Curso de Especialização em
MATEMÁTICA, MÍDIAS DIGITAIS E DIDÁTICA
PARA EDUCAÇÃO BASICA
Instituto de Matemática

FUNÇÃO AFIM, UMA ABORDAGEM ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Elizete Batista da Rocha – batistaete@hotmail.com – Polo Camargo
Profº Dr Evandro Manica – evandro.manica@ufrgs.br – UFRGS

Resumo: Neste trabalho, trata-se do uso de resolução de problemas e das tecnologias, como motivador no ensino de função afim, no 1º ano do Ensino Médio da Escola Estadual de Ensino Médio Antonino Xavier e Oliveira do munícipio de Passo fundo RS. Fazendo uso da tecnologia através, de diversos softwares educativos no ensino e na aprendizagem da matemática, tornando o aprendizado mais eficaz por parte dos alunos, do que o uso de ferramentas tradicionais tais como, quadro e giz e a exposição de conceitos já prontos, com uma série de lista de exercícios. Inicialmente, apresenta-se a motivação que levou à escrita acerca desse assunto. Além disso, discute-se aquilo que se espera do aluno em relação a esse tópico. No momento seguinte, expõem-se algumas teorias em que se baseia o ensino de função por meio da resolução de problemas, usando a tecnologia disponível, utilizando o software Geogebra, além de se caracterizar função afim por intermédio de uma situação problema significativa. Por fim, é feita uma análise da prática desenvolvida com os alunos no objetivo da construção do conceito de função afim.

Palavras-chave: Função Afim; Mídias digitais; Resolução de problemas.

1- Introdução

A escolha do tema deste trabalho baseou-se na dificuldade que os educandos encontram em relacionar a teoria de uma função e a prática, ou seja, relacioná-la dentro do seu cotidiano, através de modelagens simples. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) para o Ensino Médio (Brasil, 1998, p.6), “os objetivos do Ensino Médio em cada área do conhecimento deve envolver, de forma combinada, o desenvolvimento de conhecimentos práticos, contextualizados, que respondam às necessidades da vida contemporânea, e o desenvolvimento de conhecimentos mais amplos e abstratos, que correspondem a uma cultura geral e a uma visão de mundo”. Utilizar com confiança procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos, expressar-se oralmente, escrita e graficamente em situações matemáticas e valorizar a precisão da linguagem e as demonstrações em matemática.

Assim sendo, irei propor atividades que envolvam modelagem matemática, algumas situações problemas que contemplem o conteúdo de função Afim. A prática será desenvolvida em uma turma de 1º ano do Ensino Médio da Escola Estadual de Ensino Médio Antonino Xavier e Oliveira de Passo Fundo – RS**.**

2- Fundamentação teórica

2.1- Matemática e a resolução de problemas.

A matemática está presente em várias situações do nosso dia a dia. A geometria, por exemplo, possui uma importância especial na arquitetura, uma vez que é usada para calcular espaço, ângulos e distância. Já nas artes, a geometria é usada para retratar a profundidade espacial. Outra manifestação que vamos abordar nesse trabalho é a função afim, principalmente através de situações do dia a dia, pois as funções estabelecem sempre uma ideia de interdependência entre duas grandezas, o que torna a compreensão de seu conceito ainda mais complexa.

A escola, em muitas oportunidades, parece distante da realidade dos alunos, e isso acaba se tornando uma dificuldade em sala de aula, principalmente no sentido de se aliar teoria à prática. Entretanto, para poder integrar teoria ao cotidiano dos alunos, há uma ferramenta muito importante nesse processo, que é a resolução de problemas. Porém, o professor deve escolher problemas apropriados ao conteúdo que será abordado, para que este seja desenvolvido da melhor maneira possível e consiga atingir o objetivo proposto, uma maior aprendizagem dentro do contexto e com significado para os alunos. Assim será possível estabelecer relação entre os novos conhecimentos e as diferentes situações que os envolvem.

De acordo com Dante (1991, p. 102),

> [...] devemos propor aos estudantes várias estratégias de resolução de problemas, mostrando-lhes que não existe uma única estratégia, ideal e infalível. Cada problema exige uma determinada estratégia. A resolução de problemas não deve se constituir em experiências repetitivas, através da aplicação dos mesmos problemas (com outros números) resolvidos pelas mesmas estratégias. O interessante é resolver diferentes problemas com uma mesma estratégia e aplicar diferentes estratégias para resolver um mesmo problema. Isso facilitará a ação futura dos alunos diante de um problema novo.

Em sala de aula o professor pode trabalhar com as tentativas e os erros dos alunos, observando o caminho usado para chegar à solução do problema. Essa observação servirá para compreender o raciocínio dos educandos e preparar as discussões em torno da resolução desses problemas, com o intuito de conceber processos de resolução diferentes dos já aprendidos.

O professor deve sugerir problemas para a introdução de um conteúdo ainda não explorado em sala de aula, para que, em grupos, os alunos discutam as possíveis resoluções. Isso deve ocorrer antes de se formalizar o conteúdo matemático, pois desperta o interesse dos alunos pela matéria, constrói sentido e desenvolve seu raciocínio.

Segundo Onuchic e Allevato (2005, p. 224):

> Resolução de problemas desenvolve a crença de que os alunos são capazes de fazer e de que Matemática faz sentido. Cada vez que o professor propõe uma tarefa com problemas e espera pela solução, ele diz aos estudantes: "Eu acredito que vocês podem fazer isso!". Cada vez que a classe resolve um problema, a compreensão, a confiança e a autovalorização dos estudantes são desenvolvidas.

A constante ideia de transformação da Matemática surge como uma importante ferramenta motivacional no estudo de métodos de resolução de problemas matemáticos. Essa busca pelo novo e pela descoberta fez com que Polya desenvolvesse uma heurística que pudesse auxiliar os estudantes na resolução de problemas de matemática. Essa heurística compreende quatro fases de trabalho, nas quais se destacam alguns questionamentos que o estudante deve levar em consideração durante o processo de resolução de problemas. Tais indagações são apresentados por Polya (2006, p. XIX-XX).

As fases de resolução de um problema, juntamente com a lista de indagações são, na verdade, o estudo que tem por objetivo desencadear processos mentais específicos que funcionam como elementos auxiliares na busca da solução do problema. Essas sugestões apresentam-se naturalmente ao solucionador de problemas interessado que, muitas das vezes, não se dá conta disso ou não é capaz de exprimir os procedimentos apresentados a si. George Polya apresenta, então, a expressão desses fatos, colocados de forma sincera, clara, bem ordenada e com as devidas considerações credenciadas pela sua experiência como matemático. A partir disso, e procurando organizar o processo de resolução problemas, o estudioso dividiu seu estudo em quatro etapas.

É importante ressaltar que Polya não pretende que sua divisão corresponda a uma sequência de etapas a serem percorridas uma depois da outra, sem que nunca seja conveniente ou necessário voltar atrás, ou que a sua divisão funcione como uma “porção mágica” para resolver problemas matemáticos.

As quatro etapas de resolução de problemas, segundo Polya, (2006, p. XIX) são: a compreensão do problema, isto é, entender o problema; construção de uma estratégia de resolução, encontrar conexões entre dados e as incógnitas; execução da estratégia, isto é, colocar em prática a estratégia pensada na segunda etapa; revisão da solução, verificação dos resultados e também dos argumentos utilizados. Para Polya, a última etapa é a mais importante, pois leva o aluno a pensar no que ele desenvolveu na sua resolução. Desta forma, a resolução de problemas é bastante importante para a construção de conhecimento, pois possibilita ao aluno desenvolver seu raciocínio de forma integral.

Segundo Polya (1995, p. 05):

> Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. Experiências tais, numa idade susceptível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda a vida, a sua marca na mente e no caráter.

2.2- Tecnologias e Matemática

Os alunos vivem num mundo totalmente virtual, com as tecnologias estando cada vez mais presentes em seu dia a dia. Em virtude de tal situação, os professores precisam levar para a sala de aula atividades mais dinâmicas, que integrem esse tipo de ferramenta. Na matemática existem várias possibilidades de aliar a tecnologia aos conteúdos desenvolvidos em sala de aula, tornando assim as aulas mais atrativas e com mais significado para o aluno. Isto possibilita que o aluno tenha um bom aprendizado e não somente decore fórmulas e exercícios do livro. Algumas das ferramentas que podem ser trazidas para sala de aula são, os objetos digitais de aprendizagem como uma proposta didática, que contemple o uso da tecnologia informática no ensino e aprendizado da matemática escolar. Para cada conteúdo desenvolvido, pode ser utilizado diferentes alternativas de softwares e objetos digitais de aprendizagem.

Segundo Gravina e Basso (2012, p. 12):

> O ponto que queremos destacar é que o desenvolvimento da sociedade e de tecnologias são processos que se realimentam, constantemente. Quanto ao nosso desenvolvimento intelectual, e a ser contemplado especialmente durante os anos de formação escolar, temos na tecnologia digital a ampliação das possibilidades para "experimentos matemáticos" [...].

O uso da tecnologia no processo de ensino de matemática cria outras possibilidades de aprendizagem e se torna uma importante ferramenta de apoio ao trabalho realizado pelo professor em sala de aula. As ferramentas tecnológicas podem estimular o aluno na busca de novas informações, sendo que estes, por sua vez, adquirem mais interesse em aprender.

Segundo os Parâmetros Curriculares do Ensino Médio (2000, p. 41):

> O impacto da tecnologia na vida de cada indivíduo vai exigir competências que vão além do simples lidar com as máquinas. A velocidade do surgimento e renovação de saberes e de formas de fazer em todas as atividades humanas tornarão rapidamente ultrapassadas a maior parte das competências adquiridas por uma pessoa ao início de sua vida profissional [...].

Com o auxílio da tecnologia, os alunos são desafiados a construir seu conhecimento, desenvolver seu raciocínio e com isso dar significado ao seu aprendizado.

Segundo Sampaio & Leite lógico,

> [...] ao trabalhar com os princípios da tecnologia educacional, o professor estará criando condições para que o aluno, em contato crítico com as tecnologias da/na escola, consiga lidar com as tecnologias da sociedade sem ser por elas dominado. Este tipo de trabalho só será concretizado de sua utilização (ou seja, porque e para que utilizá-las), quanto em termos de conhecimentos técnicos, ou seja, como utilizá-las de acordo com a realidade (apud SOUZA, 2001, p. 83).

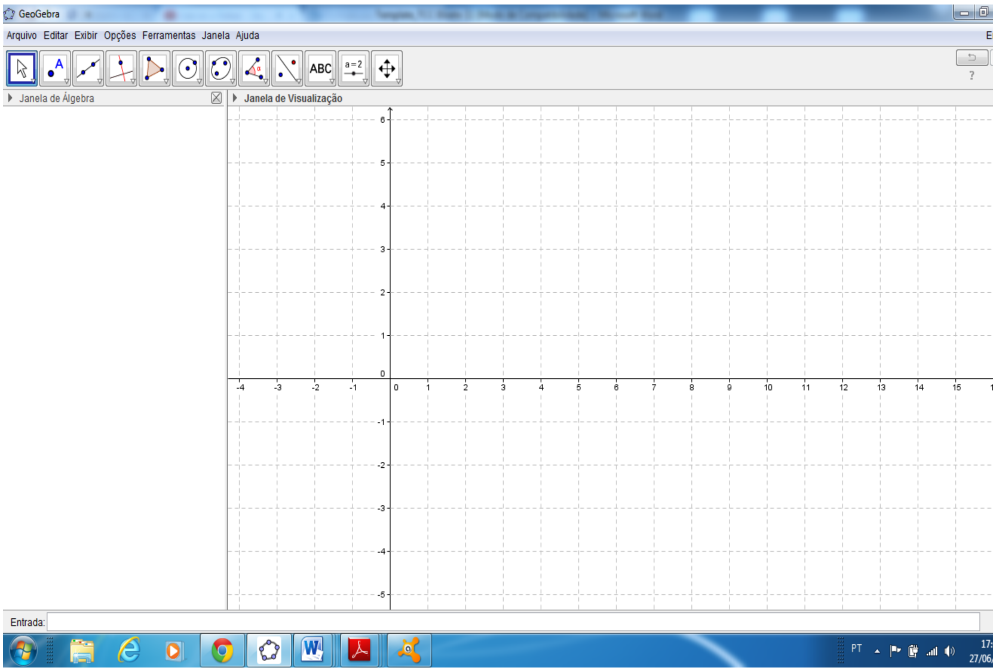
A tecnologia em sala de aula está sendo cada vez mais utilizada como fermenta de ensino. Na matemática temos vários softwares para serem usados em sala de aula, como por exemplo o Geogebra, que foi utilizado neste trabalho de pesquisa.

2.3- O Geogebra

O Geogebra, foi criado por Markus Hohenwarter; trata-se de um software de matemática dinâmica gratuito e de multiplataforma para todos os níveis de ensino, que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo em um único sistema. A interface do Geogebra é constituída de uma janela gráfica que se divide em uma área de trabalho, uma janela algébrica e um campo de entrada de texto.

Ainda que seja um sistema de multiplataforma, neste trabalho darei foco ao uso da álgebra e de gráficos.

Figura 1 – Interface do Geogebra



Segundo Gravina e Basso (2012, p. 24), “Para trabalhar com geometria existe o software Geogebra. A sua tela de trabalho disponibiliza, em linguagem clássica da geometria, recursos para construção de figuras a partir das propriedades que a definem”.

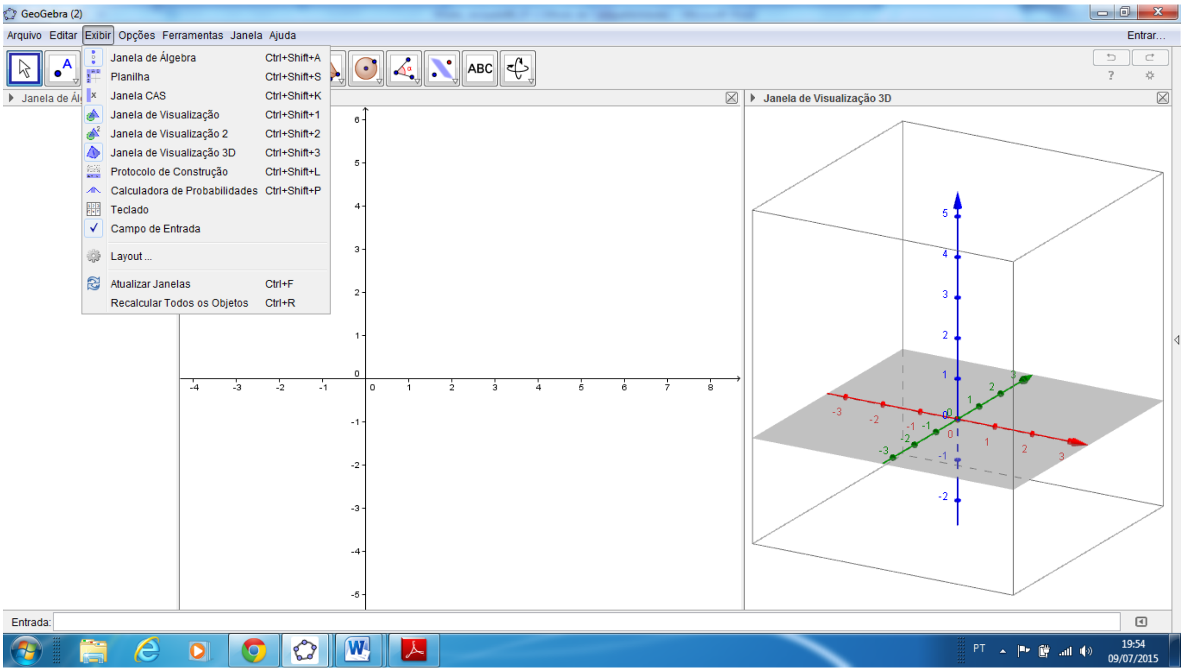
O software Geogebra é gratuito e de fácil acesso, e na maioria das escolas estaduais já está instalado, tornando mais fácil sua utilização. O Geogebra é um software, onde podemos trabalhar conteúdos da matemática escolar de forma mais dinâmica, como por exemplo, geometria plana e espacial, geometria analítica, função de uma e duas variáveis, dentre outros. Há muitos recursos disponíveis no programa que podem facilitar o preparo das aulas para o ensino de matemática de geometria dinâmica.

O Geogebra possui todas as ferramentas tradicionais de um software de geometria dinâmica: pontos, segmentos, retas e seções cônicas. E nele encontramos, também, equações e coordenadas que podem ser inseridas diretamente. A área de desenho possui um sistema de eixos cartesianos onde o usuário faz as construções geométricas com o mouse. Ao mesmo tempo as coordenadas e equações correspondentes são mostradas na janela de álgebra. O campo de entrada de comandos é usado para escrever coordenadas, equações, comandos e funções diretamente, e estes são mostrados na área de desenho imediatamente após pressionar a tecla "*Enter*".

O software, com relação à forma de abordagem, pode ser classificado como instrucionista ou construcionista. Instrucionista quando o professor o utiliza como ferramenta de apoio na transmissão do conhecimento e construcionista quando o aluno pode manipular o software, internalizando alguns conhecimentos.

Também temos uma barra de navegação, onde podemos utilizar todos os recursos disponíveis, acessando o menu desejado. Podemos trabalhar em 2D ou 3D, basta selecionar a janela de visualização. Pode- se trabalhar cálculos em planilhas e também usar a caixa de entrada, para todos os tipos de funções, como por exemplo, função afim, quadrática, exponencial, logarítmica, trigonométrica. Para o desenvolvimento da atividade vamos usar diretamente o campo de entrada e a área de desenho, ou seja, a área gráfica.

Imagem 2: Interface do geogebra 3D



Fonte: Arquivo Pessoal

3- Análise da prática

A ideia dessa prática foi trazer para os alunos uma nova visão de função afim, através de atividades que estão inseridas em seu cotidiano, nas quais o foco principal era a construção do conceito de função afim e sua aplicação. Em virtude disso, a seleção das atividades desenvolvidas pelos alunos foi de cunho social e também para obter significado nas situações do cotidiano, despertando nos estudantes a curiosidade que serve de estímulo para a incorporação do processo de aprendizagem e para a motivação diante do conteúdo exposto.

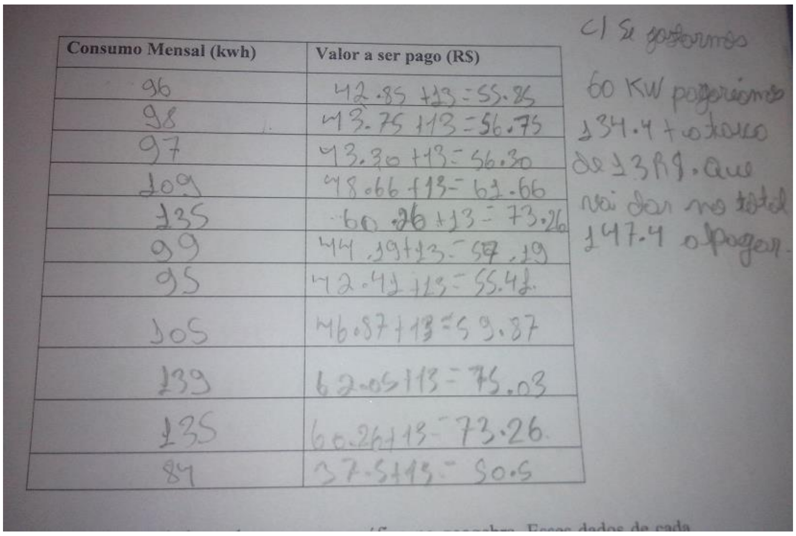
A proposta didática foi desenvolvida em quatro momentos. No primeiro momento os alunos reunidos em grupos tiveram acesso a várias contas de energia elétrica, nas quais foi solicitado pela professora que analisassem as informações contidas.

Após uma breve análise, foram distribuídas folhas contendo alguns questionamentos referentes às contas de energia elétrica, como por exemplo "Como é calculado o valor pago em reais em uma conta de energia elétrica?". Os alunos tiveram bastante dificuldade em responder a esse primeiro questionamento, mas após uma longa análise e alguns debates com os colegas, dois grupos responderam: "*é feita uma função, com os valores e depois somada, aí multiplica pelos dias de consumo*". Apesar da ideia desse grupo parecer bastante confusa, nota-se que eles têm uma ideia de função, que já havia sido discutida com eles, mas não trabalhada com situações problemas que envolvessem fatos do cotidiano. Outro grupo respondeu "*é somado o preço fixo com a taxa de (kwh)".*

Esperava-se que a familiarização com as grandezas permitisse que os alunos identificassem, primeiramente, os processos de generalização e, consequentemente, a realização das conversões para o registro algébrico. Pois esse foi o segundo questionamento feito: "Como pode ser escrita a função que você obteve para representar o valor pago em reais na conta de energia elétrica de acordo com o consumo em kwh?". Os alunos não conseguiram fazer essa conversão, apenas responderam "*somando o valor da conta e dividindo com o consumo*". Nesse caso, os alunos não conseguiram responder a pergunta. Isto, segundo Polya, significa que o problema não foi compreendido.

O terceiro questionamento foi: "Utilizando esta função encontre o valor a ser pago na conta de energia elétrica que corresponde a cada valor do consumo mensal (em kwh) apresentado na tabela a seguir:". Apesar de os alunos terem encontrado dificuldade para responder à segunda pergunta, eles fizeram alguns cálculos usando os kwh de cada mês anterior. Com isso, usaram a segunda etapa, que, segundo Polya, é a construção de uma estratégia de resolução: encontrar conexões entre dados e as incógnitas, pois os alunos procuravam saber qual era o preço do kwh nas contas em análise. Um grupo concluiu, relativamente à sua conta de energia, que existia uma taxa fixa de R$ 13,00, e que o que variava era o preço do kwh; o grupo então preencheu a tabela apenas variando o kwh e, a partir dessa resposta, cheguei à conclusão de que os alunos pegaram a quantidade de kwh de cada mês e dividiram por 2.24, que acreditaram ser o valor do kwh da conta em questão e depois somaram à taxa fixa de R$ 13,00, obtendo o valor a ser pago da conta de energia elétrica, como mostra a figura abaixo.

Figura 3 Tabela de cálculos



Consumo Mensal (kwh)	Valor a ser pago (R$)
96	42.85 +13 = 55.85
98	43.75 +13 = 56.75
97	43.30 +13 = 56.30
109	48.66 +13 = 61.66
135	60.26 +13 = 73.26
99	44.19 +13 = 57.19
95	42.41 +13 = 55.41
105	46.87 +13 = 59.87
139	62.05 +13 = 75.03
135	60.26 +13 = 73.26
84	37.5 +13 = 50.5

c) Se gastarmos 60 KW pagaríamos 134.4 + a taxa de 13R$. Que vai dar no total 147.4 a pagar.

Fonte Arquivo pessoal

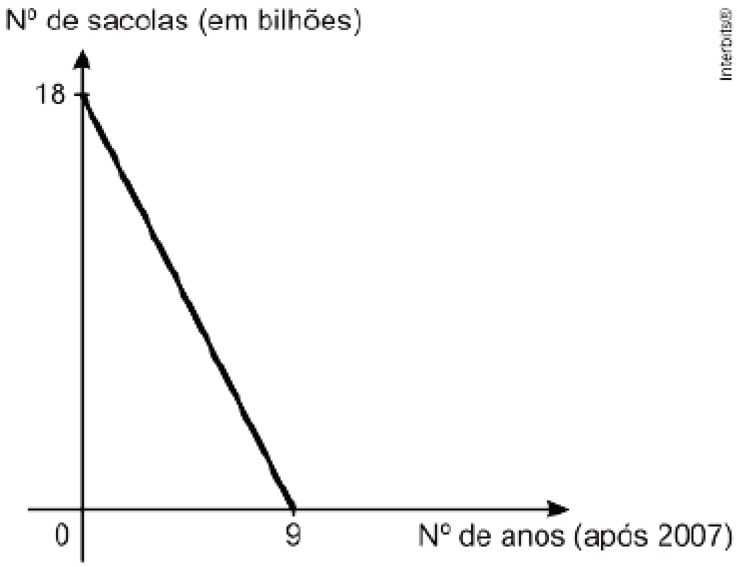
Apesar de ser uma questão que possibilita várias interpretações, em virtude de se tratar de contas de energia com valores diversos, o que realmente deveria prevalecer eram os tratamentos e conversões que esperávamos encontrar nas resoluções para a descoberta da solução, e também para a verificação dos alunos que teriam sucesso ou não na proposta.

Nesse primeiro momento os alunos tiveram bastante dificuldade, principalmente, quando precisavam usar o raciocínio. Os estudantes queriam a resposta certa, pois estão acostumados com os conceitos prontos e não sabem construir seu próprio pensamento.

No segundo momento foi distribuído um problema extraído da prova do Enem (2010). Esse tipo de problema pode possibilitar para o aluno desenvolver algumas estratégias de resolução, segundo Dante "devemos propor aos estudantes várias estratégias de resolução de problemas, mostrando-lhes que não existe uma única estratégia". Pensando nisso foi proposto o seguinte problema:

(Enem 2010) As sacolas plásticas sujam florestas, rios e oceanos e quase sempre acabam matando por asfixia peixes, baleias e outros animais aquáticos. No Brasil, em 2007, foram consumidas 18 bilhões de sacolas plásticas. Os supermercados brasileiros se preparam para acabar com as sacolas plásticas até 2016. Observe o gráfico a seguir, em que se considera a origem como o ano de 2007.

Figura 4: Gráfico da função



LUCENA, M. Guerra às sacolinhas. **Galileu**. nº 225, 2010.

Fonte: Prova Enem 2010

a) De acordo com as informações, quantos bilhões de sacolas plásticas serão consumidos em 2015?

b) Qual é a lei da função?

c) O que significa o 18 no gráfico?

d) Qual é taxa de variação da função e como faço esse calculo?

e) Qual é a quantidade de sacolas produzidas a partir do ano de 2007?

Essa foi a questão em que os alunos apresentaram maior grau de dificuldade, poucos grupos responderam, outros queriam ajuda para responder. A questão "a" foi respondida por alguns grupos como *3 bilhões*, *9 bilhões* e etc, mas foram todas respostas "chutadas", obtidas a partir de uma análise do gráfico e pela percepção que a cada ano que passava diminuía a quantidade de sacolas plásticas. Na questão "b" os alunos responderam com mais precisão, ou seja, alguns grupos conseguiram equacionar, obtendo uma ligação e a correspondência entre os elementos pertencentes à situação analisada. Foram obtidas as seguintes respostas "*9 + 18*", "*18/6 = x*". Nesse caso, os elementos que deveriam ser associados, ou relacionados, são o número de sacolas plásticas em função ao número de anos, com início em 2007. Para resolver essa questão basta conhecer dois pontos para ser possível determinar a função afim na forma *f(x) = ax + b*. Sabe-se que se usarmos os dois pontos do gráfico *(0; 18)* e o ponto *(9; 0)*, pode-se montar um sistema de equações como mostra a figura abaixo:

Figura 5: Sistema de equações

$$\text{i)} \begin{cases} 18 = a(0) + b \\ 0 = a(9) + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 18 \\ 9a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow 9a + 18 = 0 \Rightarrow a = -\frac{18}{9} = -2$$

$$\text{ii)}\ f(x) = -2x + 18 \Rightarrow f(4) = -2.(4) + 18 = -8 + 18 = 10$$

Fonte: Gabarito Prova Enem

Sendo assim, pode- se obter a lei da função que estávamos procurando, *f(x) = ax + b* → *f(x) = -2x + 18*. Com isso, pode-se responder aos demais questionamentos, mas como analisado nas respostas dos alunos, estes chegaram à conclusão de que o 18 fazia parte da lei da função, mas não conseguiu determinar o parâmetro "a", somente o parâmetro "b". Na questão C, que pergunta o que significa o 18 no gráfico, os grupos responderam que "*é o número de sacolas", "é o total de sacolas plásticas usadas", "o número de sacolas (em bilhões)"*. Nessa questão os alunos analisaram o que o gráfico fornecia de dados. A taxa de variação e a quantidade de sacolas produzidas a partir de 2007 não foram informadas pelos grupos.

Para fazer a taxa de variação média de uma função real *f*, em relação a sua variável independente *x*, é a razão entre a variação sofrida pela função quando *x* varia. Por exemplo, tomando dois valores reais quaisquer, *x1* e *x2*, definimos Δ*x = x2 − x1* a variação de *x1* à *x2*, ou seja, *x2 = x1 +* Δ*x*. Já a variação da função *f de y1 = f(x1) à y2 = f(x2)* é definida por Δ*y* = *f(x2)− f(x1)* = (*y2 −y1*), podemos calcular a razão Δ*y*/Δ*x*. E essa razão é chamada de taxa de variação média (ou taxa de crescimento) da função *f* em relação a *x* quando *x* varia de x1 à x2. Portanto, a taxa de variação média de uma função afim dada por *f(x) = ax + b* é constante e igual ao parâmetro "a", ou seja, a taxa de variação é: *f(x) = -2x + 18 = a = -2.*

Esse tipo de problema denunciou a dificuldade de generalização que os estudantes possuem para resolver tudo manualmente, sem criar uma função, assim como também a dificuldade de raciocínio e dedução, habilidades exigidas nesse tipo de problematização.

No terceiro momento foi proposto mais um desafio par os alunos com a seguinte indagação:

“Uma estudante oferece serviços de tradução de textos em língua inglesa. O preço a ser pago pela tradução inclui uma parcela fixa de R$ 20,00 mais R$ 3,00 por página traduzida. Em determinado dia, ela traduziu um texto e recebeu R$ 80,00 pelo serviço”.

a) Calcule a quantidade de páginas que foi traduzida.

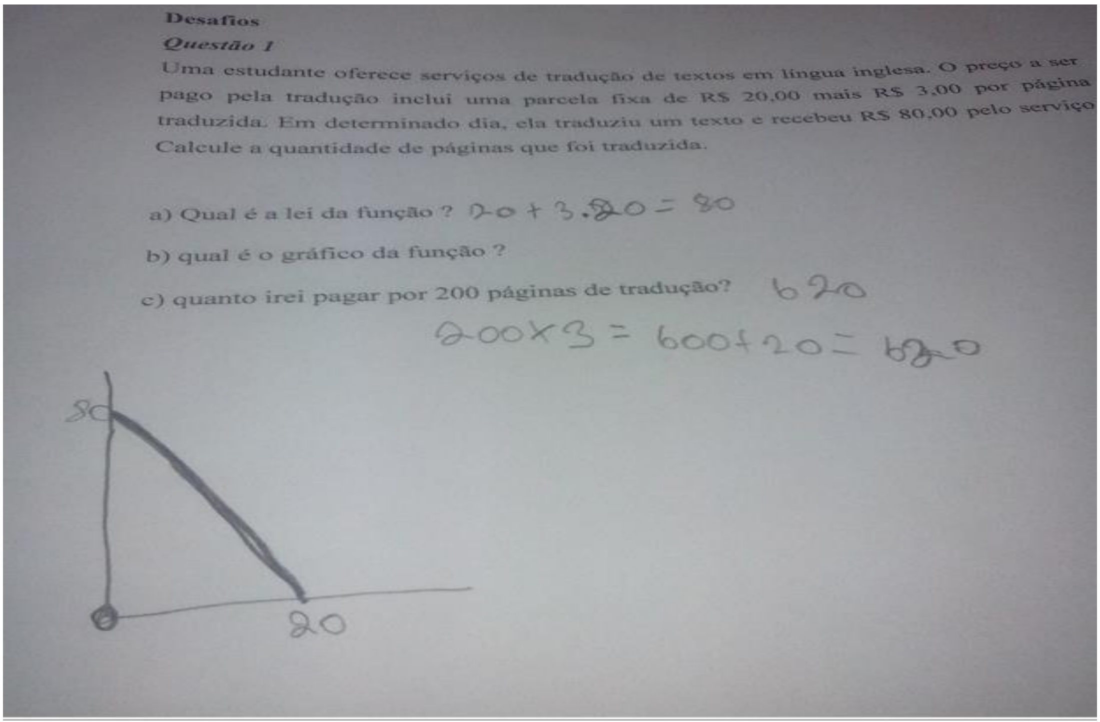
Nessa questão os alunos responderam com maior facilidade, pois não se tratava de um problema tão complexo, não exigindo um alto grau de raciocínio e tomada de estratégias. Os alunos responderam o seguinte: “*tirar os 20 reais e depois dividir o que sobrou por 3*”, “ *vai ser 20 páginas”*.

b) Qual é a lei da função?

Nessa questão os alunos conseguiram equacionar a função “*f(x) = 20 + 3x*”. A maioria dos grupos chegou a mesma conclusão.

c) Qual é o gráfico da função?

Figura 6: Desafio 3º monento



Fonte: Arquivo pessoal

Nesse caso alguns grupos fizeram um gráfico com apenas os pontos que encontravam nas respostas, mas eles demonstraram uma noção do que deveria ser feito, como gráfico, pois já trabalharam com gráficos na disciplina de física, então tinham uma noção, por isso foi colocado somente o lado positivo do gráfico, uma vez que não havíamos ainda trabalhado com a construção e análise dos gráficos no Geogebra, última atividade da proposta. A última questão do desafio foi:

d) Quanto irei pagar por 200 páginas de tradução?

Novamente os alunos fizeram a conta, mas não usando exatamente a lei da função, e sim um raciocínio próprio, por exemplo "*200 × 3 = 600 + 20*".

A identificação da constante do problema, por parte do aluno, forneceria subsídios para a compreensão das ideias ligadas à relação funcional analisada. Nesse contexto, identificar e diferenciar os elementos constantes e variáveis é fundamental às relações funcionais, ou seja, para o trato com o conceito de função, e, consequentemente, com o conceito de função afim. As perguntas serviram para nortear o trabalho feito, e para estimular os alunos, além de mostrar os conceitos e os objetivos buscados, tanto para familiarizar o estudante com o que está sendo proposto, quanto para passar as características da função afim.

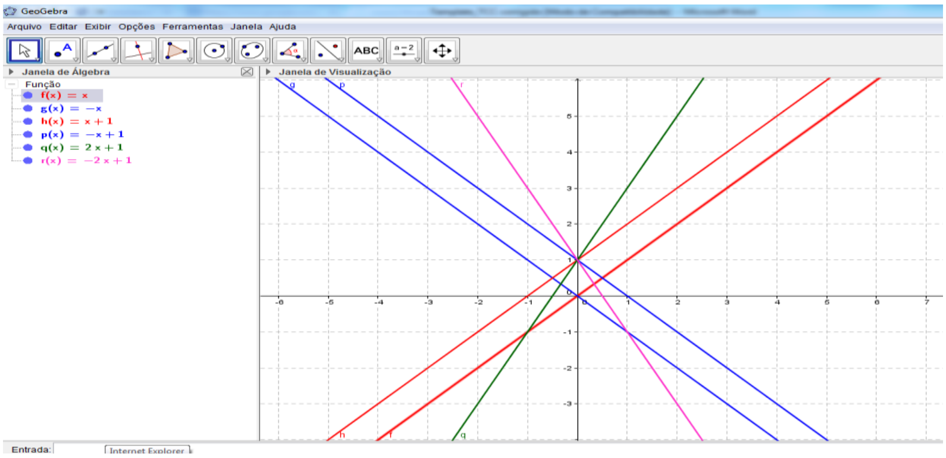
No último momento, os alunos foram levados até o laboratório de informática e colocados em duplas (alguns permaneceram sozinhos), para que fizessem as construções gráficas no Geogebra. Em seguida foram distribuídas folhas contendo funções afim, assim como também algumas perguntas referentes aos gráficos construídos. Como no exemplo abaixo, função afim será escrita desta forma: $y = ax + b$

Trace as funções a seguir:

a) $f(x) = x$
b) $f(x) = -x$
c) $f(x) = x + 1$
d) $f(x) = -x + 1$
e) $f(x) = 2x + 1$
f) $f(x) = -2x + 1$

Como os alunos ainda não haviam tido contato com o software, foi colocado uma observação para que fossem trocadas as cores das retas, favorecendo aos alunos analisarem, “clicando com o botão direito sobre cada função, escolhendo ‘propriedades’ e a aba ‘cor’, escolha uma cor para cada função traçada para poderes visualizar melhor cada uma”.

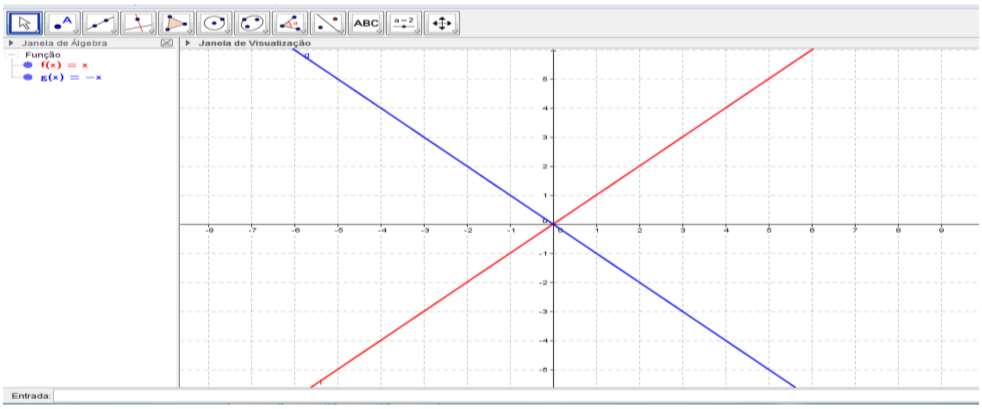
Figura 7: Interface do Geogebra variando parâmetro “a”



Fonte: Arquivo Pessoal

Para começar os questionamentos foi pedido que os alunos analisassem os gráficos que foram construídos no Geogebra, com isso os alunos responderam à primeira pergunta: “O que aconteceu quando alteramos o parâmetro ***a***?”, umas das dúvidas era “o que é parâmetro?”, o que, em seguida, foi pesquisado pelos alunos. Os estudantes encontraram algumas definições para o termo, dentre elas: “**Parâmetro** é um substantivo masculino bastante usado na matemática que consiste em uma linha constante e invariável, que pertence a uma equação ou que faz parte da construção de uma reta. Em alguns casos esta palavra é usada como sinônimo de norma ou padrão”. Procedeu-se a uma discussão com os alunos acerca do significado de parâmetro “*a*”, então os alunos responderam, “*a reta muda o lado, de uma reta normal ela passa a ser negativa*”, mas a grande maioria respondeu: “*as retas se invertem”.*

Figura 8 : Análise da função variando o parâmetro “a”



Fonte: Arquivo Pessoal

Esperava-se que os alunos reconhecessem as relações existentes nas retas, ou seja, que conseguissem ver a diferença entre uma e a outra apenas alterando o coeficiente angular da reta. Com isso poderia ser possível classificar essa função de acordo com o coeficiente “*a*”; se *a* > *0*, a função é crescente, caso *a* < *0*, a função se torna decrescente.

O segundo questionamento feito foi em relação aos pontos que fazem parte das retas construídas, “quais os pontos que passam cada função que você analisou?”. Os alunos citaram alguns pontos que puderam visualizar nas retas, como por exemplo: *“(1;3), (-1;3), (2;5)”*, os alunos também responderam que “*existe infinitos pontos, não é possível colocar todos*”. Nessa análise os estudantes chegaram a uma conclusão da definição da reta, pois ela é constituída de infinitos pontos, que estão alinhados.

No terceiro questionamento os alunos responderam sobre o domínio e a imagem das funções: “O que aconteceu com o domínio e imagem de cada função acima?”. Aqui os estudantes não sabiam o que era domínio e imagem, por isso foi feita uma breve explicação: o domínio nós olhamos os pontos no eixo x, e a imagem olhamos a correspondência do eixo x, no eixo y existe um par ordenado. Os alunos responderam o seguinte: “*ele é infinito, não consigo ver o começo e nem o fim das retas*”, “*não tem fim*”. O **domínio** é o conjunto de partida. Ele é composto de todos os elementos do conjunto de partida. Os elementos do conjunto imagem são todos os elementos do contradomínio que estão associados a algum elemento do domínio. Nesse caso não existe restrição para o domínio nas funções apresentadas, o domínio nessas funções são todos os números reais, na função afim apresenta restrições, quando aparece a variável no denominador, devendo ser diferente de zero e também quando a variável aparece nas raízes, deve ser maior ou igual a zero. A imagem dessas funções também não apresenta restrições, pois para cada elemento do domínio há uma imagem correspondente, portanto são todos os números reais.

Foi solicitado aos alunos que construíssem os seguintes gráficos dispostos abaixo:

2) Trace as funções a seguir:

a) $f(x) = x + 1$

b) $f(x) = x + 2$

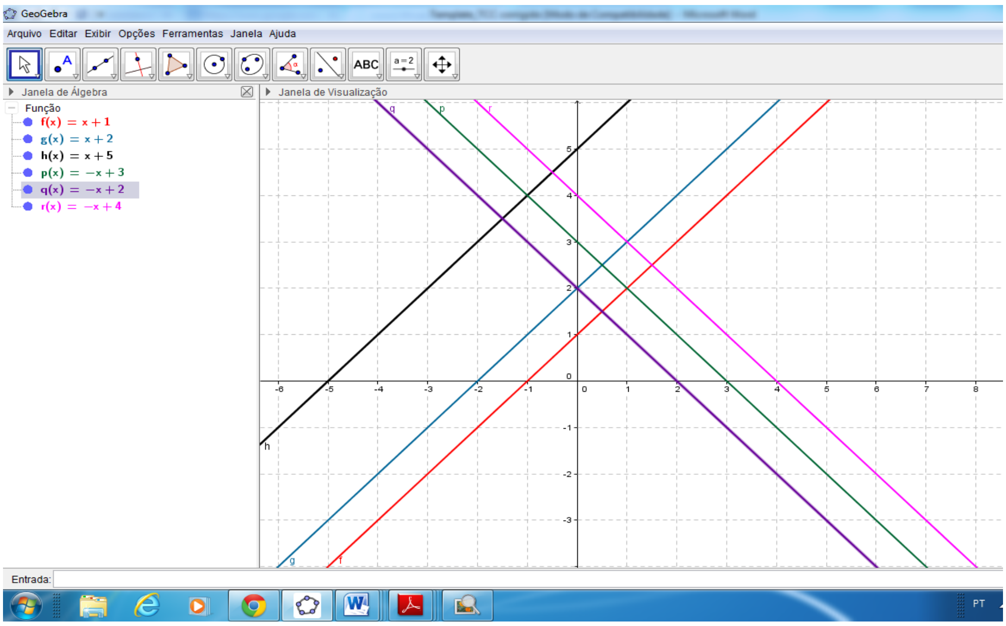
c) $f(x) = x + 5$

d) $f(x) = -x + 3$

e) $f(x) = -x + 2$

f) $f(x) = -x + 4$

Figura 9: Interface do Geogebra variando parâmetro “b”



Fonte: Arquivo Pessoal

Após os alunos construírem os gráficos, apenas mudando os valores do parâmetro “*b*”, foram feitas algumas perguntas, como por exemplo: “o que aconteceu quando alteramos o parâmetro ***b***?”. As respostas foram as mais variadas, mas a que mais prevaleceu foi “*elas sobem e descem”, “subiu um pouco acima do eixo y”, “ela passou de (-1; 1) para (-2; 2)”.*

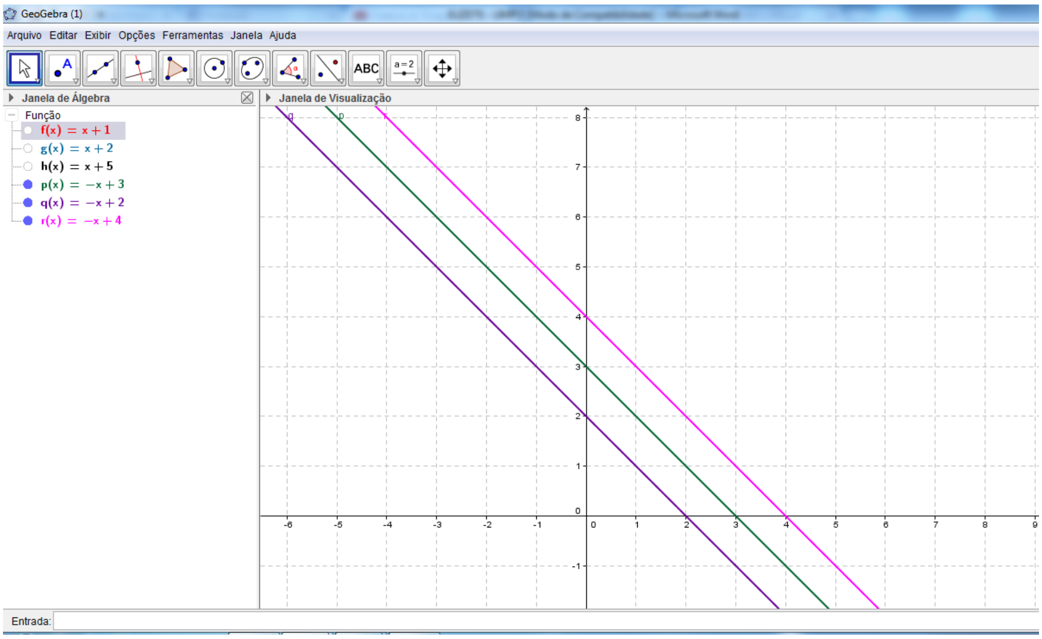
Foram analisadas na figura 9 as seguintes funções:

d) $f(x) = -x + 3$

e) $f(x) = -x + 2$

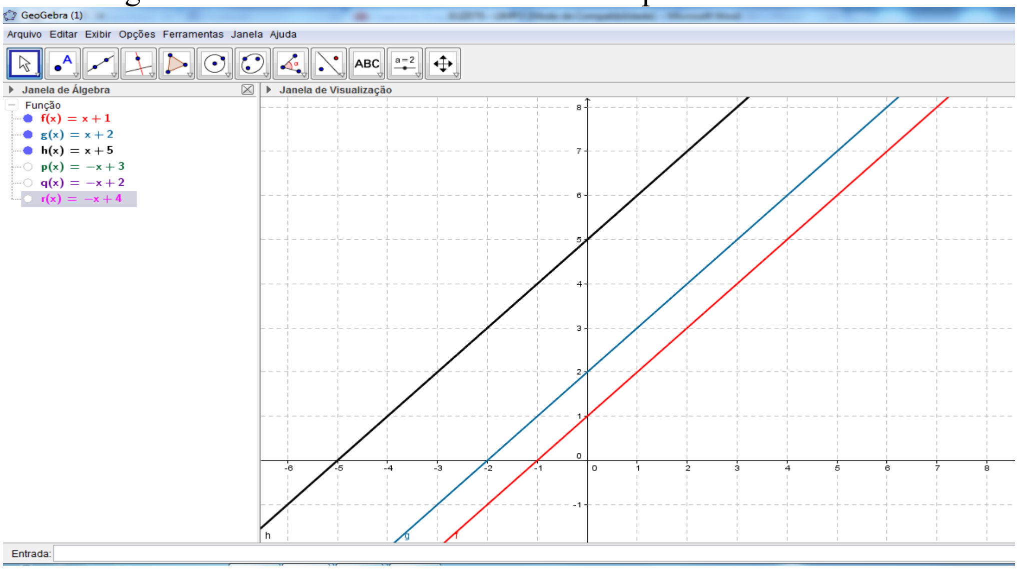
f) $f(x) = -x + 4$

Figura 10 :Funções analisadas apenas variando o parâmetro "b"



Fonte Arquivo Pessoal

Figura 11 Continuando a análise variando parâmetro “b”



Fonte Arquivo Pessoal

Na figura 10 foram analisadas as seguintes funções:

a) $f(x) = x + 1$

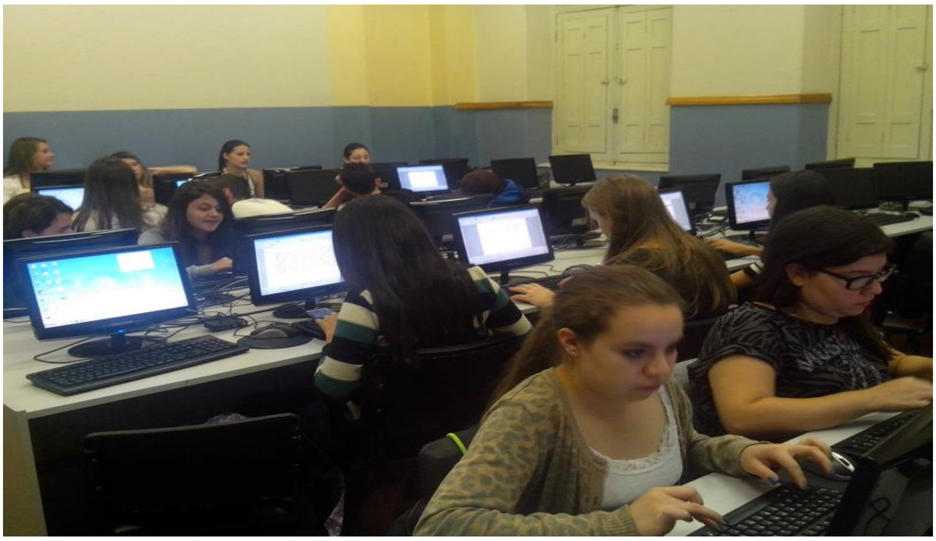
b) $f(x) = x + 2$

c) $f(x) = x + 5$

Pensando nos objetivos, segundo os PCNs, no Ensino Médio o aluno deve saber interagir com a realidade que o cerca. Para tanto, o professor deve, desde o primeiro ano, desenvolver no aluno as diferentes linguagens matemáticas, para que este possa, principalmente, interpretar e compreender problemas, utilizando modelos matemáticos e raciocínio lógico. Assim o estudante poderá identificar informações relevantes em uma situação problemas e também conseguir organizar suas estratégias para resolvê-las.

Os alunos devem fazer uso da linguagem matemática para elaborar comunicações orais e escritas, bem como conseguir fazer conversões da linguagem algébrica para a linguagem gráfica, e vice-versa, pois isso é fator importante na elaboração das hipóteses e na interpretação dos resultados obtidos.

Figura 12 Alunos na sala de informática



Fonte Arquivo Pessoal

4- Considerações Finais

Quando se fala no ensino de função por meio da resolução de problemas e tecnologia, alguns, equivocadamente, imaginam que basta passar o problema, acreditando que os alunos irão resolvê-lo e aprender todo o conteúdo. Todavia, é justamente o contrário. Nessa metodologia, é necessário que o professor interaja, questione, tire dúvidas e, enfim, auxilie o aluno o tempo todo para que este não desanime. Apresentou-se, neste trabalho, como o assunto é abordado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais, e se verificou, no mesmo tópico, que a temática deve ser ministrada aos alunos de Ensino Médio. Desse modo, os problemas citados neste estudo servem apenas para nortear o trabalho do professor, o qual deve tornar sua abordagem o mais interessante possível para os discentes. Citam-se, também, as vantagens do uso dessa metodologia no ensino de função, com ênfase em algumas ideias de questionamento que podem surgir durante o processo de aprendizagem. Ademais, chama-se a atenção do professor para o fato de que o planejamento é parte essencial desse processo, como lembram Menegolla e Sant'Anna (2001, p. 66):

> O planejamento ajuda o professor a definir os objetivos que atendam os reais interesses dos alunos; - possibilita ao professor selecionar e organizar os conteúdos mais significativos para seus alunos; - facilita a organização dos conteúdos de forma lógica, obedecendo a estrutura da disciplina; - ajuda o professor a selecionar os

> melhores procedimentos e os recursos, para desencadear um ensino mais eficiente, orientando o professor no como e com que deve agir; - ajuda o professor a agir com maior segurança na sala de aula; - o professor evita a improvisação, a repetição e a rotina no ensino; - facilita uma maior integração com as mais diversas experiências de aprendizagem; - facilita a integração e a continuidade do ensino; - ajuda a ter uma visão global de toda a ação docente e discente; - ajuda o professor e os alunos a tomarem decisões de forma cooperativa e participativa.

Portanto, espera-se contribuir para o ensino de função afim com um incentivo aos professores que desejam mudar, deixando de lado a prática conservadora das aulas expositivas, em busca de algo que seja mais dinâmico e interessante. A função afim é importante porque mostra para o aluno a ligação dos conceitos matemáticos de sala de aula, com a realidade que os cerca. Os alunos em geral aprendem isso de forma mecânica e apresentam deficiências no seu aprendizado.

Por isso as tecnologias estão cada vez mais presentes no cotidiano das pessoas, e como tal, não poderia ser diferente no ambiente escolar. Neste contexto enfatizamos a importância do uso de Informática no ensino, em particular do software Geogebra no ensino de matemática, principalmente no ensino de função afim**.**

Concluímos que a utilização da informática, em particular de softwares, não é a solução para o ensino de matemática, porém deve ser visto com bom olhos, pois de fato é uma importante ferramenta em oposição à prática da aula tradicional.

Desse modo, esperamos que o leitor possa perceber , através deste artigo, como um software de geometria dinâmica pode contribuir, quando bem utilizado, para construção do conteúdo matemático pelo aluno.

Referências

BRASIL. Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. Resolução CNE/CEB No 2, de 30 de janeiro de 2012. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf>. Acesso em: 05 jun. 2015.

______. Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio. Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>. Acesso em: 18 jun. 2015

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da resolução de problemas de matemática.** 3. ed. São Paulo: Ática, 1991.

GRAVINA, Maria Alice. **Matemática, mídias digitais e didática:** tripé para formação de professores de matemática. Porto Alegre: Evangraf, 2012

MENEGOLLA, M.; SANT'ANNA, I. L. **Por que planejar? Como planejar?** Petrópolis: Vozes, 2001.

PEREIRA, Antônio Luiz. Problemas matemáticos: caracterização, importância e estratégias de resolução. In: SEMINÁRIOS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS, 2001, São Paulo. São Paulo: USP, 2002.
Disponível em: < http://www.ime.usp.br/~trodrigo/documentos/mat450/mat450-2001242-seminario-8-resolucao_problemas.pdf>. Acesso em: 18 jun. 2015.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas:** um novo aspecto do método matemático. Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. 2. reimp. Rio de Janeiro: Interciência, 1995. Disponível em: <http://www.mat.ufmg.br/~michel/inicmat2010/livros/polya.pdf>. Acesso em: 05 jun. 2015.

SOUZA, Maria José Araújo. **Informática educativa na educação matemática:** estudo de geometria no ambiente do software cabri-géomètre. 2001. Dissertação. Fortaleza, 2001.