empenho por alguns alunos que nem sempre se dispõem a contribuir com as aulas. Pretendo dar seguimento à prática desenvolvida e realizar as atividades que não puderam ser concluídas por questão de

tempo, verificando se houve real compreensão por parte dos alunos da relação entre a modificação de cada coeficiente da função quadrática e do gráfico correspondente?

3 Considerações finais

Com esta prática, apesar de ser em curto espaço de tempo, pude identificar uma transformação nos processos educacionais frente às novas tecnologias. A importância das mídias digitais está cada vez mais presente em nossas ações cotidianas. Moran (2000) afirma que, entre as importâncias diante do ensinar utilizando as mídias, devemos destacar uma em especial: que a escola integre ao ensino as tecnologias de informação e comunicação, porque elas já estão presentes em todas as áreas da nossa vida social.

Vivemos em uma época em que o processo educacional deve encarar a inserção das mídias como um processo natural. É fundamental que os nossos alunos consigam integrar os conteúdos da escola com o contexto social em que estão imersos. Nós estamos o tempo todo conectados com estas mídias e devemos utilizar estes recursos para auxiliar na aprendizagem de nossos estudantes.

Ao pensar em desenvolver este conteúdo utilizando o software Grapher, tive a vontade de trazer para a sala de aula algo que motivasse os alunos a construir gráficos de uma maneira diferente. As atividades propostas não puderam ser completamente desenvolvidas em duas horas-aula, mas fica a certeza de que pode ser retomada em outra oportunidade, assim como outras atividades podem ser pensadas para a utilização deste e de outros softwares que auxiliem os alunos na aprendizagem.

4 Referências bibliográficas

DANTE, Luiz Roberto. **Projeto Teláris: Matemática**. 1ª ed. São Paulo: Ática, 2012.

FISCHBEIN, E. **The theory of figural concepts, educacional studies in mathematics**, nº 24/2, 1993, PP. 139-162.

GRAVINA, Maria Alice. SANTAROSA, Lucia Maria. **A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados**. IV Congresso RIBIE. 1998, Brasília. Disponível em: http://www.miniweb.com.br/ciencias/artigos/aprendizagem_mat.pdf. Acesso em: 06 julho 2015.

HOEPERS, Margarete Ferreira Silva. **O uso de tecnologias para o ensino de funções**. Pitanga: Unicentro, 2008. Disponível em:

<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/704-2.pdf>. Acesso em 18 de agosto de 2015.

MORAN, José Manuel. MASETTO, Marcos T. BEHRENS, Marilda Aparecida. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. Campinas: Papirus, 2000.

NEVES, Cátia Djamila dos Santos. **Uso de tecnologias no estudo de funções reais de variável real**. Cidade da Praia, Cabo Verde: Universidade Jean Piaget de Cabo Verde, 2008. Disponível em:

http://bdigital.unipiaget.cv:8080/jspui/bitstream/10964/108/1/Monografia_Cátia_Neves.pdf. Acesso em: 18 de agosto de 2015.