

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE FÍSICA

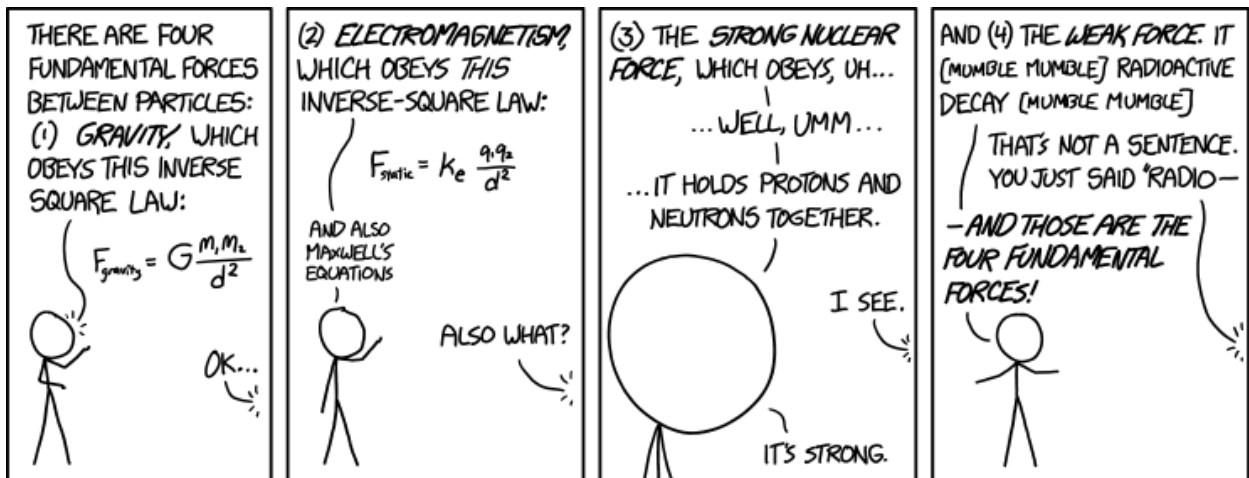
Produção exclusiva de partículas em processos de espalhamento e o fenômeno de escalamento geométrico nos modelos de saturação partônica *

Felipe Gregoletto Ben

Dissertação de Mestrado realizada sob orientação do Prof. Dr. Magno Valério Trindade Machado e apresentada ao Instituto de Física da UFRGS em preenchimento do requisito final para a obtenção do título de Mestre em Física.

Porto Alegre
2015

* Trabalho financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).



“Of these four forces, there’s one we don’t really understand.”

“Is it the weak or the strong—”

“It’s gravity.”

Agradecimentos

Em primeiro lugar gostaria de agradecer ao meu orientador, Prof. Dr. Magno V. T. Machado, pela proposição do tema, orientação e bondade de conviver com meu caráter quântico – que fazia com que eu não tivesse uma localização bem definida até que eu fosse observado, usualmente após longos períodos de tempo.

Agradeço também aos meus novos colegas de curso, o Felipe e a Natália, que me pegaram pela mão quando eu cheguei e me incentivaram a seguir nessa transição de fase de segunda ordem que eu inventei quando fui fazer um mestrado em Física. Muito obrigado. Agradeço também à Profa. Sandra Denise Prado, que talvez nem saiba disso mas foi uma das pessoas que mais me incentivou a ir para a Física, mesmo sem nem me conhecer direito.

São igualmente indispensáveis os agradecimentos a meus amigos do Chat dos Bróder – agora imortalizado – pelas risadas e momentos de descontração, em especial ao Vinícius que compartilhou comigo as frustrações e decepções do mestrado; ao meu amigo e ombro amigo Gregor, que sempre acreditou em mim; e ao apoio da gata que, claro, foi fundamental – embora suspeito que motivado inteiramente pelo interesse em ganhar mais ração.

Por fim, agradeço à minha família, por ter sempre me apoiado psicologicamente e financeiramente, além de ter me proporcionado uma educação de qualidade sem a qual eu definitivamente não entenderia este trabalho. Trabalho que, por sinal, tem a pequena torcida de que incentive de algum jeito minha irmã Anna a se interessar por essa jornada fantástica que a mente humana iniciou com essa história de ciência – mas sem pressão! Agradeço em especial à minha vó Martha, pela constante dedicação comigo e pessoa sem a qual eu certamente não seria quem sou hoje. Obrigado.

Resumo

Neste trabalho é estudada a produção exclusiva de partículas em processos de espalhamento elétron-próton no chamado regime de saturação. Neste regime ocorre o fenômeno de escalamento geométrico: as seções de choque são funções apenas de uma combinação adimensional das variáveis cinemáticas relevantes, tanto no caso inclusivo e difrativo como na produção de mésons vetoriais. Em particular, a variável de escalamento é dada genericamente por $\tau = Q^2/Q_s^2$, onde Q^2 é a virtualidade do fóton e Q_s é a escala de saturação. Através da aproximação eiconal e do modelo de dipolos é desenvolvido um modelo teórico para a seção de choque de espalhamento inelástico profundo (DIS, em inglês), de onde são obtidas expressões analíticas para a produção exclusiva de mésons vetoriais. Equações similares não foram encontradas na literatura até a data de conclusão deste trabalho. Os resultados são então comparados com os respectivos dados experimentais atuais.

Abstract

In this work one studies the exclusive production of particles in scattering processes in the so called saturation region. Within this scheme the phenomenon of geometric scaling takes place: cross sections are functions only of a dimensionless combination of the relevant kinematic variables, which happens both in inclusive and diffractive cases, as in the production of vector mesons. In particular, the scaling variable is given in general by $\tau = Q^2/Q_s^2$, where Q^2 is the photon virtuality and Q_s represents the saturation scale. Through the eikonal approximation and the dipole model picture, a theoretical model for Deep Inelastic Scattering (DIS) cross sections is developed, from which one obtains analytical expressions for the exclusive production of vector mesons. Similar expressions could not be found in the literature until the completion of this work. Results are then compared to the respective current experimental data.

Conteúdo

Introdução	1
1. A Cromodinâmica Quântica e o Espalhamento Inelástico Profundo	2
1.1 A Cromodinâmica Quântica	2
1.1.1 Liberdade Assintótica	6
1.1.2 O Lagrangeano da QCD	9
1.2 O Espalhamento Inelástico Profundo	10
1.2.1 Modelo de Pártons e Escalamento de Bjorken	14
1.2.2 Violações do Escalamento e Evolução dos Pártons	17
1.3 Conclusão	20
2. DIS para pequeno x	21
2.1 Evolução Partônica para Pequeno x	21
2.2 Escalamento Geométrico em Processos Inclusivos	24
2.3 Escalamento Geométrico em Processos Difrativos	29
2.4 Escalamento Geométrico na Produção Difrativa de Mésons Vetoriais	30
2.5 Conclusão	33
3. Produção Exclusiva de Partículas e o Escalamento Geométrico	34
3.1 A Seção de Choque pelos Modelos Eiconais	34
3.2 As Seções de Choque para o DIS no Regime de Escalamento Geométrico	36
3.2.1 Seção de Choque Elástica e Quasi-Elástica	37
3.2.2 Seção de Choque para o DVCS	39
3.2.3 Seção de Choque para Produção de Mésons Vetoriais	39
3.3 Conclusão	42
Conclusão	43

Introdução

A física de partículas é uma busca pela resposta de um dos questionamentos mais antigos da humanidade: “do que somos feitos?”. A ideia de um conjunto de blocos que se combinam de várias maneiras para constituir tudo que nos cerca data ainda da Grécia antiga, mas a descrição destes blocos evoluiu tremendamente desde as primeiras propostas de átomos indivisíveis até os modernos aceleradores de partículas que nos levaram ao Modelo Padrão, com seus quarks, léptons e bósons. A investigação dos constituintes da matéria é ao mesmo tempo sofisticada e rudimentar. De certa forma, é semelhante a jogar um computador contra a parede e, pelas peças que caem no chão, tentar descobrir como ele funciona. A diferença é que no mundo microscópico as peças que sobram nem sempre são peças que estavam lá em primeiro lugar.

Dentre os recursos para avaliar a estrutura da matéria em seu nível mais fundamental – isto é, na menor escala de tamanho que conseguimos – está o chamado espalhamento inelástico elétron-próton, onde uma interação de alta energia entre um elétron e um próton pode produzir uma série de partículas que fornecem informações sobre a composição do próton. Os diferentes resultados são descritos por seções de choque, que estão relacionadas com a probabilidade de ocorrer uma determinada interação. Este trabalho se destina a estudar a produção de partículas nesse processo, em especial o comportamento das seções de choque para a produção de mésons vetoriais.

O Capítulo 1 apresenta uma revisão geral da física de partículas pertinente para este trabalho e uma descrição inicial do espalhamento inelástico profundo e da estrutura interna do próton. O Capítulo 2, por sua vez, se destina a analisar a evolução dessa estrutura interna no regime de altas energias, onde é atingido o regime de saturação. Nesse capítulo é discutido o fenômeno do escalamento geométrico, além de serem apresentadas evidências experimentais para o mesmo. No Capítulo 3, por fim, é desenvolvido um modelo teórico para as seções de choque dentro desse regime e as expressões analíticas obtidas são então comparadas com os dados experimentais atuais. O capítulo final se destina a revisar e discutir os principais resultados obtidos neste trabalho e perspectivas futuras.

Capítulo 1

A Cromodinâmica Quântica e o Espalhamento Inelástico Profundo

Neste capítulo é apresentada uma visão geral da física de partículas pertinente a este trabalho, começando pela descrição das interações fortes e suas principais características. Em seguida é apresentado o espalhamento inelástico profundo (DIS, em inglês), que permite uma análise da estrutura interna do próton e servirá de base para os processos descritos nos capítulos seguintes.

1.1 A Cromodinâmica Quântica

Na descrição atual, os diferentes constituintes elementares da matéria — quarks, léptons e mediadores — podem interagir através de quatro *interações fundamentais*: forte, eletromagnética, fraca e gravitacional. A cada interação está associada uma diferente teoria quântica de calibre.

A teoria clássica de gravidade é a Lei de Newton da gravitação universal, cuja generalização relativística é a Relatividade Geral de Einstein. Embora não exista, no momento, uma descrição satisfatória de uma teoria quântica de gravidade, em geral os efeitos gravitacionais são assumidos desprezíveis entre partículas elementares, em virtude de sua pequena massa [1]. As interações eletromagnéticas, por sua vez, são bem descritas quanticamente pela Eletrodinâmica Quântica (QED), elaborada por Feynman, Tomonaga e Schwinger, na década de 1940. As interações fracas são de certa forma diferentes manifestações da força eletrofraca, descritas pela teoria de Glashow-Weinberg-Salam (GWS). A interação forte, por fim, é descrita pela *Cromodinâmica Quântica* (QCD), desenvolvida em meados de 1970. Como as demais forças conhecidas, a QCD pertence à classe das chamadas *teorias de calibre*, onde os campos são representações de um grupo abstrato de simetria e suas interações são mediadas por bósons de calibre (responsáveis por carregar a informação da interação entre as partículas interagentes). Estes bósons são induzidos pelo requerimento de que o Lagrangeano seja invariante em relação a transformações locais arbitrárias nos campos (chamadas

transformações de calibre). É importante ressaltar que as diferentes teorias de calibre são caracterizadas por diferentes grupos de simetria. A teoria eletromagnética é caracterizada por um grupo U(1), as interações fracas entre férmions levógiros por um grupo SU(2) e as interações fortes por um grupo de simetria SU(3) [2].

Tab. 1.1: *Comparação qualitativa das forças fundamentais, com intensidade relativa calculada para $Q = 1 \text{ GeV}$. Tabela retirada de [2].*

Interação	Potencial aprox.	Parâmetro	Intensidade relativa
forte	$\frac{12\pi/3}{Q^2 \ln(Q^2/\Lambda^2)}$	$\Lambda \approx 0,2 \text{ GeV}$	1
eletromagnética	$\frac{\alpha_{em}}{Q^2}$	$\alpha_{em} \approx \frac{1}{137}$	$1,4 \times 10^{-2}$
fraca	$\frac{\alpha_{em}}{Q^2 - M_W^2}$	$M_W \approx 80 \text{ GeV}/c^2$	$2,2 \times 10^{-6}$
gravitacional	$\frac{G_N m_1 m_2}{Q^2}$	$G_N \approx \frac{6.7 \times 10^{-39}}{\text{GeV}^2}$	$1,2 \times 10^{-38}$

Uma comparação qualitativa das forças é apresentada na Tabela 1.1. O potencial que media a interação está escrito em função da transferência de momento Q entre as cargas e pode ser usado como uma medida da intensidade das forças. A tabela também resume algumas características importantes da visão atual do Modelo Padrão da física de partículas. As interações eletromagnética e fraca são unificadas, no sentido de que em grandes energias ambas se tornam similares, com intensidades proporcionais a α_{em} . Em baixas energias as interações fracas são suprimidas pelo termo M_W^2 , devido à grande massa dos bósons da interação. Já na QCD se observa um crescimento da interação para energias mais baixas com uma divergência no termo $\ln(\frac{Q^2}{\Lambda^2})$, o que implica que próximo e abaixo de um certo parâmetro de energia Λ a expressão apresentada não descreve mais a física de interações fortes. Por outro lado, a intensidade do acoplamento decresce com Q^2 e finalmente se aproxima do valor unificado da interação eletrofraca no escopo das teorias de grande unificação.

No Modelo Padrão as partículas são representadas por campos e suas interações fundamentais (negligenciando a força gravitacional) mediadas pelos respectivos bósons de calibre. Os campos atualmente conhecidos são os quarks e léptons, que são férmions de spin-1/2, e bósons de calibre de spin-1, como o glúon (g), o fóton (γ) e os bósons W^\pm e Z , que mediam as forças forte, eletromagnética e fraca, respectivamente. Um resumo das diferentes partículas e suas características é apresentado na Tabela 1.2. Enquanto a QED, por exemplo, descreve a interação entre partículas que apresentam carga elétrica, a QCD descreve a propagação e interação entre partículas que apresentam *carga de cor*. Há três possíveis estados de cor: vermelho (R), verde (G) e azul (B). Os quarks apresentam tanto carga elétrica quanto cor¹,

¹ Os antiquarks apresentam anticor. Assim como as cargas opostas + e - “se cancelam”, um par de cor

e portanto participam tanto da interação eletromagnética quanto da forte – isto é, acoplam com fótons e glúons. Os léptons, por sua vez, não possuem cor e então não sofrem ação força forte, embora os léptons carregados, é claro, também interajam eletromagneticamente. Além disso, todos os quarks e léptons estão sujeitos à interação fraca.

Tab. 1.2: *Campos do Modelo Padrão mínimo. O primeiro grupo contém os quarks, o segundo os léptons e o último os bósons. As cargas são dadas em unidades da carga do pósitron. Tabela adaptada de [2].*

Campo	Massa/MeV/c ²	Spin	Carga/e	Estados de cor
d	3 – 9	1/2	-1/3	3
u	1 – 5	1/2	+2/3	3
s	75 – 170	1/2	-1/3	3
c	1150 – 1350	1/2	+2/3	3
b	4000 – 4400	1/2	-1/3	3
t	174300	1/2	+2/3	3
e^-	0.511	1/2	-1	0
ν_e	< 0.000003	1/2	0	0
μ^-	105.66	1/2	-1	0
ν_μ	< 0.19	1/2	0	0
τ^-	1777	1/2	-1	0
ν_τ	< 18.2	1/2	0	0
γ	0	1	0	0
W^\pm	80419	1	± 1	0
Z	91188	1	0	0
g	0	1	0	8
H	> 114000	0	0	0
G	0	2	0	0

Essencialmente, todos os fenômenos eletromagnéticos podem ser reduzidos ao processo fundamental $e \rightarrow e + \gamma$, onde uma partícula carregada emite ou absorve um fóton, representado na Figura 1.1

Na Cromodinâmica Quântica, a cor desempenha o papel da carga e o processo fundamental é $\text{quark} \rightarrow \text{quark} + \text{glúon}$, apresentado no primeiro diagrama da Figura 1.2. Entretanto, ao contrário do que acontece com a carga elétrica durante a emissão de um fóton, a cor do quark pode se alterar durante o acoplamento. Um quark vermelho, por exemplo, pode ser e sua anticor formam um conjunto neutro “branco”, ou “sem cor”. A combinação RGB também é neutra.

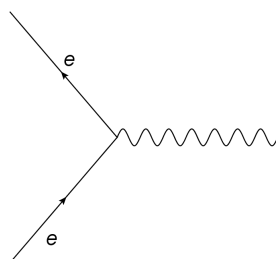


Fig. 1.1: *Vértice fundamental da QED.*

convertido em um quark azul. A cor (como a carga elétrica) é conservada no processo, o que significa que o glúon nesse caso deve “levar embora” a diferença de cores — no caso, deve carregar vermelho e anti-azul. O segundo diagrama da Figura 1.2 apresenta esquematicamente o fluxo de cor no processo.

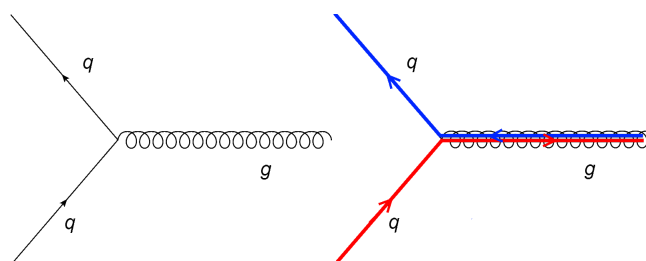


Fig. 1.2: *Vértice fundamental da QCD e fluxo de cor no processo.*

É interessante ressaltar que, enquanto o fóton é eletricamente neutro e, portanto, não interage com outros fótons, o glúon é *bicolor* (carrega cor e anticor), e portanto pode acoplar com outros glúons. Isso pode se dar na forma de vértices com três ou quatro glúons, conforme a Figura 1.3. Essa diferença está no cerne de importantes distinções entre a QED e a QCD, a serem discutidas a seguir.

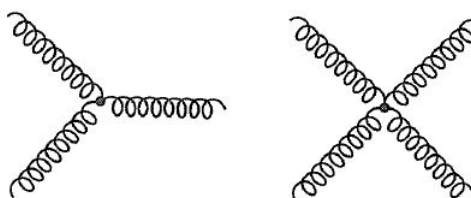


Fig. 1.3: *Acoplamento entre glúons, consequência da natureza não-abeliana da simetria $SU(3)$ da QCD.*

1.1.1 Liberdade Assintótica

Na eletrodinâmica quântica, a carga de um elétron é parcialmente blindada pela polarização da nuvem de pares elétron-pósitron virtuais que surgem como flutuações do vácuo², como representado qualitativamente na Figura 1.4. A quantidade a que normalmente nos referimos como sendo a “carga do elétron” é apenas a sua carga *efetiva*.

O efeito pode ser descrito pela dependência da constante de estrutura fina $\alpha_{em} \equiv e^2/4\pi$ com a escala do momento Q trocado na interação com um elétron, onde e é a carga fundamental. Um cálculo em primeira ordem leva a [3]

$$\frac{1}{\alpha_{em}(Q)} = \frac{1}{\alpha_{em}(m_e)} - \frac{2}{3\pi} \ln\left(\frac{Q}{m_e}\right), \quad (1.1)$$

onde m_e é a massa do elétron e $\alpha_{em}(m_e)$ é um parâmetro que estabelece o valor da constante a grandes distâncias (interações de baixa energia), $\alpha_{em} \approx 1/137$. A expressão é válida para $Q > m_e$. O sinal do logaritmo indica que para grandes valores de Q , o que significa uma interação em pequenas escalas de distância, a carga efetiva aumenta. Qualitativamente, imagine a interação do elétron com um fóton. Um fóton mais energético consegue atravessar a blindagem do vácuo, vendo então a carga “real” não amenizada pela nuvem de pósitrons. Este cenário é apresentado na Figura 1.4.

Na QCD, glúons podem flutuar em pares de quark-antiquark, e essa polarização do vácuo tem efeitos similares de blindagem, tendendo a diminuir a carga de cor efetiva a grandes distâncias (pequeno Q), como na QED. Contudo, essa tendência é superada por efeitos de antiblindagem (reforço da carga de cor) provenientes da contribuição de laços de glúons para a polarização do vácuo. Esses laços surgem devido aos vértices de três ou quatro glúons apresentados na Figura 1.3. Em uma aproximação de um laço, o análogo para interações fortes da constante de estrutura, $\alpha_s \equiv g^2/4\pi$, evolui como

$$\frac{1}{\alpha_s(Q)} = \frac{1}{\alpha_s(\mu^2)} + \frac{11N_c - 2N_f}{12\pi} \ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right), \quad (1.2)$$

onde N_c é o número de cores, N_f o número de sabores de quarks e μ define a escala de referência.³

O sinal do logaritmo da Equação (1.2) é determinado pelo termo $11N_c - 2N_f$. Se esse número fosse negativo então todo o segundo termo seria negativo e, como na QED, a carga

² Qualitativamente, o princípio da incerteza $\Delta E \Delta t \geq \hbar/2$ implica que flutuações de energia podem ocorrer no vácuo desde que em curtos intervalos de tempo, dando origem a pares elétron-pósitron que logo se aniquilam.

³ Basicamente, μ determina um valor de α_s que é corrigido por expansões. O valor de referência pode ser qualquer valor onde α_s é pequeno o bastante para justificar o cálculo perturbativo. Em outras palavras, desde que seja grande o bastante para que $\alpha_s(\mu^2) < 1$, o valor exato de μ é indiferente e pode ser estimado experimentalmente. Em termos da constante Λ apresentada na Tabela 1.1, temos $\ln \Lambda^2 = \ln \mu^2 - 12\pi/[(11n - 2f)\alpha_s(\mu^2)]$.

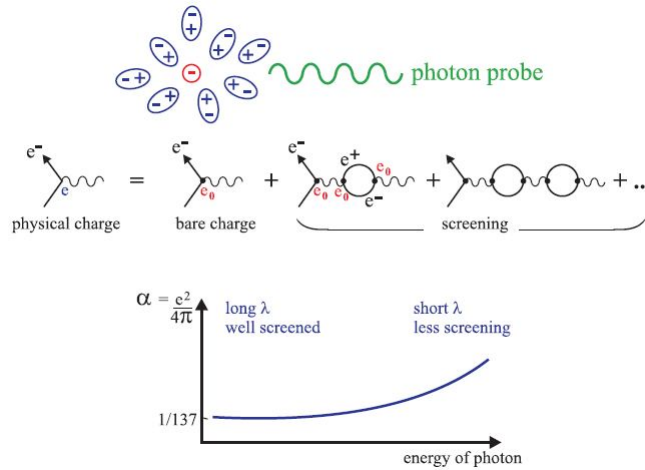


Fig. 1.4: A polarização do vácuo e o comportamento do acoplamento α da QED. Um fóton de menor comprimento de onda (maior Q) “vê” uma carga efetiva maior. A QED determina o comportamento da constante, mas o valor base $1/137$ é determinado experimentalmente. Figura retirada de [4].

de cor cresceria a pequenas distâncias. Contudo, para $N_c = 3$ e $N_f = 6$, como se espera da abordagem atual, o coeficiente do logaritmo é positivo e α_s *diminui* para valores grandes de Q ou pequenas distâncias. Essa é a celebrada propriedade da *liberdade assintótica*, anunciada em [5]. Neste regime, portanto, quarks e glúons são pouco interagentes e técnicas perturbativas de cálculo, que dependem de um acoplamento pequeno, podem ser aplicadas. A restrição ao uso de QCD perturbativa (pQCD) é puramente prática e reflete nossa inabilidade de lidar com cálculos muito complexos em QCD no limite de grande acoplamento $\alpha_s \approx 1$. Qualitativamente, um glúon mais energético interagindo com um quark “percebe” uma carga de cor menor, conforme a Figura 1.5.

O comportamento complementar também é observado. Embora diversas partículas livres na natureza apresentem carga elétrica, partículas que possuem cor nunca foram observadas isoladas. Experimentalmente, quarks ficam confinados em pacotes sem cor de dois (mésons) ou três (bárions). Mésons e bárions são chamados coletivamente de *hádrons*. A Equação (1.2) e o potencial na Tabela 1.1 indicam que para baixas energias (e grandes distâncias) o acoplamento cresce. Nestas situações, os quarks então não podem ser tratados como livres, o que parece indicar a tendência de quarks ficarem confinados em hádrons em estado de singlete de cor.⁴ Este comportamento divergente é conhecido como “escravidão infravermelha” [3]. Como consequência, também, grande parte da massa de hádrons como o próton não advem da massa de seus constituintes, mas sim da energia cinética dos quarks e da

⁴ Rigorosamente falando, o confinamento estabelece que somente partículas em um estado invariante perante rotações no espaço de cor podem ser observadas livres.

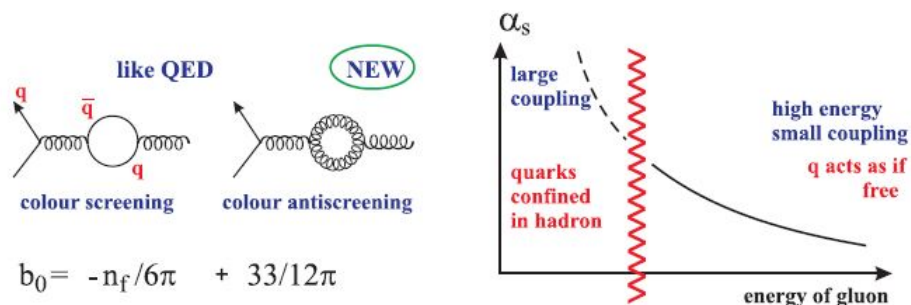


Fig. 1.5: Além dos loops de quark-antiquark que blindam a carga de cor, a QCD tem loops de glúons que produzem um efeito de antiblindagem. Como resultado, a constante de acoplamento da QCD tem comportamento oposto a da QED e diminui em energias altas, permitindo o uso de cálculo perturbativo. Figura retirada de [4].

energia armazenada no campo de glúons. A previsão teórica para dependência de α_s com Q apresentada pela Equação (1.2) foi testada experimentalmente e é apresentada na Figura 1.6.

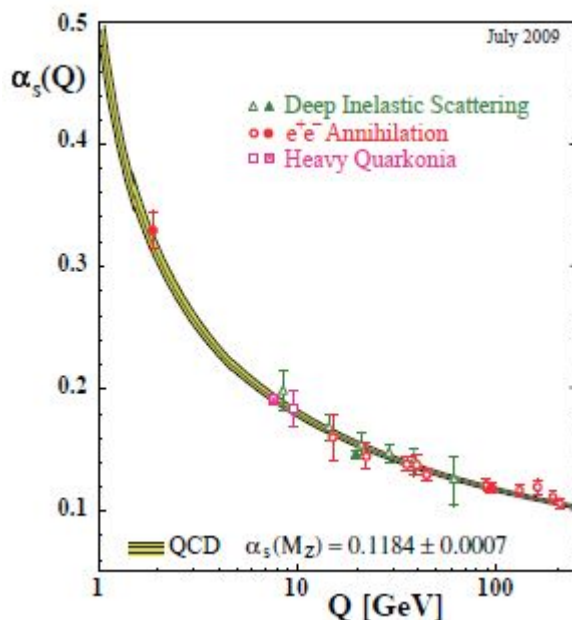


Fig. 1.6: Sumário de medições de α_s como uma função de Q . As curvas são as previsões da QCD para as médias globais de α_s . Figura retirada de [6].

1.1.2 O Lagrangeano da QCD

A teoria de campos para interações fortes, a QCD, é bem descrita por uma teoria de calibre de Yang-Mills [7]. A cor, originalmente proposta apenas como um requerimento para quarks obedecerem ao Princípio de Exclusão de Pauli em estados ligados de três quarks idênticos (bárions), é entendida como a geradora do campo de cor, da mesma maneira que a carga elétrica é a geradora do campo eletromagnético. A interação mediada por este campo aparentemente une (em inglês, *glues*) os quarks uns aos outros para formar os hádrons, motivando o nome glúons para os quanta do campo. A forma geral do Lagrangeano é [2]

$$\mathcal{L}_{QCD} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} + \sum_q \bar{\psi}_i (i\gamma^\mu D_\mu - m_q)_{ij} \psi_j, \quad (1.3)$$

onde está implícita a soma sobre índices repetidos. As quantidades ψ e A_μ representam os campos para os quarks e glúons, respectivamente, e o índice q representa os seis diferentes sabores de quark, cada um com massa m_q . Mais precisamente,

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_{red} \\ \psi_{green} \\ \psi_{blue} \end{pmatrix}, \quad (1.4)$$

onde cada elemento ψ_i é um spinor de Dirac de quatro componentes, operado pelas matrizes de Dirac γ^μ .

O tensor de intensidade do campo $F_{\mu\nu}^a$ e a derivada covariante D_μ são dados pelas seguintes expressões:

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - gf^{abc} A_\mu^b A_\nu^c, \quad (1.5)$$

$$(D_\mu)_{ij} = \delta_{ij} \partial_\mu + igT_{ij}^a A_\mu^a, \quad (1.6)$$

$$(m_q)_{ij} = m_q \delta_{ij}, \quad (1.7)$$

onde g é a constante de acoplamento, f^{abc} são as constantes de estrutura e T_{ij}^a os geradores do grupo de Lie que define a simetria de calibre da teoria. Os parâmetros livres da teoria são os termos de massa e a constante de acoplamento g . Dados estes parâmetros, a única informação adicional para determinar o Lagrangeano é o grupo de simetria para as cargas fundamentais — SU(3), no caso da QCD. Para o SU(3) há oito geradores $T^a = \lambda_a/2$, onde λ_a são as matrizes de Gell-Mann [1]. As constantes de estrutura do grupo, $f^{abc} = f_{abc}$, são definidas pela relação de comutação

$$[T^a, T^b] = if^{abc} T^c. \quad (1.8)$$

As constantes de estrutura não nulas são uma importante diferença em relação à QED: a QCD é uma teoria de calibre não-abeliana. O último termo de (1.5) marca essa diferença

fundamental entre as duas teorias. Considerando a quantidade $F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu}$ no primeiro termo de (1.3), ela leva a um termo de campo livre e dois termos de interação onde glúons acoplam com glúons — os vértices de três e quatro glúons apresentados na Figura 1.3. Este termo é característico de uma teoria onde os bósons carregam a carga da interação, e portanto podem acoplar entre si. A parte restante do Lagrangeano é uma soma sobre todos os sabores de quark, novamente levando a um termo de campo livre e um termo para o acoplamento entre quark e glúon. O acoplamento quark-glúon e o acoplamento entre três glúons são proporcionais a g , enquanto o acoplamento de quatro glúons é proporcional a g^2 . Além disso, as amplitudes associadas com cada acoplamento dependem da estrutura do grupo de simetria. As cores dos quarks são indexadas por $i, j = 1, 2, 3$, cores de glúons por $a, b, c, \dots = 1, 2, \dots, 8$. O acoplamento entre glúons em estado de cor a, b e c é proporcional a f^{abc} , e o acoplamento entre dois quarks de cor i e j com um glúon de tipo a é proporcional ao elemento de matriz T_{ij}^a .

É talvez não evidente do Lagrangeano e dos valores numéricos das constantes de estrutura e matrizes de Gell-Mann que existe uma completa simetria em todas as cores nos resultados físicos. A probabilidade de um glúon ser emitido é a mesma para quarks de todas as cores, a probabilidade de um glúon se separar em um par quark-antiquark é a mesma para todos os estados de glúon, bem como a probabilidade de um glúon se separar em glúons secundários. A probabilidade de um glúon ser emitido por um glúon, contudo, é predita pela QCD como 2,25 vezes maior do que a probabilidade de um glúon ser emitido por um quark [2]. Isto pode ser relacionado ao estado “bicolor” dos glúons, que faz com que sua carga de cor seja cerca do dobro daquela de um quark. Esta proporção é característica do grupo de simetria escolhido para o Lagrangeano e sua medição, então, fornece uma maneira de verificar experimentalmente a estruturação teórica da interação.

1.2 O Espalhamento Inelástico Profundo

Se quarks pontuais de spin-1/2 formam a estrutura do próton, como descrito pelo Modelo Padrão, conforme aceleradores mais energéticos se tornaram disponíveis devemos ser capazes de distingui-los. Quando o momento por partícula passa de 1 GeV/c, de acordo com a relação de de Broglie

$$\lambda = \frac{h}{p}, \tag{1.9}$$

estruturas menores que 1 fm, como o tamanho do próton, podem ser resolvidas. Para altas energias, a estrutura do próton pode ser investigada pelo espalhamento inelástico profundo (*deep inelastic scattering*, DIS) lépton-núcleon. A cinemática deste processo é apresentada na Figura 1.7. Um elétron de alta energia inicial E e quadrimomento l , através da troca de um fóton virtual, é espalhado de um núcleon de massa M e quadrimomento p que está

em seu referencial de repouso. O elétron é espalhado por um ângulo θ . O estado final é caracterizado pelo quadrimomento l' do elétron espalhado e p' do sistema hadrônico final de massa (invariante) W . O processo é dito *elástico* se o próton se mantém “intacto” após a colisão: $e + p \rightarrow e + p$. O fóton pode, contudo, quebrar o próton e produzir uma coleção de outras partículas (denotadas por X), caso em que o processo é dito *inelástico*: $e + p \rightarrow e + X$.

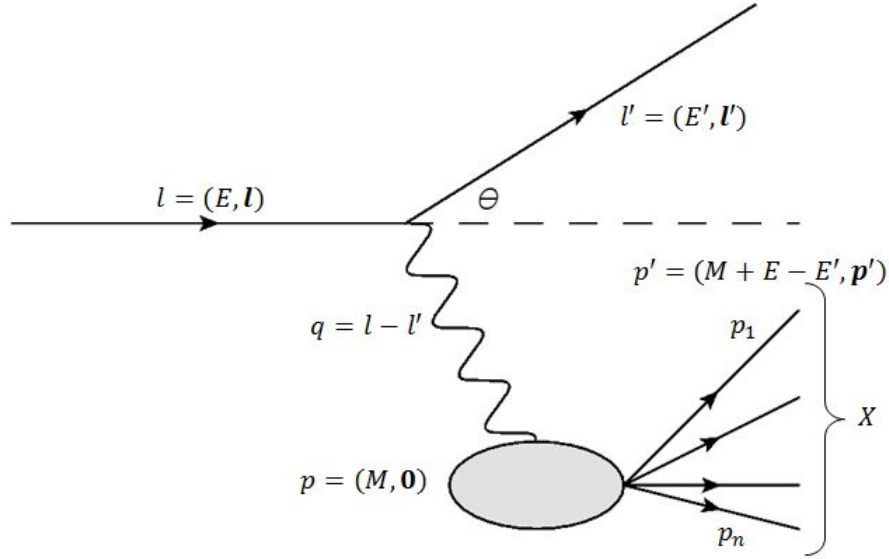


Fig. 1.7: Cinemática do espalhamento inelástico profundo (DIS) elétron-próton.

O fóton é virtual e, portanto, não se encontra em sua camada de massa⁵. Isto é, seu quadrimomento q não satisfaz $q^2 = 0$. Por outro lado, as partículas reais estão em sua camada de massa e a massa W do sistema hadrônico satisfaz

$$W^2 = (p + q)^2 = M^2 + 2p \cdot q + q^2. \quad (1.10)$$

A primeira igualdade nos mostra que W também corresponde à energia do sistema fóton-próton no referencial do centro de massa. Segue também que q^2 é negativo, sendo usual definir a *virtualidade* ou *transferência de momento* Q^2 como

$$Q^2 \equiv -q^2 = -(l - l')^2 = -(p' - p)^2 = 2p \cdot p' - p^2 - p'^2. \quad (1.11)$$

A transferência de energia ν do elétron para o sistema hadrônico é dada por

$$\nu \equiv \frac{q \cdot p}{M} = E - E', \quad (1.12)$$

⁵ A relação relativística para energia estabelece que $E^2 = p^2 + m^2$. Contudo, as partículas que carregam a interação (virtuais), representadas pelas linhas internas nos diagramas de Feynman, existem apenas por um breve intervalo de tempo e pelo princípio da incerteza não precisam obedecer esta relação. Nesse caso se diz que a partícula está fora de sua camada de massa.

de maneira que usando (1.10) e as quantidades definidas na Figura 1.7 podemos ver que

$$Q^2 = 2M\nu + M^2 - W^2 \leq 2M\nu, \quad (1.13)$$

onde a igualdade é obtida no caso limite $M^2 = W^2$ em que massa hadrônica final é igual à massa do próton, isto é, no caso de espalhamento elástico. Para o caso de espalhamento inelástico temos que $W > M$. A expressão também deixa claro que Q^2 é positivo, motivando o sinal negativo em sua definição. Quando $Q^2 \gg M^2$ o processo é dito profundo, pois o fóton penetra na estrutura do hádron, e inelástico, pois $W^2 \gg M^2$. O desvio do caso elástico pode ser expresso pela variável de Bjorken x , dada por

$$x = \frac{Q^2}{2M\nu} = \frac{Q^2}{2q \cdot p} \quad \text{com } 0 \leq x \leq 1. \quad (1.14)$$

Tratando o próton como um férmion pontual de spin-1/2, massa M e carga e_q , a amplitude para o espalhamento, em aproximação de primeira ordem e mediada sobre os spins, é dada por [1]

$$|\bar{\mathcal{M}}|^2 = \frac{(4\pi\alpha_{em})^2}{Q^4} L_{\text{elétron}}^{\mu\nu} L_{\mu\nu\text{próton}}, \quad (1.15)$$

onde o tensor $L_{\text{elétron}}$ representa a interação do elétron com o fóton e $L_{\text{próton}}$ o vértice para o próton. Estas interações são bem descritas pela QED, de onde se obtém

$$L_{\text{elétron}}^{\mu\nu} = 2[l^\mu l'^\nu + l^\nu l'^\mu + g^{\mu\nu}(m_e^2 - l \cdot l')], \quad (1.16)$$

onde m_e é a massa do elétron, que pode ser negligenciada. Um resultado similar é obtido para $L_{\text{próton}}$, com $m_e \rightarrow M$ e $l, l' \rightarrow p, p'$. A seção de choque diferencial pode ser então obtida pela Regra de Fermi e é dada por [2]

$$\frac{d\sigma}{dQ^2} = \frac{4\pi\alpha_{em}^2 e_q^2 E'}{Q^4 E} \left(\cos^2 \frac{\theta}{2} + \frac{Q^2}{2M^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right), \quad (1.17)$$

de onde podemos obter a seção de choque diferencial com dependência em ν além de Q^2 . Para o caso elástico, onde a condição de camada de massa para a partícula espalhada impõe $Q^2 = 2M\nu$, obtemos que

$$\frac{d\sigma}{dQ^2 d\nu} = \frac{4\pi\alpha_{em}^2 e_q^2 E'}{Q^4 E} \left(\cos^2 \frac{\theta}{2} + \frac{Q^2}{2M^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \delta\left(\nu - \frac{Q^2}{2M}\right). \quad (1.18)$$

A delta de Dirac garante que a integração sobre ν leva à Equação (1.17) com um único valor de ν contribuindo.

No caso de um próton não pontual, o vértice relacionado à interação elétron-fóton e o propagador do fóton não são modificados, de maneira que somente o último fator de (1.15) precisa ser modificado. A amplitude então é da forma

$$|\bar{\mathcal{M}}|^2 = \frac{(4\pi\alpha_{em})^2}{Q^4} L_{\text{elétron}}^{\mu\nu} K_{\mu\nu}(X), \quad (1.19)$$

onde $K_{\mu\nu}$ é uma quantidade ainda não conhecida que descreve o subprocesso $\gamma + p \rightarrow X$; é uma função de q , p e dos momentos dos diversos constituintes de X , p_1, p_2, \dots, p_n (de maneira que $p_1 + \dots + p_n = p'$). A seção de choque nesse caso, então, pode ser achada usando a Regra de Ouro de Fermi [1]:

$$d\sigma = \frac{|\bar{\mathcal{M}}|^2}{4\sqrt{(l \cdot p)^2 - (mM)^2}} \left(\frac{d^3\mathbf{l}'}{2E'}\right) \left(\frac{d^3\mathbf{p}_1}{2E_1}\right) \dots \left(\frac{d^3\mathbf{p}_n}{2E_n}\right) \times (2\pi)^4 \delta^4(l + p - p'). \quad (1.20)$$

A seção de choque inclusiva, onde todos os estados finais acessíveis X e todos momentos p' finais são incluídos, é obtida somando sobre todos os resultados X e integrando em p_1, p_2, \dots, p_n . A soma e integração são absorvidas junto com $K(X)$ em um novo tensor $W_{\mu\nu}$, levando a

$$d\sigma = \frac{(4\pi\alpha_{em})^2 L^{\mu\nu}}{4Q^4 \sqrt{(l \cdot p)^2 - (mM)^2}} \left(\frac{d^3\mathbf{l}'}{2E'}\right) 4\pi M W_{\mu\nu}, \quad (1.21)$$

com

$$W_{\mu\nu} \equiv \frac{1}{4\pi M} \sum_X \int \dots \int K_{\mu\nu}(X) \left(\frac{d^3\mathbf{p}_1}{2E_1}\right) \dots \left(\frac{d^3\mathbf{p}_n}{2E_n}\right) \times (2\pi)^4 \delta^4(l + p - p'). \quad (1.22)$$

Desprezando novamente a massa do elétron, a raiz quadrada é somente ME . Além disso, $d^3\mathbf{l}' = |\mathbf{l}'|^2 d|\mathbf{l}'| d\Omega$, e (novamente com $m_e = 0$) $|\mathbf{l}'| = E'$. Embora $W_{\mu\nu}$ seja desconhecido, sabe-se que é um tensor de segunda ordem que depende de q e p , uma vez que já se integrou sobre os outros momentos. Além disso, a conservação de carga no vértice hadrônico impõe $q^\mu W_{\mu\nu} = 0$ [8], de maneira que W pode ser expresso em termos de apenas duas funções de estrutura W_1 e W_2 [1]:

$$W^{\mu\nu} = W_1(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2}) + \frac{W_2}{M^2} [p^\mu - (\frac{q \cdot p}{q^2})q^\mu][p^\nu - (\frac{q \cdot p}{q^2})q^\nu]. \quad (1.23)$$

Substituindo (1.23) e (1.16) em (1.21), podemos obter que

$$\frac{d\sigma}{dQ^2 d\nu} = \frac{4\pi\alpha_{em}^2 e_q^2 E'}{Q^4 E} (W_2(Q^2, \nu) \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2W_1(Q^2, \nu) \sin^2 \frac{\theta}{2}). \quad (1.24)$$

É importante destacar que uma comparação das Equações (1.24) com (1.18) nos mostra imediatamente que as funções de estrutura, no caso de espalhamento elástico de partículas pontuais de carga e_q , se reduzem a

$$W_1^{el}(Q^2, \nu) = e_q^2 \frac{Q^2}{4M^2} \delta\left(\nu - \frac{Q^2}{2M}\right) \quad \text{e} \quad W_2^{el}(Q^2, \nu) = e_q^2 \delta\left(\nu - \frac{Q^2}{2M}\right). \quad (1.25)$$

No caso inelástico, onde a estrutura interna do próton se torna relevante, as funções de estrutura se tornam mais complexas e devem de alguma forma refletir os quarks e glúons que o compõem. Uma análise dessas funções levando em conta alguns elementos da QCD será discutida a seguir.

1.2.1 Modelo de Pártons e Escalamiento de Bjorken

A descrição adequada da estrutura microscópica de um hádron depende da resolução que é usada para avaliá-la. Além disso, depende também do referencial de Lorentz em que o hádron é visto. Um próton, por exemplo, em seu referencial de repouso (RF, *rest frame*) tem quadrimomento $p = (M, 0, 0, 0)$ e tem seus números quânticos determinados por três quarks de valência, confinados em um estado de singlete de cor. Este confinamento se dá através da troca de glúons, que por sua vez podem gerar pares adicionais de quark-antiquark (formando um “mar” de partículas virtuais). Estes pares são virtuais e têm momento e energias tipicamente da ordem de Λ , visto que esta é a escala onde o acoplamento da QCD se torna da $\mathcal{O}(1)$ e a ligação é mais eficaz [9]. Estas flutuações, portanto, são não perturbativas. Além disso, Λ também é a escala típica de energia e momento para flutuações do vácuo. Pelo princípio da incerteza, estas flutuações têm tempo médio de vida e tamanhos da ordem de $1/\Lambda$ — a mesma ordem de grandeza do tamanho do próton. Nestas condições, então, as flutuações hadrônicas são efêmeras e deslocalizadas, indistinguíveis das flutuações do vácuo.

Considere agora a situação onde o próton é observado em um referencial onde está em movimento ao longo do eixo z , com quadrimomento $p = (p, 0, 0, p)$ e fator de Lorentz $\gamma \gg 1$ em relação ao RF.⁶ Este referencial é normalmente denominado “referencial de momento infinito” (IMF, em inglês). No IMF, o tempo de vida das flutuações hadrônicas é aumentado pela dilatação de Lorentz

$$\Delta t_{IMF} = \gamma \Delta t_{RF} \sim \frac{\gamma}{\Lambda}, \quad (1.26)$$

enquanto as flutuações do vácuo continuam com tempo de vida $\sim 1/\Lambda$, já que o vácuo é invariante. Este tempo de vida é muito maior do que a duração típica de um processo de colisão [8], de maneira que para os propósitos de um espalhamento as flutuações hadrônicas

⁶ O eixo z foi escolhido arbitrariamente, e se usou a notação $p_z = p$, com $E = \sqrt{p^2 + M^2} \approx p$.

podem ser vistas como quanta independentes e livres. Ou seja, o próton pode ser pensado como um conjunto de partículas pontuais que não interagem entre si, chamadas coletivamente de *pártons*.

Neste regime, o espalhamento inelástico entre o elétron e o próton pode ser entendido como um espalhamento elástico entre o elétron e os pártons pontuais. Em outras palavras, neste cenário a interação não acontece com o núcleon como um todo, mas sim com exatamente um de seus pártons constituintes. Digamos que $f_i(\xi_i)$ é a probabilidade de que o párton i interagindo com o fóton carregue uma fração ξ_i do quadrimomento do próton — a chamada *função de distribuição de pártons* (p.d.f.)⁷. A interação fóton-próton é a soma de cada possibilidade de interação fóton-párton, ponderada pela probabilidade. As funções de estrutura W_1 e W_2 podem ser calculadas então como uma soma das funções de estrutura elásticas (1.25) para cada párton i com pesos $f_i(\xi_i)$, modificando os dados do próton para os dados do párton.

Para fazer a adaptação podemos prosseguir da seguinte maneira: considere um párton no IMF. Este párton se move com o próton, e portanto seu momento transversal e sua massa são pequenos comparados ao seu momento longitudinal. Então, para maioria dos propósitos ele pode ser tratado como uma excitação quase em sua camada de massa com quadrimomento $k \approx \xi p = (\xi p, 0, 0, \xi p)$ e $k^2 \approx 0$ (mais precisamente, $k^2 \approx k_\perp^2 \sim \Lambda^2$). Ao absorver o fóton, o párton é liberado — em outras palavras, é colocado em sua camada de massa [9], portanto

$$(k + q)^2 = 0 \rightarrow 2(\xi_i p \cdot q) - Q^2 = 0 \rightarrow Q^2 = 2\xi_i(p \cdot q), \quad (1.27)$$

onde se usou $k^2 \approx 0$ e desprezou a massa. Além disso, temos que $p \cdot q = M\nu$ e então $Q^2 = 2\xi_i M\nu$. Essa expressão sugere que M seja adaptado para $\xi_i M$ em (1.25), de maneira que as funções de estrutura ficam na forma

$$\begin{aligned} W_1(Q^2, \nu) &= \sum_i \int_0^1 d\xi_i f_i(\xi_i) e_i^2 \frac{Q^2}{4\xi_i^2 M^2} \delta\left(\nu - \frac{Q^2}{2\xi_i M}\right), \\ &= \sum_i e_i^2 f_i(x) \frac{1}{2M}, \end{aligned} \quad (1.28)$$

e também

$$W_2(Q^2, \nu) = \sum_i \int_0^1 d\xi_i f_i(\xi_i) e_i^2 \delta\left(\nu - \frac{Q^2}{2\xi_i M}\right) = \sum_i e_i^2 f_i(x) \frac{x}{\nu}, \quad (1.29)$$

onde a integração sobre a delta estabelece $\xi_i = x$, a variável de Bjorken. Isto é, a variável de Bjorken x representa a fração do quadrimomento do núcleon carregada por cada párton.

⁷ Mais precisamente, a p.d.f. diz a probabilidade de haver um párton i com fração de momento ξ no intervalo infinitesimal $[\xi, \xi + d\xi]$. Note que o quadrimomento do próton é dividido entre todos os quarks e glúons, mas só os quarks podem interagir com o fóton.

É usual redefinir as funções de estrutura como

$$F_1(x) \equiv MW_1 = \frac{1}{2} \sum_i e_i^2 f_i(x), \quad (1.30)$$

$$F_2(x) \equiv \nu W_2 = \sum_i e_i^2 x f_i(x), \quad (1.31)$$

que só dependem da variável de Bjorken. A função de estrutura F_1 mede a densidade de pártons como uma função de x , enquanto F_2 descreve a densidade de momento, ambas ponderadas pela intensidade do acoplamento com o fóton. O resultado $2xF_1 = F_2$ é conhecido como relação de Callan-Gross; é uma consequência direta do spin-1/2 dos quarks [1].

A dependência das funções de estrutura em uma única variável x , o chamado *escalamento de Bjorken*, é uma consequência direta da hipótese de que o hádron apresenta constituintes pontuais. Constituintes extensos introduziriam uma nova escala de energia nas funções de estrutura, onde a estrutura deles também se torna relevante. As observações experimentais do escalamento através da análise das seções de choque no DIS e, conseqüentemente, das funções de estrutura, forneceram as primeiras evidências claras da sub-estrutura do núcleon. Evidência das funções de estrutura serem essencialmente independentes de Q^2 é apresentada na Figura 1.8, onde F_2 foi plotado como uma função de Q^2 para $x = 0,25$. A confirmação experimental da relação de Callan-Gross também mostrou que os pártons interagentes são, de fato, partículas de spin-1/2.

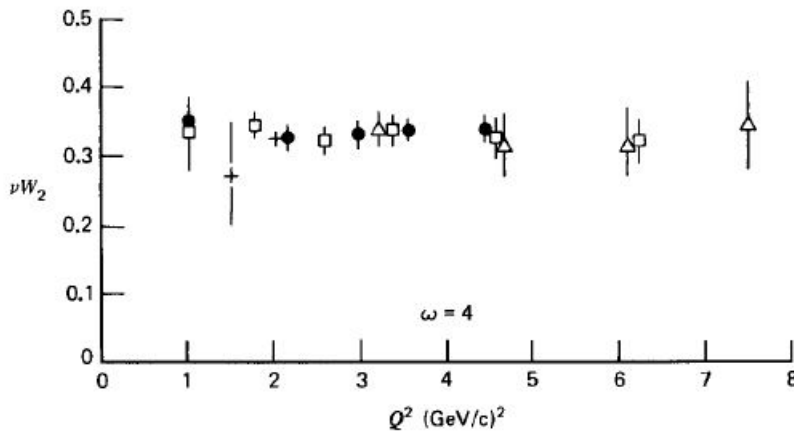


Fig. 1.8: Função de estrutura F_2 determinada pelo espalhamento elétron-próton como uma função de Q^2 para $\omega = 1/x = 4$. Figura retirada de [8]

Contudo, é importante destacar que a cinemática assumida no modelo de pártons apresenta limitações. A modificação feita em (1.25) implica, por exemplo, que os pártons teriam

uma massa variável $m = xM$. Além disso, um próton só pode emitir um parton se movendo paralelamente a ele (já que o momento transversal foi assumido nulo) se ambos têm massa nula. Os cálculos só se justificam em um referencial de Lorentz onde $|\mathbf{p}| \gg m, M$, de maneira que todas as massas podem ser negligenciadas. Neste referencial, as funções de estrutura em (1.30) e (1.31) se tornam exatas. Intuitivamente, neste referencial a dilatação do tempo justifica que os partons sejam tratados como livres, conforme discutido no começo dessa seção.

1.2.2 Violações do Escalamento e Evolução dos Pártons

O escalamento no espalhamento inelástico profundo foi uma consequência direta de assumir que o núcleon é constituído de centros de espalhamento pontuais e não interagentes. É evidente, porém, que o modelo é apenas uma aproximação. Com um aumento de Q^2 , a resolução espacial e temporal do fóton também aumenta e a QCD prediz que as próprias flutuações do vácuo se tornam relevantes, de maneira que o fóton deve ser capaz de detectar que cada quark é cercado por uma nuvem de partons. Isso significa que o que parece ser um único quark pontual para pequeno Q^2 será visto efetivamente como mais partons em transferências de momento mais altas — indicando que a estrutura deve ser dependente de Q^2 e o escalamento é violado.

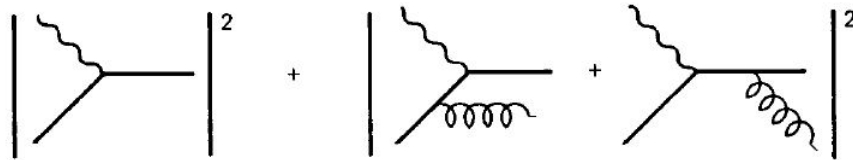


Fig. 1.9: Representação dos diagramas de baixa ordem que contribuem para a função de estrutura do próton, levando em conta a emissão de glúons ignorada no modelo de partons. O segundo diagrama da correção desempenha o papel de cancelar contribuições de estados não físicos de polarização do glúon, enquanto o primeiro representa a correção dominante onde o glúon emitido é considerado como parte da estrutura do próton para a interação. Figura adaptada de [8].

Essencialmente, o modelo de partons ignora a emissão de glúons. Embora o modelo de partons assumia $k_{\perp}^2 \approx 0$, quanta com valores bem maiores de momento transversal podem ser gerados via processos de irradiação como *bremstrahlung* e ainda assim contribuir para o DIS.⁸ Em geral esses partons emitidos possuem valores pequenos de x , já que devem

⁸ Embora o tempo de vida dessas flutuações seja muito curto, desde que $k_{\perp}^2 < Q^2$ esse tempo é maior que a duração típica da interação com o fóton e flutuação contribui para o DIS [9]. É interessante reparar que como os partons irradiados podem ter valores diversos de momento transversal, ao aumentar Q^2 o número

compartilhar entre si o momento de seus “pais”. Portanto, é esperado que a *evolução* dos pártons via bremsstrahlung leve a um aumento da distribuição de pártons para valores grandes de k_{\perp} e valores pequenos de x — isto é, a chance de achar quarks com baixo x aumenta com Q^2 e a chance de achar quarks de alto x diminui com Q^2 . Para levar em conta os processos de radiação, além do processo $\gamma^*q \rightarrow q$, o cálculo da seção de choque deve incluir o processo $\gamma^*q \rightarrow qg$, onde o quark que interage com o fóton emite um glúon. Os diagramas na Figura 1.9 representam esquematicamente essa correção. Feito isso, (1.31) é modificada em ordem dominante $\approx \alpha_s$ para:

$$\frac{F_2(x, Q^2)}{x} = \sum_i e_i^2 (q(x) + \Delta q(x, Q^2)) \quad (1.32)$$

com

$$\Delta q(x, Q^2) \equiv \frac{\alpha_s}{2\pi} \ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right) \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} q(\xi) P_{qq}\left(\frac{x}{\xi}\right), \quad (1.33)$$

onde se introduziu a notação $q(x) \equiv f_i(x)$ para as p.d.f. dos quarks. O termo $P_{qq}(z)$ representa a probabilidade de um quark emitir um glúon e se tornar um quark com momento reduzido por um fator z , e μ^2 novamente é uma escala de energia de referência acima da qual o cálculo perturbativo se justifica.⁹ O $\ln Q^2$ em (1.33) significa a violação do escalamento: a função de estrutura é uma função de Q^2 além de x , mas a dependência com Q^2 é apenas logarítmica. A violação do escalamento é uma consequência direta da emissão de glúons. Considerando uma mudança $\Delta q(x, Q^2)$ na densidade de quarks quando há um incremento $\Delta \log Q^2$ na transferência de momento, a Equação (1.33) pode ser escrita como uma equação íntegro-diferencial para $q(x, Q^2)$:

$$\frac{dq(x, Q^2)}{d \ln Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} q(\xi, Q^2) P_{qq}\left(\frac{x}{\xi}\right). \quad (1.34)$$

A Equação (1.34) é uma das equações de evolução DGLAP¹⁰ [2]. Em suma, dada a função de estrutura em algum valor de referência μ^2 , a QCD nos permite calcular a evolução com Q^2 via o conjunto de equações íntegro-diferenciais acopladas DGLAP. A equação (1.34) expressa matematicamente que um quark carregando fração de momento x pode ter vindo de um quark de maior fração de momento ξ , que irradiou um glúon. A probabilidade disso acontecer é proporcional a $\alpha_s P_{qq}(x/\xi)$. A integral é uma soma sobre todas as possibilidades de fração de momento $\xi (> x)$ do quark “pai”. Os resultados experimentais para a

deles que pode contribuir para o DIS cresce, levando a violações mais pronunciadas do escalamento.

⁹ O termo μ^2 é introduzido como um limite inferior na integração da seção de choque diferencial para evitar divergências conforme $k_{\perp} \rightarrow 0$.

¹⁰ Desenvolvidas por Dokshitzer, Gribov, Lipatov, Altarelli e Parisi.

dependência de $F_2(x, Q^2)$ com Q^2 são apresentados na Figura 1.10. Em torno de $x = 0,25$ a função de estrutura aparentemente obedece ao escalamento (conforme apresentado na Figura 1.8). Para valores de $x > 0,25$ a função de estrutura decresce com Q^2 e, para valores de $x < 0,25$, ela cresce com Q^2 , de acordo com o comportamento qualitativo discutido no começo desta seção.

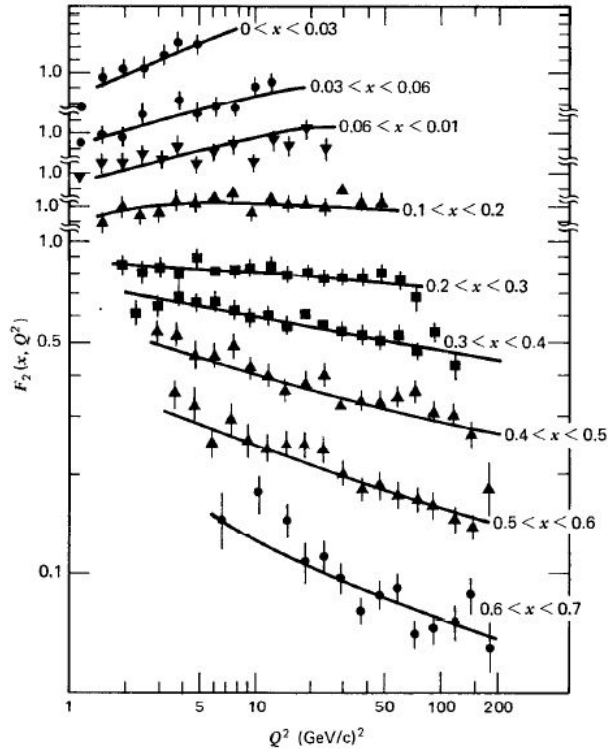


Fig. 1.10: Violações do escalamento de Bjorken. Para $x < 0,25$ a função de estrutura $F_2(x, Q^2)$ cresce com Q^2 e para $x > 0,25$ ela decresce com Q^2 . Figura retirada de [8].

É interessante ressaltar que até o presente momento somente os processos iniciados por quarks, $\gamma^*q \rightarrow q$ e $\gamma^*q \rightarrow qg$, foram considerados. Em ordem α_s , também deve-se incluir as contribuições iniciadas por glúons, onde um glúon flutua em um par quark-antiquark que então interage com o fóton. A evolução da densidade de glúons também pode ser obtida de maneira análoga à (1.34), a partir da emissão de glúons por quarks e pelos próprios glúons. Sugerimos as referências [2] e [8] para maiores detalhes sobre o desenvolvimento das equações de evolução DGLAP. Neste ponto é importante destacar que, embora a dependência das densidades com Q^2 tenha sido estudada via DIS, as densidades de pártons são universais no sentido de que caracterizam o próton e não dependem da natureza da partícula usada para analisar a estrutura [8].

1.3 Conclusão

Este capítulo descreveu brevemente as interações entre partículas relevantes para este trabalho. A QCD foi apresentada como a teoria estabelecida para as interações fortes. O espalhamento inelástico profundo (DIS) elétron-próton foi introduzido em seguida, permitindo uma descrição da estrutura interna do próton em termos de funções de estrutura. As funções de estrutura são bem descritas pelo modelo de pártons e seguem o escalamento de Bjorken dentro de determinado regime, contudo para valores grandes de Q^2 as funções não seguem o escalamento e evoluem com Q^2 de uma maneira calculável via QCD. Foi visto por fim que a evolução da densidade de quarks e glúons com Q^2 é descrita pelas equações DGLAP.

O Capítulo 2 trata da evolução de pártons para pequenos valores de x , o chamado *regime de saturação partônica*, e do fenômeno de escalamento geométrico, e portanto estará especificamente restrito ao regime de altas energias.

Capítulo 2

DIS para pequeno x

Neste capítulo é apresentada uma análise do DIS para $x \ll 1$, começando pela evolução partônica com o decréscimo de x e o chamado *regime de saturação*. O modelo de dipolos é então introduzido, seguido da motivação e confirmação experimental do fenômeno de escalamento geométrico em processos inclusivos e difrativos.

2.1 Evolução Partônica para Pequeno x

Conforme discutido no Capítulo 1, DIS é um processo onde um fóton virtual é usado para sondar a estrutura interna de um próton, composta por pártons: quarks e glúons que obedecem as regras da QCD perturbativa. A distribuição desses pártons essencialmente depende da virtualidade Q^2 do fóton e da variável de Bjorken x , que recordamos ser definida por

$$x = \frac{Q^2}{2(p \cdot q)} = \frac{Q^2}{Q^2 + W^2 - M^2}. \quad (2.1)$$

A evolução de pártons em QCD perturbativa, responsável pelas violações no escalamento de Bjorken, ocorre via *bremssstrahlung* - os pártons podem irradiar glúons, que por sua vez podem flutuar em pares quark-antiquark ou ainda emitirem novos glúons. O processo mais simples de evolução é ilustrado na Figura 2.1, onde um párton (um quark ou um glúon) com momento longitudinal p_z emite um glúon com fração $x = k_z/p_z$ do momento longitudinal do párton “pai”.

Para $x \ll 1$ e na aproximação de primeira ordem em α_s , a probabilidade diferencial de ocorrer a emissão do glúon é proporcional a [9]

$$dP_{bremss} \propto \alpha_s(k_{\perp}^2) \frac{d^2 k_{\perp}}{k_{\perp}^2} \frac{dx}{x}, \quad (2.2)$$

onde $k = (\sqrt{k_{\perp}^2 + k_z^2}, \vec{k}_{\perp}, k_z = xp_z)$ é o quadrimomento do párton emitido e $k_{\perp} = |\vec{k}_{\perp}|$. A consequência imediata da Equação (2.2) é que o *bremssstrahlung* favorece a emissão de glúons

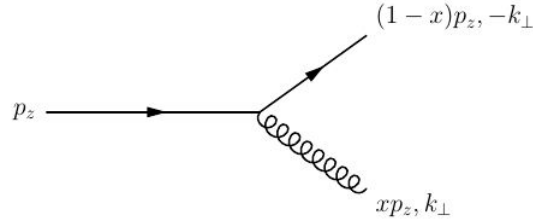


Fig. 2.1: Emissão de um glúon a partir de um quark em mais baixa ordem em $pQCD$

colineares ($k_{\perp} \rightarrow 0$) que carregam uma pequena fração de momento longitudinal x . Para $k_{\perp}^2 < Q^2$, o princípio da incerteza implica que esses glúons ocupam uma área transversal $\sim 1/Q^2$. É interessante destacar que, caso o parton emitido fosse um quark ao invés de um glúon, não haveria o crescimento da probabilidade devido a x . Essa assimetria é uma consequência do spin-1 do glúon e implica que a parte com $x \ll 1$ da estrutura de um hádron é composta primariamente por glúons.

O espaço de fase disponível para a emissão é proporcional a $\ln(Q^2/\Lambda^2)$ para a emissão de um quark ou glúon com momento transversal $k_{\perp} \ll Q$ e a $\ln(1/x)$ para glúons com fração de momento longitudinal ξ dentro da faixa $x \ll \xi \ll 1$. Note que a Equação (2.2) implica que a evolução partônica é suprimida pelo termo $\alpha_s(k_{\perp}^2)$, que é pequeno para $k_{\perp} \gg \Lambda$ (conforme a liberdade assintótica). Essa supressão, contudo, pode ser compensada por um grande espaço de fase disponível, de maneira que para $Q^2 \gg \Lambda^2$ e/ou $x \ll 1$ esses processos radiativos não são inibidos e levam à violação do escalamento de Bjorken, conforme discutido no capítulo anterior. Tanto a evolução de glúons com Q^2 quanto com x levam a um aumento do número de partons com pequenos valores de x , mas as consequências físicas são diferentes nos dois casos.

A evolução com Q^2 , conforme discutido anteriormente, é descrita pelas equações DGLAP. Entretanto, ao aumentar Q^2 os partons emitidos ocupam uma menor área transversal $\sim 1/Q^2$, conforme a Figura 2.2. Essa diminuição em área é muito maior do que o aumento no número de partons [9], o que significa que o conjunto partônico fica cada vez mais diluído e os partons podem ser tratados como independentes – de acordo com a visão tradicional dos partons, que se aplica para Q^2 suficientemente grande para um dado x .

A evolução com o decrescimento de x para um valor fixo de Q^2 , porém, leva a um cenário diferente. Neste caso, é favorecida a emissão de glúons com pequenas frações de momento longitudinal mas que ocupam essencialmente a mesma área transversal (veja a Figura 2.2). A densidade de glúons no conjunto partônico aumenta e o *overlap* dos glúons leva a um cenário onde os partons não podem mais ser tratados como independentes. A evolução dos partons com x é descrita pelas equações BFKL¹. Qualitativamente, a partir de

¹ Devido a Balitsky, Fadin, Kuarev e Lipatov.

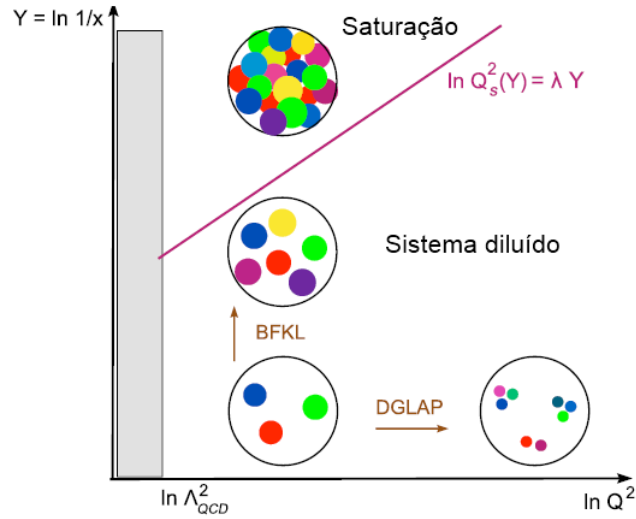


Fig. 2.2: A evolução de partons em QCD; cada ponto colorido representa um parton de área transversal $\sim 1/Q^2$ e momento longitudinal $k_z = xp_z$. A reta representada é a linha de saturação, que separa o regime diluído e o de saturação. Figura modificada de [9].

um dado valor de x os glúons podem interagir entre si e se *recombinar* em processos $gg \rightarrow g$. Esse efeito não-linear pode compensar as emissões via bremsstrahlung e eventualmente leva a uma *saturação* da densidade de glúons no sistema partônico — em outras palavras, a densidade de glúons pára de crescer. Esse regime é chamado de *regime de saturação*.

A densidade de partons no interior do hádron pode ser avaliada pelo *número de ocupação* n , que pode ser estimado como o número de partons com um dado valor de x , vezes a área transversal ocupada por cada parton, divididos pela área transversal do hádron. Para um glúon temos que

$$n(x, Q^2) \approx \frac{xg(x, Q^2)}{Q^2 R^2}, \quad (2.3)$$

onde R é o raio transversal do hádron em seu referencial de repouso (RF), tal que sua área transversal é πR^2 em qualquer referencial, e $g(x, Q^2)$ é a função de distribuição de glúons. Enquanto n é pequeno, $n \ll 1$, o sistema é diluído e as interações entre os glúons são desprezíveis. Quando $n \sim \mathcal{O}(1)$ os glúons começam a se sobrepor mas suas interações ainda são fracas, uma vez que são suprimidas por $\alpha_s \ll 1$. O efeito destas interações só se torna importante quando o número de ocupação se torna grande o bastante para compensar a supressão do termo α_s , isto é, quando temos $n \sim \mathcal{O}(1/\alpha_s)$ [9]. A partir deste ponto os efeitos de recombinação de glúons compensam as novas emissões e a distribuição não cresce mais com a diminuição de x .

O regime de saturação introduz também uma nova escala de momento transversal no problema, o *momento de saturação* $Q_s(x)$. Este é definido através da Equação (2.3) juntamente com a condição de que $n \sim 1/\alpha_s$:

$$n(x, Q^2 = Q_s^2(x)) \sim \frac{1}{\alpha_s}, \quad (2.4)$$

$$Q_s^2(x) \approx \alpha_s \frac{xg(x, Q_s^2(x))}{R^2}. \quad (2.5)$$

O lado direito da equação (2.5) representa a densidade de glúons por unidade de área (multiplicada por α_s) para glúons que ocupam uma área transversal $\sim 1/Q_s^2(x)$, o que implica que $Q_s(x)$ cresce com $1/x$, já que este é o comportamento da distribuição de glúons. Glúons que possuem $k_\perp \leq Q_s(x)$ estão no regime de saturação: suas áreas transversais $\sim 1/\Delta k_\perp^2$ são tais que o correspondente número de ocupação é alto, $n \sim 1/\alpha_s$, mas não cresce mais se x diminui. Glúons com $k_\perp \gg Q_s(x)$ ainda estão em um regime diluído: seu número de ocupação é baixo mas cresce rapidamente com $1/x$ via a evolução descrita pela equação BFKL. A separação entre os dois regimes é representada pela *linha de saturação* na Figura 2.2. A partir desta linha, podemos expressar a relação

$$\ln Q_s^2(x) = \lambda \ln\left(\frac{1}{x}\right) + \ln Q_0^2 \quad (2.6)$$

$$Q_s(x) = Q_0 x^{-\lambda/2}, \quad (2.7)$$

onde λ e Q_0 são constantes que na prática são tratadas como parâmetros livres a serem ajustados a partir de dados experimentais. Embora $Q_0 \sim \Lambda$ [10], $Q_s(x)$ aumenta conforme x diminui e a transição para a saturação ocorre quando Q_s se torna comparável a Q . Quanto maior for Q^2 , menor deve ser x para atingir o regime de saturação.

2.2 Escalamento Geométrico em Processos Inclusivos

As seções de choque no limite de altas energias, que pela Equação (2.1) corresponde a pequenos valores de x , são bem descritas pelo *modelo de dipolos*, que tem a vantagem de apresentar uma descrição unificada para processos inclusivos, exclusivos e difrativos² [10]. Neste cenário a interação γ^*p é modelada considerando que o fóton virtual flutua em um dipolo de cor $q\bar{q}$ (quark-antiquark) que irá interagir com o hádron, conforme a Figura 2.3. Trabalhamos em um referencial onde o fóton de momento q e o próton de momento p são colineares. O quark e o antiquark por sua vez carregam respectivamente uma fração z e

² A seção de choque *inclusiva* é aquela que inclui todos os estados hadrônicos finais possíveis. Alguns desses processos são *difrativos*, o que significa que o próton sai “intacto” da interação e é detectado juntamente com o estado final hadrônico. Quando se refere a um resultado com uma partícula específica no resultado final a seção de choque é dita *exclusiva*.

($1 - z$) do momento q e estão separados por uma distância \mathbf{r} , que representa o “tamanho transversal” do dipolo.

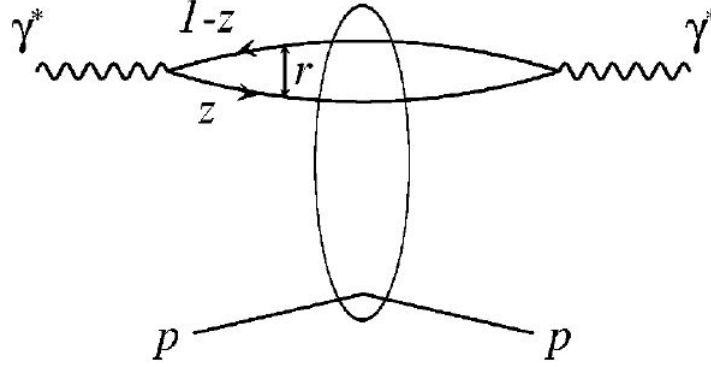


Fig. 2.3: Representação da interação γ^*p no modelo de dipolos. Figura retirada de [11].

Para fótons com polarização transversal (T) e longitudinal (L) a seção de choque inclusiva para o processo γ^*p fica da forma [11]

$$\sigma_{T,L}(x, Q^2) = \int d^2\mathbf{r} \int_0^1 dz |\Psi_{T,L}(z, \mathbf{r})|^2 \hat{\sigma}(x, r^2), \quad (2.8)$$

onde $\Psi_{T,L}(z, \mathbf{r})$ é a função de onda para a flutuação do fóton no dipolo $q\bar{q}$, e $\hat{\sigma}(x, r^2)$ é a chamada seção de choque de dipolo, que descreve a interação do dipolo com o próton. É importante destacar que as funções de onda do fóton podem ser calculadas e são dadas por

$$|\Psi_T(z, \mathbf{r})|^2 = \frac{N_C \alpha_{em}}{2\pi^2} \sum_f e_f^2 [(z^2 + (1-z)^2) \epsilon^2 K_1(\epsilon r) + m_f^2 K_0^2(\epsilon r)] \quad (2.9)$$

e

$$|\Psi_L(z, \mathbf{r})|^2 = \frac{N_C \alpha_{em}}{2\pi^2} \sum_f e_f^2 [4Q^2 z^2 (1-z)^2 K_0^2(\epsilon r)], \quad (2.10)$$

mas a seção de choque de dipolo é influenciada fortemente por processos não perturbativos e precisa ser modelada. Nas equações anteriores,

$$\epsilon^2 = z(1-z)Q^2 + m_f^2, \quad (2.11)$$

K_0 e K_1 são funções de McDonald e o somatório é feito sobre os sabores de quark de massa m_f e carga e_f . A seção de choque total está relacionada com a função de estrutura $F_2(x, Q^2)$ através de

$$\sigma_{\gamma^*p}(x, Q^2) = \sigma_T(x, Q^2) + \sigma_L(x, Q^2) \quad (2.12)$$

e

$$F_2(x, Q^2) = \frac{Q^2}{4\pi^2\alpha_{em}} \sigma_{\gamma^*p}(x, Q^2). \quad (2.13)$$

As principais hipóteses do modelo estão relacionadas com a interação do dipolo com o próton, descrita por $\hat{\sigma}(x, r^2)$. No regime de saturação é esperado que a estabilização da distribuição de glúons (que é a distribuição dominante para pequeno x) leve a uma saturação da seção de choque: $\hat{\sigma}(x, r^2) \sim \text{constante}$ para $Q_s \sim Q$. Esta propriedade foi incorporada em [11] através de

$$\hat{\sigma}(x, r^2) = \sigma_0 h\left(\frac{r}{R_0(x)}\right), \quad (2.14)$$

onde $R_0(x) \equiv 1/Q_s(x)$ é o *raio de saturação*, que serve como escala de comprimento para definir o regime de saturação. O raio $R_0(x)$ decresce com o decrescimento de x , enquanto a normalização σ_0 é independente de x . A função $h(r/R_0)$ deve ser tal que sature para 1 quando $(r/R_0) \rightarrow \infty$, de maneira que $\hat{\sigma}(x, r^2) \rightarrow \sigma_0$, conforme a Figura 2.4. Em [11] foi proposto como *ansatz* para esta função

$$h\left(\frac{r}{R_0}\right) = 1 - \exp\left(-\frac{r^2}{4R_0^2}\right). \quad (2.15)$$

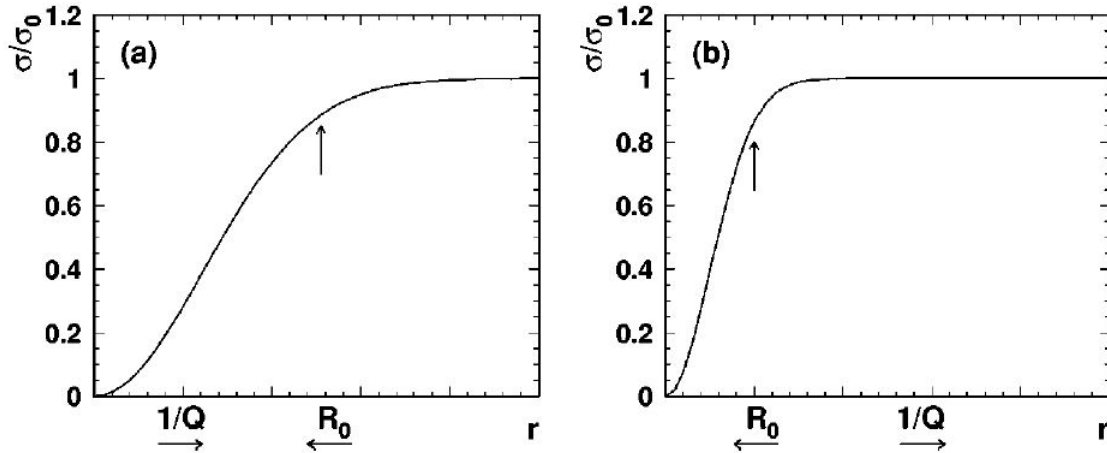


Fig. 2.4: Perfil da seção de choque de dipolo para diferentes Q . As pequenas setas representam como os parâmetros correspondentes variam com o decrescimento de Q (para W fixo). Figura retirada de [11].

A principal característica da Equação (2.14) é o chamado *escalamento geométrico* – dentro de determinado regime cinemático³, $\hat{\sigma}(x, r^2)$ é uma função apenas da combinação adimensional $r/R_0(x)$. Esta propriedade tem importantes consequências na seção de choque total σ_{γ^*p} . Negligenciando os termos de massa dos quarks nas funções de onda do fóton, podemos fazer a modificação $\bar{r} = Qr$ na Equação (2.8), de maneira que as variáveis de integração se tornam todas adimensionais e podemos escrever

$$\begin{aligned} \sigma_{\gamma^*p} = \frac{\alpha_{em} N_C}{\pi} \sum_f e_f^2 \int_0^\infty \bar{r} d\bar{r} \int_0^1 dz [f_T(z) K_1^2(\sqrt{z(1-z)}\bar{r}) \\ + f_L(z) K_0^2(\sqrt{z(1-z)}\bar{r}) \hat{\sigma}(\frac{Q_s^2(x)}{Q^2} \bar{r}^2), \end{aligned} \quad (2.16)$$

onde foram introduzidas as funções $f_L(z) = 4z^2(1-z)^2$ e $f_T(z) = (z^2 + (1-z)^2)z(1-z)$. Após a integração, σ_{γ^*p} se torna uma função de uma única variável adimensional $\tau \equiv Q^2/Q_s^2(x) = Q^2 R_0^2(x)$, ao invés de depender de x e Q^2 separadamente [12]:

$$\sigma_{\gamma^*p}(x, Q^2) = \sigma_{\gamma^*p}(\tau), \quad (2.17)$$

onde a normalização σ_0 da seção de choque de dipolo determina a escala de σ_{γ^*p} .

Seguindo a discussão das Ref. [11] e [12], o comportamento em (2.17) muda suavemente de acordo com

$$\sigma_{\gamma^*p} \sim \sigma_0 \rightarrow \sigma_{\gamma^*p} \sim \frac{\sigma_0}{\tau} \quad (2.18)$$

conforme τ muda de valores pequenos para grandes, respectivamente (com correções de ordem logarítmicas em τ). Para $\tau \sim 1$, temos que $Q_s(x) \sim Q$ e ocorre a saturação da seção de choque σ_{γ^*p} . Por outro lado, para grandes valores de τ (correspondente a pequenos valores de r/R_0), temos que $\sigma_{\gamma^*p} \sim 1/Q^2$, como tipicamente observado no DIS [11].

De maneira qualitativa, a evolução dos pártons com Q^2 é caracterizada por uma diminuição do número de ocupação n – o sistema fica mais diluído. Por outro lado, a evolução com $1/x$ é caracterizada por um aumento de n – o aumento no número de pártons é o efeito dominante. Ao longo da linha de saturação na Figura 2.2, contudo, n se mantém constante $\sim 1/\alpha_s$. Em uma reta próxima e paralela à linha de saturação pode ser esperado um comportamento similar: n é constante, fazendo com que grandezas físicas como a seção de choque sejam a mesma para todos os pontos da reta, uma vez que eles levam essencialmente para mesma estrutura do hádron. De fato, para pontos em uma reta paralela à linha de

³ Embora os argumentos desenvolvidos pareçam válidos somente dentro do regime de saturação – isto é, para Q^2 menor ou da ordem de Q_s^2 , o que na prática são poucos GeV^2 – os ajustes em [12] se estendem até Q^2 da ordem de centenas de GeV^2 (ver Figura 2.5). Uma discussão sobre a extensão do regime de escalamento pode ser encontrada em [13].

saturação temos que $\ln Q^2 = -\lambda \ln x + \ln(Q_0^2 \tau)$, de maneira que manter τ constante significa se manter sobre a mesma reta.

A predição do escalamento geométrico contido na Eq. (2.17) foi confrontada com dados experimentais por [12] e é apresentada na Figura 2.5. No gráfico foram utilizados dados para $x < 0,01$ como uma função de $\tau = Q^2/Q_s^2$. O ajuste dos parâmetros de Q_s^2 foi determinado em [11] com $R_0^2 = 1/Q_s^2 = (\bar{x}/x_0)^\lambda$ em GeV^{-2} , $x_0 = 3,04 \times 10^{-4}$ e $\lambda = 0,288$. O modelo de saturação pode ser estendido para a região de pequeno Q^2 (incluindo o caso de *fotoprodução* no limite $Q^2 = 0$) através da modificação da dependência em x por um termo de massa $\bar{x} = x(\frac{Q^2 + 4m_f^2}{Q^2})$, com $m_f = 0,14$ GeV, para incluir correções devido às massas dos quarks.

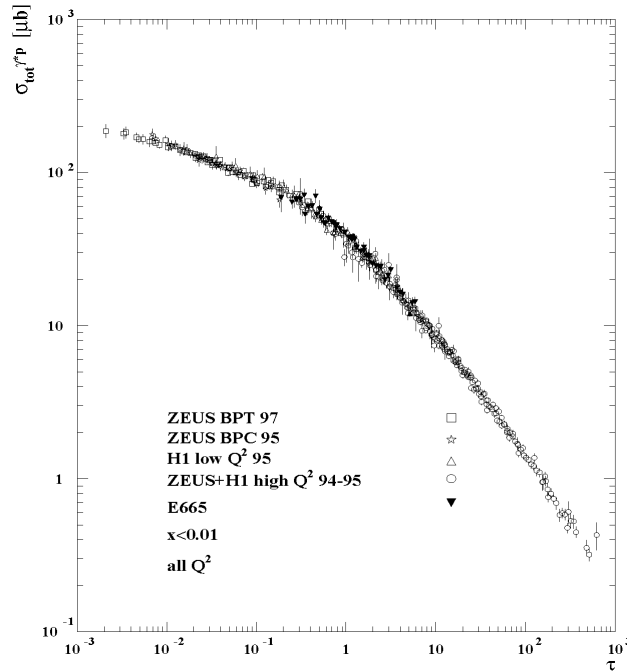


Fig. 2.5: Dados experimentais para σ_{γ^*p} da região com $x < 0,01$ plotada em termos da variável de escalamento $\tau = Q^2 R_0^2(x)$. Figura retirada de [12].

Escalamento similar também foi verificado quando analisamos a contribuição de charm à seção de choque total [14]. É importante destacar que os dados apresentados na Figura 2.5 podem ser parametrizados pela equação

$$\sigma_{\gamma^*p}(x, Q^2) \equiv \Phi(\tau) = \bar{\sigma}_0[\gamma_E + \Gamma(0, \xi) + \ln \xi], \quad (2.19)$$

onde γ_E é a constante de Euler, $\Gamma(0, \xi)$ a função Γ incompleta e $\xi = a/\tau^b$, com $a = 1,868$ e $b = 0,746$. A normalização é fixada por $\bar{\sigma}_0 = 40,56 \mu b$. A forma funcional de (2.19) é motivada por hipóteses simplificativas no cálculo de (2.8) conforme [15], a serem discutidas

na Seção 3.1. Os dados experimentais estão plotados juntamente com a curva descrita por (2.19) na Figura 2.6.

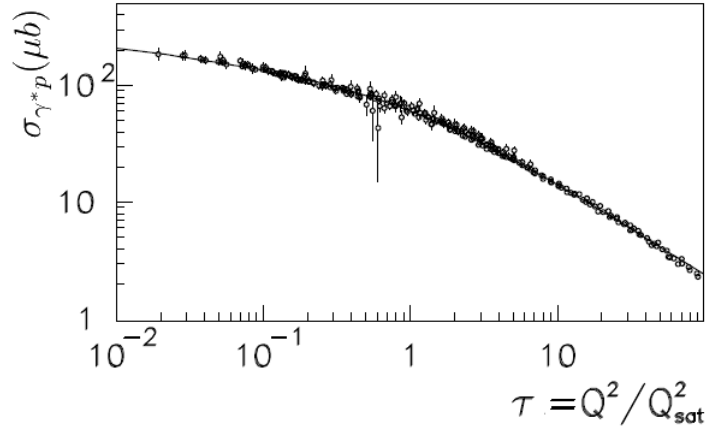


Fig. 2.6: Escalamento geométrico γ^*p juntamente com a curva de escalamento (2.19). Figura modificada de [15].

2.3 Escalamento Geométrico em Processos Difrativos

No DIS difrativo, $\gamma^*p \rightarrow Xp$, o próton sai intacto da colisão, sendo detectado após a interação juntamente com um estado final hadrônico X de massa invariante M_X^2 . Mantendo a notação das seções anteriores, Q^2 representa a virtualidade do fóton e W a energia total do processo γ^*p no referencial do seu centro de massa. É conveniente introduzir as variáveis

$$\beta = \frac{Q^2}{Q^2 + M_X^2} \quad (2.20)$$

e

$$x_P = \frac{x}{\beta} \quad (2.21)$$

com x definido conforme a Equação (2.1).

No cenário do modelo de dipolos, o fóton se separa em um dipolo de tamanho transversal \mathbf{r} que é espalhado pelo próton e dissocia no estado hadrônico X . Esse estado final é caracterizado por um valor particular de M_X (ou equivalentemente de β), correspondente a um determinado momento do par quark-antiquark. Neste caso a seção de choque de dipolos

depende de $x_{\mathbb{P}}$ ao invés de x e a seção de choque difrativa pode ser escrita como [16]

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{diff}^{\gamma^*p \rightarrow Xp}}{d\beta}(\beta, x_{\mathbb{P}}, Q^2) &= \frac{\alpha_{em} N_C}{4\pi\beta^2} \sum_f e_f^2 \int_0^1 dz z(1-z) \\ &\times \sum_{\lambda=L,T} f_{\lambda}(z) I_{\lambda}^2(z, \beta, Q_s^2(x_{\mathbb{P}})/Q^2), \end{aligned} \quad (2.22)$$

com a seguinte integral

$$I_{T,L}(z, \beta, Q_s^2/Q^2) = \int_0^{\infty} \bar{r} d\bar{r} K_{1,0}(\sqrt{z(1-z)}\bar{r}) J_{1,0}(\sqrt{z(1-z)(1-\beta)/\beta}\bar{r}) \hat{\sigma}\left(\frac{Q_s^2}{Q^2}\bar{r}^2\right), \quad (2.23)$$

onde I_T possui as funções de Bessel K_1 e J_1 e I_L possui K_0 e J_0 . De maneira análoga ao caso inclusivo, segue da expressão acima que outra consequência do regime de saturação da QCD é o escalamento geométrico em processos difrativos para β fixo e pequenos valores de $x_{\mathbb{P}}$:

$$\frac{d\sigma_{diff}^{\gamma^*p \rightarrow Xp}}{d\beta}(\beta, x_{\mathbb{P}}, Q^2) = \frac{d\sigma_{diff}^{\gamma^*p \rightarrow Xp}}{d\beta}(\beta, \tau_d), \quad \text{com } \tau_d = \frac{Q^2}{Q_s^2(x_{\mathbb{P}})}. \quad (2.24)$$

A predição do escalamento geométrico para processos difrativos em (2.24) foi confirmada experimentalmente através de medições da seção de choque difrativa nos experimentos ZEUS e H1 [16]. Os resultados são apresentados na Figura 2.7.

2.4 Escalamento Geométrico na Produção Difrativa de Mésons Vetoriais

No caso da produção de mésons vetoriais⁴ $\gamma^*p \rightarrow Vp$, depois de ser espalhado pelo próton o dipolo se recombina em um estado final particular $X = V$, um méson vetorial de massa M_V – uma produção exclusiva. Para descrever o processo, é necessário introduzir a função de onda $\varphi_{\lambda}^{\gamma^*V}(z, \mathbf{r}, M_V^2)$, que descreve a separação do méson vetorial de polarização λ em um dipolo. A seção de choque nesse caso é dada por [16]

$$\sigma_{VM}^{\gamma^*p \rightarrow Vp}(x_{\mathbb{P}}, Q^2) \propto \left| \int d^2r \int_0^1 dz \sum_{\lambda=L,T} [\varphi_{\lambda}(z, \mathbf{r}, M_V^2)]^* \varphi_{\lambda}(z, \mathbf{r}, Q^2) \hat{\sigma}(x_{\mathbb{P}}, r^2) \right|^2. \quad (2.25)$$

É interessante destacar que o problema é acrescido de uma escala M_V , a massa do méson. No caso especial $M_V = 0$, a expressão acima pode ser usada para obter a seção de choque

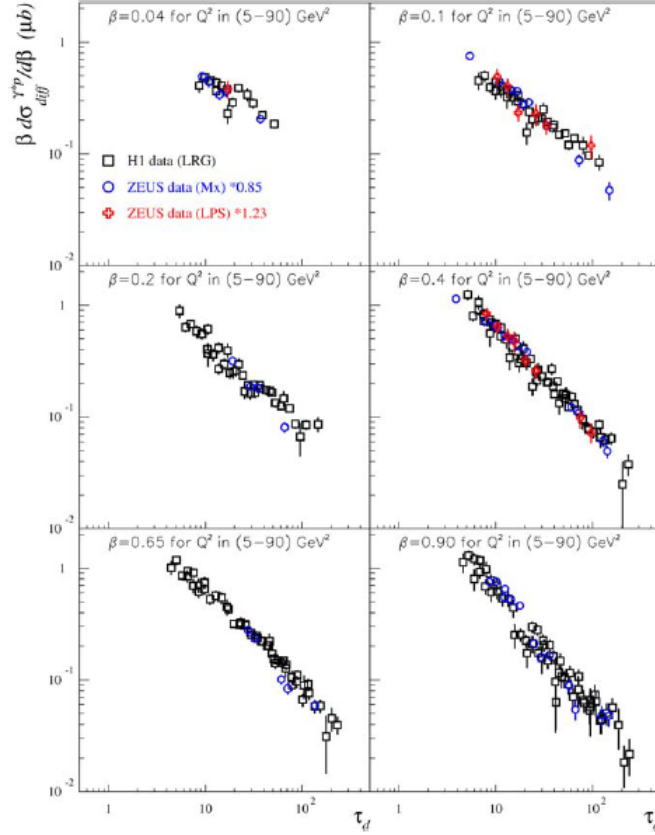


Fig. 2.7: A seção de choque difrativa $\beta \frac{d\sigma_{diff}^{\gamma^*p \rightarrow Xp}}{d\beta}$ obtida em medições dos experimentos ZEUS e H1, como uma função de τ_d para β fixo e valores de Q^2 na faixa $(5 - 90) GeV^2$ e para $x_P < 0,01$. Figura retirada de [16].

$\sigma_{DVCS}^{\gamma^*p \rightarrow \gamma p}$ para o processo $\gamma^*p \rightarrow \gamma p$, o espalhamento Compton virtual profundo (deeply virtual Compton scattering, DVCS).

Além disso, as funções de onda que representam o méson vetorial dependem do modelo adotado. Contudo, é possível fazer uso de algumas características gerais para a função de onda do méson: a contribuição da polarização longitudinal é predominante e as funções de onda seguem o escalamento aproximado [16]

$$2\pi r^2 \int_0^1 dz [\varphi_\lambda(z, \mathbf{r}, M_V^2)]^* \varphi_\lambda(z, \mathbf{r}, Q^2) \approx g(r^2(Q^2 + M_V^2)), \quad (2.26)$$

onde a função g possui um pico acentuado em torno de 1. Como consequência disso, no

⁴ Méson vetorial é um méson com spin-1 e *paridade* ímpar – em contraste com mésons pseudovetoriais, que apresentam spin-1 e paridade par.

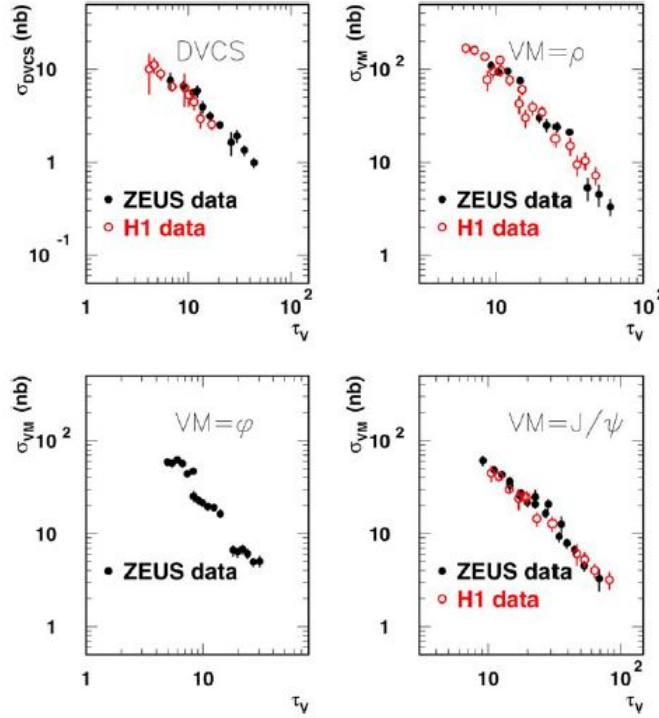


Fig. 2.8: A seção de choque $\sigma_{VM}^{\gamma^*p \rightarrow Vp}$ para a produção dos mésons ρ, ϕ e J/Ψ e DVCS obtida em medições dos experimentos ZEUS e H1, como uma função de τ_V para β fixo e valores de Q^2 na faixa $(5 - 90) \text{GeV}^2$ e para $x_P < 0.01$. Figura retirada de [16].

regime de escalamento geométrico a seção de choque para produção de mésons vetoriais pode ser reescrita como

$$\sigma_{VM}^{\gamma^*p \rightarrow Vp}(x_P, Q^2) = \left| \int_0^\infty \frac{d\bar{r}}{4\bar{r}} g(\bar{r}^2) \hat{\sigma}\left(\frac{Q_s^2(x_P)}{Q^2 + M_V^2} \bar{r}^2\right) \right|^2 \quad (2.27)$$

e o seguinte comportamento pode ser predito:

$$\sigma_{VM}^{\gamma^*p \rightarrow Vp}(x_P, Q^2) = \sigma_{VM}^{\gamma^*p \rightarrow Vp}(\tau_V), \quad \text{com } \tau_V = \frac{Q^2 + M_V^2}{Q_s^2(x_P)}. \quad (2.28)$$

Note que para o caso do DVCS a predição é $\sigma_{DVCS}(x, Q^2) = \sigma_{DVCS}(\tau)$, sem necessidade do uso da Equação (2.26).

A predição da Eq. (2.28) também foi confirmada por dados do HERA [16] para o DVCS e produção exclusiva dos mésons ρ, ϕ e J/Ψ . Os resultados são apresentados na Figura 2.8.

2.5 Conclusão

A base deste capítulo é que ao analisar a estrutura do próton via DIS com fótons de virtualidade $Q^2 \gg \Lambda^2$ fixa e W crescente, em uma energia correspondente a pequenos valores de x o *regime de saturação* da QCD é atingido: a densidade de glúons se torna tão grande que efeitos não-lineares se tornam significativos, estabilizando as distribuições de pártons. A transição é caracterizada pelo momento de saturação $Q_s^2(x) = Q_0 x^{-\lambda/2}$, que é uma escala intrínseca de energia do próton que cresce conforme x decresce. Embora o regime de saturação só seja atingido quando $Q_s \sim Q$, os observáveis são sensíveis à escala de saturação em um regime mais amplo $\Lambda \ll Q_s \ll Q$. Esta propriedade se manifesta através do chamado escalamento geométrico tanto em processos inclusivos, difrativos e produção exclusiva de mésons vetoriais: ao invés de dependerem separadamente das variáveis cinemáticas relevantes (como x ou $x_{\mathbb{P}}$ e Q^2), as seções de choque são funções de combinações adimensionais das mesmas, τ , τ_d e τ_V , respectivamente. No próximo capítulo será descrito um modelo teórico para a seção de choque $\sigma_{VM}^{\gamma^* p \rightarrow Vp}$ no contexto da física de saturação, que será então comparado com os respectivos dados experimentais atuais.

Capítulo 3

Produção Exclusiva de Partículas e o Escalamento Geométrico

A dependência da seção de choque com τ (ou τ_d e τ_V) no regime de escalamento geométrico foi verificada experimentalmente e, para o caso inclusivo, pode ser parametrizada pela Equação (2.19). Neste capítulo serão obtidas analiticamente curvas que descrevem o comportamento da seção de choque na produção exclusiva de mésons vetoriais, inspiradas nos chamados *modelos Eiconais*. Os resultados são então comparados com os dados experimentais para a seção de choque.

3.1 A Seção de Choque pelos Modelos Eiconais

De modo geral, a seção de choque total σ_{tot} associada a uma interação hadrônica pode ser obtida a partir da amplitude de espalhamento elástico através do *teorema óptico* [17]. Em termos do parâmetro de impacto¹ podemos escrever

$$\sigma_{tot} = 2 \int \text{Im } a_{el}(s, b) d^2b, \quad (3.1)$$

$$\sigma_{el} = \int |a_{el}(s, b)|^2 d^2b, \quad (3.2)$$

onde $a_{el}(s, b)$ é a amplitude de espalhamento elástico frontal, s é a variável de Mandelstam² e b é o módulo do parâmetro de impacto, que marca a distância transversal característica entre as partículas interagentes.

A unitariedade no canal s implica que $|a_{el}(s, b)|^2 \leq 1$ [18] e leva a

$$2 \text{Im } a_{el}(s, b) = |a_{el}(s, b)|^2 + G_{in}(s, b), \quad (3.3)$$

¹ O parâmetro de impacto \mathbf{b} é a variável conjugada à transferência de momento \mathbf{q} no sentido de uma transformada de Fourier.

² A variável de Mandelstam s é definida como $s = (p_1 + p_2)^2$, onde p_1 e p_2 são os quadrimomentos das partículas incidentes. Essencialmente, s é o quadrado da energia do centro de massa do espalhamento.

onde $G_{in}(s, b)$ representa as contribuições dos canais inelásticos:

$$\sigma_{in} = \int G_{in}(s, b) d^2b. \quad (3.4)$$

As amplitudes podem ser estimadas no modelo eiconal, onde se assume que a amplitude $a_{el}(s, b)$ é puramente imaginária – uma aproximação razoável para altas energias [19]. Neste caso, a Equação (3.3) é satisfeita por

$$a_{el}(s, b) = i(1 - e^{-\Omega(s,b)/2}), \quad (3.5)$$

$$G_{in}(s, b) = 1 - e^{-\Omega(s,b)}, \quad (3.6)$$

onde a *opacidade* $\Omega(s, b)$ é uma função real. Da Equação (3.6) podemos inferir que o termo $P(s, b) = e^{-\Omega(s,b)}$ representa a probabilidade de que nenhuma interação inelástica aconteça para determinados s e b .

Seguindo a abordagem de Glauber-Mueller [20], a opacidade $\Omega(s, b)$ é tomada com uma dependência gaussiana no parâmetro de impacto, assumindo a forma

$$\Omega(s, b) = \nu(s)e^{-\frac{b^2}{R^2}}, \quad (3.7)$$

onde R é uma dimensão característica do alvo³ e $\nu(s)$ uma função real. Esta forma para a amplitude permite obter uma expressão analítica para as seções de choque. Para a seção de choque total, a Equação (3.1) fica

$$\sigma_{tot} = 2 \int (1 - e^{-\Omega/2}) d^2b = 4\pi \int_0^\infty (1 - e^{-\Omega/2}) b db. \quad (3.8)$$

A exponencial pode ser expandida em série de Taylor com $\Omega(s, b)$ definido pela Equação (3.7), levando a

$$\sigma_{tot} = -4\pi \int_0^\infty b \sum_{k=1}^\infty \frac{(-\frac{\nu}{2})^k e^{-\frac{kb^2}{R^2}}}{k!} db = -4\pi \sum_{k=1}^\infty \left[\frac{(-\frac{\nu}{2})^k}{k!} \int_0^\infty b e^{-\frac{kb^2}{R^2}} db \right], \quad (3.9)$$

$$\sigma_{tot} = -2\pi R^2 \sum_{k=1}^\infty \frac{(-\frac{\nu}{2})^k}{k!k}. \quad (3.10)$$

Neste ponto, podemos usar a identidade

$$\sum_{k=1}^\infty \frac{x^k}{k!k} = E_i(x) - \gamma_E - \ln|x|, \quad (3.11)$$

³ No caso do DIS, por exemplo, R é usualmente tomado como sendo o raio transversal do próton.

onde $E_i(x) = -\int_{-x}^{\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt$ é a *função exponencial integral*, para escrever

$$\sigma_{tot} = 2\pi R^2[\gamma_E + \ln(\frac{\nu}{2}) - E_i(-\frac{\nu}{2})] = 2\pi R^2[\gamma_E + \ln(\frac{\nu}{2}) + \Gamma(0, \frac{\nu}{2})]. \quad (3.12)$$

A propriedade $\Gamma(0, x) = \int_x^{\infty} e^{-t}/t dt = -E_i(-x)$ foi usada na última igualdade para escrever a seção de choque em termos da função gamma incompleta.

O mesmo procedimento pode ser empregado para obter a forma funcional das seções de choque elástica e inelástica. Usando a Equação (3.6) temos

$$\sigma_{in} = \int (1 - e^{-\Omega}) d^2b, \quad (3.13)$$

que é igual à expressão para $\sigma_{tot}/2$ com $\nu/2 \rightarrow \nu$, de maneira que

$$\sigma_{in} = \pi R^2[\gamma_E + \ln \nu + \Gamma(0, \nu)]. \quad (3.14)$$

A seção de choque para o caso elástico, por fim, pode ser obtida sem necessidade de integração a partir de σ_{tot} e σ_{in} :

$$\sigma_{el} = \sigma_{tot} - \sigma_{in}, \quad (3.15)$$

$$\sigma_{el} = \pi R^2[\gamma_E + \ln(\frac{\nu}{4}) + 2\Gamma(0, \frac{\nu}{2}) - \Gamma(0, \nu)]. \quad (3.16)$$

Em suma, o uso do teorema óptico e dos modelos eiconais nos permitem obter expressões para forma funcional da seção de choque (no regime de altas energias) em termos de uma função ν das variáveis cinemáticas. Este procedimento é bastante geral e, a princípio, pode ser aplicado para descrever as seções de choque do DIS apresentadas nos capítulos anteriores, conforme será discutido na próxima seção.

3.2 As Seções de Choque para o DIS no Regime de Escalamento Geométrico

Para o caso particular do DIS, o formalismo desenvolvido na seção anterior indica que a seção de choque total (inclusiva) σ_{γ^*p} pode ser descrita pela Equação (3.12). De fato, no regime de escalamento geométrico vimos que σ_{γ^*p} podia ser parametrizada pela Equação (2.19),

$$\sigma_{\gamma^*p}(\tau) = \bar{\sigma}_0[\gamma_E + \Gamma(0, \xi) + \ln \xi], \quad (3.17)$$

que nada mais é que a Equação (3.12) com $2\pi R \rightarrow \bar{\sigma}_0$ e $\nu/2 \rightarrow \xi$. Recordamos que o ajuste com os dados experimentais feitos em [15] determinou $\xi = a/\tau^b$, com $a = 1.868$ e $b = 0.746$. A normalização é fixada por $\bar{\sigma}_0 = 40.56 \mu b$.

O sucesso da Equação (3.12) para descrever a seção de choque no caso inclusivo nos sugere que um procedimento similar possa ser usado em outros casos. O principal objetivo deste trabalho é justamente esse: obter as curvas que descrevem o comportamento da seção de choque para a produção exclusiva de mésons vetoriais, análogas à curva que descreve a seção de choque inclusiva. Não há na literatura expressão analítica para tal caso.

3.2.1 Seção de Choque Elástica e Quasi-Elástica

Uma vez que as variáveis ξ e $\bar{\sigma}$ já foram parametrizadas para o caso o DIS por [15], mantendo a identificação $2\pi R \rightarrow \bar{\sigma}_0$ e $\nu/2 \rightarrow \xi$ a Equação (3.16) nos permite descrever o espalhamento elástico $\gamma^*p \rightarrow \gamma^*p$:

$$\sigma_{el}^{\gamma^*p \rightarrow \gamma^*p} = \frac{\bar{\sigma}_0}{2} [\ln(\frac{\xi}{2}) + \gamma_E - \Gamma(0, 2\xi) + 2\Gamma(0, \xi)]. \quad (3.18)$$

Embora não seja possível obter diretamente uma expressão similar para o caso difrativo $\gamma^*p \rightarrow Vp$, este será tratado aqui como um processo *quasi-elástico* — uma vez que o próton, ao menos, sai intacto da colisão — e podemos tentar estimar $\sigma_{VM}^{\gamma^*p \rightarrow Vp}$ a partir de σ_{el} .

A conexão entre a seção de choque elástica e a difrativa pode ser inspirada pelo modelo de dipolos, conforme o capítulo anterior. Neste modelo, a amplitude de espalhamento elástico a_{el} é escrita como

$$a_{el} = is \int dz \int d^2r \psi^*(z, r, Q) \hat{\sigma}(x, r^2) \psi(z, r, Q), \quad (3.19)$$

onde $\psi(z, r, Q)$ novamente denota a função de onda do fóton (onde foram suprimidos os índices referentes à polarização) e $\hat{\sigma}(x, r^2)$ a seção de choque de dipolo. Essa fórmula pode ser obtida diretamente pelos diagramas de Feynman e tem uma interpretação natural no referencial de repouso do próton, onde o fóton virtual se decompõe em um dipolo $q\bar{q}$ que então interage com o próton e se recombina no fóton virtual. Uma análise detalhada pode ser encontrada em [21]. A seção de choque diferencial então é dada por

$$\frac{d\sigma_{el}^{\gamma^*p \rightarrow \gamma^*p}}{dt} = \frac{1}{16\pi} |a_{el}|^2 = \frac{1}{16\pi} \left| \int dz \int d^2r \psi^*(z, r, Q) \hat{\sigma}(x, r^2) \psi(z, r, Q) \right|^2. \quad (3.20)$$

Já no caso difrativo o dipolo se recombina em um estado particular V , de maneira que a função de onda para o fóton virtual final ψ^* deve ser substituída pela função de onda do méson vetorial, isto é, $\psi \rightarrow \psi_V$. Ao mesmo tempo, a seção de choque de dipolo deve ser modificada⁴, levando a

$$\frac{d\sigma_{VM}^{\gamma^*p \rightarrow Vp}}{dt} = \frac{1}{16\pi} \left| \int dz \int d^2r \psi_V^*(z, r) \hat{\sigma}(x_P, r^2) \psi(z, r, Q) \right|^2. \quad (3.21)$$

⁴ Novamente, uma discussão mais detalhada das modificações pode ser encontrada em [21].

Para fins de comparação, a seção de choque diferencial inclusiva, pelo teorema óptico, fica

$$\frac{d\sigma_{\gamma^*p}}{dt} = \frac{1}{16\pi} \int dz \int d^2r \psi^*(z, r, Q) \hat{\sigma}(x_{\mathbb{P}}, r^2) \psi(z, r, Q). \quad (3.22)$$

A análise das consequências da modificação da função de onda na integração deve levar em conta um modelo para ψ_V . Uma descrição completa de expressões para as funções de onda pode ser encontrada em [22], e de modo simplificado temos que

$$\sigma_{\gamma^*p} \propto \psi^* \psi \propto \alpha_{em} \sum_f e_f^2, \quad (3.23)$$

onde e_f é a carga do quark de sabor f que compõe o dipolo, que deve ser somada sobre todos os possíveis sabores. Contudo,

$$\sigma_{VM} \propto |\psi_V^* \psi|^2 \propto 4\pi \alpha_{em} \hat{e}_f^2 \frac{f_V^2}{M_V^2}, \quad (3.24)$$

onde f_V é o acoplamento do méson à corrente eletromagnética (determinado experimentalmente) e \hat{e}_f é a carga efetiva do quark que compõe o méson.

Considerando que $\sigma_{\gamma^*p} \propto \bar{\sigma}_0$, a comparação entre (3.23) e (3.24) mostra que para σ_{VM} a normalização da forma funcional deve ser modificada, uma vez que se $\sigma_{VM} \propto \bar{\sigma}_V$ então

$$\frac{\sigma_{VM}}{\sigma_{\gamma^*p}} \propto \frac{\bar{\sigma}_V}{\bar{\sigma}_0} = \frac{4\pi \hat{e}_f^2 f_V^2}{\sum_f e_f^2 M_V^2} \quad (3.25)$$

$$\bar{\sigma}_V = \bar{\sigma}_0 \frac{4\pi \hat{e}_f^2 f_V^2}{\sum_f e_f^2 M_V^2}. \quad (3.26)$$

É importante destacar que, para o caso do DVCS $\gamma^*p \rightarrow \gamma p$, $\psi_V = \psi$ e temos apenas

$$\frac{\sigma_{DVCS}}{\sigma_{\gamma^*p}} \propto \frac{\bar{\sigma}_{DVCS}}{\bar{\sigma}_0} \propto \frac{|\psi^* \psi|^2}{\psi^* \psi} = \alpha_{em} \sum_f e_f^2 \quad (3.27)$$

$$\bar{\sigma}_{DVCS} = \bar{\sigma}_0 \alpha_{em} \sum_f e_f^2. \quad (3.28)$$

Assumindo que a modificação na normalização incorpore a mudança $\psi \rightarrow \psi_V$, σ_{VM} pode então ser obtida a partir da Equação (3.18) com a substituição $\bar{\sigma}_0 \rightarrow \bar{\sigma}_V$:

$$\sigma_{VM}^{\gamma^*p \rightarrow Vp} = \frac{\bar{\sigma}_V}{2} \left[\ln\left(\frac{\xi}{2}\right) + \gamma_E - \Gamma(0, 2\xi) + 2\Gamma(0, \xi) \right], \quad (3.29)$$

onde está implícito também $\tau \rightarrow \tau_V$ na definição de ξ . A forma da seção de choque exclusiva descrita pela Equação (3.29) será comparada com dados experimentais para a produção de mésons vetoriais nas seções seguintes.

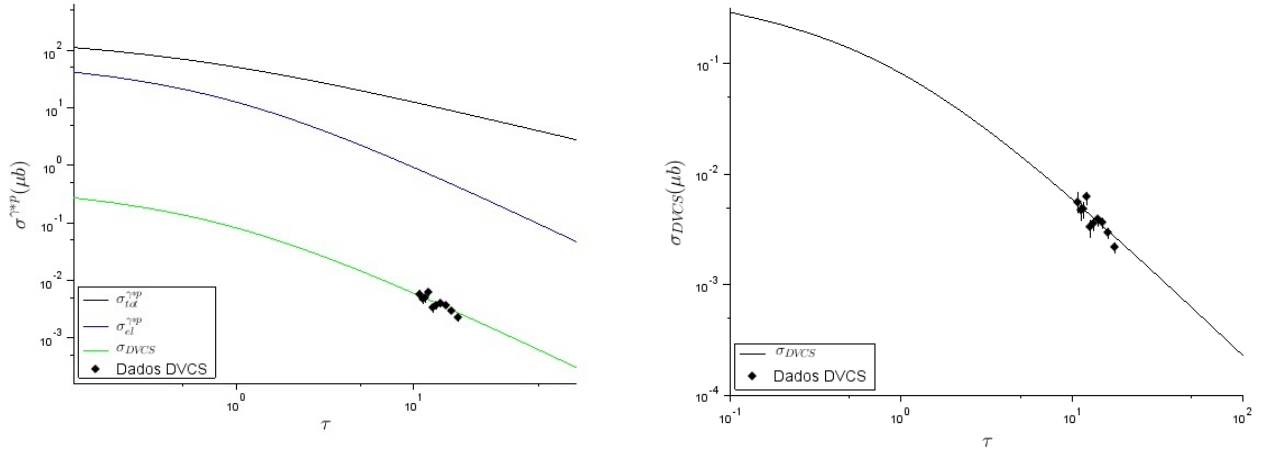


Fig. 3.1: Na figura da esquerda, curvas analíticas para a seção de choque inclusiva, elástica e DVCS, acompanhados de dados experimentais para σ_{DVCS} retirados da Ref. [23]. Na figura da direita, destaque para a curva e dados de $\sigma_{DVCS}(\tau)$.

3.2.2 Seção de Choque para o DVCS

Conforme a Seção 2.4, no regime de escalamento geométrico a seção de choque para o DVCS $\gamma^*p \rightarrow \gamma p$ é uma função apenas de τ , isto é, $\sigma_{DVCS} = \sigma_{DVCS}(\tau)$. Este resultado está de acordo com dados experimentais, apresentados na Figura 2.8.

A Equação (3.29), com $\bar{\sigma}_V \rightarrow \bar{\sigma}_{DVCS}$ dado pela Equação (3.28), agora nos permite ver analiticamente o comportamento de $\sigma_{DVCS}(\tau)$. Neste regime os três quarks leves (u, d e s) são a contribuição dominante, fazendo com que $\sum_f e_f^2 = (2/3)^2 + (-1/3)^2 + (-1/3)^2 = 6/9$. A Figura 3.1 a seguir apresenta a curva obtida para σ_{DVCS} juntamente com dados experimentais para a seção de choque, retirados da Ref. [23]. Também estão presentes na figura os gráficos para σ_{γ^*p} e σ_{el} , descritos pelas Equações (3.17) e (3.18), respectivamente, para fins de comparação. É interessante destacar que a distinção entre σ_{el} e σ_{DVCS} se dá apenas pelo fator de normalização apresentado em (3.28).

3.2.3 Seção de Choque para Produção de Mésons Vetoriais

No regime do escalamento geométrico, a análise da Seção 3.2.1 nos permitiu concluir que $\sigma_{VM}^{\gamma^*p \rightarrow Vp}$ é dada pela Equação (3.29) para a produção de qualquer méson vetorial V , diferindo entre os vários estados finais apenas pelo fator de normalização na Equação (3.26). Em um gráfico logarítmico, isso significa que as curvas que mapeiam a seção de choque estão apenas deslocadas por uma constante. Esta predição pode ser confirmada na Figura 3.2, onde são apresentados simultaneamente dados experimentais para a produção dos mésons ϕ , J/ψ e ρ . A abordagem desenvolvida apresenta a grande vantagem de permitir uma descrição

unificada do processo $\gamma^*p \rightarrow Vp$: $\sigma_{VM}^{\gamma^*p \rightarrow Vp}$ depende de uma mesma variável τ_V e possui a mesma forma funcional em todos os casos.

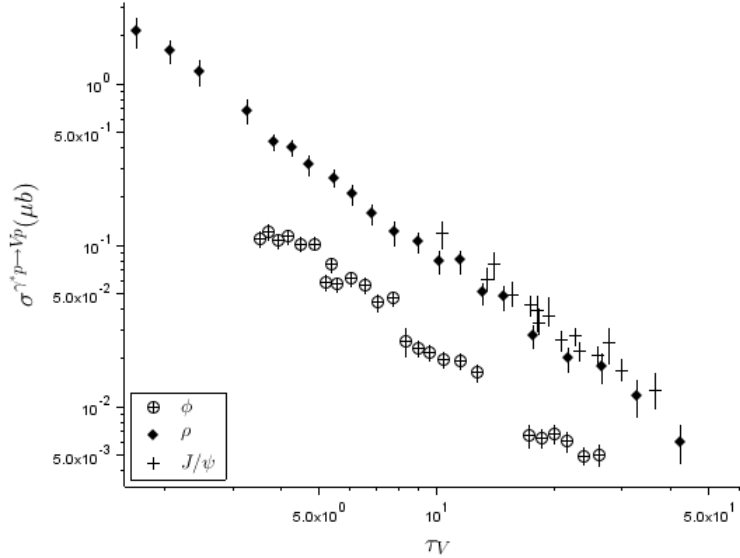


Fig. 3.2: *Dados experimentais para a produção dos mésons vetoriais ϕ , J/ψ e ρ , retirados das Ref. [24–26]. O comportamento aparentemente “paralelo” dos dados experimentais indica que a curva analítica de $\sigma_{VM}^{\gamma^*p \rightarrow Vp}$ para cada méson V difere apenas pela normalização, conforme previsto pela Equação (3.29).*

A Figura 3.3, a seguir, apresenta a curva obtida para $\sigma_{J/\psi}^{\gamma^*p \rightarrow J/\psi p}(\tau_V)$ juntamente com dados experimentais retirados da Ref. [26]. Para o cálculo da normalização na Equação (3.26) foi considerado $f_V = 0,273$ GeV, $\hat{e}_f = 2/3$ e $M_V = 3,097$ GeV, conforme a Ref. [27]. É possível observar no gráfico uma concordância entre a maior parte dos dados experimentais e a curva prevista pela Equação (3.29).

É importante ressaltar que até este ponto as seções de choque para o DVCS e para a produção de mésons vetoriais foram descritas com sucesso através de uma abordagem puramente analítica, sem necessidade de correções a partir dos dados experimentais⁵. Algumas limitações dos resultados apresentados, porém, são apresentadas a seguir. Primeiramente, a normalização dada pela Equação (3.26) é dependente do modelo utilizado para as funções de onda dos mésons vetoriais, e diferentes simplificações das expressões em [22] podem levar a resultados diferentes. De fato, para o méson ϕ , com $M_V = 1,019$ GeV e $f_v = 0,079$, conforme a Ref. [27], a normalização apresentada se mostra inadequada e um ajuste com os dados experimentais seria necessário para descrever corretamente os valores de $\sigma_{\phi}^{\gamma^*p}(\tau_V)$,

⁵ Embora a normalização $\bar{\sigma}_0$ tenha sido obtida em [15] por um ajuste com os dados experimentais do caso inclusivo, nenhum ajuste foi feito na adaptação para o caso difrativo proposta nesse trabalho.

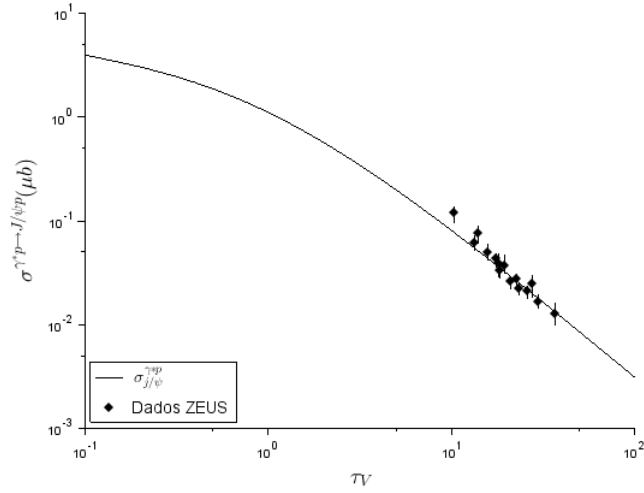


Fig. 3.3: Curva analítica para $\sigma_{J/\psi}^{\gamma^* p \rightarrow J/\psi p}(\tau_V)$, acompanhada de dados experimentais obtidos na Ref. [26].

conforme apresentado na Figura 3.4.

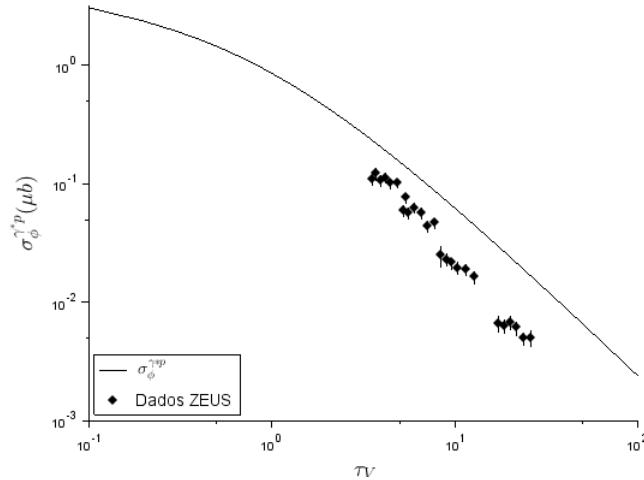


Fig. 3.4: Curva analítica para $\sigma_{\phi}^{\gamma^* p \rightarrow \phi p}(\tau_V)$, acompanhada de dados experimentais obtidos na Ref. [24]. A normalização dada pela Eq. (3.26), limitada pelo modelo adotado para a função de onda do méson, é inadequada e um ajuste com os dados experimentais seria necessário.

Além disso, o formato de $\sigma_{VM}(\tau_V)$, dado pela Equação (3.29), está sujeito à hipótese de que as diferenças entre a função de onda do fóton e do méson vetorial podem ser incorporadas inteiramente pela modificação da normalização. Um modelo mais complexo poderia assumir

modificações dos valores de a e b na expressão $\xi = a/\tau_V^b$ em relação àqueles obtidos por [15], levando a alterações no formato do gráfico na Figura 3.4. Estes ajustes, também, podem ser obtidos numericamente a partir de dados experimentais ou motivados por hipóteses simplificativas nas expressões para as funções de onda e são deixados a cargo de trabalhos futuros.

3.3 Conclusão

Em suma, a abordagem eiconal nos permite chegar a uma expressão analítica para a seção de choque inclusiva no regime de escalamento geométrico (altas energias), apresentada na Equação (3.17). Conforme os ajustes e resultados apresentados na Ref. [15], esta curva parametriza com sucesso a seção de choque do DIS em função de τ . A idéia central deste trabalho é justamente obter expressões similares para a seção de choque de produção exclusiva de mésons vetoriais, apresentadas na Seção 3.2.1.

De modo geral, o teorema óptico foi utilizado para relacionar a seção de choque total com a de espalhamento elástico $\gamma^*p \rightarrow \gamma p$, que através do modelo de dipolos pode ser adaptada para o processo *quasi-elástico* $\gamma^*p \rightarrow Vp$, onde V é um determinado méson vetorial. A expressão analítica para $\sigma_{VM}^{\gamma^*p \rightarrow Vp}(\tau_V)$ é apresentada na Equação (3.29) e comparada com dados experimentais para o DVCS e para produção do méson J/ψ nas Figuras 3.1 e 3.3, respectivamente. Embora para estes casos os resultados tenham sido satisfatórios sem necessidade de nenhum ajuste de curvas, a normalização na Eq. (3.26) depende do modelo utilizado para as funções de onda dos mésons vetoriais. Além disso, o uso de modelos mais complexos para as funções de onda levaria a modificações nos valores dos parâmetros a e b utilizados na Ref. [15], que neste trabalho foram mantidos constantes. Esses fatores levam a limitações no modelo, como para os dados apresentados na Figura 3.4. De maneira geral, σ_V , a e b poderiam ser tratados como parâmetros livres a serem ajustados pelos dados experimentais.

Conclusão

Processos de espalhamento, como o DIS, permitem avaliar a estrutura interna do próton, composta de quarks e glúons. A descrição adequada desta estrutura microscópica depende, contudo, da resolução que é usada para avaliá-la. De modo geral, a distribuição desses pártons depende da variável de Bjorken x e da virtualidade Q^2 do fóton trocado, e variações nessa distribuição são governadas pela irradiação de glúons, tanto pelos quarks quanto pelos próprios glúons.

Para um dado valor de x , conforme Q^2 aumenta os pártons emitidos ocupam uma área transversal cada vez menor, levando a um sistema cada vez mais diluído que permite que os pártons sejam tratados como partículas livres e não interagentes, conforme a Figura 2.2. Todavia, ao analisar a estrutura do próton para Q^2 fixo e altas energias, correspondentes a pequenos valores de x , o regime de saturação da QCD é atingido: a densidade de glúons se torna tão grande que processos não-lineares onde os glúons se recombinaem se tornam significativos, fazendo com que as distribuições se estabilizem e não variem mais com o decrescimento de x . Esta propriedade se manifesta através do chamado escalamento geométrico, tanto em processos inclusivos, difrativos e na produção exclusiva de mésons vetoriais: ao invés de dependerem separadamente das variáveis cinemáticas relevantes (como x ou x_P e Q^2), as seções de choque são funções apenas de combinações adimensionais das mesmas, τ , τ_d e τ_V , respectivamente.

Neste regime, a seção de choque inclusiva tem uma parametrização conhecida na literatura, apresentada na Ref. [15]. Através da abordagem eiconal e do modelo de dipolos, este trabalho desenvolveu um modelo teórico que permitiu obter expressões analíticas para as seções de choque. Além de ser possível reproduzir o resultado para $\sigma_{tot}^{\gamma^*p}(\tau)$, foi possível a obtenção a equação para $\sigma_{VM}^{\gamma^*p \rightarrow Vp}(\tau_V)$, apresentada na Eq. (3.29). A abordagem desenvolvida permite também uma descrição unificada da produção exclusiva de mésons vetoriais, uma vez que diferença no cálculo de $\sigma_{VM}^{\gamma^*p \rightarrow Vp}(\tau_V)$ para os diferentes estados finais V se dá apenas pelo fator de normalização na Eq. (3.26), o que em um gráfico de escala logarítmica significa que as curvas para os diferentes mésons estão apenas deslocadas por uma constante. Esta predição pode ser confirmada na Figura 3.2. Os gráficos obtidos foram comparados com dados experimentais para o DVCS e para produção do méson J/ψ nas Figuras 3.1 e 3.3, respectivamente. É importante destacar que os resultados aqui apresentados foram desenvolvidos com base em um modelo puramente teórico, sem nenhuma necessidade de ajuste

com dados experimentais. Todavia, os resultados estão condicionados ao modelo utilizado para as funções de onda dos mésons vetoriais. Além disso, a função de onda dos mésons foi incorporada apenas na normalização da Eq. (3.29), de maneira que é uma extensão natural deste trabalho explorar suas influências nos demais parâmetros que determinam a forma funcional da seção de choque.

Bibliografia

- [1] D Griffiths. *Introduction to elementary particles*. John Wiley & Sons, 2008.
- [2] G Dissertori, I G Knowles, and M Schmelling. *Quantum chromodynamics*. Oxford Univ. Press, 2002.
- [3] A S Kronfeld and C Quigg. Resource letter QCD-1: Quantum chromodynamics. *American Journal of Physics*, 78(11):1081–1116, 2010.
- [4] A D Martin. Proton structure, partons, QCD, DGLAP and beyond. *Acta Physica Polonica B*, 39(9), 2008.
- [5] D J Gross and F Wilczek. Ultraviolet behavior of non-abelian gauge theories. *Physical Review Letters*, 30(26):1343, 1973.
- [6] S Bethke. The 2009 world average of α s. *The European Physical Journal C-Particles and Fields*, 64(4):689–703, 2009.
- [7] C Yang and R L Mills. Conservation of isotopic spin and isotopic gauge invariance. *Physical Review*, 96(1):191, 1954.
- [8] F Halzen and A D Martin. *Quark & Leptons: An Introductory Course In Modern Particle Physics*. John Wiley & Sons, 2008.
- [9] Edmond Iancu. QCD in heavy ion collisions. *arXiv preprint arXiv:1205.0579*, 2012.
- [10] C Marquet. Unified description of diffractive deep inelastic scattering with saturation. *Physical Review D*, 76:094017, 2007.
- [11] K Golec-Biernat and M Wüsthoff. Saturation effects in deep inelastic scattering at low Q^2 and its implications on diffraction. *Physical Review D*, 59(1):014017, 1998.
- [12] AM Staśto, K Golec-Biernat, and J Kwieciński. Geometric scaling for the total γ^* p cross section in the low x region. *Physical Review Letters*, 86(4):596, 2001.
- [13] E Iancu, K Itakura, and L McLerran. Geometric scaling above the saturation scale. *Nuclear Physics A*, 708(3):327–352, 2002.

-
- [14] VP Goncalves and M V T Machado. Geometric scaling in inclusive charm production. *Physical Review Letters*, 91(20):202002, 2003.
- [15] N Armesto, C A Salgado, and U A Wiedemann. Relating high-energy lepton-hadron, proton-nucleus, and nucleus-nucleus collisions through geometric scaling. *Physical Review Letters*, 94(2):022002, 2005.
- [16] C Marquet and L Schoeffel. Geometric scaling in diffractive deep inelastic scattering. *Physics Letters B*, 639(5):471–477, 2006.
- [17] M V Lokajicek, V Kundrat, and J Prochazka. Elastic hadron scattering and optical theorem. *arXiv preprint arXiv:1403.1809*, 2014.
- [18] E Gotsman, E Levin, and U Maor. Energy dependence of the survival probability of large rapidity gaps. *Physics Letters B*, 438(1):229–234, 1998.
- [19] E Gotsman, E Levin, M Lublinsky, U Maor, and K Tuchin. Shadowing corrections and diffractive production in DIS on nuclei. *Physics Letters B*, 492(1):47–55, 2000.
- [20] A H Mueller. Small-x behavior and parton saturation: a QCD model. *Nuclear Physics B*, 335(1):115–137, 1990.
- [21] J Bartels. Theory of diffractive structure functions. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, 28(5):1045, 2002.
- [22] H Kowalski, L Motyka, and G Watt. Exclusive diffractive processes at HERA within the dipole picture. *Physical Review D*, 74(7):074016, 2006.
- [23] S Chekanov, M Derrick, D Krakauer, JH Loizides, S Magill, B Musgrave, J Repond, R Yoshida, MCK Mattingly, P Antonioli, et al. Measurement of deeply virtual compton scattering at HERA. *Physics Letters B*, 573:46–62, 2003.
- [24] S Chekanov, M Derrick, S Magill, S Miglioranzi, B Musgrave, J Repond, R Yoshida, MCK Mattingly, N Pavel, AG Yagües Molina, et al. Exclusive electroproduction of ϕ mesons at HERA. *Nuclear Physics B*, 718(1):3–31, 2005.
- [25] J Breitweg, Zeus Collaboration, et al. Exclusive electroproduction of ρ^0 and J/ψ mesons at HERA. *The European Physical Journal C-Particles and Fields*, 6(4):603–627, 1999.
- [26] E de Wolf, SJLA Grijpink, EN Koffeman, PM Kooijman, E Maddox, A Pellegrino, SES Schagen, HGJM Tiecke, LW Wiggers, et al. Exclusive electroproduction of j/ψ mesons at HERA. *Nuclear Physics B*, 695:3–37, 2004.
- [27] K A Olive, Particle Data Group, et al. Review of particle physics. *Chinese Physics C*, 38(9):090001, 2014.